



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE AUTOMAÇÃO E
SISTEMAS

Robinson Joel Ten-Caten

Estimação de Atitude em Nanosatélites Utilizando Filtro de Kalman

Florianópolis
2024

Robinson Joel Ten-Caten

Estimação de Atitude em Nanosatélites Utilizando Filtro de Kalman

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de mestre em Engenharia de Automação e Sistemas.

Orientador: Prof. Daniel Ferreira Coutinho, Dr.

Coorientador: Prof. Eduardo Augusto Bezerra, Dr.

Florianópolis

2024

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.
Dados inseridos pelo próprio autor.

Ten-Caten, Robinson Joel

Estimação de Atitude em Nanosatélites Utilizando Filtro de Kalman / Robinson Joel Ten-Caten ; orientador, Daniel Ferreira Coutinho, coorientador, Eduardo Augusto Bezerra, 2024.

72 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas, Florianópolis, 2024.

Inclui referências.

1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2. Filtro de Kalman Estendido. 3. Determinação de Atitude. 4. Adaptação da Matriz de Covariância. 5. CubeSat. I. Coutinho, Daniel Ferreira. II. Bezerra, Eduardo Augusto. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas. IV. Título.

Robinson Joel Ten-Caten

Estimação de Atitude em Nanosatélites Utilizando Filtro de Kalman

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Daniel Ferreira Coutinho, Dr.
UFSC/Florianópolis

Prof. Anderson Wedderhoff Spengler, Dr.
UFSC/Joinville

Prof. Eugênio de Bona Castelan, Dr.
UFSC/Florianópolis

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Engenharia de Automação e Sistemas.

Coordenação do Programa de
Pós-Graduação

Prof. Daniel Ferreira Coutinho, Dr.
Orientador

Florianópolis, 2024.

AGRADECIMENTOS

A todos que de alguma forma apoiaram o desenvolvimento desse trabalho, especialmente ao Professor Doutor Daniel Ferreira Coutinho, meu orientador, por ter acolhido o tema da pesquisa e pelo seu constante incentivo e esforço durante essa jornada. Agradeço também o Laboratório de Pesquisas Espaciais da UFSC (SpaceLab) e seu coordenador Professor Pós-Doutor Eduardo Augusto Bezerra, aqui também como coorientador, pela oportunidade de contribuir na pesquisa espacial com pequenos satélites. A execução desse trabalho também só foi possível devido ao apoio dos colegas herdados da graduação. Obrigado pela força nessa missão, Joel Schneider, Leonardo J. Fiori, Matheus Sachet e Samuel H. Franz. Ao final, agradeço a CAPES-PROEX pelo incentivo financeiro disponibilizado durante a pesquisa.

*“Be brave, be curious, be determined, overcome the odds.
It can be done.”*

(HAWKING, 2018)

RESUMO

Ao final da década de noventa, com a criação do conceito de *CubeSats*, as pesquisas espaciais em universidades expandiram seu horizonte devido a diminuição dos custos relacionados ao desenvolvimento e lançamento ao espaço, tornando mais acessível o teste de sistemas eletrônicos e de controle em ambiente espacial. Dentro desse contexto, o ADS (*Attitude Determination System*) é o sistema responsável por estimar a atitude (ou orientação) do satélite no espaço e é um tópico de destaque na área espacial pois desempenha um papel fundamental no sistema de controle de atitude do satélite. Considerando a relevância desse tema, nesse trabalho, estudou-se um estimador de estados baseado na combinação do algoritmo QUEST com um Filtro de Kalman. O QUEST realizou uma etapa de pré-processamento dos sinais provenientes dos sensores embarcados no satélite, convertendo a informação medida em quatérnios que descrevem a orientação do satélite em relação ao referencial inercial. Devido à natureza não linear do modelo matemático que descreve a dinâmica da orientação e das velocidades de rotação do satélite, propôs-se a utilização de um filtro de Kalman Estendido Adaptativo (AEKF), onde a matriz de covariância do ruído de medição é adaptada conforme a norma do erro de estimação. A partir da informação da orientação proveniente do QUEST, o AEKF realiza a estimativa final dos estados avaliando a cada iteração a existência (ou não) de falhas nos sensores. Testes obtidos através de um simulador de satélites consagrado na literatura indicaram uma redução significativa no erro de estimação em condições de falhas de sensores (i.e., situações com ruído de medição excessivo). Paralelamente, avaliou-se também o desempenho de outros observadores como o tradicional Filtro de Kalman Estendido (EKF) e o Filtro de Kalman Robusto (RKF) para a aplicação de determinação de atitude, entretanto, o EKF e o RKF apresentaram um desempenho inferior em relação ao AEKF em situações de ruído excessivo na medição.

Palavras-chave: Determinação de atitude. Filtro de Kalman Estendido. Adaptação da matriz de covariância. *CubeSats*.

ABSTRACT

In the late 1990s, the advent of CubeSats revolutionized space research in universities by drastically reducing the costs associated with satellite development and space launch. This breakthrough made it more feasible to conduct tests on electronic and control systems in the space environment. Within this context, the ADS (Attitude Determination System) is the system responsible for estimating the attitude (or orientation) of the satellite in space and is a prominent topic in the space sector because it plays a fundamental role in the satellite's attitude control system. Considering the relevance of this topic, this study investigates a state estimator that combines the QUEST algorithm with a Kalman Filter. The QUEST algorithm preprocesses signals from satellite sensors, converting the measured information into quaternions that describe the satellite orientation relative to the inertial reference frame. Given the nonlinear nature of the mathematical model describing the dynamics of the satellite orientation and rotational velocities, we propose the use of an Adaptive Extended Kalman Filter (AEKF). The AEKF adapts the covariance matrix of measurement noise based on the norm of the estimation error. Utilizing the orientation information obtained from QUEST, the AEKF performs the final state estimation while assessing the presence or absence of sensor faults at each iteration. Tests conducted using a widely-recognized satellite simulator in the literature reveal a significant reduction in estimation error, particularly under conditions of sensor faults characterized by excessive measurement noise. Simultaneously, we evaluated the performance of other observers, including the traditional Extended Kalman Filter (EKF) and the Robust Kalman Filter (RKF), for attitude determination applications. However, the EKF and RKF demonstrated inferior performance compared to the AEKF, especially in scenarios involving excessive measurement noise.

Keywords: Attitude Determination System. Extended Kalman Filter. Covariance Matrix Adaptation. CubeSats.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Possíveis formações de <i>CubeSats</i>	14
Figura 2 – Satélite FloripaSat-1 (1U) à esquerda e SERPENS-I (3U) à direita	15
Figura 3 – Diagrama do sistema de Determinação de Atitude e Controle	15
Figura 4 – Topologia utilizada para determinação de atitude	16
Figura 5 – Sistema de coordenadas de referência ECI	25
Figura 6 – Equinócio Vernal	25
Figura 7 – Sistema de coordenadas do corpo em órbita	26
Figura 8 – Rotação entre os <i>frames</i>	27
Figura 9 – Rotação por quatérnios	30
Figura 10 – Etapas do Filtro de Kalman	36
Figura 11 – Determinação de atitude utilizando a abordagem tradicional	39
Figura 12 – Determinação de atitude utilizando a abordagem não-tradicional	39
Figura 13 – Software 42SS para simulação de <i>CubeSat</i> 3U	50
Figura 14 – Fluxo de dados na simulação	50
Figura 15 – Trajeto orbital simulado	51
Figura 16 – Sinal do magnetômetro triaxial	53
Figura 17 – Sinal combinado dos sensores solares	53
Figura 18 – Ruído injetado aos quatérnios utilizados como medidas pelos Filtros de Kalman estudados	55
Figura 19 – Estimativa dos quatérnios comparando EKF e RKF	55
Figura 20 – Estimativa das velocidades angulares comparando EKF e RKF	56
Figura 21 – Erro do ângulo principal comparando EKF e RKF	56
Figura 22 – Erro absoluto de estimativa das velocidades angulares comparando EKF e RKF	57
Figura 23 – Estimativa dos quatérnios comparando EKF e AEKF	58
Figura 24 – Estimação do quatérnio q_0 durante a Falha 1 comparando EKF e AEKF	58
Figura 25 – Estimativa das velocidades angulares comparando EKF e AEKF	59
Figura 26 – Erro do ângulo principal comparando EKF e AEKF	60
Figura 27 – Erro absoluto de estimativa das velocidades angulares comparando EKF e AEKF	61
Figura 28 –	61
Figura 29 – Estimativa dos quatérnios comparando AEKF-MC e AEKF-SC	62
Figura 30 – Estimativa das velocidades angulares comparando AEKF-MC e AEKF-SC	63
Figura 31 – Erro do ângulo principal comparando AEKF-MC e AEKF-SC	63
Figura 32 – Erro absoluto de estimativa das velocidades angulares comparando AEKF-MC e AEKF-SC	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Principais referências	21
Tabela 2 – Comparativo dos erros de estimação dos estados entre EKF e AEKF	59
Tabela 3 – Comparativo dos erros absolutos entre EKF e AEKF	60

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACS	Sistema de Controle de Atitude (do inglês, <i>Attitude Control System</i>)
ADCS	Sistema de Determinação e Controle de Atitude (do inglês, <i>Attitude Determination and Control System</i>)
ADS	Sistema de Determinação de Atitude (do inglês, <i>Attitude Determination System</i>)
AEKF	Filtro de Kalman Estendido Adaptativo (do inglês, <i>Adaptive Extended Kalman Filter</i>)
CSS	Sensor Solar Não-Refinado (do inglês, <i>Coarse Sun Sensor</i>)
DCM	Matriz dos Cossenos Diretores (do inglês, <i>Director Cosine Matrix</i>)
ECEF	Sistema de Coordenadas de Referência Centrado na Terra (do inglês, <i>Earth-Centered, Earth-Fixed</i>)
ECI	Sistema de Coordenadas de Referência Inercial (do inglês, <i>Earth-Centered Inertial</i>)
EKF	Filtro de Kalman Estendido (do inglês, <i>Extended Kalman Filter</i>)
ESQO	Estimador do Quatérnio Ótimo (do inglês, <i>ESTimator of the Optimal Quaternion</i>)
FOAM	Matriz de Atitude Ótima Rápida (do inglês, <i>Fast Optimal Attitude Matrix</i>)
FTEKF	Filtro de Kalman Estendido Tolerante à Falhas (do inglês, <i>Fault Tolerant Extended Kalman Filter</i>)
KF	Filtro de Kalman (do inglês, <i>Kalman Filter</i>)
LEO	Órbita Baixa Terrestre (do inglês, <i>Low-Earth Orbit</i>)
MEKF	Filtro de Kalman Estendido Multiplicativo (do inglês, <i>Multiplicative Extended Kalman Filter</i>)
NASA	Administração Nacional da Aeronáutica e Espaço (do inglês, <i>National Aeronautics and Space Administration</i>)
QUEST	Estimador de Quatérnios (do inglês, <i>QUaternion ESTimator</i>)
REKF	Filtro de Kalman Estendido Robusto (do inglês, <i>Robust Extended Kalman Filter</i>)
REQUEST	Estimador de Quatérnios Recursivo (do inglês, <i>REcursive QUaternion Estimator</i>)
RKF	Filtro de Kalman Robusto (do inglês, <i>Robust Kalman Filter</i>)
RMSE	Raiz do Erro Quadrático Médio (do inglês, <i>Root Mean Square Error</i>)
RUKEF	Filtro de Kalman <i>Unscented</i> Robusto (do inglês, <i>Robust Unscented Kalman Filter</i>)
SFM	Método "ponto a ponto" (do inglês, <i>Single Frame Method</i>)
SSF	Fator de Escala Único (do inglês, <i>Single Scaling Factor</i>)

SVD	Decomposição em Valores Singulares (do inglês, <i>Single Value Decomposition</i>)
TAM	Magnetômetros Triaxiais (do inglês, <i>Tri-Axial Magnetometer</i>)
TRIAD	Determinação de Atitude Triaxial (do inglês, <i>Tri-axial Attitude Determination</i>)
UKF	Filtro de Kalman <i>Unscented</i> (do inglês, <i>Unscented Kalman Filter</i>)
USQUE	Estimador de Quatérnios <i>Unscented</i> (do inglês, <i>Unscented QUaternion Estimator</i>)

LISTA DE SÍMBOLOS

$\cos(\alpha)$	Operação trigonométrica cosseno do ângulo α
$\sin(\alpha)$	Operação trigonométrica seno do ângulo α
\mathbb{N}	Matriz real com dimensões apropriadas
\mathbf{C}^T	Matriz \mathbf{C} transposta
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
\mathbb{C}	Conjunto dos números complexos
$\mathbf{q}^\#$	Quatérnion conjugado de \mathbf{q}
$\mathcal{N} \frac{dH}{dt}$	Derivada temporal de H no sistema de coordenadas inercial \mathcal{N}
$\mathcal{B} \frac{dH}{dt}$	Derivada temporal de H no sistema de coordenadas do corpo \mathcal{B}
$\omega_{\mathcal{N}}^{\mathcal{B}}$	Velocidade angular no referencial \mathcal{B} observada em \mathcal{N}
$\mathbf{S}(\omega)$	Matriz anti-simétrica de ω
\mathbf{I}	Matriz Identidade com dimensões apropriadas
$\mathbb{R}^{r \times n}$	Conjunto de matrizes reais com dimensão $r \times n$
$\mathbf{E}\{\cdot\}$	Operando esperança matemática
δ_{ij}	Função Delta de Kronecker
$\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}_2, \mathbf{k}_1}$	Estimativa de $\mathbf{x}_{\mathbf{k}_2}$ obtida no instante \mathbf{k}_1 com $\mathbf{k}_1 \leq \mathbf{k}_2$.
$(\cdot \times \cdot)$	Produto vetorial
$\mathbf{0}$	Matriz de zeros com dimensões apropriadas

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
1.2	OBJETIVO GERAL	21
1.2.1	Objetivos específicos	21
1.3	MOTIVAÇÃO	22
1.4	ESTRUTURA DO DOCUMENTO	22
2	CONCEITOS INSTRUMENTAIS	23
2.1	SISTEMAS DE COORDENADAS DE REFERÊNCIA	23
2.1.1	Sistema de coordenadas inercial - ECI (<i>Earth centered Inertial frame</i>)	24
2.1.2	Sistema de coordenadas do corpo (<i>body-frame</i>)	24
2.2	ROTAÇÕES ENTRE SISTEMAS DE COORDENADAS	26
2.2.1	Matriz de Cossenos Diretores (DCM)	26
2.2.2	Quatérnios	29
2.3	MODELO DO SISTEMA	30
2.3.1	Modelo dinâmico	31
2.3.2	Modelo cinemático	33
2.3.3	Modelo completo	33
2.4	FILTRO DE KALMAN	35
3	ESTIMAÇÃO DE ATITUDE	38
3.1	ALGORITMO DE PRÉ-PROCESSAMENTO - QUEST	39
3.2	OBSERVADORES BASEADOS EM FILTRO DE KALMAN	42
3.2.1	Filtro de Kalman Estendido (EKF - Extended Kalman Filter)	42
3.2.2	Filtro de Kalman Robusto (RKF)	44
3.2.3	Filtro de Kalman Estendido Adaptativo (AEKF)	45
4	RESULTADOS	49
4.1	AMBIENTE DE SIMULAÇÃO	49
4.1.1	Órbita e perturbações	51
4.1.2	Configuração do Satélite Simulado	52
4.2	COMPARATIVO ENTRE RKF E EKF	54
4.3	ANÁLISE AEKF	57
4.4	COMPARATIVO ENTRE AEKF <i>SINGLE-CHANNEL</i> E <i>MULTI-CHANNEL</i>	62
5	CONCLUSÃO	65
	Referências	67

1 INTRODUÇÃO

A pesquisa na área espacial durante muitos anos foi restrita a grandes instituições devido aos recursos financeiros associados ao desenvolvimento deste tipo de tecnologia. Entretanto, ao final da década de noventa com a criação do conceito de *CubeSat*, as pesquisas espaciais em universidades expandiram seu horizonte devido a diminuição dos custos relacionados ao desenvolvimento e lançamento ao espaço (FRANCOIS-LAVET, 2010). Como o próprio nome sugere, esses satélites possuem formato de cubo, porém em tamanho reduzido quando comparado aos satélites convencionais. Por exemplo, um *CubeSat* de tamanho unitário (1U) possui o tamanho padronizado de $10 \times 10 \times 10$ cm e peso variando entre 1 kg a 10 kg para a categoria de nano-satélites. Conforme a necessidade do projeto, os satélites podem ter formato 2U ($10 \times 10 \times 20$ cm), 3U ($10 \times 10 \times 30$ cm) e assim por diante, como apresentado na Figura 1. Apesar da redução de tamanho implicar na redução da capacidade de coleta de energia e, conseqüentemente, na vida útil da missão, os *CubeSats* tornaram mais acessível o teste de sistemas eletrônicos e de controle em ambiente espacial (LI *et al.*, 2013).

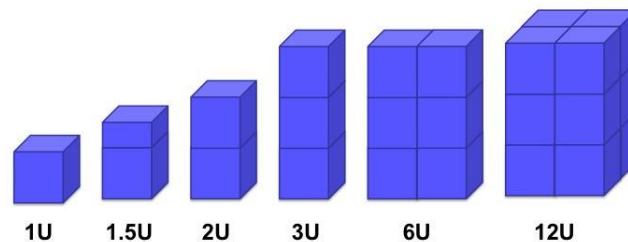


Figura 1 – Possíveis formações de *CubeSats*

Fonte: (NASA, 2023)

Essa mudança de paradigma proporcionou a algumas universidades brasileiras, tal como a Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, impulsionar as pesquisas na área espacial utilizando nano-satélites. Isso se deve principalmente pelos seguintes fatores: (i) possuem aspectos construtivos mais simples e baratos; (ii) pode-se utilizar tecnologias disponíveis comercialmente (*off-the-shelf*) para atuadores e sensores; e (iii) custo operacional para lançamento ao espaço reduzido (quando comparado a satélites convencionais) normalmente utilizando a Órbita Baixa da Terra (LEO - *Low Earth Orbit*) (GAVRILOVICH, 2016). Dentro desse contexto, o *SpaceLab* é o laboratório de pesquisas espaciais da UFSC onde ativamente pesquisadores, alunos de graduação e pós-graduação desenvolvem atividades de pesquisa e desenvolvimento (P&D) na área espacial. Até o presente momento, na área de *CubeSats*, o *SpaceLab* participou da missão SERPENS-I, lançado em 2015; lançou o FloripaSat-1 no final de 2019 (veja a Figura 2); e está desenvolvendo diversos objetos, tais como o GOLDS-UFSC,

e os satélites da Constelação Catarina. O FloripaSat-1 utiliza *hardware* e *software* majoritariamente desenvolvidos na UFSC (MARCELINO *et al.*, 2021).

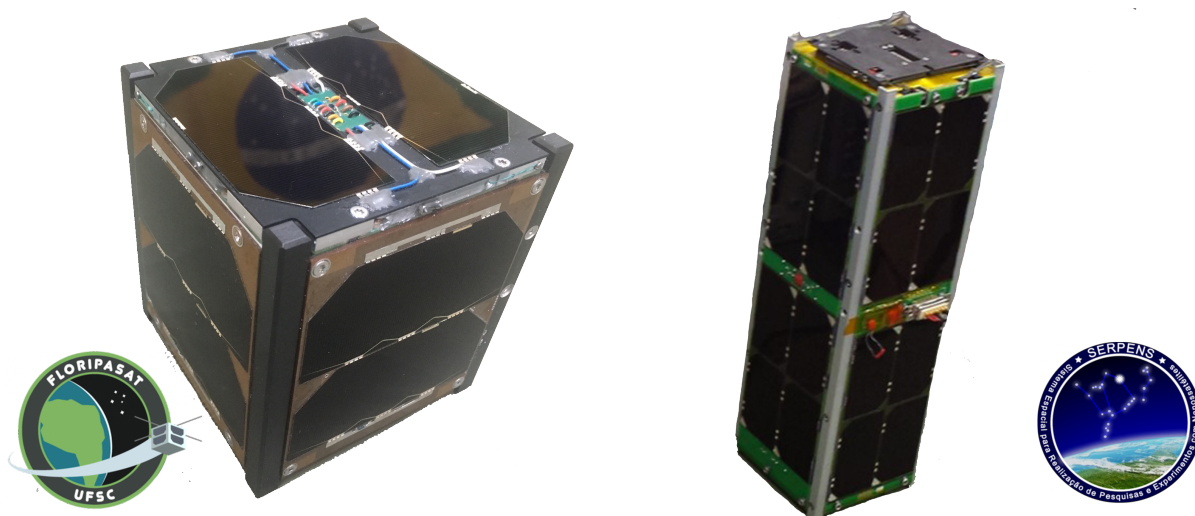


Figura 2 – Satélite FloripaSat-1 (1U) à esquerda e SERPENS-I (3U) à direita

Fonte: Adaptado de (UFSC, 2023)

Um tópico de pesquisa de destaque na área espacial é o ADCS (do inglês, *Attitude Determination & Control System*), que é o sistema responsável por determinar e controlar a orientação do satélite em órbita. Independente do tamanho do satélite, o controle de atitude (ou orientação) é de grande importância para o sucesso da missão. Um satélite sem controle e/ou sem conhecimento da orientação pode apresentar problemas de comunicação com a estação terrestre devido a mudança rápida de polarização das antenas, problemas térmicos devido ao aquecimento solar, diminuição da capacidade de recarregamento de baterias, entre outros. A Figura 3 exhibe no formato de diagrama de blocos o funcionamento de um satélite genérico com ADCS.

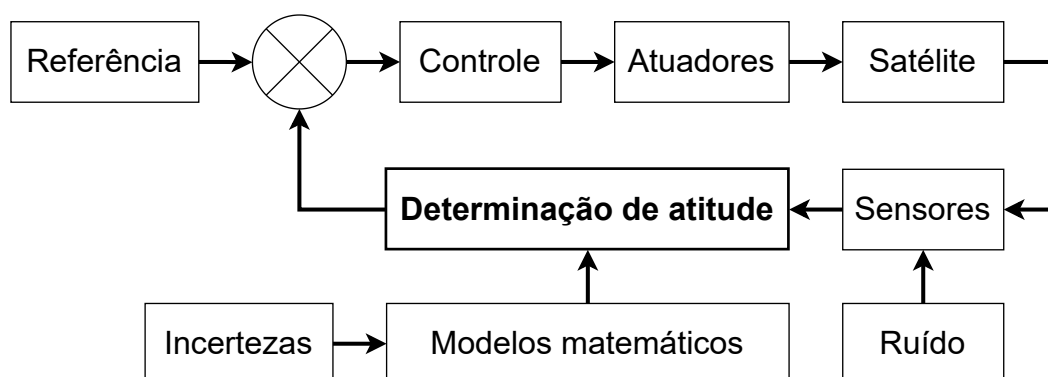


Figura 3 – Diagrama do sistema de Determinação de Atitude e Controle

Fonte: De autoria própria

Apesar do ADCS tratar de dois tópicos interligados, pode-se separar este em duas partes: *Attitude Determination System – ADS* e *Attitude Control System – ACS*. O

o sistema de determinação de atitude ADS é responsável por utilizar dados dos sensores à bordo do satélite e modelos matemáticos para estimar sua orientação em órbita para o sistema de controle ACS. É importante enfatizar que as leituras realizadas pelos sensores normalmente não são úteis de forma direta no sistema de controle devido as translações e rotações envolvidas entre os sistemas de coordenadas dos atuadores e o sistemas de coordenadas dos sensores. Isso automaticamente implica na necessidade de obter uma estimativa através de ferramentas matemáticas. O diagrama da Figura 4 aborda com mais detalhes o bloco de **Determinação de atitude** a ser estudado neste trabalho.

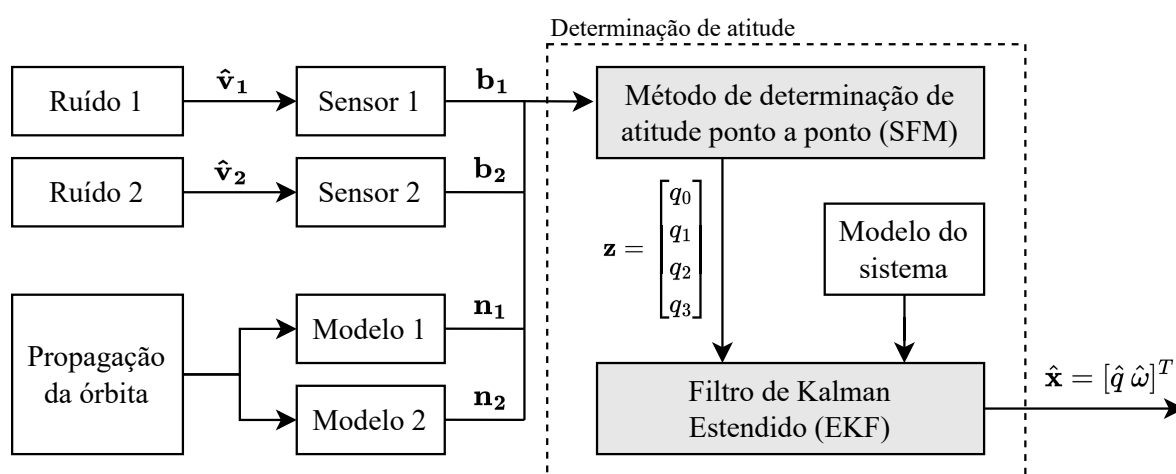


Figura 4 – Topologia utilizada para determinação de atitude

Fonte: Adaptador de (HAJIYEV, Chingiz; GULER, 2017)

O FloripaSat-1 foi lançado ao espaço embarcando um sistema passivo de controle de atitude que utiliza ímãs e barras de histerese, os quais interagem com o campo magnético da Terra e atingem estabilidade enquanto o satélite trafega na sua órbita. Com previsão de lançamento para 2024, o próximo satélite desenvolvido no laboratório, o GOLDS-UFSC (também conhecido como FloripaSat-2) (UFSC, 2023), ainda utiliza esta mesma topologia passiva para estabilização em órbita. Porém, devido à demanda de missões do SpaceLab com requisitos de apontamento mais específicos e precisos, para projetos futuros é necessário a utilização de um controle de orientação ativo nos satélites do laboratório, sendo esta a motivação principal do estudo desenvolvido neste trabalho. Nesse aspecto, buscou-se desenvolver um sistema de determinação de atitude baseado em observadores para a estimação das variáveis a serem utilizadas por um futuro sistema de controle ativo (como, por exemplo, magnetorques e rodas de reação).

Em particular, estudou-se neste trabalho um sistema ADS composto por dois subsistemas, sendo o primeiro responsável pelo pré-processamento de dados e o segundo pela estimação da atitude do satélite. Utilizou-se no primeiro sub-sistema o

método de determinação de atitude ponto a ponto (SFM) QUEST (primeira etapa de determinação de atitude apresentada na Figura 4), cuja finalidade foi realizar o pré processamento da informação fornecida pelos sensores (AINSCOUGH *et al.*, 2015). Posteriormente, os quatérnios estimados pelo QUEST foram inseridos em diferentes abordagens de Filtro de Kalman (KF) para estimar a atitude de forma recursiva e também as velocidades angulares (supostas não medidas). Devido à dinâmica não linear do satélite, utilizou-se a versão Estendida do Filtro de Kalman (EKF), onde considerou-se o ruído do processo como uma forma de ponderar o erro de modelagem devido a natureza não linear do modelo. Adicionalmente, a matriz de covariância de medição ajusta-se de forma automática quando o sistema detecta falha nos sensores, caracterizando o observador como um Filtro de Kalman Estendido Adaptativo (AEKF). Além dessas variações do Filtro de Kalman, estudou-se outras técnicas de projeto de observadores robusto, como por exemplo, os trabalhos reportados em (ROCHA, 2022) e (COUTINHO *et al.*, 2019), mas esses não obtiveram um desempenho superior ao AEKF em situações adversas.

1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Devido à sua relevância, as pesquisas referentes à determinação de atitude sempre acompanharam a evolução dos próprios satélites. Todavia, apesar dos trabalhos pioneiros nesse tópico possuírem limitações nos quesitos recursividade e robustez visto que operam no modo "ponto-a-ponto" (SFM, do inglês *Single Frame Method*), eles ainda são de grande valia no sistema de determinação de atitude pois podem ser utilizados em conjunto com observadores mais sofisticados, como os que são baseados no Filtro de Kalman. Isto possibilita assegurar recursividade e robustez ao sistema de determinação da atitude. Como consequência, os trabalhos utilizando SFM funcionam como pré-processadores dos sinais provenientes dos sensores presentes no satélite e que são posteriormente processados por observadores baseados em modelos. A seguir, apresenta-se uma revisão bibliográfica dos métodos propostos na literatura para determinação da atitude em satélites iniciando com os métodos SFM e a posterior utilização em conjunto com observadores de estado.

O trabalho de (DAVENPORT, 1968) por exemplo, conhecido na bibliografia como *Davenport's q-Method*, buscou dar solução à uma formulação clássica do problema de determinação de atitude desenvolvido por (WAHBA, 1965), conhecido na bibliografia como *Whaba's problem*, porém, utilizando notação de quatérnios. No trabalho de (WAHBA, 1965) foi proposta uma função de custo que correlaciona a atitude entre pares de vetores no sistema de coordenadas de referência e no sistema de coordenadas do corpo através da matriz de cossenos diretores, ou seja, minimizar a função de custo significa reduzir o erro de estimação. Nesse sentido, o método proposto por (DAVENPORT, 1968) reformulou a função de custo substituindo a matriz dos cossenos

diretores por quatérnios e reescreveu a equação para torná-la um problema de busca do autovetor associado ao autovalor máximo, através de um problema de minimização de uma função de custo. Posteriormente, seu sucessor, o método conhecido como *QUaternion ESTimator* (QUEST) foi desenvolvido com o objetivo de ser computacionalmente mais rápido que o algoritmo original (MARKLEY; CRASSIDIS, 2014), utilizando método de Newton-Raphson para encontrar o autovalor e fatorando o quatérnio em vetores de parâmetros de Rodrigues para encontrar o autovetor (AINSCOUGH *et al.*, 2015). Com o intuito de ser também uma implementação numérica utilizando do trabalho proposto em (DAVENPORT, 1968), o algoritmo ESOQ (do inglês, *Estimator of the Optimal Quaternion*) foi elaborado em (MORTARI, 1997) e (MORTARI, 2000). Este algoritmo propôs o contorno dos problemas de singularidade através do cálculo do quatérnio como um produto vetorial em quatro dimensões (AINSCOUGH *et al.*, 2015). Em (SHUSTER, Malcolm David; OH, 1981) foi realizada uma comparação entre o QUEST e o TRIAD, sendo este último um método algébrico que utiliza notação em ângulos de Euler para estimar a atitude. O autor relata que para situações que demandam necessidade de maior precisão e há processamento disponível, o QUEST é preferível em relação ao TRIAD. Abordagens com o SVD (do inglês, *Single Value Decomposition*) (MARKLEY, 1988) também são encontradas com frequência na bibliografia (HAJIYEV, Chingiz; ÇILDEN; SOMOV, 2015), (HAJIYEV, Chingiz; CILDEN; SOMOV, 2016), (HAJIYEV, Chingiz; CILDEN-GULER, 2023), (HAJIYEV, Chingiz; CILDEN-GULER, 2021). De forma inovadora para a época, o trabalho relatado em (BAR-ITZHACK, 1996) mostrou como utilizar o algoritmo QUEST de forma recursiva (REQUEST) através do uso das matrizes de perfil de atitude anteriores.

Trabalhos mais recentes presentes na literatura majoritariamente utilizam alguma topologia baseada no Filtro de Kalman (KALMAN, 1960), pois este além de reduzir o efeito do ruído na estimativa da orientação, também é capaz de assegurar uma certa robustez além de estimar as velocidades angulares do satélite. Por exemplo, o satélite RAX (SPRINGMANN *et al.*, 2012) utilizou magnetômetros, giroscópios e sensores solares para instrumentação do sistema de determinação de atitude. Os objetivos de precisão de apontamento do sistema do controle (erro menor que 5°) foram atingidos utilizando Filtro de Kalman Estendido (EKF, do termo em inglês, *Extended Kalman Filter*) como observador no sistema de determinação de atitude. De forma similar, o pico satélite UWE-2 (SCHMIDT *et al.*, 2008), apesar das limitações de volume e peso atingiu seus objetivos de determinação da atitude utilizando o EKF para estimar a orientação e as velocidades angulares. O satélite NS-2 (SHI *et al.*, 2018) embarcou um algoritmo baseado em EKF como observador de estados na realimentação de uma malha de controle tolerante à falha de atuadores, que inclusive foi validado em órbita. Os resultados do NS-2 reportaram um erro máximo em relação às referências de 2.5° na orientação e $0.05^\circ/s$ nas velocidades angulares. Já o pico satélite ZDPS-1A (XIANG

et al., 2012) e o satélite ITU-UUBF LEO1 (HAJIYEV, Ch; BAHAR, 2003) integraram o método algébrico TRIAD e EKF como sistema de determinação de atitude. O ZDPS-1A especificamente, atingiu seu objetivo de posicionamento na direção de Nadir (direção que aponta para o centro da Terra) com acurácia de 5° através de dados extraídos em órbita. Já o ITU-UUBF LEO1 reportou através de simulações uma melhoria significativa no controle de atitude quando utilizado o EKF como observador. O sistema de determinação e controle de atitude do UVSQ-Sat (FINANCE *et al.*, 2021) combinou o método algébrico TRIAD e um Filtro de Kalman Estendido Multiplicado (MEKF) devido à precisão de apontamento necessária para a carga útil do satélite. Em órbita, enquanto exposto à luz solar, o UVSQ-Sat atingiu acurácia de apontamento de menor de 3° utilizando TRIAD ou MEKF, porém em situação de eclipse, foi possível atingir 14° para o TRIAD e 10° com uso do MEKF.

No trabalho de (HAJIYEV, Chingiz; CONGUROGLU, 2015), combinou-se o método TRIAD e EKF para estimativa da orientação e das velocidades angulares, com o objetivo de aprimorar a acurácia do sistema de determinação de atitude em situações de eclipse. As variáveis geradas pelo TRIAD foram utilizadas como entrada no EKF, facilitando o projeto do observador já que as medições tornaram-se lineares. Ademais, gerou-se uma matriz de covariância do erro de atitude através do TRIAD que foi utilizada para sintonia do EKF. De forma semelhante, o sistema de determinação de atitude propostos em (HAJIYEV, Chingiz; ÇILDEN; SOMOV, 2015) e (HAJIYEV, Chingiz; ÇILDEN; SOMOV, 2016) combinou o método SVD com o EKF para estimar a atitude e velocidades angulares através de magnetômetros e sensores solares. Essa abordagem simplificou o projeto do observador no EKF devido ao fornecimento dos ângulos de Euler pelo SVD. Em (ÇILDEN GÜLER, 2021) foi proposta a integração do algoritmo SVD com o EKF e UKF, chamado de *SVD-aided EKF*, os quais se preocuparam na operação em situações de eclipse do satélite. Na dissertação de (GUILMARÃES, 2018), dois algoritmos de determinação de atitude (TRIAD e USQUE) foram implementados no microcontrolador embarcado em um *CubeSat*. Os observadores foram validados com sucesso utilizando um simulador para pequenos satélites baseado em uma mesa com rolamento de ar e *Helmholz Cage*. Em (AINSCOUGH *et al.*, 2015) utilizou-se o algoritmo *q-Method* como primeira fase de estimação de atitude para resolução do problema não-linear de Whaba (WAHBA, 1965) sem linearizações ou aproximações. Depois, implementou-se através de simulação um Filtro de Kalman Estendido Multiplicativo – MEKF (do inglês, *Multiplicative Extended Kalman Filter*) para realizar a estimativa das variáveis não medidas do sistema. O estudo abordado em (ÇILDEN GÜLER *et al.*, 2019) concentrou-se na avaliação da distribuição de ruído de sensores, levando como base o uso das variações de Filtro de Kalman e devido ao uso comum de sensores de baixo custo em satélites. Segundo o autor, as medições do magnetômetro avaliado aproximam-se de uma distribuição *t-Student* ao invés de

uma distribuição gaussiana, onde um Filtro de Kalman obteve melhor desempenho ao ser implementado considerando esse tipo de modificação. A pesquisa realizada em (SPRINGMANN, 2013) preocupou-se em melhorar o uso de magnetômetros e sensores solares de baixo custo em *CubeSats*. No trabalho foram implementadas técnicas de calibração dos sensores que obtiveram uma acurácia de 0.5° . Através de um algoritmo de aprendizado de máquina baseado em EKF, o trabalho de (DHANALAKSHMI *et al.*, 2022) desenvolveu um algoritmo de aprendizagem profunda (*deep learning*) computacionalmente leve o suficiente para ser embarcado em um pequeno satélite.

Abordagens atuais na bibliografia reportam um interesse no tratamento de falhas provenientes dos sensores. Uma parcela dessa preocupação deve-se ao fato de que pequenos satélites frequentemente utilizem soluções de sensores de baixo custo, pois além de mais acessíveis, normalmente são menores e leves, facilitando a integração em um *CubeSat*. Uma abordagem robusta de EKF e UKF foi proposta para operar em condição de falhas de sensores ajustando a matriz de covariância do ruído de medição em (SOKEN; HAJIYEV, Chingiz; SAKAI, 2014). Através de simulações considerando apenas três magnetômetros como instrumentação presente do satélite, os resultados indicaram que o REKF e RUKF têm resultados com mais acurácia que os tradicionais EKF e UKF em situações de falha na medição. Em (HAJIYEV, Chingiz; CILDEN-GULER, 2023) e (HAJIYEV, Chingiz; CILDEN-GULER, 2021) foi proposto um Filtro de Kalman Estendido com matriz de covariância de ruído de medição atualizada de forma dinâmica através da covariância estimada extraída do algoritmo SVD. Não obstante, o trabalho também formulou uma regra para realizar um ajuste na matriz de covariância de ruído do processo, criando um processo chamado no trabalho de *double covariance matching*, que proporciona uma adaptação melhor à covariância do ruído, incertezas de medição e mau funcionamento dos sensores. De forma análoga, outros trabalhos utilizam de metodologias baseadas no EKF para detectar anomalia nas medições e realizar o ajuste na matriz de covariância do ruído de medição. Em (ADNANE *et al.*, 2018) por exemplo, é proposto o FTEKF (*Fault Tolerant Extended kalman Filter*). Já no trabalho de (LIM; PARK, 2014) é apresentado um AEKF (*Adaptive fading Extended Kalman Filter*) e em (KINATAŞ; HACIZADE, 2022) o EKF é modificado através do uso de um multiplicador escalar (*SSF - Single Scaling Factor*) na matriz da covariância do ruído de medição.

Através da análise bibliográfica percebe-se que a composição de um sistema de determinação de atitude utilizando a abordagem não-tradicional traz benefícios como: (i) projeto do observador baseado em Filtro de Kalman é facilitado através das medidas lineares em relação aos estados; (ii) ausência de erros por processo de linearização do jacobiano da função de medição dos estados no caso de observadores baseados em EKF; (iii) uso de métodos consolidados como pré-processadores dos sinais. Avaliando esse sistema com mais profundidade, para a primeira etapa do sistema de

determinação de atitude será considerado o algoritmo QUEST, tendo em vista sua vantagem através do uso de quatérnios além da possibilidade de ponderar-se os pares de vetores, sendo ainda possível processar mais que dois pares de entrada. Por outro lado, o observador em si será constituído por um Filtro de Kalman Estendido (e suas variações) devido a dinâmica não-linear do sistema estudado.

Os trabalhos mais recentes utilizados como referência para o desenvolvimento do trabalho foram sumarizados na Tabela 1:

Tabela 1 – Principais referências

REFERÊNCIA	OBSERVADOR PROPOSTO
(SOKEN; HAJIYEV, Chingiz; SAKAI, 2014)	REKF, RUKF
(LIM; PARK, 2014)	AEKF
(HAJIYEV, Chingiz; CONGUROGLU, 2015)	TRIAD + EKF
(HAJIYEV, Chingiz; ÇILDEN; SOMOV, 2015)	SVD + EKF
(HAJIYEV, Chingiz; CILDEN; SOMOV, 2016)	SVD + EKF
(ADNANE <i>et al.</i> , 2018)	FTEKF
(ÇILDEN GÜLER, 2021)	SVD + AEKF
(KINATAŞ; HACIZADE, 2022)	AEKF
(HAJIYEV, Chingiz; CILDEN-GULER, 2023)	SVD + AEKF

Fonte: De autoria própria

1.2 OBJETIVO GERAL

O objetivo desse trabalho é desenvolver um estimador de estados baseado na combinação do algoritmo QUEST com o Filtro de Kalman, destinado à determinação da atitude de um *CubeSat*. Para isso, serão estudadas técnicas de determinação tipo SFM além de estimadores recursivos baseados em Filtro de Kalman para compor o sistema de determinação de atitude. Visando aprimorar a estimativa das variáveis em situações adversas, serão testadas também abordagens robustas e adaptativas do Filtro de Kalman para tratar de falhas provenientes de sensores.

1.2.1 Objetivos específicos

- Avaliar o desempenho de algoritmos do tipo SFM como pré-processadores de sinais no sistema de determinação de atitude
- Modelar matematicamente um *CubeSat* utilizando notação de quatérnios
- Realizar comparativos qualitativos entre abordagens tradicionais do KF com abordagens robustas e adaptativas como etapa final de estimação de atitude
- Propor um sistema de determinação de atitude para a aplicação de *CubeSats* levando em consideração possíveis falhas no sistema de medição

- Validar o sistema completo através de um simulador específico para satélites

1.3 MOTIVAÇÃO

Este trabalho não apenas representa uma contribuição significativa para a pesquisa em *CubeSats*, mas também atende diretamente às necessidades práticas do SpaceLab. No SpaceLab, os projetos relacionados aos *CubeSats* estão em constante evolução, e a implementação de um sistema de controle de atitude ativo tornou-se essencial para projetos futuros, pois abrirá portas para diversas aplicações em missões espaciais. Outrossim, ao integrar um sistema de controle de atitude ativo, o SpaceLab estabelece um padrão elevado para as pesquisas espaciais dentro da UFSC.

1.4 ESTRUTURA DO DOCUMENTO

Os próximos capítulos do trabalho estão organizados da seguinte forma: o Capítulo 2 aborda os conceitos fundamentais para formulação do sistema de determinação de atitude. O Capítulo 3 detalha o funcionamento dos algoritmos de estimação de atitude utilizados nesse trabalho. Ao final, no Capítulo 4 e 5, são apresentados os resultados do observador proposto e as conclusões referentes ao projeto, respectivamente.

2 CONCEITOS INSTRUMENTAIS

A determinação da atitude em satélites é normalmente realizada em duas partes, sendo a primeira responsável pela conversão das informações provenientes dos sensores (que podem estar na terra ou no satélite ou em ambos) em quatérnios e a segunda utiliza um observador de estados baseado em modelo para estimar a atitude e velocidades angulares do satélite. Portanto, a informação dos sensores embarcados e os modelos matemáticos podem estar definidos em diferentes referenciais, seja no planeta Terra, estrelas ou em outro objeto que forneça algum referencial de interesse. De forma prática, isso implica no estudo de alguns conceitos, ferramentas e métodos matemáticos para estimar a atitude de um satélite no espaço. Neste capítulo, apresentam-se tópicos base para a formulação do problema de determinação de atitude como, por exemplo, sistemas de coordenadas, rotações entre sistemas de coordenadas, quatérnios, modelo dinâmico, e Filtro de Kalman.

2.1 SISTEMAS DE COORDENADAS DE REFERÊNCIA

Os sistemas de coordenadas de referência são fundamentais para descrever e entender a posição e orientação de objetos no mundo que vivemos. Em um mundo complexo e vasto, onde a localização precisa é essencial, esses sistemas fornecem um método organizado e universalmente aceito para definir pontos específicos no espaço. Seja na navegação marítima, na astronomia, na cartografia ou na engenharia, os sistemas de coordenadas são a linguagem comum que permite aos seres humanos compreenderem e comunicarem informações sobre a localização e a orientação de objetos e lugares.

Ao mergulhar mais profundamente, encontramos um cenário particularmente importante: o espaço tridimensional, denotado como \mathbb{R}^3 . Neste contexto, os sistemas de coordenadas cartesianas surgem como protagonistas. No \mathbb{R}^3 , três vetores ortogonais e unitários – x , y e z – se encontram em um ponto central, a origem (\mathcal{O}). Qualquer ponto no espaço tridimensional pode ser identificado unicamente por um conjunto ordenado de três números reais (x_1, y_1, z_1) , com x_1 representando a coordenada no eixo x , y_1 na direção do eixo y , e z_1 na direção do eixo z . Estas coordenadas formam o cerne da representação matemática de objetos, movimentos e sistemas em um espaço 3D (WERTZ, 2012).

De maneira prática, os sistemas de coordenadas nos permitem referenciar e localizar outros vetores no espaço. Por exemplo, é possível definir a direção do vento enquanto navega em determinado local de várias formas: podemos dizer que o vento está na direção sudoeste, utilizando como referência o sistema de coordenadas ECEF (do inglês, *Earth-centered, Earth-fixed*) e ao mesmo tempo, podemos dizer que o vento está soprando à bombordo, utilizando o sistema de coordenadas do corpo.

Além disso, sistemas de coordenadas mais especializados, como coordenadas cilíndricas e esféricas, também são fundamentais em diversas aplicações. Coordenadas cilíndricas adicionam uma dimensão radial (r), enquanto coordenadas esféricas introduzem ângulos polares (θ) e azimutais (φ). Estas diferentes representações permitem uma flexibilidade essencial ao abordar problemas em que a geometria ou a simetria do sistema são considerações importantes (SCHAUB; JUNKINS, 2003).

Considerando um sistema de determinação de atitude genérico, abordaremos os dois sistemas de coordenadas de interesse para o sistema: sistema de coordenadas inercial centrado na Terra ECI (do inglês, *Earth-Centered Inertial*) e sistema de coordenadas do corpo (na bibliografia encontrado como *body-frame*).

2.1.1 Sistema de coordenadas inercial - ECI (*Earth centered Inertial frame*)

O sistema de coordenadas inercial serve como um quadro de referência no espaço, onde as leis clássicas da física são aplicáveis sem modificações. Ele fornece um sistema de referência fixo, não rotativo (inercial) em relação ao qual o movimento de outros objetos pode ser descrito com precisão considerando longos períodos de tempo. No contexto da dinâmica de corpos rígidos, o sistema de coordenadas inercial proporciona uma base estável para analisar a trajetória, velocidade e aceleração do corpo em questão. Dessa forma, pode-se estudar o movimento relativo de um corpo em relação ao ambiente ao seu redor, independentemente de sua própria rotação ou translação (VALLADO, 2013).

Em um viés mais prático, considera-se a origem do sistema (\mathcal{O}) coincidente com o centro da Terra e os eixos alocados da seguinte forma: $\hat{\mathbf{K}}$ é coincidente com o eixo de rotação da Terra, $\hat{\mathbf{I}}$ e $\hat{\mathbf{J}}$ pertencem ao plano equatorial que divide o planeta pela metade, com $\hat{\mathbf{I}}$ apontando na direção do equinócio vernal (Figura 6) e $\hat{\mathbf{J}}$ complementa o sistema pela regra da mão direita. A Figura 5 apresenta o sistema de coordenadas ECI e a Figura 6 exhibe a direção do equinócio vernal em relação ao Sol.

2.1.2 Sistema de coordenadas do corpo (*body-frame*)

O sistema de referência corpo, também conhecido como *body-frame*, é um sistema de coordenadas intrínseco ao objeto, nesse caso um satélite. Nesse sistema, os eixos são solidários à própria estrutura do objeto e sua origem coincide com o centro de massa do objeto. Comumente, o sistema de coordenadas do corpo é o sistema no qual busca-se a solução para navegação e estimação de atitude, pois de fato ele está atrelado ao nosso objeto de interesse. De forma complementar, os sensores e atuadores do sistema são definidos no sistema de coordenadas do corpo pois estão fisicamente acoplados a ele.

Apesar do posicionamento dos eixos sobre o corpo serem particulares de cada projeto, normalmente adota-se a seguinte notação para satélites terrestres: eixo X

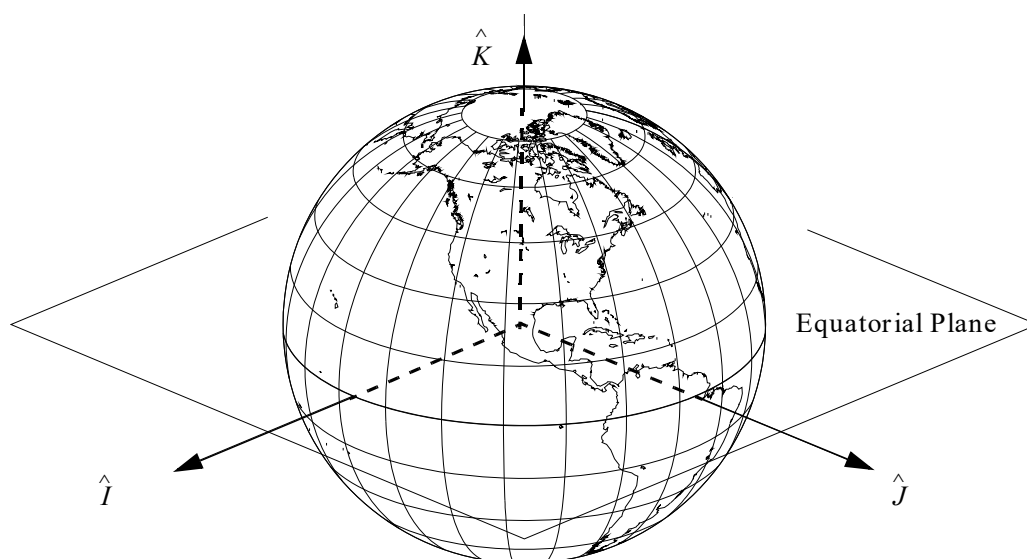


Figura 5 – Sistema de coordenadas de referência ECI

Fonte: Adaptado de (VALLADO, 2013)

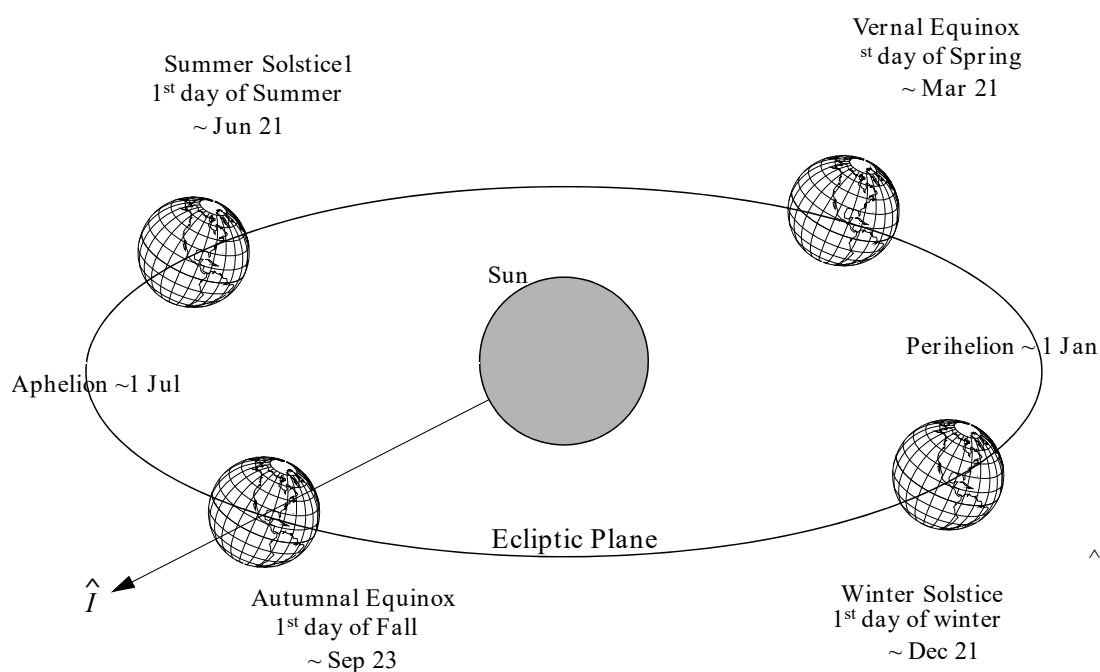


Figura 6 – Equinócio Vernal

Fonte: Adaptado de (VALLADO, 2013)

coincidente com o vetor de velocidade linear da órbita, eixo Z coincidente com a direção de Nadir (vetor que aponta para o centro da Terra) e eixo Y completando o sistema pela regra da mão direita, conforme a Figura 7. A imagem também contempla em vermelho o trajeto orbital do satélite em relação ao sistema de coordenadas inercial.

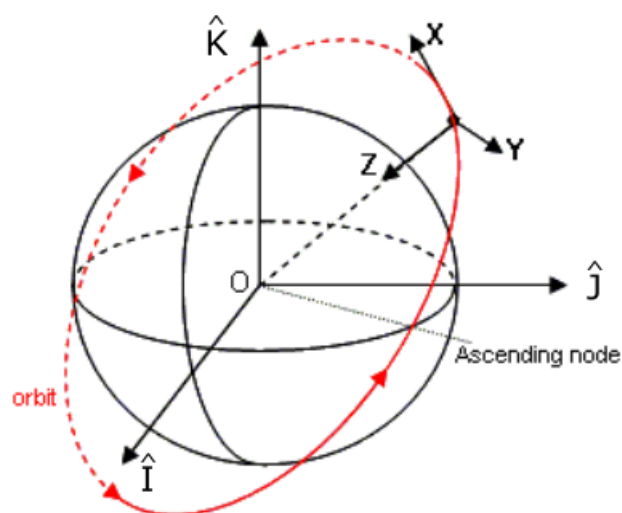


Figura 7 – Sistema de coordenadas do corpo em órbita

Fonte: Adaptado de (CELESTLAB, 2023)

2.2 ROTAÇÕES ENTRE SISTEMAS DE COORDENADAS

Se desejamos compreender, medir ou estimar forças, sinais entre outros vetores presentes no satélite, precisamos correlacionar o seu sistema de coordenadas (*body-frame*) com o sistema de coordenadas inercial (ECI) já que por convenção, o primeiro se movimenta em relação ao segundo. Além do mais, ao utilizarmos as leis de Newton no sistema, seja para um sistema de atuadores ou para descrever a dinâmica do próprio satélite, é necessário correlacionar ambos os sistemas de coordenadas para que estas equações sejam válidas (YANG, 2019).

Como solução para tal problemática, foram criados métodos para relacionar sistemas de coordenadas. Abaixo, abordaremos os dois principais métodos: Matriz de Cossenos Diretores (DCM) e Quatérnios.

2.2.1 Matriz de Cossenos Diretores (DCM)

A Matriz dos Cossenos Diretores (DCM – do inglês, *Director Cosine Matrix*) é um método para relacionar dois sistemas de coordenadas no espaço, intuitivo e trivial geometricamente. Ele faz uso de rotações nos eixos dos sistemas juntamente com projeção vetorial para descrever os eixos de um sistema em outro. No sistema da Figura 8 existem dois sistemas de coordenadas: um primeiro (fixo) composto pelos

vetores $N = [n_1, n_2, n_3]$ e um segundo composto pela tríade $B = [b_1, b_2, b_3]$ que está rotacionando em um ângulo θ em relação ao primeiro pelo eixo n_3/b_3 (YANG, 2019). O vetor r que une o ponto P à origem do sistema é referenciado no sistema de coordenadas B através de um ângulo α . Se imaginarmos que o ponto P inicialmente é identificado no sistema de coordenadas B (e conseqüentemente o vetor r) e desejamos referenciar este no sistema de coordenadas N , podemos realizar primeiramente a projeção de r em B :

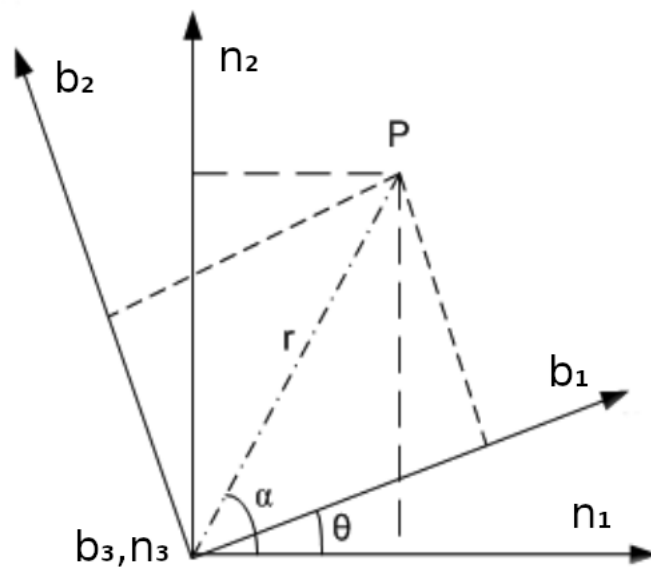


Figura 8 – Rotação entre os *frames*

Fonte: Adaptado de (YANG, 2019)

$$b_1 = r \cdot \cos(\alpha) \quad (1)$$

$$b_2 = r \cdot \sin(\alpha) \quad (2)$$

$$b_3 = 0 \quad (3)$$

Depois o mesmo para N :

$$n_1 = r \cdot \cos(\alpha - \theta) \quad (4)$$

$$n_2 = r \cdot \sin(\alpha - \theta) \quad (5)$$

$$n_3 = 0 \quad (6)$$

Reescrevendo:

$$\mathbf{n}_1 = r \cdot \cos(\alpha)\cos(\theta) + r \cdot \sin(\alpha)\sin(\theta) \quad (7)$$

$$= b_1 \cdot \cos(\theta) + b_2 \cdot \sin(\theta) \quad (8)$$

$$\mathbf{n}_2 = r \cdot \sin(\alpha)\cos(\theta) - r \cdot \cos(\alpha)\sin(\theta) \quad (9)$$

$$= b_1 \cdot \cos(\theta) - b_2 \cdot \sin(\theta) \quad (10)$$

$$\mathbf{n}_3 = 0 \quad (11)$$

Escrevendo as Equações (8), (10) e (11) no formato matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \mathbf{n}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \iff \mathbf{N} = \mathbf{C}_3(\theta)\mathbf{B} \quad (12)$$

Obtemos uma Matriz de Cossenos Diretores (DCM) para uma rotação θ no terceiro eixo. De forma análoga, podemos replicar a mesma metodologia para rotações no primeiro e no segundo eixo, respectivamente:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \mathbf{n}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \iff \mathbf{N} = \mathbf{C}_1(\theta)\mathbf{B} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \mathbf{n}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \iff \mathbf{N} = \mathbf{C}_2(\theta)\mathbf{B} \quad (14)$$

Se desejarmos realizar o caminho inverso entre os sistemas de coordenadas, bastaria inverter a matriz $\mathbf{C}_x(\theta)$. Entretanto, como estas matrizes possuem propriedade de ortogonalidade ($\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$), podemos utilizar a matriz transposta que é computacionalmente mais simples de ser obtida, logo:

$$\mathbf{B} = \mathbf{C}_1^T(\theta)\mathbf{N} \quad (15)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{C}_2^T(\theta)\mathbf{N} \quad (16)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{C}_3^T(\theta)\mathbf{N} \quad (17)$$

$$(18)$$

No sistema 2D, é possível encontrar uma matriz no formato apresentado em (12), (13) ou (14) que relacione dois sistemas de coordenadas. Entretanto, em aplicações tridimensionais, utiliza-se de três rotações sucessivas nos eixos para atingir a transformação necessária. Além do mais, a sequência de rotações que pode ser utilizada não é única, são doze possibilidades levando em consideração que um mesmo

eixo não pode ser rotacionado duas vezes seguidas. Assim, a Matriz de Cossenos Diretores para um sistema tridimensional é a multiplicação das matrizes de rotação nos eixos escolhidos. Por exemplo, se escolhermos a sequência 1 – 3 – 1:

$$\mathbf{N} = \mathbf{C}(\theta, \varphi, \psi)\mathbf{B}, \quad \mathbf{C}(\theta, \varphi, \psi) = \mathbf{C}_1(\theta)\mathbf{C}_3(\varphi)\mathbf{C}_1(\psi) \quad (19)$$

onde θ , φ e ψ são os ângulos rotacionados em cada etapa. Ressalta-se também que a $\mathbf{C}(\theta, \varphi, \psi)$ é ortogonal, logo, a rotação inversa é possível através de :

$$\mathbf{B} = \mathbf{C}^T(\theta, \varphi, \psi)\mathbf{N} \quad (20)$$

2.2.2 Quatérnios

Quatérnios são uma ferramenta matemática poderosa amplamente utilizada em gráficos de computador, robótica e engenharia aeroespacial. Sendo $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^4$ um quatérnio, podemos representar este como:

$$\mathbf{q} = [q_0 \quad \mathbf{q}_v^T]^T \quad (21)$$

$$\mathbf{q}_v = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T \quad (22)$$

O qual, intrinsecamente é definido por:

$$\mathbf{q} = q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k} \quad (23)$$

com $\{q_0, q_1, q_2, q_3\} \in \mathbb{R}$ e $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\} \in \mathbb{C}$.

Adicionalmente, os quatérnios estão sujeitos às seguintes restrições:

- $\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{ijk} = -1$
- Quatérnios são não comutativos: $\mathbf{ij} = -\mathbf{ji} = \mathbf{k}$.

Eles oferecem vantagens sobre outras representações de rotação, como Matrizes de Cossenos Diretores (DCM). Algumas vantagens estão listadas abaixo:

- Ausência do efeito "bloqueio de cardan" (*gimbal lock*). O *gimbal lock* ocorre no DCM quando dois dos três graus de liberdade se alinham, causando a perda de um grau de liberdade.
- Quatérnios podem ser considerados mais estáveis numericamente por não terem o problema de singularidade que pode ocorrer na DCM. O problema da singularidade aparece na DCM quando se utilizam ângulos de Euler na descrição das rotações, implicando nos efeitos de singularidade presente em ângulos $\theta = \pi = -\pi$ e seus múltiplos.
- Quatérnios requerem apenas quatro valores para serem definidos (\mathbb{R}^4) em comparação com a matriz necessária para DCM ($\mathbb{R}^{3 \times 3}$), resultando em armazenamento mais compacto e cálculos mais rápidos.

- Em sistemas não-lineares, como é o caso de muitas aplicações de navegação, sua utilização é preferível pois as não-linearidades do sistema são expressadas usualmente como produto entre estados e não relações trigonométricas como o caso de DCM. As não-linearidades de produtos entre estados do sistema de forma geral são as menos complexas de trabalhar.

Diferente do DCM que realiza três rotações consecutivas para realizar a transformação de coordenadas, o quatérnio opera com uma única rotação em um eixo principal definido pela parte complexa do vetor, conforme a Figura 9.

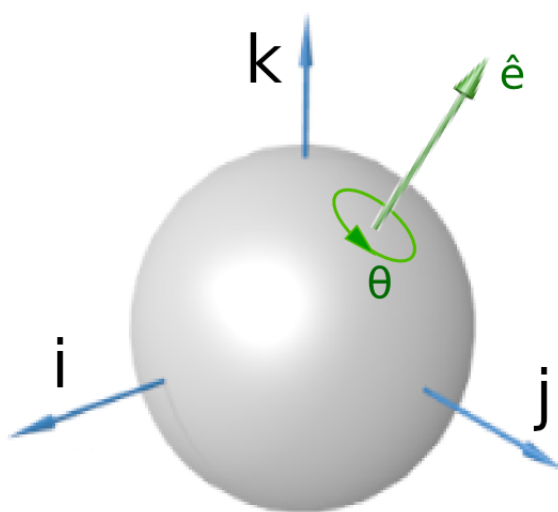


Figura 9 – Rotação por quatérnios

Na prática, as componentes q_0, q_1, q_2 e q_3 definem o eixo de rotação principal (\hat{e}) e q_0 define o ângulo rotacionado (θ) através da seguinte relação:

$$q_0 = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (24)$$

Para realizar a rotação no sentido inverso, intuitivamente inverte-se a direção do vetor q_v , definindo o quatérnio conjugado $q^\#$ na seguinte forma:

$$q^\# = \begin{bmatrix} q_0 \\ -q_v \end{bmatrix} \quad (25)$$

Mais detalhes do uso de quatérnios podem ser encontrados em (SCHAUB; JUNKINS, 2003) e (WERTZ, 2012).

2.3 MODELO DO SISTEMA

O modelo do sistema consiste em uma representação matemática do objeto de estudo através de equações diferenciais. Para este caso, podemos dividir o processo de modelagem do sistema em duas partes distintas: o modelo dinâmico e o modelo cinemático. O modelo dinâmico abrange os efeitos e origem das forças atuantes no

satélite e como estas interferem intrinsecamente no seu comportamento. Já a parte cinemática modela principalmente os efeitos da órbita, devido sua constante rotação em relação ao referencial inercial.

2.3.1 Modelo dinâmico

A segunda Lei de Newton nos diz que:

... a força total atuando sobre um corpo é equivalente a variação do seu momento linear no tempo em relação à inércia ...

Em outras palavras:

$$\sum F = \frac{\mathcal{N}}{dt} d(mv) = m \frac{\mathcal{N}}{dt} dv \quad (26)$$

com F sendo força total atuante sobre o corpo, $\left[\frac{\mathcal{N}}{dt} x\right]$ a derivada no tempo de x em relação ao referencial inercial \mathcal{N} e o produto entre a massa (m) e a velocidade linear instantânea v representando o momento linear.

Para sistemas rotativos, modifica-se a Equação (26) adicionando um vetor de rotação r no sistema:

$$r \times \sum F = \frac{\mathcal{N}}{dt} d(r \times mv) = m \frac{\mathcal{N}}{dt} dv \quad (27)$$

com \times representando o produto vetorial.

O vetor r conecta a origem do sistema de coordenadas do corpo (centro de massa do satélite) com o ponto onde a força está sendo aplicada. Definindo o momento angular H como sendo:

$$H = r \times mv,$$

a Equação (27) pode ser reescrita na seguinte forma:

$$\sum T = r \times \sum F = \frac{\mathcal{N}}{dt} dH \quad (28)$$

onde $\sum T$ é o somatório dos torques atuantes no corpo em relação ao referencial inercial.

Para aplicar a derivada do momento angular em relação ao sistema de coordenadas inercial \mathcal{N} , utiliza-se o Teorema do Transporte (SCHAUB; JUNKINS, 2003) pois a força experienciada no sistema de coordenadas do corpo \mathcal{B} deve ser transferida para o sistema de coordenadas inercial nas quais as leis de Newton são aplicadas. Portanto, a derivada temporal do momento angular em relação ao referencial inercial pode ser calculada com base nas rotações do corpo \mathcal{B} como descrito abaixo:

$$\frac{\mathcal{N}}{dt} dH = \frac{\mathcal{B}}{dt} dH + \omega_{\mathcal{N}}^{\mathcal{B}} \times H \quad (29)$$

onde $\omega_{\mathcal{N}}^{\mathcal{B}}$ representa a velocidade angular do corpo observada no sistema de coordenadas inercial. Por conveniência, pode-se expressar o momento angular H da seguinte forma:

$$H = \mathcal{I} \cdot \omega_{\mathcal{N}}^{\mathcal{B}} \quad (30)$$

com $\mathcal{I} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ representando a matriz de inércia do corpo como definida abaixo

$$\mathcal{I} = \begin{bmatrix} \mathcal{I}_x & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{I}_y & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{I}_z \end{bmatrix} \quad (31)$$

e \mathcal{I}_x , \mathcal{I}_y e \mathcal{I}_z sendo os parâmetros referentes aos principais momentos de inércia do satélite.

Aplicando a Equação (30) em (29), obtém-se:

$$\frac{\mathcal{N}}{dt} (\mathcal{I} \cdot \omega_{\mathcal{N}}^{\mathcal{B}}) = \frac{\mathcal{B}}{dt} (\mathcal{I} \cdot \omega_{\mathcal{N}}^{\mathcal{B}}) + \omega_{\mathcal{N}}^{\mathcal{B}} \times (\mathcal{I} \cdot \omega_{\mathcal{N}}^{\mathcal{B}}) \quad (32)$$

que considerando (28) e substituindo $\omega_{\mathcal{N}}^{\mathcal{B}}$ por ω leva à seguinte expressão:

$$\sum T = \frac{\mathcal{N}}{dt} dH = \mathcal{I} \cdot \dot{\omega} + \omega \times (\mathcal{I} \cdot \omega) \quad (33)$$

A fim de remover o produto vetorial na equação acima, define-se a seguinte matriz anti-simétrica de ω :

$$S(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Portanto, a Equação (33) pode ser reescrita na seguinte maneira:

$$\sum T = \mathcal{I} \cdot \dot{\omega} + S(\omega) \cdot (\mathcal{I} \cdot \omega) \quad (35)$$

Reorganizando os termos em função de $\dot{\omega}$, obtém-se o modelo dinâmico do satélite:

$$\dot{\omega} = \mathcal{I}^{-1} S(\omega) \mathcal{I} \omega + \sum T \quad (36)$$

Como o projeto do observador é desenvolvido em relação ao erro de estimação, os torques $\sum T$ atuantes no satélite podem ser simplificados (removidos) no projeto do observador. Desconsiderando a entrada de torque no modelo dinâmico obtém-se:

$$\dot{\omega} = \mathcal{I}^{-1} S(\omega) \mathcal{I} \omega \quad (37)$$

2.3.2 Modelo cinemático

O modelo cinemático descrito nessa seção se baseia no uso de quatérnios, os quais apresentam vantagens em relação ao uso da Matriz de Cossenos Diretores (DCM). Como citado anteriormente, as vantagens principais são a inexistência de pontos singulares (como temos em ângulos múltiplos de π) e a facilidade algébrica de manipular matematicamente os quatérnios, já que estes não dependem funções trigonométricas.

Recapitulando, sendo q um quatérnio qualquer definido por $q = [q_0 \quad q_v^T]^T$, a derivada temporal de q é definida como (MARKLEY; CRASSIDIS, 2014):

$$\begin{cases} \dot{q}_0 &= -\frac{1}{2} q_v^T \omega \\ \dot{q}_v &= \frac{1}{2} (q_0 I + S(q_v)) \omega \end{cases} \quad (38)$$

com $S(q_v)$ representando a matriz antissimétrica associada a q_v , i.e.:

$$S(q_v) = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

Levando em consideração que os elementos de um quatérnio satisfazem a seguinte relação:

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1,$$

pode-se reduzir a dimensão do modelo cinemático da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{1 - q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} & -q_3 & q_2 \\ q_3 & \sqrt{1 - q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & \sqrt{1 - q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (40)$$

considerando que

$$q_0 = \sqrt{1 - q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} \quad (41)$$

Apesar da redução de um estado no sistema trazer simplicidade ao projeto, ressalta-se que qualquer variação na norma do quatérnio devido limitação de casas decimais, arredondamentos, ruídos e outros parâmetros, pode causar um problema de regularidade no modelo quando o argumento da raiz quadrada em (41) se tornar negativo implicando que q_0 se torne um número complexo. Por este motivo, neste trabalho, optou-se por usar o modelo com quatro estados, como apresentado na Equação (38) com o intuito de obter uma simulação mais robusta.

2.3.3 Modelo completo

Manipulando as Equações (29) (modelo dinâmico) em função das velocidades angulares e combinando com a Equação (38) (modelo cinemático), chega-se ao modelo completo do sistema:

$$\begin{cases} \dot{q}_0 = -\frac{1}{2} \mathbf{q}_v^T \boldsymbol{\omega} \\ \dot{\mathbf{q}}_v = \frac{1}{2} (\mathbf{q}_0 \mathbf{I} + \mathbf{S}(\mathbf{q}_v)) \boldsymbol{\omega} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathcal{I}^{-1} \mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}) \mathcal{I} \boldsymbol{\omega} \end{cases} \quad (42)$$

que leva a seguinte representação por variáveis de estado considerando as definições de $\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega})$ e $\mathbf{S}(\mathbf{q}_v)$ respectivamente em (34) e (39):

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x \omega_y \omega_z \\ k_y \omega_x \omega_z \\ k_z \omega_x \omega_y \end{bmatrix} \end{cases} \quad (43)$$

sendo k_x , k_y e k_z parâmetros constantes do modelo dados por:

$$\begin{cases} k_x = \frac{(\mathcal{I}_y - \mathcal{I}_z)}{\mathcal{I}_x} \\ k_y = \frac{(\mathcal{I}_z - \mathcal{I}_x)}{\mathcal{I}_y} \\ k_z = \frac{(\mathcal{I}_x - \mathcal{I}_y)}{\mathcal{I}_z} \end{cases} \quad (44)$$

Para facilitar a implementação do filtro de Kalman, definem-se os elementos do vetor de estados $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^7$ da seguinte forma:

$$\begin{cases} x_1 = q_0, x_2 = q_1, x_3 = q_2, x_4 = q_3 \\ x_5 = \omega_x, x_6 = \omega_y, x_7 = \omega_z \end{cases} \quad (45)$$

Desta forma, pode-se reescrever o modelo em (42) através da seguinte representação no espaço de estados:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_c(\mathbf{x}) \quad (46)$$

onde

$$f_c(x) = \begin{bmatrix} 1/2(-x_2x_5 - x_3x_6 - x_4x_7) \\ 1/2(-x_4x_6 + x_1x_5 + x_3x_7) \\ 1/2(-x_2x_7 + x_4x_5 + x_1x_6) \\ 1/2(-x_3x_5 + x_2x_6 + x_1x_7) \\ k_x x_6 x_7 \\ k_y x_7 x_5 \\ k_z x_5 x_6 \end{bmatrix}. \quad (47)$$

Através da Equação (47), nota-se que a dinâmica do satélite é não linear devido ao produto entre os estados.

2.4 FILTRO DE KALMAN

Em 1960, Rudolf Kalman publicou um documento descrevendo uma solução recursiva para filtros de dados discretos lineares com distribuição Gaussiana (KALMAN, 1960). Conhecido por Filtro de Kalman (KF, do inglês *Kalman Filter*), esse conjunto de equações oferece um eficiente meio de estimar de forma recursiva o estado de um processo, visando minimizar a média do erro quadrático. O KF é especialmente útil na estimativa de variáveis que não podem ser medidas de forma direta e/ou possuem um ruído de processo e de medição associada. Considerado um algoritmo ótimo, ele é capaz de propagar os estados de um sistema que é caracterizado por uma distribuição gaussiana através de equações de transição lineares e realizar a correção através de inovações nas medidas. Essas equações são aplicáveis em várias situações, como na navegação aeronáutica, aeroespacial, robótica, processamento de sinais, mercado financeiro, entre outros (MONTELLA, 2011).

Matematicamente, o objetivo do Filtro de Kalman consiste na tentativa de estimar os estados $x \in \mathbb{R}^n$ de um processo discreto governado por equações de diferenças lineares e sujeitas a perturbações estocásticas (WELCH; BISHOP *et al.*, 1995) representadas por:

$$\begin{cases} x_k = F_k x_{k-1} + w_k \\ z_k = H_k x_k + v_k \end{cases} \quad (48)$$

com $x \in \mathbb{R}^n$ sendo o vetor de estados, $z \in \mathbb{R}^r$ o vetor de observações do sistema (i.e., o sinal medido), $w \in \mathbb{R}^p$ o ruído do processo, $v \in \mathbb{R}^q$ o ruído de medição, e as matrizes $F_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $H_k \in \mathbb{R}^{r \times n}$ representando respectivamente a matriz de transição dos estados e a matriz de saída.

Os sinais w_k e v_k são modelados como ruídos gaussianos de média zero e

mutuamente independentes com variâncias definidas por:

$$E\{w_i w_j^T\} = Q_k \delta_{ij} > 0 \quad (49)$$

$$E\{v_i v_j^T\} = R_k \delta_{ij} > 0 \quad (50)$$

onde $E\{\cdot\}$ representa o valor esperado da variável (i.e., o operador esperança matemática) e δ_{ij} é a função Delta de Kronecker tal que $\delta_{ij} = 1$ se $i = j$ e $\delta_{ij} = 0$ se $i \neq j$. As matrizes $Q_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $R_k \in \mathbb{R}^{r \times r}$ representam, respectivamente, a covariância do ruído do processo e a covariância do ruído de medição.

Para estimar os estados do sistema, o filtro opera baseado em duas etapas principais: predição e atualização (correção). Visualmente pode-se observar o funcionamento do Filtro de Kalman de um viés estatístico através da Figura 10:

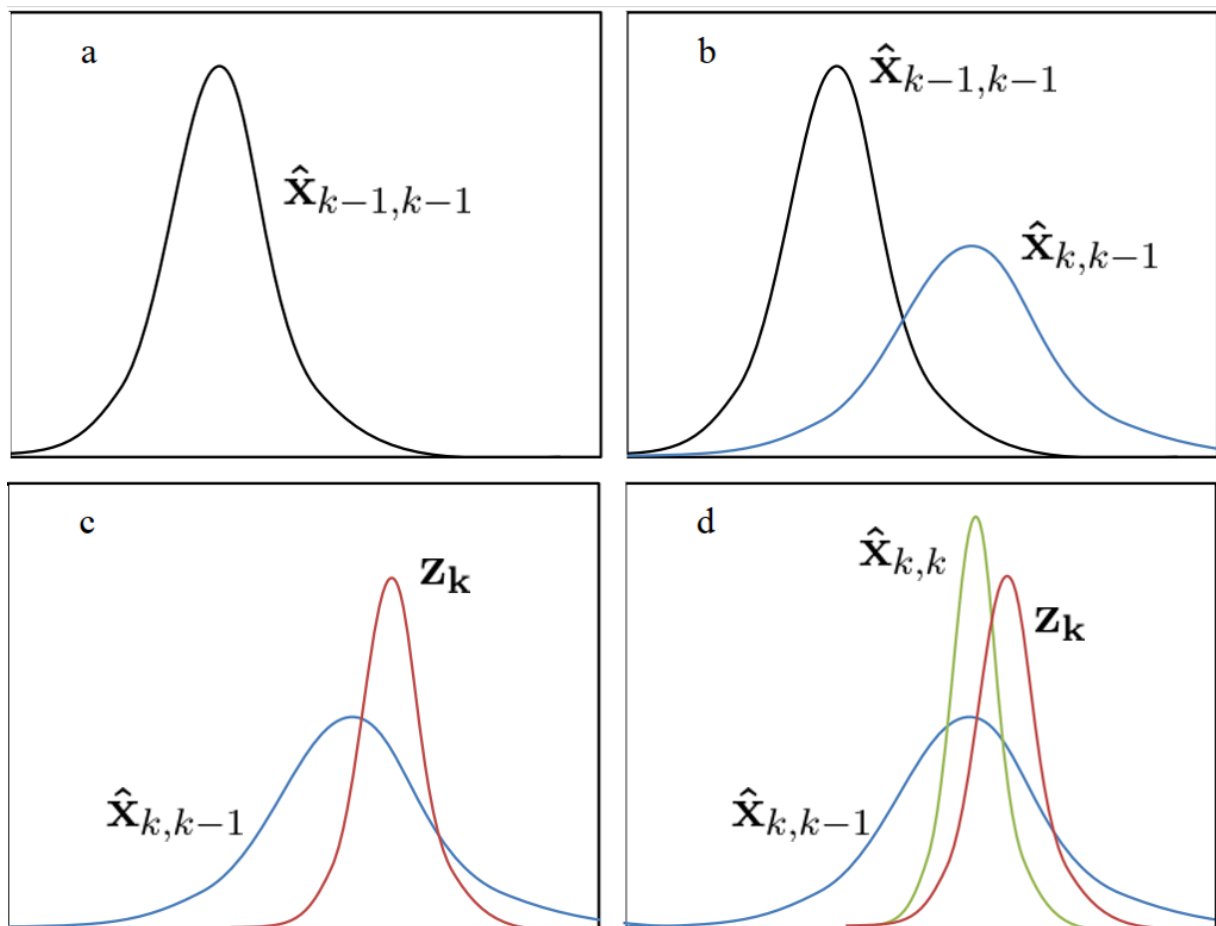


Figura 10 – Etapas do Filtro de Kalman

Fonte: (MONTELLA, 2011)

- Na figura *a* é exibida a distribuição da estimativa anterior em preto $\hat{x}_{k-1, k-1}$;
- Após, em *b*, extrapola-se os estados do sistema realizando o processo de predição baseado no modelo do sistema para obtenção de $\hat{x}_{k, k-1}$ (em azul);
- A inovação medida z_k é adicionada em *c* em vermelho;

- Ao final realiza-se a correção da extrapolação utilizando a inovação para finalmente obtermos a estimativa final $\hat{x}_{k,k}$ em verde;

onde \hat{x}_{k_2,k_1} representa a estimativa de x_{k_2} determinada no instante k_1 com $k_1 \leq k_2$.

As equações (51) e (52) exibem o processo de predição dos estados e da matriz de covariância. As equações (53)-(57) realizam o processo de atualização/correção.

- Equações de predição:

$$\hat{x}_{k,k-1} = \mathbf{F}_k \hat{x}_{k-1,k-1} \quad (51)$$

$$\mathbf{P}_{k,k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1,k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k \quad (52)$$

com $\mathbf{P}_{k_2,k_1} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ representando a covariância estimada no instante k_1 , obtida através de informações do instante k_2 .

- Equações de atualização:

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{x}_{k,k-1} \quad (53)$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (54)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \quad (55)$$

$$\hat{x}_{k,k} = \hat{x}_{k,k-1} + \mathbf{K}_k \mathbf{e}_k \quad (56)$$

$$\mathbf{P}_{k,k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k,k-1} \quad (57)$$

O ponto principal a ser observado nas equações é que a matriz \mathbf{K}_k de ganho do filtro corrige a estimativa através do modelo $\hat{x}_{k,k-1}$ levando em consideração principalmente a diferença \mathbf{e}_k entre a medida dos estados \mathbf{z}_k e os estados extrapolados no processo de predição. Contudo, o diferencial nesse processo é que confiança no modelo e no instrumento de medição aparecem de forma implícita através das matrizes \mathbf{Q}_k e \mathbf{R}_k . Estas duas matrizes são frequentemente utilizadas (principalmente na versão estendida do filtro) na sintonia da dinâmica do erro de estimação com base na confiança do modelo matemático do processo e na qualidade dos sensores utilizados, respectivamente (HAJIYEV, Chingiz; CILDEN-GULER, 2021).

3 ESTIMAÇÃO DE ATITUDE

Há uma série de métodos para determinação de atitude que podem ser aplicados em satélites. Todos possuem peculiaridades que podem ser consideradas vantajosas (ou não) no desenvolvimento do sistema de determinação de atitude. Dentro desse tópico, primeiramente podemos dividir os métodos em dois subgrupos: métodos do tipo "ponto a ponto" (do inglês, SFM - *Single Frame Method*) e os métodos recursivos. Apesar da propriedade da recursividade ser a principal diferença, estes dois tipos de metodologias também são diferenciados pelo uso (ou não) do conhecimento da dinâmica e cinemática do satélite. Os algoritmos SFM estimam a atitude a partir dos dados coletados no instante atual, e no próximo instante de tempo, utilizam as medidas obtidas naquele instante e assim por diante. Para as metodologias recursivas, como é esperado, parte das informações utilizadas pelo sistema de determinação de atitude vêm das estimativas realizadas nos instantes de tempo anteriores.

No trabalho de (HAJIYEV, Chingiz; GULER, 2017) realizou-se uma revisão bibliográfica das principais metodologias utilizadas para determinação de atitude em pequenos satélites. Na categoria de estimadores SFM comumente encontramos: TRIAD (método algébrico), SVD, q-Method, QUEST, ESOQ e FOAM. Por outro lado, os estimadores recursivos são majoritariamente baseados em Filtro de Kalman (KALMAN, 1960). Para estes, ainda é possível abordar de duas formas distintas a determinação de atitude: (i) Abordagem tradicional; (ii) Abordagem não-tradicional.

A abordagem tradicional (Figura 11) consiste no uso do Filtro de Kalman para computar diretamente os sinais providos pelos sensores e então estimar os estados do sistema. Essa metodologia, apesar de mais simples, traz alguns contrapontos, como por exemplo o aumento da complexidade do projeto do observador devido a necessidade de processar os vetores de medição não-lineares devido a cinemática do sistema. Por outro lado, a abordagem não-tradicional (Figura 12) divide o problema em duas etapas. A primeira etapa consiste em processar os sinais provenientes dos sensores utilizando algum algoritmo SFM, o qual resolve toda a não-linearidade existente na parte de medição e a segunda etapa utiliza Filtro de Kalman para estimar os estados. Entretanto, diferente da abordagem tradicional, este Filtro de Kalman opera com medição dos estados linear (i.e., a medição é uma combinação linear dos estados), o que facilita o projeto do observador.

Com o intuito de facilitar o projeto do observador baseado em Filtro de Kalman, nesse trabalho adotou-se um pré-processador de sinais utilizando um algoritmo SFM, caracterizando como uma topologia não-tradicional. Dentre os vários métodos SFM, adotou-se o método QUEST para esta etapa pelos seguintes motivos: (i) não possui limite de quantidade de vetores de entrada (sensores); (ii) a confiabilidade de cada sensor pode ser ponderada; e (iii) a saída é estimada utiliza notação de quatérnios,

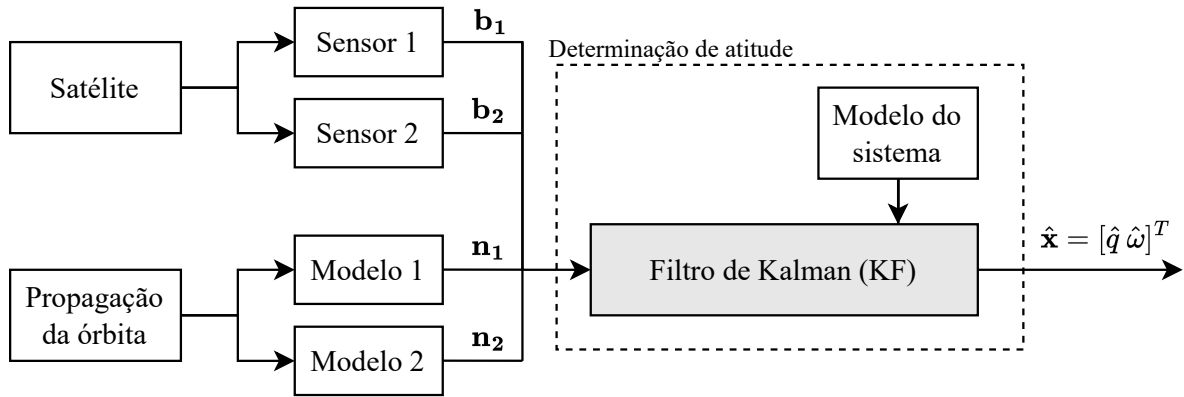


Figura 11 – Determinação de atitude utilizando a abordagem tradicional

Fonte: Adaptado de (HAJIYEV, Chingiz; GULER, 2017)

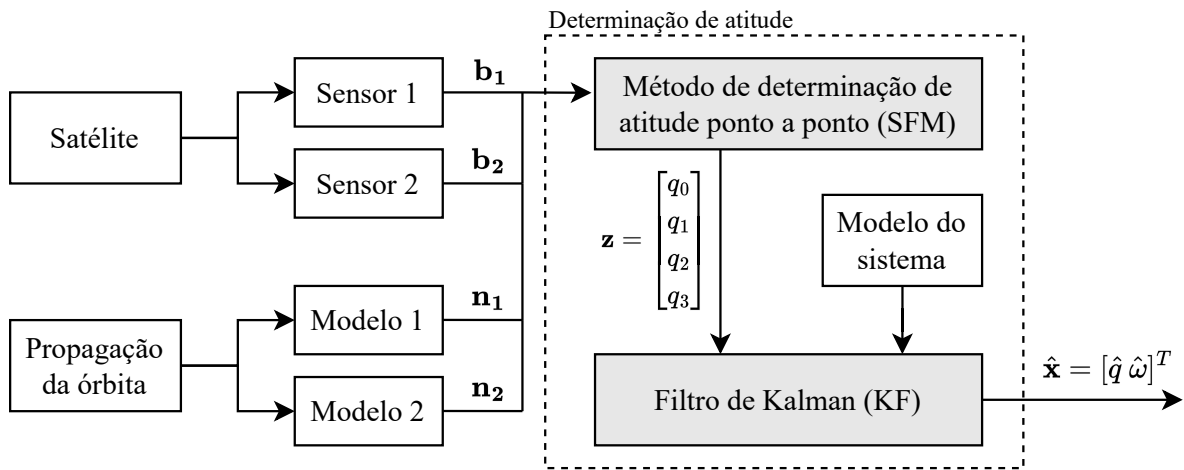


Figura 12 – Determinação de atitude utilizando a abordagem não-tradicional

Fonte: Adaptado de (HAJIYEV, Chingiz; GULER, 2017)

coerente com o modelo matemático utilizado na Equação (43).

3.1 ALGORITMO DE PRÉ-PROCESSAMENTO - QUEST

O *q-Method*, algoritmo antecessor ao QUEST e desenvolvido por (DAVENPORT, 1968), buscou solucionar um problema mais antigo ainda, o Problema de Whaba (conhecido na literatura como *Whaba's problem*). Em 1965, Grace Whaba descreveu o problema de determinação de atitude através da seguinte função custo (WAHBA, 1965):

$$J(C(\theta)) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N a_i \|n_i - C(\theta)b_i\|^2, \quad \forall N \geq 2 \quad (58)$$

sendo $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^3$ o vetor de ângulos de Euler, $C(\cdot)$ a matriz de cossenos diretores (matriz de rotação), \mathbf{b}_i e \mathbf{n}_i o i -ésimo vetor do referenciado sistema de coordenadas do corpo e do sistema de coordenadas de referência, respectivamente, a_i o peso de cada par de vetores \mathbf{b}_i e \mathbf{n}_i e N a quantidade de pares de vetores (sensores).

Portanto, a determinação da orientação do corpo consiste em buscar a matriz de rotação $C(\boldsymbol{\theta})$ que minimize a função custo definida em (58) a partir do conhecimento dos pares $(\mathbf{n}_i, \mathbf{b}_i)$, $i = 2, \dots, N$. Adicionalmente, os pesos a_i representam o grau de confiança na medida do i -ésimo sensor.

Devido as vantagens do uso de quatérnios definidos nas Equações (21) e (22), Davenport reescreveu a matriz de rotação $C(\boldsymbol{\theta})$ em termos de quatérnios:

$$C(\mathbf{q}) = (q_0^2 - \mathbf{q}_v^T \mathbf{q}_v) \mathbf{I} + 2\mathbf{q}_v \mathbf{q}_v^T - 2q_0 \mathbf{S}(\mathbf{q}_v) \quad (59)$$

com $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ sendo a matriz identidade e $\mathbf{S}(\mathbf{q}_v)$ a matriz anti-simétrica de \mathbf{q}_v . Assim, a função custo em (58) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$J(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N a_i \|\mathbf{n}_i - C(\mathbf{q})\mathbf{b}_i\|^2 \quad (60)$$

Entretanto, com o objetivo minimizar a função de custo $J(\mathbf{q})$, Davenport propôs o uso de uma função auxiliar $g(\mathbf{q})$ para a qual busca-se a maximização. Assim, implicitamente, a maximização de g induz na minimização de J . Reescrevendo (60), obtém-se (DAVENPORT, 1968):

$$g(\mathbf{q}) = 1 - J(\mathbf{q}) \quad (61)$$

$$= \mathbf{q}^T \mathbf{M} \mathbf{q} \quad (62)$$

onde \mathbf{M} é dada por:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \sigma & \mathbf{c}^T \\ \mathbf{c} & \mathbf{N} - \mathbf{I}\sigma \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{B} + \mathbf{B}^T \quad (64)$$

$$\mathbf{B} = \sum_{i=1}^N a_i \mathbf{b}_i \mathbf{n}_i^T \quad (65)$$

$$\sigma = \text{tr}(\mathbf{B}) \quad (66)$$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{23} - \mathbf{B}_{32} \\ \mathbf{B}_{31} - \mathbf{B}_{13} \\ \mathbf{B}_{12} - \mathbf{B}_{21} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^N a_i (\mathbf{b}_i \times \mathbf{n}_i) \quad (67)$$

com $(\cdot \times \cdot)$ representando o produto vetorial, $\text{tr}(\cdot)$ o traço da matriz, e \mathbf{B}_{ij} o elemento (i, j) da matriz \mathbf{B} .

Com as definições acima, passa-se a trabalhar com um problema de maximização de $g(\mathbf{q})$. Então, o quatérnio \mathbf{q}^* que maximiza $g(\mathbf{q})$ satisfaz a seguinte equação:

$$\mathbf{M}\mathbf{q}^* = \lambda_{\max}\mathbf{q}^* \quad (68)$$

onde λ_{\max} é o maior autovalor de \mathbf{M} e \mathbf{q}^* é o autovetor associado a λ_{\max} . Portanto:

$$g(\mathbf{q}^*) = \lambda_{\max} \quad (69)$$

Logicamente, como o objetivo é maximizar g , busca-se o maior autovalor da matriz \mathbf{M} definido por λ_{\max} .

Apesar da solução proposta por (DAVENPORT, 1968) da maximização ter sido amplamente utilizada, a extração dos autovalores e autovetores da matriz \mathbf{M} alocava um custo computacional precioso para época. Baseado na solução do *q-Method*, os algoritmos sucessores buscaram aumentar a velocidade de cálculo do algoritmo para encontrar os autovalores máximos da matriz, devido os requisitos necessários para os próximos projetos de satélites na época. O QUEST por exemplo, conseguia computar aproximadamente 1000x mais rápido a matriz dos cossenos diretores que o método original *q-Method* proposto por Davenport (CHENG; SHUSTER, Malcolm D, 2007).

Em (SHUSTER, Malcolm David; OH, 1981) e (BAR-ITZHACK, 1996), nota-se que após determinar λ_{\max} não é necessário calcular os autovetores da matriz \mathbf{M} da forma tradicional. Através do uso de parâmetros de Rodrigues (SCHAUB; JUNKINS, 2003), pode-se obter o vetor ótimo \mathbf{y}^* da seguinte forma:

$$\mathbf{y}^* = [(\lambda_{\max} + \sigma)\mathbf{I} - \mathbf{N}]^{-1}\mathbf{c} \quad (70)$$

Sendo assim, o quatérnio ótimo pelo método QUEST é obtido pela seguinte expressão:

$$\mathbf{q}^* = \frac{1}{\sqrt{1 + (\mathbf{y}^*)^T \mathbf{y}^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{y}^* \end{bmatrix} \quad (71)$$

Apesar de reduzir o custo computacional, o uso de parâmetros de Rodrigues de forma implícita implica em pontos de singularidades em múltiplos de π como ocorre em Ângulos de Euler. Para contornar esse problema, modificou-se a equação (71) na seguinte maneira:

$$\mathbf{q}^* = \frac{1}{\sqrt{\gamma^2 + (\mathbf{X}^*)^T \mathbf{X}^*}} \begin{bmatrix} \gamma \\ \mathbf{X}^* \end{bmatrix} \quad (72)$$

sendo γ e \mathbf{X} definidos por:

$$\gamma = (\varpi + \sigma)\alpha - \Delta \quad (73)$$

$$\mathbf{X}^* = (\alpha\mathbf{I} + \beta\mathbf{N} + \mathbf{N}^2)\mathbf{c} \quad (74)$$

$$\alpha = \varpi^2 - \sigma^2 + \text{tr}(\text{adj}(\mathbf{N})) \quad (75)$$

$$\beta = \varpi - \sigma \quad (76)$$

$$\Delta = \det(\mathbf{N}) \quad (77)$$

Nas definições acima, a variável ϖ (que representa o autovalor máximo) é encontrada de forma iterativa através do método Newton-Raphson utilizando a equação característica:

$$\varpi^4 - (a + b)\varpi^2 - c\varpi + (ab + c\sigma - d) = 0 \quad (78)$$

$$a = \sigma^2 - \text{tr}(\text{adj}(N)) \quad (79)$$

$$b = \sigma^2 + c^T c \quad (80)$$

$$c = \Delta + c^T N c \quad (81)$$

Um maior detalhamento matemático do algoritmo QUEST pode ser encontrado nas referências (SHUSTER, Malcolm David; OH, 1981), (BAR-ITZHACK, 1996), (MORTARI, 1997), (MORTARI, 2000), (CHENG; SHUSTER, Malcolm D, 2007) e (CHOU-KROUN *et al.*, 2012).

3.2 OBSERVADORES BASEADOS EM FILTRO DE KALMAN

Como o Filtro de Kalman é considerado um estimador ótimo para sistemas lineares e com distribuição Gaussiana, seu algoritmo original foi pouco modificado desde sua introdução por (KALMAN, 1960). Entretanto, ao longo dos anos ele recebeu uma série de extensões e incrementos com o objetivo de ser aplicável em sistemas com características diferentes (MONTELLA, 2011). Nesse sentido, esta seção aborda três observadores baseados no Filtro de Kalman que foram estruturados para atingir o objetivo de estimar os estados de um *CubeSat*. Nos casos detalhados a seguir, considerou-se o uso do algoritmo QUEST como primeira etapa do observador, o qual fornece para os observadores baseados em Filtro de Kalman um vetor de quatérnios como medida.

3.2.1 Filtro de Kalman Estendido (EKF - Extended Kalman Filter)

O Filtro de Kalman Estendido é versão não-linear do Filtro de Kalman, o qual traz algumas vantagens referente à versão linear quando trabalhamos com sistemas não-lineares. O EKF intrinsecamente realiza a linearização da função de transição e observação de estados considerando a parte linear da expansão em Série de Taylor e utiliza os estados não-lineares para a observação do sistema.

Para definir o EKF, considere a seguinte representação discreta de um sistema não linear:

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_k \quad (82)$$

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (83)$$

sendo $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ o vetor de estados, $\mathbf{z}_k \in \mathbb{R}^r$ o vetor de medidas, $\mathbf{w}_k \in \mathbb{R}^p$ o ruído do processo, e $\mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^q$ o ruído da medição. Supõe-se que \mathbf{w}_k e \mathbf{v}_k sejam ruídos

gaussianos de média zero, mutuamente independentes e variâncias definidas por:

$$E\{w_i w_j^T\} = Q_k \delta_{ij} > 0 \quad (84)$$

$$E\{v_i v_j^T\} = R_k \delta_{ij} > 0 \quad (85)$$

As matrizes $Q_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $R_k \in \mathbb{R}^{r \times r}$ representam, respectivamente, a covariância do ruído do processo e a covariância do ruído de medição, mas frequentemente em aplicações elas representam o grau de confiança no modelo e na medida, respectivamente.

Normalmente, os sistemas dinâmicos são representados por equações diferenciais não lineares e a função de transição de estados discreta $f(x_{k-1})$ é encontrada através da seguinte aproximação da derivada discreta (discretização de Euler um passo a frente):

$$\dot{x}_t \cong \frac{x_k - x_{k-1}}{\Delta_t} \quad (86)$$

onde Δ_t representa o período de amostragem da discretização e $x_t = x(t)$ é o estado contínuo do processo. Neste caso, a dinâmica discreta do sistema é determinada pela seguinte função de transição de estados:

$$f(x_{k-1}) \cong x_{k-1} + \Delta_t \dot{x}_t \quad (87)$$

Pela equação acima, percebe-se que os estados atuais do sistema são a soma dos estados amostrados anteriormente com a aproximação discreta da derivada dos estados definida em (86) ponderada pelo período de amostragem Δ_t .

A função de saída contínua $h(x_t)$ do processo, pode ser, de forma análoga, aproximada por uma função discreta $h(x_k) \cong h(x_t)$ para $t = k\Delta_t$, $k = 0, 1, \dots$. Neste ponto é onde se diferenciam as duas abordagens baseadas no Filtro de Kalman para determinação de atitude como reportadas no início deste Capítulo. Na abordagem tradicional do Filtro de Kalman Estendido, a função $h(\cdot)$ contempla todas as transformações necessárias entre vetores de entrada dos sensores com os estados. Por outro lado, a abordagem não-tradicional simplifica o projeto do observador já que as medidas provenientes do algoritmo de pré-processamento possuem relação linear com o estados. Como nesse trabalho se considera o uso de uma abordagem não-tradicional, a função de saída é dada por:

$$h(x_k) = q = Hx, \quad H = \begin{bmatrix} I_{4 \times 4} & 0_{4 \times 3} \end{bmatrix} \quad (88)$$

onde q é o quatérnio proveniente do algoritmo QUEST, I representa a matriz identidade e 0 uma matriz de zeros.

Equações discretas de predição e atualização:

Como descrito no Capítulo 2, pode-se considerar que o filtro opera em duas etapas:

- (i) *Predição* – realiza-se a predição dos estados $\hat{x}_{k,k-1}$ através da extrapolação definida pela equação (87) no instante $k-1$, e calcula-se a matriz da covariância estimada $P_{k,k-1}$ através da seguinte expressão

$$\begin{cases} \hat{x}_{k,k-1} &= f(\hat{x}_{k-1,k-1}) \\ P_{k,k-1} &= F_k P_{k-1,k-1} F_k^T + Q_k \end{cases} \quad (89)$$

sendo F_k o Jacobiano de $f(\hat{x}_k)$ definido por:

$$F_k = \left. \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k-1,k-1}} \quad (90)$$

- (ii) *Correção* – a estimativa do vetor de estados $\hat{x}_{k,k-1}$ e da matriz de covariância $P_{k,k-1}$ são corrigidos com base no resíduo gerado entre as medidas e a estimativa realizada na etapa de predição. Sendo assim, primeiro calcula-se a matriz de ganho K_k do filtro e o resíduo e_k :

$$K_k = P_{k,k-1} H_k^T (H_k P_{k,k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (91)$$

$$e_k = z_k - H_k \hat{x}_{k,k-1} \quad (92)$$

e, então, atualiza-se a estimativa de x_k e a covariância estimada $P_{k,k}$ através das seguintes relações

$$\begin{cases} \hat{x}_{k,k} &= \hat{x}_{k,k-1} + K_k e_k \\ P_{k,k} &= (I - K_k H_k) P_{k,k-1} \end{cases} \quad (93)$$

3.2.2 Filtro de Kalman Robusto (RKF)

A seguir, apresenta-se de forma resumida a versão estendida do Filtro de Kalman Robusto (RKF) obtida a partir do trabalho original apresentado em (ROCHA, 2022). Com esta finalidade, considere o seguinte sistema discreto com incertezas no modelo:

$$x_{k+1} = (F_k + \delta F_k) x_k + (G_k + \delta G_k) w_k, \quad (94)$$

$$z_k = (H_k + \delta H_k) x_k + (D_k + \delta D_k) v_k \quad (95)$$

sendo $x_k \in \mathbb{R}^n$ o vetor de estados do sistema, $w_k \in \mathbb{R}^p$ o vetor do ruído do sistema, $z_k \in \mathbb{R}^r$ a saída do sistema, e $v_k \in \mathbb{R}^q$ o ruído de medição. Supõe-se que w_k e v_k sejam ruídos gaussianos de média zero, mutuamente independentes e com variâncias Q_k e R_k , respectivamente.

As matrizes δF_k , δG_k , δH_k , e δD_k modelam as incertezas existentes no modelo do sistema satisfazendo as seguintes equações:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \delta F_k & \delta G_k \end{bmatrix} &= M_{1,k} \Delta_{1,k} \begin{bmatrix} E_{1,k} & E_{2,k} \end{bmatrix}, & \|\Delta_{1,k}\| &\leq 1 \\ \begin{bmatrix} \delta H_k & \delta D_k \end{bmatrix} &= M_{2,k} \Delta_{2,k} \begin{bmatrix} E_{3,k} & E_{4,k} \end{bmatrix}, & \|\Delta_{2,k}\| &\leq 1 \end{aligned} \quad (96)$$

onde $M_{1,k}$, $M_{2,k}$, $E_{1,k}$, $E_{2,k}$, $E_{3,k}$ e $E_{4,k}$ são matrizes conhecidas com dimensões apropriadas sendo $M_{1,k}$ e $M_{2,k}$ não nulas, e $\Delta_{1,k}$ e $\Delta_{2,k}$ são matrizes incertas com dimensões apropriadas satisfazendo as restrições de norma definidas em (96).

A partir da descrição do sistema acima, as etapas de predição e correção da versão estendida do RKF são sumarizadas no **Algoritmo 1**, onde F_k é como definido em (90).

Algorithm 1 Algoritmo RKF

Inicialização: $P_0 > 0$, $R_k > 0$, $Q_k > 0$, $\mu > 0$, $\xi > 0$, x_0

For $k = 0, 1, \dots, N$ **do**

1. Obter z_k .

2. Calcula-se $\hat{\lambda}_k$ utilizando a aproximação:

$$\hat{\lambda}_k = (1 + \xi)\mu \|\text{diag}\{M_{1,k}^T M_{1,k}, M_{2,k}^T M_{2,k}\}\| \quad (97)$$

3. Calcula-se:

$$\begin{aligned} \Phi_{1,k} &= \mu^{-1} I - \hat{\lambda}_k^{-1} M_{1,k} M_{1,k}^T & \hat{Q}_k &= \Phi_{1,k} + G_k \left(Q_k^{-1} + \hat{\lambda}_k E_{2,k}^T E_{2,k} \right)^{-1} G_k^T \\ \Phi_{2,k} &= \mu^{-1} I - \hat{\lambda}_k^{-1} M_{2,k} M_{2,k}^T & \hat{R}_k &= \Phi_{2,k} + D_k \left(R_k^{-1} + \hat{\lambda}_k E_{4,k}^T E_{4,k} \right)^{-1} D_k^T \\ \bar{Q}_k &= \hat{\lambda}_k^{-1} I + E_{2,k} Q_k E_{2,k}^T & \bar{R}_k &= \hat{\lambda}_k^{-1} I + E_{4,k} R_k E_{4,k}^T \\ \hat{F}_k &= F_k - G_k Q_k E_{2,k}^T \bar{Q}_k^{-1} E_{1,k} & \hat{H}_k &= H_k - D_k R_k E_{4,k}^T \bar{R}_k^{-1} E_{3,k} \end{aligned} \quad (98)$$

4. A matriz de covariância estimada é corrigida:

$$P_{k,k} = \left(P_{k,k-1}^{-1} + \hat{H}_k^T \hat{R}_k^{-1} \hat{H}_k + E_{3,k}^T \bar{R}_k^{-1} E_{3,k} + E_{1,k}^T \bar{Q}_k^{-1} E_{1,k} \right)^{-1} \quad (99)$$

5. Estima-se os estados:

$$\hat{x}_{k,k} = P_{k,k} \left(P_{k,k-1}^{-1} \hat{x}_{k,k-1} + \hat{H}_k^T \hat{R}_k^{-1} z_k \right) \quad (100)$$

6. Prediz-se a matriz de covariância estimada:

$$P_{k+1,k} = \hat{F}_k P_{k,k} \hat{F}_k^T + \hat{Q}_k \quad (101)$$

7. Prediz-se os estados:

$$\hat{x}_{k+1,k} = \hat{F}_k \hat{x}_{k,k} \quad (102)$$

end for

3.2.3 Filtro de Kalman Estendido Adaptativo (AEKF)

A partir de um correto ajuste das matrizes Q_k e R_k , tornou-se possível obter um desempenho muito satisfatório na estimativa dos estados com o EKF em situações

nominais de ruído. Entretanto, sabe-se que em situações práticas as covariâncias de ruído podem divergir do valor considerado na sintonia do observador, principalmente o da matriz de covariância do ruído de medição \mathbf{R} , que está atrelada aos sensores, frequentemente expostos a ruídos externos indesejados no ambiente de operação. Além do mais, não pode-se descartar falhas inerentes ao mau funcionamento desses dispositivos durante sua operação, ainda mais considerando a aplicação em um satélite, onde a manutenção ou substituição de componentes não é viável.

Com o objetivo de melhorar a estimativa dos estados em situações de falha nos sensores, estudou-se a utilização de um observador adaptativo baseado no EKF tolerante a falhas com a propriedade de reduzir erros de medição na estimativa dos estados. Este observador (denominado como Filtro de Kalman Estendido Adaptativo ou AEKF) possui um mecanismo de detecção de falha que quando acionado faz um ajuste no valor da matriz \mathbf{R} que representa a variância do ruído de medição adaptando o seu valor de acordo com a condição do ruído anormal nos sensores. Em particular, o AEKF inclui em sua operação um algoritmo detector de falhas que verifica a existência ou não de falha na medição a cada iteração. Quando detectada a falha, este efetua o ajuste da matriz \mathbf{R} de forma *online*, do contrário, mantém o valor nominal. O ajuste da matriz \mathbf{R} permite que o filtro corrija pouco a estimativa extrapolada, ou seja, em situações de falha o AEKF prioriza a estimativa baseada no modelo para que a falha no sensor não afete demasiadamente a estimativa final (ADNANE *et al.*, 2018) (ÇILDEN GÜLER, 2021) (KINATAŞ; HACIZADE, 2022).

O AEKF compartilha majoritariamente o mesmo algoritmo implementado para o EKF, entretanto, traz alguns incrementos que são detalhados abaixo: (i) sistema de detecção de falhas e (ii) ajuste da matriz de covariância do ruído de medição.

Ajuste da matriz de covariância do ruído de medição

A técnica utilizada para o ajuste da matriz \mathbf{R} consiste no uso de um multiplicador escalar, na bibliografia em inglês chamado de SSF - *Single Scale Factor* (KINATAŞ; HACIZADE, 2022).

$$\mathbf{R}_k = SSF_k \mathbf{R}_{k-1} \quad (103)$$

O *SSF* é uma variável escalar positiva que é utilizada para corrigir o valor da matriz de covariância de medição permitindo que a magnitude da matriz de covariância do ruído aumente em situações de falha.

Para entender os efeitos da mudança de magnitude, vale a pena lembrar o significado da matriz \mathbf{R} . Uma matriz \mathbf{R} ótima contempla em sua diagonal principal o valor quadrático do desvio padrão do ruído respectivo da medida. Logo, se o traço da matriz \mathbf{R} é pequeno, as medidas possuem pouco ruído e o Filtro de Kalman procede com uma confiança relativa em sua medida. Conforme a magnitude da matriz \mathbf{R} seja mais elevada, o observador tende a basear-se mais no modelo matemático do sistema

que na medida. Com esta finalidade, (KINATAŞ; HACIZADE, 2022) propôs a seguinte expressão para o SSF_k :

$$SSF_k = \frac{e_k^T e_k}{tr(\mathbf{R}_k)} \quad (104)$$

com $tr(\cdot)$ representando a função Traço da matriz e e_k o resíduo (erro) apresentado anteriormente na Equação (92).

No entanto, a formulação do SSF e a atualização de \mathbf{R}_k em conjunto com o mecanismo de detecção de falha levava a magnitudes elevadas da matriz \mathbf{R}_k que eventualmente ocasionavam a singularidades na correção da medida. Desta forma, propôs-se neste trabalho utilizar a seguinte expressão de cálculo do SSF e atualização de \mathbf{R}_k :

$$\mathbf{R}_k = SSF_k \mathbf{R}_0 \quad (105)$$

$$SSF_k = \left(\frac{e_k^T e_k}{tr(\mathbf{R}_0)} \right)^2 \quad (106)$$

Note que na expressão acima, a correção de magnitude da matriz \mathbf{R}_k é feita com base na matriz de covariância nominal \mathbf{R}_0 evitando desta forma que a magnitude de \mathbf{R}_k tenda ao infinito em caso de falhas persistentes.

Sistema de detecção de falhas

A detecção de falhas opera através da análise do valor do resíduo apresentado na Equação (92). Os últimos N valores normalizados são rastreados de forma a realizar um teste estatístico:

$$\tilde{e}_k = e_k (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (107)$$

$$\boldsymbol{\mu}_k = \left| \frac{1}{N} \sum_{i=k+1-N}^k \tilde{e}_i \right| \quad (108)$$

Através de um limite pré-determinado (*threshold*) T , a cada passo de simulação k compara-se o valor de $\boldsymbol{\mu}_k$ para avaliar a existência de falha. Logo:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\mu}_k > \frac{T}{\sqrt{N}}, & \text{falha detectada} \\ \boldsymbol{\mu}_k \leq \frac{T}{\sqrt{N}}, & \text{sem falhas} \end{cases} \quad (109)$$

A sintonia dos parâmetros T e N é um compromisso entre tempo de resposta e falsa detecção de falha. O aumento de N faz com que o sistema retarde a entrada/saída da condição de falha, operando de uma forma mais conservadora. Por outro lado, um número pequeno de amostras pode impedir que a detecção de falhas funcione de forma

adequada. Adicionalmente, $\boldsymbol{\mu}_k \in \mathbb{R}^f$, logo a detecção de falha ocorre individualmente em cada canal de medição do AEKF.

Ressalta-se que o AEKF proposto diferencia-se dos trabalhos utilizados como referência para o projeto em três aspectos: (i) o uso da matriz \mathbf{R}_0 ao invés de \mathbf{R}_k proporcionou convergência na simulação pois a todo instante k calcula-se a matriz \mathbf{R}_k utilizando a matriz nominal (\mathbf{R}_0) e não a matriz \mathbf{R}_{k-1} que já foi aumentada no passo anterior; (ii) para o projeto aqui apresentado, o termo quadrático na Equação (106) apresentou uma resposta mais adequada na capacidade de adaptação da magnitude da matriz \mathbf{R}_k em resposta aos ruídos injetados; e (iii) a detecção de falha pode ser realizada individualmente em cada um dos canais de saída para que os elementos na diagonal principal da matriz de covariância do ruído de medição sejam sintonizados de forma individual. Entretanto, nesse projeto, considerou-se que a falha em apenas um dos estados é suficiente para realizar a correção em todos, visto que a alteração em apenas um dos quatérnios medidos é suficiente para gerar erros significativos na estimativa de todos os estados. Logo, optou-se pela correção coletiva dos elementos da diagonal principal da matriz \mathbf{R}_k . No próximo capítulo, o desempenho dos observadores EKF, RKF e AEKF são avaliados através da realização de diversos experimentos numéricos utilizando um simulador disponível na literatura especializada.

4 RESULTADOS

Este capítulo apresenta uma análise de desempenho dos observadores baseados no filtro de Kalman (detalhados no capítulo anterior). Primeiramente, comparou-se o desempenho da versão estendida do RKF com relação ao EKF. Posteriormente, o EKF foi comparado ao desempenho do AEKF com a modificação proposta no mecanismo de adaptação em situações de elevado nível de ruído na medição. Para esta finalidade, utilizou-se um simulador desenvolvido por pesquisadores da NASA (descrito na próxima seção) onde buscou-se avaliar o desempenho do sistema proposto para determinação de atitude.

4.1 AMBIENTE DE SIMULAÇÃO

Para a avaliação de desempenho dos observadores estudados, utilizou-se um *software* apropriado para simulação de satélites e dinâmicas orbitais. Com esta finalidade, empregou-se o simulador *42 – Spacecraft Simulation (42SS)*, cujo principal desenvolvedor foi Eric T. Stoneking, um pesquisador da NASA no *Goddard Space Flight Center Greenbelt* (STONEKING, 2019). Este *software* também pode ser encontrado em conjunto com outros simuladores como o *NASA Operational Simulation for Small Satellites (NOS3)* e o *OpenSatKit*, que provém um ambiente completo para simulação de missões de pequenos satélites. A Figura 13 exibe a saída gráfica oferecida pelo 42SS para acompanhamento da simulação.

O 42SS é um *software* abrangente de simulação para a dinâmica de atitude e órbita de satélites. Seu principal propósito é apoiar o projeto e a validação de sistemas de controle de atitude, desde estudos conceituais até integração e testes. Ele modela com precisão a dinâmica de atitude de satélites com múltiplos corpos (com corpos rígidos e/ou flexíveis) e os regimes de voo orbital de dois corpos e três corpos, representando ambientes desde órbita baixa da Terra até todo o sistema solar. O 42SS permite simular vários satélites simultaneamente, facilitando estudos de encontros, operações de proximidade e voo de formação de precisão. Além disso, possui recursos de visualização da atitude da espaçonave. Segundo o autor, o 42SS foi utilizado em projetos como *Fermi Gamma-ray Space Telescope*, *OSIRIS-REX*, entre outros vários estudos.

Apesar de oferecer recursos complexos, a principal interface com o simulador é feita através de arquivos de texto, na qual é possível configurar todo o ambiente de simulação, parâmetros orbitais, arquivos de saída de dados e parâmetros do próprio satélite.

Os códigos desenvolvidos para o sistema de determinação de atitude (QUEST e (A)EKF) foram implementados pelo autor no *software* Matlab®, baseando-se nas referências apresentadas nas seções anteriores. Entretanto, para utilizar as informações

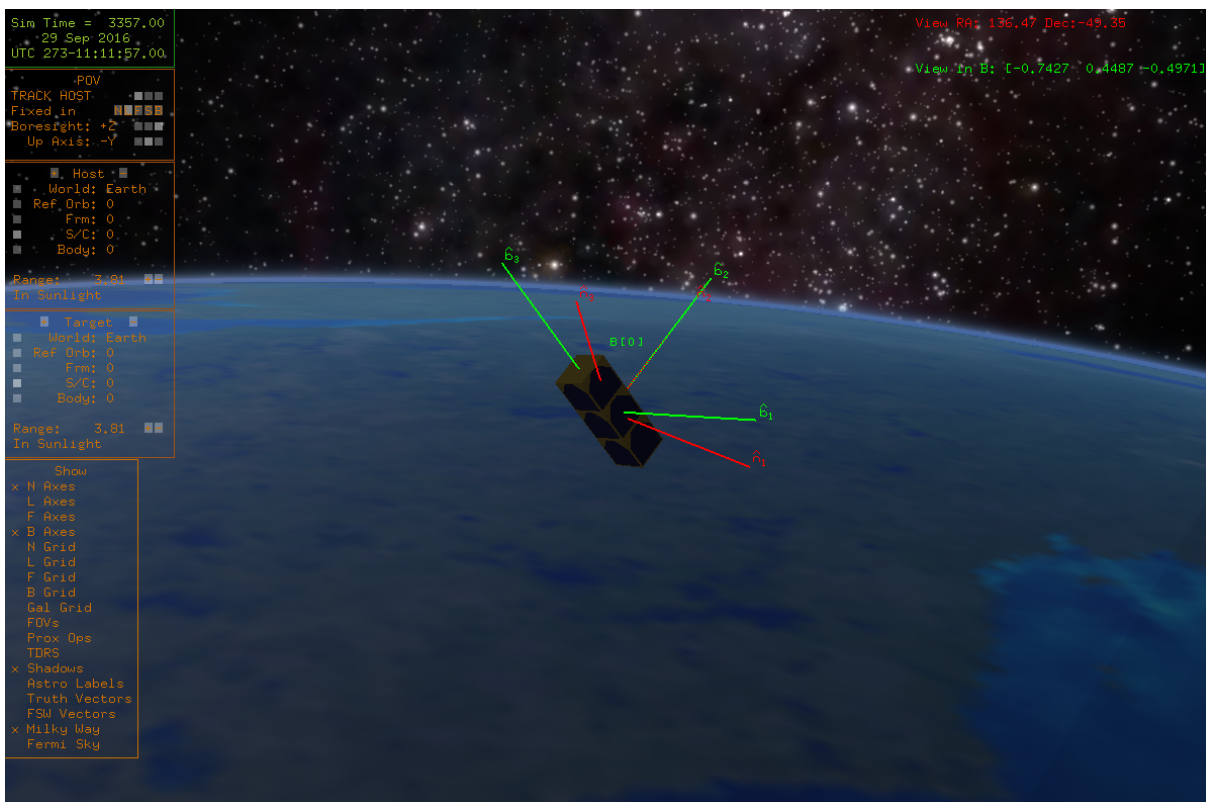


Figura 13 – Software 42SS para simulação de *CubeSat* 3U

Fonte: De autoria própria

provenientes do simulador, utilizou-se o fluxo de dados descrito na Figura 14.

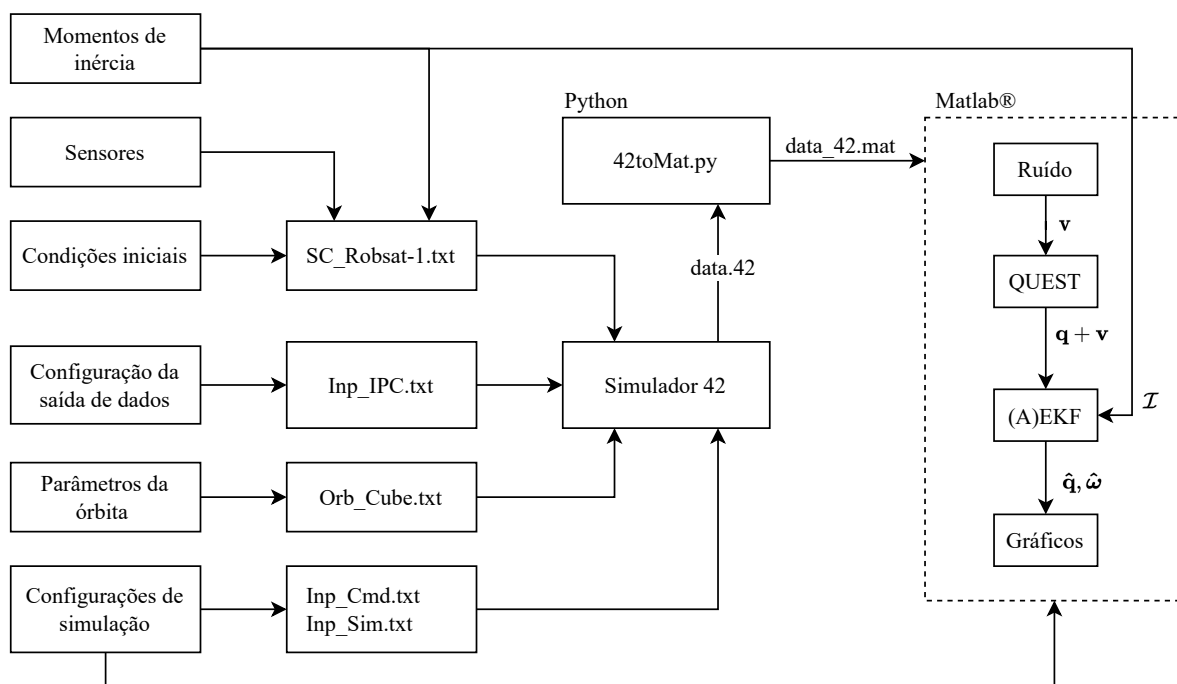


Figura 14 – Fluxo de dados na simulação

Fonte: De autoria própria

Nas próximas subseções serão reportados os parâmetros e configurações do simulador utilizados na validação do sistema de determinação de atitude baseado no algoritmo QUEST e variações do filtro de Kalman.

4.1.1 Órbita e perturbações

Considerou-se uma órbita baixa terrestre (LEO - *Low-Earth Orbit*) nas simulações, que é a órbita normalmente considerada em *CubeSats*. Para a realização das simulações para avaliação do desempenho do sistema de determinação de atitude, utilizaram-se os seguintes parâmetros orbitais:

- Semi-eixo maior (a): 6778.1 km (400 km da superfície terrestre)
- Excentricidade (e): 1 (órbita circular)
- Inclinação orbital (i): 60°
- Longitude do nó ascendente (Ω): 0°
- Argumento do periastro (ω): 0.0°
- Anomalia verdadeira (v): 235°

O trajeto orbital em relação à superfície terrestre (em inglês chamado de *Ground Track*) é apresentado na Figura 15.

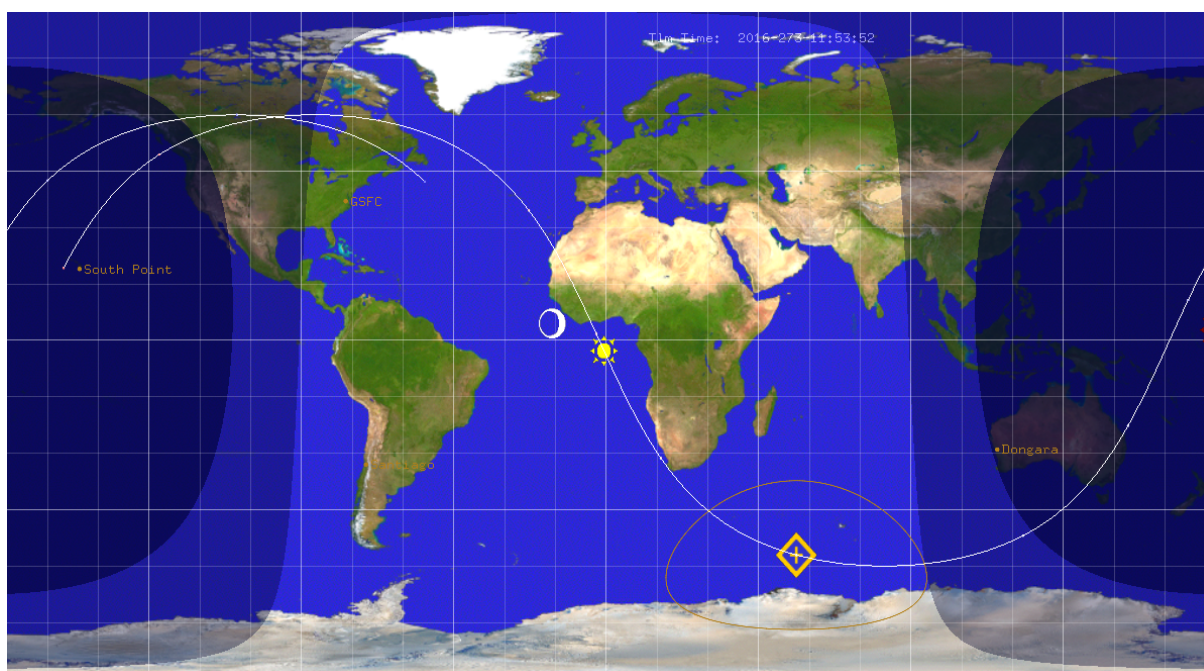


Figura 15 – Trajeto orbital simulado

Fonte: De autoria própria

Com relação às perturbações em simulação, habilitou-se todas disponíveis no simulador:

- Forças e torques aerodinâmicos
- Torque de gradiente de gravidade
- Forças e torques devido à pressão solar
- Forças de perturbação da gravidade

Enfatiza-se ainda que o modelo matemático proposto em (43) não modela nenhuma das perturbações levadas em consideração nas simulações.

4.1.2 Configuração do Satélite Simulado

Apesar da simulação nos proporcionar liberdade na escolha dos sensores, optou-se pela utilização de dois tipo específicos de sensores no projeto: magnetômetros e sensores solares. Esta configuração é frequentemente encontrada na bibliografia pois oferece um custo/desempenho interessante para satélites pequenos (SPRINGMANN *et al.*, 2012), (SCHMIDT *et al.*, 2008), (SHI *et al.*, 2018), (HAJIYEV, Ch; BAHAR, 2003), (XIANG *et al.*, 2012), (FINANCE *et al.*, 2021). Em particular, considerou-se:

- Três magnetômetros (do inglês, TAM – *Tri-Axial Magnetometer*), cada um, coincidente com um eixo no sistema de coordenadas no corpo, definido por: $\mathbf{M} = \{M_x, M_y, M_z\}_B$. Os magnetômetros foram amostrados na frequência de 10Hz e são imunes de ruído, já que este foi adicionado posteriormente durante a simulação para variação do seu desvio padrão.
- Um sensor solar do tipo CSS – *Coarse Sun Sensor* alocado em cada face do satélite, totalizando seis sensores. Entretanto, como os sinais de faces opostas são complementares, os seis sensores foram combinados e normalizados em três sinais definidos por $\mathbf{S} = \{S_x, S_y, S_z\}_B$. De forma similar aos magnetômetros, os sensores solares foram amostrados em 10Hz e são imunes de ruído pelo mesmo motivo.

Com relação aos parâmetros intrínsecos do satélite, considerou-se a seguinte matriz de inércia configurada por padrão no simulador para um CubeSat 1U:

$$\mathcal{I} = \begin{bmatrix} 2.0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.2 \end{bmatrix} \quad (110)$$

e as seguintes condições iniciais:

$$q_0 = 0, \quad q_1 = 0, \quad q_2 = 0, \quad q_3 = 1, \quad (111)$$

$$\omega_x = 5,0^\circ/s, \quad \omega_y = -0,6^\circ/s, \quad \omega_z = -3,3^\circ/s \quad (112)$$

Com esses parâmetros, o sinal normalizado dos sensores durante a órbita especificada na Seção 4.1.1 são apresentados nas Figuras 16 e 17 durante uma simulação com duração de 1000s (ou 10.000 amostras):

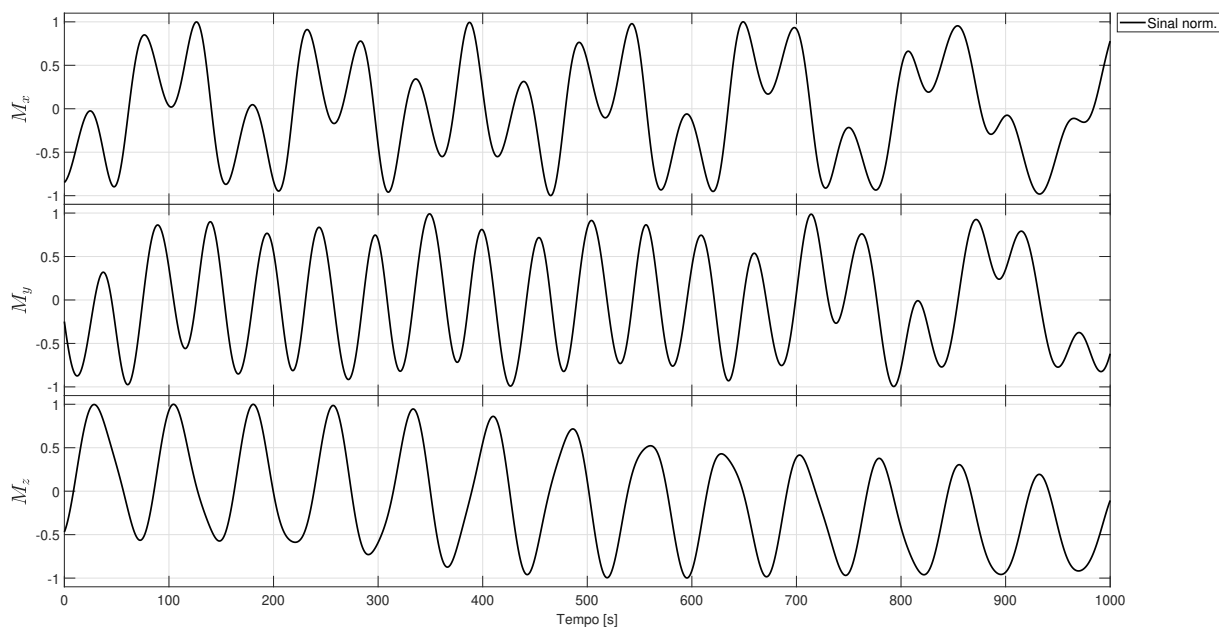


Figura 16 – Sinal do magnetômetro triaxial

Fonte: De autoria própria

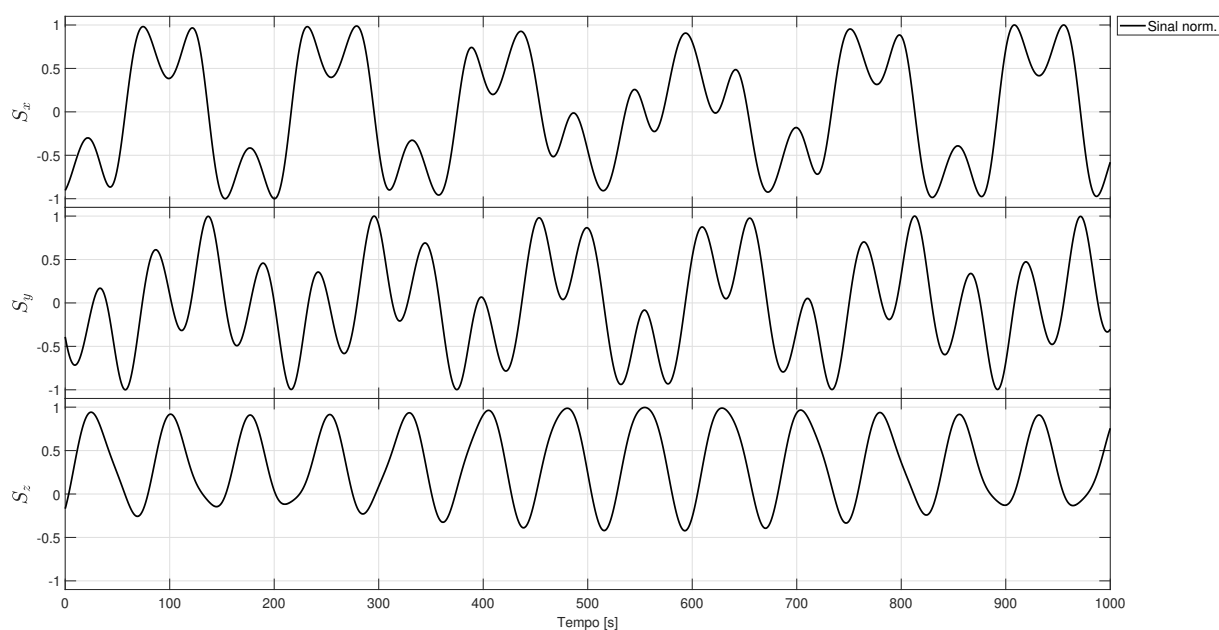


Figura 17 – Sinal combinado dos sensores solares

Fonte: De autoria própria

4.2 COMPARATIVO ENTRE RKF E EKF

Esta seção apresenta uma análise comparativa de desempenho entre o observador EKF e a versão estendida do RKF, os quais foram abordados na Seção 3.2.1 e 3.2.2, respectivamente. Com o objetivo de avaliar a estimação dos estados em situações de falha de sensores, durante os testes, o desvio padrão do ruído de medição foi aumentado, simulando um mau funcionamento dos instrumentos de medição. Para situações de ruído nominal, utilizou-se de um desvio padrão $\sigma_n = 1 \cdot 10^{-3}$, o qual este também foi considerado no ajuste da matriz de covariância do ruído de medição R . Por outro lado, em situações de falha ativa, o desvio padrão atinge $\sigma_f = 1 \cdot 10^{-1}$, impondo um ruído 1000x maior que o nominal.

Para este trabalho em específico, considerou-se ambos os ruídos com distribuição normal e média nula. Ressalta-se também que as magnitudes de desvios padrões utilizados não possuem correlação direta com os ruídos comumente presentes nos sensores utilizados e foram simplificados para avaliar de forma qualitativa o funcionamento dos observadores.

As falhas foram injetadas em cinco momentos durante a simulação:

- Falha 1: gradativamente aumenta o ruído entre 100s e 1000s, iniciando com σ_n e atingindo σ_f ; após, mantém σ_f até 250s
- Falha 2: início aos 300s, fim aos 305s, desvio padrão do ruído σ_f
- Falha 3: início aos 500s, fim aos 600s, desvio padrão do ruído σ_f
- Falha 4: início aos 800s, fim aos 810s, desvio padrão do ruído σ_f
- Falha 5: início aos 835s, fim aos 900s, desvio padrão do ruído σ_f

Graficamente, os ruídos injetados podem ser observados na Figura 18:

Assim, os dois observadores foram comparados utilizando como medida os quatérnios estimados pelo QUEST, através dos sensores apresentados nas Figuras 16 e 17. Complementarmente, os quatérnios medidos possuem a adição do ruído apresentado na Figura 18. O rastreamento dos estados pode ser avaliado nas Figuras 19 e 20:

Observou-se que apesar de ter sido desenvolvido para tratar de erros de modelagem, a versão estendida do RKF apresentou uma melhora significativa no rastreamento dos estados em condição de falha, porém com uma exceção. Durante a Falha 3, a convergência do observador mostrou-se limitada. Esta diferença torna-se mais nítida ao observarmos o erro do ângulo principal proporcionado pelos quatérnios estimados na Figura 21 e a diferença absoluta entre as velocidades angulares em relação à referência pela Figura 22:

Considerando esta instabilidade como um risco na implementação em um satélite, somado à complexidade da implementação e modelagem requerida pelo observador RKF, optou-se pelo estudo de alternativas que pudessem melhorar o desempenho

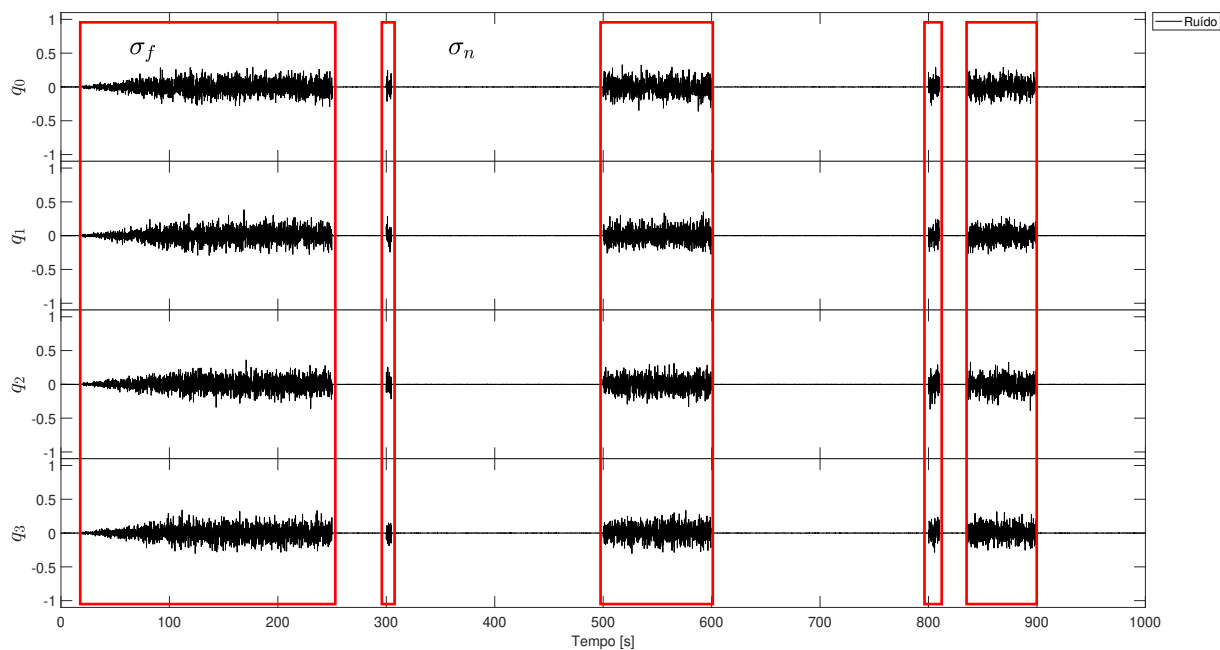


Figura 18 – Ruído injetado aos quatérnios utilizados como medidas pelos Filtros de Kalman estudados

Fonte: De autoria própria

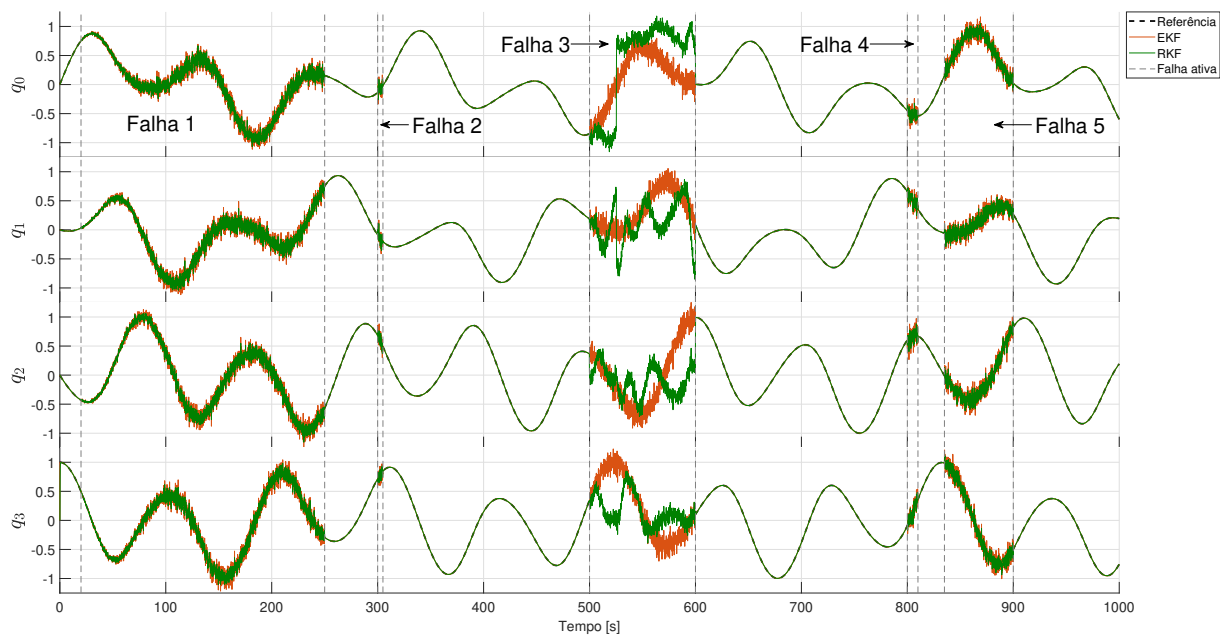


Figura 19 – Estimativa dos quatérnios comparando EKF e RKF

Fonte: De autoria própria

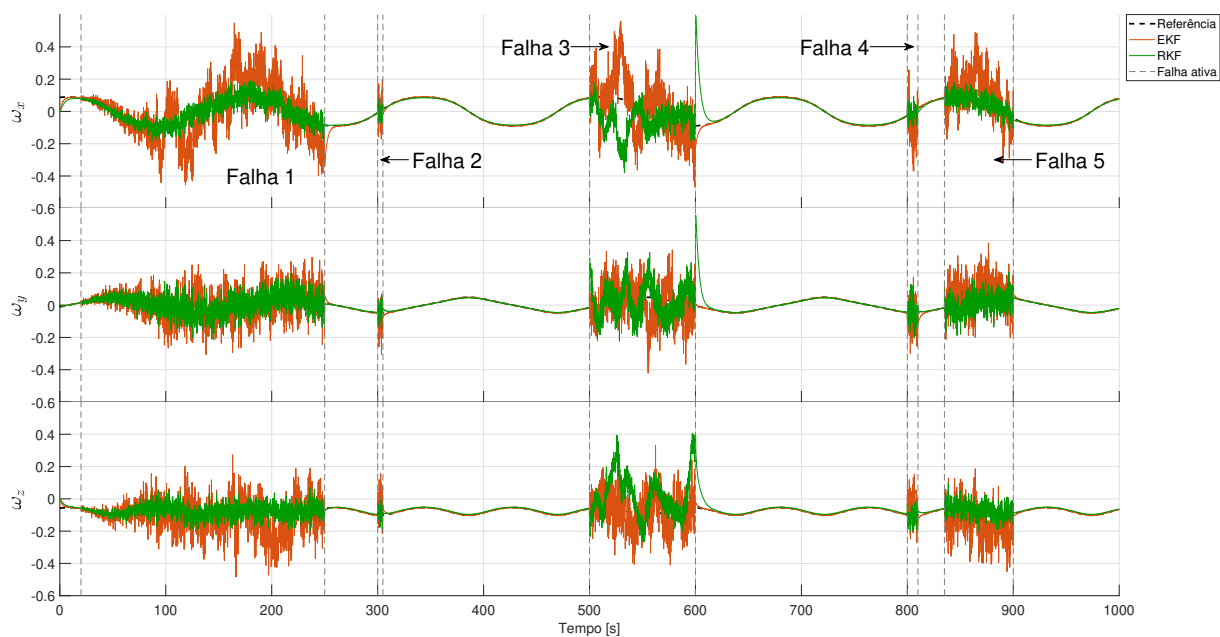


Figura 20 – Estimativa das velocidades angulares comparando EKF e RKF

Fonte: De autoria própria

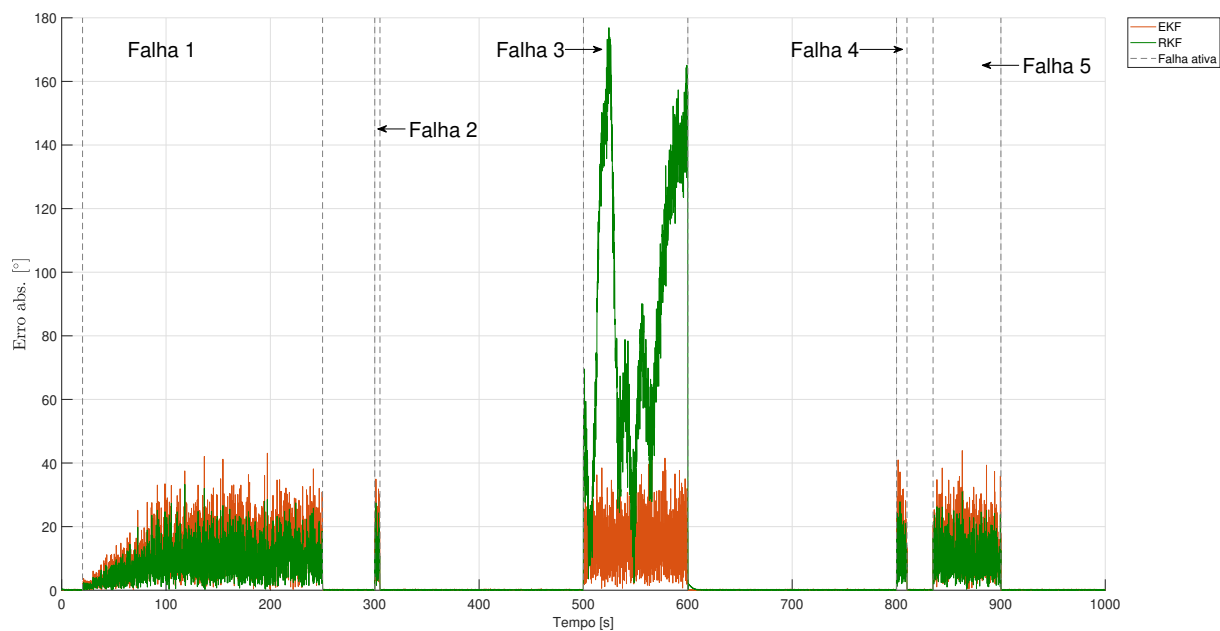


Figura 21 – Erro do ângulo principal comparando EKF e RKF

Fonte: De autoria própria

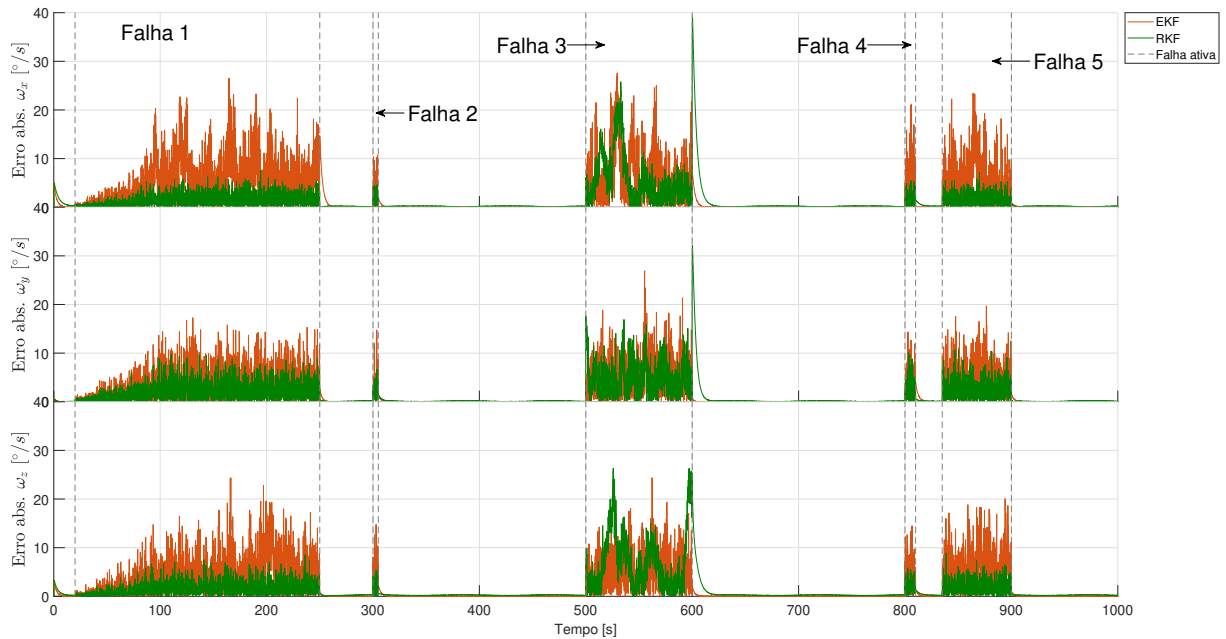


Figura 22 – Erro absoluto de estimativa das velocidades angulares comparando EKF e RKF

Fonte: De autoria própria

do EKF em condições de falha. Nesse sentido, a próxima seção avalia o desempenho do Filtro de Kalman Estendido Adaptativo (AEKF), o qual possui mecanismos desenvolvidos especificamente para minimizar o efeito do ruído nas estimativas dos estados do sistema.

4.3 ANÁLISE AEKF

Esta seção apresenta o comparativo entre o AEKF e o tradicional EKF, utilizando o mesmo cenário de simulação reportado nas seções anteriores. O rastreamento dos estados do sistema pode ser observado nas Figuras 23, 24 e 25:

Adicionalmente, os momentos de falha ativa e detecção de falha pelo algoritmo do AEKF são exibidos nas imagens para uma análise completa do algoritmo adaptativo. As linhas tracejadas na vertical indicam o início ou fim de um período de simulação de falha, que foram definidos no início da Seção 3.2.2. Por outro lado, o fundo acinzentado exibe os momentos em que o *threshold* do sistema de detecção de falhas do AEKF foi violado, indicando que o observador está operando com ajustes na matriz de covariância do ruído de medição R_k .

Percebe-se visualmente uma melhora significativa na estimativa dos estados utilizando o AEKF, principalmente nos estados que não são medidos (Figura 25). Durante os períodos de falha, foi calculado o valor da raiz do erro quadrático médio (RMSE, do inglês *Root Mean Square Error*) entre a referência e as estimativas dos observadores, exibidos na Tabela 2.

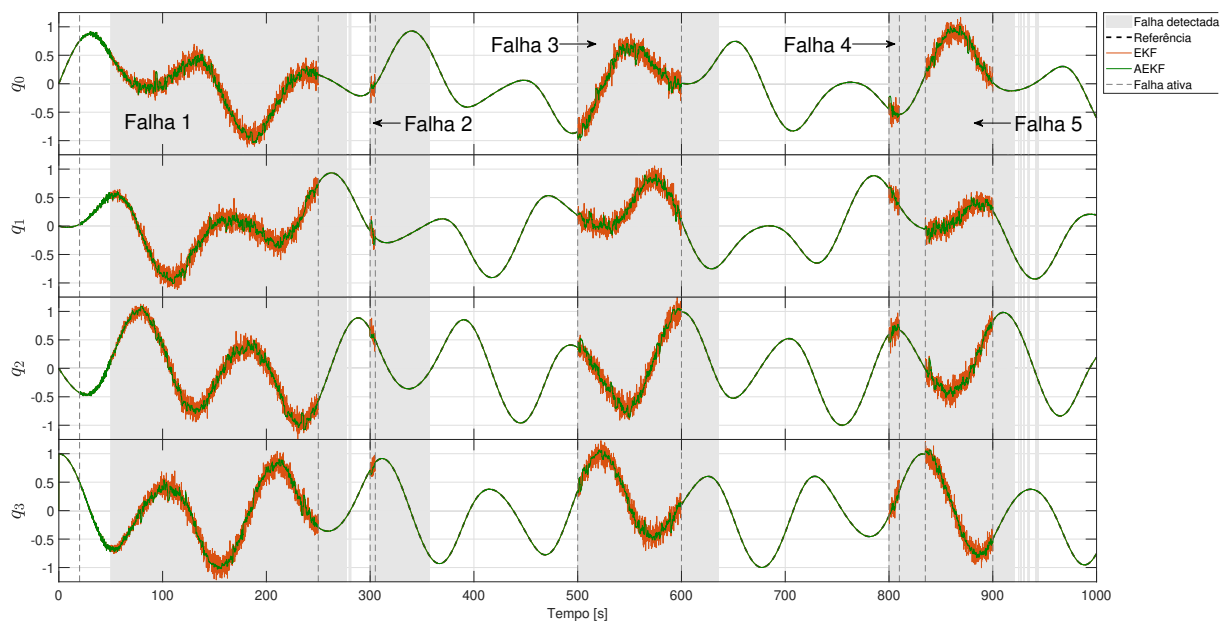


Figura 23 – Estimativa dos quatérnios comparando EKF e AEKF

Fonte: De autoria própria

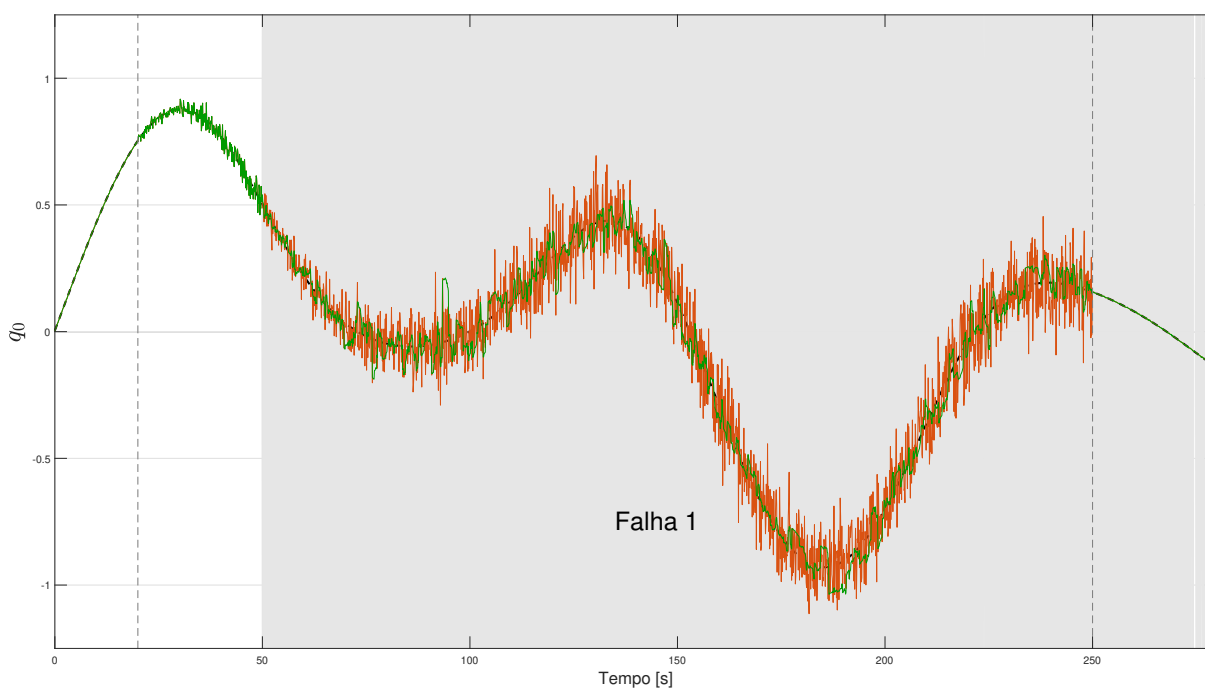


Figura 24 – Estimação do quatérnio q_0 durante a Falha 1 comparando EKF e AEKF

Fonte: De autoria própria

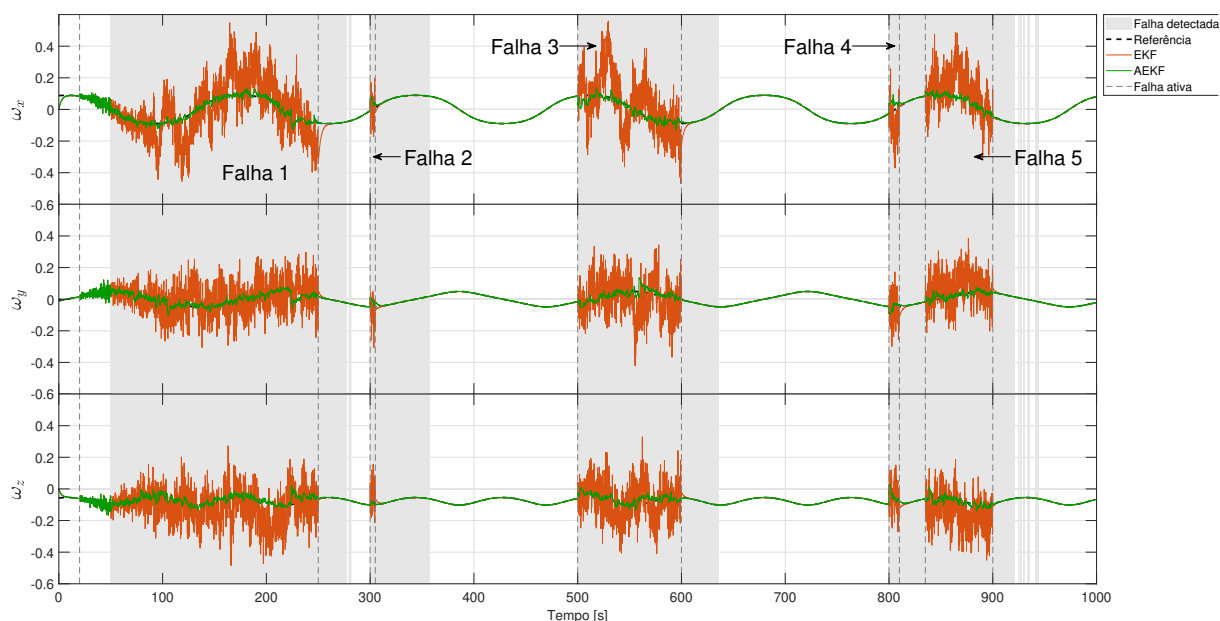


Figura 25 – Estimativa das velocidades angulares comparando EKF e AEKF

Fonte: De autoria própria

Tabela 2 – Comparativo dos erros de estimação dos estados entre EKF e AEKF

	Falha 1	Falha 2	Falha 3	Falha 4	Falha 5
q_0 RMSE EKF	0.0842	0.0944	0.1013	0.0973	0.0944
q_0 RMSE AEKF	0.0533	0.0460	0.0850	0.1134	0.0622
q_1 RMSE EKF	0.0836	0.0994	0.1006	0.0952	0.0979
q_1 RMSE AEKF	0.0527	0.1319	0.0680	0.0419	0.0663
q_2 RMSE EKF	0.0821	0.0979	0.1023	0.1145	0.1010
q_2 RMSE AEKF	0.0542	0.0599	0.0750	0.0860	0.0701
q_3 RMSE EKF	0.0854	0.0932	0.0996	0.1066	0.0998
q_3 RMSE AEKF	0.0583	0.0725	0.0643	0.0527	0.0496
ω_x RMSE EKF [$^{\circ}/s$]	0.1168	0.0850	0.1532	0.1478	0.1310
ω_x RMSE AEKF [$^{\circ}/s$]	0.0172	0.0541	0.0231	0.0511	0.0136
ω_y RMSE EKF [$^{\circ}/s$]	0.0802	0.0836	0.1158	0.0903	0.1042
ω_y RMSE AEKF [$^{\circ}/s$]	0.0199	0.0402	0.0231	0.0253	0.0168
ω_z RMSE EKF [$^{\circ}/s$]	0.0972	0.1015	0.1119	0.1025	0.1240
ω_z RMSE AEKF [$^{\circ}/s$]	0.0212	0.0132	0.0243	0.0684	0.0187

Fonte: De autoria própria

Através da análise numérica, nota-se que o AEKF apresentou erro menor nas estimativas dos estados em praticamente todas as situações. Contudo, durante a Falha 2 o RMSE do estado q_1 observado pelo AEKF apresentou erro superior (valor em vermelho na Tabela 2). De qualquer forma, o desempenho do AEKF pode ser melhor avaliado através da análise do erro do ângulo principal, o qual reflete a estimação proveniente dos quatérnios e também do erro absoluto de estimação das velocidades angulares. Estes dados são exibidos graficamente pelas Figuras 26 e 27:

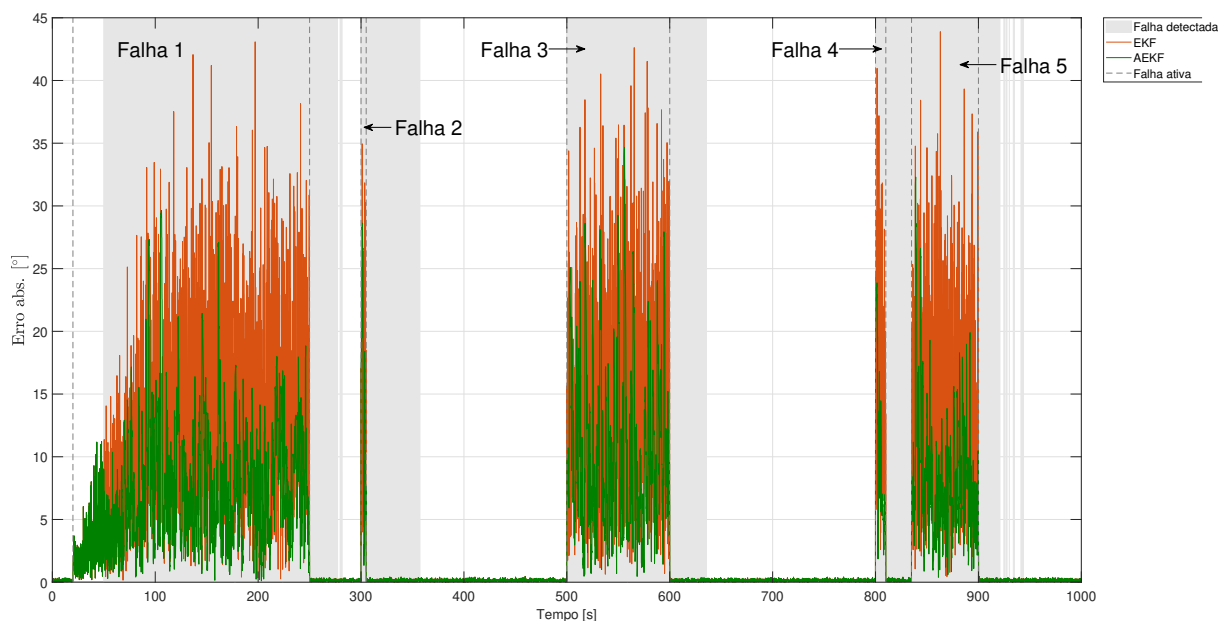


Figura 26 – Erro do ângulo principal comparando EKF e AEKF

Fonte: De autoria própria

Sendo assim, a Tabela 3 compara o valor RMSE do ângulo principal e RMSE absoluto de estimação das velocidades angulares:

Tabela 3 – Comparativo dos erros absolutos entre EKF e AEKF

	Falha 1	Falha 2	Falha 3	Falha 4	Falha 5
RMSE ang. principal EKF [°]	13.4512	16.0055	16.2951	17.1252	16.1342
RMSE ang. principal AEKF [°]	8.6182	16.5395	12.8434	12.4106	10.0992
RMSE abs. ω_x EKF [°/s]	6.6926	4.8696	8.7789	8.4694	7.5073
RMSE abs. ω_x AEKF [°/s]	0.9827	3.1020	1.3222	2.9289	0.7783
RMSE abs. ω_y EKF [°/s]	4.5968	4.7906	6.6355	5.1726	5.9700
RMSE abs. ω_y AEKF [°/s]	1.1400	2.3042	1.3247	1.4500	0.9653
RMSE abs. ω_z EKF [°/s]	5.5697	5.8141	6.4100	5.8717	7.1070
RMSE abs. ω_z AEKF [°/s]	1.2146	0.7540	1.3924	3.9186	1.0728

Fonte: De autoria própria

Pelos resultados gráficos e numéricos, é notável que o AEKF possui um desempenho superior para realizar a estimação de atitude e velocidades angulares do satélite, proporcionando erros até 10x menores em alguns casos. Como contraponto notado

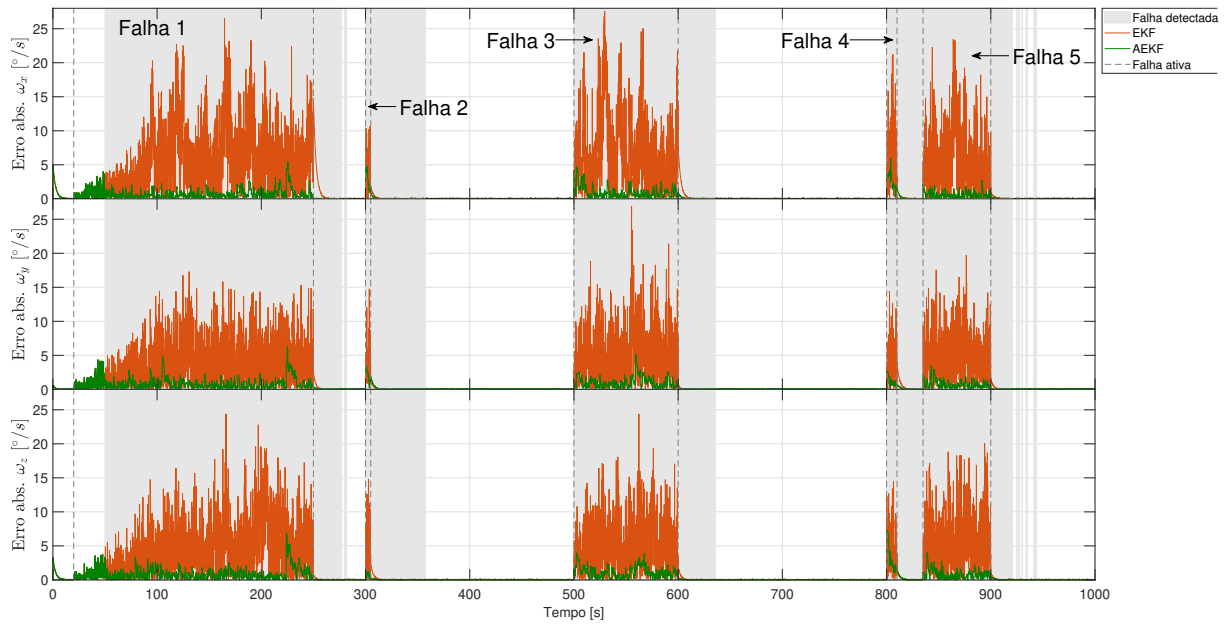


Figura 27 – Erro absoluto de estimativa das velocidades angulares comparando EKF e AEKF

Fonte: De autoria própria

anteriormente, durante a Falha 2 houve uma equivalência entre os dois observadores para estimação da orientação (valor em vermelho na Tabela 3).

Ao final, pela Figura 28 observa-se o comportamento esperado do AEKF quando seu *threshold* μ_k é rompido devido o aumento gradual do desvio padrão do ruído e o observador passa a adaptar a matriz R_k :

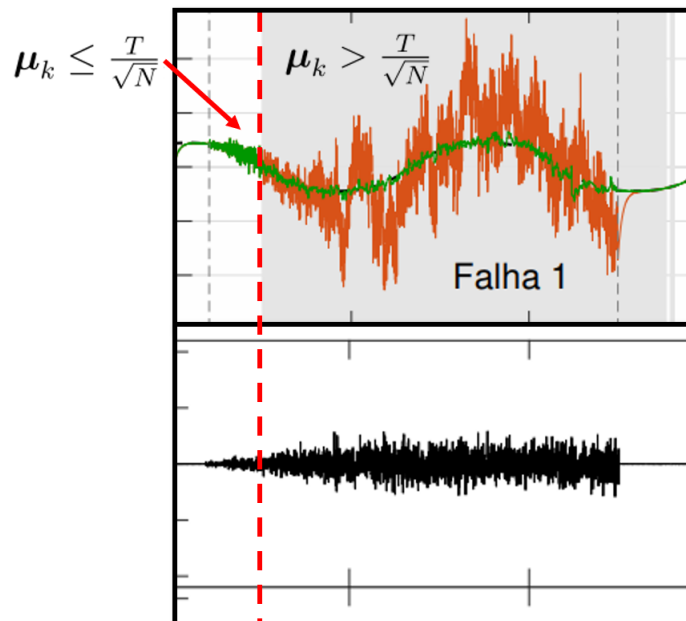


Figura 28

Fonte: De autoria própria

4.4 COMPARATIVO ENTRE AEKF SINGLE-CHANNEL E MULTI-CHANNEL

Com o objetivo de testar o funcionamento do AEKF de forma completa, nesta seção, comparou-se o observador operando em modo *single-channel* – SC e *multi-channel* – MC. Como reportado na Seção 3.2.3, o AEKF pode escalar apenas o canal onde foi detectada a falha (aqui chamado de operação *multi-channel* - MC) ou escalar a matriz de covariância do ruído de medição por completo quando detectada falha em qualquer canal (operação *single-channel* - SC). Ressalta-se ainda que na Seção 4.3 foi avaliado o AEKF em modo de operação *single-channel* (AEKF-SC). Com o objetivo de testar desempenho entre as duas modalidades, a estimação dos estados é exibida nas Figuras 29, 30:

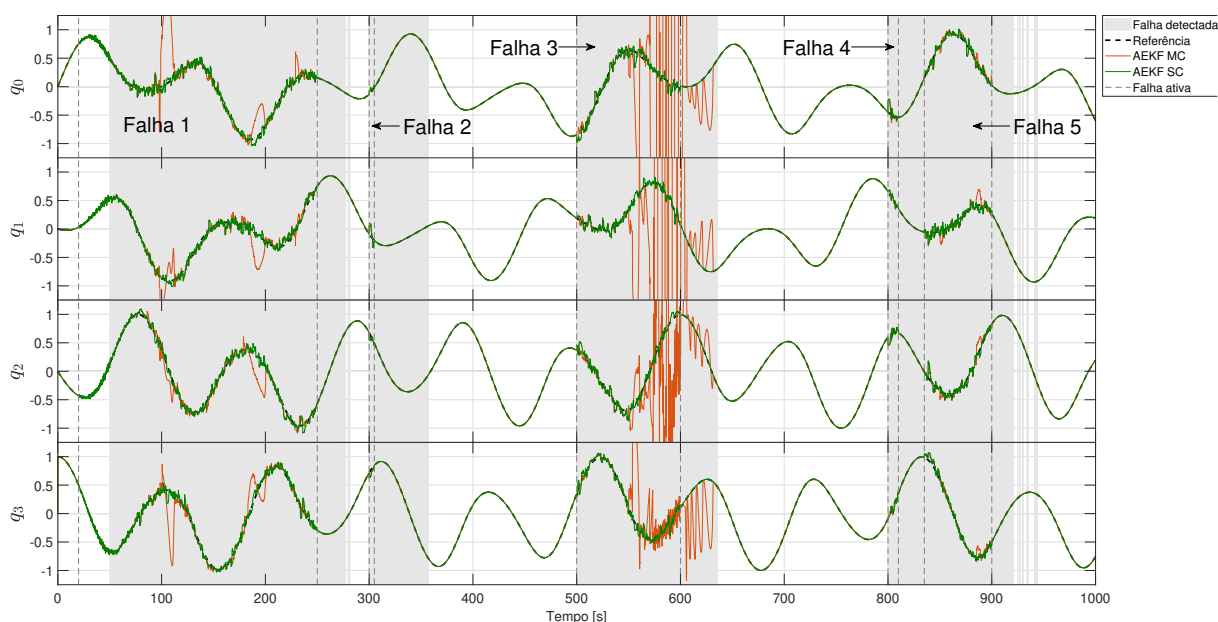


Figura 29 – Estimativa dos quatérnios comparando AEKF-MC e AEKF-SC

Fonte: De autoria própria

É notável que na operação AEKF-MC a estimação dos estados fica debilitada e instável em diversas situações de falha. Esse problema pode ser observado melhor quando olhamos as Figuras 31 e 32, as quais apresentam os erros do ângulo principal e os erros absolutos das velocidades angulares em relação à referência:

Pelos resultados simulados, o AEKF-MC apresenta dificuldades para realizar as estimativas, tanto dos quatérnios como das velocidades angulares. Sua instabilidade se deve ao fato dos parâmetros dos quatérnios serem intrinsecamente correlacionados, ou seja, o erro propagado pela variação de um dos parâmetros resulta em uma estimativa errônea. Assim, a correção de falha individual não traz uma observação adequada para estados que possuem restrições desse gênero.

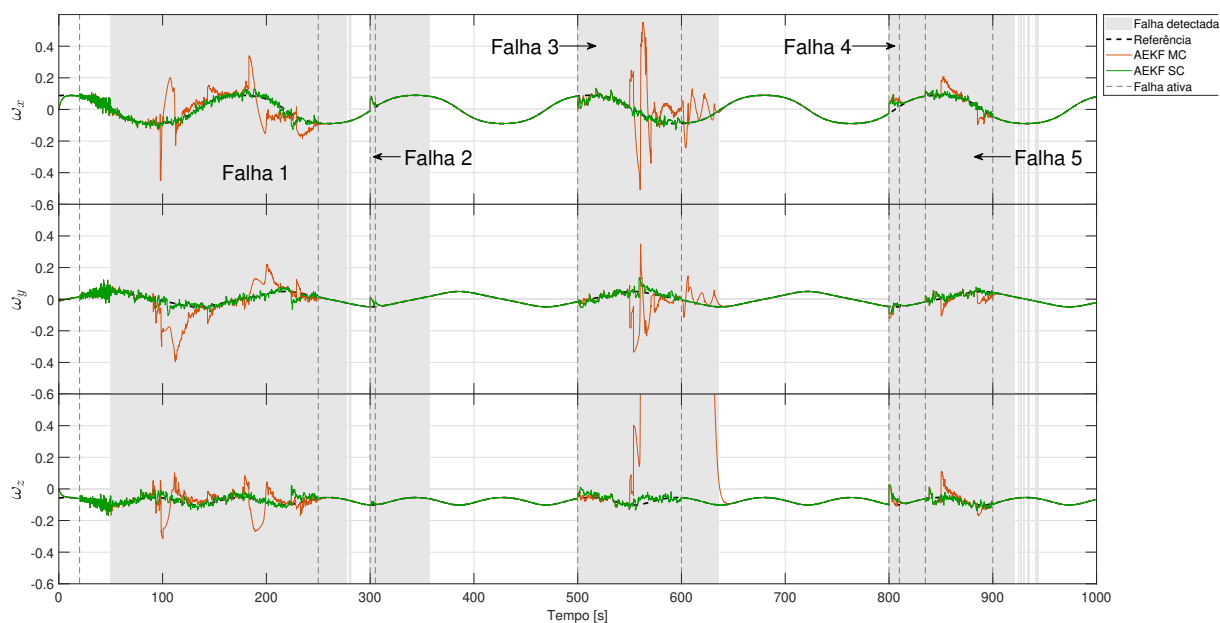


Figura 30 – Estimativa das velocidades angulares comparando AEKF-MC e AEKF-SC

Fonte: De autoria própria

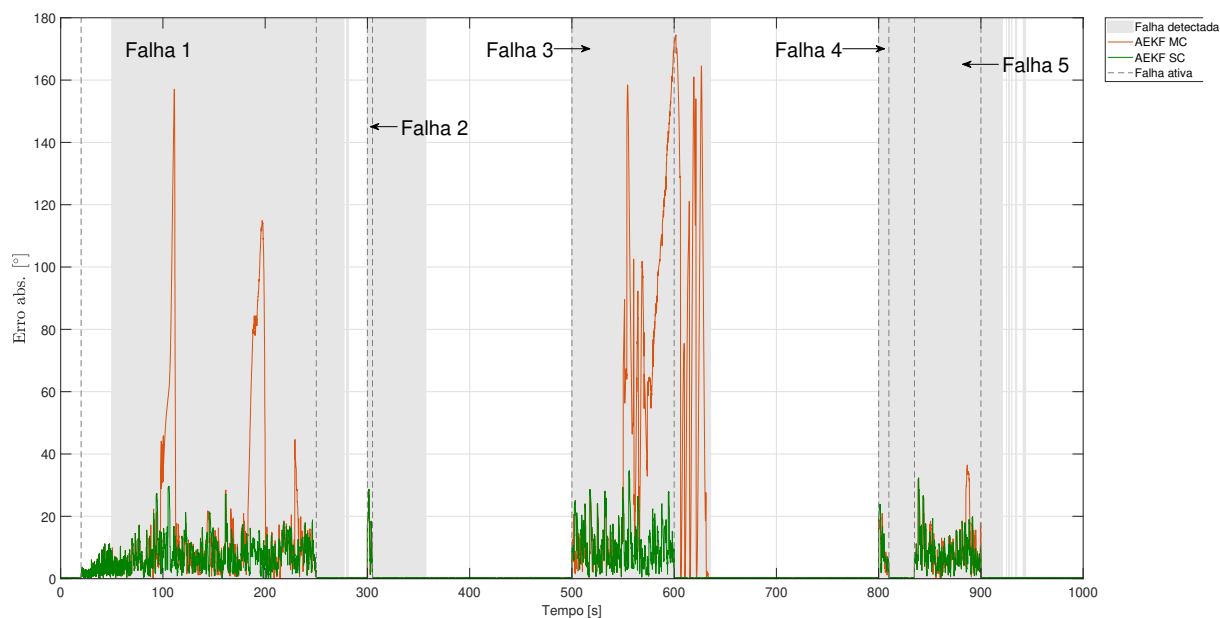


Figura 31 – Erro do ângulo principal comparando AEKF-MC e AEKF-SC

Fonte: De autoria própria

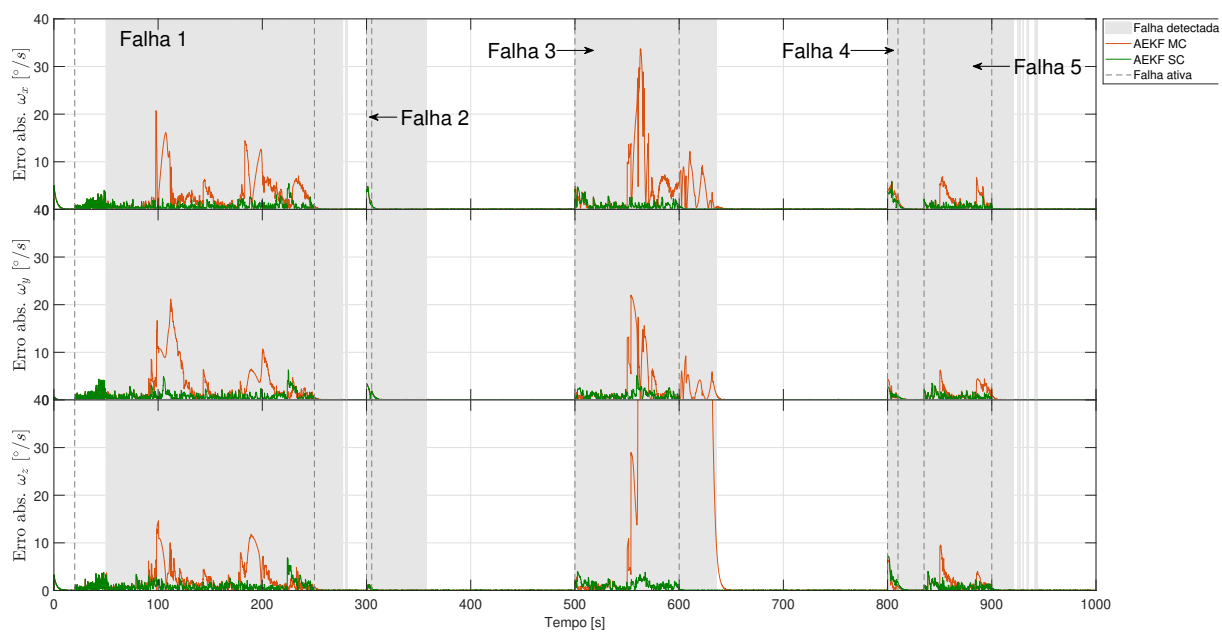


Figura 32 – Erro absoluto de estimativa das velocidades angulares comparando AEKF-MC e AEKF-SC

Fonte: De autoria própria

5 CONCLUSÃO

No presente estudo, foi desenvolvido um estimador de estados baseado na combinação do algoritmo QUEST e um observador com características adaptativas chamado de Filtro de Kalman Estendido Adaptativo (AEKF), destinado a aplicação em contextos espaciais. O AEKF foi projetado para estimar quatro estados medidos (quatérnios derivados do algoritmo QUEST) e três estados não instrumentados (velocidades angulares), utilizando dados provenientes de magnetômetros e sensores solares embarcados em um *CubeSat*. Durante a investigação, foram estabelecidas comparações com o Filtro de Kalman Estendido (EKF) e uma abordagem robusta considerando incertezas de modelagem denominado Filtro de Kalman Robusto (RKF).

Para tanto, foi realizada a modelagem matemática de um *CubeSat* genérico, utilizando a notação de quatérnios. Posteriormente, abordou-se o uso do algoritmo SFM QUEST como pré processador de sinais a fim de remover as não-linearidades do sistema de medição do Filtro de Kalman e facilitar o projeto e sintonia do observador. Inicialmente testou-se a utilização de uma abordagem robusta do Filtro de Kalman (RKF) visando melhorar a estimação dos estados em situações de falha de medição. Contudo, os resultados obtidos através de simulação revelaram que o AEKF superou o desempenho do EKF e do RKF, especialmente em cenários onde ocorreram falhas nos sensores. A capacidade adaptativa do AEKF em detectar e ajustar dinamicamente a matriz de covariância de medição R_k mostrou-se crucial, proporcionando estimativas RMSE menor em comparação com os outros observadores estudados. Em particular, ao operar em modo *single channel*, escalando a matriz R_k por completo em resposta a falhas em qualquer canal, o AEKF demonstrou notável estabilidade mesmo diante de ruídos com desvio padrão cem vezes maior do que o valor nominal considerado inicialmente nas simulações.

Apesar do AEKF ser adequado para a observação de sistemas não-lineares, ressalta-se que a cada passo de simulação ocorre a linearização do sistema através da obtenção de seu Jacobiano na Equação (90). Neste trabalho, utilizou-se a sintonia da matriz de covariância do ruído do processo (Q) como uma forma de levar em consideração o erro de modelagem associado à utilização da forma estendida do filtro de Kalman, entretanto, o ajuste matriz Q foi feito de forma empírica durante a simulação. Existem formas mais sofisticadas de realizar a sintonia dessa matriz, como, por exemplo nos trabalhos de (SALTON *et al.*, 2023) e (HAJIYEV, Chingiz; CILDEN-GULER, 2023).

Visando melhorar as estimativas baseadas em modelo, existe a possibilidade de considerar a modelagem de torques externos, considerando as perturbações existentes e conhecidas para aplicações espaciais, como por exemplo, arrasto aerodinâmico, torque solar, anomalias no campo gravitacional e magnético. Este detalhamento ma-

temático contribui positivamente para melhores estimativas do observador (MAHDI, 2018), (MARKLEY; CRASSIDIS, 2014), (WERTZ, 2012).

Com o objetivo futuro de aplicar estas técnicas em projetos do SpaceLab, ainda é necessário mitigar técnicas que possam operar de forma satisfatória quando o satélite encontra-se em situação de eclipse, como apresentado no trabalho de (FINANCE *et al.*, 2021). Este problema surge como desafio pois nessas situações os sensores solares perdem sua funcionalidade, sendo necessário estimar a atitude através dos sensores remanescentes. O observador aqui proposto ainda é incapaz de lidar com a ausência de um dos sensores, gerando matrizes singulares e problemas de convergência na estimação dos estados. O trabalho de (FINANCE *et al.*, 2021) por exemplo, aborda um tipo de solução para este caso através de um Filtro de Kalman Estendido Multiplicativo (MEKF).

REFERÊNCIAS

- ADNANE, Akram; FOITIH, Zoubir Ahmed; MOHAMMED, Mohammed Arezki Si; BELLAR, Abdellatif. Real-time sensor fault detection and isolation for LEO satellite attitude estimation through magnetometer data. **Advances in Space Research**, Elsevier, v. 61, n. 4, p. 1143–1157, 2018.
- AINSCOUGH, Thomas; ZANETTI, Renato; CHRISTIAN, John; SPANOS, Pol D. Q-method extended Kalman filter. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, American Institute of Aeronautics e Astronautics, v. 38, n. 4, p. 752–760, 2015.
- BAR-ITZHACK, Itzhack Y. REQUEST-A recursive QUEST algorithm for sequential attitude determination. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 19, n. 5, p. 1034–1038, 1996.
- CELESTLAB. **Local Frames**. [S.l.: s.n.], 2023. Acessado em: 19/10/23. Disponível em: https://sourceforge.isae.fr/svn/dcas-soft-espace/support/softs/CelestLab/trunk/help/en_US/scilab_en_US_help/Local%20frames.html.
- CHENG, Yang; SHUSTER, Malcolm D. Robustness and Accuracy of the QUEST Algorithm. **Advances in the Astronautical Sciences**, Univelt, San Diego CA, v. 127, p. 41–61, 2007.
- CHOUKROUN, Daniel; WEISS, Haim; BAR-ITZHACK, Itzhack Y; OSHMAN, Yaakov. Quaternion estimation from vector observations using a matrix Kalman filter. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, IEEE, v. 48, n. 4, p. 3133–3158, 2012.
- ÇILDEN GÜLER, Demet. **Development of single-frame methods aided kalman-type filtering algorithms for attitude estimation of nano-satellites**. 2021. Tese (Doutorado) – Istanbul Technical University Graduate School.
- ÇILDEN GÜLER, Demet; RAITOHARJU, Matti; PICHE, Robert; HAJIYEV, Chingiz. Nanosatellite attitude estimation using Kalman-type filters with non-Gaussian noise. **Aerospace Science and Technology**, Elsevier, v. 92, p. 66–76, 2019.
- COUTINHO, D.; SCHONS, S.; COUTO, L. D.; KINNAERT, M. Robust observer design for discrete-time locally one-sided Lipschitz systems. **European Journal of Control**, Elsevier, v. 53, p. 43–51, 2019.

DAVENPORT, Paul B. **A vector approach to the algebra of rotations with applications**. [S.l.]: National Aeronautics e Space Administration, 1968. v. 4696.

DHANALAKSHMI, R; BHAVANI, NPG; RAJU, S Srinivasulu; SHAKER REDDY, Pundru Chandra; MAVALURU, Dinesh; SINGH, Devesh Pratap; BATU, Areda *et al.* Onboard pointing error detection and estimation of observation satellite data using extended kalman filter. **Computational Intelligence and Neuroscience**, Hindawi, v. 2022, 2022.

FINANCE, Adrien; DUFOUR, Christophe; BOUTÉRAON, Thomas; SARKISSIAN, Alain; MANGIN, Antoine; KECKHUT, Philippe; MEFTAH, Mustapha. In-orbit attitude determination of the UVSQ-SAT cubeSat using TRIAD and MEKF methods. **Sensors**, MDPI, v. 21, n. 21, p. 7361, 2021.

FRANCOIS-LAVET, Vincent. Study of passive and active attitude control systems for the OUFTI nanosatellites. **Math. Model**, p. 9–10, 2010.

GAVRILOVICH, Irina. **Development of a robotic system for CubeSat Attitude Determination and Control System ground tests**. 2016. Tese (Doutorado).

GUIMARÃES, Fernando Cardoso. Implementation of attitude determination techniques for a small satellite three-axis simulator. Repositório Institucional da UnB, 2018.

HAJIYEV, Ch; BAHAR, M. Attitude determination and control system design of the ITU-UUBF LEO1 satellite. **Acta Astronautica**, Elsevier, v. 52, n. 2-6, p. 493–499, 2003.

HAJIYEV, Chingiz; CILDEN, Demet; SOMOV, Yevgeny. Gyro-free attitude and rate estimation for a small satellite using SVD and EKF. **Aerospace Science and Technology**, Elsevier, v. 55, p. 324–331, 2016.

HAJIYEV, Chingiz; ÇILDEN, Demet; SOMOV, Yevgeny. Integrated SVD/EKF for small satellite attitude determination and rate gyro bias estimation. **IFAC-PapersOnLine**, Elsevier, v. 48, n. 9, p. 233–238, 2015.

HAJIYEV, Chingiz; CILDEN-GULER, Demet. Covariance Matching Based Adaptive Attitude Estimation of a Nano-Satellite Using SVD-Aided EKF. **Current Chinese Science**, Bentham Science Publishers, v. 3, n. 2, p. 154–163, 2023.

HAJIYEV, Chingiz; CILDEN-GULER, Demet. Satellite attitude estimation using SVD-Aided EKF with simultaneous process and measurement covariance adaptation. **Advances in Space Research**, Elsevier, v. 68, n. 9, p. 3875–3890, 2021.

HAJIYEV, Chingiz; CONGUROGLU, Ece Sevim. Integration of algebraic method and EKF for attitude determination of small information satellites. *In: IEEE. 2015 7th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)*. [S.l.: s.n.], 2015. P. 719–724.

HAJIYEV, Chingiz; GULER, DEMET Cilden. Review on gyroless attitude determination methods for small satellites. **Progress in Aerospace Sciences**, Elsevier, v. 90, p. 54–66, 2017.

KALMAN, Rudolph Emil. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. **Transactions of the ASME–Journal of Basic Engineering**, v. 82, Series D, p. 35–45, 1960.

KINATAŞ, Hasan; HACIZADE, Cengiz. Fault Tolerant Attitude Estimation for a Nanosatellite Using Adaptive Kalman Filter with Single Scaling Factor. **Journal of Aeronautics and Space Technologies**, v. 15, n. 2, p. 74–93, 2022.

LI, Junquan; POST, Mark; WRIGHT, Thomas; LEE, Regina. Design of attitude control systems for CubeSat-class nanosatellite. **Journal of Control Science and Engineering**, Hindawi, v. 2013, 2013.

LIM, Jun Kyu; PARK, Chan Gook. Satellite fault detection and isolation scheme with modified adaptive fading EKF. **Journal of Electrical Engineering & Technology**, Citeseer, v. 9, n. 4, p. 1401–1410, 2014.

MAHDI, Mohammed Chessab. **Attitude stabilization for CubeSat: concepts and technology**. [S.l.]: Cambridge Scholars Publishing, 2018.

MARCELINO, Gabriel Mariano; MORSCH FILHO, Edemar; MARTINEZ, Sara Vega; SEMAN, Laio Oriel; BEZERRA, Eduardo Augusto. In-orbit preliminary results from the open-source educational nanosatellite FloripaSat-I. **Acta Astronautica**, Elsevier, v. 188, p. 64–80, 2021.

MARKLEY, F Landis. Attitude determination using vector observations and the singular value decomposition. **Journal of the Astronautical Sciences**, v. 36, n. 3, p. 245–258, 1988.

MARKLEY, F Landis; CRASSIDIS, John L. **Fundamentals of spacecraft attitude determination and control**. [S.l.]: Springer, 2014. v. 1286.

MONTELLA, Corey. The Kalman filter and related algorithms: A literature review. **Res. Gate**, p. 1–17, 2011.

MORTARI, Daniele. ESOQ: A closed-form solution to the Wahba problem. **The Journal of the Astronautical Sciences**, Springer, v. 45, p. 195–204, 1997.

MORTARI, Daniele. Second estimator of the optimal quaternion. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 23, n. 5, p. 885–888, 2000.

NASA. **What are SmallSats and CubeSats?** [S.l.: s.n.], 2023. Acessado em 08/09/2022. Disponível em:
<https://www.nasa.gov/what-are-small-sats-and-cubesats/>.

ROCHA, Kaio Douglas Teófilo. **Robust distributed filtering for sensor networks under parametric uncertainties**. 2022. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo.

SALTON, Aurélio T; PIMENTEL, Guilherme A; MELO, José V; CASTRO, Rafael S; BENFICA, Juliano. Data-driven Covariance Tuning of the Extended Kalman Filter for Visual-based Pose Estimation of the Stewart Platform. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Springer, p. 1–11, 2023.

SCHAUB, Hanspeter; JUNKINS, John L. **Analytical mechanics of space systems**. [S.l.]: Aiaa, 2003.

SCHMIDT, Marco; RAVANDOOR, Karthik; KURZ, Oliver; BUSCH, Stephan; SCHILLING, Klaus. Attitude determination for the Pico-Satellite UWE-2. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 41, n. 2, p. 14036–14041, 2008.

SHI, Shuai; YUAN, Binwen; ZHAO, Kaichun; YOU, Zheng; ZHANG, Gaofei. Fault-tolerant attitude determination and control system design of nanosatellite 2.

Journal of Aerospace Engineering, American Society of Civil Engineers, v. 31, n. 6, p. 04018087, 2018.

SHUSTER, Malcolm David; OH, S D_. Three-axis attitude determination from vector observations. **Journal of guidance and Control**, v. 4, n. 1, p. 70–77, 1981.

SOKEN, Halil Ersin; HAJIYEV, Chingiz; SAKAI, Shin-ichiro. Robust Kalman filtering for small satellite attitude estimation in the presence of measurement faults. **European Journal of Control**, v. 20, n. 2, p. 64–72, 2014. ISSN 0947-3580.

SPRINGMANN, John C. **Satellite attitude determination with low-cost sensors**. 2013. Tese (Doutorado) – University of Michigan.

SPRINGMANN, John C; SLOBODA, Alexander J; KLESH, Andrew T; BENNETT, Matthew W; CUTLER, James W. The attitude determination system of the RAX satellite. **Acta Astronautica**, Elsevier, v. 75, p. 120–135, 2012.

STONEKING, Eric. **42: A General-Purpose Spacecraft Simulation**. [S.l.: s.n.], 2019. NASA Software Designation GSC-16720-1. Disponível em: <https://sourceforge.net/projects/fortytwospacecraftsimulation,%20https://github.com/ericstoneking/42>.

UFSC, SpaceLab. **PROJECTS, SpaceLab UFSC**. [S.l.: s.n.], 2023. Acessado em: 28/09/23. Disponível em: <https://spacelab.ufsc.br/en/projects/>.

VALLADO, David A. **Fundamentals of astrodynamics and applications**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013. v. 12.

WAHBA, Grace. A least squares estimate of satellite attitude. **SIAM review**, SIAM, v. 7, n. 3, p. 409–409, 1965.

WELCH, Greg; BISHOP, Gary *et al.* An introduction to the Kalman filter. Chapel Hill, NC, USA, 1995.

WERTZ, James R. **Spacecraft attitude determination and control**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. v. 73.

XIANG, Tian; MENG, Tao; WANG, Hao; HAN, Ke; JIN, Zhong-He. Design and on-orbit performance of the attitude determination and control system for the ZDPS-1A pico-satellite. **Acta Astronautica**, Elsevier, v. 77, p. 182–196, 2012.

YANG, Yaguang. **Spacecraft modeling, attitude determination, and control: quaternion-based approach**. [S.l.]: CRC Press, 2019.