

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA MECATRÔNICA

LUAN ALFLEN

DESENVOLVIMENTO DE UM OTIMIZADOR
PARA PROJETO DE ATUADORES DE VIBRAÇÕES

Joinville
2023

LUAN ALFLEN

DESENVOLVIMENTO DE UM OTIMIZADOR
PARA PROJETO DE ATUADORES DE VIBRAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia Mecatrônica no curso de Engenharia Mecatrônica, da Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Orientador: Dr. Thiago Antonio Fiorentin

Coorientador: Dr. Andrea Piga Carboni

Joinville
2023

Dedico este trabalho à minha família, que tornou possível esta jornada,
proporcionando-me um caminho repleto de alegrias.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família por me prover o suporte necessário para que fosse possível realizar este ciclo de estudos. Em especial minha mãe Sueli, meu pai Alcinei, minha irmã Lais, aos meus gatos Mia, Pepi (Em memória), Tadeu, Neno e Coisinha (Em memória). Obrigado por acreditarem em mim e nos meus sonhos, pelos momentos em conjunto que foram fundamentais para manter-se centrado em meus objetivos, ajudando-me de infinitas maneiras, mesmo nos momentos mais difíceis.

Agradeço também aos meus amigos, tanto os do IFC, quanto aos que a UFSC me introduziu. Obrigado pelo futebol de sexta, o volei de sábado e entre outros momentos que me proporcionaram muita alegria durante esta jornada.

Agradeço também a existência dos meio públicos de ensino de qualidade, tais como a UFSC e o IFC, que me forneceram a oportunidade de adquirir conhecimentos que eu certamente levarei para vida pessoal e profissional.

Agradeço também aos professores Gian Ricardo Berkenbrock e Yesid Ernesto Asaff Mendoza, por fornecerem oportunidades de pesquisas e abrirem as portas do laboratório LSE, que me proporcionou trabalhar e auxiliar em diversos trabalhos de engenharia mecatrônica, no qual foram responsáveis por me apresentar a pessoas que me acolheram de braços abertos e moldaram minha trajetória na graduação.

Por último, agradeço ao meu orientador Thiago Fiorentin e ao meu coorientador Andrea Piga, pela paciência e por acreditarem no meu potencial, provendo-me suporte de maneira simples, com muito carisma e leveza. Introduzindo-me ao Laboratório LAV, que foi primordial no desenvolvimento deste trabalho, provendo o equipamento necessário, além de me introduzir a novas amizades, em especial ao Rafael Chiara e ao Cristian Piehomiak, que foram fundamentais para o desenvolvimento do trabalho, sem vocês ele não seria possível.

RESUMO

O ruído sonoro proveniente do transporte nas metrópoles, é um dos efeitos prejudiciais para a rotina em sociedade. Dentre os meios de transporte, o ferroviário, tido como o modal do futuro, é um dos meios que mais sofre com tal efeito. Diversas estratégias têm sido empregadas para controlar e reduzir o ruído, sendo o tratamento direto na fonte sonora considerado eficiente. Nesse contexto, os atenuadores de vibrações são meios convenientes de extrair essas ondas ruidosas, porém, ao modelar as equações que descrevem as vibrações nos atenuadores, percebe-se que se trata de um problema não linear. Uma solução, nesse caso, é adotar algoritmos genéticos para otimizar o projeto dos atenuadores, buscando maximizar sua eficácia, que é o que se apresenta neste trabalho. Além disso, serão conduzidos testes experimentais para avaliar o desempenho desses atenuadores na redução das vibrações indesejáveis utilizando análise modal proveniente do software BK Connect. Desse modo, o trabalho propôs desenvolver um algoritmo genético para realizar o projeto de um atenuador passivo do tipo massa-mola, caracterizado também como atenuador de massa sintonizada. Assim, por meio de uma interface construída em Flutter foi possível relacionar as medidas e critérios de projeto com o atenuador otimizado pelo algoritmo. Onde, ao comparar as vibrações do trilho sem atenuador, foi possível notar uma redução de 66,68% das vibrações desejadas. Por fim, foram feitas análises de sensibilidade dos parâmetros utilizados pelo algoritmo genético, tais como: tamanho da população, área da seção transversal e módulo de elasticidade, que auxiliaram na construção do algoritmo, na compreensão do funcionamento do otimizador e do elemento físico de estudo.

Palavras-chave: atenuador de vibrações; ruído ferroviário; algoritmo genético; massa-mola.

ABSTRACT

The noise generated by transportation in metropolises is one of the detrimental effects on society's daily routine. Among various transportation modes, the railway, considered the future mode, is one of the most affected by this effect. Several strategies have been employed to control and reduce noise, and treating the sound source directly has been considered efficient. In this context, vibration attenuators are convenient means to extract these noisy waves. However, while modeling the equations describing vibrations in the rail dumper, it becomes evident that it is a nonlinear problem. A solution in this case is to adopt genetic algorithms to optimize the design of the dumpers, aiming to maximize their effectiveness, which is presented in this work. Additionally, experimental tests will be conducted to evaluate the performance of these attenuators in reducing unwanted vibrations using modal analysis from BK Connect software. Thus, the study aimed to develop a genetic algorithm to design a passive mass-spring type attenuator. Through an interface built in Flutter, it was possible to relate the measurements and design criteria with the attenuator optimized by the algorithm. When compared to the track without a dumper, a 66.68% reduction in the desired vibrations was observed. Finally, sensitivity analyses of the parameters used by the genetic algorithm, such as population size, cross-sectional area, and modulus of elasticity, were conducted. These analyses helped in constructing the algorithm, understanding the optimizer's operation, and the physical study element.

Keywords: rail dumper; railway noise; genetic algorithm; mass-spring.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação de propagação de ruído ferroviário	14
Figura 2 – Comparação entre metodologia ágil e tradicional (cascata)	18
Figura 3 – Exemplo de sistema com um grau de liberdade	19
Figura 4 – Exemplo de sistema com infinitos graus de liberdade	20
Figura 5 – Sistema massa-mola não amortecido de 3° grau	21
Figura 6 – Modelo de Excitação/Resposta da Chapa Simples	24
Figura 7 – Sobreposição da Função de Resposta no Tempo e na Frequência	24
Figura 8 – Fluxograma de Atenuadores de Vibração	26
Figura 9 – Atenuador Ativo de Vibração	27
Figura 10 – Atenuador Passivo de Vibração	28
Figura 11 – Modelo CAD de um metro de trilho com o atenuador	28
Figura 12 – Representação genérica do ciclo de iteração de um Algoritmo Genético	29
Figura 13 – Representação de mínimos locais e globais	33
Figura 14 – Fluxograma do projeto	35
Figura 15 – Cronograma do projeto	38
Figura 16 – Trilho para impactação	40
Figura 17 – Martelo com ponteira metálica	40
Figura 18 – Representação da análise modal no software BK Connect	41
Figura 19 – Modelagem do atenuador de vibrações	41
Figura 20 – Diagrama de blocos do otimizador	43
Figura 21 – Tela do formulário	45
Figura 22 – Tela de análise	45
Figura 23 – Segunda tela de análise	46
Figura 24 – Tela de resultados	46
Figura 25 – Projeto do Atenuador 1 (Erro médio de 1.5%)	48
Figura 26 – Projeto do Atenuador 2 (Erro médio de 31.08%)	49
Figura 27 – Construção de um atenuador genérico no trilho	50
Figura 28 – FRF dos três cenários de estudo	50
Figura 29 – Influência do tamanho da população no tempo de execução	52
Figura 30 – Influência do tamanho da população no espaço de busca do algoritmo	52
Figura 31 – Comparação de algoritmos com e sem variação na área de seção de transversal	53
Figura 32 – Influência do módulo de elasticidade na conversão do melhor indivíduo	54

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Implementação dos valores da metodologia ágil	37
Quadro 2 – Definição das Sprints	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Frequências naturais do trilho	47
Tabela 2 – Parâmetros de construção dos atenuadores	47
Tabela 3 – Amplitude de vibrações obtidas nas frequências naturais	50

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AG	Algoritmo genético
AFSMF	Amortecedor ferroviário sintonizado de múltiplas faixas
API	Application Programming Interface
CAD	Desenho Assistido por Computador
EPDM	Etileno Propileno Dieno Metileno
Freq	Frequência
FFT	Transformada Rápida de Fourier
FRF	Função de Resposta em Frequência
LAV	Laboratório de Acústica e Vibrações
SP	Select pressure
RF	Requisito Funcional
RNF	Requisito Não Funcional

LISTA DE SÍMBOLOS

dB	Decibel [m/s^2]
F	Força [N]
m	Massa [kg]
a	Aceleração [m/s^2]
t	Tempo [seg]
Pa	Pascal
k	Constante elástica [N/m]
x	Deslocamento [m]
w_n	Frequência natural [rad/s]
s_n	Número complexo [–]
ϕ	Fase [rad/s]
σ	Amplitude de oscilação [m]
A	Matriz dinâmica [–]
B	Matriz de forçamento [–]
Δ	Determinante [–]
p_s	Select pressure [–]
g_0	Valor do fitness do melhor indivíduo [–]
\bar{g}	Valor médio do fitness da atual população [–]

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	OBJETIVOS	16
1.1.1	Objetivo Geral	16
1.1.2	Objetivos Específicos	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
2.1	METODOLOGIA ÁGIL	17
2.2	DEFINIÇÕES DE VIBRAÇÕES E ACÚSTICA	18
2.2.1	Análise harmônica	19
2.2.2	Graus de liberdade e Sistemas discretos/contínuos	19
2.2.3	Modelagem do sistema massa-mola	20
2.2.4	Determinação das frequências naturais	22
2.2.5	Análise modal	23
2.2.6	Vibrações no contexto ferroviário	25
2.3	TIPOS DE ATENUADORES DE VIBRAÇÕES	25
2.3.1	Controle Ativo	26
2.3.2	Controle Passivo	27
2.4	ALGORITMO GENÉTICO	29
2.4.1	Indivíduos e Populações	30
2.4.2	<i>Fitness Function</i>	30
2.4.3	Seleção dos indivíduos	31
2.4.3.1	Realocamento de geração	31
2.4.3.2	Seleção em truncamento	31
2.4.4	Cruzamento	31
2.4.5	Mutação	32
2.4.6	Espaço de solução	32
2.4.6.1	<i>Select Pressure</i>	33
2.4.6.2	Mínimos locais	33
2.5	ESTADO DA ARTE	34
3	METODOLOGIA	35
3.1	REQUISITOS DE PROJETO	35
3.1.1	Requisitos funcionais	36
3.1.2	Requisitos não funcionais	36
3.2	METODOLOGIA ÁGIL	37
3.2.1	<i>Sprints</i>	37

3.2.2	Cronograma	38
3.3	EMBASAMENTO TEÓRICO	39
3.4	OBTENÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS	39
3.5	MODELAGEM MATEMÁTICA DOS ATENUADORES	40
4	DESENVOLVIMENTO	43
4.1	DESENVOLVIMENTO DO OTIMIZADOR	43
4.2	DESENVOLVIMENTO DA INTERFACE	44
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	47
5.1	VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL	47
5.2	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE PARÂMETROS	51
5.2.1	Tamanho da população	51
5.2.2	Área da seção transversal	51
5.2.3	Módulo de elasticidade	54
5.3	DISCUSSÕES	54
6	CONCLUSÕES	56
	REFERÊNCIAS	57
	APÊNDICE A	60

1 INTRODUÇÃO

No contexto do transporte, a vibração se destaca como um dos efeitos adversos de maior relevância. Proveniente de veículos, vias rodoviárias e outros elementos correlatos, pode causar danos ambientais e afetar diretamente a qualidade de vida das comunidades impactadas. A interferência sonora decorrente do tráfego de veículos e das operações ferroviárias representa um desafio significativo para a engenharia, exigindo estratégias eficazes para minimizar os efeitos negativos sobre o bem estar público e o meio ambiente (Wrótny; Bohatkiewicz, 2021).

Nesse cenário, o transporte ferroviário tem se destacado como um meio de locomoção eficiente e econômico, o que o torna uma opção vital no panorama do transporte terrestre, no entanto, a expansão contínua das redes ferroviárias, juntamente com a utilização de trens de alta velocidade, tem acentuado os problemas associados às vibrações e ao ruído (Kuchak, 2020b). O ruído ferroviário é causado por variações geométricas nos trilhos e pelo desgaste provenientes do contato entre a roda e o trilho (Torstensson *et al.*, 2019).

Wrótny e Bohatkiewicz (2021) realizaram uma comparação entre ruído de estradas e ruído de malhas ferroviárias, chegando à conclusão que mais de dois milhões de pessoas são expostas a ruídos maiores que 50 dB, considerados prejudiciais à saúde. Assim como estradas que estão presentes na maioria do cotidiano das pessoas, as vias férreas em meios urbanos também são igualmente prejudiciais para milhares de pessoas.

O controle do ruído gerado pelo conjunto ferroviário pode ser feito de diversas maneiras, por exemplo, diretamente na fonte geradora de ruído com uso de atenuadores nos trilhos, aplicação de barreiras acústicas que evitam a propagação do ruído no meio e outras soluções aplicadas diretamente no receptor (Braz, 2020). A Figura 1 representa essa propagação do ruído no meio.

Figura 1 – Representação de propagação de ruído ferroviário



Fonte: Elo Meio Ambiente (2016).

O controle do ruído eficaz, na maioria dos casos, é aplicado direto na fonte. Porém, esse procedimento é complexo, já que é necessário conhecimento técnico e mecânico a respeito do assunto, uma vez que a solidez e segurança do projeto da ferrovia pode ser afetado ao se trabalhar com essa técnica (Braz, 2020).

Nesse sentido, Kuchak (2020b) define que o princípio de um atenuador de vibrações é absorver e reduzir as vibrações o máximo possível. Assim, os atenuadores de vibrações são camadas de massas e elastômetros, também representado por sistemas massa-mola, no qual a diferente combinação entre essas camadas apresenta um efeito distinto a vibração da estrutura em que foi aplicado (Kuchak; Marinkovic; Zehn, 2020b).

A fim de identificar, objetivamente, qual o modelo de atenuador que deve ser escolhido para uma redução eficaz de ruído ou vibrações, dentre os diversos tipos de atenuadores disponíveis no mercado, apresenta-se neste trabalho um levantamento teórico sobre atenuadores relevantes para a redução de vibrações, a fim de apontar as condições para a existência de malhas ferroviárias nos meios urbanos. Tal identificação, viabiliza a dispersão geográfica e a logística e distribuição dos modais ferroviários no Brasil, já que se encontram em situações muito precárias (Corbage, 2015).

Após a escolha pelos atenuadores de massa sintonizada, a análise de seus dados geométricos possibilitou que os conjuntos de massa-mola operem em frequências capazes de diminuir as vibrações geradas pelas frequências naturais das malhas ferroviárias. O resultado desse processo de ajuste foi a redução do ruído intrínseco à operação ferroviária (Rao, 2009).

Porém, ao realizar tal modelagem para o projeto dos atenuadores, a relação entre os parâmetros geométricos e os espectros de frequências atenuadas, se relacionam de maneira não-linear (Rao, 2009). Impossibilitando a resolução da modelagem de maneira analítica, tornando assim a utilização de algoritmos otimizadores meios viáveis para solução do problema, onde, cabe ao algoritmo realizar de maneira iterativa as soluções para se aproximar do resultado desejado e encontrar tais parâmetros geométricos, como variações na espessura ou área da seção transversal das camadas de massas e elastômeros, para que seja possível atenuar determinadas frequências pretendidas.

Nesse contexto, este trabalho aborda a problemática do ruído em malhas ferroviárias, adotando metodologias que visam sua mitigação. A primeira etapa do processo da pesquisa consistiu na modelagem matemática do problema, levando em consideração as características geométricas e dimensionais do sistema massa-mola, o que foi fundamental para o desenvolvimento do atenuador. Essa modelagem é crucial para o desenvolvimento do atenuador e se baseou no código de modelagem do sistema mecânico apresentado no Apêndice A, elaborado por Chiara (2023). Utilizou-se esse código para representar um sistema de cinco graus de liberdade, empregando

parâmetros físicos e geométricos do atenuador.

A escolha da solução por algoritmos computacionais se deu pelo fato da solução analítica do problema encontrado ser complexo ou até mesmo inexistente. Devido à notória evolução da computação para realização de cálculos, a solução foi utilizar algoritmos genéticos, aplicados para resolver problemas complexos, além de ser comum quando se trata de problemas não lineares e discretos (Dréo *et al.*, 2006).

Kuchak (2020a) entretanto, comenta que é necessário realizar testes de validações experimentais ao desenvolver uma ferramenta de otimização, com o intuito do algoritmo ser um modelo robusto e confiável, o transformando em uma ferramenta eficaz de simulação e performance, economizando tempo em desenvolvimento no projeto de atenuadores de vibrações. Desse modo, o estudo se propôs também, a realizar o desenvolvimento de uma interface gráfica, em forma de aplicação computacional.

1.1 OBJETIVOS

Para reduzir a problemática do ruído sonoro em malhas ferroviárias, gerados por composições ferroviárias, propõe-se neste trabalho os seguintes objetivos.

1.1.1 Objetivo Geral

Desenvolver uma ferramenta capaz de otimizar o projeto dos atenuadores de ruído em malhas ferroviárias por meio de algoritmos genéticos.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Identificar na literatura os atenuadores de ruído mais relevantes para a pesquisa;
- Desenvolver um algoritmo otimizador para o projeto de atenuadores;
- Construir uma interface do algoritmo em formato de aplicativo para computador;
- Fabricar atenuadores reais;
- Validar experimentalmente as soluções encontradas;
- Discutir a eficácia dos atenuadores gerados;
- Analisar a sensibilidade da ferramenta.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para enfrentar o desafio da redução de ruído em malhas ferroviárias, é essencial compreender conceitos relacionados ao controle do ruído, a fim de desenvolver estratégias eficazes na mitigação desse problema. Neste capítulo é abordado o conceito de metodologia ágil, bem como as vibrações indesejáveis em malhas ferroviárias e sua modelagem matemática. Além disso, destaca-se a lógica de otimização por meio de algoritmos genéticos, uma abordagem promissora para maximizar a eficácia dos atenuadores. Nesta fundamentação teórica visa-se fornecer ao leitor embasamento sólido sobre a importância e viabilidade dessas abordagens na redução do ruído em ambientes ferroviários.

2.1 METODOLOGIA ÁGIL

A metodologia ágil é uma abordagem de gerenciamento de projetos que se baseia em princípios e valores que priorizam a flexibilidade, colaboração e adaptação contínua. Essa abordagem difere da metodologia tradicional, conhecida como *waterfall*, que segue uma sequência linear de fases bem definidas. A adoção da metodologia ágil no desenvolvimento do otimizador para projeto de atuadores de vibrações proporciona vantagens significativas, como maior capacidade de resposta a mudanças, maior envolvimento dos clientes e entrega contínua de valor (Layton; Ostermiller; Kynaston, 2020). Desse modo, na Figura 2 é apresentada uma comparação do fluxograma das atividades entre a metodologia ágil e o tradicional.

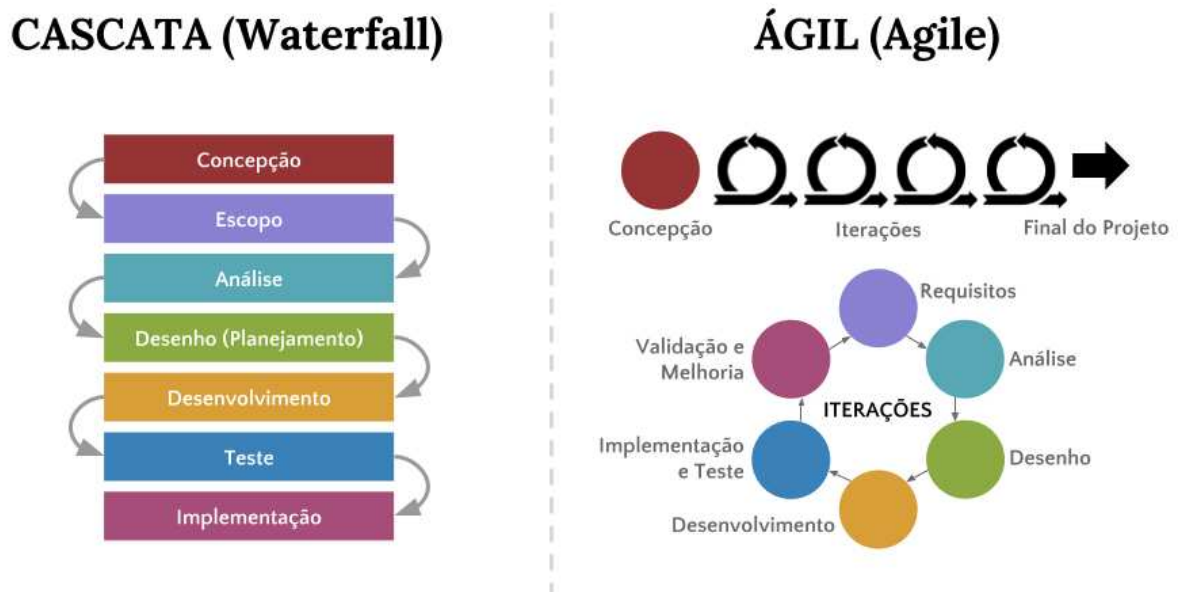
De acordo com Layton, Ostermiller e Kynaston (2020), a metodologia *waterfall* foi a abordagem mais comum no gerenciamento de projetos de desenvolvimento de software até ser superada por técnicas ágeis a partir de 2008. Essa transição ocorreu devido às melhorias proporcionadas pelas abordagens ágeis, que se mostraram mais eficientes e bem sucedidas na produção de produtos.

Uma pesquisa conduzida pelo Standish Group, mencionada por Layton, Ostermiller e Kynaston (2020), constatou que 29% dos projetos tradicionais falharam completamente, enquanto apenas 9% dos projetos ágeis apresentaram falhas. A diminuição do número de falhas nesses projetos é resultado da capacidade das equipes em realizar adaptações imediatas com base em inspeções frequentes do progresso e da satisfação do cliente.

A metodologia ágil adota o Manifesto Ágil, que define quatro valores fundamentais (Layton; Ostermiller; Kynaston, 2020):

- Indivíduos e interações sobre processos e ferramentas: a comunicação e colaboração entre os membros da equipe são valorizadas em detrimento de processos e ferramentas rígidas.

Figura 2 – Comparação entre metodologia ágil e tradicional (cascata)



Fonte: CDL Fortaleza (2022).

- Software em funcionamento sobre documentação abrangente: o foco está na entrega de software funcional e de valor para o cliente, priorizando a documentação necessária e suficiente.
- Colaboração com o cliente sobre negociação de contratos: o envolvimento do cliente é essencial para garantir a compreensão dos requisitos e a entrega de um produto alinhado às suas expectativas.
- Responder a mudanças sobre seguir um plano: a capacidade de se adaptar e responder a mudanças durante o projeto é valorizada em vez de seguir um plano rígido e inflexível.

Além dos valores, o Manifesto Ágil também define 12 princípios que orientam o desenvolvimento ágil (Layton; Ostermiller; Kynaston, 2020). Esses princípios incluem a entrega contínua de software valioso, a colaboração diária entre os membros da equipe e o foco na simplicidade e na excelência técnica.

2.2 DEFINIÇÕES DE VIBRAÇÕES E ACÚSTICA

A importância do estudo de vibrações é significativa devido às amplas aparições em diversos tipos de sistemas presentes na vida cotidiana, desde sistemas construídos pelo homem e, principalmente, os causados por efeitos naturais. Isso ocorre desde a ação do vento em pontes e outras estruturas, até na vibração dos tímpanos no sistema de audição humana (Rao, 2009).

A vibração gerada nos trilhos vem acompanhada por sinais ruidosos. A vibração é usualmente associada com o tipo de solo onde se encontra os trilhos, sendo em

média 5 Hz para solos menos rígidos e 50 Hz para os mais rígidos (Connolly *et al.*, 2015 *apud* Chellaboina, 2019). Desse modo, torna-se interessante estudar sinais via análise harmônica para identificar tais frequências implícitas no sinal temporal (Rao, 2009).

2.2.1 Análise harmônica

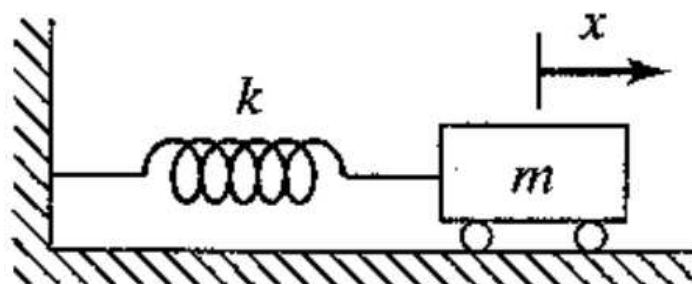
A vibração está fortemente ligada a movimentos oscilatórios. Por isso, é comum representá-los com a vibração no domínio da frequência. A série de Fourier é quem permite representar um sinal qualquer função periódica no domínio da frequência. Assim, é possível detectar anomalias dos sinais, como por exemplo, usando o fenômeno Gibbs (Rao, 2009).

Ao realizar tal mudança no domínio de análise, é possível associar vibrações com ruídos criados pelos impactos, rolagem e outras fontes presentes em malhas ferroviárias. Associando assim o espectro de frequência do sinal com os que são prejudiciais ao ser humano (Rao, 2009).

2.2.2 Graus de liberdade e Sistemas discretos/contínuos

A modelagem como a representação de um sistema matemático, depende de alguns fatores, como o número mínimo de variáveis para descrever as partes de um sistema em qualquer instante de tempo, propriedade essa definida como grau de liberdade do sistema (Rao, 2009). Exemplos como um sistema massa-mola simples, são fáceis de serem representados com um grau de liberdade, como mostrado na Figura 3.

Figura 3 – Exemplo de sistema com um grau de liberdade

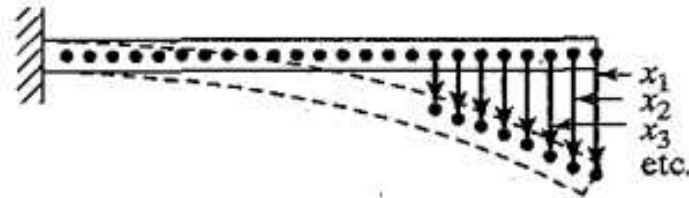


Fonte: Rao (2009, p. 51).

Normalmente, muitos sistemas podem ser representados por sistemas com número de graus finitos, porém, alguns sistemas complexos, geralmente os que envolvem sistemas elásticos contínuos, necessitam de infinitos graus de liberdade para

serem representados, assim como o exemplo de uma viga em balanço apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Exemplo de sistema com infinitos graus de liberdade



Fonte: Rao (2009, p. 8).

Sistemas que podem ser representados com um número finito de graus de liberdade são denominados sistemas discretos, enquanto os que necessitam de um grau infinito, sistemas contínuos. Em geral, um sistema contínuo é aproximado a um discreto, pois a solução analítica para problemas contínuos são apenas limitados a alguns tipos específicos de modelagem (Rao, 2009).

2.2.3 Modelagem do sistema massa-mola

Para que seja possível determinar a equação que descreve o movimento de um sistema massa mola, pode-se aplicar métodos como a aplicação dos princípios de D' Alembert, dos deslocamentos virtuais, da conservação de energias e entre outros. Porém, o método usual é referente à equação do movimento pela Segunda Lei de Newton, descrito pela Equação 1 (Rao, 2009).

$$F = m \cdot a \quad (1)$$

Assim, para a modelagem do sistema massa-mola, considera-se a força elástica provinda da mola, através da lei de Hooke. Como demonstra Rao (2009), mesmo em análise cujo sistema massa-mola é na vertical ou horizontal, ambos se equivalem, uma vez que a força de deslocamento em equilíbrio estático anula a força do peso da massa em questão.

Portanto, como exemplo, utiliza-se um sistema massa-mola não amortecido, apresentado da Figura 5, para modelar as equações do movimento.

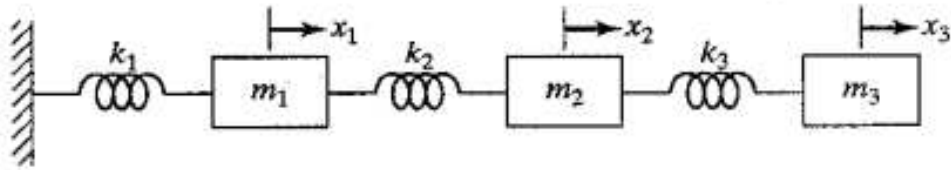
A partir da análise estática provinda da Equação 1, é possível modelar as equações diferenciais, representadas nas Equações 2, 3 e 4.

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2) \cdot x_1 - k_2 \cdot x_2 = F_1 \quad (2)$$

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 - k_2 \cdot x_1 + (k_2 + k_3) \cdot x_2 - k_3 \cdot x_3 = F_1 \quad (3)$$

$$m_3 \cdot \ddot{x}_3 - k_3 \cdot x_2 + k_3 \cdot x_3 = F_1 \quad (4)$$

Figura 5 – Sistema massa-mola não amortecido de 3º grau



Fonte: Rao (2009, p. 214).

No entanto, considerando a generalização de problema para sistemas de n graus, é conveniente adotar a forma matricial das Equações 2, 3 e 4, assim representada na Equação 5.

$$[m] \cdot \ddot{\vec{x}} + [k] \cdot \vec{x} = \vec{F} \quad (5)$$

Onde as matrizes $[m]$ e $[k]$, são denominadas matriz de massa e rigidez, respectivamente, apresentadas nas Equações 6 e 7.

$$[m] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$[k] = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

E os vetores \vec{x} e \vec{F} , denominados de vetor de deslocamento e força, respectivamente, também apresentados nas Equações 8 e 9.

$$\vec{x} = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\vec{F} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ F_3(t) \end{Bmatrix} \quad (9)$$

Com base neste problema, também é possível generalizar tais matrizes para problemas com n graus de liberdade, facilitando assim, técnicas futuras, como as que por exemplo, visam determinar as frequências naturais destes mesmos sistemas massa-mola não amortecidos.

2.2.4 Determinação das frequências naturais

Determinar a frequência natural de um sistema pode ser útil para encontrar em qual faixa de frequência oscila um sistema, permitindo assim, realizar uma análise referente às frequências prejudiciais para o sistema de audição humana com o intuito de projetar um atenuador eficiente no espectro de frequência desejado.

Para que finalmente se possa obter as frequências naturais de um sistema massa-mola, é necessário obter as equações diferenciais que representam o sistema. A partir desse sistema de equações diferenciais, pensando em um sistema massa-mola com grau dois ou maior, uma possível solução é descrita pela Equação 10 (Rao, 2009).

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega_n \cdot t - \phi) \quad (10)$$

A partir dessa solução, é possível determinar analiticamente, como demonstra Rao (2009), as frequências naturais do sistema, onde cada solução será um número complexo da forma descrito por meio da Equação 11.

$$s_n = \sigma \pm \omega_n \cdot i \quad (11)$$

Sendo que σ representa a amplitude da oscilação e ω_n a frequência natural de oscilação. A quantidade de soluções complexas conjugadas n , será correspondente ao grau de liberdade do sistema estudado.

Contudo, para soluções de sistemas com maiores graus de liberdade, a solução analítica passa a ser inviável. Com isso, uma alternativa para a solução dessas equações diferenciais é conhecida como Equações de Estado (Barbosa, 2008), que consiste em reduzir a equação diferencial por meio da troca de variável $y_1 = x(t)$ e $y_2 = \dot{x}(t)$, resultando assim na Equação 12.

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = y_2 \\ y_2 = -\frac{k}{m} \cdot y_1 + \frac{F(t)}{m} \end{cases} \quad (12)$$

A Equação 12 também pode ser representada de maneira genérica na forma matricial, assim como demonstrado na Equação 13.

$$\vec{\dot{y}}(t) = [A] \cdot \vec{y}(t) + [B] \cdot F(t) \quad (13)$$

A matriz A é denominada matriz dinâmica e a matriz B de matriz de forçamento, e representados pelas Equações 14 e 15, respectivamente.

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Rao (2009) realiza uma modelagem para sistemas massa-mola não amortecido, sem a ação de uma força externa. Aplicando de forma semelhante na modelagem da Equação 13 com $F(t) = 0$, resulta assim na Equação 16.

$$\frac{\vec{y}(t)}{\vec{y}(t)} = [A] \quad (16)$$

De maneira análoga ao realizado por Rao (2009), porém agora para a Equação 16, vindo da substituição da Equação 12, ao isolar variáveis dependentes do tempo das demais e sabe-se que ambas devem ser constantes. Logo, ao se considerar a constante como ω_n^2 pode-se obter as Equações 17 e 18.

$$\dot{y}(t) - y(t) \cdot \omega_n = 0 \quad (17)$$

$$[A - \omega_n^2] \cdot \vec{X} = 0 \quad (18)$$

A solução da equação da Equação 18 é conhecida como problema de autovalores e autovetores, no qual para uma solução não trivial de \vec{X} , o determinante característico pode ser representado pela Equação 19.

$$\Delta = |A - \omega_n^2| \quad (19)$$

O resultado do cálculo da Equação 19 fornece uma equação polinomial de n -ésimo grau, que também é denominado por Rao (2009) como, equação de frequência. Onde conterá os valores das frequências naturais ω_n do sistema. Onde, a solução dessa equação também é conhecida como problema de autovalores e autovetores. Sabe-se que as soluções dos autovalores na matriz dinâmica A , resulta nos valores de ω_n , que representam assim, as frequências naturais do sistema (Rao, 2009).

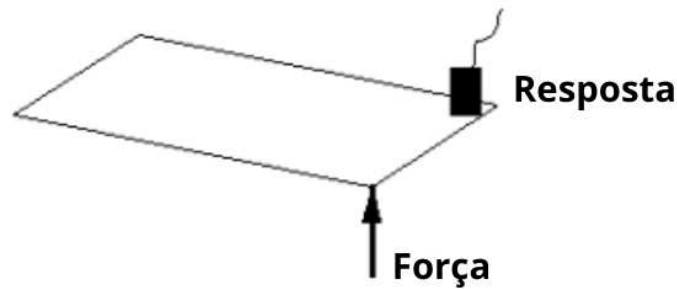
Porém, tal método descrito até agora contempla uma ferramenta analítica para solução do problema de obtenção das frequências naturais. Outro método muito comum usado para se obter tais frequências se chama análise modal, apresentado a seguir (Avitabile, 2001).

2.2.5 Análise modal

A análise modal, descrita por Avitabile (2001), consiste em analisar uma estrutura, naturalmente estática, a fim de obter as frequências naturais. Para isso, a estrutura é excitada por um dispositivo controlado, externo à estrutura, cuja excitação é conhecida, conforme demonstrado na Figura 6, sendo essa excitação, de maneira senoidal e de frequência constante. Assim, a leitura dessa vibração é feita a partir de um acelerômetro (Avitabile, 2001).

A análise da resposta temporal ao longo do tempo fornece dados cruciais, mas não suficientes para determinar as frequências naturais. Portanto, os dados

Figura 6 – Modelo de Excitação/Resposta da Chapa Simples

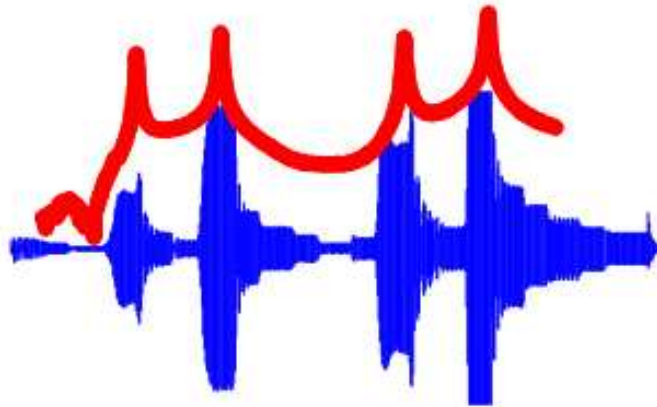


Fonte: Avitabile (2001, p. 1, tradução própria)

são posteriormente processados no domínio da frequência, com a aplicação da Transformada Rápida de Fourier (FFT), para obter a Função de Resposta em Frequência (FRF) (Avitabile, 2001).

A representação conjunta dos resultados da análise é apresentada na Figura 7, sendo a análise temporal do sinal gerado pela excitação externa representado pela curva azul, e a FRF do mesmo sinal pela curva vermelha.

Figura 7 – Sobreposição da Função de Resposta no Tempo e na Frequência



Fonte: Avitabile (2001, p. 2)

Desse modo, pode-se realizar uma análise conjunta de ambos os sinais, onde na sincronização os picos de ambas as curvas se encontram as frequências naturais da estrutura de estudo (Avitabile, 2001). Esse procedimento é essencial para a obtenção de informações fundamentais, pois revela as características vibracionais naturais da estrutura, fornecendo um alicerce sólido para o desenvolvimento posterior do otimizador de projeto para atenuador de vibrações.

2.2.6 Vibrações no contexto ferroviário

A análise das vibrações em ambientes ferroviários revela uma gama variada de frequências, cuja ocorrência está associada a diferentes componentes, como juntas, dormentes e trilhos. Estudos recentes de Sueki, Kitagawa e Kawaguchi (2017) revelam a natureza das características vibratórias e acústicas desse ruído, destacando sua predominância na faixa entre 250 Hz e 2 kHz. A pesquisa evidencia que o som gerado abaixo de 500 Hz está majoritariamente relacionado aos dormentes, enquanto os trilhos se tornam a fonte primária acima de 1 kHz.

Além disso, a análise de Yang e Thompson (2014) confirma o papel dos dormentes como a principal fonte de ruído nas frequências inferiores a 250 Hz. Entre 400 Hz e 1,6 kHz, os trilhos passam a exercer uma contribuição expressiva, enquanto a irradiação da roda se mostra relevante apenas na faixa entre 250 Hz e 400 Hz e acima de 2 kHz.

Portanto, a seleção das frequências a serem atenuadas em um ambiente ferroviário ganha destaque pela sua diversidade e relevância, visto que diferentes componentes da via ferroviária apresentam frequências distintas. Esta análise é crucial para a compreensão da distribuição das vibrações e a identificação das faixas prioritárias a serem reduzidas para mitigar efetivamente o ruído de impacto.

2.3 TIPOS DE ATENUADORES DE VIBRAÇÕES

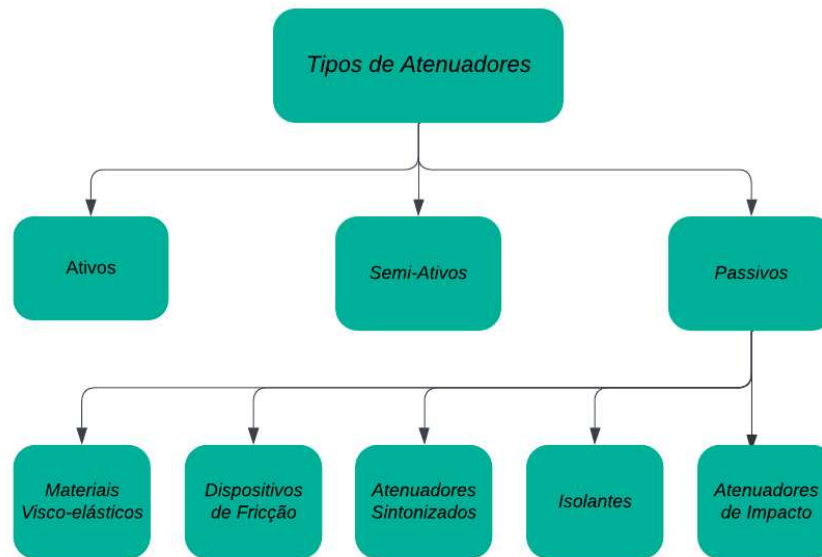
As vibrações provenientes do dano causado entre superfícies metálicas, tal como o contato entre a roda e o trilho em meios ferroviários, apresentam influências negativas na integridade estrutural de ambas as partes, sendo muitas vezes comprometedoras ao longo prazo. Porém, uma das consequências imediatas deste impacto é a geração de vibrações no espectro audível do ser humano, causando assim ruídos que prejudicam a ergonomia e o conforto (Kuchak; Marinkovic; Zehn, 2020b).

De maneira geral, os atenuadores de vibrações que tentam amenizar esse ruído são divididos em dois grupos, os atenuadores de controle passivo e ativo (Hermanrud, 2017).

Bankar (2016) ainda categoriza em três grupos: de controle ativo, semi-ativos e passivos. Os passivos ainda são subdivididos em outros cinco grupos: materiais viscoelásticos, dispositivos de fricção, atenuadores sintonizados, isolantes e atenuadores de impacto. Representado assim conforme a Figura 8.

Atenuadores semi-ativos possuem a mesma estrutura dinâmica do controlador ativo, porém utilizam menos recursos em termos energéticos, alterando assim a estrutura do atenuador em variáveis como rigidez e coeficiente de amortecimento (Bankar; Aradhya, 2016). Dentro desse contexto, atenuadores semi-

Figura 8 – Fluxograma de Atenuadores de Vibração



Fonte: Bankar (2016, p. 2187, tradução própria).

ativos para esse estudo serão tratados como atenuadores ativos.

2.3.1 Controle Ativo

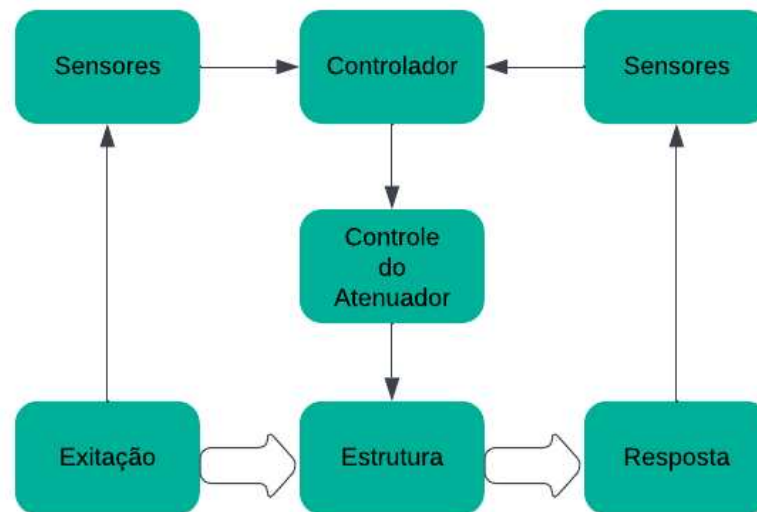
Para que o controle seja considerado ativo, se faz necessário a utilização de sensores para detectar a excitação presente em um sistema em tempo real e a aplicação de um dispositivo dinâmico capaz de gerar excitação contrária, que permite a redução das vibrações indesejadas. Além disso, o controle ativo é uma técnica eficaz que visa não apenas detectar a vibração, mas também agir de maneira proativa para minimizá-la (Hermanrud, 2017).

Bankar (2016) introduz um fluxograma que representa a dinâmica do comportamento dos atenuadores ativos, como pode ser observado na Figura 9.

Talib (2019) realizou um trabalho de controle ativo de vibrações, com foco na supressão de vibrações em estruturas, utilizando múltiplos amortecedores de massa ativa acionados por motores lineares. A utilização de motores lineares teve o propósito de aprimorar a eficácia do controle e reduzir o ruído associado. Utilizando assim um controle de retroalimentação para aproveitar ao máximo vários acelerômetros e múltiplos amortecedores de massa ativa.

Já Iwai (1992) usa uma abordagem de controle ativo utilizando algoritmos de controle fuzzy para o controle de vibrações, o qual foi avaliado de maneira experimental, em escala laboratorial. A vantagem do algoritmo de controle fuzzy é não requerer informações detalhadas sobre o modelo matemático da planta controlada. Isso significa que não é necessário considerar a ordem do sistema, o efeito do atrito, os valores dos

Figura 9 – Atenuador Ativo de Vibração



Fonte: Bankar (2016, p. 2188, tradução própria).

parâmetros da planta e entre outros parâmetros ao construir o sistema de controle de vibrações. Além disso, apesar da estrutura bastante simples do algoritmo, é possível obter alto desempenho na supressão de vibrações em comparação com outras técnicas de controle de vibração ativa.

Assim, pode-se notar que o uso de controladores ativos, traz alguns benefícios, como a sua elevada eficácia e sua grande maleabilidade, isso se dá pelo fato de se tratar de um sistema dinâmico. Porém ao realizar as etapas de controlador de malha fechada, o sistema se torna complexo, uma vez que se faz necessário o uso de sistemas embarcados tais como sensores, atuadores e unidades de processamento.

2.3.2 Controle Passivo

Os controles do tipo passivo são mais simples e por isso não exigem a medida do fenômeno de excitação da vibração. Nele, geralmente é possível trabalhar num intervalo específico de frequência a serem atenuadas (Hermanrud, 2017). Entretanto é limitado quanto a variação nas condições do ambiente no qual estão alocados, tais variações como temperatura e outros aspectos semelhantes, o que pode inviabilizar esse tipo de atuador (Bankar; Aradhye, 2016).

Assim como no controle ativo, existem diversas estruturas capazes de atenuar vibrações. Na Figura 10 é apresentado, assim como os atenuadores ativos, um fluxograma que representa a dinâmica do comportamento de um atenuador passivo.

Por serem mais simples, são os tipos de atenuadores encontrados em diversas áreas. Dentre esses atenuadores, Li (2010), Tan (2019) e Kuchak *et al.* (2020b)

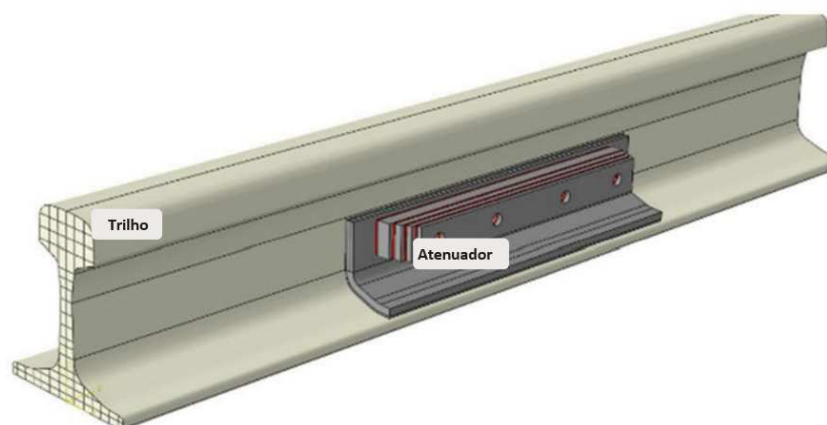
Figura 10 – Atenuador Passivo de Vibração



Fonte: Bankar (2016, p. 2188, tradução própria).

apresentam de maneira similar a mesma estrutura construtiva, representado por sistemas massa-mola ou massa-mola-amortecido, com diferentes graus de liberdade, classificados como atenuadores sintonizados ou de impacto (Bankar; Aradhya, 2016). Um exemplo pode ser visto na Figura 11.

Figura 11 – Modelo CAD de um metro de trilho com o atenuador



Fonte: Kuchak *et al.* (2020b, p. 53, tradução própria).

Sendo esses, sistemas robustos e de fácil aplicação, entretanto, tais sistemas não apresentam modelos analíticos de solução trivial, por isso, na maioria dos trabalhos, se faz o uso de testes experimentais para tal validação.

Outro tipo de atenuador comum na área de malhas ferroviárias, são os isolantes (Bankar; Aradhya, 2016). Liu (2009) aplicou esse conceito para criar um revestimento com elastômeros projetado para absorver a energia gerada pelas vibrações resultantes do contato entre a roda e o trilho. Como resultado, observou-se uma notável redução na taxa de vibração, correspondente ao impacto provocado por esse contato.

Em uma aversão aos atenuadores tradicionais, Aumjaud (2015) apresenta em

seu trabalho um atenuador passivo inspirada em estruturas de sanduíche com núcleo em favo de mel, que utiliza um polímero viscoelástico para dissipar a energia vibracional. Em uma comparação com tratamentos de amortecimento passivo convencionais, ele demonstra uma alta eficiência do quesito de peso/amortecimento.

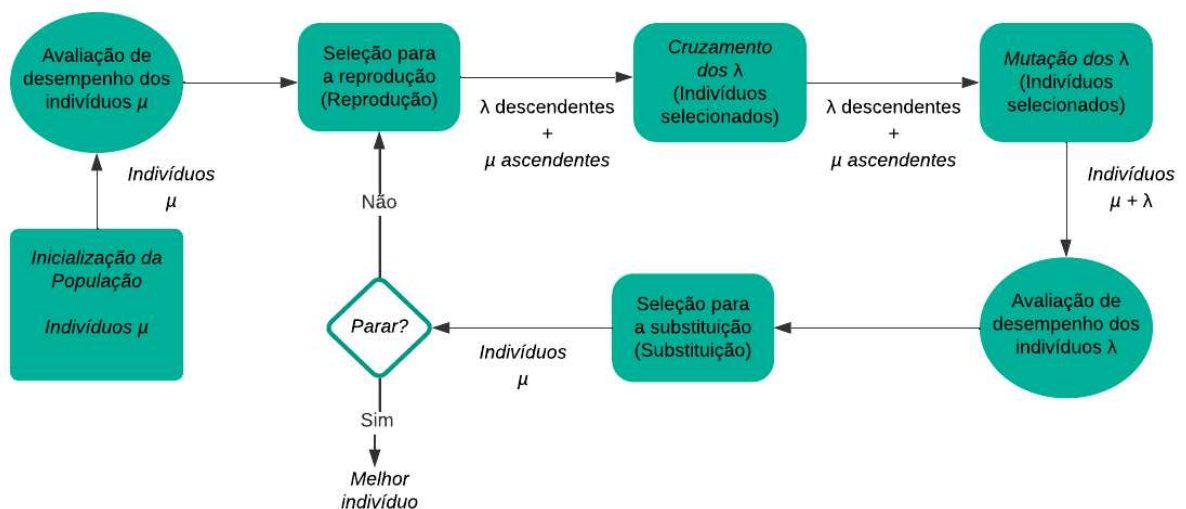
2.4 ALGORITMO GENÉTICO

O Algoritmo Genético (AG) é um método de busca e otimização desenvolvido com base na semelhança do mecanismo de evolução biológica da natureza, utilizando conceitos das teorias de evolução de Darwin e genética de Mendel (Whitley, 1994 *apud* He, 2022). Sua essência consiste em um método eficiente, paralelo e de busca, que é capaz de adquirir e acumular conhecimento sobre o espaço de busca durante o processo de busca, além de controlar adaptativamente esse processo de busca para encontrar a melhor solução (Whitley, 1994 *apud* He, 2022).

Em linhas gerais, no AG são realizadas iterações sucessivas visando gerar soluções inovadoras por meio da seleção natural. No entanto, é importante ressaltar que esse método não garante a solução global do problema, ou seja, nem sempre encontra a solução ótima.

Termos apresentados por He (2022), são fundamentais quando se trata na compreensão dos algoritmos genéticos, são eles que ajudam a entender o funcionamento do sistema como um todo, os separando em: gerações, convergência, *fitness function*, cruzamento e mutação, dessa maneira, a representação do AG pode ser apresentado na Figura 12 por meio de um fluxograma.

Figura 12 – Representação genérica do ciclo de iteração de um Algoritmo Genético



Fonte: Dréo *et al.* (2006, p.79, tradução própria).

Desse modo, neste capítulo são introduzidos os conceitos fundamentais para a compreensão do funcionamento de algoritmos genéticos.

2.4.1 Indivíduos e Populações

Os indivíduos representam soluções únicas para o problema em estudo, cada um caracterizado por atributos que se assemelham aos genes na natureza, embora sem a mesma conotação biológica. A junção desses atributos configuram uma possível solução para o problema em questão, normalmente chamado de cromossomo ou indivíduo. Em um Algoritmo Genético, grupos desses indivíduos são chamados de populações ou gerações (Melanie, 1996).

A população é composta por um conjunto de indivíduos e representa uma amostra do espaço de busca, permitindo o acompanhamento da evolução das soluções ao longo das iterações. Este mapeamento é essencial para compreender o comportamento coletivo da população e alcançar, de maneira eficaz, uma solução para o problema proposto (Dréo *et al.*, 2006).

2.4.2 Fitness Function

A *Fitness Function* é a função que avalia a proximidade de uma solução ideal, determinando seu nível de adequação aos requisitos de dominância dos elementos da solução em análise. Em outras palavras, a *fitness function* que determina quais são as características ou genes de indivíduo que devem ser seguidos até alcançar uma solução (Dréo *et al.*, 2006).

Em sistemas onde uma resposta se dá por um número c de variáveis, é comum a utilização de métricas como erro quadrático ou erro em média ponderada para classificar indivíduos com base na solução ideal. Para que assim seja possível selecionar a quantidade ideal de indivíduos que serão descartados e os que irão para o grupo de reprodução (Dréo *et al.*, 2006). Collette e Siarry (2004), em seu livro, dedicam um capítulo inteiro descrevendo técnicas para solucionar este problema de otimização multi-objetivo.

Assumindo $F(x)$ como um vetor associado ao erro a um número c de objetivos do sistema, a simples solução descrita pela equação 20 apresenta uma agregação destes tais valores em uma única solução.

$$G(x) = \sum_{i=1}^c w_i \cdot f_i(x) \quad (20)$$

Em geral, este método é uma extensão à *fitness function*, e também é popularmente conhecido como média ponderada, sendo uma maneira simples de qualificar uma solução multi-objetivo. Em contrapartida, a escolha entre os pesos

associados aos objetivos pode ser uma tarefa difícil se não há um conhecimento claro a respeito do sistema em questão.

2.4.3 Seleção dos indivíduos

O processo de transição de gerações é essencial no contexto dos algoritmos genéticos. Durante essa mudança, os indivíduos são reagrupados com base em suas características e desempenho, um passo crucial para a evolução das soluções. A divisão da população em grupos específicos é uma estratégia padrão: um conjunto é descartado para a próxima geração, conhecido como grupo de substituição, enquanto outro é mantido como base para futuras gerações, denominado grupo de reprodução (Avi, 2021). Esse processo de seleção e transição é fundamental para garantir a progressão e aprimoramento das soluções ao longo das iterações do algoritmo genético.

A seleção de indivíduos é importante ao realizar uma migração de uma geração para outra, no qual o grupo de reprodução deve coincidir com os indivíduos que mais se assemelham com a solução desejada do problema. Seleção essa que está diretamente ligada com a maneira que a *fitness function* organiza a população.

Em seu trabalho, Avi (2021) cita diferentes métodos de seleção de indivíduos, dentre eles se destacam a realocação de geração e a seleção em truncamento por serem métodos muito intuitivos e de simples implementação.

2.4.3.1 Realocamento de geração

O realocamento de geração possui a solução mais simples de todas em termos de implementação, porém, não necessariamente, a mais eficaz. O método, como seu nome indica, consiste em realocar toda a população, entre uma iteração e outra, não preservando nenhum indivíduo (Avi, 2021).

2.4.3.2 Seleção em truncamento

A seleção em truncamento é um método tradicional que consiste em dividir a população em dois grupos: o primeiro deles, os melhores n indivíduos qualificados pela *fitness function*, onde o valor n é fixo e definido previamente; e o segundo grupo, formado pelo restante da população. Assim, os n indivíduos do primeiro grupo são responsáveis pela parte reprodutiva da seguinte iteração e servem de base para que se possa formar novos indivíduos (Avi, 2021).

2.4.4 Cruzamento

O conceito de cruzamento, ou *crossover*, em algoritmos genéticos é um processo inspirado na reprodução sexual presente na genética populacional. Este

envolve a combinação de informações genéticas de dois indivíduos para gerar descendentes com características potencialmente melhores. Durante o *crossover*, partes dos cromossomos dos indivíduos pais são trocadas para criar novos cromossomos nos descendentes. Essa troca de informações genéticas ocorre em locais específicos chamados de pontos de *crossover* (Dréo *et al.*, 2006).

O *crossover* desempenha um papel importante na busca por soluções ótimas em algoritmos genéticos, permitindo a exploração do espaço de busca de forma mais ampla, combinando características favoráveis de diferentes indivíduos.

Em resumo, o *crossover* em algoritmos genéticos é um processo que combina informações genéticas de dois ou mais indivíduos para criar descendentes com características melhores. Esse operador desempenha um papel fundamental na exploração do espaço de busca e na busca por soluções ótimas.

2.4.5 Mutação

A mutação em algoritmos genéticos é um operador que introduz pequenas alterações aleatórias nos indivíduos da população. Essas alterações podem ocorrer adicionando um pequeno valor numérico a cada componente do indivíduo, seguindo uma distribuição com média zero e uma variância que pode aumentar com o tempo (Avi, 2021).

Ao adicionar essas pequenas alterações, a mutação introduz diversidade na população. Essa diversidade é fundamental para evitar a convergência prematura para soluções subótimas e manter a exploração do espaço de busca de forma abrangente (Dréo *et al.*, 2006).

Um ponto interessante é que, ao contrário do *crossover*, a mutação geralmente não mantém o centro da população inalterado. Pelo contrário, as alterações aleatórias introduzidas pela mutação podem afastar os indivíduos do centro da população, permitindo a exploração de regiões ainda não exploradas do espaço de busca (Dréo *et al.*, 2006 apud Avi, 2021).

Além disso, a mutação também pode ser usada para manter a diversidade da população em um determinado nível desejado. Por exemplo, é possível ajustar a taxa de mutação para controlar a taxa de introdução de novas informações genéticas na população.

2.4.6 Espaço de solução

Ao longo das iterações, é importante monitorar a evolução do algoritmo usando algumas ferramentas estatísticas como base (Avi, 2021). Com isso, pode-se utilizar informações para controlar ou ajustar os parâmetros da solução a fim de encontrar um indivíduo ótimo. Dentre tais medidas, Dréo *et al.*, (2006) apresenta a *select pressure*

(SP).

2.4.6.1 Select Pressure

A *select pressure*, é uma medida que representa a diversidade da população, em outras palavras, ela indica o quão flexível ou conservador está o AG. Avi (2021) através da Equação 21, traz a expressão que define a SP.

$$p_s = \frac{g_0}{\bar{g}} \quad (21)$$

Cujo p_s é o valor da SP, g_0 é o valor baseado na *fitness function*. Ele qualifica o melhor indivíduo (quanto menor, melhor é o indivíduo), e \bar{g} é o valor médio da população, também baseado na função *fitness function* (quanto menor, melhor).

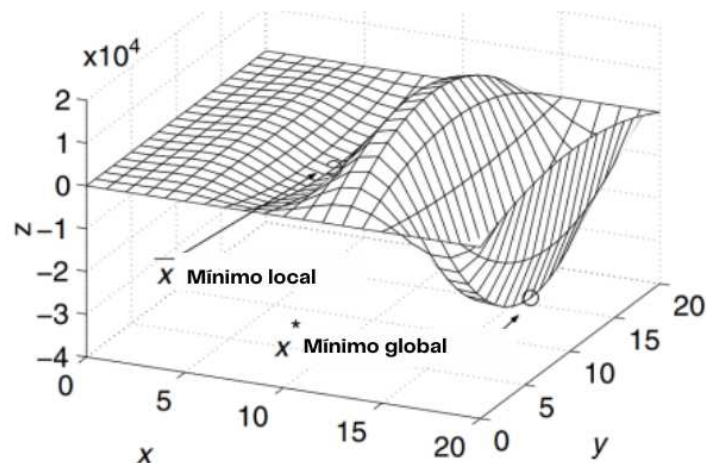
Quando a SP se aproxima de 1, indica que a maioria dos indivíduos na população é muito semelhante, possivelmente compartilhando a mesma configuração genética. Isso ocorre porque os indivíduos com as melhores aptidões são selecionados para reprodução com muito mais frequência do que os outros (Avi, 2021).

Esses altos valores de SP podem levar à convergência prematura, onde o algoritmo se concentra em encontrar soluções locais ideais, em vez de explorar o espaço de busca em busca de soluções globais (Dréo et al., 2006 apud Avi, 2021).

2.4.6.2 Mínimos locais

Um mínimo local se refere a um espaço de solução cujo algoritmo não consegue progredir, nele, conforme dito na Seção 2.4.6.1, ocorre quando há uma busca local, caracterizado por altos valores de SP. A Figura 13 representa o espaço de solução de um problema de otimização (Dréo *et al.*, 2006).

Figura 13 – Representação de mínimos locais e globais



Fonte: Mastinu; Gobbi; Miano (2007, p. 35, tradução própria).

Um problema clássico ao se trabalhar com algoritmos iterativos, como o AG, é cair em um desses mínimos locais, pois o algoritmo não consegue progredir (Dréo *et al.*, 2006). Portanto, ao ajustar a SP, é importante encontrar um equilíbrio entre a intensidade da seleção e a manutenção da diversidade na população, a fim de permitir que o AG explore efetivamente o espaço de solução em busca de soluções mais abrangentes e eficazes.

2.5 ESTADO DA ARTE

A problemática do ruído de vibrações em malhas ferroviárias tem sido extensivamente abordada na literatura, predominantemente através de estudos experimentais. Kushak *et al.* (2020b) explorou experimentalmente o problema utilizando atenuadores de massa sintonizada do tipo massa-mola, realizando modelagem dos atenuadores via elementos finitos. Esse estudo permitiu analisar a influência dos parâmetros da modelagem no amortecimento dos ruídos.

Para essa problemática, Li *et al.* (2021) propõe um amortecedor ferroviário sintonizado de múltiplas faixas (AFSMF) do tipo cisalhamento para reduzir a vibração dos trilhos, que consiste em barras de massa envoltas por uma camada resiliente e ajustáveis para diferentes frequências de oscilação. Em testes laboratoriais e medições em campo, Li *et al.* (2021) comprovaram que a vibração dos trilhos na faixa de 100 Hz a 2000 Hz, demonstrando que o AFSMF reduz efetivamente o ruído de rolamento dos trens, e proporcionando uma redução máxima de 10,9 dB na vibração do trilho e de 5,9 dB no nível de pressão sonora, a uma velocidade de 60 km/h.

De maneira semelhante, Yoon *et al.* (2021) projetaram um atenuador dinâmico que pode suprimir vibrações em três frequências de ressonância simultaneamente. Diferentemente dos atenuadores convencionais, esse não possui um amortecedor, o que permite uma redução eficaz em uma ampla faixa de frequências. O atenuador projetado por Yoon *et al.* (2021) consiste em uma massa e dois braços conectados à estrutura hospedeira, cujas frequências podem ser ajustadas por meio de mudanças nas dimensões geométricas, além disso, é empregado um processo de otimização para ajustar os parâmetros geométricos.

Entretanto, o que pode-se notar que as pesquisas relacionadas na área tendem a oferecer soluções pouco práticas quando se trata de soluções implementadas em larga escala de produção, visto que o desenvolvimento de uma aplicação para essa problema, proporciona maior praticidade e maleabilidade nos projetos destes atenuadores.

3 METODOLOGIA

Apresenta-se neste trabalho uma pesquisa aplicada para otimizar o projeto dos atenuadores de ruído em malhas ferroviárias por meio de algoritmos genéticos. Oliveira (2011) define que as pesquisas aplicadas, desenvolvem soluções práticas para um problema específico. Além disso, a pesquisa busca a compreensão dos elementos envolvidos no projeto de atenuadores de vibrações e soluções inovadoras.

A natureza da pesquisa é predominantemente experimental, envolvendo a realização de testes e experimentos para obter dados e informações relevantes para o desenvolvimento do otimizador para projeto de atuadores de vibrações (Oliveira, 2011), permitindo a análise de vários aspectos relacionados ao fenômeno em estudo.

A Figura 14 apresenta o fluxograma sequencial das atividades realizadas durante a execução do projeto, delineando a ordem cronológica das etapas.

Figura 14 – Fluxograma do projeto



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Sendo assim, este capítulo visa aprofundar os processos e procedimentos da metodologia adotada para o desenvolvimento do presente trabalho.

3.1 REQUISITOS DE PROJETO

A definição dos requisitos no contexto de desenvolvimento de software são ferramentas que devem ser executadas, capazes de resolver um problema ou atingir um objetivo. Assim, auxiliam no desenvolvimento da aplicação para que esteja de acordo com as expectativas do trabalho, como os requisitos funcionais e não funcionais (Rios;

Muniz, 2014).

3.1.1 Requisitos funcionais

Atribui-se a requisitos funcionais a definição de fenômenos referentes à atividade e/ou domínio da aplicação a ser estudada, ou seja, o que fazer. São escritos do ponto de vista do cliente (Zanlorenzi; Burnett, 1998 *apud* Rios; Muniz, 2014). São requisitos funcionais do projeto:

- **RF1:** O sistema deve ser capaz de criar projetos de atenuadores de vibrações;
- **RF2:** O sistema deve possuir uma interface;
- **RF3:** O sistema deve conter um formulário para auxiliar na construção do atenuador;
- **RF4:** O sistema deve conter limites de massa para o atenuador;
- **RF5:** O sistema deve fornecer entradas de espessuras (chapas) por meio do formulário;
- **RF4:** O sistema deve ser validado com técnicas adequadas;
- **RF5:** No processo de desenvolvimento do atenuador, o sistema deve fornecer ferramentas para análise.

3.1.2 Requisitos não funcionais

Atribui-se a requisitos não funcionais ou especificações a definição de especificações técnicas sobre como melhor adequar a solução do problema. São especificações que podem ser expressas como um modelo abstrato do sistema (Zanlorenzi; Burnett, 1998 *apud* Rios; Muniz, 2014). São requisitos não funcionais do projeto:

- **RNF1:** O sistema deve criar novas espessuras a partir de combinações de até três espessuras provenientes do formulário;
- **RNF3:** O sistema deve ser bem otimizado para poder executar uma geração em até 100ms;
- **RNF4:** O resultado obtido deve conter informações como aspectos geométricos, erros e massa de atenuador;
- **RNF5:** A interface do sistema deve ser responsiva, se adaptando a telas maiores que 700x650 pixels;
- **RNF6:** Deve ser possível preencher o formulário em até 2 minutos de maneira intuitiva;
- **RNF6:** O software deve ser compatível com Windows;
- **RNF7:** O sistema deve apresentar ferramentas de análise em formato de gráficos;
- **RNF8:** Deve ser possível pausar o desenvolvimento a qualquer momento;

- **RNF9:** No formulário de entrada, deve ser possível alterar configurações referêntes ao algoritmo genético.

3.2 METODOLOGIA ÁGIL

A metodologia ágil foi aplicada no desenvolvimento do otimizador para projeto de atuadores de vibrações. A abordagem ágil permite maior flexibilidade e rapidez no desenvolvimento do software, considerando as particularidades do problema em questão, a fim de responder de forma efetiva às mudanças nos requisitos e realizar ajustes contínuos com base em testes e validações.

Para que os quatro valores da metodologia ágil fossem atendidos, conforme descrito por Layton (2020), realizou-se a implementação conforme descrito no Quadro 1.

Quadro 1 – Implementação dos valores da metodologia ágil

Valores da metodologia	Solução
Iterações dos processos	Constante validação do software em testes, tais como análise prática, teste de influência, performance, e outros
Software com documentação abrangente	Foi adotada uma abordagem de documentação concisa e essencial, complementada pelo uso do GitHub para o versionamento dos códigos
Colaboração com o cliente	Colaboração próxima com o cliente na definição dos modelos de chapas e espessuras viáveis para a construção
Responder a mudanças	Trabalho constante por meio de <i>sprints</i> , caracterizado por pequenas etapas

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Dessa forma, garantiu-se o uso da metodologia de maneira adequada à atender os quatro principais valores da metodologia ágil.

3.2.1 *Sprints*

No desenvolvimento de projetos deste porte, a metodologia ágil prevê o uso de *sprints*. Cujas definições são dividir tarefas grandes em pequenas tarefas, trazendo inúmeros benefícios, conforme demonstrado no capítulo anterior (Layton; Ostermiller; Kynaston, 2020). Portanto, o trabalho foi dividido em 11 *sprints*, definidos conforme apresentado no Quadro 2. Vale ressaltar que as *sprints* não foram previamente definidas no início do trabalho, foram criadas baseadas nas necessidades das alterações dos requisitos de projeto ao longo do desenvolvimento.

Isso fragmentou a execução do trabalho de maneira linear, conforme previsto pela metodologia ágil, possibilitando flexibilidade e mudanças ao longo do projeto.

Quadro 2 – Definição das Sprints

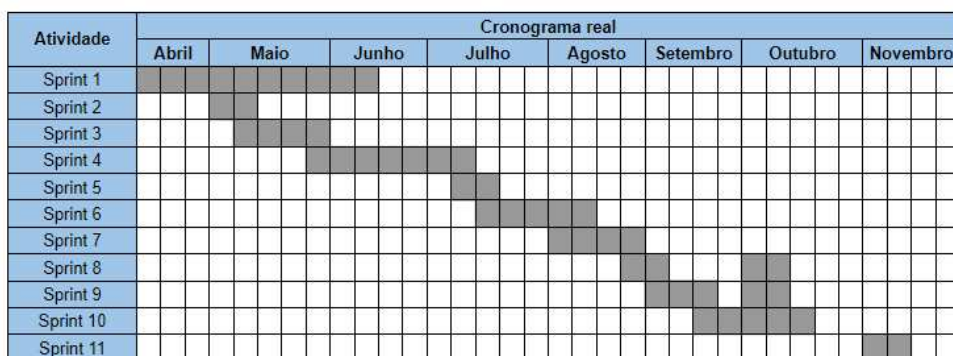
Nome	Definição
<i>Sprints 1</i>	Estudo sobre modelagem matemática e seu código
<i>Sprints 2</i>	Estudo bibliográfico referente a algoritmos genéticos e desenvolvimento de códigos genéricos para teste
<i>Sprints 3</i>	Desenvolvimento do algoritmo genético - Simplificado, usando realocamento de geração, espessura aleatória e contínua, além de erro médio quadrático para avaliação
<i>Sprints 4</i>	Desenvolvimento do algoritmo genético - Implementação de cruzamento, mutação, erro ponderado e discretização das espessuras
<i>Sprints 5</i>	Desenvolvimento do algoritmo genético - Implementação de <i>select pressure</i> , <i>auto run</i> , além de melhorias na visualização dos dados de análise, como uso de matplotlib
<i>Sprints 6</i>	Teste preliminar do algoritmo genético - Testes de influência, módulo de elasticidade, performance, variação de largura e comprimento. Testes de validação
<i>Sprints 7</i>	Desenvolvimento da interface - Pesquisa bibliográfica, modelagem das telas
<i>Sprints 8</i>	Desenvolvimento da interface - <i>Front-end</i> da tela do formulário
<i>Sprints 9</i>	Desenvolvimento da interface - Conversão do código back-end em Python para Dart
<i>Sprints 10</i>	Desenvolvimento da interface - <i>Front-end</i> das ferramentas de análise e resultados
<i>Sprints 11</i>	Teste do algoritmo genético - Testes de influência, módulo de elasticidade, performance, variação de largura e comprimento. Testes de validação

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

3.2.2 Cronograma

Com as *sprints* bem definidas, foi possível visualizar o desenvolvimento em ordem cronológica, onde, as *sprints* ao longo do desenvolvimento do trabalho não possuíam datas de entregas, logo, a Figura 15 representa o panorama final do projeto.

Figura 15 – Cronograma do projeto



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Logo, é possível notar que o desenvolvimento seguiu de forma contínua e fragmentada, conforme previsto pela metodologia.

3.3 EMBASAMENTO TEÓRICO

Realizou-se uma ampla revisão da literatura científica sobre atenuadores de vibrações, modelagem matemática de sistemas massa-mola e algoritmos genéticos. O objetivo é embasar teoricamente o desenvolvimento do otimizador e fornecer subsídios para a definição dos parâmetros e métodos a serem utilizados, como obtenção das frequências naturais, modelagem do atuador, desenvolvimento do algoritmo, interface e validação dos resultados.

3.4 OBTENÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS

Para o projeto do atenuador de vibrações, é necessário possuir conhecimento sobre as frequências a serem mitigadas, pois são essas frequências que moldam a estrutura do projeto. A definição do propósito do projeto é realizada a partir do levantamento dessas frequências, proporcionando assim uma base para a avaliação.

Entretanto, o levantamento destas frequências de maneira matemática, pode ser um caminho não muito viável por demandar um tratamento matemático acentuado (Avitabile, 2001). Assim se propõe realizar testes experimentais com base na análise modal para obter tais frequências.

O objeto de base para o estudo é apresentado na Figura 16. Caracterizado por a representação de uma parte dos trilhos de um modal ferroviário, tem-se como objetivo amenizar suas vibrações, e conseqüentemente o ruído audível, provindas de uma impactação metal com metal, simbolizando assim a roda em contato com o trilho.

A impactação é feita com uma martelo de ponteira metálica, exibido na Figura 17 e a leitura da excitação pelo acelerômetro Type 4508-B-003. Ambos conectados ao analisador de sinais Bruel & Kjaer, modelo Type 3660-C-100, responsável por converter os dados físicos em digitais.

Desse modo, utilizou-se o software BK Connect (2022), conforme representado na Figura 18, para analisar os dados gerados pelos equipamentos, foi utilizado a função de análise modal já existentes no software.

Sendo as frequências naturais do trilho um requisito fundamental para o projeto do atenuador de massa sintonizada, esses parâmetros são determinantes na identificação das frequências a serem mitigadas pelo dispositivo. Essas frequências servem como referência primordial para a configuração do atenuador, pois representam os pontos críticos de ressonância, vibração e ruído do sistema ferroviário.

Figura 16 – Trilho para impactação



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Figura 17 – Martelo com ponteira metálica



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

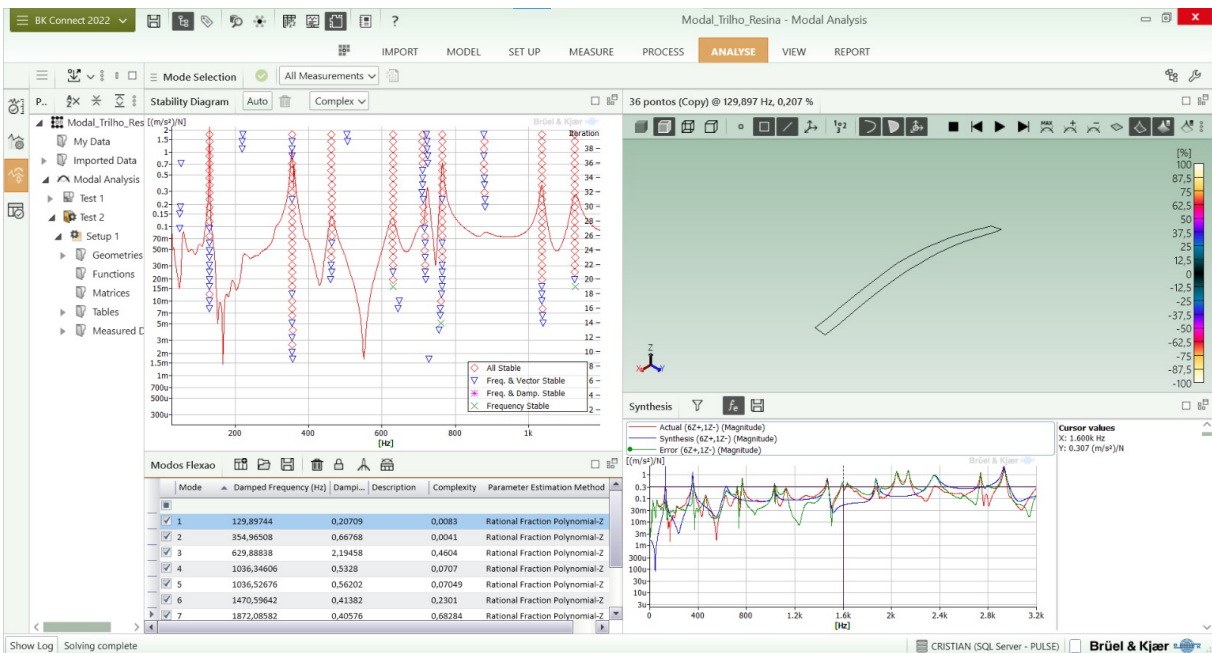
3.5 MODELAGEM MATEMÁTICA DOS ATENUADORES

O presente trabalho utiliza do código na linguagem Python, desenvolvido por Chiara (2023) no Laboratório de Acústica e Vibrações (LAV), com o intuito de auxiliar o desenvolvimento deste trabalho. O código emprega conceitos de vibrações para modelar o atenuador de vibrações com base em sua geometria e dimensões. A representação da lógica desenvolvida pode ser vista em formato de fluxograma das informações das funções criadas na Figura 19.

Nesse diagrama, cada bloco corresponde a uma função específica. Abaixo, é fornecida uma breve descrição delas:

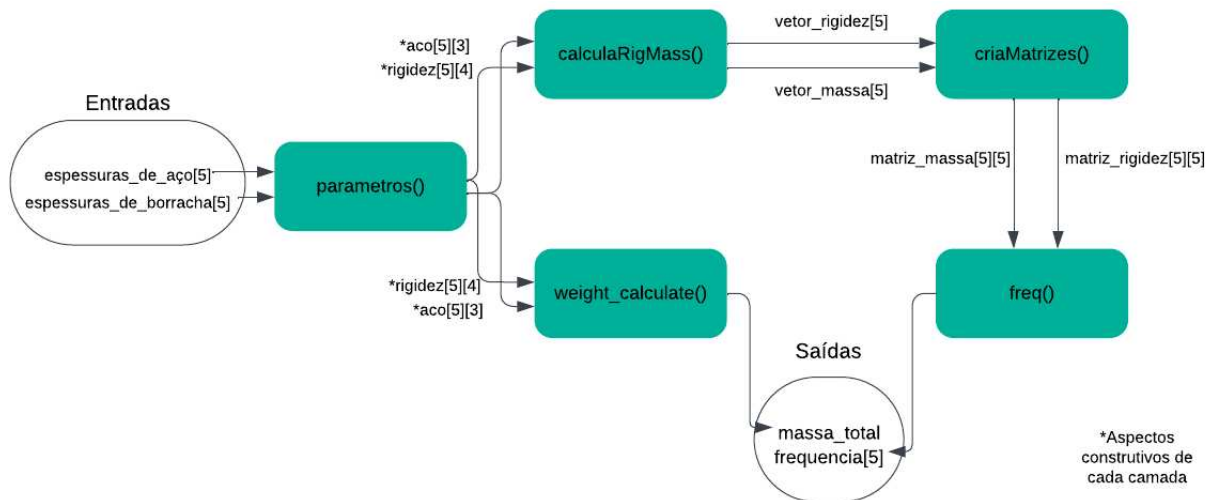
- **Parametros:** A partir de um vetor de espessuras (em metros) das chapas que compõem o sistema massa-mola, a função gera uma matriz que contém os parâmetros físicos de cada camada, como largura, comprimento, densidade e módulo de elasticidade;
- **CalculaRigMass:** Com as camadas formatadas corretamente, a função gera

Figura 18 – Representação da análise modal no software BK Connect



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Figura 19 – Modelagem do atenuador de vibrações



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

vetores de rigidez e massa correspondentes a cada camada;

- CriarMatrizes: Com base nesses vetores, a função cria duas matrizes que representam a modelagem do atenuador, conforme descrito pelas Equações 6 e 7;
- Freq: Utilizando o método desenvolvido por Barbosa (2008) na Equação 14, é possível calcular as frequências (Hz) de atenuação associadas ao atenuador;
- Weight_calculate: Com base nas informações geométricas e densidade do atenuador, é possível calcular sua massa total.

Assim, tendo como base a análise experimental prévia, a modelagem foi

realizada em um sistema massa-mola de cinco graus de liberdade, permitindo a obtenção das frequências de atenuação a partir dos parâmetros geométricos do atenuador. Esse processo é essencial para compreender como o atenuador reage às vibrações e como ele influencia as frequências associadas.

4 DESENVOLVIMENTO

Neste capítulo, será apresentado o desenvolvimento do software proposto. Inicialmente, é introduzida a criação do algoritmo otimizador, responsável pela lógica do projeto do atenuador. Em seguida, será detalhada a implementação da interface destinada à interação entre o algoritmo e o usuário final. Por fim, serão discutidos os testes realizados para validar e verificar a eficácia do software.

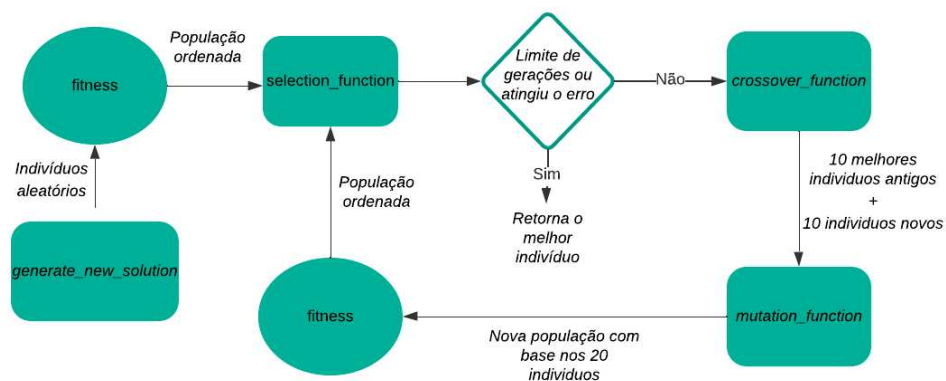
4.1 DESENVOLVIMENTO DO OTIMIZADOR

Nessa etapa, é desenvolvido o otimizador para projeto de atuadores de vibrações. Será utilizado um algoritmo genético como base para a otimização das dimensões geométricas dos atenuadores, de forma a atenuar as frequências desejadas. O otimizador será implementado por meio de programação, utilizando uma abordagem ágil para garantir a flexibilidade e rapidez no desenvolvimento do software, incluindo a criação de uma interface intuitiva para interação com o usuário.

A linguagem escolhida para o desenvolvimento da lógica do código foi Python, sendo essa, uma linguagem de fácil acesso, baixa curva de aprendizagem e intuitiva de utilizar, já que se trata de um código menos enxuto e verboso (Paiva *et al.*, 2020). O código base, desenvolvido por Chiara (2023) para o cálculo das frequências naturais do atenuador também foi desenvolvido em Python.

Assim, o AG foi desenvolvido utilizando a seleção em truncamento, onde a partir dos 10 melhores indivíduos da população, avaliados pela *fitness function*, conforme a Equação 20, 10 outros novos são criados a partir de cruzamentos, e o resto da população da nova geração, por mutações desses então 20 indivíduos. Assim, a Figura 20 simula um diagrama de blocos desse comportamento.

Figura 20 – Diagrama de blocos do otimizador



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Com isso, é possível compreender a sequência com que o código executa suas ações com base nos principais conceitos, facilitando a identificação de erros por se caracterizar na fragmentação do AG.

4.2 DESENVOLVIMENTO DA INTERFACE

Uma vez a lógica ou *back-end* bem estruturado e funcional, foi necessário definir uma plataforma ou linguagem para o desenvolvimento da interface, sendo fundamental para um progresso simples e ágil do projeto. A plataforma escolhida foi o *framework* Flutter, caracterizado por ser relativamente novo, visto que foi lançado em 2013, porém moderna, flexível e promissora (Napoli, 2019), onde, além de atender ao requisito do desenvolvimento da aplicação na plataforma *Windows*, ainda possui código adaptável a plataformas *Mobile*, o que pode ser visto como expansão futura.

O Flutter é um *framework* desenvolvido pela Google e tem como base a linguagem Dart para o desenvolvimento da lógica de programação, assim, o Flutter pode ser definido como uma grande biblioteca que se caracteriza por utilizar classes para a construção de interfaces (Biessek, 2019). Entretanto, com a diferença entre as linguagens e a não compatibilidade entre o Flutter e o Python, foi necessário achar uma solução para que fosse possível tal união. Inicialmente foi cogitado desenvolvimento de uma Application Programming Interface (API) para o processamento do *back-end* em Python, porém, tal solução demandaria utilização de serviços online, o que poderia afetar o desempenho e praticidade no uso do software, por requerer acesso a internet.

Desse modo, a solução encontrada foi reescrever o código em Python para a linguagem Dart, uma vez que as bibliotecas utilizadas em Python possuíam implementação semelhante às implementadas em Dart, como a biblioteca responsável por manipulações algébricas. A Figura 21 mostra parte do formulário feito para que seja possível projetar o atenuador, informações essas que terão influência direta com a convergência do algoritmo.

Figura 21 – Tela do formulário

VIBRATIONS
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Frequências a serem atenuadas:

Freq. 1 (Hz): 1863.0 Freq. 2 (Hz): 1470.0 Freq. 3 (Hz): 1034.0 Freq. 4 (Hz): 603.0 Freq. 5 (Hz): 360.0

Importância de cada frequência:

Peso 1: 1.0 Peso 2: 1.0 Peso 3: 1.0 Peso 4: 1.0 Peso 5: 6.0

Informação gerais do atenuador:

Largura (mm): 50.0 Comprimento (mm): 490.0

Peso (Kg): [4.0, 11.0]

Borracha/Mola: Aço/Massa:

Espessura da borracha acaita (mm): [2.0, 15.0] Espessura do aço acaita (mm): [3.0, 15.0]

Iniciar

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Ao longo das iterações do algoritmo, bem como depois da conclusão do algoritmo, é possível analisar graficamente parâmetros como erro do melhor indivíduo e convergência do algoritmo por meio das telas exibidas nas Figura 22 e 23.

Figura 22 – Tela de análise



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Com isso, após a convergência do erro requerido pelo formulário ou o limite de gerações ser atingido, a Figura 24 exibe a tela dos resultados finais dos possíveis atenuadores projetados.

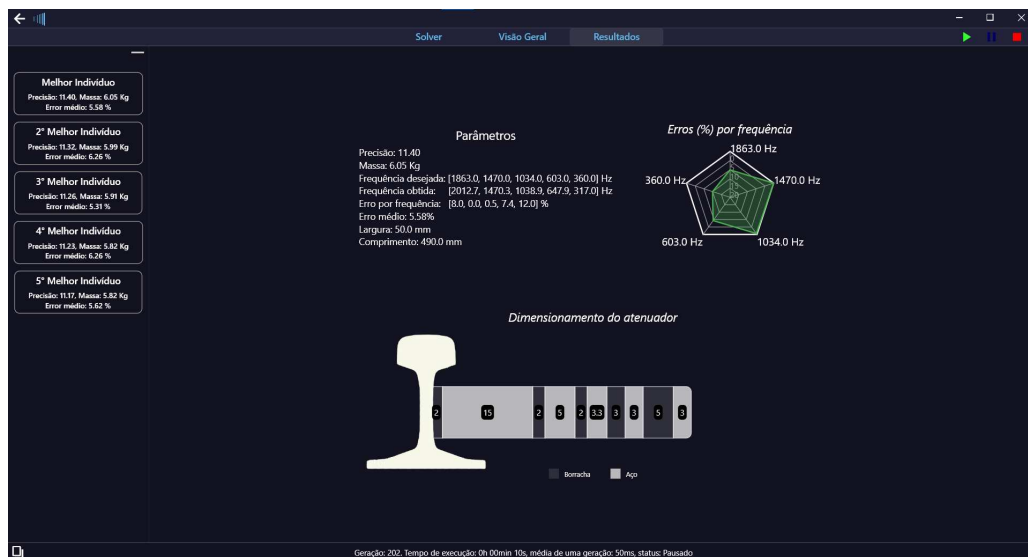
Dessa forma, foram atendidos todos os requisitos referentes a interface

Figura 23 – Segunda tela de análise



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Figura 24 – Tela de resultados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

inicialmente projetados.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo apresenta-se os resultados obtidos para a construção do otimizador de projeto de vibrações, bem como as discussões referentes à eficiência e influência dos parâmetros de construção. Porém, é necessário validar as soluções do software para que tal análise esteja coerente com a dinâmica real do atenuador.

5.1 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Inicialmente foi feita a análise modal no trilho sem atenuador para obter as frequências naturais com a impactação no ponto central, Os valores de frequência natural são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Frequências naturais do trilho

Nome	Valor (Hz)
Frequência 1	1872.1
Frequência 2	1470.6
Frequência 3	1036.3
Frequência 4	629.9
Frequência 5	129.9

Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir desses valores foram projetados atenuadores por meio do software otimizador, utilizando os parâmetros da Tabela 2.

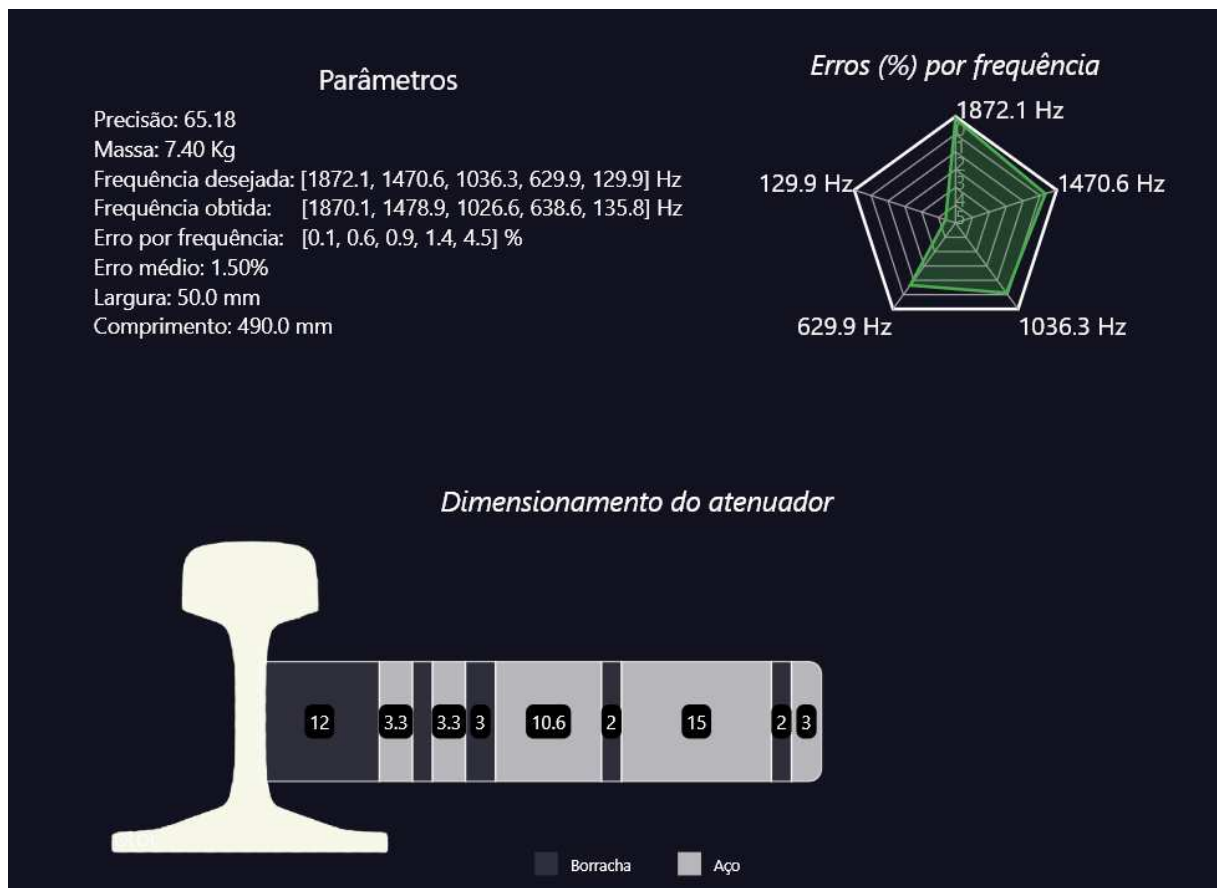
Tabela 2 – Parâmetros de construção dos atenuadores

Parâmetro	Valor
Frequências (Hz)	[1872.1, 1470.6, 1036.3, 629.9, 129.9]
Importância das freq.	[2,3,4,5,1]
Largura (mm)	50
Comprimento (mm)	490
Intervalo de massa por camada (Kg)	[4, 11]
Intervalo da borracha por camada (mm)	[2, 15]
Intervalo do aço (mm)	[3, 15]
Opções de espessura de borracha (mm)	[2.0, 3.0, 4.0]
Opções de espessura de aço (mm)	[3.0, 3.3, 3.8, 5.0]
Densidade da borracha (Kg/m^2)	1300
Densidade do aço (Kg/m^2)	7800
Elasticidade da borracha (MPa)	3.5
Limite de gerações	500
Tamanho da população	200

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com os parâmetros bem definidos, foram projetados dois atenuadores com o intuito de realizar uma comparação de eficácia na redução de ruído, não apenas em relação ao trilho sem atenuador, mas também em relações a atenuadores projetados de maneira distintas. Assim a Figura 25 apresenta um indivíduo no qual o erro médio sobre as frequências naturais é de 1.5%.

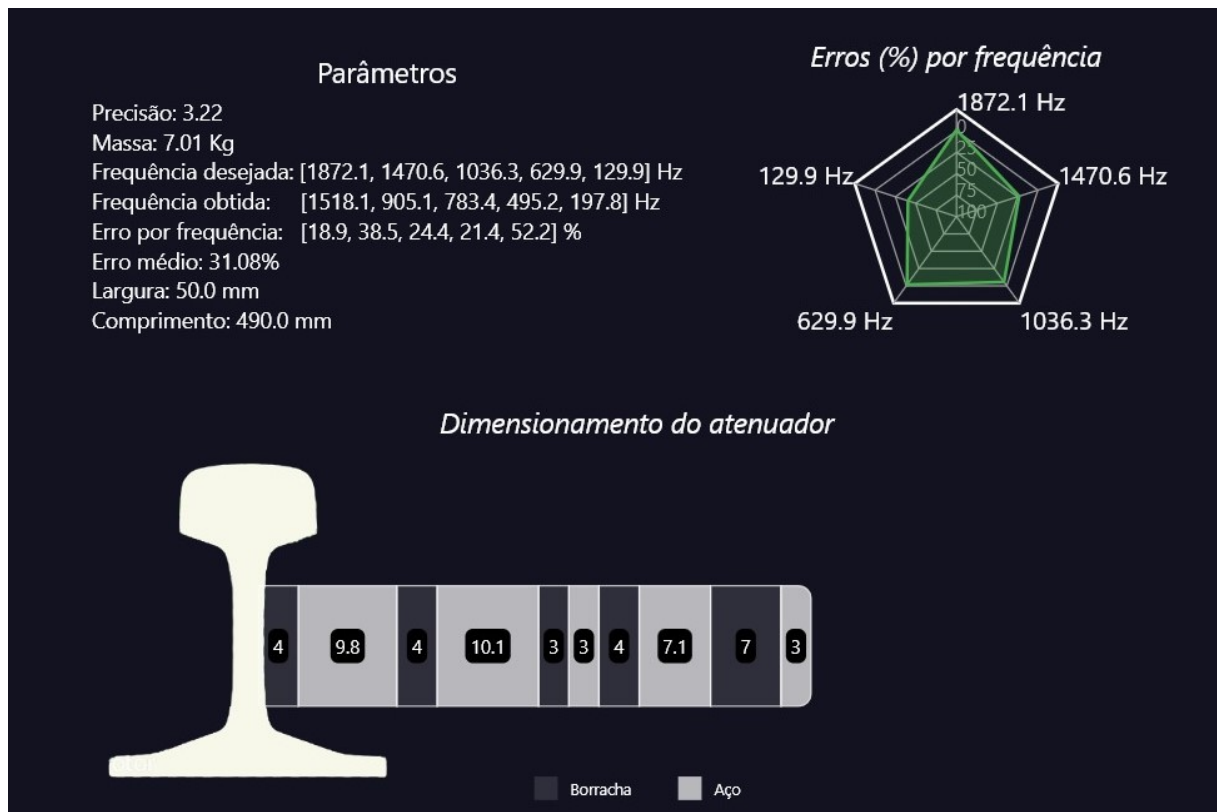
Figura 25 – Projeto do Atenuador 1 (Erro médio de 1.5%)



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

O segundo atenuador, exposto pela Figura 26, serviu como base de comparação direta com o primeiro atenuador e foi construído de maneira a se obter o erro médio consideravelmente maior (31.08%). O seu projeto consistiu em limitar a quantidade de gerações a apenas uma, visto que a primeira geração é feita de maneira aleatória, também foi limitado o tamanho da população em apenas 15 indivíduos, para que assim dentre os cinco melhores, no qual são exibidos pelo software, fosse possível obter um erro médio de 31.08% de convergência das frequências naturais.

Figura 26 – Projeto do Atenuador 2 (Erro médio de 31.08%)



Com base nos projetos criados pelo software, bem como na escolha dos materiais utilizados, foi possível construir o atenuador no trilho em ambiente laboratorial, utilizando Aço 1020 e borracha Etileno Propileno Dieno Metileno (EPDM), conforme apresentado na Figura 27. Assim, foi possível realizar a comparação por meio da validação experimental da análise modal, sendo o torque aplicado um torque de $15N/m$ nas porcas que sustentam o atenuador.

Na sequência, foi utilizado novamente o software BK Connect (2022) sob as mesmas condições de trabalho para obtenção das frequências naturais do trilho. Para obter a FRF dos sinais foram criados três cenários: trilho sem atenuador, com atenuador de 1.5% e 30.08% de erro médio, apresentados de maneira gráfica pela Figura 28.

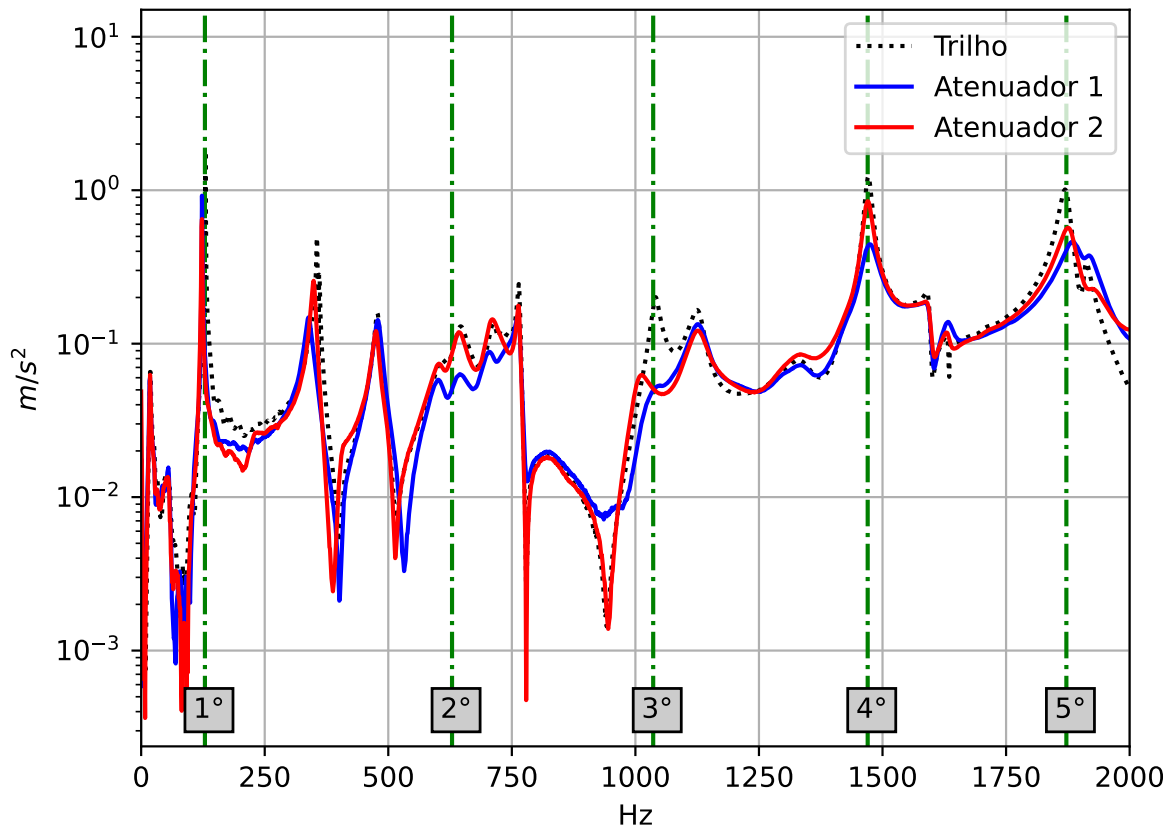
O trilho sem atenuador é representado pela curva em preto (Trilho), o atenuador de 1.5% de erro médio pela curva em azul (Atenuador 1) e o atenuador de 30.08% pela curva em vermelho (Atenuador 2). As frequências naturais são destacadas pelas retas em verde no intuito de quantificar as vibrações geradas pela FRF, a Tabela 3 apresenta os valores de vibrações obtidos nas frequências naturais nos quais os atenuadores foram projetados para trabalhar, bem como os valores de atenuação se comparada ao trilho sem atenuador.

Figura 27 – Construção de um atenuador genérico no trilho



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Figura 28 – FRF dos três cenários de estudo



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 3 – Amplitude de vibrações obtidas nas frequências naturais

Frequência (Hz)	Trilho (m/s^2)	Atenuador 1 (m/s^2)	Atenuador 2 (m/s^2)
129.9	0.9513	0.4148 (56.45%)	0.5645 (40.66%)
629.9	1.2294	0.4355 (64.57%)	0.8461 (31.18%)
1036.3	0.1858	0.0501 (73.02%)	0.0504 (72.87%)
1470.6	0.0897	0.0515 (42.55%)	0.0899 (0%)
1872.1	1.8060	0.0748 (95.85%)	0.0562 (96.89%)

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE PARÂMETROS

A fim de compreender o funcionamento do algoritmo genético e do modelo matemático de atenuadores de vibrações, foram realizadas análises de influência de parâmetros tendo como base os valores da Tabela 2. Por meio da variação do tamanho da população, área da seção transversal e módulo de elasticidade da borracha buscou-se identificar como a mudança desses parâmetros afetam a performance do código, convergência ou espaço de solução do algoritmo.

5.2.1 Tamanho da população

O tamanho da população para um algoritmo genético, é um dos principais parâmetros para seu funcionamento, idealmente, quanto maior o número de indivíduos de uma população, mais chances o algoritmo têm de encontrar o indivíduo ideal. No entanto, na prática estamos limitados ao poder computacional onde se encontra a unidade de processamento.

A fim de identificar o tamanho da população para que seja viável utilizar o software com fluidez, foram realizados testes de influência do tamanho da população no tempo de execução do código. Foi avaliado o tempo médio de iteração completa do algoritmo genético, iteração essa demonstrada pela Figura 20, onde os resultados obtidos são apresentados por meio do gráfico na Figura 29.

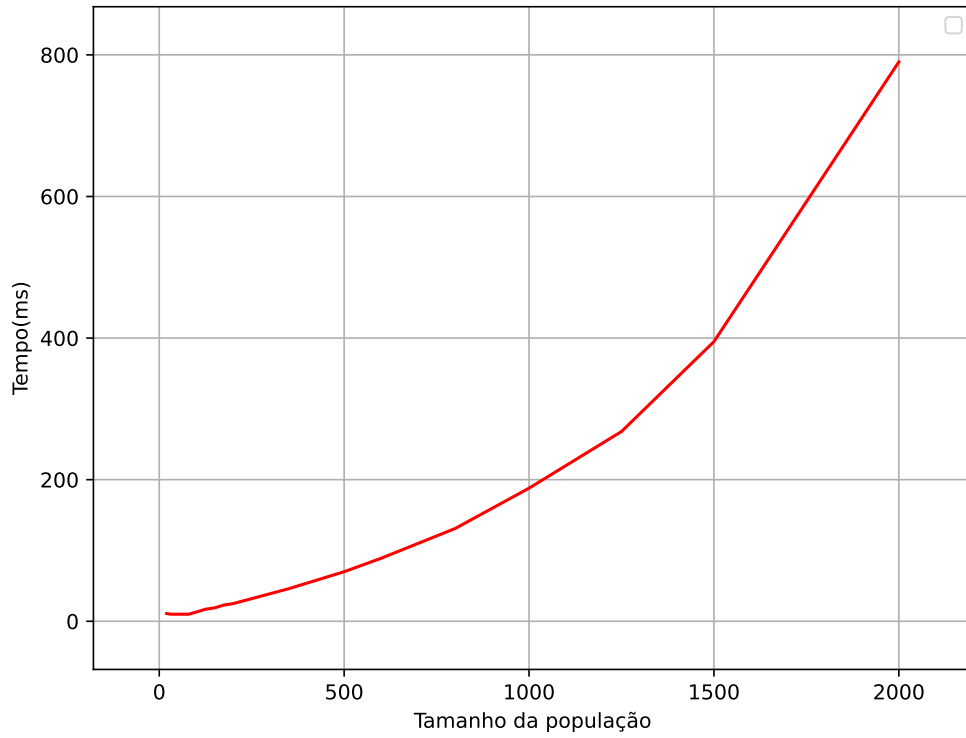
Entretanto, conforme visto por meio da Figura 30, populações menores estão sujeitas a menores variabilidade de indivíduos e afetam diretamente o espaço de busca do mesmo. Com isso, foi analisada a influência do tamanho da população no espaço de solução do algoritmo, medida essa que foi feita analisando a *select pressure*.

A observação dos resultados indica que há um intervalo que define o tamanho ideal da população. Em um contexto de interface gráfica com atualizações em tempo real, torna-se imperceptível ao olho humano taxas de atualização superiores a 24 Hz, equivalente a 41 ms (Virmond *et al.*, 2021). Esse contexto estabelece um limite de aproximadamente 300 indivíduos por iteração, visto que para valores maiores, a taxa de atualização passa a ser menor que 24 Hz, o que torna o monitoramento impraticável. Por outro lado, à medida que o tamanho da população diminui, a abrangência do algoritmo também diminui, o que o torna mais suscetível à ocorrência de mínimos locais.

5.2.2 Área da seção transversal

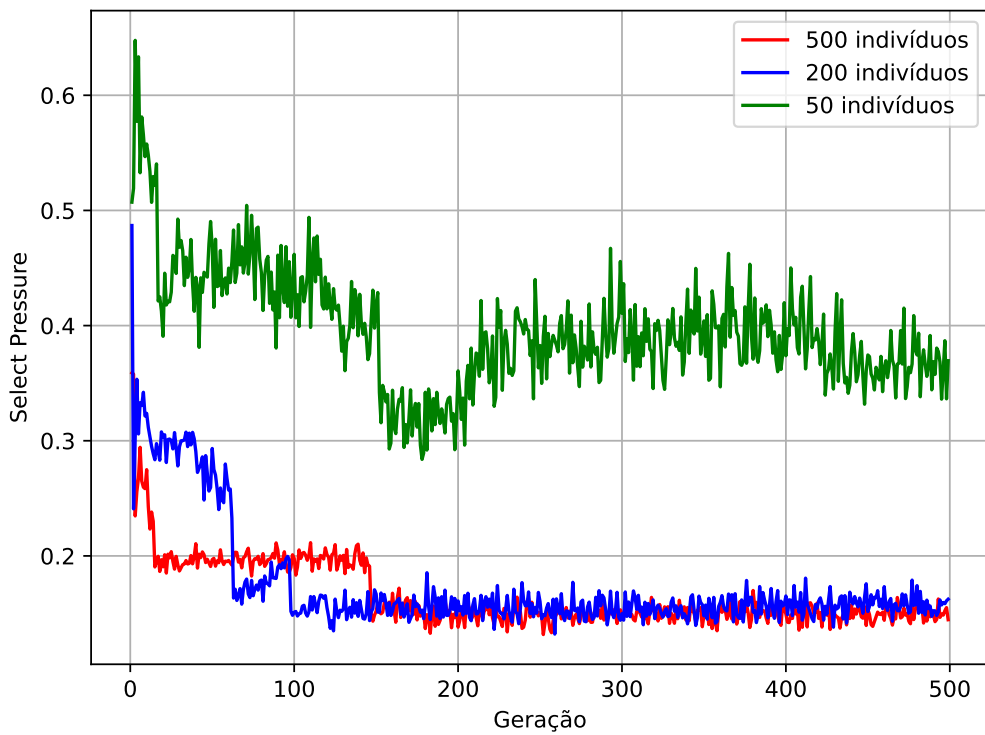
Ao longo do desenvolvimento do algoritmo genético, no qual é baseado na variação geométrica dos atenuadores massa-mola, foi cogitado a utilização não apenas da variação de espessura das camadas, bem como a variação de sua área de seção transversal. Com isso, foram aplicadas modificações ao algoritmo genético

Figura 29 – Influência do tamanho da população no tempo de execução



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Figura 30 – Influência do tamanho da população no espaço de busca do algoritmo

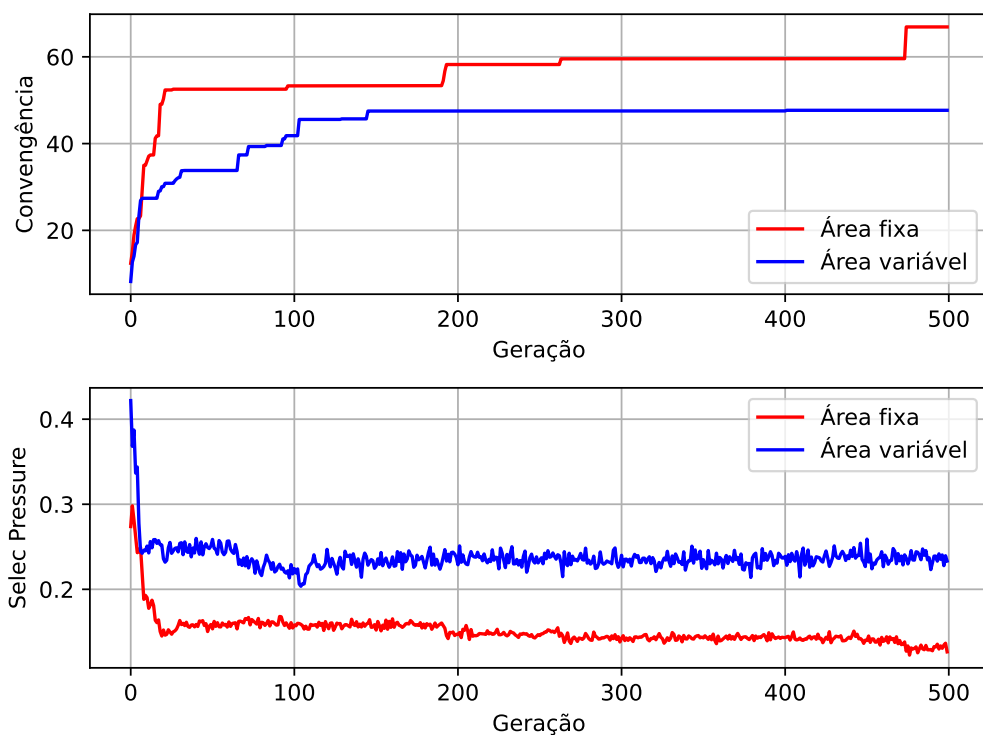


Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

para que funções como cruzamento e mutação se adaptassem a variações de largura e comprimento das camadas do atenuador.

Desse modo, se esperava aumentar o espaço de busca do algoritmo adicionando mais aleatoriedade à formação de novos indivíduos com o intuito de melhorar a convergência em busca de soluções mais eficazes. Foram realizadas comparações do algoritmo que utilizava apenas variações de espessura, assim o teste é apresentado na Figura 31.

Figura 31 – Comparação de algoritmos com e sem variação na área de seção transversal



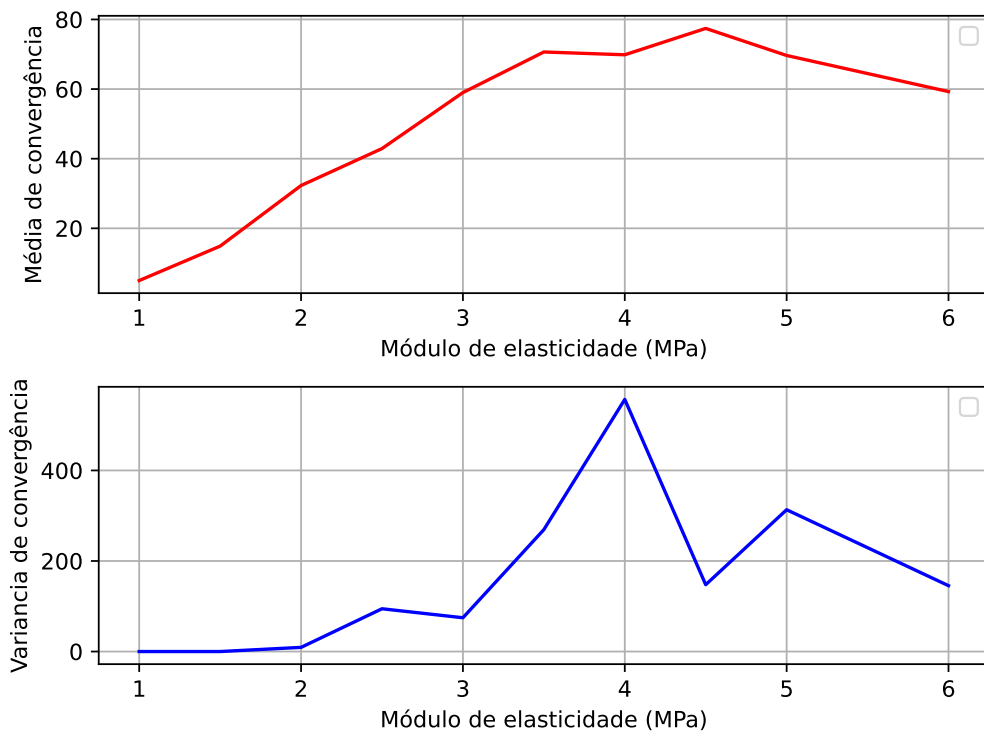
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Sendo cada uma das curvas geradas uma média de três execuções do código. Assim, buscou-se mitigar a variabilidade inicial que faz os algoritmos caírem em mínimos locais. Contudo, o resultado obtido foi que mesmo aumentando a variabilidade na criação de novos indivíduos, o algoritmo tinha dificuldade em sair dos problemas de mínimos locais, visto que a variação da área da seção transversal, dada a proporção geométrica adotada, não tinha grande influência na massa do indivíduo. A proporção foi associada a limitações da valores de largura e comprimento nos intervalos de $[45, 65]mm$ e $[40, 60]mm$ respectivamente.

5.2.3 Módulo de elasticidade

A análise de sensibilidade de parâmetros físicos, tais como o módulo de elasticidade da borracha, visam identificar o comportamento do modelo matemático de atenuadores de vibrações massa-mola. Foram realizadas análises com a resposta de convergência do melhor indivíduo considerando diferentes valores de módulo de elasticidade.

Figura 32 – Influência do módulo de elasticidade na conversão do melhor indivíduo



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Foram feitos 10 testes para cada valor de módulo de elasticidade, onde a Figura 32 apresenta a média e a variância da convergência obtida. Dessa forma, identificou-se que para valores em torno de 4 MPa o modelo apresenta melhores resultados de convergência. Em contrapartida, o algoritmo se torna mais suscetível a cair em problemas de mínimos locais, visto que há grande variabilidade na convergência do melhor indivíduo.

5.3 DISCUSSÕES

Com base nos resultados obtidos da validação experimental dos atenuadores construídos em ambiente laboratorial, pode-se notar que houve uma relativa consistência entre os dados do software com a análise modal, visto que em linhas gerais

o Atenuador 1 (1.5% de erro) obteve uma maior atenuação nas frequências naturais do trilho se comparada ao Atenuador 2 (30.08% de erro). Onde a atenuação média do Atenuador 1 nas frequências naturais, foi de 66.68%, enquanto que no Atenuador 2 foi de 48.32%.

Resultado esse que era esperado, já que ambos os atenuadores foram projetados com os mesmos parâmetros, se diferenciando apenas na quantidade e distribuição das espessuras das chapas de aço e borracha. Logo, a divergência se deu apenas na projeção dos valores de frequências naturais que o Atenuador 2 foi projetado, que divergia, em média, 30.08% dos valores de frequências naturais originais do trilho. Isso pode explicar a menor atenuação se comparado ao Atenuador 1, no qual o erro era menor.

Após a validação dos resultados gerados pelo software, pode-se analisar quais parâmetros influenciam algumas características do atenuador e do algoritmo genético. Na primeira etapa da análise de sensibilidade do tamanho da população, pode-se perceber um crescimento exponencial do tempo de processamento que o sistema leva para realizar a computação necessária ao executar uma iteração do algoritmo genético.

Com relação a segunda parte, que relaciona o tamanho da população com o espaço de busca do algoritmo, mostrou um resultado muito importante que auxiliou na compreensão dos valores ideais de tamanho de população. Considerando que, mesmo com populações maiores, o espaço de busca demonstrou-se limitado. Portanto, ao ampliar a população para valores acima de 200 indivíduos, não se observaram mudanças significativas na eficácia do algoritmo. Isso resultou em um aumento do tempo de processamento das informações sem um impacto substancial na eficiência do método.

A análise de sensibilidade da seção da área transversal foi uma tentativa de aumentar o espaço de busca do algoritmo, fornecendo mais variáveis para o algoritmo genético. Entretanto, as características do problema em questão mostraram que a área de contato entre as camadas do sistema massa mola não representavam grandes impactos na busca da mitigação das vibrações, que foi notado em comparação direta entre as convergências dos algoritmos com e sem a variação de área da seção transversal.

Por último, a análise de influência do módulo de elasticidade buscou compreender como a variação desse parâmetro influencia na conversão do algoritmo. Assim, foi obtido um comportamento inesperado para pequenos valores do módulo de elasticidade, visto que nele, o algoritmo sempre convergia para uma única solução. Entretanto, pode-se notar que para valores ótimos do módulo de elasticidade, em torno de 4 MPa, o algoritmo possui mais dificuldade para achar uma solução constante, visto que houve uma grande variância na convergência do melhor indivíduo nos testes obtidos, tornando a convergência imprevisível, porém maior.

6 CONCLUSÕES

A pesquisa bibliográfica referente aos tipos de atenuadores de vibrações permitiu a escolha do atenuador passivo de característica massa-mola com cinco graus de liberdade como base para este trabalho. Essa escolha foi motivada pela simplicidade do componente e pela acessibilidade de sua modelagem matemática. Este embasamento teórico foi fundamental para compreender os princípios das vibrações, fornecendo a base para o desenvolvimento do algoritmo otimizador.

O principal objetivo deste trabalho foi a criação de um algoritmo genético, desenvolvido na linguagem Dart, com suporte do *framework* Flutter, que auxiliou na construção do aplicativo computacional para otimizar o projeto de atenuadores de vibrações. Essa ferramenta visa mitigar o ruído em malhas ferroviárias, abordando a modelagem de atenuadores passivos massa-mola, que permitiu realizar projetos de atenuadores de vibrações de maneira mais simples, dinâmica e eficaz.

Em seguida, foi utilizado o software BK Connect para comparar projetos gerados pela aplicação desenvolvida. Ao construí-los em ambiente laboratorial, usou-se como base um trilho que representa a estrutura vibracional no qual o atenuador foi acoplado utilizando Aço 1020 e borracha EPDM. O resultado foi de uma atenuação média de 66,68% do atenuador de baixo erro, enquanto que no atenuador de alto erro foi de 48,32%, condizente com o resultado da aplicação.

Além disso, conduziram-se análises de sensibilidade dos parâmetros empregados pelo algoritmo genético com o objetivo de auxiliar no uso da aplicação. A dimensão da população emergiu como um fator decisivo na eficiência do algoritmo, influenciando diretamente sua velocidade de convergência. Apesar disso, ao introduzir a variação na área da seção transversal ao algoritmo genético, os resultados não corresponderam às expectativas inicialmente previstas. Contudo, essa análise foi crucial para o desenvolvimento da ferramenta, levando à decisão de abandonar essa variação na versão final do software. Por fim, a análise do módulo de elasticidade auxiliou na compreensão dos valores ideais para reduzir o problema em questão, destacando, simultaneamente, algumas limitações do algoritmo na busca por soluções consistentes.

Em suma, a aplicação se mostrou eficiente nas condições apresentadas no trabalho, ao conseguir realizar projetos de atenuadores de forma rápida e eficaz. Entretanto, pode-se notar que ainda é preciso realizar testes experimentais para comprovar a amplitude de oscilação reduzida. Desse modo, propõe-se para trabalhos futuros realizar a modelagem da amplitude dessa oscilação, bem como a introdução de novas ferramentas ao software, como: a possibilidade de construção de atenuadores diferentes de cinco graus de liberdade, uso de diferentes métodos de seleção, *crossover* e mutação.

REFERÊNCIAS

- AUMJAUD, P. **Vibration damping of lightweight sandwich structures**. 2016. Doctor thesis (Doctor of Philosophy in engineering) — College of Engineering, Mathematics and Physical Sciences, University of Exeter, Exeter, 2015.
- AVI, A. G. **Multi-objective optimization of suspension kinematics**. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Automotiva) — Centro Tecnológico de Joinville, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2021.
- AVITABILE, P. **Experimental modal analysis**. Lowell, 2001.
- BANKAR, V. K.; ARADHYE, A. A review on active, semi-active and passive vibration damping. **International Journal of Current Engineering and Technology**, v. 6, p. 2187–2191, dez. 2016.
- BARBOSA, R. S. **Modelagem de sistemas mecânicos e solução numérica**. 2019. Notas de Aula (Curso de Vibrações) — Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em: <http://sites.poli.usp.br/d/pme2341/Material/modsist.pdf>. Acesso em: jun. 2023.
- BIESSEK, A. **An Introduction to Genetic Algorithms**. Birmingham: Packt Publishing Ltd, 2019.
- BRAZ, L. D. V. **Aplicação de modelos analíticos para previsão de ruídos em sistemas ferroviários utilizados para transporte de cargas**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Ciências Mecânicas) — Centro Tecnológico de Joinville, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2020.
- BRÜEL & KJÆR. **BK Connect**. 2022. <https://www.bksv.com/pt/analysis-software/data-acquisition-software/bk-connect>. Software de análise.
- CDL FORTALEZA. **Metodologia ágil: a forma de trabalho que está mudando o comércio varejista**. 2022. Disponível em: <https://blog.cdlfor.com.br/dicas/metodologia-agil/>. Acesso em: 23 nov. 2023.
- CHELLABOINA, S. **Reduction of noise and vibration in railway infrastructure**. 2019. Thesis (Master's Thesis in Transport Engineering) — Faculty of Civil and Industrial Engineering, Sapienza Università de Roma, Roma, 2019.
- COLLETTE, Y.; SIARRY, P. **Multiobjective Optimization: Principles and case studies**. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, 2004.
- CONNOLLY, D. et al. Benchmarking railway vibrations: Track, vehicle, ground and building effects. **Construction and Building Materials**, v. 92, p. 64–81, set. 2015.
- CORBAGE, C. O. **Logística brasileira: Um estudo teórico do modal ferroviário**. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Gestão Pública) — Centro de Ciências Sociais Aplicada, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2015.
- DRÉO, J. et al. **Metaheuristics for hard optimization: Methods and case studies**. Berlim: Springer Science & Business Media, 2006.

ELO MEIO AMBIENTE. **Ruído de Ferrovias**. 2016. Disponível em: <http://eloambiente.com.br/ruído-de-ferrovias/>. Acesso em: 22 jun. 2023.

HE, B. **Genetic algorithm-based optimization of generative adversarial networks and its applications**. 2022. Thesis (Master's Thesis in Complex systems) — Department of Complex Systems Science, Nagoya University, Nagoya, 2022.

HERMANRUD, O. C. **Active and passive damping systems for vibration control of metal machining equipment**. 2017. Master Thesis (Master os Science in Mechanical Engineering) — Institutt for Produktutvikling OG Materialer, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2017.

IWAI, Z.; FUKUMOTO, Y.; MANO, K. Experimental considerations of an active dynamic vibration absorbing control system using fuzzy control. **Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C**, v. 58, p. 401–405, fev. 1992.

KUCHAK, A. J. T. **Numerical and Experimental Investigation of the Assessment of Rail Damper Parameters with a new Lab-Scaled Model**. 2020. Thesis (Fakultät V Verkehrs- und Maschinensysteme) — Campus Charlottenburg, Technische Universität Berlin, fev. 2020a.

KUCHAK, A. J. T.; MARINKOVIC, D.; ZEHN, M. Parametric investigation of a rail damper design based on a lab-scaled model. **Journal of Vibration Engineering Technologies**, v. 9, p. 51–60, abr. 2020b.

LAYTON, M. C.; OSTERMILLER, S.; KYNASTON, D. J. **Agile Project Management for Dummies**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2020.

LI, Q. et al. Crowd-induced random vibration of footbridge and vibration control using multiple tuned mass dampers. **Journal of Sound and Vibration**, v. 329, p. 4068–4092, set. 2010.

LI, W. et al. Development of multi-band tuned rail damper for rail vibration control. **Applied Acoustics**, v. 184, p. 1–x, dez. 2021.

LIU, H.; WU, T.; LI, Z. Theoretical modelling and effectiveness study of rail vibration absorber for noise control. **Journal of Sound and Vibration**, v. 323, p. 594–608, fev. 2009.

MASTINU, G.; GOBBI, M.; MIANO, C. **Optimal Design of Complex Mechanical Systems: With applications to vehicle engineering**. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, 2007.

MELANIE, M. **Flutter for Beginners: An introductory guide to building cross-platform mobile applications with flutter and dart 2**. Cambridge: MIT Press, 1996.

NAPOLI, M. L. **Beginning Flutter: A hands on guide to app development**. Indianapolis: John Wiley Sons, 2019.

OLIVEIRA, M. F. de. **Metodologia Científica: um manual para a realização de pesquisas em administração**. 2011. Manual (Curso de Administração) — Campu Catalão, Universidade Federal de Goiás, 2011.

PAIVA, F. A. P. de et al. **Introdução a Python**: com aplicações de sistemas operacionais. Natal: Editora Ifrn, 2020.

RAO, S. S. **Vibrações mecânicas**. Londres: Pearson Education, 2009.

CARVALHO RIOS, F. L. de; JANISSEK-MUNIZ, R. Uma proposta de relação de requisitos funcionais para um software de apoio ao processo de inteligência. **REAd**, v. 78, p. 425–460, mai/ago. 2014.

SUEKI, T.; KITAGAWA, T.; KAWAGUCHI, T. Evaluation of acoustic and vibratory characteristics of impact noise due to rail joints. **Quarterly Report of RTRI**, v. 58, p. 119–125, 05 2017.

TALIB, E.; SHIN, J.-H.; KWAK, M. K. Designing multi-input multi-output modal-space negative acceleration feedback control for vibration suppression of structures using active mass dampers. **Journal of Sound and Vibration**, v. 439, p. 77–98, jan. 2019.

TAN, J. et al. Experimental study on vibration control of suspended piping system by single-sided pounding tuned mass damper. **Applied Sciences**, v. 9, p. 1–17, jan. 2019.

TORSTENSSON, P. et al. Wheel–rail impact loads and noise generated at railway crossings – influence of vehicle speed and crossing dip angle. **Journal of Sound and Vibration**, v. 456, p. 119–136, set. 2019.

VIRMOND, A. S. et al. Desenvolvimento de display utilizando o método de demultiplexação e persistência da visão. **Progressus**, v. 1, p. 19–33, set. 2021.

WHITLEY, D. A genetic algorithm tutorial. **Stattics and Computing**, v. 4, p. 65–84, jun. 1994.

WRÓTNY, M.; BOHATKIEWICZ, J. Traffic noise and inhabitant health—a comparison of road and rail noise. **Sustainability**, v. 13, p. 1–13, jun. 2021.

YANG, J.; THOMPSON, D. J. Time-domain prediction of impact noise from wheel flats based on measured profiles. **Journal of Sound and Vibration**, v. 333, p. 3981–3995, abr. 2014.

YOON, G. H.; CHOI, H.; SO, H. Development and optimization of a resonance-based mechanical dynamic absorber structure for multiple frequencies. **Low Frequency Noise, Vibration and Active Control**, v. 40, p. 880–897, jun. 2021.

ZANLORENCI, E. P.; BURNETT, R. C. Modelo para qualificação da fonte de informação do cliente e de requisito funcional. In: PUC-RIO. **Workshop em Engenharia de Requisitos**. Curitiba, 1998. p. 1–10.

APÊNDICE A - CÓDIGO DE MODELAGEM DO SISTEMA MECÂNICO DE VIBRAÇÕES

Código desenvolvido por Rafael Chiara, em parceria com o Laboratório de Acustica e Vibrações (LAV). No intuito de realizar a modelagem do sistema mecânico de atenuador de vibrações de cinco graus de liberdade.

```

1 import numpy as np
2 from numpy import linalg as LA
3 import sys
4
5 # Comprimento e largura do atenuador
6 L = 0.50
7 C = 0.051
8
9 def parametros(tmola, taco):
10     assert len(tmola) == len(taco), "Parametros: Numero de molas
11     diferente do numero de massas"
12     # Array para armazenar informacoes de rigidez
13     rigidez = np.zeros([len(tmola), 4])
14     # Array para armazenar informacoes de aco
15     aco = np.zeros([len(taco), 3])
16
17     Et = 3.5e6 # Elasticidade tapete
18     Eepdm = 2.3e6 # Elasticidade (fitas) Pa
19
20     # Loop para preencher as informacoes de rigidez
21     for i in range(len(tmola)):
22         rigidez[i] = np.array([L, C, tmola[i], Eepdm]) # rigidez[0][2]
23         -> espessura
24
25     # Loop para preencher as informacoes de aco
26     for i in range(len(taco)):
27         aco[i] = np.array([L, C, taco[i]])
28
29     return rigidez, aco
30
31 # Densidades
32 rho_M = 7800 # Densidade massa
33 rho_K = 1300 # Densidade mola(fita)
34
35 # Calculo de rigidez e massa
36 def calculaRigMass(dim_mass, dim_rig, rho_mass, rho_rig):
37     # Verificacoes de dimensoes e tipos
38     assert type(dim_rig) == np.ndarray, "calculaRigsMass: 'Matriz
39     elementos de rigidez n o um numpy.array'"

```

```

37     assert type(dim_rig) == np.ndarray, "calculaRigsMass: 'Matriz
    elementos de massa n o      um numpy.array'"
38     # Restricoes sobre as dimensoes das matrizes
39     row_mass, col_mass = dim_mass.shape
40     row_rig, col_rig = dim_rig.shape
41     assert row_mass == row_rig, "calculaRigsMass: 'N mero de massas
    diferente do n mero de rigidezes'"
42     assert col_mass == 3 and col_rig == 4, "calculaRigsMass: 'N mero de
    colunas incorreto'"
43     assert rho_mass > 0 and rho_rig > 0, "calculaRigsMass: 'Densidade
    n o pode assumir valores negativos ou nulos'"
44
45     n = row_mass
46     k = np.zeros(n)
47     m = np.zeros(n)
48     for a in range(n):
49         k[a] = dim_rig[a, 0] * dim_rig[a, 1] * dim_rig[a, 3] / dim_rig[a
    , 2]
50         m[a] = dim_mass[a, 0] * dim_mass[a, 1] * dim_mass[a, 2] *
    rho_mass + dim_rig[a, 0] * dim_rig[a, 1] * dim_rig[a, 2] * rho_rig
51     return (m, k)
52
53 # Criacao das matrizes
54 def criaMatrizes(dados):
55     m, k = dados
56     n_mass = len(m)
57     n_rig = len(k)
58     assert n_rig == n_mass, "criaMatrizes: 'N mero de massas diferente
    do n mero de rigidezes'"
59
60     n = n_rig
61     M = np.zeros([n, n])
62     K = np.zeros([n, n])
63     for a in range(n):
64         M[a, a] = m[a]
65         if a != 0:
66             K[a, a - 1] = -k[a]
67         if a == n - 1:
68             K[a, a] = k[a]
69         else:
70             K[a, a] = k[a] + k[a + 1]
71         if a != (n - 1):
72             K[a, a + 1] = -k[a + 1]
73     return M, K
74
75 # Calculo das frequencias
76 def freq(dados):

```

```

77     M, K = dados
78     # Verificacoes de tipos e dimensoes
79     assert type(M) == np.ndarray, "freq: 'Matriz de massa n o      um
numpy.array'"
80     assert type(K) == np.ndarray, "freq: 'Matriz de rigidez n o      um
numpy.array'"
81     row_M, col_M = M.shape
82     row_K, col_K = K.shape
83     assert row_M == col_M, "freq: 'Matriz de massa n o quadrada' "
84     assert row_K == col_K, "freq: 'Matriz de rigidez n o quadrada' "
85     assert row_M == row_K, "freq: 'Matrizes de massa e rigidez de ordens
diferentes.'"
86
87     n = row_M
88     M_1 = LA.inv(M)
89     zero = np.zeros([n, n])
90     ident = np.eye(n)
91
92     primeira = np.concatenate([zero, ident], axis=1)
93     segunda = np.concatenate([-M_1 @ K, zero], axis=1)
94     A = np.concatenate([primeira, segunda])
95     u, v = LA.eig(A)
96
97     # Calculo das frequencias de oscilacao
98     w = u.imag
99     f = np.zeros(len(w))
100    f_pos = np.zeros(int(len(w) / 2))
101    j = 0
102    for i in range(0, len(w)):
103        f[i] = w[i] / (2 * 3.14)
104        if f[i] > 0:
105            f_pos[j] = f[i]
106            j += 1
107    return f_pos, v
108
109 # Calculo do peso
110 def weight_calculate(aco, rigidez):
111     volume_aco = [aco[i][2] * L * C for i in range(5)]
112     volume_rigidez = [rigidez[i][2] * L * C for i in range(5)]
113     array_weight_aco = [volume_aco[i] * rho_M for i in range(5)]
114     array_weight_rigidez = [volume_rigidez[i] * rho_K for i in range(5)]
115     weight_aco_total = np.sum(array_weight_aco)
116     weight_rigidez_total = np.sum(array_weight_rigidez)
117     return (weight_aco_total + weight_rigidez_total)
118
119 # Parametros dos atenuadores (molas e aco)
120 rigidez, aco = parametros(

```

```
121     [3.0 / 1000, 2.0 / 1000, 2.5 / 1000, 2.0 / 1000, 2.0 / 1000],
122     [3.3 / 1000, 3.8 / 1000, 3.0 / 1000, 5.0 / 1000, 3.8 / 1000]
123 )
124
125 # Calculo das frequencias e peso
126 resp = freq(criaMatrizes(calculaRigMass(aco, rigidez, rho_M, rho_K)))
127
128 # Impressao dos resultados
129 print(f"Frequencia: {resp[0]}")
130 print(f"Peso: {weight_calculate(aco, rigidez)}")
```