



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS FLORIANÓPOLIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Siria Maria da Silva Diniz

Análise numérica comparativa de reforços em vigas de madeira

Florianópolis

2023

Siria Maria da Silva Diniz

Análise numérica comparativa de reforços em vigas de madeira

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de Mestre em Estruturas.

Orientador: Prof. Tiago Morkis Siqueira, Dr.

Florianópolis

2023

Diniz, Siria Maria da Silva

Análise numérica comparativa de reforços em vigas de madeira / Siria Maria da Silva Diniz ; orientador, Tiago Morkis Siqueira, 2023.

131 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2023.

Inclui referências.

1. Engenharia Civil. 2. Engenharia Civil. 3. Vigas de Madeira. 4. Reforços Estruturais. 5. Critério de Hill. I. Siqueira, Tiago Morkis. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

Siria Maria da Silva Diniz

Análise numérica comparativa de reforços em vigas de madeira

O presente trabalho em nível de Mestrado foi avaliado e aprovado, em 09 de outubro de 2023, pela banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Tiago Morkis Siqueira, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Profa. Poliana Dias de Moraes, Dra.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Rodrigo Figueiredo Terezo, Dr.
Universidade do Estado de Santa Catarina

Certificamos que esta é a versão original e final do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Insira neste espaço a
assinatura digital

Coordenação do Programa de Pós-Graduação

Insira neste espaço a
assinatura digital

Prof. Tiago Morkis Siqueira, Dr.
Orientador

Florianópolis, 2023.

Este trabalho é dedicado aos meus professores, aos meus irmãos e aos meus queridos pais.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por ser meu conforto e meu guia até aqui.

Meus eternos agradecimentos aos meus pais, Iria e Sergio, sem a ajuda dos quais nenhuma realização seria possível. Obrigado pelos ensinamentos, pela dedicação em minha criação e pelo imensurável carinho recebido incessantemente.

Aos meus irmãos Daniel, Elias e Jossuan, cujas pegadas guiaram meus passos até a universidade e cujo reflexo de suas conquistas me serviram de espelho ao longo da caminhada até aqui.

Aos meus amigos, que passaram a ser o meu porto seguro e sempre tornaram tranquilos e felizes até os momentos mais difíceis.

Obrigada ao Prof. Dr. Tiago Morkis Siqueira, pela imensa paciência, dedicação e conhecimentos transmitidos, não só durante a excelente orientação deste trabalho, mas ao longo de toda a caminhada acadêmica.

A todos os professores que passaram pela minha formação, desde os primeiros anos de ensino fundamental até a pós-graduação.

Agradeço, por fim, a todo corpo docente da Universidade Federal de Santa Catarina, pelos serviços de qualidade prestados ao longo dos últimos anos, ao apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 e ao CNPq pela bolsa concedida e por acreditar em meu mérito.

Eu sou o que me cerca. Se eu não preservar o que me cerca, eu não me preservo.

(José Ortega, 1914)

RESUMO

A crescente utilização de estruturas de madeira na construção civil brasileira enfrenta desafios relacionados à sua durabilidade, manutenção, alteração de uso e resistência. Técnicas de reforço têm se destacado como soluções viáveis. Este estudo analisou três técnicas de reforço, barras de aço protendido, polímeros reforçados com fibra de carbono (CFRP) e polímeros reforçados com fibra de vidro (GFRP), em vigas de madeira, considerando seus impactos nos deslocamentos, resistências e custos. A modelagem numérica por elementos finitos foi utilizada para simular o comportamento das vigas reforçadas e não reforçadas, utilizando o critério de Hill desconsiderando o cisalhamento na plastificação para a madeira *Pinus Elliottii*. Essa modelagem foi previamente avaliada através de estudos de caso comparados com resultados experimentais já disponíveis na literatura. Os reforços demonstraram melhorias na resistência e rigidez das vigas, sendo o aço protendido a opção de maior resistência e os GFRP a escolha mais econômica em termos de custo-resistência. O aumento na altura das vigas influenciou o modo de falha predominante, e as simulações numéricas foram consistentes com valores de carga de ruptura por tração comparadas com modelos numéricos simplificados. Este estudo contribui para a seleção eficaz e eficiente de métodos de reforços estruturais em vigas de madeira.

Palavras-chave: Madeira. Reforços. Critério de Hill.

ABSTRACT

The growing use of wood structures in Brazilian construction faces challenges related to their durability, maintenance, change of use and resistance. Reinforcement techniques have emerged as viable solutions. This study analyzed three reinforcement techniques, prestressed steel bars, carbon fiber reinforced polymers (CFRP) and glass fiber reinforced polymers (GFRP), in timber beams, considering their impacts on displacements, strengths and costs. Finite element numerical modeling was used to simulate the behavior of reinforced and unreinforced beams, using Hill's criterion and disregarding shear during plasticization for *Pinus Elliottii* wood. This modeling was previously evaluated through case studies compared with experimental results already available in the literature. The reinforcements showed improvements in the strength and stiffness of the beams, with prestressed steel being the strongest option and GFRP the most economical choice in terms of cost-strength. The increase in beam height influenced the predominant failure mode, and the numerical simulations were consistent with tensile failure load values compared to simplified numerical models. This study contributes to the effective and efficient selection of structural reinforcement methods for timber beams.

Keywords: Wood. Reinforcements. Hill's criterion.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Obra exclusivamente feita com estruturas de madeira.....	22
Figura 2 – Três eixos principais de madeira em relação à direção das fibras e anéis de crescimento.....	23
Figura 3 – Reforço com introdução de fibras de carbono na região inferior de uma viga.....	25
Figura 4 – Apresentação do fluxograma de implementação de reforços estruturais.....	27
Figura 5 – Compilação de exemplos da comercialização da fibra de carbono.....	30
Figura 6 – Compilação de exemplos da comercialização da fibra de vidro.....	33
Figura 7 – Exemplo de comercialização da barra de aço com ancoragem para protensão.....	36
Figura 8 – Rachaduras em dormentes de madeira ocasionadas durante a perda de umidade.....	45
Figura 9 – Ruptura da viga de madeira proveniente da flexão.....	47
Figura 10 – Ruptura por esmagamento da viga de madeira proveniente da compressão.....	48
Figura 11 – Ruptura por tração na viga de madeira.....	49
Figura 12 – Falha em cisalhamento horizontal.....	50
Figura 13 – Bolor de coloração escura em madeira.....	51
Figura 14 – Exemplo de material ortotrópico.....	55
Figura 15 – Exemplo de material transversalmente isotrópico.....	55
Figura 16 – Fases importante do diagrama de tensão-deformação.....	57
Figura 17 – Modo de falha 1 e 2.....	63
Figura 18 – Configuração do teste de flexão para madeira.....	65
Figura 19 – Malha adotada.....	67
Figura 20 – Curvas de carga-deslocamento comparativas entre modelo de referência de Baek <i>et al.</i> (2023) e as simulações realizadas.....	68
Figura 21 – Resposta do deslocamento em Y da viga com o uso do critério de Hill e da Norma EN 338:2009.....	69
Figura 22 – Comportamento longitudinal em três instantes distintos da viga com uso do critério de Hill na tensão normal (Pa) (a) e na deformação longitudinal (m/m) (b) ambas para a direção X.....	70

Figura 23 – Esboço do corpo de prova reforçado (a) e dimensões da respectiva seção transversal (b).	71
Figura 24 – Esquema do ensaio e malha adotada (a) e demonstrativo do apoio (b).	73
Figura 25 – Curvas de carga-deslocamento comparativas entre modelo de referência de Reis <i>et al.</i> (2018) e as simulações realizadas.	74
Figura 26 – Resposta do deslocamento em Y da viga com o uso do critério de Hill e da Norma EN 338:2009.....	75
Figura 27 – Resposta do deslocamento em Y da viga com o uso do critério de Hill e da Norma EN 338:2009 desconsiderando a influência do cisalhamento na plastificação.	75
Figura 28 – Comportamento longitudinal em três instantes distintos da viga com uso do critério de Hill na tensão normal (Pa) (a) e na deformação longitudinal (m/m) (b) ambas para a direção X.	77
Figura 29 – Esquema do ensaio com seção transversal e longitudinal.....	78
Figura 30 – Malha adotada.	80
Figura 31 – Curvas de carga-deslocamento comparativas entre modelo de referência de Davalos, Zipfel e Qiao (1999) e as simulações realizadas.	81
Figura 32 – Resposta do deslocamento em Y da viga com o uso do (a) critério de Hill e da Norma EN 338:2009 e (b) critério de Von Mises.	82
Figura 33 – Comportamento longitudinal em três instantes distintos da viga com uso do critério de Hill na tensão normal (Pa) (a) e na deformação longitudinal (m/m) (b) ambas para a direção X.	84
Figura 34 – Esquema do ensaio com seção transversal e longitudinal.....	85
Figura 35 – Malha adotada.	87
Figura 36 – Curvas de carga-deslocamento comparativas entre modelo de referência de De Luca e Marano (2012) e as simulações realizadas.	88
Figura 37 – Resposta do deslocamento em Y da viga com o uso do critério de Hill e da Norma EN 338:2009.....	89
Figura 38 – Resposta do deslocamento em Y da viga com o uso do critério de Hill e da Norma EN 338:2009 desconsiderando a influência do cisalhamento na plastificação.	89

Figura 39 – Comportamento longitudinal em três instantes distintos da viga com uso do critério de Hill na tensão normal (Pa) (a) e na deformação longitudinal (m/m) (b) ambas para a direção X.	91
Figura 40 – Esquema de ensaio da viga de madeira e dos reforços para análise comparativa.	95
Figura 41 – Esquema de ensaio da viga de madeira e dos duplos reforços para análise comparativa.	95
Figura 42 – Diagrama de tensão-deformação obtido através do ensaio de tração longitudinal às fibras da madeira <i>Pinus elliottii</i>	98
Figura 43 – Malha adotada.	100
Figura 44 – Vigas de madeira com 2 m de comprimento longitudinal e seção transversal de 10 x 20 cm, com 1 barra de reforço.	103
Figura 45 – Vigas de madeira com 3,5 m de comprimento longitudinal e seção transversal de 18 x 35 cm, com 1 barra de reforço.	104
Figura 46 – Vigas de madeira com 5 m de comprimento longitudinal e seção transversal de 25 x 50 cm, com 1 barra de reforço.	104
Figura 47 – Vigas de madeira com 2 m de comprimento longitudinal e seção transversal de 10 x 20 cm, com 2 barras de reforço.	105
Figura 48 – Vigas de madeira com 3,5 m de comprimento longitudinal e seção transversal de 18 x 35 cm, com 2 barras de reforço.	105
Figura 49 – Vigas de madeira com 5 m de comprimento longitudinal e seção transversal de 25 x 50 cm, com 2 barras de reforço.	106
Figura 50 – Resposta do deslocamento em Y da viga de 2 m de comprimento longitudinal considerando um reforço por viga.	107
Figura 51 – Análise comparativa das curvas de carga-deslocamento entre vigas de madeira alta, com 2 m de comprimento longitudinal, seção transversal de 10 x 40 cm e adição de 1 barra de reforço.	110
Figura 52 – Análise comparativa das curvas de carga-deslocamento entre vigas de madeira alta, com 2 m de comprimento longitudinal, seção transversal de 10 x 40 cm e adição de 2 barras de reforço.	111
Figura 53 – Suporte de carga-custo da aplicação dos reforços em vigas de madeira de 2 m.	112

Figura 54 – Comparativo entre suporte de carga-custo da aplicação dos reforços em vigas de madeira de 3,5 m.	113
Figura 55 – Comparativo entre suporte de carga-custo da aplicação dos reforços em vigas de madeira de 5 m.	113
Figura 56 – Comparativo entre carga/rigidez-custo da aplicação dos reforços em vigas de madeira.	115

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades elásticas do <i>Larix kaempferi</i> Carr.	65
Tabela 2 – Propriedades médias de madeiras da classe de resistência C50.	67
Tabela 3 – Carga máxima e deslocamento das simulações.	69
Tabela 4 – Propriedades elásticas do <i>Pinus pinaster</i> Ait e do laminado carbono-epóxi.	72
Tabela 5 – Carga máxima e deslocamento das simulações.	76
Tabela 6 – Propriedades elásticas do <i>Northern Red Oak</i> e do laminado vidro-epóxi.	79
Tabela 7 – Propriedades médias de madeiras da classe de resistência D50.	80
Tabela 8 – Carga máxima e deslocamento das simulações.	83
Tabela 9 – Propriedades elásticas da madeira laminada <i>Picea glauca</i>	86
Tabela 10 – Propriedades elásticas e plásticas do reforço de barra de aço.	86
Tabela 11 – Carga máxima e deslocamento das simulações.	90
Tabela 12 – Seções transversais e comprimentos longitudinais em que ocorrem as simulações.	95
Tabela 13 – Propriedades médias de madeiras <i>Pinus elliottii</i> à 12% de umidade.	96
Tabela 14 – Coeficiente de Poisson (valores médios).	97
Tabela 15 – Propriedades elásticas calculadas da madeira <i>Pinus elliottii</i>	97
Tabela 16 – Tensões e deformações plásticas da madeira <i>Pinus elliottii</i>	98
Tabela 17 – Compilação de propriedades elásticas dos reforços de fibra de carbono, de fibra de vidro e da barra de aço.	99
Tabela 18 – Configuração das simulações.	100
Tabela 19 – Orçamento para adesão de cada reforço nas vigas de madeira.	101
Tabela 20 – Deformações, cargas e tensão máxima em que as simulações de cada viga foram finalizadas.	107
Tabela 21 – Carga referente a flecha instantânea máxima referente a norma NBR 7190 de cada viga e o aumento das cargas comparadas às vigas sem reforços.	108
Tabela 22 – Deformações, cargas e tensão máxima em que as simulações das vigas altas foram finalizadas.	111

Tabela 23 – Análise das simulações em vigas de madeira considerando a carga/rigidez-custo.	114
Tabela 23 – Comparativo entre carga no limite de tensão de tração das simulações em vigas de madeira de 3,5 m x carga no modo 1 x carga no modo 2, conforme modelo descrito por Schober <i>et al.</i> (2015).	116

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FRP Polímeros Reforçados com Fibra

CFRP Polímeros Reforçados com Fibra de Carbono

GFRP Polímeros Reforçados com Fibra de Vidro

MEF Método dos Elementos Finitos

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	15
1.2	OBJETIVOS	17
1.2.1	Objetivo Geral.....	17
1.2.2	Objetivo Específico	17
1.3	JUSTIFICATIVA	18
1.4	METODOLOGIA.....	19
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
2.1	ESTRUTURAS DE MADEIRA	21
2.2	REFORÇOS ESTRUTURAIS EM VIGAS	24
2.2.1	Polímeros reforçados com fibras.....	28
2.2.1.1	<i>Polímeros reforçados com fibra de carbono.....</i>	<i>30</i>
2.2.1.2	<i>Polímeros reforçados com fibra de vidro.....</i>	<i>33</i>
2.2.2	Barras de aço protendido.....	35
2.2.3	Outros tipos de reforços	38
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	40
3.1	COMPORTAMENTO MECÂNICO DA MADEIRA	40
3.1.1	Modelagem numérica da madeira e dos reforços	42
3.1.2	Modos de falha da madeira sem reforço.....	44
3.1.2.1	<i>Rachaduras.....</i>	<i>45</i>
3.1.2.2	<i>Falha em flexão</i>	<i>46</i>
3.1.2.3	<i>Falha em compressão.....</i>	<i>48</i>
3.1.2.4	<i>Falha em tração.....</i>	<i>49</i>

3.1.2.5	<i>Falha em cisalhamento</i>	49
3.1.2.6	<i>Insetos e fungos</i>	50
3.1.3	Densidade	52
3.2	ANISOTROPIA DOS MATERIAIS	53
3.3	NÃO LINEARIDADE FÍSICA	55
3.3.1	Elasticidade e plasticidade	56
3.3.2	Crítérios de Plastificação	58
3.3.3	Modelo de Hill	59
3.4	MODELO SIMPLIFICADO PARA AVALIAÇÃO DA FLEXÃO DE VIGAS DE MADEIRA REFORÇADA	62
4	ESTUDOS DE CASO	65
4.1	VIGAS DE MADEIRA SEM REFORÇO	65
4.2	VIGAS DE MADEIRA REFORÇADAS COM BARRA DE CFRP	71
4.3	VIGAS DE MADEIRA REFORÇADAS COM BARRA DE GFRP	78
4.4	VIGAS DE MADEIRA REFORÇADAS COM BARRA DE AÇO PROTENDIDO	85
4.5	CONSIDERAÇÕES SOBRE OS ESTUDOS DE CASO	92
5	DESENVOLVIMENTO DAS SIMULAÇÕES	94
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	103
6.1	ANÁLISE CARGA-DESLOCAMENTO	103
6.2	ANÁLISE VIGAS ALTAS	109
6.3	ANÁLISE CUSTOS	112
6.4	ANÁLISE DE DESEMPENHO CONSIDERANDO OS MODOS DE FALHA	116
7	CONCLUSÃO	118
8	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	120
	REFERÊNCIAS	121

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Gradativamente, a adoção de estruturas de madeira cresce no cenário da construção civil brasileira, mesmo com certa resistência ao seu uso. Crenças equivocadas, como a ideia de que a resistência das estruturas de madeira é baixa, acabam desacreditando a qualidade das construções em madeira. A falta de informação, conhecimento e de profissionais qualificados são os principais fatores para ainda conviver-se com esse tipo de desafio, principalmente em nosso país, onde a alternativa mais utilizada é o concreto.

A realidade é que o uso de estruturas de madeira além de leves, dependendo do projeto desenvolvido e o processo construtivo empregado, proporcionam redução de resíduos e desperdício, economia de tempo e dinheiro, elevada resistência mecânica, atenuação térmica e acústica e também durabilidade, já que não apresenta perigo de oxidar com o tempo. Somado a tudo isso, o uso de matéria-prima realizado de forma responsável, torna essa alternativa assertiva ecologicamente, já que a madeira é um material renovável. No entanto, para um bom desempenho, é necessário considerar alguns fatores particulares desse sistema, como o deslocamento e a resistência.

Um aspecto importante da madeira é que, sendo ela um material natural e anisotrópico, tem propriedades que variam de acordo com a orientação de suas fibras, o que pode acarretar em comportamentos que devem ser considerados. Outro ponto de vista é de que mesmo com um planejamento e execução satisfatório, o desgaste ocasionado pelo tempo e pela falta de manutenção é inevitável em qualquer tipo de estrutura, aumentando as manifestações patológicas ao longo de sua utilização. Se unindo a estas particularidades a rigidez relativamente baixa da madeira quando comparada com outros materiais acaba tornando a deflexão um aspecto muito importante no projeto. Dentre as formas de contornar esses empecilhos, se destaca a utilização de técnicas de reforços nessas estruturas.

O campo de reforços estruturais em vigas de madeira é um tópico de pesquisa em constante evolução, e há muitos estudos em andamento explorando novas técnicas e aprimorando as existentes, tais como os trabalhos de Christoforo *et al.* (2022), Novosel *et al.* (2021) e Branco, Dietsch e Tannert (2021). Estudos e análises acadêmicas sobre dispositivos

de reforço ainda estão amadurecendo e tampouco pode-se contar com uma norma técnica específica brasileira, ou até mesmo internacional. Análises experimentais e simulações numéricas desenvolvidas por pesquisadores são a forma mais adequada e prudente de se embasar na utilização desses reforços.

Conta-se com diversos tipos de reforços em estruturas de madeira, segundo o levantamento feito para este estudo, pode-se citar o uso de polímeros reforçados com fibras (de carbono, de vidro, de aço, naturais), cabos de aço protendidos, placas e barras de aço, parafusos e hastes roscadas, ou até mesmo peças de reforço feitas com a própria madeira. Cada método possui suas vantagens e desvantagens, particularmente devido ao comportamento mecânico do material do reforço, e é importante compará-los para determinar qual é o mais adequado para cada situação levando em consideração seu desempenho estrutural e custo.

Embora haja muita pesquisa realizada no campo de reforços estruturais em vigas de madeira, ainda há muito a ser descoberto e explorado para melhorar a eficácia e a eficiência dos reforços estruturais em vigas de madeira. Além disso, essas áreas de pesquisa também oferecem oportunidades para a inovação e o desenvolvimento de novas tecnologias. À medida que novos materiais, métodos de instalação e modelos computacionais são desenvolvidos e testados, novas soluções e abordagens podem ser descobertas e aplicadas em projetos de construção de todo o mundo.

Com a diversidade de opções que podem ser implementadas, cresce a necessidade de um maior entendimento sobre a utilização mais assertiva, que proporcione eficiência e segurança, no emprego de reforço nos elementos estruturais de madeira. Além disso, para uma melhor escolha, é necessário verificar a resistência necessária, o investimento financeiro disponível e também se existe a possibilidade de execução de determinado tipo de reforço naquele local.

Um fator essencial para prever a eficácia e o comportamento das técnicas de reforço é a modelagem dos reforços estruturais em vigas de madeira. Existem diferentes métodos de modelagem, que variam de acordo com a complexidade da análise e o nível de detalhamento necessário, em particular em relação ao modelo constitutivo adotado para descrever o comportamento mecânico dos materiais envolvidos, como por exemplo, nos trabalhos de Sandhaas (2012), Ferreira *et al.* (2013) e Amorim *et al.* (2018). Para este estudo foi utilizada modelagem numérica por elementos finitos que envolve a utilização de software de simulação

para modelar a viga de madeira reforçada. Essa modelagem permite simular mais fielmente o comportamento das vigas de madeira reforçadas sob diferentes condições de carregamento e verificar o comportamento mecânico de diferentes tipos de reforços. Neste trabalho foram empregados modelos elasto-plásticos com o uso do critério anisotrópico de Hill para madeira, elasto-frágil para os reforços de CFRP e GFRP e elasto-plástico para o reforço de aço.

Com base neste panorama, este trabalho tem dois focos principais. O primeiro é contribuir para a pesquisa de três reforços em vigas de madeira bastante difundidos na literatura, conforme um levantamento feito anteriormente pelo autor deste trabalho e que é confirmado pelo estudo de Santos (2016), estes são os polímeros reforçados com fibra de carbono, de vidro e também cabos de aço protendidos, através do desenvolvimento de uma análise numérica comparativa capaz de representar bem o comportamento mecânico dos materiais envolvidos, com o objetivo de alcançar benefícios estruturais. O segundo é consolidar a madeira como uma opção recomendável, desmistificando conceitos equivocados que engenheiros, arquitetos e o público em geral, ainda possuem.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem como objetivo principal realizar análises numéricas de vigas de madeira reforçadas com barras de aço protendido, polímeros reforçados com fibra de carbono e polímeros reforçados com fibra de vidro de forma a avaliar os efeitos dos reforços nos deslocamentos e na resistência do elemento estrutural.

1.2.2 Objetivo Específico

Os objetivos específicos deste estudo incluem:

- obter dados e parâmetros adotados em estudos que abordam o tema de reforço em viga de madeira;
- avaliar comparativamente o desempenho de cada tipo de reforço em um estudo de caso numérico de vigas de madeira submetidas à flexão;

- analisar a relação custo-desempenho das técnicas de reforço em vigas de madeira, considerando a resistência proporcionada por cada método;
- avaliar os resultados numéricos obtidos com modelo simplificado adequado para projeto estrutural de vigas reforçadas submetidas à flexão.

1.3 JUSTIFICATIVA

O Brasil é mundialmente conhecido por sua rica biodiversidade florestal, mas mesmo com uma quantidade tão grande de matérias-primas, a madeira ainda é pouco aceita como material de construção no Brasil, devido às associações como se fosse de baixa qualidade ou de baixa durabilidade.

De maneira geral, a madeira, um material com ampla utilização ao longo da história, destaca-se na construção civil não apenas por seus benefícios ambientais e sustentabilidade, mas também por oferecer segurança, durabilidade, isolamento térmico e acústico, entre outras vantagens. No entanto, é comum que estruturas de madeira enfrentem desgastes ao longo do tempo, comprometendo sua capacidade de suporte de carga. Diversos fatores, como falhas humanas na execução, efeitos climáticos e interferências químicas ou biológicas, podem afetar a integridade da estrutura.

Diante desse cenário, a recuperação de elementos estruturais pode tornar-se essencial, mesmo quando não há danos a serem restaurados. Nesses casos, o reforço estrutural emerge como uma solução necessária e eficaz para garantir novamente a segurança e funcionalidade da estrutura. Vale ressaltar que essa abordagem pode ser mais econômica do que a construção de uma nova estrutura, especialmente em edifícios históricos ou patrimônios culturais. Além disso, o uso de materiais de reforço apresenta a vantagem de ser menos invasivo, mais rápido e com menor impacto ambiental em comparação a outros métodos.

Nesse contexto, a principal motivação para a realização deste trabalho é analisar três técnicas de reforço, que são as barras de aço protendido, os polímeros reforçados com fibra de carbono e os polímeros reforçados com fibra de vidro, dentro desse amplo campo de estudo, auxiliar na seleção de métodos de reforço mais eficientes para vigas de madeira e, além disso, difundir a adoção de estruturas de madeira no Brasil.

Como fundamento adicional, este estudo também busca avaliar a aplicação de um modelo elasto-plástico anisotrópico bem consolidado e de natureza simples, o modelo de Hill, o qual é frequentemente utilizado em softwares de análise estrutural por elementos finitos, para descrever com precisão o comportamento mecânico da madeira. Além disso, foi imprescindível realizar a comparação entre o modelo de Hill e o modelo de Von Mises para elucidar as nuances e limitações de ambos, uma vez que o primeiro é derivado do segundo, enriquecendo assim a análise do comportamento mecânico da madeira.

1.4 METODOLOGIA

De forma a atingir os objetivos propostos foi feito neste trabalho uma revisão bibliográfica como o intuito de obter parâmetros para calibração de modelos numéricos das vigas reforçadas por meio de barras de aço protendido, polímeros reforçados com fibra de carbono e com fibra de vidro, que são os mais difundidos na literatura.

Para a avaliação e comparação do desempenho dos reforços estruturais em vigas de madeira, foi realizado uma modelagem numérica em elementos finitos utilizando o *software* ANSYS Workbench, versão 2023 R1. Foi feita uma análise estrutural estática considerando o comportamento não linear dos materiais através de modelos elasto-plásticos.

Adotou-se um modelo elástico anisotrópico para representar a madeira e como critério de plastificação será empregado o modelo de Hill desconsiderando o cisalhamento, que pode ser utilizado para caracterizar o escoamento de materiais anisotrópicos. Este modelo é uma extensão do critério de plastificação de Von Mises, o qual também será considerado na análise. Para os reforços são utilizados modelos adequados que representem sua condição de anisotropia, elasto-frágil para os reforços de CFRP e GFRP e elasto-plástico para o reforço de aço.

Com o propósito de oferecer uma análise abrangente dos custos associados à aplicação dos reforços em vigas de madeira, foram realizados orçamentos obtidos junto a empresas especializadas no setor. Essa abordagem garante uma investigação completa dos materiais, procedimentos e particularidades inerentes a cada método de reforço. Além disso, para complementar o estudo das vigas nas configurações pré-estabelecidas, procedeu-se uma análise

com simulações de vigas mais altas, de modo que fosse possível investigar se o modo de falha sofreria modificação.

De forma a avaliar o desempenho de vigas à flexão com reforços diferentes e fazer sua comparação, dada a ausência de uma instrução normativa para projetos estrutural de reforços, utilizou-se modelos numéricos simplificados, como por exemplo, os encontrados em Schober *et al.* (2015), para avaliar os resultados.

Este trabalho está organizado com uma revisão bibliográfica inicial, que aborda alguns dos principais conceitos como, o comportamento estrutural da madeira, envolvendo os diferentes materiais e técnicas de aplicação de reforços, com suas vantagens e desvantagens e em seguida o referencial teórico apresentando conceitos fundamentais que são abordados. Em sequência, os estudos de casos dos reforços estruturais em vigas de madeiras são apresentados para a calibração do modelo numérico e finalmente a análise comparativa numérica entre os reforços estruturais estudados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta uma busca crítica de trabalhos anteriores realizados com o enfoque na madeira como estrutura e também em estudos já feitos em elementos estruturais, particularmente em vigas de madeira com adoção de reforços estruturais.

2.1 ESTRUTURAS DE MADEIRA

A madeira é um material durável e, por isso, ainda é possível encontrá-la nos restos de antigas edificações. É um material orgânico de origem vegetal encontrado em florestas naturais e em plantações resultantes de reflorestamento industrial, além de ser relativamente leve e fácil de ser trabalhada. Comparada a outros materiais da construção civil convencionais, ela possui ainda outras características favoráveis, tais como facilidade de fabricação de produtos industrializados, além disso, Kollmann e Côté (1968) ressaltam que o conhecimento das propriedades térmicas da madeira pode ser útil em sua utilização como material isolante em construções.

Existem diversos tipos de estruturas de madeira, como por exemplo verificado na obra exclusivamente feita com estruturas de madeira na Figura 1, sendo os mais comuns as estruturas de telhado, as vigas, as colunas e as treliças. Brzezinski (2016) explica que as vigas de madeira são elementos estruturais importantes em diversas construções, desde casas residenciais até edifícios comerciais e estruturas de pontes. Elas são utilizadas para suportar as cargas das estruturas e distribuí-las de maneira uniforme para outros elementos da construção, como as paredes e pilares.

Figura 1 – Obra exclusivamente feita com estruturas de madeira.



Fonte: (SINIGAGLIA, 2016).

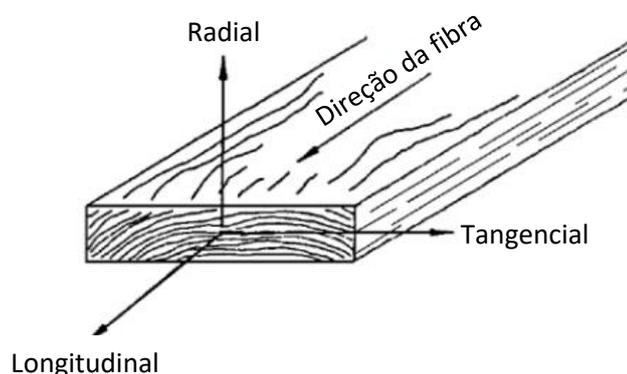
Banham, Hewitt e Harrison (2019) alegam que as vigas de madeira são frequentemente escolhidas como uma alternativa aos materiais de construção convencionais, como o concreto e o aço, devido à sua facilidade de trabalho, disponibilidade, durabilidade, baixo custo e apelo estético. De acordo com os autores, elas podem ser usadas em vários formatos, como vigas retangulares, vigas em I, vigas em T, entre outras, e suas dimensões variam dependendo das cargas que elas devem suportar e do espaçamento entre elas.

Para que uma estrutura de madeira seja segura e resistente, é necessário que ela seja projetada e construída de acordo com normas técnicas e padrões de qualidade. A escolha das madeiras deve levar em conta suas propriedades físicas e mecânicas, bem como sua resistência ao fogo, à umidade e a ataques de insetos. Além disso, a estrutura deve ser dimensionada para suportar as cargas esperadas e deve ser adequadamente protegida contra umidade e outras intempéries. Segundo Burger e Richter (1991), o conhecimento das características anatômicas da madeira pode auxiliar na prevenção e no tratamento de problemas como a deterioração e a infestação por insetos e fungos.

A anisotropia referente às propriedades mecânicas da madeira está relacionada ao ângulo de aplicação da força e orientação da fibra. Além disso, todas as características mecânicas do material estão diretamente relacionadas com a sua massa específica e o seu teor

de umidade. Jodin (1992) enfatiza que a seleção adequada de espécies de madeira e o uso de técnicas de secagem apropriadas são importantes para garantir a qualidade e a estabilidade dimensional das peças de madeira. Como seus parâmetros variam de uma direção para outra, a madeira conta com propriedades mecânicas independentes nas direções dos três eixos perpendiculares entre si. Tais eixos são ilustrados na Figura 2.

Figura 2 – Três eixos principais de madeira em relação à direção das fibras e anéis de crescimento.



Fonte: Adaptado de (SANTOS, 2018).

A variabilidade da madeira também tem um grande impacto nas estruturas. Segundo Bodig e Jayne (1993), a seleção adequada de espécies de madeira e o tratamento preservativo são importantes para garantir a durabilidade e a resistência das estruturas de madeira em ambientes agressivos.

Um estudo de Stamm *et al.* (1964) analisou a resistência à tração paralela às fibras e a densidade da madeira de 120 árvores de *Pinus ponderosa*, provenientes de três regiões dos Estados Unidos. Os resultados mostraram que a resistência à tração e a densidade variavam significativamente entre as regiões e que a seleção cuidadosa de madeira de alta densidade pode melhorar significativamente a resistência estrutural.

O trabalho de Ronnqvist e Jansson (2016) analisou a variabilidade da resistência à flexão de vigas de madeira de *Pinus sylvestris*. Os resultados mostraram que a resistência à flexão variava significativamente entre diferentes regiões da árvore e entre diferentes espécies de *Pinus sylvestris*. Em resumo, a variabilidade da madeira pode afetar significativamente o desempenho estrutural das construções.

As estruturas de madeira contam com um material com capacidade de tração e compressão suficiente, porém, a maior preocupação se dá pela rigidez relativamente baixa. Conforme estudos de Kliger *et al.* (2008) a madeira é relativamente frágil sob tração e, caso seja submetida a carregamento compressivo, pode plastificar. Porém, isso não quer dizer que ela tenha baixa resistência mecânica, e além disso, em corpos de prova de madeira isentos de defeitos a resistência à tração é superior à da compressão.

As estruturas de madeira desempenham um papel importante na construção, porém, elas conquistaram erroneamente uma fama de impermanência e aplicações limitadas. Embora a madeira seja um material resistente e durável, Williams (2011) relata que ela também pode ser afetada por problemas como deformação, empenamento, rachaduras e apodrecimento. Por essa razão, é importante realizar inspeções periódicas na estrutura de madeira, para identificar eventuais problemas e realizar as devidas manutenções.

Melo Filho (2010) esclarece que pode ser necessário evitar ou reduzir patologias, como falhas em flexão, compressão, tração e cisalhamento, comuns na construção, aumentar a vida útil das estruturas, ou até mesmo aplicar novas atividades em construções específicas. Por isso, Rebelo *et al.* (2016) afirmam que a aplicação de técnicas de reforço em vigas de madeira é essencial para aumentar sua capacidade de carga, prolongar sua vida útil e garantir a segurança e estabilidade das estruturas.

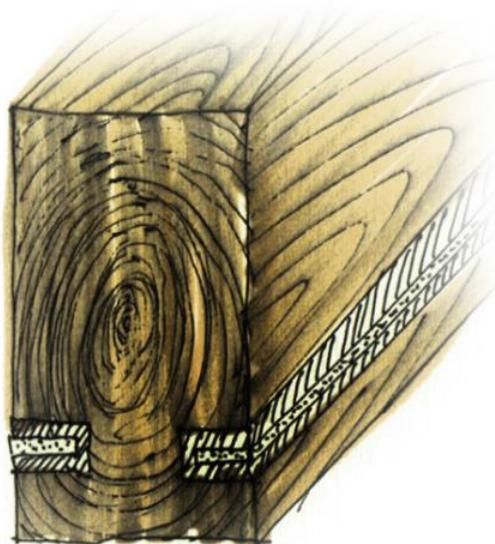
2.2 REFORÇOS ESTRUTURAIS EM VIGAS

Os reforços estruturais são técnicas aplicadas em estruturas para aumentar sua resistência e capacidade de carga. O fortalecimento da estrutura de madeira existente, é importante do ponto de vista econômico, ambiental, histórico e social. O aumento da vida útil, alterações de uso do espaço, da resistência, da capacidade de carga ou reparo de danos, tanto por falta de manutenção quanto acidental, são as principais razões para adoção de reforço estrutural.

Os reforços em vigas de madeira podem ser feitos com diferentes materiais, como fibra de vidro, fibra de carbono e barra de aço protendido. Andrade, Souza e Barros (2016) explicam que cada material possui propriedades mecânicas específicas que afetam a resistência e a rigidez do reforço. Os reforços possuem propriedades físico-mecânicas diferentes, as quais podem

variar dependendo da sua geometria, do processo de fabricação e das condições de uso. Por isso, é fundamental seguir as recomendações do fabricante e realizar testes de caracterização para avaliar as propriedades específicas de cada material. Na Figura 3 é demonstrado um exemplo da introdução do reforço de fibra de carbono em vigas de madeira.

Figura 3 – Reforço com introdução de fibras de carbono na região inferior de uma viga.



Fonte: (FEIO, MACHADO e CUNHA, 2011).

É importante que os projetos de reforço em vigas de madeira sejam desenvolvidos por profissionais experientes e que sigam as normas e diretrizes técnicas relevantes. Brito (2014) enfatiza que a escolha do tipo de reforço a ser aplicado irá depender da finalidade a ser alcançada, principalmente em relação ao tipo de reparo a ser executado e do modo de falha que pontualmente se pretende evitar. Essas técnicas de reforço podem ser aplicadas em diversos tipos de estruturas, como vigas, pilares, lajes, paredes e fundações. O objetivo é garantir a segurança e a estabilidade da estrutura, evitando problemas como desabamentos, fissuras e deformações.

O projetista tem como trabalho avaliar a relação custo-desempenho sobre as formas de resolver o problema em um componente estrutural. Segundo Fiorelli (2002) os métodos de restauração mais utilizados são os métodos tradicionais, onde as estruturas de madeira são restauradas com peças novas que substituem as peças desgastadas, o método mecânico, onde as reparações estruturais são feitas com juntas metálicas e o método adesivo, onde existem

variações de resinas epóxi em combinação com peças metálicas que são postas para recuperação, porém, em alguns casos é mais vantajoso realizar o reforço e a recuperação da estrutura do que substituir os elementos degradados.

Além do custo da obra, definir a estratégia de intervenção é necessário para determinar o grau de conhecimento que é preciso ter dessa construção, como identificar a origem de patologias, quantificar a resistência e a rigidez dos elementos de madeira, detectar pontos da estrutura que requeiram reforço ou substituição e recomendar medidas que evitem a ocorrência dos problemas.

Carneiro (2012) destaca que o material de reforço deve permanecer aderente na estrutura existente, desta forma, sua tarefa é resistir às tensões concentradas criadas nas descontinuidades da madeira e transmitir o esforço às áreas resistentes.

Não só a condição técnica de um componente de madeira, mas também o valor artístico e cultural, juntamente com seu aspecto ornamental são considerados na análise de seu comportamento. Para Brito (2014) nas obras de reabilitação, um dos fatores limitantes mais importantes na decisão de intervenção é de que muitas vezes a estrutura original ainda se encontra em funcionamento, e por isso é necessário optar por uma solução que não envolva a evacuação do local. Assim é preciso que seja capaz de implementar a medida de forma a causar o mínimo de incômodo a quem dela usufrui.

Barros (2005) afirma que é possível realizar obras de restauro estrutural em edifícios de valor cultural sem recorrer a métodos muito invasivos, obtendo assim a boa função estrutural do edifício sem afetar os seus valores culturais e patrimoniais.

O planejamento e a execução dos reforços em vigas de madeira seguem alguns passos baseados em Aston, Haddon e Barbosa (2018) e que são apresentados no fluxograma da Figura 4. O processo inicia com a avaliação das condições da estrutura existente, incluindo sua geometria, carga de serviço, tipo de madeira e condição de umidade. Em seguida, é definido o tipo de reforço a ser utilizado, considerando as propriedades mecânicas e físicas da madeira e do material do reforço. Para isso, são realizados ensaios em laboratório para determinação das propriedades mecânicas dos materiais.

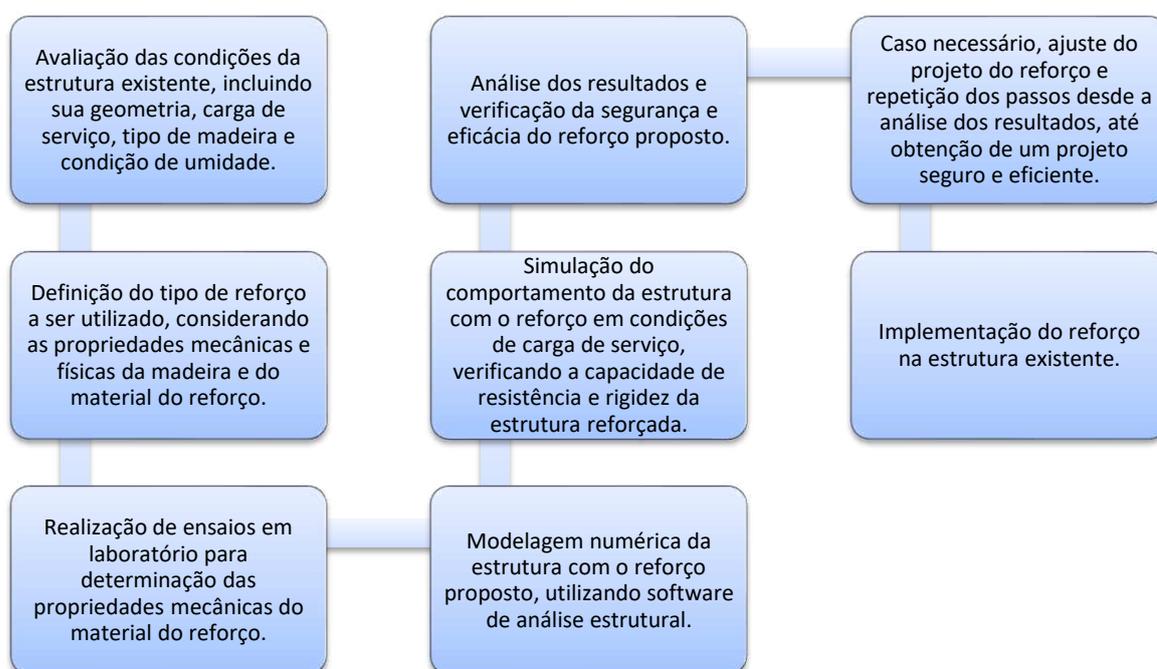
Com base na avaliação e nos ensaios realizados, é feita a modelagem numérica da estrutura com o reforço proposto, utilizando software de análise estrutural. A seguir, é feita a

simulação do comportamento da estrutura com o reforço em condições de carga de serviço, verificando a capacidade de resistência e rigidez da estrutura reforçada.

Os resultados da análise numérica são então observados e é verificada a segurança e eficácia do reforço proposto. Caso necessário, é feito o ajuste do projeto do reforço e os passos desde a análise dos resultados são repetidos até a obtenção de um projeto seguro e eficiente.

Por fim, é implementado o reforço na estrutura existente, garantindo que todas as etapas foram devidamente executadas e verificando a qualidade e eficácia do reforço após sua instalação.

Figura 4 – Apresentação do fluxograma de implementação de reforços estruturais.



Fonte: o autor.

Os reforços em vigas de madeira podem apresentar diferentes formatos e tamanhos, dependendo do material utilizado e do tipo de aplicação. Para Chung e Kim (2012), cada formato de reforço tem vantagens e desvantagens dependendo do projeto específico. É importante avaliar cuidadosamente as características do reforço e as necessidades do projeto antes de escolher um formato específico de reforço para uma viga de madeira e, além disso, considerar cuidadosamente a orientação das fibras dos reforços em relação às fibras da viga de

madeira para garantir que o reforço proporcione a resistência e rigidez necessárias para o projeto.

Os componentes de reforço podem ser barras, placas ou outras formas estruturais, de metal, FRP (*Fiber Reinforced Polymer*, ou Polímero Reforçado com Fibra) ou produtos projetados de madeira, que podem ser colocados dentro ou fora do componente e são conectados às vigas por fixações mecânicas ou adesivos estruturais, podendo também ser pré-tensionados, caso haja uma preferência.

No início dos estudos de Ansharia *et al.* (2012) sobre o uso de materiais de reforço adesivos e técnicas de pré-tensão ou pós-tensão, o foco era principalmente o uso de metal, incluindo barras de aço, cabos protendidos e placas ligadas de aço com alumínio. Porém, nos dias atuais é notável a utilização de polímeros reforçados com fibras.

2.2.1 Polímeros reforçados com fibras

Os polímeros reforçados com fibras são materiais compostos que consistem em uma matriz polimérica que é reforçada com fibras de alta resistência. Schober *et al.* (2015) explicam que essas fibras conferem ao material compósito propriedades mecânicas superiores em relação ao polímero puro, como maior resistência à tração, compressão e flexão, bem como maior rigidez e tenacidade. Além disso, contam com uma variedade de formatos e de parâmetros, dependendo do material da fibra, da fração de volume e da orientação.

O uso de sistemas avançados de polímero reforçado com fibra em aplicações de engenharia civil para fortalecer e reparar estruturas de concreto e alvenaria tornou-se cada vez mais comum, levando ao desenvolvimento de códigos de projeto, normas e manuais para suas aplicações. Reis *et al.* (2018) destaca que tais códigos de projeto ainda não se aplicam a estruturas de madeira, mas vários estudos podem ser encontrados focados em melhorar a resistência dos elementos de madeira. Estas pesquisas são necessárias para alcançar vãos e capacidades de resistências não atendidos no projeto e em reparos de acidentes, envelhecimento, ataque químico e falha estrutural.

O polímero reforçado com fibra é notório para Lima (2016) por reforçar estruturas devido à sua facilidade de implantação, alta resistência à tração e ataque químico, e ganho de peso estrutural mínimo. Os materiais compósitos mais utilizados para o reforço de elementos

de madeira de acordo com a literatura são os polímeros reforçados com fibras, composto por CFRP (*Carbon Fiber Reinforced Polymer*, ou Polímero Reforçado com Fibra de Carbono) e GFRP (*Glass Fiber Reinforced Polymer*, ou Polímero Reforçado com Fibra de Vidro), que podem ser colados à viga por epóxi na parte inferior do elemento estrutural ou no interior.

Segundo Fiorelli (2002) o uso de FRP na construção civil é altamente significativo, devido à redução do custo de materiais, aumento da durabilidade e redução da manutenção para elementos estruturais de madeira, além da capacidade de reparar e reforçar estruturas danificadas. O processo de fabricação para cada um desses materiais é diferente, resultando em microestruturas com propriedades diferentes.

De acordo com Araújo e Freitas (2016) os polímeros reforçados com fibras podem ser fabricados por diversos processos, como laminação manual, laminação contínua, infusão a vácuo e moldagem por compressão a quente. Cada processo tem suas vantagens e desvantagens, dependendo da aplicação específica do material compósito. No entanto, apesar das vantagens, os polímeros reforçados com fibras também apresentam algumas limitações, como maior custo em relação aos polímeros convencionais, baixa resistência à delaminação, dificuldade de reparo em caso de danos e impacto ambiental durante o processo de fabricação.

Para Fiorelli (2002), no reforço com fibras, deve ser realizado um processo de laminação manual, aplicando a resina diretamente na superfície a ser reforçada e no tecido correspondente. Como produto final, obtém-se um laminado. O primeiro passo para fazer aplicações de reforço de fibra é examinar o estado da estrutura. Para madeira, a superfície deve estar limpa, seca e isenta de partículas soltas, graxa e óleo. Se houver vazios ou buracos na superfície, ela deve ser preenchida com algum tipo de argamassa epóxi. Deve-se usar um rolo de imersão ou pincel para aplicar uma camada de resina na superfície da madeira. Uma camada de fibras é então colocada na superfície a ser reparada.

Em geral, Khan e Razzaque (2015) explicam que os reforços de fibra de vidro e fibra de carbono são fabricados em camadas com fibras alinhadas em diferentes direções para otimizar a resistência e rigidez do material. Em alguns casos, esses reforços podem ser fabricados com fibras unidirecionais, o que significa que todas as fibras estão alinhadas em uma única direção. Em estudos de caso de reforços de fibra em vigas de madeira, a direção das fibras pode ser especificada pelo fabricante do material ou pode ser determinada pelo projetista com base nas necessidades específicas do projeto.

Segundo Sotos (2011), normalmente os reforços são aplicados na direção perpendicular às fibras da viga de madeira para aumentar a resistência e rigidez na direção transversal da viga. No entanto, em alguns casos, os reforços podem ser aplicados na direção paralela às fibras da viga de madeira para aumentar a resistência na direção longitudinal da viga.

A pesquisa na área de materiais compósitos, para Borri e Corradi (2011), pode trazer melhores propriedades mecânicas e também continuar a reduzir os custos de produção e montagem, que é considerado o principal obstáculo à sua utilização até o momento. Na sequência, alguns dos materiais utilizados como reforços em vigas de madeira são apresentados com mais detalhes, começando pelos dois polímeros reforçados com fibras estudados neste trabalho.

2.2.1.1 Polímeros reforçados com fibra de carbono

A fibra de carbono é um material composto feito de filamentos de carbono e resina sintética. É conhecida por sua alta resistência e rigidez, facilidade de usinagem de formas complexas, além de sua leveza e durabilidade. Como resultado, segundo Fiorelli (2002), a fibra de carbono tem sido usada em uma variedade de aplicações, incluindo aeronaves, carros de corrida, esportes, indústria aeroespacial e construção nas últimas cinco décadas. Na Figura 5 são demonstrados exemplos de comercialização da fibra de carbono.

Figura 5 – Compilação de exemplos da comercialização da fibra de carbono.



Fonte: (AHMED *et al.*, 2020) e (FIBERGLASS SUPPLY, 2023).

Em termos de reforço em estruturas de madeira, Serrano, Pena e Torres (2017) destacam que a fibra de carbono pode ser usada para aumentar a resistência e a rigidez de vigas, colunas, contraventamentos e outras peças estruturais. O processo geralmente envolve a aplicação de uma camada de fibra de carbono impregnada com resina sintética sobre a superfície da peça de madeira, seguida pela cura da resina para formar uma camada dura e resistente.

De acordo com Fiorelli (2002), a fibra de carbono é feita de um componente básico chamado poliacrilonitrila. Dependendo do tipo de tratamento que a fibra de base recebe, incluindo carbonização, oxidação e grafitação, podem ser fabricadas fibras de carbono com diferentes configurações de resistência elétrica e módulo de elasticidade.

Escolher um reforço em fibra de carbono em vigas de madeira, para Anderson (2014), pode oferecer uma série de benefícios, incluindo o aumento da capacidade de carga das vigas de madeira, permitindo que elas suportem mais peso, melhorar significativamente as propriedades mecânicas, ajudar a reduzir a deformação, tornando-as menos propensas a rachaduras e outros danos, resistir à corrosão, prolongando a vida útil da estrutura, evitar a necessidade de reparos frequentes e ainda contar com uma facilidade de instalação, que pode ser feita sem a necessidade de alterações significativas na estrutura da viga de madeira existente. Para Borri, Corradi e Grazini (2005) a técnica utilizada provou ser fácil e rápida de executar, mesmo em peças *in situ*.

Segundo Ferreira, Nogueira e Pires (2018), os reforços de fibra de carbono apresentam uma alta relação resistência-peso, além de poder ser orientada em diferentes direções, o que significa que podem ser mais eficazes em aumentar a resistência e a rigidez da viga de madeira em comparação com outros materiais de reforço. Esses reforços podem ser encontrados na forma de laminados, fitas, barras, cordas ou malhas de fibra de carbono impregnadas com resina e também podem ser moldados para se adaptar a formas específicas de vigas.

O processo de reforço com fibras de carbono, segundo Sotos (2011), é semelhante ao reforço com fibras de vidro, com a diferença de que as fibras de carbono são mais resistentes e rígidas. O processo começa com a limpeza e lixamento da superfície de aplicação. Em seguida, uma camada de resina epóxi é aplicada na superfície da viga e a fibra de carbono é colocada sobre a resina. O processo é repetido várias vezes até que a espessura desejada seja atingida. A fibra de carbono é então deixada para curar antes de ser lixada e nivelada.

O comportamento da lâmina de carbono epóxi é essencialmente frágil, não permitindo determinar o ponto de escoamento, apenas a tensão de ruptura. Consequentemente, na pesquisa de Mesquita, Pilat e Salerno (2013) observa-se que o comportamento das fibras domina o comportamento da resina.

Segundo o estudo de Schober *et al.* (2015) experimentos realizados por diversos pesquisadores do reforço de vigas de madeira com CFRP demonstraram que em comparação com vigas não reforçadas, as vigas reforçadas têm menos variabilidade em suas propriedades, e além disso, constatou-se também que o uso de uma pequena quantidade desse polímero, pode levar a um aumento na resistência à flexão de até 100%.

No trabalho de Novosel *et al.* (2021) sobre reforço de fibra de carbono, um exame visual de todas as vigas testadas mostrou que as três lâminas coladas na face falharam sob cargas de flexão. A rigidez efetiva pôde ser aumentada em até 94%. O deslocamento e a deformação no meio do vão reduziram à medida que o número de camadas de fibras aumentou. Além disso, constatou que uma ou duas camadas de vigas reforçadas proporcionaram um aumento de 14% na ductilidade.

Vigas de madeira laminada colada reforçadas com tecidos de fibra de carbono foram estudadas em testes experimentais feitos por Bergmeister e Luggin (2001), onde observaram dois tipos de falhas em vigas armadas. Fratura por tração das fibras na camada inferior da madeira após a plastificação ter ocorrido na parte de compressão da viga e também a ruptura na linha de cola.

Dias, Branco e Cruz (2006) concluíram em seu trabalho que os reforços fixados na face externa inferior tiveram melhor desempenho em relação aos reforçados internamente, alcançando um aumento de 54% nos laminados. Além do aumento da resistência à flexão, também foi observado aumento da capacidade de carga no Estado Limite de Serviço, com maiores cargas alcançadas em deslocamentos menores em relação à viga sem esforço.

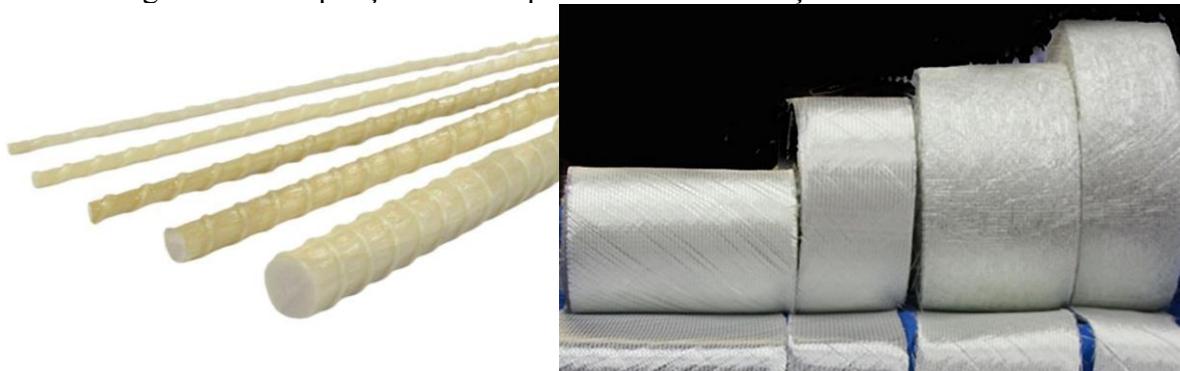
Reforço de vigas de madeira com fibra de carbono realizado na pesquisa de Piazza, Tardini e Modena (2016), em um edifício histórico em Veneza, Itália, mostrou que o reforço de vigas de madeira com fibras de carbono pode melhorar significativamente a capacidade de carga e a resistência à flexão das estruturas. A técnica de reforço utilizada envolveu a aplicação de várias camadas de tecido de fibra de carbono em ambas as faces das vigas de madeira, usando uma resina epóxi como adesivo.

Conforme Fiorelli (2002) e Schober *et al.* (2015) os materiais de reforços de fibra de carbono necessitam ser importados e por isso possuem um custo elevado. Como as fibras de carbono têm maior resistência a meios alcalinos e à fadiga quando comparada com as fibras de vidro, os materiais de CFRP parecem ser os mais adequados para o reforço de estruturas de madeira que necessitam de um melhor desempenho. Porém, devido aos custos mais baixos, os materiais GFRP podem ser usados onde não é necessária uma resistência muito alta.

2.2.1.2 Polímeros reforçados com fibra de vidro

As fibras de vidro se destacam como um produto produzido nacionalmente. De acordo com Fiorelli (2002) essas fibras são feitas de sílica, pela adição de cálcio, boro, sódio e alumínio. Na Figura 6 são demonstrados exemplos de comercialização da fibra de vidro. Dentre as vantagens do uso de fibras de vidro em reforços estruturais, destacam-se: baixo custo, alta resistência ao impacto e à corrosão.

Figura 6 – Compilação de exemplos da comercialização da fibra de vidro.



Fonte: (AHMED *et al.*, 2020) e (FIBERGLASS SUPPLY, 2023).

Os materiais de GFRP, que são claramente mais baratos, geralmente se mostram suficientes para fornecer o reforço necessário em madeiras que não necessitam de uma resistência elevada, explicam Franke, Franke e Harte (2015). Segundo Fiorelli (2002) os materiais de reforços de fibra de vidro possuem um custo equivalente a 5% do reforço com fibra de carbono.

Escolher um reforço em fibra de vidro para vigas de madeira, conforme sugerido por Toghyani, Fakhari e Khabbaz (2015), oferece vários benefícios. Isso inclui o aumento da

resistência para suportar cargas pesadas ou condições adversas, resistência à umidade e corrosão para prolongar a vida útil e reduzir a necessidade de reparos frequentes. Além disso, a utilização da fibra de vidro diminui a probabilidade de rachaduras e danos, proporcionando maior durabilidade e leveza. Esta característica facilita a manipulação, transporte e instalação, dispensando alterações significativas na estrutura existente da viga de madeira.

De acordo com Gantes, Sherbourne e Ubejd Mujagic (2011), os reforços de fibra de vidro, de baixa rigidez, exibem comportamento mais elástico em comparação com outros materiais, como a fibra de carbono. A resistência à tração varia conforme o tipo, teor e orientação das fibras, além da qualidade da adesão entre o reforço e a madeira. Encontrados como laminados, fitas, barras, cordas ou malhas impregnadas com resina, a chapa plana destaca-se como a forma mais comum de laminado de fibra de vidro para reforço de vigas.

Saribiyik e Caglar (2016) descrevem o processo de adoção do reforço com fibras de vidro começando com a preparação da superfície da viga de madeira, que deve ser limpa e lixada. Em seguida, uma camada de resina epóxi é aplicada na superfície da viga e a fibra de vidro é colocada sobre a resina. Uma segunda camada de resina é aplicada sobre a fibra para garantir uma boa aderência. O processo é repetido várias vezes até que a espessura desejada seja atingida. A fibra de vidro é então deixada para curar antes de ser lixada e nivelada com a superfície da viga.

Um exemplo de aplicação bem sucedida de reforço em fibra de vidro em estruturas de madeira é um estudo de caso conduzido por Ribeiro, Dias e Correia (2014). Nesse estudo, uma ponte de madeira existente que apresentava sinais de deterioração foi reforçada com laminados de fibra de vidro e resina epóxi para melhorar sua capacidade de carga e durabilidade. Os resultados mostraram que o reforço em fibra de vidro foi eficaz em melhorar a resistência da ponte e prolongar sua vida útil.

Amy e Svecova (2004) produziram testes em vigas de madeira reforçadas com tarugos GFRP como reforço de cisalhamento, bem como reforço de flexão para controlar a ruptura por tensão observada em algumas amostras. Propuseram um protocolo de reparo econômico para fortalecer vigas de madeira tratadas com creosoto para flexão e cisalhamento usando hastes de polímero reforçadas com fibra de vidro. Os resultados do estudo mostraram um aumento nas resistências à flexão e ao cisalhamento.

Fiorelli e Dias (2005) avaliaram o ganho de resistência de diferentes proporções de reforço de fibra de vidro para vigas de madeira laminada colada. As vigas foram reforçadas na parte inferior, sujeitas à tração. Após os testes de flexão, obteve-se um aumento na resistência. Outro fator importante, segundo os autores, é que a ruptura de vigas armadas ocorreu de forma menos frágil após grandes deslocamentos verticais, característica importante da confiabilidade do elemento estrutural.

Testes preliminares foram realizados por Fiorelli (2002) em vigas de madeira das espécies de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* e *Eucalyptus grandis*. Através destes ensaios, pode-se verificar o aumento de rigidez em sua maioria de 10 até 30%, porém, em alguns casos o aumento chegou a ser de até cerca de 60%.

O reforço com GFRP é interessante porque aumenta a resistência, apresenta bons resultados, além de ser atrativo do ponto de vista financeiro, com custo mais competitivo que a fibra de carbono.

2.2.2 Barras de aço protendido

O aço é um dos materiais de construção mais utilizados em projetos de restauração, devido às suas propriedades e comportamento. Carneiro (2012) esclarece que o aço é uma liga ferro-carbono formada a partir de minério de ferro, cujos principais componentes são o ferro e o carbono. A ductilidade do aço é expressa por sua capacidade de se deformar plasticamente sem quebrar após ultrapassar o limite elástico. Esta é uma característica essencial que permite a análise e o dimensionamento plástico.

Segundo Carneiro (2012) o aço é produzido continuamente usando técnicas industriais e pode fornecer dimensões muito precisas. Garante maior previsibilidade de materiais e rapidez de trabalho, bem como rapidez de montagem. Desta forma, evita-se a utilização de moldes e tempo de cura.

Escolher reforço em barra de aço protendido para vigas de madeira, segundo Mazzolani (1991), proporciona vários benefícios. Aumenta significativamente a resistência, tornando as vigas capazes de suportar cargas pesadas e condições adversas, além de resistir à corrosão e umidade, prolongando a vida útil e reduzindo a necessidade de reparos frequentes. Controla a deformação, diminuindo a propensão a rachaduras e danos. As barras de aço

protendido são flexíveis, adaptáveis e de fácil instalação, podendo ser projetadas para atender às necessidades específicas de cada projeto. Essa opção não requer alterações significativas na estrutura da viga de madeira existente. Na Figura 7 são apresentados exemplos de comercialização de barras de aço com ancoragem para protensão.

Figura 7 – Exemplo de comercialização da barra de aço com ancoragem para protensão.



Fonte: (GTQC STELL, 2023).

De acordo com Bustamante *et al.* (2012), é importante notar que a adição de barras de aço protendido pode aumentar o peso das vigas de madeira, tornando-as mais difíceis de manipular e transportar. Além disso, o uso desses reforços pode ser mais caro do que algumas outras opções, o que pode limitar sua aplicação em algumas situações.

Gonçalves, Branco e Cruz (2018) explicam que a protensão do aço permite que o reforço seja pré-tensionado, o que significa que ele é submetido a uma tensão antes de ser instalado. Isso aumenta a resistência do reforço e da viga de madeira também. Esses reforços são geralmente barras de aço revestidas com uma camada de material aderente e protegidas por uma bainha de plástico ou metal. A forma mais comum de reforço de barra de aço protendido para vigas de madeira é a barra reta, mas elas também podem ser curvadas para se adaptar a curvas na estrutura. Alguns projetos podem incluir vários cabos de aço protendidos ao longo da viga.

O processo de reforço com barras de aço protendido, para Lima (2016), começa com a perfuração da viga de madeira para acomodar as barras de aço. As barras são então inseridas

na viga e fixadas com um adesivo de resina epóxi. Em seguida, a barra é tensionada usando um dispositivo de tensão, o que ajuda a aumentar a resistência da viga. Por fim, a viga é coberta com uma camada de resina epóxi para proteger as barras de aço da corrosão. É importante lembrar que o processo de reforço em aço protendido em vigas de madeira é complexo e deve ser realizado por profissionais capacitados e experientes em engenharia de estruturas.

Segundo Pfeil e Pfeil (2003) utiliza-se de diversas formas para a conexão dos cabos tracionados à peça de madeira, tais como pregos, pinos, parafusos ou conectores de metal. No caso de pregos, produzem uma ligação com boa rigidez, mas o dimensionamento resulta em talas muito longas. Já parafusos e pinos criam conexões deformáveis. Assim, os conectores metálicos são a maneira mais eficiente de fazer uma conexão completa e robusta.

Dias (2008) analisou a utilização de um sistema pré-esforçado com barras de aço colocadas no exterior das vigas de madeira na parte inferior. Ao aplicar tensão nos tirantes, é possível contrariar as cargas aplicadas que determinam a deformação da viga, geralmente devido à redução da seção resistente e à fluência da madeira. Uma vez que o tirante é colocado sob tensão, ele trabalha sob tração e a viga de madeira passa a trabalhar sob flexão composta, mas com valores de momento fletor menores. O mesmo autor acrescenta que para não causar a ruptura da viga é necessário acompanhar a contra flecha realizada pela protensão.

O Departamento de Obras Públicas e Engenharia da cidade de Manchester, New Hampshire, publicou um relatório em 2015 sobre as renovações realizadas no edifício da Câmara Municipal. O objetivo era preservar a integridade estrutural do edifício, que apresentava sinais de envelhecimento e desgaste após décadas de uso. Uma das medidas adotadas pelos engenheiros responsáveis pela renovação foi o reforço das vigas de madeira do teto com barras de aço protendido. O relatório conclui que as renovações foram bem-sucedidas em preservar a integridade estrutural do edifício, permitindo que o prédio continuasse sendo utilizado para fins públicos por muitos anos.

De Luca e Marano (2012) compararam vigas não reforçadas do mesmo nível de carga, com vigas reforçadas com barras de aço. O reforço aumentou a rigidez à flexão e reduziu a deflexão. Além disso, observou-se que existem áreas de ductilidade destacáveis nas vigas reforçadas, diferente das vigas não reforçadas que apresentam um comportamento quebradiço.

Franke, Franke e Harte (2015) investigaram o reforço de vigas de madeira com barras de aço coladas, utilizando ensaios experimentais e modelos numéricos. Eles exploraram

diferentes configurações de reforço e analisaram os efeitos na resistência e rigidez das vigas. Concluíram que com as características das vigas não reforçadas e a porcentagem de barras de aço utilizadas, pode-se atingir um aumento de resistência e rigidez chegando na faixa dos 100%.

No livro *Wood Handbook: Wood as an Engineering Material*, publicado pelo Departamento de Agricultura dos Estados Unidos (2010) explica-se que a análise estrutural do reforço em barra de aço protendido envolve o cálculo da tensão inicial das barras e a modelagem da viga de madeira com o software de análise estrutural. O livro também destaca a importância de considerar a interação entre o reforço em barra de aço protendido e a viga de madeira durante a análise estrutural.

2.2.3 Outros tipos de reforços

Além dos polímeros reforçados com fibra de carbono, de vidro e também das barras de aço protendido, existem diversos outros tipos de reforços que estão sendo estudados e que trazem novas perspectivas para os reforços em estruturas. Por exemplo, Silvestre *et al.* (2015) conduziram um estudo comparativo entre vigas de madeira reforçadas com conectores mecânicos, fibra de carbono e as vigas não reforçadas. As vigas com conectores mecânicos apresentaram um aumento considerável em capacidade de carga e rigidez. Marra *et al.* (2016) também examinaram vigas de madeira, porém reforçadas com chapas de aço, constatando um notável incremento em capacidade de carga e rigidez.

Fülöp *et al.* (2019) investigaram o acréscimo de concreto nas extremidades das vigas de madeira, observando melhorias significativas na capacidade de carga e rigidez. Em uma abordagem diferente, Pervaiz *et al.* (2018) exploraram o potencial da madeira laminada colada como reforço, constatando aumentos consideráveis tanto na capacidade de carga quanto na rigidez das vigas. Seus experimentos envolveram diversas configurações de madeira laminada colada.

A pesquisa conduzida por Jockwer (2015) analisou a eficácia dos reforços em termos de capacidade de carga e rigidez em vigas de madeira, abrangendo várias configurações e parâmetros. Os resultados indicaram que o uso de parafusos totalmente roscados e hastes roscadas poderia ser um método efetivo para fortalecer vigas entalhadas, proporcionando ganhos notáveis em resistência e rigidez.

Outra linha de investigação, como mostrado por Borri e Corradi (2011), explora a adição de cordões de aço de alta resistência para reforçar vigas de madeira sob flexão. O estudo concluiu que essa técnica se revelou efetiva ao incrementar tanto a resistência quanto a rigidez das vigas. Um estudo mais abrangente conduzido por Borri, Corradi e Speranzini (2013) explorou materiais compósitos à base de fibras naturais, incluindo cânhamo, linho, basalto e bambu. O tecido de basalto se destacou, mostrando os melhores resultados no aumento da capacidade de carga e rigidez das vigas.

Fiorelli (2002) examinou alternativas às fibras de vidro e carbono para o reforço de vigas de madeira, destacando a fibra aramida ou Kevlar 49. Esse estudo sugeriu que a fibra aramida poderia ser uma opção viável, oferecendo um aumento na resistência e rigidez das vigas de madeira. Por sua vez, Abdel-Magid, Dagher e Kimball (1994) compararam o reforço com fibras de carbono e Kevlar 49 pré-impregnadas, concluindo que as fibras de carbono proporcionaram o maior aumento de resistência, enquanto o Kevlar 49 trouxe significativa melhoria na rigidez.

Tingley e Gilham (1994) realizaram um estudo sobre pontes de madeira reforçadas com fibras mistas de carbono e aramida, considerando fatores como peso, cargas imprevistas e variações ambientais. Os resultados indicaram que essa combinação de fibras poderia ser eficaz para melhorar o desempenho das pontes de madeira. Por fim, em Ansharia *et al.* (2012), a inserção de blocos de madeira comprimidos foi avaliada como forma de reforçar vigas de madeira, demonstrando potencial para aumentar a resistência à flexão e rigidez das vigas.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados e explicados fundamentos e termos que são abordados dentro deste trabalho.

3.1 COMPORTAMENTO MECÂNICO DA MADEIRA

O comportamento mecânico da madeira é fundamental para entender como essa matéria-prima se comporta sob carregamentos e como ela pode ser utilizada em estruturas. Devido à sua importância na sociedade, muitos pesquisadores começaram a estudar as características físicas e mecânicas da madeira adaptando-se ao modelo ortotrópico. Entretanto, para entender sua adequabilidade é necessário conhecer alguns aspectos relacionados à sua natureza física. Mascia (2003) explica que a adoção de um modelo ortotrópico para a madeira é resultado do conhecimento de suas estruturas microscópicas e macroscópicas, bem como de sua fisiologia, do crescimento das árvores e das leis constitutivas que regem seu material.

Carneiro (2012) explica que a estrutura da madeira de uma árvore é orientada durante o seu crescimento em resposta a efeitos ambientais como o vento e a gravidade. É fundamental conhecer as propriedades mecânicas específicas de cada tipo de madeira para realizar uma análise precisa das estruturas de madeira e também o fato de ser comum utilizar fatores de segurança nas análises de resistência de estruturas de madeira, para garantir que elas sejam capazes de suportar as cargas a que serão submetidas.

A resistência mecânica da madeira é uma propriedade física importante para a sua utilização como material estrutural, a qual é influenciada por diversos fatores, como a espécie da árvore, o teor de umidade, a idade da árvore, a direção da fibra e a presença de defeitos, como nós e rachaduras. Carvalho (1996) afirma que para peças sem defeitos, a resistência à tração axial pode ser três vezes maior que a compressão axial. A aproximação das fibras comprova isso, ajudando a aumentar a coesão e adesão do bloco de madeira. Portanto, é importante considerar a direção das fibras da madeira na seleção e posicionamento de elementos estruturais, bem como na definição do tipo e direção dos reforços a serem aplicados.

A madeira possui uma alta resistência à flexão estática, com valores próximos aos valores verificados pela sua resistência à tração paralela às fibras. A tensão de flexão induz dois

tipos de comportamento nas peças de madeira: há tensão de compressão na parte interna e no de tração na parte externa. Se o limite de resistência à compressão for excedido, isso levará a pré-rupturas localizadas na área de compressão. Finalmente, quando a resistência máxima à tração é excedida, as peças cedem devido à quebra e divisão das fibras salientes.

Negrão e Faria (2009) afirmam em seu estudo que os valores de resistência à tração da madeira perpendiculares às fibras são muito baixos, cerca de 50 vezes menores, do que em outras propriedades transversais.

No livro *Wood Handbook: Wood as an Engineering Material*, publicado pelo Departamento de Agricultura dos Estados Unidos (2010) destaca-se que um aspecto importante do comportamento mecânico da madeira é a influência da umidade, sendo que a resistência diminui à medida que a umidade aumenta, ou seja, quando a madeira está seca, ela é mais rígida e resistente, mas quando está úmida, suas propriedades mecânicas são reduzidas. Por isso, é importante considerar a umidade da madeira durante o projeto e a execução de estruturas.

Para avaliar o comportamento mecânico da madeira, no livro *Wood Handbook: Wood as an Engineering Material*, publicado pelo Departamento de Agricultura dos Estados Unidos (2010) entende-se que são realizados testes experimentais de resistência à tração, compressão, flexão, cisalhamento, entre outros.

No Brasil tem-se a utilização da NBR 7190:1997 que estabelece diretrizes para o dimensionamento de estruturas de madeira, assim como as internacionais, tais como o Eurocode e a ASTM. Cabe ressaltar que já se conta com a NBR 7190:2022 e sugere-se sempre verificar diretamente no site da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) para obter as informações mais recentes. Os resultados desses testes são utilizados para determinar as propriedades mecânicas da madeira, como módulo de elasticidade, resistência e deformação específica. Essas informações são importantes para o projeto e dimensionamento de estruturas de madeira.

De acordo com Pfeil e Pfeil (2003) no projeto de vigas de madeira são utilizados dois critérios básicos, as limitações das tensões e as limitações de deslocamentos. Para ele a madeira tem maior importância que construções provenientes de outros materiais, como aço e concreto armado, visto que se trata de um material com relação resistência-rigidez alta. Nas limitações de tensão em obras de madeira, mesmo o material não seguindo a lei linear de tensões até a ruptura, o dimensionamento é formulado pela teoria clássica de resistência dos materiais. Já nas

limitações de deslocamentos visa-se evitar danos, atender ao conforto dos usuários e ainda considerar requisitos estéticos.

3.1.1 Modelagem numérica da madeira e dos reforços

A modelagem da madeira envolve a construção de modelos matemáticos que representam a geometria, as dimensões, as propriedades físicas e mecânicas, as condições de contorno e as normas de segurança, que, conforme Mamo, Souza e Ribeiro (2015), devem ser consideradas na concepção e na construção da estrutura. Além disso, outra parte importante da modelagem da madeira é o modelo constitutivo.

Os modelos constitutivos são relações matemáticas usadas para descrever como a madeira responde a estímulos externos. Segundo Kereki, Serrano e Kollár (2017), existem vários modelos constitutivos utilizados para descrever o comportamento mecânico das estruturas de madeira, levando em consideração suas propriedades físicas e estruturais. Dentre eles, pode-se citar o modelo clássico da elasticidade linear, o modelo de dano, o modelo de plasticidade e o modelo de fratura.

Cabe-se salientar que todas as teorias mencionadas podem ser aplicadas para materiais isotrópicos ou anisotrópicos. A escolha do modelo mais adequado depende das propriedades físicas e mecânicas da madeira, do tipo de carregamento a que a estrutura será submetida e dos objetivos da análise estrutural. Sendo a determinação dos parâmetros necessários à descrição das leis constitutivas um grande desafio para aplicação das teorias desenvolvidas.

A hipótese da elasticidade linear é frequentemente usada na modelagem do comportamento mecânico da madeira. Debiazi e Motta (2013) explicam que nesse modelo assume-se que a madeira é um material elástico linear, ou seja, que a relação entre a tensão e a deformação é linear. Isso significa que a deformação é proporcional à carga aplicada, e que a madeira retorna à sua forma original quando a carga é removida.

Uma vez que o módulo de elasticidade é conhecido, é possível prever o comportamento da madeira sob diferentes condições de carga e deformação, usando equações matemáticas simples. Por exemplo, é possível calcular a deflexão de uma viga de madeira submetida a uma carga conhecida, ou a tensão em uma seção transversal da madeira sujeita a uma força axial. Apesar de ser um modelo simples, a elasticidade linear pode ser usada para

prever o comportamento de estruturas de madeira com boa precisão, desde que as deformações permaneçam dentro da faixa elástica do material.

De acordo com Lu e Yan (2008), o modelo de dano é baseado na ideia de que o material se comporta elasticamente até um ponto em que o dano começa a se acumular, resultando em uma redução da capacidade de suportar cargas. Na modelagem de estruturas de madeira, o modelo de dano é frequentemente utilizado para simular o comportamento de elementos estruturais que sofrem danos devido a variações de umidade, ataques de insetos ou fungos, ou outros tipos de degradação. Esse modelo é capaz de representar a redução da capacidade de carga devido a danos localizados, bem como o efeito cumulativo do dano em toda a estrutura.

O modelo de plasticidade é baseado na teoria da plasticidade, que considera o comportamento plástico dos materiais, ou seja, sua capacidade de deformação permanente. Heydari e Khademi-Eslam (2013) esclarecem que na teoria da plasticidade, assume-se que o material possui uma superfície de escoamento, que representa o limite entre o comportamento elástico e o plástico. Quando a tensão aplicada ultrapassa a superfície de escoamento, ocorre deformação plástica e o material sofre uma deformação permanente. A superfície de escoamento pode ser definida de diversas formas, como por exemplo, através de modelos matemáticos ou experimentais.

É crucial destacar que o termo "escoamento" é frequentemente associado a materiais como o aço, indicando sua capacidade de fluir sob carga constante. No entanto, neste trabalho, optaremos por empregar esse termo com uma conotação específica, referindo-nos à transição entre o comportamento elástico e plástico do material em questão. Essa utilização visa delinear claramente o ponto em que o material deixa de se deformar elasticamente e passa para uma deformação plástica, um aspecto fundamental para a compreensão do comportamento mecânico abordado neste estudo.

Segundo Cramer (2001), o modelo de fratura considera que a existência de uma fratura no meio contínuo de forma discreta, ao contrário da teoria do dano onde uma descontinuidade é assumida distribuída no volume do corpo. A fratura ocorre quando a energia de deformação atinge um determinado valor crítico, que é uma característica do material e depende da sua microestrutura. Ao usar modelos de fratura para modelar o comportamento mecânico da madeira, é importante considerar a presença de defeitos internos no material, como nós, fendas e rachaduras. Esses defeitos podem levar a concentrações locais de tensão e deformação, o que

aumenta o risco de falha do material. Os modelos de fratura são importantes para a análise de estruturas de materiais frágeis, como concreto e cerâmicas, onde a falha por fratura pode ocorrer de forma súbita e sem aviso prévio, levando a consequências graves e perigosas.

O método dos elementos finitos permite, conforme Zienkiewicz, Taylor e Zhu (2005), a resolução de problemas complexos de engenharia por meio da divisão da estrutura em pequenas partes, que são os elementos finitos, onde as equações que governam o comportamento da estrutura são resolvidas. Na modelagem de estruturas de madeira, o MEF pode ser utilizado para determinar as tensões, deformações e deslocamentos em diferentes condições de carregamento. Para isso, é necessário definir as propriedades mecânicas do material de madeira, como o módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e resistência à tração e compressão, além de considerar os diferentes modos de falha que podem ocorrer.

Uma das abordagens mais comuns para Rossignolo e Consalter (2017) no cálculo e análise de reforços de fibra de carbono e de fibra de vidro em vigas de madeira é a modelagem como um material elasto-frágil, que considera a deformação elástica seguida por uma fratura súbita quando a tensão de ruptura é alcançada. Já a modelagem numérica utilizada para cálculo dos reforços de barra de aço pode ser feita por meio da teoria da elasticidade, que permite calcular as tensões e deformações em elementos estruturais sob cargas aplicadas. No entanto, essa teoria é limitada para o caso de materiais não-lineares como o aço, que apresentam comportamento elasto-plástico.

3.1.2 Modos de falha da madeira sem reforço

A falha pode ser definida como a incapacidade de um componente ou de um sistema funcionar conforme projetado e geralmente são expressas pelas equações do estado limite, explica Cheung, Pinto e Calil Júnior (2011). Se as equações do estado limite não atenderem aos requisitos de segurança, serviço, estética e economia, entende-se que a estrutura apresentou um modo de falha para o requisito a qual foi projetada.

Ao avaliar estruturas de madeira, é necessário detectar danos ou falhas ligados à resistência e facilidade de uso estrutural. Na definição de modo de falha, é necessário priorizar a definição da falha inicial de maneira correta. Os modos de falha em vigas de madeira podem ocorrer por diversos fatores, dentre os quais pode-se destacar rachaduras, flexão, compressão,

tração, cisalhamento, insetos e fungos e abrasão. É importante ressaltar que a combinação desses fatores pode provocar modos de falha complexos, que podem comprometer a integridade estrutural da viga de madeira. Por isso, é fundamental que sejam realizados estudos e análises detalhadas para garantir a segurança e a durabilidade das estruturas de madeira.

3.1.2.1 Rachaduras

As rachaduras em vigas de madeira podem ocorrer devido a vários fatores e podem ser categorizadas em duas categorias principais: rachaduras superficiais e rachaduras profundas.

As rachaduras superficiais são também chamadas de fissuras ou trincas e segundo Wu e Clausen (2018) não afetam significativamente a integridade estrutural da viga de madeira. Elas podem ser causadas por variações na umidade, variações de temperatura ou tensões locais devido a cargas aplicadas.

Santos (2018) explica que tal falha pode ser proveniente de defeito na secagem, gerando tanto grandes aberturas radiais no topo de uma peça, geralmente devido à secagem rápida na primeira hora, ou até mesmo acompanhados por trincas internas e inchaço devido ao estresse interno e secagem irregular. Na Figura 8 é ilustrado rachaduras em dormentes de madeira ocasionadas durante a perda de umidade.

Figura 8 – Rachaduras em dormentes de madeira ocasionadas durante a perda de umidade.



Fonte: (ICIMOTO, 2013).

As rachaduras profundas, também chamadas de fendas, para Wu e Clausen (2018) por outro lado, podem afetar significativamente a resistência da viga de madeira. Elas geralmente se formam perpendicularmente ao grão da madeira e se estendem por toda a seção transversal da viga. Elas podem ser causadas por uma variedade de fatores, incluindo excesso de carga, falha no projeto ou no processo de construção, variações de umidade e temperatura e tensões de cisalhamento. O modo de falha das rachaduras profundas em vigas de madeira é tipicamente a ruptura por cisalhamento, que ocorre quando a tensão de cisalhamento atinge um valor crítico na seção transversal da viga. Isso pode levar à falha completa da viga de madeira e pode ser perigoso em situações de carga.

De acordo com Wu e Clausen (2018), para evitar o modo de falha de rachaduras profundas em vigas de madeira, é importante garantir que a madeira seja selecionada adequadamente para a aplicação, que o projeto seja adequado para as cargas previstas e que a construção seja realizada corretamente. É importante também monitorar a umidade e temperatura da madeira ao longo do tempo e fazer inspeções regulares para identificar rachaduras e outros problemas potenciais.

O aparecimento de fendas pode ser evitado mediante a secagem lenta e uniforme da madeira, já que esse processo ajuda a manter as propriedades mecânicas ideais da madeira, reduz perdas de material, otimiza a eficiência e contribui para a resistência, durabilidade e desempenho adequado da estrutura. Devido à natureza higroscópica da madeira, a umidade de uma peça em serviço varia continuamente, diariamente ou por estação. A melhor época para a realização do corte segundo Santos (2018) é durante o inverno, pois madeiras de árvores abatidas nessa época secam lentamente sem rachar.

3.1.2.2 *Falha em flexão*

O modo de falha por flexão é um dos mais comuns em vigas de madeira. De acordo com Gonçalves e De Jesus (2020) ele ocorre quando a carga aplicada sobre a viga é superior à sua capacidade de suportar o peso, o que leva a uma deformação excessiva da peça, causando sua ruptura.

Na falha em flexão, as fibras de madeira que estão na parte superior da viga são alongadas, enquanto as fibras que estão na parte inferior são comprimidas. A falha de

componentes tensionados por flexão ocorre com a formação de falhas minúsculas, seguidas de esmagamento macroscópico. Este fenômeno resulta em um aumento da área de compressão da seção transversal e uma diminuição na área de tração, podendo romper, conforme apresentado na Figura 9.

Figura 9 – Ruptura da viga de madeira proveniente da flexão.



Fonte: (BONFANTE, 2016).

À medida que a carga aumenta, Gonçalves e De Jesus (2020) afirmam que as fibras na parte inferior da viga começam a se deformar e se esticar além de sua capacidade, enquanto as fibras na parte superior da viga começam a se comprimir. Quando a tensão na viga atinge seu limite de resistência, a viga se curva e começa a rachar. Se a carga não for retirada, a viga continuará a se deformar até que ocorra sua ruptura completa.

A flexão tem como efeito o aparecimento de tensões longitudinais de tração e compressão que se encontram distribuídas ao longo da altura da seção transversal. Franke, Franke e Harte (2015) mostram em seu trabalho que a tensão de tração resulta em uma falha frágil em razão da ruptura das fibras da madeira. Já a tensão de compressão longitudinal pode causar deformação elástica e plástica, que podem ser descritas como dúcteis. Segundo os autores, defeitos como nós, podem reduzir a resistência à tração comparado à compressão. Essa observação caracteriza a falha de flexão como frágil dentro da zona de tração.

Para evitar o modo de falha por flexão em vigas de madeira, Gonçalves e De Jesus (2020) destacam que é importante garantir que a viga tenha uma seção transversal adequada para suportar a carga esperada. Além disso, é possível utilizar reforços estruturais, como barras de aço protendido ou fibras de carbono, para aumentar a capacidade da viga de suportar cargas

elevadas. O conhecimento do modo de falha por flexão e outras formas de falha é fundamental para o projeto e análise de estruturas de madeira seguras e confiáveis.

3.1.2.3 Falha em compressão

O comportamento da madeira submetida a forças de compressão apresenta alterações devido à direção da força aplicada em relação à direção das fibras. Na compressão perpendicular às fibras, as fibras são compactadas e os vazios são eliminados, aumentando assim a capacidade de carga, como na Figura 10.

Figura 10 – Ruptura por esmagamento da viga de madeira proveniente da compressão.



Fonte: (TORQUATO, 2019).

A falha em compressão pode ocorrer em vigas submetidas a cargas axiais, como ações de peso de lajes ou paredes, ou devido a erros de dimensionamento na estrutura. A tensão de compressão perpendicular às fibras também pode ocorrer como uma falha dúctil com deformações plásticas e segundo Franke, Franke e Harte (2015) essas deformações plásticas são capazes de causar excentricidades que podem modificar a estabilidade geral da estrutura.

Quando uma peça é submetida a uma tensão de compressão paralela às fibras, a força é aplicada paralelamente ao comprimento do elemento. A tendência é encurtar as células da madeira ao longo de seu eixo longitudinal. Desta forma, Santos (2018) afirma que as células juntas proporcionam uma grande resistência à compressão da madeira.

3.1.2.4 Falha em tração

O modo de falha por tração em vigas de madeira ocorre quando há esforços que tendem a tracionar a peça no sentido longitudinal de suas fibras. Hoadley (2000) explica que esse tipo de falha pode ocorrer em vigas submetidas a cargas axiais de tração ou em situações onde a viga é utilizada como elemento de ligação, como no caso de tesouras de telhado. Segundo o autor, quando uma viga de madeira é submetida a uma carga axial de tração, as fibras da madeira são esticadas no sentido longitudinal da peça. Se a carga axial for muito alta, as fibras da madeira podem se romper, causando a falha da viga, como ilustrado na Figura 11.

Figura 11 – Ruptura por tração na viga de madeira.



Fonte: (LIMA *et al.*, 2014).

A ruptura da tração paralela às fibras pode ocorrer por deslizamento entre as células ou ruptura da parede celular, ambos podendo ocorrer com baixos valores de deformação. A falha por tração normal à fibra tende a separar as células da madeira perpendicularmente ao seu eixo, onde a resistência é baixa, devendo ser evitada.

A tensão de tração deve ser estudada paralela e perpendicular às fibras, porém é mais preocupante a falha nesta última, já que a resistência é bem inferior, considerando os defeitos naturais. Franke, Franke e Harte (2015) explicam que quando a resistência à tração da madeira é excedida, o desfecho é uma ruptura frágil.

3.1.2.5 Falha em cisalhamento

O modo de falha por cisalhamento ocorre em vigas de madeira quando há esforços cortantes atuando na peça, que podem provocar a ruptura das fibras transversais da madeira. De acordo com Yildiz (2012), esse tipo de falha pode ocorrer em vigas submetidas a cargas

transversais, como ações de vento, cargas laterais, ou devido a erros de dimensionamento na estrutura. Para o autor, quando uma viga de madeira é submetida a esforços cortantes, as fibras da madeira são tensionadas em um plano perpendicular ao seu comprimento, ou seja, transversalmente. Se a força cortante aplicada na viga for muito alta, as fibras da madeira podem se separar umas das outras, provocando a ruptura da viga.

A tensão de cisalhamento paralela às fibras tem um valor relativamente baixo e é sensível às concentrações de tensão. Matos (2012) informa em seu trabalho que o cisalhamento na madeira pode ocorrer de três maneiras, sendo a primeira quando a força é perpendicular às fibras, a segunda a força aplicada no sentido longitudinal às fibras e a terceira é a força aplicada perpendicular às linhas dos anéis de crescimento. O autor também diz que o fator mais grave é o cisalhamento horizontal, como na viga da Figura 12, devido ao rompimento das células que escorregam entre si, as quais rompem por escorregamento entre as células da madeira.

Figura 12 – Falha em cisalhamento horizontal.



Fonte: (LI, 2016).

Segundo Beer e Johnston (2017), em vigas curtas, cônicas, situações de carga especial ou até mesmo vigas com furos, a tensão de cisalhamento pode ser mais importante que a tensão de flexão. Nas vigas a tensão de cisalhamento se destaca próximo aos apoios.

3.1.2.6 *Insetos e fungos*

Os modos de falha por fungos e insetos em vigas de madeira são comuns e podem afetar a capacidade de suporte de carga e a durabilidade da estrutura. Para Luley (2005) a

degradação da madeira pode ser causada por fungos, insetos, fatores físico-químicos e desgaste mecânico. A presença de nutrientes na madeira permite que os organismos encontrem condições favoráveis para o desenvolvimento e reprodução.

Santos (2018) alega que as condições ambientais interferem na proliferação da maioria dos fungos degradantes, como: temperatura, oxigênio, umidade e pH e indica o tratamento químico para aumentar a resistência da madeira ao ataque de agentes biológicos. A aplicação de tratamentos químicos adequados resulta em estruturas de madeira altamente duráveis.

De acordo com Miller e Highley (2002), os fungos podem se desenvolver em ambientes úmidos e quentes, e se alimentam da celulose da madeira, o que pode levar a uma diminuição da resistência da viga. A presença de fungos pode ser identificada como na Figura 13 por manchas escuras, umidade, odor e presença de esporos. Os fungos podem afetar a integridade estrutural da viga, causando a degradação da madeira, a redução da resistência mecânica e até mesmo a perda total da seção transversal. Para os autores, os insetos, como cupins, besouros e brocas, também podem causar danos significativos em vigas de madeira. Os insetos perfuram a madeira para se alimentar e se reproduzir, o que pode levar à formação de galerias e cavidades na madeira. Essas cavidades reduzem a resistência e a capacidade de suporte de carga da viga, tornando-a mais suscetível a falhas.

Figura 13 – Bolor de coloração escura em madeira.



Fonte: (CASTRO e GUIMARÃES, 2016).

Os modos de falha por fungos e insetos se apresentam como deteriorações de vigas de madeira que estejam com um teor de umidade próximo ou acima do ponto de saturação da fibra, o qual varia de espécie para espécie de madeira.

3.1.3 Densidade

A densidade é uma característica frequentemente empregada para categorizar madeiras, dado que está intimamente ligada a suas propriedades mecânicas, servindo como um ponto de referência para a classificação e uso. Segundo Kollmann e Côté (1968), a densidade da madeira guarda uma relação direta com sua força mecânica, especialmente quando se trata de suportar cargas de compressão, cisalhamento e flexão. Essa correlação foi comprovada por estudos adicionais, como o realizado por Humphreys e Chimelo (1992), que analisou dados de 44 espécies de madeira e demonstrou a forte associação entre as propriedades mecânicas e a densidade.

Abruzzi *et al.* (2012) investigaram o impacto da densidade da madeira de eucalipto nas propriedades mecânicas e constataram que as características de resistência à flexão e rigidez diminuíram conforme o estado de deterioração do eucalipto se agravava. Porém, essas tendências não eram uniformes, já que diferentes níveis de degradação resultavam em resistências mecânicas residuais semelhantes. Lobão *et al.* (2004) apresentaram conclusões semelhantes, observando que a resistência mecânica tendia a ser menor em madeiras de menor densidade quando comparadas às de densidade mais alta.

A densidade, conforme os autores mencionados, emerge como um fator crucial que molda de maneira expressiva as propriedades mecânicas da madeira. Além disso, Bodig e Jayne (1982) também afirmaram que muitas das propriedades mecânicas da madeira estão correlacionadas com a densidade, através de

$$Y = a \cdot \rho^b, \quad (1)$$

onde Y é a resistência da madeira, ρ é a densidade da madeira e a e b são parâmetros determinados para a propriedade mecânica em particular. A constante a reflete o valor da resistência quando a densidade é 1, ou seja, uma densidade padrão, e a constante b é o expoente que controla como a resistência varia com a densidade, podendo ser positivo, negativo ou nulo, resultando em diferentes padrões de relação.

3.2 ANISOTROPIA DOS MATERIAIS

A anisotropia é um fenômeno no qual as propriedades físicas e mecânicas de um material variam de acordo com a direção. O oposto de anisotropia é isotropia, em que o material exibe mesmas propriedades em todas as direções. Em outras palavras, um material anisotrópico exibe diferentes comportamentos e propriedades físicas ao longo de diferentes eixos. A anisotropia é comum em muitos materiais naturais, incluindo madeira, minerais e tecidos biológicos.

Segundo Barros (2004) quando as propriedades elásticas do material são diferentes em distintas direções o material pode apresentar comportamento ortotrópico ou anisotrópico. No primeiro as propriedades num plano são iguais, mas diferem daquelas expostas na direção ortogonal a aquele plano, já no segundo as propriedades diferem com a direção considerada.

A anisotropia da madeira afeta sua resistência mecânica, elasticidade, influencia o comportamento da madeira em relação à absorção de umidade, deformação e outros fatores. Por essa razão, é tão importante considerar a anisotropia da madeira ao projetar e construir estruturas.

A relação entre a tensão aplicada e a deformação elástica até o ponto de escoamento pode ser expressa pela conhecida Lei de Hooke. Essa relação é proporcional ao esforço até o ponto de escoamento descrito pela relação tensão-deformação. Seguindo Mascia (1991) e Coda (2015), é possível apresentar, considerando a anisotropia dos materiais, a Lei de Hooke generalizada, escrita na forma matricial como

$$[\sigma] = [C] \cdot [\varepsilon^e], \quad (2)$$

ou escrevendo em forma indicial

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon^e_{kl}, \quad (3)$$

onde C_{ijkl} é o tensor de quarta ordem de constantes elásticas do material, σ_{ij} é a tensão e ε^e_{kl} é a deformação elástica.

Para um entendimento mais simples da expressão, abre-se a Eq. 3 e identifica-se cada termo transformando a notação tensorial na notação de Voigt, assim tem-se

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1112} & C_{1113} & C_{1123} \\ & C_{2222} & C_{2233} & C_{2212} & C_{2213} & C_{2223} \\ & & C_{3333} & C_{3312} & C_{3313} & C_{3323} \\ & & & C_{1212} & C_{1213} & C_{1223} \\ & Sim & & & C_{1313} & C_{1323} \\ & & & & & C_{2323} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^e \\ \varepsilon_{22}^e \\ \varepsilon_{33}^e \\ \varepsilon_{12}^e \\ \varepsilon_{13}^e \\ \varepsilon_{23}^e \end{bmatrix}. \quad (4)$$

É possível identificar que o tensor constitutivo elástico possui apenas 21 constantes independentes e não nulas para representar um material anisotrópico geral. Um material anisotrópico é chamado ortotrópico quando existe um sistema de eixos cartesianos especial para o qual a influência cruzada entre cisalhamento e normal e a influência entre cisalhamentos não ocorrem. Nesta situação o tensor constitutivo escrito na notação de Voigt com 9 constantes independentes obtém a forma

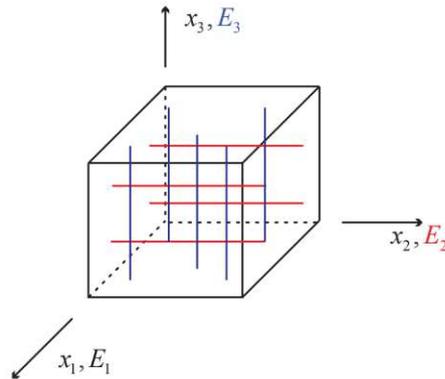
$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{2222} & C_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{1212} & 0 & 0 \\ & Sim & & & C_{1313} & 0 \\ & & & & & C_{2323} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^e \\ \varepsilon_{22}^e \\ \varepsilon_{33}^e \\ \varepsilon_{12}^e \\ \varepsilon_{13}^e \\ \varepsilon_{23}^e \end{bmatrix}. \quad (5)$$

A Figura 14 ilustra um material composto por uma matriz isotrópica e fibras dispostas ortogonalmente entre si que quando considerado homogêneo é um material ortotrópico. Além disso, é possível associar as componentes do tensor constitutivo elástico em termos de parâmetros usuais de engenharia, como módulo de elasticidade transversal G , módulo de Young E e coeficiente de Poisson ν . Para um material assumido ortotrópico tem-se então a lei de Hooke, escrita de forma inversa em função do estado de tensão, como

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^e \\ \varepsilon_{22}^e \\ \varepsilon_{33}^e \\ \varepsilon_{12}^e \\ \varepsilon_{13}^e \\ \varepsilon_{23}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_2 & -\nu_{13}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{23}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

onde os módulos de Young E_1 , E_2 , E_3 , podem ser indicados para uma peça de madeira como E_L , E_R e E_T , os módulos de cisalhamento G_{12} , G_{13} e G_{23} , como G_{LR} , G_{LT} e G_{RT} e também os coeficientes de Poisson ν_{12} , ν_{13} e ν_{23} como ν_{LR} , ν_{LT} e ν_{RT} , respectivamente. Sendo os índices L, R e T referentes as direções longitudinal, radial e tangencial, respectivamente, da peça.

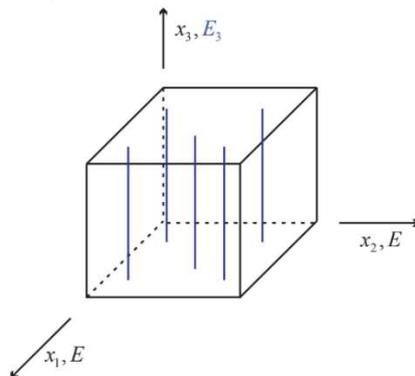
Figura 14 – Exemplo de material ortotrópico.



Fonte: (CODA, 2015).

Já na Figura 15, pode-se ver um exemplo de material transversalmente isotrópico, ou seja, existem dois planos de simetria material, ao contrário do material ortótropo que apenas possui um plano de simetria. Um material transversalmente isotrópico também pode ser utilizado para caracterizar uma peça de madeira ao considerar-se que suas propriedades mecânicas nas direções radial e tangencial sejam iguais. Na Eq. (6) tem-se então $E_R = E_T$, $G_{LR} = G_{LT}$ e $\nu_{LR} = \nu_{LT}$.

Figura 15 – Exemplo de material transversalmente isotrópico.



Fonte: (CODA, 2015).

3.3 NÃO LINEARIDADE FÍSICA

A não linearidade física em estruturas de madeira com reforço pode ser uma consequência de vários fatores, como o comportamento mecânico da madeira e do material de reforço, a geometria da estrutura e as condições de carregamento. A análise dessas estruturas

requer consideração cuidadosa desses fatores e a utilização de métodos avançados de modelagem e análise.

3.3.1 Elasticidade e plasticidade

Elasticidade e plasticidade são propriedades mecânicas dos materiais que descrevem sua capacidade de deformação e recuperação após a remoção de uma carga aplicada. A madeira, como outros materiais, pode apresentar respostas diferentes dependendo da magnitude e velocidade da carga aplicada.

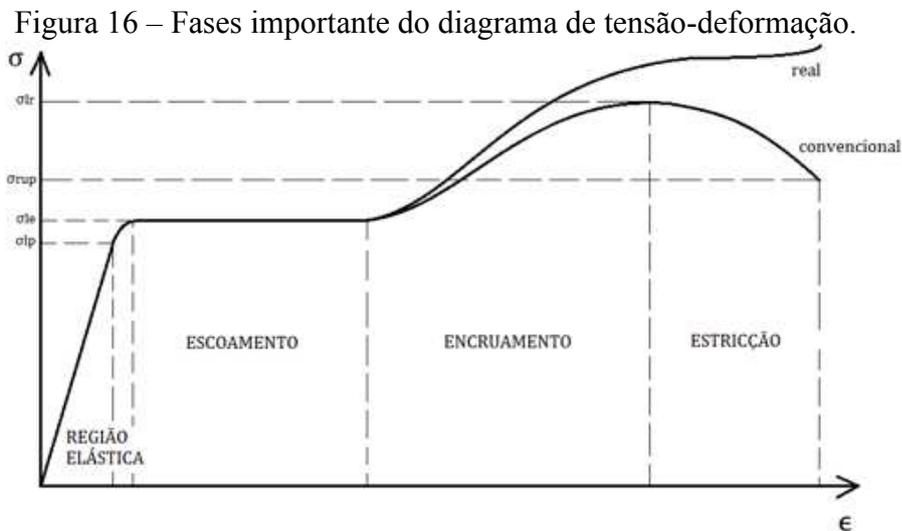
Kollmann e Côté (1968) explicam que primeiro é a elasticidade, que faz com que a madeira retorne à sua forma original após a remoção da carga aplicada, sem quebrar ao esticar ou encurtar sob tração ou compressão uniforme. As propriedades elásticas são propriedades dos sólidos e só podem ser observadas quando a carga aplicada está abaixo do limite de escoamento. Em segundo é a plasticidade, que ocorrerá além desse limite, e é o estado onde a deformação é permanente, ou seja, irreversível e será seguida da falha do material. Segundo Hill (1950), a tensão na qual a deformação não é mais proporcional à tensão aplicada é chamada de limite proporcional e essa transformação do comportamento elástico para o plástico não é abrupta, devido ao escoamento sucessivo das fibras.

A plasticidade é importante em muitos materiais estruturais, incluindo a madeira, pois, de acordo com Ashby e Jones (2019), a deformação plástica é frequentemente necessária para dissipar energia e evitar a falha estrutural sob cargas extremas ou impactos. Por outro lado, a elasticidade é essencial para muitas aplicações estruturais.

Os critérios de escoamento e encruamento são importantes conceitos relacionados à deformação plástica de materiais. Para diferentes materiais dependem, de acordo com Lopes (2015), do histórico de carregamento e da evolução da deformação plástica. O critério de escoamento é uma medida que indica a quantidade de tensão necessária para fazer um material começar a se deformar plasticamente.

A mudança induzida pela carga no critério de escoamento, de acordo com Lopes (2015), pode ser entendida como encruamento. O encruamento ocorre quando um material é deformado plasticamente e a sua resistência aumenta como resultado disso. Na Figura 16 é demonstrado essa progressão entre escoamento e encruamento. Isso acontece porque a

deformação plástica produz uma mudança na microestrutura do material, tornando-o mais difícil de ser deformado ainda mais.



Fonte: (MARCOS, 2015).

Segundo Lopes (2015), existem dois modelos de materiais semelhantes em sua adequação e configuração, o modelo de encruamento isotrópico e o modelo de encruamento cinemático. Ambos os modelos estão relacionados ao comportamento da superfície de plastificação do material. Para o modelo de endurecimento isotrópico, a diretriz é utilizá-lo em carregamento acíclico, para os modelos de encruamento cinemático, a instrução é usá-lo em carregamento cíclico.

De acordo com Proença (2012), a formulação do modelo elasto-plástico multiaxial é baseada na generalização do caso uniaxial. As grandezas envolvidas são: tensões (tensor σ), deformações (tensor ϵ) e variáveis relacionadas aos parâmetros de encruamento (vetor p). As componentes desse último são funções do tensor de deformação plástica (ϵ^p) e podem incluir parâmetros de encruamento como I (isotrópico) e K (cinemática). Essa dependência fica indicada em

$$p = p(\epsilon^p; I, K) . \quad (7)$$

Pode-se estabelecer a decomposição aditiva do tensor de deformações em parte elástica e parte plástica

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p , \quad (8)$$

ou em forma matricial

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p, \quad \text{com } i, j = 1, 2, 3. \quad (9)$$

Lembrando que a parte reversível das deformações é a elástica ε^e , ou seja, a parte plástica ε^p é irreversível.

3.3.2 Critérios de Plastificação

No caso de estados de tensão complexos, ou multiaxiais, considerando o grande número de combinações possíveis, Laier (2003) destaca a utilização do chamado critério de plastificação, ou critério de resistência, que consiste em modelos matemáticos baseados em hipóteses admissíveis sobre o fenômeno que causa a ruptura ou plastificação do material, ou seja, que permitem avaliar a capacidade de um material de suportar cargas elevadas sem que ocorra a ruptura ou o colapso da estrutura. Para o autor, é condição primordial estreitar o número de parâmetros do material, para não haver a necessidade de testes para encontrar esses dados e o mais importante, o método para ser aceito deve ser comprovado experimentalmente.

O objetivo do critério de plastificação segundo Nicolas (2006) é estabelecer leis pelas quais as condições de início de escoamento sob qualquer tipo de combinação de tensões podem ser previstas a partir do comportamento do material em ensaios de tração e compressão simples. Devido à grande variedade de materiais utilizados na engenharia, um único padrão não é possível, e alguns materiais não atendem a nenhum padrão conhecido.

Conforme Laier (1988), os códigos de construção não estabelecem padrões gerais de resistência, mas recomendam um procedimento bastante detalhado para verificar falhas usando parâmetros empíricos derivados de testes padronizados. Nicolas, Mascia e Todeschini (2009) validaram que muitos critérios de plastificação existentes têm limitações em sua aplicação a materiais heterogêneos e anisotrópicos, como a madeira, com propriedades elásticas e de resistência direcional. Nesse sentido, torna-se importante e necessário desenvolver um critério de resistência para avaliar adequadamente a fratura destes materiais sob estados de tensão axial ou biaxial.

Os primeiros critérios de plastificação foram desenvolvidos para materiais isotrópicos com simetria de resistência, como explica Nicolas (2006). Mas logo vários padrões de resistência surgiram, cada um visando um material específico. Foschi (2009) cita alguns exemplos que incluem o critério de Von Mises, o qual é baseado na ideia de que a falha ocorre

quando a energia de deformação atinge um valor crítico, o critério de Hill, usado para materiais anisotrópicos, como a madeira, e é baseado na ideia de que a tensão crítica é uma combinação ponderada das tensões principais, o critério de Tsai-Hill, que é uma variação do critério de Hill e é frequentemente utilizado para materiais compósitos, como a madeira laminada colada e o critério de Mohr-Coulomb comumente usados em solos e rochas.

Nicolas (2006) explica que para definir um modelo matemático de um critério de ruptura, é necessário identificar os estímulos mecânicos, que são as tensões exercidas sobre o material, e caracterizar a reação do material a esses estímulos, onde a falha é entendida como qualquer descontinuidade dessa resposta. Algumas descontinuidades de interesse são: o aparecimento de não linearidade na relação tensão-deformação, a ocorrência de deformação irreversível, e é claro, a ruptura do material.

Para modelar o comportamento elasto-plástico multiaxial é preciso especificar um critério de plastificação. De acordo com Proença (2012) este é dado em função do tensor de tensão σ e do vetor de parâmetros de encruamento p de acordo com

$$f(\sigma, p) \leq 0 . \quad (10)$$

Para cada nível de encruamento, o par (σ, p) pode ser associado geometricamente a um ponto no espaço de tensões, caracterizado por algum valor das componentes do vetor p . Em particular, para um dado p , os estados de tensão dos critérios da equação de verificação correspondem aos pontos contidos na superfície neste espaço, levando à interpretação geométrica da Eq. 10. Assim, no espaço de tensão, a região dentro da superfície define o domínio elástico, já na região externa é inacessível, a menos que a deformação plástica evolua, alterando assim o nível de encruamento.

3.3.3 Modelo de Hill

Considerando um modo de fratura do material independente da pressão hidrostática, Hill (1950) propôs um critério de resistência para materiais ortotrópicos o qual é utilizado para descrever o comportamento mecânico anisotrópico de materiais fibrosos, como a madeira. O autor assumiu que a tensão de escoamento do material é considerada a mesma em tração e compressão.

De acordo com Nicolas (2006), essa condição limitadora de que a resistência à tração e à compressão uniaxial para um determinado material tem o mesmo valor, é indiretamente consequência da suposição de que a pressão hidrostática não tem efeito sobre o escoamento. Uma vez que estimar forças de tração e compressão iguais não é aconselhável para materiais com resistência assimétrica, como o concreto por exemplo, acredita-se que muitos pesquisadores aplicaram a teoria de Hill apenas ao caso de tração biaxial, ou até utilizam a teoria como critério de falha, mas não consideram os modos de falha independentes da pressão hidrostática.

É importante ressaltar que o modelo de Hill é uma simplificação do comportamento real da madeira, e que, segundo Gonçalves e Dias (2017), sua precisão depende da escolha adequada das constantes de rigidez e da correta identificação da orientação dos eixos principais da madeira. Para isso, é necessário realizar ensaios experimentais para determinar as propriedades mecânicas da madeira em diferentes direções em relação às fibras. Com esses dados, pode-se construir um modelo de Hill para a madeira utilizada na viga e, a partir dele, calcular as resistências e deformações em diferentes direções. Esses valores são utilizados no cálculo da viga para garantir que ela atenda aos requisitos de segurança e desempenho esperados.

Esse modelo é bastante utilizado em simulações numéricas por elementos finitos para análise de estruturas de madeira, principalmente em situações de carregamentos complexos e não lineares, conforme Wang, Ross e Brashaw (2017). E está disponível em diversos *softwares* comerciais de análise estrutural.

Um estudo que investigou o comportamento de vigas de madeira sem reforço sob cargas de flexão utilizando o modelo de Hill é o de Ferreira *et al.* (2013), o qual utilizou o modelo de Hill para analisar o comportamento não linear de vigas de madeira de *Pinus* submetidas a cargas de flexão e comparou os resultados com ensaios experimentais realizados anteriormente. Os resultados mostraram uma boa concordância entre as análises numéricas e os ensaios experimentais, indicando a eficácia do modelo de Hill na análise do comportamento não linear de vigas de madeira sob flexão.

Hill considerou o critério de Von Mises, usado para materiais isotrópicos, e modificou para incluir os efeitos da anisotropia. Seguindo Ansys (2021), o qual foi adaptado da referência de Hill (1950), este critério é escrito para o caso de encruamento isotrópico linear como

$$f(\sigma) = \sqrt{\sigma^T \cdot [M] \cdot \sigma} - \sigma_0(\bar{\varepsilon}^p), \quad (11)$$

onde σ_0 é a tensão de escoamento de referência e $\bar{\varepsilon}^p$ é a tensão plástica equivalente.

Quando usado junto ao encruamento cinemático, a função assume a forma

$$f(\sigma) = \sqrt{(\sigma - \alpha)^T \cdot [M] \cdot (\sigma - \alpha)} - \sigma_0, \quad (12)$$

onde α é a tensão de retorno que introduz o encruamento cinemático.

Supõe-se que o material tenha três planos ortogonais de simetria. Supondo que o sistema de coordenadas do material seja perpendicular a esses planos de simetria, a matriz de conformidade plástica $[M]$ pode ser escrita como

$$[M] = \begin{bmatrix} G + H & -H & -G & 0 & 0 & 0 \\ -H & F + H & -F & 0 & 0 & 0 \\ -G & -F & F + G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2M \end{bmatrix}, \quad (13)$$

sendo F , G , H , L , M e N constantes materiais que podem ser determinadas experimentalmente e definidas como

$$F = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{yy}^2} + \frac{1}{R_{zz}^2} - \frac{1}{R_{xx}^2} \right), \quad (14)$$

$$G = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{zz}^2} + \frac{1}{R_{xx}^2} - \frac{1}{R_{yy}^2} \right), \quad (15)$$

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{xx}^2} + \frac{1}{R_{yy}^2} - \frac{1}{R_{zz}^2} \right), \quad (16)$$

$$L = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{R_{yz}^2} \right), \quad (17)$$

$$M = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{R_{xz}^2} \right), \quad (18)$$

$$N = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{R_{xy}^2} \right). \quad (19)$$

As razões de tensão de escoamento R_{xx} , R_{yy} , R_{zz} , R_{xy} , R_{yz} , e R_{xz} , são especificados pelo projetista e calculados como

$$R_{xx} = \frac{\sigma_{xx}^y}{\sigma_0}, \quad (20)$$

$$R_{yy} = \frac{\sigma_{yy}^y}{\sigma_0}, \quad (21)$$

$$R_{zz} = \frac{\sigma_{zz}^y}{\sigma_0}, \quad (22)$$

$$R_{xy} = \sqrt{3} \cdot \frac{\sigma_{xy}^y}{\sigma_0}, \quad (23)$$

$$R_{yz} = \sqrt{3} \cdot \frac{\sigma_{yz}^y}{\sigma_0}, \quad (24)$$

$$R_{xz} = \sqrt{3} \cdot \frac{\sigma_{xz}^y}{\sigma_0}, \quad (25)$$

onde σ_{ij}^y são o valor da tensão de escoamento.

É importante destacar que a matriz de conformidade plástica deve ser positiva definida para a função de encruamento existir. Além disso, a inclinação plástica que demonstra a trajetória da deformação plástica do material, é calculada por

$$E^{pl} = \frac{E_x \cdot E_t}{E_x - E_t}, \quad (26)$$

onde E_x é o módulo de elasticidade na direção X e E_t é o módulo tangente definido pelo encruamento.

Quando as propriedades plásticas do material assumem características isotrópicas, o Modelo de Hill se simplifica e se alinha ao Modelo de Von Mises.

3.4 MODELO SIMPLIFICADO PARA AVALIAÇÃO DA FLEXÃO DE VIGAS DE MADEIRA REFORÇADA

Com o objetivo de avaliar e comparar o desempenho de vigas reforçadas com diferentes materiais, dado a falta de uma instrução normativa específica para projetos de reforços estruturais, emprega-se uma abordagem que utiliza modelos simplificados. Neste trabalho, com a finalidade de avaliar os resultados numéricos obtidos através das simulações não lineares por elementos finitos, adotou-se o modelo encontrados no estudo de Schober *et al.* (2015), o qual será descrito a seguir.

Para determinar o momento último resistente, é essencial considerar os possíveis modos de falha da viga reforçada. Em Schober *et al.* (2015), a análise da resistência à flexão de elementos de madeira reforçada é baseada na teoria técnica da resistência dos materiais e partem dos seguintes pressupostos:

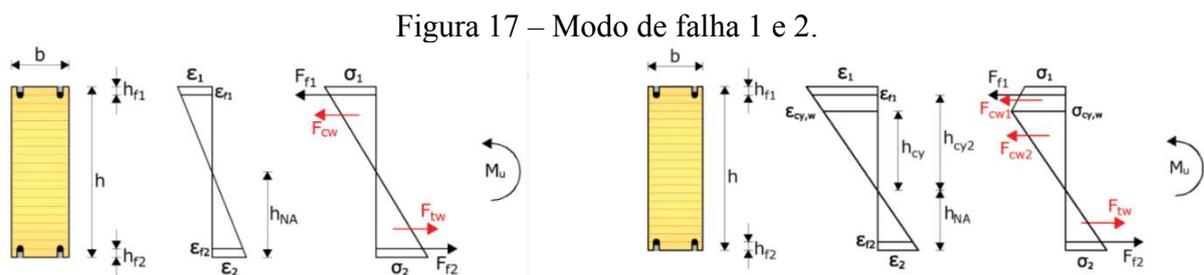
- a seção transversal da viga é simétrica no plano de flexão;
- as seções planas permanecem planas;
- não ocorre descolamento ou deslizamento entre o reforço e a madeira;

- o material do reforço é elástico linear à falha em tração e compressão;
- a madeira se comporta de maneira linear e elástica até a ruptura por tração, enquanto exibe um comportamento não linear na compressão.

Para Schober *et al.* (2015), na prática, apenas dois modos de falha demandam consideração. Estes são:

- modo 1, onde há ruptura da madeira devido à tração, enquanto a resposta à compressão segue uma relação linear elástica;
- modo 2, onde há a ruptura da madeira por tração após o início do escoamento na compressão.

Ambas situações são exemplificadas na Figura 17 para vigas que possuem reforços em ambas as faces.



Fonte: (SCHOBBER *et al.* 2015).

Para o modo de falha 1, a deformação máxima de tração na madeira, representada por ε_2 , atinge seu valor máximo, enquanto a deformação máxima de compressão, ε_1 , permanece abaixo do limite de escoamento. A análise é fundamentada na compatibilidade de deformações e no equilíbrio de forças. O equilíbrio das forças axiais resultantes atuantes na seção reforçada se dá por

$$F_{f1} - F_{f2} + F_{cw} - F_{tw} = 0, \quad (27)$$

onde F_{f1} e F_{f2} são as forças nos reforços de compressão e de tração, respectivamente, e F_{cw} e F_{tw} são as forças resultantes na madeira na região comprimida e tracionada da seção, respectivamente. Resolvendo essa equação, obtém-se a posição do eixo neutro, h_{NA} . Aumentar a rigidez axial do reforço em tração faz com que o eixo neutro se mova para baixo, enquanto aumentar a do reforço em compressão faz com que o eixo neutro se mova para cima. Uma vez

conhecida a localização do eixo neutro, a capacidade de momento último da seção reforçada é determinada calculando os momentos das forças em relação ao eixo neutro

$$M = F_{f1} \cdot (h - h_{NA} - h_{f1}) + F_{f2} \cdot (h_{NA} - h_{f2}) + \frac{2}{3} F_{cw} \cdot (h - h_{NA}) + \frac{2}{3} F_{tw} \cdot h_{NA}, \quad (28)$$

onde h é a altura total da viga e h_{f1} e h_{f2} são as distâncias do reforço até a face de compressão e de tração, respectivamente.

Para o cenário de falha do modo 2, a deformação máxima de tração na madeira, representada como ε_2 , atinge seu valor final, enquanto a deformação compressiva máxima, ε_1 , excede a deformação de escoamento. O equilíbrio das forças axiais atuantes na seção reforçada se dá por

$$F_{f1} - F_{f2} + F_{cw1} + F_{cw2} - F_{tw} = 0, \quad (29)$$

onde F_{cw1} e F_{cw2} correspondem as forças resultantes na madeira em sua região comprimida, conforme a Figura 17. Note que é assumida uma distribuição de tensões com plastificação parcial da seção com valor máximo $\sigma_{cy,w}$, referente à deformação de escoamento $\varepsilon_{cy,w}$.

Mais uma vez, resolvendo essa equação, determina-se a localização do eixo neutro. O momento resistente é posteriormente estabelecido calculando os momentos decorrentes das forças resultantes em relação ao eixo neutro

$$M = F_{f1} \cdot (h - h_{NA} - h_{f1}) + F_{f2} \cdot (h_{NA} - h_{f2}) + F_{cw1} \cdot (y + h_{cy}) + \frac{2}{3} F_{cw2} \cdot h_{cy} + \frac{2}{3} F_{tw} \cdot h_{NA}, \quad (30)$$

onde y é a distância entre o centro de gravidade do trapézio até h_{cy} e este corresponde a distância do limite de escoamento de compressão até a linha neutra.

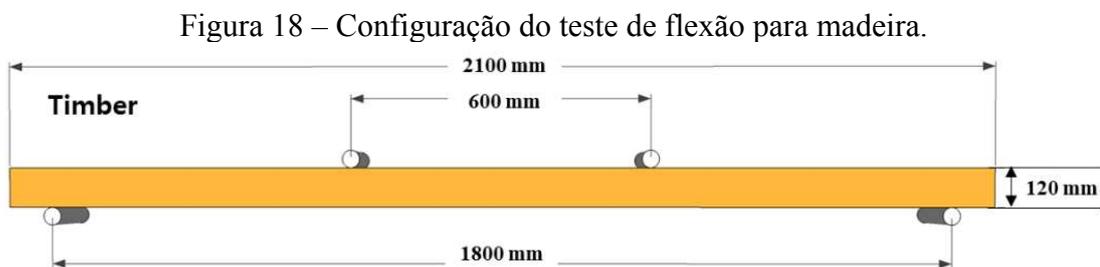
A extensão do escoamento por compressão na madeira depende dos valores relativos de ε_2 e ε_1 , bem como da presença de armaduras de tração e compressão. Aumentar a quantidade de reforço no lado da tração leva a um comportamento mais dúctil e de maior resistência.

4 ESTUDOS DE CASO

Visando comparação com valores experimentais, este trabalho teve seus parâmetros validados utilizando como base para comparação estudos realizados para cada um dos reforços que se propôs analisar. Apresentam-se 4 casos: o primeiro de uma viga sem reforço, o segundo de uma viga reforçada com CFRP, o terceiro com uma viga reforçada com GFRP e por último uma viga reforçada com aço protendido.

4.1 VIGAS DE MADEIRA SEM REFORÇO

Estuda-se uma viga de madeira sem reforço com esquema de ensaio ilustrado na Figura 18 conforme proposta por Baek *et al.* (2023). Se trata de um ensaio experimental de flexão em quatro pontos de uma viga em madeira da espécie *Larix kaempferi* Carr com seção transversal de 89 mm de largura e 120 mm de altura.



Fonte: (BAEK *et al.* 2023).

A viga de madeira tem suas propriedades elásticas indicadas na Tabela 1, onde L, R e T estão associados as direções x, y e z, respectivamente. A referência Baek *et al.* (2023) fornece ainda a densidade da madeira de 560 kg/m³ e o teor médio de umidade seca ao ar de 11,5 ± 0,7%.

Tabela 1 – Propriedades elásticas do *Larix kaempferi* Carr.

	E_L (GPa)	E_R (GPa)	E_T (GPa)	ν_{LR}	ν_{LT}	ν_{RT}	G_{LR} (GPa)	G_{LT} (GPa)	G_{RT} (GPa)
Madeira	12,8	1,17	0,97	0,357	0,493	0,606	0,8	0,65	0,11

Fonte: (BAEK *et al.* 2023).

Em Baek *et al.* (2023) foi imposta a condição de tensão de escoamento de 58 MPa. Além disso, um deslocamento de 50 mm na direção do carregamento foi aplicado ao ponto de carregamento para prever a resistência.

Como nem todos os parâmetros necessários para o uso do modelo de Hill são fornecidos em Baek *et al.* (2023), dado que a referência é um estudo experimental e numérico e não emprega esse modelo, tornou-se necessário a procura e adoção dos dados por outras fontes.

A primeira consideração feita é relacionada com os dados sobre a madeira. Como já exposto por outros autores como Humphreys e Chimelo (1992), Abruzzi *et al.* (2012) e Lobão *et al.* (2004), a literatura sofre de escassez de dados sobre as propriedades mecânicas de diversas espécies de árvores. Para corrigir isso, e tendo em conta a relação entre densidade e propriedades mecânicas das madeiras, foram utilizadas informações obtidas de madeiras com densidade semelhante.

Lembrando que, na EN 338:2009 do Eurocode, a classificação da madeira é dada através do parâmetro de densidade aparente, que é definido como a massa da madeira seca dividida pelo volume total, incluindo os espaços vazios. A densidade aparente é então utilizada para determinar as classes de resistência da madeira, que variam de C14 a C50.

Considerando a densidade da madeira fornecida por Baek *et al.* (2023), empregou-se as propriedades mecânicas referentes à classe de resistência C50 da Norma Europeia EN 338:2009 que possuem densidade média de 550 kg/m³. Como são fornecidos os valores característicos dessas propriedades mecânicas, seus valores médios foram obtidos pela relação fornecida por Sandhaas (2012), adequada à normativa considerada, como

$$\mu(f_k) = e^{(\ln(f_k)+0.54)}, \quad (31)$$

onde μ é o valor médio e f_k é o valor característico. Resultam dessa forma os valores empregados na simulação numérica e que são apresentados na Tabela 2, onde $f_{t,0}$ é a tensão de tração na direção paralela à fibra, $f_{t,90}$ é a tensão de tração na direção perpendicular à fibra, f_v é a tensão de cisalhamento longitudinal e f_{roll} é a tensão de cisalhamento de rolagem. É importante lembrar que esses valores de resistência a compressão e tração foram considerados simétricos dada a limitação do critério de Hill.

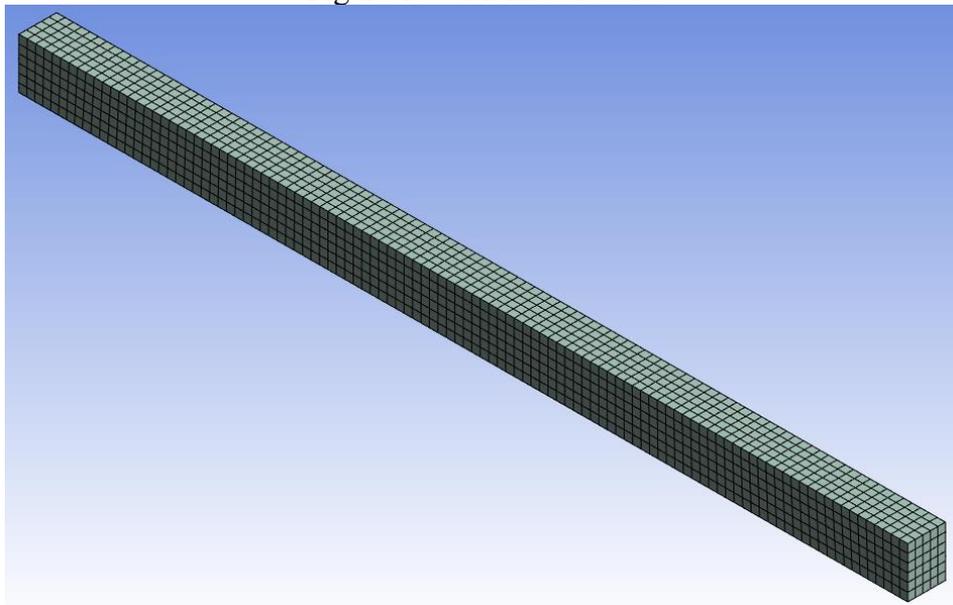
Tabela 2 – Propriedades médias de madeiras da classe de resistência C50.

$f_{t,0}$ (MPa)	$f_{t,90}$ (MPa)	f_v (MPa)	f_{roll} (MPa)
51,5	0,7	7,0	1,0

Fonte: EN 338:2009.

Para a simulação numérica a viga é analisada como um sólido com elementos finitos de aproximação quadrática para o campo de deslocamento. A viga se encontra bi apoiada e sujeita a ensaio de quatro pontos aplicando um deslocamento vertical conforme Figura 19. A carga e os apoios são distribuídos linearmente. A malha adotada, que foi retirada da referência, possui elementos cúbicos de 20 mm de lado e pode ser vista na Figura 19.

Figura 19 – Malha adotada.



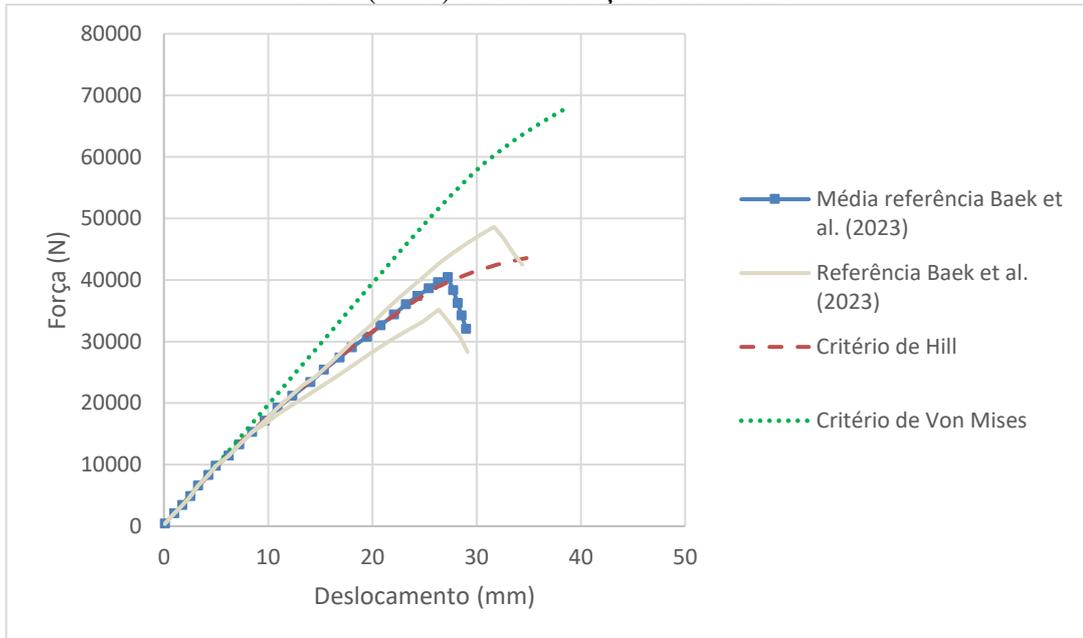
Fonte: o autor.

Foi utilizado o critério de encruamento isotrópico com um módulo tangente igual a zero considerando o comportamento elástico-perfeitamente plástico para lidar com a não linearidade observada nos ensaios experimentais. Os trajetos das curvas são interrompidos onde verifica-se a tensão máxima de tração permitida na madeira, que é de 51,5 MPa.

Duas análises foram realizadas, a primeira utilizou o critério de Hill com uso da Norma EN 338:2009 para os parâmetros de plastificação e por último empregou-se o critério de Von Mises. Na Figura 20 todas as curvas de carga-deslocamento são comparadas com a resposta

média do teste experimental de Baek *et al.* (2023), mas para fins de estudo, também foram apresentadas as demais curvas da referência.

Figura 20 – Curvas de carga-deslocamento comparativas entre modelo de referência de Baek *et al.* (2023) e as simulações realizadas.

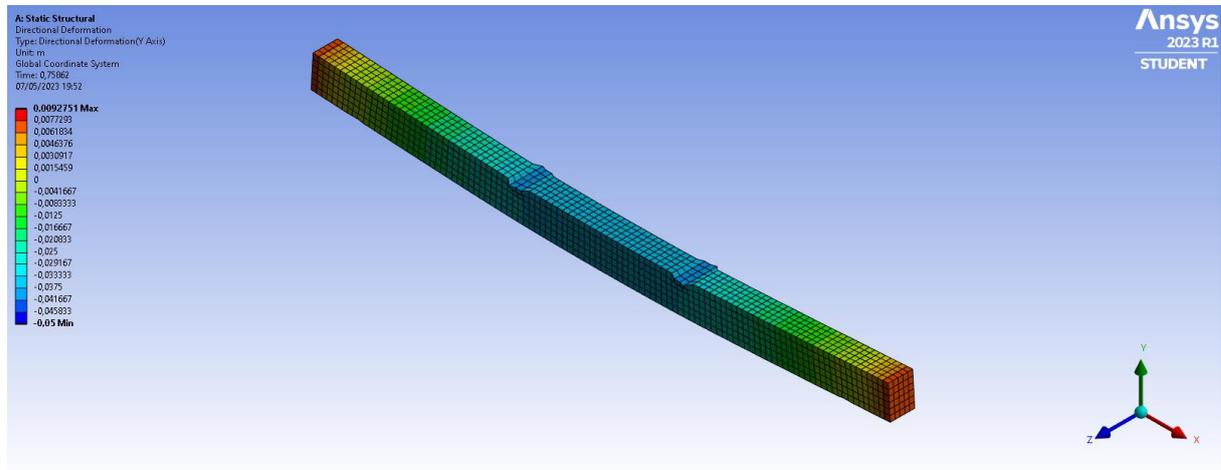


Fonte: o autor.

Verifica-se que todas as curvas apresentaram rigidez inicial igual à da referência, o que já era esperado devido aos parâmetros de elasticidade utilizados serem todos retirados da própria referência.

A simulação do critério de Hill e do critério de Von Mises mostrou-se semelhante inicialmente, porém, quando o material começa a plastificar o critério de Hill seguiu uma tendência muito mais coerente com a de Baek *et al.* (2023) do que o critério de Von Mises. Este resultado pode ser atribuído por na simulação ser considerado os parâmetros anisotrópicos da madeira com o uso da Norma EN 338:2009. Na Figura 21 é possível verificar a resposta do deslocamento vertical em Y da viga com o uso do critério de Hill.

Figura 21 – Resposta do deslocamento em Y da viga com o uso do critério de Hill e da Norma EN 338:2009.



Fonte: o autor.

Devido a restrição do final das simulações pela tensão da madeira, na Tabela 3 foi possível obter a carga máxima e o deslocamento de cada uma e comparar com a de referência de Baek *et al.* (2023).

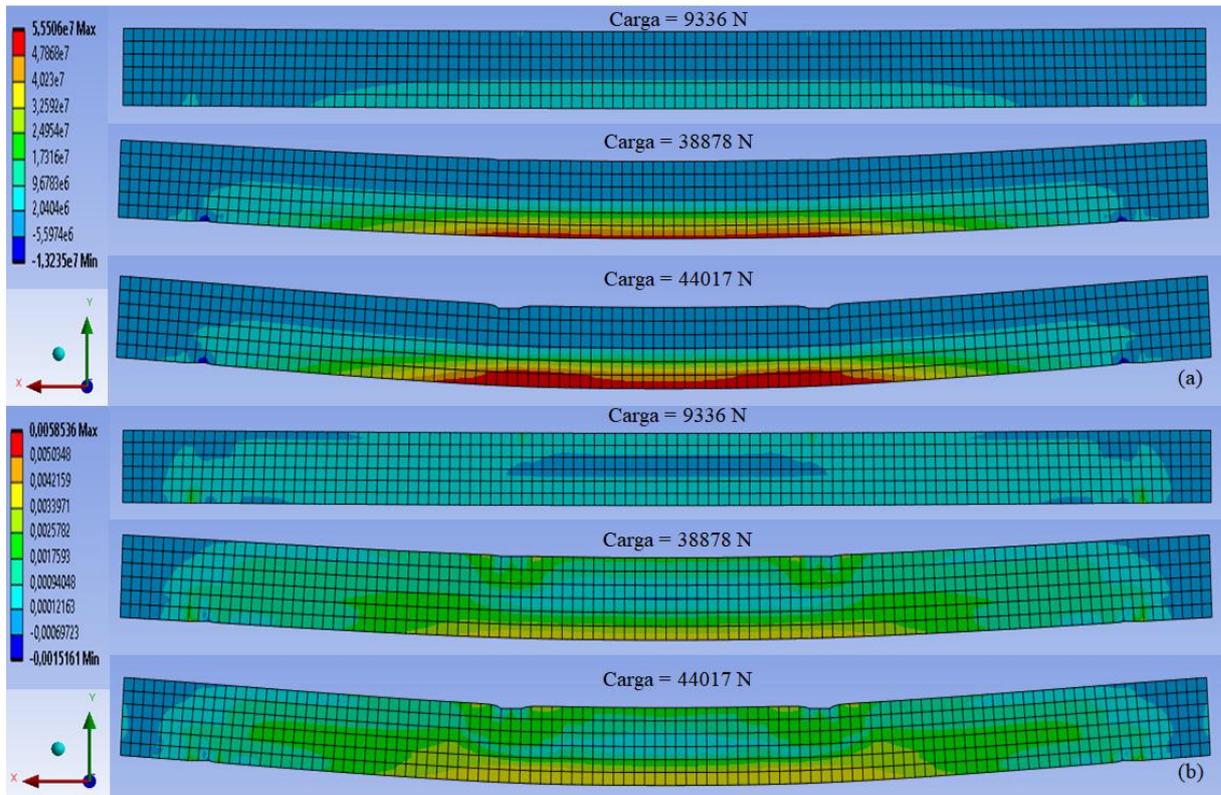
Tabela 3 – Carga máxima e deslocamento das simulações.

Simulações	Carga máxima (N)	Deslocamento (mm)
Baek <i>et al.</i> (2023)	40449	27,23
Critério de Hill	44027	36,13
Critério de Von Mises	67920	38,59

Fonte: o autor.

Para mostrar níveis de tensão e de deformação na viga com critério de Hill ao longo da simulação preparou-se um corte longitudinal na direção X, o qual pode ser visto na Figura 22, onde foi possível avaliar três instantes distintos do ensaio, o primeiro com uma carga de 9336 N, o segundo de 38878 N e por último 44017 N, ou seja, logo antes de atingir a tensão máxima da madeira.

Figura 22 – Comportamento longitudinal em três instantes distintos da viga com uso do critério de Hill na tensão normal (Pa) (a) e na deformação longitudinal (m/m) (b) ambas para a direção X.



Fonte: o autor.

Nos cortes na Figura 22, é possível verificar que a tensão de tração ocorre na face inferior e a tensão de compressão na face superior da madeira, o que já era esperado. Na região de apoio também ocorrem tensões de compressão consideráveis. A deformação aparece com maior destaque nas faces superior e inferior da viga de madeira e vai reduzindo na área central, o que também já era esperado. A maior tensão ocorre no último instante, principalmente na região de tração.

Constatou-se que o modelo de Hill se assemelha muito mais com o teste experimental do que o modelo de Von Mises. O modelo de Hill representou adequadamente o comportamento da curva de resposta, em particular em relação à carga máxima, com valores próximos a referência, embora tenha superestimado o deslocamento máximo.

A tendência de crescimento positiva das curvas carga-deslocamento era prevista, já que não era esperado que o modelo elasto-plástico fosse capaz de representar a região de

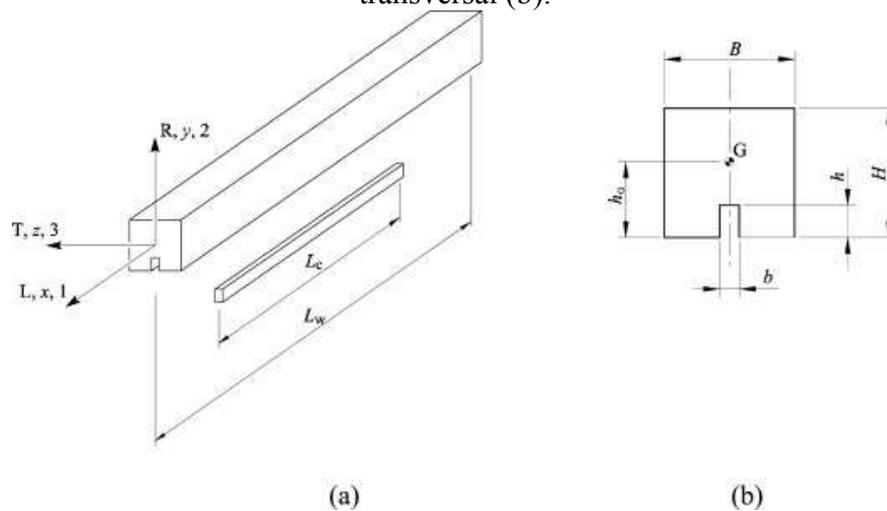
amolecimento da resposta (descida da curva), devido ao método de modelagem utilizado. Considerando que se adotou o modelo elasto-plástico perfeito por não possuímos os dados de encruamento, obteve-se cargas máximas muito próximas, o que é importante para estimar a capacidade de resistência da viga e para a avaliação das flechas.

A variação de resultados da curva de carga-deslocamento das simulações com a referência Baek *et al.* (2023), principalmente na faixa da plastificação, pode ser justificada por ser um comparativo entre teste experimental e simulação numérica. De acordo com o comparativo entre carga-deslocamento e os resultados obtidos nesse estudo de caso, verifica-se a capacidade do modelo de plasticidade empregado na simulação das vigas de madeira.

4.2 VIGAS DE MADEIRA REFORÇADAS COM BARRA DE CFRP

Estuda-se um corpo de prova, referido neste tópico como “viga”, de madeira reforçada com barra de CFRP ilustrado na Figura 23 conforme proposta por Reis *et al.* (2018). Neste ensaio experimental de três pontos a viga em madeira da espécie *Pinus pinaster Ait*, de comprimento $L_w = 300$ mm possui uma barra de CFRP de comprimento $L_c = 200$ mm na sua borda inferior. A viga de madeira e a barra do reforço possuem seção transversal quadrada de $H = B = 20$ mm de lado e $h = b = 3$ mm de lado, respectivamente.

Figura 23 – Esboço do corpo de prova reforçado (a) e dimensões da respectiva seção transversal (b).



Fonte: (REIS *et al.*, 2018).

A viga de madeira e o reforço de carbono-epóxi têm suas propriedades elásticas indicadas na Tabela 4, onde L, R e T estão associados as direções x, y e z, respectivamente. A referência Reis *et al.* (2018) não fornece informações sobre a umidade e a densidade da madeira testada no ensaio.

Tabela 4 – Propriedades elásticas do *Pinus pinaster Ait* e do laminado carbono-epóxi.

	E_L (GPa)	E_R (GPa)	E_T (GPa)	ν_{LR}	ν_{LT}	ν_{RT}	G_{LR} (GPa)	G_{LT} (GPa)	G_{RT} (GPa)
Madeira	12,0	1,9	1,01	0,47	0,51	0,59	1,12	1,04	0,17
Reforço	130,0	11,0	11,0	0,25	0,25	0,4	6,0	6,0	3,2

Fonte: (REIS *et al.*, 2018).

Em Reis *et al.* (2018) foi imposta a condição de tensão de tração máxima elástica atingível pela viga de madeira, ou seja $\sigma_t < \sigma_e$, onde σ_e é a tensão de escoamento de 50 MPa. Além disso, é importante pontuar que o trabalho adotado como referência emprega um modelo de dano, diferente do que é feito neste trabalho, onde um modelo de plasticidade é adotado.

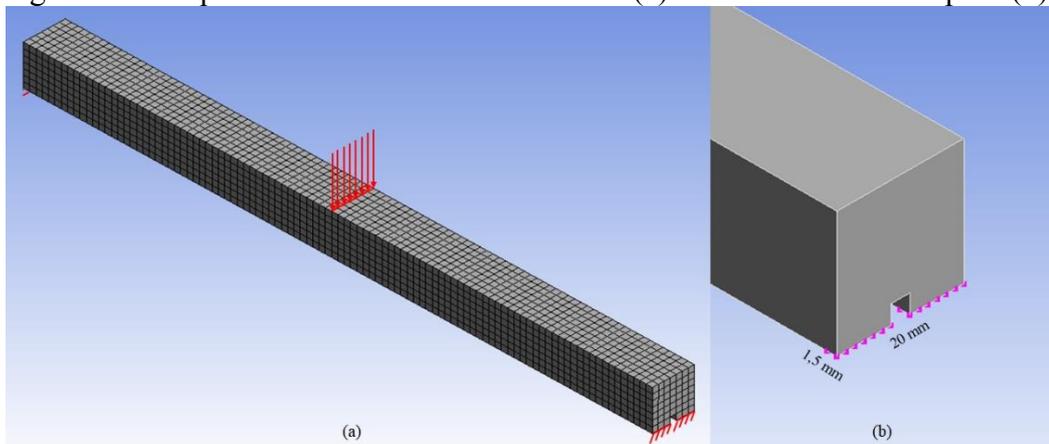
Como nem todos os parâmetros necessários para o uso do modelo de Hill são fornecidos em Reis *et al.* (2018), dado que a referência é um estudo experimental e numérico e não emprega esse modelo, tornou-se necessário a procura e adoção dos dados por outras fontes.

Infelizmente, a referência citada, Reis *et al.* (2018), não fornece informações edafoclimáticas específicas sobre a área de cultivo ou origem da madeira *Pinus pinaster Ait* utilizada no ensaio. Porém, aliando que esta madeira é uma espécie de pinheiro que é nativa da região do Mediterrâneo, incluindo Portugal, Espanha, França e norte da África e considerando que os autores são afiliados a instituições de pesquisa e ensino localizadas em Portugal, considerou-se as propriedades e a caracterização da madeira de origem europeia.

Segundo Louzada e Fonseca (2002), Bouffier *et al.* (2008) e Louzada (2003) a *Pinus pinaster Ait*, com idade em torno de 20 anos, tem densidade média de 550 kg/m³. Dessa maneira empregou-se as propriedades mecânicas referentes à classe de resistência C50 da Norma Europeia EN 338:2009 que possuem densidade média de 550 kg/m³. Como são fornecidos os valores característicos dessas propriedades mecânicas, seus valores médios foram obtidos pela Eq. 31. Resultando dessa forma os valores empregados na simulação numérica e que são apresentados na Tabela 2 do primeiro estudo de caso.

Para a simulação numérica a viga é analisada como um sólido com elementos finitos de aproximação quadrática para o campo de deslocamento. A viga se encontra bi apoiada e sujeita a ensaio de três pontos aplicando um deslocamento vertical no meio do vão. A carga é distribuída linearmente, e os apoios são colocados nas extremidades da viga em duas regiões de 20 mm x 1,5 mm. A malha adotada, que foi retirada da referência, possui elementos cúbicos de 3 mm de lado e pode ser vista na Figura 24 junto as condições de contorno e ao demonstrativo do apoio.

Figura 24 – Esquema do ensaio e malha adotada (a) e demonstrativo do apoio (b).



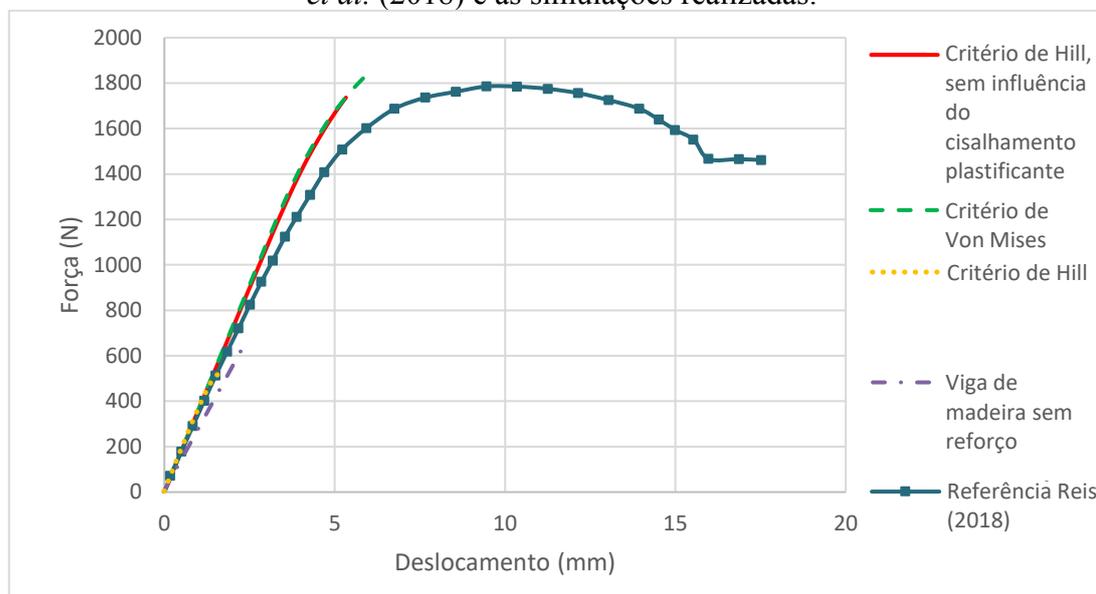
Fonte: o autor.

Foi utilizado o critério de encruamento isotrópico com um módulo tangente igual a zero, levando em consideração Reis *et. al.* (2018) que assume um comportamento elástico-perfeitamente plástico para lidar com a não linearidade observada nos ensaios experimentais. Outra consideração feita é de que o reforço terá comportamento elasto-frágil. Os trajetos das curvas são interrompidos onde verifica-se a tensão máxima permitida no reforço de fibra de carbono, que é de 1240 MPa de acordo com Floral e Peters (1989).

Quatro análises foram realizadas, a primeira utilizou o critério de Hill com uso da Norma EN 338:2009 para os parâmetros de plastificação. A segunda também empregou o critério de Hill, porém, desconsiderou a plastificação por cisalhamento, para que o material não plastificasse devido às tensões tangenciais e sim pelas tensões normais. A terceira aplicou o critério de Von Mises. E por último elaborou-se uma simulação da viga com critério de Hill

sem o uso do reforço. Na Figura 25, todas as curvas de carga-deslocamento são comparadas com a resposta do teste experimental de Reis *et al.* (2018).

Figura 25 – Curvas de carga-deslocamento comparativas entre modelo de referência de Reis *et al.* (2018) e as simulações realizadas.



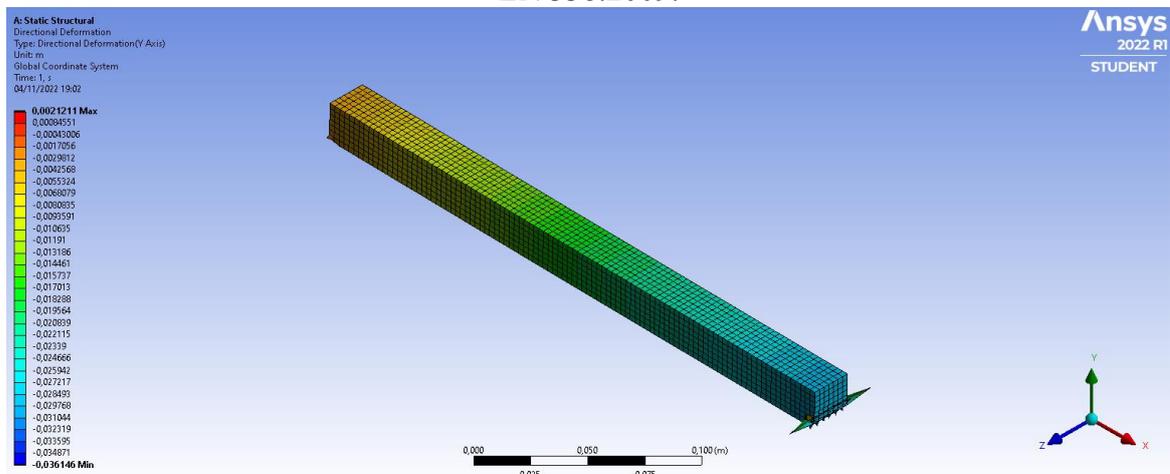
Fonte: o autor.

Verifica-se que todas as curvas, exceto da viga sem reforço, apresentaram rigidez inicial igual à da referência, o que já era esperado devido aos parâmetros de elasticidade utilizados serem todos retirados da própria referência. No caso da viga sem reforço, houve um comportamento menos rígido e demonstra um suporte de carga máxima menor do que comparado aos com o reforço, o que também já era previsto.

É importante ressaltar que em Reis (2018) o teste experimental segue mesmo após a viga de madeira atingir a tensão de ruptura. Caso o teste fosse interrompido na tensão máxima permitida no reforço de fibra de carbono, como feito nesse estudo, possivelmente a curva se apresentaria com menor ductilidade e muito mais semelhante as simulações realizadas.

Na simulação do critério de Hill identificou-se um esmagamento na região dos apoios, conforme Figura 26, que demonstra a resposta do deslocamento vertical da viga. Esse comportamento pode ser atribuído ao critério empregado que não é 100% representativo, sendo uma maneira bastante simplificada, considerando simetria no aspecto do escoamento na tração e na compressão.

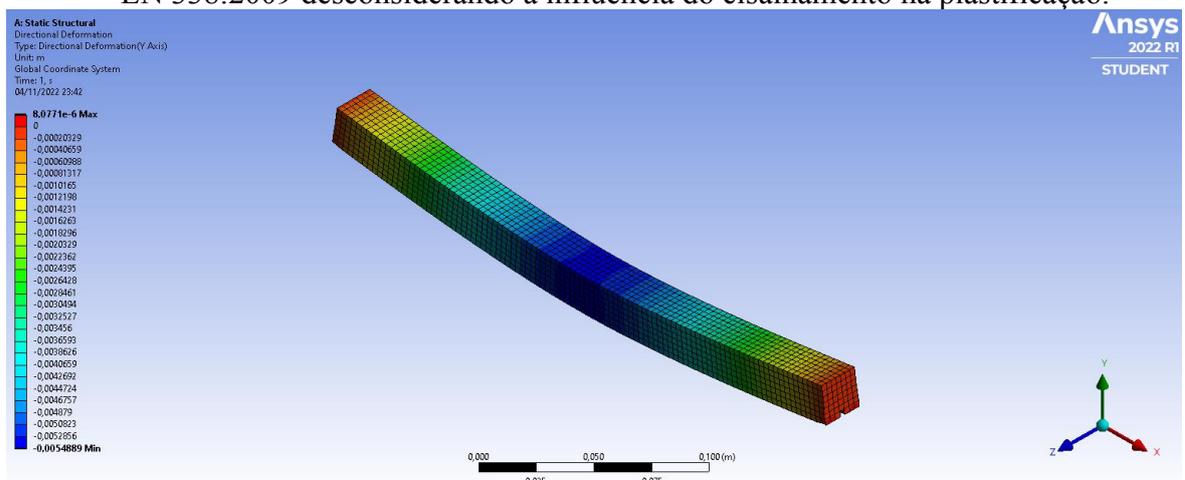
Figura 26 – Resposta do deslocamento em Y da viga com o uso do critério de Hill e da Norma EN 338:2009.



Fonte: o autor.

Para verificar que esse esmagamento era relacionado com o cisalhamento na plasticidade dos apoios, utilizou-se o critério de Hill normativo com tensão de cisalhamento não plastificante. A resposta do deslocamento vertical da viga encontra-se na Figura 27, o qual ocorre sem esmagamento e com deslocamentos menores na região de apoio e maiores no centro do vão. Como a viga com esmagamento possui valores inferiores aos da madeira sem reforço, esses parâmetros normativos não são representativos.

Figura 27 – Resposta do deslocamento em Y da viga com o uso do critério de Hill e da Norma EN 338:2009 desconsiderando a influência do cisalhamento na plastificação.



Fonte: o autor.

Devido a restrição do final das simulações pela tensão do reforço, na Tabela 5 foi possível obter a carga máxima e o deslocamento de cada uma e comparar com a de referência de Reis *et al.* (2018).

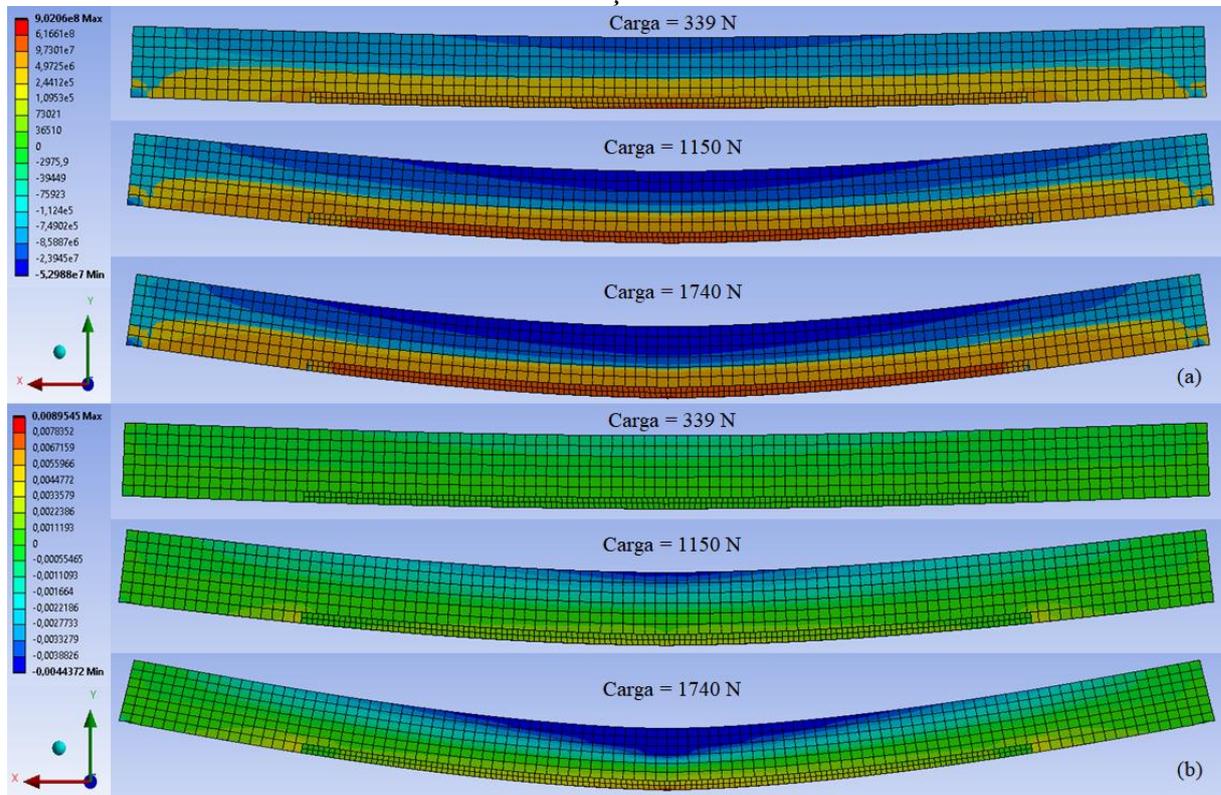
Tabela 5 – Carga máxima e deslocamento das simulações.

Simulações	Carga máxima (N)	Deslocamento (mm)
Reis <i>et al.</i> (2018)	1855,7	9,46
Critério de Hill s/ influência do cisalhamento na plasticidade	1764,9	5,48
Critério de Von Mises	1854,2	6,07

Fonte: o autor.

Para mostrar níveis de tensão e de deformação na viga com critério de Hill ao longo da simulação preparou-se um corte longitudinal na direção X, o qual pode ser visto na Figura 28, onde foi possível avaliar três instantes distintos do ensaio, o primeiro com uma carga de 339 N, o segundo de 1150 N e por último 1740 N, ou seja, logo antes de atingir a tensão máxima do reforço.

Figura 28 – Comportamento longitudinal em três instantes distintos da viga com uso do critério de Hill na tensão normal (Pa) (a) e na deformação longitudinal (m/m) (b) ambas para a direção X.



Fonte: o autor.

Nos cortes na Figura 28, é possível verificar que a maior parte da tensão de tração está sendo absorvida pelo reforço e a tensão de compressão pela madeira. Na região de apoio também ocorrem tensões de compressão consideráveis. No primeiro e segundo instantes a deformação é pouco expressiva. Porém, próximo à tensão limite do reforço, nota-se uma deformação elevada na face central do reforço.

Considerando que não haja a influência do cisalhamento na plasticidade, constatou-se que o modelo de Hill acaba se assemelhando mais com o modelo de Von Mises. Os modelos adotados representaram bem o comportamento da transferência de tensão entre reforço e madeira, em particular em relação à carga máxima, com valores próximos a referência, embora tenha minimizado o deslocamento máximo.

A tendência positiva das curvas carga-deslocamento era prevista, já que a capacidade de representar a decida da curva não era esperada, pois a referência utiliza material com

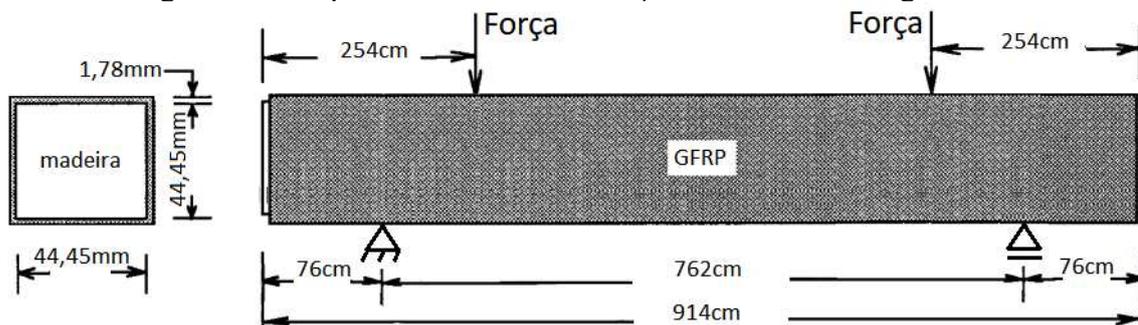
elementos coesivos para simular a iniciação e o crescimento de danos em diferentes locais, e este estudo despreza dano ou encruamento, e considera critérios de plastificação onde a madeira seja elasto-plástica perfeita e o reforço elasto-frágil. Tendo em conta que se adotou o modelo elasto-plástico perfeito por não termos os dados de encruamento, obteve-se cargas máximas muito próximas, o que é importante para estimar a capacidade de resistência da viga e para a avaliação das flechas.

A variação de resultados da curva de carga-deslocamento das simulações com referência Reis *et al.* (2018), principalmente na faixa da plastificação, pode ser justificada pela diferença do modelo de dano de modo misto coeso e do modelo de Hill, pela desconsideração das propriedades do adesivo que une o reforço a madeira e, além disso, por ser um comparativo entre teste experimental e simulação numérica.

4.3 VIGAS DE MADEIRA REFORÇADAS COM BARRA DE GFRP

Estuda-se uma viga em madeira da espécie do *Northern Red Oak*, reforçada com confinamento da viga através do enrolamento de um filamento de GFRP com esquema de ensaio ilustrado e dimensionado na Figura 29 conforme proposta por Davalos, Zipfel e Qiao (1999). Neste ensaio experimental de quatro pontos uma viga de madeira é reforçada com GFRP submetida a um processo de enrolamento de filamento.

Figura 29 – Esquema do ensaio com seção transversal e longitudinal.



Fonte: Adaptado de (DAVALOS, ZIPFEL E QIAO, 1999).

A viga de madeira empregada e o reforço de vidro-epóxi tem suas propriedades elásticas indicadas na Tabela 6, onde L, R e T estão associados as direções x, y e z,

respectivamente. A referência Davalos, Zipfel e Qiao (1999) não fornece informações sobre a umidade e a densidade da madeira testada no ensaio.

Tabela 6 – Propriedades elásticas do *Northern Red Oak* e do laminado vidro-epóxi.

	E_L (GPa)	E_R (GPa)	E_T (GPa)	ν_{LR}	ν_{LT}	ν_{RT}	G_{LR} (GPa)	G_{LT} (GPa)	G_{RT} (GPa)
Madeira	10,35	0,706	0,706	0,28	0,28	0,32	0,647	0,647	0,185
Reforço	6,616	6,616	3,181	0,58	0,58	0,35	6,239	6,239	1,178

Fonte: (DAVALOS, ZIPFEL E QIAO, 1999).

Em Davalos, Zipfel e Qiao (1999) utiliza-se testes experimentais e numéricos para melhorar o desempenho e a vida útil dos dormentes ferroviários de madeira. Neste estudo de caso adotou-se o modelo de plasticidade elasto-plástico perfeito. Como nem todos os parâmetros necessários para o uso de um modelo de plasticidade são fornecidos em Davalos, Zipfel e Qiao (1999), dado que a referência não emprega esse modelo, tornou-se necessário a procura e adoção dos dados por outras fontes.

Infelizmente, a referência citada, Davalos, Zipfel e Qiao (1999), não fornece informações edafoclimáticas específicas sobre a área de cultivo ou origem da madeira *Northern Red Oak* utilizada no ensaio. Porém, aliando que esta madeira é uma espécie de carvalho que é nativa da região leste da América do Norte, incluindo os Estados Unidos e o Canadá e considerando que os autores são afiliados a instituições de pesquisa e ensino localizadas nos Estados Unidos, considerou-se as propriedades e a caracterização da madeira de origem norte americana.

A primeira consideração feita é relacionada com os dados sobre a madeira. Levando em conta novamente a relação entre densidade e propriedades mecânicas das madeiras, foram utilizadas informações obtidas de madeiras com densidade semelhante. Admitiu-se assim, um modelo de plasticidade elástico-perfeitamente plástico, onde foi estimado como tensão de escoamento o valor de resistência à tração máxima paralela as fibras de 51,5MPa, que neste caso, seria considerado como a resistência do pico da curva de um ensaio uniaxial de tração.

Segundo AHEC (2018) a *Northern Red Oak* tem densidade média de 705 kg/m³. Dessa maneira empregou-se as propriedades mecânicas referentes à classe de resistência D50 da Norma Europeia EN 338:2009 que possuem densidade média de 750 kg/m³. Como são

fornechos os valores característicos dessas propriedades mecânicas, seus valores médios foram obtidos pela Eq. 31. Resultando dessa forma os valores empregados na simulação numérica e que são apresentados na Tabela 7. Lembrando que esses valores de resistência a compressão e tração foram considerados simétricos dada a limitação do critério de Hill.

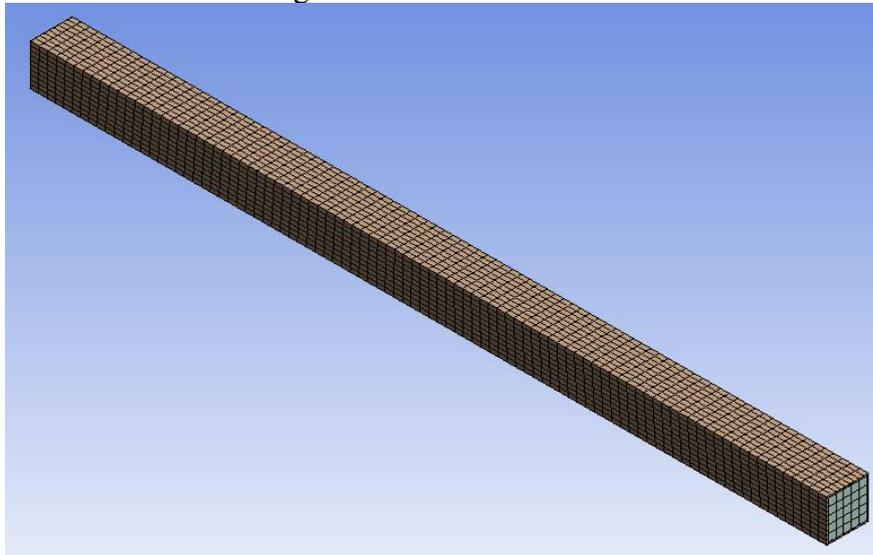
Tabela 7 – Propriedades médias de madeiras da classe de resistência D50.

$f_{t,0}$ (MPa)	$f_{t,90}$ (MPa)	f_v (MPa)	f_{roll} (MPa)
51,5	1,05	7,0	1,0

Fonte: EN 338:2009.

Para a simulação numérica a viga é analisada como um sólido com elementos finitos de aproximação quadrática para o campo de deslocamento. A viga se encontra bi apoiada e sujeita a ensaio de quatro pontos aplicando um deslocamento vertical conforme Figura 29. A carga e os apoios são distribuídos linearmente. A malha adotada, que foi retirada da referência, possui elementos cúbicos na madeira de tamanho 3 mm e no reforço de tamanho 1,78 mm pode ser vista na Figura 30.

Figura 30 – Malha adotada.



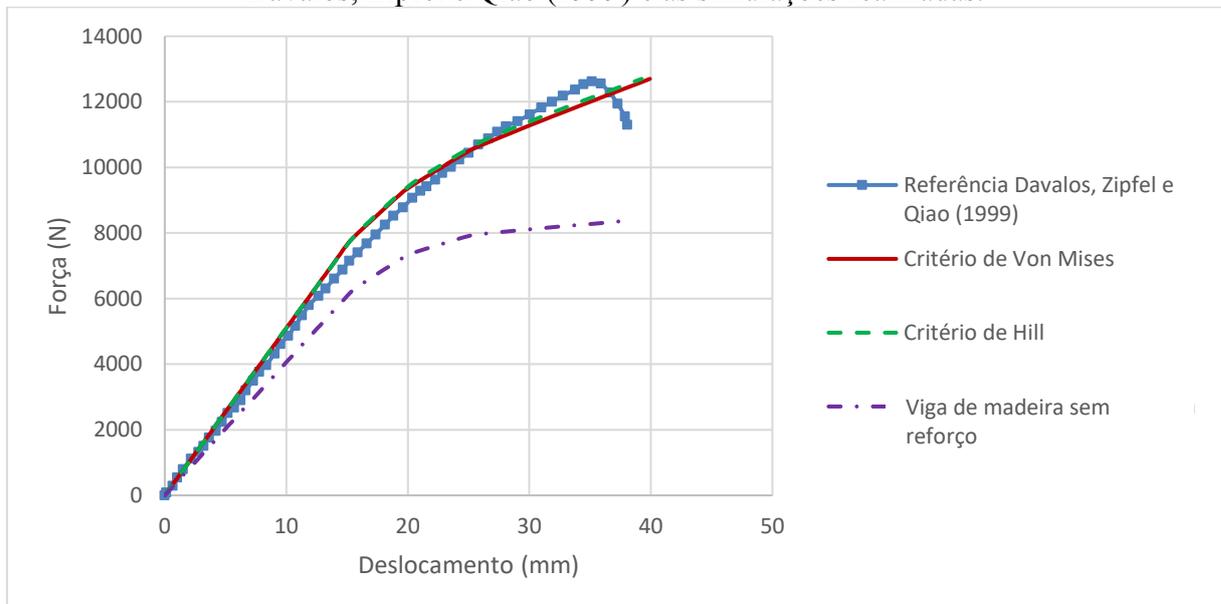
Fonte: o autor.

Foi utilizado o critério de encruamento isotrópico com um módulo tangente igual a zero considerando o comportamento elástico-perfeitamente plástico para lidar com a não

linearidade observada nos ensaios experimentais. Outra consideração feita é de que o reforço terá comportamento elasto-frágil. Os trajetos das curvas são interrompidos onde verifica-se a tensão máxima permitida no reforço de fibra de vidro, que é de 1020 MPa de acordo com Floral e Peters (1989).

Três análises foram realizadas, a primeira utilizou o critério de Hill com uso da Norma EN 338:2009 para os parâmetros de plastificação. A segunda empregou o critério de Von Mises. E por último elaborou-se uma simulação da viga com critério de Hill sem o uso do reforço. Na Figura 31 todas as curvas de carga-deslocamento são comparadas com a resposta do teste experimental de Davalos, Zipfel e Qiao (1999).

Figura 31 – Curvas de carga-deslocamento comparativas entre modelo de referência de Davalos, Zipfel e Qiao (1999) e as simulações realizadas.



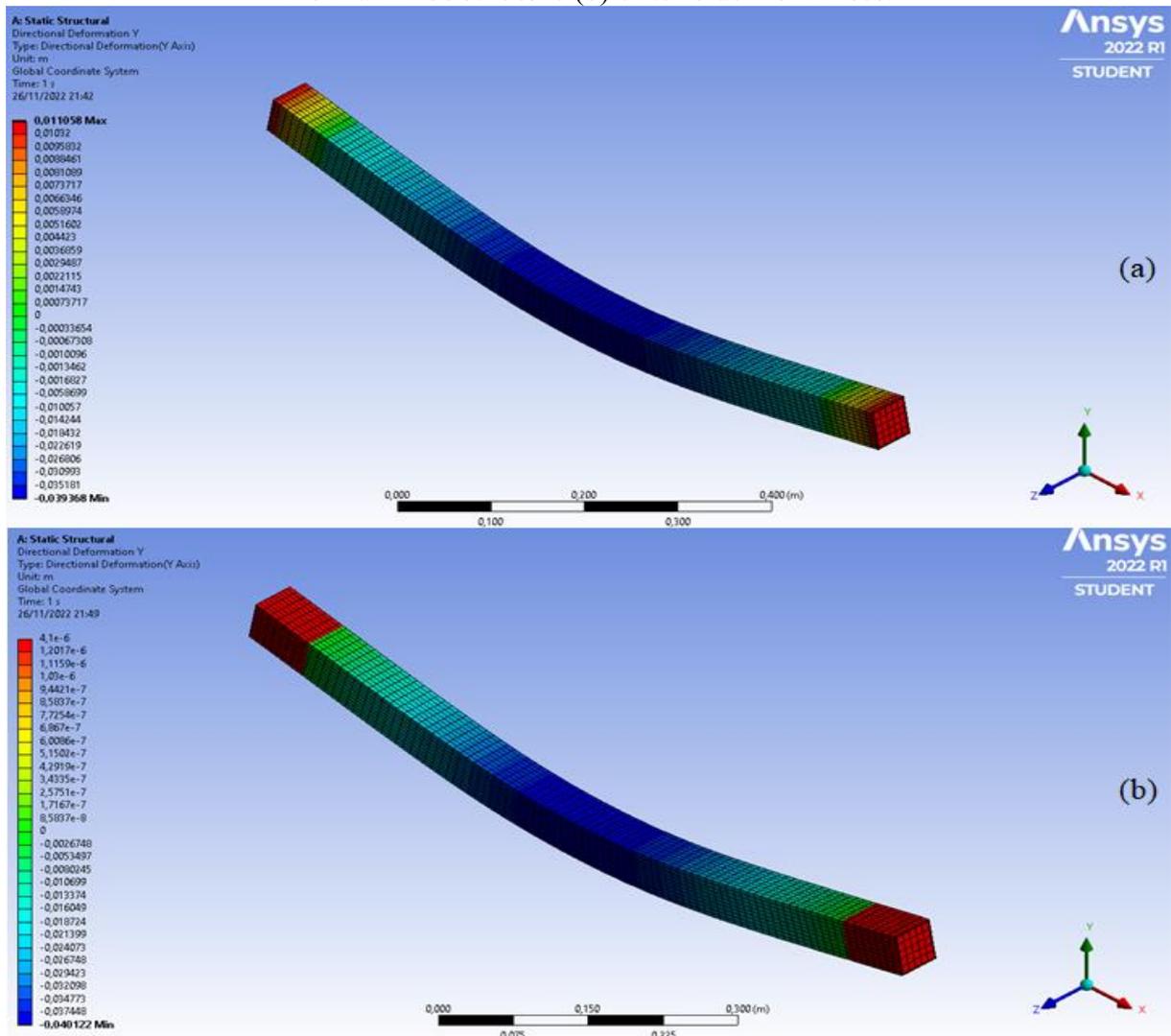
Fonte: o autor.

Verifica-se que todas as curvas, exceto da madeira sem reforço, apresentaram rigidez inicial igual à da referência, o que já era esperado devido aos parâmetros de elasticidade utilizados serem todos retirados da própria referência. No caso da madeira sem reforço, houve um comportamento menos rígido e demonstra um suporte de carga máxima menor do que comparado aos com o reforço, o que também já era previsto.

Na simulação do critério de Hill e do critério de Von Mises mostrou-se semelhante, mesmo sem a desconsideração do cisalhamento na plasticidade, diferente do estudo de caso

com CFRP. Este resultado pode ser atribuído pela forma de adoção em confinamento do polímero reforçado neste estudo, no qual os apoios tinham contato direto com o reforço e não com a madeira. Na Figura 32 é possível verificar o comparativo da resposta do deslocamento vertical em Y, tanto da viga com o uso do critério de Hill, quanto da viga com uso do critério de Von Mises.

Figura 32 – Resposta do deslocamento em Y da viga com o uso do (a) critério de Hill e da Norma EN 338:2009 e (b) critério de Von Mises.



Fonte: o autor.

Apesar da curva carga-deslocamento semelhante notou-se de acordo com o comparativo que a distribuição de deslocamentos verticais em cada ponto da viga mudou

consideravelmente de um modelo para outro, o que reafirma mais ainda que a variação entre o modelo de Hill e Von Mises só reduziu pelo formato de adoção em confinamento do reforço.

Devido a restrição do final das simulações pela tensão do reforço, na Tabela 8 foi possível obter a carga máxima e o deslocamento de cada uma e comparar com a de referência de Davalos, Zipfel e Qiao (1999).

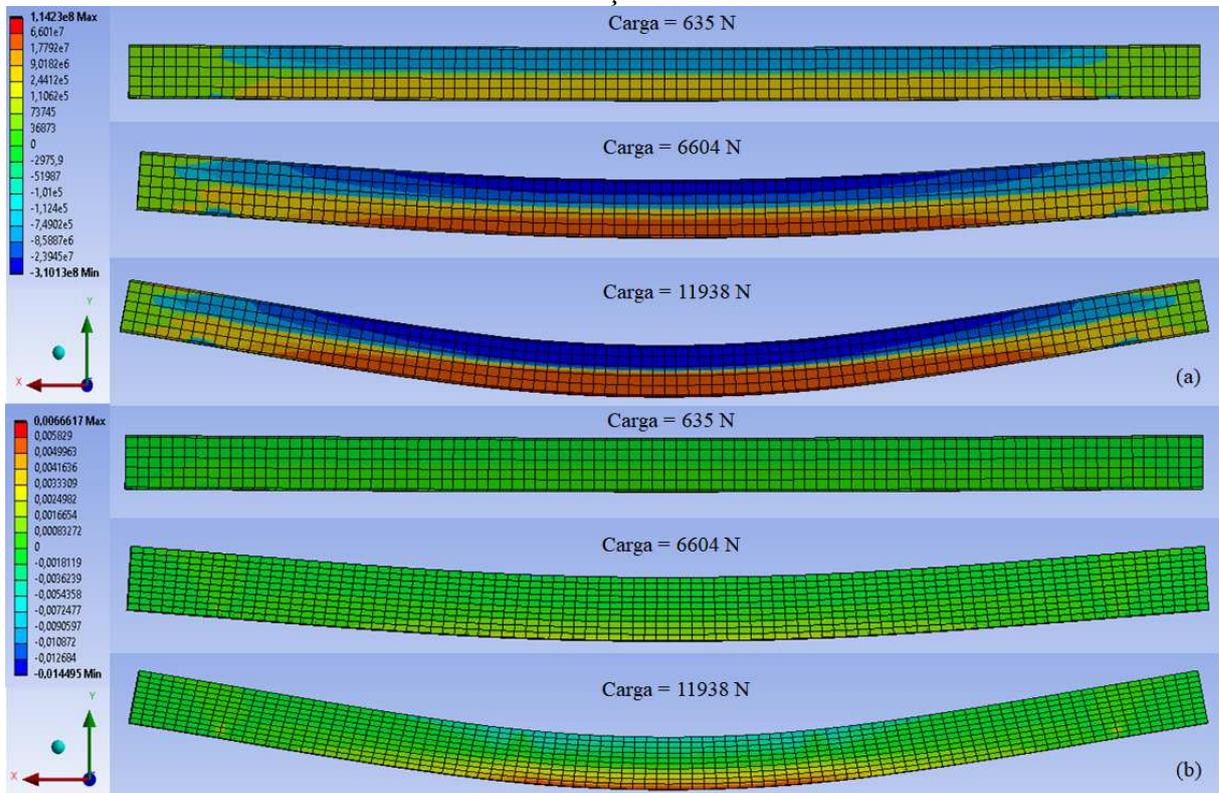
Tabela 8 – Carga máxima e deslocamento das simulações.

Simulações	Carga máxima (N)	Deslocamento (mm)
Davalos, Zipfel e Qiao (1999)	12559,5	35,15
Critério de Hill	12715	39,24
Critério de Von Mises	12689	39,22

Fonte: o autor.

Para mostrar níveis de tensão e de deformação na viga com critério de Hill ao longo da simulação preparou-se um corte longitudinal na direção X, o qual pode ser visto na Figura 33, onde foi possível avaliar três instantes distintos do ensaio, o primeiro com uma carga de 635 N, o segundo de 6604 N e por último 11938 N, ou seja, logo antes de atingir a tensão máxima do reforço.

Figura 33 – Comportamento longitudinal em três instantes distintos da viga com uso do critério de Hill na tensão normal (Pa) (a) e na deformação longitudinal (m/m) (b) ambas para a direção X.



Fonte: o autor.

Nos cortes na Figura 33, é possível verificar que tanto parte da tração quanto da compressão está sendo absorvida pelo reforço, mas também grande parte pela madeira. No primeiro e segundo instantes a deformação é pouco expressiva. Porém, próximo à tensão limite do reforço, nota-se uma deformação elevada na face de tração central do reforço.

Constatou-se que aplicando o reforço na viga de madeira, conforme este estudo de caso, o modelo de Hill se assemelha com o modelo de Von Mises. Os modelos adotados representaram bem o comportamento da transferência de tensão entre reforço e madeira e também em similaridade a carga última, mas não em relação ao deslocamento.

Essa tendência positiva das curvas carga-deslocamento era prevista, e assim como no estudo de caso anterior, não era esperado a capacidade de representar a decida da curva, devido ao método de modelagem utilizado. Considerando que se adotou o modelo elasto-plástico perfeito por não termos os dados de encruamento, obteve-se cargas máximas muito próximas,

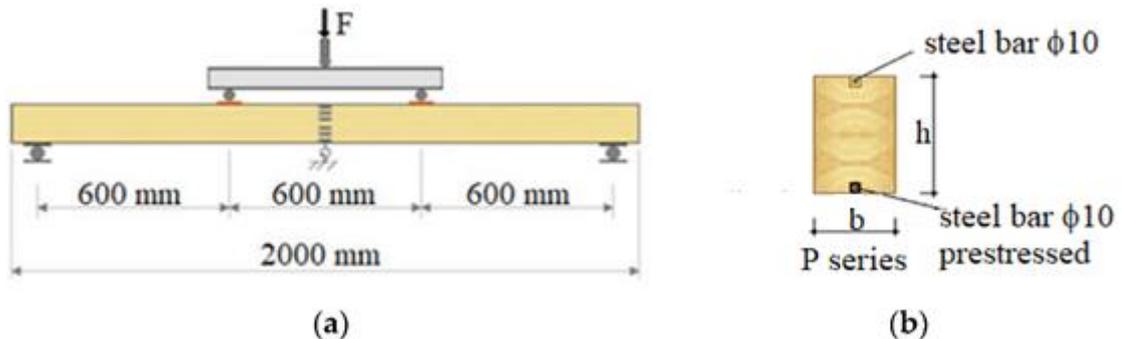
o que é importante para estimar a capacidade de resistência da viga e para a avaliação das flechas.

A variação de resultados da curva de carga-deslocamento das simulações com a referência Davalos, Zipfel e Qiao (1999), principalmente na faixa da plastificação, pode ser justificada por ser um comparativo entre teste experimental e simulação numérica e também pela desconsideração do ângulo de enrolamento do filamento do reforço.

4.4 VIGAS DE MADEIRA REFORÇADAS COM BARRA DE AÇO PROTENDIDO

Estuda-se uma viga de madeira *Picea glauca* laminada colada (MLC), reforçada com 2 barras de aço longitudinal, sendo protendida a barra que se encontra na face inferior da viga. O esquema do ensaio experimental de quatro pontos é ilustrado e dimensionado na Figura 34 conforme proposto por De Luca e Marano (2012). A viga de madeira tem a base $b = 80$ mm e a altura $h = 117$ mm e as ranhuras quadradas para encaixe do reforço de 20×20 mm.

Figura 34 – Esquema do ensaio com seção transversal e longitudinal.



Fonte: Adaptado de (DE LUCA E MARANO, 2012).

A viga de madeira laminada *Picea glauca* tem suas propriedades elásticas indicadas na Tabela 9, onde L, R e T estão associados as direções x, y e z, respectivamente, e o reforço de barra de aço tem suas propriedades elásticas e plásticas indicadas na Tabela 10. A barra inferior foi pré-tensionada com uma força de 18 kN. A referência De Luca e Marano (2012) não fornece informações sobre a umidade e a densidade da madeira testada no ensaio.

Tabela 9 – Propriedades elásticas da madeira laminada *Picea glauca*.

	E_L (MPa)	E_R (MPa)	E_T (MPa)	ν_{LR}	ν_{LT}	ν_{RT}	G_{LR} (MPa)	G_{LT} (MPa)	G_{RT} (MPa)
Madeira	10200	420	780	0,27	0,27	0,27	4015	165	307

Fonte: Adaptado de (DE LUCA E MARANO, 2012).

Tabela 10 – Propriedades elásticas e plásticas do reforço de barra de aço.

	Tensão de compressão última (MPa)	Coef. de Poisson	Módulo de elasticidade em compressão (MPa)	Tensão de tração última (MPa)	Coef. de Poisson	Módulo de elasticidade em tração (MPa)
Elástica	1091,2	0,3	205238	425,2	0,3	213190
Plástica	1102,1	-	-	429,5	-	-

Fonte: Adaptado de (DE LUCA E MARANO, 2012).

Em De Luca e Marano (2012) utiliza um teste experimental e numérico para determinar o comportamento da viga de madeira laminada colada à flexão. Neste estudo de caso adotou-se o modelo de plasticidade elasto-plástico com encruamento isotrópico, onde foi estimado como tensão de resistência à compressão no escoamento de 61,42 MPa e o módulo tangente de 780 MPa.

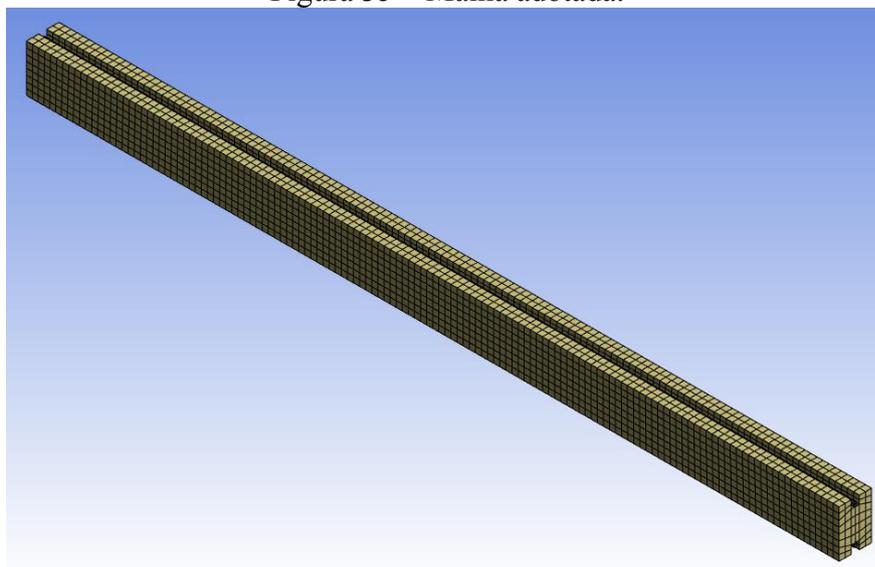
Infelizmente, a referência citada, De Luca e Marano (2012), não fornece informações edafoclimáticas específicas sobre a área de cultivo ou origem da madeira *Picea glauca* utilizada no ensaio. Porém, levando em conta novamente a relação entre densidade e propriedades mecânicas das madeiras, foram utilizadas informações obtidas de madeiras com densidade semelhante.

De acordo com o Forest Products Laboratory (2010) a *Picea glauca* tem densidade média de 561 kg/m³. Dessa maneira empregou-se as propriedades mecânicas referentes à classe de resistência C50 da Norma Europeia EN 338:2009 que possuem densidade média de 550 kg/m³. Como são fornecidos os valores característicos dessas propriedades mecânicas, seus valores médios foram obtidos pela Eq. 31. Resultando dessa forma os valores empregados na simulação numérica são apresentados na Tabela 2, do primeiro estudo de caso.

Para a simulação numérica a viga é analisada como um sólido com elementos finitos de aproximação quadrática para o campo de deslocamento. A viga se encontra bi apoiada e sujeita a ensaio de quatro pontos aplicando um deslocamento vertical conforme Figura 34. A

carga e os apoios são distribuídos linearmente. A malha adotada, que foi retirada da referência, possui 9440 elementos cúbicos no total, com uma média de 15 mm de lado e pode ser vista na Figura 35.

Figura 35 – Malha adotada.

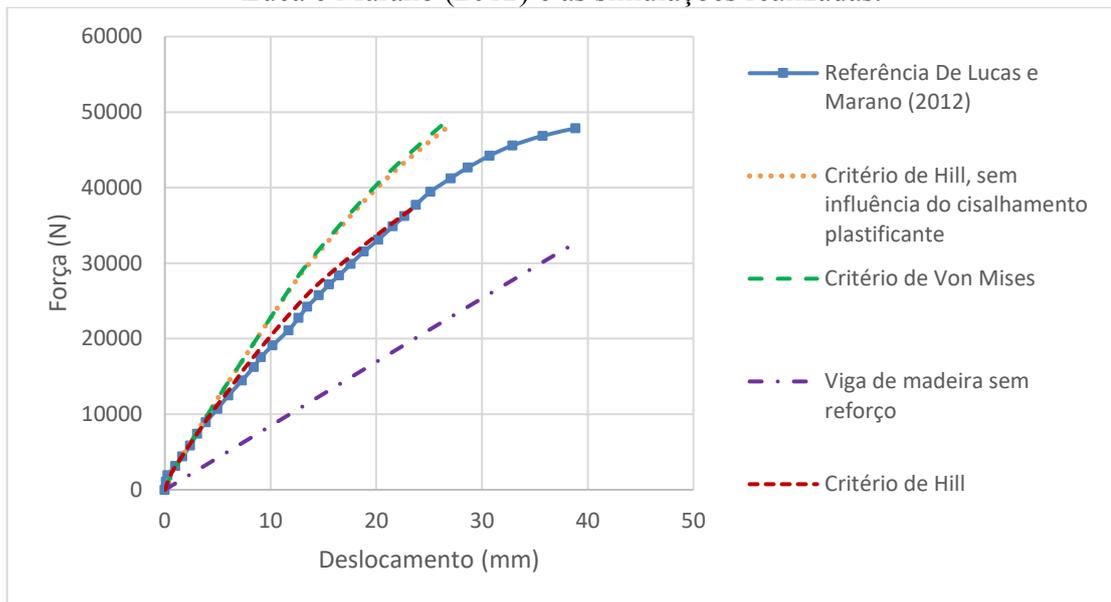


Fonte: o autor.

Uma das considerações feitas é de que o reforço terá comportamento elasto-plástico perfeito. Os trajetos das curvas são interrompidos onde verifica-se a tensão de compressão máxima permitida no reforço de barra de aço, que é de 1102,1 MPa.

Quatro análises foram realizadas, a primeira utilizou o critério de Hill com uso da Norma EN 338:2009 para os parâmetros de plastificação. A segunda também empregou o critério de Hill, porém, desconsiderou a plastificação por cisalhamento, para que o material não plastificasse devido às tensões tangenciais e sim pelas tensões normais. A terceira empregou o critério de Von Mises. E por último elaborou-se uma simulação da viga com critério de Hill sem o uso do reforço. Na Figura 36 todas as curvas de carga-deslocamento são comparadas com a resposta do teste experimental de De Luca e Marano (2012).

Figura 36 – Curvas de carga-deslocamento comparativas entre modelo de referência de De Luca e Marano (2012) e as simulações realizadas.

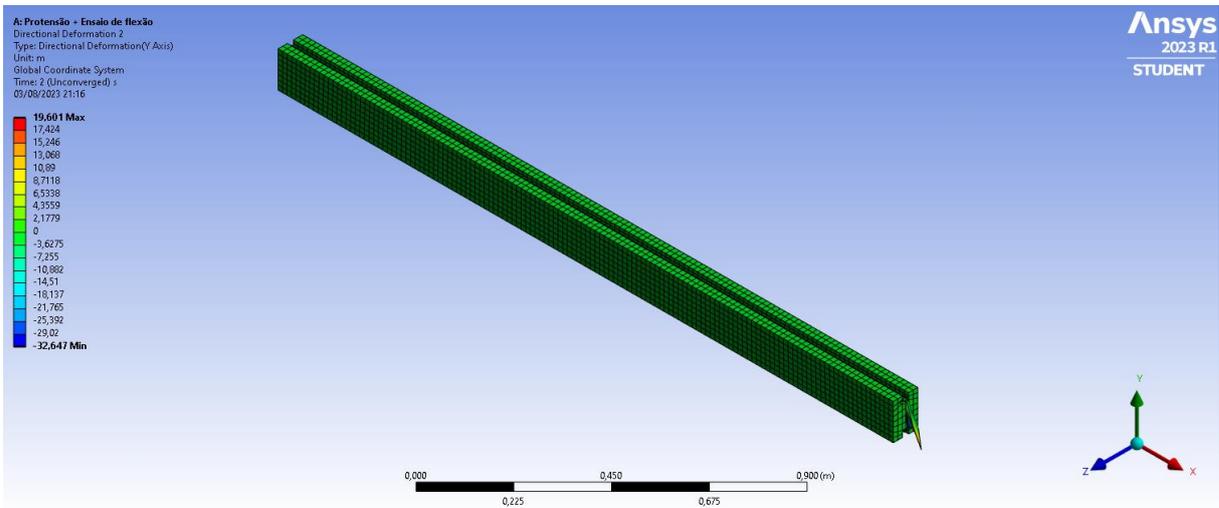


Fonte: o autor.

Verifica-se que todas as curvas, exceto da madeira sem reforço, apresentaram rigidez inicial igual à da referência, o que já era esperado devido aos parâmetros de elasticidade utilizados serem todos retirados da própria referência. No caso da madeira sem reforço, houve um comportamento menos rígido e demonstra um suporte de carga máxima menor do que comparado aos com o reforço, o que também já era previsto.

Na simulação do critério de Hill identificou-se um esmagamento na região de uma das ancoragens, conforme Figura 37, que demonstra a resposta do deslocamento vertical da viga. Esse comportamento, assim como no estudo de caso com CFRP, pode ser atribuído ao critério empregado que não é 100% representativo, sendo uma maneira bastante simplificada, considerando simetria no aspecto do escoamento na tração e na compressão.

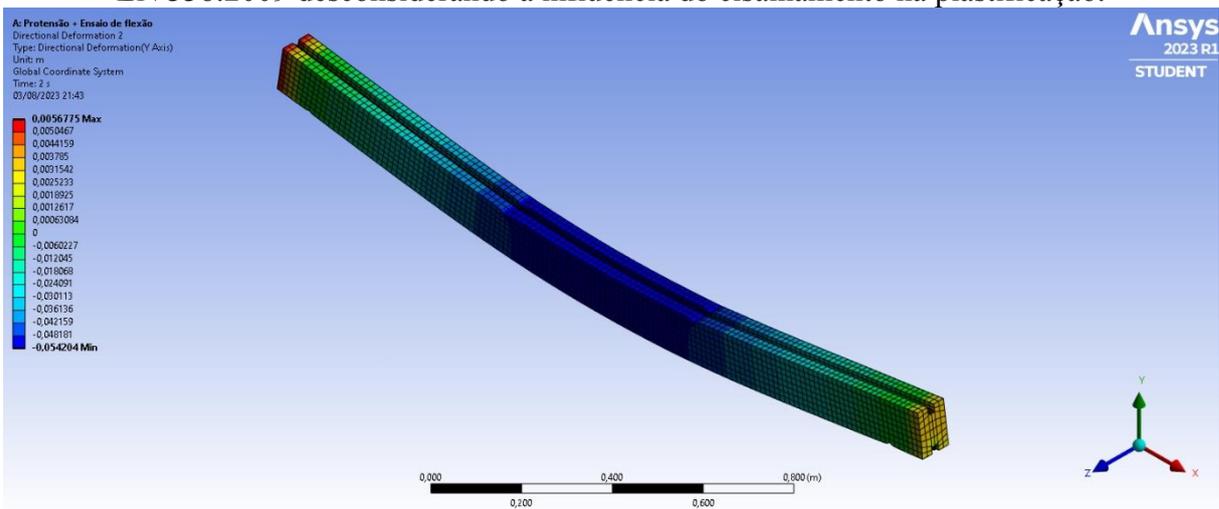
Figura 37 – Resposta do deslocamento em Y da viga com o uso do critério de Hill e da Norma EN 338:2009.



Fonte: o autor.

Para verificar que esse esmagamento era relacionado com o cisalhamento na plasticidade, utilizou-se o critério de Hill normativo com tensão de cisalhamento não plastificante. A resposta do deslocamento vertical da viga encontra-se na Figura 38, o qual ocorre sem esmagamento.

Figura 38 – Resposta do deslocamento em Y da viga com o uso do critério de Hill e da Norma EN 338:2009 desconsiderando a influência do cisalhamento na plastificação.



Fonte: o autor.

Devido a restrição do final das simulações pela tensão do reforço, na Tabela 11 foi possível obter a carga máxima e o deslocamento de cada uma e comparar com a de referência de De Luca e Marano (2012).

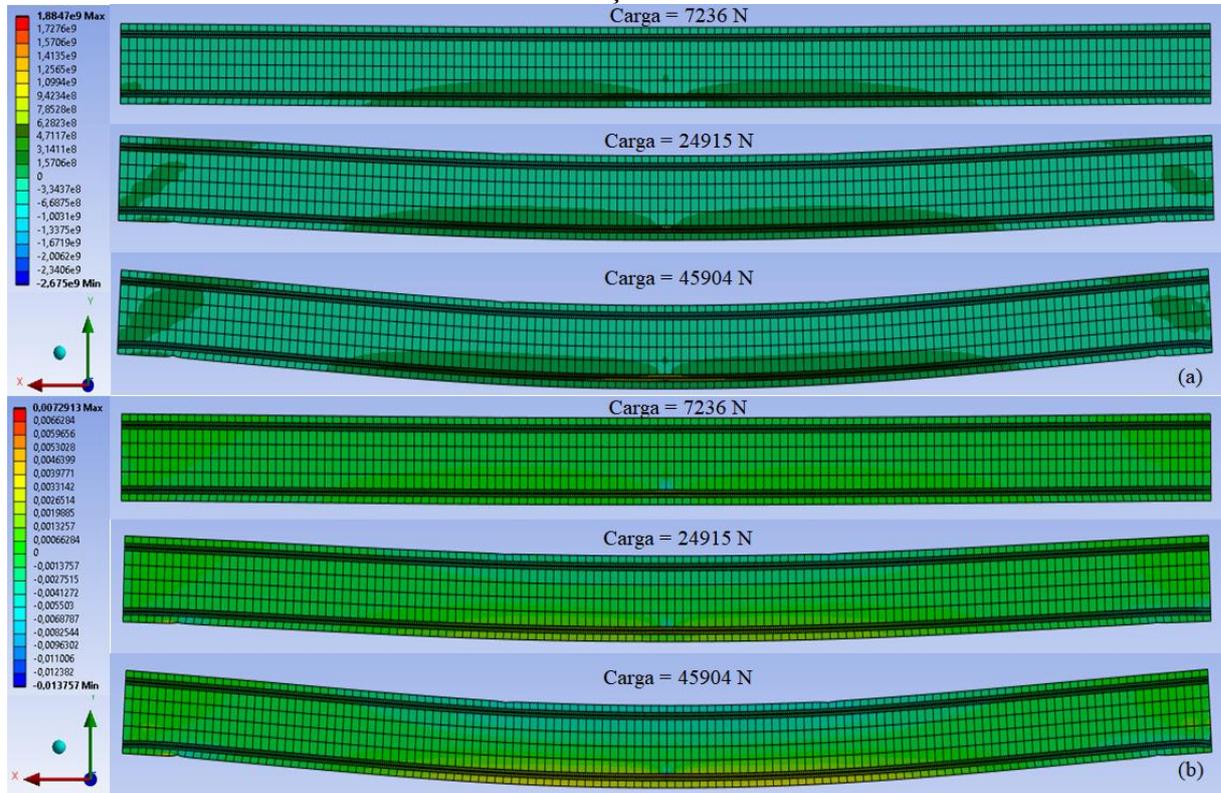
Tabela 11 – Carga máxima e deslocamento das simulações.

Simulações	Carga máxima (N)	Deslocamento (mm)
De Luca e Marano (2012)	47870	38,87
Critério de Hill sem cisalhamento na plasticidade	47330	26,12
Critério de Von Mises	48552	26,44

Fonte: o autor.

Para mostrar níveis de tensão e de deformação na viga com critério de Hill ao longo da simulação preparou-se um corte longitudinal na direção X, o qual pode ser visto na Figura 39, onde foi possível avaliar três instantes distintos do ensaio, o primeiro com uma carga de 7236 N, o segundo de 24915 N e por último 45904 N, ou seja, logo antes de atingir a tensão máxima do reforço.

Figura 39 – Comportamento longitudinal em três instantes distintos da viga com uso do critério de Hill na tensão normal (Pa) (a) e na deformação longitudinal (m/m) (b) ambas para a direção X.



Fonte: o autor.

Nos cortes na Figura 39, é possível verificar que a maior parte da tensão de tração está sendo absorvida pelo reforço da barra de aço protendida. Nas regiões de contato entre as extremidades da viga de madeira e a barra de aço também ocorrem tensões consideráveis. Inicialmente a deformação demonstra-se centralizada no meio do vão próximo a barra de aço protendida e com valores negativos, devido a compressão, porém, com o decorrer da simulação, a deformação se espalha na face inferior da viga e demonstra valores positivos, o que é adequado em uma simulação de flexão em quatro pontos.

Considerando que não haja a influência do cisalhamento na plasticidade, constatou-se que o modelo de Hill acaba se assemelhando mais com o modelo de Von Mises. Os modelos adotados representaram bem o comportamento da transferência de tensão entre reforço e madeira, em particular em relação à carga máxima, com valores próximos a referência, embora tenha minimizado o deslocamento máximo.

Apesar do esmagamento que ocorreu no final da simulação com o uso do critério de Hill considerando o cisalhamento na plasticidade, é inegável que a curva carga-deslocamento se assemelhou muito mais com a da referência de De Luca e Marano (2012), do que as curvas que adotaram o critério de Hill desconsiderando o cisalhamento na plasticidade e também o critério de Von Mises.

Diferente dos outros estudos de caso em que foi considerado a madeira elasto-plástica perfeita, neste o módulo tangente é fornecido, e por isso, admite-se que a madeira possui comportamento elasto-plástico com encruamento isotrópico e as curvas de carga-deslocamento seguem uma tendência muito mais semelhante ao ensaio experimental em análise.

A variação de resultados da curva de carga-deslocamento das simulações com referência De Luca e Marano (2012), principalmente na faixa da plastificação, pode ser justificada pela diferença dos modelos utilizados, pela desconsideração das propriedades do adesivo que une o reforço a madeira e, além disso, por ser um comparativo entre teste experimental e simulação numérica.

4.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS ESTUDOS DE CASO

Levando em consideração que nem todos os parâmetros necessários foram fornecidos pelos estudos e, por isso, alguns dados foram adotados com base nas densidades médias da madeira, especialmente em relação à resistência, verificou-se que as simulações representaram de maneira similar o comportamento das curvas de resposta, especialmente no que diz respeito à carga máxima. Isso valida o método de levantamento de dados adotado.

Ao avaliar os três primeiros estudos de caso, adotou-se o modelo elasto-plástico perfeito devido à falta de dados de encruamento. Isso resultou em cargas máximas bastante semelhantes, o que é fundamental para estimar a capacidade de resistência da viga e avaliar as deflexões.

Apesar do esmagamento observado no final da simulação no reforço de barra de aço pretendido ao usar o critério de Hill considerando o cisalhamento na plasticidade, é inegável que a curva carga-deslocamento se assemelhou muito mais à referência de estudo do que as curvas que adotaram o critério de Hill sem considerar o cisalhamento na plasticidade, e também o critério de Von Mises.

A tendência de crescimento positivo nas curvas carga-deslocamento era esperada, uma vez que o modelo elasto-plástico não poderia representar a região de amolecimento da resposta (queda na curva). Isso se deve ao método de modelagem utilizado. Além disso, a variação nos resultados das curvas de carga-deslocamento nas simulações em comparação com as referências, principalmente na região de plastificação, pode ser justificada pela comparação entre testes experimentais e simulações numéricas, bem como por detalhes e parâmetros específicos de cada caso.

Considerando que não haja influência do cisalhamento na plasticidade, constatou-se que o modelo de Hill assemelhou-se mais ao modelo de Von Mises e representou adequadamente o comportamento da transferência de tensão entre o reforço e a madeira. Especificamente em relação à carga máxima, os valores foram próximos à referência, embora tenham variado, ora superestimando, ora minimizando o deslocamento máximo.

Com base nessas respostas numéricas, pode-se entender que o critério de Hill não é totalmente adequado para a madeira, especialmente devido à sua capacidade de permitir o esmagamento do material quando submetido a tensões normais às fibras. Por outro lado, a utilização do critério de Hill sem considerar o cisalhamento plastificante resulta em uma resposta mais representativa.

A conclusão a ser tirada é que a abordagem ideal não é nem o critério de Hill completo, nem o critério de Hill sem considerar o cisalhamento plastificante, mas algo intermediário. No entanto, isso exigiria uma correção no valor de entrada para a tensão de escoamento relacionada às tensões de cisalhamento, ou seja, outro parâmetro do material que não está disponível. Uma possível explicação para a limitação na representação da superfície de plastificação no critério de Hill é sua exclusão das tensões hidrostáticas no escoamento, focando apenas nas tensões desviadoras.

Apesar dessas suposições, é crucial destacar que existem poucos modelos anisotrópicos disponíveis em *softwares* comerciais. Portanto, com base nas comparações entre as curvas carga-deslocamento e os resultados obtidos nos estudos de caso, pode-se concluir que o modelo de plasticidade utilizado na simulação das vigas de madeira é uma opção viável.

5 DESENVOLVIMENTO DAS SIMULAÇÕES

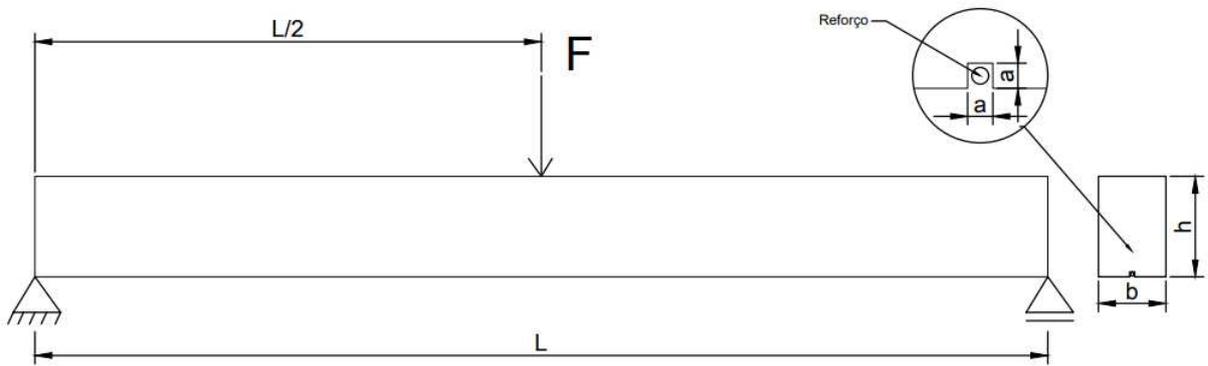
Nas simulações das vigas de madeira para a análise comparativa foram adotados diferentes cenários de comprimento longitudinal da viga e de seção transversal, além de duas diferentes configurações para adoção dos reforços, a fim de verificar a eficácia de cada um dos reforços selecionados. Os parâmetros comparados incluem a resistência e o deslocamento máximo suportada da viga, a resistência na deformação máxima instantânea de acordo com a NBR 7190:2022 e o comportamento frente às diferentes cargas atuantes. Os resultados obtidos foram analisados e comparados para determinar qual dos reforços é mais eficiente em termos de resistência e custo.

Foi necessário estabelecer informações para o esquema de ensaio numérico, como o formato e a dimensão da seção transversal da viga, o comprimento total da viga, a quantidade e posição dos apoios e das cargas atuantes, o deslocamento em que a viga será submetida, os parâmetros elásticos e plásticos da viga e dos reforços, a resistência de escoamento e o módulo tangente da viga, o formato de adoção e a área dos reforços e no caso da barra de aço protendido, qual será a força de protensão aplicada.

Os dois esquemas de ensaios de três pontos adotados para as análises comparativas podem ser vistos na Figura 40, onde a usinagem da peça para colocação do reforço é única, centralizada e quadrada com lados $a = 10$ mm, o comprimento da viga L , a base b e a altura h são variáveis, e na Figura 41, onde a usinagem da peça para colocação do reforço é dupla e centralizada com uma distância entre elas de $\frac{b-2a}{3}$. Os apoios são dispostos na extremidade da viga, sendo que o primeiro impede os deslocamentos nas três direções e o segundo somente na direção da altura da viga. A carga F , que se encontra na metade da viga, é avaliada através do controle de deslocamento no modelo de elementos finitos.

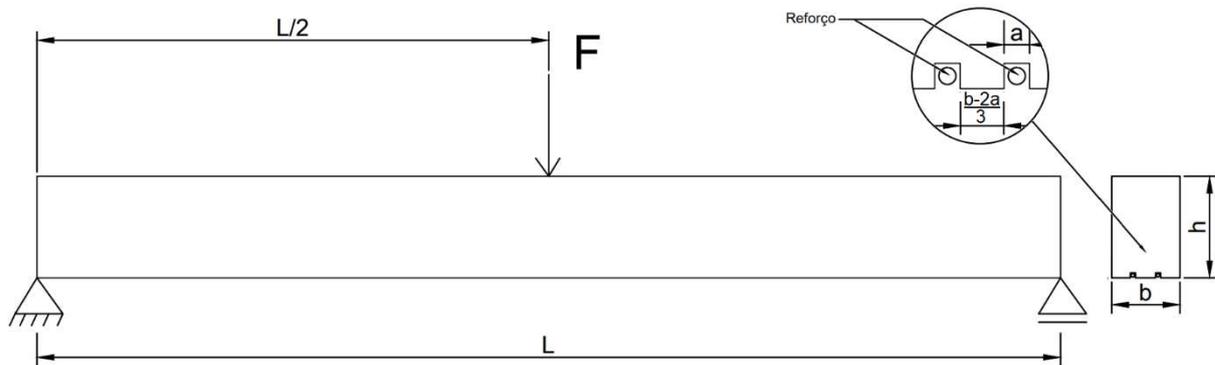
A aplicação de reforço na área de tração de vigas de madeira, embora esse material apresente geralmente maior resistência à compressão, visa mitigar os riscos associados a esforços de tração que podem comprometer a integridade estrutural. Reforçar a região inferior da viga contribui para controlar deformações, prevenir rupturas e melhorar a capacidade global da estrutura, especialmente em situações, como neste caso, de flexão.

Figura 40 – Esquema de ensaio da viga de madeira e dos reforços para análise comparativa.



Fonte: o autor.

Figura 41 – Esquema de ensaio da viga de madeira e dos duplos reforços para análise comparativa.



Fonte: o autor.

Elaborou-se diferentes cenários de comprimento longitudinal e de seção transversal para a simulação das vigas, conforme Tabela 12, tendo como critério a busca de uma representação abrangente das condições estruturais. Essa abordagem foi adotada para capturar uma gama diversificada de cenários estruturais, sem se limitar a medidas convencionais.

Tabela 12 – Seções transversais e comprimentos longitudinais em que ocorrem as simulações.

Seção transversal (cm)	Comprimentos (m)
10x20	2
18x35	3,5
25x50	5

Fonte: o autor.

No estudo comparativo de reforços em vigas de madeira optou-se pela utilização de madeira da espécie *Pinus elliottii*. A escolha dessa espécie se deve, em parte, à sua ampla utilização na construção civil e também ao fato de ser uma madeira de reflorestamento, o que a torna uma opção sustentável para a construção de estruturas.

Segundo um levantamento da Epagri em 2015, o cultivo de pinus em Santa Catarina representa 70% da base florestal plantada no estado. A região sul possui características climáticas favoráveis ao crescimento dessa espécie, como o clima subtropical úmido e temperaturas amenas. Essa madeira é conhecida por sua resistência, durabilidade e versatilidade, o que a torna base da indústria moveleira e da construção civil.

Para a obtenção dos requisitos necessários para o cálculo da viga de madeira, foi seguida a norma ABNT NBR 7190:1997 - Projeto de Estruturas de Madeira. Esta norma estabelece as diretrizes para o projeto e dimensionamento de estruturas de madeira, considerando os esforços solicitantes e as características dos materiais utilizados. A norma nos fornece algumas propriedades da madeira *Pinus elliotti* à 12% de umidade, conforme a Tabela 13, as quais se assemelham com às fornecidas pelo Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT) considerando a variação da umidade.

Tabela 13 – Propriedades médias de madeiras *Pinus elliottii* à 12% de umidade.

Conífera	Densidade (kg/m ³)	$f_{c,0}$ (MPa)	$f_{t,0}$ (MPa)	$f_{t,90}$ (MPa)	f_v (MPa)	E_L (MPa)
<i>Pinus elliottii</i>	560	40,4	66	2,5	7,4	11889

Fonte: (NBR 7190:1997).

A norma NBR 7190:1997 apresenta o módulo de elasticidade longitudinal, ou seja, paralelo às fibras. Apesar das muitas fontes de variação, como espécie, teor de umidade, temperatura, carregamento, entre outras, as proporções entre os módulos de elasticidade longitudinal, radial e transversal, além dos módulos de cisalhamento, em geral, estão relacionadas de acordo com a seguinte relação elaborada por Bodig e Jayne (1993)

$$E_L : E_R : E_T \approx 20 : 1,6 : 1 , \quad (34)$$

$$G_{LR} : G_{LT} : G_{RT} \approx 10 : 9,4 : 1 , \quad (35)$$

$$E_L : G_{LR} \approx 14 : 1 , \quad (36)$$

O coeficiente de Poisson é outro fator importante a se determinar nas propriedades elásticas da madeira, já que ele influencia diretamente a distribuição de tensão e deformações em uma estrutura, auxiliando no dimensionamento e na tendência da estabilidade. Por meio da Tabela 14, fornecida por Bodig e Goodman (1973), obteve-se esses valores considerando que a madeira *Pinus elliottii*, por ser proveniente de um pinheiro, é classificada como uma árvore conífera.

Tabela 14 – Coeficiente de Poisson (valores médios).

Índice	Coníferas	Folhosas
ν_{LR}	0,37	0,37
ν_{LT}	0,42	0,50
ν_{RT}	0,47	0,67
ν_{TR}	0,35	0,33
ν_{RL}	0,041	0,044
ν_{TL}	0,033	0,027

Fonte: (BODIG E GOODMAN, 1973).

Todas essas relações e considerações feitas sobre a *Pinus elliottii* são empregadas e validadas no estudo de Todeschini (2009). Dessa forma chegou-se à representação das propriedades elásticas da madeira *Pinus elliottii* como mostrado na Tabela 15, onde L, R e T estão associadas as direções x, y e z, respectivamente. Esses parâmetros foram utilizados na análise comparativa de vigas de madeira com diferentes tipos de reforços.

Tabela 15 – Propriedades elásticas calculadas da madeira *Pinus elliottii*.

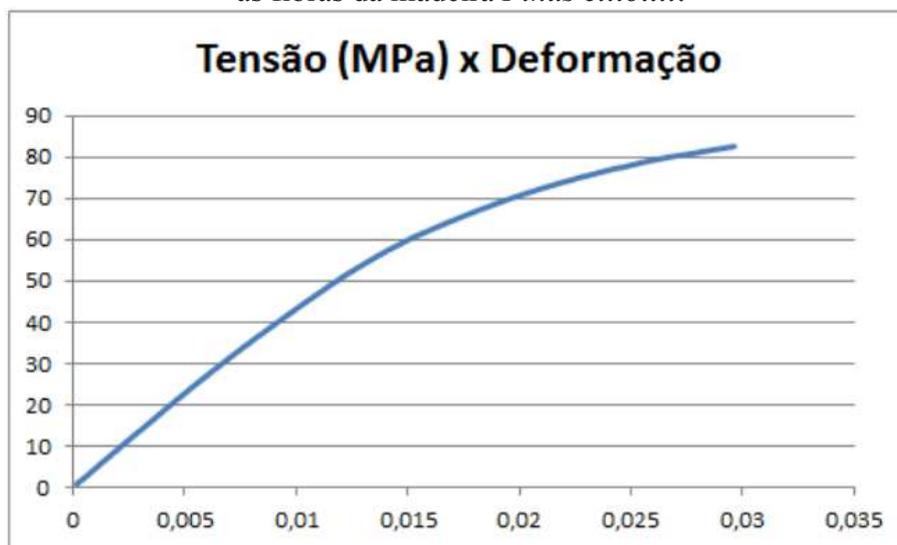
	E_L (GPa)	E_R (GPa)	E_T (GPa)	ν_{LR}	ν_{LT}	ν_{RT}	G_{LR} (GPa)	G_{LT} (GPa)	G_{RT} (GPa)
<i>Pinus elliottii</i>	11,889	0,95	0,59	0,37	0,42	0,47	0,849	0,798	0,085

Fonte: o autor.

Nesta análise comparativa, foi utilizado o modelo de plasticidade elasto-plástico com encruamento isotrópico. A implementação numérica foi realizada de maneira não linear por meio do método de Newton-Raphson. Para obter a tensão de escoamento e o módulo tangente foi necessário o diagrama de tensão-deformação obtido, por simplicidade, através de um ensaio

de tração longitudinal às fibras da madeira *Pinus elliottii*, que se encontra na Figura 42, retirado do estudo de Torquato (2019).

Figura 42 – Diagrama de tensão-deformação obtido através do ensaio de tração longitudinal às fibras da madeira *Pinus elliottii*.



Fonte: (TORQUATO, 2019).

Obteve-se os valores de 37,97 MPa para a resistência de escoamento e, considerando um módulo tangente multilinear, tem-se a Tabela 16, com valores das tensões e deformações plásticas.

Tabela 16 – Tensões e deformações plásticas da madeira *Pinus elliottii*.

Tensão plástica (MPa)	Deformação plástica
37,97	0
50,58	0,0028
60,94	0,006
70,80	0,0104
77,00	0,0143
81,12	0,0177
83,97	0,0205

Fonte: o autor.

Para os reforços foram considerados os parâmetros obtidos durante os estudos de caso, assim, pode-se conferir os dados para polímero reforçado com fibra de carbono, para polímero

reforçado com fibra de vidro e para a barra de aço que será protendida na Tabela 17. Outra consideração feita é de que os reforços de fibra de carbono e de fibra de vidro tem comportamento elasto-frágil e o reforço de aço protendido tem o comportamento elasto-plástico perfeito.

Tabela 17 – Compilação de propriedades elásticas dos reforços de fibra de carbono, de fibra de vidro e da barra de aço.

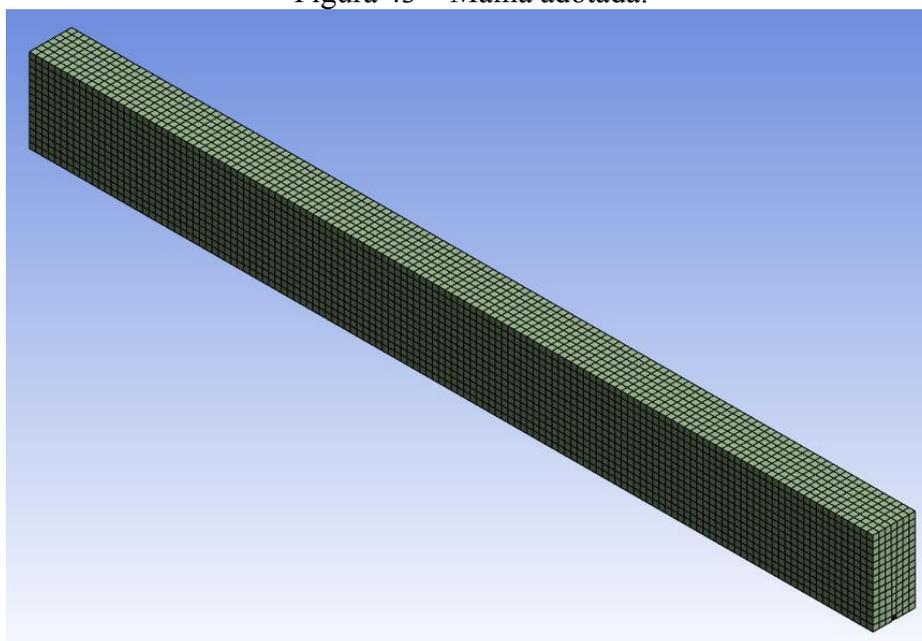
	E_L (GPa)	E_R (GPa)	E_T (GPa)	ν_{LR}	ν_{LT}	ν_{RT}	G_{LR} (GPa)	G_{LT} (GPa)	G_{RT} (GPa)
Carbono	130,0	11,0	11,0	0,25	0,25	0,4	6,0	6,0	3,2
Vidro	6,616	6,616	3,181	0,58	0,58	0,35	6,239	6,239	1,178
Aço	Tensão de compressão última (MPa)	Coefficiente de Poisson	Módulo de elasticidade em compressão (MPa)	Tensão de tração última (MPa)	Coefficiente de Poisson	Módulo de elasticidade em tração (MPa)			
Elástica	1091,2	0,3	205238	425,2	0,3	213190			
Plástica	1102,1	-	-	429,5	-	-			

Fonte: (REIS *et al.*, 2018), (DAVALOS, ZIPFEL E QIAO, 1999) e (DE LUCA E MARANO, 2012).

Na simulação com reforço de barra de aço foi necessário calcular uma carga para a aplicação da protensão. Para isso, utilizou-se da Lei de Hooke, relacionando a deformação específica e as características mecânicas do aço com a força necessária para a protensão. Considerando uma barra de aço com bitola $\varnothing 10$ mm e que a protensão, segundo Bastos (2021), deve permanecer no regime elástico, de modo que o aço, ao tender a voltar à deformação inicial nula, aplique a força de protensão na peça. Calculou-se que a força no limite elástico é de aproximadamente 235,5 kN, e assim, estabeleceu-se que a barra de aço é submetida anteriormente ao ensaio à uma força de 200 kN.

Para as simulações numéricas as vigas são analisadas como um sólido com elementos finitos de aproximação quadrática para o campo de deslocamento. A carga e os apoios são distribuídos linearmente. A malha adotada, composta por elementos cúbicos de 1 mm de lado, conforme ilustrado na Figura 43, foi selecionada de forma a obter dados mais detalhados, considerando, ao mesmo tempo, as limitações de capacidade de processamento do computador utilizado.

Figura 43 – Malha adotada.



Fonte: o autor.

Os trajetos das curvas são interrompidos onde verifica-se a tensão máxima permitida na viga ou nos reforços, podendo ser de tração, compressão ou cisalhamento.

As simulações foram separadas de acordo com as suas configurações, conforme Tabela 18. Em todas as simulações utilizou-se o critério de Hill desconsiderando o cisalhamento na plasticidade.

Tabela 18 – Configuração das simulações.

Simulações	Comprimento da viga (m)	Seção transversal (cm)	Número de barras de reforços	Reforço	
1	2	10 x 20	0	-	
2	3,5	18 x 35	0		
3	5	25 x 50	0		
4	2	10 x 20	1	Fibra de carbono	
5			2		
6	3,5	18 x 35	1		
7			2		
8	5	25 x 50	1		
9			2		
10	2	10 x 20	1		Fibra de vidro
11			2		

12			1	
13	3,5	18 x 35	2	
14			1	
15	5	25 x 50	2	
16			1	
17	2	10 x 20	2	
18			1	
19	3,5	18 x 35	2	
20			1	
21	5	25 x 50	2	

Barra de
aço
protendido

Fonte: o autor.

Com o objetivo de fornecer uma avaliação abrangente dos custos relacionados à adoção dos reforços em vigas de madeira, foram realizados orçamentos, cujos valores se encontram na Tabela 19, em empresas especializadas no ramo, garantindo assim, uma análise abrangente dos materiais, processos e peculiaridades de cada um dos reforços. Em todos os orçamentos, os reforços são barras de superfície lisa e com bitola Ø10 mm e todos os impostos e taxas necessários para sua adesão foram considerados.

A empresa Topfusion apresentou o custo para a utilização do polímero reforçado com fibra de vidro, a Anjie para a aplicação do polímero reforçado com fibra de carbono, enquanto a Gerdau forneceu o orçamento referente à barra de aço protendido e o banco de dados SINAPI, da Caixa Econômica Federal, tendo como referência os dados do mês de abril/2023, concedeu valores do ato de protensão e ancoragem.

Tabela 19 – Orçamento para adesão de cada reforço nas vigas de madeira.

Reforço	Comprimento da viga (m)	Número de reforços	Custo unitário por metro	Custo total por viga	Especificação dos reforços
Fibra de carbono	2	1	R\$ 48,70	R\$ 97,40	Barra de fibra de carbono Ø10mm + serviço de colagem
		2		R\$ 194,80	
	3,5	1		R\$ 170,45	
		2		R\$ 340,90	
	5	1		R\$ 243,50	
		2		R\$ 487,00	
Fibra de vidro	2	1	R\$ 7,30	R\$ 14,60	Barra de fibra de vidro Ø10mm + serviço de colagem
		2		R\$ 29,20	
	3,5	1		R\$ 25,55	
		2		R\$ 51,10	
	5	1		R\$ 36,50	

		<u>2</u>		<u>R\$ 73,00</u>	
		<u>1</u>		<u>R\$ 44,40</u>	
Barra de	2	<u>2</u>		<u>R\$ 88,80</u>	Barra de aço Ø10mm CA- 50 + serviço de protensão + ancoragem
aço		<u>1</u>		<u>R\$ 77,70</u>	
protendido	3,5	<u>2</u>	R\$ 22,20	<u>R\$ 155,40</u>	
		<u>1</u>		<u>R\$ 111,00</u>	
	5	<u>2</u>		<u>R\$ 222,00</u>	

Fonte: o autor.

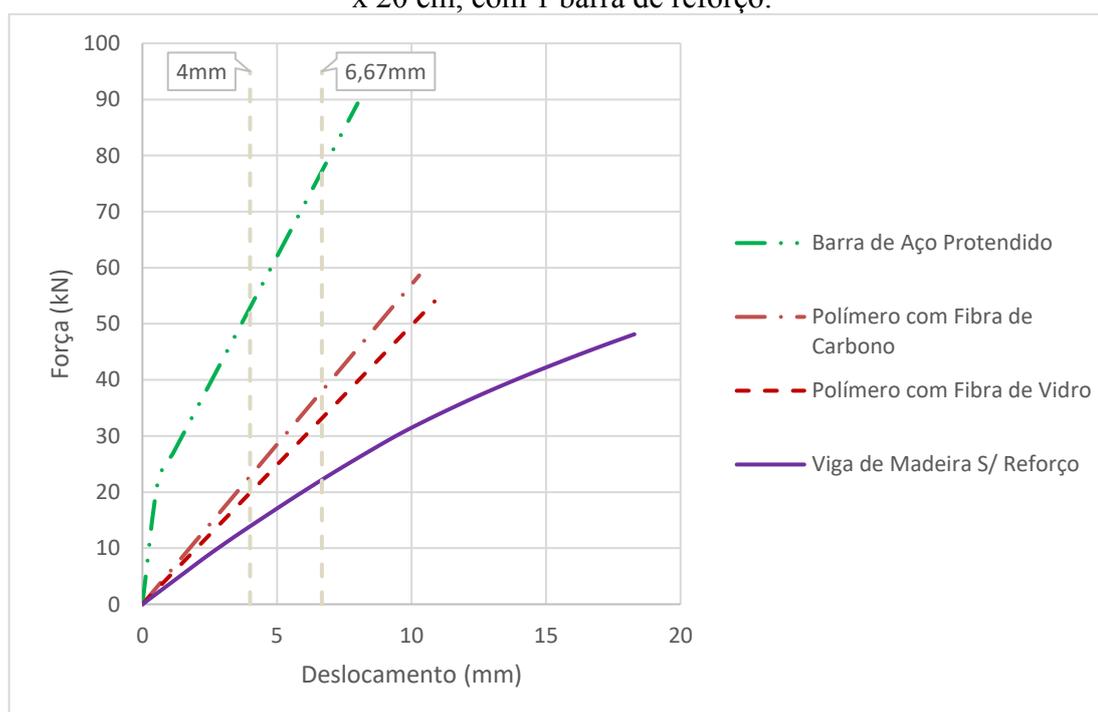
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com a fase de coleta de dados e análise concluída, após a realização das simulações comparativas de reforços em vigas de madeira, os resultados obtidos nesta dissertação podem ser apresentados.

6.1 ANÁLISE CARGA-DESLOCAMENTO

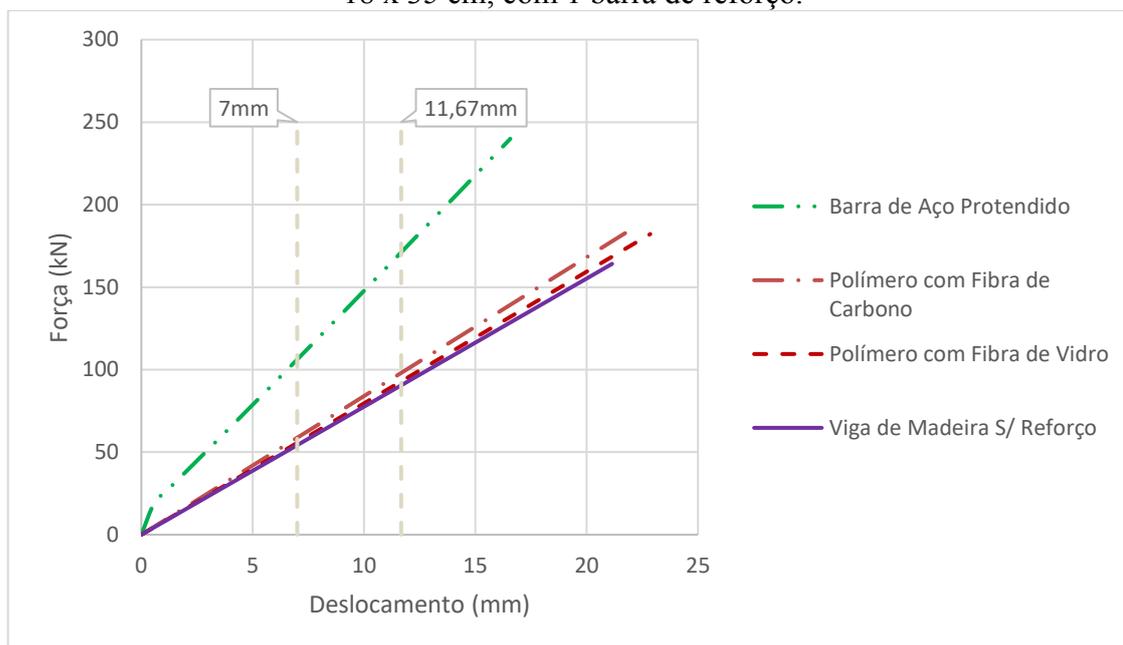
Nas Figuras 44 a 49 todas as curvas de carga-deslocamento são apresentadas. Em todos os diagramas também foram delimitados os limites que abrangem o máximo deslocamento instantâneo de acordo com a NBR 7190:2022.

Figura 44 – Vigas de madeira com 2 m de comprimento longitudinal e seção transversal de 10 x 20 cm, com 1 barra de reforço.



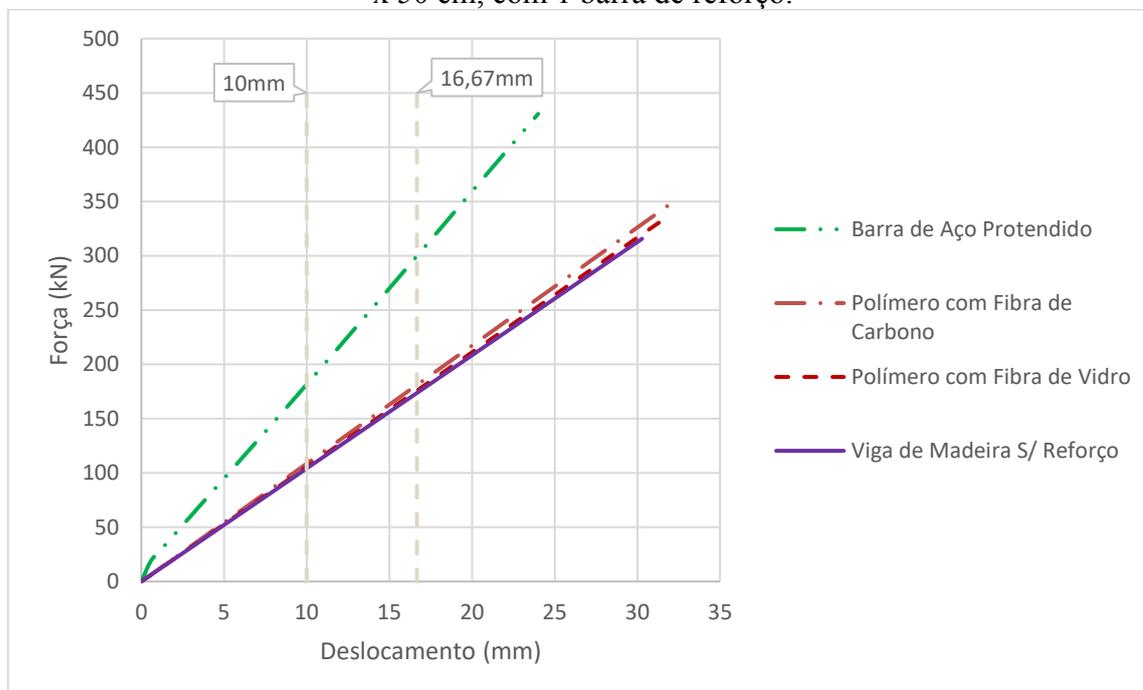
Fonte: o autor.

Figura 45 – Vigas de madeira com 3,5 m de comprimento longitudinal e seção transversal de 18 x 35 cm, com 1 barra de reforço.



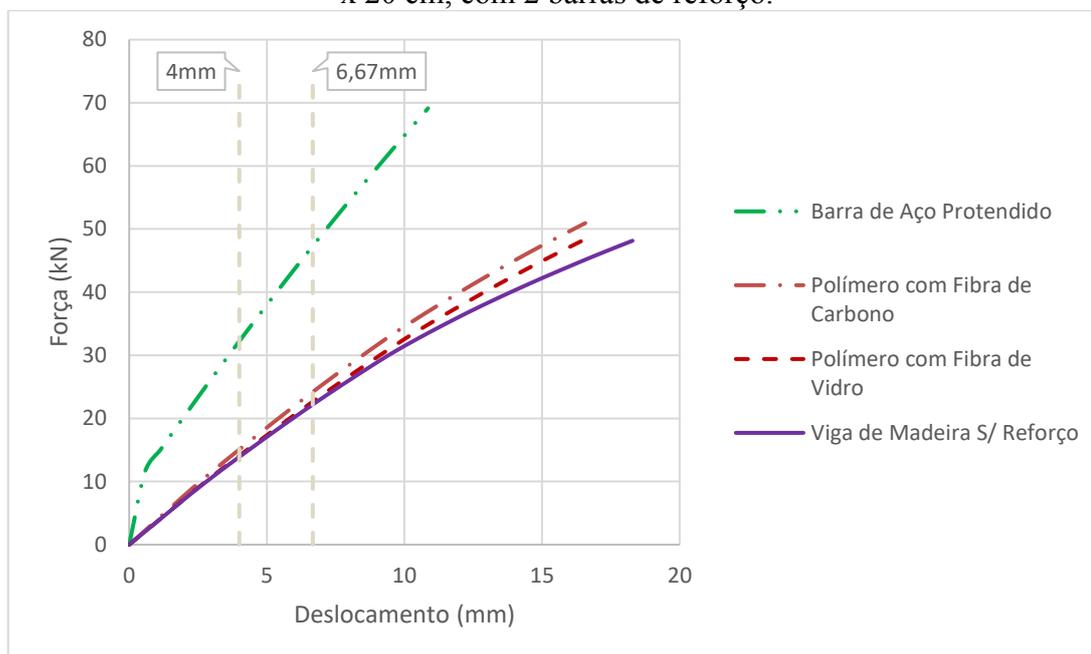
Fonte: o autor.

Figura 46 – Vigas de madeira com 5 m de comprimento longitudinal e seção transversal de 25 x 50 cm, com 1 barra de reforço.



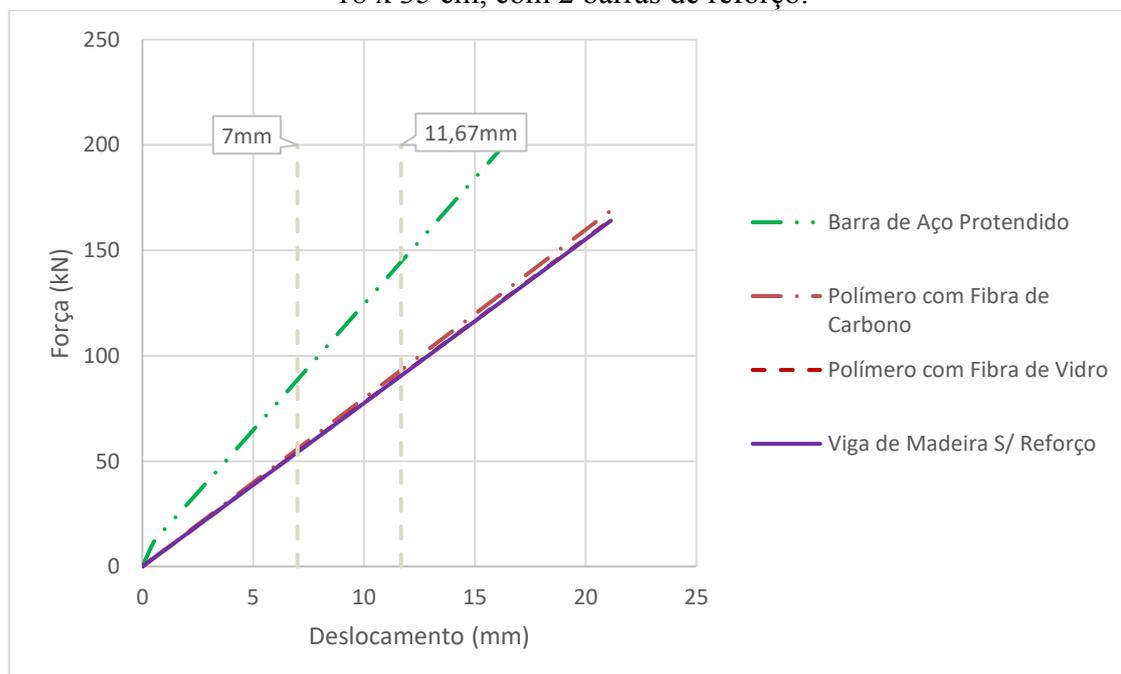
Fonte: o autor.

Figura 47 – Vigas de madeira com 2 m de comprimento longitudinal e seção transversal de 10 x 20 cm, com 2 barras de reforço.



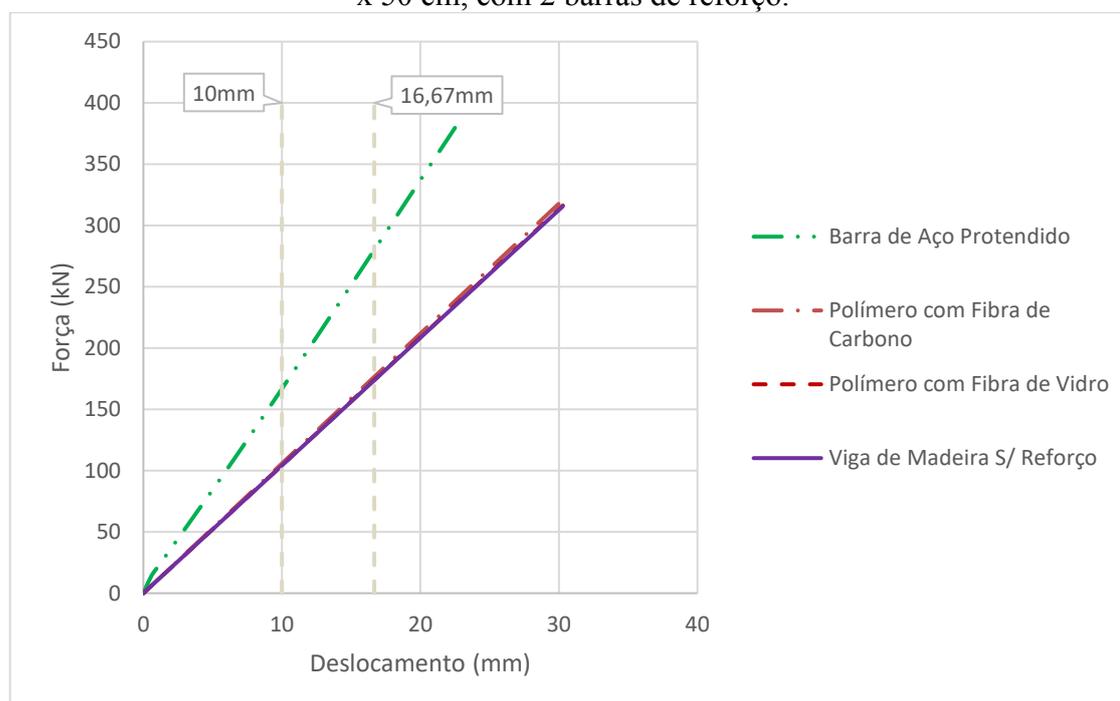
Fonte: o autor.

Figura 48 – Vigas de madeira com 3,5 m de comprimento longitudinal e seção transversal de 18 x 35 cm, com 2 barras de reforço.



Fonte: o autor.

Figura 49 – Vigas de madeira com 5 m de comprimento longitudinal e seção transversal de 25 x 50 cm, com 2 barras de reforço.



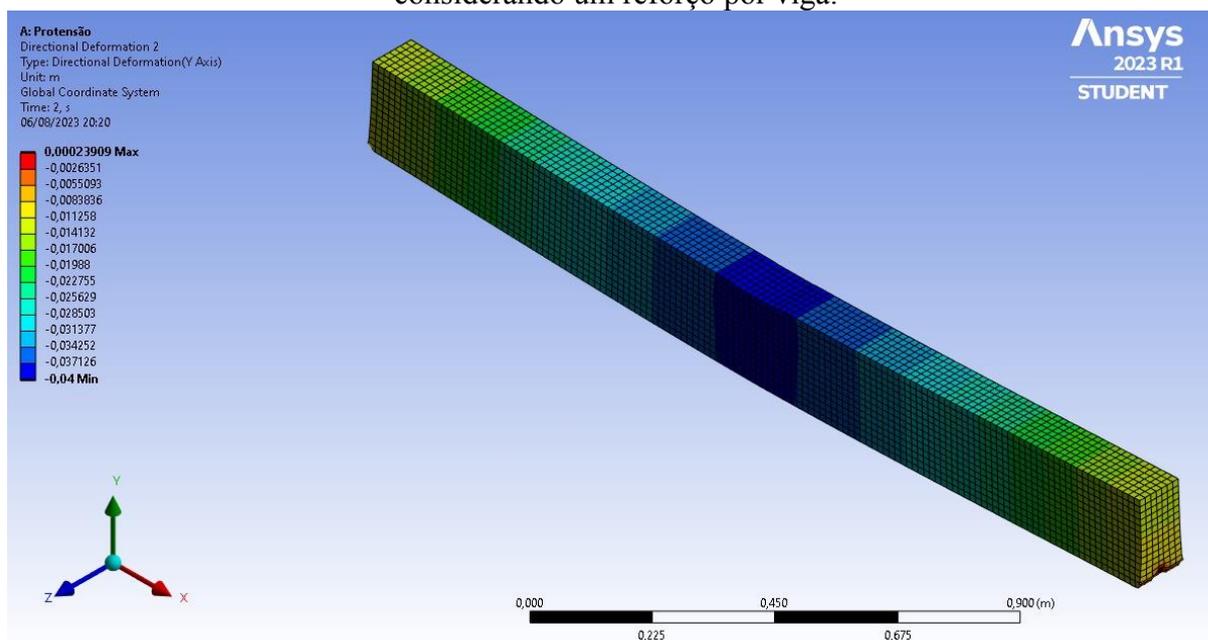
Fonte: o autor.

Verifica-se que, em todos os casos analisados, a viga de madeira reforçada com barra de aço protendido apresentou um desempenho significativamente superior em comparação com as vigas reforçadas com fibra de vidro e fibra de carbono. As curvas das vigas de madeira reforçadas com a fibra de vidro e a fibra de carbono apresentaram rigidez intermediária inicial igual, porém, a reforçada com barra de aço devido a protensão, inicia a simulação com uma curva mais rígida. No caso da madeira sem reforço, houve um comportamento menos rígido e demonstrou um suporte de carga máxima menor do que todas as outras vigas de madeira reforçadas.

Com exceção das vigas de 2 metros, as curvas carga-deslocamento apresentaram um comportamento muito próximo do linear, semelhante ao elástico, principalmente até a região de máximo deslocamento instantâneo. Além disso, é evidente a proximidade das curvas nos dois maiores comprimentos longitudinais, especialmente dos CFRP e GFRP com a viga de madeira sem reforço. Isso tudo reforça que a variação da resistência entre esses reforços, para os casos estudados, fica mais visível em vigas com comprimentos e seções transversais menores.

Na Figura 50 é demonstrado um exemplo de resposta do deslocamento vertical em Y das vigas de madeiras analisadas, neste caso, da viga de 2 m de comprimento longitudinal, seção transversal 10 x 20 mm, com reforço único.

Figura 50 – Resposta do deslocamento em Y da viga de 2 m de comprimento longitudinal considerando um reforço por viga.



Fonte: o autor.

Devido à restrição do final das simulações obtido pela máxima tensão da madeira ou do reforço, na Tabela 20 foi possível obter a carga máxima, o deslocamento, o valor e a procedência da tensão máxima.

Tabela 20 – Deformações, cargas e tensão máxima em que as simulações de cada viga foram finalizadas.

Reforço	Comprimento da viga (m)	Número de barras	Deslocamento (mm)	Carga (N)	Tensão máxima (MPa)	Tipo de tensão máxima
Viga sem reforço		0	18,286	48140	40,32	
Fibra de carbono			16,571	50936	40,75	
Fibra de vidro			16,571	48392	40,41	
Barra de aço protendida	2	1	10,857	69126	40,80	
Fibra de carbono			10,286	58629	40,81	
Fibra de vidro		2	10,857	53989	40,43	Tensão de compressão

Barra de aço protendida		8	89306	42,35	
Viga sem reforço		0	21,143	164120	40,41
Fibra de carbono			21,143	168950	40,89
Fibra de vidro		1	21,143	164480	40,45
Barra de aço protendida	3,5		16,571	202890	40,55
Fibra de carbono			22,286	187410	40,86
Fibra de vidro		2	22,857	182180	41,02
Barra de aço protendida			16,571	239920	40,79
Viga sem reforço		0	30,286	315670	40,36
Fibra de carbono			30,286	320900	40,64
Fibra de vidro		1	30,286	316240	40,39
Barra de aço protendida	5		22,857	385860	40,66
Fibra de carbono			32	347820	41,02
Fibra de vidro		2	32	337890	40,54
Barra de aço protendida			24	430680	41,26

Fonte: o autor.

Segundo a Tabela 20, todas as simulações foram interrompidas aproximadamente no valor da tensão máxima de compressão da viga de madeira que era de 40,4 MPa. Além disso, destaca-se que apesar do suporte de carga máximo ser diferente, em todas as simulações com vigas de madeira reforçadas com polímero com fibra de carbono e polímero com fibra de vidro, os deslocamentos igualaram-se entre si e assemelharam-se com as da viga de madeira sem reforço.

Analisou-se também as cargas consequentes da flecha instantânea provenientes da norma NBR 7190:2022, que considera o comprimento longitudinal da viga. Na Tabela 21, também se investigou o aumento da carga em porcentagem (%) de cada viga reforçada comparando-a com a viga de madeira sem reforço.

Tabela 21 – Carga referente a flecha instantânea máxima referente a norma NBR 7190 de cada viga e o aumento das cargas comparadas às vigas sem reforços.

Reforço	Comprimento da viga (m)	Número de barras	Deslocamento (mm)	Carga na flecha instantânea máxima	Aumento da carga (%)
Viga sem reforço		0		22755	0
Fibra de carbono	2	1	6,67	24812	9,04

Fibra de vidro			23233	2,10
Barra de aço protendida			48331	112,40
Fibra de carbono			39069	71,69
Fibra de vidro	2		34077	49,76
Barra de aço protendida			78925	246,85
Viga sem reforço	0		88628	0
Fibra de carbono			91237	2,94
Fibra de vidro	1		88818	0,21
Barra de aço protendida		3,5	141620	59,79
Fibra de carbono			96007	8,33
Fibra de vidro	2		90974	2,65
Barra de aço protendida			167730	89,25
Viga sem reforço	0		172630	0
Fibra de carbono			175490	1,66
Fibra de vidro	1		172930	0,17
Barra de aço protendida		5	278360	61,25
Fibra de carbono			180020	4,28
Fibra de vidro	2		174860	1,29
Barra de aço protendida			297960	72,60

Fonte: o autor.

De acordo com a Tabela 20, o aumento do suporte de carga na flecha instantânea máxima foi bem mais expressivo onde adotou-se reforço duplo por viga, principalmente na barra de aço, devido a sua protensão. Porém, nas vigas com comprimento longitudinal maior, essa variação foi bruscamente reduzida, demonstrando um aumento de carga menos intenso.

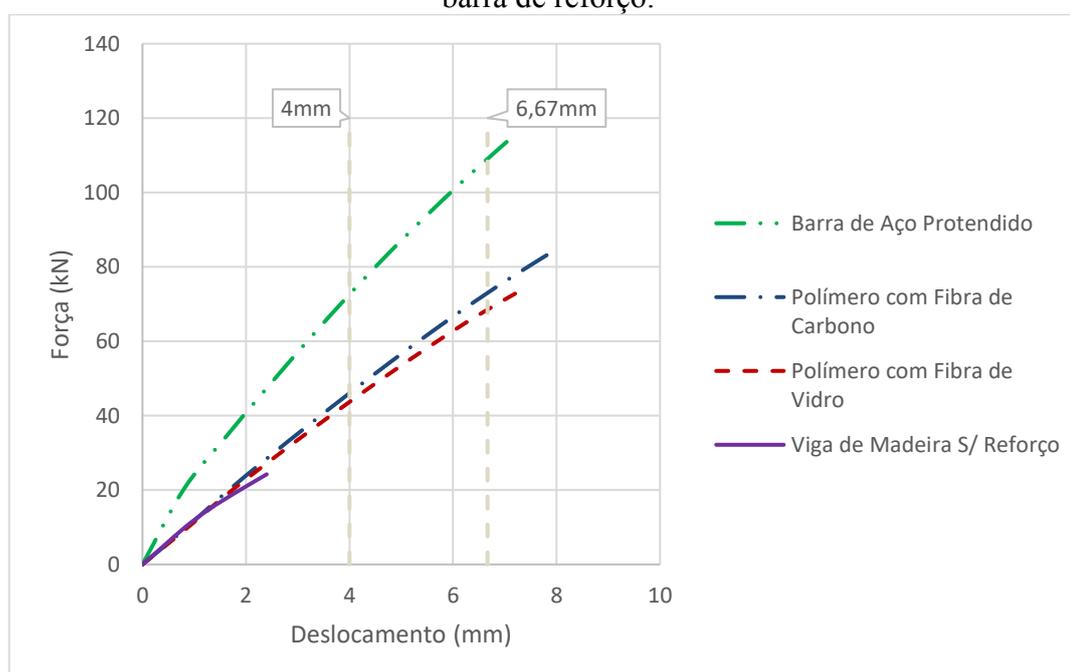
6.2 ANÁLISE VIGAS ALTAS

Conforme apresentado na Tabela 19, todas as vigas atingiram a ruptura na tensão máxima de compressão. Como resultado, para complementar a análise das vigas, que já foi conduzida anteriormente, procedeu-se com simulações de vigas mais altas. O objetivo foi investigar se o modo de falha sofreria alguma variação. O comprimento padrão adotado para as

vigas foi de 2 metros, com uma seção transversal de 10x40 cm. os demais parâmetros foram mantidos os mesmos.

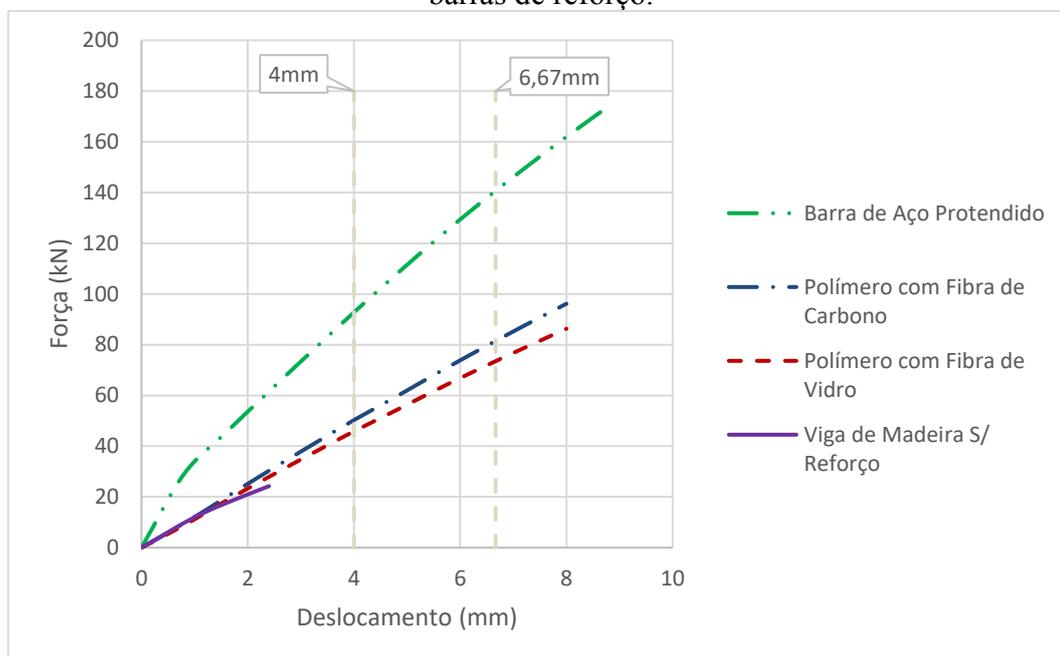
Na Figura 51, é possível observar a relação entre carga-deslocamento para a viga de madeira alta, considerando a incorporação de uma única barra de reforço. Já na Figura 52, apresentou-se o mesmo gráfico para a viga com duas barras de reforço.

Figura 51 – Análise comparativa das curvas de carga-deslocamento entre vigas de madeira alta, com 2 m de comprimento longitudinal, seção transversal de 10 x 40 cm e adição de 1 barra de reforço.



Fonte: o autor.

Figura 52 – Análise comparativa das curvas de carga-deslocamento entre vigas de madeira alta, com 2 m de comprimento longitudinal, seção transversal de 10 x 40 cm e adição de 2 barras de reforço.



Fonte: o autor.

Devido à restrição do final das simulações obtido pela máxima tensão da madeira ou do reforço, na Tabela 22 foi possível obter a carga máxima, o deslocamento, o valor e a procedência da tensão máxima nas vigas altas.

Tabela 22 – Deformações, cargas e tensão máxima em que as simulações das vigas altas foram finalizadas.

Reforço	Comprimento da viga (m)	Número de barras	Deslocamento (mm)	Carga (N)	Tensão máxima (MPa)	Tipo de tensão máxima
Viga sem reforço	2	0	2,4	24233	7,5	Tensão de cisalhamento
Fibra de carbono			8	84760	7,63	
Fibra de vidro		1	7,2	72801	7,01	
Barra de aço protendida			7,2	115580	7,41	
Fibra de carbono			8	96138	7,24	
Fibra de vidro		2	8	86289	7,82	
Barra de aço protendida			8,8	174100	7,59	

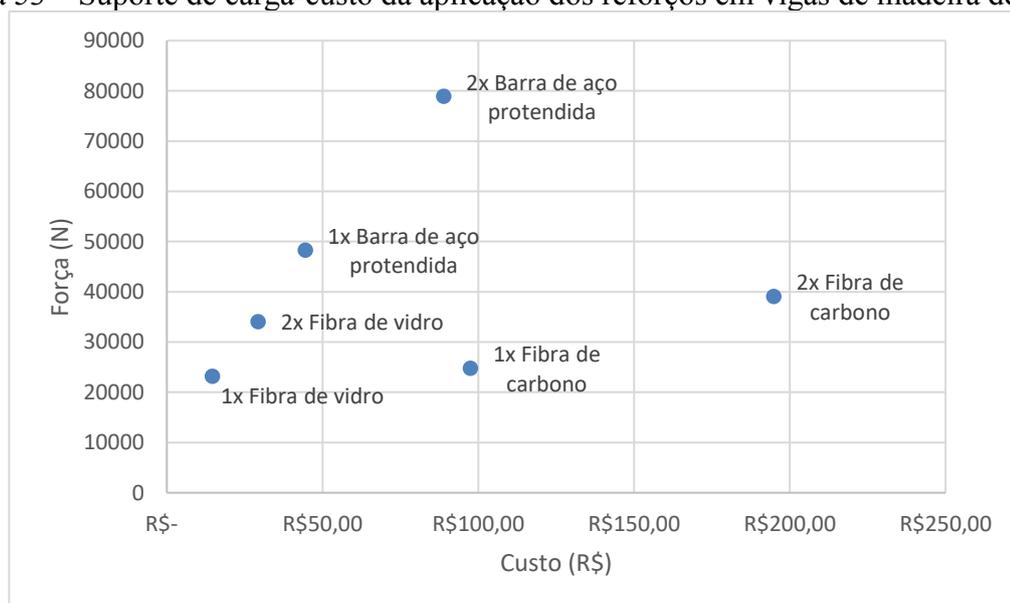
Fonte: o autor.

O aumento na altura da viga revelou-se um fator significativo no aumento da influência da tensão de cisalhamento. Como resultado, a falha predominante das vigas ocorreu devido a essa tensão nos apoios. Essa observação estava alinhada com as expectativas, considerando o comportamento previsível desse cenário.

6.3 ANÁLISE CUSTOS

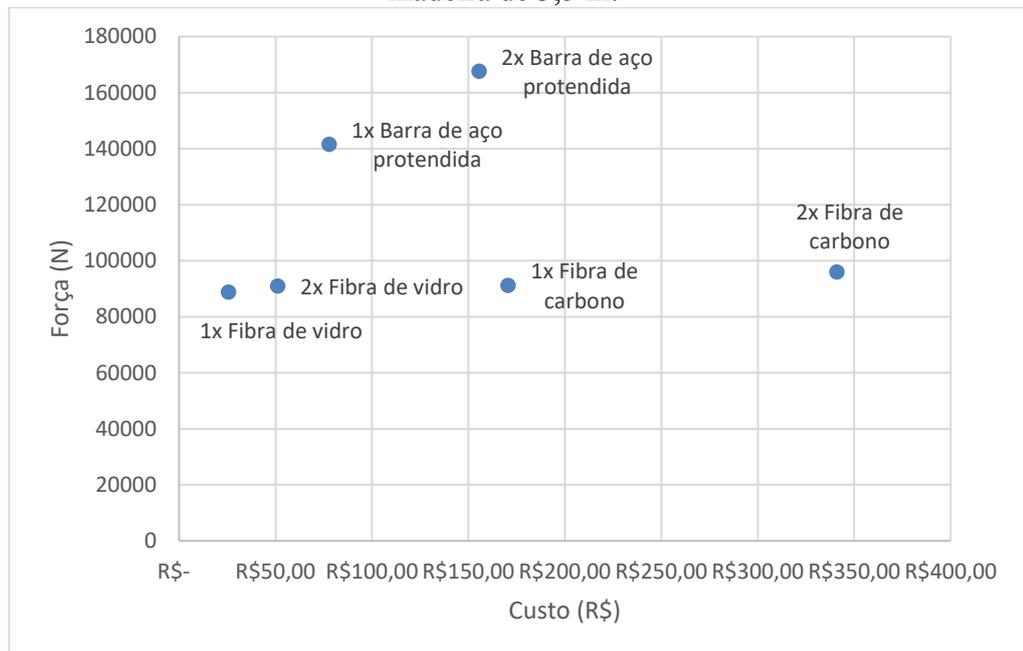
Analisando os custos de adoção dos reforços, elaborou-se, na Figura 53, 54 e 55, diagramas de suporte de carga-custo referente ao comparativo entre o custo de cada reforço e a carga na flecha instantânea máxima que as vigas de madeira resistiram, considerando os três comprimentos longitudinais estudados.

Figura 53 – Suporte de carga-custo da aplicação dos reforços em vigas de madeira de 2 m.



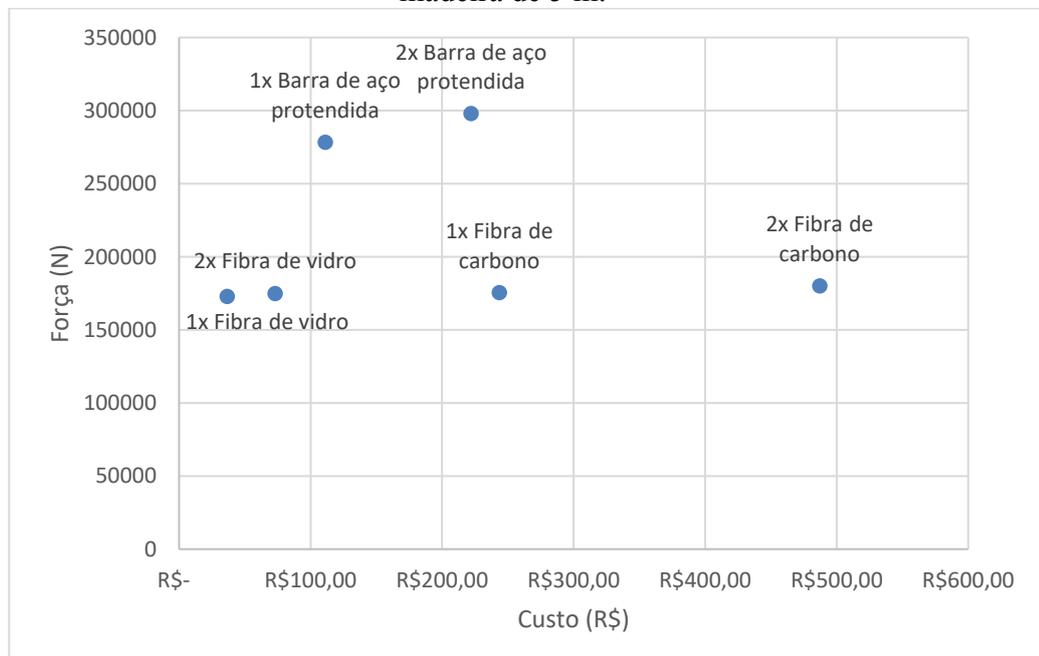
Fonte: o autor.

Figura 54 – Comparativo entre suporte de carga-custo da aplicação dos reforços em vigas de madeira de 3,5 m.



Fonte: o autor.

Figura 55 – Comparativo entre suporte de carga-custo da aplicação dos reforços em vigas de madeira de 5 m.



Fonte: o autor.

Considerando esses comparativos e com o objetivo de estabelecer uma base uniforme para avaliar os custos, realizou-se uma análise de carga/rigidez, conforme demonstrado na Tabela 23. Essa rigidez se refere aos módulos de elasticidade longitudinal da madeira e de cada um dos reforços e ao momento de inércia equivalente da seção composta obtida para cada configuração simulada. A análise se mostrou relevante uma vez que vigas reforçadas com diferentes materiais, mesmo apresentando a mesma área de reforço, exibiram capacidades de carga máxima distintas.

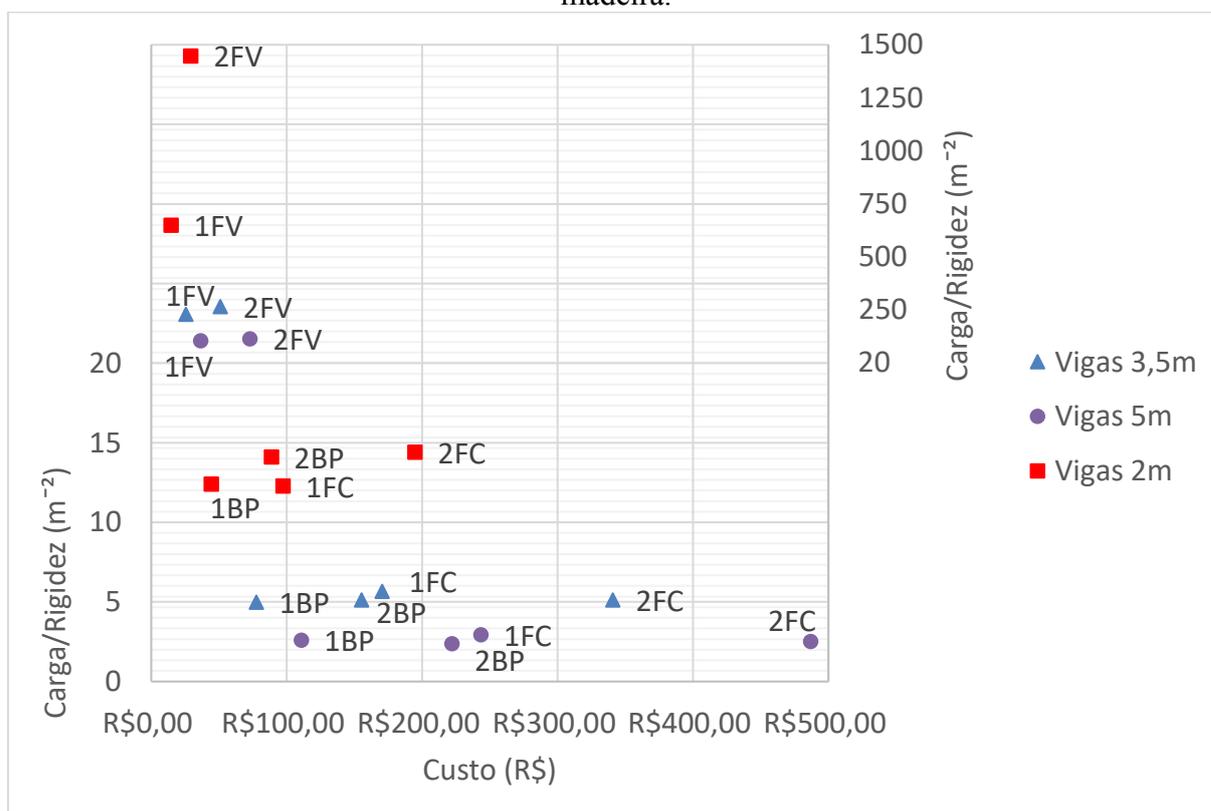
Tabela 23 – Análise das simulações em vigas de madeira considerando a carga/rigidez-custo.

Reforço	Comprimento da viga (m)	Número de barras	Deslocamento (mm)	Carga/Rigidez (m^{-2})	Custo (R\$)
Fibra de carbono				12	97,4
Fibra de vidro		1		651	194,8
Barra de aço protendida	2	—————	6,67	12	170,45
Fibra de carbono				14	340,9
Fibra de vidro		2		1447	243,5
Barra de aço protendida				14	487
Fibra de carbono				6	14,6
Fibra de vidro		1		230	29,2
Barra de aço protendida	3,5	—————	11,67	5	25,55
Fibra de carbono				5	51,1
Fibra de vidro		2		266	36,5
Barra de aço protendida				5	73
Fibra de carbono				3	44,4
Fibra de vidro		1		106	88,8
Barra de aço protendida	5	—————	16,67	3	77,7
Fibra de carbono				3	155,4
Fibra de vidro		2		115	111
Barra de aço protendida				2	222

Fonte: o autor.

Além disso, foi desenvolvido um diagrama de carga/rigidez em função do custo, como evidenciado na Figura 56, utilizando os dados provenientes da Tabela 23. Com o intuito de melhorar a visualização, abreviou-se os dados de tal forma que, FV se refere a fibra de vidro, FC a fibra de carbono e BP ao aço protendido, e que a numeração anterior a essas abreviaturas significa a quantidade de barras de reforço por viga. Devido às discrepâncias nos valores de carga/rigidez entre as vigas, optou-se por apresentar os dados em duas escalas diferentes para melhorar a visualização. Os dados com menor carga/rigidez são representados no eixo vertical à esquerda, enquanto aqueles com maior carga/rigidez seguem o eixo vertical à direita.

Figura 56 – Comparativo entre carga/rigidez-custo da aplicação dos reforços em vigas de madeira.



Fonte: o autor.

Essas análises amplificam ainda mais a conclusão de que, ao considerar tanto o custo quanto a resistência das vigas, os polímeros reforçados com fibra de vidro demonstram ser a opção de adoção com melhor custo-desempenho. Lembrando que esses custos são referentes

ao material para o reforço e a mão-de-obra de adoção, além de todos os impostos e taxas específicos para sua adesão, não incluindo assim, o elemento de madeira.

6.4 ANÁLISE DE DESEMPENHO CONSIDERANDO OS MODOS DE FALHA

Para avaliar o desempenho das vigas com diferentes reforços, dado a falta de uma instrução normativa específica para projetos estruturais de reforços, empregou-se modelos simplificados conforme descritos por Schober *et al.* (2015), a fim de analisar os resultados. Lembrando que de acordo com o autor, são considerados apenas dois modos de falha. No modo 1, ocorre a ruptura da madeira devido à tração, enquanto a resposta na compressão é caracterizada por uma elasticidade linear. No modo 2, há a ruptura da madeira por tração após o início do escoamento na compressão.

Na Tabela 23, estão disponibilizados os valores de carga correspondentes a cada modo, comparados com os valores de carga nos quais a ruptura por tração seria observada na simulação da viga de 3,5 metros de comprimento com 1 barra de reforço.

Tabela 24 – Comparativo entre carga no limite de tensão de tração das simulações em vigas de madeira de 3,5 m x carga no modo 1 x carga no modo 2, conforme modelo descrito por Schober *et al.* (2015).

Reforço	Carga no limite de tensão de tração da simulação (N)	Carga no Modo 1 (N)	Carga no Modo 2 (N)
Fibra de carbono	303930	248665	310982
Fibra de vidro	278950	237039	296446
Barra de aço protendida	331390	255750	319751

Fonte: o autor.

A variação de carga do modo 1 para o modo 2 ocorre devido ao fato de que, no modo 2, a tensão de compressão continua aumentando até ultrapassar o limite de escoamento. Esse comportamento resulta em um incremento na carga, o que estava dentro das expectativas.

Os valores de carga no limite de tensão de tração referente as simulações e aos modos fornecidos por Schober *et al.* (2015) se apresentaram de forma semelhante. A estreita diferença entre as cargas obtidas resulta da distinção na abordagem analítica dos modos. A análise dos modos conforme modelo descrito pelo autor assume um cenário no qual o reforço se comporta

de maneira elástica linear até a falha por tração e compressão, enquanto a madeira atua linear e elasticamente até a ruptura por tração, mas de forma não linear na compressão. Por outro lado, nas simulações, os reforços de CFRP e GFRP são modelados com comportamento elasto-frágil e o aço com comportamento elasto-plástico perfeito, enquanto a madeira opera de maneira não linear elasto-plástica com encruamento isotrópico até a ruptura tanto em tração quanto em compressão.

Nas simulações, as propriedades elásticas da madeira e dos reforços são consideradas nos três eixos (x , y e z), abrangendo as direções longitudinal, radial e tangencial. Além disso, as simulações incorporam o coeficiente de Poisson e o módulo de cisalhamento. Outro aspecto relevante é que nas simulações, a resistência de escoamento é considerada, incluindo um módulo tangente multilinear para as deformações plásticas. É importante ressaltar também que nas simulações, o critério de Hill é empregado, considerando simetria nas tensões de tração e compressão. Nos modos 1 e 2, somente os parâmetros ao longo do eixo x são utilizados e apenas o módulo de elasticidade é levado em consideração. Paralelamente, os valores de tensão de tração e de compressão não são iguais.

Entretanto, mesmo com essas divergências de abordagens, os valores obtidos são bastante similares, uma vez que, ao considerar a magnitude das cargas, a variação revela-se pequena. Esse fato é especialmente notável entre a simulação e o modo 2, os quais exibem maior semelhança.

7 CONCLUSÃO

Neste trabalho, conduziu-se uma análise numérica de vigas de madeira reforçadas com barras de aço protendido, polímeros reforçados com fibra de carbono e polímeros reforçados com fibra de vidro. O objetivo principal foi avaliar os efeitos desses reforços nos deslocamentos e na resistência desses elementos estruturais. Além disso, buscou-se contribuir para o campo de estudos de reforços estruturais em vigas de madeira e promover o uso de estruturas de madeira no Brasil.

Com base na pesquisa e na análise numérica, foi possível chegar a várias conclusões significativas:

- as vigas de madeira reforçadas com barras de aço protendido, polímeros reforçados com fibra de carbono e polímeros reforçados com fibra de vidro apresentaram desempenho superior em termos de resistência e rigidez em comparação com vigas de madeira não reforçadas;
- o modelo de Hill, embora não seja ideal para representar completamente o comportamento da madeira, mostrou-se uma opção viável para simulações numéricas das vigas de madeira reforçadas;
- em todos os casos analisados, a viga de madeira reforçada com barra de aço protendido apresentou um desempenho significativamente superior em comparação com as vigas reforçadas com fibra de vidro e fibra de carbono;
- a análise de custo-desempenho revelou que os polímeros reforçados com fibra de vidro são a opção mais vantajosa em termos de resistência em relação ao custo, considerando apenas o material de reforço e a mão de obra;
- o aumento na altura das vigas de madeira resultou em uma influência significativa das tensões de cisalhamento e afetou o modo de falha predominante;
- as simulações numéricas forneceram resultados consistentes em relação aos valores de carga de ruptura por tração, comparados aos modelos numéricos simplificados.

Os resultados indicam que os reforços de barras de aço protendido, polímeros reforçados com fibra de carbono e polímeros reforçados com fibra de vidro são eficazes na

melhoria da resistência e rigidez das vigas de madeira. Além disso, a escolha do material de reforço pode afetar significativamente o custo da estrutura, com os polímeros reforçados com fibra de vidro sendo a opção mais econômica em termos de custo-resistência.

Esta pesquisa contribui para o campo de estudo por oferecer uma análise abrangente e comparativa de três técnicas de reforço amplamente utilizadas, auxiliando na seleção de métodos mais eficientes, utilizar simulações numéricas para avaliar o comportamento mecânico das vigas reforçadas sob diferentes condições de carregamento, apresentar uma análise de custo-desempenho para orientar a tomada de decisões na escolha dos reforços, além de, contribuir para a promoção do uso de estruturas de madeira no Brasil, desmistificando conceitos equivocados e destacando a viabilidade dessas estruturas.

Em resumo, o presente trabalho oferece *insights* valiosos e para engenheiros, arquitetos e pesquisadores interessados em melhorar a eficácia e eficiência dos reforços estruturais em vigas de madeira, ao mesmo tempo em que promove o uso sustentável de materiais de construção em madeira.

8 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com a conclusão desta pesquisa, é fundamental considerar possíveis direções para futuros trabalhos que possam ampliar o conhecimento no campo de reforços estruturais em vigas de madeira. Abaixo estão sugestões para estudos subsequentes que têm o potencial de contribuir significativamente para o avanço desta área:

- avaliar a durabilidade e resistência de vigas de madeira reforçadas com diferentes materiais ao longo do tempo;
- investigar o comportamento das vigas de madeira reforçadas sob cargas dinâmicas, como terremotos e ventos fortes;
- desenvolver modelos preditivos para estimar a vida útil de vigas de madeira reforçadas em condições ambientais adversas;
- realizar análises experimentais para validar os resultados das simulações numéricas em diferentes cenários de carregamento;
- estudar o desempenho das vigas de madeira reforçadas em diversas estruturas, como pilares e sistemas de telhado;
- realizar estudos de casos reais para documentar o desempenho prático e a eficácia dos reforços em situações reais de construção.

REFERÊNCIAS

- ABDEL-MAGID, B; DAGHER, H.J.; KIMBALL, T. **The Effect of Composite Reinforcement on Structural Wood**. ASCE 1994. Materials engineering conference, infrastructure: New materials and methods for repair, San Diego, Califórnia, p. 14-19, 1994.
- ABNT. **NBR 7190** – Projeto de Estruturas de Madeira. Rio de Janeiro: ABNT, p. 107, 1997.
- ABNT. **NBR 7190** – Projeto de Estruturas de Madeira. Rio de Janeiro: ABNT, 2022.
- ABRUZZI, R. C; PIRES, M. R; DEDAVID, B. A; KALIL, S. B. **Relação entre propriedades mecânicas e densidade de postes de madeira de eucalipto com seus estados de deterioração**. Revista *Árvore*, v. 36, n. 6, p. 1173-1182, 2012.
- AHEC. **Madeiras sustentáveis de folhosas americanas: Guia de espécies**, 2018.
- AHMED, A; GUO, S; ZHANG, Z; SHI, C; ZHU, D. **A review on durability of fiber reinforced polymer (FRP) bars reinforced seawater sea sand concrete**. *Construction and Building Materials*, v. 256, p. 1-18, 2020.
- AMORIM, C. L.; CORRADI, C.; FRAGIACOMO, M.; GIACOMIN, G. **Evaluation of timber beams reinforced with prestressed steel bars using numerical simulations and bending tests**. *Construction and Building Materials*, v. 164, p. 406-416, 2018.
- AMY, K.; SVECOVA, D. **Strengthening of dapped timber beams using glass fiber reinforce polymer bars**. *Canadian Journal of Civil Engineering*, v. 31, p. 943-955, 2004.
- ANDERSON, J. **Carbon fiber reinforcement for timber structures**. *Journal of Architectural Engineering*, v. 20, n. 4, 2014.
- ANDRADE, A. C. R.; SOUZA, R. C.; BARROS, C. C. **Reforço de madeiras com materiais compósitos: uma revisão**. *Construction and Building Materials*, v. 106, p. 478-487, 2016.
- ANJIE. **Catálogo Barras Compostas**. Vergalhões de fibra de carbono, 2023.
- ANSHARIA, B; GUAN, Z. W.; KITAMORIB, A; JUNG, K.; KOMATSU, K. **Structural behaviour of glued laminated timber beams pre-stressed by compressed wood**. *Construction and Building Materials*, Reino Unido, v. 29, p. 24-32, 2012.
- ANSYS, Inc. **Material Reference**. Canonsburg: Southpointe, 2021.
- ANSYS, Inc. **Software Ansys de Análise de Elementos Finitos Mecânicos (FEA) para Engenharia Estrutural**. Ansys, 2023.

ARAÚJO, J. R. M.; FREITAS, M. A. V. **Polímeros reforçados com fibras: Materiais, processos e aplicações.** Revista Eletrônica de Materiais e Processos, v. 11, n. 1, p. 53-63, 2016.

ASHBY, M. F.; JONES, D. R. H. **Engineering materials 2: an introduction to microstructures, processing and design.** Elsevier, 2019.

ASTON, D. A. N.; HADDON, R. J.; BARBOSA, A. R. **Strengthening of timber beams: A review of techniques and their applicability.** Materials and Design, v. 159, p. 1-14, 2018.

BAEK, S-Y.; SONG, Y-J.; KIM, H-W.; HONG, S-I. **Bending strength prediction and finite element analysis of larch structural beams.** BioResources. Kangwondaehak-gil, p. 1824-1835, 2023.

BANHAM, R.; HEWITT, C.; HARRISON, J. **Wooden beams in contemporary architecture.** Building and Environment, v. 156, p. 181-191, 2019.

BARROS, J.A.O. **Conceitos básicos da teoria da elasticidade.** Azurém, 2004.

BARROS, R. F. L. S. **Reforço Sísmico de Estruturas de Alvenaria com Elementos Metálicos.** Universidade Fernando Pessoa. Porto, 2005.

BASTOS, P. S. **Fundamentos do concreto protendido.** Universidade Estadual Paulista - UNESP, Departamento de Engenharia Civil, Bauru, 2021.

BEER, F. P.; JOHNSTON JR., E. R. **Mecânica dos Materiais.** 7. ed. São Paulo: McGraw-Hill Brasil, 2017.

BERGMEISTER, K., LUGGIN, W. **Innovative Strengthening of Timber Structures Using Carbon Fibres.** International Association For Bridge And Structural Engineering, Malta, Anais. p. 361-366, 2001.

BODIG, J.; GOODMAN J. R. **Prediction of elastic parameters for wood.** Wood Science, p. 249-264, 1973.

BODIG, J.; JAYNE, B. A. **Mechanics of wood and wood composites.** Krieger Publishing Company, 1993.

BODIG, J.; JAYNE, B. A. **Mechanics of wood and wood composites.** Van Nostrand Reinhold, 1982.

BONFANTE, B. K. **Comparação do desempenho à flexão com apoios engastados entre vigas de madeira natural e vigas de madeira armada com barras de aço ca-50 e resina epóxi (Trabalho de conclusão de curso).** Criciúma, 2016.

BORRI, A.; CORRADI, M. **Strengthening of timber beams with high strength steel cords.** Composites Part B: Engineering, Reino Unido, v. 42, p. 1480-1491, 2011.

BORRI, A.; CORRADI, M.; GRAZINI, A. **A method for flexural reinforcement of old wood beams with CFRP materials.** Composites Part B: Engineering, v. 36, p. 143-153, 2005.

BORRI, A.; CORRADI, M.; SPERANZINI, E. **Reinforcement of wood with natural fibers.** Composites Part B: Engineering, p. 1-8, 2013.

BOUFFIER, L.; CHARLOT, C.; RAFFIN, A.; ROZENBERG, P.; KREMER, A. **Can wood density be efficiently selected at early stage in maritime pine (Pinus pinaster Ait).** Annals of Forest Science, França, n. 65, 2008.

BRANCO, J.; DIETSCH, P.; TANNERT, T. **Reinforcement of Timber Elements in Existing Structures: State-of-the-Art Report of the RILEM TC 245-RTE,** ed.: Springer, p. 271, 2021.

BRITO, L. D. **Patologia em estruturas de madeira: Metodologia de inspeção e técnicas de reabilitação.** 2014. 502 f. Tese (Doutor em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2014.

BRZEZINSKI, M. A. **Materiais de Construção: Madeiras e Derivados.** 1. ed. Curitiba: Editora da UFPR, p. 216, 2016.

BURGER, H.; RICHTER, H.G. **Anatomia da Madeira.** Nobel, 1991.

BUSTAMANTE, T. R.; KRENN, C.; SCHICKHOFER, G.; FADAI, A. **Strengthening of timber beams with pretensioned steel rods: experimental and numerical study.** Journal of Structural Engineering, v. 138, n. 10, p. 1206-1215, 2012.

CAIXA ECONÔMICA FEDERAL. **SINAPI - Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil,** 2023.

CARNEIRO, F. F. O. D. **Reforço de vigas de madeira com elementos de aço em obras de reabilitação.** Portugal, 2012.

CARVALHO, A. **Madeiras Portuguesas: Estrutura Anatómica, Propriedades, Utilizações.** Instituto Florestal, Lisboa, v. 1, 1996.

CASTRO, V. G.; GUIMARÃES, P. P. **Deterioração e preservação da madeira.** 1. ed. Mossoró: Editora EDUFERSA, 2018.

CITY OF MANCHESTER PUBLIC WORKS AND ENGINEERING DEPARTMENT. **Renovações realizadas no edifício da Câmara Municipal,** New Hampshire. Relatório interno, 2015.

CHEUNG, A.; PINTO, M. E.; CALIL JUNIOR, C. **Confiabilidade estrutural de vigas de madeiras submetidas à flexão em condições normais e em situação de incêndio.** Madeira: Arquitetura e Engenharia. São Paulo, v. 12, n. 29, 2011.

CHRISTOFORO, A. L.; GOMES, A. F. F.; ARROYO, F. N.; MASCARENHAS, F. J. R.; DOS SANTOS, H. F.; TOPOLNIAK, L.; AKASAKI, J. L. **Reinforcement of timber beams with steel bars:** Parametric analysis using the finite element method. Buildings, Brasil, 2022. doi: 10.3390/buildings12071036.

CHUNG, W.; KIM, J-H. **A review of the properties and applications of carbon fiber reinforced polymer (CFRP) composites for strengthening of structures.** Composite Structures, v. 94, n. 3, p. 1145-1168, 2012.

CODA, H. B. **Fundamentos da mecânica dos materiais e das estruturas.** Suporte à disciplina (Pós Graduação em Fundamentos da Mecânica dos Materiais e das Estruturas) - Departamento de Engenharia de Estruturas das Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, p. 185, 2015.

CRAMER, S. M. **Fracture mechanics applied to wood.** In: Fracture mechanics of wood. Dordrecht: Springer, p. 1-16, 2001.

DAVALOS, J.; ZIPFEL, M.; QIAO, P. **Feasibility study of prototype GFRP-reinforced wood railroad crosstie.** Journal of Composites for Construction, v. 3, n. 2, 1999.

DEBIAZI, P. R.; MOTTA, F. V. **Modelagem numérica de vigas de madeira em regime elástico-linear e elasto-plástico.** Ambiente Construído, v. 13, n. 2, p. 51-69, 2013.

DE LUCA, V.; MARANO, C. **Prestressed glulam timbers reinforced with steel bars.** Construction and Building Materials, v. 30, p. 206-217, 2012. doi: 10.1016/j.conbuildmat.2011.11.016

DIAS, S.; BRANCO, J.; CRUZ, P. **Compósitos de CFRP Unidireccionais no Reforço de Vigas de Madeira Lamelada-Colada.** Revista Internacional Construlink. Lisboa, v. 4, p. 25-33, 2006.

DIAS, T. I. M. P. **Pavimentos de Madeira em Edifícios Antigos.** Diagnóstico e Intervenção Estrutural. Dissertação de Mestrado em Reabilitação do Património Edificado. FEUP, Porto, 2008.

EPAGRI. **Levantamento da área plantada com florestas comerciais realizado por consulta direta junto a todos os escritórios municipais da Empresa:** estimativa de área plantada no município. Florianópolis, 2015.

FEIO, A. O.; MACHADO, J. S.; CUNHA, V. M. **Reabilitação estrutural: Análise de técnicas de reforço em estruturas de madeira.** In: CIMAD 11 – 1º Congresso Ibero Latinoamericano da Madeira na Construção, Portugal, 2011.

FERREIRA, D.; NOGUEIRA, D.; PIRES, G. **Reinforcement of wood structures with carbon fiber.** IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, v. 409, n. 1, 2018.

FERREIRA, T. P.; LOPES, D. A.; BERALDO, A. L.; MOTTA, F. L. **Numerical investigation on the nonlinear behavior of Pinus sp. wood beams subjected to bending loads.** Materials Research, v. 16, n. 4, p. 837-845, 2013.

FIBERGLASS SUPPLY. **Reinforcements - Carbon Fiber Cloth.** In: Catálogo de produtos, 2023. Disponível em: <<https://fiberglasssupply.com/reinforcements/carbon-fiber-cloth/>>

FIBERGLASS SUPPLY. **Reinforcements - Double Bias Glass Tape.** In: Catálogo de produtos, 2023. Disponível em: <<https://fiberglasssupply.com/12-oz-x-4in-45-45-double-bias-glass-tape/>>

FIORELLI, J.; DIAS, A. A. **Compósitos de fibra de vidro para reforço de viga laminada colada de madeira.** São Carlos, 2005.

FIORELLI, J. **Utilização de fibras de carbono e de fibras de vidro para reforço de vigas de madeira.** São Carlos, 2002.

FLORAL, R. F.; PETERS, S. T. **Composite Structures and Technologies.** Notas de tutorial, 1989.

FOREST PRODUCTS LABORATORY (FPL). **Wood handbook - Wood as an engineering material.** General Technical Report FPL-GTR-190. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, p. 508, 2010.

FOSCHI, R. O. **Desenvolvimento de um critério de plastificação para estruturas de madeira laminada colada.** Dissertação de mestrado. Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

FRANKE, S.; FRANKE, B.; HARTE, A. M. **Failure modes and reinforcement techniques for timber beams: State of the art.** Construction and Building Materials, Reino Unido, v. 97, p. 2-13, 2015.

FÜLÖP, T.; SZABÓ, T.; PÁCZELT, I. **Experimental and analytical investigations on reinforced glulam beams with different types of concrete envelopes.** Engineering Structures, v. 195, p. 395-408, 2019.

GANTES, C. J.; SHERBOURNE, A. N.; UBEJD MUJAGIC, J. R. **An overview of fiber-reinforced polymer reinforcement for timber structures.** Journal of Structural Engineering, v. 137, n. 12, p. 1464-1474, 2011.

GONÇALVES, M. C.; BRANCO, J. M.; CRUZ, P. J. S. **Strengthening of Timber Beams with Pre-Tensioned Steel Rods: An Experimental and Numerical Study.** *Materials*, v. 11, n. 10, p. 1982, 2018.

GONÇALVES, R.; DIAS, A. M. P. G. **Modelação numérica do comportamento mecânico de elementos estruturais de madeira.** *Revista da Madeira*, n. 126, p. 16-25, 2017.

GONÇALVES, R. F.; DE JESUS, A. M. R. **Failure modes and capacity of reinforced glulam beams under four-point bending.** *Construction and Building Materials*, v. 260, 2020.

GTQC STEEL. **Anchoring System Thread Bar PSB930/1080.** Tianjin, 2019. Disponível em: <<https://www.tjgtqc.com/fully-threaded-steel-bar-psb9301080.html>>

HEYDARI, M.; KHADEMI-ESLAM, H. **Modelling of wood behaviour in the plastic range: A literature review.** *Construction and Building Materials*, v. 40, p. 411-420, 2013.

HILL, R. **The mathematical theory of plasticity.** Clarendon Press, 1950.

HOADLEY, R. B. **Understanding Wood: A Craftsman's Guide to Wood Technology.** The Taunton Press, 2000.

HUMPHREYS, R. D.; CHIMELO, J. P. **Comparação entre propriedades físicas, mecânicas e estereológicas para agrupamento de madeiras.** In: *Anais do 2º Congresso Nacional sobre Essências Nativas: Instituto Florestal, São Paulo*, v. 4, p. 339-648, 1992.

ICIMOTO, F. H. **Dormentes em madeira laminada colada de *Pinus oocarpa*.** (Dissertação de mestrado). Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2013.

IPT. Instituto de Pesquisas Tecnológicas: SVMA: SINDUSCON-SP. Coordenador Oswaldo Poffo Ferreira. **Madeira: Uso Sustentável na Construção Civil.** São Paulo, p. 57, 2003.

JOCKWER, R. **Structural behaviour of glued laminated timber beams with unreinforced and reinforced notches.** *IBK Bericht, Zuriq*, v. 365, 2015.

JODIN, J.L. **Les Bois Matériau d'Ingénierie.** ARBOLOR, 1992.

KEREKI, A.; SERRANO, E.; KOLLÁR, L. **Constitutive modeling of wood and wood composites.** *Composites Science and Technology*, v. 142, p. 2-20, 2017.

KHAN, M. T. R.; RAZZAQUE, M. A. **Reinforcement of Timber Beams with Fibre-Reinforced Polymers: An Overview.** *Procedia Engineering*, v. 118, p. 980-987, 2015.

KLIGER, R.; AL-EMRANI, M.; JOHANSSON, M.; CROCETTI, R. **Strengthening timber with CFRP or steel plates: Short and long-term performance.** WCTE 2008 – The 10th World Conference on Timber Engineering, 10, Miyazaki. p. 414-421, 2008.

KOLLMANN, F. F.; CÔTÉ, W. A. **Principles of Wood Science and Technology.** Springer Verlag, New York, 1968.

LAIER, J. E. **Críterios de resistência: Resistência, plasticidade, fratura, fadiga.** Escola de Engenharia de São Carlos: Departamento de Engenharia de Estruturas, São Carlos, n. 01120, p. 1-44, 1988.

LAIER, J. E. **Fundamentos de mecânica dos sólidos.** LTC Editora, 2003.

LIMA, D. M.; AMORIM, M. M.; LIMA JÚNIOR, H. C.; BARBOSA, N. P.; WILRICH, F. L. **Avaliação do comportamento de vigas de bambu laminado colado submetidas à flexão.** Ambiente Construído, Porto Alegre, v. 14, n. 1, p. 15-27, 2014.

LIMA, L. C. C. **Reforço Estrutural de Vigas de Madeira Apoiado em Soluções de Pré-esforço.** Portugal, 2016.

LI, X. **An extended cohesive damage model for simulating crack propagation in fibre reinforced composites.** Doctoral dissertation, University of Portsmouth. Portsmouth, 2016.

LOBÃO, M. S.; LÚCIA, R. M. D.; MOREIRA, M. S. S.; GOMES, A. **Caracterização das propriedades físico-mecânicas da madeira de eucalipto com diferentes densidades.** Revista Árvore, Minas Gerais, v. 28, n. 6, p. 889-894, 2004.

LOPES, T. **Comparação entre modelos com comportamentos elasto-plásticos (Encruamento Isotrópico/Encruamento Cinemático).** Engineering Simulation and Scientific Software, 2015.

LOUZADA, J. L. P. C.; FONSECA, F. M. A. **The heritability of wood density components in Pinus pinaster Ait. and the implications for tree breeding.** Annals of Forest Science, França, n. 59, 2002.

LOUZADA, J. L. P. C. **Genetic correlations between wood density components in Pinus pinaster Ait.** Annals of Forest Science, França, n. 60, 2003.

LU, J. W.; YAN, S. F. **Fracture analysis of wood structures using the damage mechanics approach.** Engineering Failure Analysis, v. 15, n. 5, p. 519-527, 2008.

LULEY, C. J. **Wood decay fungi common to urban living trees in the Northeast and central United States.** Urban Forestry LLC, 2005.

MAMO, L. B.; SOUZA, M. R.; RIBEIRO, M. F. **Modelagem numérica de estruturas de madeira.** Revista de Engenharia e Tecnologia, v. 7, n. 2, p. 61-74, 2015.

MARCOS, A. **O pórtico: ciência, engenharia, arquitetura e tecnologia**. Curvelo, 2015. Disponível em: <<http://o-portico.blogspot.com/2015/10/diagrama-tensao-deformacao-ductilidade.html>>

MARRA, A. M.; BALSAMO, A.; CAPPETTI, N.; ZARNIC, R. **Experimental and numerical study of timber beams strengthened with steel plates**. Journal of Structural Engineering, v. 142, n. 4, 2016.

MASCIA, N. T. **Concerning the elastic orthotropic model applied to wood elastic properties**. Maderas, Ciencia y Tecnologia. v. 5 n. 1 p. 3-19, 2003.

MASCIA, N. T. **Considerações a respeito da anisotropia na madeira**. Tese (Doutor em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1991.

MATOS, C. A. O. **Madeiras e Outros Produtos Florestais**. Lavras: Ed. UFLA, p. 95, 2012.

MAZZOLANI, F. **L'Acciaio nel Consolidamento**. Milão: ASSA –Associazione Sviluppo Strutture Acciaio, 1991.

MELO FILHO, J. A. **Materiais de Construção**. 9ª ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, p. 543, 2010.

MESQUITA, D. R.; PILAT, R. M.; SALERNO, G. **Identificação de propriedades elásticas de uma lâmina carbono epóxi**. 68º Congresso Anual da ABM, v. 68, p. 2613-2623, 2013.

MILLER, F. P.; HIGHLEY, J. L. **Wood decay fungi in buildings: their identification, significance and removal**. Building and Environment, v. 37, n. 9-10, p. 817-832, 2002.

e
NEGRÃO, J. H. **Estruturas de Madeira - Durabilidade e Preservação**. Coimbra: Universidade de Coimbra. Portugal, 2005.

NEGRÃO, J. H; FARIA, A. **Projecto de Estruturas de Madeira**. Publindústria, Edições Técnicas, Porto, 2009.

NEN-EN 338:2009. **Structural timber - Strength classes**. Brussels, CEN, 2009.

NICOLAS, E. A. **Estudo de critérios de resistência de materiais anisotrópicos aplicados à madeira**. Orientador: Nilson Tadeu Mascia. 2006. 238 p. Tese (Doutor em Estruturas) - Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Campinas, 2006.

NICOLAS, E. A.; MASCIA, N. T.; TODESCHINI, R. **Ensaio uniaxiais e biaxiais para avaliação de critério de resistência (Tsai-Wu) de materiais anisotrópicos para a madeira**. Pesquisa e Tecnologia Minerva, São Paulo, p. 107-116, 2009.

NOVOSEL, A.; SEDLAR, T.; ČIZMAR, D.; TURKULIN, H.; ŽIVKOVIĆ, V. **Structural reinforcement of bi-directional oak-wood lamination by carbon fibre implants.** Construction and Building Materials, v. 287, 2021.

PERVAIZ, Y.; PERVAIZ, M.; HUSSAIN, M. **Experimental investigation of reinforced timber beams with glued laminated timber.** Journal of Building Engineering, v. 17, p. 189-199, 2018.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de Madeira.** 6ª ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2003.

PIAZZA, M.; TARDINI, C.; MODENA, C. **CFRP reinforcement of historic wooden beams in Venice: A case study.** Construction and Building Materials, v. 115, p. 192-203, 2016.

PROENÇA, S. P. B. **Teoria Geral da Plasticidade.** In: Análise não-linear de estruturas. Notas de aulas (Pós-graduação em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, p. 33, 2012.

REBELO, C.; VAZ, C.; SILVA, L. S.; COSTA, A. **Strengthening of timber beams: A review of techniques.** Construction and Building Materials, v. 115, p. 649-660, 2016.

REIS, J. P.; DE MOURA, M. F. S. F.; SILVA, F. G. A.; DOURADO, N. **Dimensional optimization of carbon-epoxy bars for reinforcement of wood beams.** Composites Part B: Engineering, v. 139, p. 163-170, 2018.

RIBEIRO, D. V.; DIAS, A. M.; CORREIA, J. R. **Rehabilitation of timber bridges with fibre reinforced polymers (FRP): A case study.** Construction and Building Materials, 52, 63-73, 2014.

RONNQVIST, M.; JANSSON, S. **Effect of Preconditioning on Strength and Stiffness of Spruce and Pine Wood.** Wood and Fiber Science, v. 48, n. 4, p. 1-11, 2016.

ROSSIGNOLO, J. A.; CONSALTER, L. A. **Mecânica da madeira e suas aplicações.** Editora da Universidade Federal do Paraná, 2017.

ROWELL, R. M. **Handbook of Wood Chemistry and Wood Composites.** CRC Press, 2012.

SANDHAAS, C. **Mechanical behaviour of timber joints with slotted-in steel plates.** Tese (Doutorado em Engenharia) - Universidade de Tecnologia de Delft, 2012.

SANTOS, D. S. **Avaliação de técnicas de reabilitação e reforço em estruturas de madeira.** Trabalho de conclusão de curso (Bacharel em Engenharia Civil) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016.

SANTOS, L. M. A. **Madeiras**. Revista Científica Semana Acadêmica, Brasília, v. 01, p. 01-35, 2018.

SARIBIYIK, A.; CAGLAR, N. **Flexural strengthening of RC beams with low-strength concrete using GFRP and CFRP**. Structural Engineering and Mechanics, p. 825-845, 2016.

SCHOBER, K.; HARTE, A. M.; KLIGER, R.; JOCKWER, R.; XU, Q.; CHEN, J. **FRP reinforcement of timber structures**. Construction and Building Materials, Reino Unido, v. 97, p. 106-118, 2015

SERRANO, E.; PENA, F.; TORRES, F. G. **Structural reinforcement of wooden beams with carbon fiber**. Journal of Composites for Construction, v. 21, n. 3, 2017.

SILVESTRE, N.; LOPES, D.; MALHEIRO, R.; BRANCO, J. M.; CRUZ, P. J. **Strengthening timber beams with mechanical connectors: experimental and numerical assessment**. Construction and Building Materials, v. 101, p. 249-261, 2015.

SINIGAGLIA, A. **Gallery of Alpine Barn DZ**. Exit Architetti Associati. Itália, 2016.
Disponível em: <https://www.archdaily.com/887492/alpine-barn-dz-exit-architetti-associati/5a65c4adf197cc2ab5000248-alpine-barn-dz-exit-architetti-associati-photo?next_project=no>

SOTOS, P. G. **Strengthening Wood Beams with Carbon Fiber Reinforced Polymer**. Structure Magazine, v. 9, n. 7, p. 18-21, 2011.

STAMM, A.J.; BURLEY, J.; SHELDON, D. **Compression Wood in Gymnosperms**. Madison: University of Wisconsin Press, 1964.

TINGLEY, D., GILHAM, P. **Long Term Load Performance of FRP Reinforced Glulam Bridge Girders**. National Conference On Wood Transportation Structures, Anais. v. 1, p. 201-206, 1994.

TODESCHINI, R. **Ensaio uniaxiais e biaxiais para avaliação de critério de resistência de materiais anisotrópicos aplicado à madeira**. Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, Faculdade de Engenharia Civil. Campinas, 2009.

TOGHYANI, M.; FAKHARI, M.; KHABBAZ, H. **Experimental investigation of glass fiber-reinforced polymer strengthened wood beams**. Journal of Materials in Civil Engineering, v. 27, n. 3, 2015.

TOPFUSION. **Catálogo TopFiber Rebar**. Vergalhões de fibra de vidro, 2023.

TORQUATO, P. H. B. **Estudo do Comportamento Mecânico de Estruturas de Madeira Laminada Colada**. (Dissertação de mestrado). Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica. Campinas, 2019.

UNITED STATES DEPARTMENT OF AGRICULTURE (USDA). **Wood Handbook:** Wood as an Engineering Material. Madison, WI: US Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 2010.

WANG, X.; ROSS, R. J.; BRASHAW, B. K. **Mechanics of wood and wood composites.** Handbook of Wood Chemistry and Wood Composites. Ed 2, p. 197-246, 2017.

WILLIAMS, F. W. **Materiais de Construção:** Uma Introdução à Engenharia Civil. Rio de Janeiro: LTC, p. 480, 2011.

WU, Q.; CLAUSEN, C. A. **Effect of moisture content and loading rate on fracture toughness of wood.** Construction and Building Materials, v. 181, p. 480-489, 2018.

YILDIZ, U. C. **Mechanical properties of timber.** Wood Science and Technology, v. 46, n. 5, p. 907-933, 2012.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; ZHU, J. Z. **The finite element method:** its basis and fundamentals. 5th ed. Elsevier Science Ltd., 2005.