



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

Sérgio Luiz Sevigani Filho

Otimização de pórticos espaciais através do SGA - Search Group Algorithm.

Florianópolis

2023

Sérgio Luiz Sevignani Filho

Otimização de pórticos espaciais através do SGA - Search Group Algorithm.

Relatório de Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao curso de Engenharia Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador(a): Prof. Rafael Holdorf Lopez, Dr.

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Sevignani Filho, Sérgio Luiz

Otimização de pórticos espaciais através do SGA - Search Group Algorithm. / Sérgio Luiz Sevignani Filho ; orientador, Rafael Holdorf Lopez, 2023.

69 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2023.

Inclui referências.

1. Engenharia Civil. 2. Otimização. 3. Engenharia estrutural. 4. Pórticos espaciais. 5. SGA. I. Holdorf Lopez, Rafael . II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

Sérgio Luiz Sevignani Filho

Otimização de pórticos espaciais através do SGA - Search Group Algorithm.

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de “bacharel em Engenharia Civil” e aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Engenharia Civil

Banca Examinadora:

Prof. Rafael Holdorf Lopez, Dr.

Orientador

Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Marcos Souza Lenzi, Dr.

Avaliador

Universidade Federal de Santa Catarina

Gabriel Padilha Alves, Me.

Avaliador

Universidade Federal de Santa Catarina

Florianópolis

Novembro de 2023

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, aos meus pais Sérgio e Simone por sempre me incentivarem a estudar, acreditarem em mim e me darem todo o amor e apoio necessário para que eu pudesse finalizar essa graduação.

À minha irmã Gabriela e às minhas falecidas avós Ema e Graça por todo o carinho que sempre recebi de vocês.

À minha namorada Malu, pelo amor, companheirismo e por me motivar todos os dias a ser uma pessoa melhor.

Aos meus amigos Lucas, Gadoni, Spock, Valeska e André, por tornarem esses anos em Florianópolis muito mais felizes e inesquecíveis.

Ao meu orientador Prof. Rafael Holdorf, pela disponibilidade em me auxiliar e esclarecer minhas dúvidas nesse trabalho.

RESUMO

Neste trabalho são otimizadas estruturas de pórticos espaciais através da exposição e aplicação dos conceitos dos problemas de otimização. Foi utilizado como material estrutural o aço ASTM A36, com tensão de escoamento de 250 MPa. O algoritmo escolhido foi o SGA - Search Group Algorithm. Para balizar os seus resultados, eles foram comparados com os do BSA (Backtracking Search Optimization Algorithm). Ambos os algoritmos foram aplicados em Python, com auxílio da biblioteca PyNite para o cálculo dos esforços internos. No primeiro pórtico abordado, o SGA apresentou um desempenho inferior ao BSA. Nos outros exemplos SGA alcançou pontos ótimos superiores em algumas configurações, mas o BSA demonstrou consistência na obtenção de resultados melhores em média e menor variabilidade, especialmente nos pórticos mais complexos com mais elementos estruturais e carregamentos. Apesar do SGA ter apresentado um resultado pior, o estudo foi satisfatório, uma vez que foi possível efetuar uma comparação justa entre os algoritmos estudados.

Palavras-Chave: otimização, engenharia estrutural, pórticos espaciais, SGA.

ABSTRACT

This work optimizes spatial frames structures by elucidating and applying optimization problem concepts. ASTM A36 steel with a yield strength of 250 MPa was used as the structural material. The chosen algorithm was the Search Group Algorithm (SGA). To benchmark its results, they were compared with those of the Backtracking Search Optimization Algorithm (BSA). Both algorithms were implemented in Python, with the assistance of the PyNite library for internal force calculations. In the first frame structure analyzed, SGA showed inferior performance compared to BSA. In other examples, SGA achieved superior optimal points in some configurations, but BSA demonstrated consistency in obtaining better average results and lower variability, especially in more complex frames with additional structural elements and loads. Despite SGA showing a worse result, the study was satisfactory, allowing for a fair comparison between the studied algorithms.

Keywords: optimization, structural engineering, spatial frames, SGA.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 01 - Problema modelo..... | 4 |
| Figura 02 - Função $x \cdot \sin(x)$ | 7 |
| Figura 03 - Valor de β em função das iterações..... | 16 |
| Figura 04 - Fluxograma do SGA..... | 18 |
| Figura 05 - Coordenadas locais de um elemento espacial..... | 20 |
| Figura 06 - Coordenadas globais de um elemento espacial..... | 21 |
| Figura 07 - Primeira rotação..... | 22 |
| Figura 08 - Segunda rotação..... | 22 |
| Figura 09 - Terceira rotação..... | 23 |
| Figura 10 - Função $y^2 - z + 50$ | 27 |
| Figura 11 - Curva de convergência - SGA..... | 28 |
| Figura 12 - Curva de convergência - BSA..... | 29 |
| Figura 13 - Função Griewank..... | 30 |
| Figura 14 - Curva de convergência - SGA..... | 31 |
| Figura 15 - Curva de convergência - BSA..... | 32 |
| Figura 16 - Pórtico 1..... | 32 |
| Figura 17 - Grupos de projeto - Pórtico 1 - Análise 1..... | 34 |
| Figura 18 - Grupos de projeto - Pórtico 1 - Análise 3..... | 36 |
| Figura 19 - Box plot - BSA x SGA - Pórtico 1 - Análise 3..... | 37 |
| Figura 20 - Curva de convergência - SGA..... | 37 |
| Figura 21 - Curva de convergência - BSA..... | 38 |
| Figura 22 - Peso unitário por elemento estrutural [kg/m]..... | 38 |
| Figura 23 - Pórtico 2..... | 39 |
| Figura 24 - Cargas gravitacionais - Pórtico 2..... | 40 |
| Figura 25 - Cargas de vento - Pórtico 2..... | 41 |
| Figura 26 - Grupos de projeto - Pórtico 2 - Análise 1..... | 42 |
| Figura 27 - Grupos de projeto - Pórtico 2 - Análise 2..... | 43 |

| | |
|--|----|
| Figura 28 - Box plot - BSA x SGA - Pórtico 2 - Análise 2..... | 44 |
| Figura 29 - Peso unitário por grupo de projeto [kg/m] - Melhor estrutura encontrada..... | 44 |
| Figura 30 - Deformação horizontal máxima [%] - Melhor estrutura encontrada..... | 45 |
| Figura 31 - Tensão máxima [%] - Melhor estrutura encontrada..... | 45 |
| Figura 32 - Pórtico 3..... | 47 |
| Figura 33 - Grupos de projeto - Pórtico 3 - Análise 1..... | 48 |
| Figura 34 - Grupos de projeto - Pórtico 3 - Análise 2..... | 49 |
| Figura 35 - Box plot - BSA x SGA - Pórtico 3 - Análise 1..... | 50 |
| Figura 36 - Curva de convergência - BSA..... | 50 |
| Figura 37 - Curva de convergência - SGA..... | 51 |
| Figura 38 - Peso unitário por elemento [kg/m] - elementos 1 ao 45..... | 52 |
| Figura 39 - Peso unitário por elemento [kg/m] - elementos 46 ao 78..... | 52 |
| Figura 40 - Tensão máxima por elemento [%]..... | 54 |
| Figura 41 - Deformação máxima por elemento [%]..... | 54 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 01 - Espaço de busca..... | 12 |
| Tabela 02 - Parâmetros do SGA..... | 19 |
| Tabela 03 - Resultados da otimização - Função $y^2 - z + 50$ | 28 |
| Tabela 04 - Resultados da otimização - Função Griewank..... | 31 |
| Tabela 05 - Nós do Pórtico 1..... | 33 |
| Tabela 06 - Propriedades do aço..... | 33 |
| Tabela 07 - Resultados da otimização - Pórtico 1 - Análise 1..... | 34 |
| Tabela 08 - Resultados da otimização - Pórtico 1 - Análise 2..... | 35 |
| Tabela 09 - Resultados da otimização - Pórtico 1 - Análise 3..... | 36 |
| Tabela 10 - Melhor configuração encontrada - Pórtico 1..... | 39 |
| Tabela 11 - Resultados da otimização - Pórtico 2 - Análise 1..... | 42 |
| Tabela 11 - Resultados da otimização - Pórtico 2 - Análise 2..... | 43 |
| Tabela 13 - Melhor configuração encontrada- Pórtico 2..... | 46 |
| Tabela 14 - Resultados da otimização - Pórtico 3 - Análise 1..... | 48 |
| Tabela 15 - Resultados da otimização - Pórtico 3 - Análise 2..... | 49 |
| Tabela 16 - Melhor configuração encontrada - Pórtico 3..... | 53 |

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| 1. INTRODUÇÃO..... | 1 |
| 1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO..... | 1 |
| 1.2. OBJETIVOS..... | 3 |
| 1.2.1. Objetivo Geral..... | 3 |
| 1.2.2. Objetivos Específicos..... | 3 |
| 1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO..... | 3 |
| 2. OTIMIZAÇÃO..... | 4 |
| 2.1. ELEMENTOS DE UM PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO..... | 4 |
| 2.2. TIPOS DE ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO..... | 6 |
| 2.3. ALGORITMOS METAHEURÍSTICOS NA ENGENHARIA CIVIL..... | 9 |
| 2.4. OTIMIZAÇÃO DE PÓRTICOS ESPACIAIS..... | 10 |
| 3. SEARCH GROUP ALGORITHM..... | 14 |
| 3.1. POPULAÇÃO INICIAL..... | 14 |
| 3.2. ESCOLHA DO GRUPO DE BUSCA..... | 14 |
| 3.3. MUTAÇÃO..... | 14 |
| 3.4. GERAÇÃO DAS FAMÍLIAS..... | 15 |
| 3.4.1. Iterações na fase exploration..... | 15 |
| 3.4.2. Iterações na fase exploitation..... | 17 |
| 3.5. RESUMO DO PROCESSO..... | 18 |
| 3.6. PARÂMETROS PRINCIPAIS..... | 18 |
| 4. ANÁLISE ESTRUTURAL DE PÓRTICOS ESPACIAIS..... | 20 |
| 4.1. ELEMENTO DE PÓRTICO ESPACIAL..... | 20 |
| 4.2. MATRIZ DE ROTAÇÃO..... | 22 |
| 4.3. DESLOCAMENTOS E AÇÕES NAS EXTREMIDADES..... | 24 |
| 5. ESTUDOS DE CASO..... | 26 |
| 5.1. PROBLEMAS MATEMÁTICOS..... | 26 |
| 5.1.1. Função de validação..... | 26 |

| | |
|--|-----------|
| 5.1.2. Função Griewank..... | 29 |
| 5.2. PÓRTICOS ESPACIAIS..... | 32 |
| 5.2.1. Pórtico 1..... | 32 |
| 5.2.2. Pórtico 2..... | 39 |
| 5.2.3. Pórtico 3..... | 46 |
| 6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS..... | 55 |
| REFERÊNCIAS..... | 56 |

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO

Segundo Yang (2010), os problemas de otimização são tão antigos quanto a própria história humana. Desde a época em que a humanidade se dividia em grupos de caçadores-coletores, problemas como encontrar a rota mais curta entre dois locais ou caçar animais, buscando maximizar o ganho de carne e peles e minimizar o tempo e número de integrantes necessário para a realização da atividade já representavam desafios de otimização presentes na vida cotidiana. Esses grupos, ainda que de forma empírica e obviamente sem nenhum rigor matemático, já tentavam encontrar soluções ótimas através de raciocínio lógico e tentativa e erro.

Com o passar dos séculos, esses problemas foram se tornando cada vez mais complexos e com um maior número de variáveis e restrições. Um general romano, por exemplo, precisava otimizar o uso das suas diferentes unidades militares, cada uma com suas vantagens e fraquezas, enquanto no mundo pós revolução industrial essa preocupação estava focada nos processos produtivos industriais, tentando fabricar a maior quantidade possível com o mínimo de recursos naturais e humanos.

Em virtude da proximidade entre esses problemas e o cotidiano humano, o estudo da otimização começou junto com a própria ciência. Ainda de acordo com Yang (2010), Euclides, por exemplo, em 300 A.C, provou que um quadrado tem a maior área do que qualquer outro retângulo com o mesmo perímetro. Mais recentemente, no século XVII, o matemático e físico francês Pierre de Fermat (1607-1665) desenvolveu um método para encontrar pontos de mínimo e máximo em curvas conhecido como cálculo variacional, sendo esse um marco na história da otimização.

Durante a Segunda Guerra Mundial, a pesquisa em otimização foi impulsionada pelo esforço de guerra. Foi nesse contexto que George Dantzig (1914-2005) e outros cientistas desenvolveram algoritmos eficientes para resolver problemas de programação linear, tornando-se um ponto de partida importante para aplicações em logística, alocação de recursos e planejamento estratégico.

Ainda durante o século XX, a inovação tecnológica de maior impacto na otimização foi criada: O computador eletrônico. Essa ferramenta efetua cálculos com elevada velocidade e precisão, o que permitiu um grande avanço na área da otimização, dado que esta envolve um grande número de operações matemáticas sequenciais.

Hoje, a otimização é uma disciplina amplamente reconhecida e aplicada em inúmeras áreas, incluindo engenharia, economia, ciência de dados, aprendizado de máquina e muito mais. Na engenharia civil, a aplicação de métodos de otimização é presente em diversas de suas grandes áreas, desde a busca pelo aumento da eficiência de rotas de transportes na logística por Azeez e Alsaffar (2014), até a maximização de energia produzida em uma hidrelétrica, conforme estudado por Fayad, Peralta e Forghani (2012).

No contexto da engenharia estrutural, a otimização desempenha um papel fundamental na concepção de projetos estruturais. Devido às configurações estruturais no geral apresentarem uma quantidade muito grande de combinações possíveis, não é possível testar todas elas para encontrar a solução ótima, sendo necessária a utilização de algum tipo de algoritmo para reduzir o consumo de materiais, custo e impacto ambiental da estrutura.

Além disso, da Fonseca (2007) evidencia que, tradicionalmente, o projeto estrutural era produto exclusivamente da vivência e experiência do projetista, e era baseado em um processo de tentativa e erro. A utilização de algoritmos de otimização possibilita distanciar a tomada de decisões no projeto da experiência subjetiva de cada engenheiro.

Neste trabalho, o tipo de estrutura a ser analisada serão os pórticos espaciais. Esse é um tipo importante de configuração na engenharia civil, pois é amplamente utilizada em projetos arquitetônicos devido a sua capacidade de suportar grandes vãos e cargas ao mesmo tempo em que permite flexibilidade de design. Para essa análise, será utilizada uma rotina em Python que irá realizar a análise estrutural através de uma biblioteca de elementos finitos. Além disso, essa rotina será associada ao algoritmo de otimização genético metaheurístico Search Group Algorithm - SGA.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é avaliar o desempenho do algoritmo metaheurístico Search Group Algorithm - SGA em problemas de otimização estrutural de pórticos espaciais através de comparações com o BSA, outro algoritmo metaheurístico.

1.2.2. Objetivos Específicos

Para atingir o objetivo geral de maneira apropriada, é conveniente dividi-lo em etapas mais simples:

- Expor os conceitos básicos dos problemas de otimização;
- Explicar de forma detalhada o funcionamento do algoritmo SGA;
- Abordar a resolução de problemas estruturais tridimensionais através do método dos deslocamentos;
- Comparar o desempenho do SGA com o BSA (Backtracking Search Optimization Algorithm) na resolução de problemas matemáticos e problemas de pórticos espaciais;
- Analisar a influência da definição dos grupos de variáveis de projetos na estrutura ótima obtida através da otimização

1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO

A estrutura deste trabalho é dividida em seis capítulos. O primeiro é um capítulo introdutório constituído por uma contextualização e objetivos. O segundo capítulo trata dos aspectos gerais dos problemas de otimização e das especificidades da otimização de pórticos espaciais. O terceiro aborda o funcionamento do SGA. O quarto capítulo apresenta, de forma resumida, o funcionamento do método dos deslocamentos para estruturas espaciais. O quinto capítulo traz os problemas estudados, bem como os resultados e discussões relacionados. Por fim, as conclusões e sugestões para trabalhos futuros estão presentes no capítulo 6.

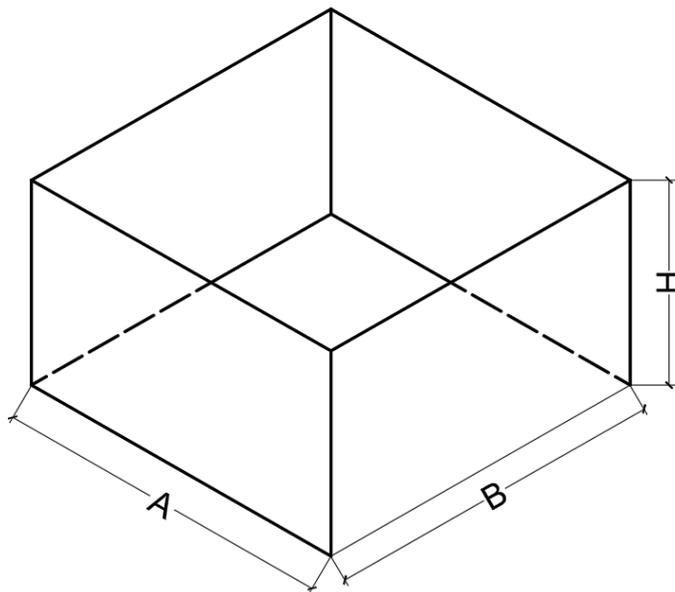
2. OTIMIZAÇÃO

Segundo Rao (1996), otimização é o ato de obter a melhor solução de acordo com condições pré-determinadas. No contexto da engenharia, os projetistas tomam uma grande quantidade de decisões que impactam o resultado final, sempre buscando uma minimização dos esforços ou a maximização dos benefícios. Para que uma análise mais aprofundada dos problemas de otimização seja realizada, é conveniente criar uma forma de representar os problemas de otimização através de alguns elementos, que estão expostos no item 2.1.

2.1. ELEMENTOS DE UM PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Para exemplificar os elementos, será utilizado como base um problema bastante simples, de maximizar o volume de uma caixa d'água retangular, representada na Figura 01. É importante ressaltar que para um problema de minimização, o processo é análogo ao exposto neste item, multiplicando-se apenas a função objetivo por -1.

Figura 01 - Problema modelo



Fonte: Autor (2023).

Função Objetivo: É o critério de desempenho a ser otimizado, podendo estar relacionada à minimização de custos, maximização de resistência ou minimização

de deslocamentos, por exemplo. No caso da caixa d'água, a função a ser otimizada é a função volume, que pode ser escrita como função das suas variáveis dimensionais.

$$f(x) = A \cdot B \cdot H$$

Variáveis de Projeto: Parâmetros que podem ser ajustados durante a otimização, como dimensões, materiais e configurações estruturais. Geralmente é representado através de um vetor “x”, e o melhor conjunto de variáveis encontrado é evidenciado pelo símbolo “*”. No problema deste item, as variáveis de projeto são as próprias dimensões da caixa d'água.

$$x = [A, B, H] \in R^3$$

Restrições: sejam restrições de igualdade ou desigualdade, elas impõem condições que devem ser atendidas pela solução otimizada. Por padrão, as desigualdades são representadas como $g(x) \leq 0$ e as de igualdade como $h(x) = 0$. Para esse problema, considera-se que a altura deve ser menor que uma constante arbitrária de 15m, e o perímetro da borda da caixa d'água deve ser sempre igual a 20m.

$$g(x) = \frac{H}{15} - 1 \leq 0$$

$$h(x) = 2 * (A + B) - 20 = 0$$

Domínio: Define o conjunto de valores permitidos para as variáveis de projeto, ou seja, é o próprio espaço amostral. No contexto do problema, pode-se atribuir às dimensões valores de comprimentos apenas de números naturais, potencialmente por alguma limitação do método construtivo ou materiais disponíveis

$$S = \{x \in N^3\}$$

Através desses elementos, pode-se definir um problema qualquer de otimização matematicamente através da seguinte construção:

Encontrar:

$$x = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$$

Para minimizar:

$$f_{obj} = f(x)$$

Sujeito às restrições:

$$h_i(x) \leq 0; i = 1, \dots, n$$

$$g_j(x) = 0; j = 1, \dots, m$$

Para 'n' restrições de igualdade e 'm' restrições de desigualdade.

Outro ponto importante a ser considerado é a forma de penalização que será aplicada a soluções que não atendam às restrições impostas ao problema de otimização. Neste trabalho, será utilizada o método “pena de morte”, que consiste em somar ao valor da função objetivo um valor gigante, como 10e12, resultando na seguinte função:

$$f_{obj} = f(x) + 10e12 \cdot penal(x);$$

$penal(x) = 0$ para nenhuma restrição violada

$penal(x) = 1$ para qualquer restrição violada

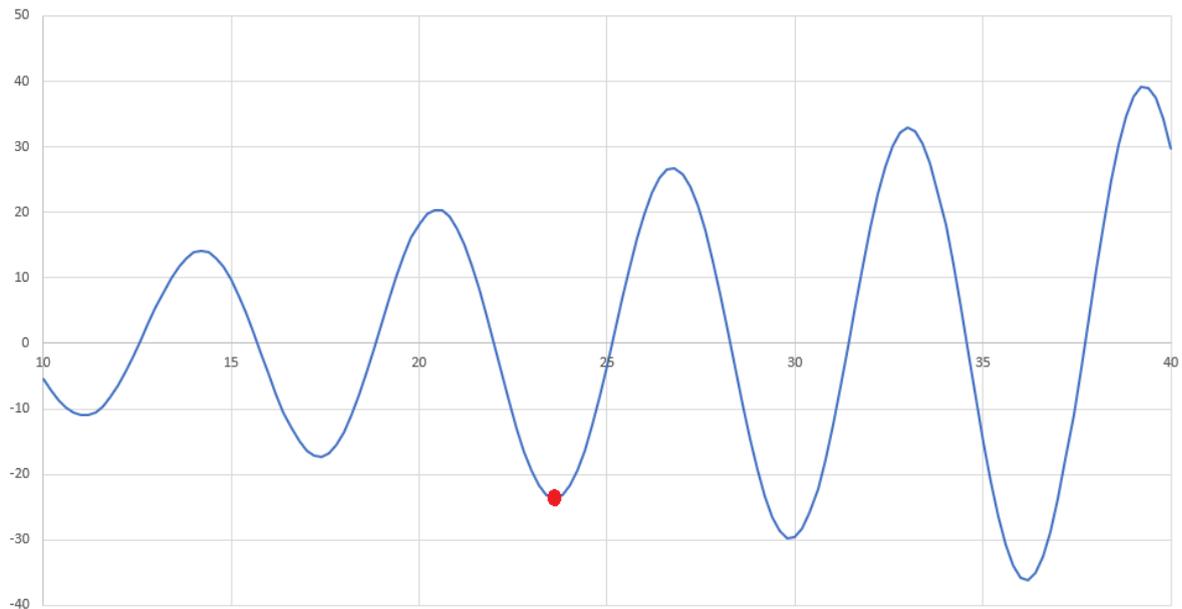
As principais vantagens de utilizar esse tipo de penalização são a simplicidade e a garantia de que a melhor solução encontrada não irá infringir nenhuma das restrições previamente estabelecidas. Por outro lado, essa escolha pode dificultar a análise em regiões próximas às fronteiras do domínio.

2.2. TIPOS DE ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO

Ao longo do estudo dos problemas de otimização, diversas abordagens foram elaboradas para encontrar soluções ótimas desses problemas. Os métodos baseados em gradientes utilizam informações como as derivadas parciais para formar o vetor gradiente e, através dele, encontrar máximos e mínimos da função objetivo. O inconveniente desse tipo de processo é precisar de uma função que seja diferenciável em todo seu domínio, bem como não tenha uma grande quantidade de máximos e mínimos locais, pois nesse caso o resultado depende muito do ponto inicial escolhido. Na Figura 02, por exemplo, é apresentada a função

$f(x) = x \cdot \text{sen}(x)$ com o domínio $S = \{x \in R / 10 \leq x \leq 40\}$. Para um método baseado em gradiente utilizado para minimizar essa função, caso o ponto inicial escolhido fosse $x = 22$, o resultado supostamente otimizado retornado seria o mínimo local identificado em vermelho, que evidentemente não é o mínimo global da função nesse domínio.

Figura 02 - Função $x \cdot \text{sen}(x)$



Fonte: Autor (2023).

Dessa forma, o emprego de métodos baseados em gradiente na engenharia civil é bastante limitado, tendo em vista que os problemas reais dessa área envolvem uma grande quantidade de variáveis e funções que não necessariamente são totalmente diferenciáveis.

Outra forma de lidar com esse tipo de problema é utilizando algoritmos enumerativos. Esses métodos consistem em calcular todas as combinações possíveis de variáveis de projeto dentro de um domínio finito de busca. A principal vantagem é que, uma vez definido esse domínio, o método garante o retorno do melhor resultado possível. Por exemplo, para o problema da caixa d'água apresentado no item 2.1 deste trabalho, pode-se definir os limites inferiores de cada variável dimensional em 1m, uma vez que consideram-se apenas números reais, e

definir os limites superiores de acordo com as restrições do problema da seguinte maneira:

$$A = [1, 19] \in N$$

$$B = [1, 19] \in N$$

$$H = [1, 15] \in N$$

Esse domínio terá apenas 5.415 combinações diferentes de valores. É bastante razoável utilizar um computador para resolver todas elas e determinar a solução com o maior valor para a função objetivo. Entretanto, a limitação desse tipo de método também é evidenciada em problemas reais de engenharia. Um problema com 10 variáveis, por exemplo, com 200 diferentes valores para cada uma, já apresenta uma quantidade de soluções na ordem de grandeza de 10^{23} , sendo inviável o cálculo de todas, mesmo que de forma automatizada.

Neste contexto, surgem os algoritmos metaheurísticos. Enquanto a execução dos algoritmos baseados em gradiente e enumerativos sempre retornam o mesmo resultado quando executados múltiplas vezes, os metaheurísticos podem retornar diferentes resultados para cada execução. Isso acontece pois eles incorporam características de aleatoriedade em sua estrutura, utilizando-as para que possam vencer os mínimos e máximos locais e encontrem os pontos ótimos globais.

Nos algoritmos metaheurísticos, o valor da função objetivo é avaliado em diversos pontos do domínio, e esse valor é utilizado, juntamente com algum fator aleatório, para definir os próximos pontos que serão avaliados. Isso permite que sejam utilizados em qualquer problema de otimização que possa ser definido em função dos elementos descritos no item 2.1, não dependendo da diferenciabilidade das funções ou da existência de múltiplos ótimos locais.

Para esse tipo de ferramenta, um conceito importante é o de busca global e busca local. A busca global, também conhecida como exploration, diz respeito a quão bem um algoritmo consegue explorar as diferentes partes do domínio do problema, determinando as regiões mais promissoras para resultados ótimos. A busca local, também chamada de exploitation, por outro lado, determina a capacidade do algoritmo de melhorar o ponto ótimo após a região mais promissora

do domínio ter sido determinada. Para lidar com essa variação, diferentes técnicas podem ser utilizadas. Uma delas é reduzir progressivamente a variação de posição dos pontos de busca no domínio proporcionalmente ao número da iteração atual. Dessa forma, é comum realizar essas buscas em sequência, ou seja, explorar diferentes regiões do domínio no início do processo de otimização, e, em seguida, refinar a solução nas regiões mais promissoras.

Os algoritmos metaheurísticos mais famosos incluem o Algoritmo Genético (AG), inspirado na evolução biológica e utiliza uma população de soluções candidatas - cromossomos - que evoluem ao longo de gerações por meio de seleção, cruzamento e mutação. Ao lado dele, a Otimização por Enxame de Partículas (PSO) emprega um grupo de partículas que se movem pelo espaço amostral procurando a melhor solução, influenciadas tanto por sua melhor posição pessoal quanto pelos melhores valores encontrados pelo grupo. O Recuo Simulado (Simulated Annealing) adota uma abordagem inspirada no processo de recozimento de metais, permitindo que o sistema explore o domínio de soluções e ocasionalmente aceite soluções piores para evitar ótimos locais. A Busca Tabu (Tabu Search) utiliza memória de curto prazo para evitar retornar a soluções recentemente visitadas, garantindo a exploração mais abrangente do espaço de busca. Enquanto isso, o Algoritmo de Colônia de Formigas (Ant Colony Optimization - ACO) se baseia no comportamento das formigas e utiliza trilhas de feromônios para guiar a busca em problemas de otimização.

Para Gonzales (2007), apesar dos algoritmos metaheurísticos não garantirem que sempre encontrarão soluções ótimas em curtos períodos de tempo, eles são capazes de encontrar boas soluções para os mais diversos contextos. Dessa forma, esse tipo de algoritmo constitui uma ferramenta poderosa para a resolução de diversos complexos problemas no contexto da engenharia.

2.3. ALGORITMOS METAHEURÍSTICOS NA ENGENHARIA CIVIL

No contexto da engenharia civil, os algoritmos metaheurísticos podem ser utilizados para a resolução de uma enorme gama de problemas. Na engenharia estrutural, por exemplo, esses algoritmos foram utilizados por Pedro Simon (2022) para a

otimização dimensional, geométrica e topológica de treliças planas, e por Felipe Carraro (2015) na otimização de pórticos espaciais. Esse tipo de aplicação contribui para a elaboração de estruturas mais econômicas e com um uso mais eficiente dos recursos.

Na geotecnia, Un Rau Gabriel Panasowicz Hwang (2016) fez uso do SGA - Search Group Algorithm para otimizar um muro de contenção e comparar os resultados com outro algoritmo deste tipo, o Big Bang-Big Crunch Algorithm. No contexto do saneamento, Enéas Souza Machado (2009) otimizou o desenho e dimensionamento de redes de coleta de efluentes, bem como estudos de aumento de capacidade de redes já existentes.

A área da logística de transportes é outra que tem se beneficiado extensamente desses estudos. Ana Paula Martins Guimarães Mutz et al. (2019) propuseram um algoritmo genético para a minimização do tempo de entrega em uma empresa de colheita florestal. O problema é complexo na medida em que envolve um depósito, múltiplos clientes e diversas entregas, além da empresa contar com um número reduzido de veículos. Ainda na área dos transportes, Landerson Morais Alexandre et al. fizeram uso de uma metaheurística GRASP de forma a otimizar as manobras de transporte de vagões dentro de um pátio ferroviário, respeitando restrições de segurança e destacando os ajustes de parâmetros necessários, além da viabilidade de seu uso em cenários reais.

2.4. OTIMIZAÇÃO DE PÓRTICOS ESPACIAIS

Os pórticos espaciais são constituídos por pilares, diagonais e vigas interconectadas, sendo assim capazes de resistir a cargas verticais e horizontais. Eles têm um papel fundamental na engenharia civil, especialmente na construção de grandes edifícios e obras de arte especiais, pois constituem uma estrutura altamente adaptável às necessidades estéticas e de arquitetura, bem como maximizam o espaço interno das edificações, característica indispensável para prédios urbanos.

A otimização bem feita dessas estruturas traz diversos benefícios, como a minimização do uso de materiais, desperdício e do custo de construção, uma vez que estruturas mais leves trazem economias substanciais nessas áreas, sendo

particularmente benéfico em grandes projetos. Além desses benefícios técnicos, oferecer estruturas otimizadas aos clientes pode representar uma vantagem competitiva no mercado oferecendo essas soluções mais competitivas, bem como minimizar a pegada ambiental do empreendimento, tornando-os mais ecologicamente amigáveis.

Podemos definir o problema de otimização de pórticos espaciais através dos elementos definidos no item 2.1 deste trabalho da seguinte forma:

Função Objetivo: A função objetivo que foi utilizada neste trabalho será a função peso total da estrutura, adicionando-se a parcela relativa à penalização pelas restrições violadas:

$$Peso(x) = \rho \cdot \sum(A_i \cdot L_i) + 10e8 \cdot penal(x)$$

Para $1 \leq i \leq Ne$; onde Ne representa o número total de elementos estruturais A_i e L_i representam a área de seção transversal e comprimento de cada elemento

Variáveis de Projeto: As variáveis relevantes para o projeto são os perfis metálicos escolhidos para cada elemento estrutural. Como um pórtico pode ter dezenas ou centenas de elementos diferentes, é conveniente separá-los em grupos estruturais de elementos que utilizarão as mesmas seções transversais.

$$x = [E1, E2, E3, \dots, En]$$

Para $1 \leq i \leq En$; onde En é o número total de grupos de elementos estruturais

Restrições: Dois critérios foram analisados, relativos a um excesso de deslocamento horizontal dos nós e à máxima tensão axial admissível nos elementos estruturais.

$$g1(x) = |\delta_i(x)| - \delta_{adm} \leq 0 \text{ (Deslocamento horizontal admissível)}$$

Para o deslocamento admissível horizontal em cada nó δ_{adm} em cada nó, adotou-se a seguinte expressão:

$$\delta_{adm} = \frac{H}{400}$$

Na qual H representa a altura máxima da estrutura analisada. É importante ressaltar que a deformação não é analisada no eixo paralelo à altura da estrutura.

$$g2(x) = |\sigma_i(x)| - \sigma_{adm} \leq 0 \text{ (Tensão admissível)}$$

Para o cálculo das tensões máximas atuantes $\sigma(x)$ em cada elemento, adotou-se a seguinte expressão:

$$\sigma(x) = \left| \frac{N}{A} \right| + \left| \frac{M_z \cdot c}{I_z} \right| + \left| \frac{M_y \cdot d}{I_y} \right|$$

Onde N é a força axial máxima e M_z e M_y são os momentos máximos atuantes. As grandezas c e d representam a posição das linhas neutras de cada eixo de flexão, sendo c metade da altura e d metade da largura de cada seção transversal. É evidente que essa é uma forma simplificada de calcular as tensões, uma vez que não é considerado o ponto ao longo do elemento no qual as ações apresentam maior módulo. Entretanto, essa é uma abordagem válida, uma vez que a simplificação atua a favor da segurança. Como tensão admissível σ_{adm} , foi utilizada a tensão de escoamento do aço ASTM A36, sendo $\sigma_{adm} = 250 \text{ MPa}$.

Domínio: Para o espaço amostral, utilizou-se 80 opções diferentes de perfis metálicos, cujas características geométricas e do material estão disponíveis no catálogo de perfis I e U (Gerdau). As opções completas para elemento estrutural estão explícitas na Tabela 01.

Tabela 01 - Espaço de busca

| Perfis | | | | |
|--------------|---------------|--------------|--------------|--------------|
| W 150 x 29,8 | W 360 x 101,0 | W 150 x 24,0 | W 310 x 28,3 | W 460 x 60,0 |
| W 150 x 37,1 | W 360 x 110,0 | W 200 x 15,0 | W 310 x 32,7 | W 460 x 68,0 |
| W 200 x 46,1 | W 360 x 122,0 | W 200 x 19,3 | W 310 x 38,7 | W 460 x 74,0 |
| W 200 x 52,0 | W 410 x 67,0 | W 200 x 22,5 | W 310 x 44,5 | W 460 x 82,0 |
| W 200 x 59,0 | W 410 x 75,0 | W 200 x 26,6 | W 360 x 32,9 | W 530 x 66,0 |
| W 200 x 71,0 | W 410 x 85,0 | W 200 x 31,3 | W 360 x 39,0 | W 530 x 72,0 |

| | | | | |
|---------------|---------------|--------------|--------------|---------------|
| W 200 x 86,0 | W 460 x 89,0 | W 200 x 35,9 | W 360 x 44,0 | W 530 x 74,0 |
| W 250 x 73,0 | W 460 x 97,0 | W 200 x 41,7 | W 360 x 51,0 | W 530 x 82,0 |
| W 250 x 80,0 | W 460 x 106,0 | W 250 x 17,9 | W 360 x 57,8 | W 530 x 85,0 |
| W 250 x 89,0 | W 530 x 92,0 | W 250 x 22,3 | W 360 x 64,0 | W 610 x 101,0 |
| W 250 x 101,0 | W 530 x 101,0 | W 250 x 25,3 | W 360 x 72,0 | W 610 x 113,0 |
| W 250 x 115,0 | W 530 x 109,0 | W 250 x 28,4 | W 360 x 79,0 | W 610 x 125,0 |
| W 310 x 52,0 | W 610 x 155,0 | W 250 x 32,7 | W 410 x 38,8 | W 610 x 140,0 |
| W 310 x 97,0 | W 610 x 174,0 | W 250 x 38,5 | W 410 x 46,1 | |
| W 310 x 107,0 | W 150 x 13,0 | W 250 x 44,8 | W 410 x 53,0 | |
| W 310 x 117,0 | W 150 x 18,0 | W 310 x 21,0 | W 410 x 60,0 | |
| W 360 x 91,0 | W 150 x 22,5 | W 310 x 23,8 | W 460 x 52,0 | |

Fonte: Autor (2023).

Dessa forma, pode-se resumir o problema da seguinte maneira:

Encontrar:

$$x = [E1, E2, E3, \dots, En]$$

Para minimizar:

$$Peso(x) = \rho \cdot \sum(Ai \cdot Li)$$

Sujeito às restrições:

$$g2(x) = |\delta i(x)| - \delta adm \leq 0 \text{ (Deslocamento admissível)}$$

$$g1(x) = |\sigma i(x)| - \sigma adm \leq 0 \text{ (Tensão admissível)}$$

3. SEARCH GROUP ALGORITHM

O Search Group Algorithm - SGA - é um algoritmo metaheurístico que busca um equilíbrio entre a fase de exploration e exploitation, mudando o foco da busca global para a local conforme as interações acontecem. O que permite a ele atingir esse objetivo é a maneira com que novos indivíduos são gerados, segundo seus criadores Gonçalves, Lopez e Miguel (2015). O SGA é composto de cinco etapas: população inicial, escolha do grupo de busca, mutação, geração das famílias e escolha do próximo grupo de busca, que serão descritas em seguida.

3.1. POPULAÇÃO INICIAL

A primeira etapa do algoritmo é a geração de uma população inicial. Essa população consiste de pontos do domínio escolhidos ao acaso, nos quais a função objetivo é avaliada e o resultado é utilizado para a escolha do grupo de busca. Nessa parte, os limites superiores e inferiores de cada variável já são informações importantes, visto que esses limites definem o domínio no qual os pontos aleatórios são gerados.

3.2. ESCOLHA DO GRUPO DE BUSCA

O grupo de busca é formado pela união de dois diferentes grupos originários da população: o grupo de elite e o grupo do torneio. O grupo de elite é formado pelos melhores indivíduos da população, garantindo que os resultados ótimos daquela iteração continuem influenciando a próxima geração. Os indivíduos restantes, por sua vez, são selecionados por meio de um método de sorteio, para o grupo do torneio. É importante ressaltar que quanto melhor a avaliação da função objetivo para um indivíduo, maior a probabilidade dele ser escolhido para integrar o grupo de sorteio.

3.3. MUTAÇÃO

Antes da geração das famílias, o grupo de busca passa por um processo de mutação. Na biologia, a mutação é um processo no qual ocorrem alterações no DNA de um organismo, resultando em modificações genéticas. Essas mudanças

contribuem significativamente para a variabilidade genética dentro de uma população, fornecendo a matéria-prima para a evolução.

No contexto do SGA, as mutações contribuem para que a busca não fique presa em um ponto ótimo local, e consiga explorar outras regiões do domínio mesmo que a região mais promissora já tenha sido definida. Para definir qual membro do grupo de busca irá sofrer a mutação, o grupo é subdividido em subgrupos menores, no qual o indivíduo de pior desempenho de cada subgrupo é escolhido. A equação que descreve a mutação no SGA é descrita em seguida:

$$x_{\text{mutado}} = \bar{x} + t \cdot \varepsilon \cdot \sigma; \text{ Aplicado em cada variável onde}$$

\bar{x} é a média de cada variável

t é um número inteiro que indica quantas substituições de genes serão feitas

ε é um valor aleatório, de -0.5 a 0.5 .

σ é o desvio padrão de cada variável

O número de indivíduos que sofrem mutação em cada iteração é um parâmetro que pode ser configurado na execução do SGA.

3.4. GERAÇÃO DAS FAMÍLIAS

Em seguida, cada indivíduo do grupo de busca gera uma família diferente. Quanto mais promissor for o indivíduo (melhor valor da função objetivo), mais filhos - e aqui entende-se por filhos novos indivíduos gerados a partir dele - são gerados por ele. Dessa forma, o algoritmo garante que, quanto mais promissora a área de busca, maior a chance de que um indivíduo melhore o presente resultado.

3.4.1. Iterações na fase exploration

Inicialmente, são feitas buscas amplas no domínio para identificar partes mais promissoras do domínio previamente definido. Para cada iteração durante essa etapa do algoritmo, a aleatoriedade é alterada através da expressão:

$$\alpha = (\alpha_0 \cdot \beta + \alpha_{\min})(l_{\text{sup}} - l_{\text{inf}}); \text{ onde}$$

α_0 define a aleatoriedade inicial

β é o fator que promove a variação da aleatoriedade ao longo das iterações, sendo esse um fator que varia entre 0 a 1, e reduz com o passar delas.

α_{min} é o termo que define a aleatoriedade mínima de qualquer iteração.

l_{sup} e l_{inf} são os limites superior e inferior da variável em questão.

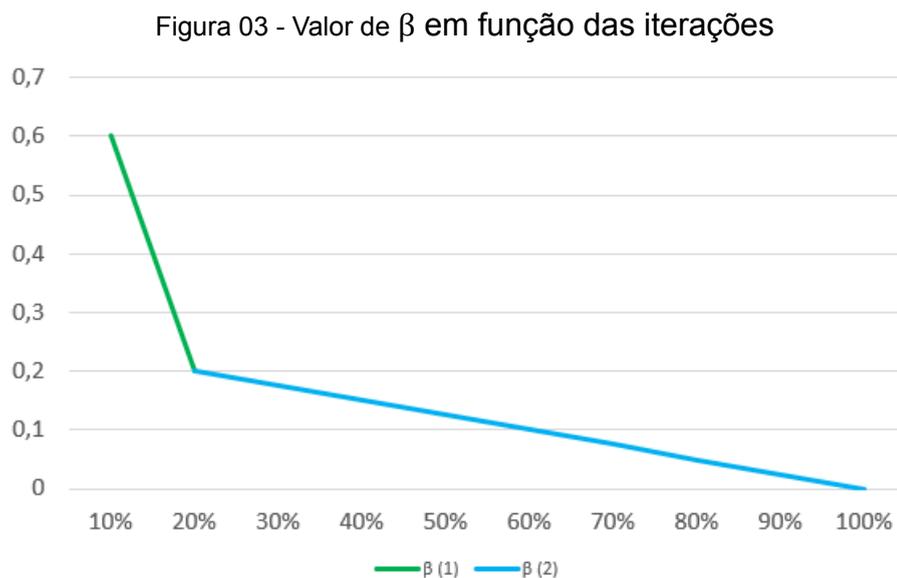
Para a variação do fator β , parte-se da ideia de que a aleatoriedade deve ser mais alta no início do processo, uma vez que se tem o interesse de mapear o domínio de forma mais abrangente. Dessa forma, nas primeiras 20% iterações do processo o fator β é definido pela reta:

$$\beta(1) = 1 - \frac{4 * t}{nt_{global}}$$

Para a iteração 't', sendo 'nt global' o número de iterações da etapa de exploration. As 80% iterações restantes dessa etapa, por sua vez, definem o fator β através de outra reta, com menor inclinação, de equação:

$$\beta(2) = 0,25 - \frac{0,25 * t}{nt_{global}}$$

O valor de β ao longo das iterações da fase global é ilustrada na Figura 03.



Fonte: Adaptada de Carraro (2015).

Em seguida, depois que o valor do parâmetro α de aleatoriedade está definido, acontece a formação das famílias. Por padrão, o SGA divide o grupo de busca de forma que a metade mais bem avaliada dos indivíduos gera 2/3 descendentes, enquanto a pior metade gera os outros 1/3. Além disso, para que seja mantido constante o número de avaliações da função objetivo, define-se o número total de filhos como a diferença entre o número total de indivíduos e o número de indivíduos no grupo de busca.

Dessa forma, cada variável de projeto recebe uma variação de módulo aleatório entre $-\alpha/2$ e $+\alpha/2$, de forma que a variação fique dentro de uma amplitude α . Por fim, cada família retorna o indivíduo mais bem avaliado, compondo o próximo grupo de busca.

3.4.2. Iterações na fase exploitation

Na etapa de exploitation, o objetivo é explorar com maior profundidade as áreas mais promissoras encontradas na fase anterior. Dessa forma, os indivíduos são analisados sem preocupação com a família da qual eles vieram, sendo escolhidos para essa fase simplesmente os indivíduos mais bem avaliados. Há também duas mudanças na forma de calcular novos indivíduos:

$$\alpha = \alpha \min. (\beta + r_{peq})(l_{sup} - l_{inf}); \text{ onde}$$

r_{peq} é um pequeno valor, que varia entre 0 e 1

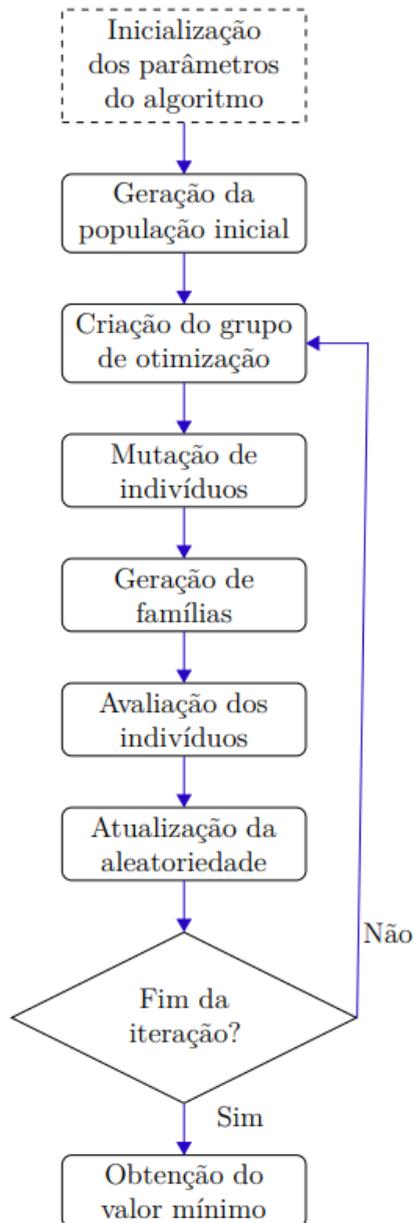
Além dessa mudança na forma de cálculo do parâmetro de aleatoriedade, também é alterado o cálculo do fator β :

$$\beta = \frac{nt_{local} - t}{nt_{local}}$$

Para a iteração 't', sendo 'nt local' o número de iterações da etapa de exploitation.

3.5. RESUMO DO PROCESSO

Figura 04 - Fluxograma do SGA



Fonte: Carraro (2015).

3.6. PARÂMETROS PRINCIPAIS

Os principais parâmetros que definem o funcionamento do SGA estão expostos na Tabela 02. Uma boa escolha de parâmetros é fundamental para que o algoritmo alcance um bom desempenho na resolução de qualquer problema.

Escolher os parâmetros ideais para a resolução de um problema não é trivial. Em essência, esse é também um problema de otimização. Nesse contexto, existe uma linha mais recente de pesquisa que busca utilizar redes neurais e inteligências artificiais para ajustar de forma mais eficiente esses parâmetros. Neste trabalho, os parâmetros foram ajustados de forma intuitiva através de algumas tentativas e erros.

Tabela 02 - Parâmetros do SGA

| Parâmetro | Descrição |
|----------------------|---|
| α_{min} | Índice de perturbação mínimo, utilizado para a geração de novos indivíduos na fase local. |
| α_0 | Índice de perturbação inicial, utilizado para a geração de novos indivíduos na fase global. |
| $N_{iterations}$ | Número total de iterações do algoritmo. |
| $It_{Global\ Ratio}$ | Taxa de iterações globais. Representa a porcentagem das iterações totais dedicadas à fase global. |
| n_{pop} | Tamanho da população. Representa o número de indivíduos testados a cada iteração do algoritmo. |
| SG_{ratio} | Taxa de grupo de busca. Representa a porcentagem da população que será escolhida para a formação do grupo de busca. |
| $N_{perturbed}$ | Número de indivíduos perturbados. Representa o número de indivíduos que devem ser mutados a cada iteração do algoritmo. |

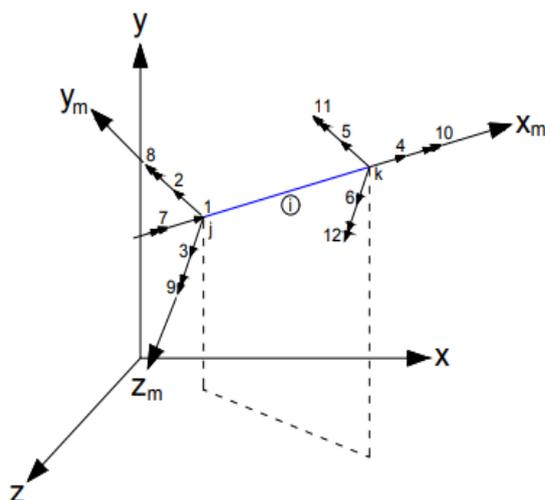
Fonte: Adaptado de Simon (2022).

4. ANÁLISE ESTRUTURAL DE PÓRTICOS ESPACIAIS

4.1. ELEMENTO DE PÓRTICO ESPACIAL

Um elemento (i) de um pórtico em três dimensões têm dois nós (j) e (k), cada um com seis graus de liberdade ($F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$), totalizando doze graus de liberdade para cada elemento. Na Figura 05, estão ilustrados os graus de liberdade de um elemento qualquer. Os graus de liberdade estão numerados de 1 a 12, enquanto os eixos locais do elemento estão identificados como x_m, y_m e z_m . Esses eixos são alinhados com o comprimento do elemento e com o eixo de menor e maior momento de inércia, respectivamente.

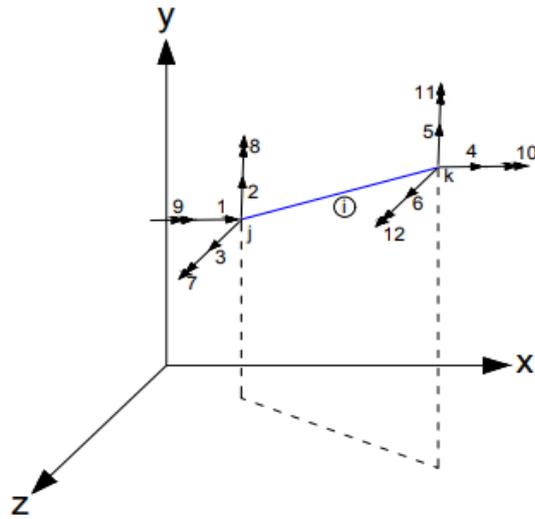
Figura 05 - Coordenadas locais de um elemento espacial



Fonte: Barbosa (2020).

Ainda na Figura 05, é possível notar também que existem eixos X, Y e Z . Esses são os eixos globais que serão referências para a construção das coordenadas globais de cada elemento, que será fundamental para encontrar os esforços e deslocamentos da estrutura. Para efetuar essa mudança de coordenadas, é necessário projetar as componentes de cada grau de liberdade em relação a esses eixos globais, como mostra a Figura 06.

Figura 06 - Coordenadas globais de um elemento espacial



Fonte: Barbosa (2020).

A próxima etapa é construir a matriz de rigidez local de cada elemento da estrutura espacial. Essa matriz, $[K_{e,l}]$, é descrita da seguinte maneira:

$$[K_{e,l}] = E \begin{bmatrix} \frac{A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_x}{L^2} & 0 & -\frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_x}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12I_y}{L^3} & 0 & -\frac{6I_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12I_y}{L^3} & 0 & -\frac{6I_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{EL} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{EL} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4I_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 & \frac{2I_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4I_z}{L^2} & 0 & -\frac{6I_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2I_z}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6I_x}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12I_y}{L^3} & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{EL} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4I_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4I_z}{L^2} \end{bmatrix}$$

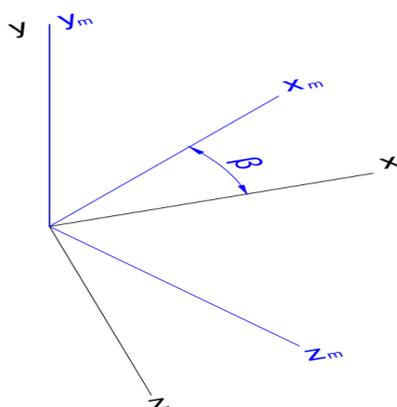
sim.

Na qual I_x é a inércia à torção, I_y e I_z são os momentos de inércia em relação aos eixos fracos e fortes de flexão, respectivamente, A é a área de seção transversal, L é o comprimento do elemento espacial, e E e G são os módulos de resistência longitudinal e transversal do material, respectivamente.

4.2. MATRIZ DE ROTAÇÃO

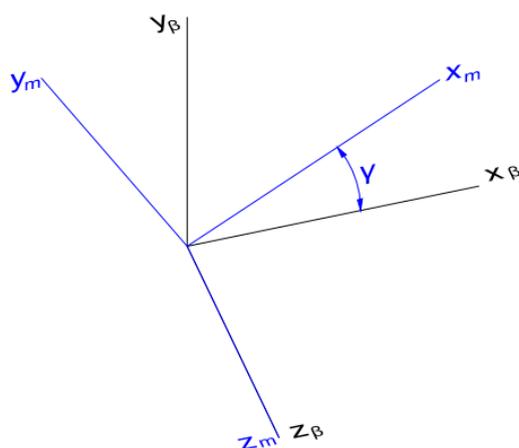
Para fazer a transformação dos eixos locais para os eixos globais de cada elemento, é empregada a matriz de rotação. Para pórticos espaciais construídos por elementos metálicos, em geral, os eixos y_m e z_m , que são os eixos principais de inércia, estão contidos nos planos vertical e horizontal. O x_m , por sua vez, pode estar orientado de qualquer forma no espaço, sendo portanto necessário efetuar três rotações sucessivas para alinhar todos os eixos: A primeira uma rotação β em torno do eixo y (Figura 07), a segunda de γ em torno do eixo z_β (Figura 08), e a terceira de α em torno de x_m (Figura 09).

Figura 07 - Primeira rotação



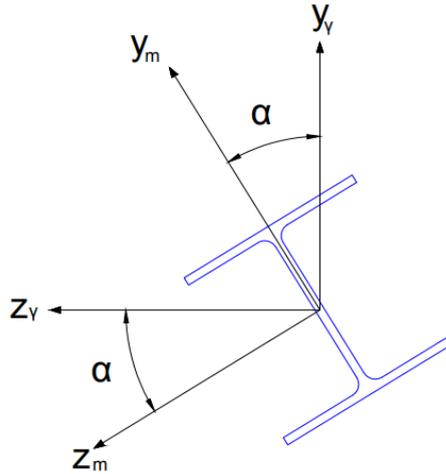
Fonte: Barbosa (2020).

Figura 08 - Segunda rotação



Fonte: Barbosa (2020).

Figura 09 - Terceira rotação



Fonte: Barbosa (2020).

Dessa forma, é possível escrever a matriz de rotação $[R]$ através da seguinte equação:

$$[R] = [R\alpha][R\gamma][R\beta]$$

A matriz $[R]$ é escrita utilizando-se os cossenos diretores, que estão identificados como C_x , C_y e C_z :

$$[R] = \begin{bmatrix} C_x & C_y & C_z \\ \frac{-C_x C_y \cos(\alpha) - C_z \sin(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} & (\sqrt{C_x^2 + C_z^2}) \cos(\alpha) & \frac{-C_y C_z \cos(\alpha) + C_x \sin(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \\ \frac{C_x C_y \sin(\alpha) - C_z \cos(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} & -(\sqrt{C_x^2 + C_z^2}) \sin(\alpha) & \frac{C_y C_z \sin(\alpha) + C_x \cos(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \end{bmatrix}$$

Para elementos verticais, a matriz $[R_{vert}]$ é construída da seguinte forma:

$$[R_{vert}] = \begin{bmatrix} 0 & C_y & 0 \\ -C_y \cos(\alpha) & 0 & \text{sen}(\alpha) \\ C_y \text{sen}(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

Dessa forma, no contexto dos pórticos espaciais, a matriz de rotação é dada pela matriz $[RT]$:

$$[R_T] = \begin{bmatrix} [R] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [R] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [R] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [R] \end{bmatrix}$$

Assim, pode-se avaliar os elementos através das coordenadas globais do sistema $[Ke, g]$ através da equação:

$$[Ke, g] = [R_T^T][Ke, l][RT]$$

Em seguida, em posse das matrizes de rigidez de cada elemento escritas nas coordenadas globais $[Ke, g]$, é necessário construir a matriz de rigidez global da estrutura $[K]$. Essa matriz tem dimensão $m \times m$, onde m é o número de nós $\times 6$ (número de graus de liberdade por nó). A construção da matriz $[K]$ é feita agregando as matrizes $[Ke, g]$ de todos os elementos em posições específicas, formando uma grande matriz que representa o comportamento da estrutura.

4.3. DESLOCAMENTOS E AÇÕES NAS EXTREMIDADES

Através da aplicação da lei de Hooke ($F = -K \cdot x$) nesse contexto, é possível determinar os deslocamentos nodais:

$$\{f_g\} = [K]\{u_g\}$$

$$\{u_g\} = [K]^{-1}\{f_g\}$$

Para a determinação das ações nas extremidades de cada elemento i ($[Am]i$), é necessário resolver a seguinte equação:

$$[Am]i = [Am_l]i + [Ke, l]i \cdot \{ul\}i$$

Nota-se que as parcelas $[Am_l]i$ e $[Ke, l]i$ são conhecidas, sendo a parcela que contempla as reações devido a carregamentos no elemento e a rigidez do elemento local, respectivamente. O termo $\{ul\}i$, por sua vez, nada mais é que a matriz $\{u_g\}$ escrita em coordenadas locais, através da transformação:

$$\{ul\} = [RT] \{u_g\}$$

5. ESTUDOS DE CASO

Os problemas de otimização foram resolvidos através dos algoritmos SGA, que é o algoritmo em estudo deste trabalho, e do BSA (Backtracking Search Optimization Algorithm), sendo que o BSA será utilizado como base de comparação para o desempenho do SGA em todos os problemas estudados. Como são algoritmos de caráter estocásticos, assim como outros algoritmos metaheurísticos, a comparação é realizada por meio de uma análise estatística de diversas rodadas (execuções independentes de cada algoritmo), extraindo os melhores valores, médias e coeficientes de variação de cada algoritmo. Para cada iteração de ambos os algoritmos, foi utilizada uma população de 100 indivíduos.

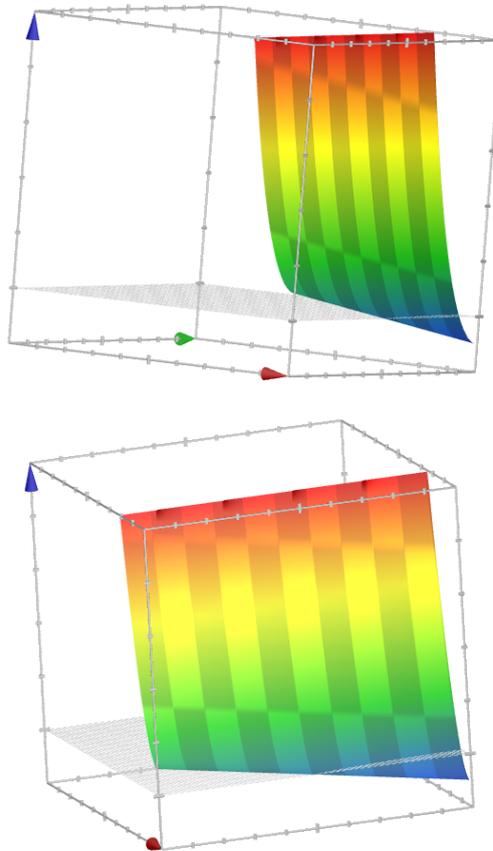
Todos os problemas foram resolvidos através da biblioteca PyNite, elaborada pelo usuário JWock82. Ela é responsável por resolver a estrutura, ou seja, para uma determinada geometria e condições, retornar valores de reações, deformações e esforços internos máximos de cada elemento, através de uma análise estática de primeira ordem. Foi tomado o cuidado de importar o mesmo código que define e resolve a estrutura para ambos os algoritmos de otimização, para garantir que qualquer diferença seja proveniente exclusivamente do algoritmo em questão.

5.1. PROBLEMAS MATEMÁTICOS

5.1.1. Função de validação

Para validar a implementação do SGA, o algoritmo foi aplicado em funções matemáticas com pontos ótimos conhecidos. Como primeiro estudo, foi escolhida a função $y^2 - z + 50$ devido a sua simplicidade, de forma que o algoritmo deve ter facilidade em encontrar o seu ótimo global. A Figura 10 mostra o gráfico da função estudada para o domínio proposto.

Figura 10 - Função $y^2 - z + 50$



Fonte: Autor (2023).

O problema de otimização dessa função pode ser escrito da seguinte forma:

Encontrar:

$$x = [y, z]$$

Para minimizar:

$$f(x) = y^2 - z + 50$$

No domínio:

$$y \in [-100, 0]$$

$$z \in [0, 100]$$

Nesse caso, nenhuma restrição foi aplicada com o objetivo de simplificar o máximo possível o problema. A tabela 03 demonstra os resultados obtidos através

dos algoritmos SGA e BSA (Backtracking Search Optimization Algorithm), sendo que o BSA será utilizado como base de comparação para o desempenho do SGA em todos os problemas estudados.

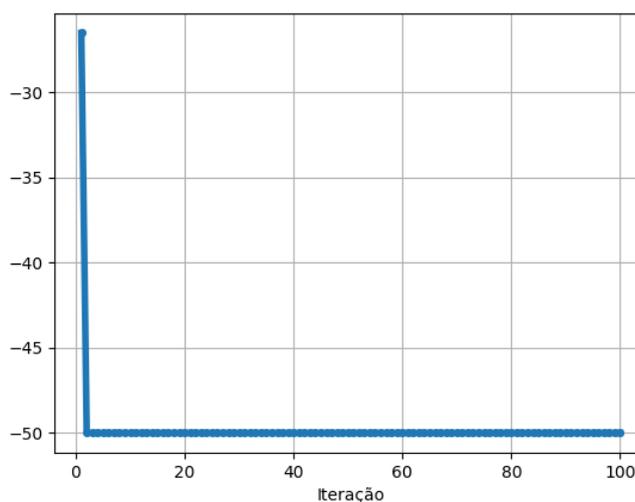
Tabela 03 - Resultados da otimização - Função $y^2 - z + 50$

| Algoritmo | Rodadas | Iterações | Melhor | Média | Coef. Var. |
|------------|---------|-----------|--------|---------|------------|
| SGA | 25 | 100 | -50,00 | -49,968 | < 0,01% |
| BSA | 25 | 100 | -50,00 | -50,00 | 0,00 % |

Fonte: Autor (2023).

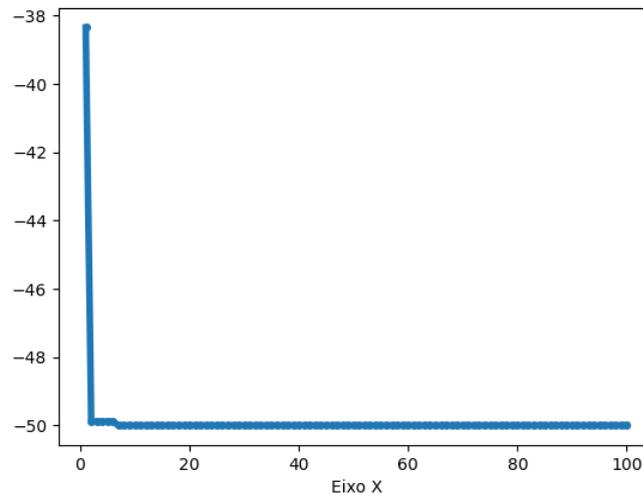
A coluna “rodadas” representa o número de execuções independentes do algoritmo que foram realizadas com o correspondente número de iterações. O número de iterações foi escolhido de forma que o algoritmo chegasse a convergir em um valor ótimo, o que fica evidente através das figuras 11 e 12.

Figura 11 - Curva de convergência - SGA



Fonte: Autor (2023).

Figura 12 - Curva de convergência - BSA



Fonte: Autor (2023).

Novamente verificando a Tabela 03, é possível verificar que ambos os algoritmos apresentaram resultados satisfatórios, uma vez que encontraram o ponto de mínimo global da função $y, z = (0, 100)$ em poucas iterações, e apresentaram valores desprezíveis de variação nos resultados ao longo de todas as rodadas.

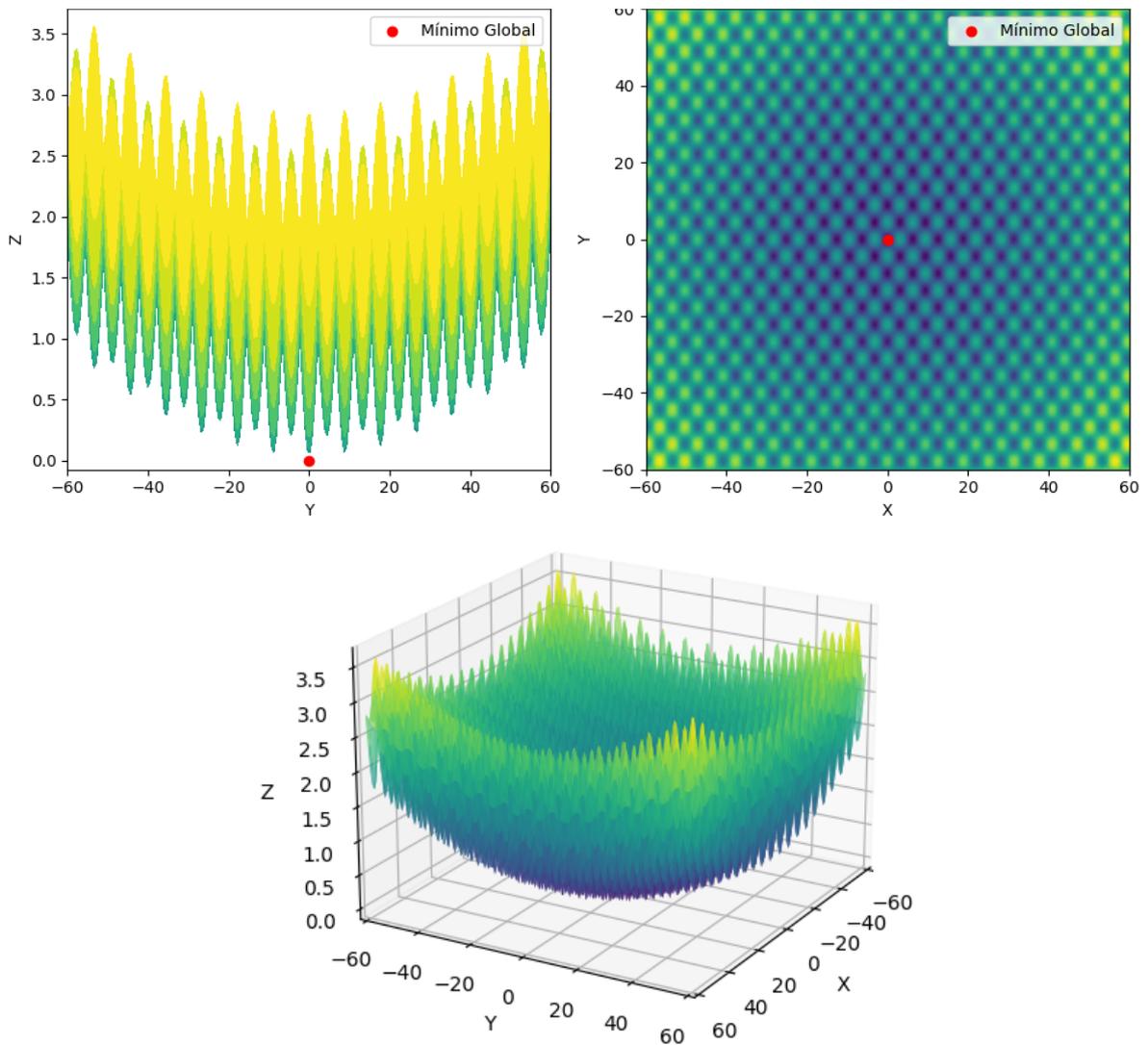
5.1.2. Função Griewank

A função Griewank é frequentemente utilizada em testes de algoritmos de otimização, uma vez que apresenta diversos ótimos locais. Isso torna o processo de encontrar pontos ótimos globais difícil. Ela é definida através da seguinte expressão:

$$f(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$$

Para um vetor $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$. A Figura 13 mostra o gráfico da função Griewank dentro do domínio de estudo.

Figura 13 - Função Griewank



Fonte: Autor (2023).

O problema de otimização dessa função pode ser escrito da seguinte forma:

Encontrar:

$$x = [x_1, x_2]$$

Para minimizar:

$$f(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$$

No domínio:

$$x_1 \in [-60, 60]$$

$$x_2 \in [-60, 60]$$

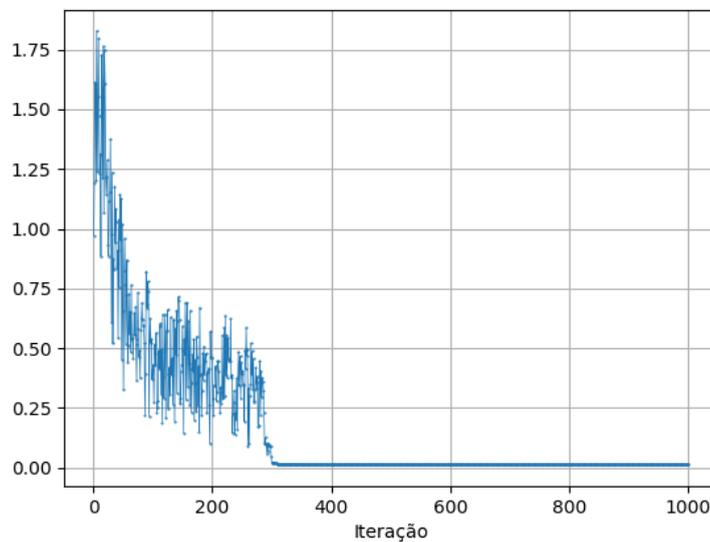
Nenhuma restrição foi aplicada. Os resultados estão explícitos na Tabela 04 e nas figuras 14 e 15. Delas, pode-se inferir que, apesar do BSA ter apresentado um maior coeficiente de variação do que o SGA, ele apresentou um resultado melhor, muito mais preciso que o SGA, bem como uma média mais próxima do ponto ótimo global da função no intervalo proposto.

Tabela 04 - Resultados da otimização - Função Griewank

| Algoritmo | Rodadas | Iterações | Melhor | Média | Coef. Var. |
|------------|---------|-----------|----------|---------|------------|
| SGA | 25 | 1000 | 2,41e-7 | 0,03884 | 104,22% |
| BSA | 25 | 1000 | 1,59e-12 | 0,0015 | 196,70% |

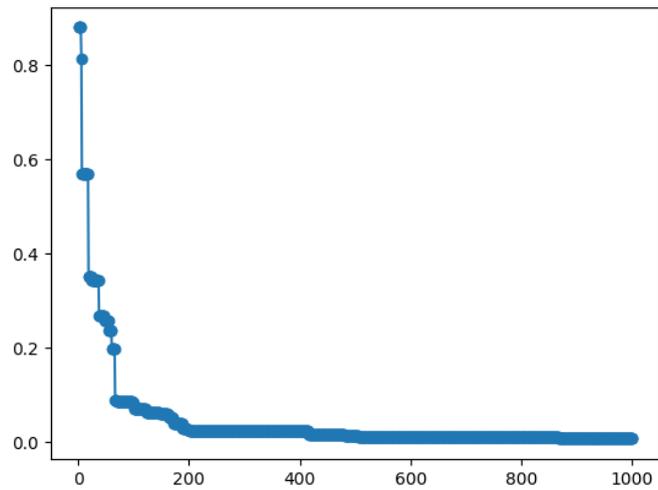
Fonte: Autor (2023).

Figura 14 - Curva de convergência - SGA



Fonte: Autor (2023).

Figura 15 - Curva de convergência - BSA



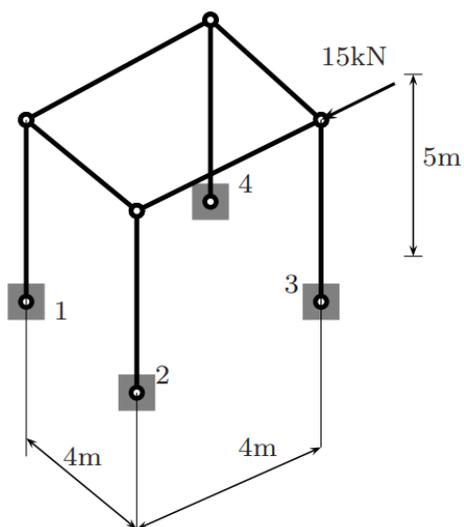
Fonte: Autor (2023).

5.2. PÓRTICOS ESPACIAIS

5.2.1. Pórtico 1

O primeiro pórtico está ilustrado na Figura 16. Trata-se de um exemplo simples, com apenas 8 nós e 8 elementos, adaptado do livro "*MATLAB Codes for Finite Element Analysis*", de Ferreira (2009). Para descrever mais precisamente o problema, na Tabela 05, são apresentadas as coordenadas dos nós da estrutura, na qual as dimensões estão expressas em metros.

Figura 16 - Pórtico 1



Fonte: MATLAB Codes for Finite Element Analysis: Solids and Structures. (2009).

Tabela 05 - Nós do Pórtico 1

| Nó | X [m] | Y [m] | Z [m] |
|----|-------|-------|-------|
| N1 | 0 | 0 | 0 |
| N2 | 0 | 0 | 4 |
| N3 | 4 | 0 | 4 |
| N4 | 4 | 0 | 0 |
| N5 | 0 | 5 | 0 |
| N6 | 0 | 5 | 4 |
| N7 | 4 | 5 | 4 |
| N8 | 4 | 5 | 0 |

Fonte: Autor (2023).

Como condições de apoio, foram utilizadas restrições nos 6 graus de liberdade (F_x , F_y , F_z , M_x , M_y , M_z) associados aos nós N1, N2, N3 e N4. As características do material estão expostas na Tabela 06.

Tabela 06 - Propriedades do aço

| Propriedades - Aço | |
|---------------------------|------------------------|
| E | 210 GPa |
| ν | 0,3 |
| ρ | 7850 kg/m ³ |

Fonte: Autor (2023).

À partir dessas propriedades, o G (módulo de elasticidade transversal) é determinado através da equação:

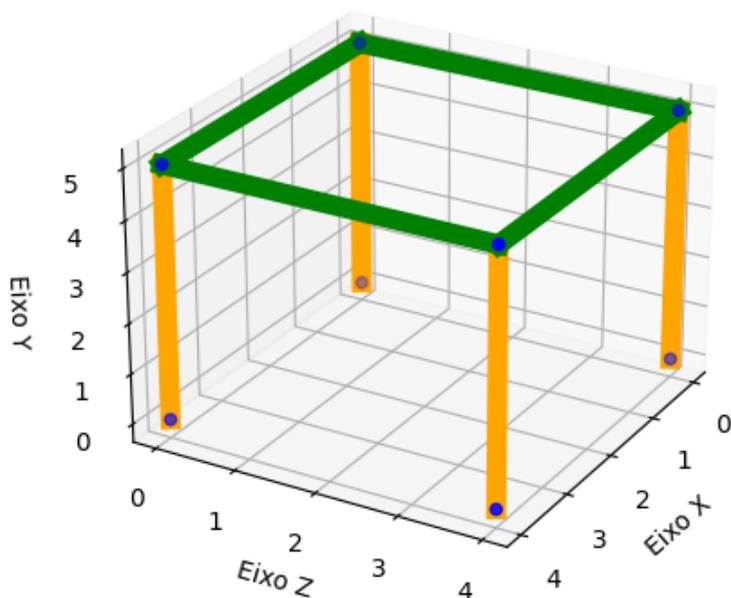
$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$G = \frac{210 \text{ GPa}}{2(1+0,3)}$$

$$G = 80,77 \text{ GPa}$$

Quanto às condições de carregamento, foi considerada apenas uma carga pontual, de módulo 15 kN aplicada no N7 conforme a Figura 16. Para as opções de perfis metálicos para cada elemento estrutural, foi utilizado o mesmo espaço de busca explícito na Tabela 01. Para as variáveis de projeto e restrições, foram realizadas diversas análises. Inicialmente, a estrutura foi dividida em apenas 2 grupos de seções transversais, um para os pilares e outro para as vigas, conforme mostra a Figura 17.

Figura 17 - Grupos de projeto - Pórtico 1 - Análise 1



Fonte: Autor (2023).

Para essa configuração, a primeira análise levou em consideração apenas a restrição de deslocamento máximo, detalhada no item 2.4 deste trabalho. A Tabela 07 compara os resultados dos algoritmos SGA e BSA.

Tabela 07 - Resultados da otimização - Pórtico 1 - Análise 1

| Algoritmo | Rodadas | Iterações | Melhor | Média | Coef. Var. |
|------------|---------|-----------|--------|--------|------------|
| SGA | 30 | 300 | 823.62 | 834.24 | 2,45 % |
| BSA | 30 | 300 | 823.62 | 823.62 | 0,00 % |

Fonte: Autor (2023).

Ambos os algoritmos chegaram no mesmo melhor resultado na maior parte das vezes, com 7 rodadas do SGA atingindo um resultado de menor qualidade. Uma vez que os coeficientes de variação foram muito baixos (no caso do BSA igual a zero) e a média próxima, é difícil defender a tese de que o BSA tenha um desempenho superior com base apenas nessa evidência.

Na próxima etapa da análise, considerou-se, além das restrições de deslocamento máximo dos nós, a restrição de tensão admissível detalhada no item 2.4 deste trabalho. Ao verificar a Tabela 08, onde estão expostos os resultados, percebe-se que não houve mudança no ponto ótimo encontrado pelos algoritmos.

Além disso, o padrão do BSA obter uma média melhor com um coeficiente de variação menor (nesse caso ainda igual a zero) se manteve. Uma vez que esse resultado corrobora com o anterior, isso reforça a tese de que o desempenho dessa implantação do BSA é superior à essa configuração do SGA, pelo menos para o problema em questão.

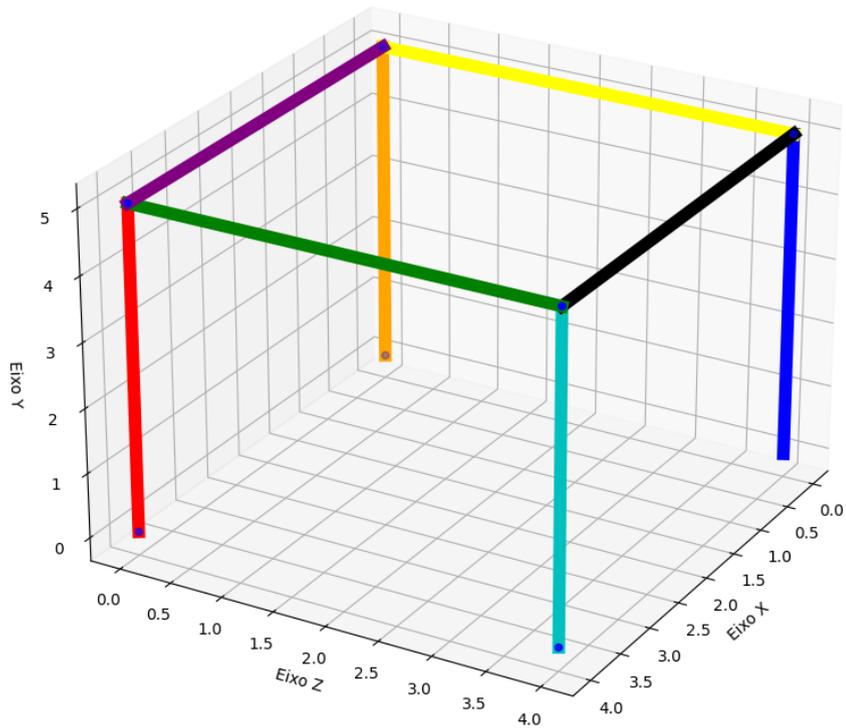
Tabela 08 - Resultados da otimização - Pórtico 1 - Análise 2

| Algoritmo | Rodadas | Iterações | Melhor | Média | Coef. Var. |
|------------------|----------------|------------------|---------------|--------------|-------------------|
| SGA | 30 | 300 | 823.62 | 832.85 | 2,01 % |
| BSA | 30 | 300 | 823.62 | 823.62 | 0,00 % |

Fonte: Autor (2023).

Em seguida, considerou-se cada elemento estrutural como um grupo de projeto. Dessa forma, é possível que cada elemento seja constituído por uma seção diferente. A Figura 18 ilustra essa situação, na qual cada cor representa uma seção transversal potencialmente diferente. Nessa estrutura, foram aplicadas ambas as restrições, tanto de deslocamentos quanto de tensões admissíveis, e o resultado das otimizações está disponível na Tabela 09.

Figura 18 - Grupos de projeto - Pórtico 1 - Análise 3



Fonte: Autor (2023).

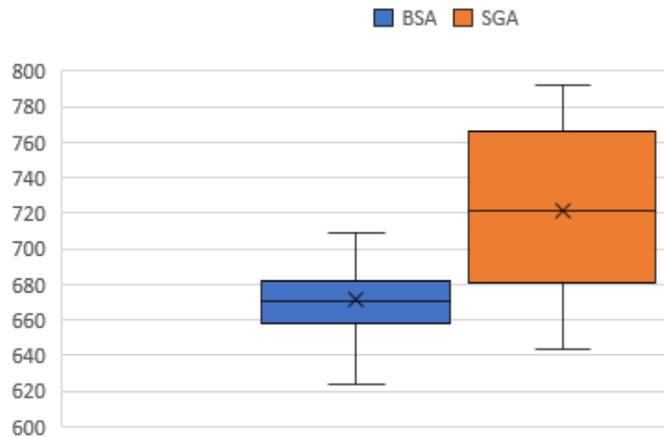
Tabela 09 - Resultados da otimização - Pórtico 1 - Análise 3

| Algoritmo | Rodadas | Iterações | Melhor | Média | Coef. Var. |
|------------|---------|-----------|--------|--------|------------|
| SGA | 30 | 300 | 643.62 | 721.46 | 5.97 % |
| BSA | 30 | 300 | 623.60 | 671.31 | 2.67 % |

Fonte: Autor (2023).

Nessa análise, uma diferença ainda mais expressiva foi verificada em relação ao desempenho dos algoritmos. Além de não alcançarem o seu ponto ótimo, há uma diferença significativa entre as médias e variações encontradas. Ambos os algoritmos obtiveram o seu ponto ótimo em apenas 1 das 30 rodadas efetuadas. Essa diferença na dispersão fica clara no box plot dos resultados, expresso na Figura 19.

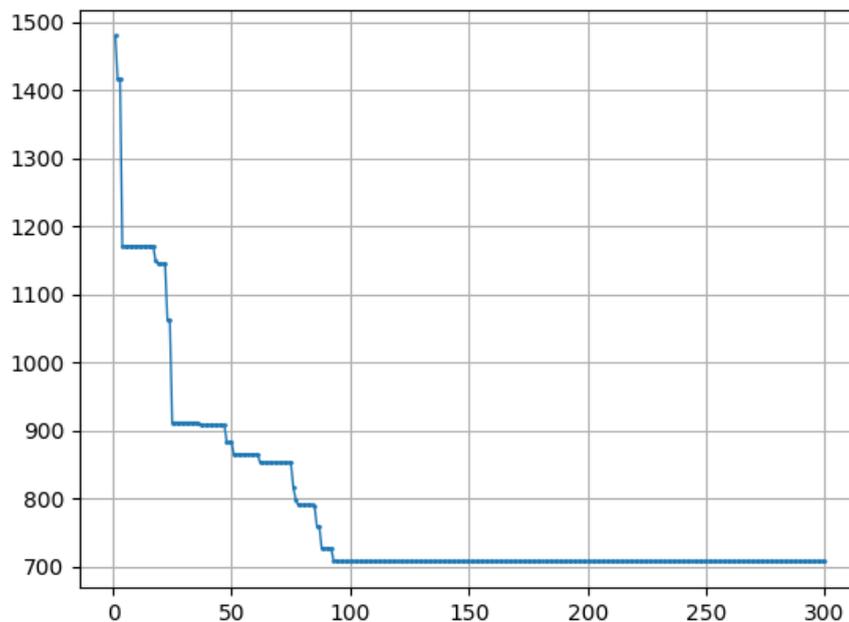
Figura 19 - Box plot - BSA x SGA - Pórtico 1 - Análise 3



Fonte: Autor (2023).

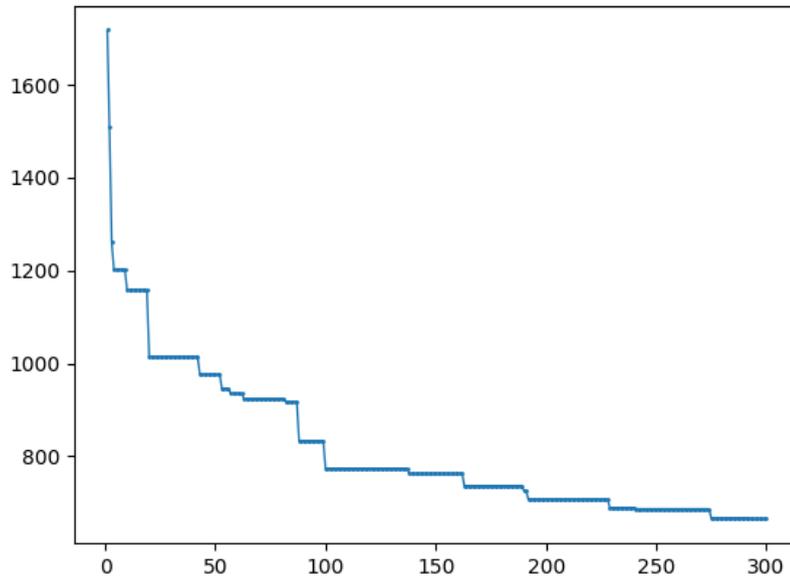
Ademais, Através das curvas de convergência, apresentadas nas Figuras 20 e 21, verifica-se também que a convergência do SGA acontece logo após a iteração número 100, enquanto o BSA segue melhorando o resultado até o fim das suas iterações. Esse conjunto de resultados também demonstra que o BSA apresenta um desempenho superior ao SGA nesse problema, e a diferença de performance é ainda mais acentuada nessa configuração com mais variáveis de projeto.

Figura 20 - Curva de convergência - SGA



Fonte: Autor (2023).

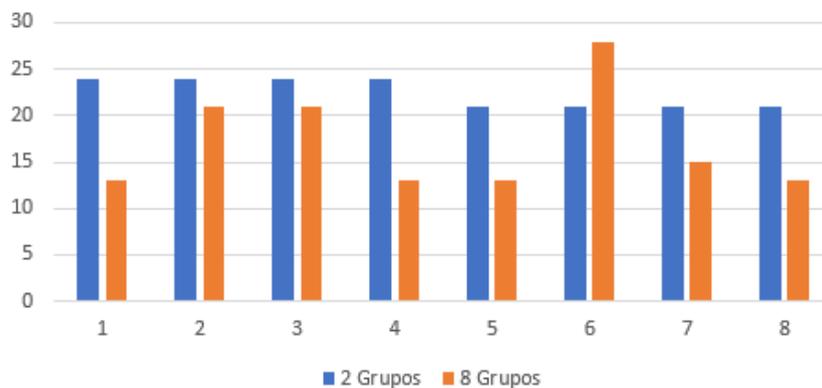
Figura 21 - Curva de convergência - BSA



Fonte: Autor (2023).

Outro resultado interessante dessa análise é a comparação entre a estrutura otimizada para 2 grupos e para 8 grupos de variáveis, conforme ilustra a Figura 22. Percebe-se que nos 4 primeiros elementos, que são os pilares, há uma diminuição do peso unitário. Nas vigas, por sua vez, houve uma redução em todos os elementos, com exceção do elemento 6. É esse o elemento que recebe diretamente a força de 15 kN, e, portanto, é dimensionado de forma mais robusta para limitar as deformações resultantes. Dessa forma, pode-se concluir que o elemento 6 é o crítico dessa configuração. Os perfis escolhidos para elemento da melhor estrutura encontrada, bem como o peso total de elemento estão disponíveis na Tabela 10.

Figura 22 - Peso unitário por elemento estrutural [kg/m]



Fonte: Autor (2023).

Tabela 10 - Melhor configuração encontrada - Pórtico 1

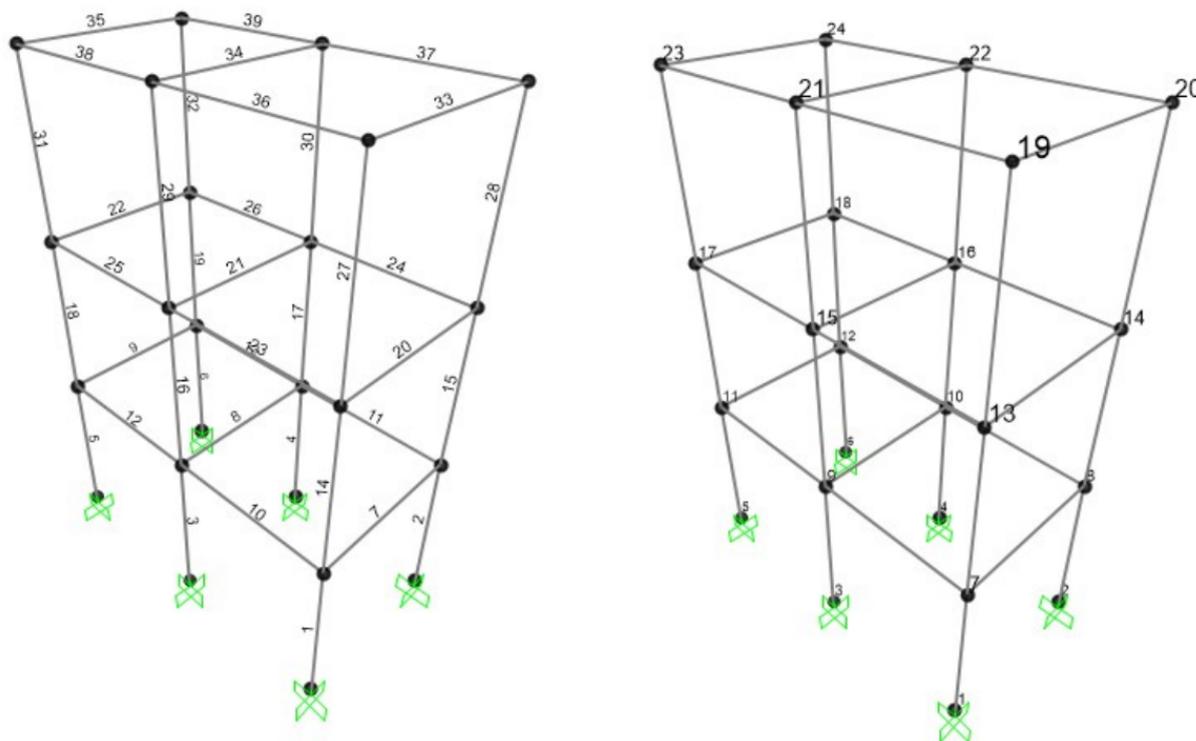
| Elemento | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Perfil | W 150 x 13,0 | W 310 x 21,0 | W 310 x 21,0 | W 150 x 13,0 | W 150 x 13,0 | W 310 x 28,3 | W 200 x 15,0 | W 150 x 13,0 |
| Peso [kg] | 65.15 | 106.76 | 106.76 | 65.15 | 52.12 | 114.61 | 60.92 | 52.12 |

Fonte: Autor (2023).

5.2.2. Pórtico 2

O segundo pórtico está presente na Figura 23. Trata-se de um exemplo um pouco maior, com 24 nós e 39 elementos, adaptado de Barbosa (2020). Entre cada elemento estrutural paralelo, há uma distância de 3m. Para as condições de apoio, foram considerados engastados os 6 inferiores: N1, N2, N3, N4, N5 e N6.

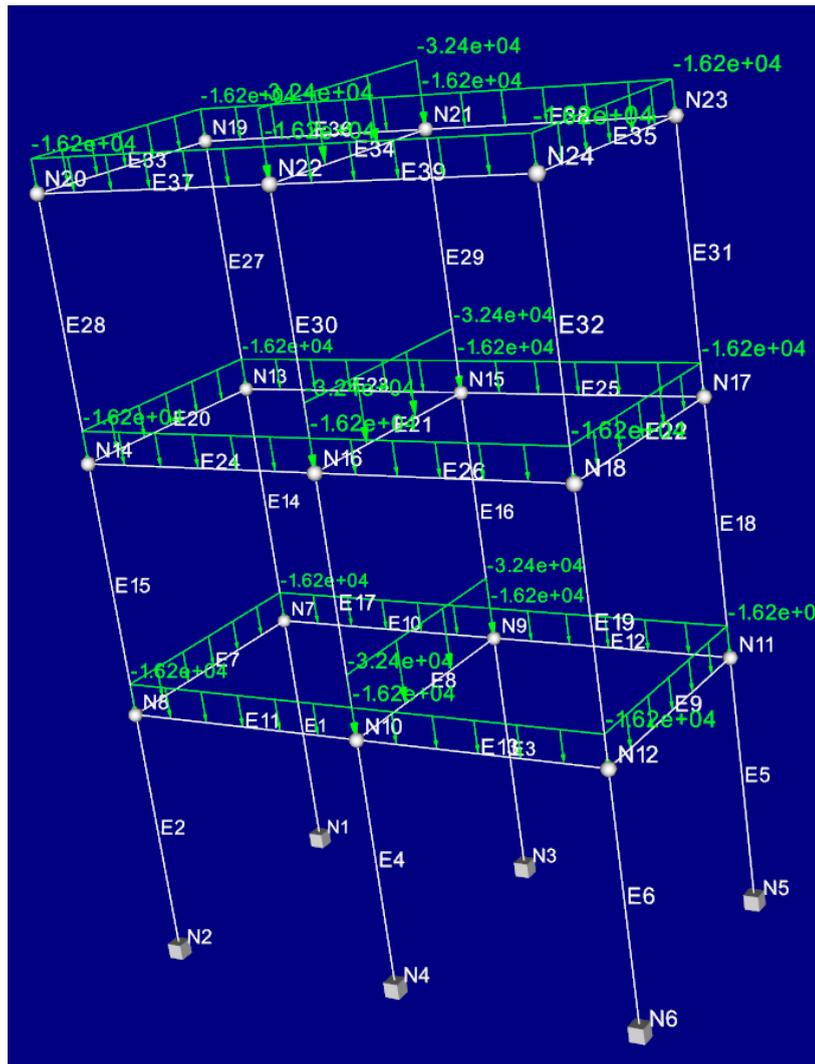
Figura 23 - Pórtico 2



Fonte: Barbosa (2020).

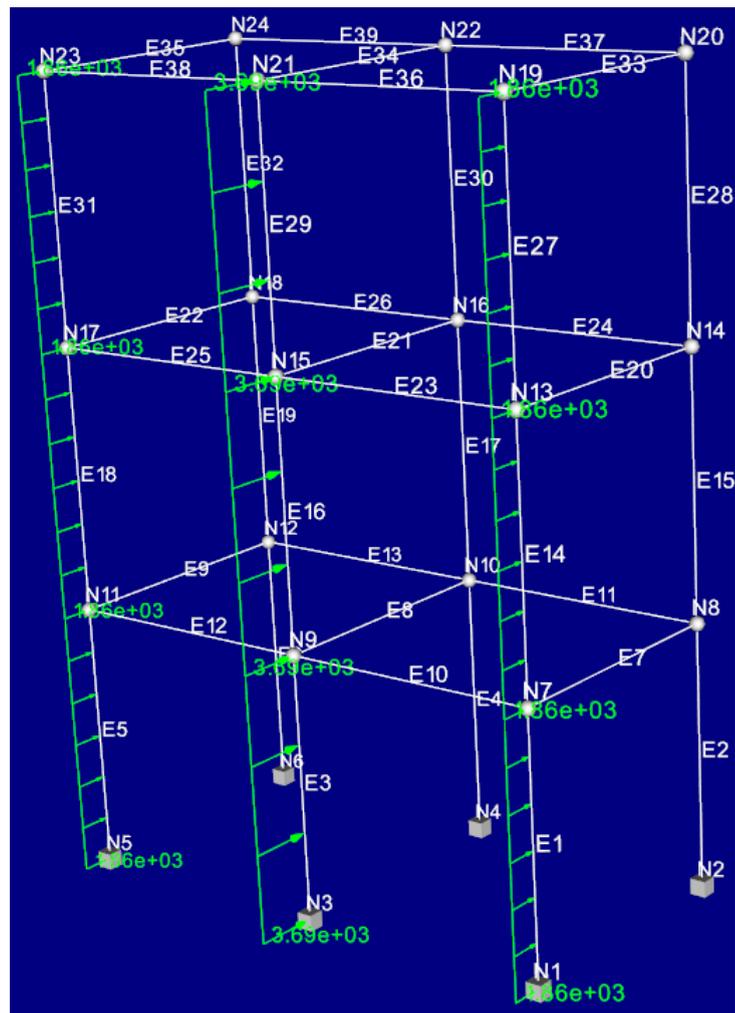
Esse pórtico é constituído do mesmo material presente no exemplo anterior, do item 5.2.1., e portanto apresenta as mesmas propriedades mecânicas. Quanto às condições de carregamento, esse caso apresenta uma situação mais elaborada. Estão presentes dois tipos de esforço: Cargas gravitacionais paralelas ao eixo da altura do pórtico e cargas de vento em uma das faces da estrutura, conforme ilustram as Figuras 24 e 25, respectivamente.

Figura 24 - Cargas gravitacionais - Pórtico 2



Fonte: Autor (2023).

Figura 25 - Cargas de vento - Pórtico 2



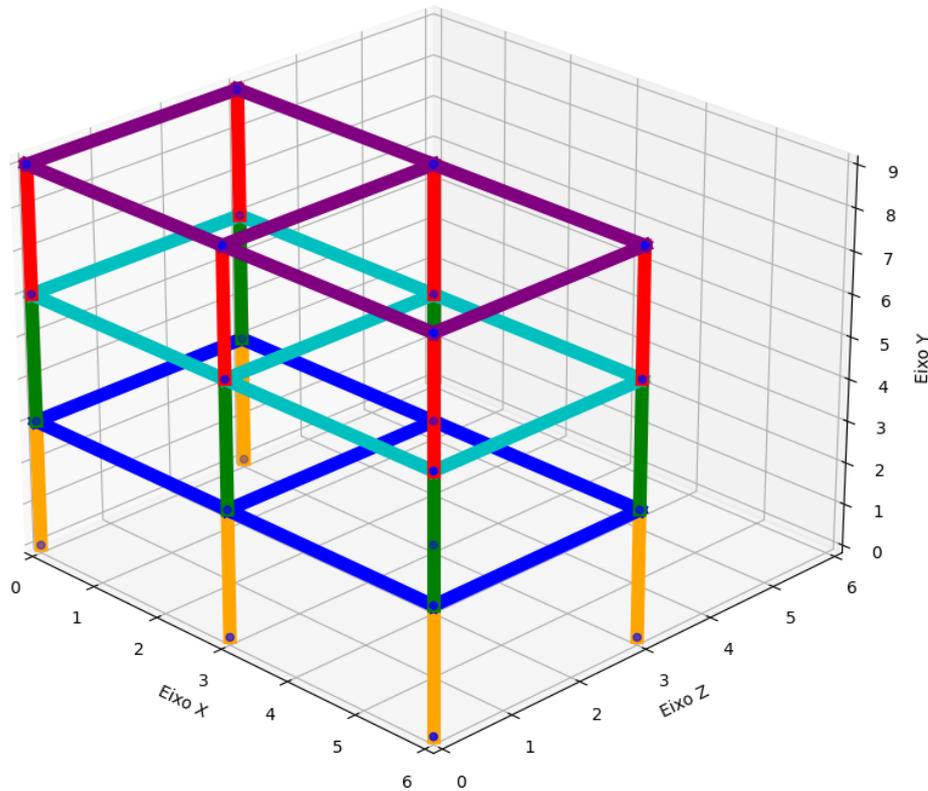
Fonte: Autor (2023).

Para as cargas gravitacionais, considerou-se uma carga básica de 5,4 kN para as vigas de bordo, e 10,8 kN para as vigas centrais, uma vez que a posição central na estrutura tende a receber mais os carregamentos. Para as cargas de vento, foram utilizados os valores de 620 N e 1230 N para os pilares das bordas e do centro, respectivamente. Além disso, foi aplicado um fator de majoração de 3 para todos esses carregamentos. Quanto aos perfis disponíveis para a otimização, foram utilizados os presentes na Tabela 01.

Para as restrições, foram consideradas tanto as de deslocamento horizontal máximo quanto de tensão máxima admissível, assim como no último caso do item 5.2.1. Nesse contexto, foram testadas duas configurações de grupos de variáveis de

projeto. Na primeira, foram divididos os pilares e vigas por diferentes pavimentos, conforme ilustra a Figura 26. O resultado das otimizações está disponível na Tabela 11.

Figura 26 - Grupos de projeto - Pórtico 2 - Análise 1



Fonte: Autor (2023).

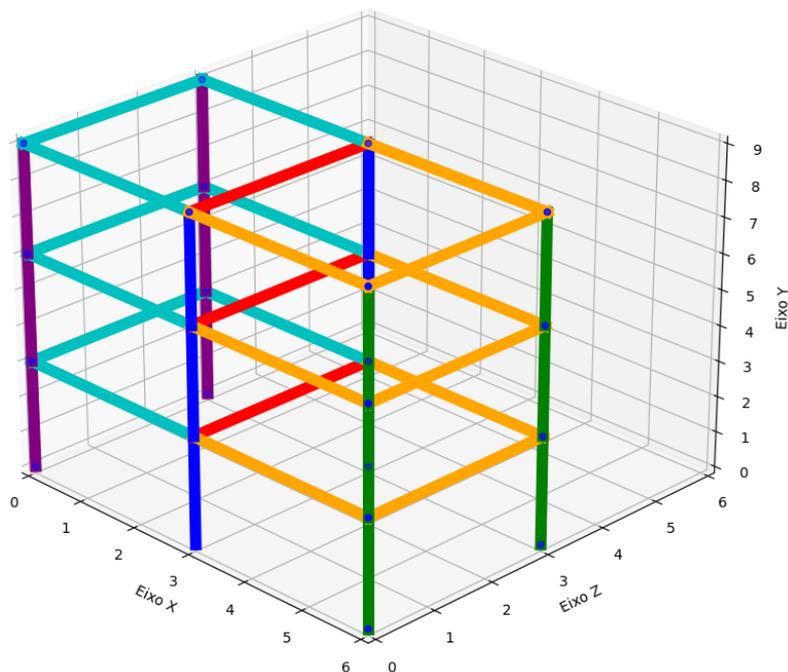
Tabela 11 - Resultados da otimização - Pórtico 2 - Análise 1

| Algoritmo | Rodadas | Iterações | Melhor | Média | Coef. Var. |
|------------|---------|-----------|---------|---------|------------|
| SGA | 20 | 200 | 3718,31 | 4127,21 | 9,86 % |
| BSA | 20 | 200 | 3780,95 | 3953,96 | 2,86 % |

Fonte: Autor (2023).

Na segunda configuração, a estrutura foi dividida de modo que os perfis fossem simétricos em relação a um plano que passa sobre as vigas centrais do pórtico, conforme mostra a Figura 27. Novamente, o resultado das otimizações pode ser visto na Tabela 12.

Figura 27 - Grupos de projeto - Pórtico 2 - Análise 2



Fonte: Autor (2023).

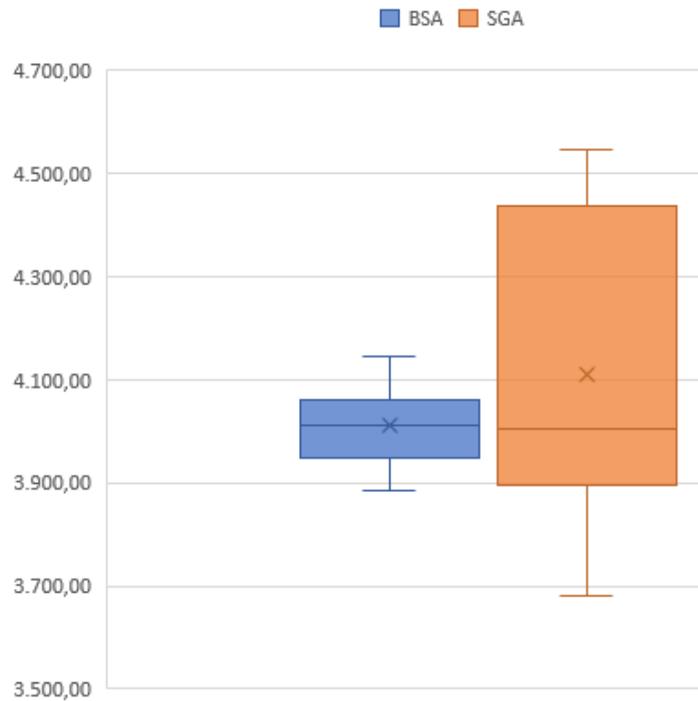
Tabela 11 - Resultados da otimização - Pórtico 2 - Análise 2

| Algoritmo | Rodadas | Iterações | Melhor | Média | Coef. Var. |
|------------|---------|-----------|---------|---------|------------|
| SGA | 20 | 200 | 3682,28 | 4108,69 | 6,69 % |
| BSA | 20 | 200 | 3884.34 | 4012.74 | 1,78 % |

Fonte: Autor (2023).

Nestes experimentos, o resultado foi misto. Apesar do BSA ter obtido uma média significativamente melhor e uma variação menor nos dois estudos, o SGA conseguiu encontrar um ponto com melhor valor da função objetivo nas duas configurações estruturais. No caso da melhor estrutura, de peso 3682,28 kg, o SGA encontrou esse resultado em apenas uma das 20 rodadas de otimização. Essa grande variabilidade nos resultados do SGA fica ainda mais evidente através da Figura 28.

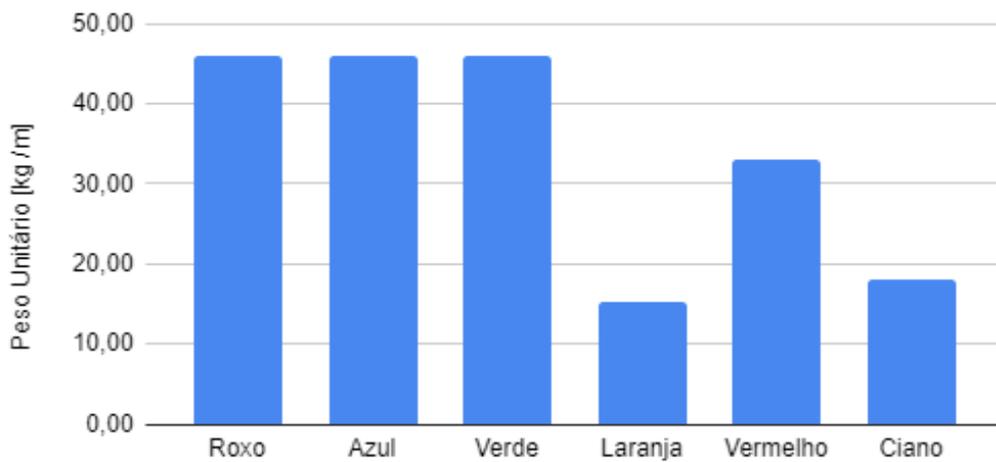
Figura 28 - Box plot - BSA x SGA - Pórtico 2 - Análise 2



Fonte: Autor (2023).

Outro aspecto da melhor estrutura encontrada que pode ser percebido através da Figura 29 é que houve uma concentração de perfis mais pesados nos pilares da estrutura.

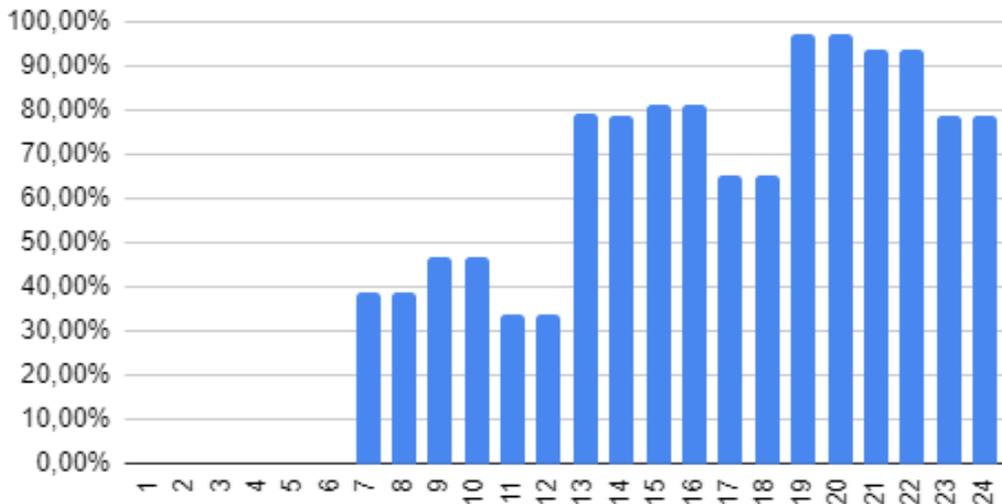
Figura 29 - Peso unitário por grupo de projeto [kg/m] - Melhor estrutura encontrada



Fonte: Autor (2023).

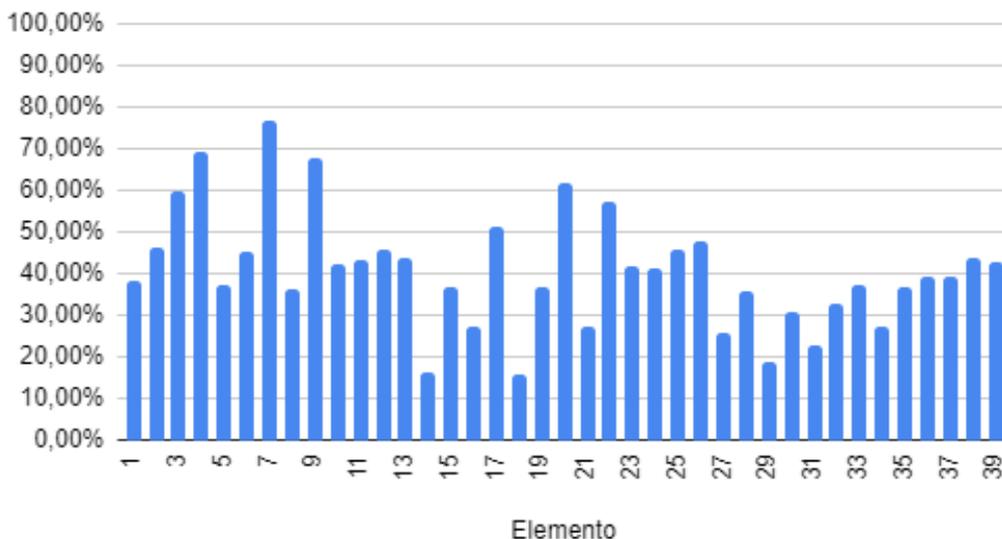
Além disso, ao verificar as Figuras 30 e 31, que demonstram o uso de deformação horizontal máxima e uso da tensão máxima, em porcentagem, percebe-se que a restrição dominante nessa configuração do problema é a de deslocamento horizontal máximo, em especial dos nós 19 ao 22. Por fim, na Tabela 13, são apresentados os perfis que obtiveram a melhor estrutura nesse problema.

Figura 30 - Deformação horizontal máxima [%] - Melhor estrutura encontrada



Fonte: Autor (2023).

Figura 31 - Tensão máxima [%] - Melhor estrutura encontrada



Fonte: Autor (2023).

Tabela 13 - Melhor configuração encontrada- Pórtico 2

| Grupo | Roxo | Azul | Verde | Laranja | Vermelho | Ciano |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Perfil | W 200 x 46,1 | W 200 x 46,1 | W 200 x 46,1 | W 200 x 15,0 | W 360 x 32,9 | W 250 x 17,9 |
| Peso [kg] | 828.00 | 828.00 | 828.00 | 411.21 | 297.45 | 489.51 |

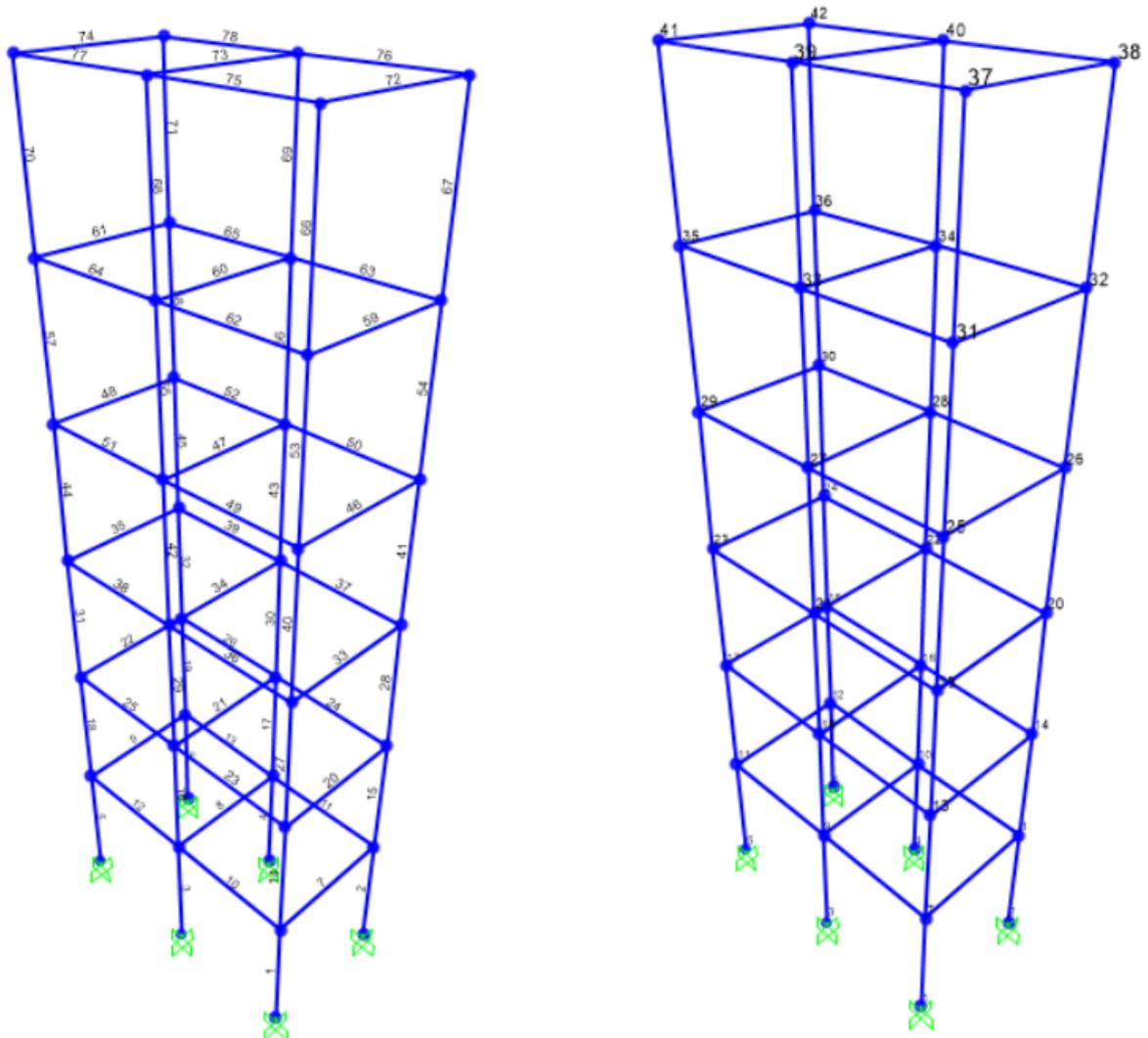
Fonte: Autor (2023).

5.2.3. Pórtico 3

O terceiro pórtico está representado na Figura 32. É um grande exemplo, com 42 nós e 78 elementos, também adaptado de Barbosa (2020). Trata-se de uma configuração análoga à do item 5.2.2., porém com 6 pavimentos em vez de 3. As condições de apoio seguem as mesmas do exemplo anterior, sendo engastados os 6 nós inferiores: N1, N2, N3, N4, N5 e N6.

O material utilizado para este pórtico é idêntico ao exemplo anterior, compartilhando as mesmas propriedades mecânicas conforme detalhado no item 5.2.1. Quanto às condições de carregamento, o novo pórtico replica a complexidade do exemplo anterior. As cargas gravitacionais continuam distribuídas com cargas uniformemente distribuídas de 10,8 kN para as vigas centrais e 5,4 kN para as vigas de bordo. Os pilares de um dos lados continuam sujeitos a cargas de vento, com valores de 620 N para os de bordo e 1230 N para os centrais. Vale ressaltar que, nesse exemplo, as cargas não foram majoradas, mas a tensão admissível máxima foi reduzida por um fator de 2.5, agora estabelecida em 100 MPa. Os perfis utilizados para otimização permanecem os mesmos, conforme detalhados na Tabela 01.

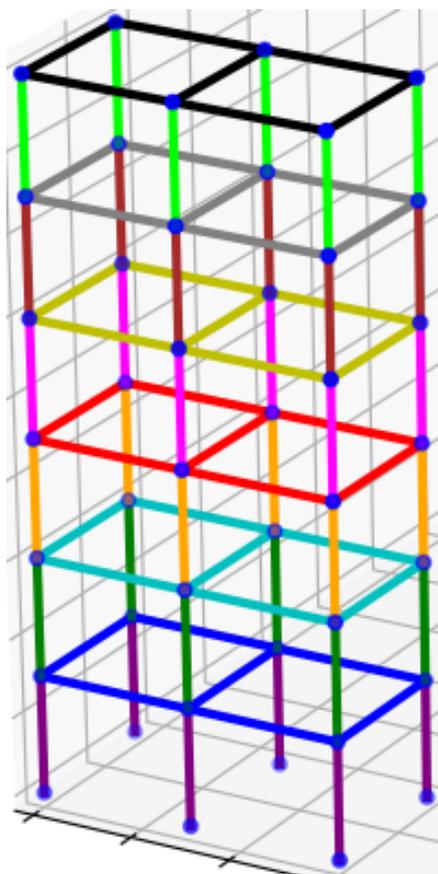
Figura 32 - Pórtico 3



Fonte: Barbosa (2020).

Em relação às restrições, este estudo considera tanto deslocamentos horizontais máximos quanto tensão máxima admissível. A abordagem de inicialmente dividir os pilares e vigas por diferentes pavimentos foi mantida, conforme ilustrado na Figura 33, sendo este o primeiro estudo de duas configurações de grupos de variáveis de projeto testadas. Dessa forma, o estudo dividiu os elementos em 12 diferentes grupos. O resultado das otimizações é apresentado na Tabela 14.

Figura 33 - Grupos de projeto - Pórtico 3 - Análise 1



Fonte: Autor (2023).

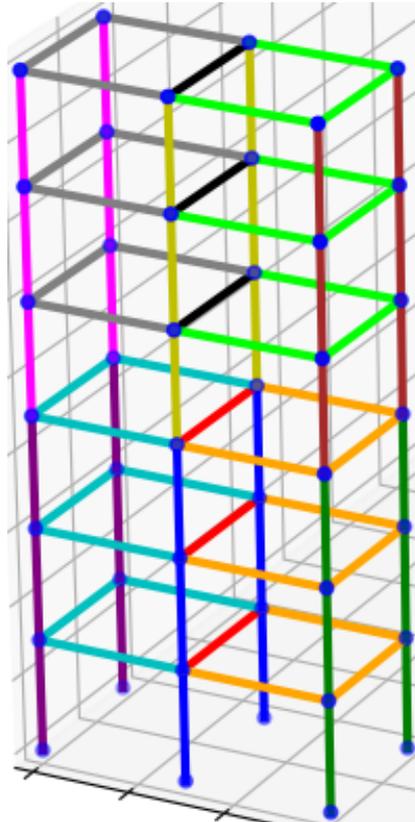
Tabela 14 - Resultados da otimização - Pórtico 3 - Análise 1

| Algoritmo | Rodadas | Iterações | Melhor | Média | Coef. Var. |
|------------|---------|-----------|---------|---------|------------|
| SGA | 20 | 200 | 7762.08 | 8726.51 | 8.25 % |
| BSA | 20 | 200 | 7151.19 | 7857.09 | 3.93 % |

Fonte: Autor (2023).

Na segunda configuração, de forma análoga ao exemplo anterior, a estrutura foi dividida de modo que os grupos de variáveis apresentassem simetria em relação a um plano que passa sobre as vigas centrais do pórtico, divididas por pavimento apenas na metade da altura total do pórtico. Isso totaliza 12 grupos diferentes, conforme mostra a Figura 34, e os resultados das otimizações estão disponíveis na Tabela 15.

Figura 34 - Grupos de projeto - Pórtico 3 - Análise 2



Fonte: Autor (2023).

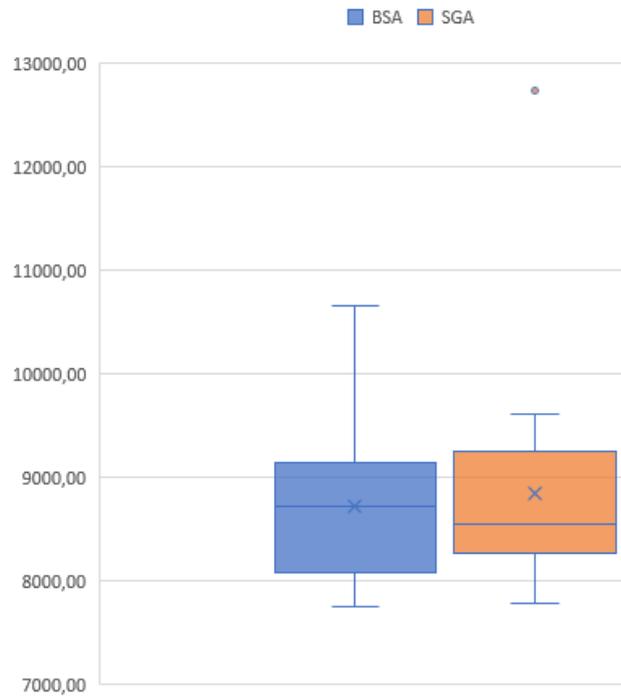
Tabela 15 - Resultados da otimização - Pórtico 3 - Análise 2

| Algoritmo | Rodadas | Iterações | Melhor | Média | Coef. Var. |
|------------|---------|-----------|---------|---------|------------|
| SGA | 20 | 200 | 7787.04 | 8848.84 | 11.81 % |
| BSA | 20 | 200 | 7252.93 | 7786.73 | 4.08 % |

Fonte: Autor (2023).

Neste conjunto de experimentos, o BSA apresentou resultado superior ao SGA em todos os parâmetros: Melhor ponto ótimo, melhor média e coeficiente de variação significativamente menor. Ao analisar o box plot dos resultados, presente na Figura 35, é possível verificar que apesar do SGA ter apresentado resultados mais próximos, também teve um resultado máximo mais discrepante dos outros, com uma estrutura pesando quase 13000 kg. O BSA, apesar de ter apresentado mais variação nos resultados, conseguiu melhores valores.

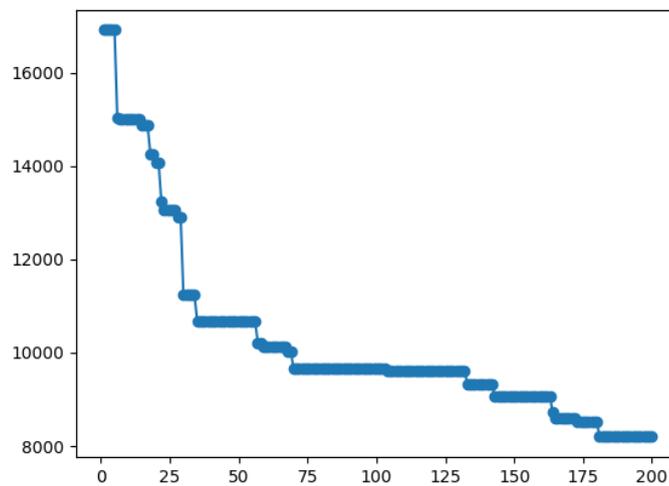
Figura 35 - Box plot - BSA x SGA - Pórtico 3 - Análise 1



Fonte: Autor (2023).

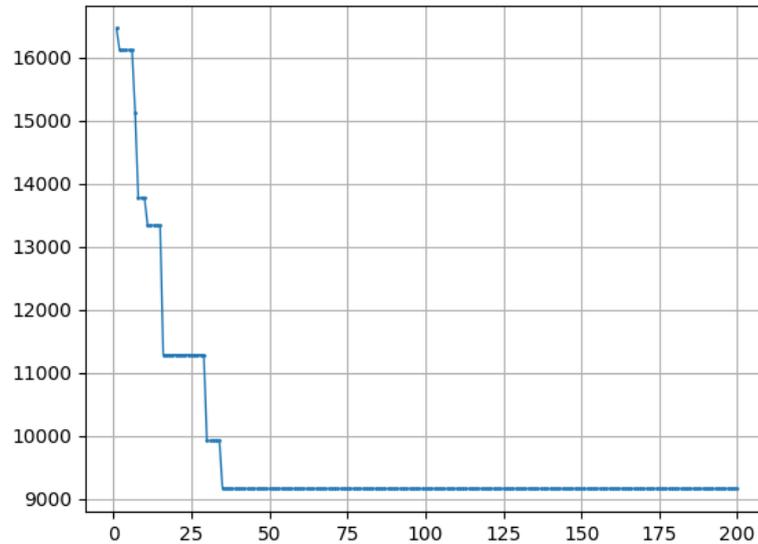
As curvas de convergência de uma rodada típica, disponíveis nas Figuras 36 e 37, demonstram que evidentemente, para o BSA, o número de iterações não foi suficiente para a sua convergência completa. Entretanto, a comparação ainda é válida, uma vez ambos os algoritmos avaliaram a função objetivo o mesmo número de vezes, tendo assim o mesmo custo computacional.

Figura 36 - Curva de convergência - BSA



Fonte: Autor (2023)

Figura 37 - Curva de convergência - SGA

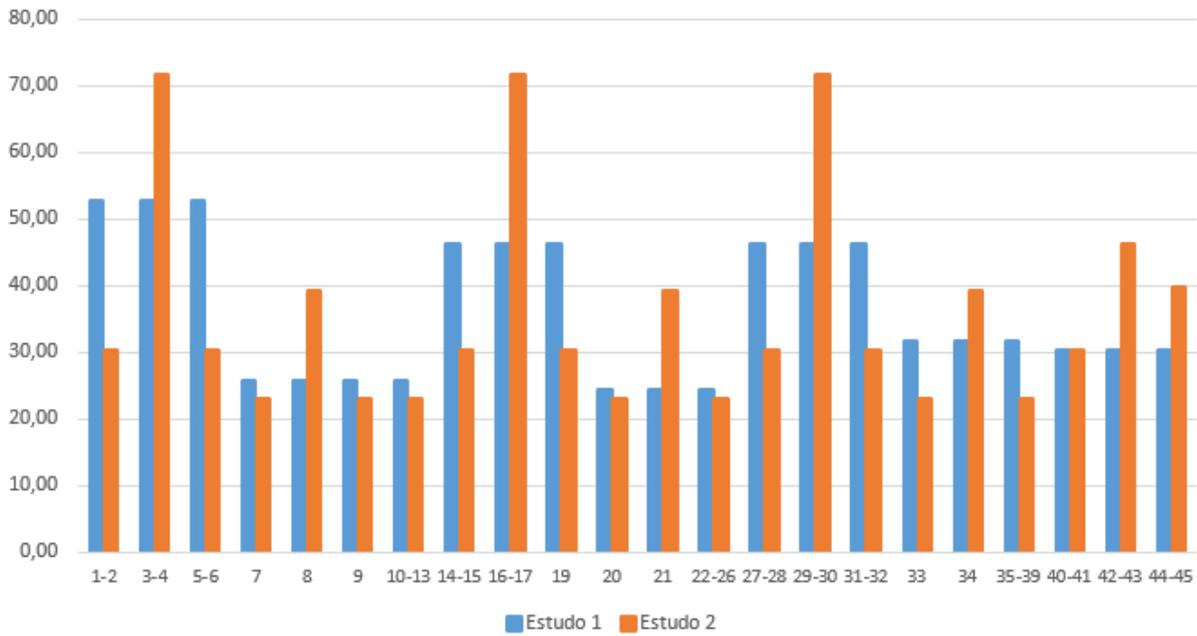


Fonte: Autor (2023).

É interessante também comparar as melhores estruturas de cada estudo através das Figuras 38 e 39 que representam o peso unitário de cada elemento, expresso em kg/m. Percebe-se que no estudo 1, quando os grupos foram divididos por pavimentos, os elementos que foram significativamente mais pesados ficaram concentrados entre os elementos 1-6, 14-19, e 27-32, que são os pilares do térreo, 1º pavimento e 2º pavimento. Isso indica que essa configuração priorizou a resistência nos pilares dos pavimentos inferiores.

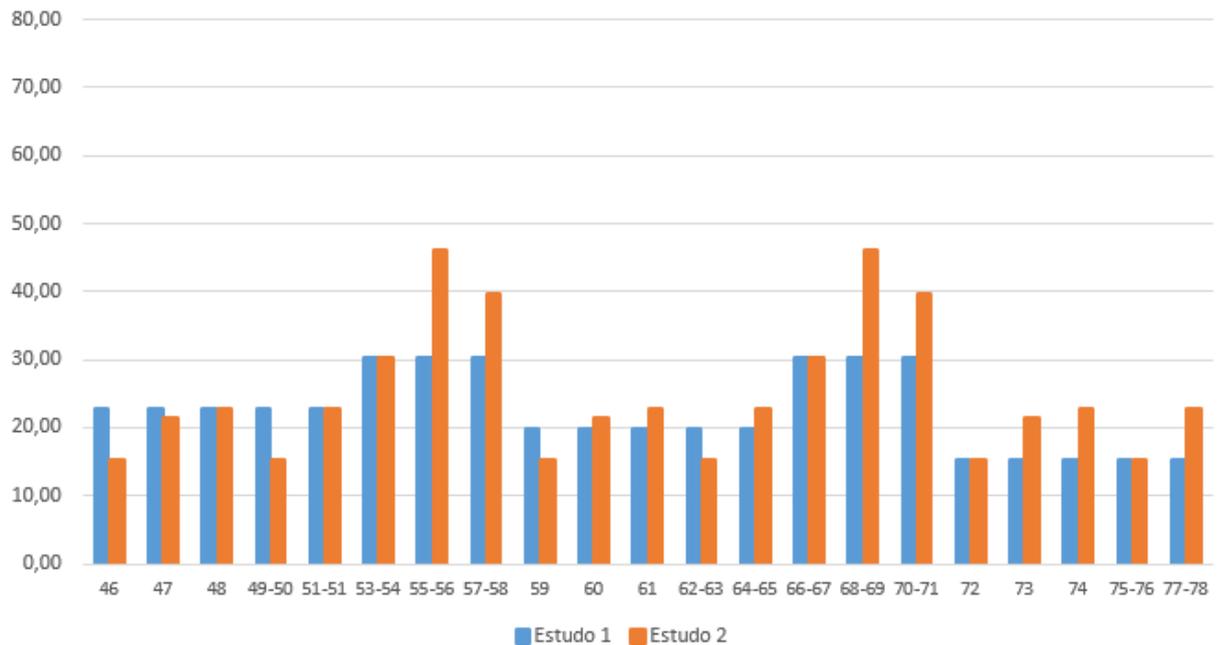
Na configuração do estudo 2, por outro lado, houve uma concentração de perfis mais robustos nos elementos 3-4, 16-17 e 29-30, que são os pilares centrais dos 3 primeiros pavimentos. Também foram utilizados perfis mais pesados nos pilares centrais dos pavimentos superiores, nos elementos 42-43, 55-56 e 68-69, mas a diferença foi menos acentuada. Dessa forma, é evidente que um dos motivos da estrutura do estudo 1 ser mais eficiente é o fato de que, conforme os pavimentos sobem, pode-se utilizar perfis cada vez mais esbeltos, diminuindo o peso total da estrutura.

Figura 38 - Peso unitário por elemento [kg/m] - elementos 1 ao 45



Fonte: Autor (2023).

Figura 39 - Peso unitário por elemento [kg/m] - elementos 46 ao 78



Fonte: Autor (2023).

Por fim, verifica-se a melhor estrutura encontrada, cujos perfis e pesos por grupo estão descritos na Tabela 16. Na Figura 40 são representadas as tensões

máximas por elemento, em porcentagem da tensão admissível. É possível notar que os elementos mais solicitados ficam por volta dos 90,00%, e que não há exatamente um padrão nas tensões, uma vez que há vigas e pilares entre os elementos mais solicitados. Já na Figura 41, na qual são explícitas as deformações máximas em porcentagem da deformação admissível, percebe-se que as maiores deformações de fato ocorrem nos elementos dos pavimentos superiores, conforme o esperado, uma vez que estão mais distantes dos pontos de apoio da estrutura. Essas deformações máximas ficam na casa dos 85% da deformação admissível.

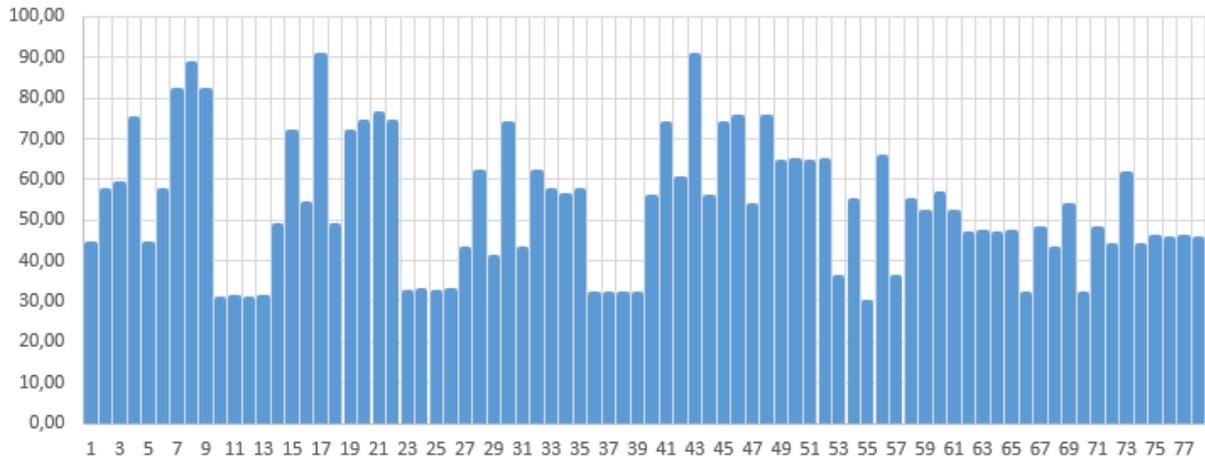
Esse conjunto de resultados expõe que, nesse problema, ambas as restrições foram importantes para a definição da estrutura ótima, o que aconteceu devido à redução da tensão admissível de 250,00 MPa para 100,00 MPa.

Tabela 16 - Melhor configuração encontrada - Pórtico 3

| Grupo | Roxo | Verde | Laranja | Rosa | Marrom | Limão |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Perfil | W 200 x 52,0 | W 200 x 46,1 |
| Peso [kg] | 945,36 | 828 | 828 | 543,96 | 543,96 | 543,96 |
| Grupo | Azul | Ciano | Vermelho | Amarelo | Cinza | Preto |
| Perfil | W 250 x 25,3 | W 310 x 23,8 | W 200 x 31,3 | W 250 x 22,3 | W 200 x 19,3 | W 200 x 15,0 |
| Peso [kg] | 537,39 | 506,1 | 664,44 | 476,49 | 413,7 | 319,83 |

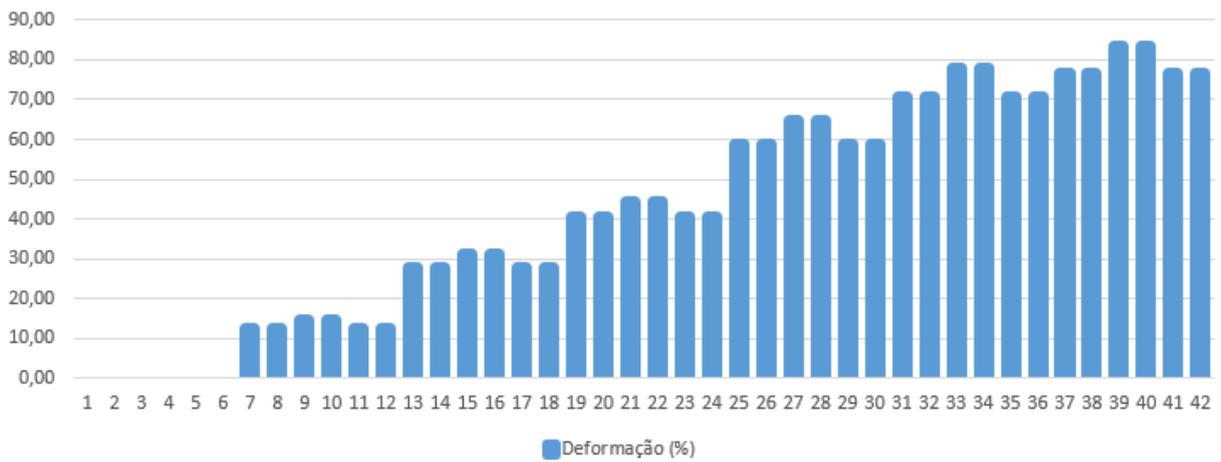
Fonte: Autor (2023).

Figura 40 - Tensão máxima por elemento [%]



Fonte: Autor (2023).

Figura 41 - Deformação máxima por elemento [%]



Fonte: Autor (2023).

6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Através desse trabalho, pode-se verificar que a aplicação de algoritmos metaheurísticos em problemas de otimização de pórticos espaciais é uma boa alternativa para a obtenção de estruturas mais bem adaptadas. Foi observada a grande importância da comparação entre algoritmos ser feita através de uma análise estatística, uma vez que os resultados tiveram grandes variações dependendo da rodada de otimização em questão para ambos os algoritmos, especialmente nos problemas mais elaborados.

A análise dos pórticos espaciais proporcionou diversas considerações interessantes. No Pórtico 1, o BSA se destacou na configuração do problema com mais grupos de variáveis. Nos Pórticos 2 e 3, a investigação expandiu-se, revelando nuances na otimização de estruturas mais complexas. No Pórtico 2, o SGA alcançou pontos ótimos superiores em algumas configurações, mas o BSA demonstrou consistência na obtenção de resultados melhores em média e menor variabilidade. No Pórtico 3, o BSA manteve sua tendência de desempenho superior, indicando sua melhor aplicabilidade em estruturas mais intrincadas. Dessa forma, para problemas de pórticos espaciais similares aos estudados nesse trabalho, recomenda-se o uso do BSA em relação ao SGA.

Este trabalho também destaca a importância das considerações a respeito dos grupos de variáveis. A definição de como agrupar os elementos estruturais se mostrou uma decisão determinante nas estruturas ótimas encontradas, e é um aspecto que ainda pode ser investigado de forma mais minuciosa em outros trabalhos.

Outro ponto que merece destaque em trabalhos futuros é a aplicação de outras formas de penalização para soluções que violem alguma das restrições. Uma comparação no tratamento entre estruturas de pórticos e treliças e como essa diferença afeta a otimização também é uma área de pesquisa que pode ser explorada. Por fim, a otimização dos parâmetros dos algoritmos por algum método mais elaborado que a tentativa e erro também pode ajudar a obter resultados ainda melhores.

REFERÊNCIAS

ALEXANDRE, Landerson Morais et al. **Otimização da Gestão do Pátio de Manobras Ferroviárias Utilizando a Meta-Heurística Grasp**. In: XXXIII Congresso ANPET, ANPET. 2019.

ANTONIO J. M. FERREIRA. **MATLAB Codes for Finite Element Analysis: Solids and Structures**. Springer, New York, 2009.

AZEEZ, Mohammed Nooruldeen; ALSAFFAR, Angham. **Construction Time-Cost Optimization Modeling Using Ant Colony Optimization**. *Journal of Engineering*, v. 20, 2014.

BARBARESCO, Guilherme Marques. **Otimização de problemas de engenharia utilizando o algoritmo da competição imperialista (ICA)**. 2014.

BARBOSA. Cláudio Horta de Resende. **Otimização estrutural de pórticos espaciais de aço via algoritmos de evolução diferencial**. 2020.

CARRARO, Felipe. **Otimização estrutural de pórticos planos utilizando o algoritmo SGA**. 2015.

DA FONSECA, Marcelo. **Otimização de estruturas treliçadas planas e espaciais sob carregamentos estáticos e dinâmicos, usando algoritmos genéticos e redes neurais**. 2007. 212p. Master's thesis, Universidade Federal de Ouro Preto, 2007.

FAYAD, Hala; PERALTA, Richard C.; FORGHANI, Ali. **Optimizing Reservoir-Stream-Aquifer Interactions for Conjunctive Use and Hydropower Production**. *Advances in Civil Engineering*, p. 1-10, 2012.

GONÇALVES, M. S.; LOPEZ, R. H.; MIGUEL, L. F. F. **Search group algorithm: A new metaheuristic method for the optimization of truss structures**. *Computers and Structures*, v. 153, p. 165–184, 2015.

GONZALEZ, Teofilo F. **Handbook of approximation algorithms and metaheuristics**. 1. ed. Santa Barbara: [s.n.], 2007.

GERDAU. **Catálogo Perfil I e U**. Gerdau. Disponível em: <https://www2.gerdau.com.br/publicacao/perfis-estruturais-gerdau-informacoes-tecnicas/>. Acesso em: 3 jul. 2023.

HWANG, Un Rau Gabriel Panasowicz et al. **Otimização estrutural e geotécnica de um muro de contenção com o uso do search group algorithm.** 2016.

JWOCK82. **PyNite.** Disponível em: <https://github.com/JWock82/PyNite#whats-new>. Acesso em 12 nov. 2023.

MACHADO, Enéas Souza. **Utilização da metaheurística do recozimento simulado na otimização do planejamento de sistemas regionais de tratamento de efluentes e sua expansão da capacidade.** 2009. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

MUTZ, Ana Paula Martins Guimarães; RESENDO, Leandro Colombi; DE ALVARENGA ROSA, Rodrigo. **Otimização do Problema de Colheita Florestal Utilizando um Algoritmo Genético.** 2019.

NÁGERA, Maico Junior Brum. **Otimização paramétrica de estruturas reticuladas do tipo pórticos tridimensionais utilizando algoritmo TLBO modificado.** 2020.

RAO, SINGIRESU S. **Engineering optimization: Theory and Practice.** 3. ed. Indiana: [s.n.], 1996.

SIMON, Pedro Antônio Roldão. **Utilização do Search Group Algorithm para a otimização dimensional, geométrica e topológica de treliças planas em Python.** 2022.

YANG, Xin-She. **Engineering optimization: an introduction with metaheuristic applications.** John Wiley & Sons, 2010.