UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS BLUMENAU
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

João Ricardo Schwambach

Matemática financeira: a Matemática nos financiamentos

Blumenau
2023

João Ricardo Schwambach

Matemática financeira: a Matemática nos financiamentos

Dissertação submetida ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de mestre em Matemática.
Orientador: Prof. Marcio de Jesus Soares, Dr.

Blumenau
2023

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.
Dados inseridos pelo próprio autor.

Schwambach , João Ricardo
Matemática financeira : a Matemática nos financiamentos / João Ricardo Schwambach ; orientador, Marcio de Jesus Soares, 2024.
80 p.

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Blumenau, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Blumenau, 2024.

Inclui referências.

1. Matemática. 2. matemática financeira . 3. juros . 4. sistemas de amortização. I. Soares, Marcio de Jesus . II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. III. Título.

João Ricardo Schwambach

Matemática financeira: a Matemática nos financiamentos

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Márcio de Jesus Soares, Dr.
Instituição UFSC/Blumenau

Prof. Rafael Aleixo de Carvalho, Dr.
Instituição UFSC/Blumenau

Prof. Renato José de Moura, Dr.
Instituição UFSCar/São Carlos

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Matemática.

ICP-Edu
Documento assinado digitalmente
Felipe Delfini Caetano Fidalgo
Data: 14/03/2024 11:52:47-0300
CPF: ***.425.308-**
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Coordenação do Programa de
Pós-Graduação

ICP-Edu
Documento assinado digitalmente
Marcio de Jesus Soares
Data: 13/03/2024 17:43:57-0300
CPF: ***.670.858-**
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Prof. Marcio de Jesus Soares, Dr.
Orientador

Blumenau, 2023.

Este trabalho é dedicado aos meus colegas de classe e
aos meus familiares.

AGRADECIMENTOS

Dedico esta dissertação à memória da minha querida avó Marlene Berndt, cujo amor, sabedoria e apoio incondicional moldaram a pessoa que sou hoje. Sua presença carinhosa sempre foi um farol de inspiração na minha vida, e a saudade que sinto apenas reforça a importância do seu legado. Seu exemplo de perseverança e força me motivou a seguir em frente, mesmo nos momentos mais desafiadores desta jornada acadêmica. Agradeço a você, vó, por tudo o que fez por mim e por sua influência eterna em meu coração.

Gostaria de expressar minha profunda gratidão aos meus colegas de curso, que compartilharam comigo a jornada acadêmica, trocando ideias, experiências e desafios que enriqueceram minha compreensão. Suas discussões e amizades foram inestimáveis.

Também gostaria de estender meu agradecimento ao meu dedicado orientador Márcio de Jesus Soares e aos demais professores. Suas orientações, ensinamentos e incentivos foram fundamentais para o sucesso desta pesquisa. Suas experiências e conhecimentos contribuíram imensamente para o meu crescimento acadêmico e profissional.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo mostrar a importância e o impacto que a matemática financeira, e seu ensino bem aplicado, tem em auxiliar os alunos do ensino médio a tomarem decisões mais conscientes em torno deste tema. O estudo foi motivado pela percepção da carência no conhecimento que os estudantes necessitavam, considerando que muitos destes já trabalham e até mesmo contribuem com a renda familiar, e pela baixa informação repassada em sala de aula considerando o plano estadual de ensino e os livros didáticos atuais. O estudo e a aplicação foram realizados baseados na metodologia da Engenharia didática e em relação ao plano de ensino do estado de Santa Catarina, com turmas da terceira série do Ensino Médio. Da dor inicial, começou o estudo em volta do tema, em que anteriormente os estudantes eram apresentados apenas a assuntos breves e fórmulas decoradas de aplicação de juros. Com a nova abordagem, a ideia seria apresentar esses mesmos estudantes a temas como sistemas de amortização e tomada de decisão sobre compras a prazo e à vista, baseando-se na utilização do dinheiro e em quanto esta quantia será equivalente após um determinado período. Após a aplicação, espera-se que o estudante possa analisar melhor suas opções em torno da utilização do dinheiro, tomando decisões conscientes e racionais. Para isso foi elaborada uma sequência didática com 8 atividades em que a primeira e a segunda atividades tratam de porcentagem, um conteúdo já trabalhado no ensino fundamental, e a terceira e a quarta atividades tratam de juros simples e juros compostos, conteúdo já programado na grade de ensino. A partir da quinta atividade são trazidos conteúdos que não fazem parte da grade de ensino. A quinta e a sexta atividades têm como objetivo o aluno ver o dinheiro no presente e no futuro e, assim, conseguir tomar a decisão: se vale mais apena comprar a prazo ou comprar à vista. Nas últimas duas atividades são trabalhados os sistemas de amortização mais utilizados, o SAC e o PRICE.

Palavras-chave: Matemática financeira. Juros. Sistema de amortização.

ABSTRACT

This work aims to show the importance and impact that financial mathematics, and its well-applied teaching, has in helping medium degree students make more conscious decisions around this topic. The study was motivated by the perception of the lack of knowledge that students needed, considering that many of them already work and even contribute to the family income, and by the low information passed on in the classroom considering the state education plan and current textbooks. . The study and application were carried out based on the methodology of Didactic Engineering and in relation to the teaching plan of the state of Santa Catarina, with classes in the third year of medium degree. From the initial pain, the study around the topic began, in which previously students were only presented with brief subjects and memorized formulas for applying interest. With the new approach, the idea would be to introduce these same students to topics such as amortization systems and decision-making about installment and cash purchases, based on the use of money and how much this amount will be equivalent to after a certain period. After application, it is expected that the student will be able to better analyze their options regarding the use of money, making conscious and rational decisions. For this, a didactic sequence was created with 8 activities in which the first and second activities deal with percentages, a content already worked on in elementary school, and the third and fourth activities deal with simple interest and compound interest, content already programmed in the grid. education. From the fifth activity onwards, content that is not part of the teaching schedule is introduced. The fifth and sixth activities aim for the student to see money in the present and in the future and, thus, be able to make a decision: whether it is better to buy in installments or buy in cash. In the last two activities, the most used amortization systems are worked on, SAC and PRICE.

Keywords: Financial math. Fees. Amortization system.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

0 INTRODUÇÃO

A matemática financeira há muitos anos é ensinada em cursos de graduação, como em Economia, Administração e Contabilidade. Entretanto, com a necessidade de mais pessoas terem acesso a informações que são importantes para tomadas de decisões referentes a como cuidar de seu dinheiro profissionalmente, e com confiança, a matemática financeira passou a ser ampliada também em ambiente escolar a alunos dos Ensinos fundamental e médio.

Porém, ao analisar a discrepância entre o conteúdo repassado hoje em sala de aula e a necessidade cada vez maior de conhecimento em torno da matemática financeira, percebe-se que o conteúdo apresentado é pouco, comparado a situações que os alunos vivenciarão, necessitando de um maior conhecimento, como por exemplo, comprar a prazo ou à vista? O aluno deve saber que ao comprar a prazo poderá ter juros embutidos.

No entanto, caso tenha seu dinheiro investido, comprar a prazo em algumas situações é a melhor opção. A matemática financeira, ou num contexto mais geral a educação financeira, tem grande importância nas decisões tomadas no dia a dia ao realizar compras, planejamento de orçamento familiar, empréstimos ou até mesmo para criar o famoso “pé de meia”.

Em sua tese de doutorado, (TEXEIRA, 2015), James Teixeira escreveu: "A Educação Financeira não consiste somente em aprender a economizar, cortar gastos, economizar e acumular dinheiro, é muito mais que isso". E, ele complementa: "É buscar uma melhor qualidade de vida tanto hoje quanto no futuro, proporcionando a segurança material necessária para obter uma garantia para os visitantes imprevistos".

Para que a matemática financeira seja mais aprofundada e os alunos tenham maior conhecimento, as mudanças sugeridas são abordadas de forma diferenciada nos seguintes temas: fator de aumento e desconto; fator de aumentos e reduções sucessivos; juros simples e compostos; valor presente e valor futuro; comprar à vista ou a prazo; os dois sistemas de amortização mais comuns o sistema Price e SAC (Sistema de Amortização Constante). Comentaremos brevemente também sobre fluxo de caixa e carência.

Neste trabalho, os temas estarão divididos em cinco capítulos. No primeiro capítulo, apresentaremos as turmas que participaram desta pesquisa. Nele estará também informações quanto à metodologia de pesquisa adotada, a Engenharia didática com suas quatro fases: análises prévias; concepção e análise a priori; experimentação, análise a posteriori e validação.

No segundo capítulo, será apresentada uma análise dos livros didáticos e também, serão brevemente contados o surgimento da matemática financeira, a história da matemática financeira na educação, com enfoque na proposta curricular utilizada atualmente no estado de Santa Catarina. Na fase analises prévias um dos pontos principais será a descrição de quais conteúdos e conhecimentos são repassados hoje aos estudantes de ensino médio das escolas do estado. Além disso, será analisado o conhecimento destes alunos participantes sobre a matemática financeira e suas utilizações.

O capítulo três é dedicado a fase análise priori. Nesta fase são proposta as atividades bem como seus objetivos. Partindo das considerações do capítulo anterior, poderemos analisar a que ponto de conhecimento é repassado a estes estudantes no momento. E com estas constatações, partiremos com o plano de ação para que seja expandido seus horizontes sobre o tema.

No capítulo quatro, abordaremos a experimentação das 8 atividades que temos como plano de ação. Serão apresentados os conteúdos repassados aos estudantes, além de quais atividades irão desenvolver a fim de compreender melhor o tema. Será aplicado este plano em duas turmas da terceira série do ensino médio de uma escola de educação básica da rede pública de Laurentino/SC.

Para apresentar os resultados obtidos, no capítulo cinco, traremos a conclusão deste plano de trabalho aplicado, apresentando os resultados e os conhecimentos adquiridos pelos estudantes.

A aplicação em sala de aula foi apreciada pelo comitê de ética em pesquisa com seres humanos da UFSC, CEPSH/UFSC, pelo projeto "Matemática financeira: a Matemática nos financiamentos"de número CAAE 71131123.3.0000.0121, e aprovado no parecer de número 6.246.907 do dia 17 de agosto de 2023. O CEPSH/UFSC é um órgão colegiado interdisciplinar, deliberativo, consultivo e educativo, vinculado à Universidade Federal de Santa Catarina, mas independente na tomada de decisões, criado para defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos.

1 PARTICIPANTES E METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo abordaremos a história da escola onde foi aplicado a dissertação e comentaremos sobre algumas características dos estudantes participantes. Finalizando o capítulo com a metodologia abordada.

1.1 HISTÓRIA DA ESCOLA TEREZA CRISTINA

A Escola Paroquial foi fundada em 1920, administrada pelas Irmãs Catequistas Franciscanas. Em 1933, a escola passou à regência do Estado. No ano de 1950, passou a ser conhecida como Escola Reunida João da Silva Brito.

O Grupo Escolar Tereza Cristina foi criado somente em 14 de maio de 1954, em homenagem a Imperatriz Tereza Cristina que juntamente com seu marido o Imperador Dom Pedro II estiveram em Florianópolis em um colégio concedendo pensão a quatro meninos pobres, além de auxílio mensal de seis mil réis para vestuário e outras necessidades. Em 23 de dezembro de 1970, passou a denominar-se Escola Básica Tereza Cristina. Em 07 de março de 1989, foi transformada em Colégio Estadual Tereza Cristina. Desde 2000, recebe o nome atual: Escola de Educação Básica Tereza Cristina.

Segundo o Projeto Político Pedagógico da escola do ano de 2022 a clientela atendida pela escola é predominantemente de origem italiana e aproximadamente 60% das famílias exercem atividades agrícolas.

A unidade escolar EEB Tereza Cristina está localizada na região central da cidade de Laurentino. É uma cidade com aproximadamente 7.000 habitantes, situada no estado de Santa Catarina.

A escola Tereza Cristina, atualmente, conta com 13 turmas de ensino fundamental e 9 turmas de ensino médio, distribuídas em 3 períodos, com aproximadamente 575 alunos.

1.2 DISCENTES PARTICIPANTES

Esta pesquisa foi desenvolvida com 19 alunos da 3ª série do período matutino e com os 22 alunos da 3ª série do período noturno da Escola de Educação Básica Tereza Cristina.

A maioria de nossos alunos participantes estão na faixa etária entre 16 e 18 anos. Uma grande parte deles já se encontram no mercado de trabalho no contraturno da escola. Alguns alunos se sustentam por conta própria, então precisam ter a clareza de quando comprar à vista ou quando vale a pena comprar parcelado.

Eles precisam saber fazer um bom planejamento financeiro, mas elaborar um orçamento familiar pode ser um desafio. Porém, é uma tarefa indispensável àqueles que desejam construir um futuro sólido para si e suas famílias. Enquanto simplesmente rastrear gastos sem controle é um começo, é importante ir além e estabelecer metas claras, planejar seus gastos de acordo com suas possibilidades financeiras e poupar dinheiro para atingir seus objetivos.

1.3 METODOLOGIA DA PESQUISA: ENGENHARIA DIDÁTICA

Este estudo foi desenvolvido sob o método Engenharia Didática. A Engenharia Didática, surgiu na década de 1980, é uma metodologia de pesquisa e teoria educacional. A pesquisadora francesa Michèle Artigue é uma de suas principais especialistas. Através de uma abordagem de pesquisa e teoria didática, a Engenharia Didática visa desenvolver materiais e atividades de ensino de forma detalhada e eficaz. Através desta metodologia, o professor-pesquisador pode atribuir significado aos conteúdos que ensina, já que utiliza das dificuldades de aprendizagem dos alunos para gerar o conhecimento. Muitos estudiosos acreditam que o ensino deve funcionar exatamente desta forma, baseado no conhecimento prévio do discente.

Artigue apud Almouloud; Silva (2012, p. 26) caracteriza a engenharia didática como sendo: "...um esquema experimental baseado sobre realizações didáticas em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de uma sequência de ensino".

A engenharia didática tem como uma de suas principais características a avaliação, que é realizada de uma forma interna, permitindo que o professor analise o conhecimento, investigando e acompanhando os resultados da didática de forma contínua. O principal objetivo da engenharia didática é garantir que o ensino seja repassado da melhor forma ao aluno, de forma cuidadosa e estruturada, levando em consideração seus conhecimentos e necessidades de aprendizagem. !

Para ser melhor aplicada, a abordagem possui suas fases e separações. Sendo dividido em quatro principais etapas.

Análises prévias: Na primeira fase, como diz o nome, será analisada a situação de ensino. O professor terá como função nessa fase entender e identificar quais são as habilidades e conhecimentos prévios dos alunos. Além disso, é levado em consideração as características do contexto de ensino, para então contornar possíveis dificuldades e buscar a melhor rota para a aprendizagem.

Concepções e análise a Priori: Nesta fase, é iniciado o desenvolvimento do plano de ensino e aprendizagem, claros e alinhados com os resultados e análises da fase anterior. Aqui será planejado de qual forma o conhecimento será repassado aos alunos de forma mais eficiente e com resultados que no final do aprendizado serão mais satisfatórios.

Experimentação: Com o plano de ensino elaborado, na terceira etapa o professor orientador irá pôr em prática as atividades propostas e conhecimentos em volta do tema estudado. Nesta etapa será sempre analisada a eficácia da aplicação, monitorando constantemente o processo de aprendizagem dos alunos e realizando ajustes se necessário.

Análise a posteriori e Validação da Proposta: Nesta fase, o professor chegará a conclusão dos resultados, analisando se os objetivos propostos foram atingidos, pontos de melhoria e formas de didática utilizadas que tiveram melhor aceitação com o grupo de alunos. É importante que seja compreendido se a proposta de ensino teve eficácia, pois somente desta forma nós podemos garantir que os alunos obtiveram uma experiência significativa de aprendizagem.

As quatro fases utilizadas no método Engenharia Didática são elaboradas de uma forma que o aluno compreenda e receba o conhecimento de uma melhor forma, e seguir as etapas de forma correta é crucial para este resultado. Nos próximos capítulos serão analisadas de forma mais aprofundada estas fases e os resultados obtidos.

2 PRIMEIRA FASE - ANÁLISES PRÉVIAS

A análise prévia foi realizada através da constatação de como a matemática financeira está sendo tratada no ensino médio, somente ensinando a usar fórmulas meramente decoradas, sem se aprofundar no que realmente se trata matemática financeira.

2.1 BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento que normatiza o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica, em conformidade com o Plano Nacional de Educação (PNE). A BNCC aplica-se exclusivamente à educação escolar (LDB, Lei nº 9.394/1996, § 1º do Artigo 1º), e está orientado pelos princípios que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN).

A BNCC é a referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios e das propostas pedagógicas das instituições escolares, ela integra a política nacional da Educação Básica e contribui ao alinhamento de outras políticas e ações referentes à formação de professores, à elaboração de conteúdos educacionais bem como aos critérios à oferta de infraestrutura adequada ao desenvolvimento da educação.

A construção da BNCC passou por várias etapas ao longo dos anos. Sua primeira versão foi disponibilizadas em 16 de dezembro de 2015, com 302 páginas. Sua segunda versão foi disponibilizada em maio de 2016, com 652 páginas. A segunda versão serviu de documento para discussão nos estados e Distrito Federal através de seminários promovidos pelo Conselho Nacional de secretários de Educação (Consed) e a União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (Undime). A versão atual, terceira, foi entregue em abril de 2017 apenas com diretrizes aos Ensinos Infantil e Fundamental. Ainda em 2017, através da Portaria nº 1.570, de 20 de dezembro, o MEC institui e orienta a implementação da BNCC. A versão completa, contemplando o Ensino Médio, foi homologada em 14 de dezembro de 2018.

A BNCC também objetiva preparar os estudantes com habilidades e conhecimentos considerados cruciais para o século XXI, estimulando a modernização de recursos e práticas pedagógicas, além de fomentar a atualização do corpo docente nas instituições de ensino. Para garantir os direitos de aprendizagem dos estudantes da Educação Básica, a Base Nacional Comum Curricular foi organizada em competências. De acordo com a BNCC, competência refere-se à mobilização de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver desafios do dia a dia, do ambiente de trabalho e para exercer a cidadania.

Foram definidas 10 competências gerais para a fase da Educação Básica. São elas:

Conhecimento Compreender, utilizar e criar conhecimentos das diversas áreas do saber, articulando-os de maneira significativa e crítica;

Pensamento científico, crítico e criativo Investigar causas, elaborar e avaliar hipóteses, analisar e sintetizar informações, resolver problemas e tomar decisões com base em critérios científicos, éticos e estéticos;

Repertório cultural Valorizar e utilizar os elementos da cultura nas suas diversas manifestações, incluindo as artes, a tecnologia e a diversidade cultural;

Comunicação Utilizar diferentes linguagens, como as linguagens verbal (oral ou escrita), visual, sonora e corporal, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos;

Cultura digital Utilizar as tecnologias digitais de comunicação e informação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares);

Trabalho e projeto de vida Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais, aprimorar o convívio democrático, fortalecer vínculos familiares e comunitários, reconhecendo e respeitando a pluralidade;

Argumentação Argumentar de forma consistente, respeitando a diversidade de opiniões, com base em informações, fatos e dados, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões;

Autoconhecimento e autocuidado Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros;

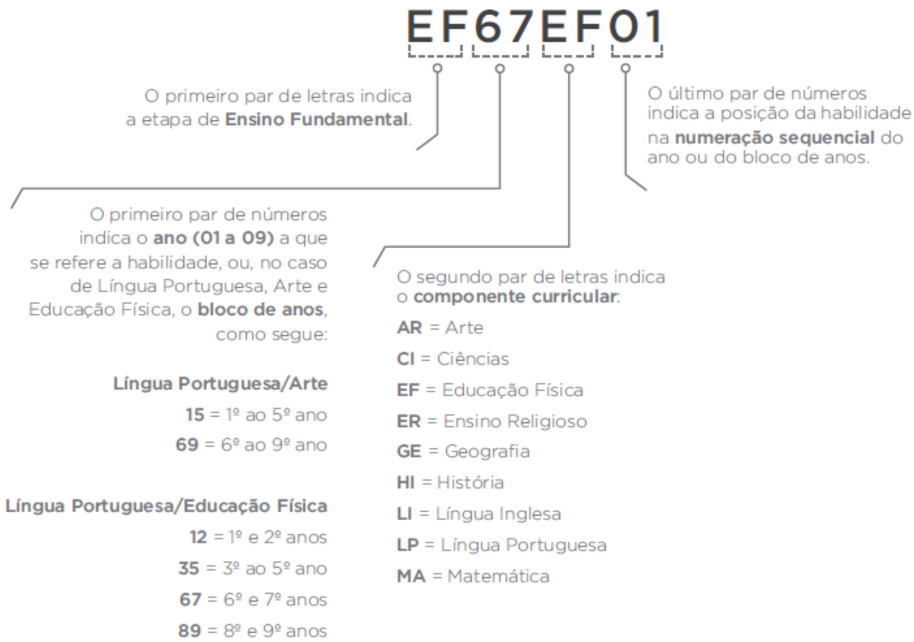
Empatia e cooperação Agir com solidariedade, respeitando e valorizando a diversidade de indivíduos e grupos sociais, identificando-se com os sentimentos e necessidades alheias;

Responsabilidade e cidadania Agir pessoal e coletivamente com ética, autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, compreendendo os direitos e deveres, e participando ativamente da vida pública e social.

É por meio dessas competências que os estudantes desenvolvem as habilidades e aprendizagens essenciais estipuladas pela Base.

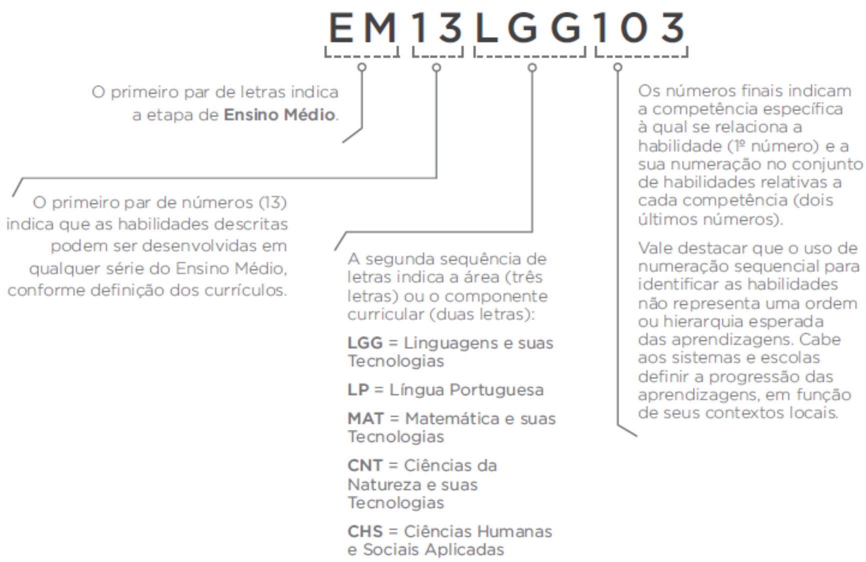
Os objetos de conhecimento e as habilidades definidas para cada ano (ou bloco de anos), cada habilidade é identificada por um código alfanumérico cuja composição é a seguinte:

Figura 1 – Código BNCC



Fonte: BNCC

Figura 2 – Código BNCC



Fonte: BNCC

2.2 LIVRO DIDÁTICO

Neste tópico iremos abordar um pouco mais sobre os dois livros usados como uma base para o estudo desta dissertação, com o uso e estudo destes materiais originou-se o interesse no tema voltado à matemática financeira e como é difundido sua proposta curricular nas escolas de Santa Catarina.

2.2.1 Livro didático atual

O primeiro livro que iremos comentar é o Matemática: Ciências e Aplicações dos autores Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze Almeida, direcionado a estudantes da 3ª série do ensino médio. (IEZZI *et al.*, 2016) [1]

Este livro é o utilizado atualmente, não estando dentro dos parâmetros do novo ensino médio, pois a nova proposta curricular intitulada como Novo Ensino Médio entrará em vigor nas turmas de terceira série apenas em 2024, em exceção às escolas “piloto” que deram início ao projeto antecipadamente. Os conteúdos referentes à matemática financeira deste livro iniciam-se na página 154.

Entrando no tema matemática financeira, o livro aborda a temática de aumentos e desconto, e variação percentual (não aprofundando sobre tópicos como aumentos e descontos sucessivos). Como forma de fixação do conteúdo, logo em seguida há páginas dedicadas a exercícios. Algo que chama a atenção é que no exercício 10, da página 157, os itens e, f, g e h abordam questões que precisam de um conhecimento em volta do tema "aumentos e descontos sucessivos", e que no material de explicação não há exemplo ou direcionamento em torno do mesmo. Desta forma, deixando em aberto o tema para que o professor aplique, ou não, este conhecimento à turma.

Dando continuidade, na página 158 inicia-se o assunto juros e seus conceitos, que traz explicações voltadas ao uso de juros simples e de juros compostos, utilizando exemplos e uma série de exercícios. Na página 170, os autores abordam como conteúdo extra o tema "comprar a prazo e à vista". Considerando a importância e relevância que esse tema tem no cotidiano, este deveria ser levado como algo de mais destaque em meio à apresentação dos conteúdos. Para este assunto não há qualquer exercício de fixação, encerrando sem um apoio ao professor em sala, não servindo como um norte para transmitir este conhecimento com seus alunos de forma mais efetiva.

Na página 175, de forma superficial, o assunto juros simples é relacionado a funções lineares e juros compostos com funções exponenciais. Encerrando a temática matemática financeira, na página 178, aborda-se o tema “Trabalhando, poupando e planejando o futuro”, em que é apresentado uma forma de planejar depósitos como forma de montar uma reserva financeira e no futuro gerar um montante significativo.

[1] Este livro é de 2016, anterior a BNCC que é de 2018.

Nota-se que em nenhum momento, em meio aos assuntos abordados, é falado sobre temas como fluxo de caixa, carência ou sistemas de amortização. A amortização é um conteúdo que passa a fazer parte da BNCC, e por isso ocorreu a necessidade de mudar o livro para o novo ensino médio. De fato, esses conteúdos são importantes para o conhecimento dos estudantes do 3ª série do ensino médio, que muitas das vezes já estão dentro do mercado de trabalho, possuindo uma renda e poder aquisitivo.

Figura 3 – Livro atual

Fonte: Matemática: Ciências e Aplicações

2.2.2 Livro do Novo Ensino Médio

O segundo livro que irá ser abordado é o Matemática: Sistemas, matemática financeira e grandezas, dos autores Bonjorno, Giovanni Jr. e Paulo Câmara, que será utilizado com as terceiras séries do ensino médio a partir do ano de 2024. (BONJORNO; JÚNIOR; SOUSA, 2020)

Neste livro, a temática matemática financeira inicia-se na página 62 com o assunto "porcentagem e juros". Diferente do livro atual utilizado, este aborda explicações em torno de aumentos e descontos sucessivos, além de trazer um tópico rico de informações em torno de lucro e prejuízo. Em sequência, o livro traz uma série de 19 exercícios diversos para contemplar todos os tópicos trabalhados até aqui.

Na página 71, inicia-se o assunto "juros"com explicações em torno de juros simples e compostos. No primeiro momento são apresentados os temas individualmente, sem ligações com nenhum outro conteúdo. Mas, chegando na página 78 o livro começa a fazer relações, como juros simples com função afim e juros compostos com

Figura 4 – Novo livro ensino médio

Fonte: Matemática: Sistemas, matemática financeira e grandezas

função exponencial. De conteúdo extra, traz planilhas eletrônicas e explicações breves de como utilizá-las.

Na página 92, introduz o conteúdo de amortização, este ao qual não é em momento algum citado no livro anterior. A explicação aprofunda-se nos dois sistemas de amortização mais comumente utilizados, o sistema SAC (Sistema de Amortização Constante) e Price (Sistema de Amortização Francês). Ambos os sistemas são tratados separadamente e através de uma lista de exercícios o estudante poderá relacionar e entender de forma mais completa a diferença entre os sistemas.

Figura 5 – Exercício página 96

> ATIVIDADES RESOLVIDAS

1. Marília vai fazer um empréstimo de R$ 50.000,00 para uma reforma em seu estúdio de fotografia e está analisando qual sistema de amortização vai utilizar, de acordo com as propostas de uma agência financiadora, que trabalha com uma taxa de 0,95% ao mês. Ela pretende saldar a dívida em 6 anos.

a) Qual será o valor amortizado em cada parcela se Marília decidir pelo SAC? De quanto será a primeira prestação nesse caso?

b) Se decidir pelo Sistema Price, qual será o valor de cada prestação? Qual será o valor amortizado na primeira prestação?

TUTTI FRUTTI/SHUTTERSTOCK.COM

▪ Marília vai usar 70% do empréstimo na compra de novos equipamentos.

Fonte: Matemática: Sistemas, matemática financeira e grandezas

Como finalização dos conteúdos referentes à matemática financeira são comentados os temas: orçamento; despesas; receitas; e imposto de renda. Este livro apesar de notar-se uma melhora significativa comparado ao livro anterior, há a falta de um tópico trazendo a explicação sobre: compra a prazo e à vista; fluxo de caixa; e carência.

2.3 SURGIMENTO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Uma das primeiras formas de comercialização de bens e mantimentos foi o escambo, e acredita-se que seu uso iniciou-se por volta de 3000 a.C. O termo *escambo* significa troca, ou permuta. Neste período não havia uma forma de moeda que realizasse as intermediações comerciais e as trocas eram realizadas de forma direta. Conforme Ubiratan D'Ambrósio fala em seu livro "Matemática Comercial e Financeira e Complementos de Matemática para os cursos do 2º grau":

> ...no princípio, o homem produzia para seu consumo. Com o progresso e multiplicando-se suas necessidades, para satisfazê-las, viu-se ele na contingência de fazer circular sua produção. Viu-se a necessidade de trocar o que lhe sobrava pelo que lhe faltava. E, assim, começa o comércio, primitivamente muito complicado. Consistia, pura e simplesmente, na troca de mercadorias. (D'AMBRÓSIO, N.; D'AMBRÓSIO, U., 1972, p. 85)

Naquela época, o boi e o sal eram usados como padrões de equivalência. É daí que vem a origem da palavra "salário", que se refere ao uso do sal como unidade de troca em transações comerciais.

Entretanto, com essa forma de comércio, havia uma grande dificuldade relacionada à discrepância de valores entre os bens trocados. Para facilitar o comércio foi criado um novo sistema, que usava "moeda de mercadoria".

Com o aumento das atividades comerciais realizadas e a necessidade de uma melhor forma de realizar esses acordos e transações, surgiram as moedas de mercadoria, feitas com materiais preciosos e que possuíam um valor considerável. O valor dessas moedas era baseado no material que eram produzidas, sendo as mais conhecidas e utilizadas na história, as moedas de prata e ouro. O uso dessas moedas facilitou o comércio.

Os cambistas surgiram como uma profissão importante na época das moedas. Em pouco tempo, estas pessoas acumularam uma quantidade grande de riquezas, e o que estes faziam era emprestar valores em moedas. Os empréstimos, claro, eram concedidos apenas mediante a condição de qual prazo seriam devolvidos, e neste acordo havia ainda as negociações de "vantagens adicionais", que consistia no valor extra que seria pago no final do empréstimo. Desta forma, surgiram as primeiras operações de crédito.

> ... os cambistas exerciam sua profissão, sentados num banco de madeira em algum lugar do mercado, local onde faziam o intercâmbio de sua mercadoria específica, o dinheiro, dando origem à palavra "banqueiro" e, também, 'banco'. (GRANDO; SCHNEIDER, 2010, p. 48)

Os primeiros bancos foram fundados pelos sacerdotes (SILVA; BARBOSA; SANTOS, 2022, p.3). Estes líderes religiosos eram de confiança da população e os habitantes próximos aos templos costumavam guardar seu ouro com eles. Com o tempo, os templos se tornaram cada vez mais importantes para a economia, os sacerdotes emprestavam dinheiro, que posteriormente era devolvido com juros em ouro e prata.

Com este avanço, a Igreja Católica criou um banco, intitulado como Banco do Espírito Santo, com o intuito de melhorar a cobrança de impostos, dízimos e indulgências. No ano de 1157, em Veneza, surgiu o primeiro banco privado, seu objetivo era financiar guerras de monarcas que aconteciam na região. Os bancos se tornaram um importante meio de financiamento nas atividades políticas, econômicas e militares. A atividade bancária seguiu com sua expansão, tornando-se uma das mais importantes da economia mundial.

2.4 MATEMÁTICA FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO

Dentro dos segmentos da matemática, a matemática financeira é a área que se dedica ao estudo do dinheiro e suas aplicações ao longo do tempo. Com ela, é possível tomar decisões financeiras mais inteligentes e responsáveis, realizando análises de investimentos, empréstimos, financiamentos, dentre outros assuntos relacionados ao mundo financeiro.

No mundo atual, a necessidade de entender sobre esse ramo é incontestável. Os conhecimentos acerca da matemática financeira são essenciais para o indivíduo tomar decisões inteligentes relacionadas a sua vida profissional ou pessoal. Para Schneider aprender matemática hoje em dia é importante visto que:

> Atualmente, a matemática está presente em todos os níveis da educação básica e não se pode relegar ao segundo plano sua importância para a compreensão das relações econômicas e financeiras atuais. Desse modo, a apropriação dos significados dos conceitos da área da matemática financeira é fundamental. (GRANDO; SCHNEIDER, 2010, p. 52)

Pensando nos estudos atuais, a matemática financeira tem um bom destaque em cursos nas áreas de negócios, finanças e economia. Seus direcionamentos e conhecimentos são de fundamental importância para a administração de qualquer negócio, portanto é essencial que alunos tenham o conhecimento após sua formação, os deixando melhores capacitados na tomada de decisões.

2.5 CONHECIMENTO DOS ALUNOS SOBRE A MATEMÁTICA FINANCEIRA

Apesar da matemática financeira possuir maior destaque nos dias atuais, seu estudo e conhecimento ainda é pouco desenvolvido em escolas de ensino fundamental e médio. Como citado anteriormente, seu maior destaque é em graduações de áreas financeiras ou administrativas, mas em relação a grade de ensino básico, há pontos que deixam a desejar.

Este fator é visível ao analisar um grupo de alunos, em que é constatado uma dificuldade em relação aos conceitos da matemática financeira. O conhecimento entre eles é breve, sendo superficial e de forma não prática. O estudante compreende como realizar os cálculos, que juros é um valor sobre a compra, mas não compreende realmente a utilidade daquele conhecimento, de que forma ele pode ser útil nas tomadas de decisões e na hora de programar-se financeiramente. Dentro do grupo de estudantes, ainda é possível encontrar outros que nunca tenham entrado em contato com o tema e não saibam distinguir entre termos simples como juros simples e juros compostos.

O fato é, o conhecimento que não é repassado ao aluno, faz falta até mesmo perante a uma necessidade de maior compreensão em situações cotidianas. Segundo Zentgraf em seu livro "Matemática financeira objetiva":

> Apesar de óbvio, ainda é comum observarmos um grande contingente de pessoas iludindo-se com “ofertas” enganosas, mesmo a mídia, divulga casos do tipo “se o comprador optar pela compra em 12 prestações, acabará pagando duas vezes pelo bem” e outras bobagens do gênero. (ZENTGRAF, 1999)

A abordagem tema desta dissertação tem como proposta trazer uma nova revisão sobre porcentagem, conteúdo repassado ainda no ensino fundamental. Além de outros conhecimentos vistos na 1ª série do ensino médio, como funções afim e progressão aritmética relacionando com juros simples, funções exponencial e progressão geométrica relacionados a juros compostos.

Fora isso, ainda foi acrescentado conteúdos que não tem no livro didático como valor presente, valor futuro, compra a prazo, compra à vista, fluxo de caixa e carência. Com isso foi necessário adaptar a escala de aprofundamento de cada um deles para incluir a Sequência Didática sobre a Matemática Financeira.

Considerando a dificuldade enfrentada pelos alunos e a relevância do tema abordado, foram elaboradas 8 atividades para suprir essa necessidade, de forma que será possível correlacionar o tema com seus conhecimentos prévios e necessidades habituais.

3 SEGUNDA FASE - ANÁLISE A PRIORI

Nesta etapa da pesquisa foi construída uma Sequência Didática composta por 8 atividades, com total de 14 aulas de 45 minutos cada.

O objetivo deste projeto é desenvolver um conteúdo de matemática financeira aprofundado, proporcionando aos alunos um entendimento sólido dos conceitos necessários para compreender os sistemas de amortização. Nosso foco é ir além do básico, oferecendo uma abordagem detalhada e prática que capacite os alunos a aplicar seus conhecimentos em cenários do mundo real.

Considerando a deficiência identificada nas análises prévias, esperamos que essas atividades nos ajudem a superá-las.

3.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA PROPOSTA

3.1.1 Atividades 1 e 2

A atividade 1 teve duração de uma aula, enquanto a atividade 2 teve duração de duas aulas.

A primeira e a segunda atividades tratam de aumentos e descontos simples e sucessivos, mesmo que este conteúdo seja abordado no ensino fundamental, trazê-lo novamente para a terceira série, achou-se necessário para auxiliar na introdução do conteúdo de matemática financeira. Foram utilizadas formas distintas para o calculo e, também, trabalho-se com gráficos de barras para ajudar na compreensão de aumentos e descontos.

Objetivos: compreender como se calcula os aumentos e descontos, por regra de três ou por transformação da porcentagem em valor decimal e depois multiplicando; analisar qual dos métodos os alunos vão se sentir mais confortáveis em utilizar na resolução dos exercícios; e, compreender como ocorrem aumentos e descontos sucessivos utilizando o método de multiplicação.

As habilidades da BNCC envolvidas no processo são:

EF06MA13 - Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

EF07MA02 - Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.

3.1.2 Atividades 3 e 4

As atividades 3 e 4 tiveram, cada uma, duração de duas aulas.

A terceira e a quarta atividades trataram os conteúdos de juros simples e juros compostos. Abordamos uma metodologia voltada para construções de tabelas e gráficos para mostrar a evolução do montante nos juros. Associamos os juros simples a uma função afim, enquanto os juros compostos, associamos a uma função exponencial. Além disso, foram comparados as tabelas e os gráficos para mostrar as diferenças entre o uso de juros simples e juros compostos.

Objetivos: aprender a identificar e calcular juros simples; aprender a identificar e calcular juros compostos; e, compreender a diferença entre juros simples e juros compostos.

As habilidades da BNCC envolvidas no processo são:

EF09MA05 - Resolução de problemas envolvendo cálculo de percentuais sucessivos : juros simples e compostos com e sem uso da tecnologia.

EM13MAT303 - Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

3.1.3 Atividades de 5 a 8

A atividade 6 teve duração de uma aula, enquanto as demais, tiveram duração de duas aulas cada.

A quinta e a sexta atividades trataram os conteúdos de valor presente, valor futuro, comprar a prazo e comprar à vista. Embora esses conteúdos não estejam na BNCC, achou-se necessário os alunos saberem desses conteúdos já que é fundamental para tomar decisões financeiras.

Na sétima e a oitava atividades, abordarmos os dois sistemas de financiamento mais utilizados no Brasil, Sistema Francês de Amortização (Price) e Sistema de Amortização Constante (SAC). Mesmo esses conteúdos sendo recentes na educação, achou-se importante tratá-los, mesmo que de uma forma simples, para o aluno aprender como são feitos os cálculos.

Objetivos: saber tomar a melhor decisão na hora da compra; conseguir identificar qual situação é mais vantajosa em questão de pagamentos; aprender a calcular o valor das parcelas; conhecer o sistema francês de amortização (Price); conhecer e compreender sua forma de amortização, que é uma progressão geométrica; compreender o sistema de amortização constante (SAC); e, comparar o sistema PRICE e SAC.

As habilidades da BNCC envolvidas no processo são:

EM13MAT203 - Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

4 TERCEIRA FASE - EXPERIMENTAÇÃO

A fase de Experimentação consiste na aplicação das oito atividades construídas durante a análise a priori com os alunos da 3ª série do Ensino Médio da E. E. B. Tereza Cristina, sendo uma turma da manhã com 19 alunos e uma turma da noite com 22 alunos.

Nas seções a seguir serão apresentadas as listas de exercícios desenvolvidas em cada atividade, e também serão comentadas as respostas apresentadas pelos alunos em cada uma das turmas separadamente.

4.1 PRIMEIRA ATIVIDADE - PORCENTAGEM: AUMENTOS E DESCONTOS

Os objetivos dessa atividade são compreender como se calculam aumentos e descontos por regra de três ou por transformação da porcentagem em valor decimal e depois multiplicando.

Ao apresentar duas abordagens diferentes, a atividade visa estimular o pensamento crítico dos alunos, permitindo que eles avaliem as vantagens e limitações de cada técnica. Isso ajudá-los-á a tomar decisões informadas ao escolher a abordagem mais apropriada em diferentes contextos.

Esta atividade envolveu uma aula de duração de 45 minutos. Inicialmente, os alunos foram apresentados aos Problemas Desencadeadores 1 e 2, que serviram como cenários práticos para aplicar os conceitos matemáticos relevantes.

Para a resolução desses problemas foram utilizados 25 minutos. Foi explicado de duas formas diferentes como resolvê-los, sendo uma utilizando regra de três e a outra utilizando o conceito de decimal, como é mostrados nas Figuras 6 e 7.

Figura 6 – problema desencadeador 1

Problema desencadeador 1

Uma camiseta custava R$80,00 em janeiro de 2022, devido a alta demanda, no mês de março seu valor sofreu um acréscimo de 10%. Qual será o seu novo valor?

80- 100%
x - 110%

100x= 80X110
100x=8.800
x=8.800/100
x=88,00 reais

Outra forma de fazer:
80/100=0,8
logo cada um por cento é igual a 0,8 e como temos um acréscimo de dez por cento,

0,8X10= 8

Portanto aumento 8,00 reais do valor original,
logo 80,00 + 8,00 = 88,00 reais.

Representação:

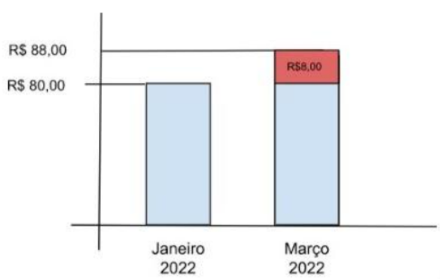


Figura 7 – problema desencadeador 2

Problema desencadeador 2

Uma camiseta custava R$90,00 em janeiro de 2022, devido a alta demanda, no mês de março seu valor passou a custar R$120,00. Qual foi o valor em porcentagem de aumento?

90- 100%
120 - x

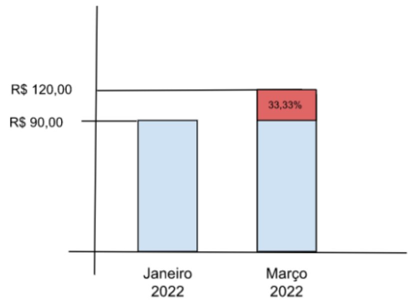
90x= 100X120
90x=12000
x=12000/90
x=133,33 %

logo 133,33%-100%
logo o aumento foi de 33,33%

Outro forma de fazer:
valor atual 120,00 reais dividido pelo valor antigo 90,00 reais, temos:
120/90= 1,3333

multiplicando por 100 para obter o valor em porcentagem temos 1,3333X100= 133, 33% portanto o aumento foi de 33,33%

Representação:



Após esses dois problemas desencadeadores, durante os 20 minutos que restavam, os alunos resolveram uma lista de exercícios, ver Lista de atividades 1 sem a interferência do professor.

Lista de atividades 1

1. *O valor de um chinelo da marca X é de R$70,00. Na loja da fábrica, o desconto para pagamento à vista e no dinheiro é de 12%. Qual é o preço do chinelo pago à vista?*
2. *Em uma promoção realizada no Black Friday de 2022, o preço de um determinado produto sofreu uma redução de R$250,00 para R$150,00. Indique a porcentagem que ocorreu nesta redução?*
3. *Uma determinada conta de energia foi paga com um atraso de um dia. Na conta em específico, é explicado que o atraso no pagamento incidirá em uma multa de 3% ao dia sobre o valor. Sabendo que a conta custava R$240,00, então o valor pago pelo cliente na conta devido ao atraso foi de?*
4. *Uma mercadoria que custava R$370,00, sofreu um acréscimo de 16% de acordo com a inflação do período. Qual é o seu preço atual?*
5. *Uma loja de eletrodomésticos está oferecendo um desconto de 14% nas compras feitas com pagamento à vista. Qual o valor final de um fogão com o valor na etiqueta de R$1.600,00, caso pago à vista?*

4.1.1 Turma da manhã

Após a correção da atividade aplicada na turma da manhã, analisamos que dois alunos erraram a questão 2, em que não calcularam a redução, e outros dois alunos erraram a questão 3, pois não somaram no final o valor dos juros.

Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
12	4	3

Tabela 1 – Resumo da atividade 1 turma da manhã - Lista de exercícios

4.1.2 Turma da noite

Após a correção da atividade aplicada na turma da noite, analisamos que:

Questão 1 - erraram, pois calcularam apenas o desconto e não determinaram o valor à vista.

Questão 2 - erraram em não calcular a redução chegaram somente no valor presente.

Questões 3 e 4 - alguns alunos não somaram os juros com o valor original.

Questão 5 - alguns alunos chegaram no valor do desconto mas não descontaram do valor inicial para saber o quanto tinham que pagar.

Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
12	8	2

Tabela 2 – Resumo da atividade 1 turma da noite - Lista de exercícios

4.2 SEGUNDA ATIVIDADE - PORCENTAGEM: AUMENTOS E DESCONTOS SUCESSIVOS

O objetivo desta atividade é compreender como ocorrem os aumentos sucessivos e os descontos sucessivos utilizando o método de multiplicação direto e Método do fator de correção.

Esta atividade foi realizada em duas aulas de 45 minutos. Iniciou-se com os problemas desencadeadores 3 e 4, para explicar duas formas diferentes de como resolvê-los uma utilizando multiplicação e a outra utilizando conceito de decimal, como é mostrado nas Figuras 8 e 9.

Após os problemas desencadeadores 3 e 4, nos últimos 15 minutos da primeira aula, foi comentado sobre imposto de renda, para que serve e como são feitos os cálculos. Para isso, foi realizado um exemplo com os alunos de como funciona os descontos na prática, como mostrado na Figura 10.

Figura 8 – Problema desencadeador 3

Problema desencadeador 3

Um determinado produto sofreu em novembro de 2022 um acréscimo de 10%. No mês seguinte, passou por outro acréscimo de 10%. Qual a porcentagem total de acréscimos nesse período?

Note que o valor original (100%) é igual 100/100 = 1, e 10% é igual à 0,1. Desta forma, o produto no mês de novembro é o valor original 1 + 0,1, que é igual 1,1.

O novo valor de X é de 1,1 e 10% desse valor é 0,11. Então temos 1,1 + 0,11 = 1,21. Por tanto, no final destes dois meses, o valor do aumento é de 1,21-1= 0,21 que equivale a 21%.

Outra forma de fazer:

100 x 1,1 x 1,1= 121

121-100= 21

Logo a porcentagem total é um aumento de 21%

Representação:

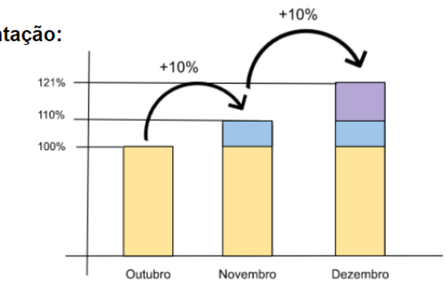


Figura 9 – Problema desencadeador 4

Problema desencadeador 4

Um determinado produto sofreu em novembro de 2022 um decréscimo de 10%. No mês seguinte, passou por outro decréscimo de 10%. Qual a porcentagem total de decréscimos nesse período?

Note que o valor original (100%) é igual 100/100 = 1, e 10% é igual à 0,1. Desta forma, o produto no mês de novembro é o valor original 1 - 0,1, que é igual 0,9

O novo valor de X é de 0,9 e 10% desse valor é de 0,09. Então temos 0,9 -0,09 = 0,81. Por tanto, no final destes dois meses, o valor de desconto é de 1- 0,81= 0,19 que é igual a 19%.

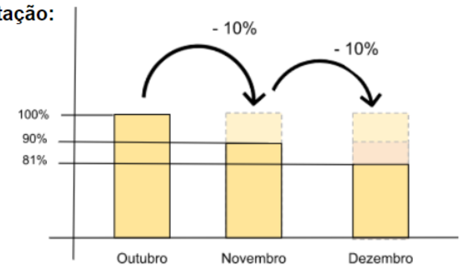
Outra forma de fazer:

100 x 0,9 x 0,9= 81

100-81=19

Logo a porcentagem total é um desconto de 19%

Representação:



Na segunda aula os alunos resolveram uma lista de exercícios, ver Lista de atividades 2, sem a interferência do professor.

Lista de atividades 2

1. *Um produto sofreu dois aumentos sucessivos de 10% e 15%, após alguns dias seu valor teve um desconto de 12%. Qual a porcentagem correspondente a estes eventos?*
2. *um comerciante de uma loja realizou quatro acréscimos sucessivos de 12%, 10%, 3% e 8%, respectivamente sobre cada produto. Se fosse realizar um único acréscimo aos produtos, equivalente a esses quatro acréscimos, qual seria a*

porcentagem?

3. *Um certo produto era vendido a R$50,00 e com a chegada das festas de final de ano sofreu um acréscimo de 30%. Porém, após as festividades nem todo o seu estoque foi vendido e o dono da loja para queimar o estoque resolveu abater o preço em 40%. Qual o valor do produto após seu último ajuste?*
4. *Um proprietário realizou em um mês dois aumentos sucessivos em uma mercadoria. Em um primeiro momento aumentou 15% e após 15 dias aumentou 10%. De quantos porcentos foi o aumento? Se o produto antes do primeiro aumento custava R$30,00, quanto passou a custar depois do segundo aumento?*
5. *Um comerciante decidiu vender todo o seu estoque de cosméticos com descontos de 20%. Uma pessoa comprou um perfume à vista e recebeu um desconto adicional de 10% sobre o valor promocional. Se o perfume estava sendo anunciado por R$200,00 sem os descontos, qual será o valor final do perfume com os descontos aplicados?*

Figura 10 – Imposto de Renda

Imposto de Renda

O Imposto de Renda é um tributo federal obrigatório para os contribuintes que possuem rendimentos acima de determinado valor anual. O valor arrecadado por ele é utilizado para investimentos em diversas áreas, como saúde, educação e infraestrutura. importante ressaltar que paga-se imposto apenas sobre o valor que ultrapassa a primeira faixa.

Imagine que um funcionário receba um salário bruto de R$ 3.000,00. Para esse valor, o desconto de INSS seguirá a faixa de 9% resultando no valor de R$ 270,00.

Para descobrir qual vai ser o desconto do Imposto de Renda, pegamos o salário bruto e desconta o INSS.

3000-270=2730

2730 entra na tabela de 7,5% de Imposto de Renda
que equivale á 204,75 subtraindo o valor da tabela de 7,5% que é de 158,40
temos 204,75-158,40=46,35

2730-46,35= 2.683,65 reais

salário bruto: 3000,00
INSS: 270,00
Imposto de Renda:46,35
Salário limpo:2.683,65

4.2.1 Turma da manhã

Após a correção da atividade aplicada na turma da manhã, analisamos que cinco alunos erraram a questão 4, desses cinco alunos, dois deles só calcularam o dinheiro e esqueceram de calcular a porcentagem e os outros três alunos não responderam a questão.

Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
12	5	2

Tabela 3 – Resumo da atividade 2 turma da manhã - Lista de exercícios

4.2.2 Turma da noite

Após a correção da atividade aplicada na turma da noite, analisamos que apenas um aluno não acertou todas as questões. Na questão 4,ele só calculou o dinheiro e esqueceu de calcular a porcentagem de aumento. Já, na questão 5, ele errou pois calculou como se fosse aumento no lugar de desconto.

Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
10	1	11

Tabela 4 – Resumo da atividade 2 turma da noite - Lista de exercícios

4.3 TERCEIRA ATIVIDADE: JUROS SIMPLES

Os objetivos dessa atividade são aprender a deduzir e calcular juros simples, e compreender como juros simples está relacionado com um gráfico de uma função afim.

Esta atividade foi realizada em duas aulas de 45 minutos. Iniciou-se com os problemas desencadeadores 5 e 6, utilizando uma aula inteira de 45 minutos. Foi explicado como se utiliza a fórmula de juros simples além de utilizar gráficos para visualização do dinheiro durante os meses. Facilmente os alunos, vendo a linha sobre o gráfico, relaciona com uma função linear [1]. Para resolução do problema desencadeador 6 além do gráfico foi utilizado uma tabela mostrando mês a mês os aumentos, como mostra as Figuras 11, 12 e 13.

Na segunda aula os alunos resolveram uma lista de exercícios, ver Lista de atividades 3, sem a interferência do professor.

Lista de atividades 3

1. *Uma pessoa aplicou R$ 30.000,00 durante 4 meses em uma aplicação a juros simples com uma taxa de 5% ao mês. Qual o valor recebido por esta pessoa ao final desta aplicação?*
2. *Um capital será aplicado a juros simples com uma taxa de 2% ao mês. Qual é o tempo mínimo necessário para que o valor da aplicação seja quadruplicado?*

[1] Em caso de dúvida sobre as propriedades da função linear ou da função afim, ver capítulo IV de (IEZZI; MURAKAMI, 2013).

3. *Um morador de um condomínio deve pagar a taxa condominial até o quinto dia útil de cada mês. Caso haja atraso no pagamento, é cobrado juros de 0,4% ao dia. Se a taxa condominial do morador é de R$200,00 e ele atrasou o pagamento em 12 dias, qual será o valor que ele terá que pagar?*
4. *Uma pessoa tinha uma dívida de R$ 15.000,00 e pagou de R$ 1.000,00 de juros ao quitá-la 8 meses depois. Se a taxa de juros utilizada foi simples, qual foi a taxa de juros mensal aplicada?*
5. *Um terreno foi comprado por R$ 500.000,00 e o pagamento será feito em uma única parcela, 9 meses após a compra, com juros simples de 20% ao ano. Qual será o valor pago de juros nessa transação?*

Figura 11 – Problema desencadeador 5

Fonte: autor

4.3.1 Turma da manhã

Após a correção da atividade aplicada na turma da manhã, analisamos que:

Questão 1 - um aluno esqueceu de somar o juros com o capital para chegar no montante.

Questão 4 - 2 alunos erraram na ultima parte da divisão, chegando em 0,89 porcento no lugar de 0.83 porcento.

Questão 5 - 3 alunos erraram a questão, escreveram como 50.000 mil no lugar de 500.000 mil.

Figura 12 – Problema desencadeador 6

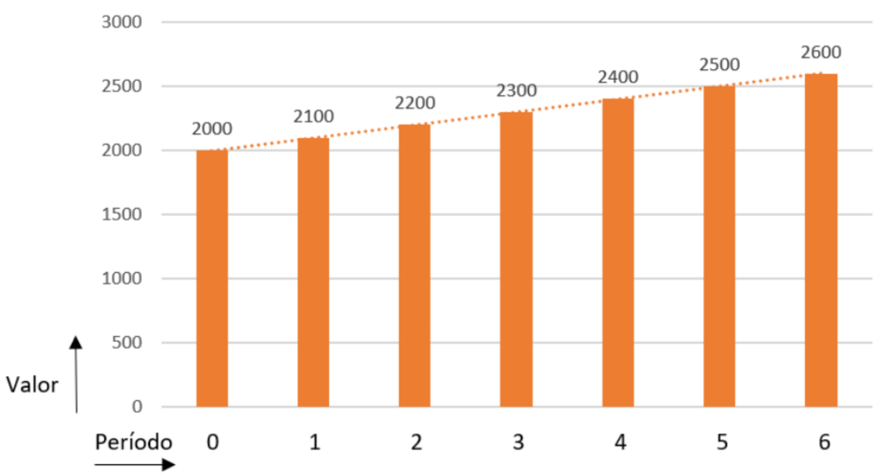
Problema desencadeador 6:

Um investidor aplicou R$ 2.000,00 em uma aplicação a juros simples com uma taxa de 5% ao mês durante 6 meses. Qual será o valor total recebido pelo investidor ao final deste período?

Período	Juros **J= C * i * t**	Valor M=C+J
0	2000.0,05.0	2000 + 0 = 2000
1	2000.0,05.1	2000 +100 = 2100
2	2000.0,05.2	2000 + 200 = 2200
3	2000.0,05.3	2000 + 300 = 2300
4	2000.0,05.4	2000 + 400 = 2400
5	2000.0,05.5	2000 + 500 = 2500
6	2000.0,05.6	2000 + 600 = 2600

Figura 13 – Gráfico do problema desencadeador 6

Problema desencadeador 6 - Gráfico:



Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
9	6	4

Tabela 5 – Resumo da atividade 3 turma da manhã - Lista de exercícios

4.3.2 Turma da noite

Após a correção da atividade aplicada na turma da noite, analisamos que:

Questão 1 - alunos esquecerem de somar os juros com o capital para chegar no montante.

Questões 2,4 e 5 - 2 alunos não resolverem a questão 2 alegando não entenderam o enunciado e os mesmo alunos não resolveram as questões 4 e 5 alegando falta de tempo.

Questão 3 - alunos só esquecerem de somar os juros com o capital.

Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
11	10	1

Tabela 6 – Resumo da atividade 3 turma da noite - Lista de exercícios

4.4 QUARTA ATIVIDADE - JUROS COMPOSTOS

Os objetivos dessa atividade são compreender a diferença dos juros simples e dos juros compostos, e compreender como os juros compostos estão relacionados com o gráfico de uma função exponencial.

Esta atividade foi realizada em duas aulas de 45 minutos, sendo utilizado 60 minutos para a explicação e 30 minutos para os exercícios Iniciou-se com os dois problemas desencadeadores 7 e 8, em que esses dois problemas desencadeadores são o mesmos problemas desencadeadores 5 e 6 da atividade de juros simples somente mudamos o regime de juros simples para juros compostos.

Durante a explicação dos problemas foi mostrado como se utiliza a fórmula de juros compostos além de utilizar gráficos para visualização do dinheiro durante os meses. Porém, dessa vez os alunos não conseguiram relacionar a linha acima do gráfico com a função exponencial[2]. Foi necessário a explicação do professor para que eles conseguissem enxergar a função. Além de gráfico, foi utilizado uma tabela mostrando mês a mês os aumentos, conforme mostrado nas Figuras 14 e 15.

Após esses dois problemas desencadeadores, foi comparado o dinheiro mês a mês dos problemas desencadeadores 6 e 8.

Para ilustrar essa diferença, utilizamos tabelas e gráficos. Mostrando como os juros compostos aumentam de forma significativamente mais acelerada do que os juros simples. No início, observou-se uma diferença modesta, que gradualmente se amplia ao longo do tempo. Como mostras as Figuras 16 e 17.

Depois dessa comparação partiu-se para o problema desencadeador 9, utilizamos uma tabela para mostrar a diferença durante os meses, comparando juros simples com juros compostos.

Além da tabela para a explicação foram utilizamos gráficos de apoio. Só que dessa vez, no lugar de gráficos de barra foi utilizado gráfico de linhas. Esse problema desencadeador foi retirado do livro da segunda série do ensino médio do estado de São Paulo, como mostra a Figura 18.

[2] Em caso de dúvida sobre as propriedades da função exponencial, ver capítulo II de (IEZZI; MURAKAMI; DOLCE, 2013).

Figura 14 – Problema desencadeador 7

Problema desencadeador 7:

Um investidor aplicou R$ 2.000,00 em uma aplicação a juros compostos com uma taxa de 5% ao mês durante 2 anos. Qual será o valor total recebido pelo investidor ao final deste período?

M = C x (1+i)^t
M= 2000 x (1+0,05)^24
M=2000 x (1,05)^24
M=2000 x 3,225
M=6450,00

Representação:

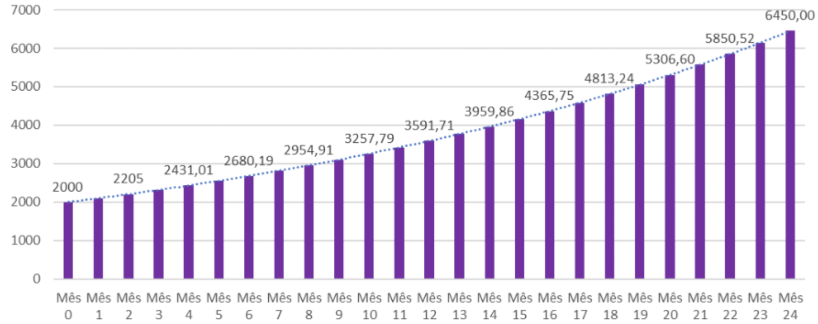


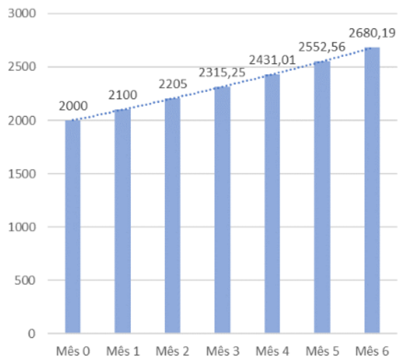
Figura 15 – Problema desencadeador 8

Problema desencadeador 8:

Um investidor aplicou R$ 2.000,00 em uma aplicação a juros compostos com uma taxa de 5% ao mês durante 6 meses. Qual será o valor total recebido pelo investidor ao final deste período?

Período	Valor **M = C x (1+i)^t**
0	2000x(1+0,05)^0= 2000
1	2000x(1+0,05)^1= 2100
2	2000x(1+0,05)^2= 2205
3	2000x(1+0,05)^3= 2315,25
4	2000x(1+0,05)^4=2431,01
5	2000x(1+0,05)^5=2552,56
6	2000x(1+0,05)^6= 2680,19

Representação:



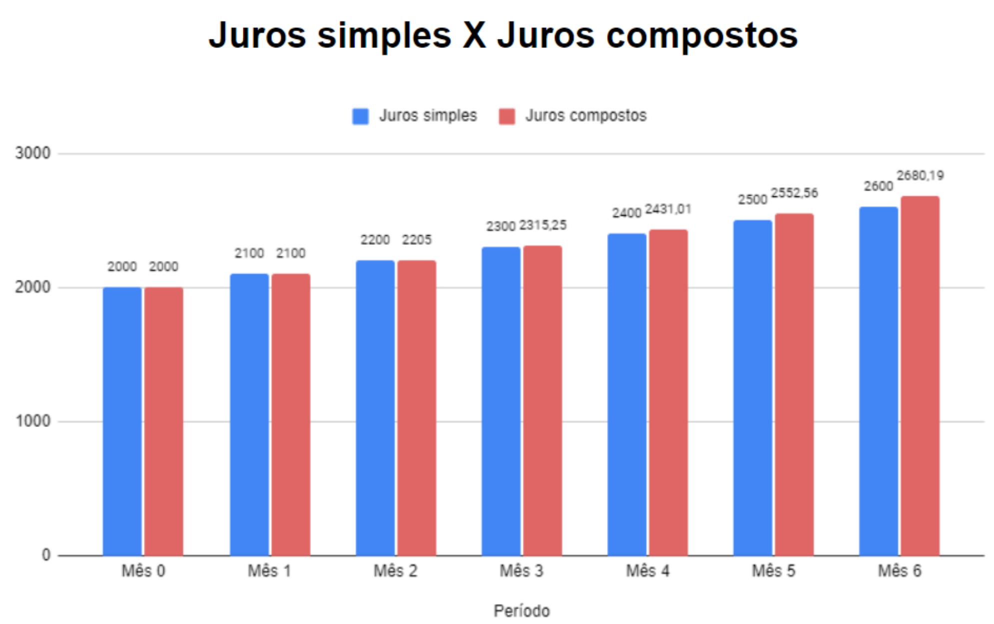
Após a explicação os alunos resolveram uma lista de exercícios, ver Lista de atividades 4, sem a interferência do professor.

Figura 16 – Tabela juros simples X juros compostos

Juros simples X Juros compostos

Período	Juros simples	Juros compostos
0	2000	2000
1	2100	2100
2	2200	2205
3	2300	2315,25
4	2400	2431,01
5	2500	2552,56
6	2600	2680,19

Figura 17 – Gráfico juros simples X juros compostos



Lista de atividades 4

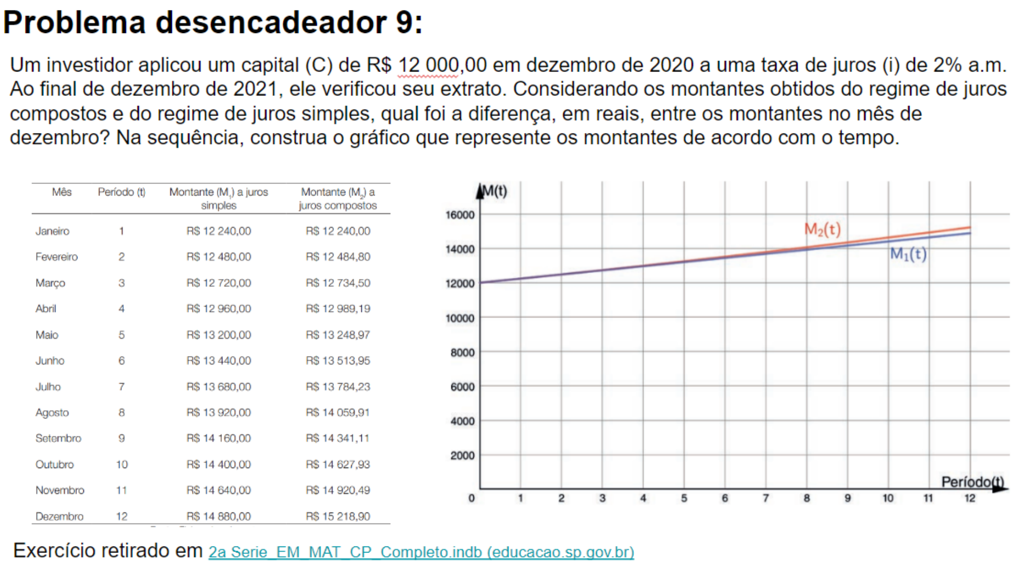
1. *Considere um valor de R$ 20.000,00 que foi colocado na poupança durante um ano, com uma taxa de juros compostos de 5% ao ano. Calcule quanto de dinheiro a mais será ganho no final deste período.*
2. *A quantia de R$ 15.000,00 é emprestada a uma taxa de juros de 10% ao mês. Aplicando-se juros compostos, o valor que deverá ser pago para a quitação da dívida, três meses depois, é:*

   a) *R$ 20.000,00*

   b) *R$ 19.965,00*

   c) *R$ 18.510,00*

Figura 18 – Problema desencadeador 9



Problema desencadeador 9:

Um investidor aplicou um capital (C) de R$ 12 000,00 em dezembro de 2020 a uma taxa de juros (i) de 2% a.m. Ao final de dezembro de 2021, ele verificou seu extrato. Considerando os montantes obtidos do regime de juros compostos e do regime de juros simples, qual foi a diferença, em reais, entre os montantes no mês de dezembro? Na sequência, construa o gráfico que represente os montantes de acordo com o tempo.

Mês	Período (t)	Montante (M_1) a juros simples	Montante (M_2) a juros compostos
Janeiro	1	R$ 12 240,00	R$ 12 240,00
Fevereiro	2	R$ 12 480,00	R$ 12 484,80
Março	3	R$ 12 720,00	R$ 12 734,50
Abril	4	R$ 12 960,00	R$ 12 989,19
Maio	5	R$ 13 200,00	R$ 13 248,97
Junho	6	R$ 13 440,00	R$ 13 513,95
Julho	7	R$ 13 680,00	R$ 13 784,23
Agosto	8	R$ 13 920,00	R$ 14 059,91
Setembro	9	R$ 14 160,00	R$ 14 341,11
Outubro	10	R$ 14 400,00	R$ 14 627,93
Novembro	11	R$ 14 640,00	R$ 14 920,49
Dezembro	12	R$ 14 880,00	R$ 15 218,90

Exercício retirado em 2a Serie_EM_MAT_CP_Completo.indb (educacao.sp.gov.br)

d) *R$ 17.320,00*

e) *R$ 16.666,00*

3. *Quanto dinheiro foi investido com uma taxa de 12% ao ano por 3 anos, se o montante gerado foi de R$ 32.500,00?*

4. *(Fauel 2019) Um pequeno investidor decide realizar uma aplicação no Tesouro Direto, um fundo de investimento muito pouco arriscado, porém que rende mais que a poupança tradicional. Considerando-se que tal investimento rende aproximadamente 7% ao ano no regime de juros compostos, quanto uma aplicação de R$ 100 renderia ao final de dois anos?*

A) *R$ 13,85*

B) *R$ 14,00*

C) *R$ 14,49*

D) *R$ 15,23*

4.4.1 Turma da manhã

Após a correção da atividade aplicada na turma da manhã, analisamos que os alunos erraram a questão, por que confundiram o capital com o montante.

Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
14	4	1

Tabela 7 – Resumo da atividade 4 turma da manhã - Lista de exercícios

4.4.2 Turma da noite

Após a correção da atividade aplicada na turma da noite, analisamos que um aluno errou a questão 1, pois ele montou certo a fórmula, mas errou o resultado. O segundo aluno errou as questões 2 e 4, em que ele assinalou duas respostas. O terceiro aluno errou a questão 3, pois ele montou certo a fórmula, mas errou o resultado.

Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
17	3	2

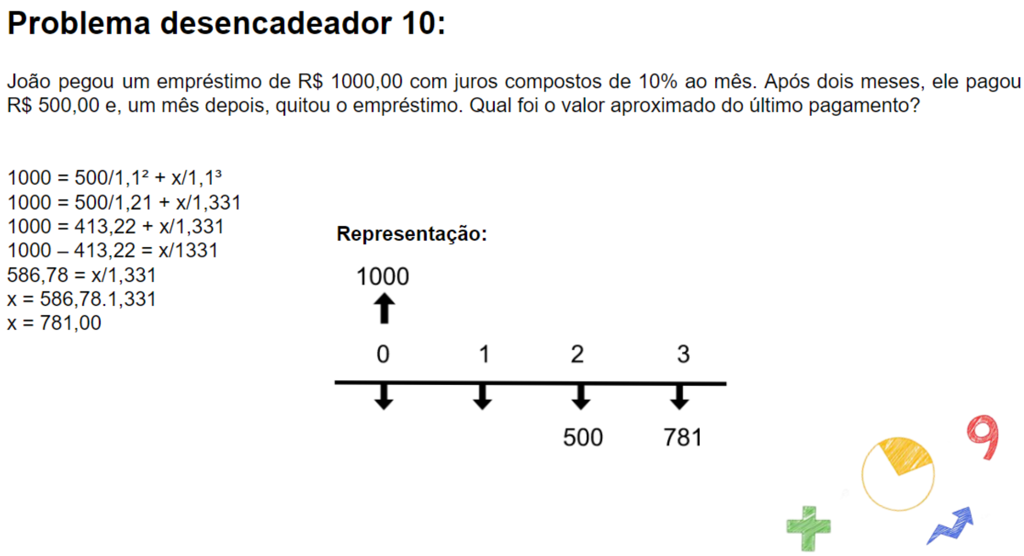
Tabela 8 – Resumo da atividade 4 turma da noite - Lista de exercícios

4.5 QUINTA ATIVIDADE - VALOR PRESENTE E VALOR FUTURO

Os objetivos dessa atividade são saber tomar a melhor decisão na hora da compra e aprender a calcular o valor das parcelas. Tais objetivos estão relacionados a compreensão do valor do dinheiro no tempo considerando uma dada taxa de juros.

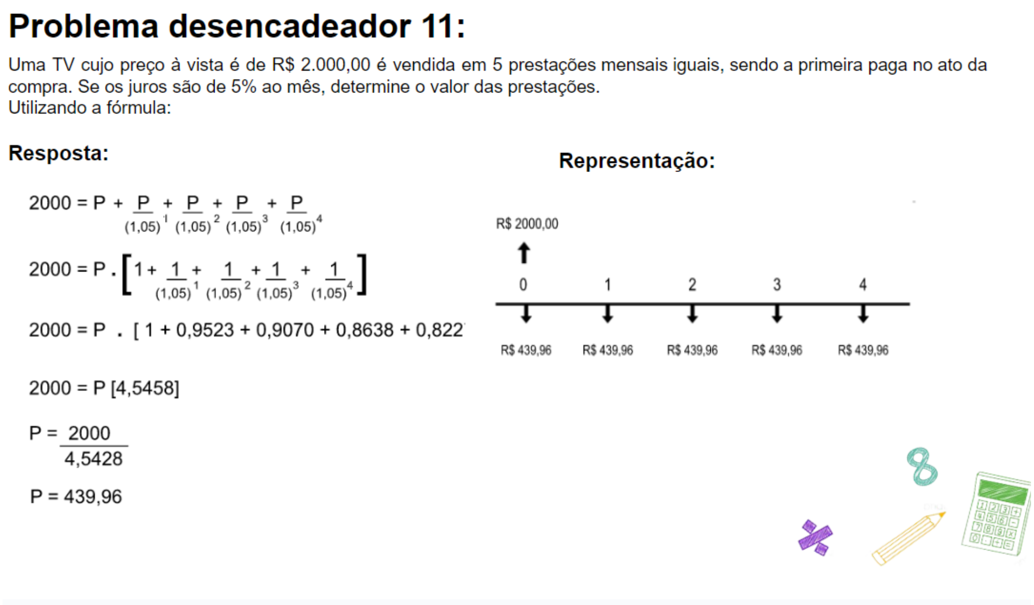
Esta atividade foi realiza em duas aulas de 45 minutos, em que a primeira foi usada para a explicação e a segunda para a resolução dos exercícios. Inicio-se com a apresentação de dois problemas desencadeadores, 10 e 11. O objetivo desses problemas era ensinar aos alunos como calcular o valor das parcelas, como mostrado nas Figuras 19 e 20.

Figura 19 – Problema desencadeador 10



Foi constatado uma grande dificuldade inicial para os alunos entenderem como é feito o cálculo, já que no problema desencadeador 10 só paga partir do segundo mês, enquanto no problema desencadeador 11 já paga a primeira parcela no ato como

Figura 20 – Problema desencadeador 11



forma de entrada. Após bastante discussão desses dois problemas os alunos iniciaram uma lista de exercícios, ver Lista de atividades 5, sem a interferência do professor.

Lista de atividades 5

1. *João quer comprar seu primeiro apartamento, para isso, irá pegar uma quantia x de dinheiro e deixar investido rendendo a uma taxa de renda fixa de 8% ao ano a um regime de juros compostos.No final de 10 anos ele precisará reunir um valor de R$ 200.000,00 para realizar essa compra. Quanto ele deverá depositar?*
2. *A loja Magazine Tecnologia está vendendo um notebook à vista pelo valor de R$ 1.600,00. Em uma determinada manhã, um cliente resolveu realizar a compra deste mesmo notebook em 4 prestações mensais, todas no mesmo valor e a primeira sendo paga no ato da compra. Considerando que a loja cobrará 10% de juros ao mês, determine qual será o valor de cada prestação.*
3. *Calcule o valor presente de um pagamento, de R$ 8.000,00 aplicado durante um ano, com uma taxa de juros de 8*
4. *Quanto teremos daqui a 24 meses se aplicarmos R$5.000,00 a 3% ao mês?*

4.5.1 Turma da manhã

Após a correção da atividade aplicada na turma da manhã, analisamos que um aluno montou tudo certo, mas errou a última divisão na questão 1. Na questão 3, um aluno errou na parte de pôr a taxa, pois ele fez (1 + 0,08) = 2,15 e na questão 4, ele calculou o capital no lugar de calcular o montante.

Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
12	2	5

Tabela 9 – Resumo da atividade 5 turma da manhã - Lista de exercícios

4.5.2 Turma da noite

Após a correção da atividade aplicada na turma da noite, analisamos que 10 alunos erraram a questão 3, cometendo o erro em pensar que os R$ 8.000,00 era o capital em vez de perceber que era o montante (valor futuro). Eles teriam que calcular o valor do capital (valor presente). Os outros 6 alunos erraram a questão 4. Não ficou claro qual foi a dificuldade na questão, já que esses alunos só colocaram a resposta final, sem desenvolver o cálculo.

Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
1	16	5

Tabela 10 – Resumo da atividade 5 turma da noite - Lista de exercícios

4.6 SEXTA ATIVIDADE - COMPRAR À VISTA OU A PRAZO?

Os objetivos dessa aula são os mesmos da atividade 5, que são saber tomar a melhor decisão na hora da compra e aprender a calcular o valor das parcelas. Tais objetivos estão relacionados a compreensão do valor do dinheiro no tempo considerando uma dada taxa de juros.

Esta atividade foi utilizada uma aula de 45 minutos. Nos 20 primeiros minutos foi utilizado para explicar carência e fluxo de caixa conceitos importantes em matemática financeira, como será mostrado nas Figuras 21 e 22. Após isso foi debatido o problema desencadeador 12, mostrado na Figura 23.

Figura 21 – Exemplo carência

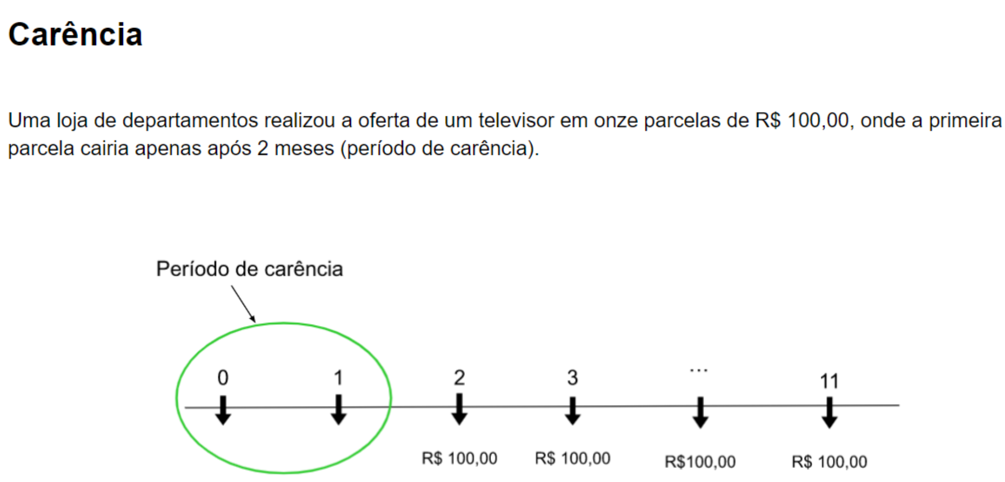
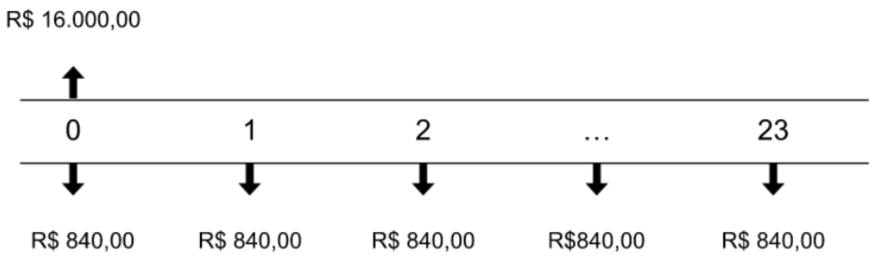


Figura 22 – Exemplo fluxo de caixa

Fluxo de caixa

Exemplo: Um comerciante realizou a compra de dois novos fornos para uma padaria que abriu recentemente. Ele comprou por R$ 16.000,00 hoje e pagará o mesmo em 24 parcelas de R$ 840,00 a partir de hoje.



*Flecha para cima todo dinheiro ou bem que entra;
*Flecha para baixo todo dinheiro ou bem que sai.

Figura 23 – Problema desencadeador 12

Problema desencadeador 12:

Você foi comprar uma geladeira e a loja lhe oferece 4 opções.

a) R$ 1.800,00 à vista.

b) R$ 300,00 à vista mais 3 prestações mensais e sucessivas de R$ 600,00.

c) R$ 500,00 à vista mais 3 prestações mensais e sucessivas de R$ 500,00.

d) 8 prestações mensais e sucessivas de R$ 275,00, com carência de 3 meses.
Qual é a melhor opção para você, comprador, considerando uma taxa de juros simples de 4% a.m. e data focal na data da compra?

Solução

A melhor opção para o comprador é a que tem o menor valor presente, isto é na data da compra (data focal 0). Calculando os valores atuais das opções temos:

a) Como o valor é a vista, $VP_a = R\$1.800,00$

b) $VP_b = 300 + \frac{600}{1+0,04} + \frac{600}{1+0,04\times 2} + \frac{600}{1+0,04\times 3} = R\$1.968,19$

c) $VP_c = 500 + \frac{500}{1+0,04} + \frac{500}{1+0,04\times 2} + \frac{500}{1+0,04\times 3} = R\$1.890,16$

d) $$VP_d = \frac{275}{1+0,04\times 3} + \frac{275}{1+0,04\times 4} + \frac{275}{1+0,04\times 5} + \frac{275}{1+0,04\times 6} + \frac{275}{1+0,04\times 7} + \frac{275}{1+0,04\times 8} + \frac{275}{1+0,04\times 9} + \frac{275}{1+0,04\times 10} = R\$1.755,36$$

Logo a melhor opção para o comprador é a d.

Exercício retirado em Capitulo 2 – Resolução de Exercícios (fgv.br)

Neste problema os alunos ficaram surpresos que a opção com mais prestação era a opção mais vantajosa. Essa opção só se torna mais vantajosa graças aos três meses de carência.

Após isso, no restante da aula os alunos fizeram exercícios mostrado na Lista de atividades 6. O item b) da primeira questão precisou da interferência do professor. As demais questões foram feitas sem a interferência do professor.

Lista de atividades 6

1. *(P1 - MA 12 - 2011) Um comerciante, para quem o dinheiro vale 5% ao mês, oferece determinado produto por 3 prestações mensais iguais a R$ 100,00, a primeira paga no ato da compra.*
   (a) *Que valor o comerciante deve cobrar por esse produto,no caso de pagamento à vista?*
   (b) *Se um consumidor desejar pagar o produto em três prestações mensais iguais, mas sendo a primeira paga um mês após a compra, qual deve ser o valor das parcelas?*
2. *Você tem duas opções de pagamento na compra de um tênis: três prestações mensais de R$ 300,00 ou seis prestações mensais de R$ 160,00. Sendo que das duas opções o juro é de 10%, qual a melhor opção?*
3. *Um relógio é vendido à vista por R$348,00 ou 4x de R$100,00 sem entrada. Se o cliente conseguir aplicar o seu dinheiro a 2,8% ao mês. Qual das duas opções de pagamento é mais vantajosa?*

4.6.1 Turma da manhã

Após a correção da atividade aplicada na turma da manhã, analisamos que os alunos montaram corretamente a fórmula na questão 1-a, porém erraram os cálculos.

Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
13	3	3

Tabela 11 – Resumo da atividade 6 turma da manhã - Lista de exercícios

4.6.2 Turma da noite

Após a correção da atividade aplicada na turma da noite, analisamos que no item 1.b os alunos, mesmo com a explicação do passo a passo, não conseguiram compreender a ideia e resolver a questão. Na questão 2, alguns alunos só calcularam a primeira forma de pagamento, enquanto outros erraram na hora de calcular a segunda forma de pagamento. Na questão 3, alguns alunos não fizeram a atividade, relatando falta de tempo.

Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
10	6	6

Tabela 12 – Resumo da atividade 6 turma da noite - Lista de exercícios

4.7 SÉTIMA ATIVIDADE - PRICE, SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO FRANCÊS

Os objetivos dessa aula são conhecer o sistema de amortização francês (Price), conhecer e compreender sua forma de juros por amortização.

Essa atividade foi realizada em duas aulas de 45 minutos. Nos primeiros 10 minutos foi explicado o que são sistemas de amortização. Após isso, nos 35 minutos restante da primeira aula, foram debatidos os problemas desencadeadores 13 a 16.

Para iniciar a discussão começamos com um problema bem simples, para ter a noção de como utilizar a fórmula para calcular a prestação no sistema price e depois montar a tabela, como é mostrado nas Figuras 24 e 25.

Figura 24 – Prestação problema desencadeador 13

Problema desencadeador 13:

Usaremos como exemplo um empréstimo de R$ 1.000,00 com taxa de juros de 3% ao mês a ser pago em 4 parcelas mensais pelo sistema Price. Para calcular o valor da parcela, começamos:

$$PMT = PV \frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1}$$

$$PMT = \frac{1000 \,.\, (1+0,03)^4 \,.\, 0,03}{(1+0,03)^4 - 1}$$

$$PMT = \frac{1000 \,.\, (1,03)^4 \,.\, 0,03}{(1,03)^4 - 1}$$

$$PMT = \frac{1000 \,.\, 1,1255 \,.\, 0,03}{1,1255 - 1}$$

$$PMT = \frac{1000 \,.\, 0,033763}{0,1255}$$

$$PMT = 1000 \,.\, 0,2690$$

$$\boxed{PMT = 269,04}$$

Figura 25 – Tabela problema desencadeador 13.

Problema desencadeador 13 - Tabela:

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
0				1000
1	1000.3%= 30	269,04	269,04-30= 239,04	760,96
2	760,96.3%= 22,83	269,04	269,04-22,83=246,21	514,75
3	514,75.3%=15,44	269,04	269,04-15,44=253,60	261,15
4	261,15.3%=7,83	269,04	269,04-7,83= 261,21	0
Total	76,1	1076,16	≅ 1.000,00	

A fórmula acima apresentada pode ser deduzida pela soma de uma progressão geométrica (PG) finita. Ver seção VII do Capítulo III de (IEZZI; HAZZAN, 2013).

O problema desencadeador 14 foi retirado do livro da segunda série do ensino médio de São Paulo, o objetivo desse problema é calcular as prestações de uma motocicleta, como mostra a Figura 26.

Figura 26 – Problema desencadeador 14

Problema desencadeador 14:

Um apaixonado por motocicletas observa uma propaganda que diz:
Super Promoção: entrada de R$ 4 000,00 mais 60 parcelas fixas, realize seu sonho de ter sua própria motocicleta. Qual seria o valor de cada prestação?
Nessa situação:
- A quantia financiada é de R$ 6.000,00, C = R$ 6 000,00;
- A taxa de juro é de 2% a.m., i = 0,02;
- A quantidade de prestações é igual a 60, n = 60.

Como as parcelas vão ser iguais o sistema de amortização será o Price que podem ser calculados da seguinte forma:

$$PMT = PV \frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1}$$

$$PMT = \frac{6000 . (1+0{,}02)^{60} . 0{,}02}{(1+0{,}02)^{60} - 1}$$

$$PMT = \frac{6000 . 3{,}281 . 0{,}02}{2{,}281}$$

$$PMT = 6000 . 0{,}028768$$

$$\boxed{PMT = 172{,}61}$$

Exercício retirado em: 2a Serie_EM_MAT_CP_Completo.indb (educacao.sp.gov.br)

Os problemas desencadeadores 15 e 16 seguem a ideia do problema desencadeador 13, porém com valores maiores e com um maior número de prestações. Para ajudar nos cálculos foi utilizado um site https://calculojuridico.com.br/calculadora-price-sac/

O problema desencadeador 15 trata-se de um empréstimo para compra de um automóvel, no valor de 60 mil reais em 120 prestações, como é mostrado na Figura 27.

Figura 27 – Prestação problema desencadeador 15

Problema desencadeador 15:

Um empréstimo de R$ 60 000,00 para a compra de um automóvel, deve ser devolvido de acordo com o sistema francês de amortização em 120 prestações mensais a taxa de juros de 1% ao mês.

$$PMT = PV \frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1}$$

$$PMT = \frac{60000. (1+0{,}01)^{120} . 0{,}01}{(1+0{,}01)^{120} - 1}$$

$$PMT = \frac{60000 . 3{,}300 . 0{,}01}{2{,}300}$$

$$PMT = \mathbf{60000 . 0{,}0143}$$

$$\boxed{PMT = 860{,}83}$$

No problema desencadeador 16 trata-se de um empréstimo para a compra de uma casa, no valor de 500 mil reais em 240 prestações a uma taxa de 1% ao mês, como é mostrado na Figura 28.

Figura 28 – Prestação problema desencadeador 16

Problema desencadeador 16:

Um empréstimo de R$ 500 000,00 para a compra de uma casa, deve ser devolvido de acordo com o sistema francês de amortização em 240 prestações mensais a taxa de juros de 1% ao mês.

$$PMT = PV \frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1}$$

$$PMT = \frac{500000.(1+0{,}01)^{240}.\ 0{,}01}{(1+0{,}01)^{240} - 1}$$

$$PMT = \frac{500000\ .\ 10{,}8925\ .\ 0{,}01}{9{,}8925}$$

$$PMT = 500000.\ 0{,}01101$$

$$\boxed{PMT = 5{,}505{,}43}$$

Na segunda aula os alunos fizeram uma lista de exercícios, ver Lista de atividades 7. Nestas atividades os alunos precisaram calcular o valor das prestações e depois montar a tabela.

Lista de atividades 7

1. *Um empréstimo no valor de R$ 15.000,00 deverá ser pago pelo sistema price em 5 parcelas mensais com um juro mensal de 4%. Construa a planilha do pagamento dessa dívida.*
2. *Montar uma tabela pelo sistema price para um empréstimo de R$ 20.000,00, a ser pago em 6 prestações mensais, sob taxa de juros de 2% a.m.*

4.7.1 Turma da manhã

Após a correção da atividade aplicada na turma da manhã, analisamos que um aluno errou a questão 1. Ele fez o cálculo da prestação, mas não terminou a tabela. Outros 3 alunos erraram a questão 2, sendo que um aluno não iniciou e os outros dois fizeram o cálculo da prestação e apenas metade da tabela, alegando falta de tempo e por isso não terminaram.

Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
12	4	3

Tabela 13 – Resumo da atividade 7 turma da manhã - Lista de exercícios

4.7.2 Turma da noite

Após a correção da atividade aplicada na turma da noite, analisamos que questão 2, o erro do aluno foi calcular só a prestação, não fazendo a tabela.

Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
17	1	5

Tabela 14 – Resumo da atividade 7 turma da noite - Lista de exercícios

4.8 OITAVA ATIVIDADE - SAC, SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE

Os objetivos são compreender o sistema de amortização constante (SAC), entender como suas prestações e saldos devedor se relacionam com uma PA. Além disso, comparar o sistema PRICE com o sistema SAC.

Essa atividade foi realizada em duas aulas de 45 minutos. Nos primeiros 10 minutos foram utilizados para falar do sistema SAC e sua diferença para o sistema PRICE. Após isso, nos 35 minutos restantes, foi dedicado a debater os problemas desencadeadores 17 a 20.

Os problemas 17 a 19 os alunos falaram que estavam repetidos, então o professor explicou que era o mesmo problema, porém em sistema de amortização diferente. Foi realizado os mesmos problemas para os alunos conseguirem ver claramente a diferença entre os dois sistemas de amortizações.

Para iniciar as discussões começamos com o problema desencadeador 17 que faz uma comparação direta com o problema desencadeador 13, como são mostrados nas Figuras 29 e 30.

O problema desencadeador 18 faz uma comparação direta com o problema desencadeador 15. Aqui já fica claro a diferença entre os juros dos dois sistemas de amortização. A diferença[3] já foi de sete mil reais, os alunos constataram que já é um valor considerável, como são mostrados nas Figuras 31 e 32.

O problema desencadeador 19 faz uma comparação direta com o problema desencadeador 16, dando uma diferença[4] maior do que 200 mil reais. Os alunos ficaram espantados com essa diferença, como são mostrados nas Figuras 33 e 34.

[3] Esta diferença foi APENAS entre as somas de valores. Não houve a devida correção desses valores ao longo do período.

[4] Idem a nota anterior.

Figura 29 – Problema desencadeador 17

Problema desencadeador 17:

Consideremos como exemplo um empréstimo de R$ 1 000,00 com taxa de juros de 3% ao mês a ser pago em 4 parcelas mensais pelo SAC.

Para calcular o valor da parcela, começamos calculando o valor da amortização, que é constante, então temos: 1000\4= 250 que será nossa amortização.

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
0				1000
1	1000.3%= 30	250+30=280	250	750
2	750.3%= 22,5	250+22,5=272,5	250	500
3	500.3%= 15	250+15= 265	250	250
4	250.3%=7,5	250+7,5=257,5	250	0
Total	75	1075	1000	

Figura 30 – Comparação problema desencadeador 13 e 17

	Períodos	**Juros**	**Prestação**	**Amortização**	**Saldo devedor**
PRICE	0				1000
	1	1000.3%= 30	269,04	269,04-30= 239,04	760,96
	2	760,96.3%= 22,83	269,04	269,04-22,83=246,21	514,75
	3	514,75.3%=15,44	269,04	269,04-15,44=253,60	261,15
	4	261,15.3%=7,83	269,04	269,04-7,83= 261,21	0
	Total	76,1	1076,16	≅ 1.000,00	

	Períodos	**Juros**	**Prestação**	**Amortização**	**Saldo devedor**
SAC	0				1000
	1	1000.3%= 30	250+30=280	250	750
	2	750.3%= 22,5	250+22,5=272,5	250	500
	3	500.3%= 15	250+15= 265	250	250
	4	250.3%=7,5	250+7,5=257,5	250	0
	Total	75	1075	1000	

O problema desencadeador 20 foi retirado do livro da segunda série do ensino médio, além da tabela é utilizado um gráfico para ajudar na compreensão do que acontece com o saldo devedor ao longo dos meses, como são mostradas nas Figuras 35 e 36.

Na segunda aula os alunos fizeram uma lista de exercícios, ver Lista de atividades 8. Nesta atividade os alunos precisavam calcular o valor da amortização e depois montar a tabela.

Figura 31 – Problema desencadeador 18

Problema desencadeador 18:

Um empréstimo de R$ 60 000,00 para a compra de um automóvel, deve ser devolvido de acordo com o sistema de amortização constante em 120 prestações mensais a taxa de juros de 1% ao mês.

Para calcular o valor da parcela, começamos calculando o valor da amortização, que é constante, então temos: 60000\120= 500 que será nossa amortização.

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
0				60000
1	60000.1%=600	1100	500	59500
…	…	…	…..	…
120			500	0
Total	**36.300,00**	**96.300,00**	**60.000,00**	

Tabela:https://calculojuridico.com.br/calculadora-price-sac/

Figura 32 – Comparação problema desencadeador 15 e 18

PRICE

Períodos	**Juros**	**Prestação**	**Amortização**	**Saldo devedor**
0				60000
1	60000.1%= 600	860,83	860,86-600= 260,86	59.739,14
…	…	…	…	…
120	8,52	860,83	852,30	0,00
Total	**43.299,60**	**R$ 103.299,60**	≅ **60.000,00**	

SAC

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
0				60000
1	60000.1%=600	1100	500	59500
…	…	…	…..	…
120			500	0
Total	**36.300,00**	**96.300,00**	**60.000,00**	

Lista de atividades 8

1. *Um empréstimo no valor de R$ 15.000,00 deverá ser pago pelo SAC em 5 parcelas mensais com um juro mensal de 4%. Construa a planilha do pagamento dessa dívida.*
2. *Montar uma tabela do SAC para um empréstimo de R$ 20.000,00, a ser pago em 6 prestações mensais, sob taxa de juros de 2% ao mês.*

4.8.1 Turma da manhã

Após a correção da atividade aplicada na turma da manhã, analisamos que

Figura 33 – Problema desencadeador 19

Problema desencadeador 19:

Um empréstimo de R$ 500 000,00 para a compra de uma casa, deve ser devolvido de acordo com o sistema de amortização constante em 240 prestações mensais a taxa de juros de 1% ao mês.

Para calcular o valor da parcela, começamos calculando o valor da amortização, que é constante, então temos: 500000\240= 2083,33 que será nossa amortização.

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
0				500000
1	500000.1%=5000	7083,33	2083,33	497.916,67
…	…	…	…..	…
240	20,83	2.104,17	2083,33	0
Total	**602.500,00**	**1.102.500,00**	**500.000,00**	

Tabela:https://calculojuridico.com.br/calculadora-price-sac/

Figura 34 – Comparação problema desencadeador 16 e 19

PRICE

Períodos	**Juros**	**Prestação**	**Amortização**	**Saldo devedor**
0				500000
1	500000.1%= 5000	5.505,43	505,43	499.494,57
…	…	…	…	…
240	54,51	5.505,43	5.450,92	0,00
Total	**821.303,20**	**R$ 1.321.303,20**	≅ **500.000,00**	

SAC

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
0				500000
1	500000.1%=5000	7083,33	2083,33	497.916,67
…	…	…	…..	…
240	20,83	2.104,17	2083,33	0
Total	**602.500,00**	**1.102.500,00**	**500.000,00**	

Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
17	0	2

Tabela 15 – Resumo da atividade 8 turma da manhã - Lista de exercícios

4.8.2 Turma da noite

Após a correção da atividade aplicada na turma da noite, analisamos que

Acertaram tudo	Acertaram parcialmente	Ausente
17	0	5

Tabela 16 – Resumo da atividade 8 turma da noite - Lista de exercícios

Figura 35 – Problema desencadeador 20

Problema desencadeador 20:

Uma família pretende financiar o restante que falta para a compra de um apartamento que custa R$ 250 000,00. Uma instituição financeira oferece aos seus clientes uma modalidade de financiamento pelo SAC com prestações mensais, com taxas de juros de 0,5% a.m e prazo de 20 anos (240 meses).

Se a família financiar R$ 108 000,00, nas condições apresentadas no prazo máximo de pagamento, qual será o valor de cada prestação?

Nessa situação:

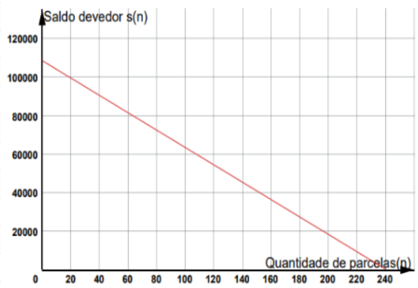
- A quantia financiada é de R$ 108 000,00, ou seja, c = 108000
- A taxa de juro é de 0,5% a.m., ou seja, i = 0,005.
- A quantidade de prestações é igual a 240, ou seja, n = 240.

Para calcular o valor da amortização (a) em cada prestação desse financiamento, dividimos a quantia financiada pela quantidade de prestações: 108000/240=450

Figura 36 – Tabela e gráfico do problema desencadeador 20

Problema desencadeador 20- Tabela e Gráfico:

n	Amortização (a)	Juros (j)	Prestação (p)	Saldo Devedor (s)
1	R$ 450,00	R$ 540,00	R$ 990,00	R$ 107.550,00
2	R$ 450,00	R$ 537,75	**R$ 987,75**	R$ 107.100,00
3	R$ 450,00	R$ 535,50	R$ 985,50	**R$ 106 650,00**
4	R$ 450,00	**R$ 533,25**	R$ 983,25	R$ 106.200,00
5	R$ 450,00	R$ 531,00	R$ 981,00	**R$ 105 750,00**
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
237	R$ 450,00	R$ 9,00	**R$ 459,00**	R$ 1.350,00
238	R$ 450,00	R$ 6,75	**R$ 456,75**	R$ 900,00
239	R$ 450,00	R$ 4,50	R$ 454,50	**R$ 450,00**
240	R$ 450,00	R$ 2,25	R$ 452,25	R$ 0,00



Exercício retirado em: 2a Serie_EM_MAT_CP_Completo.indb (educacao.sp.gov.br)

5 QUARTA FASE - ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO DA PROPOSTA

Após a aplicação das atividades, pudemos realizar a última fase da Engenharia didática que é análise a posteriori e validação. Nós obtivemos resultados bem expressivos com relação ao entendimento das técnicas trabalhadas nas atividades.

Nas atividades 1 e 2, sobre porcentagem, ficou claro a vantagem da exposição geométrica, com gráficos de barras retangulares, na compreensão do cálculo. A construção de tabelas nas atividades 3 e 4, apresentando a evolução do montante nos juros simples e compostos auxiliaram na percepção da aplicação dos conceitos de progressões aritmética e geométrica na compreensão do que realmente acontece nos dois sistemas de capitalização. Os gráficos utilizados relacionaram juros simples com uma função linear e juros compostos com uma função exponencial.

Nas atividades 5 e 6, trabalhamos com o dinheiro ao longo do tempo. Para ajudar o aluno a entender essa ideia, utilizamos o sistema de flechas, em que as flechas para cima é quando “entra” dinheiro e as flechas para baixo é quando “sai” dinheiro. Essa ideia foi bem utilizada no contexto de fluxo de caixa e carência. Tal apresentação ilustra com mais facilidade a evolução “do dinheiro” no tempo.

Após essas atividades, ficou visível a mudança na perspectiva de comprar a prazo ou comprar à vista. No início, os alunos achavam sempre ser mais vantajoso comprar à vista. Porém, ao longo das atividades, ao realizar os cálculos, eles entenderam que tomar decisões racionais é crucial para fazer as escolhas financeiras mais acertadas. Também, perceberam que a melhor opção financeira para uma pessoa pode variar de acordo com sua capacidade de obter um retorno financeiro de seus recursos, o que pode diferir de uma pessoa para outra.

O interesse dos alunos foi despertado pela aplicação frequente do cálculo de prestações iguais em transações comerciais. Muitas vezes, os vendedores de lojas consultam tabelas para determinar o valor das prestações com base no número de parcelas escolhidas pelo comprador ou na presença de pagamento antecipado (entrada), sem perceber que esses valores nas tabelas são derivados da aplicação dos princípios subjacentes à soma de uma progressão geométrica. Durante o processo, os alunos tiveram a oportunidade de compreender como esse cálculo é realizado.

Na elaboração das tabelas, os alunos foram guiados na análise das características de cada tipo de financiamento, estabelecendo conexões com as progressões aritméticas e geométricas. Ao examinar ambas tabelas os alunos perceberam que no SAC a quantia inicial destinada à amortização é superior do que no Sistema Price, resultando em um saldo devedor menor. Assim, se a pessoa tem a capacidade de arcar com uma prestação mais elevada no início do financiamento, o risco de não cumprir o contrato tende a ser menor no SAC, dado que as prestações diminuem ao longo do tempo.

A abordagem com a construção as tabelas e o uso de ferramentas que agilizam os cálculo, em contratos longos, junto com os alunos tornou o assunto mais acessível e fácil de compreender. A abordagem sobre fluxo de caixa pode ser estendido, visto sua importância em gestão financeira, mesmo que individual.

Acreditamos que com mais duas atividades voltadas quase que exclusivamente matemática para recordar as propriedades e gráficos das funções afim e exponencial, bem como as propriedades das progressões aritmética e geométrica, P.A. e P.G. poderiam ajudar mais ainda a compreensão de algumas fórmulas e consequências. Mas, não foi possível tomar mais aulas para as atividades.

A sequência didática mostrou-se eficaz, visto que nas duas últimas atividades a quantidade de erro foi muito pequena, sendo que na última, não houve erro. Embora as questões fossem de mais fácil entendimento, em relação ao enunciado, sua execução costuma ser exaustiva, com dificuldade em analisar com maturidade os dados.

REFERÊNCIAS

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni;
SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Matemática: Sistemas, matemática financeira e grandezas**. São Paulo: FTD, 2020.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

D'AMBRÓSIO, Nicolau; D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Matemática Comercial e Financeira e Complementos de Matemática para os cursos do 2o. grau**. São Paulo: Companhia Editorial Nacional, 1972.

FILPO, Sara. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC): histórico e qual é a sua importância**. [*S.l.*: *s.n.*], abr. 2023. `https://pedagogiadescomplicada.com/bncc-historico-e-qual-e-a-sua-importancia/`. Acessado: 13/03/2024.

GONÇALVES, Cleber Baptista. **Casa da Moeda do Brasil: 290 anos de história, 1694/1984**. Rio de Janeiro: Casa da Moeda do Brasil, 1984.

GRANDO, Neiva Ignês; SCHNEIDER, Ido José. Matemática financeira: alguns elementos históricos e contemporâneos. **ZETETIKÉ**, Unicamp, v. 18, n. 33, p. 43–62, 2010.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; ALMEIDA, Nilze de; PÉRIGO, Roberto. **Matemática: Ciência e aplicações**. São Paulo: Saraiva, 2016.

IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel. **Fundamentos de matemática elementar: sequências, matrizes, determinantes e sistemas**. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013. v. 4.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de matemática elemenar: conjuntos, funções**. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013. v. 1.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos; DOLCE, Osvaldo. **Fundamentos de matemática elementar: logaritmos**. 10. ed. São Paulo: Atual, 2013. v. 2.

MATOS FILHO, Maurício Ademir Saraiva de. Engenharia didática. **Revista eletrônica estácio Recife**, Recife, v. 1, n. 1, 2015.

REZENDE, Adriano Alves de; SILVA-SALSE, Ângela; CARRASCO, Eduardo. A Matemática Financeira no Ensino Médio Brasileiro: perspectivas para formação de indivíduos críticos. **Revista baiana de ducação matemática**, Juazeiro, v. 3, n. 1, 2022.

SILVA, Caio Vinícius da; BARBOSA, Daiana Estrela Ferreira;
SANTOS, José Jorge Casimiro dos. Matemática financeira: contexto histórico e sua importância na contemporaneidade. *In*: ANAIS do VII CONAPESC. Campina Grande: Realize Editora, 2022.

TEXEIRA, James. Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e Matemática. *In*.

ZENTGRAF, Roberto. **Matemática Financeira Objetiva**. Rio de Janeiro: ZTG, 1999.

Anexos

ANEXO A – LISTA DE ATIVIDADE 1

Atividade 1: Porcentagem: Aumentos e descontos.
Tempo: 1 aula.
Nome: ______________________________ Nº: ____ Série: ___ Data:_____

O preço de venda de uma mercadoria é usado como base para aplicação tanto do aumento quanto do desconto percentual, ocasionando uma oscilação do preço de acordo com o percentual do mesmo. Para o seu valor final, pontos importantes devem ser considerados, como pontos variáveis de inflação, oferta e procura.

Problema desencadeador 1:

Uma camiseta custava R$80,00 em janeiro de 2022, devido a alta demanda, no mês de março seu valor sofreu um acréscimo de 10%. Qual será o seu novo valor?

80- 100%
x - 110%

100x= 80.110
100x=8.800
x=8.800/100
x=88,00 reais

Outro forma de fazer:
80/100=0,8
logo cada um por cento é igual a 0,8 e como temos um acréscimo de dez por cento,

0,8.10= 8

Portanto aumento 8,00 reais do valor original,
logo 80,00 + 8,00 = 88,00 reais.

Problema desencadeador 2:

Uma camiseta custava R$90,00 em janeiro de 2022, devido a alta demanda, no mês de março seu valor passou a custar R$120,00. Qual foi o valor em porcentagem de aumento?

90- 100%
120 - x

90x= 100.120
90x=12000
x=12000/90
x=133,33 %

logo 133,33%-100%
logo o aumento foi de 33,33%

Outro forma de fazer:
valor atual 120,00 reais dividido pelo valor antigo
90,00 reais, temos:
120/90= 1,3333

multiplicando por 100 para obter o valor em porcentagem
temos 1,3333.100= 133, 33% portanto o aumento foi de
33,33%

1-O valor de um chinelo da marca X é de R $70,00. Na loja da fábrica, o desconto para pagamento à vista e no dinheiro é de 12%. Qual é o preço do chinelo pago à vista?

2-Em uma promoção realizada no Black Friday de 2022, o preço de um determinado produto sofreu uma redução de R$250,00 para R$150,00. Indique a porcentagem que ocorreu nesta redução?

3-Uma determinada conta de energia foi paga com um atraso de um dia. Na conta em específico, é explicado que o atraso no pagamento incidirá em uma multa de 3% ao dia sobre o valor. Sabendo que a conta custava R$240,00, então o valor pago pelo cliente na conta devido ao atraso foi de?

4-Uma mercadoria que custava R$370,00, sofreu um acréscimo de 16% de acordo com a inflação do período. Qual é o seu preço atual?

5-Uma loja de eletrodomésticos está oferecendo um desconto de 14% nas compras feitas com pagamento à vista. Qual o valor final de um fogão com o valor na etiqueta de R$1.600,00, caso pago à vista?

ANEXO B – LISTA DE ATIVIDADE 2

Atividade 2: Porcentagem: Aumentos e descontos sucessivos.
Tempo: 2 aulas
Nome: ______________________________ Nº: ____ Série: ___ Data:_____

Um determinado valor a se pagar, com o atraso da data de quitação de sua parcela e com o passar do tempo, devido aos **juros** sofre um **aumento.** E isso chamamos de **acréscimos sucessivos.**

Já em outra situação, quando lojas tem seus produtos em promoção, como em casos de queima de estoque. Um determinado produto que está com 20% de desconto e caso seja levado acima de 2 unidades, terá mais um desconto de 10%. Isso chamamos de **descontos sucessivos.**

Problema desencadeador 3:

Um determinado produto sofreu em novembro de 2022 um acréscimo de 10%. No mês seguinte, passou por outro acréscimo de 10%. Qual a porcentagem total de acréscimos nesse período?

Note que o valor original (100%) é igual 100/100 = 1, e 10% é igual à 0,1. Desta forma, o produto no mês de novembro é o valor original 1 + 0,1, que é igual 1,1.

O novo valor de X é de 1,1 e 10% desse valor é 0,11. Então temos 1,1 + 0,11 = 1,21. Por tanto, no final destes dois meses, o valor do aumento é de 0,21 que equivale a 21%.

Outra forma de fazer:

100 x 1,1 x 1,1= 121
121-100=21
Logo a porcentagem total é um aumento de 21%

Problema desencadeador 4:

Um determinado produto sofreu em novembro de 2022 um decréscimo de 10%. No mês seguinte, passou por outro decréscimo de 10%. Qual a porcentagem total de decréscimos nesse período?

Note que o valor original (100%) é igual 100/100 = 1 e 10% é igual à 0,1. Desta forma, o produto no mês de novembro é o valor original 1 - 0,1 que é igual 0,9

O novo valor de X é de 0,9 e 10% desse valor é de 0,09. Então temos 0,9 -0,09 = 0,81. Por tanto, no final destes dois meses, o valor de desconto é de 1- 0,81= 0,19 que é igual a 19%.

Outra forma de fazer:

100 x 0,9 x 0,9= 81

100-81=19

Logo a porcentagem total é um desconto de 19%

1-Um produto sofreu dois aumentos sucessivos de 10% e 15%, após alguns dias seu valor teve um desconto de 12%. Qual a porcentagem correspondente a estes eventos?

2-um comerciante de uma loja realizou quatro acréscimos sucessivos de 12%, 10%, 3% e 8%, respectivamente sobre cada produto. Se fosse realizar um único acréscimo aos produtos, equivalente a esses quatro acréscimos, qual seria a porcentagem?

3-Um certo produto era vendido a R$50,00 e com a chegada das festas de final de ano sofreu um acréscimo de 30%. Porém, após as festividades nem todo o seu estoque foi vendido e o dono da loja para queimar o estoque resolveu abater o preço em 40%. Qual o valor do produto após seu último ajuste?

4- Um proprietário realizou em um mês dois aumentos sucessivos em uma mercadoria. Em um primeiro momento aumentou 15% e após 15 dias aumentou 10%. De quantos porcentos foi o aumento? Se o produto antes do primeiro aumento custava R$30,00, quanto passou a custar depois do segundo aumento?

5 - Um comerciante decidiu vender todo o seu estoque de cosméticos com descontos de 20%. Uma pessoa comprou um perfume à vista e recebeu um desconto adicional de 10% sobre o valor promocional. Se o perfume estava sendo anunciado por R$200,00 sem os descontos, qual será o valor final do perfume com os descontos aplicados?

ANEXO C – LISTA DE ATIVIDADE 3

Atividade 3: Juros simples
Tempo: 2 aula
Nome: ______________________________ Nº: ____ Série: ___ Data:_____

Juros simples é uma forma de cálculo de juros em que a taxa é aplicada somente sobre o valor principal. Nesse método, os juros não são incorporados ao capital para o cálculo de novos juros nos períodos seguintes.Portanto, o valor dos juros é constante durante todo o período de aplicação ou amortização da dívida.

A expressão matemática utilizada para o cálculo das situações envolvendo **juros simples** é a seguinte: **J = C * i * t**

Capital (C): é o valor inicial investido em uma negociação. É a referência para o cálculo dos juros que serão acumulados ao longo do tempo.

Juros (J): é a compensação financeira pelo rendimento do dinheiro emprestado ou investido. Em um empréstimo, os juros são cobrados pela instituição financeira que está abrindo mão do uso do dinheiro por um período de tempo. Em um investimento, os juros são os rendimentos adquiridos.

Taxa de juros (i): é a porcentagem cobrada sobre o capital em cada período de tempo. Pode ser calculada diariamente, mensalmente, bimestralmente, trimestralmente, semestralmente ou anualmente. É representada geralmente em forma percentual, mas é necessário usar a forma decimal para calcular os juros compostos.

Tempo (t): é o período de tempo durante o qual o capital fica investido. É obrigatório que a taxa de juros (i) e o tempo (t) estejam na mesma unidade de medida, e caso não esteja, deverá ser modificada a unidade de medida de uma delas para que fiquem iguais.

Montante (M): é o valor total obtido ao final da transação, incluindo o capital e os juros. O montante é calculado somando-se o capital (C) aos juros acumulados (J). Portanto, M = C + J.

Problema desencadeador 5:

Um investidor aplicou R$ 2.000,00 em uma aplicação a juros simples com uma taxa de 5% ao mês durante 2 anos. Qual será o valor total recebido pelo investidor ao final deste período?

J= C * i * t
J=2000*0,05*24
J=2.400

M=C+J
M=2.000+2.400
M=4.400,00 reais

Problema desencadeador 6:

Um investidor aplicou R$ 2.000,00 em uma aplicação a juros simples com uma taxa de 5% ao mês durante 6 meses. Qual será o valor total recebido pelo investidor ao final deste período?

Período	Juros **J= C * i * t**	Valor M=C+J
0	2000.0,05.0	2000 + 0 = 2000
1	2000.0,05.1	2000 +100 = 2100
2	2000.0,05.2	2000 + 200 = 2200
3	2000.0,05.3	2000 + 300 = 2300
4	2000.0,05.4	2000 + 400 = 2400
5	2000.0,05.5	2000 + 500 = 2500
6	2000.0,05.6	2000 + 600 = 2600

1 - Uma pessoa aplicou R$ 30.000,00 durante 4 meses em uma aplicação a juros simples com uma taxa de 5% ao mês. Qual o valor recebido por esta pessoa ao final desta aplicação?

2 - Um capital será aplicado a juros simples com uma taxa de 2% ao mês. Qual é o tempo mínimo necessário para que o valor da aplicação seja quadruplicado?

3 - Um morador de um condomínio deve pagar a taxa condominial até o quinto dia útil de cada mês. Caso haja atraso no pagamento, é cobrado juros de 0,4% ao dia. Se a taxa condominial do morador é de R$200,00 e ele atrasou o pagamento em 12 dias, qual será o valor que ele terá que pagar?

4 - Uma pessoa tinha uma dívida de R$ 15.000,00 e pagou de R$ 1.000,00 de juros ao quitá-la 8 meses depois. Se a taxa de juros utilizada foi simples, qual foi a taxa de juros mensal aplicada?

5 - Um terreno foi comprado por R$ 500.000,00 e o pagamento será feito em uma única parcela, 9 meses após a compra, com juros simples de 20% ao ano. Qual será o valor pago de juros nessa transação?

ANEXO D – LISTA DE ATIVIDADE 4

Atividade 4: Juros compostos
Tempo: 2 aula
Nome: _______________________________ Nº: ____ Série: ___ Data:_____

A aplicação de juros compostos é comum em diversas situações, como em compras parceladas de longo prazo, investimentos e empréstimos, além de multas por atraso no pagamento de contas. O impacto dos juros pode ser positivo ou negativo, por isso é importante entender como eles são calculados, levando em conta o capital investido, a taxa de juros, o tempo e o montante final.

Quando pensamos nos juros compostos e nos juros simples, é essencial lembrar que os juros compostos são calculados com base no valor que já foi ganho anteriormente, enquanto os juros simples são calculados apenas sobre o dinheiro inicial. Como resultado, os juros compostos tendem a crescer mais rapidamente ao longo do tempo em comparação com os juros simples.

Fórmula M = C x (1+i)^t

Problema desencadeador 7:

Um investidor aplicou R$ 2.000,00 em uma aplicação a juros compostos com uma taxa de 5% ao mês durante 2 anos. Qual será o valor total recebido pelo investidor ao final deste período?

M = C x (1+i)^t
M= 2000 x (1+0,05)^24
M=2000 x (1,05)^24
M=2000 x 3,225
M=6450,00

Problema desencadeador 8:

Um investidor aplicou R$ 2.000,00 em uma aplicação a juros composto com uma taxa de 5% ao mês durante 6 meses. Qual será o valor total recebido pelo investidor ao final deste período?

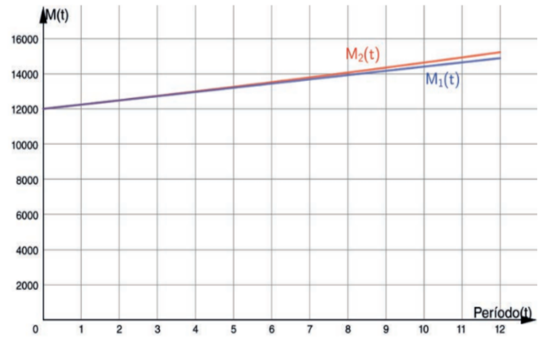
Período	Valor **M = C x (1+i)^t**
0	2000x(1+0,05)^0= 2000
1	2000x(1+0,05)^1= 2100
2	2000x(1+0,05)^2= 2205

3	2000x(1+0,05)^3= 2315,25
4	2000x(1+0,05)^4=2431,01
5	2000x(1+0,05)^5=2552,56
6	2000x(1+0,05)^6= 2680,19

Problema desencadeador 9:

Um investidor aplicou um capital (C) de R$ 12 000,00 em dezembro de 2020 a uma taxa de juros (i) de 2% a.m. Ao final de dezembro de 2021, ele verificou seu extrato. Considerando os montantes obtidos do regime de juros compostos e do regime de juros simples, qual foi a diferença, em reais, entre os montantes no mês de dezembro? Na sequência, construa o gráfico que represente os montantes de acordo com o tempo

Mês	Período (t)	Montante (M_1) a juros simples	Montante (M_2) a juros compostos
Janeiro	1	R$ 12 240,00	R$ 12 240,00
Fevereiro	2	R$ 12 480,00	R$ 12 484,80
Março	3	R$ 12 720,00	R$ 12 734,50
Abril	4	R$ 12 960,00	R$ 12 989,19
Maio	5	R$ 13 200,00	R$ 13 248,97
Junho	6	R$ 13 440,00	R$ 13 513,95
Julho	7	R$ 13 680,00	R$ 13 784,23
Agosto	8	R$ 13 920,00	R$ 14 059,91
Setembro	9	R$ 14 160,00	R$ 14 341,11
Outubro	10	R$ 14 400,00	R$ 14 627,93
Novembro	11	R$ 14 640,00	R$ 14 920,49
Dezembro	12	R$ 14 880,00	R$ 15 218,90



1-Considere um valor de R$ 20.000,00 que foi colocado na poupança durante um ano, com uma taxa de juros compostos de 5% ao ano. Calcule quanto de dinheiro a mais será ganho no final deste período.

2-(UFMG) A quantia de R$ 15.000,00 é emprestada a uma taxa de juros de 10% ao mês. Aplicando-se juros compostos, o valor que deverá ser pago para a quitação da dívida, três meses depois, é:

a) R$ 20.000,00
b) R$ 19.965,00
c) R$ 18.510,00
d) R$ 17.320,00

e) R$ 16.666,00

3 - Quanto dinheiro foi investido com uma taxa de 12% ao ano por 3 anos, se o montante gerado foi de R$ 32.500,00?

4 - (Fauel 2019) Um pequeno investidor decide realizar uma aplicação no Tesouro Direto, um fundo de investimento muito pouco arriscado, porém que rende mais que a poupança tradicional. Considerando-se que tal investimento rende aproximadamente 7% ao ano no regime de juros compostos, quanto uma aplicação de R$ 100 renderia ao final de dois anos?

A) R$ 13,85
B) R$ 14,00
C) R$ 14,49
D) R$ 15,23

ANEXO E – LISTA DE ATIVIDADE 5

Atividade 5: Valor presente e Valor futuro
Tempo: 2 aula
Nome: ______________________________ Nº: ____ Série: ___ Data:_____

O valor presente (PV) representa o quanto um montante em dinheiro, aplicação ou ativo financeiro vale atualmente.

O valor futuro (FV) é o valor que uma quantia de dinheiro terá em algum momento no futuro, levando em consideração fatores como o tempo e a taxa de juros. Isso significa que o valor futuro é o resultado de investir ou guardar uma quantia de dinheiro por um determinado período, levando em conta o retorno gerado por esse investimento.

Fórmulas:

$$FV = PV \cdot (1 + i)^n$$

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^n}$$

$$VP = \text{Entrada} + \frac{P}{(1+i)^1} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \dots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

Problema desencadeador 10:

João pegou um empréstimo de R$ 1000,00 com juros compostos de 10% ao mês. Após dois meses, ele pagou R$ 500,00 e, um mês depois, quitou o empréstimo. Qual foi o valor aproximado do último pagamento?

$1000 = 500/1,1^2 + x/1,1^3$
$1000 = 500/1,21 + x/1,331$
$1000 = 413,22 + x/1,331$
$1000 – 413,22 = x/1331$
$586,78 = x/1,331$
$x = 586,78.1,331$
$x = 781,00$

Problema desencadeador 11:

Uma TV cujo preço à vista é de R$ 2.000,00 é vendida em 5 prestações mensais iguais, sendo a primeira paga no ato da compra. Se os juros são de 5% ao mês, determine o valor das prestações.

Utilizando a fórmula:

$$VP = Entrada + \frac{P}{(1+i)^1} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} \ldots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

Resposta:

$$2000 = P + \frac{P}{(1,05)^1} + \frac{P}{(1,05)^2} + \frac{P}{(1,05)^3} + \frac{P}{(1,05)^4}$$

$$2000 = P \cdot \left[1 + \frac{1}{(1,05)^1} + \frac{1}{(1,05)^2} + \frac{1}{(1,05)^3} + \frac{1}{(1,05)^4}\right]$$

$$2000 = P \cdot [1 + 0,9523 + 0,9070 + 0,8638 + 0,8227]$$

$$2000 = P\,[4,5458]$$

$$P = \frac{2000}{4,5428}$$

$$P = 439,96$$

1 - João quer comprar seu primeiro apartamento, para isso, irá pegar uma quantia x de dinheiro e deixar investido rendendo a uma taxa de renda fixa de 8% ao ano a um regime de juros compostos.No final de 10 anos ele precisará reunir um valor de R$ 200.000,00 para realizar essa compra. Quanto ele deverá depositar?

2 - A loja Magazine Tecnologia está vendendo um notebook à vista pelo valor de R$ 1.600,00. Em uma determinada manhã, um cliente resolveu realizar a compra deste mesmo notebook em 4 prestações mensais, todas no mesmo valor e a primeira sendo paga no ato da compra. Considerando que a loja cobrará 10% de juros ao mês, determine qual será o valor de cada prestação.

3- Calcule o valor presente de um pagamento, de R$ 8.000,00 aplicado durante um ano, com uma taxa de juros de 8% ao ano.

4- Quanto teremos daqui a 24 meses se aplicarmos R$5.000,00 a 3% ao mês?

ANEXO F – LISTA DE ATIVIDADE 6

Atividade 6: Comprar à vista ou a prazo?
Tempo: 1 aula
Nome: ______________________________ Nº: ____ Série: ___ Data:_____

Para esta atividade, iremos explicar primeiramente o que é carência e fluxo de caixa.

A carência é um período em que você não precisa pagar as parcelas do seu empréstimo ou financiamento. Ou seja, sabe aquelas propagandas de lojas “Compre em 10x com a primeira parcela só em junho”? É exatamente isso. É uma compra que você não precisará pagar as parcelas imediatamente.
Já o fluxo de caixa, pode ser pensado como uma lista que registra todo o dinheiro que entra e sai da conta de uma empresa ou pessoa. O fluxo de caixa controla todas as movimentações, assim você consegue observar seus custos de produção, saldo entre receitas e lucratividade.

Problema desencadeador 12:

Você foi comprar uma geladeira e a loja lhe ofereceu 4 opções.

a) R$ 1.800,00 à vista.

b) R$ 300,00 à vista mais 3 prestações mensais e sucessivas de R$ 600,00.

c) R$ 500,00 à vista mais 3 prestações mensais e sucessivas de R$ 500,00.

d) 8 prestações mensais e sucessivas de R$ 275,00, com carência de 3 meses. Qual é a melhor opção para você, comprador, considerando uma taxa de juros simples de 4% a.m. e data focal na data da compra?

<u>**Solução**</u>

A melhor opção para o comprador é a que tem o menor valor presente, isto é na data da compra (data focal 0). Calculando os valores atuais das opções temos:

a) Como o valor é a vista, $VP_a = R\$\,1.800,00$

b) $VP_b = 300 + \frac{600}{1+0,04} + \frac{600}{1+0,04\times 2} + \frac{600}{1+0,04\times 3} = R\$\,1.968,19$

c) $VP_c = 500 + \frac{500}{1+0,04} + \frac{500}{1+0,04\times 2} + \frac{500}{1+0,04\times 3} = R\$\,1.890,16$

d)
$$VP_d = \frac{275}{1+0,04\times 3} + \frac{275}{1+0,04\times 4} + \frac{275}{1+0,04\times 5} + \frac{275}{1+0,04\times 6} + \frac{275}{1+0,04\times 7} + \\ + \frac{275}{1+0,04\times 8} + \frac{275}{1+0,04\times 9} + \frac{275}{1+0,04\times 10} = R\$\,1.755,36$$

Logo a melhor opção para o comprador é a d.

1 - (P1 - MA 12 - 2011) Um comerciante, para quem o dinheiro vale 5% ao mês, oferece determinado produto por 3 prestações mensais iguais a R$ 100,00, a primeira paga no ato da compra.

(a) Que valor o comerciante deve cobrar por esse produto,no caso de pagamento à vista?

(b) Se um consumidor desejar pagar o produto em três prestações mensais iguais, mas sendo a primeira paga um mês após a compra, qual deve ser o valor das parcelas?

2 - Você tem duas opções de pagamento na compra de um tênis: três prestações mensais de R$ 300,00 ou seis prestações mensais de R$ 160,00. Sendo que das duas opções o juro é de 10%, qual a melhor opção?

3- Um relógio é vendido à vista por R$348,00 ou 4x de R$100,00 sem entrada. Se o cliente conseguir aplicar o seu dinheiro a 2,8% ao mês. Qual das duas opções de pagamento é mais vantajosa?

ANEXO G – LISTA DE ATIVIDADE 7

Atividade 7: Sistema Francês de Amortização (Price)
Tempo: 2 aula
Nome: _______________________________ Nº: ____ Série: ___ Data:_____

O Sistema Francês de Amortização (também chamado de sistema Price) é uma forma de pagar um financiamento ou empréstimo onde as parcelas são sempre iguais durante todo o tempo de pagamento. Isso significa que você pagará a mesma quantia todo mês, o que ajuda a planejar melhor o seu orçamento.

$$PMT = PV \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

A Amortização (A) é a parte da prestação que serve para pagar o valor principal da dívida. Ela é calculada dividindo o valor principal pelo número de parcelas.
O saldo devedor representa o valor da dívida que ainda não foi paga e é usado para calcular os juros a serem pagos.
Os Juros (J) são calculados multiplicando a taxa de juros pelo saldo devedor.

A parcela mensal (pmt) é a soma da Amortização (A) com os Juros (J).

Problema desencadeador 13:

Usaremos como exemplo um empréstimo de R$ 1.000,00 com taxa de juros de 3% ao mês a ser pago em 4 parcelas mensais pelo sistema Price. Para calcular o valor da parcela, começamos:

$$PMT = PV \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

$$PMT = \frac{1000 \cdot (1+0{,}03)^4 \cdot 0{,}03}{(1+0{,}03)^4 - 1}$$

$$PMT = \frac{1000 \cdot (1{,}03)^4 \cdot 0{,}03}{(1{,}03)^4 - 1}$$

$$PMT = \frac{1000 \cdot 1{,}1255 \cdot 0{,}03}{1{,}1255 - 1}$$

$$PMT = \frac{1000 \cdot 0{,}033763}{0{,}1255}$$

$$PMT = 1000 \cdot 0{,}2690$$

$$\boxed{PMT = 269{,}04}$$

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
0				1000
1	1000.3%= 30	269,04	269,04-30= 239,04	760,96

2	760,96.3%=22,83	269,04	269,04-22,83= 246,21	514,75
3	514,75.3%=15,44	269,04	269,04-15,44= 253,60	261,15
4	261,15.3%=7,83	269,04	269,04-7,83= 261,21	0
Total	76,1	1076,16	≅ 1.000,00	

Problema desencadeador 14:

Um apaixonado por motocicletas observa uma propaganda que diz: Super Promoção: entrada de R$ 4 000,00 mais 60 parcelas fixas, realize seu sonho de ter sua própria motocicleta. Qual seria o valor de cada prestação?

Nessa situação:

- a quantia financiada é de R$ 6.000,00, C = R$ 6 000,00;
- a taxa de juro é de 2% a.m., i = 0,02;
- A quantidade de prestações é igual a 60, n = 60.

Como as parcelas vão ser iguais o sistema de amortização será o Price que podem ser calculados da seguinte forma:

$$PMT = PV \frac{(1 + i)^n i}{(1 + i)^n - 1}$$

$$PMT = \frac{6000 . (1 + 0,02)^{60} . 0,02}{(1 + 0,02)^{60} - 1}$$

$$PMT = \frac{6000 . 3,281 . 0,02}{2,281}$$

$$PMT = 6000 . 0,028768$$

$$\boxed{PMT = 172,61}$$

Problema desencadeador 15:

Um empréstimo de R$ 60 000,00 para a compra de um automóvel, deve ser devolvido de acordo com o sistema francês de amortização em 120 prestações mensais a taxa de juros de 1% ao mês.

$$PMT = PV \frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1}$$

$$PMT = \frac{60000 . (1+0{,}01)^{120} . 0{,}01}{(1+0{,}01)^{120} - 1}$$

$$PMT = \frac{60000 . 3{,}300 . 0{,}01}{2{,}300}$$

$$PMT = \mathbf{60000 . 0{,}0143}$$

$$\boxed{PMT = 860{,}83}$$

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
0				60000
1	60000.1%= 600	860,83	860,86-600= 260,86	59.739,14
…	…	…	…	…
120	8,52	860,83	852,30	0,00
Total	**43.299,60**	**R$ 103.299,60**	≅ **60.000,00**	

Problema desencadeador 16:
Um empréstimo de R$ 500 000,00 para a compra de uma casa, deve ser devolvido de acordo com o sistema francês de amortização em 240 prestações mensais a taxa de juros de 1% ao mês.

$$PMT = PV \frac{(1+i)^n \, i}{(1+i)^n - 1}$$

$$PMT = \frac{500000 \, . \, (1+0{,}01)^{240} \, . \, 0{,}01}{(1+0{,}01)^{240} - 1}$$

$$PMT = \frac{500000 \, . \, 10{,}8925 \, . \, 0{,}01}{9{,}8925}$$

$$PMT = 500000 \, . \, 0{,}01101$$

$$\boxed{PMT = 5{,}505{,}43}$$

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
0				500000
1	500000.1%= 5000	5.505,43	505,43	499.494,57
…	…	…	…	…
240	54,51	5.505,43	5.450,92	0,00
Total	**821.303,20**	**R$ 1.321.303,20**	≅ **500.000,00**	

1 - Um empréstimo no valor de R$ 15.000,00 deverá ser pago pelo sistema price em 5 parcelas mensais com um juro mensal de 4%. Construa a planilha do pagamento dessa dívida.

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
Total				

2 - Montar uma tabela pelo sistema price para um empréstimo de R$ 20.000,00, a ser pago em 6 prestações mensais, sob taxa de juros de 2% a.m.

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
Total				

ANEXO H – LISTA DE ATIVIDADE 8

Atividade 8: SAC – Sistema de Amortização Constante
Tempo: 2 aula
Nome: _______________________________ Nº: ____ Série: ___ Data:_____

No sistema SAC, o saldo devedor é pago em parcelas de amortização iguais, o que faz com que o valor das prestações diminua ao longo do tempo, já que os juros vão sendo calculados sobre um valor cada vez menor. Para calcular o valor da amortização, basta dividir o valor principal da dívida pelo número de parcelas. Já os juros são calculados com base no saldo devedor, que é o valor da dívida que ainda resta ser paga. Assim, a cada prestação, os juros são calculados sobre o saldo devedor atual. A soma da amortização e dos juros resulta no valor da parcela mensal.

Problema desencadeador 17:

Consideremos como exemplo um empréstimo de R$ 1 000,00 com taxa de juros de 3% ao mês a ser pago em 4 parcelas mensais pelo SAC.

Para calcular o valor da parcela, começamos calculando o valor da amortização, que é constante, então temos: 1000\4= 250 que será nossa amortização.

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
0				1000
1	1000.3%= 30	250+30=280	250	750
2	750.3%= 22,5	250+22,5=272,5	250	500
3	500.3%= 15	250+15= 265	250	250
4	250.3%=7,5	250+7,5=257,5	250	0
Total	75	1075	1000	

Problema desencadeador 18:
Um empréstimo de R$ 60 000,00 para a compra de um automóvel, deve ser devolvido de acordo com o sistema de amortização constante em 120 prestações mensais a taxa de juros de 1% ao mês.

Para calcular o valor da parcela, começamos calculando o valor da amortização, que é constante, então temos: 60000\120= 500 que será nossa amortização.

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
0				60000
1	60000.1%=600	1100	500	59500
…	…	…	…..	…
120			500	0
Total	**36.300,00**	**96.300,00**	**60.000,00**	

Problema desencadeador 19:
Um empréstimo de R$ 500 000,00 para a compra de uma casa, deve ser devolvido de acordo com o sistema de amortização constante em 240 prestações mensais a taxa de juros de 1% ao mês.

Para calcular o valor da parcela, começamos calculando o valor da amortização, que é constante, então temos: 500000\240= 2083,33 que será nossa amortização.

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
0				500000
1	500000.1%= 5000	7083,33	2083,33	497.916,67
…	…	…	…..	…
240	20,83	2.104,17	2083,33	0
Total	**602.500,00**	**1.102.500,00**	**500.000,00**	

Problema desencadeador 20:

Uma família pretende financiar o restante que falta para a compra de um apartamento que custa R$ 250 000,00. Uma instituição financeira oferece aos seus clientes uma modalidade de financiamento pelo SAC com prestações mensais, com taxas de juros de 0,5% a.m e prazo de 20 anos (240 meses). Se a

família financiar R$ 108 000,00, nas condições apresentadas no prazo máximo de pagamento, qual será o valor de cada prestação?
Nessa situação:

- A quantia financiada é de R$ 108 000,00, ou seja, c = 108000
- A taxa de juro é de 0,5% a.m., ou seja, i = 0,005.
- A quantidade de prestações é igual a 240, ou seja, n = 240.

Para calcular o valor (a) da amortização em cada prestação desse financiamento, dividimos a quantia financiada pela quantidade de prestações: 108000/240=450

1 - Um empréstimo no valor de R$ 15.000,00 deverá ser pago pelo SAC em 5 parcelas mensais com um juro mensal de 4%. Construa a planilha do pagamento dessa dívida.

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
Total				

2 - Montar uma tabela do SAC para um empréstimo de R$ 20.000,00, a ser pago em 6 prestações mensais, sob taxa de juros de 2% ao mês.

Períodos	Juros	Prestação	Amortização	Saldo devedor
Total				