UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

Vítor Medeiros Costa

A história enquanto está sendo conhecida: estruturas com passado ramificado, lógica do anúncio histórico e uma teoria formal sobre consensos e atualizações em ciências históricas

Florianópolis
2024

Vítor Medeiros Costa

A história enquanto está sendo conhecida: estruturas com passado ramificado, lógica do anúncio histórico e uma teoria formal sobre consensos e atualizações em ciências históricas

Tese de doutorado apresentada para o Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do grau de Doutor em Filosofia (Epistemologia e Lógica).
Orientador: Prof. Dr. Jonas Becker Arenhart.

Florianópolis
2024

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.
Dados inseridos pelo próprio autor.

Costa, Vítor Medeiros
A história enquanto está sendo conhecida : estruturas com passado ramificado, lógica do anúncio histórico e uma teoria formal sobre consensos e atualizações em ciências históricas / Vítor Medeiros Costa ; orientador, Jonas Rafael Becker Arenhart, 2025.
386 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Filosofia e Ciências Humanas, Programa de Pós-Graduação em Filosofia, Florianópolis, 2025.

Inclui referências.

1. Filosofia. 2. Filosofia da ciência. 3. Lógica modal. 4. Lógica temporal. 5. Lógica do anúncio histórico. I. Arenhart, Jonas Rafael Becker. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Filosofia. III. Título.

Vítor Medeiros Costa

A história enquanto está sendo conhecida: estruturas com passado ramificado, lógica do anúncio histórico e uma teoria formal sobre consensos e atualizações em ciências históricas

O presente trabalho em nível de doutorado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Jerzy André Brzozowski
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Alberto Oscar Cupani
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Marcio Kléos Freire Pereira
Universidade Federal do Maranhão

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de doutor em Filosofia.

ICP-Edu
Documento assinado digitalmente
Jerzy Andre Brzozowski
Data: 03/04/2024 17:59:36-0300
CPF: ***.516.469-**
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Coordenador do Programa
Pós-Graduação

ICP-Edu
Documento assinado digitalmente
Jonas Rafael Becker Arenhart
Data: 03/04/2024 16:53:13-0300
CPF: ***.791.189-**
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Prof. Dr. Jonas Becker Arenhart
Orientador

Florianópolis, Dia 05 de março de 2024

AGRADECIMENTO

Como o espaço limitado me constrange a não poder mencionar todos que contribuíram de alguma forma para a culminação desta tese, vou me deter a citar apenas aqueles que me ajudaram mais diretamente no andamento da pesquisa.

Primeiramente, agradeço ao me orientador Jonas Arenhart, que, tanto como pesquisador quanto como professor, foi, desde minha graduação, uma forte inspiração para minha formação em Metalógica, Filosofia da Matemática e Filosofia da Ciência. Sua abordagem, ao mesmo tempo rigorosa, simpática e elegante na maneira como analisa problemas filosóficos e lógico-matemáticos, não apenas tornou-se uma de minhas principais referências para meus planos de aula e projetos de pesquisa, mas também me deu a motivação necessária para perseguir a minha curiosidade em Filosofia da Ciência e em Lógica, bem como me incentivou a explorar uma ideia ambiciosa e original que me manteve entusiasmado do começo ao fim do meu doutoramento. Tal ideia também naturalmente se revelou um grande desafio de modelagem em lógica temporal, e meu orientador me deu suporte inestimável em vários momentos da revisão desta tese, tanto do ponto de vista formal, em definições e demonstrações, como em discussões teóricas e metodológicas. Além disso, Jonas Arenhart tem colaborado comigo em outras pesquisas paralelas (com tópicos em comum) e tem sido de grande importância para minha carreira acadêmica.

Devo também agradecer aos professores Nazareno de Almeida, Cezar Mortari, Décio Krause e Newton da Costa. Nazareno de Almeida foi meu coorientador de TCC e meu orientador de mestrado, e também o professor com o qual mais tive aulas e conversas das mais diversas, desde grego antigo até música erudita, de modo que me influenciou marcadamente em algumas áreas, como em Filosofia da Linguagem, e também contribuiu para uma formação mais eclética e humanista que creio que possa ser sentida nesta tese. Cezar Mortari, por sua vez, foi meu principal professor nas disciplinas de Lógica, e também quem me apresentou, com grande fascínio e rigor, as lógicas modais em geral e as lógicas temporais em particular. Em paralelo, Décio Krause me introduziu à filosofia analítica, e minha forma de compreender a atualidade dessa tradição filosófica, tal como exposta nesta tese, tem, creio eu, forte influência de seu pensamento. Por fim, os trabalhos, as conversas e as aulas com Newton da Costa foram para mim muito ricas em meu interesse de modelar problemas de Filosofia da Ciência em termos lógico-matemáticos, e algumas de suas teorias formais e sistemas lógicos exerceram um impacto significativo em minhas ideias para meu projeto de doutorado.

Agradeço, por sua vez, àqueles que compareceram à minha qualificação ou à minha defesa de tese: professores Nazareno de Almeida, Marcio Pereira, Alberto Cupani e Jerzy Brzozowski. Vale destacar que Nazareno de Almeida deixou comentários valiosos para minha revisão em pressupostos da relação entre lógica, linguagem e metafísica. Marcio Pereira fez, em suas participações, comentários incrivelmente detalhados que foram imprescindíveis em minhas exposições lógicas desta tese, além de que sua tese de doutorado foi desde o princípio uma de minhas referências centrais para lógica do anúncio público, uma lógica intimamente relacionada aos sistemas que apresento e discuto na segunda metade de minha tese. Alberto Cupani, em seus livros e aulas, introduziu-me à Filosofia Analítica da História, e teceu comentários e sugestões que foram fundamentais para a elaboração de meus próprios argumentos teóricos, participando de muitas conversas comigo e em grupos de estudo dos quais fizemos parte, discutindo questões sobre a relação entre o método científico e a abordagem narrativa das historiografias, as quais me incentivaram a buscar respostas e artifícios específicos em termos lógico-matemáticos para que fosse possível analisá-las. Jerzy Brzozowski também organizou comigo um grupo de estudos principalmente sobre Filosofia das Ciências Históricas; nossas conversas dentro e fora desse grupo foram de grande valor para que eu estabelecesse uma compreensão mais ampla e precisa acerca das ciências históricas em geral, e não apenas da Historiografia.

Agradeço também aos meus pais, Ana Célia Medeiros Costa e João Batista de Souza Costa, que incentivaram meus estudos e me ajudaram financeiramente durante toda minha formação. E sem poder ser exaustivo em minha lista de agradecimentos a amigos, cito ao menos meu primo José Luís Thiesen, com quem dividi um apartamento no início de meu doutorado, e Felipe Nascimento, que me permitiu algumas estadias em seu apartamento em 2023 e 2024; e cito aqueles que ainda fazem parte ou que participaram ativamente em meu grupo de estudos em tópicos teóricos acerca de linguagem e ciências históricas, em especial Santiago Reghin, Dyel da Silva, Alexandre Fiori, Emanoela Agostini, Márlio Aguiar e os professores Jerzy Brzozowski e Alberto Cupani. Esse grupo interdisciplinar de estudos, formado por historiadores e filósofos, foi um forte auxílio na revisão de minha perspectiva teórica dos capítulos iniciais de minha tese, bem como contribuiu para algumas referências em História da Historiografia e Filosofia da História. E agradeço ao meu namorado, Felipe Canever Fernandes, que, para além de seu apoio emocional ininterrupto para meu ímpeto criativo e analítico, foi com quem mais dividi os problemas teóricos e práticos que me atormentaram durante meu doutoramento, e foi também de grande ajuda para diversos tipos de dificuldades técnicas relacionadas ao LATEX e a alguns programas que utilizei durante o processo de escrita e edição desta tese.

Por fim, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), que financiou minha bolsa de doutorado, bem como à Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia, no Centro de Filosofia e Ciências Humanas (CFH), que me proporcionaram uma excelente estrutura para minha pesquisa, além de terem se mostrado exemplarmente cuidadosos durante os anos da pandemia de COVID-19.

Na lógica formal, contradição é o sinal de derrota, mas na evolução do conhecimento real marca o primeiro passo do progresso em direção a uma vitória.

Alfred North Whitehead, *A Ciência e o Mundo Moderno*

RESUMO

Esta tese elabora uma análise filosófica e uma nova interpretação lógico-matemática da noção de conhecimento histórico enquanto conhecimento científico acerca de fatos instanciados no tempo. Tal interpretação é formulada de modo indireto, utilizando proposições em uma estrutura temporal ramificada definida em uma versão estática e, depois, também em uma versão dinâmica; das duas maneiras, é usada uma linguagem que possa traduzir consensos ou dissensos acerca dessas proposições no tempo. Assim, a análise objetiva capturar tanto a diferença entre consenso e dissenso acerca de fatos históricos quanto também a dinâmica do progresso do conhecimento em ciências históricas, tais como a Arqueologia, a Paleontologia, a Geologia e a Cosmologia, sob a hipótese de que proposições antes consideradas prováveis por cientistas dessas áreas possam ser falseadas à luz de novas evidências amplamente aceitas na comunidade científica. Mediante conceitos da Filosofia da Ciência e da Filosofia da Linguagem, estruturas de Kripke, ramificação temporal peirciana, modalidades temporais de Prior, Teoria dos Jogos e uma reinterpretação da lógica do anúncio público, esta tese investiga, em termos gerais e abstratos, as noções de fato e tempo histórico, bem como os pressupostos para uma versão metafisicamente neutra de conhecimento histórico e de consenso nas ciências históricas; finalmente, constrói e estuda duas novas famílias de sistemas lógicos de tempo com ramificação: os sistemas de *consenso peirciano* **PC** e os sistemas de *lógica do anúncio histórico* **HAL**, além de uma fusão de ambos por uma semântica bitemporal (com histórias prováveis e histórias possíveis). Os sistemas **PC** são definidos a partir de uma generalização para ambas as direções do tempo (passado e futuro) da lógica de tempo de ramificação peirciana; enquanto que os sistemas **HAL** são definidos a partir de uma releitura da lógica do anúncio público, adaptando-a para um contexto de lógica temporal. E a semântica bitemporal surge ao se permitir dois conjuntos de instantes de tempo (um subconjunto do outro), de modo que o subconjunto de instantes chamados prováveis são aqueles relacionados a eventos que podem ter ocorrido, enquanto que o subconjunto de instantes meramente possíveis (ou improváveis) são aqueles de eventos contrafactuais. Conclusivamente, a semântica bitemporal proposta e os diferentes sistemas nas mencionadas duas novas famílias de lógicas mostram-se úteis para arregimentar matematicamente diferentes concepções de conhecimento histórico e seu progresso, bem como para estudar logicamente formas válidas de inferência (em sentido clássico) que envolvam conhecimentos descritivos ou explicativos em nível proposicional nas ciências históricas.

Palavras-chave: Lógica modal. Lógica temporal dinâmica. Lógica do anúncio histórico. Filo-

sofia da Ciência. Filosofia das Ciências Históricas. Conhecimento histórico.

ABSTRACT

This thesis elaborates a philosophical analysis and a new logical-mathematical interpretation of the notion of historical knowledge as scientific knowledge about facts instantiated in time. Such an interpretation is formulated indirectly, using propositions in a branched temporal structure defined in a static version and then also in a dynamic version; in both ways, a language is used that can translate consensus or dissent about these propositions in time. Thus, the analysis aims to capture both the difference between consensus and dissent about historical facts and also the dynamics of the progress of knowledge in historical sciences, such as Archaeology, Paleontology, Geology and Cosmology, under the hypothesis that propositions previously considered probable by scientists in these areas can be falsified in the light of new evidence widely accepted in the scientific community. Using concepts from Philosophy of Science and Philosophy of Language, Kripke's frameworks, Peircian temporal branching, Prior's temporal modalities, Game Theory and a reinterpretation of the public announcement logic, this thesis investigates, in general and abstract terms, the notions of historical fact and time, as well as the presuppositions for a metaphysically neutral version of historical knowledge and consensus in the historical sciences; finally, it constructs and studies two new families of logical systems of time with branching: the systems of *Peircian consensus* **PC** and the systems of *historical announcement logic* **HAL**, as well as a fusion of both by a bi-temporal semantics (with probable histories and possible histories). The **PC** systems are defined from a generalization to both directions of time (past and future) of the Peircian branching time logic; while the **HAL** systems are defined from a re-reading of the public announcement logic, adapting it to a temporal logic context. And bi-temporal semantics arises from allowing two sets of time instants (one subset of the other), so that the subset of so-called probable instants are those related to events that may have occurred, while the subset of merely possible (or improbable) instants are those of counterfactual events. In conclusion, the proposed bi-temporal semantics and the different systems in the aforementioned two new families of logics are useful for mathematically aggregating different conceptions of historical knowledge and its progress, as well as for logically studying valid forms of inference (in the classical sense) that involve descriptive or explanatory knowledge at the propositional level in the historical sciences.

Keywords: Modal logic. Dynamic temporal logic. Historical announcement logic. Philosophy of Science. Philosophy of historical sciences. Historical knowledge.

Lista de Figuras

Lista de Símbolos

$\mathscr{T}$	árvore temporal de instantes prováveis (ver seção 1.6, 3.1 e 6.1).
$\lvert\mathscr{H}_l\rvert$	número de histórias em um nível l de uma árvore temporal (ver seção 1.6).
$\lvert\mathscr{H}_l^t\rvert$	número de histórias em um nível l e em um instante t de uma árvore temporal (ver seção 1.6).
$\lvert T_l\rvert$	número de instantes prováveis em um nível l de uma árvore temporal (ver seção 1.6).
$\lvert\cup T_l\rvert$	número de todos os instantes prováveis em todos os níveis l de uma árvore temporal (ver seção 1.6).
$\lvert\cup\mathscr{H}_l\rvert$	número de todas as histórias em todos os níveis l de uma árvore temporal (ver seção 1.6).
$\lvert h_l\rvert$	número das subhistórias da história h em um nível l de uma árvore temporal (ver seção 1.6).
$\lvert\cup h_l\rvert$	número de todas as subhistórias da história h em todos os níveis l de uma árvore temporal (ver seção 1.6).
P	foi o caso em algum instante provável (ver subseção 3.1).
F	será o caso em algum instante provável (ver subseção 3.1).
H	sempre foi o caso em instantes prováveis (ver subseção 3.1).
G	sempre será o caso em instantes prováveis (ver subseção 3.1).
$\Box_{t\preceq}$	necessidade contradiodoreana real (ver subseção 3.1).
$\Box_{\preceq t}$	necessidade diodoreana real (ver subseção 3.1).
$\Box_t$	necessidade aristotélica real (ver subseção 3.1).

$\Diamond_{t\preceq}$	possibilidade contradiodoreana real (ver subseção 3.1).
$\Diamond_{\preceq t}$	possibilidade diodoreana real (ver subseção 3.1).
$\Diamond_{t}$	possibilidade aristotélica real ou probabilidade (ver subseção 3.1).
t_0	instante final ou presente (ver subseção 3.1).
$\approx$	bissimulação entre dois modelos (ver subseção 3.1).
$\Box_h^{t_0}$	consenso histórico final (ver subseções 3.1 e 3.3.5).
$\Diamond_h^{t_0}$	supersenso histórico final (ver subseção 3.3.5).
$\Box_g/\Box_g^t$	consenso preditivo para instantes prováveis (ver subseções 3.2 e 5.1).
$\Diamond_g/\Diamond_g^t$	supersenso preditivo para instantes prováveis (ver subseções 3.2 e 5.1).
$\Box_h/\Box_h^t$	consenso histórico para instantes prováveis (ver subseções 3.2 e 5.1).
$\Diamond_h/\Diamond_h^t$	supersenso histórico para instantes prováveis (ver subseções 3.2 e 5.1).
$\Box_{hg}^{\wedge}$	consenso de recorrência para instantes prováveis (ver subseção 3.3.3).
$\Box_{hg}^{\vee}$	consenso de ocorrência para instantes prováveis (ver subseção 3.3.3).
$\Diamond_{hg}^{\wedge}$	supersenso de recorrência para instantes prováveis (ver subseção 3.3.3).
$\Diamond_{hg}^{\vee}$	supersenso de ocorrência para instantes prováveis (ver subseção 3.3.3).
$\|\|\varphi\|\|^{\mathscr{M}}$	conjunto-verdade para um modelo $\mathscr{M}$ (ver subseção 4.1).
$\|\varphi\|_{\Sigma}$	conjunto-prova para um modelo $\mathscr{M}$ (ver subseção 4.2.1).
$\mathscr{M}_c$	modelo canônico (ver subseção 4.2.1).

$\mathfrak{T}$	classe das estruturas transitivas (ver subseção 4.2.1).
$\mathfrak{C}$	classe das estruturas transitivas e terminais (ver subseção 4.2.1).
$\mathfrak{L}_b$	classe das estruturas transitivas, terminais e linearmente ramificada-para-trás (ver subseção 4.2.1).
t	instante de tempo provável (ver subseções 3.1 e 6.1).
h	história (ramo não degenerado) ou teoria (ver subseções 1.6, 3.1 e 6.1).
$\Box_h^{t_*}$	consenso histórico reflexivo para instantes prováveis (ver subseção 5.1).
$\Box_g^{t_*}$	consenso preditivo reflexivo para instantes prováveis (ver subseção 5.1).
$\Diamond_h^{t_*}$	supersenso histórico reflexivo para instantes prováveis (ver subseção 5.1).
$\Diamond_g^{t_*}$	supersenso preditivo reflexivo para instantes prováveis (ver subseção 5.1).
$\Box_{hg}^{*\wedge}$	consenso de recorrência reflexivo para instantes prováveis (ver subseção 5.1).
$\Box_{hg}^{*\vee}$	consenso de ocorrência reflexivo para instantes prováveis (ver subseção 5.1).
$\Diamond_{hg}^{*\wedge}$	supersenso de recorrência reflexivo para instantes prováveis (ver subseção 5.1).
$\Diamond_{hg}^{*\vee}$	supersenso de ocorrência reflexivo para instantes prováveis (ver subseção 5.1).
$\mathscr{M}\|_\varphi$	modelo atualizado pela fórmula φ (ver subseção 5.2).
$\langle\cdot\rangle$	algum anúncio histórico (ver subseção 5.2).
$[\cdot]$	todo anúncio histórico (ver subseção 5.2).

$\mathscr{W}$	árvore temporal de instantes possíveis (ver subseção 6.1).
w	instante de tempo possível (ver subseção 6.1).
P^w	foi o caso em algum instante possível (ver subseção 6.2).
F^w	será o caso em algum instante possível (ver subseção 6.2).
H^w	sempre foi o caso em instantes possíveis (ver subseção 6.2).
G^w	sempre será o caso em instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\Box_{w\preceq}$	necessidade contradiodoreana virtual (ver subseção 3.1).
$\Box_{\preceq w}$	necessidade diodoreana virtual (ver subseção 3.1).
$\Box_{w}$	necessidade aristotélica virtual (ver subseção 3.1).
$\Diamond_{w\preceq}$	possibilidade contradiodoreana virtual (ver subseção 3.1).
$\Diamond_{\preceq w}$	possibilidade diodoreana virtual (ver subseção 3.1).
$\Diamond_{w}$	possibilidade aristotélica virtual ou possibilidade (ver subseção 3.1).
$\Box_h^w$	consenso histórico para instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\Box_g^w$	consenso preditivo para instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\Diamond_h^w$	supersenso histórico para instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\Diamond_g^w$	supersenso preditivo para instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\Box_{hg}^{w\wedge}$	consenso de recorrência para instantes possíveis (ver subseção 6.2).

$\Box_{hg}^{w\vee}$	consenso de ocorrência para instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\Diamond_{hg}^{w\wedge}$	supersenso de recorrência para instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\Diamond_{hg}^{w\vee}$	supersenso de ocorrência para instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\Box_{h}^{w*}$	consenso histórico reflexivo para instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\Box_{g}^{w*}$	consenso preditivo reflexivo para instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\Diamond_{h}^{w*}$	supersenso histórico reflexivo para instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\Diamond_{g}^{w*}$	supersenso preditivo reflexivo para instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\Box_{hg}^{w*\wedge}$	consenso de recorrência reflexivo para instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\Box_{hg}^{w*\vee}$	consenso de ocorrência reflexivo para instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\Diamond_{hg}^{w*\wedge}$	supersenso de recorrência reflexivo para instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\Diamond_{hg}^{w*\vee}$	supersenso de ocorrência reflexivo para instantes possíveis (ver subseção 6.2).
$\mathfrak{W}$	classe das estruturas bitemporais, transitivas e irreflexivas (ver subseção 6.3).

Sumário

1 Introdução

O tempo é um rato roedor das coisas, que as diminui ou altera no sentido de lhes dar outro aspecto.

Machado de Assis, *Esaú e Jacó*

Esta é uma obra de Filosofia, mas talvez não apenas de Filosofia. A Filosofia tem em comum com a Matemática o fato de ser tão abrangente ao ponto de suas contribuições serem aplicáveis direta ou indiretamente a todas as outras áreas do conhecimento, bem como o fato de tratar de questões tão fundamentais que não podem ser devidamente compreendidas sem se alcançar um alto nível de abstração. Não é de se espantar que muitos filósofos deixam também contribuições em matemática, bem como muitos matemáticos deixam contribuições em filosofia; e esse elo entre as disciplinas é algo que também se encontra neste trabalho.

A relação entre as disciplinas mencionadas pode não ser óbvia quando nos deparamos com muitas obras de Filosofia e de Matemática: no primeiro caso, às vezes as fórmulas escondem-se por trás das ideias; no segundo caso, às vezes as ideias escondem-se por trás das fórmulas. Entretanto, não é o caso desta tese, a qual entrelaça ambas as áreas, usando fórmulas para dar precisão às ideias e ideias para dar sentido às fórmulas. Nesse contexto, talvez caiba algo semelhante àquela advertência que se podia ler no portal da Academia de Platão: "Quem não é geômetra não entre!", mas também pôr ao lado dela: "Quem não é filósofo não entre!".

Claro que essa anedota tem um tom hiperbólico, mas de fato o desenvolvimento desta tese tem contribuições tanto para a Lógica em si (estreitamente relacionada à Matemática) quanto para a Filosofia da Ciência (enquanto ramo da Filosofia); e a produção de um novo conhecimento em áreas distintas combinadas (ou seja, não como uma simples aplicação de uma área sobre a outra) costuma significar não apenas um desafio a mais para o autor, mas também para o leitor. Assim, em virtude de nossa abordagem ser progressivamente densa em ambos os campos, o mínimo que podemos fazer é torná-la o mais clara e didática possível. Em vista disso, adotamos uma lista de questões para guiar o leitor no decorrer dos capítulos, bem como elaboramos uma introdução robusta e, sempre que julgamos útil, recorremos a exemplos, diagramas e analogias para apresentar conceitos novos ou pouco intuitivos.

Isso posto, podemos acrescentar que, a despeito do entrelaçamento dessas duas áreas, nossa motivação inicial é essencialmente filosófica, como facilmente se notará nas próximas páginas. Em função de um problema filosófico, utilizamos aquelas que talvez sejam as duas mais importantes ferramentas para se fazer filosofia: o experimentalismo mental e a lógica[1]. Tipicamente, os experimentos mentais são muito úteis para encontrar problemas e delimitá-los (isolando-os de variáveis irrelevantes); e alguma lógica é fundamental para descrevê-los e resolvê-los. Com um importante adendo: todo problema só é "resolvido", mesmo dentro da lógica matemática, em uma linguagem e segundo determinados princípios ou axiomas, de modo que é comum a resolução de um problema motivar outras questões e até novos sistemas lógicos; razão pela qual a filosofia (mesmo quando de natureza analítica) nunca deve acabar.

Enquanto um empreendimento eminentemente teórico, este trabalho tem por objetivo a análise de um problema, o qual pode ser apresentado por um experimento mental e analisado com um aparato lógico-matemático. O problema pode ser introduzido por uma inversão de uma clássica pergunta em Filosofia da Ciência: "o que é o conhecimento histórico?". Com os termos invertidos, obtemos a seguinte questão: "o que é a história enquanto está sendo conhecida?". Esse pequeno "truque" permitirá uma nova interpretação formal do tempo histórico e uma solução indireta para a caracterização do conhecimento histórico.

Quando falamos em "conhecimento histórico", frequentemente queremos dizer nesta tese um conhecimento científico sobre fenômenos no tempo, de modo que estamos tratando essencialmente de conhecimento científico de uma forma bastante ampla. Entretanto, enfatizaremos as ciências históricas (História, Arqueologia, Geologia, Paleontologia, Cosmologia, entre outras) em sua busca de conhecimento sobre o passado. Essa escolha deve-se ao fato de que essas ciências trabalham mais diretamente com a descrição de fenômenos no tempo, então servem como um paradigma dentro de nossa proposta de olhar para o tempo histórico não como uma casa pronta onde podemos pôr objetos dentro, mas sim um lugar onde se constroem casas e tenta-se construir uma "casa perfeita".

De forma mais detalhada (e com conceitos que serão esclarecidos mais tarde) nosso problema pode ser posto da seguinte forma: "o que é a *história* não em si mesma, mas enquanto não sabemos ao certo o que houve ou o que ocorrerá no tempo, e apenas temos fontes parciais a respeito dela?". Nossa tarefa é conceituar e construir essa história, descrever o que é uma "história em construção", não uma história real e nem uma mera história possível, mas um conjunto de instantes de tempo prováveis que refletem em cada instante os consensos, dissensos, revisões e previsões aceitos pela comunidade científica.

Falando desse modo (especialmente sem termos definido muitos dos termos acima),

[1]Distinguimos em maiúsculo campos do conhecimento, como Filosofia e Lógica, de suas respectivas expressões práticas em minúsculo, como ao nos referirmos à filosofia de um autor ou ao uso de uma lógica específica

pode parecer inicialmente que é uma história difícil de conceber, e que não se trata de algo real. Não podemos garantir ao leitor que até ao final da tese terá essas impressões alteradas, e talvez por isso mesmo precisemos construir nossa estranha história no reino da matemática. Mas se o convencermos de que contribui para uma melhor compreensão e análise do conhecimento científico no tempo e, por outro lado, para uma expansão das lógicas modais, então teremos chegado ao nosso objetivo.

O caminho que percorreremos será o seguinte:

- Introdução de uma série de definições e pressupostos para a concepção de "conhecimento histórico" em termos de métodos de formulação de hipóteses científicas a respeito do que pode ocorrer ou do que pode ter ocorrido no tempo histórico;
- Construção de uma semântica formal adequada às noções de "consenso" e "dissenso" no que diz respeito às hipóteses aceitas na comunidade científica em Ciências Históricas;
- Sintaxe, Teoria da Prova e análises metalógicas envolvendo a proposta semântica previamente elaborada;
- Criação e estudo de uma versão de lógica dinâmica que permita a revisão gradual do conhecimento histórico;
- Criação e estudo de um sistema lógico mais geral capaz de capturar as noções das lógicas precedentes e distinguir histórias prováveis e histórias meramente possíveis durante o processo de atualização gradual do conhecimento histórico.

Evidentemente, todos os termos técnicos mencionados nos pontos acima serão esclarecidos ao seu tempo durante esta tese, e dedicamos uma longa introdução teórica, metodológica e terminológica antes de iniciarmos o percurso proposto. Abaixo distribuímos nossas tarefas em diferentes capítulos (acompanhados de questões centrais em cada um deles), com o acréscimo de um capítulo introdutório e um capítulo de conclusão.

1.1 Estrutura dos capítulos desta tese

Esta tese está organizada de forma a responder uma série de questões diretamente relacionadas ao cumprimento de nossos objetivos, bem como a uma ordem de exposição construtiva para os sistemas lógicos que elaboraremos e estudaremos. Com todas essas questões respondidas, teremos modelado o que é uma "história enquanto está sendo conhecida" em termos de lógica temporal (tanto de um ponto de vista estático quanto de um ponto de vista dinâmico) e, junto disso, como atua o conhecimento científico no tempo, dadas certas delimitações e idealizações.

QUESTÕES ABORDADAS NESTA TESE

Capítulo 1

1. Quais questões específicas esta tese responde em cada um de seus capítulos?
2. O que significa conhecer algo no tempo histórico?
3. Como surgiram e se desenvolveram as ciências históricas e o seu tipo de conhecimento?
4. Qual é o método empregado nesta tese?
5. Quais os objetivos e as propostas desta tese?
6. Como interpretar o tempo histórico em cadeias de instantes de tempo?

Capítulo 2

1. O que é o conhecimento científico?
2. O que são ciências históricas?
3. Quais tipos de sentenças das ciências históricas podem ser formalizados em uma lógica temporal proposicional de instantes de tempo?
4. Como o conhecimento científico no tempo é possível?
5. Com que fundamento construímos hipóteses prováveis sobre o que ocorreu?
6. Em síntese, quais são os pressupostos teóricos por trás da análise formal desta tese?

Capítulo 3

1. O que precisamos para definir um consenso histórico em lógica temporal?
2. Como construir uma lógica do consenso histórico?
3. Como podemos analisar explicações científicas, descrições complexas e o falseamento de hipóteses em termos de necessidade, subsenso, consenso e supersenso no tempo?

Capítulo 4

1. O que precisamos para montar uma sintaxe adequada à semântica de sistemas com consenso histórico?
2. Os sistemas de lógica do consenso são corretos e completos com relação à nossa semântica?

Capítulo 5

1. Qual o problema de uma estrutura estática para uma "história enquanto está sendo conhecida"?
2. Como podemos construir uma lógica temporal dinâmica?
3. Como se formam consensos e revisões do conhecimento científico de forma dinâmica a partir do anúncio de novas informações?

Capítulo 6

1. O que são histórias possíveis e histórias prováveis de um ponto de vista ontológico e epistemológico?
2. Como formalizar adequadamente a diferença entre histórias possíveis e histórias prováveis em uma semântica de lógica temporal?
3. Como podemos construir provas e determinar sistemas bitemporais híbridos (estático e dinâmico)?

Capítulo 7

1. Quais os principais resultados filosóficos e lógico-matemáticos a que chegamos?
2. Quais estudos e aplicações podem se beneficiar desses resultados?

1.2 A história enquanto está sendo conhecida

1.2.1 A história perdida

Iniciemos esta seção com um pequeno experimento mental, o qual foi elaborado com o objetivo de ilustrar, isolar e apresentar o problema básico desta tese de forma introdutória e intuitiva para que possamos, em tópicos posteriores, contextualizá-lo e finalmente discuti-lo com os detalhes teóricos e técnicos apropriados.

Imagine um homem que se acorda certo dia em um quarto de apartamento e, ao se olhar ao espelho pela manhã, não se reconhece; como um sinal de amnésia. Ele não mostra desespero, pois mal sabe pelo que se desesperar, mas se mostra curioso e surpreso com tudo à sua volta. Ele sente, no entanto, mal-estar, sede e dor de cabeça, e ao encontrar garrafas de bebida alcoólica ao lado do beliche em que acordou, levanta a hipótese de que tenha bebido demais na noite passada. Resolve tomar um banho, e ao procurar suas roupas, descobre que leva consigo um distintivo da polícia; uma forte evidência de que talvez sua profissão seja de um oficial de polícia. Sua carteira lhe dá também várias valiosas informações sobre si, como sua residência, a qual não se parece nem um pouco com o apartamento em que acordou. Isso sugere que ele tenha talvez se deslocado até ali. Teria vindo de carro ou por algum outro meio? Sem chegar a uma conclusão, resolve sair para encontrar algo que beber. Ao abrir a porta de seu apartamento, encontra-se com outra pessoa que diz conhecê-lo, conta-lhe ser um ajudante da polícia e que veio ao seu chamado para investigarem um caso de assassinato na região, uma cidade na qual não se pode confiar em ninguém, pois está cheia de facções ideológicas radicais que se opõem entre si, e não se sabe quem possa estar compactuando com o crime. Olhando com ceticismo para o sujeito desconhecido, o homem (que sequer sabe seu próprio nome) questiona-se sobre o quanto pode confiar naquele relato, mas é uma evidência não menosprezável de que um assassinato pode ter ocorrido nos arredores; talvez por isso afinal tenha acordado naquele apartamento, e explicaria o fato de não estar em sua própria casa.[2]

Suponha que nosso personagem amnésico nunca mais recupere suas memórias. Sem saber ao certo do que ocorreu e do que ocorrerá, esse homem seguirá a vida e tentará fazer escolhas com base em seus conhecimentos, tendo que, no entanto, ao mesmo tempo suspeitar do que lhe dizem e analisar as diversas possibilidades diante de uma evidência, sejam elas desde a arma usada por um assassino até a aparentemente inofensiva informação de qual é o seu nome real. Tal personagem, mesmo em uma situação epistêmica bastante limitada, se perguntado sobre se existe um "passado real" a seu respeito, ele dirá firmemente que "sim", embora não o conheça; e se perguntado se algo ocorrerá no futuro, ele dirá que "sim", embora também não o conheça.

Naturalmente, essas respostas são baseadas no fato de que o homem encontra evidências sobre o que ocorreu e sobre o que ocorrerá, evidências que tornam algumas possibilidades mais

[2]Esta breve narrativa foi inspirada no início da trama de um RPG de computador estoniano chamado *Disco Elysium* (2019), publicado pela ZA/UM, e escrito e dirigido por Robert Kurvitz. O jogo foi baseado em um livro de ficção científica, *Sacred and Terrible Air* (2013), também escrito por Kurvitz.

prováveis do que outras, mas dificilmente alguma delas bastará para lhe dar a convicção absoluta sobre o passado real. A *descritibilidade* de seu passado, bem como a *previsibilidade* de seu futuro, é um conhecimento aproximado, um conhecimento baseado em *hipóteses*, as quais podem ser testadas por fontes de informação capazes de *superá-las* ou *consolidá-las* (na hora certa, daremos definições formais específicas para esses termos em itálico). Desse modo, se à certa altura o personagem decidir por escrever sua autobiografia (por julgar que parte de sua vida é interessante ou útil ser registrada), ela não será uma, mas várias, ou mais precisamente o conjunto de suas "autobiografias prováveis"; ou seja, o conjunto das hipóteses que sobreviveram às evidências que encontrou até o momento em que se sentou para escrever seu livro.

Observação (memória e história)**.** Este experimento isola o problema que queremos apresentar e desfaz, no plano individual, a confusão comum entre os conceitos de *memória* e de *história* (cf. CHARTIER, 2007). A memória, dito de forma introdutória, pode ser entendida como o reconhecimento da presença do passado (por exemplo, em forma de lembranças da infância ou em forma de uma estátua em homenagem a um "herói da pátria"). Do ponto de vista narrativo, diferente de uma história, um livro de memórias não necessariamente oferece uma narrativa com a pretensão de ser universalmente aceita; usualmente não é submetida a debates e não apresenta fontes e evidências que possam ser investigadas e analisadas por outros especialistas no assunto. Nesse sentido, a escolha de um livro de "autobiografia" também não é fortuita: uma obra autobiográfica geralmente trata-se de um "livro de memórias", e não propriamente uma obra historiográfica, de modo que uma autobiografia escrita por um amnésico pode ser vista como uma espécie de paradoxo literário.

1.2.2 As histórias (des)encontradas

Suponha que tenhamos em mãos o livro de autobiografia mencionado no fim do experimento mental. Sabendo dos eventos que antecederam a escrita do livro e supondo o empenho honesto do pobre homem em decifrar seu passado, não podemos desprezar suas hipóteses, mesmo que elas não estejam baseadas em memória pessoal, mas em conjecturas com base em evidências, as quais foram selecionadas entre as mais relevantes, e não citadas à exaustão. Por outro lado, não podemos deixar de nos questionar sobre outras possibilidades, bem como devemos considerar informações que nós temos hoje (e que ele não as tinha) que podem falsear, talvez, algumas de suas hipóteses mais convictas. Na verdade, estaremos tendo uma experiência não muito diferente daquela de um historiador, o que nos autoriza a generalizar nossa reflexão.

Ampliemos o escopo desse experimento. Suponha que não seja apenas um homem que está incerto sobre seu passado ou sobre o seu futuro, mas uma comunidade enorme de pessoas que esteja atrás de seu passado perdido em comum e do destino que as espera. Assim é, dadas as devidas proporções, a experiência da comunidade científica diante do passado remoto e do futuro inescrutável.

De fato, embora toda pessoa não amnésica possa ter uma forte convicção sobre o que comeu no dia anterior, ela não pode ter convicção absoluta disso e também não conseguirá convencer outra pessoa sem que tenha bons argumentos e evidências. E essa situação de incerteza se agrava quando falamos de um passado sobre o qual não temos memória pessoal, mas apenas indícios e testemunhos (quando há); os quais, além de parciais, podem ser enganosos. A situação sobre o conhecimento do futuro não é muito diferente (senão pior), e tenderá a ser proporcional ao quão distante está do presente quando se trata de *fatos particulares*, como a questão sobre se um meteoro cairá ou não em um determinado planeta (posteriormente distinguiremos fatos particulares de fatos gerais).

O resultado que queremos evitar (seja do ponto de vista pessoal, seja do ponto de vista de uma comunidade) pode ser sintetizado por uma passagem clássica dos *Doze Contos Peregrinos*, de Gabriel García Márquez, onde lemos: "As lembranças verdadeiras pareciam fantasmas, enquanto as lembranças falsas eram tão convincentes que substituíam a realidade".

A solução para esse problema só pode ser uma: investigar e registrar. A investigação deve, senão atingir o real, ao menos falsear hipóteses de forma objetiva, desde que os pesquisadores se atentem também à análise da confiabilidade das fontes; e então o registro relegará para a posteridade prováveis avanços sobre o conhecimento histórico. Assumindo uma série de pressuposições de confiabilidade sobre a comunidade científica, dentro desses parâmetros, como agora falamos de uma comunidade, e não de uma só pessoa, podemos identificar consensos legítimos nessa comunidade, ou seja, aquelas afirmações verdadeiras em todas as teorias (ou versões históricas) aceitas até aquele momento. Inversamente, podemos identificar dissensos, enquanto afirmações que são aceitas por alguns cientistas, mas recusadas por outros; essas ainda consistem em hipóteses prováveis, mas podem ser chamadas de conhecimento apenas em sentido fraco (o que chamaremos de "subsenso"), e não em sentido forte ("consensos").

Tanto no caso do homem sem nome como no caso da comunidade científica, cumpre esperar que o curso do tempo favoreça a vinda de novas informações para filtrar o conjunto numeroso (mas finito) de hipóteses prováveis, mesmo que nunca descubramos, no fim da história, o que é de fato real. Afinal, o realismo pode ser um ideal de motivação para o amnésico e a comunidade, mas, por um olhar pragmático, poderíamos dizer que é a lógica, o contexto da comunidade e as fontes de informação que efetivamente determinam o conhecimento fraco e forte que obtemos sobre os fenômenos no tempo.

Em última análise, não precisamos, na prática, saber se uma afirmação reflete a realidade com certeza para reconhecê-la como conhecimento científico (do contrário, em prol da realidade, teríamos que sacrificar a ciência real que conhecemos). Partindo desse pressuposto, e enquanto uma descrição formal da "história enquanto está sendo conhecida", nosso empreendimento nesta tese é neutro quanto ao realismo ou antirrealismo em ciências, e se limita a constatar como consenso, descrição, explicação, falseabilidade e evolução do conhecimento são possíveis dentro de um emaranhado de histórias (ou teorias) prováveis. Para uma introdução sobre o debate de realismo vs. antirrealismo em filosofia analítica da história, sugerimos um artigo de Paul Roth (2012) e uma recente tese de Adam Timmins (2022).

1.3 Uma breve história das ciências históricas e de seu tipo de conhecimento

A história do problema do conhecimento histórico é muito vasta e talvez não compense nos demorarmos em recontá-la em detalhes quando esta é uma tese com ênfase na análise de um problema, e não de sua gênese. Entretanto, é conveniente colocar algum contexto e algumas das principais posições sobre o assunto, até mesmo para que se possa compreender desde já a abrangência do problema para além do conhecimento da história humana, bem como para se compreender o escopo e o estado da arte das ciências históricas. Ademais, em uma tese que se propõe a fornecer modelos formais para a tradução parcial do conhecimento de narrativas históricas, talvez a melhor forma de começarmos seja por ilustrar o tom desse tipo de narrativa enquanto simultaneamente a introduzimos.

Antes, porém, façamos uma pequena observação usada para o nosso recorte narrativo. Nesta tese, o "conhecimento histórico" refere-se ao conhecimento de fenômenos no "tempo histórico"; em sua obra *Tempo e Narrativa*, Paul Ricoeur chama-o de "tempo do calendário", e isso não necessariamente se confunde com o tempo físico (como por exemplo a concepção do tempo da teoria da relatividade geral); aliás, em certo sentido, é possível até mesmo contar uma história do tempo, como o fez Stephen Hawking (2015). A ontologia do tempo histórico tipicamente é dissociada do espaço (como uma coordenada paralela) e pode ser colocada de diversas formas, como por instantes ou intervalos, mas ela precisa de alguma forma servir como uma estrutura útil para dizer *quando* determinados fenômenos ocorreram, ocorrem ou ocorrerão, os quais por sua vez podem ser colocados em termos de objetos (no tempo), eventos ou processos (a terminologia vai variar conforme a ontologia que for adotada para defini-los). Isso dito, a partir daqui podemos comentar o desenvolvimento desse tipo de conhecimento, tanto em relação à sua produção quanto em relação às teorias que surgiram para descrevê-lo ou prescrevê-lo.

Nossa breve história pode começar de diferentes lugares, mas um bom ponto de partida pode ser a obra *Sobre a Natureza*, de Parmênides. Escrita em algum momento entre os séculos VI e V antes da era comum, essa obra é bastante peculiar aos olhos modernos, pois foi escrita em versos metrificados, tal qual uma poesia épica, mas com um conteúdo altamente abstrato, sobretudo de natureza lógica e ontológica. Nela podemos encontrar uma das primeiras reflexões filosóficas sobre o que mais tarde poderíamos interpretar como o problema do conhecimento histórico enquanto conhecimento de algo no tempo.

Parmênides adota um sentido forte de verdade, de conhecimento e do próprio ser, de modo que ele sugere que o conhecimento de algo está ligado à verdade e só pode ser o conhecimento daquilo que sempre foi, é e sempre será, ou seja, algo eterno ou pelo menos contínuo no tempo. É provável que essa sua concepção tenha influenciado posteriormente Platão e Aristóteles; mais tarde citaremos uma definição temporal de "necessidade aristotélica" que ecoa esse conceito. Contudo, os primeiros historiadores da tradição ocidental eram conhecidos não por tratarem de fenômenos perenes, mas, pelo contrário, estudar o particular em vez do geral, como bem observou Aristóteles na *Poética*.

De fato, se observarmos, por exemplo, as obras dos três maiores historiadores gregos (Heródoto, Tucícides e Políbio), bem como aquelas de alguns dos principais historiadores latinos (como Júlio César, Tito Lívio, Salústio, Tácito e Suetônio), as quais quase sempre se ocupavam ou de biografias e mitos ou de fenômenos políticos e militares, facilmente podemos observar que o maior esforço desses autores não estava em constatar fatos universais ou eternos, mas em demarcar *quando* determinados eventos ou processos aconteceram, *como* ocorreram, *o que* os iniciou e o *porquê* de determinados fatos particulares terem se tornado causa ou influência de eventos ou processos posteriores.

Apenas para citar algumas contribuições da historiografia antiga (se formos nos deter na tradição ocidental), podemos lembrar que, embora algumas de suas descrições e teorias tenham sido modernamente contestadas, não se pode negar que forneceram princípios e conceitos importantes na História e um valioso registro cronológico de acontecimentos, ordenados por marcos como as olimpíadas, a fundação de Roma ou mesmo fenômenos cíclicos astronômicos. Vejamos a seguir algumas de suas contribuições.

Do ponto de vista metodológico, os historiadores gregos em especial se destacaram, pois Heródoto foi fundamental para dar as bases não apenas da História, mas também da Etnografia e da Geografia, dado o detalhamento cultural e espacial que seus estudos proporcionaram no que se refere à Europa continental, ao norte da África e à Ásia menor. Tucídides, por sua vez, introduziu um método crítico mais rigoroso sobre testemunhos e sobre a análise de causas e consequências de eventos históricos (sua influência na historiografia antiga e moderna é fartamente documentada). E Políbio foi de grande importância para os fundamentos de uma pesquisa histórica em grande escala (no tempo e no espaço) e para o estudo de processos "cíclicos" (ou recorrentes) de natureza política.

Do ponto de vista descritivo, a historiografia antiga nos legou muitas perspectivas e dados sobre conflitos militares de tal importância que redesenharam as fronteiras entre povos por décadas ou até séculos, tais como as Guerras Médicas (entre persas e gregos), a Guerra do Peloponeso (entre Atenas e Esparta), as numerosas expedições militares de Alexandre Magno que propiciariam uma profunda influência cultural helênica por onde passavam e vários conflitos que levaram à ascensão de Roma, à sua hegemonia na bacia do Mediterrâneo e à sua expansão na Gália e outros lugares da Europa, Ásia e África. Além disso, vários historiadores deixaram registros detalhados da vida de personalidades políticas, de conflitos políticos internos (sobretudo na República Romana) e de costumes, mitos e ritos religiosos diversos (tanto "bárbaros" quanto greco-romanos).

Vale dizer que esse tipo de "investigação" (uma tradução possível para o termo original; *historía*, em grego) não era marcado pela análise lógico-matemática, mas principalmente pela descrição e categorização, e, em *lato senso*, podia envolver também fenômenos naturais, como é o caso da *História dos Animais* (*Tôn perì tà zôia historiôn*, em grego), de Aristóteles, e do compêndio *História Natural* (*Naturalis Historia*, em latim), de Plínio, o Velho. É interessante notar como na antiguidade houve uma tendência de dissociação entre a análise lógica e matemática (como em *Analíticos Posteriores*, de Aristóteles, e em *Elementos*, de Euclides), voltada para objetos que não sofrem a ação do tempo, e a história humana e natural, voltada para fenômenos concretos que se busca não analisá-los dedutivamente, mas *registrá-los*, *descrevê-los*, *classificá-los* e *explicá-los* no curso do tempo. Pelo que não é de se estranhar que aquilo que chamamos de Astronomia era uma subárea da Matemática, justamente por parecer, aos olhos dos filósofos antigos, um estudo de objetos incorruptíveis em conformidade com padrões matemáticos rígidos.

Em outras palavras, a história, em sentido amplo, pode ser vista como uma investigação de objetos no tempo; um estudo sobre (1) *quando* ocorreram ou ocorrem ou ocorrerão; (2) *como* ocorreram ou ocorrem ou ocorrerão; (3) *o que* foram ou são ou serão; e (4) *por que* ocorreram ou ocorrem ou ocorrerão. Ou, em um sentido estrito, como um estudo "do homem no tempo". Essa afirmação mais tarde foi usada no século XX por Marc Bloch para definir a disciplina História (ou Historiografia), mas em certo sentido já estava presente na antiguidade; na verdade, desde as primeiras linhas da *História* de Heródoto (o "pai da História", como ficou conhecido), onde afirma que um de seus objetivos é investigar "aquilo que aconteceu a partir do humano" (*tà genómena ex anthrópon*, em grego).

Atentos ao crescente uso do *stricto sensu* de "história" na tradição grego-romana tardia, bem como à particularidade metodológica que parecia requerer a historiografia (a escrita da história) em contraste tanto com a matemática quanto com o estudo da física ou natureza ("*physis*", em grego; o que abrangia até mesmo a medicina), alguns filósofos e historiadores árabes na Idade Média (como Muhammad al-Bukhari, Ibn Khaldun e Ibn Hajar) passaram a caracterizar o conhecimento histórico (estrito), em um sentido de "ciência dos homens" (*ilm al-rijal*, em árabe), não enquanto um conhecimento do que há no tempo histórico, mas enquanto um conhecimento sobre uma tradição ou uma "conectada cadeia de transmissão/narração" (*muttasil isnad*, em árabe). Desse modo, o foco na descrição ou na causalidade dos fenômenos humanos no tempo foi deslocado para o da recepção dos dados e dos significados desses fenômenos. Nesse contexto, surgiu uma grande preocupação em relação à verificação de fontes confiáveis, bem como a métodos apropriados de tradução e a critérios para que um testemunho pudesse ser considerado "autêntico" (*sahih*, em árabe). Além disso, surgiram as bases de várias outras disciplinas modernas que do início até hoje estão intimamente relacionadas à História para um melhor detalhamento quantitativo: Ibn Khaldun, por exemplo, é considerado por muitos o pai da Demografia moderna, além de um dos precursores da Economia moderna.

Enquanto isso, a historiografia eclesiástica medieval (a partir de Eusébio de Cesareia) estabelecia entre os intelectuais europeus várias convenções academicistas que seriam influentes para o método científico no futuro, bem como contribuiu para o desenvolvimento de várias das assim chamadas “ciências auxiliares da história”, como a bibliografia (ou bibliologia), a epigrafia e a genealogia. Além disso, ocorreram sucessivos “renascimentos” da cultura greco-romana, notadamente o Renascimento Carolígio (entre os séculos VIII e IX), o Renascimento do Século XII e o Renascimento Italiano (entre os séculos XV e XVI). Esses processos estabeleceram a cada vez uma influência mais profunda dessa cultura na Europa bem como um maior interesse por “relíquias do passado” (religiosas ou não), de onde surgiram outras ciências auxiliares que mais tarde influenciariam a Arqueologia, como a Numismática (o primeiro livro sobre moedas foi *De Asse et Partibus*, de Guillaume Budé, em 1514).

No início da Era Moderna, uma maior preocupação com a autenticidade e com a precisão terminológica foi incorporada por autores como Erasmo de Roterdã e Martinho Lutero também para estudos sobre como eram as línguas na antiguidade e sobre como se poderia melhor traduzir textos antigos, como a *Bíblia*, para idiomas modernos ou para o latim corrente. Ao mesmo tempo, essa preocupação com a autenticidade foi levada para o que ficou conhecido como “crítica documental”, como na análise de Lorenzo Valla, a qual demonstrou que um documento do imperador Constantino (que supostamente concedia terras à Igreja Católica) tinha sido forjado.

Com o crescente estudo das línguas e dos textos clássicos (Filologia), foi questão de tempo para que em meados do século XVIII surgisse outra ciência histórica, a qual hoje chamamos de Linguística histórica ou Linguística diacrônica. Em publicações de 1647 e 1654, Marcus van Boxhorn descreveu pela primeira vez uma metodologia rigorosa para comparações linguísticas históricas e propôs a existência de uma protolíngua indo-europeia, a qual ele chamou de “Cita” e, em sua hipótese, era ancestral não só de línguas europeias modernas, como o alemão, mas também de línguas como grego, persa e sânscrito, e de línguas eslavas, célticas e bálticas. Desde então essa ciência observa mudanças a longo prazo nas línguas particulares, reconstrói línguas antigas por método comparativo, categoriza idiomas e dialetos históricos, desenvolve teorias sobre como e o porquê de línguas mudarem, descreve a história da fala, investiga etimologias e explora fatores culturais e sociais que impactam a evolução da linguagem humana.

Finalmente esse olhar crítico para com as fontes foi direcionado a artefatos de forma mais geral (tais como utensílios e peças de cerâmica). O uso desses objetos para se obter informações complementares sobre a história conhecida, bem como sobre fenômenos anteriores ao advento da escrita, levou ao advento de mais uma nova ciência histórica, a Arqueologia. O chamado "pai da escavação arqueológica", William Cunnington, realizou escavações em Wiltshire por volta de 1798 e fez registros meticulosos de túmulos do Neolítico e da Idade do Bronze; alguns termos que ele usou para categorizá-los e descrevê-los ainda são usados até hoje.

Em paralelo, autores como Mikhail Lomonosov, James Hutton e Sir Charles Lyell empreenderam estudos estratigráficos e outros, bem como narrativas sobre o passado da Terra que iam muito além dos relatos bíblicos ou de outros textos antigos, dando origem à Geologia moderna. Esses estudos influenciaram vários naturalistas; entre os quais, Charles Darwin. Após sua formulação da teoria da evolução, cresceu muito o interesse pela análise de fósseis e a compreensão da evolução das espécies, impulsionando uma área que já era chamada de Paleontologia (como ainda a conhecemos). Ainda no século XIX, um dos mais importantes historiadores da ciência, William Whewell, cunhou vários termos que usamos até hoje, até mesmo o termo "cientista" (*scientist*, em inglês), e categorizou a Paleontologia entre as ciências denominadas "ciências históricas", ao lado de Arqueologia, Geologia, Astronomia, Cosmologia, Filologia e História.

CLASSIFICAÇÃO DAS CIÊNCIAS HISTÓRICAS

Convém pararmos para duas observações sobre a classificação das ciências históricas.

Observação (escala de tempo e divisão atual das ciências históricas)**.** Atualmente, a despeito de grandes transformações em ciências históricas, ainda hoje essas disciplinas citadas por William Whewell são as mais notáveis áreas relacionadas ao conhecimento histórico, mesmo que a Cosmologia científica moderna (como hoje a conhecemos) ainda não existisse no tempo de Whewell. Mas uma área importante que ele não tinha como conhecer era a Psicologia do Desenvolvimento. Entre os autores frequentemente citados como aqueles que deram os fundamentos para essa disciplina estão Jean-Jacques Rousseau (especificamente seu livro *Emílio, ou Da Educação*, de 1762) e John B. Watson, que no início do século XX empreendeu uma série de experimentos e estudos comportamentais comparando o desenvolvimento psicológico humano com o de outros animais.

Uma forma atual de distribuir essas ciências pode ser dada didaticamente (e aproximadamente) pela escala de tempo:

- Anos e décadas: Psicologia do Desenvolvimento

- Décadas, séculos e milênios: História e Linguística Histórica
- Séculos, milênios e dezenas de milhares de anos: Arqueologia
- Milhares e milhões de anos: Geologia e Paleontologia
- Milhões e bilhões de anos: Cosmologia

Essas disciplinas também podem ser diferenciadas com respeito ao objeto de seu estudo no tempo, bem como agrupadas em dois subtipos de ciências históricas: aquelas que se ocupam da história humana e aquelas que se ocupam da história natural, como vamos propor no próximo capítulo desta tese.

Observação (astronomia como ciência histórica)**.** É interessante destacar também como a Astronomia deixou de ser um campo da matemática à medida que os objetos celestes (como estrelas, planetas, luas, nebulosas, galáxias, meteoros e cometas) foram sendo explicados na modernidade em termos de leis, forças e causas físicas em processos complexos no tempo, e não apenas em modelos puramente matemáticos (note que os axiomas de leis e forças físicas são, do ponto de vista estritamente matemático, arbitrários). Atualmente, como estudamos esses objetos não só como espacialmente fora da atmosfera da Terra, mas como temporalmente distantes dela (razão pela qual em cálculos de distância nessa área usa-se termos como "anos-luz"), ela como um todo, de certa forma, pode ser considerada uma ciência histórica, mas vale salientar que sua subárea chamada Cosmologia é aquela que se ocupa mais especificamente de estudar a cronologia do universo, bem como elabora teorias para explicá-lo em sua unidade. Essa área atualmente não deve ser confundida com a cosmologia no sentido filosófico (que existe desde a antiguidade). Considera-se geralmente que a Cosmologia científica moderna começou em 1917 com a publicação de Albert Einstein de sua modificação final da relatividade geral no artigo *Considerações Cosmológicas da Teoria Geral da Relatividade*.

Voltando à nossa narrativa histórica, ao mesmo tempo em que se formava nos séculos XVIII e XIX um conceito geral de ciências históricas fundamentado em metodologias empíricas para reconstruções confiáveis do passado e para estudos sobre processos no tempo, alguns filósofos humanistas insistiam que havia algo de único a se considerar no tipo de conhecimento histórico que se podia encontrar na historiografia. Defendendo essa posição, Giambattista Vico foi um dos primeiros críticos do iluminismo e um dos primeiros a elaborar uma espécie de filosofia da história (embora sem usar tal nome), bem como em argumentar que disciplinas das

"Humanidades" (o que incluía a História) não só tinham uma natureza distinta como também uma vantagem epistêmica pelo fato de seus objetos de conhecimento terem sido criados pelos próprios humanos, adotando o princípio de que "a verdade é algo feito" (*Verum esse ipsum factum*, em latim). Curiosamente, por esse conceito, Vico tratava a Matemática como uma parte das Humanidades; assim como áreas que estudam obras de arte ou instituições, também ela estudaria determinados objetos criados pelo próprio humano, a saber, números e figuras geométricas.

Nesse debate, os historiadores encontravam-se divididos. Vale dizer que a História não era mais a mesma encontrada na antiguidade. Essa disciplina penetrou movimentos diversos, como o humanismo, o romantismo, o iluminismo e o empirismo, e passou a adotar uma metodologia especialmente mais rigorosa quanto a fontes escritas, além de uma maior tendência a estudar processos que caracterizavam "progresso" ou "decadência". Apenas para citar alguns autores importantes do período, podemos lembrar de David Hume, Edward Gibbon, Thomas Carlyle, Jules Michelet, Jacob Burckhardt, William Stubbs e Thomas Macaulay, os quais não só foram influentes em seus campos como também em terminologias da História (como "renascimento", "revolução" e o modelo quadripartite dos períodos históricos: antigo, medieval, moderno e contemporâneo), bem como influenciaram consideravelmente novas áreas de interesse de estudo histórico, como estudos sobre revoluções, história da arte e da cultura e história das constituições.

Contudo, para o problema do conhecimento histórico desta tese, talvez principalmente devamos lembrar de alguns notáveis historiadores alemães do século XIX (como Leopold von Ranke e Johann Gustav Droysen) que profissionalizaram a historiografia moderna como uma área de estudo acadêmica, além de terem propagado a teoria filosófica e historiográfica do *historismo*. No que tange à questão do conhecimento histórico, o historismo sustenta, em linhas gerais, que o que é próprio do conhecimento dos fenômenos no curso do tempo é o conhecimento do que eles são em sua individualidade, particularidade e singularidade em cada contexto, de modo que esse tipo de conhecimento não está no reconhecimento de padrões ou de constância; pelo contrário, estaria no reconhecimento de idiossincrasias e variações no tempo, bem como na capacidade de compreendê-las pelo contexto em que se inserem sem que percam o que têm de únicas e de importante para a transformação de fenômenos posteriores.

Essa linha de pensamento mais tarde influenciou a metodologia da "hermenêutica científica" de Wilhelm Dilthey para a historiografia. Dilthey não apenas aderiu a algumas ideias do historismo como questionou a adequação do método empírico propagado por autores como John Stuart Mill para a História e outros tipos de ciências que se dedicavam a estudar o humano de forma não naturalizada. Dessa divergência surgiu uma cisão profunda nas ciências históricas e mesmo nas ciências em geral a partir de sua obra *Introdução às Ciências Humanas*. O autor separava com clareza, por um lado, as "ciências da natureza" (*Naturwissenschaften*, no alemão) e, por outro, as "ciências humanas" ou "ciências da mente" (*Geisteswissenschaften*, literalmente "ciências do espírito"). Para essas últimas, ele sugeriu um método baseado na *compreensão* (em sentido intencional, comunicativo e emocional), em vez de na *explicação* (em sentido causal), de modo que o objetivo do historiador, ao se perguntar o *porquê* de um fenômeno humano, ele deveria ter em mente não a noção de *causa*, mas noções como de *razão*, *motivo*, *intenção* e *interesse*.

Apesar de sua influência, inclusive até nos dias de hoje, o historismo também teve de enfrentar duros críticos no século XIX. Vale destacar ao menos dois grupos. Comecemos por um movimento que convencionaremos chamar de "presentismo". Por um lado, autores desse grupo, como Friedrich Nietzsche (em *Sobre o uso e abuso da história para a vida*, de 1874) e o já mencionado Burckhardt, enfatizavam que o conhecimento histórico não era um conhecimento sobre o passado, mas sim uma espécie de conhecimento do presente (não apenas em um sentido trivial de estar *no* presente), no sentido de que ele nada mais era que uma forma de conhecermos a nós mesmos e nos dar meios para a ação e a escolha. Nesse sentido, o rigor do estudo historiográfico não se justificaria pelo conhecimento objetivo em si mesmo do passado, mas apenas na medida em que permitisse interpretações mais convincentes de como e por que chegamos até aqui e recursos para se projetar um futuro desejável.

Por outro lado, tínhamos também como opositores tanto do historismo quanto do presentismo vários historiadores do positivismo francês, como Hippolyte Taine e Fustel de Coulanges. Se afastando dos historicistas, esse autores defendiam que o método historiográfico deveria ser capaz de verificar ao menos aproximadamente tendências gerais da evolução da sociedade humana e questionavam a possibilidade de se conhecer um fenômeno particular sem que em algum momento um fenômeno geral se sobressaísse. E se afastando dos presentistas, por outro lado, os positivistas observavam como perigosa qualquer abordagem que permitisse o olhar do presente ou os interesses pessoais contorcerem os significados ou os dados baseados em fontes legítimas, de modo que a historiografia deveria almejar uma investigação objetiva e, ao menos aproximadamente, uma análise imparcial dos fatos, bem como uma linguagem cada vez mais precisa, na medida do que fosse possível.

Entre os alemães também houvera divergência (parcial ou total) ao historismo no pensamento filosófico, mas de diferentes maneiras. Se considerarmos a Filosofia da História de G. W. F. Hegel, por exemplo, veremos a defesa de uma análise geral de tendência evolutiva inevitável da história, bem como uma ênfase na história das ideias. Em Karl Marx também podemos encontrar esse tipo de tendência evolutiva para as sociedades, mas, por outro lado, encontraremos uma ênfase no contexto material para a determinação dessa tendência. Entretanto, as correntes que se desdobraram desses autores tendem a se aproximar tanto dos historicistas quanto dos presentistas no que se refere a acreditar em uma significativa particularidade do conhecimento histórico da historiografia (quando não das ciências humanas de modo mais geral).

Chegando ao século XX, assim como houve uma expansão, uma sofisticação metodológica e um acúmulo de conhecimento sem precedentes em tecnologia e nas ciências em geral, não poderia ser diferente nas ciências históricas. A começar pelo surgimento da Psicologia do Desenvolvimento, que passou a estudar como e por que os humanos (e, em alguns casos, também outros animais) mudam ao longo da vida. Por exemplo, como desenvolvem no decorrer do tempo certos comportamentos psicossexuais, cognitivos, morais e psicossociais. Essa área também desenvolveu uma série de teorias e resultados que ajudaram a explicar como tais comportamentos evoluem em diferentes estágios da vida (como na infância, na adolescência, no desenvolvimento adulto e no envelhecimento) e como eles se relacionam com fenômenos temporais mais amplos, como diante de conjunturas históricas distintas e diante da história da evolução das espécies.

Por sua vez, devido à Escola dos Annales, na França, bem como cada vez mais núcleos de pesquisa interdisciplinares espalhados pelo mundo, o desenvolvimento da História foi especialmente marcado pela relação com a Filosofia e com as então chamadas ciências humanas, muitas das quais só floresceram nesse século. A História Antiga e Medieval, ao se aliar à Arqueologia e à Linguística Histórica, por exemplo, obteve um avanço tremendo na precisão cronológica de seus eventos, bem como um maior detalhamento de batalhas e ambientes urbanos e rurais, assim como uma melhor compreensão do cotidiano.

Algo semelhante ocorreu em outros campos. A Sociologia foi de grande importância para a História Social estudar ao longo do tempo fenômenos como de indústria cultural, comunicação de massa, relações de poder e relações de trabalho. A Antropologia, por sua vez, deu ferramentas para a História Cultural compreender de maneira profunda e detalhada fenômenos religiosos, bem como de mentalidade, imaginário e outros. Enquanto que a História Intelectual (em ramos como a História das Ideias e a História dos Conceitos) formulou seus métodos através do contato com a Filosofia (especialmente a Filosofia da Linguagem e a Hermenêutica Filosófica). E a História Econômica pôde trazer grande detalhamento estatístico e precisão econométrica para vários processos históricos graças aos avanços da Economia. O elo entre essas disciplinas tem se tornado tão próximo que muitos economistas têm ganhado prêmios Nobel por contribuições especificamente na História Econômica ou por contribuições para a Economia que são comumente aplicadas na História Econômica, a exemplo das premiações dadas em 1971, 1972, 1976, 1990 e 1993.

A Arqueologia foi outra ciência histórica que estreitou seus laços com a Antropologia para uma melhor compressão de ritos específicos e do cotidiano em diferentes etnias, bem como com outras áreas, como a Química e a Biologia, para aplicação de métodos como de datação por radiocarbono, datação de aminoácidos e datação por relógio molecular, entre outras. E também se aproximou, claro, de outras disciplinas históricas; além da História (já mencionada), devemos destacar o quanto tem se beneficiado da Linguística Histórica e da Paleontologia para, entre outras coisas, compreender fenômenos complementares, como animais que conviviam com os humanos em tempos remotos, bem como para mapear o deslocamento de populações.

Uma convivência mútua também tem sido necessária entre geólogos e paleontólogos para a compreensão de fenômenos naturais na Terra e em sua história, o que inclui o mapeamento dos deslocamentos de populações de seres vivos. Vale dizer também que, no decorrer do século XX e início do XXI, o princípio da seleção natural da teoria da evolução tem sido aplicado direta ou indiretamente para diferentes campos das ciências históricas, incluindo não apenas aquelas de escala temporal menor, mas também Geologia e Astronomia; por exemplo, para explicar o desenvolvimento dos elementos químicos ao longo do tempo. Desse modo, mostrando-se cada vez mais ser um princípio mais geral do que se imaginava, e de especial importância para as ciências históricas.

Em um artigo recente, *On the roles of function and selection in evolving systems* (2023), um grupo de pesquisadores dão evidências empíricas e um modelo formal que sustenta uma versão generalizada das propriedades da teoria da evolução das espécies, de modo que o princípio da seleção natural pode ser visto como uma espécie de caso particular de uma “teoria universal da evolução”, ou “A Lei do Aumento da Informação Funcional” (*The Law of Increasing Functional Information*), como chamaram. Essa lei estabeleceria que sistemas naturais em geral (em condições definidas no artigo) apresentam as seguintes propriedades:

- São formados de muitos componentes distintos, como átomos, moléculas ou células, os quais podem ser reorganizados repetidamente;
- Estão sujeitos a processos naturais que levam à formação de configurações diferentes;
- Apenas uma pequena fração das configurações sobrevive em um processo chamado "seleção para função";
- Sendo o sistema um ser vivo ou não, quando uma nova configuração funciona bem e a melhora, ocorre a evolução.

Por fim, tivemos avanços e transformações formidáveis em Astronomia (por vezes, também ao se apropriar de conhecimentos geológicos), e na Cosmologia em particular. Provavelmente a teoria cosmológica geral mais importante a se estabelecer para a compreensão histórica do Universo foi a teoria da expansão do Universo, inicialmente proposta por Alexander Friedmann, em 1922, e que, junto da possibilidade da constante cosmológica sugerida por Einstein em seu artigo de 1917, resultou na proposta do modelo do Big Bang, de Georges Lemaître, em 1927. Esse modelo sofreu modificações, mas em essência foi posteriormente corroborado pela descoberta do *redshift* por Edwin Hubble, em 1929, e finalmente pela descoberta da radiação cósmica de fundo em micro-ondas por Arno Penzias e Robert Woodrow Wilson, em 1964. Dentro dessa perspectiva, que se tornou padrão na área, estima-se hoje que o Universo tenha cerca de 13,8 bilhões de anos. Convém também mencionar que essas descobertas desencadearam debates sobre teorias alternativas para reinterpretar esses resultados e lidar com outros problemas em aberto na área; algumas dessas teorias alternativas são a da inflação eterna, de Andreï Linde, em 1983; e modelos cíclicos, como o proposto por Paul Steinhardt e Neil Turok, em 2002, e o de Lauris Baum e Paul Frampton, em 2007.

Evidentemente, todos esses estudos em ciências históricas mudaram drasticamente a forma como vemos os fenômenos no tempo. Apenas para citar alguns exemplos, podemos lembrar que, sem a Psicologia do Desenvolvimento, não havia praticamente nenhum conhecimento científico sobre os estágios psicológicos da vida ou sobre quando, como e por que os humanos desenvolvem diferentes comportamentos sexuais, emocionais e morais, entre outros; aliás, até mesmo o uso desses termos raramente levava em conta conhecimentos científicos empíricos acerca do humano. Também devemos destacar que no início do século XX a história das sociedades "vista de baixo" (a partir da maior parte da população) era muito pouco praticada, alguns períodos históricos eram altamente lacunares na historiografia, como o da Idade Média e o da Antiguidade pré-clássica, e a história de povos dos demais continentes que não a Europa quase invariavelmente era descrita de modo extremamente superficial pelos historiadores ocidentais. Inclusive, pouco se sabia sobre a história da dispersão das populações no planeta, e até mesmo a cartografia histórica para mapeá-la era imprecisa. E a história das línguas fora do tronco indo-europeu era muito pouco estudada; a reconstrução histórica de famílias inteiras de línguas era praticamente desconhecida, como no caso de línguas austronésicas e de línguas nativas das Américas.

Também não havia evidências claras de fósseis intermediários para a evolução humana, o *Australopithecus africanus*, por exemplo, só foi descrito por Raymond Dart em 1925, e somente em meados da década de 1960 que foram encontradas centenas de fósseis importantes na África para reconstruir a cronologia do gênero Homo. Ademais, antes do uso de datação radiométrica sugerir que a idade da Terra estava seguramente na casa dos bilhões de anos, geólogos estimavam que o planeta poderia ter algo entre 20 e 400 milhões de anos, seguindo a teoria do resfriamento de Lord Kelvin. Consequentemente, os naturalistas tinham uma descrição extremamente imprecisa dos seres vivos em relação à história do planeta. Por exemplo: a hipótese de um meteoro para a extinção dos dinossauros não aviários no final do período Cretáceo, por volta de 66 milhões de anos atrás, só foi proposta na década de 1980. E havia uma série de problemas na conciliação entre a taxonomia e a teoria da evolução (a base teórica da cladística, através da abordagem de filogenética sistemática de Willi Hennig, surgiu somente na metade do século). Por fim, antes dos artigos de Einstein fundarem a Cosmologia moderna, sequer era possível inferir alguma explicação para a idade do Universo pela física newtoniana, de modo que muitos cosmólogos acreditavam que o Universo era eterno e estático (sem expansão ou contração).

Em síntese: as mudanças de paradigma teórico, o avanço tecnológico, o acúmulo de informação (quantitativa e qualitativa) e a expansão (de subáreas, grupos de estudos e métodos) das ciências históricas no século XX foram de tal grandeza que literalmente reescreveram a história do humano, das línguas, das espécies, do planeta e do Universo.

Nesse contexto, e em consonância com a relevância política, cultural, social e técnica da ciência em geral, bem como com a expansão e a transformação do conhecimento científico em particular, a área da Filosofia da Ciência tornou-se de grande importância tanto para as ciências aperfeiçoarem seus métodos e suas teorias como para essas disciplinas serem devidamente categorizadas e compreendidas em seus efeitos sociais, suas práticas metodológicas e seus resultados (vários dos quais, aliás, passaram a ter impacto em áreas filosóficas, tais como a Ontologia, a Epistemologia, a Metaética e a Filosofia da Mente). Para seus estudos, os filósofos da ciência, principalmente advindos da tradição analítica anglo-saxã ou do pragmatismo americano, passaram a empregar ferramentas matemáticas (especialmente da Teoria dos Conjuntos e da emergente Lógica moderna, mas mais tarde também de outros campos, como Teoria de Máquinas/Autômatos, Probabilidade e Teoria dos Jogos), bem como se beneficiaram de outros campos da Filosofia (especialmente da Epistemologia e da Filosofia da Linguagem) e de contribuições de algumas ciências empíricas, tais como a Sociologia, a Psicologia e a História da Ciência.

De início, a tendência era de que os filósofos formulassem teorias gerais para a ciência, e não para seus campos específicos. Duas delas que merecem destaque por serem bastante debatidas nas ciências históricas são o Modelo Dedutivo-Nomológico de Carl Hempel (e suas variantes) e o Princípio do Falseacionismo de Karl Popper. O modelo hempeliano de explicação envolve a dedução de eventos específicos a partir de leis gerais, enquanto o princípio do falseacionismo de Popper enfatiza a importância de formular teorias científicas de uma maneira que permita testes de falsificação em vez de procurar prová-las como verdadeiras.

Ambos os modelos se aplicam, em alguma medida, às ciências históricas, porém grande parte das afirmações que são assumidas amplamente como conhecimento nessas áreas não passam por esses critérios: às vezes porque são conhecimentos de fenômenos particulares ou irregulares; e outras vezes porque não são passíveis de teste experimental, pois muitos fenômenos do passado são difíceis, inviáveis ou até mesmo impossíveis de replicar.

Em razão de problemas como esses, muitos filósofos da ciência passaram a se especializar em campos específicos das ciências, a fim de melhor compreender seus problemas singulares e às vezes até auxiliar em suas teorias e metodologias. Um desses casos é o da Filosofia das Ciências Históricas, como tem sido recentemente chamada por autores como Adrian Currie, em *Rock, Bone, and Ruin* (2018). Contudo, apesar desse nome ser inusual no século XX, já na segunda metade daquele século havia autores que elaboraram teorias específicas para essas ciências, tais como a teoria da explicação genética, de W.B. Gallie, proposta em 1955, segundo a qual as ciências históricas (ou "ciências genéticas", como ele as chamava) obtêm conhecimento explicativo não pela constatação de causas suficientes ou leis gerais, mas apenas pela constatação de causas necessárias. Quando um evento histórico, por exemplo, é uma causa necessária de outro, isso significa que o evento posterior que depende dele não ocorreria sem ele, no entanto, como não se trata de uma causa suficiente, a ocorrência do evento anterior não garante que o evento posterior ocorra novamente.

Alternativamente, outro caminho encontrado pela Filosofia da Ciência foi o de formular teorias mais abstratas ou mais contextuais que conseguissem descrever aspectos gerais das ciências sem serem demasiadamente prescritivas quanto aos seus métodos, além de aproximadamente neutras quanto ao conteúdo de suas afirmações. Para esse fim, o avanço de vários campos da matemática tem possibilitado a elaboração de modelos abstratos que permitem, dadas certas idealizações e limitações, ambas as propriedades desejadas: neutralidade e generalidade. Quando bem-sucedidos, modelos desse tipo são úteis não apenas para a compreensão da ciência em aspectos gerais, mas também para o uso de outros filósofos na análise de ciências particulares ou até mesmo para cientistas, no estudo de alguns fenômenos compatíveis, já que os modelos são puramente matemáticos e podem ser interpretados de outras formas.

Uma dessas teorias formais é a Teoria da Quase Verdade, de Newton da Costa, que utiliza uma abordagem engenhosa com relações parciais para permitir dois níveis de veracidade em ciências, um sentido mais forte, chamado de "validade pragmática", e um sentido mais fraco, "verdade pragmática". Em O Conhecimento Científico (2018), pode-se obter uma exposição geral de sua teoria, bem como um paralelo dela em lógica modal. Contudo, como mostramos no artigo *Quasi-truth and incomplete information in historical sciences* (ARENHART; COSTA, 2021), essa teoria apresenta uma série de limitações e inadequações para capturar o tipo de conhecimento das ciências históricas (e, em menor grau, também outras ciências, pois alguns problemas dessa modelagem são de natureza mais geral).

Nesta tese, há uma inspiração em aspectos interessantes desta teoria, como na distinção de um conhecimento em sentido forte e um em sentido fraco, porém nossa abordagem formal é essencialmente diferente, utilizando de outros meios formais para capturar adequadamente a dinâmica do conhecimento científico e a sua evolução gradual ao longo do tempo, por meio do falseacionismo, quando aplicável. Nossos modelos formais, assim como aquele da Teoria da Quase Verdade, são neutros quanto à definição de conhecimento, bem como a metodologia específica das ciências e também quanto ao conteúdo de suas afirmações. Isso significa, aliás, que muitas das concepções de conhecimento histórico na breve história que percorremos neste tópico (desde a Antiguidade) são compatíveis com os modelos lógicos que apresentaremos no decorrer desta tese.

Em suma, nossa abordagem funde as duas principais tendências atuais em Filosofia da Ciência (especialização científica e generalização formal). Essa abordagem híbrida parece a mais adequada para estudar as ciências históricas, pois possuem uma certa unidade metodológica (a qual não abrange todas as ciências), mas, por outro lado, também não constituem uma só disciplina. Assim, ao invertermos a questão de "o que é um conhecimento histórico?" para "o que é uma história enquanto está sendo conhecida?", queremos oferecer uma modelagem formal dessa "história" que seja flexível o bastante para se adequar a diferentes definições específicas de conhecimento histórico, bem como de métodos, teorias e afirmações produzidas por esses cientistas. Vale dizer que alguns dos sistemas lógicos que apresentaremos são flexíveis o bastante até mesmo para capturarem o conhecimento de outras áreas do conhecimento que não históricas, mas caberá a estudos futuros mostrar o quão eficientes são para outros tipos de ciências.

OBSERVAÇÕES SUPLEMENTARES

A breve história do conhecimento histórico que percorremos neste tópico tem sobretudo um caráter introdutório e panorâmico a fim de situar minimamente nosso objeto de estudo para os potenciais leitores que por ventura não estejam familiarizados com narrativas historiográficas, ciências históricas ou suas relações com a Filosofia da Ciência.

Alguns dos principais referenciais para essa síntese histórica (os quais podem se consultados para maior detalhamento das ciências históricas mencionadas) foram Koselleck (2013), para o conceito de "história"; Momigliano (1993), para Historiografia Antiga e Moderna; Barros (2011), para Teoria da História (moderna); Lerner (2002), para Psicologia do Desenvolvimento; Faraco (1998), para Linguística Histórica; Daniel (1981), para Arqueologia; Ogilvie (2008), para Paleontologia; Leddra (2010), para Geologia; e Hawking (2015), para Cosmologia.

Complementarmente, como nesta síntese (e também ao longo desta tese) abordamos uma classe de ciências empíricas (as ciências históricas) e várias vezes utilizamos termos que remontam à tradição do empirismo, pode ser conveniente, como uma sugestão introdutória no tema, o livro de Meyers (2017), no qual faz uma síntese do empirismo tanto clássico quanto contemporâneo, incluindo também sua relação com o pragmatismo de Peirce, algumas formas de ceticismo e o naturalismo. Por fim, para um panorama em Filosofia da História, cf. Little (2020).

1.4 Lógica, análise e filosofia da ciência

Antes de esclarecer com mais detalhe a proposta específica de uma pesquisa, é justo introduzir os fins da área em que uma pesquisa se insere, uma vez que se pretende que possa contribuir para um campo do conhecimento. Por convenção, os nomes das disciplinas estão em maiúsculo (em todos os tópicos desta tese), assim fica mais fácil distinguir a área da História de uma história estudada por um historiador em sua obra (historiografia), bem como serve para distinguir a área da Filosofia das diferentes filosofias desse campo e suas subáreas, inclusive aquela subárea em que esta pesquisa se insere, a Filosofia da Ciência. Além desta subárea da Filosofia, também esta pesquisa contribui para a área da Lógica. Vale dizer, essa conexão de áreas não é fortuita; há boas razões para que caminhem de mãos dadas.

Se a Filosofia da Ciência tem por objetivo descrever e prescrever a ciência, enquanto prática e enquanto ideal, a Lógica (como uma ciência formal diretamente relacionada à Matemática), por outro lado, pode ser uma ferramenta valiosa para os filósofos da ciência, uma vez que a Lógica produz conhecimento nos moldes do "se..., então..." e é uma ciência capaz tanto de elucidar a natureza formal (metalógica) das inferências quanto de demonstrar com precisão o que se segue de um conjunto de premissas, desde que possam ser formalizadas apropriadamente. Isso significa que a Lógica pode ser usada para estudar como as ciências funcionam de um ponto de vista inferencial; como os cientistas raciocinam ou deveriam raciocinar dentro do método científico e como suas premissas podem levar a conclusões que podemos considerar "conhecimento científico".

Naturalmente esse tipo de aplicação é reconhecido por vários filósofos desde pelo menos Aristóteles, mas somente há poucas décadas passamos a ter trabalhos filosóficos altamente formalizados em que a Lógica não serve apenas para testar argumentos específicos dos filósofos, mas para modelar o raciocínio sistêmico da ciência ou de algumas ciências em particular. Este trabalho se insere dentro desta perspectiva lógico-filosófica, compartilhando as mesmas vantagens e desvantagens que esse método em filosofia tende a carregar. Para aqueles que estão pouco habituados a esse método, convém antes de tudo esclarecer algumas das principais vantagens que motivam essa aplicação e as desvantagens sobre as quais qualquer leitor precisa estar ciente.

Esta pesquisa insere-se dentro de um paradigma de filosofia analítica que prioriza a precisão da linguagem e do raciocínio para analisar problemas filosóficos em termos lógicos. Uma forma lógica de caracterizar a *analiticidade*, em termos de lógica modal, é pela seguinte disjunção: "é necessário que p" ou "é necessário que não p" (para uma proposição qualquer p). Embora essa seja uma expressão forte demais para toda a área da Filosofia Analítica (a qual passou por várias gerações desde o início do século passado[3]), ela é ainda assim significativa para expressar o espírito do analiticismo. Intuitivamente, a necessidade de uma proposição significa que ela deve ser tida como intrinsemcanete verdadeira em um sistema, independentemente do contexto particular em que ela esteja (seja esse contexto um mundo possível, um instante no tempo, entre outras possibilidades). Assim, de um ponto de vista semântico clássico, podemos dizer que a disjunção acima expressa que a proposição p ou é necessariamente verdadeira ou é necessariamente falsa. Essa expressão pode ser uma forma de traduzir a analiticidade principalmente por duas razões.

Primeiramente, porque essa expressão, quando devidamente definida em um sistema, dissolve toda sua ambiguidade; cada termo, como "ou", "não" e "necessário" ganham sentidos únicos. A precisão do discurso, claro, não garante que chegaremos a uma resposta definitiva em um tema, mas é o primeiro passo para isso ser alcançado, se possível for, pois todos os demais debatedores poderão chegar às exatas mesmas conclusões se compreenderem a linguagem e aceitarem as definições e os axiomas. E, segundamente, porque essa expressão modal da analiticidade expressa o tom conclusivo a que um filósofo analítico frequentemente quer chegar: seu intento não costuma ser apenas de querer mostrar que uma proposição p é possível, mas que deve ser aceita necessariamente, nem que seja para dizer que "necessariamente é possível que p", e ele dificilmente se dará por satisfeito até que se possa chegar a uma conclusão desse tipo sobre essa proposição ou seu contrário, ou que se possa fazer uma prova para demonstrar que uma conclusão analítica é impossível naquele assunto. Nesse último caso, uma alternativa pode ser colocar o assunto em outros termos para analisá-lo.

Isso dito, uma análise costuma frequentemente abstrair fenômenos e problemas concretos, então é preciso sempre estar ciente de que as respostas obtidas por análise tendem a ser ideais ou só refletirem parcialmente a realidade. Partindo desse espírito analítico em filosofia, o uso sistêmico de lógica formal em um trabalho filosófico pode trazer três importantes vantagens que também estarão presentes ao longo deste trabalho:

- Precisão
- Conceituação

[3] Um breve panorama dessa tradição encontra-se em FARIA, 2006, pp. 339-346

- Abstração

Em primeiro lugar, temos a vantagem da precisão, tanto no sentido de tirar a ambiguidade terminológica e gramatical do discurso informal quanto no sentido de permitir demonstrações rígidas de determinadas conclusões a partir de definições e axiomas. Como percebeu Mario Bunge (1965, p. 136), “a linguagem ordinária carece de uma técnica para decidir se uma proposição se segue realmente de outra; nos contentamos com uma estimação “intuitiva”, que pode ser falsa”. Aliás, isso se percebe não apenas na Filosofia da Ciência, mas também nas ciências: David Fischer (1970) faz um bom levantamento de falácias utilizadas por historiadores, grande parte das quais poderia ser evitada por uma formalização parcial de suas teorias ou por uma melhor compreensão formal da argumentação. Assim, sempre que pudermos fazer uma demonstração rigorosa (e for conveniente para nosso objetivo), nossa proposição será chamada de Teorema ou Corolário (esse último termo para quando seja um caso particular do Teorema). Valendo observar em cada ocasião que o teorema pode ser ou interno a um sistema lógico ou uma propriedade metalógica de um sistema (um teorema *sobre* um sistema).

Em segundo lugar, temos a vantagem de ganho conceitual: assim como físicos usam conceitos matemáticos (como exponencial, infinitesimal, recursão etc.) para descrever fenômenos físicos, também os filósofos podem usar conceitos lógico-matemáticos (como completude, mundos possíveis e dinâmica semântica) para descrever fenômenos ontológicos, éticos ou epistemológicos.

Por fim, e em terceiro lugar, o uso sistêmico da lógica formal em Filosofia, devido à sua natureza essencialmente abstrata, permite a criação, o estudo e a construção de sistemas lógicos que por si só (independentemente de qualquer motivação filosófica) representam um avanço do ponto de vista da Lógica, no sentido de que os sistemas que resultam da pesquisa lógico-filosófica podem ser utilizados em outros contextos de análise ou mesmo para aplicações práticas, como para a Linguística, para a Matemática e principalmente para a Ciência da Computação. Sabidamente há uma enorme quantidade de sistemas lógicos criados por motivações filosóficas que hoje possuem aplicações das mais diversas, e são altamente importantes (por razões práticas e teóricas); os trabalhos de Arthur Prior, os quais fundaram as lógicas temporais que utilizamos como base nesta tese, são bons exemplos. De igual sorte, os sistemas que serão apresentados neste trabalho por si só são avanços na área da Lógica Modal[4], especificamente expandindo o horizonte de possibilidades em Lógica Temporal e Lógica

[4]Para uma ampla introdução em Lógica Modal, cf. HUGHES; CRESSWELL (1968).

Dinâmica através de novos operadores lógicos e de uma nova interpretação semântica do tempo. Além disso, por extensão, isso também implica que os sistemas lógicos aqui apresentados podem se mostrar úteis para outros filósofos, mesmo que sustentem teses filosóficas de fundo diferentes acerca da ciência ou do tempo, assim como os sistemas de Prior foram fundamentais tanto para a lógica quanto para a filosofia desta pesquisa.

Contudo, essas vantagens não vêm sem nenhum preço, e devem ser destacadas ao menos três possíveis desvantagens que qualquer leitor precisa estar sempre atento enquanto estiver apreciando este texto:

- Densidade
- Idealização
- Limitação

Nos dois primeiros casos (densidade e idealização), tratam-se de propriedades do método lógico-matemático (independentemente de onde aplicado, se na Física ou na Filosofia, por exemplo); no segundo caso (limitação), trata-se de um efeito colateral comum de um sistema lógico para que não se torne demasiadamente complexo e convoluto para além do necessário, dentro dos objetivos para os quais ele foi elaborado. As três desvantagens potenciais em questão estão diretamente relacionadas às três vantagens anteriormente citadas.

Na medida em que a linguagem formal e o raciocínio lógico-matemático fornecem precisão a uma análise filosófica, também tornam-a densa, no sentido de que é possível dizer muitas coisas com um pequeno conjunto de símbolos. Uma breve demonstração pode levar a muita coisa, e é bem possível que os leitores que mexam nos sistemas desta tese encontrem interpretações e implicações que não foram previstas, abrindo caminho para extensões e aplicações diversas. Além disso, essa densidade também pode dificultar a leitura, a qual pode facilmente se tornar cansativa com tantos termos técnicos, simbolismos e definições rígidas que precisam ser seguidas à risca.

Por sua vez, há uma possível desvantagem de idealização a qual decorre da utilização de conceitos lógico-matemáticos, os quais, enquanto formalismos puros, só capturam de forma parcial fenômenos empíricos da realidade (o que engloba o fenômeno da busca do conhecimento nas ciências empíricas). Todavia, convém destacar que essa "desvantagem" é contestável, pois em Filosofia da Ciência comumente observa-se que a idealização em alguma medida é sempre necessária para o sucesso da teorização dentro das ciências em geral.

E finalmente a desvantagem da limitação é o preço a se pagar para o bom uso do poder de abstração da lógica, pois uma abstração quanto menos limitada for, menos prática tende a ser, bem como tende a ser menos "bem comportada" em termos de computabilidade, coerência, elegância, completude e outros aspectos metalógicos. Por conseguinte, uma lógica com poucas limitações teóricas pode servir bem a um propósito muito específico, mas ser de pouca utilidade para outros casos, além de difícil controle e compreensão, podendo ter muito poder de expressão, muitos operadores e uma semântica desnecessariamente complicada. Neste trabalho, então, busca-se um equilíbrio, estabelecendo uma série de limitações teóricas para coisas de menor importância para o objetivo geral.

1.5 Objetivos e propostas da tese

O objetivo geral desta tese é o de apresentar modelos lógicos capazes de descrever (dentro de certas idealizações e limitações) como as ciências em geral, e as ciências históricas em especial (como serão devidamente definidas no próximo capítulo) podem evoluir em seu conhecimento no tempo (seja ele preditivo ou descritivo). No caso das ciências históricas, como podem ter conhecimento acumulativo sobre o passado mesmo quando há narrativas paralelas igualmente legítimas sobre o que de fato teria ocorrido.

Para cumprir esse objetivo geral, o "conhecimento histórico" é entendido em termos de *consenso* ou *dissenso* acerca de uma proposição no tempo (por exemplo: "Júlio César foi assassinado") em um determinado momento no tempo. No primeiro caso (consenso), a afirmação é verdadeira para toda a comunidade científica; no segundo caso (dissenso), a afirmação é verdadeira em uma das linhas de estudo na comunidade (há um *subsenso*, como chamaremos), mas não é verdadeira em outra linha de estudo.

1.5.1 A relação entre consenso e conhecimento no tempo

Nossa abordagem formal pode ser chamada de Lógica do Consenso Histórico. Nessa leitura, se há um *consenso* acerca de uma proposição pretérita p a partir de um instante t_0, isso significa que, dadas todas as fontes históricas conhecidas até então, todas as interpretações históricas aceitas na comunidade implicam que p foi o caso; ou, dito de outra forma, "foi o caso que p" é verdade em todas as narrativas históricas no instante t_0, o qual seria o instante correspondente ao "tempo presente" nesse modelo. Inversamente, se não há consenso sobre p, há um *supersenso* sobre "não p", no sentido de que p não ocorre em nenhum momento de uma versão aceita da história do passado. Pode ser o caso ainda de que se trate de um *dissenso* sobre p: uma proposição pretérita p é verdadeira para um determinado instante t_0 que consideramos o presente, então isso significa que p é verdadeiro em uma narrativa histórica (há um *subsenso* de p), mas não é verdadeiro em nenhum instante de uma outra narrativa histórica (há um *supersenso* de "não p").

Desse modo, conseguimos caracterizar o conhecimento histórico em uma versão forte (consensual) e em uma versão fraca (subsensual): uma proposição verdadeira em uma história designa um conhecimento histórico subsensual, enquanto que uma proposição verdadeira em todas as histórias designa um conhecimento histórico consensual. Note que uma expressão como "há um consenso de que foi o caso que p" ganha uma dupla interpretação (temporal e epistêmica), pois tanto está dizendo que p ocorreu (no tempo)[5] quanto está dizendo que p é considerado verdadeiro pelos historiadores em todas as versões aceitas sobre o curso dos acontecimentos no passado.

Confira abaixo as definições informais que empregaremos a partir daqui para operadores que definiremos formalmente mais tarde. As definições estão dispostas em ordem de força, desde a expressão histórica mais forte até a mais fraca:

Definição 1.1 (necessidade histórica)**.** *Há uma "necessidade histórica" (ou simplesmente "necessidade") sobre uma proposição φ em um dado instante t no tempo se e somente se φ é verdadeira em todos os instantes de todas as histórias cientificamente aceitas. Essa necessidade pode ser parcial (só para o passado ou só para o futuro) ou total (para as duas direções do tempo). Nesse segundo caso, chamamos de "necessidade aristotélica".*

Observação (relação entre necessidade e lei de cobertura)**.** Ou seja, uma *necessidade histórica* equivale intuitivamente a uma lei de cobertura ou princípio ou fato universal que se aplica *a todos os momentos* no tempo e é aceita *em todas as histórias* que a ciência aceita no momento. Por exemplo, poderíamos dizer que há um consenso sobre a segunda lei da termodinâmica, no sentido de que todas as histórias aceitas em Cosmologia hoje levam em conta esse princípio enquanto sempre verdadeiro (e por isso é utilizado para explicar fenômenos particulares no tempo, como a formação de galáxias, sistemas solares e planetas).

Definição 1.2 (consenso histórico)**.** *Há um "consenso histórico" (ou simplesmente "consenso") sobre uma proposição φ em um dado instante t no tempo se e somente se φ é verdadeira em*

[5]Esta interpretação de certeza factual do consenso só é grantida em uma versão estática de tempo histórico ramificado, cujas histórias prováveis são exaustivas, mas, como veremos posteriormente, ela não é garantida em uma versão dinâmica do tempo histórico ramificado.

pelo menos um instante t de cada uma das histórias cientificamente aceitas. Um consenso pode ser parcial (apenas para o passado ou apenas para o futuro) ou pode ser total (para ambas as direções do tempo); nesse segundo caso, chamamos de "consenso de recorrência".

Observação (conhecimento histórico forte)**.** Ou seja, um *consenso histórico* equivale intuitivamente a uma afirmação qualquer que se aplica a *pelo menos algum momento* no tempo e é verdadeira *em todas as histórias* cientificamente aceitas naquele momento. Por exemplo, poderíamos dizer que há um consenso sobre Júlio César ter sido assassinado, no sentido de que todas as histórias aceitas em historiografia hoje concordam que ele foi assassinado.

Definição 1.3 (supersenso histórico)**.** *Há um "supersenso histórico" (ou simplesmente "supersenso") sobre uma proposição φ em um dado instante t no tempo se e somente se φ é verdadeira em todos os instantes de pelo menos uma história cientificamente aceita sobre o passado de t. Um supersenso pode valer para uma direção do tempo (passado ou futuro) ou para ambas; nesse segundo caso, chamamos de "supersenso de recorrência".*

Observação (relação entre supersenso e lei de cobertura)**.** Intuitivamente, um *supersenso histórico* equivale a uma lei de cobertura ou princípio ou fato universal que se aplica *a todos os momentos* no tempo, mas não necessariamente em todas as histórias, e sim *em alguma história* atualmente aceita na comunidade científica. Um exemplo possível é a afirmação "sempre há luta de classes". Alguns métodos historiográficos (notadamente alguns estudos com método crítico e de influência marxiana) podem entender isso como um princípio geral, o qual vale para todos os instantes de tempo, e pode ser usado como uma lei de cobertura para explicar fatos particulares no decorrer da história (não necessariamente todos), porém esse princípio não é aceito em todas as historiografias, portanto é um supersenso válido em algumas histórias, não em todas; daí a diferença com uma *necessidade histórica*. Aqui utilizamos um exemplo sobre uma afirmação que funciona como uma lei histórica (ou algo semelhante), mas essa operação não se limita a casos como esse, como veremos em capítulos posteriores.

Definição 1.4 (subsenso histórico (possibilidade))**.** *Há uma "possibilidade histórica" ou um "subsenso histórico" (ou simplesmente "subsenso") sobre uma proposição φ em um dado instante t no tempo se e somente se φ é verdadeiro em algum instante de pelo menos uma história cientificamente aceita de t.*

Observação (conhecimento histórico fraco)**.** Um *subsenso histórico* equivale intuitivamente a uma afirmação qualquer que se aplica *em pelo menos um momento* no tempo em relação *a alguma história* cientificamente e atualmente aceita. Um exemplo é a afirmação "Sócrates historicamente existiu". Em algumas historiografias, essa afirmação é verdadeira, e basta que seja verdadeira em uma das histórias aceitas pela comunidade científica para que essa afirmação consista em um subsenso histórico ou o que posteriormente chamaremos de "conhecimento histórico fraco". Note que um consenso histórico (conhecimento histórico forte) implica um subsenso histórico (desde que tenhamos um conjunto não vazio de histórias), mas a recíproca não é verdadeira.

Definição 1.5 (dissenso histórico (divergência))**.** *Há um "dissenso histórico" (ou simplesmente "dissenso") ou "divergência" sobre uma proposição φ em um dado instante t no tempo se e somente se, há um subsenso sobre φ e um supersenso sobre $\neg\varphi$.*

Observação (relação entre divergência e contingência)**.** Note que a *divergência* pode ser vista como um tipo mais forte de *contingência*, enquanto a contingência forma-se com uma conjunção de subsensos (possibilidades), uma divergência forma-se com uma conjunção de um supersenso com um subsenso, isso garante que a contingência do subsenso não esteja em uma mesma história: uma fórmula ocorre em uma história (em algum instante pelo menos) e sua negação ocorre em todos os instantes de uma outra.

Definição 1.6 (contingência histórica)**.** *Há uma "contingência histórica" (ou simplesmente "contingência") sobre uma proposição φ em um dado instante t no tempo se e somente se φ é verdadeira em uma história e "não é o caso que φ" é verdadeiro em uma história; tais histórias podem ser a mesma ou podem ser diferentes, mas são igualmente aceitas pela comunidade científica sobre o passado de t.*

Observação (contingência modal)**.** Para aqueles familiarizados com lógicas modais, a *contingência histórica* funciona da mesma maneira que uma contingência possível em lógica modal alética: "*é possível que* seja o caso que φ e *é possível que não* seja o caso que φ" (alguns preferem caracterizar a contingência como "φ e *é possível que não* seja o caso que φ"; essa versão cabe como um caso particular da definição seguinte). Diferentemente do que chamamos de dissenso/divergência, a contingência não garante que uma fórmula e sua negação estejam em histórias distintas; essas fórmulas naturalmente estão em instantes distintos (do contrário, teríamos uma contradição), mas podem estar na mesma história.

Definição 1.7 (contingência co-histórica)**.** *Há uma "contingência co-histórica" sobre uma proposição φ em um dado instante t no tempo se e somente se φ é verdadeira em uma história* *e "não é o caso que φ" é verdadeiro em uma mesma história (mas em um instante distinto); e essas afirmações são igualmente aceitas pela comunidade científica.*

Definição 1.8 (contrassenso histórico)**.** *Há um "contrassenso histórico" (ou simplesmente "contrassenso") sobre uma proposição φ em um dado instante t no tempo se e somente se há um supersenso sobre φ e um supersenso sobre "não é o caso que φ".*

Observação (contrassensos como dissensos fortes)**.** Contrassensos são dissensos fortes, ou "dissensos totais". Como ambas as proposições na definição são supersensos, elas se aplicam a todos os instantes de histórias distintas, e não podem ser a mesma história, pois isso geraria uma contradição. Por exemplo: as afirmações "sempre há luta de classes" e "nunca há luta de classes", mesmo que digam respeito a histórias distintas sobre o que ocorreu no passado, elas entram em contradição no presente, uma vez que os termos "sempre há" e "nunca há" valham não apenas para o que ocorreu, mas também para o que ocorre agora. Do ponto de vista formal, podemos fazer uma definição de forma a abranger o presente, assim todo contrassenso leva a uma contradição no presente (contrassensos assim não podem existir); alternativamente, podemos definir de forma a não abranger o instante final (presente) que conecta histórias concorrentes, assim podem existir contrassensos no sistema.

Confira abaixo como representamos formalmente a terminologia conceitual introduzida acima (a seu tempo, cada uma dessas fórmulas será devidamente definida):

$(H/G)\varphi$:	"É necessário que φ"
$(\Box_h/\Box_g)\varphi$:	"Há um consenso de que φ"
$(\Diamond_h/\Diamond_g)\varphi$:	"Há um supersenso de que φ"
$(P/F)\varphi$:	"Há um subsenso de que φ (é provável que φ)"
$(\Diamond_h/\Diamond_g)\varphi \wedge (\Diamond_h/\Diamond_g)\neg\varphi$:	"φ é um contrassenso"
$(\Diamond_h/\Diamond_g)\varphi \wedge (P/F)\neg\varphi$:	"Há um dissenso (uma divergência) sobre φ"
$(P/F)\varphi \wedge (P/F)\neg\varphi$:	"φ é historicamente contingente"
$\varphi \wedge (P/F)\neg\varphi$:	"φ é co-historicamente contingente"

Observação (dualidade de operadores)**.** Como a lógica modal temporal é tipicamente dualista (com passado e futuro), temos um par de operadores para cada conceito modal, cada qual apontando para uma direção oposta do tempo.

Observação (outros operadores abreviativos)**.** Posteriormente adotaremos outros operadores que combinarão esses com conjunções ou disjunções, como é o caso de $\Box_t \varphi$, uma necessidade aristotélica de φ definida por $H\varphi \wedge \varphi \wedge G\varphi$.

A quantidade de operadores temporais e de “tensões lógicas” (contrassenso, dissenso, contingência e contradição) não é aleatória, mas sim deriva de um cálculo de combinatória entre um conjunto de histórias h e um conjunto de instantes t (que formam as histórias), respectivamente: para todo h e todo t, para todo h existe um t, em algum h para todo t, e para algum h existe um t.

$$\begin{tikzcd}
\forall h \forall t \arrow[r, dash] \arrow[d, dash] & \exists h \forall t \arrow[d, dash] \\
\exists h \exists t \arrow[r, dash] & \forall h \exists t
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
H/G \arrow[r, dash] \arrow[d, dash] & \Diamond_h/\Diamond_g \arrow[d, dash] \\
P/F \arrow[r, dash] & \Box_h/\Box_g
\end{tikzcd}$$

Figura 1.5.1: Modalidades a partir de quantificações de instantes e histórias.

Definidos os operadores, as tensões lógicas são formadas pela conjunção dos operadores modais fracos com uma fórmula e sua negação. Abaixo você pode observar como uma tensão leva a outra (esses sequentes serão analisados mais tarde):

- $(\Diamond_h \varphi \wedge \Diamond_h \neg\varphi) \to (\Diamond_h \varphi \wedge P\neg\varphi)$
- $(\Diamond_h \varphi \wedge \Diamond_h \neg\varphi) \to (P\varphi \wedge P\neg\varphi)$
- $(\Diamond_h \varphi \wedge P\neg\varphi) \to (P\varphi \wedge P\neg\varphi)$

Observação (simetria com o futuro)**.** As mesmas propriedades podem ser mostradas analogamente para os operadores relativos ao futuro: $\Box_g$, $\Diamond_g$, G e F.

Em capítulos mais avançados estudaremos em detalhe esses operadores e outros (como suas contrapartes para o futuro). Apenas para citar algumas propriedades (que não serão demonstradas ainda) que podem contribuir para uma intuição inicial desses conceitos, confira abaixo as seguintes implicações:

$$\begin{tikzcd} H/G \arrow[dr] & \Diamond_h/\Diamond_g \arrow[dl] \\ P/F & \Box_h/\Box_g \end{tikzcd}$$

Figura 1.5.2: Subalternações básicas entre operadores temporais e históricos.

- $H\varphi \to \Box_h\varphi$
- $\Diamond_h\varphi \to P\varphi$
- $G\varphi \to \Box_g\varphi$
- $\Diamond_g\varphi \to F\varphi$

Note que essas operações só fazem sentido porque estamos olhando para o passado não como uma só história, mas como várias. Isso pode ser traduzido em termos de várias linhas do tempo ramificadas para o passado que convergem no presente. Presumivelmente, vale dizer que cada narrativa/história (ou ramo temporal para o passado) é construído segundo interpretações científicas aceitas mediante a análise das fontes históricas acessíveis no presente (de onde parte a ramificação). Naturalmente alguns termos da terminologia que mostramos é original (e em parte feita com neologismos), de modo que é interessante torná-las mais intuitivas em um primeiro momento.

Podemos ilustrar os tipos de "senso" de nossa semântica por meio de uma analogia com livros. Abaixo você pode conferir uma representação de dois livros historiográficos incompatíveis. Incompatíveis porque possuem um contrassenso com afirmações gerais, as quais, se se aplicam também ao presente, naturalmente levam a uma contradição. Além disso, a representação também fornece exemplos de consenso, dissenso, subsenso e supersenso.

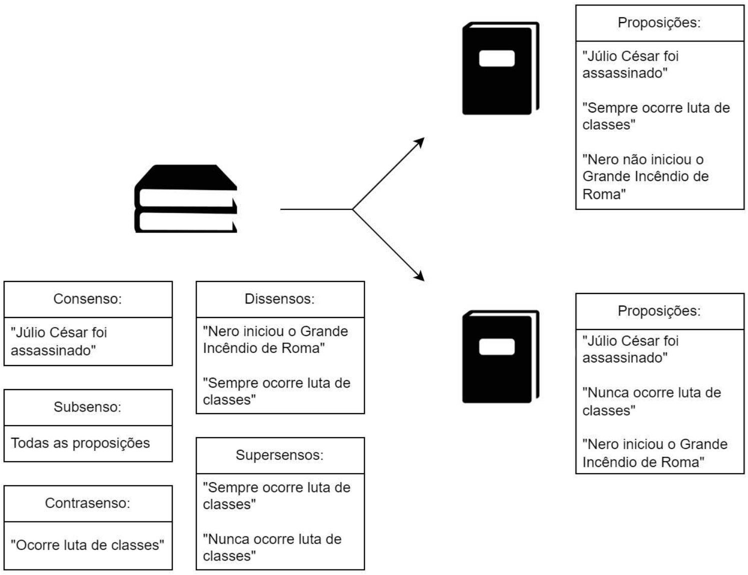


Figura 1.5.3: Sensos históricos.

Observação (figuras desta tese)**.** Esta figura acima e todas as demais desta tese foram confeccionadas especificamente para esta pesquisa. Todavia, em alguns casos específicos utilizamos adaptações ou produçãos inspiradas por outras. Nesses casos, indicamos as referências para as respectivas figuras no corpo do texto ou na legenda da figura.

Os termos mais importantes para os sistemas que vamos criar são os de “consenso” e “dissenso”. O primeiro, porque seu respectivo operador é adotado como primitivo para definir os demais operadores e tensões, o segundo, porque é uma tensão lógica interessante para caracterizar divergências entre conhecimentos históricos fracos e podermos analisar ao longo do tempo um progresso do conhecimento factual, ao passo que os dissensos diminuem enquanto mais consensos surgem.

Para um exemplo didático de como funcionam esses conceitos, considere a hipótese (apenas como exercício) de que existam somente três livros sobre a história do Império Romano. Se em um desses três livros observamos que é verdadeiro que “Nero iniciou o grande incêndio de Roma”, mas nos outros dois, não; então podemos dizer que essa proposição é um conhecimento fraco (subsenso) entre historiadores, e há um dissenso sobre ela (pois não é verdadeira em uma das histórias). Por outro lado, se em todos os três livros vemos que é verdadeiro que “Júlio César foi assassinado”, então essa proposição é um conhecimento forte ou consensual entre historiadores. Nosso objetivo principal é modelar esse tipo de intuição através de operadores lógicos e uma semântica temporal ramificada para o passado.

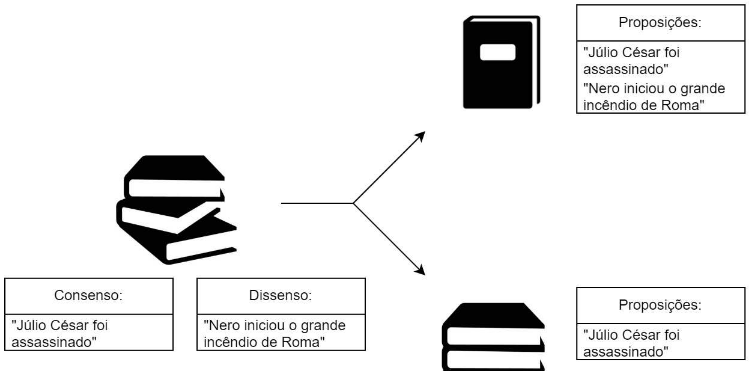


Figura 1.5.4: Distinção entre consenso e dissenso.

Partindo desse conceito, esta tese desenvolve duas possibilidades de modelar o progresso do conhecimento histórico ao longo do tempo: uma análise estática; e uma análise dinâmica.

1.5.2 Análise estática e análise dinâmica do conhecimento histórico

De um ponto de vista estático, um conhecimento acerca da verdade de uma proposição não pode ser revisado no modelo. Se há um consenso sobre p ou se há um dissenso sobre p em um instante t, isso será assim sempre. Entretanto, como se trata de um ramo temporal, podemos falar de consensos sobre consensos, dissensos sobre consensos, consensos sobre dissensos etc., ou seja, os operadores modais são reiterativos, como na seguinte expressão "há um consenso de que havia um dissenso de que foi o caso que p". Vejamos um exemplo de análise reiterativa desses operadores: se há um dissenso de um consenso sobre p em t_0, isso significa que existe pelo menos um ramo h de t_0 com um instante anterior t_1 ou mais instantes, e "consenso de p" é sempre falso (em todos os instantes) de h. Raciocínios como esse mais tarde serão mais fáceis de acompanhar, através do simbolismo e dos diagramas, mas por ora servem apenas para mostrar como as operações lógicas de consenso e dissenso são reiterativas ao longo do tempo e podem, mesmo nessa perspectiva estática, serem interpretadas como um "conhecimento de conhecimentos", ou seja, quando dizemos que em um instante t_1 havia um consenso, mas já não há em t_0, estamos dizendo que no passado acreditava-se que p era um conhecimento do tipo forte, mas agora já não é visto dessa maneira.

Voltemos ao exemplo didático dos livros: imagine (por hipótese) que nos três únicos livros existentes sobre o Império Romano haja menções sobre outros livros que existiam no passado sobre o Império Romano. Suponha que em todos os livros do passado citados pelos três livros presentes a proposição “Júlio César foi assassinado” seja verdadeira. Então podemos dizer que “há um consenso de que havia um consenso de que Júlio César foi assassinado”. Essa é grosso modo a intuição por trás da interação de operadores de uma perspectiva estática. A leitura dos três livros é uma análise estática, o que é verdadeiro dentro deles, continuará sempre sendo verdadeiro (os livros nesse experimento mental não podem ser reescritos), mas ainda assim podemos saber o que se pensava no passado e foi revisado com o tempo, pois temos registros de livros dentro de livros (ou, em termos temporais, de ramificações dentro de ramificações).

Por outro lado, também podemos ver o progresso do conhecimento histórico de modo dinâmico. Nesse caso, considera-se um novo operador lógico chamado de “anúncio histórico”. Intuitivamente, a ideia é a de que uma proposição é anunciada para o sistema, e então o que era consenso ou não em cada instante pode mudar. De um ponto de vista formal na linha do tempo, o que esse anúncio faz é cortar/apagar parte das linhas, mas nunca acrescentar linhas novas. Desse modo, os anúncios são capazes de restringir as possibilidades do que teria ocorrido. Em uma perspectiva realista, poder-se-ia interpretar que a cada novo anúncio estamos mais próximos de saber quais proposições são em última instância compatíveis com a realidade do passado; já em uma perspectiva antirrealista, poder-se-ia interpretar que a cada novo anúncio estamos objetivamente com menos opções de interpretação adequadas concorrentes em relação às fontes históricas e aos nossos métodos, mas isso não garante que alguma dessas interpretações remanescentes venha a estar, em última instância, estritamente correta, pois todas essas interpretações são baseadas em fontes históricas parciais acerca do passado. Entretanto, ambas as perspectivas devem concordar que a cada novo anúncio nós temos um conhecimento histórico mais preciso e mais profundo acerca do passado (termos esses que abordarei em breve).

Antes disso, convém ilustrar o raciocínio dinâmico dos anúncios nos termos de nosso experimento mental dos livros. Podemos imaginar que os três livros do Império Romano não apenas possuem sublivros (ou menções a livros do passado), mas também são livros que podem ser colocados em outra prateleira, e não somente a de “livros de historiografia atuais”. Imagine que os historiadores recebam informações novas que os levem a anunciar que “não é o caso que Nero iniciou o grande incêndio de Roma”. Sendo assim, eles vão até esses livros, procuram aquele que dizia que Nero iniciou o grande incêndio de Roma e identificam uma contradição. Observando isso, o livro é retirado da prateleira de historiografias consideradas “atuais”. Agora podemos dizer que "há um consenso de que não é o caso que Nero iniciou o grande incêndio de Roma", pois em todos os livros a proposição "não é o caso que Nero iniciou o grande incêndio de Roma" é verdadeira. Desse modo, o que a análise dinâmica do sistema faz nada mais é do que permitir que os livros (ou instantes de tempo) sejam revisáveis negativamente.

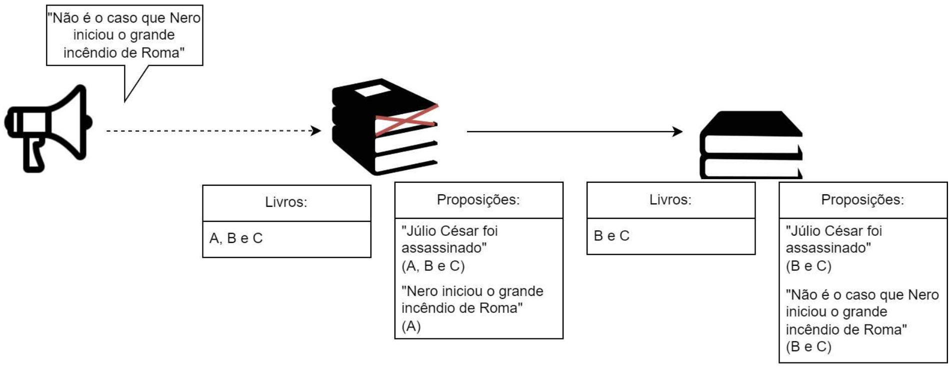


Figura 1.5.5: Anúncio histórico.

Pode causar um estranhamento que a revisão seja apenas negativa, de modo que isso merece alguns esclarecimentos. Um sistema dinâmico pode ser revisável positivamente ou negativamente.

No primeiro caso (positivo), parte-se do pressuposto de que as ramificações para o passado não abrangem todas as possibilidades, mas apenas algumas, então faria sentido que novas possibilidades pudessem ser acrescentadas ao sistema, assim como podemos imaginar novos livros sendo escritos sobre o passado. No segundo caso (negativo), parte-se do pressuposto de que as ramificações para o passado abrangem todas as possibilidades semânticas que decorrem das fontes históricas legítimas (mesmo aquelas possibilidades de que os historiadores podem não estar cientes inicialmente); desse modo, os anúncios servem para filtrar as possibilidades conforme novas evidências ou informações reconhecidas pelos cientistas históricos são constatadas e aceitas pela comunidade. Claro que, vale mencionar, nada impede que um outro novo anúncio revise uma afirmação do anúncio anterior.

Essas duas perspectivas dinâmicas (positiva e negativa) são pertinentes para descrever o progresso do conhecimento histórico, porém adotamos a versão negativa por ser compatível com o princípio do falseacionismo em ciências empíricas. Uma terceira possibilidade seria adotar um sistema que seja revisável tanto positivamente quanto negativamente, mas nesse caso teríamos não só um sistema lógico desnecessariamente complexo como ele não seria eficaz para garantir o progresso do conhecimento; um sistema que pode ser revisado das duas formas não nos deixa parâmetro para ver progresso de nenhuma forma, enquanto que com a revisão negativa podemos mostrar como esse progresso existe em relação às "possibilidades do que pode ter ocorrido" (as quais são finitas, mesmo que numerosas).

1.5.3 Histórias prováveis e histórias possíveis

Entretanto, também merece um esclarecimento o conceito de "eliminação" de instantes do tempo e da revisão das linhas do tempo. Em que sentido que se pode "revisar" o conhecimento passado? O que acontece com as afirmações e as narrativas que se contradigam com novas informações anunciadas? A resposta para isso está no que será chamado de "multitemporalidade" ou "semântica de instantes possíveis". Para aqueles familiarizados com as lógicas modais, trata-se de uma variação da Teoria dos Mundos Possíveis. Na extensão que será proposta nesta tese, não apenas temos um conjunto de instantes possíveis, mas também um subconjunto desse que consiste em um conjunto de instantes prováveis. Nesse sentido, enquanto um subconjunto, todo instante provável é um instante possível, mas nem todo instante possível é provável. Em termos temporais, interpretamos os mundos possíveis como instantes de tempo possíveis; em geral, estamos especialmente interessados no que chamaremos de "passados possíveis", enquanto que os instantes prováveis podem ser "passados prováveis". Teoricamente, passados prováveis são instantes de tempo cuja totalidade das proposições é aceita na comunidade científica (por consenso ou dissenso), enquanto que os passados *meramente* possíveis são instantes de tempo em que há pelo menos uma proposição que não é aceita na comunidade científica (não há evidências que a suportem).

Naturalmente, os anúncios históricos introduzidos há pouco operam somente sobre o conjunto dos passados prováveis, e não sobre o conjunto dos passados possíveis em geral, uma vez que novas constatações científicas não fazem uma interpretação deixar de ser possível, mas podem fazer interpretações do passado deixarem de ser prováveis. Entendemos o "possível" no nível *lógico*, no sentido de que algo pode ser possível de ter ocorrido, enquanto não contraditório; e o "provável" está no nível *epistemológico*, no sentido de que há uma prova ou um conjunto de evidências empíricas que suporta aquela possibilidade para além do nível de coerência lógica.

Posteriormente elucidaremos os termos com precisão lógico-matemática, mas por agora ofereceremos outra analogia por meio do experimento mental dos livros de história. Suponha exatamente o cenário anterior em que um livro foi "eliminado" por ter uma proposição contraditória com o anúncio de que “não é o caso que Nero iniciou o grande incêndio de Roma”. Na verdade, o que ocorreu com esse livro é que ele passou a ser desconsiderado enquanto um livro de historiografia atual. Agora trata-se de um livro *desatualizado*.

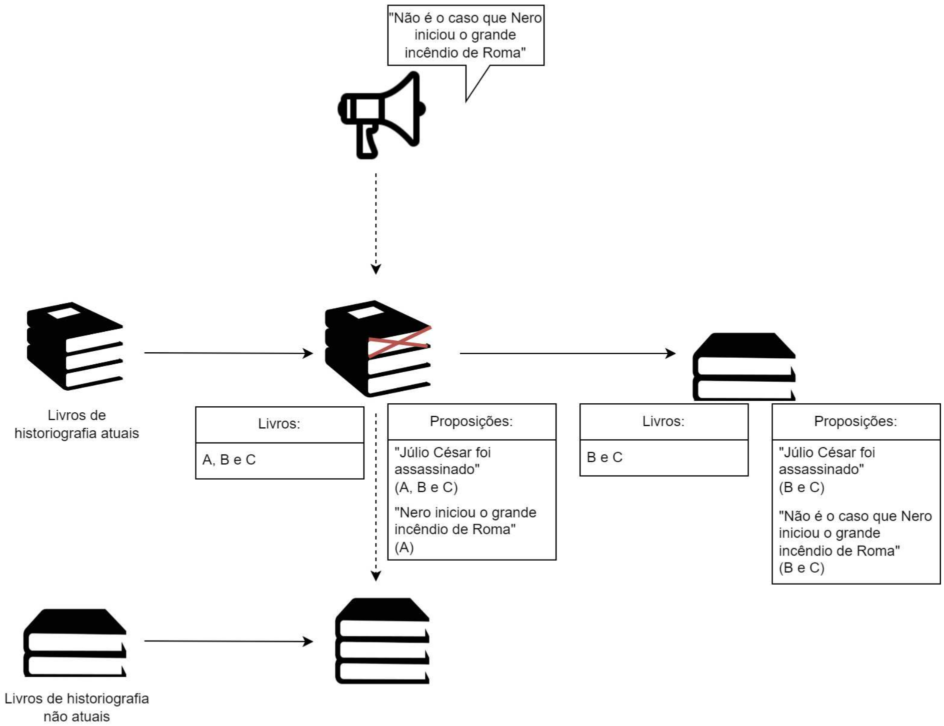


Figura 1.5.6: A atualização de histórias prováveis e as histórias meramente possíveis.

De forma ilustrativa, podemos dizer que, a cada novo anúncio, a biblioteca das possibilidades prováveis da história é atualizada, de modo que os livros recebem novas proposições e aqueles que não podem recebê-las, pois se tornam contraditórios com afirmações prévias no texto, são “rebaixados” a livros de historiografia desatualizada. Essa é uma forma figurativa de imaginar o que ocorre com um instante provável quando é “eliminado” por um anúncio; ele se torna um instante meramente possível, pois ele não é mais coerente com as evidências atuais.

1.5.4 Duas novas famílias de sistemas de lógica temporal

Como dito, toda a discussão acima deve ficar mais precisa quando pudermos entrar em detalhes formais, mas por agora é útil uma noção geral e uma intuição inicial sobre o projeto desta tese. Afinal, cumpre destacar que nossa dualidade de perspectivas (estática e dinâmica negativa) fundamenta dois objetivos específicos: por um lado, desenvolveremos uma família de sistemas que chamaremos de **PC** para descrever a perspectiva estática; por outro lado, desenvolveremos uma família de sistemas que denominaremos **HAL** para a perspectiva dinâmica.

Essas duas novas famílias de sistemas serão construídas com base em sistemas temporais com ramificação temporal.

Para aqueles mais familiarizados com lógicas modais temporais e epistêmicas, os sistemas **PC** em essência são sistemas temporais ramificados peircianos, porém com ramificação para o passado em vez de somente para o futuro. Especificamente **PC** é uma versão generalizada de tal lógica de Peirce, permitindo ramificação tanto para o passado quanto para o futuro, mas a extensão $\mathbf{PC}_h$ e suas respectivas extensões limitam-se a ramificações para o passado. Por outro lado, os sistemas **HAL** funcionam analogamente à lógica do anúncio público (**PAL**), porém com operadores temporais em vez de com operadores epistêmicos.

Para os que não estão familiarizados com essas lógicas modais, não haverá também maiores problemas para a leitura; no momento certo os termos desses sistemas serão devidamente apresentados. Nesta tese parte-se apenas do pressuposto de uma boa compreensão acerca da lógica proposicional clássica, algumas noções de metalógica e alguma familiaridade com Filosofia da Ciência, todo o mais quanto necessário será definido e introduzido ao seu tempo. Confira no diagrama abaixo o trajeto que vamos percorrer para definir os sistemas temporais que nos interessam. Note que há uma relação de dependência, uns são definidos a partir de outros; um sistema sucessor (após uma seta) é uma extensão do sistema antecessor (antes da seta). Vale ainda observar que nada impede que as duas novas famílias de sistemas sejam expandidas de várias outras formas em trabalhos posteriores.

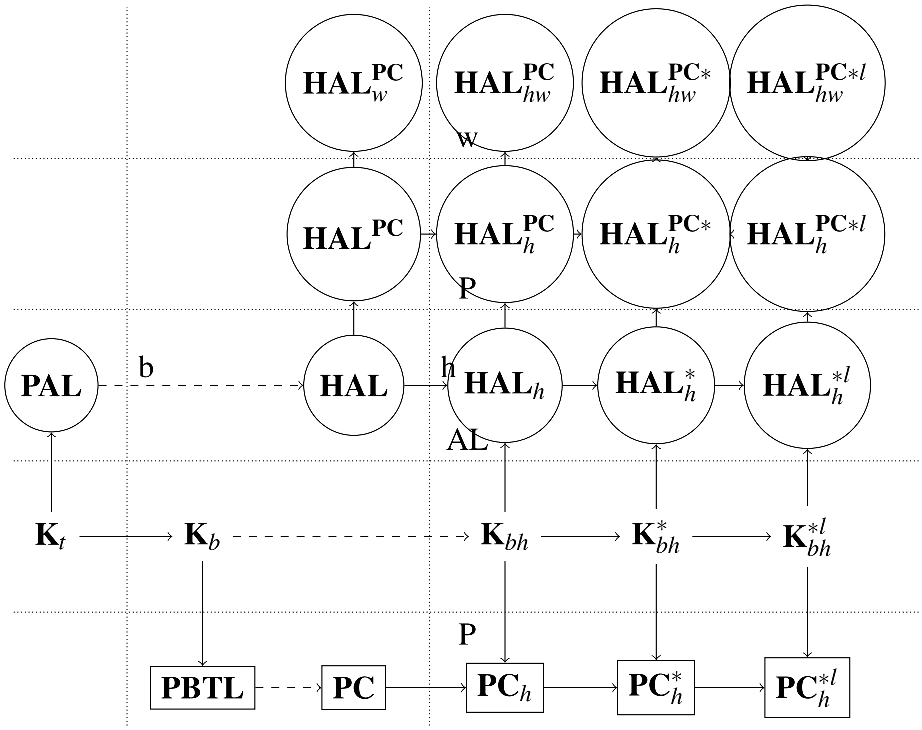


Figura 1.5.7: Os sistemas estudados nesta tese.

Observação (divisões entre os sistemas)**.** No diagrama acima, a divisão ‘AL’ indica que os sistemas posteriores (em círculos) a essa linha são sistemas dinâmicos que funcionam por meio de um operador de “anúncio”; a divisão ‘P’ indica que os sistemas inferiores (em retângulos) a essa linha são sistemas estáticos peircianos que funcionam com operadores temporais definidos em termos de histórias, não somente de instantes. As setas indicam que um sistema sucessor na seta é extensão de um antecessor, enquanto que as setas pontilhadas indicam não necessariamente uma extensão, mas uma modificação do sistema que antecede a seta. Os primeiros sistemas da esquerda para a direita são conhecidos de quem esteja mais familiarizado com lógicas modais. O sistema $\mathbf{K}_t$ é o sistema temporal clássico minimal, enquanto que $\mathbf{K}_b$ é um sistema minimal para ramificação temporal (para o futuro). A partir desses, enriquecendo a semântica da linguagem, são criados os sistemas **PAL** (com uma versão modal não temporal, mas epistêmica), e o sistema **PBTL**, uma lógica de tempo ramificado com uma semântica que se refere a histórias, não apenas instantes. O sistema que propomos nesta tese chamado **HAL** é um sistema temporal com anúncios, e a letra ‘C’ em **PC** foi escolhida por abreviar “Consenso” (*Consensus*), trata-se de um novo sistema de lógica temporal ramificada com uma semântica de consensos. Os sistemas da família **PC** são especialmente ricos na expressividade do consenso, enquanto que os sistemas $\mathbf{K}_{bh}$ apenas possuem um operador menos expressivo, o “consenso final". Os sistemas mais à direita, após a letra 'h', são sistemas que assumem o "axioma do fim" ou "princípio do fim", que faz com que suas estruturas tenham um ponto final, o qual chamaremos de "presente", portanto, estão limitados a falar sobre o presente e o passado (limitados ao âmbito histórico estrito). Finalmente, os sistemas com um subscritos w são extensões que chamaremos "bitemporais": permitem a distinção formal entre passados e futuros meramente possíveis e passados e futuros prováveis.

Por fim, convém nesta introdução ainda dar uma espécie de guia para leitura das linhas do tempo. Embora a metáfora dos livros seja lúdica, ela não é uma analogia perfeita, e o leitor precisará logo se habituar a analisar o tempo histórico de uma forma pouco usual na área da Lógica, pois nunca foi proposta uma ramificação temporal para o passado justificada dessa maneira. Entendendo a particularidade desta proposta semântica, deve ser de grande utilidade o tópico seguinte, no qual o leitor conseguirá saber como interpretar as ramificações bem como perceber que à medida que mais anúncios surgem em um sistema, a tendência é que o conhecimento histórico melhore em *precisão* e em *profundidade*, termos que serão definidos em breve.

1.6 Guia de leitura das árvores de histórias

Principais símbolos desta subseção: t, h, $\mathscr{T}$, $|T_l|$, $|\cup T_l|$, $|\mathscr{H}_l|$, $|\mathscr{H}_l^t|$, $|\cup\mathscr{H}_l|$, $|h_l|$, $|\cup h_l|$.

Observação (principais símbolos)**.** A partir deste ponto, os principais símbolos introduzidos neste trabalho constarão no início de sua respectiva seção ou subseção, e também podem ser consultados na lista de símbolos nas páginas iniciais da tese. Apenas serão listados os símbolos não amplamente convencionais na área ou aqueles que, embora comuns, tenham recebido uma definição mais específica para esta pesquisa.

Após a leitura do tópico anterior, alguns leitores podem se perguntar sobre a relação entre as teorias históricas e os eventos históricos. Pois bem, as teorias históricas, restringidas a um nível meramente "factual" (como será delimitado no capítulo seguinte desta tese), correspondem às diferentes linhas do tempo que se ramificam do presente para o passado. Neste tópico vamos analisar como as teorias históricas regem as árvores de histórias e como essas estruturas de árvores podem receber diferentes interpretações e podem capturar concepções temporais distintas sobre o fluxo do tempo. Para tal, vamos introduzir um aparato matemático específico para analisar nossas árvores.

Tipicamente, ramificações de histórias são vistas como *alternativas*, essas alternativas podem ser de natureza epistemológica (possibilidades epistêmicas sobre o que ocorreu ou ocorrerá) ou ontológica (histórias alternativas que existem em paralelo). Assim, há basicamente dois tipos de relações entre uma teoria histórica e uma estrutura de árvores de histórias: interpretações epistemológicas e interpretações ontológicas (os capítulos iniciais do recente livro de BELNAP; MÜLLER; PLACEK (2022) trazem uma boa introdução a esse tema). Nesta tese, vamos nos limitar a interpretações epistemológicas para essas árvores na maior parte do tempo, com exceção do capítulo final, pois as histórias meramente possíveis podem ser interpretadas em um nível ontológico. Isso dito, e sem mais delongas, abaixo esclareceremos duas formas de interpretar e montar árvores de histórias em um modelo com base em leitura epistemológica.

1.6.1 Terminologia para análise de árvores de histórias

Antes de tudo, para darmos precisão a essa nova leitura lógica do tempo histórico, precisamos estudar alguns padrões matemáticos por trás de nossas árvores, então vamos introduzir a seguinte terminologia:

Definição 1.9 (árvore)**.** *Uma árvore $\mathscr{T}$ é um conjunto não vazio de instantes de tempo t ordenados por uma relação de precedência transitiva.*

Observação (transitividade temporal)**.** De modo geral, dizemos que uma relação é transitiva quando uma relação passa de uma para outra relação de mesma natureza, por exemplo, na relação “ser maior que”: tipicamente, aceitamos que, se x é maior que y, e y é maior que z, então x também é maior que z. Analogamente, para a construção de árvores, aceitamos que, se x precede y, e y precede z, então x também precede z. Posteriormente nesta tese detalharemos essa e outras propriedades relevantes para nossos sistemas lógicos.

Observação (representação de árvores)**.** Nesta seção (e no capítulo 3), representaremos os instantes como círculos com uma numeração interna, e as relações serão setas que explicitam o instante precedente em relação a seu sucessor. Doravante (nos demais capítulos), a diagramação será simplificada: os instantes serão representados por pontos; as relações de ordenação, por linhas (sempre indo do futuro, à esquerda, para o passado, à direita). Essa alteração será adotada para maior elegância geométrica nas demonstrações, além disso, apenas nesta seção e no capítulo 3 será importante rotular instantes e categorizar a métrica do tempo.

Definição 1.10 (níveis)**.** *l é um nível de uma árvore se $l = \{n \mid n \in \mathbb{N}\}$ e esse número natural n designa um conjunto de um ou mais instantes em um corte vertical em uma árvore diagramada com relações dispostas horizontalmente. Chamamos de L o conjunto de todos os níveis de uma árvore.*

Definição 1.11 (nivelamento)**.** *O nivelamento de uma árvore é uma sequência crescente de sucessão imediata de números naturais que começa por* 0 *e termina em um número correspondente ao último nível da árvore. Seja $n, n_* \in \mathbb{N}$, l_* é um nível imediatamente superior a l em uma determinada árvore se e somente se $l = n$, $l_* = n+1$; e l_* é um nível superior a l se e somente $l = n$, $l_* = n_*$ e $n_* > n$.*

Definição 1.12 (tamanho de uma árvore)**.** *Uma árvore $\mathscr{T}$ é maior que uma árvore $\mathscr{T}^*$ se e somente se o último nível l_n de $\mathscr{T}$ é menor que o último nível l_n' de $\mathscr{T}^*$.*

Definição 1.13 (conjunto de ramos nivelado)**.** *$\mathscr{H}_l$ é o conjunto dos ramos h no nível l de uma árvore $\mathscr{T}$.*

Observação (noção intuitiva de ramo)**.** Nesta seção introdutória, estaremos utilizando uma noção de ramo intuitiva, como uma sequência ordenada de instantes que consistente em pelo menos dois instantes conectados (ou seja, não são permitidos ramos degenerados, com um instante apenas, ou ramos sem instantes). Posteriormente oferecemos definições sutilmente diferentes para "ramo" e "história", mas neste primeiro momento essas expressões serão utilizadas de modo intercambiável.

Definição 1.14 (conjunto de ramos total)**.** *$\mathscr{H}$ é o conjunto dos ramos h de todos os níveis l de uma árvore $\mathscr{T}$.*

Definição 1.15 (conjunto de instantes nivelado)**.** *T_lH é o conjunto dos instantes t no nível l de uma árvore $\mathscr{T}$.*

Definição 1.16 (conjunto de instantes total)**.** *T é o conjunto dos instantes t de todos os níveis l de uma árvore $\mathscr{T}$.*

Entenda-se que os instantes são pontos que podem servir como nós para se montar a árvore. Assim, com base na sequência de níveis l de uma árvore, podemos introduzir um termo escalar (ou seja, um único valor numérico, associado a uma unidade de medida ou métrica) para o número de ramos/histórias em cada nível:

Definição 1.17 (número de ramos/histórias em um nível)**.** *$|\mathscr{H}_l|$ é o número de ramos h em um nível l de uma árvore $\mathscr{T}$.*

Quando quisermos especificar que se trata do número de ramos h de um instante t específico, utilizaremos $|\mathscr{H}_l^t|$. Desse modo, pelo uso de "|" e "|" entre um termo, ele não se confundirá com alguma entidade análoga que possa ser composta, como uma sequência ou um conjunto de objetos. Assim, faz sentido dizermos que um nível $|\mathscr{H}_l^t|$ é maior que 2, mas não se pode dizer que $\mathscr{H}$ pode ser maior que 2, pois $|\mathscr{H}_l^t|$ é um único número, enquanto que $\mathscr{H}$ não é um valor específico, mas sim um conjunto de objetos.

Nesses termos, podemos definir o conjunto total das histórias ou ramos h e o conjunto total dos instantes t formalmente como se segue:

$$\mathscr{H} \equiv \bigcup_{l=0}^{n} \mathscr{H}_l$$

$$T \equiv \bigcup_{l=0}^{n} T_l$$

Há uma forma fácil de saber o número total de instantes em uma árvore. Como cada ramo/história implica em um instante a mais além de onde parte o início de uma relação de precedência, então o número total de instantes é igual ao número total de ramos/histórias somado a 1. A soma de mais 1 vem do instante inicial da árvore.

$$|T| = |\mathscr{H}| + 1$$

Por fim, assim como temos o número de ramos em cada nível, também podemos ter o conjunto união de todos eles:

$$\text{Seja } \cup\mathscr{H}_l \text{ a união dos conjuntos } \mathscr{H}_0, \mathscr{H}_1, ..., \mathscr{H}_l,$$
$$|\cup\mathscr{H}_l| \equiv |\mathscr{H}_0| + |\mathscr{H}_1| + ... + |\mathscr{H}_l|.$$

Nos gráficos a seguir, utilizaremos a sequência $|\mathscr{H}_0|, |\mathscr{H}_1|, ..., |\mathscr{H}_n|$ (da esquerda para a direita) para representar o crescimento horizontal de uma árvore de histórias (em direção ao passado mais longínquo), metrificando a extensão das cadeias de instantes que compõem seus ramos. Simetricamente, seguiremos também uma sequência de conjuntos de instantes de tempo, cada qual relativo a um conjunto de ramos.

$$\text{Seja } \cup T_l \text{ a união dos conjuntos } T_0, T_1, ..., T_l,$$
$$|\cup T_l| \equiv |T_0| + |T_1| + ... + |T_l|.$$

Com esses termos, podemos estabelecer uma função de nivelamento $f(l)$ que nos dá os ramos e os instantes de um nível em uma relação sequencial de um para um entre a sequência $|\mathscr{H}_0|, |\mathscr{H}_1|, ..., |\mathscr{H}_n|$ e a sequência $|T_0|, |T_1|, ..., |T_n|$. Por exemplo: se $l = 1$, então a função entrega-nos $|\mathscr{H}_1|$ e $|T_1|$; se $l = 2$, obtemos $|\mathscr{H}_2|$ e $|T_2|$, e assim por diante.

Por sua vez, nossa métrica de níveis de árvore nos gráficos a seguir é dada por uma sequência na forma $(0, |\mathscr{H}_0|, |T_0|), (1, |\mathscr{H}_1|, |T_1|), ..., (k, |\mathscr{H}_k|, |T_k|)$, onde $l = 0$ é o primeiro nível da árvore, $l = k$ é o último nível da árvore, e o próximo nível de um nível sempre equivale a $l + 1$. Essa sequência pode ser obtida por uma operação recursiva $f'(L)$, conforme a definição a seguir.

Definição 1.18 (métrica de uma árvore)**.** *A métrica de uma árvore $\mathscr{T}$ é uma sequência de números naturais gerada por uma função recursiva f' que mapeia os instantes T_lH ordenados dentro da árvore de maneira sequencial desde o nível $l = 0$ até o último da árvore, entregando, em ordem, os valores correspondentes ao nível, ao número de ramos em cada nível e ao número de instantes do mesmo nível. Formalmente, essa função entrega ao menos um de três resultados possíveis a cada passo:*

$$\begin{cases} 0, |\mathscr{H}_0|, |T_0|, & \textit{se, no nível, nenhum } t \textit{ tem sucessor}; \\ l+1, |\mathscr{H}_{l+1}|, |T_{l+1}|, & \textit{se, no nível, algum } t \textit{ tem predecessor}; \\ l, |\mathscr{H}_l|, |T_l|, & \textit{se, no nível, nenhum } t \textit{ tem predecessor}. \end{cases}$$

Caso 0: se uma árvore $\mathscr{T}$ tem apenas um nível $l = 0$ com um instante t, então temos $L = \{0\}$, de modo que $f(0) = (|\mathscr{H}_0|, |T_0|)$ e $f'(L) = \{(0, |\mathscr{H}_0|, |T_0|), (0, |\mathscr{H}_0|, |T_0|)\}$, pois, nesse caso, $f'(L) = f'(\{0\})$ e $l = 0$ é tanto o nível inicial quanto o final da árvore.

Caso 1: se uma árvore $\mathscr{T}$ tem dois instantes t_1, t_2 tal que $t_1 \prec t_2$ (portanto, com níveis

$l = 0$ e $l = 1$), então $L = \{0,1\}$ e obtemos os seguintes resultados: $f'(\{0,1\}) = \{(0,|\mathscr{H}_0|,|T_0|),(0+1,|\mathscr{H}_{0+1}|,|T_{0+1}|),(1,|\mathscr{H}_1|,|T_1|)\}$. Note que a função nos entregou três resultados nesse último exemplo: o primeiro corresponde ao primeiro nível da árvore; o segundo, gerou os resultados adequados para o próximo nível; e o terceiro fixou o último nível da árvore (a árvore tem uma sequência finita de instantes ordenados).

Caso indutivo: para exemplos com árvores niveladas finitas com algum $l > 2$, temos $L = \{0,1,2,...,k\}$ e obtemos algo semelhante ao exemplo anterior (mas uma sequência mais longa): para k enquanto nível final da árvore, $f'(\{0,1,2,...,k\}) = \{(0,|\mathscr{H}_0|,|T_0|),(0+1,|\mathscr{H}_{0+1}|,|T_{0+1}|),(0+1+1,|\mathscr{H}_{0+1+1}|,|T_{0+1+1}|),...,(k,|\mathscr{H}_k|,|T_k|)\}$.

Nas representações gráficas a seguir, vamos omitir possíveis repetições no último nível de uma árvore. Além disso, pressupomos a realização das somas aritméticas e a substituição de $0+1$ por 1, $0+1+1$ por 2, e assim por diante, seguindo a ordem dos números naturais.

Com essas definições, podemos falar sobre teorias históricas em árvores. Em Lógica, é comum entendermos uma teoria como subconjunto de fórmulas dentro de um sistema. Essa acepção do termo "teoria" é com certeza bastante limitada, mas ao mesmo tempo nos permite dar uma concretude para o conceito. No nível semântico, nada nos impede de dar uma conotação mais nobre para essa terminologia na comunidade científica. Todavia, a contraparte epistemológica de uma *teoria histórica* em uma árvore de histórias nada mais é que um conjunto de fórmulas indexadas em uma cadeia de instantes de tempo. Cada cadeia de instantes que termina no presente representa uma teoria ou interpretação diferente de como o passado se deu (uma "versão da história"). Com isso não queremos falar apenas de eventos concretos, mas também de proposições que traduzem causas, as quais podem ser consideradas verdadeiras em uma história, mas falsas em uma outra.

O ponto de partida para a pesquisa histórica é a existência de fontes históricas. Sem fontes históricas, tudo quanto seja possível é igualmente provável. Inversamente, quanto mais fontes históricas, menor é o número de possibilidades prováveis. Entretanto, como nossas informações sobre o passado e seu significado são incompletas, tipicamente fontes históricas subdeterminam teorias, o que significa que não costumam ser suficientes para que os cientistas decidam entre teorias concorrentes. As diferentes versões teóricas do passado podem ser colocadas em uma árvore, onde podemos examinar aspectos formais da relação temporal entre teorias históricas e eventos históricos.

1.6.2 Verticalidade e horizontalidade epistemológicas em árvores de histórias

Considere abaixo uma árvore de exemplo de estrutura que representa teorias de teorias, ou seja, permite ramificações dentro de ramificações. Chamaremos de "teorias" para ser uma nomenclatura mais simples, porém trata-se de algo equivalente a "versões da história" ou mais detalhadamente "versões cientificamente aceitas do que pode ter de fato ocorrido". A verticalidade da árvore está diretamente relacionada à pluralidade de teorias na comunidade científica, enquanto que a horizontalidade da árvore está diretamente relacionada ao que afirmamos sobre o passado. Nessa estrutura, l estabelece a métrica do tempo em números naturais indo do presente ao passado (da esquerda para a direita); $|\mathscr{H}_l|$ é a quantidade de histórias ou relações de precedência em um dado nível l; e $|T_l|$ é a quantidade de instantes de tempo em cada l.

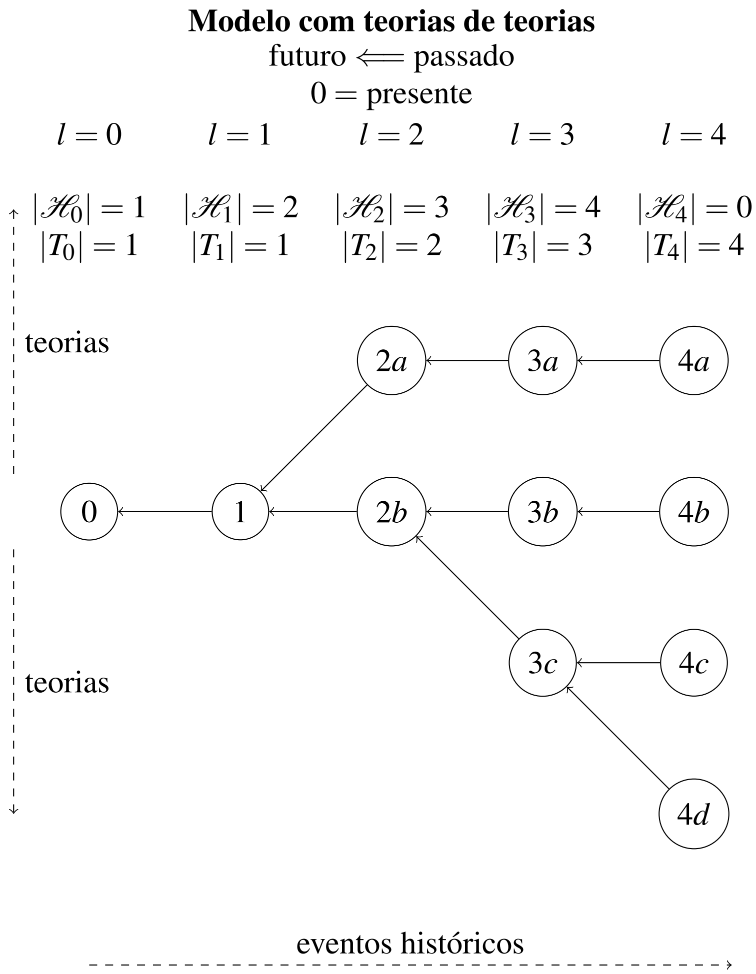


Figura 1.6.1: Modelo com teorias de teorias.

O tipo de sistema de ramificação da árvore acima será o padrão na maior parte desta tese, mas especificamente o sistema $\mathbf{K}_{bh}^{*l}$ foi feito para modelar uma forma diferente da relação entre teoria e evento: uma relação de “teorias em bloco”, como podemos chamar. Nessa forma alternativa de modelagem só é possível gerar novas ramificações no primeiro nível de uma árvore. Confira na árvore abaixo como podemos traduzir um modelo de teorias de teorias (exemplo anterior) em um modelo de teorias em bloco.

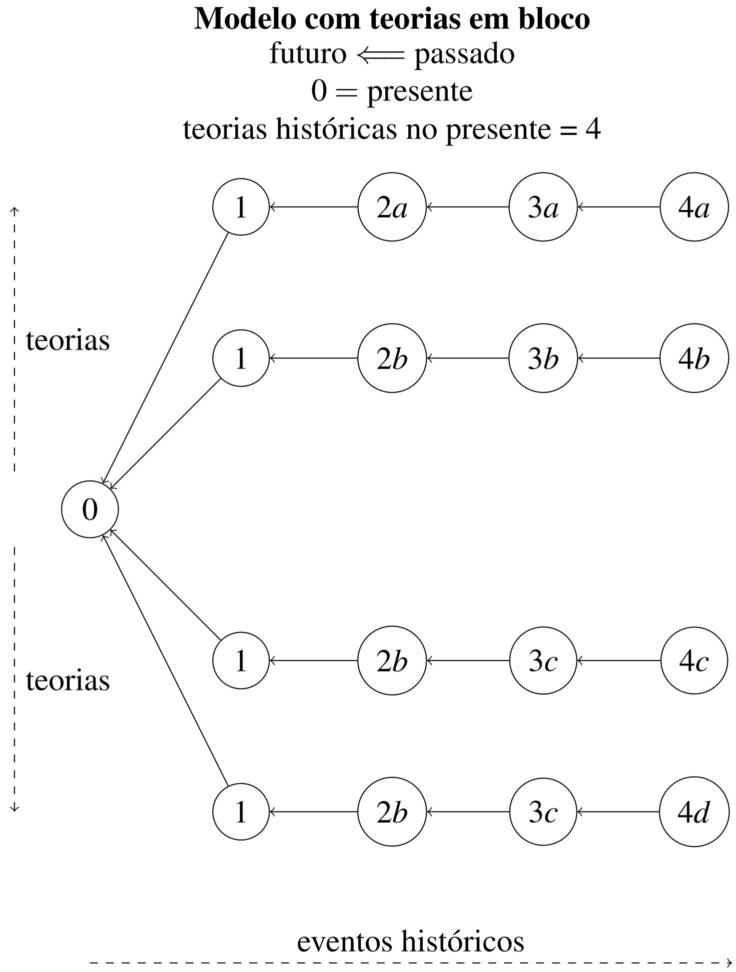


Figura 1.6.2: Modelo com teorias em bloco.

Veja que há uma convergência entre o número de instantes t dos últimos níveis dos ramos de um modelo de teorias de teorias e o número de histórias em $l = 0$ de um modelo de teorias em bloco. Com base nessas traduções, podemos analisar nas árvores históricas uma relação direta entre o número de teorias e o número de instantes em $l = 1$ de uma árvore. Para tais traduções utilizamos implicitamente uma noção de “semelhança entre instantes” a qual será definida mais à frente nesta tese (quando estabelecermos nossa linguagem-objeto e introduzirmos outras definições importantes).

De forma simples, podemos saber quantas teorias existem em uma comunidade científica dada qualquer árvore ramificada complexa, bastando verificar quantos instantes há em

$l = 1$ no modelo ou, alternativamente, quantos ramos há no primeiro nível da árvore.

Teorema 1.1 (teorias em uma árvore). *Em uma árvore* $\mathscr{T}$*, o número de teorias no presente* ($l = 0$) *em modelo de teorias em bloco é igual a* $|T_1|$*, ou seja, é igual ao número de instantes em* $l = 1$ *de* $\mathscr{T}$*. Equivalentemente, em uma árvore* $\mathscr{T}$*, o número de teorias no presente* ($l = 0$) *em modelo de teorias em bloco é igual a* $|\mathscr{H}_0|$*, ou seja, é igual ao número de histórias em* $l = 0$*.*

Demonstração. Essas igualdades podem ser demonstradas pelas definições precedentes e pelas condições de um modelo de teorias em bloco. Como teorias em bloco só podem ter ramificação no início da árvore ($l = 0$), então $|\mathscr{H}_1| \geq |\mathscr{H}_0|$ e $|\mathscr{H}_k| \leq |\mathscr{H}_1|$ para qualquer nível $k > 1$. E como uma árvore $\mathscr{T}$ não pode ter instantes t desconectados de outros (precisam estar em ramos), então $|T_1|$=$|\mathscr{H}_0|$. ■

Corolário 1.1.1 (teorias em uma árvore com um único fim). *No caso de haver apenas um instante* t_0 *em* $l = 0$ *(o que será o caso mais à frente, quando introduzirmos o "axioma do fim"), o número de teorias do presente em um modelo de teorias em bloco é sempre igual a* $|\mathscr{H}_l^{t_0}|$*.*

Um exemplo de instância do teorema está diagramado acima: temos quatro instantes em $l = 1$, a saber, $4a$, $4b$, $4c$ e $4d$, de modo que $|T_1| = 4$; e temos quatro teorias no presente ($l = 0$), ou seja, $|\mathscr{H}_0| = 4$.

Veja que o teorema acima leva em conta o número de instantes t iniciais e não o número de níveis. Essa distinção é importante; pois, embora tenhamos mostrado anteriormente uma relação de igualdade entre l e o número de teorias nas árvores acima, isso não necessariamente é assim para todos os casos, como pode se observar pelo exemplo abaixo:

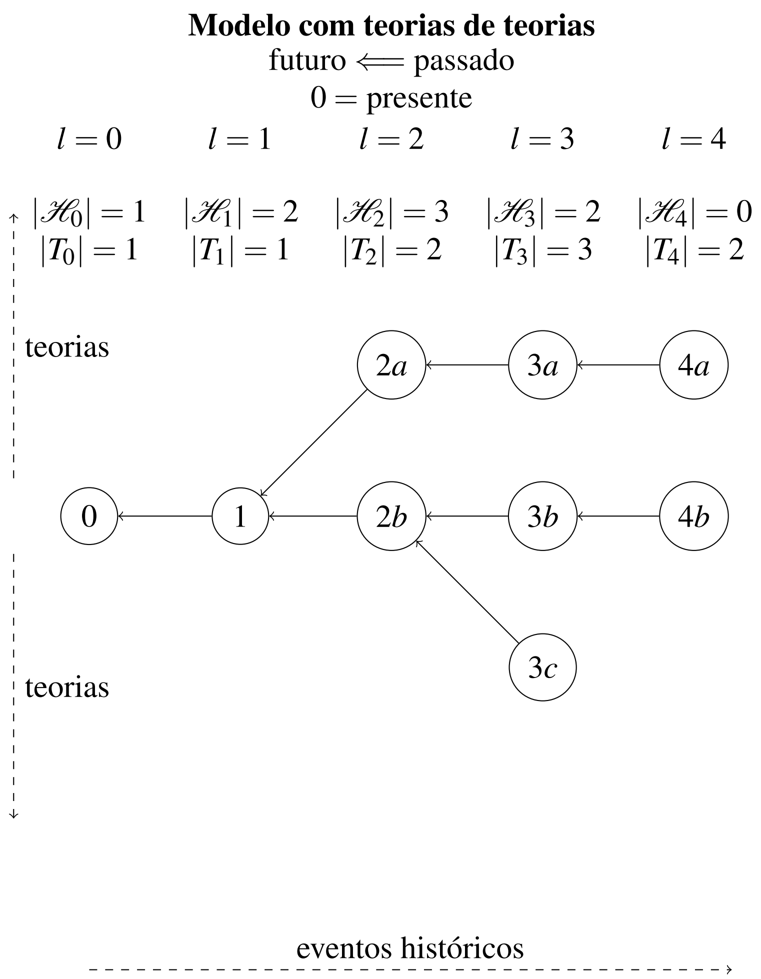


Figura 1.6.3: Modelo com que possui mais teorias no fim (0) do que instantes iniciais ($4a$ e $4b$).

Modelo com teorias em bloco
futuro $\Longleftarrow$ passado
$0 =$ presente
teorias históricas no presente = 3

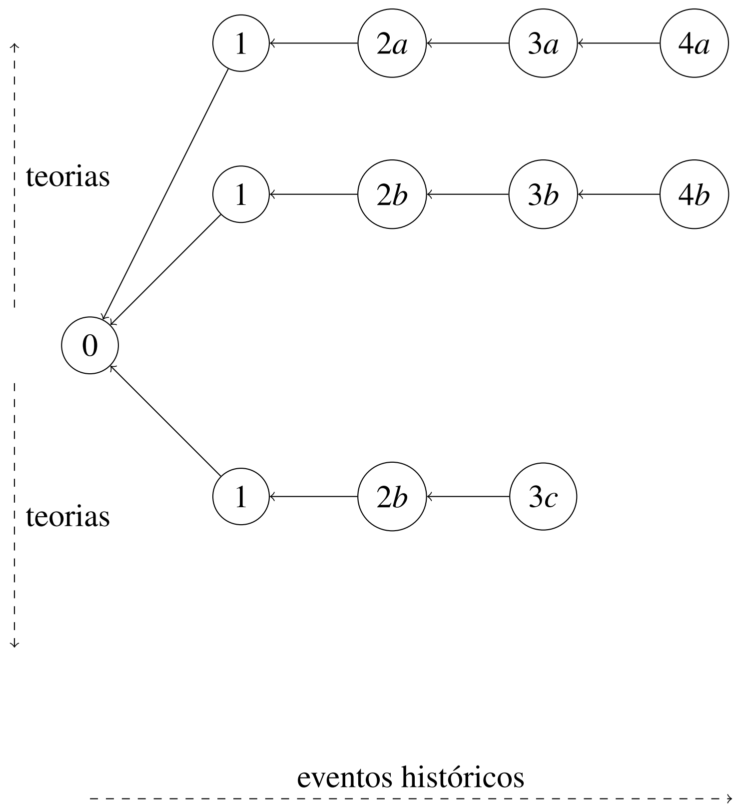


Figura 1.6.4: Modelo em bloco que possui mais teorias no fim (0) do que instantes iniciais (4*a* e 4*b*).

Além do teorema anterior, uma proposição interessante que podemos defender com base nessa abordagem epistemológica em árvore é que o conhecimento do passado é proporcional à quantidade de eventos históricos dispostos horizontalmente e a evolução desse conhecimento é inversamente proporcional à quantidade de teorias (verticalidade da árvore) no decorrer do tempo. Trataremos essa conclusão como uma proposição filosófica, posto que se trata de uma interpretação.

Definição 1.19 (profundidade em árvore)**.** *Uma árvore $\mathscr{T}$ é mais profunda (ou "mais comprida") que uma árvore $\mathscr{T}'$ se e somente se o último nível l_n de $\mathscr{T}$ é um número maior que o último nível l'_n de $\mathscr{T}'$.*

Definição 1.20 (precisão em árvore)**.** *Uma árvore $\mathscr{T}$ é mais precisa (ou "menos volumosa") que uma árvore $\mathscr{T}'$ se e somente se $|\cup\mathscr{H}_l| < |\cup\mathscr{H}_{l'}|$ (para $|\cup\mathscr{H}_l|$ de $\mathscr{T}$ e $|\cup\mathscr{H}_{l'}|$ de $\mathscr{T}'$).*

Proposição 1 (evolução vertical e horizontal do conhecimento histórico)**.** *O "conhecimento histórico" pode evoluir em dois sentidos, em profundidade e em precisão:*

- *a "profundidade" do conhecimento histórico é diretamente proporcional à quantidade de instantes não vazios encadeados linearmente desde o presente ao passado mais remoto;*
- *a "precisão" do conhecimento histórico é inversamente proporcional à quantidade de teorias (ou versões concorrentes) para a sequência de eventos do passado.*

Por essas últimas definições e a proposição acima, estabelecemos uma equivalência[6] entre o "conhecimento histórico" e a "história enquanto está sendo conhecida". O primeiro aspecto da evolução do conhecimento histórico (*profundidade*) é uma forma de traduzir o conhecimento histórico em termos de acúmulo de proposições provavelmente verdadeiras sobre o passado e, ao mesmo tempo, o detalhamento desses acontecimentos. Quando as fórmulas são distribuídas em mais instantes, isso indica que conhecemos fenômenos do passado de forma mais distribuída e processual desde um passado mais remoto até o presente.

Por outro lado (em paralelo à *profundidade*), o segundo aspecto da evolução do conhecimento histórico (*precisão*) pode ser constatado via Teoria do Desemaranhamento nos sistemas de lógica do anúncio histórico, como abordaremos ao seu devido tempo. Em síntese: à medida que novas proposições são assumidas como verdadeiras na comunidade científica e anunciadas, menos teorias teremos em uma árvore (intuitivamente, é como se a árvore de histórias fosse "podada"). No extremo, um "conhecimento perfeitamente preciso" em ciências históricas significa a unanimidade de uma só teoria (versão) da sequência de acontecimentos históricos. Vale lembrar que não pode haver menos do que uma teoria, se os sistemas não permitirem um conjunto vazio de histórias.

Essa interpretação geral pode ser aplicada também para a comparação de teorias dentro de uma árvore, conforme o seguinte par de definições:

Definição 1.21 (profundidade de teoria)**.** *Uma teoria h em $\mathscr{T}$ é mais profunda (ou "mais abrangente") que uma teoria h' na mesma árvore se e somente se o último nível l_n em que se prolonga h é um número maior que o último nível l'_n em que se prolonga h'.*

Definição 1.22 (precisão de teoria)**.** *Seja $|\cup h|$ o número de subteorias ou subramos em uma teoria h que corresponda a um dos ramos de uma árvore de histórias $\mathscr{T}$, e $|\cup h'|$ o número de*

[6] Alguns detalhes formais sobre equivalências encontram-se em BOOLOS, G. S.; BURGESS, J. P.; JEFFREY, R. C., 2012.

subteorias ou subramos de uma outra teoria h' de $\mathscr{T}$, h' é uma teoria mais precisa que h se e somente se h e h' estão contidos em $\mathscr{H}$, $\mathscr{H} \subseteq \mathscr{T}$ e $|\cup h'| < |\cup h|$.

O estudo das árvores em cortes verticais dá-nos ferramentas para a análise das teorias históricas. Assim como alguns galhos de uma árvore são mais pesados que outros, também podemos dizer que o *peso* de uma teoria h em $\mathscr{T}$ é dada por $|\cup\mathscr{H}| - |\cup h|$. Uma teoria ou ramo h da árvore é tanto mais leve quanto menor for o valor de $|\cup h|$ em relação a $|\cup\mathscr{H}|$. A partir da noção de "peso de uma teoria", podemos definir uma série de conceitos interessantes para a Filosofia das Ciências Históricas. Abaixo estão alguns desses conceitos:

Definição 1.23 (ciência perfeitamente consensual e teoria perfeita)**.** *Dizemos que $\mathscr{T}$ corresponde a uma ciência perfeitamente consensual (sem concorrência de teorias) e h é uma teoria perfeita sobre o que ocorreu de acordo com as fontes históricas disponíveis no presente (dado pelo nível $l = 0$ da árvore) se e somente se $|\cup\mathscr{H}| = |\cup h|$.*

Exemplo: Em uma árvore com dois instantes t_1 e t_2 e uma única história h, $|\cup\mathscr{H}| = 2$ e $|\cup h| = 2$.

Definição 1.24 (teoria concorrente)**.** *Dizemos que h é uma das teorias concorrentes de $\mathscr{T}$ se e somente se $|\cup\mathscr{H}| > |\cup h|$.*

Exemplo: Em uma árvore com três instantes t_1, t_{2a} e t_{2b} e uma história h formada por $t_1 \prec t_{2a}$, temos que $|\cup\mathscr{H}| = 3$ e $|\cup h| = 2$, de modo que existe uma outra história concorrente $h' = \{t_1 \prec t_{2b}\}$, tal que $|\cup h'| = 2$.

Definição 1.25 (peso de teorias)**.** *Dizemos que h' é uma teoria mais leve que h se e somente se $|\cup h'| < |\cup h|$.*

Exemplo: Em uma árvore com quatro instantes t_1, t_{2a}, t_{2b} e t_{3a}, com uma história h' formada pela cadeia de instantes $t_1 \prec t_{2b}$ e outra história h'' formada por $t_1 \prec t_{2a} \prec t_{3a}$, temos que $|\cup h'| = 2$ e $|\cup h''| = 3$, de modo que $|\cup h'| < |\cup h''|$.

Definição 1.26 (a teoria mais leve e a teoria mais pesada)**.** *Dizemos que h' é a teoria mais leve de $\mathscr{T}$ se e somente se $|\cup h'| < |\cup h|$ (para h qualquer teoria diferente de h' em $\mathscr{T}$). Inversamente, h' é a teoria mais pesada de $\mathscr{T}$ se e somente se $(|\cup\mathscr{H}| - |\cup h'|) < (|\cup\mathscr{H}| - |\cup h|)$.*

Exemplo: Na mesma árvore do exemplo anterior, h' é a teoria mais leve da árvore, enquanto que h'' é sua teoria mais pesada.

Definição 1.27 (teoria unanimemente aceita)**.** *Seja $|h_l|$ o número de ramificações (subteorias) de uma teoria h em um nível qualquer l, dizemos que h_l é a teoria unanimemente aceita para o nível l do tempo histórico se e somente se $|\mathscr{H}_l| = |h_l|$.*

Exemplo: Mais uma vez, considere a árvore do exemplo anterior, temos que t_1 está em ambas as teorias h e h'. Dado que esse instante esteja em um mesmo nível $l = 1$ para essas histórias, temos que $|\mathscr{H}_l| = 2$ (pois há somente duas ramificações nesse nó da árvore) e $|h_l| = 2$ (pois nesse nível da árvore há um único nó).

Note que a leveza de uma teoria está diretamente relacionada à quantidade de dissensos dentro dela, cada qual ramificando-a em subteorias, o que indica o quão ambígua, problemática, complexa ou controversa é essa teoria dentro da comunidade científica. Todavia, uma teoria mais leve não necessariamente é melhor que uma mais pesada; pois, conquanto não tenhamos meios legítimos para podar a árvore de forma ideal, não podemos saber qual é a teoria perfeita (na hipótese de haver alguma), e as teorias podem ser podadas com o tempo (como discutiremos no final desta tese).

Observação (comparação entre teorias e progresso científico)**.** Como nosso formalismo permite comparações entre teorias, além de descrever formalmente seus respectivos desenvolvimentos, nossos modelos também podem ser empregados em discussões de Filosofia da Ciência relacionadas ao progresso científico, como, por exemplo, alguns dos tópicos discutidos por Larry Laudan (2011). Entretanto, as aplicações devem levar em conta as limitações de nossa noção formal de teoria e as restrições da linguagem que definiremos nos capítulos seguintes.

Outra característica epistemológica que as teorias históricas adquirem ao serem modeladas em árvore de instantes é a propriedade de serem claramente distintas uma das outras, enquanto hipóteses independentes. Essa propriedade é de grande importância, pois sem ela não seria possível existir uma evolução gradual, eliminando construções hipotéticas à medida que novas evidências surgissem.

Proposição 2 (individuação de teorias em bloco)**.** *Toda teoria histórica, entendida como uma configuração descritiva provável do passado, é um conjunto único de fórmulas e instantes em uma árvore. Se há uma outra teoria com as mesmas fórmulas e instantes, então trata-se da mesma teoria.*

Essa proposição é uma interpretação das cadeias lineares para teorias em bloco que desenbocam em um instante final. A característica de individuação das teorias pode ser constatada especialmente nos sistemas **HAL**. Sem essa pressuposição teórica, não seriam elimináveis e recairiam em um problema conhecido em Filosofia da Ciência, o chamado Problema de Duhem–Quine ou Tese de Duhem–Quine.

O conjunto de suposições que sustentam que uma determinada proposição é verdadeira pode ser chamado de “feixe de hipóteses” ou *bundle of hypotheses*. Embora um feixe de hipóteses (ou seja, uma hipótese e suas suposições de fundo) como um todo possa ser testado contra o mundo empírico e ser falsificado se falhar no teste, a tese de Duhem-Quine diz que é impossível isolar uma única hipótese no feixe, o que caracteriza o que é chamado de “holismo de confirmação”. Duhem e Quine possuem leituras holísticas diferentes desse problema, mas Allan Franklin (2011) oferece uma representação lógica geral do raciocínio por trás da tese desses autores:

> Considere o *modus ponens*. Se uma hipótese *h* implica evidência *e*, então não *e* implica não *h*. Porém Duhem e Quine, de maneiras ligeiramente diferentes, apontaram que não é apenas *h* que implica *e*, mas sim *h* e *b* que implicam *e*, onde *b* é o conhecimento de fundo. Assim, não *e* implica não *h* ou não *b*, e não se sabe onde colocar o não.

O problema de Duhem-Quine aparece em muitos casos de falseamento de hipóteses em que não há uma forma clara de distinguir uma hipótese das demais hipóteses em torno dela. Assim, após a descoberta de uma nova evidência que falseie o feixe de hipóteses, não se sabe ao certo qual hipótese do feixe deve ser falseada. No entanto, em nossa Lógica do Consenso Histórico, uma teoria, enquanto uma hipótese densa sobre a sequência dos acontecimentos do passado, não é atingida por essa tese, posto que ela pode ser interpretada como um feixe inteiro de hipóteses falseável em bloco. Em outras palavras, cada teoria não é uma hipótese pontual, mas sim uma hipótese densa ou uma combinação de hipóteses.

Por conseguinte, o conjunto das teorias é o conjunto de todas as combinações hipotéticas prováveis em feixes de hipóteses sobre o que ocorreu, cada qual compondo uma cadeia de todos os acontecimentos interpretáveis via fontes históricas atuais. Assim, uma vantagem de nossa abordagem por combinatória é justamente permitir o falseacionismo de teorias descritivas, as quais se encontram individualizadas em cadeias temporais distintas. No momento certo, mostraremos como essa abordagem lógica é uma resposta à dificuldade das ciências históricas de se adequarem ao método falseacionista de Popper como tradicionalmente interpretado.

2 Histórias prováveis de uma perspectiva estática

A história não é o passado, mas um mapa do passado, desenhado a partir de um ponto de vista particular, para ser útil ao viajante moderno.

Henry Glassie, *Passing the Time in Ballymenone*

QUESTÕES DE CADA SUBSEÇÃO

Capítulo 2

1. O que é o conhecimento científico?
2. O que são ciências históricas?
3. Quais tipos de sentenças das ciências históricas podem ser formalizadas em uma lógica temporal proposicional de instantes de tempo?
4. Como o conhecimento científico no tempo é possível?
5. Com que fundamento construímos hipóteses prováveis sobre o que ocorreu?
6. Em síntese, quais são os pressupostos teóricos por trás da análise formal desta tese?

Neste começo de capítulo, argumentaremos, com um vocabulário lógico-filosófico mais informal, que certos tipos de ciências (as quais denominamos "ciências históricas") fazem um trabalho descritivo em relação a um potencial passado real, estabelecendo o que chamaremos "passados prováveis", os quais fundamentam interpretações (consensuais ou não) na comunidade científica sobre o que teria realmente ocorrido [7]. Em um segundo momento, então, ofereceremos um formalismo que consideramos adequado para regimentar essa perspectiva teórica. Em suma, tanto com a parte teórica prévia quanto com a parte formal, buscamos responder a uma importante questão na Filosofia da Ciência: de como se pode compreender a pluralidade de interpretações históricas descritivas acerca do passado sem se perder, nessa pluralidade de interpretações, a possibilidade de consenso nas ciências históricas a respeito do que "realmente ocorreu"?

[7] Deixaremos uma expressão entre aspas simples — como em 'passados prováveis' — quando estivermos nos referindo a uma expressão dentro de outra ou à expressão em si, e não ao que ela significa; por exemplo, na sentença "a palavra 'passado' tem sete letras". Por outro lado, deixaremos uma expressão entre duas aspas quando quisermos destacar um termo que receberá uma definição precisa ou quando quisermos destacar que se trata ou de uma sentença específica em análise — como a mencionada acima — ou quando se trata de uma menção/citação ou ainda quando se trata de um uso enfraquecido/solto/livre dela em relação a um sentido mais rígido que eventualmente possua — como ao dizermos que algo se trata da "essência" de uma outra coisa sem que definamos com precisão o que estamos entendendo por esse termo.

Começaremos pelo objeto de estudo, a ciência, ou melhor: as ciências históricas. E, ao se falar em “ciências históricas”, supõe-se, é claro, que sejam áreas contidas dentro de um conjunto maior de áreas científicas: as ciências. Nessa direção, percorreremos vários subtópicos até podermos definir bem como funcionam as ciências históricas. Para ilustrar nosso percurso, deixamos o seguinte mapa conceitual:

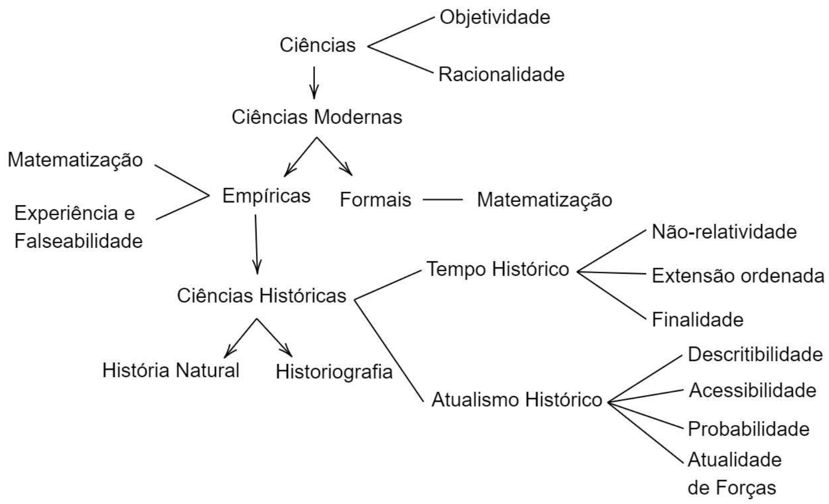


Figura 2.0.1: Subtipos de ciências (indicados por setas) e suas características (indicadas por linhas).

Em seguida, então, será conveniente a essa pesquisa um aprofundamento acerca do que chamamos “Atualismo Histórico”, mostrando como tal princípio conecta-se com nossa proposta lógica, bem como justifica o tratamento sistemático e científico das descrições oferecidas pelas ciências históricas. Nosso aprofundamento será feito principalmente por meio dos seguintes tópicos:

- Descritibilidade
  - fatos e sentenças históricas
  - verificabilidade de sentenças históricas
- Acessibilidade
  - princípios operacionais em ciências históricas
  - método hipotético

    * consensos e dissensos
    * lacuna epistêmica
    * fonte histórica
    * passado provável
  - objetividade para consensos legítimos
    * imparcialidade com “boa” subjetividade
    * realidade do passado
    * publicidade
      · de resultados
      · de fontes
      · de métodos

- Probabilidade e Atualismo
  - hipóteses prováveis
    * hipóteses documentais
      · diretas
      · indiretas
    * hipóteses genéticas

Comecemos por entender o que são “Ciências Históricas” dentro do que chamamos de “Ciências” em geral.

2.1 Ciência e ciências

Do ponto de vista etimológico, o termo ‘definição’ designa uma “ação que estabelece limites”; e este será nosso ponto de partida: estabelecer limites entre o que é e o que não é científico e entre o que é do domínio das ciências históricas e o que não o é.

Todavia, como já amplamente reconhecido, na Filosofia da Ciência não é nada fácil dar uma definição sucinta que seja tão rigorosa quanto geral sobre o que é uma ciência (abarcando todas as áreas consideradas hoje científicas). Contudo, para os nossos fins neste estudo, acreditamos ser suficiente partirmos de uma definição bastante simples e genérica, seguindo apenas dois requisitos. Tais requisitos, pensados já por Aristóteles para “definições reais”

(SANT'ANNA, 2005, p. 3), são: (1) delimitar um conjunto de objetos sobre o qual certo objeto está sendo definido como um caso particular; e (2) oferecer uma propriedade que esse objeto tenha, mas o resto do conjunto, não, capturando, assim, sua "essência", por assim dizer. Foi desse modo, por exemplo, que Aristóteles procurou definir um ser humano como um "animal racional"; i.e., um objeto que está contido no conjunto dos animais, mas que se difere dos demais animais por ter *lógos*, ser capaz de diálogo; e, consequentemente, também raciocínio.

De modo análogo, definiremos ciência como um tipo particular de atividade intelectual que tem como fim último descrever e explicar, com a maior precisão possível, fenômenos culturais e naturais ou processos formais. Desenvolveremos essa proposta abaixo.

Aristóteles já reconhecia a ciência como uma atividade intelectual, aliás, puramente intelectual, diferenciando-a, pois, da arte/técnica, na medida em que esta, diferente daquela, possuiria uma parte criativa; seu fim não é conhecer em si mesmo um objeto e sim criar um artifício. Ademais, para Aristóteles, a ciência deve chegar a conclusões verdadeiras que, em última instância, não podem ser revisadas, pois tais afirmações verdadeiras corresponderiam a propriedades estruturais da realidade dos objetos estudados. Para lembrar de um exemplo clássico do início de sua *Metafísica* (cf. ROSS, 1924): quando um matemático fornece uma demonstração correta de que "a raiz quadrada de 2 é um número irracional", tal conclusão corresponderia a um *fato* sobre a raiz quadrada de 2, assim esse resultado não pode ser revisado, i.e., a proposição acima não pode vir a ser falsa, isso dado que a demonstração percorra com precisão desde premissas verdadeiras até a conclusão.

Contudo, consideremos especificamente as chamadas "ciências modernas", termo que Pascal Nouvel (2013, pp. 43–47) utiliza para denominar as áreas do conhecimento que, seguindo autores como Descartes, Hume, Newton, Bacon, Boyle e Galileu, buscam aplicar tanto quanto possível para seus estudos os requisitos da matematização e da experimentação. Requisitos esses bem conhecidos da Filosofia e História da Ciência por autores como, respectivamente, Alexandre Koyré (1979) e Ian Hacking (1989). Considerando essas ciências, há grande dificuldade de se aplicar o conceito aristotélico de conhecimento científico. Pois quais premissas são sempre verdadeiras para os cientistas modernos? Além disso, quais regras utilizam para inferir uma conclusão a partir de premissas? E havendo certas regras adequadas e premissas tidas como verdadeiras, será que a conclusão não pode sempre ser passível de revisão científica ao longo do tempo? Essas questões não são simples, levando-se em conta o desenvolvimento das ciências modernas nos últimos séculos; ciências como a Matemática, a Ciência da Computação, a Lógica, a Física, a Geologia, a Biologia, a Antropologia, a Linguística e a História. Cada área categorizada como “ciência formal” (é o caso das três primeiras), “ciência natural” (caso das três seguintes) ou “ciência humana” (caso das três últimas).

Ora, em todas as ciências modernas mencionadas acima há exemplos de premissas, regras de inferência ou conclusões antes consideradas verdadeiras ou corretas que, em um segundo momento, foram consideradas inapropriadas ou falsas ou pelo menos parcialmente falsas (i.e., não mais verdadeiras de modo irrestrito). São exemplos as premissas cosmológicas da Física Newtoniana, a Regra de Necessitação da Lógica Modal (ausente em lógicas modais não normais) e as conclusões do racismo científico da Antropologia do século XIX. Ademais, embora ainda seja comum a compreensão de que ao menos as “ciências puras” (não-aplicadas) busquem o conhecimento por ele mesmo e utilizem objetos técnicos apenas como meios para tal, as ciências modernas estão muito mais ligadas hoje à técnica do que outrora estiveram. Assim, por essas razões e outras, propomos uma especificação mais modesta que a de Aristóteles para compreender as ciências, ou ao menos as “ciências modernas” (na expressão de Pascal Nouvel) dentro do escopo das atividades intelectuais.

Por outro lado, queremos dizer por “atividade intelectual” nas ciências modernas algo próximo ao que foi concebido por Aristóteles; mais especificamente estamos a sustentar, com Newton da Costa (2018, p. 49), que

> a ciência consiste essencialmente em sistema de conhecimentos alcançados por caminho racional. Seu propósito: o conhecimento científico, isto é, série de crenças verdadeiras e justificadas, dentro das fronteiras da racionalidade. E o instrumento desta estriba-se na razão, a capacidade de conceituar, de julgar (em particular, de criticar) e de inferir.

Essa última capacidade (capacidade de inferir), vale observar, sempre ligada direta ou indiretamente a alguma lógica. E assim, ainda que de modo bastante idealizado, podemos afirmar, com as palavras de Newton da Costa, que “a razão sozinha conduz, em princípio, às ciências formais; a razão mais experiência, às reais”; essas últimas também chamadas “ciências factuais” ou “ciências empíricas”.

Ao lado da racionalidade científica, porém, entendemos que cabe a *objetividade* — que analisaremos mais tarde nas ciências históricas — e a busca da *descrição* e/ou da *explicação* de processos formais ou de fenômenos naturais e sociais na atividade científica. Em particular, devemos destacar a busca da descrição, posto que nenhum modelo explicativo é adequado se não está baseado em descrições precisas, e dado também que em algumas ciências históricas o trabalho descritivo é muitas vezes a tarefa dominante. Uma defesa interessante da primazia da descrição em ciências foi feita por Gaston Bachelard (2004, p. 13), e parece-nos adequada em grande parte para as ciências históricas, embora, em alguns casos, possa-se questionar se sua teoria não tenha subestimado o papel da explicação.

2.2 Ciências históricas

2.2.1 Matematização e experimentação sobre fenômenos pretéritos

Em se tratando de ciências que estudam fenômenos empíricos do passado, é esperável que a matematização desses fenômenos seja, quando viável, e pela natureza mesma do objeto pretérito, altamente dependente da estatística e da probabilidade, e, no domínio da matemática, esteja principalmente relacionada a sistemas dinâmicos. Vale destacar que, em particular há uma área transdisciplinar em ciências históricas, a Cliodinâmica (cf. TURCHIN, 2003 e 2018), dedicada ao estudo matemático de sistemas dinâmicos em processos históricos humanos (aspectos sociais, biológicos e culturais).

Como não é o assunto central desta tese, adotaremos aqui a expressão “experimentos” simplesmente para nos referir aos meios empíricos pelos quais os cientistas são capazes de testar suas afirmações sobre fenômenos naturais ou sociais. Em ciências históricas, a experimentação dificilmente será utilizada no sentido de reproduzir um fenômeno no tempo presente, de modo a estipular constantes causais; em vez disso, a experimentação, quando ocorre em historiografia e história natural — como as definiremos em breve —, está relacionada ao uso de diferentes técnicas para extrair informação de fontes históricas, como ao usar luz ultravioleta para examinar a pigmentação de uma escultura antiga ou usar datação de decaimento radioativo para examinar quando aproximadamente um determinado espécime de ser vivo veio a falecer. Esses “experimentos” (em sentido mais amplo) são usualmente considerados suficientes para determinar se é verdadeiro que tal espécime viveu em tal ou qual época geológica ou se tal escultura foi tingida ou não, mas geralmente não são suficientes para se fazer previsões sobre esses objetos em relação ao futuro.

Também há experimentos em ciências históricas para *hipóteses indiretas*, algo que posteriormente chamaremos “hipóteses genéticas”. Deixando de lado, por ora, a natureza dessas hipóteses, podemos nos concentrar em alguns exemplos para “experimentações indiretas”, como chamaremos daqui para frente. Considere as diferentes hipóteses que temos sobre como as pirâmides do Egito Antigo foram construídas. Um primeiro crivo para selecionar, dentre essas hipóteses, aquelas “aceitáveis”, envolve constatar que são funcionais, ou seja, de fato por meio de tal ou qual técnica hipotética é possível se construir uma pirâmide. Para tal crivo, executa-se um experimento indireto: tenta-se construir uma pirâmide (não necessariamente em mesma escala) ou parte dela utilizando uma técnica hipotética (baseado nos papiros do Diário de Merer, escritos há mais de 4.500 anos, e descoberto em 2013; cf. TALLET, 2017 e 2021) com os materiais supostamente acessíveis à época. Para um outro exemplo ainda, considere a hipótese de que a a Odisseia, no formato que conhecemos hoje, não foi integralmente escrita apenas por um rapsodo (Homero), mas gerações de rapsodos transformando os poemas homéricos de improviso em improviso (cf. introdução de Bernard Knox em HOMERO, 2011). Tal hipótese ganha mais força se pudermos constatar que os poemas homéricos possuem traços linguístico-narrativos de improviso poético, mas se não podemos constatar quais são esses traços de improviso à época, podemos indiretamente verificá-los examinando quais os traços de improviso de comunidades atuais — em condições análogas —, por exemplo, dos bardos dos Balcãs, observando-se, então, que tais traços também estão presentes nos cantos homéricos, tal experimento conta indiretamente como uma evidência para tal hipótese da composição da Ilíada e da Odisseia. Em ambos os exemplos (das pirâmides e dos cantos homéricos), observa-se que pressupõem coisas em comum no passado e no presente (i.e., certa “atualidade do passado histórico”) para ser razoável aceitar tais experimentos indiretos; nesses casos: as leis da física — por trás da construção da pirâmide — e certos fenômenos linguísticos recorrentes na história da língua e da literatura — por trás da composição dos cantos homéricos. Nesses casos, dizemos ser um experimento *indireto*, porque o experimento não é feito com um objeto do passado (como a pirâmide original dos egípcios), mas sim com uma “réplica” ou objeto análogo no presente. Outra forma de experimento indireto que vale a pena ser mencionada é aquela por simulação computacional (por exemplo: por meio de modelos baseados em agentes), com base em bancos de dados; uma técnica bastante utilizada em Arqueologia (CEGIELSKI; ROGERS, 2016) e na já mencionada Cliodinâmica (por exemplo: LYALL; BRIZHINEV; BRADBURY, 2020).

Acreditamos, assim, que o espírito da experimentação científica moderna encontra-se nas ciências históricas, posto que os experimentos que mencionamos são, na comunidade dessas ciências, tidos como suficientes para corroborar empiricamente certas crenças. Nas ciências históricas uma crença é empiricamente válida se está *objetivamente embasada* em informações ou inferidas geneticamente por experimentos indiretos ou extraídas de fontes históricas (como estátuas, documentos e fósseis) por meio de métodos aceitos dentro da comunidade científica.

A razão da aceitação de certos métodos e experimentos no lugar de outros bem como a razão da mudança de aceitação é um assunto bastante controverso na Filosofia da Ciência e não cabe ao presente trabalho. Partimos do pressuposto de que em um determinado momento a comunidade científica em ciências históricas acredita-se ter boas razões para aceitar certos métodos e experimentos para se examinar tais ou quais fatos históricos e a partir de então aceita-se e interpreta-se as informações obtidas pelos métodos ou pelos experimentos para afirmações específicas acerca do passado, ou até mesmo afirmações gerais acerca das sociedades humanas ou da seleção natural, por exemplo. É um fato, porém, que os métodos e os experimentos mudam tanto quanto as fontes acessíveis e as informações disponíveis na comunidade científica. Esse tópico nos interessará adiante, quando debateremos a *dinâmica* do conhecimento histórico, mas por enquanto o investigamos apenas de um ponto de vista *estático* em sua pluralidade.

2.2.2 Definição de ciências históricas

Passemos para a questão seguinte: o que chamamos de "ciências históricas"? Até aqui ainda não demos precisão ao termo, embora, pelos exemplos acima e pelo próprio nome, possa-se imediatamente pensar na Historiografia — às vezes simplesmente chamada "História" —, enquanto área do conhecimento que, na clássica definição de Marc Bloch (2001, p. 55), descreve e explica os fenômenos humanos no tempo (histórico), especialmente considerando o passado de tais fenômenos. Ocorre, porém, que a presente discussão abrange também outras áreas do conhecimento, e tal sentido mais amplo de uma ciência histórica é já previsto nesta mesma célebre passagem de Bloch, onde afirma que "a geologia é, à sua maneira, uma disciplina histórica". Ao nosso ver, das ciências mencionadas acima, por exemplo, e além da Historiografia, também podemos citar boa parte da Biologia (sobretudo a Paleontologia), da Geologia (História Geológica), da Linguística (particularmente a Linguística Histórica), da Antropologia (especialmente na Antropologia Física/Biológica, mas também partes da Antropologia Social e Cultural) e talvez até uma certa parte da Física (a Cosmologia). Tal abrangência pode ser inicialmente estranha, uma vez que, nesse conjunto de áreas científicas, há ciências muito diferentes não só em objeto, mas também em método — com métodos dificilmente comparáveis entre si senão por princípios abstratos de cientificidade —; o que parece ser o caso, por exemplo, ao se tentar comparar metodologicamente cosmologia e linguística histórica. Ocorre que nossa definição de "ciência histórica" não pressupõe que cada ciência desse tipo tenha o mesmo tipo de objeto, e tanto menos que utilize um mesmo método investigativo, mas apenas pressupõe duas concepções em suas investigações: uma concepção lógica de *temporalidade histórica*; e uma concepção epistemológica de *atualismo histórico*.

Definição 2.1 (ciência histórica)**.** *Uma ciência é "histórica" quando: (I) supõe que seus fatos tenham proposições correspondentes em uma estrutura temporal histórica e (II) adquire conhecimento acerca desses fatos mediante o princípio do atualismo histórico.*

Abaixo o que entendemos informalmente pelas concepções (I) e (II):

Definição 2.2 (tempo histórico)**.** *Chamamos uma estrutura temporal de histórica quando: (i) é não relativística, i.e., pode ser semanticamente independente de uma possível estrutura do espaço físico; (ii) é ou modo-pontual ou modo-intervalar, i.e., baseada em uma ou mais relações de ordenação sobre um conjunto de instantes de tempo (momentos/eventos/pontos) ou intervalos de tempo (períodos/linhas); e (iii) terminal, i.e., as cadeias de sucessão de instantes ou intervalos possuem um fim/término, desse modo, denominando-as "histórias desse ponto ou intervalo final/terminal".*

Observação (justificativa para esses critérios)**.** Abreviadamente, a temporalidade histórica assume: (i) *não relatividade*, (ii) *extensionalidade ordenada* e (iii) *finalidade*. Pelo critério (i) fica claro que os fenômenos estudados pelas ciências históricas possuem teoricamente uma dimensão temporal separada do espaço. Pelo critério (ii) buscamos deixar claro que o que chamamos aqui de temporalidade não se confunde com a "historicidade", enquanto percepção temporal experienciada pelos humanos; em específico mostra-se que estamos nos referindo a um aspecto lógico-ontológico de tempo, e não sua fenomenologia, por exemplo. Quanto às estruturas pontuais e intervalares; usualmente as primeiras são estruturas da forma $\langle T, \prec \rangle$ onde T é um conjunto de instantes/pontos/eventos e $\prec$ uma relação binária de precedência entre os elementos de I, enquanto as estruturas intervalares usualmente são estruturas da forma $\langle I, \sqsubseteq, \prec \rangle$ onde I é um conjunto de intervalos/linhas/períodos, $\sqsubseteq$ uma relação binária de inclusão entre os elementos de I e $\prec$ uma relação binária de precedência sobre os elementos de I (van BENTHEM, 1983, p. 80). Para nossos fins, empregaremos uma ontologia de instantes com estruturas modo-pontuais, em função de serem mais comuns e mais econômicas em termos de relações lógicas. Por fim, (iii) exclui estruturas de tempo em forma circular, onde não é possível *delimitação temporal* (ou seja, impor um limite em uma sucessão de eventos ou períodos), limite esse que corresponderá ao presente em que se escreve sobre o passado relativo a ele. Vale ressaltar que essa última característica não confere necessariamente nenhum aspecto teleológico especial às narrativas históricas, tais como encontrados em historiografias influenciadas por Hegel e Marx ou em alguns estudos de história natural (especialmente antes de Darwin).

O último critério, (iii), pode agora parecer arbitrário, posto que na literatura de lógicas temporais geralmente considera-se qualquer conjunto ordenado de instantes ou períodos como uma "história" ou "crônica". Porém o termo "história", nesse contexto, e como bem observa Robert McArthur (1976, p. 9), está sendo usado em um certo sentido ordinário da palavra, pelo que preferimos, nesse sentido amplo, utilizar *crônica*, outro termo corrente na literatura. Sobre o sentido estrito proposto em (iii), ocorre que neste trabalho convém uma definição mais restrita para *história* na medida em que o termo aqui se refere às histórias *construídas desde o presente*, ou seja, tendo o presente como seu fim/término. Esse critério provavelmente fará mais sentido ao leitor após considerar as próximas definições abaixo e principalmente após apreciar o tratamento formal das questões filosóficas mais adiante.

Definição 2.3 (instante de tempo)**.** *Um instante de tempo é um "mundo possível" (em sentido amplo) $t_n \in T$ que representa uma instância no tempo que pode ou não conter alguma proposição indexada.*

Definição 2.4 (cadeia de instantes)**.** *Uma cadeia de instantes de tempo é um conjunto de instantes de tempo ordenados por uma relação de precedência temporal $\prec$.*

Definição 2.5 (história)**.** *Uma história ou cadeia maximal de instantes de tempo é uma cadeia que não pode ser estendida para frente por qualquer instante de tempo que já não esteja encadeado nela.*

Ou seja, uma cadeia de instantes de tempo é um conjunto de instantes ordenado por uma relação de precedência $\prec$, e por essa noção definimos o termo 'história' (como chamaremos a partir daqui) conforme o sentido acima. Observado que uma cadeia maximal é uma cadeia com um ponto-instante final/máximo no curso do tempo.

Quanto ao princípio epistemológico mínimo que adotamos para ciências históricas:

Definição 2.6 (atualismo histórico)**.** *Uma ciência assume o princípio epistêmico de atualismo histórico quando: (i) descreve fatos presentes ou pretéritos dentro do tempo histórico; (ii) os fatos referidos são, para a comunidade científica, epistemicamente acessíveis por objetos* *presentes/atuais; (iii) assume-se na área (de modo consensual ou dissensual) que, em dado momento ou período, proposições são ou foram o caso quando há atualmente boas razões científicas para tal; e (iv) tudo se passa no passado conforme "forças" idênticas (ou pelo menos análogas) às que se aplicam no presente.*

Observação (justificativa para esses critérios)**.** Abreviadamente, o atualismo histórico tem: (i) *descritibilidade histórica*, (ii) *acessibilidade histórica*, (iii) *probabilidade histórica* e (iv) *atualidade de forças*. Algumas observações: (i) remete à definição anterior quanto ao termo "tempo histórico" e compromete as ciências históricas ao *trabalho descritivo* considerando essa temporalidade. (ii), por sua vez, aponta para os meios pelos quais se pode obter conhecimento sobre fatos pretéritos. Ainda (iii) afirma que a ciência histórica só pode *assumir ocorrências históricas* quando essas são conjecturadas por boas razões científicas atuais, i.e., boas razões hoje formais ou empíricas, sendo as empíricas advindas de *bons experimentos* (em sentido amplo) ou *boas críticas documentais* (estudos de registro factual) e as formais advindas de *boas inferências* a partir de premissas ou dados estatísticos previamente aceitos na comunidade. Por fim, (iv) trata-se propriamente do princípio metafísico de *atualismo* de forças como, por exemplo, da gravidade; tal princípio amplamente utilizado em explicações do passado geológico e biológico, mas também em outras áreas, como linguística e antropologia, para inferir o que ocorreu a partir de fenômenos conhecidos sob relações análogas no presente, como ao tirar conclusões sobre a língua protoindo-europeia partindo de boas analogias com línguas atuais. Cada um desses quatro pontos será abordado com maior detalhe no decorrer deste trabalho.

A formulação é inspirada no princípio do atualismo aplicado às ciências históricas por Adrian Currie (2019, pp. 5-6). Note que estamos, nestas definições, utilizando o termo "fatos" em ciências históricas no lugar de "objetos". Isso porque daremos em breve um tratamento lógico à questão em linguagem proposicional, e não em linguagem de primeira-ordem.

Fica estabelecido, assim, que as ciências que satisfazem os requisitos das definições acima (2.2 e 2.6) são chamadas *ciências históricas*. Essas, por conta do atualismo, não são ciências formais, mas podem ser naturais ou sociais/culturais, como se pode verificar ao aplicar esses requisitos às áreas já mencionadas ou suas subáreas. Chamamos de *Historiografia* a parte das ciências históricas que trata de *fatos sócio-culturais*, como revoluções políticas, expedições militares e transformações artísticas; em outras palavras, todos aqueles fatos com participação cultural de um ou mais humanos. Por outro lado, chamaremos de *História Natural* (dando um sentido mais amplo à expressão) aquelas ciências históricas que tratam de fatos naturais, como da especiação de seres vivos e da estratificação geológica. Nesse sentido, pode parecer que estamos dando um escopo demasiadamente grande às ciências históricas. Cabe observar que tem se tornado mais comum o uso da expressão como sinônima à "Historiografia" (como expressamos acima), mas também não é estranha essa acepção mais ampla que englobe partes da geologia e da biologia, por exemplo. Um sentido assim mais abrangente é defendido notavelmente por Gallie (1984) para o que chama de "ciências genéticas", com a diferença de que ele baseia sua defesa em um método explicativo comum a essas ciências, enquanto de nossa parte enfatizamos os princípios temporais e epistemológicos em comum entre elas para se cumprir sua tarefa em um nível mais básico: o da descrição. Dentre os dois critérios para "ciências históricas", merece maior destaque o complexo princípio epistemológico de *atualismo histórico*, cujos subcritérios subjacentes serão abordados a partir de agora. Quanto aos subcritérios do princípio da temporalidade histórica, devem estar suficientemente claros por enquanto, e serão melhor explicitados durante nossa exposição formal.

2.3 Descritibilidade histórica

Seguindo o critério (i) de nossa última definição, uma ciência histórica antes de mais nada *descreve fatos presentes ou pretéritos* dentro do tempo histórico, temporalidade essa previamente definida. Tal afirmação captura "uma caracterização minimal da atividade histórica", tal qual a oferecida por Danto (1985, pp. 24–25): "o mínimo que historiadores fazem é tentar fazer enunciados verdadeiros, ou dar descrições verdadeiras, de eventos no passado *deles*"[8]. Mas que fatos são descritos pelas ciências históricas? E o que significa descrever historicamente um fato? Pretendemos agora responder a essas questões e demonstrar em seguida algumas proposições que se seguem da *descritibilidade histórica*.

2.3.1 Fatos históricos e sentenças históricas

Sem dúvida um objetivo comum atribuído às ciências não formais é o de basear teorias em fatos, o que se aplica também às ciências históricas (BECKER, 1955, p. 327). Isso permite que as pessoas (incluindo os próprios cientistas) tenham diferentes opiniões acerca de um objeto de estudo. De toda forma, dessa dicotomia fato-opinião vem a máxima popular de que "cada um pode ter sua opinião, mas não seus próprios fatos". Também baseado nessa dicotomia

[8]Originalmente: "to try to make true statements, or to give true descriptions, of events in *their* past". Assim como nessa nota, ofereceremos traduções próprias em português das citações advindas de referências bibliográficas em idiomas estrangeiros, constando em nota as referidas expressões originais (exceto em epígrafes).

está o princípio do jornalismo de separar, em seu discurso, aquilo que é fato, exposto em um *noticiário*, e aquilo que é opinião, exposta em um *comentário* ou *editorial*. Essa dicotomia, porém, ainda que muito difundida, é extremamente problemática. Não só porque nem sempre é óbvio o que é opinião e o que é fato, mas também porque frequentemente algo que se achava ser um fato, em um dado momento, pode-se passar a achar não mais sê-lo em outro. Isso pode ser bem exemplificado pelo caso da Doação de Constantino (BLOCH, 2001, p. 89):

Na Idade Média havia um documento oficial chamado *Constitutum Donatio Constantini* apresentado como um édito imperial romano onde o Imperador Constantino I (306–337 d.C.) teria doado ao Papa Silvestre I (314–335 d.C.) terras e prédios dentro e fora da Itália durante o quarto consulado do monarca (315). Naquele momento, portanto, poder-se-ia julgar que a doação de constantino era um fato, ou seja, um ato (de doação) que realmente aconteceu entre o imperador e o Papa Silvestre I. Contudo, no século XV Lorenzo Valla apresentou uma série de documentos que comprovariam que o documento da doação era falso, pois feito certamente em uma data muito posterior aos eventos supostamente relatados. Observando os erros linguísticos existentes e as expressões empregadas em sua construção, Lorenzo detectou, por meio de seus estudos, a presença de helenismos e barbarismos que não correspondiam ao uso da língua latina naqueles tempos do império de Constantino. O estudioso percebeu ainda que a natureza do documento, elaborado com um único testemunho, não correspondia ao hábito da época. Ao mesmo tempo, ele apontou como incongruente o uso do termo ‘sátrapa’ (expressão de natureza oriental) para fazer referência aos membros do Senado Romano e a menção de Constantinopla como uma cidade cristã em um tempo em que ela, assim como outras regiões dadas como de dominação romana, estava longe de assumir tal posição. Por essas e outras razões (que não faltaram nesta crítica documental), a Doação de Constantino, tal como compreendida na Idade Média, hoje não pode ser tratada como *fonte histórica* para embasar um *fato histórico* (termos esses — de *fato histórico* e *fonte histórica* — que daremos maior precisão posteriormente). E se outrora poder-se-ia ter a opinião de que a Igreja Católica deveria ter poderes políticos sobre determinados territórios com base nesse “antigo fato”, hoje tal opinião careceria de uma base factual.

É em razão de dificuldades como essa da dicotomia fato-opinião que utilizaremos uma outra: fato-sentença, e mais precisamente nos ocuparemos de sentenças declarativas traduzíveis em proposições lógicas, onde os fatos não podem ser alterados, mas sim a aceitação científica de algum valor de verdade atribuído às sentenças ou às proposições (podendo *verdade* ser predicado tanto de sentenças quanto de proposições, ou seja, aquilo que as sentenças significam). Nessa perspectiva, "Constantino doou terras para Papa Silvestre I" nunca foi um fato, e sim uma *sentença* que em um dado momento foi considerada verdadeira, mas hoje constatada como falsa. Nessa linha, assim que delimitarmos o que seja 'fato' em ciências históricas, exporemos como esses ditos fatos relacionam-se com as sentenças proposicionais dos historiógrafos (na Historiografia) e dos historiadores da natureza (na História Natural).

Nosso ponto de partida para a dicotomia fato-sentença, admitindo-se que sentenças sejam potencialmente *portadoras de verdade* (cf. DUTRA, 2001, pp. 82–84), é a Semântica de Tarski com a qual podemos precisar quando uma proposição é verdadeira ou quando é falsa em várias lógicas, inclusive nos sistemas que utilizaremos mais a frente. O ponto central dessa semântica está no chamado Esquema T ou Convenção T que busca formalizar um ideia vaga de correspondência. Nesse sentido, Tarski (2007, p. 160) busca estar em consonância com uma certa interpretação da clássica passagem da *Metafísica* de Aristóteles onde o Estagirita afirma que "Dizer do que é que não é, ou do que não é que é, é falso, enquanto que dizer do que é que é, ou do que não é que não é, é verdadeiro".

Embora sem oferecer maior esclarecimento sobre o que seja a "realidade" por trás de sentenças, Tarski oferece um critério material/extensional, pretensamente neutro em termos metafísicos, para a definição de verdade. Em uma leitura factual, como sugere Colin McGinn (2000, pp. 93–97), por exemplo: a sentença "a neve é branca" é verdadeira se e somente se a neve é branca, i.e., é um *fato* que a neve seja branca. De modo análogo, a sentença "existe um x tal que x é branco" é verdadeira porque existe um "objeto real", a neve, tal que possa substituir x e satisfazer a função "x é branco" (todavia, convém salientar que essa perspectiva não é aceita por todos os intérpretes da semântica de Tarski). Para fins de simplicidade para nossa exposição, adotaremos essa interpretação de McGinn especialmente para ciências não formais, como é o caso de todas as Ciências Históricas, mas os sistemas lógicos que serão apresentados em seguida são neutros quanto a uma visão realista ou não na Filosofia da Ciência. Assim, dada uma certa proposição p, diremos que, se um sujeito sabe que "p é verdadeira", ele pode, em ciências não formais, deduzir que p corresponde a algo extraproposicional, um estado de coisas no mundo atual; ou, nas ciências históricas, relata uma ocorrência na história. Isso não significa, porém, que a história deva ser uma cadeia única de instantes de tempo, pode haver, por exemplo — e como será o caso em nosso *framework* —, mais de uma história (provável), pelo que se poderá constatar que uma proposição é verdadeira em uma história provável e falsa em outra. Desse modo, apesar de utilizarmos a interpretação de McGinn, adaptá-la-emos a uma perspectiva mais flexível em relação ao passado histórico. Em nossos termos, podemos dizer que: se um sujeito sabe que "p é consensualmente verdadeira" na história, então ele pode inferir que p corresponde a uma ocorrência de fato em todas as histórias prováveis; por outro lado, se um sujeito sabe apenas que "p é (provavelmente) verdadeira", então ele pode inferir apenas que existe pelo menos uma história provável (sustentada pelos cientistas históricos) em que p corresponde a uma ocorrência de fato.

Tendo em vista os dois níveis semânticos envolvidos neste texto (da linguagem natural e da linguagem formal), utilizaremos o termo 'sentença' para nos referirmos a expressões da linguagem natural que podem ter certos significados precisos, os quais podem ser colocados em termos proposicionais em sistemas lógicos, como 'p', 'q' etc. Vale observar que, naturalmente, sentenças com o mesmo significado (proposição) possuem a mesma condição de verdade, por exemplo: a sentença "*the snow is white*" é verdadeira se e somente se a neve é branca. Mas uma sentença pode ter mais de um significado, pois a linguagem natural é frequentemente ambígua, como na frase "a manga é grande". Nesse caso, teremos no mínimo duas proposições relativas, uma vez que o sujeito 'manga' pode estar se referindo tanto a uma parte de uma peça de roupa quanto a um tipo de fruta.

De modo generalizado (para fatos e objetos quaisquer), o bicondicional de Tarski está afirmando que, seja "φ" uma fórmula/sentença/expressão-bem-formada de uma dada linguagem, "φ" é verdadeira se e somente se φ.

Colocado no formalismo do Esquema T:

$$\mathbf{T}\varphi \leftrightarrow <\varphi>$$

Posteriormente esse esquema com o *bicondicional de Tarski* (i.e.: '$\mathbf{T}... \leftrightarrow< ... >$') será implicitamente invocado quando forem dadas indutivamente as condições de verdade para fórmulas compostas como $\psi \wedge \varphi$; fórmula essa verdadeira se e somente se é verdade que ψ e é verdade que φ. Basicamente supondo que a verdade de uma sentença é dada pela análise de suas partes (princípio de composicionalidade). Ademais, nossos usos do Esquema T seguirão todas as precauções comuns em Lógica, como, por exemplo, de não se utilizar predicados como "verdadeiro" e "falso" na linguagem-objeto, mas somente na metalinguagem (ver mais detalhes em HAACK, 2002, p. 147).

Vale dizer que, de modo geral, mesmo quem não concorde com Tarski acerca de como preencher os detalhes de uma teoria da verdade, concorda ao menos que o esquema T acima represente algo como um princípio constitutivo da noção de verdade, impossível de se abandonar, mesmo abandonando outras restrições tarskianas. Desse modo, embora não estejamos nos comprometendo com uma generalizada semântica verifuncional à maneira tarskiana para a linguagem natural, pressupomos que os historiadores e naturalistas possam proceder implicitamente em seus raciocínios utilizando-se desse esquema à medida que a estrutura de seus raciocínios é ao menos parcial e idealmente capturada por sistemas lógicos com semântica de Tarski; dentre esses sistemas, os que apresentaremos no decorrer deste trabalho.

Alguém poderia se perguntar, entretanto, sobre o estabelecimento dessa coleção de fatos ou de objetos/constantes para se correlacionar às sentenças proposicionais ou para satisfazer certas funções como a de "x é branco". Ocorre que a teoria sobre o estabelecimento da coleção dos fatos ou objetos a serem aceitos foge ao escopo da semântica da verdade. Indo para além das condições de verdade, tais indagações passam para o escopo da Ontologia. Nesse caso, tratando-se ou de um estudo de Tipologia de Fatos — tal como empreendido por Russell — ou um estudo de Catálogo de Entidades/Objetos da realidade, na expressão de Quine (cf. 1948 e 1953). Não cabe ao nosso trabalho um detalhamento de estudos como esses, mas, para uma introdução à relação entre Lógica e Ontologia nesses termos, pode-se consultar o capítulo 5 de *Tópicos em Ontologia Analítica* (KRAUSE, 2017, pp. 99–140). De nossa parte, limitamo-nos a constatar que verdades empíricas, à medida que refletidas por certas proposições verdadeiras, pressupõem certos *fatos* particulares ou universais. Isso porque a verdade de proposições relativas a fenômenos empíricos não pode ser demonstrada como uma verdade formal (lógico-matemática).

Diferentemente das ciências formais, as ciências empíricas/reais visam ter conhecimento única e exclusivamente acerca de fenômenos próprios do mundo atual junto de seu passado real e, se possível, do futuro que efetivamente se consumará. Disso se segue que as sentenças, por exemplo, proferidas por essas ciências (com afirmações particulares ou universais) precisam, para serem verdadeiras (em suas contrapartes proposicionais), ter um correlato factual mundano particular ou geral. A esse respeito, Russell (1992, p. 235) deu-nos boas razões para aceitarmos empiricamente pelo menos o comprometimento tanto de fatos particulares quanto gerais, não podendo esses últimos serem adquiridos por indução. Mais controverso, porém, é o comprometimento de outros tipos de fatos, como os *fatos negativos*, à época defendido por Russell (cf. DUTRA, 2001, p. 20 e ss.). Nos parágrafos a seguir, não nos comprometemos com a ontologia de Russell, mas utilizaremos parte de seu vocabulário factualista (com algumas modificações) para fins de exposição e compreensão do que seja um "fato histórico". A principal modificação diz respeito à dualidade "particular" e "geral" (ou "universal"). Entendemos por um fato particular aquele que se refere não necessariamente a um indivíduo, mas a um evento específico no tempo em vez de a uma lei ou princípio que se aplica a diferentes fenômenos ao longo do tempo.

Definição 2.7 (fato particular no tempo)**.** *Um fato particular no tempo corresponde à contraparte real de uma proposição p verdadeira com uma modalização temporal fraca, como "foi o caso que p".*

Definição 2.8 (fato geral ou universal no tempo)**.** *Um fato geral ou fato universal no tempo corresponde à contraparte real de uma sentença que expressa uma lei ou princípio que reflete um conjunto de proposições (em geral, condicionais) verdadeiras em todos os momentos no tempo em uma história; tal fato sempre será formalizado por uma proposição com uma modalização forte, como "sempre foi o caso que p".*

Observação (particular e geral/universal)**.** Destaque-se que os termos "particular" e "geral/universal" aqui são relativos ao tempo, e não à quantificação usual. Não adotaremos linguagem de primeira ordem nesta tese, porém, se por ventura tivéssemos uma fórmula do tipo "foi o caso que, para todo x, x é P" (para um predicado P e uma variável x), essa fórmula seria interpretada como "particular (no tempo)".

Limitando-se aos fatos particulares e universais/gerais, vale observar que as ciências históricas, dentro das ciências empíricas/reais, tratam quase que exclusivamente de proposições que remetem a fatos particulares (talvez mesmo exclusivamente), e de fato são em torno dessas proposições que orbitam as análises de historiadores e naturalistas. Para citar um exemplo emprestado de Susan Haack (2002, p. 145), investigam se "Varsóvia foi bombardeada na Segunda Guerra" é verdadeira ou falsa; i.e., corresponde ou não a um *fato particular* do passado de ter existido Varsóvia e ter sido bombardeada em algum momento entre 1939–1945. Ou ainda, de modo análogo: se "os humanos e os chimpanzés possuíram um antepassado em comum" é verdadeira ou falsa. Nesse último caso, remetendo-se a um conjunto de fatos particulares, mas ainda não a um *fato geral* como na sentença: "em todo processo natural a energia do universo se conserva" (1ª Lei da Termodinâmica). Provavelmente isso reflete a fácil constatação de que as ciências históricas são pouco propensas a oferecer leis, no máximo generalidades aproximadas ou que parecem leis de fato — *lawlike generalisations* como dizia Gardiner (ATKINSON, 1978, p. 110-111.) — aceitas ainda que com potenciais exceções e restritas a períodos de tempo mais ou menos determinados, como "durante a Idade Média a economia era preponderantemente feudal na região da atual França" ou "durante a Era Cenozóica os mamíferos tenderam à multiplicação e diversificação pelo planeta". Observe-se que, nesses casos, trata-se não de fatos universais, mas da constatação de fatos particulares frequentes durante um dado período de tempo em determinado espaço.

Pelo que foi dito, estamos justificados então a nos limitarmos a partir daqui ao tratamento de proposições históricas enquanto fatos particulares relacionados a histórias. Mas mesmo que todos os fatos históricos sejam fatos particulares, isso não significa que todos os fatos particulares sejam históricos. O que são, afinal, fatos históricos?

Essa questão é geralmente discutida entre os teóricos da historiografia, os quais divergem quanto ao sentido mais adequado para o termo 'fato histórico'. O ponto de partida usual nesse debate está na diferença proposta por Edward Carr (1967, p. 62), em seu célebre *What is History?*, entre "fatos do passado" (ou "fatos pretéritos") e "fatos históricos". Os primeiros são fatos particulares quaisquer indexados no tempo histórico e no passado em relação ao presente em que se enuncia sua sentença correspondente. Fatos pretéritos, nesse sentido, e tal como constam no critério (i) para a definição de *atualismo histórico*, aplicam-se a fatos particulares sobre sociedades, pessoas, espécies, espécimes ou mesmo planetas. Por outro lado, "fatos históricos" seriam aqueles fatos pretéritos selecionados em um dado presente em termos de *significância histórica* (*historical significance*) (CARR, 1967, p. 64). Um exemplo bem lembrado para essa dualidade é o da travessia de Júlio César no Rubicão em 49 a.C. (BECKER, 1955, 328). Na ocasião o Rio Rubicão marcava a divisão entre a província da Gália Cisalpina e o território da cidade de Roma (posteriormente, a província da Itália). Neste momento, César teria dito "a sorte está lançada" (*Alea jacta est*), pondo-se em risco de modo irreversível ao violar a lei em perseguição a Pompeu, o que resultaria inevitavelmente em um conflito armado. Vendo retrospectivamente, não parece haver dúvidas de que esse momento foi crucial para determinar parte do futuro do que se seguiu em Roma, razão pela qual é um fato que sempre possui um lugar especial nas narrativas historiográficas. Por outro lado, também não há dúvidas de que muitas outras pessoas atravessaram o Rubicão à época, mas nenhum desses fatos de travessia vão parar nos livros e artigos historiográficos.

O grande problema surge ao se exigir maiores explicações sobre a determinação dessa "significância histórica". Afinal, quem julga que um fato teve importância histórica ou não? E baseado em quais critérios? Geralmente argumenta-se que a importância de um determinado fato é levantada por uma dada sociedade e/ou pela comunidade historiográfica baseada no valor que se atribui ao fato segundo certos critérios; por exemplo, sua *influência*. A ao menos aparente arbitrariedade dessa distinção provocou reações imediatas a Carr, o que resultou em críticas, por exemplo, de Geoffrey Elton (1967, pp. 56–57) em *The Practice of History*, onde considerou a distinção de Carr "caprichosa" (*whimsical*) e "uma atitude extraordinariamente arrogante tanto para com o passado quanto para com o lugar do historiador que o estuda"[9]. Por outro lado, a distinção de Carr reflete um problema digno de consideração em teoria e filosofia da história, que é o de se saber que critérios o historiador deve utilizar ao se escolher analisar determinados fatos em detrimento de outros, dada a incapacidade epistêmica de uma descrição completa de um evento ou processo histórico. Isso, claro, não é uma peculiaridade da historiografia, como observou William Dray (1977, p. 47): "Nenhum cientista pode cobrir todo o seu campo; deve escolher um aspecto ou problema e, ao fazê-lo, atende, como o historiador, aos seus interesses e revela os valores cultuados".

Entre as formas de justificar a categoria restrita de "fato histórico" para lidar com tais problemas, pode-se sugerir que certos fatos, como o da travessia de César, merecem espaço nas narrativas históricas em função do poder explanatório desse fato, ou seja, na importância dele do ponto de vista causal de determinados eventos posteriores. Isso sugeriria, de um ponto de vista contrafactual, que, por exemplo, "se César não tivesse cruzado o Rubicão, não teria havido em seguida uma guerra civil contra Pompeia", isso em razão de que a lei do Senado determinava guerra toda vez que um general de Roma com exército entrasse na Itália pelo Norte. Mas dada a dificuldade frequente de se constatar quais são os eventos com maior papel causal em processos históricos, uma tentativa diferente de compreender a "significância histórica" é entender a influência em sentido não necessariamente causal, mas "psicossocial", por assim dizer, como na definição dada por Walter Fales (1951, p. 85) segundo a qual "um fato histórico é um evento que influencia as mentes das pessoas de modo a provocar mudanças irreversíveis e únicas em seu padrão de pensamento, iniciando uma série indefinida de efeitos perceptíveis sobre seu estilo de vida"[10].

De nossa parte, embora reconhecendo a relevância da questão introduzida acima, trataremos de utilizar quase como sinônimos "fatos históricos" e "fatos pretéritos", com a sutil

[9] No original: "*an extraordinarily arrogant attitude both to the past and to the place of the historian studying it*".

[10] "*A historical fact is an event which influences the minds of people so as to bring about unique, irreversible changes in their pattern of thinking, initiating an indefinite series of noticeable effects upon their style of living*."

diferença de que fatos históricos incluem fatos presentes e, além disso, fatos pretéritos não necessariamente estão indexados no tempo histórico tal como definido anteriormente. Daqui para frente trataremos fatos históricos como "fatos presentes ou pretéritos indexados no tempo histórico", sendo esses, como dissemos, certos fatos particulares quaisquer, desde que indexáveis no tempo histórico. A razão do uso amplo do termo 'fato histórico' se deve ao nosso interesse de tratar de fatos históricos para ciências históricas (no geral) e não apenas à historiografia onde uma distinção mais restrita poderia vir a ser mais desejável. Em defesa de nossa escolha também para a historiografia, ao abrangermos no termo *fato histórico* não só *eventos históricos* (com reconhecido significado histórico), mas também *eventos subordinados* a ele, estamos considerando que esses eventos subordinados — que isoladamente podem ser ordinários ou de pouco destaque histórico — podem, numa observação mais acurada, ser de grande valia para a explicação ou contextualização de um evento histórico notável, como defendeu Walter Fales (1951, p. 89). Doravante, quando for necessário nos referirmos a esse sentido estrito de 'fato histórico' de Carr, Fales e outros, utilizaremos o termo 'evento histórico'. Com efeito, a partir daqui, consideramos as seguintes definições.

Definição 2.9 (evento)**.** *Um evento é um fato instanciado no tempo que corresponde logicamente a uma proposição verdadeira em um instante de tempo.*

Definição 2.10 (evento histórico)**.** *Um evento é dito ser histórico se ele é considerado especialmente significativo ou importante no curso da história.*

Definição 2.11 (evento subordinado)**.** *Um evento é dito ser subordinado se ele não é um evento histórico, mas um evento de menor significado ou importância, mas que pode contribuir para a compreensão de um evento histórico.*

Observação (significância histórica e subordinação histórica)**.** A travessia de César no Rubicão é um exemplo de evento histórico. Note que muitos outros indivíduos atravessaram o Rubicão, mas apenas a travessia de César consta nos livros dos historiadores como um marco ou um evento importante e chave no curso da história. Por outro lado, esse evento só é histórico (no sentido de ter significância histórica) por uma série de eventos subordinados a ele que podem não ser tão icônicos, mas contribuem também para compreender a história.

Definição 2.12 (fato histórico)**.** *Um fato é dito ser histórico quando: é um fato particular; está indexado no tempo histórico; e refere-se ou a um evento histórico ou a um evento subordinado.*

Definição 2.13 (fato pretérito)**.** *Um fato é dito ser pretérito quando é um fato histórico e não ocorre no presente, mas em algum instante que o precede.*

Uma outra questão a respeito ainda merece ser considerada. Trata-se da diferença entre "descrição" e "relato" também abordada por Walter Fales (1951, p. 86). Segundo o autor (FALES, 1951, p. 87), *descrições* (não-eventuais) estariam restritas a sentenças como "minha casa é branca" quando se quer dizer que existe um objeto meu, minha casa, e que ela, entre outras coisas, tem a qualidade de ser branca. Por outro lado, *relatos* (FALES, 1951, p. 89) envolvem não *coisas* ou *qualidades*, mas sim *eventos*, e quando se evoca um fato histórico como A Conquista da Gália por César não se está afirmando apenas que existe uma coisa, a Gália, e teve a qualidade de ter sido conquistada por César, em vez disso esse fato histórico está sendo evocado como um *relato*. Esse relato inclui eventos como a Batalha de Bibracte, e outros que ocorreram mais cedo e/ou terminaram mais tarde, como os objetivos políticos de César em Roma ou a expansão do Império Romano; eventos tais que remetam à *extensão temporal* desse fato histórico.

De nossa parte, ocorre que com o termo 'descrição histórica' (daí o critério (i) de *descritibilidade histórica*) estamos justamente nos referindo a uma descrição no curso do tempo histórico, incluindo os relatos tais como definidos por Fales. Descrições históricas, portanto, entendemos serem não meras descrições, mas descrições indexadas no curso histórico, ou seja, falando de fatos no tempo, por extensão, também conjuntos de eventos, tais como o conjunto de eventos que compreende o processo da conquista da Gália por César. Quando um historiador fornece, pois, um relato sobre esse processo, fornece, em nossos termos, uma descrição histórica que pode ser adequada ou não às evidências que temos acerca do que efetivamente ocorreu entre 58–50 a.C. (período da conquista da Gália). Veja que estamos entendendo que um processo pode ser traduzido em termos de um conjunto de eventos, mas nada impede o leitor de interpretar os sistemas lógicos desta tese à luz de uma ontologia de processos ou mesmo de uma ontologia de entidades. Em síntese:

Definição 2.14 (descrição histórica)**.** *Descrição histórica é uma história cujas proposições indexadas provavelmente correspondem (para um dado momento da comunidade científica) a fatos históricos.*

Definição 2.15 (relato histórico)**.** *Relato histórico é um conjunto de sentenças consistindo ao menos parcialmente em uma descrição histórica.*

Aqui surge naturalmente outro tópico importante acerca da descritibilidade histórica: a verificabilidade de sentenças em um relato histórico diante de fatos históricos.

2.3.2 A verificabilidade das sentenças históricas

Consideremos um *relato histórico*. Esse relato, traduzindo-se ao menos parcialmente em uma *descrição histórica*, resultará em uma *história* que possui eventualmente proposições indexadas. Essas sentenças chamemo-las *sentenças históricas*, tendo-se por exemplos sentenças como as do tópico anterior acerca de Júlio César. Neste tópico apresentaremos uma variedade de sentenças históricas e ofereceremos condições de verdade, utilizando o Esquema T, para diferentes tipos de sentenças históricas.

Em um relato assim tratado parcialmente, cumpre destacar que sentenças históricas não responderão a todas as perguntas lançadas por historiadores e naturalistas. Elas não respondem, por exemplo, a perguntas como "por que Varsóvia foi bombardeada na Segunda Guerra Mundial?" ou "como se sentiu Júlio César diante do dilema de atravessar ou não o Rubicão?" ou mesmo "quando Júlio César atravessou o Rubicão?". Essas perguntas são exemplares, respectivamente, de questões-porquê (*why-questions*), questões-como (*how-questions*) e questões-quando (*when-questions*), na classificação de Daniel Little (2010, pp. 5–6), mas não podem ser respondidas por sentenças históricas, porque o critério de verdade para respostas a essas perguntas não pode ser dado por uma simples correlação com fatos históricos.

No primeiro caso ("*why-questions*"), porque quando nos perguntamos pelo *porquê* de uma proposição '*p*' ter sido verdadeira, ou seja, o porquê de certo fato ter ocorrido, queremos saber as razões ou as causas pelas quais se deu dessa forma e não de outra; não nos basta saber se "foi o caso que *p*" ou se "não foi o caso que *p*". Todavia, no último sistema que apresentaremos nesta tese, oferecemos um caminho para lidar com essas questões.

No segundo caso ("*how-questions*"), quando questionamos sobre *como* Júlio César se sentiu em determinado momento, não estamos esperando uma resposta objetiva, vista de modo exterior ao ocorrido, e sim uma resposta subjetiva, vista de dentro, por exemplo, por meio de uma ficção histórica onde as reflexões de César são imaginadas em primeira pessoa, e é no mínimo discutível que haja fatos históricos que correspondam a estados subjetivos satisfatórios para perguntas como essas.

Por fim ("*when-questions*"), perguntas acerca de *quando* algo ocorreu não possuem uma resposta necessariamente em um tempo histórico: uma observação atenta à definição de temporalidade histórica constatará que não foi requisitado que esse tempo seja métrico, ou seja, que ele possa ser mensurado em horas, dias, anos, séculos etc., pelo que se supõe que um tempo histórico pode ou não ser métrico. Quando nos perguntamos sobre *quando p* ocorreu não queremos como resposta apenas que “foi o caso que p”, pelo que a pergunta-quando não pode ser respondida por uma mera correlação com um fato histórico, mas sim dessa correlação junto de uma análise métrica de *onde ocorreu* dentro do tempo histórico. O formalismo que ofereceremos nesse trabalho não possui uma métrica, embora seja possível tal extensão em uma pesquisa futura (cf. capítulo VI de PRIOR, 1967).

As sentenças dos historiógrafos e historiadores naturais cuja verificabilidade pode ser colocada em nosso formalismo nos termos do Esquema T são aquelas dentro de um subgrupo das respostas para perguntas-o-quê (*what-questions*). Quando nos perguntamos de modo amplo sobre “o que ocorreu?”, podemos responder que “ocorreu p” (i.e.: “foi o caso que p”), ou ainda expressões compostas: “sempre ocorreram p e q” ou ainda “foi o caso que p ou não fora o caso que q” (entendendo por ‘fora’ o pretérito do passado: foi o caso que foi o caso que q). Expressões como essas serão contempladas em nossa linguagem lógica.

Contudo, nossa linguagem não contempla todas as respostas para perguntas-o-quê. Suponha, por exemplo, que alguém queira saber “o que ocorreu em 14 de julho de 1789?” (uma pergunta-o-quê com uma *when-question* implícita). Uma das respostas possíveis seria: “ocorreu a tomada da Bastilha”. Tal resposta é da forma “foi o caso que φ”, mas um tempo histórico sem métrica não é capaz de localizar esse ‘foi o caso’ ou ‘ocorreu’ em um instante de tempo rotulado pela data expressa na pergunta, pelo que se vê que a resposta está incompleta. Incompleta não porque a data está implícita na resposta (como esperaríamos), mas sim porque, na verdade, é inexprimível na linguagem em questão. O mais próximo de uma resposta satisfatória que podemos oferecer seria algo como “a tomada da Bastilha ocorreu após a reunião dos Estados Gerais”, portanto só podendo-se localizar o ‘quando’ relativamente a outra ocorrência temporal.

Para um exemplo análogo de limitação, considere a seguinte pergunta: “o que ocorreu na França?”. Poderíamos também responder, entre as várias respostas possíveis, com uma sentença como a acima colocada sobre a Bastilha, mas nossa linguagem também não prevê uma indexação no espaço, de modo que não seria possível localizar espacialmente todas as proposições que ocorreram não só no passado, mas especificamente no passado da região da França. Isso se deve imediatamente à primeira propriedade da temporalidade histórica, a *não relatividade*, embora uma extensão lógica da temporalidade histórica com uma segunda dimensão (de espaço) interposta a ela seja possível (cf. BELNAP; MÜLLER; PLACEK, 2022).

Por fim, considere um último exemplo (não que os exemplos se esgotem nesse) de limitação: "o que ocorreu segundo a historiografia marxista?". Entre as respostas possíveis, poderíamos afirmar, por exemplo, que "as bases do capitalismo surgiram no final da Idade Média". Apesar de composta, essa expressão é capturada em nossa linguagem, mas o problema surge ao procurar indexá-la especificamente em algo que seja a "historiografia marxista". Podemos supor que a historiografia marxista seja ao menos parcialmente uma descrição histórica, ou seja, uma história enquanto uma cadeia de instantes ou intervalos que acaba no presente e que possui certas proposições provavelmente verdadeiras em seu curso temporal, dentre as quais, a de que "as bases do capitalismo surgiram no final da Idade Média".

O problema é saber qual história h é essa dentre as várias histórias dentro do sistema lógico que se está construindo. Veja: o Esquema T é mais uma vez insuficiente para esse caso, ele é capaz de correlacionar a sentença acima com um fato histórico correspondente, mas não é capaz de fazê-lo localizando-o em uma história específica (com rótulo de 'marxista'). Nessa linha, nosso formalismo lógico será capaz de dizer que uma sentença é verdadeira em alguma história ou em todas as histórias, mas não será capaz de designar por rótulo que seja verdadeira em uma história marxista (relato histórico marxista), por exemplo, e menos ainda capaz de dar as razões pelas quais essa história é marxista e não uma história de outro tipo.

Estabelecido que estamos tratando de apenas uma parcela das sentenças proferidas por historiógrafos e historiadores da natureza, e tão somente essas sentenças que denominamos "sentenças históricas", vejamos em que medida elas podem ser "verificadas mediante fatos". Considere os seguintes exemplares-tipo de sentença histórica:

1. *sentença atômica*: "A neve é branca" sse de fato a neve é branca

2. *sentença pretérita simples*: "Os dinossauros (não-aviários) foram extintos" sse de fato os dinossauros (não-aviários) foram extintos.

3. *sentença pretérita relativa/contextual*: "Varsóvia foi bombardeada na Segunda Guerra Mundial" sse de fato Varsóvia foi bombardeada na Segunda Guerra Mundial;

4. *sentença pretérita narrativa*: "A Primeira Guerra Mundial começou após o assassinato do arquiduque da Áustria Franz Ferdinand" sse de fato a Primeira Guerra Mundial começou após o assassinato do arquiduque da Áustria Franz Ferdinand.

Acima estão enumeradas sentenças representativas da coleção de sentenças históricas abarcadas pelo tratamento formal daqui para frente (para uma discussão mais geral sobre a linguagem temporal, cf. LACEY, 1972). Repare que todas elas são, do ponto de vista gramatical, *enunciados demonstrativos/declarativos*; i.e., enunciados que se pretendem afirmações acerca de um fato. Nunca uma sentença histórica consistirá de um enunciado interrogativo ou exclamativo, por exemplo. Mas cumpre observar que as declarações acerca de um fato podem ser variáveis. A primeira sentença histórica pode ser entendida como uma proposição p no presente, pelo que a validade dela pode ser colocada sem nenhuma modificação no bicondicional de Tarski:

$$\mathbf{T}p \leftrightarrow < p >$$

Disso se segue que as sentenças proposicionais clássicas (proposições atômicas), sempre instanciadas no presente, são casos particulares de sentenças históricas, uma vez que indexáveis no tempo histórico.

Mas os demais exemplares enumerados já não são tão diretamente compreensíveis no Esquema T. Considere a sentença de número 2, ela declara que a proposição q (seja q: "Os dinossauros (não-aviários) estão extintos") corresponde a um fato, porém esse fato está instanciado no passado (assim, o "estão" torna-se "foram"). Em outras palavras, sejam t e t' instantes ou intervalos de tempo e $\prec$ uma relação de precedência temporal entre eles:

"em t, foi o caso que q" é verdadeiro sse existe $t', t' \prec t$ e q é verdadeiro em t'

Além das modificações formais, as sentenças históricas 'p' e 'foi o caso que q' possuem uma diferença com fortes consequências epistêmicas. Diferentemente de *sentenças clássicas*, como a de número 1, *sentenças pretéritas* como do exemplo acima não podem ter seus fatos constatados diretamente, no presente, instância temporal onde se encontra a comunidade científica que enuncia a sentença. Esse aspecto do conhecimento histórico foi colocado muito bem numa conhecida passagem de Marc Bloch (2001, p. 69):

> O historiador, por definição, está na impossibilidade de ele próprio constatar os fatos que estuda. Nenhum egiptólogo viu Ramsés; nenhum especialista das guerras napoleônicas ouviu o cachão de Austerlitz. Das eras que nos precederam, só

> poderíamos [portanto] falar segundo testemunhas. Estamos, a esse respeito, na situação do investigador que se esforça para reconstruir um crime ao qual não assistiu; do físico, que, retido no quarto pela gripe, só conhecesse os resultados de suas experiências graças aos relatórios de um funcionário de laboratório. Em suma, em contraste com o conhecimento do presente, o do passado seria necessariamente "indireto".

No tópico seguinte analisaremos o "conhecimento indireto" nas ciências históricas. Por ora basta destacar que as sentenças pretéritas, diferentemente das sentenças atômicas, pressupõem uma relação de acessibilidade do presente para o passado e essa relação precisa, do ponto de vista epistemológico, ser devidamente justificada.

Contudo, as sentenças pretéritas mais importantes das ciências históricas são as relativas/contextuais e as narrativas. As primeiras (chamadas aqui relativas ou contextuais) surgem do fato de que, diferentemente de outros cientistas, como afirmou Marc Bloch (2001, p. 55):

> Nenhum historiador, em contrapartida, se contentará em constatar que César levou oito anos para conquistar a Gália e que foram necessários quinze anos a Lutero para que, do ortodoxo noviço de Erfurt, saísse o reformador de Wittenberg. Importa-lhe muito mais atribuir à conquista da Gália seu exato lugar cronológico nas vicissitudes das sociedades europeias; e, sem absolutamente negar o que uma crise espiritual como a de irmão Martinho continha de eterno, só julgará ter prestado contas disso depois de ter fixado, com precisão, seu momento na curva dos destinos tanto do homem que foi seu herói como da civilização que teve como atmosfera.

As sentenças relativas/contextuais, estudadas por Walter Fales (1951), são sentenças que afirmam algo dentro de um contexto ou relato, possuindo, portanto, eventos subordinados àqueles. De um ponto de vista linguístico, sentenças como essa são mais naturalmente compreendidas como a inserção de um *pretérito simples/perfeito* dentro de um *pretérito imperfeito*: ou seja, uma afirmação do tipo "foi o caso que φ" ao mesmo tempo em que se afirma que "estava sendo o caso que ψ". O modo mais natural de capturar essa ideia parece ser o de misturar uma ontologia de instantes/pontos de tempo com uma ontologia de intervalos/linhas de tempo, de modo a dizer que dentro de uma certa linha (período temporal onde ocorre a Segunda Guerra) ocorreu, em um momento particular, um bombardeio em Varsóvia. Intuitivamente, é como se ao "cortar" um intervalo se pudesse encontrar um instante lá dentro, como no diagrama abaixo:

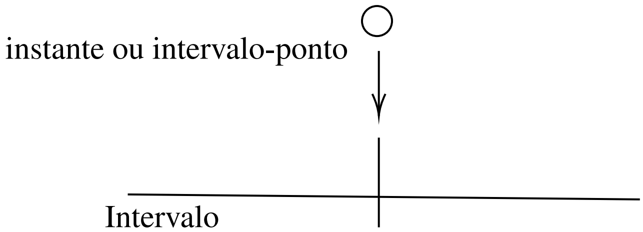


Figura 2.3.1: Diferença entre instante e intervalo.

Dizemos que essa seria a forma "mais natural" enquanto sendo a explicação usual em linguística para a diferença entre o *pretérito perfeito*, que designa uma ação acabada, pontual, e o *imperfeito* que designa uma ação inacabada, periódica. A forma mais natural de mostrar um período de tempo parece ser, de fato, com uma ontologia de períodos/intervalos. Quanto aos pontos, também parece mais natural que sejam concebidos como primitivos, mas podem também ser "intervalos degenerados", particularmente definidos como intervalos-ponto: um intervalo-ponto é um intervalo desde x até y sendo $x = y$ (i.e., intervalos onde o fim e o começo encontram-se). Isso faz com que tenhamos ambas as noções apenas com uma ontologia intervalar. De nossa parte, porém, como utilizaremos uma ontologia de instantes e procuraremos limitar a expressividade de nossa linguagem, trataremos de sentenças relativas/contextuais como uma mera conjunção de fatos em um mesmo instante. Em outras palavras, na sentença 'Varsóvia foi bombardeada na Segunda Guerra Mundial', entendemos simplesmente a composição entre 'foi o caso que Varsóvia é bombardeada' e 'ocorre a Segunda Guerra Mundial' no mesmo instante de tempo. Formalmente, seja v a primeira proposição e s a segunda, temos que:

$$\text{“foi o caso que } v \text{ e } s \text{ em } t\text{” é verdadeiro sse existe } t', t' \prec t; v \text{ e } s \text{ são verdadeiros em } t'$$

Um último caso especial de sentença pretérita que merece nossa atenção é o das *sentenças narrativas* (*narrative sentences*), primeiramente descritas por Arthur Danto (1962) e definidas como sentenças "referentes a pelo menos dois eventos separados pelo tempo embora descreva apenas o primeiro dos que se refere" (DANTO, 1985, p. 143)[11]. Os exemplos clássicos de sentenças narrativas costumam envolver também métrica temporal, como em "A Guerra dos Trinta anos começou em 1618". Pelo que se vê claramente que a sentença não só

[11]No original: "*refer to ar least two time-separed events though they only describe (are only about) the earliest event to which they refer*".

está dizendo que existe um instante de tempo no passado onde é um fato que a Guerra dos Trinta Anos ocorre, mas também está dizendo, pelo termo 'começou', que ela continuou ocorrendo. Como observou Paul Ricoeur (p. 242), há vários outros termos além de 'começou' que ocorrem em sentenças narrativas, como 'nasceu', 'incitou', 'provocou', 'antecipou', entre outros.

Analisemos uma sentença narrativa: 'A Primeira Guerra Mundial começou após o assassinato de Franz Ferdinand, o arquiduque da Áustria', uma paráfrase de um dos exemplos de Ricoeur (2012, p. 233). A sentença pressupõe ao menos três instantes temporais diferentes: t, t' e t^*. Seja t o instante presente onde é pronunciada a sentença, a condição de verdade para ela deve levar em conta que

- "é o caso que Franz Ferdinand é assassinado" (f) e "nunca foi o caso que a Primeira Guerra Mundial ocorre" ($H\neg g$) e "é o caso que ocorre a Primeira Guerra Mundial" (g); sendo f, g e $H\neg g$ indexados em t' tal que $t' \prec t$;

- e "é o caso que ocorre a Primeira Guerra Mundial" (g) em pelo menos um instante t^* tal que $t' \prec t^*$ e $t^* \preceq t$ (i.e., t^* precede ou é igual a t).

Observação (notação formal)**.** Posteriormente explicaremos notações como '$H\neg g$'. Por ora basta observar que aqui 'H' designa 'sempre foi o caso que' e '$\neg$' é um símbolo de negação, nesse caso, negação da ocorrência da guerra.

A forma mais natural para capturar logicamente essa sentença parece ser com os operadores temporais binários de Kamp, descritos e estudados originalmente em sua tese de doutorado de 1968. Essa abordagem captura ambas as propriedades elencadas, e seria feita pela seguinte paráfrase da sentença em análise: "A Primeira Guerra Mundial ocorre *desde que* Franz Ferdinand foi assassinado". A partícula '*desde que*' funciona como um operador binário que liga os instantes t, t' e t^* demarcados:

- "é o caso que g"*desde que* "foi o caso que f e $H\neg g$".

Caso quiséssemos ainda delimitar quando acabou a Primeira Guerra e distanciá-la do presente, poderíamos empregar o operador binário *até que*, uma função inversa (para-frente) do *desde que* (cf. van BENTHEM, 2010, pp. 209–210).

Mas como utilizaremos uma linguagem lógica mais sucinta, trataremos das sentenças narrativas por meio do que podemos chamar *decomposição narrativa*, i.e., uma redução do conteúdo aos fatos particulares que ele designa, desmontando-as em sentenças pretéritas simples. Para o nosso exemplar em análise, teríamos, então, que:

- fora o caso que "nunca foi o caso que g e é o caso que g e f";
- e foi ou é o caso que "g e foi o caso que f".

Para uma notação mais sucinta, o que pode facilitar a compreensão do leitor nesse caso, considere que 'P' designa "foi o caso que". Dado que o *pretérito mais que perfeito* em 'fora' designa passado do passado, temos:

- $PP(H\neg g \text{ e } g \text{ e } f)$ e $[(g \text{ e } Pf)$ ou $(Pg \text{ e } Pf)]$.

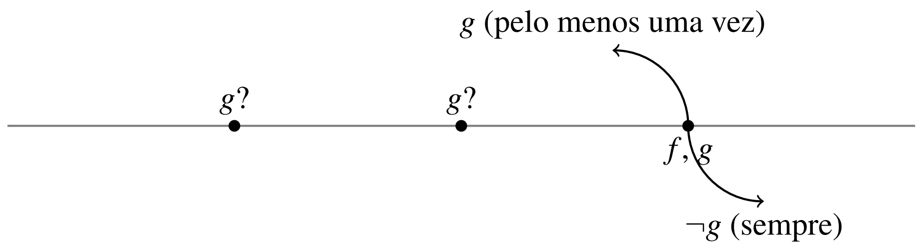


Figura 2.3.2: Instantes pressupostos em uma narrativa.

A formulação acima condensa as seguintes sentenças históricas em um dado momento presente t:

- "Franz Ferdinand fora assassinado e a primeira Guerra ocorrera, e nunca tinha ocorrido";
- e "ocorre ou ocorreu a Primeira Guerra após Franz Ferdinand ter sido assassinado" (ou seja, continuou ocorrendo após o assassinato).

Pode-se decompor mais profundamente essas duas sentenças históricas acima em mais sentenças menores e então colocá-las no Esquema T. O propósito dessa decomposição é de capturar ao menos parcialmente o sentido das sentenças narrativas, as quais são fundamentos mínimos para a definição de um *texto narrativo histórico*, ainda que tal texto narrativo não se resuma a elas (RICOEUR, 2012, p. 244).

As sentenças narrativas têm ainda um importante lugar nos debates epistemológicos e ontológicos sobre a incompletude dos instantes históricos, posto que algumas sentenças narrativas parecem ser impossíveis de serem proferidas no presente; ou seja, impossíveis de serem proferidas antes de já terem ocorrido, por exemplo: a sentença "em 1717 nasceu o autor de *Le neveau de Rameau*", referindo-se a Diderot, mas que, se fosse pronunciada em 1717 (ou, sem métrica, no momento em que Diderot nasceu) ninguém saberia que Diderot escreveria esse livro no futuro. Arthur Danto (1985, p. 145), Paul Ricoeur (2012, p. 244) e outros veem em casos como esse uma equivalência da noção peirciana de "futuro em aberto" — que em lógicas temporais é interpretada como uma ramificação para o futuro — com a ideia de que "ninguém escreveu a história do presente". Voltaremos a essa questão no último capítulo (terceiro) desta tese.

Delimitadas as *sentenças históricas*, sua natureza, as condições de verdade de seus principais tipos e a relação que se procura estabelecer entre elas e os *fatos históricos*, passemos à questão da *acessibilidade histórica*; i.e., a questão acerca de como, tratando-se de sentenças pretéritas simples ou compostas, é possível acessar o passado (parcial ou totalmente) e efetivamente verificar que uma sentença histórica corresponda a um fato histórico.

2.4 A acessibilidade do passado através de hipóteses objetivas

Nosso dever neste tópico será o de justificar como as ciências históricas possuem um acesso epistêmico ao passado factual, ainda que um acesso apenas parcial. Esta é uma tarefa mais difícil do que possa parecer ao senso comum. Para apresentar o problema, embora de forma um tanto exagerada, parafrasearemos um clássico e desafiante experimento mental de Bertrand Russell de *The Analysis of Mind* (1921):

Imagine que um mundo-gêmeo emergiu há cinco minutos: um mundo que é de todos os ângulos idêntico ao nosso mundo, exceto pelo fato de que seu passado tem apenas 300 segundos. Mas essa duplicata é idêntica também nas supostas 'fontes históricas': contém todas as mesmas memórias, fósseis, partículas elementares e assim por diante. Podemos dizer, se estivéssemos nesse mundo-gêmeo, se vivemos em um universo de bilhões de anos ou de apenas 300 segundos? Como lembra Russell (2012 [1921], p. 158), isso não é uma impossibilidade lógica. Ademais, haja vista que não há nenhuma conexão lógica necessária entre eventos factuais em instantes de tempo diferentes, disso se segue que nada que acontece agora ou que venha a acontecer no futuro que possa falsificar a hipótese de que o mundo começou há cinco minutos.

Note-se que o problema, tal como colocado, não está tratando em si de um acesso qualquer ao passado, mas principalmente ao que poderíamos chamar, na expressão de Adrian Currie (2019), de 'passado profundo'. Uma pequena história de 300 segundos pressupõe, ainda assim, um certo passado. Mas quando falamos em acessibilidade ao passado entendemos que o presente não consiste exatamente de um ponto métrico ínfimo e mínimo de tempo, como, por exemplo, o intervalo de tempo por volta de 5.39×10^{-44} segundos (o tempo de Planck) que é utilizada como uma unidade natural em Física e Química. Em contraste com uma proposta de 'unidade natural' que pode ser utilizada para demarcar fenômenos da história cósmica, em Historiografia o tempo presente é geralmente tratado como "passado recente" relativamente aos fenômenos socioculturais (BLOCH, 2001, p. 60). Isso é pressuposto, por exemplo, no campo da História do Tempo Presente, embora, nesse campo discuta-se critérios mais precisos para a investigação historiográfica no tempo presente, como, por exemplo, uma investigação que tenha um contato relativamente *imediato* com os fenômenos que estuda, tratando-se de fenômenos ainda vigentes.

Ainda voltaremos a esse assunto em outra ocasião, e com mais detalhes. Mas por ora vale observar que o que é "presente" em ciências históricas depende de que fenômeno se está tratando. Um naturalista, por exemplo, pode afirmar que, no atual Chile, grandes aves voadoras como o condor são pequenas se comparadas a antigas aves como a *Pelagornis chilensis*, uma das maiores aves voadoras que já existiu (MAYR; RUBILAR, 2010). Ocorre que a comparação dá-se entre cerca de 5 a 10 milhões de anos atrás, época em que viveu a ave chilena já extinta, e o "presente" que, nesse caso, equivale a milhares de anos desde que o condor se *especificou* na Cordilheira Andina mantendo parentesco próximo ao condor-da-califórnia e aos urubus. Deve-se observar que o tempo em que os condores estão na América do Sul ultrapassa facilmente o tempo da história humana nas Américas, de modo que dificilmente um historiador que estudasse os primeiros povoamentos indígenas nas Américas seria considerado um historiador do tempo presente. Disso se infere que o presente enquanto "passado recente" é uma noção relativa, i.e., relativa à duração de certos fenômenos que estejam hoje ainda presentes ou não. No experimento de Russell, porém, raramente um historiador ou naturalista diria que 5 minutos é o suficiente para caracterizar já algo passado (em matéria sociocultural ou natural) que seja digna já de um estudo histórico. Consideremos, portanto, o período de 300 segundos de Russell como uma unidade provisória mínima, apenas com fim hipotético, para o que chamávamos até aqui de instante-presente.

Se considerarmos essa hipótese de unidade do instante-presente, Russell desafia-nos a provar a eficiência de um modelo com um único instante de tempo (o instante presente). Ao mesmo tempo, desafia-nos a justificar o porquê de esse único instante poder ser substituído por um modelo alternativo com ao menos um instante diferente do presente que o antecede em uma relação de precedência temporal. Esses dois modelos podem ser ilustrados abaixo, onde a seta representa uma relação de precedência entre instantes:

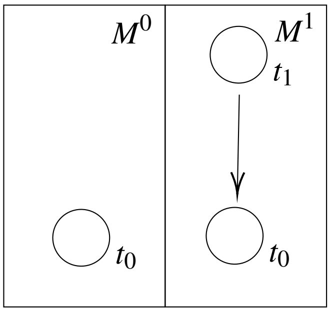


Figura 2.4.1: Instatante-presente sem passado (à esquerda) e com passado (à direita).

Seja t_0 o instante-presente e t_1 um instante-pretérito qualquer, por que preferir um modelo M^1 com t_0 e t_1 onde $t_1 \prec t_0$ no lugar de um modelo M^0 com apenas t_0?

Embora os modelos sejam possibilidades lógicas, de um ponto de vista epistêmico-modal e epistêmico-pragmático, argumentaremos ao longo dessa seção que:

Proposição 3 (modelos relacionais)**.** *É preferível modelos relacionais de tempo (a exemplo de modelos com relações de precedência entre instantes como M^1), em detrimento de modelo relacional degenerado (como M^0) para modelar o conhecimento histórico.*

E, ainda,

Proposição 4 (modelos relacionais longos)**.** *Dado um modelo relacional com mais instantes relacionados de precedência do que um outro modelo relacional, e dado que ambos os modelos tenham a mesma quantidade de histórias (cadeias maximais de instantes), geralmente será preferível em uma descrição histórica o modelo relacional com mais instantes relacionados quando um fato histórico puder ser distribuído entre esses instantes.*

Note que as questões que colocamos deslocam o problema ontológico do passado colocado como centro do experimento de Russell para o tema da relação entre modelos lógicos e conhecimento científico, que é o que nos interessa investigar no desafio de Russell. De um ponto de vista ontológico, contudo, já Bertrand Russell (2012 [1921], pp. 159–160) alerta para que não se leve a sério esse como outros experimentos céticos análogos que são, em suma, desinteressantes, mesmo que *bona fide*. E de fato é fácil constatar que tal hipótese cética, ainda que logicamente sustentável, é empiricamente desinteressante do ponto de vista das ciências históricas. O que possui de interessante, porém, ao menos para nossa análise, não está na relação entre a ontologia e o conhecimento do passado, e sim entre a lógica temporal e o conhecimento do passado. Para sermos mais precisos em nossa inferência, levamos em conta o seguinte princípio metafísico naturalista, apresentado por Ladyman e Ross (2007, p. 29) e parafraseado abaixo:

Proposição 5 (Princípio de Ladyman e Ross)**.** *Hipóteses que o atual consenso científico aproximado considere que estejam além de nossa capacidade de investigação (não por meras limitações práticas atuais, mas por princípio não investigáveis na prática) não devem ser tomadas seriamente.*

Não vamos nos deter em argumentar a favor da **Proposição 5**, mesmo porque isso renderia um longo debate. Apenas adotaremos tal princípio para a prática científica (não necessariamente para toda a prática filosófica), uma vez que se mostra aproximadamente aceitável para o conhecimento científico e útil para nossa abordagem. Todavia, é possível utilizá-lo no experimento de Russell. Como vimos, e como o próprio autor chega a observar, não há nada presente ou em um possível futuro que possa falsear ou verificar a hipótese cética; disso se segue, pelo princípio naturalista acima, que a hipótese do mundo-gêmeo (em uma história mínima) é desinteressante.

Saiamos agora da metafísica e voltemos às duas outras proposições que levantamos há pouco, de natureza lógica e epistemológica.

Comecemos pela **Proposição 4**. Há duas razões para se preferir, no mais das vezes, modelos relacionais com mais instantes. Em primeiro lugar, porque geralmente os historiógrafos e historiadores da natureza aplicam heuristicamente o princípio de *gradualismo histórico*, basicamente a ideia de que "a história ou a natureza não dá saltos", no sentido de que as mudanças sociais ou naturais dão-se lentamente no curso do tempo, em uma progressão incremental (CURRIE, 2019, p. 6–7): a formação de grandes montanhas, a biodiversidade, a transformação de novas línguas e a mudança de rituais fúnebres são exemplos de fenômenos, em graus diferentes de extensão temporal, que geralmente não são marcados por rupturas bruscas no curso da história natural ou sociocultural. Mas como não é indefinidamente generalizável, esse princípio dizemos ser heurístico em comparação com o princípio do *atualismo histórico*. Da aceitação de ambos os princípios resulta o método histórico do *uniformitarismo* (CURRIE, 2019, p. 5), termo cunhado originalmente pelo geólogo Charles Lyell (1837). Pela definição de tempo histórico, pode-se sempre encontrar um instante entre outros dois instantes, e se possível for detalhar o gradualismo de um processo histórico, melhor será para o conhecimento histórico. Outra razão ainda para se aceitar a **Proposição 4** é o fato de fatos históricos complexos por vezes serem denominados em uma única sentença, mas representarem muitos outros fatos distribuídos no tempo. Como analisou Walter Fales (1951), em sentenças como "César conquistou a Gália", o conhecimento histórico referido não limita-se à instanciação de um evento único, e sim a uma sucessão de eventos que envolvem pelo menos as campanhas de César na Gália entre 58 a.C e 52 a.C.

Passemos agora à argumentação para a **Proposição 3**. Há razões físicas, linguísticas e pragmático-epistêmicas para se preferir modelos relacionais com um passado.

Do ponto de vista da Física (o que, devemos lembrar, inclui a Cosmologia, enquanto ciência histórica), embora o tempo seja um conceito teórico relativo (inclusive ao espaço), ele é tipicamente definido de forma divisível conforme uma unidade padrão fundamental (WILCZEK, 2005): o instante de tempo t_P, chamado de "tempo de Planck". Tempo de Planck é o tempo passado sobre o Big Bang a partir do qual (dentro de um valor estimado de erro) as implicações conhecidas da teoria da relatividade geral passaram a ocorrer. De um ponto de vista de intervalos, podemos interpretar que t_P equivale ao intervalo de tempo em que a luz viaja no vácuo a uma distância que define outra unidade natural, o comprimento de Planck.

$$t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \approx 5.391247(60) \times 10^{-44}$$

Termos da equação:

- t_P é o tempo de Planck.
- $\hbar$ é a constante de Planck reduzida.
- G é a constante gravitacional.
- c é a velocidade da luz no vácuo.
- Os dois dígitos entre parênteses indicam o erro padrão do valor estimado.

Ademais, do ponto de vista linguístico, os modelos relacionais com instantes enquanto pontos são adequados porque cadeias de instantes de tempo capturam usos verbais e relatos narrativos nos termos de nossas traduções anteriores de sentenças. Em um mundo de apenas 300 segundos (o qual poderíamos adotar como uma unidade hipotética), teríamos de assumir que várias das sentenças pronunciadas nos mais variados contextos linguísticos dos historiadores e naturalistas como sendo arbitrariamente falsas.

E, do ponto de vista pragmático-epistêmico, por sua vez, o ceticismo do experimento de Russell impossibilitaria o conhecimento histórico. Basta considerar o seguinte contra-experimento de Arthur Marwick (1989, p. 14):

> 'Tente imaginar o que seria viver em uma sociedade na qual não houvesse absolutamente nenhum conhecimento de história'. [...]. Somente através de um senso de história que comunidades estabelecem suas identidades, orientam-se a si mesmas, entendem suas relações, reformulam sua cultura, entendem sua relação com o passado e com outras comunidades e sociedades. Sem nenhum conhecimento de história, nós, e nossas comunidades, estaríamos à deriva em um oceano do tempo sem fim e sem características.[12]

O experimento acima usa "conhecimento histórico" ou "senso histórico" em um sentido mais amplo (de *conhecimento do passado*) que aquele conhecimento científico obtido em pesquisas de ciências históricas. Porém esse sentido científico mais estrito não parece ser algum tipo totalmente novo de conhecimento, e sim um refinamento daquele obtido ordinariamente por alguém que, ingenuamente, acredite que algo ocorreu por estar em escrituras sagradas ou por tê-lo ouvido de um terceiro sobre o qual tem grande estima. Em outras palavras, o ser humano parece, em um sentido amplo e cada qual à sua maneira, buscar conhecimento da história mesmo estando fora de uma comunidade científica especializada para tal ou mesmo na ausência dessa comunidade para que possa informar-se (para uma análise sistemática sobre as formas e funções do conhecimento histórico, cf. RÜSEN, 2010). Abrir mão em absoluto do conhecimento histórico (em sentido amplo) leva um indivíduo ou uma comunidade a uma total desorientação no tempo, o qual será, nos termos de Marwick, sem fim (*endless*) — porque torna-se impossível demarcar o presente como momento onde acaba um passado indefinido — e sem características (*featureless*), posto que as características de um "tempo" (ou época) dá-se ao observá-lo em um quadro temporal maior, considerando os eventos que se lhe antecedem.

[12] No original: "*'Try to imagine what it would be like living in a society in which there was absolutely no knowledge of history.' [...] It is only through a sense of history that communities establish their identity, orientate themselves, understand their relationship to the past and to other communities and societies. Without a knowledge of history we, and our communities, would be utterly adrift on an endless and featureless sea of time.*"

Mas essa busca humana pelo passado e pela localização do presente não é "só" para o humano orientar-se no mundo e reformar-se social e culturalmente, mas também é uma parte de um ímpeto para saber a verdade sobre as origens de seu mundo; o que Hawking (2015) considerou uma das questões fundamentais da espécie humana. Esse componente torna-se evidente pelo fato de que os primeiros historiadores não se contentaram com os mitos (em um sentido complexo de difícil paralelo na atualidade) que lhes davam identidade nacional, política ou religiosa frente ao passado, e não se esquivaram de os confrontar com fontes históricas que lhes eram acessíveis à luz dos métodos que lhes pareciam mais adequados à época. Da busca por causas e da confrontação de hipóteses com as fontes à luz de métodos surgem as interpretações históricas que formam a História Humana e a História Natural tais como as conhecemos. Esse refinamento inicial já na historiografia antiga foi esquematizado de uma forma bastante didática por Marwick (1989, p. 13) e a reproduzimos abaixo em nossa tradução (com poucas mudanças):

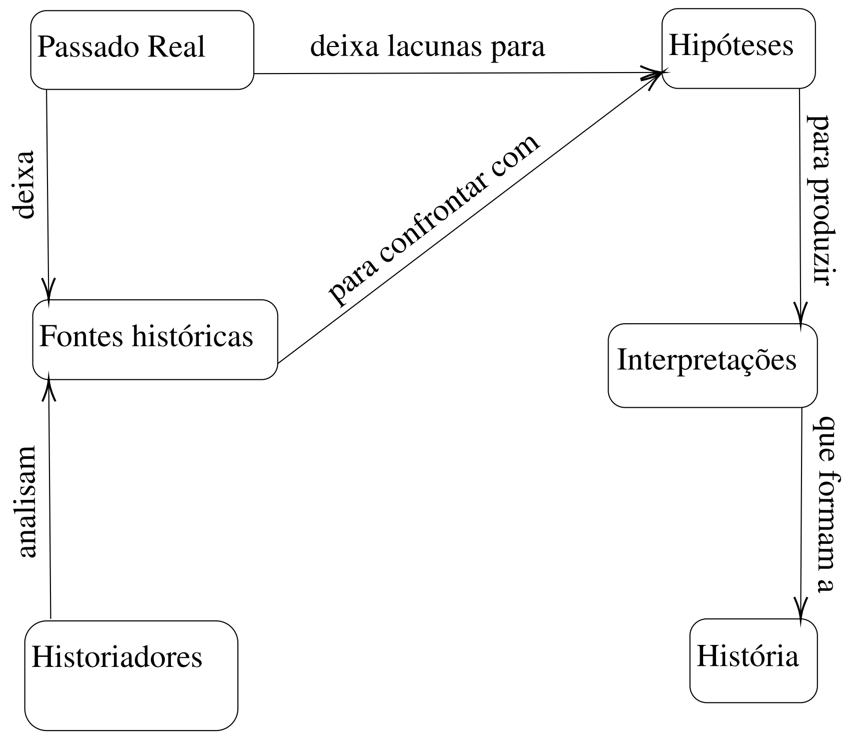


Figura 2.4.2: Diagrama de como os historiadores fazem histórias.

Observação (alterações)**.** Poucas alterações em relação ao esquema de Marwick foram feitas para abarcar historiógrafos e historiadores da natureza (ambos contemplados no termo 'historiadores'); porém a mais importante e única digna de nota é a substituição do termo 'mitos' por ‘hipóteses’, não só pela complexidade histórico-antropológica por trás do termo ‘mitos’, mas também porque esse último termo (‘hipótese’) é mais amplo e, ao nosso ver, mais apropriado epistemologicamente. De fato, é comum historiadores questionarem mitos no sentido definido por Marwick (1989, p. 13), narrativas do passado que servem a propósitos nacionais, políticos ou religiosos, entretanto também historiadores, sobretudo os modernos, analisam fontes para corroborar, verificar ou falsear determinadas hipóteses que nem sempre possuem ligações diretas com interesses nacionais, políticos ou religiosos, o que é ainda mais evidente no trabalho histórico de historiadores da natureza. Com isso, claro, não estamos negando que posteriormente tais trabalhos históricos possam ser utilizados nesses campos ideológicos. Por fim, vale explicitar que aceitamos, em nossa abordagem, consensos interpretativos em relação a fatos históricos (que compõem a História). Portanto não utilizamos aqui o termo ‘interpretação’ como é aplicado por autores narrativistas como Frank Ankersmit, quem afirmou (ANKERSMIT, 1994, p. 72): “se temos uma única interpretação histórica de algum tópico histórico, então não temos nenhuma interpretação” (esse tipo de afirmação, em nossos termos formais, seria inclusive contraditório).

No esquema acima, que adotaremos como pano-de-fundo para nossa compreensão da *operação historiográfica*, na expressão de Michel de Certeau, temos relações cuja natureza funcional não está suficientemente esclarecida, mas pode ser detalhada abaixo:

- O *Passado Real* pode ser compreendido como um *conjunto de fatos*, os quais vão progressivamente desaparecendo do instante-presente. As lacunas deixadas pela ausência desses fatos (agora pretéritos) dá lugar a distintas *hipóteses*, ou seja, diferentes *histórias (cadeias de instantes para trás) tantas quanto logicamente possíveis e cientificamente prováveis (vide o princípio naturalista acima)*.

- Outro efeito da ausência progressiva de fatos pretéritos é o surgimento de vestígios e testemunhos desses fatos que passaram; em outras palavras, o surgimento de potenciais *fontes históricas no presente*. Ocorre, porém, que a quantidade de informação possivelmente obtida acerca do passado através de tais vestígios e testemunhos é *desproporcional à quantidade de fatos ausentes* acerca dos quais tem-se no presente um número quase infinito de hipóteses.

- É *tarefa dos historiógrafos e historiadores da natureza* confrontarem as hipóteses com as fontes históricas presentes à luz de suas teorias e métodos de modo a *selecionar aque-*

las hipóteses (prováveis) compatíveis com as fontes. Essas hipóteses remanescentes são metodologicamente chamadas *hipóteses prováveis* ou temporalmente chamadas *histórias prováveis*.

- As hipóteses prováveis, as quais possivelmente se referem a fatos históricos e que são compatíveis com as fontes históricas presentemente analisadas levam a interpretações. Em particular — no que nos interessa no momento — às interpretações histórico-factuais (i.e., conjuntos de sentenças históricas tais como previamente caracterizadas), que desde aqui tomamos como sinônimos de *descrição histórica*. Conforme nossa definição, tais descrições ou interpretações são produzidas como tentativas de se reconstruir a sequência inversa dos fatos históricas tal como foram desaparecendo do presente, uma após a outra. Cada uma das interpretações histórico-factuais (ou simplesmente *descrições históricas*) é denotada como uma *história* particular.

Por fim, uma definição para o termo empregado no último item do diagrama:

Definição 2.16 (História)**.** *Chama-se "grande história"ou simplesmente "História" (Humana e Natural) o conjunto de todas as histórias consideradas "prováveis" pela comunidade científica em um dado instante presente.*

Ou seja, *História* é o conjunto de todas as interpretações histórico-factuais (descrições históricas) em um determinado instante-presente.

Como se pode notar, por essas relações ilustradas parcialmente no esquema, pressupõe-se em ciências históricas uma comunidade científica que utilize ao menos implicitamente o método hipotético e produza interpretações objetivas acerca do passado. A partir daqui procuraremos esclarecer justamente esses dois pressupostos; respectivamente: método hipotético e objetividade histórica.

2.4.1 O método hipotético nas ciências históricas

Henri Poincaré (1985 [1902], p. 5), na introdução de *La science et l'hypothese* propôs, audaciosamente à época, a ideia de que as ciências empíricas utilizam a todo momento hipóteses tanto quanto matemáticos as usam para suas provas, com a diferença de que essas procuram contraexemplos às hipóteses também na experiência, enquanto a matemática o faz na pura análise.

Não é de nosso intento formular em detalhe o método hipotético-dedutivo em todas as suas etapas. Os detalhes de sua aplicação nas ciências empíricas foram altamente debatidos por

Popper, Bunge e outros. Discutiremos mais sobre esse ponto em um capítulo posterior. Por ora, pretendemos apenas apresentar essa abordagem como uma forma ainda viável de caracterizar a atividade científica dos historiadores enquanto um modo de superar *dissensos* ou *lacunas epistêmicas* através da análise de *dados* das *fontes históricas* (tais como já definidas acima). Quanto às lacunas epistêmicas, ofeceremos uma definição abaixo (que toma como base nossa definição de "dissenso", mencionada na Introdução desta tese):

Definição 2.17 (lacuna epistêmica (temporal))**.** *Dado um certo conjunto de histórias, dizemos que uma história h possui "lacuna epistêmica" se e somente se no instante que inicia a história h há algum dissenso histórico.*

Observação (ausência de métrica)**.** Note que, por não haver métrica em nossa lógica temporal (como já ressaltado quando falávamos sobre *when-questions*), o dissenso histórico de que falamos refere-se apenas ao *dissenso de fatos históricos*, se ocorreram ou não — o que inclui sua disposição relativa (um fato ocorrer antes ou depois de outro) — mas não se refere a *dissensos históricos métricos*, ou seja, relativos a *quando* (em anos, dias, horas, segundos etc.) exatamente algo ocorreu. Em outras palavras, inicialmente não estamos abordando dissensos sobre "quando" algo ocorreu, mas apenas se ocorreu ou não.

Com essa definição, destacamos alguns aspectos fundamentais do método hipotético-dedutivo com aplicabilidade nas ciências históricas e de interesse para nossa análise:

(a) Identificação de *lacunas epistêmicas* em relação a *fatos históricos*;

(b) Identificação de *dados* disponíveis em *fontes históricas*;

(c) Formulação de *hipóteses* e derivação de *consequências observáveis*;

(d) *Teste* de hipóteses em relação aos dados existentes e a novos dados.

(e) *Avaliação* das conclusões.

Restringiremos a análise a esses aspectos do uso do método hipotético em ciências históricas. Por ora, mais especificamente trataremos dos três primeiros itens. Em capítulos posteriores, veremos como o reconhecimento de novos fatos e o teste de hipóteses são aplicáveis em nosso formalismo e como podem capturar um tipo de progresso do conhecimento factual em ciências históricas.

Os cientistas históricos, como em qualquer ciência, parecem começar uma pesquisa a partir de incongruências das teorias aceitas face às atuais fontes históricas, ou bem ao detectarem lacunas dentro do que se sabe das atuais fontes, na ânsia de preenchê-las. Ambas as motivações serão reconhecidas pelos leitores de Thomas Kuhn, embora a primeira motivação seja pouco relevada para Kuhn na ciência normal (1998, p. 45):

> A ciência normal não tem como objetivo trazer à tona novas espécies de fenômenos; na verdade, aqueles que não se ajustam aos limites do paradigma frequentemente nem são vistos. Os cientistas também não estão constantemente procurando inventar novas teorias; frequentemente mostram-se intolerantes com aquelas inventadas por outros.

Note-se, porém, que uma motivação desse tipo, a que podemos chamar 'motivação por problema', pode ocorrer de pelo menos duas formas diferentes:

- Modo *construtivo*: quando um historiador propõe uma nova hipótese (divergente) e passa também a ser aceita na comunidade.
- Modo *desconstrutivo*: quando um historiador propõe eliminar uma história ou um passado provável em particular (i.e., dá boas razões à comunidade científica para que aquela hipótese não seja mais aceitável).

Do primeiro modo, uma investigação de *motivação por problema* aprofunda o dissenso na comunidade; do segundo, aprofunda o consenso. Ao que parece, Kuhn ressalta nessa passagem o primeiro modo de motivação por problema.

Por outro lado, a segunda classe de motivações possui um maior detalhamento nos estudos de Kuhn, reconhecendo ao menos três casos (KUHN, 1998, pp. 46–48) em que se busca completar lacunas epistêmicas por meio dos paradigmas vigentes em ciências normais[13]. Esses casos são:

- A investigação da classe de fatos que o paradigma mostrou ser particularmente reveladora da natureza das coisas.
- A investigação de fenômenos que, embora frequentemente sem muito destaque intrínseco, podem ser diretamente comparados com as predições da teoria do paradigma.

[13] Supondo que ao menos algumas das ciências históricas tenham períodos de "normalidade" em sua atividade.

- A investigação que visa articular a teoria do paradigma na resolução de ambiguidades residuais, permitindo a solução de problemas para os quais ela anteriormente só tinha chamado a atenção.

A título de exemplo, o estudo feito por Lorenzo Valla sobre a Doação de Constantino é um exemplo do primeiro tipo de motivação de pesquisa, a *motivação por problema* — tanto de modo *construtivo* (não usual em períodos científicos normais) quanto de modo *desconstrutivo* —, uma vez que reconheceu inconsistências no documento da Igreja em relação ao que se conhecia à época sobre a história romana, e o Latim e o Grego antigos, colocando em "xeque", por consequência, a abordagem usual dos historiadores acerca de documentos considerados oficiais para embasar interpretações históricas; e ao mesmo tempo abriu novas hipóteses sobre a relação da política romana com a Igreja na Antiguidade Tardia.

Agora, para um exemplo do outro tipo de motivação (*motivação por lacuna*), considere as primeiras escavações arqueológicas nas Américas. Essas foram motivadas em grande parte pela ânsia da descoberta de vestígios dos povos originários do Novo Mundo: Como eram? De onde vinham? E aqui estavam desde quando? A motivação principal vinha acerca da lacuna epistêmica relativa ao espaço (América) e ao tempo (o que ocorreu no período desde a chegada dos ameríndios até o início da colonização?).

Desse modo, seja pelo reconhecimento de uma aparente contradição com fatos ou teorias aceitas, seja pela busca de se preencher uma lacuna considerada importante no conhecimento histórico, as ciências históricas começam suas pesquisas geralmente por tais motivações (epistêmicas), além de motivações pessoais, sociais etc. que podem estar sobrepostas a essas. Em seguida (ou em paralelo), então os historiadores identificam dados em *fontes históricas* ou pelo menos em certas analogias com fenômenos contemporâneos (aqueles que continuam vigentes até certa instância do passado). Do contrário, sem quaisquer fontes ou sem nenhuma continuidade de nenhum tipo com o presente, não há meios para formular boas hipóteses científicas. Nesse caso, a lacuna epistêmica sobre o passado torna-se absoluta, levando a um conjunto de hipóteses tão numeroso quanto o número de possibilidades lógicas de passados limitado apenas pelo princípio naturalista de Ladyman e Ross.

Quanto à segunda etapa (b), da formulação de hipóteses, ela é imediata. Dado um certo conjunto de objetos que podem dizer algo sobre o passado (fontes históricas), como fósseis, cerâmicas e manuscritos, automaticamente esses objetos limitam o âmbito do que o passado provavelmente é. Isso significa: as fontes históricas permitem um acesso parcial ao passado real. Daí nossa definição de fonte histórica:

Definição 2.18 (fonte histórica)**.** *Um determinado objeto é uma fonte histórica se, através de seu exame, é possível embasar cientificamente a preferência de alguma hipótese histórica em detrimento de alguma outra (científica ou não).*

Dada essa definição, note que, caso não se disponha de fonte alguma sobre o passado, quase tudo é possível, mas quanto mais fontes históricas tem-se à mão, e pressupondo que haja uma coerência entre elas, naturalmente meras *possibilidades improváveis* serão eliminadas, restando apenas aquelas que se alinham com as informações extraídas das fontes históricas. Essas possibilidades de passado remanescentes ao crivo das fontes em dado instante-presente são o que chamamos nesse trabalho de *passados prováveis* em um dado presente. Mais rigorosamente:

Definição 2.19 (passado provável)**.** *Um passado provável é uma hipótese histórica científica sobre o que "realmente ocorreu" coerente com o conhecimento atual e com todas as fontes atualmente conhecidas que permitem um acesso parcial a um suposto "passado real".*

Observação (caso de ausência de fontes)**.** Da definição segue-se facilmente que *na ausência total de fontes históricas*, todas as hipóteses naturalizadas e logicamente possíveis acerca do passado trivialmente tornam-se passados prováveis.

Observação (passado provável e passado possível)**.** Neste momento, definiremos apenas *passado provável*, mas posteriormente introduziremos também uma noção mais fraca, a de *passado possível*. Por enquanto, utilizaremos apenas a noção de *provável*, pois é suficiente para os sistemas iniciais que vamos propor a seguir. Entretanto, é preciso ser dito que esse conceito de "provável" não é aqui empregado em um sentido quantitativo (não oferecemos uma interpretação gradual, como por um intervalo entre 0 e 1 de probabilidade), em vez disso, o termo é usado com sentido puramente qualitativo, traduzindo a ideia de que uma possibilidade é *provável* se possui evidências consideradas satisfatórias que o suportem, em vez de ser uma mera possibilidade lógica (ou seja, uma afirmação que não resulta em contradiçao).

Definição 2.20 (história provável)**.** *História provável é um conjunto de passados prováveis que corresponde a uma teoria ou uma reconstrução hipotética completa de uma sequência total de eventos a partir de (ou desde) um determinado instante no tempo.*

Observação (passado provável de um ponto de vista formal)**.** Nosso foco está em trabalhar com lógica temporal considerando exclusivamente as histórias cientificamente aceitas; o que poderíamos chamar "histórias prováveis" (conjuntos encadeados de passados prováveis mais um dado instante-presente terminal); assim, inicialmente não consideraremos outras histórias ou outros passados possíveis.

Portanto, esses passados prováveis (de um ponto de vista epistemológico) são, de outro ponto de vista (na perspectiva *metodológica*), as *hipóteses formuláveis* pelos historiógrafos e historiadores naturais dentro da comunidade científica. E ao existirem hipóteses formuláveis concorrentes (ou seja, *histórias prováveis* distintas entre si), o que é extremamente comum em ciências históricas, significa que todas as evidências presentes *subdeterminam* essas hipóteses (cf. CURRIE, 2019, p. 4); em outras palavras, todas as evidências históricas presentes são insuficientes para decidirem entre uma ou outra hipótese.

Isso não significa, porém, que em um outro instante-presente não haverá o reconhecimento de novas fontes úteis para determinar qual hipótese está correta sobre um dado fato ou ao menos fatos novos reconhecidos que possam limitar mais o número de hipóteses concorrentes. Esse tema, porém, já tem a ver com os aspectos do método hipotético que deixaremos para capítulos posteriores, onde trataremos das ciências históricas de um ponto de vista evolutivo, dinâmico, e não mais estático, como aqui estamos fazendo inicialmente.

Assim, gostaríamos de finalizar essa subseção mostrando como as definições acima pressupõem o objeto de nossa próxima análise: objetividade histórica. A definição de *passado provável* pressupõe a postulação de que existe um "passado real", ainda que epistemologicamente seja apenas parcialmente acessível. Essa definição também, bem como a de *fonte histórica*, pressupõe que as fontes históricas sejam públicas e prevê a possibilidade de consensos racionais sobre determinadas informações extraídas dessas fontes. Por fim, a definição de *fonte histórica* ainda pressupõe na ideia de "embasar cientificamente uma preferência" que os historiadores sejam capazes de afastar certas inclinações subjetivas prejudiciais a uma preferência científica e racional por uma hipótese histórica. Veremos que esses três pressupostos são justamente aqueles requeridos para a objetividade; nesse caso em particular, para a objetividade histórica.

2.4.2 Objetividade histórica

Os três pressupostos há pouco mencionados por trás das definições de *fonte histórica* e *passado provável* constituem justamente ao que parece os três aspectos fundamentais do ideal da objetividade científica (CUPANI, 2018, pp. 45–47):

(1) Realidade;

(2) Publicidade;

(3) Imparcialidade.

Esses aspectos foram descritos por Adam Schaff (1983, pp. 88-89) como, respectivamente, "o que provém do objeto", "o que é válido para todos" e "o que é livre de emotividade".

O primeiro aspecto da objetividade, na ordem acima, diz respeito ao uso de objetividade enquanto "propriedade do objeto-mesmo", em oposição às propriedades que um sujeito possa lhe conferir. Nesse sentido, um primeiro aspecto da objetividade, o qual podemos chamar 'objetividade ontológica', consiste em indicar (em um sentido forte) que certa propriedade afirmada existe, em algum sentido, independentemente do sujeito que a descobriu; ou em indicar (em um sentido fraco) que os objetos sobre os quais se afirma terem propriedades possuem ao menos uma autonomia semântica frente ao sujeito, i.e., não pode ele conceder ao objeto qualquer propriedade arbitrariamente nem verificar afirmações que não sejam propriamente verificáveis em seu conteúdo ou ainda formular problemas a respeito dos objetos acerca de questões que não lhes sejam já intrínsecas. Essa dimensão ontológica da objetividade foi longamente investigada na tradição filosófica.

Uma teoria útil para se localizar distinções ontológicas de objetos históricos é a Teoria da Mente Objetiva de Karl Popper, no quarto capítulo de *Conhecimento Objetivo* (1999), segundo a qual os objetos investigados (empiricamente), experienciados (fenomenologicamente) e analisados (abstratamente) podem ser entendidos como pertencentes cada qual a um de três mundos, a depender do caso. O Primeiro Mundo consistindo no *mundo material*, dos estados materiais da natureza; o segundo, o *mundo subjetivo*, dos estados mentais; o terceiro, o *mundo inteligível*, i.e., o mundo dos objetos de pensamento possíveis ou, se preferível, o mundo dos argumentos, das situações-problema, das teorias e de suas relações lógicas.

Nessa divisão, o mundo subjetivo dos humanos pode ser entendido como um "mundo mediador" entre o primeiro e o terceiro, posto que não é possível que esses mundos interajam sem a intervenção de experiências subjetivas/pessoais. Feita essa mediação, o sujeito é capaz, por exemplo, de aplicar teorias matemáticas e científicas do terceiro mundo para transformar o primeiro, por exemplo, através da tecnologia. A tecnologia também pode ser empregada para capturar informações do mundo material, como, por exemplo no uso de métodos de datação radiométrica, amplamente utilizada em ciências históricas, sobretudo em Arqueologia, Paleontologia e Geologia. Esse é um dos exemplos de como é possível conhecer propriedades pretéritas de objetos do primeiro mundo por meio de artifícios abstratos e tecnológicos; outro exemplo que já mencionamos é por via de simulação computacional por modelos baseados em agentes (para uma introdução sobre a relação entre a tecnologia a ciência, cf. CUPANI, 2017, pp. 99-101 e pp. 181-185).

Contudo, ocorre que em particular a historiografia desde a antiguidade (cf. SAHLINS, 2006) interessa-se também por objetos históricos não materiais, conhecidos na antropologia como "cultura imaterial". Na cultura imaterial de um povo pode-se encontrar, por exemplo, teorias científicas, personagens literários e estilos musicais. Evidentemente nenhum deles é redutível à mera materialidade do papel, da tinta ou qualquer outro meio que transcreva esses objetos em artigos, livros e partituras. Quando se fala sobre a história da teoria dos números, a história da evolução e apropriação de um certo personagem literário (como Sherlock Holmes) ou a história da técnica do contraponto, é claro que se pressupõe materialmente matemáticos (como Pitágoras e Pierre de Fermat), bem como escritores (como, nesse caso, Conan Doyle) e compositores como Bach e Shostakovich. No entanto, os objetos inseridos na história, para além de sujeitos concretos que interagem com eles, são compostos de teorias (matemáticas, linguísticas e musicais) e certas proposições, como aquelas necessárias para se definir o mundo ficcional onde Sherlock Holmes é descrito. Essas teorias e proposições são os principais objetos do Terceiro Mundo e sempre que indexáveis no tempo histórico podem ser também estudadas objetivadamente pelo historiador na medida em que tais objetos são-lhe *autônomos*. Ora, um historiador da matemática, da literatura ou da música não pode concluir qualquer coisa, de modo arbitrário, sobre a substituição de uma teoria dos números por outra ou da evolução de propriedades adquiridas por Sherlock Holmes ou ainda arbitrariamente dizer quais foram as propriedades do contraponto no período barroco em comparação com seu emprego na música moderna. É seguro constatar que a autonomia semântica desses objetos no mínimo limita as interpretações cabíveis acerca das propriedades que possuem ou que possuíam, assim fornecendo consensos intelectuais na comunidade científica; como, por exemplo, de que tudo indica que os pitagóricos não aceitavam os números irracionais; que Sherlock Holmes utilizou uma lupa pela primeira vez em *Um Estudo em Vermelho*; e que o cânone do caranguejo (*canon cancrizans*, em latim), de Bach, foi um arranjo de duas linhas musicais complementares e invertidas, funcionando também de trás para frente, como uma faixa de Möbius (em termos topológicos) ou um palídromo (em termos linguísticos).

Procuramos destacar, por meio dessa teoria de Popper, que os objetos ou fatos a que se referem as proposições de historiadores (sejam elas naturais ou culturais) devem ser, senão ontologicamente independentes, ao menos semanticamente autônomos em relação à investigação histórica, no sentido de que a estrutura desses objetos ou fatos investigados, mesmo quando abstratos ou materialmente ausentes, asseguram a verdade ou a falsidade de certas proposições e limitam as interpretações prováveis acerca deles.

No caso de historiógrafos e historiadores da natureza, deve-se imaginar, a limitação de interpretações e o asseguramento do valor de verdade de certas proposições estão diretamente relacionados à dependência do que é verdadeiro para o passado em relação às fontes históricas. Ou seja, o conhecimento histórico do passado tende a ser, na expressão de François Simiand, um "conhecimento através de vestígios" (apud BLOCH 2001, p. 73). O que, porém, não é um obstáculo aos cientistas históricos essencialmente diferente do que aquele que precisa ser ultrapassado também por outros cientistas. Como destaca Marc Bloch (2001, p. 73):

> Pouco importa que o objeto original se encontre, por natureza, inacessível à sensação, como o átomo cuja trajetória é tornada visível na câmara de Wilson, ou que assim tenha se tornado só no presente, por efeito do tempo, como o limo, apodrecido há milênios, cuja impressão subsiste no bloco de hulha, ou como as solenidades, caídas em longo desuso, que vemos pintadas e comentadas nas paredes dos templos egípcios. Em ambos os casos, o procedimento de reconstituição é o mesmo e todas as ciências oferecem muitos exemplos disso.

Todavia, para a objetividade em uma ciência não basta a realidade de seu objeto, mas também a satisfação de certos requisitos na comunidade científica. Afinal, como se expressou Marc Bloch em outro lugar (2001, p. 128): "para fazer uma ciência, será sempre preciso duas coisas: uma realidade, mas também um homem". O que é requisitado a esse homem de ciência, e particularmente ao homem das ciências históricas, é objeto de análise dos dois aspectos restantes da objetividade nas ciências históricas.

O segundo aspecto da objetividade, em nossa enumeração, é o da *publicidade* em uma dada comunidade. Consideramos aqui a comunidade científica, mas, quanto a esse critério, não apenas a comunidade acadêmica, mas a *comunidade social em que se insere a atividade dos cientistas históricos tanto quanto for possível abrangê-la*. A essa publicidade, chamamos 'publicidade histórica'. A *publicidade histórica*, em nossa acepção do termo, é o requisito de que um discurso histórico precisa não só suscitar um relativo consenso público aproximado levando ao julgamento público os *resultados* de pesquisas históricas — para que esses sejam avaliados por pares — mas também as *fontes históricas* e os *meios técnicos e metodológicos* empregados. Portanto, se quisermos retomar os termos já previamente tratados, a publicidade histórica envolve:

- *publicidade de resultados* (em particular, ao que nos interessa, as descrições históricas);
- *publicidade de fontes* (i.e., fontes históricas); e
- *publicidade de métodos* (tanto lógico-matemáticos quanto experimentais).

Note que se o aspecto anterior (da *realidade*) da objetividade tinha algo a ver com a verdade, o aspecto da *publicidade* já não possui nenhuma relação direta com verdade ou falsidade. Uma história objetiva, nesse segundo aspecto (de publicidade), equivale a oferecer os meios necessários para se percorrer os raciocínios empregados de forma a chegar a algo que, na expressão de Christopher Blake (1984, p. 408), "contra isto nenhuma pessoa razoável teria algo a objectar".

Como já é possível vislumbrar: espera-se de uma pesquisa histórica que pretenda, pois, alcançar o máximo de público competente para avaliar racionalmente o assunto tendo-se os meios necessários para tal. O adendo de que o público considerado em um consenso científico é aquele competente para avaliar a pesquisa é uma observação importante especialmente no caso das ciências históricas, pois o fato de historiadores utilizarem mais frequentemente a língua natural que uma linguagem técnica específica — como de notação lógica-matemática — em seus trabalhos pode levar a achar, erroneamente, que qualquer leitor apto a *entender os resultados* de suas pesquisas estará igualmente apto a *entender as fontes e os métodos* mediante os quais deve-se chegar àquelas conclusões a que chegou e não outras.

Uma vez limitado o público avaliativo do estudo histórico àquela da comunidade científica, e mais particularmente da área de que se trata o assunto da pesquisa, volta-se ao pressuposto, nesse âmbito, da racionalidade científica de que nos falava Newton da Costa. Especificamente no âmbito do discurso de historiógrafos e historiadores da natureza.

Remontando a Émile Benveniste e Paul Ricoeur (2007, p. 191), diremos que um *discurso* consiste em alguém dizer alguma coisa a um outro sobre algo segundo regras (gramaticais, pragmáticas etc.). Por essa definição, quais seriam as regras racionais do discurso histórico? Uma proposta razoável proposta recentemente é a de que o *discurso racional contemporâneo* das ciências históricas deve satisfazer no mínimo três requisitos essenciais identificados para a historiografia por Estevão Martins (2011, pp. 295–296) e parafraseados abaixo.

Definição 2.21 (regras racionais do discurso histórico)**.** *Dizemos que um discurso histórico contemporâneo é racional quando:*

1. *A estrutura pretende descrever adequadamente o que ocorreu, mesmo que cada sentença, isoladamente, não tencione ser empiricamente controlável.*

2. *A qualidade do discurso depende de sua eficácia argumentativa enquanto um todo discursivo, ou seja, somente a apreensão global da narrativa permite avaliar a pertinência do texto.*

3. *O juízo sobre a pertinência da narrativa com relação a seu tema dá-se em dois níveis:*

   - *Internamente, em termos de consistência textual e empírica;*

   - *Externamente, de duas formas:*

     - *Em termos comparativos com outras narrativas relativas ao mesmo tema;*

     - *Pela eficiência de convencimento na comunidade epistêmica profissional dos historiadores.*

O primeiro requisito refere-se à *presunção de factualidade* esperado no pacto tácito entre um leitor de histórias e um texto histórico. Presunção essa que vale ao menos parcialmente mesmo para aquelas sentenças que, por exemplo, empregam termos sem uma referência simples com fatos diretos, por exemplo, a expressão *A Guerra Fria*, referindo-se ela a fatos pretéritos interpretados, e não a eles diretamente (cf. Ankersmit, 1994, pp. 88–96). O segundo requisito refere-se à *boa retórica*, i.e., uma retórica adequada ao tema tratado tal que seja eficaz diante do público especializado. O terceiro requisito, esse um requisito complexo, diz respeito internamente à *logicidade textual* e *probabilidade empírica* do que há na pesquisa e externamente à eficácia comparada, i.e., relativa a outros trabalhos semelhantes, e não só avaliando-o em isolado.

Por meio dos critérios de Martins, parece plausível supor que as ciências históricas, como a instituição Ciência de modo mais geral, caracteriza-se, como quer John Ziman (1979, p. 156), entre outras coisas, por buscar "estabelecer um livre consenso intelectual". Em paralelo, e seguindo também outros trabalhos em Sociologia da Ciência (cf. CUPANI, 2018, p. 127), podemos entender que o chamado "*éthos* científico"contribui para a caracterização dessa instituição, e parece ser uma premissa importante para a possibilidade de consensos científicos. Tal *éthos*, segundo Robert Merton (1973 [1942]), é composto pelos seguintes "imperativos institucionais": comunalismo (enquanto obrigação de publicar as reivindicações de conhecimento, de modo a expô-las à crítica); universalismo (i.e., avaliação dessas reivindicações pelos méritos intrínsecos); desinteresse (com relação a propósitos não cognitivos); e ceticismo organizado (disposição permanente a duvidar). Essas normas mertonianas (às vezes abreviadas como *CUDO-norms*) parecem razoavelmente aceitas na comunidade científica, embora algumas mais do que outras (cf. MACFARLANE; CHENG, 2008 e GUIMARÃES; HAYASHI, 2016). Todos esses imperativos, como esses autores reconhecem, eventualmente são transgredidos por cientistas, mas não por acaso tais transgressões são frequentemente criticadas pelos pares na comunidade científica.

Assim, tanto pela racionalidade científica atrelada a fontes e demais meios acessíveis à comunidade quanto por valores científicos, os historiógrafos e os historiadores da natureza parecem sim chegar a certos consensos acerca do que ocorreu, isso na medida que definamos tais consensos da seguinte forma:

Definição 2.22 (consenso)**.** *Um consenso sobre uma proposição p ocorre quando um grupo se compromete, coletivamente, a aceitar que p representa a perspectiva do grupo.*

Note que em nossa definição não exigimos que o consenso do grupo esteja baseado em uma maioria ou em uma totalidade de indivíduos. Uma crença de grupo definida de forma simples (por meio de maioria) pode levar a paradoxos indesejáveis, como por exemplo o "dilema discursivo" (ou "paradoxo doutrinário"), originalmente formulado por Kornhauser e Sager (1986). A definição que utilizamos acima para o consenso de uma proposição é uma variação da definição de comprometimento de crença em grupo de Margaret Gilbert, a qual pressupõe que compromissos conjuntos criam requisitos normativos para que os membros do grupo imitem um único crente. Assim, não necessariamente todos os membros de um grupo possuem a mesma crença, mas se os membros do grupo não agirem em conformidade, podem ser criticados normativamente pelos seus pares por não o fazerem (cf. GILBERT, 1987 e 2004). Há uma recente (e já extensa) discussão em Epistemologia Social sobre crenças de grupos (cf. LACKEY, 2021 e CAILIN; GOLDBERG; GILDMAN, 2023), a qual também está relacionada a lógicas epistêmicas de múltiplos agentes (RASMUS; SYMONS; WANG, 2023), mas não teremos espaço para aprofundá-la nesta tese. Instrumentalmente, assumimos a definição acima para mais facilmente estabelecer a relação entre nosso formalismo (dos capítulos posteriores) e a prática social científica.

No caso da ciência, podemos considerar que há uma normatização tácita para que cientistas de uma determinada área aceitem determinados resultados advindos de métodos e instituições então consideradas confiáveis. Esse nosso entendimento aproxima-se da ideia de "crença posicional de grupo" de Raimo Tuomela (2007 e 2013). Inversamente, podemos dizer que existe dissenso científico quando os subgrupos especializados em um campo do conhecimento discordam sobre qual proposição é verdadeira com um assunto em particular.

A conciliação do livre debate (sobre o qual falávamos antes) com o aspecto da normatividade pode ser observada na maneira com que grupos de cientistas baseiam suas crenças em proposições estudadas por subgrupos. Em geral, dentro de uma área científica há subgrupos com especializações: um grupo especializado em um assunto estabelece um livre consenso intelectual em relação a determinadas conclusões científicas, e então os demais membros do grupo geral da área aceitam essas conclusões e as utilizam em seus próprios trabalhos. Um exemplo particular pode ser visto na própria área da Lógica nesta tese: utilizaremos resultados que não serão demonstrados aqui, mas que já foram demonstrados, de modo que remeteremos o leitor a essas obras, caso queira buscar pelo fundamento do porquê há um consenso sobre determinada afirmação na área. Todavia, convém destacar que os consensos em ciências empíricas tendem a ser menos coesos do que aqueles encontrados em ciências formais, de modo que, sempre que estivermos falando de "consenso" em ciências históricas, referimo-nos a um consenso aproximado e normativo, e não necessariamente um consenso que abarque a totalidade dos indivíduos do respectivo grupo.

Essa conciliação de livre debate com normatividade, entretanto, não é tão simples quanto possa parecer. E cumpre destacar que são discutidas outras formas de se estabelecer consensos na comunidade científica. Alexander Bird (2014), por exemplo, introduz o que chamou de "modelo distribuído" para lidar com sistemas com conhecimento distribuído que apresentam um alto nível de cooperação e informação de tal ordem que não possa ser processado por um pequeno subgrupo específico. Vários indivíduos devem reunir diferentes informações, enquanto outros coordenam essas informações e as utilizam para completar a tarefa. Como observou Bird (2022), esse é um tipo bastante padrão de modelo de grupo que ocorre na ciência.

De todo modo, podemos citar alguns exemplos de proposições que parecem consensuais na comunidade científica conforme nossa definição: "Napoleão foi derrotado na Batalha de Waterloo"; "as aves e os répteis tiveram um ancestral comum"; "Aristarco antecipou a teoria do heliocentrismo de Copérnico"; "antes do período da colonização viviam nas Américas entre 40 a 60 milhões de pessoas"; "a vida na Terra surgiu após o surgimento da água no planeta".

Comparando os exemplos acima com os de outras ciências, não parece haver nada de especial nos consensos em ciências históricas em relação a *consensos legítimos* em ciências em geral. Por isso analisarêmo-los como casos particulares de *consensos legítimos* em nível proposicional, a se definir abaixo empregando os três critérios de Boaz Miller (2013, p. 2)[14]:

Definição 2.23 (consenso legítimo)**.** *Um consenso sobre uma proposição p é legítimo se*

1. *as pessoas envolvidas concordam com um conjunto básico de pressupostos;*

2. *a evidência para o consenso é atingida de modo repetitivo por técnicas e métodos bem definidos;*

3. *o consenso é socialmente diverso (por exemplo, em termos de nacionalidade, classe social, gênero e etnia).*

Os três critérios ora mencionados parecem eficientes para se evitar os três cenários mais problemáticos de *consensos ilegítimos*: consensos ilegítimos com termos vagos — como em instituições religiosas — que possibilitam, não raramente, ações contrárias baseadas nos mesmos termos; ainda consensos ilegítimos baseados em algum resultado acidental usando um certo instrumento ou método; e consensos ilegítimos que refletem preconceitos de grupo (como gênero, raça ou classe). Na satisfação desses três critérios, tratando-se de assunto histórico, diremos que há um *conhecimento histórico consensual*, o que pressupõe ser *conhecimento histórico público*, principalmente pelos dois últimos critérios de legitimidade de consensos. Assim, de

[14] Além desse autor, ainda recomendamos o artigo *Epistemologia Coletiva: crença, justificação e conhecimento de grupo* de Luiz Cichoski e Leonardo Ruivo (2017) para um aprofundamento sobre questões que podem ser suscitadas pela definição oferecida para "consenso" em nível proposicional.

um ponto de vista mais formal, um consenso legítimo em ciências históricas pode ser representado como um *consenso histórico*, ou seja:

Definição 2.24 (consenso histórico)**.** *Um consenso histórico sobre uma certa proposição em um dado instante-presente é a verificação de que essa proposição é tida como verdadeira em todas as descrições históricas — ou simplesmente histórias (prováveis) — formuladas a partir do mesmo conjunto de fontes desse presente.*

Observação (casos de subdeterminação das fontes)**.** Caso contrário, se uma proposição é verdadeira em uma descrição/história e falsa em outra, dizemos que no presente há um *dissenso histórico* (como definido) quanto ao que ocorreu em determinado momento no tempo histórico; ou, do ponto de vista do conjunto de fontes vigentes, dizemos que as evidências *subdeterminam* as hipóteses presentes na comunidade científica.

Vale observar que é possível conhecimento histórico público sem que, por isso, seja consensual, uma vez que há dissensos também entre os historiadores, mas dissensos igualmente prováveis, legítimos à medida em que as fontes presentes *subdeterminam* as hipóteses dissidentes.

Ocorre que a boa aplicação dos critérios de legitimidade de consenso acima mencionados só parece cabível se acompanhada do fato de historiadores serem capazes de um certo grau satisfatório de "imparcialidade". Sem ela, como confiar que o acordo prévio é preponderantemente racional e não de outra natureza? Que as evidências são atingidas *exclusivamente* pelas técnicas e métodos? E, principalmente, nos casos em que, por força maior, não há grande diversidade em uma comunidade de estudiosos, como confiar que o consenso estabelecido não reflete um preconceito de grupo visível aos membros, mas, ainda assim, negligenciado?

Isso nos leva ao último aspecto da objetividade (*imparcialidade*), e talvez o mais debatido entre os historiadores e filósofos (WALSH, 1978, p. 60).

Gostaríamos de iniciar nossa análise da *parcialidade* em ciências históricas com uma observação de Michel de Certeau (2011, p. 20):

> A distância do tempo, e, sem dúvida, uma reflexão mais epistemológica permitem hoje revelar os *preconceitos* que limitaram a historiografia recente. Eles aparecem tanto na escolha dos assuntos quanto na determinação dos objetivos dados ao estudo.

> [...]
>
> Por exemplo, no estudo do início do século XVI prendemos à "pré-forma" mais do que às correntes escolásticas, no entanto, majoritárias e igualmente importantes. Considera-se mais o "humanismo" sob um aspecto de ruptura com relação à tradição cristã do que inscrito, também, no prolongamento da patrística, ou de reformismos sucessivos, ou de uma série de retornos à Antiguidade no decurso da Idade Média.

Nessa passagem, de Certeau traz um exemplo da História das Religiões que serve para mostrar como pesquisas históricas podem ser motivadas por valores pessoais em dois sentidos:

- Na escolha do assunto/tema;
- Na determinação dos objetivos dados ao estudo.

O exemplo ilustra tanto o fato do Humanismo ser considerado *importante* na formação da sociedade ocidental quanto o fato de ser determinado como uma ruptura muito mais que uma continuidade com práticas medievais de média e longa duração.

Essa distinção de tipos de motivação foi anteriormente aprofundada por William Dray (1977, pp. 47-48), que logo percebeu que a motivação de primeiro tipo (quanto à escolha do tema) não apresenta nenhum prejuízo à objetividade histórica:

> é verdade, sem dúvida, que diferentes aspectos do que ocorreu parecem levantar problemas para povos diferentes, indicando as diferentes interrogações uma diferença de valoração, quando menos a respeito do que A. O. Lovejoy denominou o valor "extremamente importante e assaz negligenciado" do "interessante". Quando perguntamos, entretanto, se a *investigação* histórica independe de valores, nossa preocupação central não diz respeito a essa espécie de variabilidade. Com efeito, as valorações diferentes, que levam o historiador a colocar perguntas diversas, são elementos não da *investigação* a que se entrega, mas da escolha que dela faz. Quando os historiadores propõem respostas diferentes para as mesmas perguntas é que se pode dizer que surge o problema da objetividade *dentro do quadro* da investigação. É, portanto, somente em relação a este último aspecto que devemos buscar um contraste entre espécies de investigação ditas objetivas, pois elas também requerem a seleção de problemas.

Como identifica Dray, o critério da *imparcialidade* na objetividade não se refere a negar que sujeitos que buscam conhecer algo buscam-no por alguma motivação (teórica ou extrateórica), mas nega-se sim que o conhecimento objetivo sobre esse algo possa ser alcançado quando o sujeito deixa-se contaminar por preconceitos, julgamentos e desejos na ocasião de se determinar fatos históricos. Nesse sentido, a imparcialidade procurada (objetiva) é, na expressão de Lorraine Daston e Peter Galison (2010, p. 17), uma "visão cega" (*blind sight*): uma aspiração (ao menos idealmente) a um conhecimento que não deixa rastros do conhecedor; um conhecimento sem marcas de inclinações pessoais danosas a uma legítima relação epistêmica entre sujeito-objeto. Contudo, como qualquer ideal, essa *imparcialidade* é sabidamente apenas aproximadamente aplicável na prática científica (nas ciências históricas como nas demais). E sempre será apenas "aproximadamente aplicável" por ao menos três razões:

- Pelo colapso da dicotomia fato-valor;
- Pela seletividade dos fatos;
- Pelo condicionamento social na gênese do conhecimento.

A começar pelo colapso da dicotomia fato-valor, parece ser somente aproximadamente aplicável a imparcialidade entre historiadores porque, ao menos desde Hillary Putnam (2002), não se encontrou um critério preciso de corte para a dicotomia fato-valor, ou seja, um critério com o qual se possa de modo determinístico asseverar que uma afirmação é tão-somente objetivamente factual ou se implica certo "julgamento de valor subjetivo". Contudo, para entender o impacto dessa dicotomia, convém antes distinguir, com Ernest Nagel (1978, p. 638–641), *valores caracterizadores* de *valores apreciativos*; distinção essa que guarda semelhanças com a diferença discutida por Putnam (2002, pp. 31–34) entre valores epistêmicos e valores éticos, estéticos e outros. Chamam-se 'valores caracterizadores' os valores dos elementos de juízos que afirmam a presença (ou a ausência) — em um certo grau — de uma determinada *característica* em um dado caso. Por exemplo, ao denominarmos "normal" uma certa proporção de glóbulos vermelhos no sangue para se considerar que um ser humano não está anêmico. Por outro lado, chamam-se 'valores apreciativos' os valores segundo os quais uma situação imaginária ou real é digna de *aprovação* ou desaprovação. Por exemplo, quando ao denominarmos "cruéis" as políticas alemãs implementadas no Terceiro Reich (entre 1933 e 1945). Cabendo observar ainda que um mesmo termo pode tanto ser caracterizador em um contexto quanto apreciativo em um outro, como no uso do termo ´tirania' que, pelo Dicionário Michaelis (GREGORIM et al, 2015), possui os seguintes dois sentidos primários: “1. Exercício arbitrário, despótico e cruel do poder [...]. 2. Governo cujo poder não é limitado por lei ou constituição. [...]”. De fato, em uma sentença como “Pisístrato foi um tirano em Atenas entre entre 546 a.C. e 527 a.C.” o termo ‘tirania’ pode designar tanto um termo técnico para determinar um tipo específico de forma de governo (o segundo sentido do Michaelis) quanto pode, em um contexto mais apreciativo, designar um termo pejorativo para o governo de Pisístrato para além do fato de se tratar de um déspota (primeiro sentido do Michaelis). E vale lembrar ainda que os valores apreciativos podem ser de outras naturezas que não ética, mas também de natureza estética ou de outras, residindo em expressões como “Darwin formulou uma teoria *plausível* para explicar a diversidade natural”, “Jean-Pierre Houdin apresentou uma *bela* hipótese sobre as técnicas de construção das pirâmides egípcias”e ”Sócrates teve uma postura *admirável* perante o tribunal”.

Por exemplos como os de Pisístrato, e embora a divisão de Nagel nem sempre seja facilmente aplicável em ciências sociais — o que inclui a Historiografia e algumas outras ciências históricas —, a divisão entre tipos de valores caracterizadores e apreciativos ainda assim atenua o problema do colapso da dicotomia fato-valor. Pois o colapso ocorre apenas ao se procurar um bom critério de corte entre fatos e valores apreciativos. E, ainda assim, o colapso dessa dicotomia em vários casos — como naqueles observados por Putnam na área da Economia — não impede que se possa identificar casos extremos de fatos não-apreciados e, do outro extremo, apreciações não factuais. Para um exemplo de descrição que corresponda a fatos não-apreciados, considere, por exemplo, descrever a Pirâmide de Kukulkán construída pelos maias itzáes como “uma forma geométrica piramidal com nove níveis/patamares, quatro fachadas principais (cada qual com uma escadaria central) e um patamar superior terminado por um templo”. Para um exemplo de apreciação não factual, considere a afirmação de que “o cultuado deus maia Kukulkán era cruel e sádico”. Quanto aos casos apreciativos ou aos casos de empregos ambíguos — como o que mencionamos sobre Pisístrato —, de modo geral os historiadores tendem a preterir juízos mais descritivos/factuais ou então caracterizadores (na acepção de Nagel). Razão pela qual, por exemplo — para ficarmos apenas em um caso clássico —, os medievalistas preferem denominar o período entre os séculos V e XV de ‘Idade Média’ no lugar de ‘Idade das Trevas’. Contudo, é fácil ver que termos apreciativos como ‘belo’, ‘admirável’, ‘plausível’, ‘respeitável’ etc. abundam os textos históricos bem como suas fontes escritas qualificando objetos, personagens, atos, comportamentos, enunciados, teorias etc. de tal modo que aparentemente os historiadores naturais e historiógrafos (como também outros cientistas) teriam um discurso só parcialmente não-apreciativo, embora isso não os impossibilite de manter uma postura objetiva com relação aos fatos e às suas respectivas caracterizações.

Quanto à *seletividade dos fatos*, parece também inevitável que o historiador não consiga investigar o que ocorreu sem um certo grau de subjetividade.

No âmbito da história natural, esse problema encontra-se de várias maneiras, uma delas é através da tendência de que os biólogos vejam, dentro de uma cronologia evolutiva, espécies anteriores como que incompletas em relação às posteriores, assumindo implicitamente uma teleologia. Esse problema é especialmente salientado no estudo da evolução humana, embora não se limite a ele. A respeito da evolução humana, Richard Dawkins (2009, pp. 21-22) critica trechos de um livro a esse respeito, onde se afirma, por exemplo, que os dentes do *Homo habilis* começavam a se parecer com os nossos, como se tais dentes fossem como eram não por condizerem com a dieta do *Homo habilis*, mas por estarem a caminho de se transformar nos nossos dentes. É claro que essa tendência pode ser vista em outras espécies, distantes da ancestralidade humana, pelo mero fato de se buscar, talvez, explicar a gênese de uma espécie futura. Por outro lado, parece mesmo que a história antropológica é mais gravemente prejudicada pela tendenciosidade. Como brinca Dawkins (2009, p. 23),

> se os elefantes pudessem escrever a história, talvez retratassem a anta, o musaranho-elefante, o elefante-marinho e o macaco-narigudo como ensaios, principiantes ao longo da estrada principal da evolução da tromba, dando os primeiros passos sem que nenhum deles — sabe-se lá por quê — alcançasse verdadeiramente o sucesso: tão perto, e no entanto tão longe. Os elefantes astrônomos talvez especulassem se, em algum outro mundo, existiriam formas alienígenas de vida que teriam atravessado o rubicão nasal e dado o salto final para a plena proboscitude.

No âmbito da historiografia, então, a despeito de se cobrar desde a Roma Antiga que os historiadores investiguem *sine ira ac studio* (sem ser a favor nem contra), Paul Veyne (1983, p. 53) expressou o problema da imparcialidade diante dos fatos de forma mais radical, criticando as próprias noções de "fato" e "objeto", substituindo-as por um mero *recorte*; i.e., entrecruzamento de itinerários possíveis sobre o passado. Nesse sentido, e colocados em termos de nossa pesquisa, um historiador que estude a "Revolução Farroupilha" não estaria estudando um determinado fato ou objeto a ser descoberto, mas sim a comparação e a sobreposição entre diferentes interpretações históricas que, juntas, definiriam um *acontecimento*.

A perspectiva de Veyne tem o mérito de valorizar por igual diferentes hipóteses historiográficas que se cruzem em um acontecimento, mas perde de vista a substancialidade dos eventos, a factualidade, aquilo que "há" no passado; ou melhor, aquilo que "houve". Ainda que a informação sobre o que houve esteja apenas fragmentada em nossos vestígios e testemunhos, insistir em demasia na pluralidade de hipóteses diante do passado pode nos levar a negar que houve um passado não contraditório quando, em um certo presente, há hipóteses contraditórias sobre ele.

Por fim, vale ainda ressaltar que o caráter perspectivístico do conhecimento é perfeitamente compatível com a objetividade. Se Karl Mannheim (1976, p. 320) estiver certo, "cada afirmação somente pode ser formulada relacionalmente", o que pode ser visto facilmente em vários dos exemplos que demos até aqui. Uma afirmação "relacional" (e não meramente "relativa") não conduz necessariamente a uma conclusão cética, segundo o autor, a menos que a comparemos com uma afirmação absoluta, correta de todos os pontos de vista possíveis e, portanto, eternas. Além do mais, uma vez que se compreenda que a objetividade para se chegar a decisões entre hipóteses quanto a fatos passados somente pode ser obtida em ciências históricas por *meios indiretos*, fica claro que toda narrativa histórica é sempre perspectivística, sem deixar de supor um "passado real" que se conhece de modo parcial e provável: *parcial* porque muitas informações (não todas!) sobre o passado estão permanentemente perdidas; e *provável* porque baseado em fontes históricas sobre as quais se pode obter informação agora e no futuro por métodos, técnicas e teorias atuais ou, no futuro, por novas abordagens.

Mas ainda uma *objetividade relacional* pressupõe não apenas um "passado real", mas também uma subjetividade regrada e não arbitrária naquilo que se julga "mais importante" na seleção de fatos para uma narrativa histórica. De fato, depois de se dizer, com razão, que a história reflete a subjetividade do historiador, há que se dizer que o ofício do historiador educa a subjetividade do historiador, ou melhor: o ofício do historiador faz a história e o historiador (RICOEUR, 1968, p. 32). Nesse contexto será conveniente adaptar a diferença proposta por Paul Ricoeur (1968) entre uma "má" subjetividade e uma "boa". Em nossos termos, a primeira seria empregada quando um pesquisador:

(i) especula deliberadamente *sem levar em conta fontes históricas* relevantes ao assunto;

(ii) especula *ferindo o princípio de Ladyman e Ross* (ou algum outro princípio alternativo que barre hipóteses inadequadas para ciêncis empíricas);

(iii) especula *favorecendo um determinado grupo ou indivíduo* em seu discurso de modo parcial sem qualquer justificativa epistêmica.

Por outro lado, dizemos que uma subjetividade é "boa" quando:

(!) corresponde ao esforço intelectual para estudar a "significância histórica" de um fato por uma reflexão sobre seu *poder explanatório* ou sobre sua *influência* psicosocial em relação a eventos que o sucederam;

(!!) corresponde ao esforço intelectual para *compreender* as intenções de pessoas envolvidas em determinados fatos históricos.

Já discutimos os problemas de se permitir especulações com *má subjetividade* nos três casos listados, (i), (ii) e (iii). Quanto aos casos de *boa subjetividade*: (!) refere-se ao que discutimos com Carr e Fales sobre a diferença entre 'fatos pretéritos' e 'fatos históricos', diferença essa que mantemos em outros termos (eventos pretéritos e eventos históricos, respectivamente); e (!!) refere-se principalmente a casos em que se busca saber não só o que ocorreu, mas "como ocorreu" (respondendo *how-questions*) e também a casos em que se busca explicar as razões intencionais pelas quais um determinado agente na história agiu de tal forma e não de outra[15].

Particularmente quanto à seleção de fatos a serem estudados, uma *boa subjetividade* do historiador aparece quando afirma que um fato é "mais importante" (ou expressões análogas, como "mais fundamental", porém não de forma arbitrária). Essa expressão, seguindo os capítulos XIII e XV de Nagel (1978), possui seis sentidos possíveis:

- de que esse fato é *mais frequente*;
- de que o fato é *mais capaz de transformação*;
- de que é um *fator permanente* em um período de tempo;
- de que o fato com maior frequência produz o efeito de interesse no estudo;
- de que o fato ocorre relativamente com maior frequência ligado a um outro em um dado período de tempo; ou

[15] Sobre esse último assunto — seja em relação a sentimentos ou em relação a intenções —, há um longo debate de teoria da história que remonta a Dilthey e a Collingwood, mas que não convém aos nossos propósitos (por razões já expostas em relação a *how-questions* e *why-questions*); indicamos, porém, para um contato inicial, o segundo e o quarto capítulos da *Filosofia da História* de William Dray.

- de que esse fato é *mais abrangente* ou “mais básico”.

É claro que todos esses sentidos muitas vezes são empregados por historiadores de forma inexata e conjectural, mas isso se deve a momentos com dificuldade de se contar com material para uma avaliação estatística, sendo um problema prático para seleção e classificação, e não teórico. A princípio, mesmo hipóteses levantadas por historiadores envolvendo fenômenos sociais complexos podem ser colocadas em testes estatísticos, ao menos parcialmente, bastando ter dados para tal. Desse modo, as principais limitações para uma pesquisa histórica frequentemente são de ordem prática e não anulam sua objetividade. Considerando os seis sentidos de Nagel, todos eles (excetuando-se talvez só o último) podem, por exemplo, conter uma contraparte de teste estatístico[16]. De todo modo, e como já observou Frank Cunningham (1980, p. 19), somente quando se nega a possibilidade de uma discussão racional de critérios de seleção ou classificação é que se põe em risco a objetividade. Mas nem uma coisa nem outra é negada na comunidade científica em ciências históricas.

Podemos, finalmente, passar para o *condicionamento social na gênese do conhecimento histórico*, sobre o qual parece que o pesquisador também só consegue até certo ponto figurar como “imparcial”, mas de modo suficiente para se preservar um grau de objetividade na pesquisa histórica.

Hoje é já um ponto pacífico que os cientistas — e talvez especialmente os cientistas sociais — não raramente oferecem conclusões pretensamente descritivas que ainda assim refletem certas inclinações teóricas ou extrateóricas. Essas inclinações enquanto *fatores de discordância* não calcados apenas na ambiguidade das fontes históricas, foram classificadas e brevemente examinadas por Walsh (1978, pp. 96–103) da seguinte maneira:

- *inclinações pessoais*, ou seja, simpatia ou antipatia por determinados períodos, assuntos, pessoas ou ideias);

- *preconceitos de grupo*, enquanto convicções de grupo acerca do que se acha “normal”, “aceitável”, “razoável” “óbvio” em relação ao que seria “anormal”, “inaceitável”, “disparatado” ou “absurdo”;

- *teorias históricas conflitantes*, como o materialismo histórico e o individualismo;

[16]Ver Partes IV e V de *Estatística aplicada às Ciências Sociais* (BARBETTA, 2019).

- e *cosmovisões*, i.e., concepções de natureza moral ou metafísica sobre o destino ou o lugar adequado do humano na realidade em geral ou na sociedade em particular, como de materialismo, niilismo, liberalismo etc.

Apesar de fornecer uma classificação razoável, Walsh parece não se dar conta da profundidade e da complexidade dessas inclinações ao propor soluções às vezes, ao nosso ver, um tanto simplórias e para o último tipo de inclinação nem bem uma solução clara. Para o primeiro tipo de inclinação, sua solução, ainda que simples, parece aproximadamente satisfatória. Ele recomenda que "uma vez reconhecidas nossas próprias parcialidades, o que sem dúvida é possível, já estamos em guarda contra elas, e se formos bastante céticos elas já não nos assustarão" (WALSH, 1978, p. 97). Acontece que perceber nossas inclinações pessoais muitas vezes depende não só de nosso esforço racional e de ceticismo controlado — pressuposto no já mencionado *éthos* científico de Ziman —, mas também de um aviso externo, de uma outra pessoa, que nos alerte sobre um preconceito ou mero hábito vicioso de ver apenas de uma determinada forma uma situação-problema posto que sequer nos passou pela cabeça vê-la de outra maneira. Esse auxílio do aviso externo é uma ajuda, mas também traz à tona talvez o principal problema: as *inclinações de grupo*.

Para *inclinações de grupo* acerca de patriotismo, espírito de classe, credo religioso etc., aconselha Walsh (1978, pp. 98-99) que o historiador busque justificações racionais e, na ausência delas, que as afaste de sua narrativa histórica. As questões que se colocam são duas: a primeira, como saber quando se está carregando consigo alguma inclinação de grupo sem um alerta externo? E a segunda questão consiste em que muitas inclinações de grupo foram no decorrer da história justificadas racionalmente — como o racismo científicos pela antropologia do século XIX — e nem por isso tornaram-se menos espúrias do ponto de vista da objetividade científica. Ao nosso ver, o melhor modo de se evitar — ainda que só de modo aproximado — esse problema passa por obedecer os três critérios de *consenso legítimo* já apresentados. Em especial, destacamos o terceiro, admitindo-se que uma inclinação de grupo poderia ser reconhecida como um caso particular de consenso. Recordemos o terceiro critério: para um consenso ser legítimo precisa ser avaliado por uma considerável diversidade social de pesquisadores, tanto quanto for possível, acerca de etnia, gênero etc. à medida que, claro, efetivamente existam pares competentes e socialmente diversos para o assunto da pesquisa. Esse critério, porém, não é uma panaceia: ele pode, por exemplo, ser apenas vacuamente aplicado em casos em que um assunto é monopolizado por um pequeno grupo homogêneo de pesquisadores pelo mundo (algo frequente no grau de especificidade do conhecimento científico). Ou mesmo pode ser insuficiente no caso de um preconceito até então pouco visível mesmo a uma considerável diversidade social da comunidade científica. Mas, ainda ao lado dessa sugestão acerca de uma avaliação científica diversa, pensamos que hoje não podemos abrir mão da diferença clássica da Filosofia da Ciência entre o *contexto de descoberta* e o *contexto de confirmação* de uma teoria (uma distinção ainda não tão estabelecida à época de Walsh). Ainda que inclinações de grupo inicialmente possam ter motivado conclusões como as do racismo científico, não se pode negar que a adição de informações provenientes de diversas pesquisas científicas também influenciou na rejeição de várias das hipóteses racistas, não sendo razoável afirmar que as hipóteses racistas foram simplesmente negadas apenas pela mudança de novos valores sociais compartilhados na comunidade. Ora, admitindo-se uma certa independência dos contextos de confirmação de fatos, eles encontram-se como amorais, no sentido conhecido de Mário Bunge (1972) de que seu conhecimento pode tanto ser aplicado para ações ora benéficas quanto para ações ora consideradas prejudiciais.

Quanto às *teorias históricas conflitantes* (Walsh chama de 'interpretação histórica' em um sentido que não usamos aqui), cumpre destacar que o autor em sua época ainda não tinha como ter contato com os problemas apresentados por Kuhn em *A Estrutura das Revoluções Científicas*. Walsh pensa que o problema se resolveria no futuro à medida que os historiadores se engajassem em testar suas teorias como hipóteses empíricas e selecionassem aquelas que passariam nos crivos das fontes históricas. Por um lado, esperamos também que historiógrafos — bem como historiadores da natureza — elaborem hipóteses empiricamente testáveis (seguindo o princípio de Ladyman e Ross e o princípio da refutabilidade de Popper) e estejam igualmente dispostos a pô-las a prova. Entretanto, e por outro lado, deve-se admitir que certas teorias científicas (de natureza heurística) são talvez irrefutáveis por fontes empíricas e, mesmo assim, são frutíferas para se unificar de modo mais geral explicações particulares. Tal poderia ser o caso da Teoria da Seleção Natural, como reconheceu o próprio formulador do princípio de refutabilidade de teorias, Karl Popper (cf. NOUVEL, 2013, pp. 196-200). Mas a teoria não deixa de, por boas razões, ser consensualmente aceita pelos biólogos e considerada fundamental para a compreensão da História Natural em vários dos sentidos identificados por Nagel anteriormente para a expressão "mais importante" ou "mais fundamental". Acreditamos que algo semelhante ocorra com certas teorias históricas "irrefutáveis". Contudo, vamos nos ocupar no capítulo seguinte especificamente daquele conjunto de hipóteses e teorias que possa ser refutável pela empiria, considerando-nos assim dispensados de dar solução ao papel das que não o forem.

Por fim, resta tratar das *cosmovisões*. Esse assunto é bem mais complexo e aquele em que Walsh mais se detém a analisar. De fato é difícil dar uma solução a um problema que, na verdade, é em grande parte exterior às ciências, posto que reflete o problema de haver várias teorias filosóficas no campo da moral e da metafísica concorrentes entre si e sem que uma elimine as demais; seja analítica, seja empiricamente. De nossa parte, limitamo-nos a observar que esse não é um problema próprio das ciências históricas ou da historiografia em particular, mas, pelo menos no tocante a teorias metafísicas de fundo, um problema concernente a todas as ciências. De fato, quem negaria que a Química compromete-se com uma visão materialista da realidade e que vários físicos partem do pressuposto racionalista de que a realidade é, em essência, capturada pela linguagem lógico-matemática? O fato de haver um maior consenso (talvez ilegítimo) nessas ciências sobre os pressupostos filosóficos assumidos não faz, por isso, o problema diminuir, uma vez que as teorias filosóficas não parecem ser elas próprias postas à prova da mesma maneira que o são as teorias científicas dos químicos e dos físicos. O fato de cientistas trazerem muita filosofia para seus trabalhos nunca foi, porém, um obstáculo para julgá-los objetivos, dado que parecem produzir, como esperado, consensos legítimos acerca de resultados tanto descritivos quanto prescritivos. E apesar da diversidade de pressupostos filosóficos que um historiador social possa ter, inclusive por carregar também pressupostos da área moral (não só da metafísica), isso não deve ser um empecilho para lhe conceder justamente que sua pesquisa possa ser objetiva também em um nível aproximado e à medida do que lhe é possível.

Por todas essas razões, dizemos que as ciências históricas são objetivas na medida em que: *precisam assumir ontologicamente um "passado real"*, ainda que só um ideal regulador ou, quando muito, parcialmente alcançável do ponto de vista epistêmico e metodológico; *são capazes de formar consensos históricos legítimos* acerca de passados prováveis tornando públicas tanto suas conclusões quanto suas hipóteses e seus meios para uma avaliação ampla, diversa e competente; e *parecem capazes de uma imparcialidade relativa* suficientemente objetiva tanto no domínio pessoal quanto no condicionamento social e na seleção dos fatos. E, como mostramos na seção anterior que a objetividade nas ciências históricas era pressuposta nas definições de *fonte histórica* e de *passado provável*, agora estão essas definições devidamente embasadas de um ponto de vista teórico[17].

Passados esses que são provavelmente os temas teóricos mais "espinhosos" desse capítulo, principalmente acerca da verificação de sentenças pretéritas e da acessibilidade ao conhecimento do passado de modo coletivo, terminaremos ao comentar brevemente a natureza das "fontes históricas", em seus tipos, e suas *capacidades informativas* acerca do passado que nos permitem a eliminação de certos passados possíveis. Lembrando o leitor: esse assunto concerne aos últimos critérios — (iii) e (iv) — do *atualismo histórico*, ou seja, esse assunto é essencialmente o da *probabilidade histórica* e da *atualidade de forças*. Dito de outra forma, unindo o conteúdo desses dois critérios, investigaremos "as entradas possíveis de acesso parcial ao passado".

2.5 Atualidade de forças e probabilidade histórica

Estabelecemos que os historiadores enunciam certas sentenças (*sentenças históricas*) a serem verificadas idealmente por uma correlação com fatos históricos (em sentido amplo). Em seguida, estabelecemos as condições para haver epistemologicamente um acesso parcial ao passado: método hipotético e objetividade histórica. Para tudo isso, utilizamos muitas vezes o termo "fonte histórica" definido simplesmente como algo capaz de decidir entre duas ou mais hipóteses concorrentes acerca do que ocorreu. É compreensível que até aqui tenha parecido ao leitor que concedemos arbitrariamente um "poder misterioso" a essas chamadas fontes históricas sem que tenhamos tratado sobre sua natureza. Mas tentaremos agora dissolver parte dessa aura de mistério, embora não seja nosso propósito aprofundar a classificação das fontes históricas ou detalhar os métodos empregados nas ciências históricas (o que se pode encontrar em livros das respectivas áreas).

A imagem que queremos passar é a de que de nada adianta que haja portas que levam a certos setores do passado se não temos as chaves para as abrir. Se o passado for visto como uma casa, suas portas podem ser vistas como fontes históricas. Ocorre que as chaves são os meios que nos permitem acessá-las, uma vez que essas fontes não "falam por si mesmas" o que ocorreu (na metáfora: as portas não se abrem sozinhas para liberar os cômodas da casa).

[17] Ainda que o foco de nosso estudo não nos permita aprofundar aqui como gostaríamos várias relações inerentes à objetividade histórica; uma delas, muito cara em particular para historiadores: a relação entre historicidade e objetividade. Optamos já anteriormente a restringir nosso estudo do tempo histórico à sua perspectiva lógico-extensional, e não fenomênica, como pressupõe a historicidade (a experiência humana do tempo histórico), mas deixamos como indicação *Historicidade e Objetividade* de Lorraine Daston (2017) que debate a historicidade sobretudo em diálogo com o último sentido de objetividade (de *imparcialidade*).

Sempre é preciso interagir com as fontes (ou saber abrir as portas) por métodos e teorias que funcionam como chaves (na metáfora). Porém, mesmo quando não podemos abrir as portas de um cômodo, ainda há a possibilidade de se formular certas hipóteses aceitáveis para o que está dentro dele, como se pudéssemos olhar para as casas análogas na vinhança e inferir o que pode estar dentro da casa com cômodos trancados.

De modo geral, há três meios de formular hipóteses objetivas acerca do que ocorreu (as quais epistemologicamente funcionam como *passados prováveis*, como definimos anteriormente): por meio de *indícios*, por meio de *testemunhos* ou por meio de *comparações*. Quando uma hipótese objetiva é formulada com base em indícios ou testemunhos, dizemos ser uma *hipótese documental* acerca do passado real, enquanto dizemos ser uma *hipótese genética* acerca do passado real quando baseada em comparações entre objetos presentes que não são nem vestígios e nem testemunhos. Quanto às hipóteses documentais, diferenciamos os documentos entre indícios/fósseis (documentos indiciários) enquanto resto e vestígio e testemunhos/*quasi*-testemunhos (documentos testemunhais). Em síntese:

- Hipóteses documentais empregam:
  - *documentos indiciários* (indícios/fósseis) que podem ser
    - diretos
      - restos
    - indiretos
      - vestígios
  - *documentos testemunhais* que podem ser
    - testemunhos
    - *quasi*-testemunhos
- Hipóteses genéticas empregam:
  - comparações

Podemos ilustrar a diferença entre hipóteses documentais (baseadas em indícios ou testemunhos) e hipóteses genéticas (baseadas em comparações) com um pequeno experimento mental. Imagine que precisemos analisar como é uma casa de um local específico, ou seja, saber suas dimensões, cabos e canos conectados à sua estrutura, sua aparência exterior, seus cômodos e os objetos dentro de seu interior. A princípio, pelo conceito de “casa”, podemos ter várias hipóteses meramente possíveis de como ela pode ser, mas hipóteses documentais sobre essa casa nós apenas poderemos obter se tivermos registros sobre ela (pessoas que testemunharam como ela é ou como foi feita) ou se tivermos a oportunidade de vê-la, medi-la em seu espaço físico, adentrar seus cômodos e categorizar seus objetos.

Figura 2.5.1: Ilustração que representa a busca por indícios para se inferir qual a aparência de uma casa (no centro da imagem).

Contudo, uma outra forma (indireta) de criarmos hipóteses prováveis acerca da casa está em compararmos outras casas na região em que ela supostamente estaria. Se olharmos para a vizinhança, podemos encontrar vários padrões, como por exemplo descobrir onde costumam ser colocadas as janelas, verificar padrões nos tamanhos das construções, a disposição delas no terreno, constatar se estão em um bairro luxuoso ou em um subúrbio, saber o estilo arquitetônico regional e, ao reconhecer os objetos dessas residências, até mesmo poderíamos inferir alguns cômodos e objetos que provavelmente estariam na casa sobre a qual não temos nenhum indício ou testemunho. Por um estudo desse modo comparativo, podemos não chegar a uma conclusão definitiva, mas certamente teremos um número de hipóteses que não são meramente possibilidades lógicas, mas hipóteses prováveis acerca de como é a casa não documentada.

Figura 2.5.2: Ilustração que representa a busca por comparações para se inferir qual a aparência de uma casa (no centro da imagem).

Nos breves tópicos a seguir, apresentaremos, em linhas gerais, as bases por trás dessa subdivisão de elaboração de hipóteses históricas, as quais se baseia no uso de indícios, testemunhos e comparações em ciências históricas.

2.5.1 Hipóteses documentais

Na teoria da historiografia, há dois chamados "paradigmas" de investigação histórica. Um deles, o *paradigma indiciário*, remonta pelo menos a *Mitos, Emblemas e Sinais* de Carlo Ginzburg (1989 [1986]). Outro, o *paradigma testemunhal*, tem entre seus principais marcos a *Apologia da História* de Marc Bloch (2001). Paul Ricoeur (2007, p. 185) sintetiza a complementariedade dessas duas abordagens: "O indício é referenciado e decifrado; o testemunho é dado e criticado". Continua:

> A semiologia indiciária exerce seu papel de complemento, de controle, de corroboração em relação ao testemunho oral ou escrito, na medida mesma em que os signos que ela decifra não são de ordem verbal: impressões digitais, arquivos fotográficos e, hoje em dia, exames de DNA — essa assinatura biológica do ser vivo — "testemunham"por seu mutismo. Os discursos diferem entre si de maneira diferente que os lóbulos das orelhas.

No âmbito da história natural, por sua vez, temos duas formas análogas de registros documentais, os fósseis e o que chamaremos aqui de '*quasi*-testemunhos'. De uma maneira mais didática, Richard Dawkins (2009, p. 30) chama esses *quasi*-testemunhos de 'relíquias renovadas', enquanto registros que, apesar de não serem eles próprios antigos, contêm ou incorporam uma cópia ou representação do que existiu em um passado longínquo.

> Essas relíquias, na história humana, são [...] relatos escritos ou orais que foram transmitidos, repetidos, reimpressos ou de alguma outra forma reproduzidos do passado para o presente. Na evolução, proporei o DNA como a principal relíquia renovada, equivalente a um registro escrito e recopiado.

Adrian Currie (2019, p. 8) faz a mesma analogia entre evidências escritas e evidências de DNA, e mostra que, assim como Christopher Hawkes mostrou a importância de textos históricos — mesmo quando escritos em tempos muito posteriores — para importantes descobertas arqueológicas, algo semelhante dá-se na paleontologia entre informações obtidas de descendentes vivos para decodificar linhagens antepassadas (por exemplo: podemos identificar em humanos um gene para gerar cauda, mesmo que ela não se desenvolva após o período embrionário). Por essa analogia, dizemos que o uso do DNA *é como se fosse* um testemunho, que carrega em seu código informações parciais do passado, com a diferença de que testemunhos humanos (escritos ou orais) precisam ser submetidos à *crítica documental* sob pena de acabarem sendo mentirosos, falsos etc., tal qual no caso da Doação de Constantino, muito embora a análise de DNA também envolva interpretação.

A contraparte desses *quasi*-testemunhos é o conjunto de fósseis de que dispõe o historiador natural. Esses geralmente classificados em dois tipos: restos (ou *somatofósseis*) e vestígios (ou *icnofósseis*); isso deixando de lado pseudofósseis e dubiofósseis (CASSAB, 2010, p. 11). Dizemos que é *resto* um tipo de fóssil que ocorre quando alguma parte do ser vivo é preservada, i.e., *evidências diretas* dos seres vivos, como fósseis de dentes, de carapaças, de folhas, de conchas e de troncos. *Vestígio*, por outro lado, é um tipo de fóssil que ocorre apenas com *evidências indiretas* dos seres vivos, isto é, resultam de suas atividades biológicas: estromatólitos, fósseis de pegadas, de marcas de mordidas, de ovos (da casca dos ovos), de excrementos (os coprólitos), secreções urinárias (urólitos), de gastrólitos, de túneis, de galerias de habitação etc.

Mediante indícios/fósseis de rastros, os historiógrafos e historiadores da natureza formulam hipóteses documentais indiciárias *diretas* que estabelecem consenso em torno desse conjunto indiciário. São excelentes exemplos as numerosas coisas que julgamos saber sobre Pompeia graças à durabilidade dos rastros pós-erupção do Vesúvio. Por outro lado, mediante indícios/fósseis de vestígios, formula-se hipóteses documentais indiciárias *indiretas* acerca do que ocorreu, como é o caso de várias inferências que conseguimos fazer acerca dos modos de vida do gênero *Homo* com base em abrigos e ferramentas que nossos ancestrais manipulavam de alguma forma.

Por sua vez, também estabelecem passados prováveis as *hipóteses documentais testemunhais* baseadas em relatos (escritos ou orais) ou meios biológicos análogos. São exemplos de hipóteses desse tipo a de que "Júlio César morreu em 14 de março de 44 a.C.", pois isso relataram os historiadores romanos, e a de que "algum ancestral do *Homo Sapiens* possuía cauda", pois isso sugere o DNA humano. Todavia, deve-se salientar que a "linguagem" do DNA (por um exagero do uso do termo) não funciona como a língua natural: o testemunho por língua natural pode conter mentiras; o DNA, não; e a língua tem uma estrutura sintática e semântica; enquanto que o DNA não pode funcionar assim (senão de forma analógica fraca); e é claro que a língua permite uma expressão muito mais ampla sobre o passado (inclusive não só expressões declarativas) do que o DNA.

2.5.2 Hipóteses genéticas

Mas e se não nos restasse nenhum indício/fóssil acerca do que ocorreu? Por incrível que pareça, ainda seriam prováveis várias hipóteses formuláveis por historiadores. Isso se deve ao poder inferencial de amplas comparações quando feitas de modo sistemático. Talvez o melhor exemplo é o emprego do chamado *método comparativo* em linguística histórica.

É possível asseverar o parentesco entre línguas, por exemplo, aquelas pertencentes ao tronco indo-europeu, sem que haja nenhum resto e nenhum testemunho da escrita ou da oralidade da língua ancestral do tronco, como explica Émile Benveniste (1976, p. 107):

> Consistem as provas desse parentesco em similitudes regulares, definidas por correspondências entre formas completas, morfemas, fonemas. As correspondências são por sua vez ordenadas em séries, tanto mais numerosas quanto o parentesco é mais próximo. Para que essas correspondências sejam comprovantes, é preciso poder estabelecer que não se devem nem a coincidências de acaso nem a empréstimos de uma a outra das línguas consideradas ou de ambas as línguas a uma fonte comum nem ao efeito de convergências. As provas serão decisivas se podem agrupar-se em feixes. Assim a correspondência entre lat. *est*: *sunt*, al. *ist*: *sind*, fr. *e*: *sõ*, etc. supõe ao mesmo tempo equações fonéticas, a mesma estrutura morfológica, a mesma alternância, as mesmas classes de formas verbais e o mesmo sentido, e

> cada uma destas identidades poderia subdividir-se em certo número de traços igualmente concordantes, cada um dos quais, por sua vez, evocaria paralelos em outras formas dessas línguas. Em suma, o que se tem aí é uma reunião de condições tão específicas que surge a pressuposição de parentesco.
>
> Esse método é bem conhecido e foi provado no estabelecimento de mais de uma família. Fez-se a prova de que pode igualmente aplicar-se a línguas sem história, cujo parentesco se comprova hoje, seja qual for a estrutura de que dependem.

Esse método, ao menos "em espírito", é utilizado por várias outras ciências históricas além da Linguística Histórica. Em História das Religiões, baseados em estudos acerca da comparação entre ritos religiosos, podemos formular hipóteses genéticas acerca da origem comum, por exemplo, entre as Igrejas Pentecostais. Na antropologia, arqueologia e historiografia antiga, baseados em sociedades atuais de caçadores-coletores, podemos inferir quanto tempo as populações de caçadores-coletores ancestrais andavam por dia, quanto tempo aproximadamente levavam para atravessar certas distâncias etc. Quanto à História Natural, o método comparativo aplicado à diversidade atual de espécies é mais do que suficiente para se assumir passados prováveis com antepassados em comum, dadas as sistemáticas semelhanças filogenéticas, por exemplo, entre répteis e aves. Note que todas essas extrapolações para o passado de comparações no presente só são possíveis, claro, quando se assume o princípio do atualismo: as forças, leis, tendências etc. (naturais, linguísticas etc.) que atuam no passado são idênticas (ou com diferenças desprezíveis) em relação às que atuam no instante-presente.

Para todos esses casos de passados prováveis que carecem de fonte histórica, chamamos *hipóteses genéticas*. Mas, a despeito de darmos um nome à parte, as hipóteses genéticas são igualmente falseáveis pela análise de fontes históricas. Por exemplo: se se encontram fontes históricas que neguem uma certa frequência de caminhada em determinados grupos de caçadores-coletores, imediatamente a hipótese é retirada, ao menos quanto à aplicação nesses grupos. Todavia, no tocante à Cosmologia, há peculiaridades especiais nas formas de hipóteses para o conhecimento do passado e do futuro do Universo que não teremos espaço para detalhar por aqui (para uma introdução nas questões da Filosofia da Cosmologia, cf. SMEENK; ELLIS, 2017). Todavia, deve-se considerar que as hipóteses diretas dos cosmólogos são baseadas em evidências escassas que podemos obter por espectrometria, astronometria, datação isotópica e outras técnicas; enquanto que as hipóteses indiretas são fornecidas por generalizações, especulações e interpretações de teorias físicas que se aplicam aos fenômenos atuais conhecidos.

2.6 Conclusões parciais

Façamos uma síntese do que foi abordado até aqui. Começamos definindo *ciências históricas* como um subtipo de ciência moderna caracterizadas pelo uso do *tempo histórico* e pelo princípio epistemológico do *atualismo histórico* que, apesar de complexo, pode ser resumido na ideia de que só se pode obter informações do passado em tempo histórico através do presente e elas podem ser discordantes entre si (o que dificulta o consenso). De resto, as ciências históricas compartilham, como vimos, as mesmas características essenciais das *ciências*: objetividade e racionalidade. E das *ciências modernas*: matematização e, no caso de ciências empíricas, experimentação. A matematização empregada, embora nem sempre frequente, é principal da estatística, da probabilidade e de sistemas dinâmicos. As ciências históricas compartilham com as *ciências empíricas*: a atitude racional face à experiência, experimentação e falseabilidade de teorias/interpretações[18]. Particularmente defendemos que a atitude racional face à experiência em ciências históricas aparece principalmente na forma de crítica de fontes históricas; a experimentação (em sentido amplo), na análise de fontes históricas por meio de certas técnicas e tecnologias; e a falseabilidade do que chamamos de *descrições históricas* que formam, do ponto de vista lógico, os *passados prováveis*. Os passados prováveis, como vimos, precisam ser logicamente possíveis, respeitarem o princípio de Ladyman e Ross e serem construídos como hipóteses documentais baseadas em fonte histórica ou construídos como hipóteses genéticas baseadas em comparações sistemáticas no presente.

Em suma, ao longo dessa primeira parte teórica do capítulo, procuramos montar as bases epistemológicas para se poder defender filosoficamente a aplicabilidade de um "tempo histórico ramificado" para a filosofia das ciências históricas. Ainda que sem muito rigor lógico, podemos chamar, por enquanto, uma *teoria de tempo ramificado*[19] enquanto uma concepção filosófica segundo a qual o tempo pode ser ramificado (epistêmica e/ou ontologicamente) em diferentes linhas temporais para trás ou para frente, representando alternativas de passado ou de futuro, respectivamente. Acreditamos que, em se tratando de ciências históricas, só se pode obter uma adequada definição de *conhecimento histórico* junto de *progresso do conhecimento histórico* através de ramificações para trás, representando diferentes passados possíveis, mas

[18] Porém, lembrando do que foi afirmado sobre a utilidade também de teorias não testáveis.

[19] A imagem de tal teoria, concebida formalmente por Prior, é aquela evocada pelo conto de Borges de 1941 "*El jardín de senderos que se bifurcan*".

teoricamente limitados aos *passados prováveis* tais como delimitados anteriormente. Ou seja, aqueles advindos de hipóteses (documentais ou genéticas) objetivamente formuladas (de modo consensual ou não) e falseáveis, em princípio, por novas fontes históricas ou novas informações objetivamente aceitas acerca de fontes históricas já descobertas.

Nesse primeiro capítulo, talvez o mais frutífero de nossa proposta está principalmente na formalização das ideias de "consenso histórico" (quando uma proposição é verdadeira em todos as histórias prováveis) e "dissenso histórico" (quando uma mesma proposição diverge em valor nas histórias prováveis). Pelo que podemos diferenciar dois níveis (forte e fraco, respectivamente) do que se considera "conhecimento histórico". No capítulo seguinte poderemos ainda extrair alguns resultados lógicos interessantes advindos das noções propostas. Assim, partiremos para estudos metalógicos e, na sequência, para um estudo da *dinâmica* do consenso e dissenso nas ciências históricas, analisando as condições necessárias para se constatar um progresso gradual no conhecimento do passado.

3 Lógicas do consenso histórico

A arte é feita por mim, a ciência é feita por nós. ("L'art c'est moi, la science c'est nous.")

Claude Bernard, *Introduction à l'étude de médecine expérimentale*

QUESTÕES DE CADA SUBSEÇÃO

Capítulo 3

1. O que precisamos para definir um consenso histórico em lógica temporal?
2. Como construir uma lógica do consenso histórico?
3. Como podemos analisar explicações científicas, descrições complexas e o falseamento de hipóteses em termos de necessidade, subsenso, consenso e supersenso no tempo?

No tópico anterior, a partir de um ponto de vista epistemológico descritivista e ontológico de instantes de tempo, definimos informalmente o que seria *interpretação histórico-factual* e a operação de *consenso histórico* em uma comunidade historiográfica (ou seja, uma comunidade científica em alguma ciência histórica, tal como as entendemos). Agora trataremos de formalizar aquelas definições em um sistema lógico.

Adotando uma ontologia de instantes de tempo em uma configuração ramificada-para-trás, há duas maneiras de formalizar as definições precedentes: por meio de uma semântica tradicional de instantes de tempo (uma semântica ao estilo de Kripke) ou por meio de uma semântica de histórias (semântica histórica). Começaremos, na próxima seção, pela primeira maneira, dando uma linguagem adequada para esse tratamento e sua semântica, e nessa direção formalizaremos um sistema (minimal) que chamaremos $\mathbf{K}_{bh}$ para atender às exigências básicas da operação de *consenso histórico* e ofereceremos extensões interessantes para ele. Em uma seção posterior, por sua vez, faremos uma construção análoga em uma lógica peirciana invertida (um caso especial de lógica ockhamista voltada para o passado) com uma semântica de histórias. Por fim, provaremos correção e completude para esses sistemas.

Cada uma das duas abordagens possui vantagens e desvantagens. Desenvolveremos posteriormente uma versão dinâmica a partir de um de nossos sistemas e também uma extensão que abrange essa versão dinâmica. De todo modo, ambas as semânticas (a versão estática dessa seção e a versão dinâmica mais à frente) serão importantes para o tratamento formal das discussões teóricas dos capítulos anteriores e dos problemas filosóficos que serão debatidos ainda nos capítulos finais.

3.1 O consenso histórico em uma semântica de instantes

Principais símbolos desta subseção: P, F, H, G, t, h, $\Box_{t\preceq}$, $\Box_{\preceq t}$, $\Box_t$, $\Diamond_{t\preceq}$, $\Diamond_{\preceq t}$, $\Diamond_t$, t_0, $\approx$, $\Box_h^{t_0}$.

A linguagem básica da Lógica de Tempo Verbal (*Tense Logic*, TL) de Prior, proposta em 1957, e que utilizaremos a partir daqui, estende a linguagem proposicional padrão (com proposições atômicas e conectivos verifuncionais) com quatro operadores temporais cujos significados intuitivos são os seguintes:

P: "Em algum momento foi o caso que ..."

F: "Será em algum momento o caso que ..."

H: "Sempre foi o caso que ..."

G: "Sempre será o caso que ..."

Para um exemplo, tomemos a seguinte sentença "Em 1815, Napoleão seria derrotado na Batalha de Waterloo", que pode ser traduzida por

$$PF(\text{Napoleão é derrotado na Batalha de Waterloo})$$

Nesse exemplo, omitimos a precisão do instante de tempo relativo ao ano de 1815, mas a conjugação verbal 'seria' no *futuro do pretérito*, que abrevia a operação lógica "foi o caso que será o caso que ...", foi adequadamente contemplada. Assim, apesar das ciências históricas tratarem de fenômenos pretéritos, também os operadores lógicos para o futuro são importantes para traduzir sentenças como essa. Mais detalhes sobre a expressividade de tempos verbais por esses operadores são dados por Prior (1967, Capítulo III.5). Por outro lado, a linguagem de tempos verbais de Arthur Prior possui diversas limitações linguísticas com relação a tempo e aspecto do uso verbal em língua natural. Por exemplo, os operadores de Prior não conseguem distinguir entre o passado simples e o presente perfeito em Inglês. Desse modo, estaremos nesta pesquisa capturando apenas aquelas sentenças proferidas por historiadores que são traduzíveis pelos operadores de Prior ou pelo de consenso histórico unário (a ser definido posteriormente)[20].

A princípio, nosso vocabulário será dado por um formulário de Backus-Naur ("Backus–Naur form" ou BNF), desenvolvida por Peter Naur e John Backus, e originalmente apresentada por esse último (cf. BACKUS, 1959). Atualmente o BNF é muito empregado para descrever a sintaxe de linguagens formais (especialmente linguagens de programação). Utilizaremos esse mesmo tipo de formulário não somente abaixo, mas também em outros sistemas no decorrer desta tese. Trata-se de uma lista que *define recursivamente* (denotado por ':=') o conjunto de fórmulas φ (i.e. expressões bem-formadas) de um sistema sobre um dado conjunto de proposições atômicas *PROP* que traduzem sentenças históricas não modalizadas e afirmativas (conforme discutidas no capítulo anterior).

As proposições em *PROP* podem ser escritas como $p_0, p_1, p_2, ..., p_n$ (para n número natural) ou, de modo simplificado, como p, q ou r. Abaixo, simplificaremos como p, pois raramente precisaremos explicitar duas proposições atômicas em nossas demonstrações, e nenhuma vez precisaremos explicitar três delas.

No formulário abaixo, definimos que uma fórmula φ qualquer de nossos sistema lógico equivale a um dos esquemas de fórmulas à direita, consistindo ou em uma proposição atômica qualquer p, ou na negação de uma fórmula, ou na conjunção de fórmulas, ou em uma fórmula que sempre foi o caso ou que sempre será o caso no tempo. Observando que outras expressões relevantes de nossa linguagem são definidas a partir dessas, tomadas como primitivas.

$$\varphi := p \in PROP \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \varphi') \mid H\varphi \mid G\varphi.$$

Voltando à sentença mencionada acima sobre Napoleão, podemos notar que ela procura indicar um "fato", uma vez que se trata gramaticalmente de um enunciado declarativo e, assim, pode ser logicamente entendido como uma proposição p, a qual pode ser verdadeira ou falsa, de um ponto de vista clássico. Por conseguinte, se considerarmos uma proposição qualquer φ e a negação clássica operando sobre ela, podemos afirmar que esses operadores temporais são interdefiníveis:

$$P\varphi \equiv \neg H\neg\varphi, H\varphi \equiv \neg P\neg\varphi \text{ e } F\varphi \equiv \neg G\neg\varphi, G\varphi \equiv \neg F\neg\varphi.$$

[20]Poderíamos aumentar o poder de expressão da linguagem adicionando outros operadores, como, por exemplo, o operador *PróXima Vez*, representado por $X\varphi$, ou os operadores *Desde que* e *Até que*, introduzidos por Hans Kamp (1968) em sua tese de doutorado. Mas manteremos nossa linguagem em um nível mais simples, apenas o suficiente para o tratamento lógico-filosófico dos problemas que nos interessam.

Por essa razão, e se tratando de operadores lógicos, dizemos que P é o *dual*[21] de H e F o dual de G. Além disso, isso significa que, em nossa linguagem, precisaremos assumir primitivamente apenas dois operadores de tempo a partir dos quais definiremos os demais. O mesmo vale para outros operadores, dentre os quais o de consenso histórico.

Além desse conjunto de símbolos, utilizaremos ainda '(' e ')' como pontuações para casos que se faça necessário desambiguar sobre que fórmula ou fórmulas está incidindo a função de um operador unário (como $\neg$) ou binário (como $\wedge$); tomando a liberdade de por vezes retirar apenas os parênteses exteriores das fórmulas. Nessa linguagem, como veremos mais tarde, a constante especial $\perp$ (*Falsum*) que denota uma fórmula com valor constante (o falso) será útil para facilitar algumas definições. Esse operador pode introduzido por definição como senso uma contradição entre uma fórmula e sua negação. A partir da fórmula a seguir, por praticidade, convencionamos excluir parênteses antes diante de um operador de igualdade, identidade ou equivalência.

$$\perp \equiv p \wedge \neg p$$

Quanto aos conectivos verifuncionais selecionados da lógica clássica: os operadores anteriores são suficientes para darmos definições normais às demais operações clássicas, i.e., a disjunção inclusiva ($\vee$), a implicação material ($\rightarrow$) e a bi-implicação material ($\leftrightarrow$):

$$\varphi \vee \psi \equiv \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi), \varphi \rightarrow \psi \equiv \neg(\varphi \wedge \neg\psi) \text{ e } \varphi \leftrightarrow \psi \equiv (\neg(\varphi \wedge \neg\psi) \wedge \neg(\neg\varphi \wedge \psi)).$$

Também podemos definir uma fórmula com valor constante oposto ao do *Falsum* (denotando uma tautologia arbitrária):

$$\top \equiv \neg\perp$$

Passaremos para as *definições modais abreviativas*, a começar por duas definições modais que chamaremos "contradiodorianas" ($\Box_{t\preceq}$ e $\Diamond_{t\preceq}$), no sentido de que correspondem à relação inversa das definições diodorianas de *necessidade* ($\Box$) e *possibilidade* ($\Diamond$) como formalizadas por Prior (1967, Capítulo III)[22]:

[21] Para uma definição rigorosa de *dual*, ver CHELLAS, 1980, pp. 29–31.

[22] Por inspiração na notação de Cocchiarella (1972, p. 171), que utiliza t como subscrito para as modalidades aristotélicas definidas em instantes, usaremos ainda $t \preceq$ como subscrito para modalidades contradiodorianas

$$\Box_{t\preceq}\varphi \equiv (\varphi \wedge H\varphi) \text{ e } \Diamond_{t\preceq} \equiv (\varphi \vee P\varphi)$$

Inversamente:

$$\Box_{\preceq t}\varphi \equiv (\varphi \wedge G\varphi) \text{ e } \Diamond_{\preceq t} \equiv (\varphi \vee F\varphi)$$

E há ainda as modalidades em definições aristotélicas ($\Box$ e $\Diamond$), que também nos serão úteis tais como formalizadas previamente por Prior:

$$\Box_t\varphi \equiv (H\varphi \wedge \varphi \wedge G\varphi) \text{ e } \Diamond_t \equiv (P\varphi \vee \varphi \vee F\varphi)$$

Note que esses operadores modais, assim como os temporais, também são interdefiníveis:

$$\Box_t\varphi \equiv \neg\Diamond_t\neg\varphi, \Diamond_t\varphi \equiv \neg\Box_t\neg\varphi \text{ e } \Box_{t\preceq}\varphi \equiv \neg\Diamond_{t\preceq}\neg\varphi, \Diamond_{t\preceq}\varphi \equiv \neg\Box_{t\preceq}\neg\varphi$$

O mesmo vale para as modalidades contradiodorianas invertidas (modalidades diodorianas: $\Box_{\preceq t}$ e $\Diamond_{\preceq t}$).

Confira abaixo um diagrama com todas essas modalidades:

(modalidades que valem apenas para o presente e passado) e h para modalidades que operam sobre histórias.

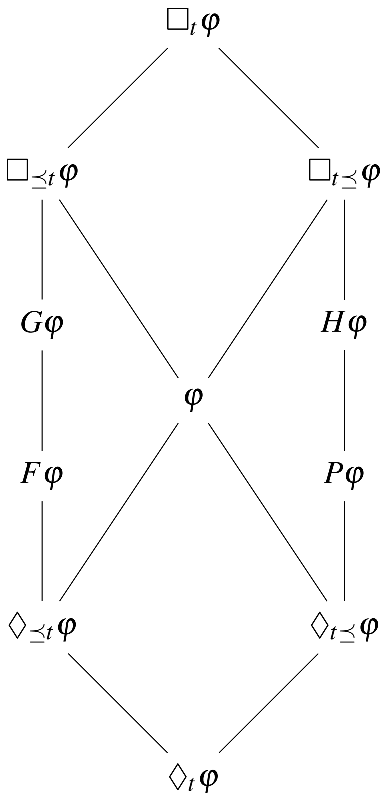


Figura 3.1.1: Operadores temporais.

No centro do diagrama, φ indica uma fórmula no presente. Desse modo, quando $\Box_{\preceq t}$ se conecta a φ, por exemplo, estamos indicando que a definição de $\Box_{\preceq t}\varphi$ envolve a fórmula no presente. Nesse caso, para uma fórmula qualquer φ, podemos obter $\Box_{\preceq t}\varphi \rightarrow (H\varphi \wedge \varphi)$. Um outro exemplo é $\Diamond_{t\preceq}$, com o qual sabemos que $\Diamond_{t\preceq}\varphi \rightarrow (P\varphi \vee \varphi)$.

Ocorre que a definição de certos operadores, como é o caso do de consenso histórico, depende do sistema lógico ter as delimitações apropriadas para que ele capture minimamente o significado que lhe é atribuído, i.e., aquele que lhe atribuímos informalmente nos capítulos anteriores. Enquanto $\mathbf{K}_t$ é o sistema minimal em semântica de instantes, não possuindo nenhuma restrição (axioma adicional), por sua vez, chamaremos o sistema mínimo para o consenso histórico de $\mathbf{K}_{bh}$, e caracterizaremos em breve sua semântica.

As definições precedentes serão úteis para facilitar a definição abreviativa para o operador binário de consenso histórico nesse sistema:

$$\bot\Box_h\varphi \equiv (H\Diamond_t\varphi \wedge G\bot)$$

Podemos ler $\bot\Box_h\varphi$ por “No fim de todos os instantes há um consenso sobre φ”.

Naturalmente com o "fim de todos os instantes", ou quando dizemos que "não é o caso que qualquer fórmula futura", estamos nos referindo ao presente, em nossa interpretação. Contudo, dada a complexidade do conceito por trás da noção de "consenso", seu funcionamento pleno talvez só ficará mais claro adiante nesta tese. Por agora, vale apenas especificar que o operador que definimos denota um *consenso final*, ou seja, a constatação no instante de tempo final t_0 de que uma proposição é verdadeira em algum momento em todas as ramificações a partir de t_0 em direção ao passado.

Nós introduzimos o consenso final como um operador binário porque, a rigor, ele opera sobre duas fórmulas atômicas, note que $\perp$ não é um operador, mas uma constante. Como precisa de uma proposição qualquer φ e uma constante $\perp$ no *definiens*, ambos precisam constar, a rigor, no *definiendum*. Contudo, como o termo $\perp$ é fixo, podemos considerá-lo um operador pseudo-unário; por convenção, adotaremos a seguinte expressão:

$\Box_h^{t_0}$: "Há um consenso histórico final de que ..."

$$\Box_h^{t_0}\varphi \equiv \perp\Box_h\varphi$$

$$\Box_h^{t_0}\varphi \equiv (H\Diamond_t\varphi \wedge G\perp)$$

Observação. Note que omitimos o termo $\perp$, que a rigor teria de ser acrescentado na expressão '$\Box_h^{t_0}\varphi$'. O termo t_0 vem de nossa interpretação semântica; aqui é utilizado apenas para simplificar o uso do operador de consenso final, bem como facilitar a compreensão desse operador para além da sintaxe.

Alguém poderia se questionar sobre o porquê de nos limitarmos a definir um consenso somente para o ponto final do sistema. Por que não definir em vez disso um consenso de forma mais geral e então o consenso final seria um caso particular? Ocorre que com operadores temporais tradicionais, só é possível definir o consenso final. A linguagem não é expressiva o suficiente para nos dar uma definição normal de consenso mais geral. Essa noção mais geral de consenso, entretanto, pode ser colocada primitivamente em um sistema. Isso é o que faremos mais adiante.

De qualquer forma, convém relembrar nossa metáfora na introdução sobre a noção de consenso, a respeito do experimento mental dos livros. Abaixo você pode comparar o exemplo dos livros adaptado a uma aplicação do consenso final. Ainda não definimos com precisão a semântica de nosso sistema, mas vamos empregar provisoriamente aqui três linhas para representar três ramificações para o passado e pontos em diferentes locais dessas linhas, mostrando que um consenso final sobre uma proposição φ requer que φ seja verdadeiro em todas ramificações do passado, mas não necessariamente no mesmo instante relativo. Observe que a definição contém um φ isolado na disjunção, isso significa que se o φ for verdadeiro, então automaticamente há um consenso sobre φ, afinal, é uma proposição verdadeira em todos os ramos, o que condiz com a intuição do instante final (presente) estar na intersecção entre os ramos.

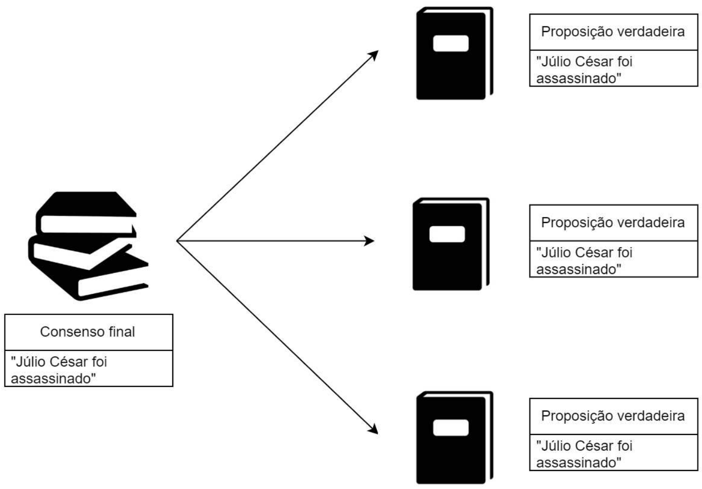


Figura 3.1.2: Consenso final em livros historiográficos.

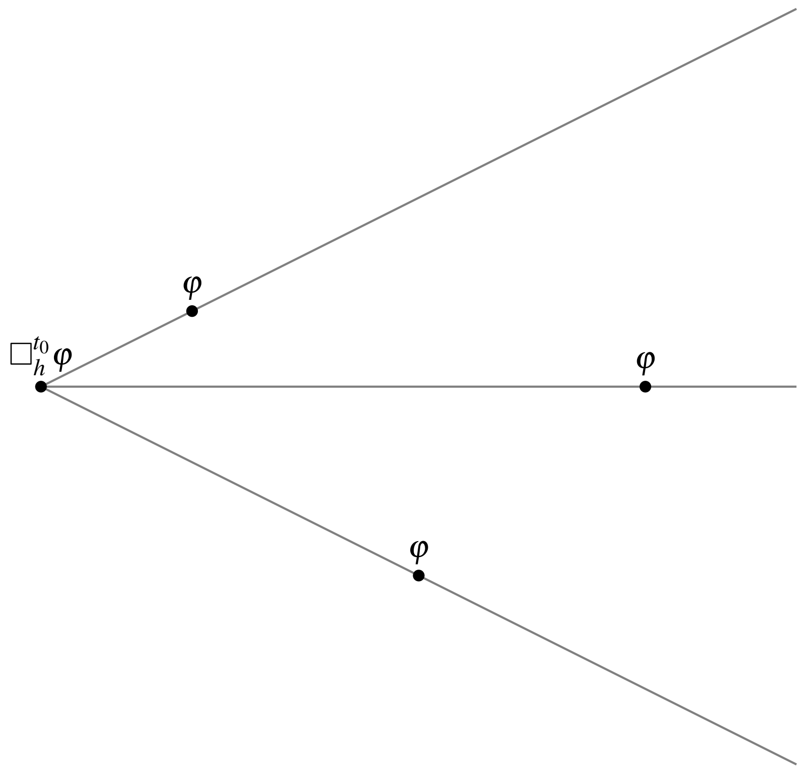


Figura 3.1.3: Consenso final em linhas temporais.

O fato de φ poder ser verdadeiro em diferentes momentos das linhas do tempo do passado implica que, do ponto de visto filosófico, nossa noção de consenso captura apenas consenso sobre "o que" ocorreu, mas não sobre "quando" ocorreu. Note que, por esse operador, podemos formalizar que os historiadores têm um consenso de que "Júlio César foi assassinado", mas o operador não pode garantir que essa afirmação seja verdadeira no mesmo instante no tempo dessas versões historiográficas (digamos, 15 de março de 44 a.C.). Essa é uma limitação de nossos sistemas em geral, mas em uma extensão, se desejável, é possível implementar uma métrica para os instantes e um operador que leve essa variável em conta. De toda forma, também é preciso ser dito que esse fato implica que não é possível definir um consenso histórico adequado com os operadores de Prior que não seja restrito ao ponto final. Suponha que retirássemos a fórmula $G\bot$ da definição do operador de consenso, permitindo que fosse verdadeiro em outros pontos no tempo. Nesse caso, não poderíamos garantir que o consenso é sobre versões do passado. Confira na ilustração abaixo:

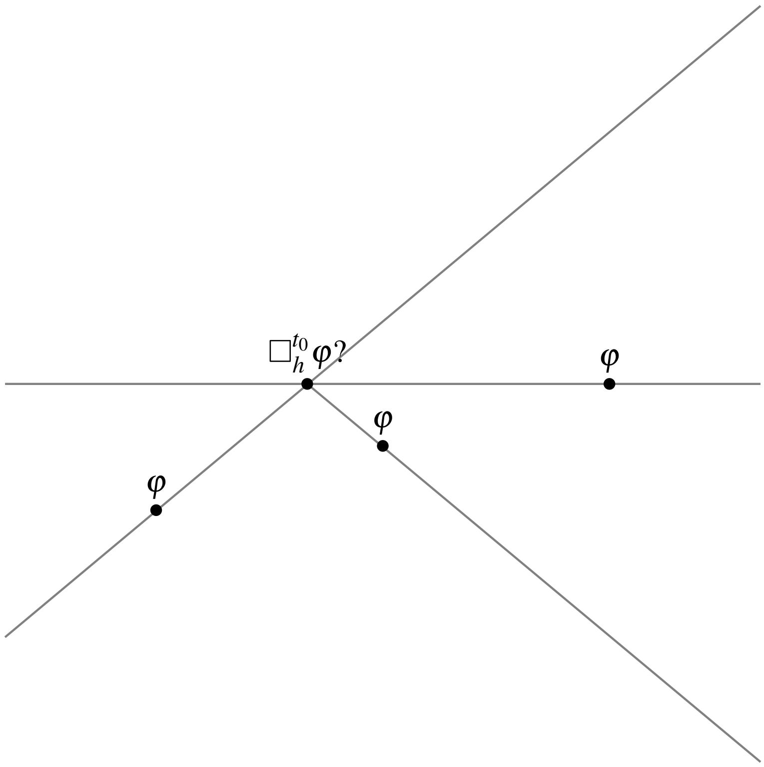


Figura 3.1.4: Consenso final errôneo em linhas temporais.

Note que na ilustração acima nós temos também um caso análogo ao experimento mental dos três livros, porém o consenso não é histórico, pois em um desses livros (ou linhas do tempo) a proposição só é verdadeira em um evento no futuro [23]. Esse problema será resolvido posteriormente, e teremos uma terminologia mais adequada para tratar a questão com precisão. Por agora, passemos para a semântica de $\mathbf{K_{bh}}$.

Os sistemas usuais de lógica temporal são modelados como versões temporais de estruturas de Kripke (*Kripke frames*) chamadas, nesses sistemas, de fluxos de tempo (*flow of time*). Assim, um *fluxo de tempo* é uma estrutura $\mathscr{T} = \langle T, \prec \rangle$ onde T é um conjunto não vazio de instantes de tempo com uma relação binária $\prec$ de *precedência temporal* que age sobre T.

Observação (metalinguagem e linguagem de primeira ordem)**.** Nesse vocabulário, utilizamos t ou $t_0, t_1, t_2, ...t_n$, sendo n número natural, como elementos de T, e portanto designando instantes de tempo, e utilizamos ainda $t_1 \preceq t_2$ para abreviar a expressão disjuntiva "$t_1 \prec t_2 \vee t_1 = t_2$". Por vezes também pode ser útil a expressão $t_1 \nprec t_2$ para "t_1 não precede t_2". Na enunciação dos princípios a seguir, por razões de síntese e clareza, utilizaremos operadores clássicos e

[23] Relembrando nossa observação no guia de leitura das árvores de histórias, a leitura temporal das linhas deve ser lida da esquerda (futuro) para a direita (passado). Portanto, na ilustração acima, em relação ao instante em que temos $\Box_h^{t_0}\varphi$, a fórmula φ é verdadeira em duas instâncias do passado e uma do futuro.

linguagem de primeira ordem (notadamente os operadores $\neg$, $\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$ e $\leftrightarrow$, e os quantificadores $\exists$ ("existe pelo menos um") e $\forall$ ("para todo")).

Um modelo usual de lógica temporal é uma tripla $\mathscr{M} = \langle T, \prec, V \rangle$ sobre uma estrutura $\mathscr{T} = \langle T, \prec \rangle$, a qual é uma estrutura temporal e uma valoração V que atribui para cada proposição atômica $p \in PROP$ o conjunto de instantes de tempo $V(p) \subseteq T$ no qual p é considerado verdadeiro[24]. A verdade de uma fórmula arbitrária φ (denotada por $\mathscr{M}, t \models$) em um dado instante t em um modelo $\mathscr{M}$ é definida indutivamente[25]:

- $\mathscr{M}, t \models p$ sse $t \in V(p)$, para $p \in PROP$;
- $\mathscr{M}, t \not\models \bot$ (i.e., não é o caso que $\mathscr{M}, t \models \bot$);
- $\mathscr{M}, t \models \neg\varphi$ sse $\mathscr{M}, t \not\models \varphi$;
- $\mathscr{M}, t \models \varphi \wedge \psi$ sse $\mathscr{M}, t \models \varphi$ e $\mathscr{M}, t \models \psi$;
- $\mathscr{M}, t \models H\varphi$ sse $\mathscr{M}, t_1 \models \varphi$ para todo instante de tempo t_1 tal que $t_1 \prec t$;
- $\mathscr{M}, t \models G\varphi$ sse $\mathscr{M}, t_1 \models \varphi$ para todo instante de tempo t_1 tal que $t \prec t_1$.

Observação (instantes e histórias quaisquer)**.** Em demonstrações e definições, como na lista acima, os instantes t (numerados ou não) não designam instantes específicos no tempo histórico, e sim *instantes quaisquer*, numerados apenas para que sejam diferenciados um do outro. A mesma notação será usada para casos particulares, em estudos em ciências históricas, mas nesse caso designarão instantes específicos, marcando um momento porticular da cronologia de uma história provável. Todavia, como a numeração $1, 2, 3, ..., n$ sugere uma noção progressiva linear precisa, e cada número sugere uma instância específica, por vezes utilizaremos t_* ou t_{**} em algumas demonstrações para nos referirmos a um instante qualquer que mais tarde pode vir a ser especificado ou não dentro da demonstração. Por exemplo: podemos estar em um processo de inferência acerca de um instante t_* e depois descobrirmos que $t_* = t_1$. Um expediente semelhante pode ser empregado com relação a histórias h, usando h_* ou h_{**}.

[24]De modo equivalente, a valoração pode ser dada por uma função-interpretação $I : T \times PROP \rightarrow \{\mathit{verdadeiro}, \mathit{falso}\}$ ou $I : T \times PROP \rightarrow \{1, 0\}$ que atribui um valor de verdade para cada proposição atômica em cada instante de tempo na estrutura temporal, ou ainda por uma *rotulação* (*labeling* ou *state description*) $L : T \rightarrow \mathscr{P}(PROP)$ que atribui para cada instante o conjunto das proposições atômicas que são considerados verdadeiros naquele instante.

[25]É possível também definir diferentemente os operadores temporais, de modo reflexivo, trocando $\prec$ por $\preceq$ (SIDER, 2010, p. 189), embora tais definições temporais não sejam comuns.

Vejamos agora como podemos derivar as condições de verdade usuais para os operadores abreviativos a partir das fórmulas de nossa linguagem. Mostraremos o caso de P (sua condição semântica) e, mais abaixo, o caso de $\Box_h^{t_0}$. Os demais duais que serão apresentados no decorrer desta tese podem ser mostrados analogamente. Em seguida, passaremos à noção de "validade".

Observação. Por razões de síntese, a partir daqui poderemos utilizar o símbolo $\models_t^{\mathscr{M}}$ para abreviar $\mathscr{M}, t \models$, e esses termos estarão subentendidos quando estivermos enunciando um teorema ou uma tautologia (nesses casos, posteriormente usaremos o subscrito para marcar o sistema em que se aplica uma determinada demonstração).

Abaixo damos a definição do dual de "sempre foi o caso que" (H) e mostramos sua condição semântica:

$$P\varphi \equiv \neg H \neg \varphi$$

$$\begin{array}{lll} \mathscr{M}, t \models P\varphi & \text{sse} & \models_t^{\mathscr{M}} \neg H \neg \varphi \\ & & \\ & & \textit{não} \text{ é o caso que } \models_t^{\mathscr{M}} H \neg \varphi \\ & & \\ & & \text{nem todo } t_1 \text{ em } \mathscr{M} \text{ tal que } t_1 \prec t \text{ é tal que } \models_t^{\mathscr{M}} \neg \varphi \\ & & \\ & & \text{não é em todo } t_1 \prec t \text{ de } \mathscr{M} \text{ que não é o caso que } \models_t^{\mathscr{M}} \varphi \\ & & \\ \mathscr{M}, t \models P\varphi & \text{sse} & \text{para algum } t_1 \text{ em } \mathscr{M} \text{ tal que } t_1 \prec t, \models_t^{\mathscr{M}} \varphi \end{array}$$

Definição 3.1 (validade em um modelo de Kripke)**.** *Uma fórmula φ de $\mathbf{K}_t$ é válida em um modelo temporal $\mathscr{M}$ (denotado por $\mathscr{M} \models \varphi$) se e somente se é verdadeira em todo instante de tempo no modelo. Ademais, dizemos que φ é válido em uma estrutura $\mathscr{T}$ (denotada por $\mathscr{T} \models \varphi$) se e somente se é válida em todo modelo sobre essa estrutura. Por conseguinte, uma fórmula φ é válida (denotada por $\models \varphi$) se e somente se é válida em todas as estruturas temporais, i.e. verdadeira em todos os instantes de tempo em todos os modelos temporais.*

Há fórmulas válidas em qualquer modelo de Kripke, notadamente:

- $\varphi \rightarrow GP\varphi$
- $\varphi \rightarrow HF\varphi$
- $G(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (G\varphi \rightarrow G\psi)$
- $H(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (H\varphi \rightarrow H\psi)$

Provaremos abaixo a primeira fórmula (a segunda aparecerá em prova posterior por método de tableau) e, na próxima seção desse capítulo, provaremos a última (com a qual se pode provar analogamente a penúltima).

Teorema 3.1. $\models \varphi \rightarrow GP\varphi$

Demonstração. Suponha que, em $\mathscr{M}$ para $t \in T$, φ, mas não é o caso que $GP\varphi$. Pela definição de G, então existe um t_1 tal que $t \prec t_1$ em que não é o caso que $P\varphi$. Por consequência da definição de P, para todo $t_n \prec t_1$ temos $\neg\varphi$. Como $t \prec t_1$, isso também vale para t, o que gera uma contradição com a hipótese. ■

Em tal classe de estruturas (um modelo qualquer definido no estilo de Kripke), no sistema minimal de lógica temporal, geralmente chamado $\mathbf{K}_t$, não se impõe nenhuma restrição à relação $\prec$.

Uma fórmula φ é *satisfatível* se sua negação não é válida, i.e. se φ é verdadeira em algum instante de tempo em algum modelo de tempo. Em vez da relação $\prec$ qualquer, porém, a maioria dos sistemas de lógica temporal (inclusive para tempo ramificado) impõem pelo menos que essa relação seja *parcialmente ordenada*, em outras palavras, seja irreflexiva (IRR) e transitiva (TRAN)[26]:

(IRR) $\forall t(t \nprec t)$

(TRAN) $\forall t_1 \forall t_2 \forall t_3((t_1 \prec t_2 \wedge t_2 \prec t_3) \rightarrow t_1 \prec t_3))$

Para mais fácil visualização das retrições de tempo, voltaremos à convenção do primeiro capítulo para representar os princípios acima (e mais alguns a seguir). Aqui está um exemplo com três instantes diferentes representados por círculos indo do futuro para o passado (da esquerda para a direita):

[26] Os principais axiomas usuais em lógicas temporais, como (TRAN), encontram-se em BURGESS, 1984.

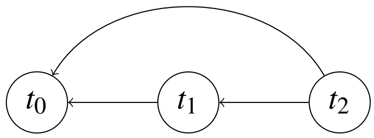


Figura 3.1.5: Modelo temporal com transitividade.

Aceitando a transitividade, podemos agora dizer que nosso fluxo de tempo $\mathscr{T}$ constrói árvores (*trees*) com ramos (*branches*) e nós (*nodes*)[27]:

Definição 3.2 (árvore)**.** *Uma árvore (de instantes) é um conjunto de instantes de tempo ordenados por uma relação transitiva* $\prec$.

Definição 3.3 (ramo)**.** *Um ramo de uma árvore é um subconjunto de* $\prec$ *que é total, dado que, para quaisquer instantes* t_1 *e* t_2 *no ramo,* $t_1 \prec t_2 \vee t_2 \prec t_1 \vee t_1 = t_2$.

Definição 3.4 (nó)**.** *Um nó em uma árvore de ramos é um instante* t *para o qual existam ao menos dois instantes* t_1 *e* t_2 *tais que* $t_1 \prec t, t_2 \prec t$ *e* $\neg(t_1 \prec t_2), \neg(t_2 \prec t_1)$ *e* $t_1 \neq t_2$.

Observação (ramo em termos conjuntistas)**.** Pela definição de *ramo*, trata-se de um conjunto não estendível de instantes de tempo que é linearmente ordenado por $\prec$.

Contudo, é desejável à nossa análise que todos os instantes de tempo tenham um futuro comum no que seria o presente em que a comunidade historiográfica atual situa-se no momento do proferimento de uma sentença, além disso, de modo a todos esses ramos compartilharem o mesmo futuro, uma vez que todas são, em nossa leitura, possibilidades de como chegamos até o presente, e *não linhas do tempo alternativas* em relação àquela (ou aquelas) que contém o presente. Em outros termos, queremos impedir, para começar, que existam modelos como árvores distintas (cujos ramos são todos desconexos entre as árvores). Abaixo representamos essa situação a se evitar em duas árvores, uma acima da outra:

[27] As definições abaixo foram originalmente elaboradas para lógicas ramificadas-para-frente, geralmente a fim de modelar futuros contingentes (ver, por exemplo, HALPIN, 1988), mas aqui adaptamos essas definições aos nossos fins.

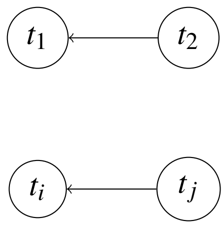


Figura 3.1.6: Árvores de instantes paralelas.

Bem como queremos evitar árvores que levem a dois pontos diferentes no futuro, por exemplo (dentro das mesmas convenções):

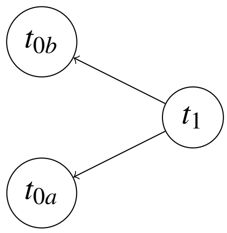


Figura 3.1.7: Árvore de instantes com duas raízes: t_{0a} e t_{0b}.

Podemos impedir tais modelos com a restrição semântica da *conectividade histórica enraizada* (CON$^{(\text{END})}$)[28]:

$$(\text{CON}^{(\text{END})}) \quad \exists t_0 \neg \exists t_n (t_0 \prec t_n) \wedge \forall t (t \neq t_0 \rightarrow t \prec t_0)$$

Definição 3.5 (raiz)**.** *Uma raiz (para múltiplos passados) t_0 é um instante único para o qual não existe um t_n tal que $t_0 \prec t_n$ e, para todo t, se $t \neq t_0$, então $t \prec t_0$.*

Vale destacar que, para o operador de consenso histórico, os dois primeiros princípios acima são fundamentais; enquanto o último é fundamental para que não se confundam passados possíveis que levam ao presente com alternativas de passado que eventualmente podem levar a outros presentes, futuros e finais. Além disso, os primeiros princípios também são importantes

[28]Trata-se aqui de uma versão mais forte (i.e. mais restrita) do *axioma de conectividade* ou simplesmente *conectividade histórica* (CON) usado por vários autores, como Placek (2012), que a enuncia em linguagem de histórias; reescrevendo em nossos termos: se $t_1, t_2 \in T$ e $t_1, t_2 \in h$, onde h é uma história (ramo) na árvore $\mathscr{T} = \langle T, \prec \rangle$, então $t_1 \prec t_2$ ou $t_2 \preceq t_1$. Quanto à nossa versão da conectividade restrita, foi já apresentada (numa versão para múltiplos futuros) em RESCHER; URQUHART, 1971, p. 69, que a consideram uma conectividade com raiz (*root*).

para a validade de várias sentenças intuitivamente aceitas como $PP\varphi \rightarrow P\varphi$ e para que um instante *não* preceda a ele próprio no tempo ($t \prec t$). Todos esses princípios (e os seguintes abaixo), vale destacar, terão seus respectivos axiomas na sintaxe, como mostraremos posteriormente.

Mas o sistema básico usual de lógica do tempo ramificado[29], o sistema $\mathbf{K_b}$, impõe uma restrição a mais, a de linearidade-para-trás (LIN-h) (*backwards linearity*):

(LIN-h) $\forall t_1 \forall t_2 \forall t_3((t_1 \prec t_3 \wedge t_2 \prec t_3) \rightarrow (t_1 = t_2 \vee t_1 \prec t_2 \vee t_2 \prec t_1))$

Como, entretanto, não nos interessa modelar nenhum fenômeno relativo ao futuro, pelo contrário, interessa-nos a pluralidade de interpretações histórico-factuais do passado em relação ao presente, caberia substituir essa restrição pelo *axioma do fim do tempo* (END), que equivale à seguinte restrição semântica:

(END) $\exists t_0 \neg \exists t_n (t_0 \prec t_n)$

Desse modo, não importa qual for a ramificação do tempo, ela sempre levará a um ponto inicial t_0 de onde parte(m) o(s) primeiro(s) ramo(s) do presente t_0 para o passado. Veja um diagrama abaixo, como exemplo.

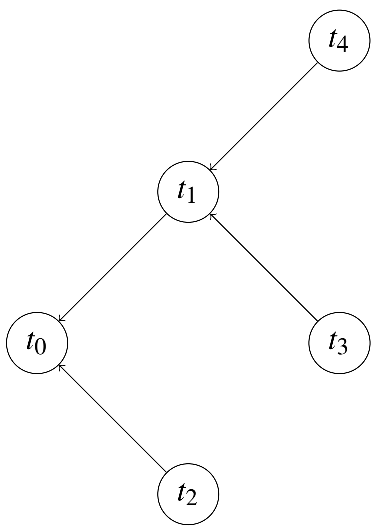


Figura 3.1.8: Ramificações de ramificações em uma árvore única.

Em nossa análise, t_0 na equação acima é o instante final de uma série (em nossa interpretação, guardaremos esse termo para designar o presente na comunidade científica).

[29]RESCHER; URQUHART, 1971, p. 68.

Como veremos, tal princípio é fundamental para que o operador de consenso histórico funcione minimamente como gostaríamos. Ocorre que o princípio anterior, ($\text{CON}^{(\text{END})}$), já abrange a propriedade de (END), pelo que essa propriedade já é pressuposta se nosso sistema lógico contém ($\text{CON}^{(\text{END})}$).

Dados os princípios até aqui, podemos agora voltarmo-nos às condições de verdade de nosso operador de consenso histórico final ($\Box_h^{t_0}\varphi$) para um modelo $\mathscr{M}$ em um instante t:

$$\mathscr{M}, t \models \Box_h^{t_0}\varphi \quad \text{sse} \quad \models_t^{\mathscr{M}} H\Diamond_t\varphi \wedge G\bot$$

$$\models_t^{\mathscr{M}} H\Diamond_t\varphi \text{ e } \models_t^{\mathscr{M}} G\bot$$

$$\text{para todo } t_1 \text{ em } \mathscr{M} \text{ tal que } t_1 \prec t,$$
$$\models_{t_1}^{\mathscr{M}} \Diamond_t\varphi \text{ e } \models_t^{\mathscr{M}} G\bot$$

$$\text{para todo } t_1 \text{ em } \mathscr{M} \text{ tal que } t_1 \prec t,$$
$$\models_{t_1}^{\mathscr{M}} (F\varphi \vee \varphi \vee P\varphi) \text{ e } \models_t^{\mathscr{M}} G\bot$$

$$\text{para todo } t_1 \text{ em } \mathscr{M} \text{ tal que } t_1 \prec t, \text{ existe um } t_2 \text{ tal que}$$
$$t_2 \preceq t_1 \text{ ou } t_1 \prec t_2 \text{ onde } \models_{t_2}^{\mathscr{M}} \varphi \text{ e } \models_t^{\mathscr{M}} G\bot$$

$$\mathscr{M}, t \models \Box_h^{t_0}\varphi \quad \text{sse} \quad \text{para todo } t_1 \text{ em } \mathscr{M} \text{ tal que } t_1 \prec t, \text{ existe um } t_2 \text{ tal que}$$
$$t_2 \preceq t_1 \text{ ou } t_1 \prec t_2 \text{ onde } \models_{t_2}^{\mathscr{M}} \varphi \text{ e, para todo } t_n \text{ tal que}$$
$$t \prec t_n \models_{t_n}^{\mathscr{M}} \bot$$

Observação (precede a ou é igual a)**.** Note que o símbolo "precede a ou é igual a" ($\preceq$) é utilizado para dar conta também do disjunto do meio na possibilidade aristotélica: φ.

Note que só há consenso desse tipo no instante-presente em relação aos conjuntos de instantes que terminam no presente. Nesse contexto, há um consenso sobre φ no ponto final do tempo (presente) se e somente se φ é verdadeiro em todas essas cadeias de instantes (ao menos um instante de cada cadeia) que terminam no presente. Posteriormente nesta tese compararemos essa formulação com a de um consenso histórico unário. Na ocasião também provaremos que esse operador pseudo-unário (o consenso final) somente funciona como consenso histórico no presente (instante terminal da árvore). Por ora, vamos demonstrar dois teoremas interessantes: se uma proposição é verdadeira no presente, então há um consenso final sobre ela; e se há um consenso final sobre uma proposição, então essa proposição é possível no presente (no sentido de uma possibilidade aristotélica).

Teorema 3.2 (consenso do presente). $\models_{\mathbf{K}_{bh}} (\varphi \wedge G\bot) \rightarrow \Box_h^{t_0}\varphi$

Demonstração. Faremos uma prova indireta por redução ao absurdo. Suponha em um instante t que a implicação seja falsa. Ou seja, que $\varphi \wedge G\bot$ e $\neg\Box_h^{t_0}\varphi$. pela conjunção, sabemos que $t = t_0$, pois $G\bot$ é verdadeiro, portanto, pelo princípio do fim, esse só pode ser o ponto terminal (presente), e sabemos que φ. Por outro lado, a negação do consenso final sobre φ implica, pela definição abreviativa do operador, que $\neg H\Diamond_t\varphi$, ocorre que a negação desse operador forte de tempo equivale a $P\neg\Diamond_t\varphi$. Temos então um instante $t_1 \prec t_0$ tal que $\neg\Diamond_t\varphi$ em t_1. De acordo com as equivalências modais conhecidas, sabemos que essa fórmula equivale a $\Box_t\neg\varphi$, ou seja, $G\neg\varphi \wedge \neg\varphi \wedge H\neg\varphi$. Um desses conjuntos, $G\neg\varphi$, afirma que $\neg\varphi$ ocorre em qualquer instante futuro a t_1, mas em t_0 temos φ, como vimos. Portanto, chegamos a uma contradição. ■

Teorema 3.3 (possibilismo consensual). $\models_{\mathbf{K}_{bh}} \Box_h^{t_0}\varphi \rightarrow \Diamond_t\varphi$

Demonstração. Faremos uma prova direta (construtiva). Considere que $\Box_h^{t_0}\varphi$ é verdadeiro em um instante t. O consenso final de φ equivale, por definição, a $H\Diamond_t\varphi \wedge G\bot$. Pelo segundo conjunto, sabemos que $t = t_0$, é o instante terminal (presente) na estrutura de instantes de tempo; pelo primeiro conjunto, sabemos que, para todo instante $t_n \prec t$, é o caso que $\Diamond_t\varphi$. Não sabemos se há algum t_n que antecede o instante final dessa estrutura, mas isso só nos dá duas possibilidades: ou não há, então $H\Diamond_t\varphi \wedge G\bot$ é vacuamente verdadeiro; ou há, e então $\Diamond_t\varphi \wedge G\bot$ é verdadeiro em t_n. Nesse último caso, em t_n, temos que $F\varphi \vee \varphi \vee P\varphi$, ou seja, φ é verdadeiro em algum instante t_* tal que $t_* \preceq t_n$ ou $t_n \prec t_*$. Em qualquer um desses casos, se t_* precede, sucede ou é igual a t_n, então t_* precede ou é igual a t_0, pelo princípio do fim e pela transitividade. Logo, como sabemos que $t = t_0$ e pela definição de possibilidade aristotélica, então sabemos que $\Diamond_t\varphi$ em t. Portanto, por lógica clássica (implicação material): $\Box_h^{t_0}\varphi \rightarrow \Diamond_t\varphi$. ■

Considere a sentença: "Há um consenso de que Júlio César morreu esfaqueado". Ela pressupõe que em todas as interpretações histórico-factuais, seja verdadeiro que "Júlio César morreu esfaqueado". Contudo, considere que a comunidade historiográfica tenha divergências quanto a outros fatos ocorridos no passado e que estão relacionados com a morte de Júlio César, por exemplo: segundo Suetônio[30], pessoas da época comentavam que "As últimas palavras de Júlio César foram "também tu, criança?" diante de Bruto (filho adotivo do imperador romano), embora o próprio Suetônio duvidasse disso. Com o mesmo ceticismo, Plutarco[31] procurou defender a tese de que Júlio César nada disse no momento do esfaqueamento, não sendo aquelas suas últimas palavras. Todavia, as últimas palavras de César é assunto de debate entre historiadores e outros acadêmicos até os dias atuais. Para um possível modelo temporal desse caso, suponha que a sentença da morte de César seja Pp e seja PPq a sentença relativa às suas últimas palavras. Assim, podemos construir um modelo em árvore $\mathscr{T}' = \langle T, \prec \rangle$ com $t_0, t_1, t_2, t_3, t_4 \in T$ diferentes entre si, onde $t_1 \prec t_0, t_2 \prec t_0, t_3 \prec t_1, t_4 \prec t_2$ e $(t_2 \not\prec t_1), (t_1 \not\prec t_2)$; e, quanto às sentenças mencionadas, p é verdadeira em t_1 e t_2, e q é verdadeira somente em t_3. Note, pois, que a fórmula $\Box_h^{t_0} p$ será verdadeira em t_0 de $\mathscr{T}'$, mas não há um consenso histórico final de q. Veja abaixo um diagrama:

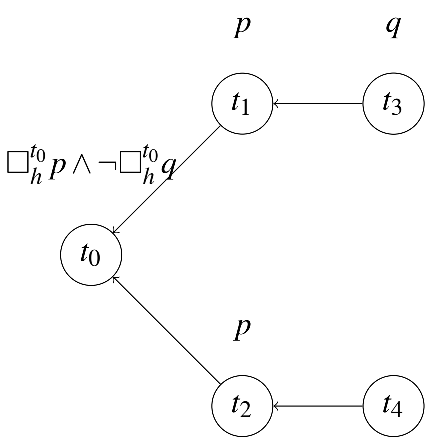


Figura 3.1.9: Consenso e não consenso finais em uma árvore de instantes.

Observação (instanciação de proposições)**.** No exemplo acima, e na maioria dos casos no decorrer desta tese (exceto quando se fazer necessário ser explícito), apenas as proposições atômicas relevantes estarão indicadas nos instantes. No entanto, cada instante é completo, o que significa que, se não indexamos q, então temos $\neg q$ naquele ponto (caso do instante t_4 acima).

[30]Cf. bibliografia (SUETONIUS, 2004), seções §82.2 e §30, no original
[31]Cf. bibliografia (PLUTARCH, 1919), seção §66.9, no original.

Observe que os dois conjuntos de relações $t_4 \prec t_2 \prec t_0$ e $t_3 \prec t_1 \prec t_0$ formam cadeias de instantes de tempo que terminam no instante-presente t_0; ou seja, trata-se de dois ramos, como definimos anteriormente. Mas, havendo ramificações em outros instantes, como seriam compreendidos, em nossa interpretação, ramificações que partem de outros pontos de ramificação (nós)? Ou seja, e se houverem outros nós no passado ramificando para o futuro, mas não em direção do instante-presente? Primeiramente, é preciso esclarecer que só há ramificação entre instantes se eles contêm diferentes proposições verdadeiras, do contrário, esses instantes são o mesmo:

$$
\begin{array}{lll}
t_1 \neq t_2 \text{ em uma árvore } \mathscr{T} \text{ de } \mathscr{M} & \text{sse} & \text{há alguma proposição } \varphi \text{ tal que } \models^{\mathscr{M}}_{t_1} \varphi \\
& & \text{e } \textit{não} \text{ é o caso que } \models^{\mathscr{M}}_{t_2} \varphi\text{, ou } \models^{\mathscr{M}}_{t_2} \varphi \\
& & \text{e } \textit{não} \text{ é o caso que } \models^{\mathscr{M}}_{t_1} \varphi
\end{array}
$$

Considerando essa abordagem, podemos reescrever uma modelagem alternativa que garante os mesmos resultados (o que chamamos de *modelo bissimilar*). Abaixo oferecemos algumas definições que são convenientes para nossa pesquisa. Um aprofundamento sobre bissimulações em sistemas transitivos e lógicas com ramificações (incluindo lógicas dinâmicas proposicionais), sugerimos o artigo de van Benthem, van Eijck e Stebletsova (1994).

Definição 3.6 (bissimulação)**.** *Dois modelos são bissimilares ($\mathscr{M}^* \approx \mathscr{M}^{**}$) se satisfazem as mesmas fórmulas modais, e essa relação é mantida em transitividade. Formalmente: sejam $\mathscr{M}^*$ e $\mathscr{M}^{**}$ estruturas de Kripke, uma bissimulação é uma relação binária R_b entre os instantes de $\mathscr{M}^*$ e os instantes de $\mathscr{M}^{**}$, de modo que, para cada par de instantes relacionados (t_*, t_{**}), se $\mathscr{M}^*, t_*$ satisfaz uma fórmula modal, então $\mathscr{M}^{**}, t_{**}$ também a satisfaz, e vice-versa.*

Definição 3.7 (invariância em bissimulação)**.** *Se $\mathscr{M}^* \approx \mathscr{M}^{**}$, e uma propriedade é invariante em relação à bissimulação, então, se um instante t_* de $\mathscr{M}^*$ tem essa propriedade, o instante correspondente t_{**} em $\mathscr{M}^{**}$ também a tem, e vice-versa, para cada par de instantes relacionados. Formalmente, para uma fórmula φ qualquer, $\mathscr{M}^*, t_* \models \varphi$ se e somente se $\mathscr{M}^{**}, t_{**} \models \varphi$.*

Observação (bissimulação e tradução em árvores de teorias)**.** Note que essas noções fundamentam a discussão da introdução desta tese acerca da tradução de modelos de teorias de teorias em modelos de teorias em bloco, bem como são fundamentais para a comparação entre teorias concorrentes em um mesmo modelo de teorias em bloco.

Podemos aplicar uma noção similar para formalizar a semelhança entre teorias, conforme a definição a seguir:

Definição 3.8 (semelhança entre teorias históricas)**.** *Em um mesmo modelo $\mathscr{M}$, dizemos que duas teorias (ou histórias) h' e h'' são minimamente semelhantes se e somente se, em um mesmo nível l da árvore $\mathscr{T}$ do modelo, possuem apenas um instante cada t_1 e t_2, respectivamente em h e h', tal que $\mathscr{M}, t_1 \models p$ sse $\mathscr{M}, t_2 \models p$ (para p uma proposição atômica qualquer); desse modo, t_1 e t_2 são denominados "instantes semelhantes". Quanto mais pares de instantes semelhantes há entre duas teorias quaisquer h e h', mais semelhantes elas são.*

Abaixo está um exemplo de bissimulação no contexto da análise anterior em uma árvore $\mathscr{T}'' = \langle T, \prec \rangle$ com os diferentes instantes $t_0, t_1, t_3, t_4 \in T$ tais que $t_1 \prec t_0, t_3 \prec t_1, t_4 \prec t_1$:

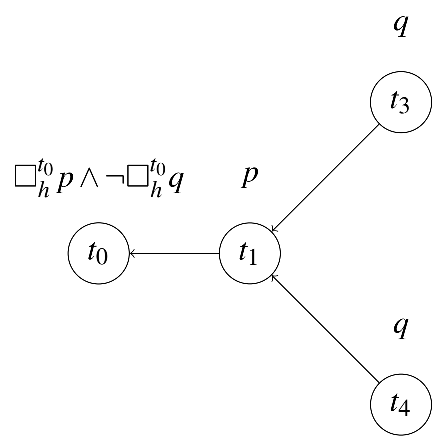


Figura 3.1.10: Exemplo de bissimulação.

Note que os instantes t_1 e t_2 na árvore $\mathscr{T}'$ tornaram-se o mesmo instante, t_1, na árvore $\mathscr{T}''$, fazendo com que o instante t_1 (que não é o instante final da árvore) seja um nó, conforme nossa definição anterior. Mas isso não gera nenhum problema para nossa interpretação, pois estamos considerando que há duas interpretações histórico-factuais que se sobrepõem no instante t_1 e se diferenciam nos instantes t_4 e t_3. Cabe lembrar também que o princípio ($\text{CON}^{(\text{END})}$) também já resolve o problema de ramificações do passado levarem a outros pontos terminais; todos os instantes vão terminar em t_0, mesmo que os ramos divirjam no passado, como ocorre no modelo acima entre t_3 e t_4.

Todavia, dependendo da análise que se queira fazer, pode ser mais interessante que não haja ramificações do passado do passado (ou seja, ramificações antes do t_0), pois se formos comparar cada cadeia de instantes com livros de historiografia independentes, por exemplo, faz sentido cada cadeia ter uma independência. Para resolver esse problema, podemos adotar a seguinte restrição semântica:

$$\text{(LIN-h)} \quad \exists t_0(\neg\exists t_n(t_0 \prec t_n) \wedge (\forall t_1(t_1 \prec t_0) \rightarrow$$
$$\forall t_2 \forall t_3((t_2 \prec t_1 \wedge t_3 \prec t_1) \rightarrow (t_2 = t_3 \vee t_2 \prec t_3 \vee t_3 \prec t_2))))$$

No princípio (LIN-h) acima, o conjunto da esquerda $(\neg\exists t_n(t_0 \prec t_n))$ garante um único futuro para o qual todos os outros instantes estão conectados (o mesmo resultado que temos com (END)), enquanto que o conjunto da direita $(\forall t_1(t_1 \prec t_0) \rightarrow \forall t_2 \forall t_3((t_2 \prec t_1 \wedge t_3 \prec t_1) \rightarrow (t_2 = t_3 \vee t_2 \prec t_3 \vee t_3 \prec t_2)))$ fornece linearidade após o instante final futuro de uma árvore; isso impede que se possa construir árvores como:

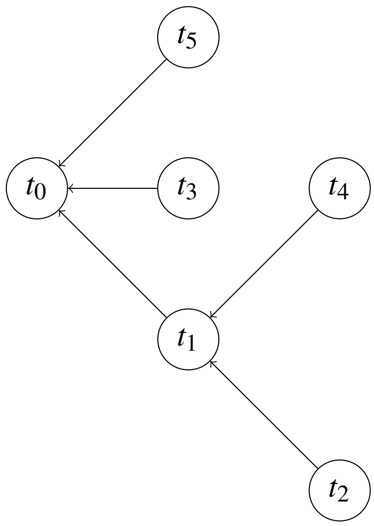


Figura 3.1.11: Exemplo de ramificações de ramificações em uma árvore de instantes.

Permitindo apenas árvores com um nó t_0 (no instante final da árvore), como, por exemplo:

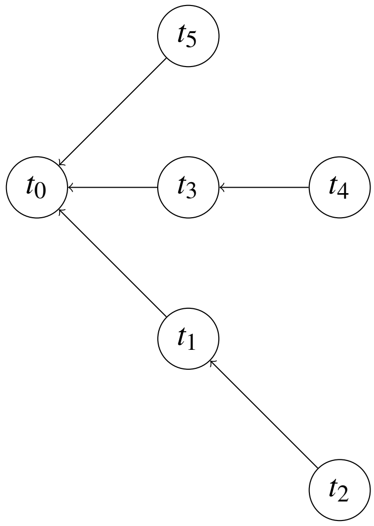


Figura 3.1.12: Árvore com ramificações finais lineares.

Desse modo, com as restrições semânticas vistas até aqui que nos interessam, temos pelo menos três sistemas com consenso final definido de forma abreviativa:

$$\mathbf{K}_{bh} = \mathbf{K}_t + \text{(TRAN) + (IRR) + (END)}$$
$$\mathbf{K}^*_{bh} = \mathbf{K}_t + \text{(TRAN) + (IRR) + (CON}^{\text{(END)}}\text{)}$$
$$\mathbf{K}^*_{bhl} = \mathbf{K}^*_{bh} + \text{(LIN-h)}$$

Observação (princípios do fim)**.** Vale observar que (CON$^{\text{(END)}}$) abrange o princípio (END). O princípio do fim (END) garante que toda cadeia de instantes tenha um fim, enquanto que o princípio de árvore enraizada (CON$^{\text{(END)}}$) garante que todas as cadeias terminem em um mesmo e único instante.

Observação (relevância dos sistemas)**.** O sistema $\mathbf{K}_{bh}$ é o sistema minimal para definição normal de um operador de consenso histórico (final). Já o sistema $\mathbf{K}^*_{bh}$ é uma forma alternativa do sistema $\mathbf{K}_{bh}$ que impede que existam "histórias paralelas" com seus próprios finais terminais, em outras palavras garante que o t_0 é um e somente um e conecta todos os demais instantes em uma árvore. Por fim, o sistema $\mathbf{K}^*_{bhl}$ possui uma restrição especial que impede ramificações reiteradas no tempo (ramificações de ramificações). Enquanto que os sistemas $\mathbf{K}_{bh}$ e $\mathbf{K}^*_{bh}$ são interessantes para uma análise mais econômica das divergências em termos de proposições em ciências históricas, por outro lado, como mostramos no guia de leitura de história na introdução desta tese, é interessante o sistema $\mathbf{K}^*_{bhl}$ para a análise da profundidade e da precisão do conhecimento histórico; esse último sistema permite calcularmos de forma mais prática quantas teorias alternativas existem em ciências históricas.

Posteriormente provaremos alguns metateoremas sobre os três sistemas. Mas antes introduziremos uma semântica alternativa para o operador de consenso histórico que nos será, a seu momento, igualmente relevante para nossa análise lógico-filosófica.

3.2 O consenso histórico em uma semântica de histórias

Principais símbolos desta subseção: $\Box_g/\Box^t_g$, $\Diamond_g/\Diamond^t_g$, $\Box_h/\Box^t_h$, $\Diamond_h/\Diamond^t_h$.

Apesar de ser possível capturar em $\mathbf{K}_{bh}$ e suas extensões a operação de consenso histórico, nesses sistemas o operador $\Box^{t_0}_h$ é limitado em sua validade ao t_0; além disso, e por conta disso, torna-se restrito ao uso no presente, enquanto instante maximal futuro de uma dada árvore de instantes. A maior vantagem de utilizar esse operador está em sua economia, ele pode ser obtido por definição normal/abreviativa com operadores tradicionais de Prior, em vez de precisar de uma semântica mais expressiva.

Por outro lado, se utilizarmos uma semântica de histórias, poderemos aumentar nossa expressividade lógica e aplicar esse operador em outros instantes para estudarmos como funciona o dissenso ao longo do tempo e a superação e a consolidação de consensos. Para esses objetivos, comecemos com algumas definições novas:

Definição 3.9 (história)**.** *Uma história h em $\mathscr{T}$ é um ramo de $\mathscr{T}$ com pelo menos dois instantes distintos.*

Definição 3.10 (ramo degenerado)**.** *Dizemos que um ramo é degenerado quando ele possui apenas um instante, ou seja, não é uma história.*

Definição 3.11 (conjunto de histórias)**.** *$\mathscr{H}$ é um dado conjunto de histórias h.*

Definição 3.12 (histórias de um ramo)**.** *$\mathscr{H}(\mathscr{T})$ é o conjunto de todas as histórias $h \in \mathscr{H}$ restrito ao ramo $\mathscr{T}$.*

Observação (histórias, ramos e árvores)**.** Normalment utilizaremos a notação $\mathscr{H}$ para nos referirmos a todas as histórias de uma árvore, ou quando não for relevante especificar um ramo. Por outro lado, a notação $\mathscr{H}(\mathscr{T})$ é útil para quando quisermos nos referir ao conjunto das histórias de um determinado ramo.

Definição 3.13 (histórias de um instante)**.** $\mathscr{H}(t, \mathscr{T})$ *é o conjunto de todas as histórias* $h \in \mathscr{H}$ *passando por um dado instante de tempo* t*.*

Definição 3.14 (história de um instante)**.** $h(t, \mathscr{T})$ *é uma história* $h \in \mathscr{H}$ *passando por um dado instante* t*.*

Observação (notação para histórias)**.** Quando nos referirmos a uma história qualquer, utilizaremos h. No caso de termos mais histórias relevantes para uma definição, demonstração ou exemplo, utilizaremos h', h'' e h'''. Contudo, mais para o final desta tese, estudaremos a diminuição de histórias em uma árvore, então será útil a numeração precisa $h_1, h_2, ..., h_n$. Ao final deste tese, à luz de uma diferença formal entre "histórias meramente possíveis"de "histórias prováveis", precisaremos nos referir a uma história dentro de outra, ou seja, uma subhistória em uma história, então haverá a sobreposição dessas notações para distinguirmos, por exemplo, h_1' de h_1'' quando h_1'' é uma subhistória de h_1'.

Em outras palavras, uma *história* é um caminho através de uma árvore, e representa a possibilidade de um curso completo de instantes que desemboque em um dado instante-presente, mas agora não obrigatoriamente tendo que ser o instante final futuro de uma árvore (sua raiz).

Dada a definição de *histórias*, podemos readaptar nossa *teoria de tempo ramificado* chamando agora de *teoria de histórias ramificadas*. De fato, esse termo tem sido considerado mais apropriado para lógicas que permitem ramificações, pois que estritamente não é o caso que o tempo se ramifique de fato, posto que evolui linearmente[32].

Quanto à nossa linguagem agora, será mais ampla que aquela do sistema $\mathbf{K}_{bh}$ e extensões. A linguagem que utilizaremos é uma versão "para trás" daquela usada na lógica temporal de tempo ramificado peirciana (**PBTL**), originalmente proposta e defendida por Prior (1967, Capítulo 7) a fim de impedir que se siga o Argumento do Dominador de Diodoro Crono, pois que em **PBTL** não se segue que $\varphi \rightarrow HF\varphi$[33], e ainda a fim de capturar a diversidade de futuros possíveis. Prior também propôs uma outra lógica de tempo ramificado, chamada por ele de "ockhamista", **OBTL**. Atualmente sabemos que **PBTL** pode ser obtida como um fragmento particular de **OBTL**, mas como interessa-nos apenas esse fragmento (numa versão um

[32]Cf. BELNAP; PERLOFF; Xu, 2001; ver também RESCHER; URQUHART, 1971.

[33]Cumpre destacar, porém, que a reconstrução lógica de Prior do argumento de Diodoro é apenas uma reconstrução possível e que tem recebido diversas críticas e remendos. Um trabalho importante a esse respeito destaca, por exemplo, que o argumento de Diodoro não requer obrigatoriamente um tempo linear (cf. JARMUZEK; PIETRUSZCZAK, 2009).

pouco modificada), não utilizaremos a semântica de **OBTL**, a qual é muito mais expressiva (cf. Apêndice[34].).

Os operadores de Peirce são definidos em termos de histórias e referem-se ao futuro. Utilizaremos os símbolos modais clássicos para nos referirmos a eles, mas com um g subscrito, mantendo uma harmonia com o subscrito h para o passado e com os operadores temporais H e G.

$\mathcal{M}, t \models \Box_g \varphi$ sse para toda história $h \subseteq \mathcal{H}(t, \mathcal{T})$, existe algum instante de tempo $t_1 \in h$ tal que $t \prec t_1$ e $\mathcal{M}, t_1 \models \varphi$.

Inversamente, o operador $\Diamond_g \varphi$ vale para alguma história e todo instante dessa história no futuro, mas ele não precisa ser assumido primitivamente. Podemos defini-lo como dual:

$$\Box_g \varphi \equiv \neg \Diamond_g \neg \varphi \text{ e } \Diamond_g \varphi \equiv \neg \Box_g \neg \varphi$$

Podemos ler esses operadores como "consenso preditivo" e "supersenso preditivo", no sentido de que, como se trata do futuro, o senso a respeito do que ocorrerá só pode ser algum tipo de palpite ou predição. Entretanto, o que mais nos interessa nesta tese está em tais relações para o passado.

Evidentemente nossa abordagem de ramificação "para trás" com uma semântica de consensos já não guarda qualquer vínculo com a tese filosófica sustentada por Peirce em relação à compreensão modal do futuro (cf. PRIOR, 1967), mas a fim de resguardar as semelhanças formais com a abordagem temporal ramificada de Prior e Peirce, utilizaremos uma nomenclatura derivada: **PC**, para nossa linguagem histórica com operadores de consenso. Essa nomenclatura abrevia "**C**onsenso **P**eirciano" (***P**eircian **C**onsensus*), uma vez que se trata de uma interpretação e uma extensão da semântica temporal de Peirce em termos de consensos.

Agora podemos definir recursivamente o conjunto de fórmulas de **PC** como se segue:

$$\varphi := p \in PROP \mid \bot \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid G\varphi \mid H\varphi \mid \Box_g \varphi \mid \Box_h \varphi.$$

As fórmulas de **PC** são valoradas em um modelo de árvore peirciana $\mathcal{M} = \langle T, \prec, V \rangle$ sobre uma árvore $\mathcal{T} = \langle T, \prec \rangle$ tal como já definida com V sendo uma valoração que atribui para cada proposição atômica $p \in PROP$ o conjunto de instantes de tempo $V(p) \subseteq T$ no qual p

[34] Apêndice A. PBTL em OBTL

é considerado verdadeiro, ou ainda sendo definida alternativamente das formas que sugerimos para os sistemas anteriores. A definição para a expressão $\models \varphi$ também se mantém, indica que φ é válida em todas as estruturas temporais, e $\models_{PC} \varphi$ mais particularmente para φ válida em todas as estruturas temporais delimitadas em **PC**. Todos os símbolos dessa linguagem podem ser definidos igualmente aos da linguagem de instantes, com exceção feita aos operadores de consenso. Já mostramos o consenso para o futuro, e agora descreveremos o consenso histórico $\Box_h$:

$$\begin{array}{lll} \mathscr{M},t \models \Box_h\varphi & \text{sse} & \text{para toda história } h \subseteq \mathscr{H}(t,\mathscr{T}) \text{, existe algum instante} \\ & & \text{de tempo } t_1 \in h \text{ tal que } t_1 \prec t \text{ e } \mathscr{M},t_1 \models \varphi. \end{array}$$

Se desejável, é possível dar definições equivalentes para $P\varphi$ e $H\varphi$ (e suas contrapartes para o futuro):

$$\begin{array}{lll} \mathscr{M},t \models P\varphi & \text{sse} & \text{para alguma história } h \subseteq \mathscr{H}(t,\mathscr{T}) \text{, existe algum instante} \\ & & \text{de tempo } t_1 \in h \text{ tal que } t_1 \prec t \text{ e } \mathscr{M},t_1 \models \varphi; \\ \mathscr{M},t \models H\varphi & \text{sse} & \text{para toda história } h \subseteq \mathscr{H}(t,\mathscr{T}) \text{ e todo instante de tempo} \\ & & t_1 \in h \text{ tal que } t_1 \prec t, \mathscr{M},t_1 \models \varphi. \end{array}$$

Note que em **PC** o operador de consenso $\Box_h$, agora em uma versão unária, é assumido como primitivo na linguagem. Assim como os demais operadores, podemos obter seu dual com a função inversa de suas condições de verdade:

$$\begin{array}{lll} \mathscr{M},t \models \Diamond_h\varphi & \text{sse} & \text{para alguma história } h \subseteq \mathscr{H}(t,\mathscr{T}) \text{, em todo instante} \\ & & \text{de tempo } t_1 \in h \text{ tal que } t_1 \prec t,\ \mathscr{M},t_1 \models \varphi. \end{array}$$

Observação (consenso histórico e supersenso histórico)**.** A noção intuitiva por trás do dual do consenso histórico é de que ele se comporta como uma “lei histórica ou “lei de cobertura” (nos termos que discutimos no capítulo anterior) ou “supersenso”, como chamaremos, *super-* enquanto “em cima de”(o paralelo latino de *híper-*); afinal, trata-se de um *senso* que se sobrepõe aos demais em uma história. O *consenso histórico* $\Box_h\varphi$ afirma duas coisas: há consenso de que φ é verdadeiro no tempo (então φ é verdadeiro em todas as narrativas prováveis sobre o passado) e φ é “histórico”, ou seja, geralmente trata de um “fato particular” (como discutido no capítulo anterior), e não necessariamente algo geral ou universal ao longo do tempo (verdadeiro em todos os instantes para frente e para trás no tempo). Por outro lado, um *supersenso histórico* consiste em uma enunciação de um "fato universal" ou "fato geral" (como discutimos no mesmo capítulo), e designa algo verdadeiro em qualquer instante após o presente, isso é o que marca o operador $\Diamond_h \varphi$; entretanto, isso se limita a apenas uma história, e não todas, daí a diferença da necessidade $\Box_t \varphi$, que é algo universalmente verdadeiro em todos os instantes e todas as histórias. Todavia, note que pode haver um *dissenso histórico* (ou divergência) sobre um supersenso: $\Diamond_h \varphi$ não é o mesmo que $\Box_h \Diamond_h \varphi$. Naturalmente, alguns historiadores podem aceitar uma lei de cobertura para explicar fenômenos históricos, como "sempre existe uma luta de classes", ou os mesmos princípios físicos, e tal proposição pode valer para todos os instantes naquela ramificação do tempo, sendo um supersenso histórico, entretanto, em uma outra ramificação essa lei pode não existir. Não se segue nem que $\Diamond_h \varphi \rightarrow \Box_h \Diamond_h \varphi$ e nem que $\Box_h \Diamond_h \varphi \rightarrow \Diamond_h \varphi$.

Vale dizer que tais operadores são sintaticamente interdefiníveis:

$$\Box_h \varphi \equiv \neg \Diamond_h \neg \varphi \text{ e } \Diamond_h \varphi \equiv \neg \Box_h \neg \varphi$$

Abaixo fornecemos dois diagramas para ilustrar as operações de consenso e supersenso históricos (para uma fórmula qualquer φ) enquanto funções parciais relativas a um dado conjunto de instantes e um conjunto de histórias $\mathscr{H}(t_0)$. No exemplo abaixo, temos uma estrutura com uma história h' que consiste em $t_1 \prec t_0$ e uma história h'' que consiste em $t_3 \prec t_2 \prec t_0$.

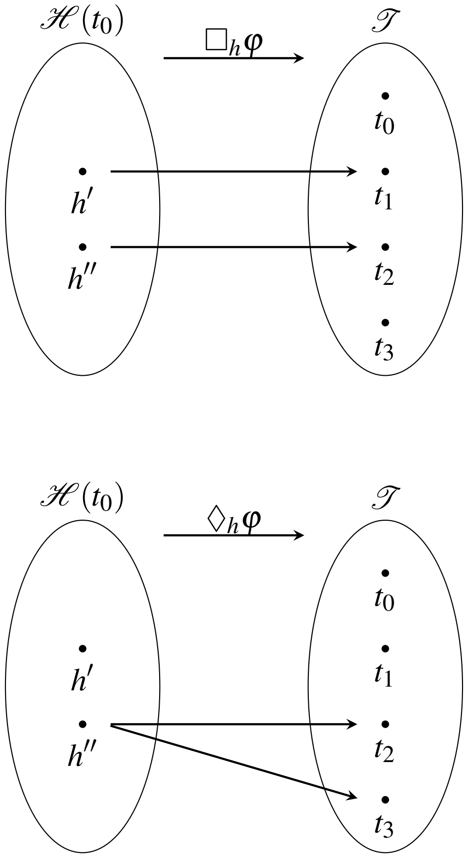


Figura 3.2.1: Exemplo de consenso (no diagrama acima) e supersenso (no diagrama abaixo) em uma relação entre instantes e histórias.

Observação (diagramas de relação história-instante)**.** Nos dois diagramas acima, vemos representadas duas diferentes operações que estabelecem relações entre um conjunto de histórias e uma conjunto de instantes. No primeiro caso (diagrama superior), indicamos que a fórmula φ é verdadeira em t_1 e t_2, e que esses instantes estão contidos nas histórias h' e h'' que partem de t_0; como essas são todas as histórias do conjunto de histórias $\mathscr{H}(t_0)$, então há um consenso de φ em t_0. Por sua vez, no diagrama inferior logo abaixo daquele, indicamos que a fórmula φ é verdadeira em t_2 e t_3, ou seja, ela é verdadeira em todos os instantes precedentes à raiz da história h'', de modo que temos um supersenso de φ em t_0; porém φ não é verdadeiro em nenhum instante de h', portanto não temos um consenso de φ nesse cenário.

Adotando essa linguagem, vamos assumir ao menos transitividade e irreflexividade para o sistema minimal **PC**, pois sem isso o sentido de "consenso" e outros derivados são desvirtuados em uma semântica temporal. Note que não precisamos do princípio do fim para definir consenso em **PC**, entretanto, caso queiramos que o sistema também tenha o operador "consenso final", então precisaremos restringi-lo em sua semântica da mesma forma como fizemos com os sistemas $\mathbf{K}_{bh}$. Isso nos deixa com os seguintes sistemas:

$$\begin{aligned}\mathbf{PC} &= \mathbf{K}_t + \text{(TRAN)} + \text{(IRR)} + \Box_g + \Box_h \\ \mathbf{PC}_h &= \mathbf{PC} + \text{(END)} \\ \mathbf{PC}_h^* &= \mathbf{PC} + (\text{CON}^{\text{(END)}}) \\ \mathbf{PC}_h^{*l} &= \mathbf{PC}_h^* + \text{(LIN-h)}\end{aligned}$$

3.3 Descrição, explicação e falseabilidade em lógica do consenso histórico

Comecemos por mostrar as propriedades básicas do consenso e do supersenso em **PC**. Na segunda subseção deste tópico, passaremos a analisar combinações de operadores históricos. Por fim, na última subseção, analisaremos propriedades da extensão $\mathbf{PC}_h$, introduzindo nesse sistema também o consenso final que estudamos no sistema $\mathbf{K}_{bh}$.

3.3.1 Relações entre necessidade, consenso, supersenso e subsenso

Teorema 3.4 (introspecção histórica)**.** *Dada uma fórmula qualquer φ, segue-se que $\Box_h F\varphi$ e $\Box_g P\varphi$.*

Demonstração. $\vdash_{\mathbf{PC}} \varphi \to \Box_h F\varphi$. Redução ao absurdo. Suponha, para t qualquer, φ e $\neg\Box_h F\varphi$, ou seja, $\Diamond_h \neg F\varphi$; por definição, existe algum h de t com ao menos um $t_1 \prec t$ tal que $\neg F\varphi$ em t_1, ou seja, $G\neg\varphi$ nesse instante, pelo que inferimos que $\neg\varphi$ em t, o que contradiz a hipótese. $\vdash_{\mathbf{PC}} \varphi \to \Box_g P\varphi$. Redução ao absurdo. Suponha, para t qualquer, φ e $\neg\Box_g P\varphi$, ou seja, $\Diamond_g \neg P\varphi$; por definição, existe menos um $t \prec t_1$ tal que $\neg P\varphi$ em t_1, ou seja, $H\neg\varphi$ nesse instante, pelo que inferimos que $\neg\varphi$ em t, o que contradiz a hipótese. ■

Teorema 3.5 (necessidade histórica)**.** *Há um consenso sobre o que ocorreu e sobre o que ocorrerá. Formalmente:*

1. $\models_{\mathbf{PC}} F\varphi \to \Box_h F\varphi$;

2. $\models_{\mathbf{PC}} P\varphi \to \Box_g P\varphi$.

Demonstração. Provaremos a primeira implicação, a segunda se segue *mutatis mutandis* com o mesmo raciocínio para a direção contrária do tempo.

Redução ao absurdo. Seja $F\varphi$ e $\neg\Box_h F\varphi$ em t, temos $\Diamond_h\neg F\varphi$, do que se segue, pelas definições desses operadores, que φ vale em t_1, com $t \prec t_1$, e $\neg F\varphi$ para todo $t_* \prec t$ em uma dada história $h(t, \mathscr{T})$, assim, temos $G\neg\varphi$ em todo t_*, mas então, por transitividade, $t_* \prec t_1$ e $\neg\varphi$ em t_1, o que gera uma contradição. ■

Corolário 3.5.1 (necessidade histórica em supersensos)**.** *O supersenso de uma necessidade temporal implica uma necessidade temporal.*

1. $\models_{\mathbf{PC}} \Diamond_h G\varphi \rightarrow G\varphi$;

2. $\models_{\mathbf{PC}} \Diamond_g H\varphi \rightarrow H\varphi$.

Demonstração. Segue-se diretamente do teorema acima por lógica clássica e definição dos operadores duais. ■

Observação (determinismo historiográfico)**.** Utilizaremos as fórmulas desses dois teoremas acima mais tarde na sintaxe de nosso sistema para provar sua adequação. Essa fórmula também será retomada no capítulo posterior, de onde mostraremos um paradoxo da versão estática da "história enquanto está sendo conhecida". Não há um determinismo estrito senso nesse sistema, porque permite ramificação de histórias (tanto do futuro quanto do passado; ou só do passado, se usarmos o axioma do fim). Contudo, há uma espécie de determinismo sobre o que se escreverá na história ou sobre como ela será conhecida (discutiremos mais sobre isso no momento certo).

Teorema 3.6 (historicidade)**.** $\models_{\mathbf{PC}} \Box_t\varphi \rightarrow \Box_h\varphi$

Demonstração. Faremos uma prova por redução ao absurdo. Suponha em um instante qualquer t que $\Box_t\varphi$ e $\neg\Box_h\varphi$. A fórmula negada, via definição de consenso histórico, equivale a $\Diamond_h\neg\varphi$, ou seja, em uma história $h \in \mathscr{H}(t, \mathscr{T})$, existe um t_* tal que $t_* \prec t$ e $\neg\varphi$. Ocorre que a necessidade aristotélica de t implica que φ é verdadeiro em t e para qualquer instante sucessor ou antecessor a ele, inclusive t_*, o que nos deixa com uma contradição. ■

Observação. O teorema da historicidade garante que operadores históricos funcionem mesmo quando não haja história. No caso em que há um só instante (portanto, nenhuma história), ainda assim será verdadeiro vacuamente que $\Box_h\varphi$.

Teorema 3.7 (temporalismo)**.** *Pode existir uma estrutura com um instante de tempo t e nenhuma história h. Disso decorre que* $\not\models_{\mathbf{PC}} \Box_t\varphi \rightarrow \Diamond_h\varphi$.

Demonstração. Vejamos um contraexemplo para $\Box_t\varphi \rightarrow \Diamond_h\varphi$. Faça um modelo $\mathscr{M}$ com um único instante $t \in \mathscr{T}$ e φ verdadeiro nesse instante. Disso se segue que $\Box_t\varphi$, pois a fórmula é verdadeira em todos os instantes dessa estrutura. Contudo, não há nenhum outro instante $t_* \prec t$, portanto não há nenhuma história h de t, e por conseguinte não é verdade que há uma história em que φ é verdadeiro em todos os seus instantes. Formalmente: $\neg\Diamond_h\varphi$. ■

Observação (axioma do historicismo)**.** Se a fórmula $\Box_t\varphi \rightarrow (\Diamond_h\varphi \vee \Diamond_g\varphi)$ for adicionada em um sistema, automaticamente funciona como uma extensão de **PC** em que o conjunto de histórias é obrigatoriamente não vazio, e portanto qualquer fórmula φ precisa estar em alguma história.

Teorema 3.8 (necessidade implica subsenso)**.** $\models_{\mathbf{PC}} \Box_t\varphi \rightarrow \Diamond_t\varphi$

Demonstração. Faremos uma prova direta. Suponha em um instante qualquer t a fórmula $\Box_t\varphi$. Essa fórmula abrevia $H\varphi \wedge \varphi \wedge G\varphi$, e como temos φ, então também temos $\Diamond_t\varphi$, pois satisfaz uma das fórmulas disjuntas da definição de possibilidade aristotélica: $\Diamond_t\varphi \leftrightarrow (F\varphi \vee \varphi \vee P\varphi)$, logo, $\Box_t\varphi \rightarrow \Diamond_t\varphi$. ■

Teorema 3.9 (supersenso efetivo)**.** $\models_{\mathbf{PC}} \Diamond_h\varphi \rightarrow P\varphi$ e $\models_{\mathbf{PC}} \Diamond_g\varphi \rightarrow F\varphi$.

Demonstração. Mais uma prova direta. Suponha em t que $\Diamond_h\varphi$. Por definição, existe uma história ao menos de h, e φ é verdadeiro em todo instante $t_* \prec t$ dessa história. Sendo assim, como φ é verdadeiro em t_*, e esse antecede t, então em t é o caso que $P\varphi$.

Para provar $\models_{\mathbf{PC}} \Diamond_g\varphi \rightarrow F\varphi$, basta aplicar o mesmo raciocínio à direção oposta do tempo. ■

Confira uma síntese desses resultados:

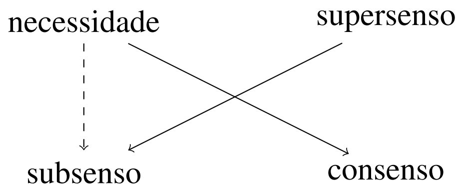


Figura 3.3.1: Necessidade, supersenso e suas respectivas subalternações: consenso e subsenso.

Observação (relação entre necessidade e subsenso). Colocamos a seta pontilhada da necessidade para o subsenso porque uma possibilidade só se segue forçosamente de uma necessidade quando se trata de uma necessidade aristotélica ou diodoreana ou contradiodoreana (pois em todos esses casos os operadores influem sobre a fórmula no presente). No caso de operadores como H e G, não se segue o subsenso P e F, ou mesmo $\Diamond_t$ (e variantes).

Abaixo replicamos as mesmas relações em termos formais. Analogamente, temos as mesmas propriedades para os consensos e derivados em relação ao futuro (à esquerda):

$$\begin{tikzcd}
\Diamond_g\varphi \arrow[dr] & \Box_t\varphi \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & \Diamond_h\varphi \arrow[dl] \\
\Box_g\varphi & \Diamond_t\varphi & \Box_h\varphi
\end{tikzcd}$$

Figura 3.3.2: Subalternações modais de senso para o futuro e para o passado.

Agora estamos em condições de demonstrar os demais sequentes que apontamos na introdução desta tese. As propriedades abaixo são importantes para compreendermos como funciona o dissenso em ciências históricas. De um ponto de vista formal, temos dois tipos de dissensos (em sentido amplo): a *divergência simples* (ou *dissenso estrito*) e o *contrassenso* (um dissenso forte). No primeiro caso, temos a conjunção do supersenso de uma fórmula com o subsenso de sua negação; no segundo caso, temos a conjunção do supersenso de uma fórmula com o supersenso de sua negação.

Para que esses termos tornem-se mais instrumentais, vale a pena nos determos rapidamente em um exemplo de aplicação. Suponha que estejamos descrevendo o dissenso sobre quem iniciou O Grande Incêndio de Roma. Nesse contexto, podemos afirmar: “Há um dissenso entre os historiadores sobre Nero ter iniciado O Grande Incêndio de Roma, pois há um subsenso de que Nero iniciou o Grande Incêndio de Roma, mas também há uma historiografia em que há um supersenso de que Nero não iniciou o incêndio”. Note por esse exemplo que o que caracteriza um dissenso é o fato de uma afirmação ser verdadeira em uma história, mas a mesma fórmula ser falsa em todos os instantes de uma outra história alternativa.

Por sua vez, entendemos por contrassenso um dissenso mais forte porque mostra uma incompatibilidade total entre duas histórias, ou seja, em todos os instantes, há uma fórmula que é verdadeira em uma história e falsa na outra. Por exemplo: “aceitar essas duas histórias é um contrassenso, pois uma afirma que sempre há luta de classes e a outra afirma que luta de classes não existe.” Veja que nesse caso “ocorre uma luta de classes” é sempre verdadeira em uma história, mas em outra é uma proposição sempre falsa, portanto aceitar essas duas histórias é um contrassenso; eventualmente uma das duas vai se mostrar equivocada com o anúncio de uma informação que nos permita escolher entre elas, ou mesmo ambas já se mostram contraditórias no instante presente (mostraremos isso em breve).

Vejamos algumas propriedades de dissenso, contingência e contrassenso:

Teorema 3.10 (divergência em contrassensos)**.** $\models_{\mathbf{PC}} (\Diamond_h\varphi \wedge \Diamond_h\neg\varphi) \rightarrow (\Diamond_h\varphi \wedge P\neg\varphi)$

Demonstração. Vejamos uma prova direta. Em um dado t, suponha que $\Diamond_h\varphi \wedge \Diamond_h\neg\varphi$, portanto, $\Diamond_h\varphi$ e $\Diamond_h\neg\varphi$. Dessa segunda fórmula, pelo teorema do supersenso efetivo, $P\neg\varphi$, logo, por lógica clássica, $(\Diamond_h\varphi \wedge \Diamond_h\neg\varphi) \rightarrow (\Diamond_h\varphi \wedge P\neg\varphi)$. ■

Corolário 3.10.1 (contingência em dissensos)**.** $\models_{\mathbf{PC}} (\Diamond_h\varphi \wedge P\neg\varphi) \rightarrow (P\varphi \wedge P\neg\varphi)$

Demonstração. Pode ser demonstrado da exata mesma forma que no teorema anterior, mas aplicando ao outro conjunto, $\Diamond_h\varphi$. ■

Corolário 3.10.2 (contingência em contrassensos)**.** $\models_{\mathbf{PC}} (\Diamond_h\varphi \wedge \Diamond_h\neg\varphi) \rightarrow (P\varphi \wedge P\neg\varphi)$

Demonstração. Mais uma vez pode ser obtido da mesma forma do teorema acima. ■

Teorema 3.11 (triangulação de dissensos para o futuro)**.** $\models_{\mathbf{PC}} (\Diamond_g\varphi \wedge \Diamond_g\neg\varphi) \rightarrow (\Diamond_g\varphi \wedge F\neg\varphi)$, $\models_{\mathbf{PC}} (\Diamond_g\varphi \wedge F\neg\varphi) \rightarrow (F\varphi \wedge F\neg\varphi)$ e $\models_{\mathbf{PC}} (\Diamond_g\varphi \wedge \Diamond_g\neg\varphi) \rightarrow (F\varphi \wedge F\neg\varphi)$.

Demonstração. Basta aplicar o mesmo raciocínio do teorema e dos corolários anteriores, mas na direção oposta do tempo. ■

As provas acima poderiam facilmente ter sido unificadas, porém foram separadas para mais facilmente visualizarmos as relações entre disjunções de operadores temporais de uma forma “triangular”. Seguindo as provas acima, abaixo ilustramos as relações entre os dois tipos de dissenso e a contingência (e suas respectivas fórmulas para o passado e para o futuro):

$$\begin{tikzcd}
\text{contrassenso} \arrow[rr] \arrow[dr] & & \text{divergência} \arrow[dl] \\
& \text{contingência} &
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
\Diamond_h\varphi \wedge \Diamond_h\neg\varphi \arrow[rr] \arrow[dr] & & \Diamond_h\varphi \wedge P\neg\varphi \arrow[dl] \\
& P\varphi \wedge P\neg\varphi &
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
\Diamond_g\varphi \wedge \Diamond_g\neg\varphi \arrow[rr] \arrow[dr] & & \Diamond_g\varphi \wedge F\neg\varphi \arrow[dl] \\
& F\varphi \wedge F\neg\varphi &
\end{tikzcd}$$

Figura 3.3.3: Dissensos: contrassenso, divergência e contingência.

Inversamente, podemos considerar o que, na introdução desta tese, chamamos de *analiticidade*, a disjunção entre operadores modais fortes para uma fórmula e para sua negação; assim, ou ela ou sua negação é “necessária”, “obrigatória” etc., a depender da lógica modal em questão. Nesta tese, podemos chamá-las de relações de *analiticidade no tempo*.

Teorema 3.12 (analiticidade no tempo)**.** *Existem três tipos de analiticidade no tempo:*

1. *analiticidade:* $H\varphi \vee H\neg\varphi$*;* $G\varphi \vee G\neg\varphi$

2. *subanaliticidade:* $\Box_h\varphi \vee \Box_h\neg\varphi$*;* $\Box_g\varphi \vee \Box_g\neg\varphi$

3. *analiticidade assimétrica:* $H\varphi \vee \Box_h\neg\varphi$*;* $G\varphi \vee \Box_g\neg\varphi$

Demonstração. Como esse teorema não é uma afirmação geral, mas apenas afirma a existência de fórmulas aceitáveis no sistema, basta mostrarmos um exemplo de modelo para cada uma delas. Em ordem, aqui estão três exemplos de modelos de analiticidade no tempo respectivamente dos três tipos acima mencionados:

1. (exemplo) Faça um modelo $\mathscr{M}$ com um único instante $t \in \mathscr{T}$ onde, em t, é o caso que φ. Por definição da necessidade aristotélica, $\Box_t\varphi$. Por lógica clássica (expansão), $\Box_t\varphi \vee \Box_t\neg\varphi$. Nesse exemplo de modelo também é válido que $H\varphi$ e $G\varphi$, porque não há nenhum instante no futuro e nem no passado.

2. (exemplo) Pode ser considerado o mesmo exemplo para verificar consensos contrários, um instante único sem histórias; nesse caso, como não há histórias, a fórmula é verdadeira em todas elas, e também o seu contrário: $\Box_h\varphi \wedge \Box_h\neg\varphi$. E como, por lógica clássica, se uma conjunção é verdadeira, a disjunção das mesmas fórmulas também é verdadeira. E o mesmo vale, na versão para o futuro, para $\Box_g\varphi \wedge \Box_g\neg\varphi$. Esse, porém, é um exemplo bem específico. É possível dar vários outros modelos, como duas histórias de um instante t que possuem instantes distintos com as fórmulas φ e $\neg\varphi$ em ambas as histórias.

3. (exemplo) Pode ser considerado o mesmo exemplo dado para analiticidade (primeiro exemplo). Segue-se $\Box_t\varphi \wedge \Box_h\neg\varphi$, pois a fórmula é verdadeira em t e não há outro instante e, por conseguinte, não há histórias. O mesmo vale para $\Box_t\varphi \vee \Box_g\neg\varphi$.

■

Utilizando teoremas que provamos anteriormente, e fazendo as devidas modificações para o futuro, temos as seguintes relações de analiticidade no tempo:

$$\begin{tikzcd}
\Box_h\varphi \vee \Box_h\neg\varphi & & \Box_h\varphi \vee H\neg\varphi \arrow[ll] \\
& H\varphi \vee H\neg\varphi \arrow[ul] \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
\Box_g\varphi \vee \Box_g\neg\varphi & & \Box_g\varphi \vee G\neg\varphi \arrow[ll] \\
& G\varphi \vee G\neg\varphi \arrow[ul] \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

Figura 3.3.4: Analiticidades: analiticidade (estrita), subanaliticidade e analiticidade assimétrica.

3.3.2 Análise de co-historicidade

Definição 3.15. *Dizemos que duas fórmulas φ e ψ são co-históricas quando ambas são verdadeiras em uma mesma história h.*

Teorema 3.13 (um caso de co-historicidade subsensual)**.** *Se em um instante qualquer t temos $\Box_h\varphi \wedge P\psi$, então φ e ψ são co-históricos em ao menos uma história de t (há um subsenso de co-historicidade).*

Demonstração. Daremos uma prova por redução ao absurdo. Considere $\Box_h\varphi \wedge P\psi$ em algum instante t. Por definição de consenso, sabemos que φ é sempre verdadeiro em qualquer história em $\mathscr{H}(t,\mathscr{T})$. Agora suponha que φ e ψ não sejam co-históricos em nenhuma história. Se assim for, não são co-históricos em $h' \in \mathscr{H}(t,\mathscr{T})$, logo, ou φ ou ψ não ocorrem nessa história, o que gera uma contradição. ∎

Teorema 3.14 (um caso de co-historicidade consensual)**.** *Se em um instante qualquer t temos $\Box_h\varphi \wedge \Box_h\psi$, então φ e ψ são co-históricos em todas as histórias de t (há um consenso de co-historicidade).*

Demonstração. Oferecemos uma prova direta. Considere $\Box_h\varphi \wedge \Box_h\psi$ em t qualquer, isso significa que, para toda história h de t, φ ocorre em algum instante, e que para toda história h de t, ψ ocorre em algum instante. Como, por definição, qualquer história h é formada de uma cadeia ordenada de instantes transitiva e irreflexiva, então φ e ψ ou são verdadeiros em um instante um antes do outro ou no mesmo instante; nos dois casos, pela definição de co-historicidade, eles são co-históricos em h qualquer de t. ∎

Teorema 3.15 (consensos ultrapassados)**.** *Há modelos com consensos no passado que não são consensos no futuro:*

1. *dissenso sobre um consenso ultrapassado: $P\Box_h\varphi \wedge \neg\Box_h\varphi$;*

2. *consenso sobre um consenso ultrapassado: $P\Box_h\varphi \wedge \Box_h\neg\varphi$.*

Demonstração. Aqui estão dois exemplos de construção de dissensos sobre consensos ultrapassados:

1. (exemplo) Faça um modelo $\mathscr{M}$ com instantes $t, t_1, t_2, t_3 \in \mathscr{T}$ e $h', h'' \subseteq \mathscr{H}$ para h' formado por $t_1 \prec t$ e h'' formado por $t_3 \prec t_2 \prec t$. Deixe φ em t_3 e $\neg\varphi$ em t_1. Assim, temos $\Box_h\varphi$ em t_2, e $\neg\Box_h\varphi$ e $P\Box_h\varphi$ em t.

2. (exemplo) Faça um modelo $\mathscr{M}$ com instantes $t, t_1, t_2, t_3, t_4 \in \mathscr{T}$ e $h', h'' \subseteq \mathscr{H}$ para h' formado por $t_1 \prec t$ e h'' formado por $t_4 \prec t_3 \prec t_2 \prec t$. Deixe φ em t_4 e $\neg\varphi$ em t_2 e t_1. Nesse modelo, temos $\Box_h\varphi$ em t_3, portanto, $P\Box_h\varphi$ em t, bem como $\Box_h\neg\varphi$ nesse mesmo instante.

∎

Observação. Confira dois diagramas abaixo de pontos e linhas que ilustram as formas de construir consensos ultrapassados.

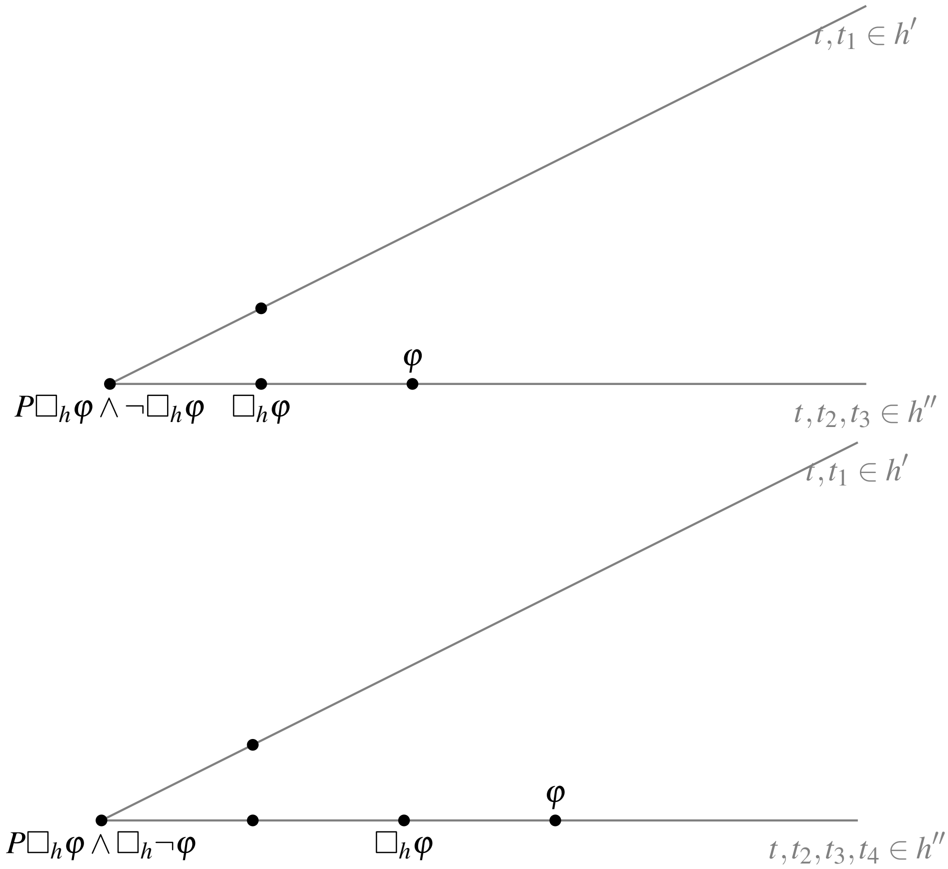


Figura 3.3.5: Dois exemplos de consensos ultrapassados.

Teorema 3.16 (superação de um consenso)**.** *Um consenso de φ é superado quando surge um supersenso de $\neg\varphi$. Formalmente:* $\models_{\mathbf{PC}} (\Box_h\varphi \wedge F\Diamond_h\neg\varphi) \to F\neg\Box_h\varphi$.

Demonstração. Faremos uma prova direta. Assuma $\Box_h\varphi \wedge F\Diamond_h\neg\varphi$ em t_1. Como é verdadeiro $F\Diamond_h\neg\varphi$, então existe um instante $t_1 \prec t_*$ onde é o caso que $\Diamond_h\neg\varphi$, o que significa que existe uma história $h(t_*, \mathscr{T})$ em que qualquer $t_n \prec t_*$ vale $\neg\varphi$. Tal história h pode ser a mesma em que está t_1 ou pode ser uma outra. De toda forma, a fórmula $\Diamond_h\neg\varphi$ é verdadeira e pode ser traduzida (via interdefinição de operadores de consenso) como $\neg\Box_h\varphi$, e como o instante t_* em que está essa fórmula sucede t_1, então $F\neg\Box_h\varphi$. Portanto, $(\Box_h\varphi \wedge F\Diamond_h\neg\varphi) \to F\neg\Box_h\varphi$. ■

Observação (há duas formas de superação de consensos)**.** Seguem abaixo dois diagramas com as duas possibilidades de superação de um consenso: *superação por vacuidade* e *superação por* *ramificação*. No primeiro caso, trata-se de uma superação de um consenso vacuamente verdadeiro; no segundo caso, trata-se de uma superação de um consenso efetivamente verdadeiro.

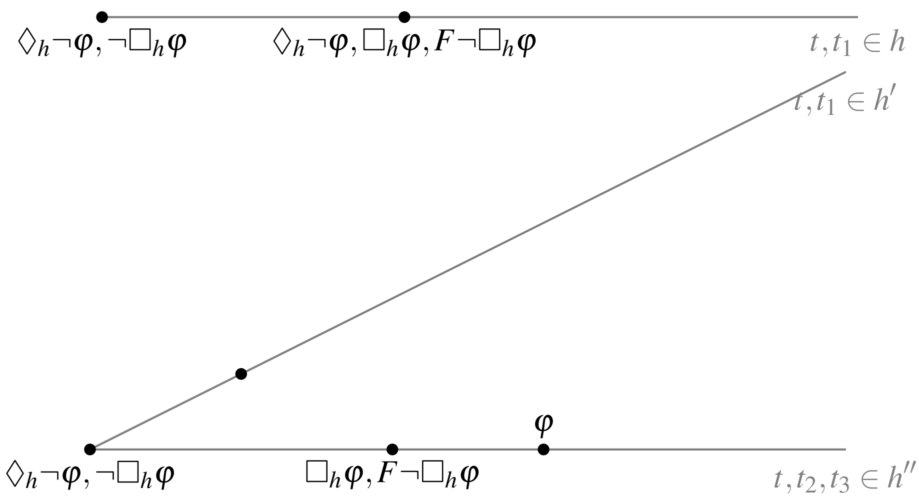


Figura 3.3.6: Dois tipos de superação de consensos: por vacuidade (exemplo superior) e por ramificação (exemplo inferior).

Teorema 3.17 (consolidação de um consenso)**.** *Um consenso de φ é consolidado quando um supersenso de $\neg\varphi$ é ultrapassado. Formalmente:* $\models_{\mathbf{PC}} (\Box_h\varphi \wedge P\Diamond_h\neg\varphi) \rightarrow P\neg\Box_h\varphi$.

Demonstração. Faremos uma prova direta. Assuma $\Box_h\varphi \wedge P\Diamond_h\neg\varphi$ em t_1. Como é verdadeiro $P\Diamond_h\neg\varphi$, então existe um instante $t_* \prec t_1$ onde é o caso que $\Diamond_h\neg\varphi$, o que significa que existe uma história $h(t_*, \mathscr{T})$ em que qualquer $t_n \prec t_*$ vale $\neg\varphi$. Tal história h pode ser a mesma em que está t_1 ou pode ser uma outra. De toda forma, a fórmula $\Diamond_h\neg\varphi$ é verdadeira e pode ser traduzida (via interdefinição de operadores de consenso), como $\neg\Box_h\varphi$, e como o instante t_* em que está essa fórmula precede t_1, então $P\neg\Box_h\varphi$. Portanto, $(\Box_h\varphi \wedge P\Diamond_h\neg\varphi) \rightarrow P\neg\Box_h\varphi$. ■

Observação (há duas formas de consolidação de consensos)**.** Analogamente, há duas possibilidades de consolidação de um consenso: *consolidação por vacuidade* e *consolidação por linearização*. No primeiro caso, trata-se de uma consolidação de um consenso vacuamente verdadeiro; no segundo caso, trata-se de uma consolidação de um consenso efetivamente verdadeiro.

Todas as propriedades que demonstramos para os operadores de consenso para o passado valem analogamente para o futuro:

Teorema 3.18 (teoremas para consensos prescritivos/preditivos)**.** *Algumas propriedades de consenso e supersenso sobre o futuro:*

1. $\models_{\mathbf{PC}} \Box_t \varphi \rightarrow \Box_g \varphi$

2. $\models_{\mathbf{PC}} \Diamond_g \varphi \rightarrow F\varphi$

3. $\models_{\mathbf{PC}} (\Box_g \varphi \wedge F \Diamond_g \neg\varphi) \rightarrow F\neg\Box_g \varphi$

4. $\models_{\mathbf{PC}} (\Box_g \varphi \wedge P \Diamond_g \neg\varphi) \rightarrow P\neg\Box_g \varphi$

Demonstração. Os quatro teoremas são provados da mesma forma que demonstramos essas propriedades para os operadores de consenso sobre o passado; bastando inverter as relações temporais para o futuro. ∎

3.3.3 Consensos complexos e supersensos complexos

Principais símbolos desta subseção: $\Box^{\wedge}_{hg}$, $\Box^{\vee}_{hg}$, $\Diamond^{\wedge}_{hg}$, $\Diamond^{\vee}_{hg}$.

Com essas propriedades, podemos definir operadores abreviativos de *consensos complexos* e *supersensos complexos* que funcionam para histórias de forma análoga aos operadores de necessidade e possibilidade no tempo.

Definição 3.16 (consenso complexo)**.** *Um consenso complexo é um consenso formado pela conjunção ou pela disjunção de consensos simples, ou seja, os operadores* $\Box_h$ *e* $\Box_g$*.*

Há dois tipos de consensos complexos: *consensos de ocorrência* e *consensos de recorrência* no tempo. E analogamente podemos definir dois tipos de *supersensos complexos*: os *supersensos de ocorrência* e os *supersensos recorrências*.

Definição 3.17 (consenso de recorrência)**.** *Um consenso de recorrência é um consenso sobre um fato que ocorreu e voltará a ocorrer. Formalmente:* $\Box^{\wedge}_{hg}\varphi \equiv \Box_h \varphi \wedge \Box_g \varphi$.

Exemplo: "Há um consenso de que guerras mundiais são recorrentes" (em todas as histórias prováveis, há um momento em que se verifica que é verdadeiro tanto que ocorreu uma guerra mundial quanto que ocorrerá outra). Uma das possibilidades em um diagrama (em um modelo com duas teorias concorrentes):

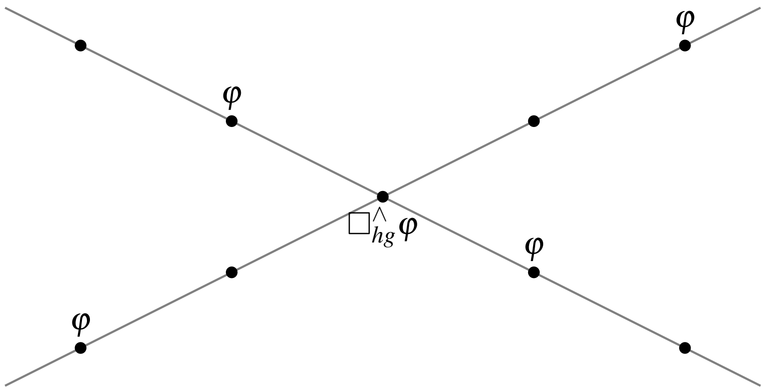


Figura 3.3.7: Diagrama de um consenso de recorrência.

Definição 3.18 (consenso de ocorrência)**.** *Um consenso de ocorrência é um consenso sobre um fato que ocorreu ou ocorrerá. Formalmente:* $\Box^{\vee}_{hg}\varphi \equiv \Box_h\varphi \vee \Box_g\varphi$.

Exemplo: "Há um consenso de que alguma forma de vida extraterrestre teve ou terá contato com a Terra" (em todas as histórias prováveis, há um momento em que se verifica que é verdadeiro que alguma forma de vida extraterrestre teve contato com a Terra ou que é verdadeiro que alguma forma de vida extraterrestre terá contato com a Terra). Uma das possibilidades em um diagrama (em um modelo com duas teorias concorrentes):

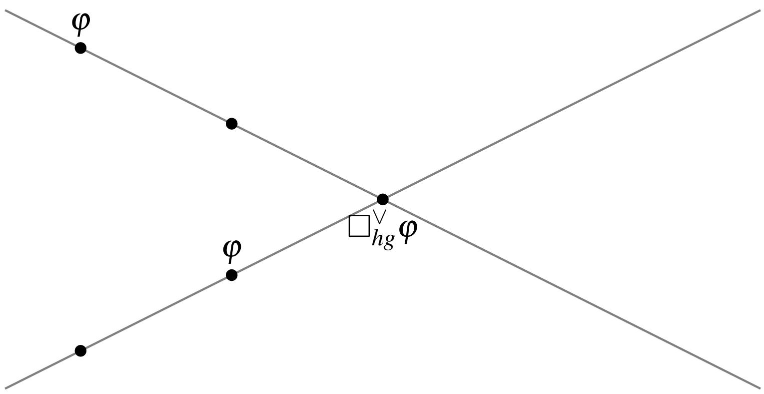


Figura 3.3.8: Diagrama de um consenso de ocorrência.

Definição 3.19 (supersenso de ocorrência)**.** *Um supersenso de ocorrência é um supersenso sobre uma história em uma única direção do tempo. Formalmente:* $\Diamond^{\vee}_{hg}\varphi \equiv \Diamond_h\varphi \vee \Diamond_g\varphi$.

Exemplo: "Em uma das hipóteses cosmológicas aceitas, o Universo sempre existiu ou sempre existirá ou ambos" (em uma história provável, verifica-se que o Universo existe em todos os instantes para o passado ou em todos os instantes para o futuro ou ambos). Uma das possibilidades em diagrama (em um modelo com duas teorias concorrentes):

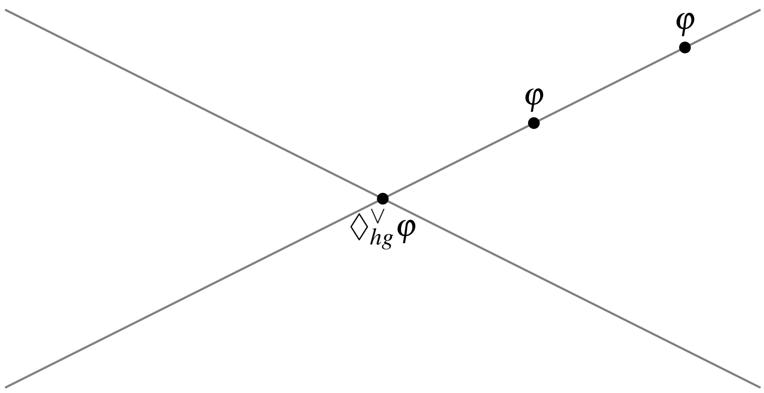


Figura 3.3.9: Diagrama de um supersenso de ocorrência.

Definição 3.20 (supersenso de recorrência)**.** *Um supersenso de recorrência é um supersenso sobre uma história inteira nas duas direções do tempo. Formalmente:* $\Diamond^{\wedge}_{hg}\varphi \equiv \Diamond_h\varphi \wedge \Diamond_g\varphi$.

Exemplo: "Em uma das hipóteses aceitas em ciências históricas, o princípio da seleção natural sempre atuou e atuará em sistemas naturais (não somente seres vivos)" (em uma história provável, verifica-se que o princípio da seleção natural se aplica a sistemas naturais em todos os instantes para trás e para frente). Uma das possibilidades em diagrama (em um modelo com duas teorias concorrentes):

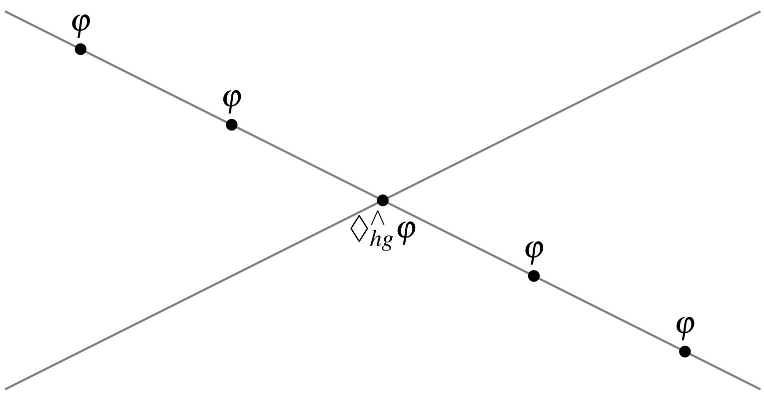


Figura 3.3.10: Diagrama de um supersenso de recorrência.

A adição desses operadores complexos finalmente nos permite montar um diagrama completo das relações entre consensos no tempo:

$$\begin{tikzcd}
\Box_g \varphi \arrow[dr] & \Box^{\wedge}_{hg} \varphi \arrow[l] \arrow[r] \arrow[d] & \Box_h \varphi \arrow[dl] \\
& \Box^{\vee}_{hg} \varphi &
\end{tikzcd}$$

Figura 3.3.11: Consensos compostos.

E podemos obter também um diagrama das relações de supersensos no tempo:

$$\begin{tikzcd}
\Diamond_g \varphi \arrow[dr] & \Diamond^{\wedge}_{hg} \varphi \arrow[l] \arrow[r] \arrow[d] & \Diamond_h \varphi \arrow[dl] \\
& \Diamond^{\vee}_{hg} \varphi &
\end{tikzcd}$$

Figura 3.3.12: Supersensos compostos.

3.3.4 Explicação e falseabilidade em histórias

Naturalmente, podemos usar operadores temporais comuns junto desses operadores complexos definidos acima. Isso permite que possamos falar de um supersenso de recorrência pretérito que se mostrou falho (isso pode representar, por exemplo, uma proposta de teoria científica ou proposta de lei natural que, em um determinado experimento, falhou). Desse modo, algumas das propriedades interessantes desses operadores permitem que formalizemos (de forma geral, para futuro e passado) explicações históricas em estilo hempeliano, e também permitem que formalizemos aplicações do princípio do falseacionismo de Popper. Vejamos primeiramente como as explicações históricas podem ser formalizadas no sistema **PC**.

Definição 3.21 (explicação histórica)**.** *Dizemos que há uma explicação histórica para uma fórmula ψ (denominada explanandum) em um instante t se e somente se:*

1. *(explanans) Existe um conjunto não vazio de fórmulas com o qual se pode deduzir ψ;*

2. *(premissa menor) O explanans possui alguma ocorrência de fórmulas do tipo φ (não modalizada), $\Box_h\varphi$, $\Box_g\varphi$, $F\varphi$ ou $P\varphi$ (incluindo operadores definidos pela conjunção ou disjunção de um ou mais desses e somente desses);*

3. *(premissa maior) O explanans possui alguma ocorrência de fórmulas do tipo $\Diamond_h\varphi$, $\Diamond_g\varphi$, $G\varphi$ ou $H\varphi$ (incluindo operadores definidos pela conjunção ou disjunção de um ou mais desses, mas não necessariamente somente desses);*

4. *(relevância) A premissa maior e a premissa menor são relevantes para deduzir ψ.*

Vamos oferecer como exemplo de formalização de explicações históricas dois modelos de explicação que foram comentados durante a introdução desta tese: as explicações genéticas (de Gallie) e as explicações nomológicas (de Hempel).

Definição 3.22 (explicação genética subsensual)**.** *Dizemos que há uma explicação genética subsensual de ψ com relação a uma dependência temporal com uma fórmula φ quando há um consenso de ocorrência de ψ e um supersenso de recorrência de $(\psi \rightarrow P\varphi)$.*

$$\begin{array}{l} \Box^{\vee}_{hg}\psi \\ \Diamond^{\wedge}_{hg}(\psi \rightarrow P\varphi) \\ \hline P\varphi \end{array}$$

Exemplo: "Uma das causas para a vida parece ser o surgimento do carbono. Em ao menos uma versão aceita na comunidade científica, entende-se que a vida surgiu apenas depois de existirem moléculas de carbono" (existe uma história em que em nenhum momento houve vida sem que antes houvesse carbono).

Teorema 3.19 (dedução genética em uma história)**.** *Se há uma explicação genética subsensual para ψ, então há uma dependência temporal dela com φ. Ou seja: $\Box^{\vee}_{hg}(\psi \vee P\psi) \wedge \Diamond^{\wedge}_{hg}(\psi \rightarrow P\varphi) \models_{\mathbf{PC}} P\varphi$.*

Demonstração. Daremos uma prova direta. Assuma $\Box^{\vee}_{hg}\psi \wedge \Diamond^{\wedge}_{hg}(\psi \rightarrow P\varphi)$ em um instante qualquer t. Essa conjunção nos dá: $\Box^{\vee}_{hg}\psi$ e $\Diamond^{\wedge}_{hg}(\psi \rightarrow P\varphi)$. Do primeiro conjunto, por definição, sabemos que ψ é verdadeiro em todas as histórias h (em um momento de cada uma delas) ou que estejam para frente ou que estejam para trás de t, e, pelo segundo conjunto, $\psi \rightarrow P\varphi$, ou seja, $(\neg(\psi \wedge \neg P\varphi))$ é verdadeiro em todos os instantes de uma história h' inteira (para frente e para trás) de t. Pela lógica clássica (De Morgan), essa negação equivale a $\neg\psi \vee P\varphi$, ou seja, em toda a história $h^{'}$, ψ não ocorre antes que tenha ocorrido φ alguma vez, e como $h^{'}$ é um h, e sabemos que ψ, então, por silogismo disjuntivo, $P\varphi$. ■

Definição 3.23 (explicação genética consensual)**.** *Dizemos que há uma explicação genética consensual de ψ com respeito a uma dependência temporal com φ quando há um consenso de ocorrência de ψ e uma necessidade de $(\psi \to P\varphi)$.*

$$\begin{array}{l} \Box^{\vee}_{hg}\psi \\ \Box_t(\psi \to P\varphi) \\ \hline \Box^{\vee}_{hg}\varphi \end{array}$$

Exemplo: "Há um consenso de que o Sol tornará a Terra inabitável, mas isso só ocorrerá à medida que evoluir e se tornar uma gigante vermelha" (em todas as histórias, há um instante no futuro em que o Sol torna a Terra inabitável, mas em nenhuma delas isso ocorre antes que o Sol esteja em processo de se tonar uma gigante vermelha).

Teorema 3.20 (dedução genética em todas as histórias)**.** *Se há uma explicação genética consensual para ψ, então há uma dependência temporal dessa fórmula com φ tal que $\Box^{\vee}_{hg}\psi \wedge \Box_t(\psi \to P\varphi) \models_{\mathbf{PC}} \Box^{\vee}_{hg}\varphi$.*

Demonstração. Prova direta. Assuma $\Box^{\vee}_{hg}\psi \wedge \Box_t(\neg(\psi \wedge \neg P\varphi))$ em um instante qualquer t. Essa conjunção nos dá: $\Box^{\vee}_{hg}\psi$ e $\Box_t(\psi \to P\varphi)$. Do primeiro conjunto, por definição, sabemos que ψ é verdadeiro em todas as histórias h (em um momento de cada h) ou que estejam para frente ou que estejam para trás de t, e, pelo segundo conjunto, $\psi \to P\varphi$, temos, por lógica clássica, que $\neg(\psi \wedge \neg P\varphi)$ é verdadeiro em todos os instantes de todas as histórias h inteiras (para frente e para trás) de t. Pela lógica clássica (De Morgan e dupla negação), essa negação equivale a $\neg\psi \vee P\varphi$, ou seja, em toda a história h, ψ não ocorre antes que tenha ocorrido φ alguma vez, e como sabemos que ψ é o caso em todo instante de todo h, então, por silogismo disjuntivo, $P\varphi$, e como esse silogismo disjuntivo se aplica a ocasiões em todas as histórias h, então, por definição, $\Box^{\vee}_{hg}\psi$. Pela necessidade do conjunto anterior, então em todas as histórias φ ocorre antes de ψ, ou seja, $\Box^{\vee}_{hg}\varphi$. ■

Observação (definições de explicações históricas)**.** Note que a definição que oferecemos acima é apenas denominativa, apenas serve para caracterizar um tipo de explicação; não se trata de uma definição criativa no sistema, como se pode notar pelo teorema acima. A mesma observação se aplica à explicação nomológica adiante.

Observação (explicações parciais)**.** Note que as explicações genéticas (da forma como foram propostas por Gallie) são parciais, no sentido de que constatam alguma causa necessária (em um sentido temporal) para um efeito no tempo, mas não garante que seja causa suficiente. Esse tipo de explicação foi proposto especialmente para ciências históricas, pois muitos de seus fenômenos não podem ser replicados (resultado nos mesmos efeitos), mas isso não significa que não se possa reconhecer causas para eles. Nesse sentido, nos exemplos acima, vemos que o surgimento das moléculas e o processo de evolução do Sol são entendidos como causas, respectivamente, da vida e da extinção da vida na Terra, mas nada impede de haver outras causas além dessas que contribuíram para esses efeitos. A força da explicação se baseia no fato de que em nenhum outro momento da história (ou de todas as histórias) o evento (da vida ou da extinção dela) ocorreu sem que antes tivesse ocorrido um dos dois respectivos eventos causais. Veja que o *explanans* se baseia em dois fatos: (1) a invariável precedência de um evento (causa) em relação ao outro (efeito) e (2) o consenso da ocorrência de ambos nessa sequência em ao menos uma vez na história. Desse modo, o *explanans* garante a ocorrência de ambos os eventos (um antes do outro) e uma espécie de "dependência temporal" de um evento em relação ao outro.

Definição 3.24 (explicação nomológica subsensual)**.** *Dizemos que há explicação nomológica subsensual de ψ quando há supersenso de recorrência de $\varphi \to \psi$ e um consenso de ocorrência de φ.*

$$\begin{array}{l} \Diamond^{\wedge}_{hg}(\varphi \to \psi) \\ \Box^{\vee}_{hg}\varphi \\ \hline \Diamond_t \psi \end{array}$$

Teorema 3.21 (dedução nomológica em uma história)**.** *Se há uma explicação nomológica subsensual para ψ, então $\Diamond_t \psi$. Formalmente: $(\Diamond^{\wedge}_{hg}(\varphi \to \psi) \wedge \Box^{\vee}_{hg}\varphi) \models_{\mathbf{PC}} \Diamond_t \psi$.*

Demonstração. Faremos uma prova construtiva. Assuma $\Diamond^{\wedge}_{hg}(\varphi \to \psi) \wedge \Box^{\vee}_{hg}\varphi$ em t. Pelo primeiro conjunto,$\Diamond^{\wedge}_{hg}(\varphi \to \psi)$, sabemos que existe uma história h de t tal que a implicação $\varphi \to \psi$ é verdadeira para todo instante que antecede e sucede t. Como uma história é formada por instantes, e sabemos que existe uma de cada lado do tempo, então $\Box^{\vee}_{hg}\varphi)$ é verdadeiro em t' tal que esse instante antecede ou sucede t. Peguemos o caso de sucessão. Temos φ em t'' sucessor de t', pois um consenso designa que a fórmula é verdadeira em toda história. E se temos φ em t'', e esse instante sucede também t (por transitividade), então, por definição, $\Diamond_t\psi$. ■

Definição 3.25 (explicação nomológica consensual)**.** *Dizemos que há explicação nomológica consensual de ψ quando há necessidade de $\varphi \to \psi$ e um consenso de ocorrência de φ.*

$$\begin{array}{l} \Box_t(\varphi \to \psi) \\ \Box^{\vee}_{hg}\varphi \\ \hline \Box^{\vee}_{hg}\psi \end{array}$$

Teorema 3.22 (dedução nomológica em todas as histórias)**.** *Se há uma explicação nomológica consensual para ψ, então $\Box^{\vee}_{hg}\psi$. Formalmente:* $(\Box_t(\varphi \to \psi) \wedge \Box^{\vee}_{hg}\varphi) \models_{\mathbf{PC}} \Box^{\vee}_{hg}\psi$.

Demonstração. Redução ao absurdo. Seja $(\Box_t(\varphi \to \psi) \wedge \Box^{\vee}_{hg}\varphi)$ e $\neg\Box^{\vee}_{hg}\psi$ em t, temos que $\Diamond^{\wedge}_{hg}\neg\psi$. Do que se segue que existe uma história h ao menos em que $\neg\psi$ é o caso em todo instante t'. Ocorre que a necessidade da implicação nos diz que $\varphi \to \psi$ também vale em t', de modo que, negando o consequente, obtemos $\neg\varphi$. Ocorre que esse raciocínio vale para qualquer t' na história, mas o outro conjunto $(\Box^{\vee}_{hg}\varphi)$ nos dá φ em ao menos uma instante de toda história, o que resulta contraditório. ■

Observação (relações entre *explanans* e *explanandum*)**.** Considere nas fórmulas acima que o antecedente representa *explanans*, a saber, as condições iniciais e princípios para a explicação; enquanto que o consequente é o *explanandum*, a saber, o que é explicado, em outras palavras, algo que decorre como um caso particular dessas condições iniciais e princípios. Assim, por esses dois teoremas acima, demonstramos que, em uma explicação nomológica fraca, pelo *explanans* (em alguma história), segue-se que há um subsenso de que o *explanandum* será o caso; enquanto que, em uma explicação nomológica forte, pelo *explanans* (em toda história), segue-se que há um consenso de que o *explanandum* ocorre. Em outras palavras, pode haver dois tipos de dedução nomológica ao estilo hempeliano. Em uma versão fraca, vale apenas para uma história (o que significa que pode ser verdadeira em uma linha do tempo, mas falsa em outra); e em uma versão forte, vale para todas as histórias (o que significa que em nenhuma circunstância no passado ou no futuro pode se mostrar equivocada).

Daremos abaixo um exemplo de explicação em ciências históricas (especificamente em Cosmologia) que pode ser aproximadamente capturado pelo modelo de lei de cobertura de Hempel. O exemplo trata de explicar como surgiram os dois primeiros elementos da tabela periódica (os elementos mais leves): hidrogênio e hélio. Adaptamos o estilo de explicação hempeliano a um argumento com três premissas (abreviada e numeradas) e uma conclusão.

(P1) Após o Big Bang, o Universo estava extremamente quente e denso, consistindo principalmente de partículas subatômicas, como prótons e nêutrons.

(P2) Quando há condições quentes extremas e densas, ocorre fusão nuclear com partículas subatômicas, formando núcleos atômicos mais pesados.

(P3) Em uma fusão nuclear onde há principalmente partículas subatômicas (como prótons e nêutrons), obtemos hidrogênio (um próton) e hélio (dois prótons de dois nêutrons).

$\therefore$ Durante os primeiros instantes após o Big Bang, a fusão nuclear principalmente envolvendo hidrogênio (um próton) e hélio (dois prótons de dois nêutrons) deu origem a esses dois elementos em quantidades significativas.

Definição 3.26 (explicações incompatíveis)**.** *Duas explicações são incompatíveis se e somente se a conjunção do explanans de ambas as explicações resulta em contradição. Do contrário, dizemos serem explicações compatíveis.*

Esse estudo acima não é exaustivo a respeito das explicações históricas, esses são apenas dois exemplos de modelos de explicação formalizáveis com esses operadores. É interessante notar, pela definição que demos para explicação histórica e compatibilidade entre explicações, como o sistema permite uma variedade de explicações que podem ser formalizadas, analisadas em seu poder explanativo e comparadas. Ademais, a principal relevância desse tópico nesta tese está no fato das explicações históricas utilizarem supersensos e consensos, e esses poderem ser falseáveis no decorrer do tempo, com veremos a seguir, de modo que, por consequência, as explicações históricas podem se mostrar eventualmente equivocadas. Passemos agora para uma apresentação de aspectos gerais do que chamamos de "falseacionismo"em **PC** com respeito aos operadores de consenso e supersenso.

Definição 3.27 (falseacionismo)**.** *Dizemos que um consenso de φ é falseado se e somente se havia um consenso de φ e atualmente não há um consenso de φ. Analogamente, dizemos que* *um supersenso de φ é falseado se e somente se havia um supersenso de φ e atualmente não há um supersenso de φ.*

Definição 3.28 (falseacionismo de fato particular)**.** *Ocorre um falseacionismo de fato particular quando um consenso de φ é falseado.*

Exemplo: "No passado, havia um consenso de que as estátuas greco-romanas eram originalmente brancas (não tingidas), mas hoje não há mais" (foi verdade que em todas as histórias φ era o caso, mas agora essa afirmação já não é verdadeira).

Definição 3.29 (falseacionismo de fato geral/universal)**.** *Ocorre um falseacionismo de fato geral ou universal quando um supersenso de φ é falseado.*

Exemplo: "No passado havia uma hipótese provável segundo a qual o humano não tinha nunca conseguido usar um veículo para voar entre continentes e também nunca conseguiria, mas hoje essa hipótese não é mais aceita" (foi verdade que em todos os instantes de uma história φ era o caso, mas agora isso não é verdade).

Observação (exemplos em direções diferentes no tempo)**.** Note que os dois exemplos acima são falseações em direções diferentes no tempo. Oferecemos exemplos distintos assim para se notar que o falseacionismo vale tanto para consensos e supersensos sobre o passado quanto para previsões e leis que também valem hipoteticamente para o futuro.

Teorema 3.23 (falseamento de consensos e supersensos)**.** *Todos os tipos de consensos e supersensos são falseáveis no tempo.*

FALSEÁVEL POR SUBSENSO (FATO PARTICULAR)

Supersensos

1. $\models_{\mathbf{PC}} (\Diamond_h \varphi \wedge FP\neg\varphi) \to F\neg\Diamond_h \varphi$

2. $\models_{\mathbf{PC}} (\Diamond_g \varphi \wedge FF\neg\varphi) \to F\neg\Diamond_g \varphi$

3. $\models_{\mathbf{PC}} (\Diamond_{hg}^{\vee} \varphi \wedge F(\Box_{hg}^{\wedge}\neg\varphi)) \to F\neg\Diamond_{hg}^{\vee} \varphi$

4. $\models_{\mathbf{PC}} (\Diamond_{hg}^{\wedge} \varphi \wedge F(F\neg\varphi \vee P\neg\varphi)) \to F\neg\Diamond_{hg}^{\wedge} \varphi$

Consensos

FALSEÁVEL POR SUPERSENSO (FATO GERAL)

1. $\models_{\mathbf{PC}} (\Box_h\varphi \wedge F\Diamond_h\neg\varphi) \rightarrow F\neg\Box_h\varphi$

2. $\models_{\mathbf{PC}} (\Box_g\varphi \wedge F\Diamond_g\neg\varphi) \rightarrow F\neg\Box_g\varphi$

3. $\models_{\mathbf{PC}} (\Box^{\vee}_{hg}\varphi \wedge F\Diamond^{\wedge}_{hg}\neg\varphi) \rightarrow F\neg\Box^{\vee}_{hg}\varphi$

4. $\models_{\mathbf{PC}} (\Box^{\wedge}_{hg}\varphi \wedge F\Diamond^{\vee}_{hg}\neg\varphi) \rightarrow F\neg\Box^{\wedge}_{hg}\varphi$

Demonstração. As provas estão enumeradas em seções, conforme a enunciação do teorema.

(supersensos falseáveis)

1. Nesta prova, vamos utilizar o subscrito $'$ para instante do passado e $''$ para instante do futuro em relação a um dado instante t. Ofereceremos uma prova direta. Assuma $\Diamond_h\varphi \wedge FP\neg\varphi$ em t qualquer. Do primeiro conjunto, $\Diamond_h\varphi$, segue-se que existe uma história h desse instante em que φ é verdadeiro em todos os instantes t' que o antecedem, e que existe ao menos um t'_* nessa história. Pelo outro conjunto, $FP\neg\varphi$, sabemos que existe um instante no futuro t''_{**} em que $P\neg\varphi$ é o caso. Por sua vez, em um instante t''_* tal que antecede t''_{**} e sucede qualquer t' (pois do contrário resultaria em contradição), temos $\neg\varphi$. Se é assim, então em t''_{**} sabemos que φ não é o caso para uma história h' inteira passando por ele, o que escrevemos como $\neg\Diamond_h\varphi$. E como esse instante sucede t, então, $F\neg\Diamond_h\varphi$ em t. Abaixo há um diagrama para essa prova (note que t''_* alternativamente poderia ser instanciado em outra linha do tempo histórico ou pode ser igual a t; apenas não pode anteceder t na mesma linha do passado em que se encontra t'_*).

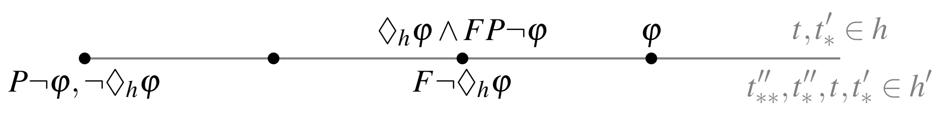


Figura 3.3.13: Diagrama de supersenso falseável.

2. Trata-se basicamente em uma versão para o futuro do teorema demonstrado acima.

3. Segue-se diretamente dos dois primeiros teoremas enumerados.

4. Segue-se da conjunção das primeiras propriedades enumeradas acima, por composição dos operadores com disjunção e conjunção.

(consensos falseáveis)

1. Esta propriedade já foi demonstrada, trata-se do teorema da superação de um consenso.

2. Esta é basicamente uma versão para o futuro do teorema da superação de um consenso (já demonstrada).

3. Segue-se diretamente dos dois teoremas acima, por composição dos operadores com disjunção e conjunção.

4. Segue-se do teorema anterior seguindo resultados da lógica clássica com disjunção e conjunção.

■

Para além de aplicações de análise de explicações e falseabilidade, podemos também usar esses operadores para estudar propriedades da descrição. Podemos constatar que os limites do que pode ser conhecido temporalmente estão diretamente relacionados às noções de *ocorrência*, *descrição*, *recorrência* e *previsão*.

Definição 3.30 (ocorrência e descrição)**.** *Dizemos que uma fórmula φ ocorre temporalmente ou é descritível em um instante t se e somente se $P\varphi$ em t, ou seja, φ ocorreu em ao menos uma história provável de t no passado.*

Definição 3.31 (recorrência e previsão)**.** *Dizemos que uma fórmula φ é recorrente no tempo ou previsível em um instante t se e somente se $F\varphi \wedge P\varphi$ em t, ou seja, existe ao menos uma história h de t em que se assume tanto que φ ocorreu quanto que φ ocorrerá (novamente).*

Observação (previsão em sentido estrito)**.** Note que na definição acima usamos um sentido estrito de *previsão* que pressupõe recorrência. Enquanto na expressão “consenso preditivo” (consenso para o futuro) damos um sentido de previsão amplo (o sentido simples de “dizer algo sobre o futuro”), na expressão “consenso de recorrência” (que analisamos anteriormente) damos um sentido de previsão mais estrito (algo que ocorreu e que é provável que ocorrerá novamente em certas circunstâncias).

Teorema 3.24 (tipos de previsão)**.** *Há dois tipos de previsão: previsão de uma recorrência de fatos particulares e previsão de um fato geral.*

Demonstração. Esses dois tipos de previsão decorrem da definição de recorrência/previsão acima, das definições de fato particular e geral e da definição do operador de supersenso. Uma recorrência implica um caso particular de co-historicidade (por definição), dado que são duas ocorrências de fórmula pelo menos em uma mesma história, mesmo que sejam a mesma fórmula φ em instantes distintos. Ocorre que, nessa situação, considerando análise de co-historicidade, temos dois cenários possíveis: ou a fórmula φ é verdadeira em todos os instantes dessa história (portanto, há um supersenso dela) ou a fórmula φ é verdadeira em alguns instantes (pelo menos dois), mas não em outros (pelo menos um) na mesma história. No primeiro caso, estamos falando de uma previsão de um fato geral, porque um supersenso é feito para traduzir um fato geral; no segundo caso, estamos falando de uma previsão de um fato particular, pois não há um supersenso da fórmula quando não é verdadeira em todos os instantes da história (ao menos em uma direção), e subsensos (como $P\varphi$) são feitos para traduzir fatos particulares. ∎

Teorema 3.25 (indescritibilidade e imprevisibilidade)**.** *Toda fórmula indescritível é imprevisível, porém nem toda fórmula imprevisível é indescritível. Formalmente:* $\models_{\mathbf{PC}} \neg P\varphi \to \neg(F\varphi \land P\varphi)$ *e* $\not\models_{\mathbf{PC}} \neg(F\varphi \land P\varphi) \to \neg P\varphi$*.*

Demonstração. Essas duas propriedades seguem facilmente só por lógica clássica. No primeiro caso, basta aplicar a regra de expansão e De Morgan. No segundo caso, basta mostrar um contra-exemplo: o conjunto negado equivale a uma disjunção com os dois termos negativos, então basta mostrar que o disjunto futuro verdadeiro satisfaz a disjunção, de modo que não implica que seja o caso que $\neg P\varphi$. ∎

Observação (independência do conhecimento descritivo)**.** Esse teorema pode parecer uma propriedade trivial, mas ao utilizarmos essa propriedade levando em contra operadores de consenso, por exemplo, mostra que se pode ter conhecimento factual descritivo (do passado) sobre fatos que não são previsíveis, mas não se pode ter conhecimento preditivo sobre fatos dos quais não há conhecimento descritivo algum; é preciso conhecer a ocorrência de algo para que se possa antecipá-lo de ocorrer novamente.

Conclusivamente, podemos dizer que em ambos os casos (de descrição ou de previsão no tempo), o conhecimento pode ser fraco (subsensual) ou forte (consensual), e eventualmente pode ser dissensual (a conjunção do subsenso de uma fórmula com o supersenso de sua negação), ou seja, contestado, mas ainda assim aceito em ao menos uma das vertentes respeitadas na comunidade científica. Vale salientar que muitas outras propriedades ainda podem ser estudadas sobre esse sistema futuramente, mas, para os fins desta tese, esse conjunto de teoremas já mostra como as lógicas do consenso histórico fornecem uma rica "caixa de ferramentas" para a análise de consenso, descrição, previsão, explicação, falseabilidade e outros conceitos relacionados ao conhecimento científico.

3.3.5 Extensões com consenso final e supersenso final

Principais símbolos desta subseção: $\Box_h^{t_0}$, $\Diamond_h^{t_0}$.

A partir daqui, passaremos a uma extensão do sistema com a restrição semântica do fim, obtendo $\mathbf{PC}_h$. Os operadores de *consenso final* e de *supersenso final* serão introduzidos via definição abreviativa (como feito para os sistemas do tópico anterior), por isso não constam entre os operadores básicos da linguagem. Entretanto, forneceremos as condições semânticas para esses operadores em termos de histórias e mostraremos como são compatíveis com as definições abreviativas.

$$\mathscr{M},t \models \Box_h^{t_0}\varphi \quad \text{sse} \quad \text{para toda história } h \subseteq \mathscr{H}(t,\mathscr{T}) \text{ em } \mathscr{M} : \text{em algum } t_* \preceq t$$
$$\text{em } h, \models_{t_*}^{\mathscr{M}} \varphi\text{; e, para todo } t_n \text{ tal que } t \prec t_n, \models_{t_n}^{\mathscr{M}} \bot.$$

Nós já apresentamos uma definição abreviativa do consenso final que pode ser comparada com a condição semântica acima, mas alguém poderia ainda se perguntar sobre uma possível definição em linguagem de instantes para um *supersenso final* $\Diamond_h^{t_0}$. Teríamos o seguinte:

$$\mathscr{M},t \models \Diamond_h^{t_0}\varphi \quad \text{sse} \quad \text{para alguma história } h \subseteq \mathscr{H}(t,\mathscr{T}) \text{ em } \mathscr{M} : \text{em todo } t_* \preceq t$$
$$\text{em } h, \models_{t_*}^{\mathscr{M}} \varphi\text{; e, para todo } t_n \text{ tal que } t \prec t_n, \models_{t_n}^{\mathscr{M}} \bot.$$

Esse operador pode ser obtido como um caso particular de consenso e supersenso reflexivos. Confira o Apêndice B[35].

Vale observar que esse operador não é exatamente o "dual" do consenso final que vimos anteriormente, pois ele não pode ser obtido pela função inversa do consenso final. Como a definição de "$\Box_h^{t_0}$" envolve uma conjunção ($H\Diamond_t\varphi \wedge G\bot$), então a negação de um consenso final significa dizer que: ou não é o caso que sempre foi o caso que φ é possível, ou este enunciado não está no instante terminal/presente (há alguma proposição que ocorre no futuro). Em termos

[35] Apêndice B. PC'.

lógicos: $\neg H\Diamond_t\varphi \vee \neg G\bot$, o que equivale a dizer que $P\neg\Diamond_t\varphi \vee F\neg\bot$, ou seja, $P\Box_t\neg\varphi \vee F\neg\bot$, ou ainda, de forma mais detalhada:

$$P(H\neg\varphi \wedge \neg\varphi \wedge G\neg\varphi) \vee F\neg\bot$$

Note que quando definimos o *supersenso final* queremos manter a cláusula do presente e apenas negar a função que gera o consenso (de $H\Diamond_t\varphi \wedge G\bot$ para $P\Box_t\neg\varphi \wedge G\bot$). Não se trata, portanto, de uma relação de dualidade, mas de *analogia*. $H\Diamond_t\varphi$ está para o instante presente ($G\bot$) como $P\Box_t\neg\varphi$ está para o presente ($G\bot$):

$$(H\Diamond_t\varphi \wedge G\bot) :: (P\Box_t\neg\varphi \wedge G\bot)$$

Vejamos algumas fórmulas válidas interessantes sobre o supersenso final e o consenso final. Vamos começar por um teorema que mostra que nossa definição semântica satisfaz o que queremos fazer, sobre preservar o primeiro conjunto da definição de consenso final; em seguida, mostraremos como um supersenso final de uma proposição implica que ela seja verdadeira no próprio momento presente (isso não ocorre com o consenso final); por fim, veremos um teorema que prova que não existem *contrassensos* no instante presente (isso leva a uma contradição), mas podemos ter vários tipos de dissensos.

Teorema 3.26 (maximalidade de histórias)**.** $\models_{\mathbf{PC}_h} G\bot \rightarrow \Box_h G\bot$

Demonstração. Prova direta. Suponha $G\bot$ em t, pelo axioma do fim, ou o instante t é t_0 ou t é um antecessor dele em uma história qualquer $h(t_0)$. Suponha que seja igual a t_0: (1) se for o único instante na estrutura, $\Box_h G\bot$ é verdadeiro trivialmente (não há histórias); (2) se tiver algum antecessor t_*, então temos $FG\bot$ nesse ponto, pelo que se deduz que existe algum instante t_1 sucessor t_* para o qual $G\bot$ é o caso. E como t e t_* são quaisquer, então $\Box_h G\bot$. Suponha então que t não seja igual a t_0, mas seu antecessor; isso recai no mesmo caso de (2). ■

Teorema 3.27 (adequação do supersenso final)**.** $\models_{\mathbf{PC}_h} \Diamond_h^{t_0}\varphi \leftrightarrow (P\Box_t\varphi \wedge G\bot)$

Demonstração. Faremos provas indiretas, por redução ao absurdo.

($\leftarrow$) Suponha para um modelo e um instante quaisquer que $P\Box_t\varphi \wedge G\bot$ (assumindo o antecedente) e $\neg\Diamond_h^{t_0}\varphi$ (negação do consequente). Sabemos que se trata do instante presente (final) t_0, por conta de $G\bot$, e também sabemos, por $P\Box_t\varphi$, que existe um instante $t_1 \prec t_0$ em que $\Box_t\varphi$ é verdadeiro em t_1. Se é assim, φ é verdadeiro em todo instante t_* igual, antecedente ou sucessor de t_1. Por outro lado, $\neg\Diamond_h^{t_0}\varphi$ equivale a $\Box_h^{t_0}\neg\varphi$ (observado que sabemos se tratar do instante presente t_0), o que significa, por definição, que φ é verdadeiro em ao menos um instante de cada história $h \subseteq \mathscr{H}(t_0,\mathscr{T})$. Acontece que t_1 antecede t_0 e, portanto, faz parte de uma história $h_*(t_0,\mathscr{T})$. Sendo assim, como t_* é um instante qualquer dessa história, em algum instante de $h_*(t_0,\mathscr{T})$ teremos uma contradição $\varphi \wedge \neg\varphi$.

($\rightarrow$) Inversamente, suponha para um modelo e um instante quaisquer $\Diamond_h^{t_0}\varphi$ e $\neg P\Box_t\varphi \vee \neg G\bot$. Pela lógica clássica e pelas definições dos operadores temporais, sabemos que essa última fórmula equivale a $H\neg\Box_t\varphi$, ou ainda: $H\Diamond_t\neg\varphi$. Em última instância, pela definição da possibilidade aristotélica, temos que $H(F\neg\varphi \vee \neg\varphi \vee P\neg\varphi)$. Por outro lado, se $\Diamond_h^{t_0}\varphi$ é o caso, então sabemos, pela definição semântica desse operador em termos de histórias, que essas proposições estão em um t_0 (terminal) na estrutura (ou seja, $G\bot$) e existe alguma história h a partir desse instante, logo, precisa existir ao menos um $t_1 \prec t_0$ para que se forme uma história. E a definição de $\Diamond_h^{t_0}\varphi$ ainda nos diz que φ é verdadeiro em todo instante dessa história h tal que anteceda ou seja igual a t_0, portanto, temos φ em t_1. Ocorre que agora estamos apenas com um dos termos da disjunção, e, pelo que vimos acima, em t_0 temos que $H(F\neg\varphi \vee \neg\varphi \vee P\neg\varphi)$, e como t_1 o antecede, então $F\neg\varphi \vee \neg\varphi \vee P\neg\varphi$ em t_1. Isso nos deixa com três possibilidades no tempo:

(caso 1) Suponha que $\neg\varphi$ é verdadeiro em t_1, isso gera uma contradição, pois o supersenso final nos deixou com φ em t_1.

(caso 2) Suponha que $F\neg\varphi$, portanto, que $\neg\varphi$ é verdadeiro em algum instante t_* tal que $t_1 \prec t_*$. Ocorre que t_* não pode estar depois de t_0, pois t_0 é o ponto terminal; para qualquer sucessor dele, vale $\bot$. Portanto $t_0 \prec t_* \prec t_1$, como t_* está na mesma história de t_1, e o supersenso final de φ garante que φ seja o caso em todo instante dessa história, exceto em t_0, então temos φ em t_*, o que gera uma contradição.

(caso 3) Suponha que $P\neg\varphi$, portanto, que $\neg\varphi$ é verdadeiro em algum instante t_* tal que $t_* \prec t_1$. Ocorre que, por transitividade, $t_* \prec t_0$, e o supersenso final de φ garante que φ é verdadeiro em todo instante que antecede t_0 nessa história, logo, temos uma contradição.

Como uma disjunção precisa ter um de seus termos verdadeiros para que seja verdadeira, mas isso não é possível, então $\neg(F\neg\varphi \vee \neg\varphi \vee P\neg\varphi)$, o que leva a uma contradição em t_1. ■

Observação (requisitos de adequação do consenso final)**.** Note que a prova acima só é possível porque nosso sistema é irreflexivo, terminal e transitivo. A irreflexividade é necessária para provar o (caso 1), a finalidade/terminalidade é necessária para provar o (caso 2) e a transitividade é necessária para provar o (caso 3). Ou seja, o sistema $\mathbf{PC}_h$ só permite esse teorema porque compartilha das restrições semânticas de $\mathbf{K}_{bh}$, o sistema minimal para definir um consenso final.

Corolário 3.27.1 (adequação do falso supersenso final)**.** $\models_{\mathbf{PC}_h} \neg\Diamond_h^{t_0}\varphi \leftrightarrow (\neg P\Diamond_t\varphi \vee \neg G\bot)$

Demonstração. Essa propriedade deriva diretamente do teorema acima e da lógica clássica (basta aplicar definição do bicondicional, *modus tollens*, *modus ponens* e De Morgan). ■

Teorema 3.28 (adequação do consenso final)**.** $\models_{\mathbf{PC}_h} \Box_h^{t_0}\varphi \leftrightarrow (H\Box_t\varphi \wedge G\bot)$

Demonstração. Mais um par de provas indiretas.

($\rightarrow$) Em um instante t, assuma o antecedente e a negação do consequente: $\Box_h^{t_0}\varphi$ e $\neg(H\Diamond_t\varphi \wedge G\bot)$. Pela última fórmula, aplicando lógica clássica (leis de De Morgan), temos $\neg H\Diamond_t\varphi \vee \neg G\bot$. Pela primeira fórmula, com a definição de $\Box_h^{t_0}$, sabemos que $t = t_0$ (instante final), e $G\bot$, portanto, por dupla negação e silogismo disjuntivo, tiramos a subfórmula $\neg H\Diamond_t\varphi$, a qual equivale a $P\neg\Diamond_t\varphi$, ou seja, $P\Box_t\neg\varphi$, em última instância: $P(G\neg\varphi \wedge \neg\varphi \wedge H\neg\varphi)$. Como se trata de um "foi o caso que", precisamos ter um instante t_1 que antecede t_0, e em t_1 temos $G\neg\varphi \wedge \neg\varphi \wedge H\neg\varphi$. Isso significa que $\neg\varphi$ é o caso em t_0, t_1 e qualquer predecessor ou sucessor de t_1. Como a cadeia de instantes que se estende de t_0 e passa por t_1 é, por definição, uma história h de t_0, então precisa haver algum t_* nessa história em que teremos $\varphi \wedge \neg\varphi$, pois a definição de $\Box_h^{t_0}\varphi$ nos diz que φ precisa ser verdadeiro em algum instante de cada uma das histórias de t_0.

($\leftarrow$) Em um instante t, assuma o antecedente e a negação do consequente na outra direção: $H\Diamond_t\varphi \wedge G\bot$ e $\neg\Box_h^{t_0}\varphi$. Pela primeira fórmula, já sabemos que $t = t_0$ (instante final), $G\bot$. Assim, quando negamos o consenso final de φ, a definição do operador só nos deixa uma saída: existe uma história em t_0 e $\neg\varphi$ em qualquer instante $t_* \prec t_0$ em uma história $h(t_0, \mathscr{T})$; e se há uma história, ao menos há um instante $t_1 \prec t_0$ nesse h. Ocorre que o primeiro conjunto da fórmula anterior diz que para qualquer antecessor de t_0, $\Diamond_t\varphi$, de modo que essa fórmula é verdadeira em t_1, a qual equivale a $P\varphi \vee \varphi \vee F\varphi$. Ocorre que φ não pode ser o caso nem em t_1 nem em nenhum antecessor ou sucessor dessa história, pois, pelo que vimos, teremos $\neg\varphi$ para qualquer t_*. ■

Corolário 3.28.1 (adequação do falso consenso final)**.** $\models_{\mathbf{PC}_h} \neg\Box_h^{t_0}\varphi \leftrightarrow (\neg H\Box_t\varphi \vee \neg G\bot)$

Demonstração. Essa propriedade deriva diretamente do teorema acima e da lógica clássica (basta aplicar definição do bicondicional, *modus tollens*, *modus ponens* e De Morgan). ■

Teorema 3.29 (existe um consenso final)**.** $\models_{\mathbf{PC}_h} \Box_h^{t_0}\varphi \vee \Box_h^{t_0}\neg\varphi$

Demonstração. Pela restrição semântica do fim, precisa existir em nossa estrutura ao menos um instante final t_0. Pela lógica clássica, $\varphi \vee \neg\varphi$ nesse instante. Se for o caso que φ, então temos $\Box_h^{t_0}\varphi$, pelo teorema do consenso do presente; se temos $\neg\varphi$, então teremos $\Box_h^{t_0}\neg\varphi$, pelo mesmo teorema. E ambos não podem ser verdadeiros, pois resultaria em contradição. Unindo os disjuntos: $\Box_h^{t_0}\varphi \vee \Box_h^{t_0}\neg\varphi$. ■

Observação. Como veremos posteriormente, esse último teorema faz parte de um resultado mais geral, o qual chamaremos de Paradoxo da Onisciência Historiográfica.

Teorema 3.30 (presentismo)**.** *Pode existir um modelo com apenas o instante final (presente) e nenhuma história:* $\not\models_{\mathbf{PC}_h} \Box_t\varphi \to \Diamond_h^{t0}\varphi$

Demonstração. (contraexemplo) Suponha um modelo com um único instante t_0 (instante final) com a fórmula φ. Nesse modelo, $\Box_t\varphi$ é verdadeiro, pois temos φ em todos os instantes iguais ou relacionados no tempo a t_0. E também é verdade que $\neg\Diamond_h^{t0}\varphi$. Pois, pelo corolário da adequação do falso consenso final, essa negação equivale a $\neg P\Box_t\varphi \vee \neg G\bot$, e embora $\neg G\bot$ seja falso nesse modelo, $\neg P\Box_t\varphi$ é verdadeiro, o que basta para verificar a disjunção. Vale observar que essa última fórmula equivale a $H\neg\Box_t\varphi$, e esse operador forte para o passado é vacuamente verdadeiro em um modelo em que não há nenhum instante antecessor a t_0. ■

Teorema 3.31 (necessidade garante consenso final)**.** $\models_{\mathbf{PC}_h} \Box_t\varphi \to \Box_h^{t_0}\varphi$

Demonstração. (redução ao absurdo) Suponha $\neg\Box_h^{t_0}\varphi$ e $\Box_t\varphi$ em $t \in \mathscr{T}$. Pelo axioma do fim, ou t é igual a t_0 (o instante final), ou está em uma história $h(t,\mathscr{T})$ que termina em t_0. Se for o primeiro caso, φ é verdadeiro no presente, então, pelo teorema do consenso do presente, $(\varphi \wedge G\bot) \to \Box_h^{t_0}\varphi$, logo, $\Box_h^{t_0}\varphi$. Pelo segundo caso, também φ será verdadeiro no presente, pois $\Box_t\varphi$ faz a fórmula verdadeira em toda história h pela qual passa o instante t. Logo, também pelo teorema do consenso do presente e *modus ponens*, chegamos a $\Box_h^{t_0}\varphi$. Em ambos casos, temos uma contradição com a premissa $\neg\Box_h^{t_0}\varphi$ em t. ■

Teorema 3.32 (consensos sobrepostos)**.** *É possível construir modelos com consensos sobrepostos:*

1. *consensos contrários:* $\Box_h \varphi \wedge \Box_h \neg\varphi$;

2. *contrariedade de consensos finais:* $\Box_h^{t_0} \varphi \wedge \Box_h^{t_0} \neg\varphi$;

3. *contrariedade assimétrica de consensos:* $\Box_h^{t_0} \varphi \wedge \Box_h \neg\varphi$.

Demonstração. Construiremos modelos de exemplo de consensos sobrepostos.

1. (exemplo) Faça um modelo $\mathscr{M}$ com instantes $t, t_1, t_2, t_3, t_4 \in \mathscr{T}$ e $h', h'' \subseteq \mathscr{H}$ para h' formado por $t_3 \prec t_1 \prec t$ e h'' formado por $t_4 \prec t_2 \prec t$. Seja φ verdadeiro em t_1 e t_4 e $\neg\varphi$ verdadeiro em t_2 e t_3, temos em t tanto o consenso de φ quanto de sua negação. Ambas as fórmulas são verdadeiras em todas as histórias: $\Box_h \varphi \wedge \Box_h \neg\varphi$;

2. (exemplo) Faça um modelo $\mathscr{M}$ com instantes $t_0, t_1 \in \mathscr{T}$ com t_0 enquanto ponto final e $h \subseteq \mathscr{H}$ formado por $t_1 \prec t_0$. Deixe φ verdadeiro em t_0 e $\neg\varphi$ verdadeiro em t_1. Desse modo, por definição, temos $\Box_h^{t_0} \varphi \wedge \Box_h^{t_0} \neg\varphi$;

3. (exemplo) Construa exatamente o mesmo modelo da prova acima, podemos obter em t_0, por definição dos operadores, $\Box_h^{t_0} \varphi \wedge \Box_h \neg\varphi$.

■

Observação (diagramas)**.** Confira três diagramas abaixo de pontos e linhas que ilustram as formas de construir consensos sobrepostos.

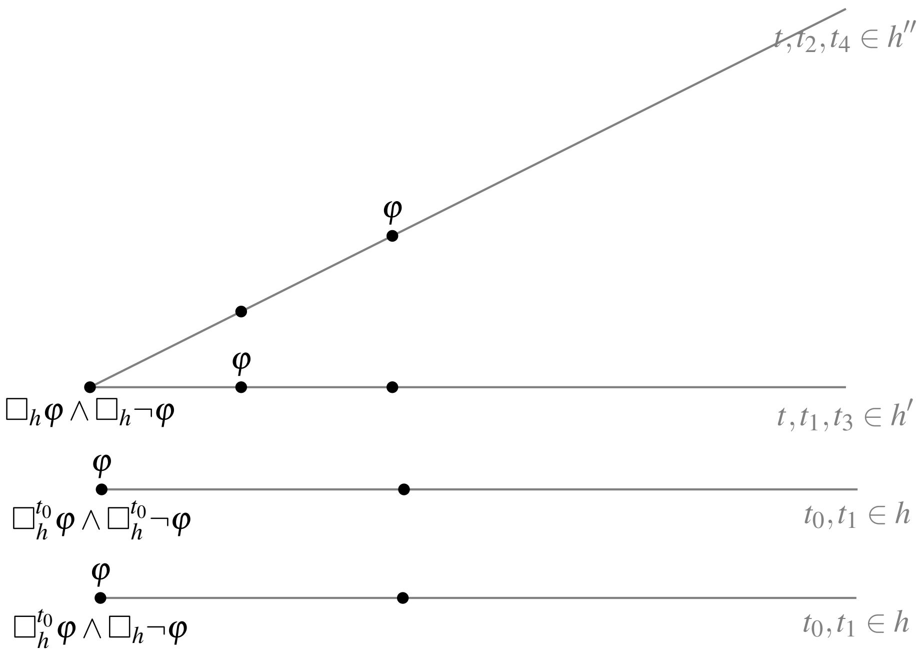


Figura 3.3.14: Diagramas para três tipos de consensos sobrepostos (de cima para baixo): consensos contrários, contrariedade de consensos finais e contrariedade assimétrica de consensos.

Teorema 3.33 (assimetria de consensos)**.** $\models_{\mathbf{PC}_h} \Box_h^{t_0} \varphi \rightarrow \Box_h \varphi$

Demonstração. (redução ao absurdo) Suponha $\Box_h^{t_0} \varphi$ e $\neg\Box_h \varphi$. Pela primeira fórmula, sabemos que estamos no instante final t_0. Por outro lado, pelo consequente negado, sabemos (por equivalência), que $\Diamond_h \neg\varphi$, o que significa que existe uma história h de t_0 em que $\neg\varphi$ é verdadeiro em todo t de h tal que $t \prec t_0$. Ocorre que o consenso final garante que φ é verdadeiro em algum instante de toda história de t_0, portanto, precisa ter um $t \prec t_0$ em que temos φ em t, o que gera uma contradição. ∎

Teorema 3.34 (contrariedade histórico-temporal)**.** *Há um caso em que uma fórmula pode ser verdadeira em todos os instantes e sua negação ser verdadeira em todas as histórias:* $\Box_t \varphi \wedge \Box_h \neg\varphi$

Demonstração. (exemplo) Faça um modelo com um único instante t_0 (instante final). Seja $\Box_t \varphi \wedge \Box_h \neg\varphi$ verdadeiro nesse instante, pelo primeiro conjunto, sabemos que φ é o caso nesse instante, dada a definição de necessidade aristotélica. Ao mesmo tempo, também é o caso que $\Box_h \neg\varphi$, pois $\neg\varphi$ vacuamente é verdadeiro em toda história (não há histórias nesse modelo). ∎

Corolário 3.34.1. *Existe um modelo em que* $\Box_t \varphi \wedge \Box_h^{t_0} \neg\varphi$

Demonstração. O mesmo modelo apresentado no teorema acima serve para tornar verdadeira a fórmula $\Box_t\varphi \wedge \Box_h^{t_0}\varphi$. ■

Teorema 3.35 (reflexividade do supersenso final)**.** $\models_{\mathbf{PC}_h} \Diamond_h^{t_0}\varphi \rightarrow \varphi$

Demonstração. Faremos uma prova direta. Assuma $\Diamond_h^{t_0}\varphi$ em t. Por definição, $t = t_0$ e φ é verdadeiro em t_0 e qualquer sucessor seu em uma história h (note que, na definição dos operadores finais, temos $\preceq$, e não $\prec$). Portanto, em t, provamos que $\Diamond_h^{t_0}\varphi \rightarrow \varphi$. ■

Teorema 3.36 (assimetria de supersensos)**.** $\models_{\mathbf{PC}_h} \Diamond_h^{t_0}\varphi \rightarrow \Diamond_h\varphi$

Demonstração. Como já demonstramos que as definições dos operadores finais são adequadas, esse teorema pode ser demonstrado facilmente pelas definições desses operadores e aquele do supersenso comum. A definição de $\Diamond_h^{t_0}\varphi$ equivale à de $\Diamond_h\varphi$, com exceção da condição de estar no instante final $G\bot$ e da condição de envolver o próprio instante presente, empregando $\preceq$ em vez de $\prec$ para o instante inicial da cadeia de instantes que define uma história. Sendo assim, como o instante final t_0 é um caso particular dos instantes $t \in \mathscr{T}$ e como a função $\prec$ subjaz a função $\preceq$, então todo supersenso final é um supersenso, $\Diamond_h^{t_0}\varphi \rightarrow \Diamond_h\varphi$. ■

Teorema 3.37 (contrassensos finais não existem)**.** $\models_{\mathbf{PC}_h} (\Diamond_h^{t_0}\varphi \wedge \Diamond_h^{t_0}\neg\varphi) \rightarrow (\varphi \wedge \neg\varphi)$

Demonstração. Esse teorema pode ser demonstrado facilmente também pela definição de $\Diamond_h^{t_0}$. Como esse operador só funciona no instante final t_0 e por definição a forma sobre a qual ele opera é verdadeira em uma história de t_0 e o próprio t_0, então a conjunção entre dois supersensos finais com uma fórmula e sua negação gerará uma contradição. ■

Observação (diagrama)**.** Confira abaixo um exemplo didático (nos moldes de pontos de linhas que usamos anteriormente) para visualizar por que contrassensos finais resultam em contradição.

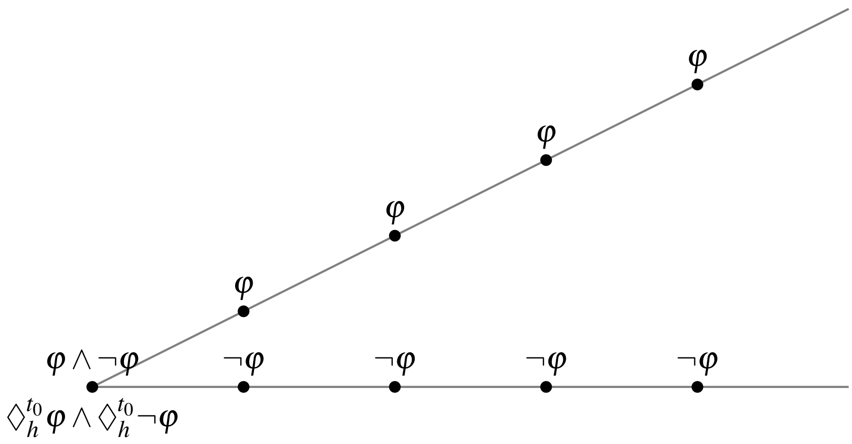


Figura 3.3.15: Exemplo de como um contrassenso final leva a uma contradição.

Corolário 3.37.1 (Contrassensos comuns podem existir)**.** *Contrassensos com operadores de supersenso usuais* $(\Diamond_h\varphi \wedge \Diamond_h\neg\varphi)$ *não levam a uma contradição como os contrassensos finais.*

Demonstração. Basta notar, pelas definições, bem como pela prova e pelo exemplo acima, que os contrassensos comuns não levam a essa contradição, pois eles não "se encontram" no presente. Toda fórmula verdadeira em uma história será falsa em outra e vice-versa; abrangem ramos distintos de instantes, os quais não incluem o instante inicial da história. ■

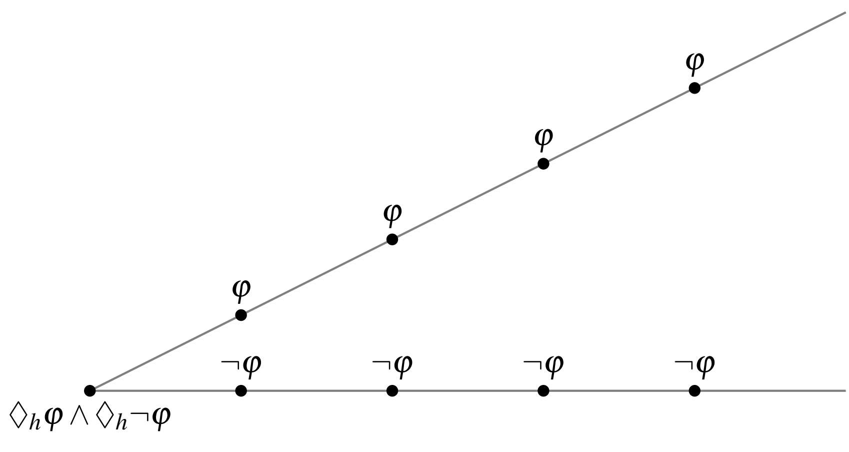


Figura 3.3.16: Exemplo de contrassenso (não reflexivo).

Por fim, encerraremos essa discussão sobre os operadores de consenso e supersenso mostrando a relação entre supersensos finais e supersensos (comuns) no presente. Isso ocorre porque nós definimos o consenso e o supersenso finais de tal forma a capturar o instante presente (podemos dizer que equivalem a instâncias de supersenso e de consenso reflexivos).

Teorema 3.38 (diferença entre supersenso final e supersenso no presente)**.** *Um supersenso final implica um supersenso no presente, mas de um supersenso no presente não se segue um supersenso final. Formalmente:* $\models_{\mathbf{PC}_h} \Diamond_h^{t_0}\varphi \to (\Diamond_h\varphi \wedge G\bot)$*, mas* $\not\models_{\mathbf{PC}_h} (\Diamond_h\varphi \wedge G\bot) \to \Diamond_h^{t_0}\varphi$*.*

Demonstração. ($\to$) Faremos uma prova direta. Assuma $\Diamond_h^{t_0}\varphi$ em um instante qualquer. Pela definição de $\Diamond_h^{t_0}\varphi$, temos que $G\bot$; e pelo teorema da assimetria de supersensos, $\Diamond_h^{t_0}\varphi \to \Diamond_h\varphi$, por *modus ponens*, temos $\Diamond_h\varphi$. Logo, $\Diamond_h^{t_0}\varphi \to (\Diamond_h\varphi \wedge G\bot)$.

(contraexemplo) Faça um modelo $\mathscr{M}$ com instantes $t_0, t_1 \in \mathscr{T}$ onde t_0 é o instante final e esse encadeamento forma uma história $h \subseteq \mathscr{H}$ tal que $h \in (t_0, \mathscr{T})$. Agora deixe φ ser verdadeiro no instante t_1. Nesse contexto, temos que $\models_{\mathbf{PC}_h} \Diamond_h\varphi \wedge G\bot$ e $\not\models_{\mathbf{PC}_h} \Diamond_h^{t_0}\varphi$. Pela teoria de modelos clássica, $\not\models_{\mathbf{PC}_h} (\Diamond_h\varphi \wedge G\bot) \to \Diamond_h^{t_0}\varphi$, ■

Teorema 3.39 (diferença entre consenso final e consenso no presente)**.** *Um consenso final implica um consenso no presente, mas de um consenso no presente não se segue um consenso final. Formalmente:* $\models_{\mathbf{PC}_h} \Box_h^{t_0}\varphi \to (\Box_h\varphi \wedge G\bot)$*, mas* $\not\models_{\mathbf{PC}_h} (\Box_h\varphi \wedge G\bot) \to \Box_h^{t_0}\varphi$*.*

Demonstração. ($\to$) Mais uma prova direta/construtiva. Assuma $(\Box_h\varphi \wedge G\bot)$ para um instante qualquer. Na verdade, o conjunto da direita nos garante de que estamos no instante final t_0, além disso, também afirma que φ é verdadeiro em qualquer história $h \in (t_0, \mathscr{T})$ para algum instante $t_* \prec t_0$ em cada uma delas. Disso se segue, pela natureza do instante final, que $\Box_h^{t_0}\varphi$, pois φ será verdadeiro em qualquer história $h \in (t_0, \mathscr{T})$ para algum $t_* \preceq t_0$ em cada uma história. Isso ocorre porque a única diferença estaria na possibilidade de φ ser verdadeiro somente em t_0. Se não houver nenhuma história, mas apenas t_0, então ambos os operadores de consenso serão verdadeiros vacuamente; enquanto que se houver alguma história h de t_0, então φ será verdadeiro em algum t_*, e, por definição, também será verdadeiro que $\Box_h^{t_0}\varphi$.

(contraexemplo) Faça um modelo $\mathscr{M}$ com instantes $t_0, t_1 \in \mathscr{T}$ onde t_0 é o instante final (sem futuro) e há uma história $h \in \mathscr{H}$ para essa cadeia de dois instantes. Agora deixe φ ser verdadeiro em t_0. Nesse caso, no instante final é verdadeiro $\Box_h^{t_0}\varphi$, mas $\Box_h\varphi$ é falso nesse mesmo instante. ■

Com base em nosso estudo de operadores até aqui, podemos formar o seguinte diagrama com uma síntese das relações que regem as necessidades, subsensos (possibilidades), consensos e supersensos em histórias:

$$\begin{tikzcd}
\Box_h^{t_0}\varphi & & \Diamond_h^{t_0}\varphi \arrow[dl] \arrow[d] \\
\Box_t\varphi \arrow[u] \arrow[r] \arrow[d] \arrow[drr] & \varphi \arrow[dl] & \Diamond_h\varphi \arrow[dll] \\
\Diamond_t\varphi & & \Box_h\varphi
\end{tikzcd}$$

Figura 3.3.17: Consensos e supersensos.

Por sua vez, segue abaixo uma síntese das relações que regem os dissensos históricos:

$$\begin{tikzcd}
 & \Diamond_h^{t_0}\varphi \wedge \Diamond_h^{t_0}\neg\varphi \arrow[rr] \arrow[dl] \arrow[dr] & & \varphi \wedge \neg\varphi \\
\Diamond_h^{t_0}\varphi \wedge \Diamond_h\neg\varphi \arrow[rr] \arrow[d] & & \Diamond_h^{t_0}\varphi \wedge \Diamond_t\neg\varphi \arrow[d] & \\
\Diamond_h\varphi \wedge \Diamond_h\neg\varphi \arrow[rr] \arrow[dr] & & \Diamond_h\varphi \wedge \Diamond_t\neg\varphi \arrow[dl] & \\
 & \Diamond_t\varphi \wedge \Diamond_t\neg\varphi & &
\end{tikzcd}$$

Figura 3.3.18: Relações entre dissensos.

Observação (dissensos explosivos)**.** Contrassenso final ($\Diamond_h^{t_0}\varphi \wedge \Diamond_h^{t_0}\neg\varphi$) e contradição ($\varphi \wedge \neg\varphi$) podem ser considerados *dissensos explosivos* em nosso sistema, pois implicam qualquer formula, pelo princípio clássico da explosão: $(\varphi \wedge \neg\varphi) \to \psi$. Note que o contrassenso final resulta em uma contradição (conforme o teorema anterior de que contrassensos finais não existem): $(\Diamond_h^{t_0}\varphi \wedge \Diamond_h^{t_0}\neg\varphi) \to (\varphi \wedge \neg\varphi)$. Esse fato decorre da propriedade reflexiva do supersenso final (abrange o próprio presente, não somente instantes pretéritos em uma história). Para mais detalhes sobre esse resultado, ver Apêndice B.

Por outro lado, em semântica de instantes, com os operadores tradicionais, não é possível definir um consenso sem que envolva o próprio instante presente. Por essa e outras razões, a linguagem **PC** (e suas extensões) é consideravelmente mais expressiva que a de $\mathbf{K}_{bh}$ (e suas extensões), tornando-se especialmente útil para sentenças da História da Historiografia, área responsável por escrever "a história da história", e na qual é comum encontrarmos sentenças como: "Foi uma vez consensual que as estátuas greco-romanas não foram originalmente tingidas", ou: "Há um consenso de que foi uma vez consensual que as estátuas greco-romanas não foram originalmente pintadas".

Sentenças como essas podem ser capturadas pela linguagem **PC**, e o fato de um consenso ter sido superado ou consolidado pode ser analisado com o teorema da superação de consensos e o teorema da consolidação de consensos. Além disso, como vimos, podemos também categorizar tipos de dissensos e de analiticidades no decorrer da prática e da história das ciências históricas.

Observação (possibilidade de extensão com (LIN-h))**.** Note que, nesse contexto, o princípio (LIN-h) é pouco interessante para estender **PC**, uma vez que, ao impedir ramificações em outros instantes que não o t_0, limita bastante as capacidades do sistema de descrever "consensos de consensos" e "consensos de dissensos" etc. Em outras palavras, é preferível para a História da Historiografia modelos que permitam ramificações de ramificações.

3.4 Conclusões parciais

Nesta longa seção de resultados lógicos, sobretudo com respeito à linguagem e à semântica, analisamos como podemos capturar formalmente as intuições centrais estudadas no capítulo anterior.

Começamos por interpretar nossas estruturas de pontos e linhas em analogia com os esquemas prévios de setas e livros historiográficos com afirmações concordantes ou divergentes entre si. E estabelecemos os componentes de nossa linguagem temporal a partir da lógica proposicional clássica (tomando como primitivos os operadores $\neg$ e $\wedge$) acrescida dos operadores de Prior (tomando como primitivos H e G), os quais foram combinados para formarem operadores temporais complexos (com destaque para a necessidade e a possibilidade aristotélicas, $\Box_t$ e $\Diamond_t$; a necessidade e a possibilidade contradiodorenas, $\Box_{t\preceq}$ e $\Diamond_{t\preceq}$; e consenso final e supersenso final, $\Box_h^{t_0}$ e $\Diamond_h^{t_0}$, aqui definidos em termos puramente de instantes).

Também estudamos quais os princípios semânticos relevantes para que nossas estruturas capturem nossa noção de "consenso histórico", bem como torne viável a analogia entre teorias históricas e histórias. Para tal, formulamos sintaticamente e analisamos semanticamente os princípios (TRAN), (IRR), (END), ($CON^{(END)}$) e (LIN-h). Além disso, introduzimos a noção de "bissimulação" e a empregamos para o estudo de "semelhança entre teorias históricas".

Por fim, diferenciamos uma estrutura típica de Kripke para o tempo de uma estrutura peirciana, que nos permite falar de histórias, além de instantes independentes, e definimos "histórias" a partir de uma visão mais específica de "ramo". Com base em estruturas peircianas, formulamos diferentes sistemas **PC** que extendem os sistemas $\mathbf{K}_{bh}$ e genrelizam a noção de "consenso histórico". Assim, exploramos a riqueza expressiva dos sistemas **PC**, estudando uma série de teoremas interessantes, desde aqueles que expressam resultados lógicos fundamentais, como de introspecção histórica, necessidade histórica, historicidade e adequação de consenso final e supersenso final, até diversos resultados teóricos relevantes acerca de co-historicidade, consenso e supersenso complexos, explicação histórica, e falseabilidade de consensos e supersensos no tempo.

No tópico seguinte, examinaremos a fundamentação metalógica de nosso empreendimento, com resultados que não apenas solidificarão a base dos sistemas deste capítulo, mas também de capítulos posteriores. Nosso objetivo a seguir é analisar de forma clara, precisa e razoavelmente rigorosa a linguagem com a qual trabalhamos, a fim de analisarmos propriedades importantes de nossos sistemas, tais como de consistência, completude e compacidade. Para isso, também apresentaremos um método de prova por tableaux, o qual será também de grande importância para os capítulos posteriores desta tese.

4 Sintaxe e teoremas de adequação

Poderíamos supor que a realidade deve ser mantida a todo custo. No entanto, embora essa possa ser a atitude moral a fazer, não é necessariamente a coisa mais útil a fazer. Os próprios gregos escolheram o ideal em vez do real na sua geometria e demonstraram muito bem que muito mais poderia ser alcançado pela consideração da linha e da forma abstratas do que pelo estudo das linhas e formas reais do mundo; a maior compreensão alcançada através da abstração poderia ser aplicada de forma mais útil à própria realidade que foi ignorada no processo de aquisição de conhecimento.

Isaac Asimov, *The Relativity of Wrong*

QUESTÕES DE CADA SUBSEÇÃO

Capítulo 4

1. O que precisamos para montar uma sintaxe adequada à semântica de sistemas com consenso histórico?
2. Os sistemas de lógica do consenso são corretos e completos?

Neste tópico demonstraremos a determinação (correção e completude) dos sistemas anteriormente mencionados a fim de suportarem a operação de consenso histórico de um ponto de vista estático.

4.1 Noções preliminares

Principal símbolo desta seção: $||\varphi||^{\mathscr{M}}$.

Considere uma linguagem $\mathscr{L}$ como um conjunto enumerável de *fórmulas atômicas*:

$p_0, p_1, p_2, ..., p_n$ (para n número natural). Por praticidade, p, q ou r também pode ser usados para proposições arbitrárias nesse conjunto. Para nos referirmos a fórmulas quaisquer (atômicas ou não) de nosso sistema, utilizaremos $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n$, ou simplesmente φ, ψ ou ξ.

Se essas são as sentenças mais simples de nossa linguagem, as sentenças compostas ou *fórmulas moleculares* são formadas por um ou mais dos *operadores sintáticos* já apresentados em semânticas diferentes e agora unificados abaixo.

Operadores clássicos e temporais:

$$\top, \bot, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, P, F, H, G, \Box_t, \Box_{\preceq t}, \Box_{t\preceq}, \Diamond_t, \Diamond_{\preceq t}, \Diamond_{t\preceq}$$

Operadores históricos até agora apresentados:

$$\Box_g, \Box_h, \Box_{hg}^{\wedge}, \Box_{hg}^{\vee}, \Diamond_g, \Diamond_h, \Diamond_{hg}^{\wedge}, \Diamond_{hg}^{\vee}, \Box_h^{t_0}, \Diamond_h^{t_0}$$

Vale lembrar que o operador de consenso final binário (ou pseudo-unário) $\bot\Box_h\varphi$ foi introduzido apenas provisoriamente e depois substituído por $\Box_h^{t_0}$, então não o incluímos na lista acima; e também não incluímos os operadores definidos apenas no Apêndice. Mas como estamos definindo os termos gerais de nossas fórmulas, devemos incluir todos os demais operadores. Em sistemas que serão apresentados nos capítulos posteriores (ou nos apêndices), temos mais os seguintes operadores:

$$\Box_{hg}^{*\wedge}, \Box_{hg}^{*\vee}, [\cdot], \langle\cdot\rangle, \Box_h^{t_*}, \Diamond_h^{t_*}, \Box_g^{t_*}, \Diamond_g^{t_*}$$

Apresentaremos operadores temporais e históricos simétricos para uma semântica temporal ampliada:

$$\Box_w, \Box_{\preceq w}, \Box_{w\preceq}, \Diamond_w, \Diamond_{\preceq w}, \Diamond_{w\preceq}, P^w, F^w, H^w, G^w, \Box_g^w, \Box_h^w, \Diamond_g^w, \Diamond_h^w, \Box_{hg}^{w\wedge}, \Box_{hg}^{w\vee},$$

$$\Box_h^{w_*}, \Diamond_h^{w_*}, \Box_{hg}^{w*\wedge}, \Box_{hg}^{w*\vee}, \Diamond_g^{w_*}, \Box_g^{w_*}$$

Observação (operadores abreviativos)**.** Vale destacar que essa lista não exaure todas as possibilidades de operadores modais definíveis por abreviação, mas apenas aqueles que optamos definir para os fins desta pesquisa.

A matemática, no âmbito da sintaxe, pode ser vista como um jogo de símbolos regido puramente por regras. De fato, os sentidos que atribuímos aos nossos símbolos anteriormente não interferirão em nada neste tópico. Desse modo, podemos incluir nesta seção todos os símbolos acima listados, incluindo aqueles que não foram definidos ainda semanticamente. Nosso conjunto total de fórmulas nesta tese pode ser formalmente definido como se segue:

Definição 4.1 (fórmulas)**.**

1. *p_n é uma fórmula, para $n \in \mathbb{N}$.*

2. *$\neg\varphi$ é uma fórmula sse φ é uma fórmula.*

3. *$\varphi \wedge \psi$ é uma fórmula sse φ e ψ são fórmulas.*

4. *$G\varphi$ é uma fórmula sse φ é uma fórmula.*

5. *$H\varphi$ é uma fórmula sse φ é uma fórmula.*

6. *$\Box_h\varphi$ é uma fórmula sse φ é uma fórmula.*

7. *$\Box_g\varphi$ é uma fórmula sse φ é uma fórmula.*

8. *$\Box_h^{t_*}\varphi$ é uma fórmula sse φ é uma fórmula.*

9. *$\Box_g^{t_*}\varphi$ é uma fórmula sse φ é uma fórmula.*

10. *$[\varphi]\psi$ é uma fórmula sse φ e ψ são fórmulas.*

11. *$G^w\varphi$ é uma fórmula sse φ é uma fórmula.*

12. *$H^w\varphi$ é uma fórmula sse φ é uma fórmula.*

13. *$\Box_g^w\varphi$ é uma fórmula sse φ é uma fórmula.*

14. *$\Box_h^w\varphi$ é uma fórmula sse φ é uma fórmula.*

15. *$\Box_h^{w_*}\varphi$ é uma fórmula sse φ é uma fórmula.*

16. *$\Box_g^{w_*}\varphi$ é uma fórmula sse φ é uma fórmula.*

17. *Nada mais é fórmula.*

Sendo uma *subfórmula* ou *subsentença* de uma fórmula (molecular) φ referida como $\mathrm{Sn}(\varphi)$ e definida como se segue:

Definição 4.2 (subfórmulas)**.**

1. *$Sn(p_n) = \{p_n\}$, para n número natural.*

2. $\mathrm{Sn}(\neg\varphi) = \{\neg\varphi\} \cup \mathrm{Sn}\{\varphi\}$.

3. $\mathrm{Sn}(\varphi \wedge \psi) = \{\varphi \wedge \psi\} \cup \mathrm{Sn}\{\varphi\} \cup \mathrm{Sn}\{\psi\}$.

4. $\text{Sn}(H\varphi) = \{H\varphi\} \cup \text{Sn}\{\varphi\}$.

5. $\text{Sn}(G\varphi) = \{G\varphi\} \cup \text{Sn}\{\varphi\}$.

6. $\text{Sn}(\Box_h\varphi) = \{\Box_h\varphi\} \cup \text{Sn}\{\varphi\}$.

7. $\text{Sn}(\Box_g\varphi) = \{\Box_g\varphi\} \cup \text{Sn}\{\varphi\}$.

8. $\text{Sn}(\Box_h^{t_*}\varphi) = \{\Box_h^{t_*}\varphi\} \cup \text{Sn}\{\varphi\}$.

9. $\text{Sn}(\Box_g^{t_*}\varphi) = \{\Box_g^{t_*}\varphi\} \cup \text{Sn}\{\varphi\}$.

10. $\text{Sn}([\varphi]\psi) = \{[\varphi]\psi\} \cup \text{Sn}\{\varphi\} \cup \text{Sn}\{\psi\}$.

11. $\text{Sn}(G^w\varphi) = \{G^w\varphi\} \cup \text{Sn}\{\varphi\}$.

12. $\text{Sn}(H^w\varphi) = \{H^w\varphi\} \cup \text{Sn}\{\varphi\}$.

13. $\text{Sn}(\Box_h^w\varphi) = \{\Box_h^w\varphi\} \cup \text{Sn}\{\varphi\}$.

14. $\text{Sn}(\Box_g^w\varphi) = \{\Box_g^{w_*}\varphi\} \cup \text{Sn}\{\varphi\}$.

15. $\text{Sn}(\Box_h^{w_*}\varphi) = \{\Box_h^{w_*}\varphi\} \cup \text{Sn}\{\varphi\}$.

16. $\text{Sn}(\Box_g^{w_*}\varphi) = \{\Box_g^{w_*}\varphi\} \cup \text{Sn}\{\varphi\}$.

Em síntese, todos os símbolos primitivos para os sistemas desta tese que não de proposições atômicas são os seguintes:

$$\neg, \wedge, H, G, \Box_h, \Box_g, \Box_h^{t_*}, \Box_g^{t_*}, [\cdot], H^w, G^w, \Box_h^w, \Box_g^w, \Box_h^{w_*}, \Box_g^{w_*}$$

Observação (ausência dos últimos operadores primários nos teoremas de adequação)**.** Nos teoremas abaixo, para mostrar a adequação de nossos sistemas, não estão inclusos os operadores $G^w, H^w, [\cdot], \Box_h^w, \Box_g^w, \Box_h^{w_*}, \Box_g^{w_*}$. Os operadores $\Box_h^{t_*}, \Box_g^{t_*}$ foram abordados no Apêndice B. No mais, isso se deve a duas razões que serão esclarecidas em capítulos posteriores. Para o caso de $[\cdot]$, não precisaremos, pois oferecemos um método para traduzir as fórmulas com esse operador para fórmulas apenas com operadores de Prior e operadores históricos. E G^w, H^w, $\Box_h^w$ e $\Box_g^w$ não precisam ser incluídos porque, como mostraremos ao final da tese, eles funcionam simetricamente como os operadores G, H, $\Box_h$ e $\Box_g$, apenas com a diferença de que esses últimos atuarão unicamente em um subconjunto do conjunto total de mundos possíveis em uma estrutura de Kripke.

Os demais operadores surgem por definição abreviativa a partir desses, os quais podem ser divididos entre operadores abreviativos clássicos, temporais, históricos (em duas subcategorias) e um operador dual dinâmico, conforme as listagens abaixo.

Operadores abreviativos clássicos (definidos nos primeiros capítulos):

$$\top, \bot, \vee, \leftrightarrow, \rightarrow$$

Operadores abreviativos temporais (definidos nos primeiros capítulos e, os últimos quatro, nos capítulos finais):

$$P, F, \Diamond_h, \Diamond_g, \Box_t, \Box_{t\preceq}, \Box_{\preceq t}, \Diamond_t, \Diamond_{t\preceq}, \Diamond_{\preceq t}, P^w, F^w, \Box_w, \Diamond_w$$

Operadores abreviativos t-históricos (definidos no capítulo anterior e no Apêndice B):

$$\Diamond_h^t, \Diamond_g^t, \Box_{hg}^{\wedge}, \Box_{hg}^{\vee}, \Diamond_{hg}^{\wedge}, \Diamond_{hg}^{\vee}, \Box_h^{t_0}, \Diamond_h^{t_0}, \Diamond_h^{t_*}, \Diamond_g^{t_*}, \Box_{hg}^{t*\wedge}, \Box_{hg}^{t*\vee}, \Diamond_{hg}^{t*\wedge}, \Diamond_{hg}^{t*\vee}$$

Operadores abreviativos w-históricos (serão definidos no final da tese):

$$\Diamond_h^w, \Diamond_g^w, \Box_{hg}^{w\wedge}, \Box_{hg}^{w\vee}, \Diamond_{hg}^{w\wedge}, \Diamond_{hg}^{w\vee}, \Diamond_h^{w_*}, \Diamond_g^{w_*}, \Box_{hg}^{w*\wedge}, \Box_{hg}^{w*\vee}, \Diamond_{hg}^{w*\wedge}, \Diamond_{hg}^{w*\vee}$$

Operador abreviativo dinâmico (será definido no capítulo seguinte):

$$\langle \cdot \rangle$$

Outra convenção importante é a que usaremos para nos referir à validade de uma fórmula dentro de uma classe C de modelos, semelhantemente como já nos referimos à validade de uma fórmula em um modelo $\mathscr{M}$:

Definição 4.3 (validade em um modelo)**.** $\models^{\mathscr{M}} \varphi$ *sse para todo instante t em* $\mathscr{M}$*,* $\models_t^{\mathscr{M}} \varphi$*.*

Definição 4.4 (validade em uma classe de modelos)**.** $\models_{\mathrm{C}} \varphi$ *sse para todo modelo* $\mathscr{M}$ *em* C*,* $\models^{\mathscr{M}} \varphi$*.*

Do ponto de vista sintático, utilizaremos $\vdash \varphi$ para quando φ é um teorema.

Tratando-se da sintaxe das lógicas de consenso histórico, frequentemente passaremos de uma definição a outra dos operadores definidos como duais na semântica e das demais operações abreviativas. Isso é possível pela Regra de Substituição de Equivalentes.[36]

Dadas essas definições, é interessante apresentar aqui também um teorema importante que podemos obter facilmente delas sobre nossas fórmulas e operações já semanticamente estabelecidas.

Lema 4.1 (classe de um modelo)**.** *Onde* C *é uma classe qualquer de modelos:*

1. *Se* φ *é uma tautologia (do cálculo proposicional clássico), então* $\models_{\mathrm{C}} \varphi$.

2. *Se* $\models_{\mathrm{C}} \varphi \rightarrow \psi$ *e* $\models_{\mathrm{C}} \varphi$*, então* $\models_{\mathrm{C}} \psi$.

Demonstração. (1) segue-se facilmente pela definição de valoração do tópico anterior. Quanto a (2), seja C uma classe de modelos e suponha que $\models_{\mathrm{C}} \varphi \rightarrow \psi$ e $\models_{\mathrm{C}} \varphi$ são verdadeiros. Então para todo instante de tempo t em todo modelo $\mathscr{M}$ em C ambos são verdadeiros: $\models_t^{\mathscr{M}} \varphi \rightarrow \psi$ e $\models_t^{\mathscr{M}} \varphi$. Disso se segue que para todo instante t em todo modelo $\mathscr{M}$ em C, $\models_t^{\mathscr{M}} \psi$, o que significa que, por definição, $\models_{\mathrm{C}} \psi$. ■

Teorema 4.2 (inferência proposicional)**.** *Seja* φ *uma consequência tautológica clássica de* $\bigwedge_{i=1}^{n} \varphi_i$*. Então se* C *é qualquer classe de modelos tal que* $\models_{\mathrm{C}} \bigwedge_{i=1}^{n} \varphi_i$*, então* $\models_{\mathrm{C}} \varphi$.

Demonstração. Suponha que φ é uma consequência tautológica de $\bigwedge_{i=0}^{n} \varphi_i$. Então $\varphi_1 \rightarrow (\ldots \rightarrow (\varphi_n \rightarrow \varphi)\ldots)$ é uma tautologia, e, portanto, por (1) do lema anterior, é válida. Se supomos ainda que cada fórmula em $\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n$ é válida na classe C dos modelos, então, por (2) do lema n vezes, descobrimos que φ é também válida em C. ■

Esse teorema estabelece que a seguinte regra de inferência proposicional (RPL) é sempre correta:

(RPL) Se $\bigwedge_{i=0}^{n} \varphi_i$ for teorema, então $\vdash \varphi$

Um caso particular dela é a regra de *Modus Ponens* (MP):

(MP) Se $\vdash \varphi$ e $\vdash \varphi \rightarrow \psi$, então $\vdash \psi$

Definição 4.5 (inferência razoável)**.** *Dizemos que uma regra de inferência é razoável se é um caminho efetivo de trazer sentenças das hipóteses em relação à conclusão.*

[36] Não nos ocuparemos da prova indutiva dessa regra, mesmo porque tal esquema também é usualmente empregado em lógica proposicional clássica. Para linhas gerais da prova em sistemas modais, onde liga-se à prova de redução de modalidades, ver, por exemplo, SIDER, 2010, pp. 171–172.

Também outras regras razoáveis além de (MP) são cobertas por (RPL), como a de silogismo hipotético: Se $\vdash \varphi \to \psi$ e $\vdash \psi \to \xi$, então $\vdash \psi \to \xi$.

Convém ainda estabelecer a noção de *conjunto-verdade*, $||\varphi||^{\mathscr{M}}$. O conjunto-verdade de uma fórmula φ no modelo $\mathscr{M}$ consiste no conjunto dos instantes em $\mathscr{M}$ em que φ é verdadeira. Formalmente:

Definição 4.6 (conjunto-verdade)**.** $||\varphi||^{\mathscr{M}} = \{t \textit{ em } \mathscr{M} : \models_t^{\mathscr{M}} \varphi\}$.

Essa definição pode ser aplicada a todos os operadores clássicos, utilizando as respectivas condições de verdade apresentadas na seção anterior. Assim, obtemos as seguintes propriedades:

Teorema 4.3 (propriedades de conjunto-verdade)**.** *Seja $\mathscr{M} = (T, \prec, PROP)$ um modelo temporal com proposições atômicas p_n indexadas:*

1. $||p_n||^{\mathscr{M}} = \{t \textit{ em } \mathscr{M} : \models_t^{\mathscr{M}} p_n\}$.
2. $||\top||^{\mathscr{M}} = T$.
3. $||\bot||^{\mathscr{M}} = \emptyset$.
4. $||\neg\varphi||^{\mathscr{M}} = T - ||\varphi||^{\mathscr{M}}$.
5. $||\varphi \wedge \psi||^{\mathscr{M}} = ||\varphi||^{\mathscr{M}} \cap ||\psi||^{\mathscr{M}}$.
6. $||\varphi \vee \psi||^{\mathscr{M}} = ||\varphi||^{\mathscr{M}} \cup ||\psi||^{\mathscr{M}}$.
7. $||\varphi \to \psi||^{\mathscr{M}} = (T - ||\varphi||^{\mathscr{M}}) \cup ||\psi||^{\mathscr{M}}$.
8. $||\varphi \leftrightarrow \psi||^{\mathscr{M}} = ((T - ||\varphi||^{\mathscr{M}}) \cup ||\psi||^{\mathscr{M}}) \cap ((T - ||\psi||^{\mathscr{M}}) \cup ||\varphi||^{\mathscr{M}})$.

Observação (proposição necessária em um modelo)**.** Nessa lista, o conjunto-verdade $||\top||$ corresponde a uma proposição necessária em um modelo $\mathscr{M}$, uma vez que determina que $\top$ é verdadeiro em todo modelo $\mathscr{M}$. Em conformidade com a regra de necessitação temporal, temos que $\models^{\mathscr{M}} H\varphi$ e $\models^{\mathscr{M}} G\varphi$ se e somente se $||\top||^{\mathscr{M}} = ||\varphi||^{\mathscr{M}}$; alternativamente, podemos dizer que $||\top||^{\mathscr{M}} \subseteq ||\varphi||^{\mathscr{M}}$, o que signica que o conjunto verdade de $\top$ implica a fórmula, uma vez que, dadas duas fórmulas φ e ψ, $||\varphi||^{\mathscr{M}} \subseteq ||\psi||^{\mathscr{M}}$ sse $\models^{\mathscr{M}} \varphi \to \psi$.

Por fim, algumas noções fundamentais em lógica modal:

Definição 4.7 (sistema modal)**.** *Um conjunto de fórmulas com linguagem modal é um sistema de lógica modal sse é fechado por (RPL).*

Utilizamos Σ como uma variável para conjuntos de sentenças que são sistemas de lógica modal, os quais por vezes serão chamados só de 'sistemas' ou de 'lógicas modais' ou simplesmente 'lógicas'. Desse modo, onde $\vdash_\Sigma$ denota "teorema de Σ", dizemos que

Definição 4.8 (teorema)**.** $\vdash_\Sigma \varphi$ *sse* $\varphi \in \Sigma$

Uma fórmula φ é *dedutível* de um conjunto de fórmulas Γ em um sistema Σ se e somente se Σ contém um teorema da forma

$$\bigwedge_{i=0}^{n} \varphi_i \to \varphi$$

onde as fórmulas conjuntas $\bigwedge_{i=0}^{n} \varphi_i$ do antecedente são fórmulas em Γ.

Um conjunto de fórmulas Γ é *consistente* em Σ (i.e. $\mathrm{Con}_\Sigma\Gamma$) só no caso em que a fórmula $\perp$ não é Σ-dedutível de Γ. Assim, Γ é *inconsistente* em Σ (i.e. $\mathrm{C\o n}_\Sigma\Gamma$) somente quando $\Gamma \vdash_\Sigma \perp$. Mais formalmente:

Definição 4.9 (dedutibilidade)**.** $\Gamma \vdash_\Sigma \varphi$ *sse existem* $\bigwedge_{i=0}^{n} \varphi_i \in \Gamma$ *tais que* $\vdash_\Sigma \bigwedge_{i=0}^{n} \varphi_i \to \varphi$.

Definição 4.10 (consistência)**.** *Um sistema Σ é consistente sse não existe nenhuma fórmula φ de sua linguagem em que siga ambos: φ e $\neg\varphi$. E notamos como $\mathrm{Con}_\Sigma\varphi$ uma fórmula φ consistente no sistema Σ, onde φ é Σ-consistente sse $\neg\varphi$ não é teorema de Σ.*

Abaixo algumas propriedades conhecidas da dedutibilidade e da consistência que não serão provadas aqui[37]:

Teorema 4.4 (algumas propriedades da dedutibilidade e da consistência)**.** *Segue uma lista de propriedades da dedutibilidade e da consistência:*

1. $\vdash_\Sigma \varphi$ *sse* $\emptyset \vdash_\Sigma \varphi$.

2. $\vdash_\Sigma \varphi$ *sse para todo* $\Gamma, \Gamma \vdash_\Sigma \varphi$.

3. *Se* $\Gamma \vdash \varphi$*, então* $\Gamma \vdash_\Sigma \varphi$.

4. *Se* $\varphi \in \Gamma$*, então* $\Gamma \vdash_\Sigma \varphi$.

[37] Para saber mais sobre as provas, ver CHELLAS, 1980, pp. 47–49.

5. *Se* $\Gamma \vdash_\Sigma \psi$ *e* $\{\psi\} \vdash_\Sigma \varphi$*, então* $\Gamma \vdash_\Sigma \varphi$.

6. *Se* $\Gamma \vdash_\Sigma \varphi$ *e* $\Gamma \subseteq \Delta$*, então* $\Delta \vdash_\Sigma \varphi$.

7. $\Gamma \vdash_\Sigma \varphi$ *sse existe um subconjunto finito* Δ *de* Γ *tal que* $\Delta \vdash_\Sigma \varphi$.

8. $\Gamma \vdash_\Sigma \varphi \to \psi$ *sse* $\Gamma \cup \{\varphi\} \vdash_\Sigma \psi$.

9. $Con_\Sigma\Gamma$ *sse existe algum* φ *tal que não é o caso que* $\Gamma \vdash_\Sigma \varphi$.

10. $Con_\Sigma\Gamma$ *sse não existe um* φ *tal que* $\Gamma \vdash_\Sigma \varphi$ *e* $\Gamma \vdash_\Sigma \neg\varphi$.

11. *Se* $Con_\Sigma\Gamma$*, então* $Con\Gamma$.

12. *Se* $Con_\Sigma\Gamma$ *e* $\Delta \subseteq \Gamma$*, então* $Con_\Sigma\Delta$.

13. $Con_\Sigma\Gamma$ *sse para todo subconjunto finito* Δ *de* Γ*,* $Con_\Sigma\Delta$.

14. $\Gamma \vdash_\Sigma \varphi$ *sse não* $Con(\Gamma \cup \{\neg\varphi\})$.

15. $Con_\Sigma(\Gamma \cup \{\varphi\})$ *sse não é o caso que* $\Gamma \vdash_\Sigma \neg\varphi$.

Um conjunto Γ de fórmulas é *maximal* em um sistema Σ (i.e., $\mathrm{Max}_\Sigma\Gamma$) no caso de ser Σ-consistente e ter somente extensões próprias Σ-inconsistentes. Intuitivamente, um conjunto é maximal se é consistente e contém o máximo de sentenças possível sem se tornar inconsistente. Numa definição mais rigorosa:

Definição 4.11 (conjunto maximal de fórmulas)**.** $Max_\Sigma\Gamma$ *sse (i)* $Con_\Sigma\Gamma$*, e (ii) para todo* φ*, se* $Con_\Sigma(\Gamma \cup \{\varphi\})$*, então* $\varphi \in \Gamma$.

Note que, pela cláusula (ii), a adição de qualquer fórmula que não esteja já no conjunto Γ torna-o inconsistente. Os conjuntos maximais de fórmulas possuem propriedades que nos serão fundamentais para a determinação de nossos sistemas lógicos[38]:

Teorema 4.5 (propriedades de $\mathrm{Max}_\Sigma\Gamma$)**.** *Seja* Γ *um conjunto de sentenças* Σ*-maximal. Então:*

1. $\varphi \in \Gamma$ *sse* $\Gamma \vdash_\Sigma \varphi$.

2. $\Sigma \subseteq \Gamma$.

3. $\top \in \Gamma$.

[38] A prova dessas propriedades, em linhas gerais, é dada em CHELLAS, 1980, pp. 53–55.

4. $\perp \notin \Gamma$.

5. $\neg\varphi \in \Gamma$ *sse* $\varphi \notin \Gamma$.

6. $\varphi \wedge \psi \in \Gamma$ *sse* $\varphi \in \Gamma$ *e* $\psi \in \Gamma$.

7. $\varphi \vee \psi \in \Gamma$ *sse* $\varphi \in \Gamma$ *ou* $\psi \in \Gamma$.

8. $\varphi \rightarrow \psi \in \Gamma$ *sse se* $\varphi \in \Gamma$ *então* $\psi \in \Gamma$.

9. $\varphi \leftrightarrow \psi \in \Gamma$ *sse* $\varphi \in \Gamma$ *se e somente se* $\psi \in \Gamma$.

10. Γ *é um* Σ*-sistema*.

Quando Γ é um conjunto decidível de fórmulas e as regras de inferência são razoáveis e finitas, Σ é dito *axiomatizável*, Γ seu conjunto de *axiomas*, e juntos (axiomas e regras) constituem a *axiomatização* dessa lógica. No nosso caso, além de (MP), contamos com a necessitação-para-trás (RN_H) e para-frente (RN_G):

(RN_G) Se $\vdash \varphi$, então $\vdash G\varphi$.

(RN_H) Se $\vdash \varphi$, então $\vdash H\varphi$.

Essas regras acima são casos particulares da regra geral da consequência modal no tempo (RK_G e RK_H), no caso de $n = 0$:

(RK_G) Se $\vdash \bigwedge_{i=0}^{n} \varphi_i \rightarrow \varphi$, então $\vdash \bigwedge_{i=0}^{n} G\varphi_i \rightarrow G\varphi$.

(RK_H) Se $\vdash \bigwedge_{i=0}^{n} \varphi_i \rightarrow \varphi$, então $\vdash \bigwedge_{i=0}^{n} H\varphi_i \rightarrow H\varphi$.

Provaremos agora que (RK_H/RK_G), assim como (RPL), é valida na classe C qualquer de modelos (preserva validade). Para isso, provaremos dois lemas: basicamente que a regra (RN_H/RN_G) preserva validade e o axioma (K_H/K_G) é válido em C.

Lema 4.6 (preservação de validade em fórmula modal)**.** *Se* $\models_{\mathrm{C}} \varphi$*, então* $\models_{\mathrm{C}} H\varphi$*; Se* $\models_{\mathrm{C}} \varphi$*, então* $\models_{\mathrm{C}} G\varphi$*.*

Demonstração. Se $\models_{\mathrm{C}} \varphi$, vacuamente, pela definição de H, segue-se que $\models_{\mathrm{C}} H\varphi$. *Mutatis mutandis*, $\models_{\mathrm{C}} G\varphi$. ■

Lema 4.7 (preservação de validade em inferência modal)**.** $\models_C H(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (H\varphi \rightarrow H\psi)$*;* $G(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (G\varphi \rightarrow G\psi)$

Demonstração. Considere um modelo qualquer $\mathscr{M}'$. Assuma que $H(\varphi \to \psi)$ e que não é o caso que $H\varphi \to H\psi$, ambos em um instante $t \in T$. Se não é o caso que $H\varphi \to H\psi$, pela definição verifuncional da implicação, $H\varphi$ é verdadeira (é o caso) e a fórmula $H\psi$, não. Se essa última não é o caso, então, pela definição de H, existe um $t_1 \prec t$ onde $\neg\psi$ é verdadeira. *Mutatis mutandis*, prova-se o mesmo para $G(\varphi \to \psi) \to (G\varphi \to G\psi)$. ■

Teorema 4.8 (regra de necessitação preserva validade em uma classe de modelos)**.** *Dada uma fórmula φ e $n \geq 0$:*

1. $\models \bigwedge_{i=0}^{n} \varphi_i \to \varphi$*, então* $\models \bigwedge_{i=0}^{n} G\varphi_i \to G\varphi$.
2. $\models \bigwedge_{i=0}^{n} \varphi_i \to \varphi$*, então* $\models \bigwedge_{i=0}^{n} H\varphi_i \to H\varphi$.

Demonstração. Segue-se por uma prova por indução sobre a quantidade n de fórmulas no antecedente de $\phi_i \to \phi$.

Quando $n = 0$, dizemos que os antecedentes são identificados com seus consequentes. Então, para a base da indução, precisamos mostrar que, para qualquer classe C de modelos, se $\models_{\mathrm{C}} \varphi$, então $\models_{\mathrm{C}} H\varphi$ e $\models_{\mathrm{C}} G\varphi$. Isso é dado pelo lema anterior.

Para a parte indutiva da prova, assumimos como hipótese indutiva que o teorema se mantém para todo número natural $k < n$, e mostramos que isso se mantém, também, em n. Colocamos a hipótese a seguir:

Para $k < n$, se $\models_{\mathrm{C}} (\psi_1 \wedge ... \wedge \psi_k) \to \psi$, então $\models_{\mathrm{C}} (H\psi_1 \wedge ... \wedge H\psi_k) \to H\psi$. Agora suponha que $\models_{\mathrm{C}} (\varphi_1 \wedge ... \wedge \varphi_n) \to \varphi$. Disso se segue, pela lógica proposicional clássica, que $\models_{\mathrm{C}} (\varphi_1 \wedge ... \wedge \varphi_{n-1}) \to (\varphi_n \to \varphi)$. Consequentemente, pela hipótese indutiva, $\models_c (H\varphi_1 \wedge ... \wedge H\varphi_{n-1}) \to H(\varphi_n \to \varphi)$. A partir disso e do lema acima, segue-se, pela lógica proposicional clássica, que $\models_{\mathrm{C}} (H\varphi_1 \wedge ... \wedge H\varphi_{n-1}) \to (H\varphi_n \to H\varphi)$. A partir disso, por lógica proposicional clássica, $\models_{\mathrm{C}} (H\varphi_1 \wedge ... \wedge H\varphi_n) \to H\varphi$.

Isso completa a prova. *Mutatis mudantis* com o operador G. ■

Essa regra geral fundamenta várias sub-regras, por exemplo: no caso de $n = 1$ em (RK_H), resulta em (RM_H): se $\vdash \varphi \to \psi$, então $\vdash H\varphi \to H\psi$; ou, inversamente, ($\mathrm{RM}_G$) para ($\mathrm{RK}_G$). Mas esse caso, como outros, podem ser provados apenas com (RN_H)/(RN_G). Como exemplo, provaremos como (RM_H) se segue no sistema minimal $\mathbf{K}_t$:

1. $\varphi \to \psi$; por hipótese

2. $H(\varphi \to \psi)$; por 1 (RN)

3. $H(\varphi \to \psi) \to (H\varphi \to H\psi)$; axioma ($K_H$)

4. $H\varphi \to H\psi$; por 2,3 (MP)

Definição 4.12 (sistema modal de lógica temporal normal)**.** *Um sistema modal de lógica temporal é normal sse contém Def.P, Def.F (e, no caso da linguagem abranger $\Box_h$ ou $\Box_g$, também Def.$\Diamond_h$ ou Def.$\Diamond_g$) e é fechado por (RK_H) e (RK_G).*

O sistema $\mathbf{K}_{bh}$ (bem como suas extensões) pode ser axiomatizado com os axiomas de $\mathbf{K}_t$ somados a algumas poucas adições que capturem as fórmulas válidas na semântica com as restrições que definimos anteriormente. Em $\mathbf{K}_t$ são axiomas as tautologias da lógica proposicional clássica mais:

(K_G) $G(\varphi \to \psi) \to (G\varphi \to G\psi)$

(K_H) $H(\varphi \to \psi) \to (H\varphi \to H\psi)$

(GP) $\varphi \to GP\varphi$

(HF) $\varphi \to HF\varphi$

Os axiomas adicionais que precisaremos para $\mathbf{K}_{bh}$, $\mathbf{K}^*_{bh}$ e $\mathbf{K}^{*l}_{bh}$ estão listados abaixo:

($4^H/4^G$) $H\varphi \to HH\varphi$, $G\varphi \to GG\varphi$

(E) $G\bot \vee FG\bot$

(L^P_h) $FG\bot \to (FP\varphi \to (P\varphi \vee \varphi \vee F\varphi))$

A linguagem temporal de Prior em ontologia de instantes de tempo não é suficientemente expressiva para traduzir as noções semânticas de irreflexividade e de conectividade, por outro lado, felizmente essas noções semânticas não geram nenhuma fórmula nova válida, pelo que a falta delas não ocasionará problema algum em nossa axiomatização[39].

Nesse contexto, dizemos que:

Definição 4.13 (sistema modal correto)**.** *Um sistema de lógica modal Σ é dito correto em relação a uma classe de modelos* C *no caso de para toda fórmula φ, se $\vdash_\Sigma \varphi$, então $\models_C \varphi$.*

Inversamente,

Definição 4.14 (sistema modal completo)**.** *Um sistema de lógica modal Σ é dito completo em relação a uma classe de modelos* C *no caso de para toda fórmula φ, se $\models_C \varphi$, então $\vdash_\Sigma \varphi$.*

[39]Cf. HODKINSON e REYNOLDS (2006) para mais sobre a expressividade da linguagem da lógica temporal.

e

Definição 4.15 (sistema modal determinado)**.** *Um sistema de lógica modal* Σ *é determinado por uma classe de modelos* C *quando, para toda fórmula* φ, $\models_C \varphi$ *sse* $\vdash_\Sigma \varphi$.

4.2 Correção, completude e compacidade para as lógicas do consenso histórico

4.2.1 Correção, completude e compacidade

Principais símbolos desta subseção: $|\varphi|_\Sigma$, $\mathscr{M}_c$, $\mathfrak{4}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{L}_b$.

Para nosso futuro teorema de completude, utilizaremos, tal como usualmente faz-se em lógicas modais normais, o conhecido "lema de Lindenbaum", o qual garante que todo conjunto consistente de fórmulas tem uma extensão maximal. Neste tópico o chamaremos de "teorema de Lindenbaum", pois o enunciaremos desde já e, para prová-lo, vamos precisar demonstração uma série de lemas durante sua demonstra. Foi com essa intenção que introduzimos há pouco as noções de consistência e de conjunto maximal de fórmulas, de modo que já podemos enunciar esse teorema como se segue:

Teorema 4.9 (teorema de Lindenbaum)**.** *Se* $Con_\Sigma\Gamma$*, então existe algum* Δ *tal que (i)* $\Gamma \subseteq \Delta$*, e (ii)* $Max_\Sigma\Delta$.

Demonstração. A prova é longa, e requer definições e provas (aqui expostas somente em linhas gerais) para várias afirmações. Vamos supor o conjunto das fórmulas da linguagem com enumeração fixada $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, ...$ e um conjunto inicial consistente de fórmulas $\mathrm{Con}_\Sigma\Gamma$. Nosso plano agora é definir um conjunto de sentenças Δ numa dada sequência infinita de conjuntos de fórmulas $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, ...$ em termos de Γ de modo a demonstrar que se trata de uma extensão Σ-maximal. Assim, considere a seguinte definição indutiva:

Definição 4.16 (fórmulas Δ)**.** *O conjunto das fórmulas* Δ *contém qualquer fórmula que se enquadre em algum dos seguintes casos:*

1. $\Delta_0 = \Gamma$.

2. *Para* $n > 0$,

$$\Delta_n = \begin{cases} \Delta_{n-1} \cup \{\varphi_n\}, \textit{ se } Con_\Sigma(\Delta_{n-1} \cup \{\varphi_n\}); \\ \Delta_{n-1}, \textit{ caso contrário.} \end{cases}$$

Em outras palavras: Δ_0 é o conjunto Γ; e, para $n > 0$, Δ_n é formado por adição de n fórmulas na enumeração φ_n, com Δ_{n-1} se essa adição é Σ-consistente; ou, se não, Δ_n é o mesmo que Δ_{n-1}.

Evidentemente cada um dos conjuntos na sequência dada é Σ-consistente.

Para o primeiro conjunto na sequência, é consistente por hipótese; para os demais, porque são formados somente por adições consistentes em relação ao seu imediato predecessor. Assim, por indução, pode-se concluir que:

Lema 4.10. *$Con_{\Sigma}\Delta_n$, para $n \geq 0$.*

Definiremos o conjunto Δ, então, como uma coleção infinita de todas as fórmulas dos conjuntos na sequência.

Definição 4.17. $\Delta = \bigcup\limits_{n=0}^{\infty} \Delta_n$.

Sendo que Δ inclui cada um desses conjuntos na sequência:

Lema 4.11. *$\Delta_n \subseteq \Delta$, para $n \geq 0$.*

Então, em particular, Δ inclui Γ (i.e., $= \Delta_0$):

Lema 4.12. $\Gamma \subseteq \Delta$.

Assim, Δ é uma extensão de Γ. Mas precisamos também que Δ seja Σ-maximal. O que podemos verificar com as seguintes afirmações sobre nossa construção:,

Lema 4.13. *$\Delta_k \subseteq \Delta_n$, para $k \leq n \geq 0$.*

Lema 4.14. *$\varphi_k \in \Delta_k$ sempre que $\varphi_k \in \Delta$, para $k > 0$.*

Lema 4.15. *Para todo subconjunto finito $\Delta^{'}$ de Δ, $\Delta^{'} \subseteq \Delta_n$ para algum $n \geq 0$.*

De acordo com o **Lema 4.13**, cada conjunto na sequência inclui todos seus predecessores, o que é óbvio pela construção da sequência. A afirmação **Lema 4.14**, já não tão evidente à primeira vista, diz que uma fórmula em Δ de índice k ($k > 0$) na enumeração das fórmulas está sempre dentro do conjunto na sequência tendo índice k. Pode-se evidenciar tal afirmação, porém, mostrando o absurdo de sua contraditória: se $\varphi_k \in \Delta$ (sendo $k > 0$) e $\varphi_k \notin \Delta_k$, então $\Delta_k \subseteq \Delta$, pelos lemas **4.13** e **4.11**, e φ_k pertence a algum Δ_n na sequência; se Δ_n vem depois de Δ_k, pela construção da sequência, $\varphi_k \notin \Delta$, o que contradiz a hipótese; e se Δ_n vem antes de Δ_k, $\Delta_n \subseteq \Delta_k$, e portanto $\varphi_k \in \Delta_k$. E quanto ao **Lema 4.15**, diz que todo subconjunto finito $\Delta^{'}$ está incluído em um dos conjuntos na sequência. De fato: suponha que $\Delta^{'}$ seja um subconjunto finito de Δ, e deixe φ_n ser a fórmula em $\Delta^{'}$ com maior índice n (dado que $\Delta^{'}$ é finito). Assim podemos mostrar que $\Delta^{'} \subseteq \Delta_n$. Seja φ ser um fórmula em $\Delta^{'}$. Como φ ocorre em algum lugar na enumeração das fórmulas, $\varphi = \varphi_k$, onde $k \leq n$. Dado que φ (i.e., $= \varphi_k$) está em $\Delta^{'}$, está também em Δ. Então, pelo **Lema 4.14**, φ (=φ_k) está no conjunto Δ_k. Pelo **Lema 4.13**, $\Delta_k \subseteq \Delta_n$. Consequentemente, φ está em Δ_n.

Finalmente:

Lema 4.16. *$Max_{\Sigma}\Delta$. Isso é, (a) $Con_{\Sigma}\Delta$, e (b) para toda fórmula φ, se $Con_{\Sigma}(\Delta \cup \{\varphi\})$, então $\varphi \in \Delta$.*

Para provar (*a*) é suficiente a propriedade (3) listada anteriormente entre as propriedades da dedutibilidade e consistência. Suponha que, ao contrário, Δ tenha um subconjunto finito Σ-inconsistente $\Delta^{'}$. Se φ_n é a fórmula com maior índice n em $\Delta^{'}$, então $\Delta^{'}$ é um subconjunto do conjunto Δ_n na sequência, e também, pela propriedade (12) listada, Δ_n é também Σ-inconsistente, o que contradiz o **Lema 4.11**.

Para (*b*), suponha que $\mathrm{Con}_{\Sigma}(\Delta \cup \{\varphi\})$, para algum φ. Uma vez que, para algum n, φ aparece como a n-ésima fórmula na enumeração das fórmulas, nossa suposição pode ser equivalentemente colocada como: $\mathrm{Con}_{\Sigma}(\Delta \cup \{\varphi\})$. Pela propriedade (12) há pouco mencionada e anteriormente listada, todo subconjunto desse conjunto é Σ-inconsistente. Em particular, $\mathrm{Con}_{\Sigma}(\Delta_{n-1} \cup \{\varphi\})$ (dado que $\Delta_{n-1} \subseteq \Delta$, pelo **Lema 4.11**). Pela dada definição indutiva de Δ_n, então, $\Delta_n = (\Delta_{n-1} \cup \{\varphi_n\})$. Uma vez que φ_n está, assim, em Δ_n, está no próprio Δ, i.e. $\varphi \in \Delta$.

Isso completa a prova do teorema de Lindenbaum. ■

Do teorema que acabamos de provar, segue-se o importante corolário de que uma fórmula é dedutível de um conjunto de fórmulas se e somente se pertence a toda extensão maximal do conjunto, e também que uma fórmula é um teorema somente no caso em que é um membro de todo conjunto maximal das fórmulas. Formalmente:

Corolário 4.16.1 (condição maximal da dedução)**.** [1] $\Gamma \vdash_{\Sigma} \varphi$ *sse* $\varphi \in \Delta$, *para todo* $\mathrm{Max}_{\Sigma}\Delta$ *tal que* $\Gamma \subseteq \Delta$; *e* [2] $\vdash_{\Sigma} \varphi$ *sse* $\varphi \in \Delta$, *para todo* $\mathrm{Max}_{\Sigma}\Delta$.

Demonstração. Para [1], suponha que $\Gamma \vdash_{\Sigma} \varphi$, $\mathrm{Max}_{\Sigma}\Delta$ e $\Gamma \subseteq \Delta$. Pela propriedade (2) da dedutibilidade, $\Delta \vdash_{\Sigma} \varphi$, e então, pela propriedade (1) da maximalidade, $\varphi \in \Delta$. Para uma prova do condicional na outra direção, suponha que não é o caso que $\Gamma \vdash_{\Sigma} \varphi$, assim mostraremos que existe uma extensão Σ-maximal de Γ que não contenha φ. Pelo Lema de Lindenbaum, esse conjunto tem uma extensão Σ-maximal Δ, que é também uma extensão de Γ. Como $\neg\varphi \in \Delta$, segue-se, pela propriedade (5) da maximalidade, que $\varphi \notin \Delta$.

Para [2], basta conceber Γ como $\emptyset$ em [1] e aplicar a propriedade (1) da dedutibilidade, o que conclui a prova. ■

Também em termos de maximalidade podemos definir um *conjunto-prova* de uma fórmula φ relativo a um certo sistema ($|\varphi|_\Sigma$), ou seja, o conjunto dos conjuntos Σ-maximais de fórmulas contendo φ:

Definição 4.18 (conjunto-prova)**.** $|\varphi|_\Sigma = \{\text{Max}_\Sigma\Gamma : \varphi \in \Gamma\}$.

Em outras palavras, onde Γ é Σ-maximal,

$$\Gamma \in |\varphi| \text{ sse } \varphi \in \Gamma.$$

Propriedades básicas de conjunto-prova para os operadores e fórmulas de lógica proposicional clássicas são apresentadas em CHELLAS, 1980, pp. 57–58. Abaixo vamos apenas enunciá-las como um teorema:

Teorema 4.17 (propriedades de conjunto-prova)**.** *Conforme as definições de conjunto-prova e fórmulas de nossa linguagem*:

1. $|\varphi|_\Sigma = \{\text{Max}_\Sigma\Gamma : \Gamma \vdash_\Sigma \varphi\}$.
2. $|\varphi|_\Sigma \subseteq |\psi|_\Sigma$ sse $\vdash_\Sigma \varphi \to \psi$.
3. $|\varphi|_\Sigma = |\psi|_\Sigma$ sse $\vdash_\Sigma \varphi \leftrightarrow \psi$.
4. $|\top|_\Sigma = \{\Gamma : \text{Max}_\Sigma\Gamma\}$.
5. $|\bot|_\Sigma = \emptyset$.
6. $|\neg\varphi|_\Sigma = |\top|_\Sigma - |\varphi|_\Sigma$.
7. $|\varphi \wedge \psi|_\Sigma = |\varphi|_\Sigma \cap |\psi|_\Sigma$.
8. $|\varphi \vee \psi|_\Sigma = |\varphi|_\Sigma \cup |\psi|_\Sigma$.
9. $|\varphi \to \psi|_\Sigma = (|\top|_\Sigma - |\varphi|_\Sigma) \cup |\psi|_\Sigma$.
10. $|\varphi \leftrightarrow \psi|_\Sigma = |\varphi \to \psi|_\Sigma \cap |\psi \to \varphi|_\Sigma$.

Quanto aos conjuntos maximais consistentes, suas propriedades dependem apenas das características da lógica proposicional clássica, e essas valem também para as lógicas modais, mas há algumas propriedades que valem apenas em lógicas modais, destacaremos uma: a propriedade de que, para Σ lógica modal normal, $H\top \in \Delta$ (como também para $G\top$, e outros operadores modais fortes) para qualquer conjunto maximal Σ-consistente. A demonstração é imediata: se Δ é um conjunto maximal consistente, como $H\top$ é teorema de qualquer lógica modal normal, pelo corolário acima, $H\top \in \Delta$. Quanto aos teoremas e a regra de (MP):

Lema 4.18 (conjunto maximal consistente)**.** *Seja Δ um MCS:*
(a) se $\vdash \varphi$, então $\varphi \in \Delta$;
(b) se $\varphi \in \Delta$ e $\vdash \varphi \to \psi$, então $\psi \in \Delta$.

Demonstração. *(a)* Se $\vdash \varphi$ mas $\varphi \notin \Delta$, então $\neg\varphi \in \Delta$. Mas como $\vdash \neg\neg\varphi$, $\{\neg\varphi\}$ é inconsistente, e Δ também seria.

(b) Se $\varphi \in \Delta$ e $\vdash \varphi \to \psi$, então, por *(a)* acima, $\varphi \to \psi \in \Delta$ e, pela propriedade (h) dos MCSs, $\psi \in \Delta$. ■

Corolário 4.18.1 (teorema em conjunto maximal consistente)**.** $\vdash \varphi$ *sse para todo MCS* $\Gamma, \varphi \in \Gamma$.

Demonstração. Se $\vdash \varphi$, segue-se imediatamente pelo lema acima que $\varphi \in \Gamma$. Para a outra direção do condicional, suponha que $\varphi \in \Gamma$, para todo MCS Γ, mas que *não* é o caso que $\vdash \varphi$. Nesse caso, também *não* será o caso que $\vdash \neg\neg\varphi$, e $\{\neg\varphi\}$ é consistente. Pelo Lema de Lindenbaum, existe um MCS Δ tal que $\neg\varphi \in \Delta$. Mas nesse caso $\varphi \notin \Delta$, contrariando a hipótese de que φ pertence a todo MCS. ■

Conjuntos maximais consistentes de alguma lógica modal podem ainda ser vistos como mundos/estados/instantes, acessíveis de acordo com essa lógica, e a construção de modelos canônicos é baseada nessa ideia, a saber, de uma relação ρ (análoga à relação temporal de precedência) entre conjuntos maximais consistentes. Desse modo, se $H\varphi$ é verdadeira em Γ, com isso estamos dizendo que existe algum Δ "precedente" tal que, se $H\psi \in \Gamma$, $\psi \in \Delta$: se ψ sempre foi o caso em Γ, deve ser verdadeira em Δ. Analogamente, se $\neg P\psi \in \Gamma$ (ψ nunca foi o caso em Γ), então ψ deve ser falsa em Δ. Mais formalmente, considerando Def.P e Def.F e outros operadores abreviativos, e onde $h(\Gamma)$, $g(\Delta)$, $ht(\Gamma)$ e $gt(\Delta)$ denotam todas as fórmulas φ tais que $H\varphi \in \Gamma$, $G\varphi \in \Delta$, $\Box_h\varphi \in \Gamma$, $\Box_g\varphi \in \Delta$ respectivamente, temos que:

Definição 4.19 ("precedência" entre conjuntos)**.** *Sejam* Γ *e* Δ *MCSs, então:*

(I) $h(\Gamma) = \{\varphi \mid H\varphi \in \Gamma\}$;

(II) $g(\Delta) = \{\varphi \mid G\varphi \in \Delta\}$;

(III) $\Gamma\rho\Delta$ *sse* $h(\Gamma) \subseteq \Delta$;

(IV) $\Delta\rho\Gamma$ *sse* $g(\Delta) \subseteq \Gamma$;

(V) $ht(\Gamma) = \{\varphi \mid \Box_h\varphi \in \Gamma\}$;

(VI) $gt(\Delta) = \{\varphi \mid \Box_g\varphi \in \Delta\}$.

Observação (acessibilidade histórica)**.** Tipicamente são colocados apenas os quatro primeiros itens da lista acima, mas adicionamos dois itens a mais para abranger os operadores peircianos que envolvem uma acessibilidade não redutível àquela das operações em $H\varphi$ e $G\varphi$.

Sobre essa relação de acessibilidade em MCSs, eis um lema a seguir que nos será útil em breve:

Lema 4.19 (negações modais em conjunto consistente)**.** *Seja* Γ *um conjunto consistente de fórmulas contendo, para alguma fórmula* φ*:* $\neg H\varphi \in \Gamma$*, então* $h(\Gamma) \cup \{\neg\varphi\}$ *é consistente;* $\neg G\varphi \in \Gamma$*, então* $g(\Gamma) \cup \{\neg\varphi\}$ *é consistente.*

Demonstração. Suponha que $h(\Gamma) \cup \{\neg\varphi\}$ é inconsistente e também que $h(\Gamma) \neq \emptyset$. Assim, para algum subconjunto finito $\{\psi_1, ..., \psi_k\}$ de $h(\Gamma)$, temos

$$\vdash \neg(\bigwedge_{i=0}^{k} \psi_k \wedge \neg\varphi).$$

(Se o próprio $h(\Gamma)$ for inconsistente, teremos $\vdash \neg(\psi_1 \wedge ... \wedge \psi_k)$, mas a fórmula acima, acrescentando $\neg\varphi$, segue-se. O mesmo vale se $\{\neg H\varphi\}$ para inconsistente.)

Disso se segue que

$$\vdash \bigwedge_{i=0}^{k} \psi_k \to \varphi.$$

Ora, (RK_H) é uma regra de todas as lógicas temporais normais, por definição. Temos então

$$\vdash \bigwedge_{i=0}^{k} H\psi_k \to H\varphi.$$

Pelo que

$$\vdash \neg(\bigwedge_{i=0}^{k} H\psi_k \wedge \neg H\varphi).$$

Mas isso significa que $\{H\psi_1,...,H\psi_k \wedge \neg H\varphi\}$ não é consistente. Uma vez que esse conjunto é um subconjunto de Γ, então Γ é inconsistente, contra a hipótese. Logo, $h(\Gamma) \cup \{\neg\varphi\}$ é consistente.

Se $h(\Gamma) = \emptyset$, o resultado também segue, dado que φ, então $H\varphi$ também é uma regra aceita em todas as lógicas temporais normais. E, *mutatis mutandis*, a mesma demonstração até aqui vale para o futuro, bastando substituir 'H' por 'G'. O que conclui a prova. ■

Passaremos agora para a noção mais importante para nossa prova de completude, a noção de *modelo canônico*. Onde φ é alguma fórmula, seja $|\varphi|_\Sigma$ o conjunto de todos os Σ-MCSs Γ tais que $\varphi \in \Gamma$.

Definição 4.20 (modelo canônico)**.** *Um modelo canônico para um sistema Σ é um modelo $\mathscr{M}_c = \langle T_c, \prec_c, V_c\rangle$ satisfazendo as seguintes condições:*

1. $T_c = \{\Gamma | \Gamma$ *é um* Σ*-MCS*$\}$.
2. $\prec_c = \rho$.
3. $V_c(p_n) = |p_n|_\Sigma$*, para toda fórmula atômica* p_n*,* $n \in \mathbb{N}$.

Na definição acima, o conjunto universo de um modelo canônico é o conjunto de todos os Σ-MCSs. Assim podemos identificar a relação $\prec_c$ com a relação ρ entre MCSs definida anteriormente: para $t_1, t_2 \in T, t_1 \prec t_2$ sse $t_1 \rho t_2$.

Assim, para cada instante t em cada número natural n, $t \in V_c(p_n)$ sse $p_n \in t$. Observando que as variáveis-instantes $t_1, t_2, ...$ são aqui concebidas como instantes possíveis em modelos canônicos.

A principal característica de um modelo canônico $\mathscr{M}_c$ para um sistema de lógica modal Σ é a de que em $\mathscr{M}_c$ somente as fórmulas verdadeiras estão em um instante possível (conjunto Σ-maximal de fórmulas); i.e., para todo t em $\mathscr{M}_c$,
$\models_t^{\mathscr{M}_c} \varphi$ sse $\varphi \in t$. Dito de outro modo: $||\varphi||^{\mathscr{M}_c} = |\varphi|_\Sigma$.

Lema 4.20 (fórmulas em um modelo canônico)**.** *Sejam T_c, $\prec_c$ e V_c como definidos acima, e seja Σ um sistema com valoração binária, para toda fórmula φ e para todo $t \in T_c$, $V(\varphi, t) = 1$ ou 0 respectivamente se $\varphi \in t$ ou se $\varphi \notin t$.*

Demonstração. Por indução sobre o comprimento das fórmulas.

(a) φ é uma variável proposicional do sistema. Por definição está no modelo canônico.

(b) $\varphi = \neg\psi$. Se $\neg\psi \in \Gamma$, então $\psi \notin \Gamma$ (i.e. ψ não está em Γ); portanto (por hipótese de indução), $V(\psi,t) = 0$; e, portanto, $V(\neg\psi,t) = 1$. E se $\neg\psi \notin \Gamma$, então $\psi \in \Gamma$; portanto (por hipótese de indução), $V(\psi,t) = 1$; e, portanto, $V(\neg\psi,t) = 0$.

(c) $\varphi = (\psi \wedge \gamma)$. Se $(\psi \wedge \gamma) \in \Gamma$, então ambos: $\psi \in \Gamma$ e $\gamma \in \Gamma$, pois se uma das duas fórmulas não estiver em Γ, então a negação de alguma delas estará, o que resultará em contradição com uma das fórmulas conjuntas; por hipótese de indução, quando $\psi \in \Gamma$, $V(\psi,t) = 1$, e quando $\gamma \in \Gamma$, $V(\gamma,t) = 1$, e, se ambos, $V(\psi \wedge \gamma,t) = 1$. Por outro lado, se $(\psi \wedge \gamma) \notin \Gamma$, então $\psi \notin \Gamma$ ou $\gamma \notin \Gamma$; por hipótese indutiva, temos que $V(\psi,t) = 0$ ou que $V(\gamma,t) = 0$ ou que ambos recebem 0 em t, de modo que $V(\psi \wedge \gamma,t) = 0$.

(d) φ é uma fórmula com outros operadores da lógica clássica. Os demais operadores clássicos são abreviados e demonstrados a partir de *(a)*, *(b)* e *(c)*.

(e) $\varphi = H\psi$. Para toda fórmula da forma $H\psi$, seguindo a Prova de Henkin (Ver detalhes em HUGHES;CRESSWELL, 1968, pp. 155–157), podemos obter um conjunto maximal consistente Γ_j subordinado a Γ_i em uma série $\Gamma_1, ..., \Gamma_i, ...$, de modo que possamos formar um sistema não apenas com um único conjunto maximal consistente Γ, mas com vários conjuntos maximais consistentes.

Suponha $H\psi \in \Gamma_i$ em algum t_i; então, para todo Γ_j subordinado a Γ_i, $\psi \in \Gamma_j$ (pela construção de Γ_j); portanto (por hipótese indutiva), $V(\psi,t_j) = 1$, onde $t_j \rho t_i$ (de qualquer t_j), quando $V(H\psi,t_i) = 1$. Por outro lado, suponha que $H\psi \notin \Gamma_i$; nesse caso, $\neg H\psi \in \Gamma_i$, logo, como sabemos que $\vdash \neg H\psi \rightarrow P\neg\psi$, $P\neg\psi \in \Gamma_i$, de modo que, pela construção de Γ, existe algum Γ_j subordinado a Γ_i tal que $\neg\psi \in \Gamma_j$, em última instância, $\psi \notin \Gamma_j$, de modo que, por hipótese de indução, obtemos $V(\psi,t_j) = 0$ para algum t_j tal que $t_j \rho t_i$, quando $V(H\psi,t_i) = 0$.

(f) $\varphi = G\psi$. Segue-se analogamente como *(e)*.

(g). $\varphi = \Box_h\psi$. Nossa estratégia para este caso será reaproveitar a série $\Gamma_1, ..., \Gamma_i, ...$ de Henkin, mas com a diferença de considerarmos não apenas os respectivos instantes $t_1, ..., t_i, ...$, mas também possíveis histórias $h_1, ..., h_i, ...$ adequando nossa definição para o termo; nesse caso, um ramo não degenerado com pelo menos dois instantes tal que $t_j \rho t_i$ e $t_j \neq t_i$.

Suponha que $\Box_h\psi \in \Gamma_i$ em t_i; de modo que, para algum t_j de todo h_i, $\psi \in \Gamma_j$ (pela construção de Γ_j); portanto (por hipótese indutiva), $V(\psi,t_j) = 1$, onde $t_j \rho t_i$ (de algum t_j de qualquer h_i de t_i, se houver algum), quando $V(H\psi,t_i) = 1$. Por outro lado, se $\Box_h\psi \notin \Gamma_i$ em t_i;

nesse caso, $\neg\Box_h\psi \in \Gamma_i$, logo, como sabemos que $\vdash \neg\Box_h\psi \to \Diamond_h\neg\psi$, $\Diamond_h\neg\psi \in \Gamma_i$, de modo que é preciso existir pelo menos uma história h_i com ao menos um $t_j\rho t_i$ e, pela construção de Γ, existe algum Γ_j subordinado a Γ_i tal que $\neg\psi \in \Gamma_j$, em última instância, $\psi \notin \Gamma_j$, de modo que, por hipótese de indução, obtemos $V(\psi,t_j) = 0$ para $t_j\rho t_i$, quando $V(\Box_h\psi,t_i) = 0$.

(h). $\varphi = \Box_g\psi$. Segue-se analogamente como *(g)*.

(i) etc.. Como mostramos nos capítulos anteriores sobre a semântica de nossos sistemas modais, os demais operadores modais definidos são abreviativos, então podem ser demonstrados pela composição de operadores modais conforme operações acima. Concluindo a prova. ■

Corolário 4.20.1 (verdades modais em modelo canônico)**.** *Seja φ uma fórmula qualquer, e Σ uma lógica modal, então $\vdash_\Sigma \varphi$ sse $\mathscr{M}_c \models \varphi$, ou seja, φ é verdadeira no modelo canônico de Σ.*

Demonstração. Seja $\mathscr{M}_c = \langle T_c, \prec_c, V_c\rangle$ o modelo canônico para Σ, se φ é um teorema de Σ, então pertence a todo conjunto maximal consistente de Σ; logo, $\varphi \in t$ para todo $t \in T_c$. Pelo lema anterior, $V(\varphi,t) = 1$ para todo $t \in T_c$, $\mathscr{M}_c \models \varphi$. Suponha, então, que *não* seja o caso que $\vdash_\Sigma \varphi$. Mas então $\{\neg\varphi\}$ é Σ-consistente e, pelo Teorema de Lindenbaum, é um subconjunto de algum Σ-MCS, digamos, t, que é elemento de T_c. Desse modo, então $\neg\varphi \in \Gamma$, $\varphi \notin t$ e, outra vez pelo lema anterior, $V(\varphi,t) = 0$, do que se segue que *não* é o caso que $\mathscr{M}_c \models \varphi$, o que contraria a hipótese. ■

Finalmente estamos em condições de demonstrar a completude do sistema minimal de consenso histórico e suas extensões.

Uma lógica normal Σ é completa com relação a uma classe C de estruturas sse toda fórmula φ que é válida na classe C é teorema de Σ. Sabemos que se φ é válida na classe C, então é válida em toda estrutura $\mathscr{T}$ nessa classe. E φ é válida em uma estrutura $\mathscr{T} = \langle T, \prec\rangle$ sse, para todo modelo $\mathscr{M} = \langle T, \prec, V\rangle$ baseado em $\mathscr{M}$, e todo instante $t \in T$, φ.

Considere agora o modelo canônico $\mathscr{M}_c$ para Σ. Se a estrutura $\mathscr{T}_c$ do modelo canônico está na classe C, e se φ é válida nessa classe, então é válida em $\mathscr{T}_c$ e, portanto, verdadeira em todos os instantes de qualquer modelo baseado em alguma estrutura em $\mathscr{T}_c$. Ocorre que o modelo canônico é um desses modelos, logo, φ é verdadeira no modelo canônico $\mathscr{M}_c$ e, portanto, um teorema de Σ. O resultado de completude para $\mathbf{K}_t$ segue-se imediatamente. Seja $\mathfrak{K}$ a classe de todas as estruturas:

Teorema 4.21 (completude fraca)**.** *Se $\models_{\mathfrak{K}} \varphi$, então $\vdash_{\mathbf{K_t}} \varphi$.*

Demonstração. Suponha que *não* é o caso que $\vdash_{\mathbf{K}_t} \varphi$. Então, também *não* é o caso que $\vdash_{\mathbf{K}_t} \neg\neg\varphi$, e segue-se que $\{\neg\varphi\}$ é consistente. Pelo teorema de Lindenbaum, segue-se que existe um MCS, Γ tal que $\{\neg\varphi\} \subseteq \Gamma$, i.e., $\neg\varphi \in \Gamma$, e $\varphi \notin \Gamma$. Uma vez que Γ é um MCS, Γ é um instante no modelo canônico $\mathscr{M}_c$ para $\mathbf{K}_t$. Portanto, pelo último lema que vimos, a fórmula φ recebe o valor 0. Como há um modelo e um instante em que φ é falsa, *não* é o caso que $\models_{\mathfrak{K}} \varphi$. ■

Teorema 4.22 (completude forte)**.** *Se* $\Gamma \models_\Sigma \varphi$*, então* $\Gamma \vdash_\Sigma \varphi$*.*

Demonstração. Suponha que *não* é o caso que $\Gamma \vdash_\Sigma \varphi$. Então $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ é Σ-consistente; logo, existe um Σ-MCS Δ tal que $\Sigma \cup \{\neg\varphi\} \subseteq \Delta$. Ora, Δ é um instante no modelo canônico para Σ; assim, todas as fórmulas de $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ são verdadeiras em Δ. Mas então temos um modelo e um instante Δ em que todas as fórmulas de $\Sigma \cup \{\neg\varphi\}$ são verdadeiras, mas $V(\varphi, \Delta) = 0$. Logo, *não* é o caso que $\Gamma \models_\Sigma \varphi$, o que contradiz a hipótese. ■

Teorema 4.23 (compacidade)**.** *Um conjunto de fórmulas* Γ *em um sistema lógico é satisfazível se e somente se cada subconjunto finito desse conjunto é satisfazível. Formalmente:*

1. *Se cada subconjunto finito de* $\Gamma \cup \{\phi\}$ *é satisfazível, ou seja, existe um modelo que faz todas as fórmulas em cada subconjunto finito verdadeiras, então o conjunto* $\Gamma \cup \{\phi\}$ *é satisfazível. Ou seja,* $\Gamma \cup \{\phi\}$ *tem um modelo.*

2. *Por outro lado, se o conjunto* $\Gamma \cup \{\phi\}$ *é satisfazível, isso implica que cada subconjunto finito de* $\Gamma \cup \{\phi\}$ *é satisfazível. Portanto, se* $\Gamma \cup \{\phi\}$ *tem um modelo, então cada subconjunto finito de* $\Gamma \cup \{\phi\}$ *também tem um modelo.*

Demonstração. Essas propriedades seguem das propriedades da consistência e do teorema de completude. ■

Uma formulação geral do teorema de compacidade é dada para lógica de primeira ordem. Esse teorema assegura que um conjunto Γ qualquer de expressões bem formadas (fórmulas) de um cálculo de predicados de primeira ordem é satisfazível se, e somente se, todo subconjunto finito Γ_0 de Γ também é satisfazível. Ou seja, se $\Gamma \vdash \varphi$, então, qualquer caso de $\Gamma_0 = \varphi_0, \ldots, \varphi_n$ tal que $\Gamma_0 \subseteq \Gamma$, temos que $\Gamma_0 \vdash \varphi$; e a recíproca também é válida: dado $\Gamma_0 \subseteq \Gamma$ e $\Gamma_0 \vdash \varphi$, então $\Gamma \vdash \varphi$.

A compacidade permite que possamos selecionar um subconjunto de fórmulas enquanto axiomas de um sistema e, a partir dele, mostrarmos propriedades gerais para o sistema inteiro, fornecendo um método útil para construir modelos de qualquer conjunto de fórmulas que seja finitamente consistente. Essa propriedade geral vale também para os sistemas modais usuais porque frequentemente eles são traduzíveis em termos de lógica de primeira ordem. No caso de nossas lógicas temporais, por quantificadores sobre histórias e sobre instantes de tempo nas combinações $\forall h\exists t$, $\exists h\forall t$, $\forall t$ e $\exists t$.[40] Mais especificamente, pelo Teorema de van Benthem (cf. Bezhanishvili; Henke, 2020), sabemos que a lógica modal proposicional (da qual nossos sistemas são casos particulares) corresponde exatamente ao fragmento da lógica de primeira ordem que é invariante sob bissimulação.

Passemos agora ao estudo das classes às quais nossos sistemas estão restritos. Sabemos que $\mathbf{K}_t$ é formado pelo conjunto de todas as fórmulas válidas, conforme definido anteriormente, e sendo a menor das lógicas temporais normais, sabemos que é completa com relação à classe $\mathfrak{K}$, a classe de todas as estruturas. Ou seja, sendo $\prec$ em $\mathbf{K}_t$ uma relação de precedência qualquer, $\mathbf{K}_t$ é válida na classe de todas as estruturas. De um ponto de vista sintático, $\mathbf{K}_t$ pode ser apresentado axiomaticamente com: todas as tautologias da lógica proposicional clássica, (K_G), (K_H), (GP), (HF), Def.P e Def.F, tais como definidas anteriormente; e as regras (MP), (RN_H) e (RN_G), também já apresentadas. Para as extensões de $\mathbf{K}_t$ que nos interessam, devemos agora considerar aquelas restrições estruturais relativas a esses sistemas que entregam fórmulas válidas específicas. É o caso, por exemplo, da classe $\mathfrak{4}$ das estruturas transitivas para o sistema $\mathbf{K}_b$, e, para $\mathbf{K}_{bh}$ e $\mathbf{K}^*_{bh}$, a classe $\mathfrak{E}$ de estruturas com final; e, por fim, para $\mathbf{K}^{*l}_{bh}$, a classe $\mathfrak{L}_b$ de histórias lineares a partir do final.

Lema 4.24 (classes de ramificação)**.** *Os seguintes esquemas são respectivamente válidos nas classes de estruturas mencionadas abaixo:*

1. *($4^H/4^G$): $\mathfrak{4}$, transitiva.*
2. *(E): $\mathfrak{E}$, transitiva e finalista/terminal.*
3. *(L^P_h): $\mathfrak{L}_b$, transitiva e linearmente ramificada-para-trás.*

Demonstração. Para *(1)*, mostraremos que (4^H) e (4^G) são teoremas de Σ, com t_1 um MCS em $\mathscr{M}_c$ com relação transitiva. Suponha, então, que $\models^{\mathscr{M}_c}_{t_1} H\varphi$. Desejamos mostrar que $\models^{\mathscr{M}_c}_{t_1} HH\varphi$, o que significa que: para todo t_2 em $\mathscr{M}_c$ tal que $t_2 \prec_c t_1$, e para todo t_3 em $\mathscr{M}_c$ tal que $t_3 \prec_c t_2$, $\models^{\mathscr{M}_c}_{t_3} \varphi$. Deixe então t_2 e t_3 serem instantes em $\mathscr{M}_c$ tais que $t_2 \prec_c t_1$ e $t_3 \prec_c t_2$. Como $\models^{\mathscr{M}_c}_{t_1} H\varphi$, então, por definição de H, φ será válida para qualquer $t \prec_c t_1$ que, pela transitividade (TRAN)

[40] Mais detalhes sobre essa e outras propriedades gerais em teoria dos modelos podem ser encontradas no volume de *Model Theory* de BARWISE, J.; KEISLER, H. J.; SUPPES, P.; TROELSTRA, A. S. (eds.), 1990.

suposta, $t_3 \prec_c t_1$, portanto, $\models_{t_3}^{\mathscr{M}_c} \varphi$. Observe que, assim como t_3, em qualquer $t_n \prec_c t_3$ teremos $\models_{t_n}^{\mathscr{M}_c} \varphi$, o que significa, pela definição de H, que $\models_{t_3}^{\mathscr{M}_c} H\varphi$ bem como $\models_{t_n}^{\mathscr{M}_c} H\varphi$. Se, para todo $t_n \prec_c t_1$, $\models_{t_n}^{\mathscr{M}_c} H\varphi$, então, novamente por definição de H, $\models_{t_1}^{\mathscr{M}_c} HH\varphi$. Assim, o esquema (4^H) é válido na classe $\mathfrak{4}$ das estruturas transitivas. A mesma demonstração, *mutatis mutandis*, mostra que também o esquema (4^G) é válido na classe $\mathfrak{4}$ das estruturas transitivas.

Para *(2)*, provaremos que (E) é teorema de Σ, supondo que (END) valha para $\prec_c$, temos $\neg G\bot \vee FG\bot$. Se $\prec_c$ é finalista/terminal, então existe t_0 e não existe um t_n tal que $t_0 \prec_c t_n$. Considere um instante $t \in T_c$ qualquer: se $t = t_0$, então, por definição de G, $G\bot$; se $t \neq t_0$, *não* é o caso que $t_0 \prec t$, e como t está em uma estrutura $\mathscr{T}$ fechada por $\prec_c$ transitiva, resta que $t \prec_c t_0$. Assim, $\models_{t_0}^{\mathscr{M}_c} G\bot$ e $\models_{t}^{\mathscr{M}_c} FG\bot$. Portanto, ou $\models_{t}^{\mathscr{M}_c} G\bot$ ou $\models_{t}^{\mathscr{M}_c} FG\bot$.

Por fim, para *(3)*, provaremos que (L_h^P) é teorema de Σ, portanto, $FG\bot \to (FP\varphi \to (P\varphi \vee \varphi \vee F\varphi))$ precisa ser válida em qualquer $t \in T_c$ dado que $\prec_c$ obedece (LIN-h). Como no caso para *(2)*, temos t_0, mas um e somente um, e, para todo $t_1 \prec t_0$, qualquer t_2 e t_3 que precedam t_1 ou são iguais entre si ou um precede o outro (tricotomia). Considere, para um t_1 qualquer, que $FG\bot$, portanto que $t_1 \prec_c t_0$, pela definição de F, e suponha ainda que $FP\varphi$; portanto, por definição, para algum $t_1 \prec_c t_2$, $\models_{t_2}^{\mathscr{M}_c} P\varphi$. Ocorre que, pela condição finalista suposta em (LIN-h), $t_2 \preceq_c t_0$. Pela definição de P, existe um t_3 tal que $t_3 \prec t_2$ e $\models_{t_3}^{\mathscr{M}_c} \varphi$. Pela condição tricotômica em (LIN-h), ou $t_3 = t_2$, então $\models_{t_1}^{\mathscr{M}_c} F\varphi$; ou $t_2 \prec_c t_3$, então $\models_{t_1}^{\mathscr{M}_c} F\varphi$; ou $t_3 \prec_c t_2$, então, pela transitividade, $\models_{t_1}^{\mathscr{M}_c} F\varphi$ (no caso de $t_1 \prec_c t_3$) ou $\models_{t_1}^{\mathscr{M}_c} \varphi$ (no caso de $t_1 = t_3$) ou $\models_{t_1}^{\mathscr{M}_c} P\varphi$ (no caso de $t_3 \prec_c t_1$). Ou seja: $\models_{t_1}^{\mathscr{M}_c} (P\varphi \vee \varphi \vee F\varphi)$. ∎

Teorema 4.25 (Completude para lógicas kripkeanas com consenso final)**.** *Dados os sistemas* $\mathbf{K}_{bh}$*,* $\mathbf{K}_{bh}^{*}$ *e* $\mathbf{K}_{bh}^{*l}$ *e as classes de estruturas* $\mathfrak{C}$ *e* $\mathfrak{L}_b$ *cada qual em um modelo canônico* $\mathscr{M}_c$*, então:*

1. *Se* $\models_{\mathfrak{C}} \varphi$*, então* $\vdash_{\mathbf{K}_{bh}} \varphi$*.*
2. *Se* $\models_{\mathfrak{C}} \varphi$*, então* $\vdash_{\mathbf{K}_{bh}^{*}} \varphi$*.*
3. *Se* $\models_{\mathfrak{L}_b} \varphi$*, então* $\vdash_{\mathbf{K}_{bh}^{*l}} \varphi$*.*

Demonstração. Suponha que $\models_{\mathfrak{C}} \varphi$. O sistema $\mathbf{K}_{bh}$ possui todos os axiomas e regras de $\mathbf{K}_t$ com adição de $(4^H/4^G)$ e (E). Todo teorema de $\mathbf{K}_{bh}$ ou é um axioma ou uma fórmula derivada de um axioma por meio de uma de suas regras da inferência (as mesmas de $\mathbf{K}_t$). Tudo em $\mathbf{K}_t$ é válido na estrutura $\mathfrak{C}$, e o único axioma a mais, $(4^H/4^G)$, é válido em $\mathfrak{C}$, pelo lema acima. Assim, por nosso último corolário acima, para qualquer φ válido no modelo canônico $\mathscr{M}_{\mathfrak{C}}$, $\vdash_{\mathbf{K}_{bh}} \varphi$. *Idem* para $\mathbf{K}^*_{bh}$, pois não possui nenhum axioma a mais. Por fim, $\mathbf{K}^*_{bhl}$ possui o axioma adicional L^P_h que, pelo lema acima, é válido na estrutura $\mathfrak{L}_b$. Assim, pela mesma razão que $\mathbf{K}_{bh}$, tudo que é válido em $\mathscr{M}_{\mathfrak{L}_b}$ é teorema em $\mathbf{K}^{*l}_{bh}$. ■

Teorema 4.26 (Completude para lógicas de consenso peirciano). *Dados os sistemas* $\mathbf{PC}$*,* $\mathbf{PC}_h$*,* $\mathbf{PC}^*_h$ *e* $\mathbf{PC}^{*l}_h$ *e as classes de estruturas* $\mathfrak{C}$ *e* $\mathfrak{L}_b$ *cada qual em um modelo canônico* $\mathscr{M}_c$*, então:*

1. *Se* $\models_{\mathfrak{C}} \varphi$*, então* $\vdash_{\mathbf{PC}} \varphi$*.*
2. *Se* $\models_{\mathfrak{C}} \varphi$*, então* $\vdash_{\mathbf{PC}_h} \varphi$*.*
3. *Se* $\models_{\mathfrak{C}} \varphi$*, então* $\vdash_{\mathbf{PC}^*_h} \varphi$*.*
4. *Se* $\models_{\mathfrak{L}_b} \varphi$*, então* $\vdash_{\mathbf{PC}^{*l}_h} \varphi$*.*

Demonstração. Suponha que $\models_{\mathfrak{C}} \varphi$. O sistema $\mathbf{PC}$ possui todos os axiomas e regras de $\mathbf{K}_t$ com adição de $(4^H/4^G)$. A a linguagem de $\mathbf{PC}$ é mais expressiva, graças aos operadores históricos, mas a estrutura temporal é apenas irreflexiva e transitiva. O sistema $\mathbf{PC}_h$, por sua vez, possui a mesma estrutura temporal do sistema $\mathbf{K}_{bh}$ (ou seja, adiciona o axioma (E)). E todo teorema de $\mathbf{PC}^*_h$ ou é um axioma ou uma fórmula derivada de um axioma por meio de uma de suas regras da inferência (as mesmas de $\mathbf{K}_t$). Por fim, $\mathbf{PC}^{*l}_h$ possui o axioma adicional L^P_h, o que faz com que seus teoremas sejam tautologias na estrutura $\mathfrak{L}_b$, e L^P_h é teorema como em $\mathbf{K}^{*l}_{bh}$, possuindo a mesma estrutura de $\mathbf{PC}^{*l}_h$. ■

4.2.2 Tableaux de prova para lógicas kripkeanas com consenso final

Agora, para completar a determinação desses sistemas, utilizaremos o método de tableaux tal como apresentado por Graham Priest (2008, pp. 49–63) com regras novas que introduziremos para dar conta das propriedades de nossos sistemas para suas respectivas estruturas (com os princípios que vimos no capítulo anterior). Esse método de prova não só facilita as demonstrações dos axiomas e demais teoremas como entrega uma maneira de construir um contra-modelo (quando há) na semântica em que a respectiva fórmula não é válida. Em tableaux de instantes de tempo, os instantes são mencionados por meio de índices de instantes: i, j, k e l, os quais relacionam-se por r que funciona como $\prec$, dando acesso de um conjunto de fórmulas em i para j ou o contrário, a fim de dar conta da interpretação das fórmulas modais de tempo. Assim, temos as seguintes regras apropriadas para quaisquer tableaux de $\mathbf{K}_t$ (as demais regras são iguais às usadas em lógica proposicional clássica[41]):

Regras de lógica proposicional clássica:

$$
\begin{array}{c}
\varphi \wedge \psi \\
\downarrow \\
\varphi \\
\psi
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\varphi \vee \psi \\
/ \quad \backslash \\
\varphi \qquad \psi
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\varphi \rightarrow \psi \\
/ \quad \backslash \\
\neg\varphi \qquad \psi
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\varphi \leftrightarrow \psi \\
/ \quad \backslash \\
\varphi \wedge \psi \qquad \varphi \wedge \psi
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{c}
\neg\neg\varphi \\
\downarrow \\
\varphi
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\neg(\varphi \wedge \psi) \\
/ \quad \backslash \\
\neg\varphi \qquad \neg\psi
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\neg(\varphi \vee \psi) \\
\downarrow \\
\neg\varphi \\
\neg\psi
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\neg(\varphi \rightarrow \psi) \\
\varphi \\
\neg\psi
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\neg(\varphi \leftrightarrow \psi) \\
/ \quad \backslash \\
\neg\varphi \wedge \psi \qquad \varphi \wedge \neg\psi
\end{array}
$$

Figura 4.2.1: Regras para o cálculo proposicional clássico (MORTARI, 2017).

Regras para lógicas temporais de Kripke:

$$
\begin{array}{c}
G\varphi, i \\
irj \\
\downarrow \\
\varphi, j
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
F\varphi, i \\
\downarrow \\
(\text{existe um } j) \\
irj \\
\varphi, j
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
H\varphi, i \\
jri \\
\downarrow \\
\varphi, j
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
P\varphi, i \\
\downarrow \\
(\text{existe um } j) \\
jri \\
\varphi, j
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\neg G\varphi, i \\
\downarrow \\
F\neg\varphi, i
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\neg F\varphi, i \\
\downarrow \\
G\neg\varphi, i
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\neg H\varphi, i \\
\downarrow \\
P\neg\varphi, i
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\neg P\varphi, i \\
\downarrow \\
H\neg\varphi, i
\end{array}
$$

Figura 4.2.2: Regras para lógica temporal minimal (PRIEST, 2008).

Seguindo essas regras algorítmicas, provaremos os axiomas de $\mathbf{K}_t$:

$$\vdash_{\mathbf{K}_t} \varphi \rightarrow HF\varphi \tag{4.2.1}$$

[41] Ver MORTARI, 2017.

$$\varphi, 0$$
$$\neg HF\varphi, 0$$
$$P\neg F\varphi, 0$$
$$1r0$$
$$\neg F\varphi, 1$$
$$G\neg\varphi, 1$$
$$\neg\varphi, 0$$
$$\times$$

$$\vdash_{\mathbf{K}_t} \varphi \to GP\varphi \tag{4.2.2}$$

$$\varphi, 0$$
$$\neg GP\varphi, 0$$
$$F\neg P\varphi, 0$$
$$0r1$$
$$\neg P\varphi, 1$$
$$H\neg\varphi, 1$$
$$\neg\varphi, 0$$
$$\times$$

$$\vdash_{\mathbf{K}_t} H(\varphi \to \psi) \to (H\varphi \to H\psi) \tag{4.2.3}$$

$$H(\varphi \to \psi), 0$$
$$\neg(H\varphi \to H\psi), 0$$
$$H\varphi, 0$$
$$\neg H\psi, 0$$
$$P\neg\psi, 0$$
$$1r0$$
$$\neg\psi, 1$$
$$\varphi, 1$$
$$\varphi \to \psi, 1$$
$$\psi, 1$$
$$\times$$

$$\vdash_{\mathbf{K}_t} G(\varphi \to \psi) \to (G\varphi \to G\psi) \tag{4.2.4}$$

$$G(\varphi \to \psi), 0$$
$$\neg(G\varphi \to G\psi), 0$$
$$G\varphi, 0$$
$$\neg G\psi, 0$$
$$F\neg\psi, 0$$
$$0r1$$
$$\neg\psi, 1$$
$$\varphi, 1$$
$$\varphi \to \psi, 1$$
$$\psi, 1$$
$$\times$$

Sabemos que todos os axiomas da sintaxe de $\mathbf{K}_t$ são válidos em nossa semântica de instantes na classe C de modelos (modelos com relação $\prec$ qualquer). Os outros três axiomas, porém, não são válidos nessa classe geral de modelos. Considere, por exemplo, o axioma (4^H) relativo à fórmula $H\varphi \to HH\varphi$:

$$\nvdash_{\mathbf{K}_t} H\varphi \to HH\varphi$$

$$H\varphi, 0$$
$$\neg HH\varphi, 0$$
$$P\neg H\varphi, 0$$
$$1r0$$
$$\neg H\varphi, 1$$
$$P\neg\varphi, 1$$
$$\varphi, 0$$
$$2r1$$
$$\neg\varphi, 2$$
$$?$$

Mapeando os resultados do algorítimo em nossa semântica, temos um modelo que é contraexemplo para esse axioma: Seja $\mathscr{M}$ um modelo com $t_0, t_1, t_2 \in T$ onde as respectivas fórmulas são verdadeiras nesses instantes. Ocorre que essa fórmula é teorema em $\mathbf{K}_{bh}$ e extensões. Isso pode ser demonstrado adicionando uma regra que mimetiza a transitividade na nossa semântica da classe $\mathbf{4}$ de modelos:

$$\begin{array}{c} irj \\ jrk \\ \downarrow \\ irk \end{array}$$

Figura 4.2.3: Regra de transitividade temporal (PRIEST, 2008).

$$\vdash_{\mathbf{K}_{bh}} H\varphi \rightarrow HH\varphi \tag{4.2.5}$$

$$\begin{array}{c} H\varphi, 0 \\ \neg HH\varphi, 0 \\ P\neg H\varphi, 0 \\ 1r0 \\ \neg H\varphi, 1 \\ P\neg\varphi, 1 \\ \varphi, 0 \\ 2r1 \\ \neg\varphi, 2 \\ 2r0 \\ \varphi, 2 \\ \times \end{array}$$

$$\vdash_{\mathbf{K}_{bh}} G\varphi \rightarrow GG\varphi \tag{4.2.6}$$

$$\begin{array}{c} G\varphi, 0 \\ \neg GG\varphi, 0 \\ F\neg G\varphi, 0 \\ 0r1 \\ \neg G\varphi, 1 \\ F\neg\varphi, 1 \\ \varphi, 0 \\ 1r2 \\ \neg\varphi, 2 \\ 0r2 \\ \varphi, 2 \\ \times \end{array}$$

Também em $\mathbf{K}_{bh}$ é válido o axioma (E), da fórmula $G\bot \vee FG\bot$. Provaremos isso por uma regra que mapeia o que fizemos na semântica para provar que esse axioma é válido na classe das estruturas $\mathfrak{C}$. Regra do fim:

$$\begin{array}{cc} \multicolumn{2}{c}{nrk} \\ k=i^* & (\text{existe um } i^*) \\ G\bot, i^* & kri^* \\ & G\bot, i^* \end{array}$$

Figura 4.2.4: Regra do fim.

$$\vdash_{\mathbf{K}_{bh}} G\bot \vee FG\bot \tag{4.2.7}$$

$$\neg(G\bot \vee FG\bot), 0$$
$$\neg G\bot \wedge \neg FG\bot, 0$$
$$\neg G\bot, 0$$
$$G\neg G\bot, 0$$
$$F\neg\bot, 0$$
$$0r1$$
$$\neg\bot, 1$$
$$\neg G\bot, 1$$
$$F\neg\bot, 1$$
$$1r2$$
$$\neg\bot, 2$$
$$0r2$$
$$\neg G\bot, 2$$
$$F\neg\bot, 2$$
$$2r3$$
$$\neg\bot, 3$$
$$\begin{array}{cc} 3{=}i^* & 3ri^* \\ G\bot, i^* & G\bot, i^* \\ \neg G\bot, i^* & 0ri^* \\ \times & \neg G\bot, i^* \\ & \times \end{array}$$

Por fim, uma regra que mimetiza (LIN-h) com a qual demonstramos a validade de (L_h^P) na estrutura $\mathfrak{L}_b$:

$$(\text{existe um } i^*)$$
$$jri^*$$
$$krj$$
$$lrj$$
$$\begin{array}{ccc} l = k & krl & lrk \end{array}$$

Figura 4.2.5: Regra de ramificações lineares.

$$\vdash_{\mathbf{K}_{bh}^{*l}} FG\bot \to (FP\varphi \to (P\varphi \lor \varphi \lor F\varphi)) \tag{4.2.8}$$

$$FG\bot, 0$$
$$\neg(FP\varphi \to (P\varphi \lor \varphi \lor F\varphi)), 0$$
$$FP\varphi, 0$$
$$\neg(P\varphi \lor \varphi \lor F\varphi), 0$$
$$\neg P\varphi \land \neg\varphi \land \neg F\varphi, 0$$
$$\neg P\varphi, 0$$
$$\neg\varphi, 0$$
$$\neg F\varphi, 0$$
$$G\neg\varphi, 0$$
$$H\neg\varphi, 0$$
$$0ri^*$$
$$G\bot, i^*$$
$$0r1$$
$$P\varphi, 1$$
$$kr1$$
$$\varphi, k$$
$$\begin{array}{ccc} 0 = k & kr0 & 0rk \\ \times & \neg\varphi, k & \neg\varphi, k \\ & \times & \times \end{array}$$

Fica estabelecida, assim, a determinação dos sistemas $\mathbf{K}_{bh}$ e extensões, faltando apenas oferecermos um método de prova para o sistema **PC** (e suas extensões).

4.2.3 Tableaux de prova para lógicas do consenso peirciano

O sistema **PC** é uma extensão (com ramificação também para trás) da lógica temporal ramificada peirciana, **PBTL**, de modo que podemos adotar uma estratégia análoga. Para **PBTL**, normalmente usa-se o método dedutivo axiomático, com algumas variações. A abordagem de Zanardo (1990) utiliza uma axiomatização completa finita da lógica temporal de tempo ramificado peirciana sem precisar da Regra Da Irreflexividade de Gabbay adaptada temporalmente por Burgess (1980).

No nosso caso, estamos adotando uma abordagem por tableaux, então replicaremos, em termos de regra de construção de árvores, o raciocínio que aplicamos para definir semanticamente os operadores de consenso histórico e de supersenso histórico. Começaremos por apresentar regras para tableaux com os novos operadores:

$$\begin{array}{ccc} & \Box_h \varphi,\, i & \\ & jri & \\ / & | & \backslash \\ \varphi,\, j & jrkri & krjri \\ & \varphi,\, k & \varphi,\, k \end{array} \qquad \begin{array}{c} \Diamond_h \varphi,\, i \\ \downarrow \\ (\text{existe um } j) \\ jri \\ \varphi \wedge H\varphi,\, j \\ \cdots \\ jrkri \\ \downarrow \\ \varphi,\, k \end{array} \qquad \begin{array}{c} \Diamond_g \varphi,\, i \\ \downarrow \\ (\text{existe um } j) \\ irj \\ \varphi \wedge G\varphi,\, j \\ \cdots \\ irkrj \\ \downarrow \\ \varphi,\, k \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} & \Box_g \varphi,\, i & \\ & irj & \\ / & | & \backslash \\ \varphi,\, j & irkrj & krirj \\ & \varphi,\, k & \varphi,\, k \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \neg\Box_h \varphi,\, i \\ \downarrow \\ \Diamond_h \neg\varphi,\, i \end{array} \quad \begin{array}{c} \neg\Diamond_h \varphi,\, i \\ \downarrow \\ \Box_h \neg\varphi,\, i \end{array} \quad \begin{array}{c} \neg\Diamond_g \varphi,\, i \\ \downarrow \\ \Box_g \neg\varphi,\, i \end{array} \quad \begin{array}{c} \neg\Box_g \varphi,\, i \\ \downarrow \\ \Diamond_g \neg\varphi,\, i \end{array}$$

Figura 4.2.6: Regras de tableaux peircianos.

Observação (abreviação de relações)**.** Com a expressão “*jrkri*”abreviamos “*jrk* e *kri*”para índices j, k e i quaisquer.

Observação (outros operadores modais)**.** No caso de outros operadores modais (abreviativos) que não estão nesses regras, serão traduzidos por operadores que estão nas regras.

Observação (...)**.** Nas regras de tableaux acima, a indicação “...” sugere que o termo abaixo não é pressuposto, mas, se ele ocorrer, então se pode inferir o termo abaixo da próxima seta. Por exemplo: pela segunda regra (para $\Diamond_h \varphi$, i), se ocorrer no tableaux uma instância k tal que $jrkri$, então obtemos na linha abaixo a fórmula φ no escopo de $\Diamond_h$.

Com essas regras, podemos montar provas sintáticas para as demonstrações (no nível semântico) para **PC** que fizemos no capítulo anterior, mas isso ocuparia muito espaço, então vamos apenas provar o teorema da introspecção histórica (um teorema semelhante aos dois que provamos em lógica temporal minimal: $\vdash_{\mathbf{K}_t} \varphi \to HF\varphi$ e $\vdash_{\mathbf{K}_t} \varphi \to GP\varphi$) e o teorema da necessidade histórica para frente e para trás (uma versão modificada desse teorema é utilizada geralmente como axioma para provar completude em lógica ramificada ockamista, por French e Reynolds (2003)).

$$\vdash_{\mathbf{PC}} \varphi \rightarrow \Box_h F\varphi \tag{4.2.9}$$

$$\begin{array}{c} \varphi, 0 \\ \neg\Box_h F\varphi, 0 \\ \Diamond_h \neg F\varphi, 0 \\ 1r0 \\ \neg F\varphi \wedge H\neg F\varphi, 1 \\ H\neg F\varphi, 1 \\ \neg F\varphi, 1 \\ G\neg\varphi, 1 \\ \neg\varphi, 0 \\ \times \end{array}$$

$$\vdash_{\mathbf{PC}} \varphi \rightarrow \Box_g P\varphi \tag{4.2.10}$$

$$\begin{array}{c} \varphi, 0 \\ \neg\Box_g P\varphi, 0 \\ \Diamond_g \neg P\varphi, 0 \\ 0r1 \\ \neg P\varphi \wedge G\neg P\varphi, 1 \\ G\neg P\varphi, 1 \\ \neg P\varphi, 1 \\ H\neg\varphi, 1 \\ \neg\varphi, 0 \\ \times \end{array}$$

$$\vdash_{\mathbf{PC}} F\varphi \rightarrow \Box_h F\varphi \tag{4.2.11}$$

$$F\varphi, 0$$
$$\neg\Box_h F\varphi, 0$$
$$\Diamond_h \neg F\varphi, 0$$
$$1r0$$
$$\neg F\varphi \wedge H\neg F\varphi, 1$$
$$H\neg F\varphi, 1$$
$$\neg F\varphi, 1$$
$$G\neg\varphi, 1$$
$$0ri$$
$$\varphi, i$$
$$\neg\varphi, i$$
$$\times$$

$$\vdash_{\mathbf{PC}} P\varphi \to \Box_g P\varphi \tag{4.2.12}$$

$$P\varphi, 0$$
$$\neg\Box_g P\varphi, 0$$
$$\Diamond_g \neg P\varphi, 0$$
$$0r1$$
$$\neg P\varphi \wedge G\neg P\varphi, 1$$
$$G\neg P\varphi, 1$$
$$\neg P\varphi, 1$$
$$H\neg\varphi, 1$$
$$ir0$$
$$\varphi, i$$
$$\neg\varphi, i$$
$$\times$$

$$\vdash_{\mathbf{PC}_h} G\bot \to \Box_h FG\bot \tag{4.2.13}$$

$$G\bot, 0$$
$$\neg\Box_h FG\bot, 0$$
$$\Diamond_h \neg FG\bot, 0$$
$$1r0$$
$$\neg FG\bot \wedge H\neg G\bot, 1$$
$$H\neg G\bot, 1$$
$$\neg FG\bot, 1$$
$$G\neg G\bot, 1$$
$$\neg G\bot, 0$$
$$\times$$

$$\vdash_{\mathbf{PC}_h^{*l}} (G\bot \wedge PP\varphi) \to P\Box_h\varphi \qquad (4.2.14)$$

$$G\bot \wedge PP\varphi, 0$$
$$\neg P\Box_h\varphi, 0$$
$$H\neg\Box_h\varphi, 0$$
$$G\bot, 0$$
$$PP\varphi, 0$$
$$1r0$$
$$P\varphi, 1$$
$$2r1$$
$$\varphi, 2$$
$$\neg\Box_h\varphi, 1$$
$$\Diamond_h\neg\varphi, 1$$
$$kr1$$
$$\neg\varphi \wedge H\neg\varphi, k$$
$$\neg\varphi, k$$
$$H\neg\varphi, k$$

$$\begin{array}{cccccc}
\multicolumn{3}{c}{0{=}i^*} & \multicolumn{3}{c}{0ri^*} \\
\multicolumn{3}{c}{G\bot, i^*} & \multicolumn{3}{c}{G\bot, i^*} \\
k{=}2 & kr2 & 2rk & k{=}2 & kr2 & 2rk \\
\times & \varphi, k & \varphi, k & \times & \varphi, k & \varphi, k \\
 & \times & \times & & \times & \times
\end{array}$$

4.3 Conclusões parciais

Nesta seção, a mais breve até agora, mas talvez a mais densa da tese, oferecemos o núcleo duro que sustenta a viabilidade lógico-matemática de nosso projeto. Como o foco desta pesquisa não está em resultados metalógicos, por vezes nos limitamos a listar propriedades ou a traçar demonstrações com alguns pequenos saltos, mas sempre dando referências de suporte, para caso necessário algum aprofundamento. Vale observar que foram necessários ajustes em algumas dessa provas para se adequar à nossa proposta semântica. Principalmente por essa razão, um rigor considerável ainda assim foi importante em alguns momentos para explicitar a viabilidade do projeto. Ademais, o capítulo como um todo serve também para que a leitura desta tese seja autocontida e não dependa em demasia da consulta de outros trabalhos de suporte: optamos por referenciá-los no lugar de provar alguns resultados apenas em ocasiões em que as demonstrações não teriam nenhuma mudança significativa em nossa exposição e exigiriam um espaço desnecessário.

Começamos por detalhar de forma completa nossa linguagem, fornecendo uma lista exaustiva e classificatória dos diferentes símbolos empregados nesta tese (vários dos quais inéditos), além de uma lista de todas as fórmulas e subfórmulas aceitáveis em nossos sistemas. Em seguida, fornecemos uma série de definições e explicações preliminares, apresentando noções como de sistema modal, dedutibilidade, axiomatização, consistência, conjunto-verdade, regras de inferência, classes de modelos, validade em modelos, conjunto maximal de fórmulas, lógical temporal normal e, por fim, os conceitos de correção e completude que determinam um sistema lógico.

Por sua vez, dedicamos uma subseção somente para os teoremas de correção, completude e compacidade. Em linhas gerais, nossa abordagem adaptou a construção da Prova de Henkin e o conhecido Lema de Lindenbaum (aqui chamado Teorema de Lindenbaum), junto de noções suplementares como de conjunto-prova, conjunto maximal consistente e modelo canônico. Desse modo, verificamos a completude fraca, forte e a compacidade de nossos sistemas. Para isso, claro, também utilizamos um método de prova sintática: optamos pelo estilo de tableaux de prova de Priest, com algumas adaptações para os sistemas peircianos.

A seguir, mostraremos uma abordagem dinâmica do conhecimento histórico, oferecendo uma alternativa interessante aos sistemas até aqui estudados, os quais capturam apenas noções estáticas de consenso e supersenso no tempo histórico.

5 Histórias prováveis em perspectiva dinâmica

A ciência é muito mais uma forma de pensar do que um corpo de conhecimento.

Carl Sagan em sua última entrevista, concedida a Charlie Rose (1996)

QUESTÕES DE CADA SUBSEÇÃO

Capítulo 5

1. Qual o problema de uma estrutura estática para uma "história enquanto está sendo conhecida"?

2. Como podemos construir uma lógica temporal dinâmica?

3. Como se formam consensos e revisões do conhecimento científico de forma dinâmica a partir do anúncio de novas informações?

No capítulo anterior, conseguimos chegar a um sistema lógico capaz de montar uma espécie de "mapa" da "história enquanto está sendo conhecida" ou até da própria história da historiografia. O sistema **PC**, assim, é capaz de traduzir subsensos, consensos, dissensos, leis gerais, explicações, falseabilidade, descrições temporais complexas e mais. Por outro lado, essa árvore de histórias prováveis que obtemos, enquanto um mapa total do tempo histórico, é uma visão estática do conhecimento científico no tempo.

De certa forma, um modelo em **PC** não é exatamente uma "história em construção", porque o modelo não permite revisão, embora ao longo do tempo (no modelo) as proposições mudem de valor, inclusive os consensos. Desse modo, um modelo desse sistema pode ser interpretado como uma "foto da história" em determinada circunstância do conhecimento científico; uma visão da história conhecida (com todas as divergências da comunidade científica lá embutidas).

Esse tipo de visão, no entanto, gera um paradoxo análogo ao problema da onisciência em sistemas de lógica epistêmica. Nas subseções a seguir, veremos como esse paradoxo pode ser identificado e, em seguida, como ele pode ser superado por um sistema lógico dinâmico capaz de descrever a evolução gradual do conhecimento histórico e, ao mesmo tempo, preservar resultados que já obtivemos. Por fim, abordaremos como a "dinâmica da comunidade científica" pode ser interpretada por trás do novo sistema que introduziremos.

5.1 O paradoxo da onisciência historiográfica

Principais símbolos desta subseção: $\Box_g^{t_*}$, $\Diamond_g^{t_*}$, $\Box_h^{t_*}$, $\Diamond_h^{t_*}$, $\Box_{hg}^{*\wedge}$, $\Box_{hg}^{*\vee}$, $\Diamond_{hg}^{*\wedge}$, $\Diamond_{hg}^{*\vee}$.

Neste primeiro tópico, nosso objetivo é analisar um problema teórico na interpretação de nossos sistemas anteriores, o que chamaremos de "paradoxo da onisciência historiográfica". Assim como fizemos na introdução desta tese, utilizaremos um experimento mental para isolar a questão e, ao mesmo tempo, expô-la de forma clara e intuitiva. Depois do experimento, colocaremos o problema em termos formais e ofereceremos um caminho para resolvê-lo na subseção seguinte.

O PROBLEMA DA AUTOBIOGRAFIA PERFEITA

Neste experimento, nosso objetivo é conceituar um autobiógrafo que escreve uma autobiografia perfeita ao longo de sua vida. Suponha alguém que esteja escrevendo uma autobiografia "perfeita" (no sentido de irrevisível e total), mas não parou para escrevê-la de uma só vez, e sim passa sua vida escrevendo-a pouco a pouco. Como isso seria possível? Para avaliarmos essa questão, primeiro precisamos definir o que exatamente se pretende com uma autobiografia desse tipo. Em virtude desse experimento, considere a definição abaixo.

Definição 5.1. (a escrita de uma autobiografia perfeita) *Dizemos que alguém está escrevendo uma autobiografia total e irrevisível quando:*

1. *O autor enquanto escreve sua autobiografia não pode corrigir suas sentenças.*

2. *A narrativa consiste em uma história total (do nascimento à morte) das interpretações que seu autor desenvolve sobre os acontecimentos que vivencia.*

3. *A narrativa é contada sob o olhar única e exclusivamente do autor com base em suas vivências.*

Por essa definição, para a escrita de uma autobiografia perfeita, precisamos que seu autor (o autobiógrafo) consiga cumprir esses três requisitos em sua obra. Note que isso não implica em escrever uma "história real" de sua vida, posto que o terceiro critério deixa claro que se trata da história conforme vivenciada pelo autor; em outras palavras, a autobiografia não implica em dizer exatamente o que ocorreu, mas sim o que exatamente foi vivenciado pelo autor, e envolve até mesmo dúvidas e imprecisões que ele próprio possa ter sobre coisas que ocorrem ao seu redor.

Observação (realidade e vivência)**.** Repare que "o que ocorreu" e "o que foi vivenciado" são conceitos diferentes. É perfeitamente possível, por exemplo, que alguém possa ter uma experiência distorcida de um acontecimento no decorrer de sua vida, isso pode ocorrer por efeito de substâncias, ou mesmo ocorrer quando esteja em pleno juízo e sanidade. Nesse segundo caso, isso ocorre porque há numerosas inclinações pessoais e informações parciais que levam as pessoas a interpretarem acontecimentos em volta delas de forma variada. Nesse sentido, duas pessoas que tenham vivido durante um mesmo período histórico podem ter interpretações diversas e até contraditórias sobre alguns mesmos acontecimentos do período; afinal, suas vivências podem ter vindo de contextos geográficos e circunstâncias sociais e psicológicas muito distintas.

Nossa pergunta, então, passa a ser a seguinte: como precisa ser um autobiógrafo para que possa escrever uma autobiografia total? Basicamente, o escritor precisa satisfazer duas condições: o autor de tal obra precisa ter conhecimento total de suas vivências (pois não pode revisar suas afirmações) e, ao mesmo tempo, ser fiel ao seu autoconhecimento relativo a cada instante de sua vida. Para isso, perceba que esse autobiógrafo precisará saber sobre suas vivências desde seu nascimento até a sua morte. Isso inclui as suas vivências do futuro (as quais ainda não presenciou) e até mesmo as suas mudanças de perspectiva no futuro sobre o seu próprio passado.

Apenas como exercício, suponha que exista um autobiógrafo perfeito que satisfaça essas condições e esteja, no decorrer da vida, escrevendo essa autobiografia total sem em nenhum momento ser capaz de apagar ou fazer qualquer correção em sua escrita da história autobiográfica. Nesse caso, a existência desse escritor implicaria em um paradoxo que chamaremos de "paradoxo da onisciência historiográfica". Damos o nome de "paradoxo" a essa caso porque implica em uma experiência contraditória do tempo.

O paradoxo consiste no seguinte: o autobiógrafo precisa ter uma onisciência sobre sua vida, de modo que precisa saber de tudo que lhe ocorrerá no futuro (inclusive daquilo que pensará sobre seu próprio passado), mas ele não pode usar esse conhecimento retroativamente; ou seja, esse autobiógrafo precisa viver como se nada soubesse, do contrário, não teria uma vida autêntica *do passado* para contar.

O problema surge por dois fatores: em primeiro lugar, porque a autobiografia total inclui a história de vida inteira (para frente e para trás); em segundo lugar, porque a autobiografia é escrita no meio da história (e não ao final dela) e não pode ser alterada ou corrigida de nenhum modo no futuro. Note que o paradoxo decorre desses dois fatores estarem juntos. Se um deles for eliminado, o paradoxo é dissolvido.

- Solução da revisibilidade: se a história for revisível (suas sentenças puderem ser apagadas e corrigidas com o tempo), não é necessário que o autor tenha onisciência historiográfica, ele não precisa ter conhecimento retroativo de sua vida do futuro, posto que ele poderá, no futuro, revisar o que escreveu.
- Solução da parcialidade: se a história for parcial (apenas sobre parte da vida do autor), então ela não precisa envolver o seu futuro e nem todas as interpretações *a posteriori* que o autor terá sobre seu passado.

A fim de conservar várias propriedades interessantes da construção de histórias totais (as quais foram demonstradas nos capítulos anteriores), em vez de optarmos pela solução da parcialidade, neste capítulo elaboraremos como pode ser logicamente construída a solução da revisibilidade para uma história total qualquer (não necessariamente autobiográfica) elaborada por um ou mais autores.

Feito esse exercício para introduzir o problema, agora podemos provar que isso de fato ocorre com a história total (ou estrutura total de histórias e instantes) em um modelo qualquer de **PC** (e extensões). Para essa prova, considere as seguintes definições abreviativas (as quais são mais detalhadas no Apêndice B):

- $\Box_h^{t_*}\varphi \equiv (\Box_h\varphi \vee \varphi)$
- $\Box_g^{t_*}\varphi \equiv (\Box_g\varphi \vee \varphi)$
- $\Diamond_h^{t_*}\varphi \equiv (\Diamond_h\varphi \wedge \varphi)$
- $\Diamond_g^{t_*}\varphi \equiv (\Diamond_g\varphi \wedge \varphi)$
- $\Box_{hg}^{*\vee}\varphi \equiv (\Box_h^{t_*}\varphi \vee \Box_g^{t_*}\varphi)$
- $\Box_{hg}^{*\wedge}\varphi \equiv (\Box_h^{t_*}\varphi \wedge \Box_g^{t_*}\varphi)$
- $\Diamond_{hg}^{*\vee}\varphi \equiv (\Diamond_h^{t_*}\varphi \vee \Diamond_g^{t_*}\varphi)$
- $\Diamond_{hg}^{*\wedge}\varphi \equiv (\Diamond_h^{t_*}\varphi \wedge \Diamond_g^{t_*}\varphi)$

Note que esses operadores abreviativos permitem, por propriedades conhecidas da lógica clássica, as seguintes interdefinições:

$$\Diamond_h^{t_*}\varphi \equiv \neg\Box_h^{t_*}\neg\varphi \text{ e } \Diamond_g^{t_*}\varphi \equiv \neg\Box_g^{t_*}\neg\varphi$$

$$\Box_{hg}^{*\vee}\varphi \equiv \neg\Diamond_{hg}^{*\wedge}\neg\varphi \text{ e } \Box_{hg}^{*\wedge}\varphi \equiv \neg\Diamond_{hg}^{*\vee}\neg\varphi$$

Demonstraremos que, à luz de nossa interpretação do conhecimento histórico, as propriedades das lógicas de consenso peirciano determinam que os historiadores ao mesmo tempo descrevem as histórias prováveis em que vivem e ao mesmo tempo sabem de tudo que ocorre, ocorreu ou ocorrerá conforme essas histórias. Não ocorre necessariamente uma incompatibilidade ou uma contradição entre essas duas propriedades pelo fato de que é um sistema determinístico; ademais, as histórias não são necessariamente reais, mas sim histórias prováveis criadas pelos próprios historiadores. Contudo, esse resultado exibe uma limitação dessa lógicas em capturar a dinâmica do conhecimento histórico e a experiência de incerteza e revisão dos cientistas diante de dados incompletos sobre a suposta "história real" que estão conhecendo.

Teorema 5.1 (onisciência historiográfica)**.** *Em* **PC** *há onisciência historiográfica, ou seja, para qualquer fórmula temporal em um instante qualquer há algum consenso fixo sobre ela para frente, para trás e no presente. Formalmente:*

1. *Em um instante qualquer t de um modelo $\mathscr{M}$: para qualquer fórmula φ em t (modalizada ou não), obtemos $\Box_h F\varphi$ e $\Box_g P\varphi$;*

2. *Em um instante qualquer t de um modelo $\mathscr{M}$: se $F\varphi$, então $\Box_h F\varphi$; se $P\varphi$, então $\Box_g P\varphi$;*

3. *Em um instante qualquer t de um modelo $\mathscr{M}$: para qualquer fórmula φ de forma $\varphi = \psi$ ou $\varphi = F\psi$ ou $\varphi = P\psi$, obtemos $\Box_{hg}^{*\vee}\varphi$;*

4. *Nenhum modelo $\mathscr{M}$ de* **PC** *ou de* **PC$'$** *pode ser atualizado em suas ocorrências.*

Observação (atualização de ocorrências)**.** Em breve ofereceremos uma definição exata para o conceito de atualização de um modelo. Por enquanto, para o entendimento desse paradoxo, podemos dar um sentido intuitivo a essa expressão: se uma fórmula φ é verdadeira em um modelo $\mathscr{M}$, mas acrescentamos a esse modelo uma fórmula ψ, e então obtemos um modelo $\mathscr{M}_\psi$, podemos dizer que o modelo $\mathscr{M}$ foi atualizado pela fórmula ψ; nessa versão atualizada, pode ser que φ continue verdadeiro ou pode ser que não.

Demonstração. 1. Segue-se do teorema da introspeção histórica: $\models_{\mathbf{PC}} \varphi \to \Box_h F\varphi$ e $\models_{\mathbf{PC}} \varphi \to \Box_g P\varphi$.

2. Pelo teorema da necessidade histórica, sabemos que $\models_{\mathbf{PC}} F\varphi \to \Box_h F\varphi$ e $\models_{\mathbf{PC}} P\varphi \to \Box_g P\varphi$.

3. Para ambos os tipos de consenso reflexivo (que inclui o presente), automaticamente significa (pela definição abreviativa acima) que há um consenso do presente, haja vista que é, por definição, um ponto de convergência entre todas as histórias desse ponto (como detalhamos no Apêndice B), de modo que temos $\models_{\mathbf{PC}} \psi \to \Box_h^{t_*}\psi$, bem como $\models_{\mathbf{PC}} \psi \to \Box_g^{t_*}\psi$. Unindo esses resultados, obtemos $\psi \to \Box_{hg}^{*\wedge}\varphi$, e consequentemente $\psi \to \Box_{hg}^{*\vee}\psi$. No caso de $F\psi$, pelo teorema do item acima, obtemos $\Box_h F\psi$. E no caso de $P\psi$, também por aquele teorema, obtemos $\Box_g P\psi$. Portanto, $\Box_g P\psi \vee \psi \vee \Box_h F\psi$, pelos termos da definição de φ para esta prova, obtemos $\Box_{hg}^{*\vee}\varphi$.

4. Segue-se da sintaxe de **PC** no capítulo anterior e de nossos resultados para modelos satisfazíveis. Um modelo $\mathscr{M}$ do sistema não é dinâmico, no sentido de não ser atualizável. Caso as ocorrências de um modelo teórico não coinscidam com um modelo formal $\mathscr{M}$, é possível fazer um modelo diferente $\mathscr{M}'$, mas não revisar o modelo $\mathscr{M}$.

■

Corolário 5.1.1 (onisciência do falseamento de consensos)**.** *Se um consenso for falseado no futuro, em qualquer instante do passado há um consenso de previsão de que ele será falseado.*

$$\models_{\mathbf{PC}} F\neg\Box_h\varphi \to \Box_h F\neg\Box_h\varphi$$

Demonstração. Trata-se de um caso particular do teorema geral acima ou, sendo mais específico, do teorema de necessidade histórica para o futuro: $F\varphi \to \Box_h F\varphi$. ■

Abaixo, confira um exemplo em diagrama em que essas propriedades geram o mesmo tipo de paradoxo contido no experimento do problema da autobiografia perfeita. Na imagem, podemos ver dois pontos (ou instantes), em um deles, há um consenso de uma fórmula φ, em outro, no futuro, o consenso foi falseado. Por conseguinte, isso significa que no instante anterior, quando havia o consenso antes de ser falseado, havia um consenso de que ele seria falseado no futuro (no diagrama abaixo, por razões didáticas, excepcionalmente explicitaremos algumas fórmulas com negação externa).

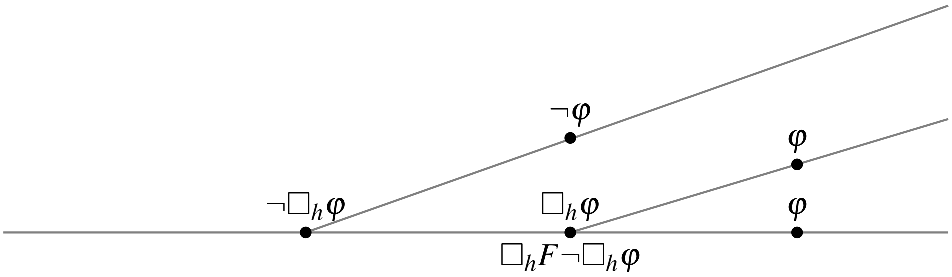


Figura 5.1.1: Um exemplo de modelo com consenso de uma fórmula e ao mesmo tempo um consenso de que tal consenso será superado.

5.2 Lógica do Anúncio Histórico

Principais símbolos desta subseção: $\mathscr{M}|_{\varphi}$, $[\cdot]$, $\langle\cdot\rangle$.

Neste tópico, apresentaremos uma extensão do sistema $\mathbf{K}_{bh}$ que o torne "dinâmico", em um certo sentido, de modo a dar conta de revisões do conhecimento histórico. Mas primeiro precisamos esclarecer a linguagem por trás dessa noção de dinamismo, a qual até agora tem sido utilizada apenas intuitivamente exposta em contraposição aos sistemas estáticos apresentados nos capítulos precedentes.

Há um *sentido amplo* e um *sentido estrito* para uma lógica ser considerada "dinâmica". Em sentido estrito, uma lógica é dinâmica quando ela permite revisão de valor de verdade de uma proposição atômica. Por outro lado, em sentido amplo, uma lógica é dinâmica quando permite revisão apenas de proposições modalizadas. O sistema que será introduzido neste tópico é desse segundo tipo, uma lógica dinâmica apenas em sentido amplo. Na verdade, esse sistema será baseado em um já conhecido na área de lógica epistêmica dinâmica. Trata-se da Lógica de Anúncio Público ou *Public Announcement Logic* ("**PAL**", como geralmente abreviado). Nós adaptaremos a estratégia de construção desse sistema, de modo que chamaremos nosso sistema de Lógica de Anúncio Histórico ou *Historical Announcement Logic*: "**HAL**", como abreviaremos a partir daqui.

Dadas duas fórmulas quaisquer φ e ψ, utilizaremos uma nova notação simbólica: "$[\varphi]\psi$", a qual funciona similarmente às outras operações modais que tratamos anteriormente, tais como $\Box\psi$ e $H\psi$. Nossa notação inspira-se naquela comumente utilizada em **PAL**. Desse modo, o que estamos fazendo é basicamente enriquecendo a nossa linguagem do sistema lógico $\mathbf{K}^*_{bhl}$ com o operador $[\cdot]$. Podemos agora definir indutivamente nossas fórmulas para **HAL** como se segue:

$$\varphi := p \in PROP \mid \bot \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid H\varphi \mid G\varphi \mid [\varphi]\psi.$$

Note que se estamos introduzindo um símbolo que opera sobre histórias, o que significa que podemos usar esse operador para estender nossos sistemas da família $\mathbf{K}_{bh}$:

$$\mathbf{HAL}_h = \mathbf{K}_{bh} + [\cdot]$$
$$\mathbf{HAL}_h^* = \mathbf{K}_{bh}^* + [\cdot]$$
$$\mathbf{HAL}_h^{*l} = \mathbf{K}_{bhl}^* + [\cdot]$$

Considere um sistema minimal **HAL**. Como uma extensão de $\mathbf{K}_{bh}$, trata-se uma lógica modal com relação transitiva, irreflexiva e final/terminal. Contudo, também com um operador novo, o qual amplia o poder de expressão do sistema, diferente do operador de consenso histórico "$\bot\Box_h\varphi$", pois o introduzimos via *definição normal*. Pois bem, segue nossa leitura dos operadores de anúncio histórico:

$[\varphi]\psi$: 'depois de *qualquer* anúncio histórico de que φ é o caso,
ψ é o caso.'

$\langle\varphi\rangle\psi$: 'existe *ao menos um* anúncio histórico de que φ é o caso
depois do qual ψ é o caso.'

Veja que temos dois operadores. Na verdade, um é interdefinível pelo outro, porém o fato é que essa dualidade na prática não nos será útil. Assim como acontece em **PAL**, os anúncios históricos em nossa lógica são *funcionais*, ou seja, só há uma forma de execução de anúncio:

$$\langle\varphi\rangle\psi \to [\varphi]\psi$$

Esse mesmo princípio vale também para as extensões de **HAL**. Mas antes de detalharmos as condições de verdade para anúncio histórico, vamos tentar entender a intuição por trás dessa operação. A operação de anunciar assemelha-se à da implicação. Apenas para introduzir o conceito, podemos imaginar uma afirmação do tipo: "dado tal anúncio, então ocorre tal coisa". Anúncios nesses moldes são usados em modelos para *atualizá-los* (como definiremos com precisão em breve). Confira abaixo um exemplo de estrutura com linhas do tempo em que progressivamente adicionamos anúncios simbolizados por implicações seguidas de uma exclamação.

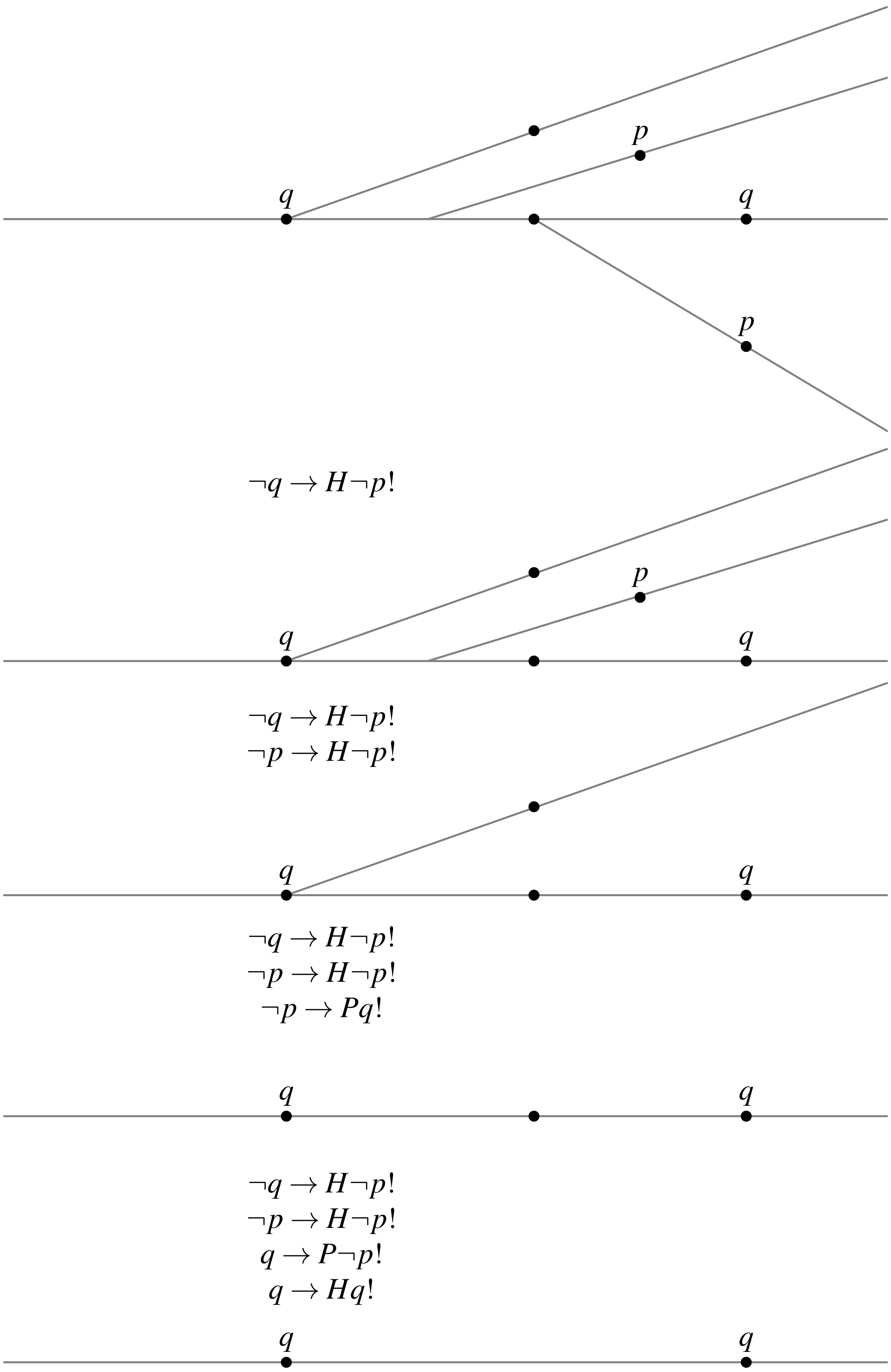


Figura 5.2.1: Diagramas de anúncios históricos.

Como é possível observar pelos diagramas acima, o conceito envolve atualizar os modelos com uma operação que "desconecta" os pontos ou instantes do tempo que estão em desacordo ou entram em contradição com os termos do anúncio. É importante salientar que os anúncios não tem poder de "construir" histórias, mas apenas de eliminá-las. Todas as hipóteses prováveis para o passado já estão estipuladas em um modelo; os anúncios servem para aperfeiçoá-lo.

Se quisermos tomar um exemplo historiográfico, podemos tomar o caso das esculturas greco-romanas. Quando consideramos a escultura Vênus de Milo, por exemplo, podemos afirmar que há uma divergência sobre se ela foi desde a origem esculpida com braços ou não [42]. Entretanto, diferente de antigamente, hoje já não é uma hipótese aceita aquela segundo a qual as esculturas antigas eram originalmente brancas (não pintadas).

Hoje é amplamente conhecido que tais esculturas eram, em sua grande maioria, tingidas com muitas cores, o que podemos constatar por luz ultravioleta, entre outras evidências. Isso significa que essa informação revisou histórias prováveis (eliminou aquelas que entravam em contradição com esse dado), permanecendo apenas hipóteses compatíveis com essa informação. Tal processo nas ciências históricas pode ser compreendido como um caso de aplicação de anúncio histórico.

Podemos finalmente ir da intuição para a abstração e dar maior precisão ao nosso raciocínio. Um modelo atualizado pode ser representado como "$\mathscr{M}|_\varphi$", onde a fórmula φ, em subscrito, designa a fórmula que atualizou o modelo.

Definição 5.2 (modelo temporal atualizado)**.** *Considere uma fórmula qualquer como φ de* **HAL***; bem como uma árvore* **HAL***, $\mathscr{T} = \langle T, \prec \rangle$; tome V como uma valoração binária para proposições atômicas, $V : T \times PROP \to \{0,1\}$; e construa um modelo temporal $\mathscr{M} = \langle \mathscr{T}, V \rangle$. A atualização de $\mathscr{M}$ em relação a φ é um modelo*

$$\mathscr{M}|_\varphi = \langle T^!, \prec^!, V^! \rangle$$

onde:

1. $T^! = ||\varphi||^{\mathscr{M}} = \{t \in T : \mathscr{M}, t \models \varphi\}$;

2. $\prec^! = \prec \cap (||\varphi||^{\mathscr{M}} \times ||\varphi||^{\mathscr{M}})$;

[42] O Louvre declara atualmente que há discussões sobre fragmentos dos braços que teriam sido encontrados, mas os fragmentos que pertenceriam à estátua são contestados, os quais estão preservados separadamente no mesmo museu.

3. *para cada* $t \in T^!$, $V^!(p,t) = V(p,t)$ *e* $V^!(\bot,t) = V(\bot,t)$.

Aqui estão as condições de verdade em **HAL** para nosso operador novo:

$$\mathscr{M},t \models [\varphi]\psi \quad \text{sse} \quad \text{para todo } (\mathscr{M}^n,t_n)\text{, se } \mathscr{M}^n = \mathscr{M}|_\varphi \text{ e } t_n = t,\ \mathscr{M}^n,t_n \models \psi.$$

Há também uma versão simplificada da condição acima que é muito comum de ser utilizada. Embora a versão simplificada seja imprecisa quanto à identidade dos instantes, como alguns autores têm argumentado (Pereira, 2015; van Ditmarsch at al., 2007), é ainda assim interessante de ser apresentada para dar uma intuição mais direta para as regras de tableau para o operador:

$$\mathscr{M},t \models [\varphi]\psi \quad \text{sse} \quad \text{se } \mathscr{M},t \models \varphi\text{, então } \mathscr{M}|_\varphi,t \models \psi.$$

Corolário 5.1.2 (Dualidade)**.** *Da condição de verdade (definição semântica) acima, segue-se diretamente que*

$$\mathscr{M},t \models \langle\varphi\rangle\psi \quad \textit{sse} \quad \textit{para algum } (\mathscr{M}^n,t_n)\textit{, se } \mathscr{M}^n = \mathscr{M}|_\varphi \textit{ e } t_n = t,$$
$$\textit{então } \mathscr{M}^n,t_n \models \psi.$$

Com essa leitura, inspirada na apresentação de Marcio Pereira (2015, p. 145), estamos modelando o que em Filosofia da Ciência, Epistemologia e Lógica às vezes se chama de um "raciocínio revogável" (*defeasible reasoning*); basicamente o que está ocorrendo no exemplo da Vênus de Milo. Naturalmente, há vários conceitos "de fundo" que precisamos discutir sobre essa modelagem para filosofia das ciências históricas, mas antes convém expor em detalhes as propriedades formais mais importantes de nossos sistemas **HAL**. Retornaremos à discussão filosófica na última subseção deste capítulo.

5.2.1 Principais propriedades de lógicas de anúncio histórico

Considerando a conhecida lógica do anúncio público no campo da lógica epistêmica, o que há de mais interessante em nossa contribuição reside em nossa interpretação, no nível semântico, e em nossa aplicação para os sistemas propostos $\mathbf{K}_{bh}$ e suas extensões. Todos esses sistemas, como demonstramos, comportam-se perfeitamente como outros sistemas modais conhecidos. Isso dito, vamos apresentar alguns resultados importantes que podem ser obtidos em relação aos operadores modais de anúncio em nossa interpretação temporal:

Lema 5.2. *Para qualquer modelo:*

1. $\mathscr{M},t \models \neg[\varphi]\neg\psi \leftrightarrow \langle\varphi\rangle\psi$;

2. $\mathscr{M},t \models \neg\langle\varphi\rangle\neg\psi \leftrightarrow [\varphi]\psi$;

3. $\mathscr{M},t \models [\varphi]\neg\psi \leftrightarrow \neg\langle\varphi\rangle\psi$;

4. $\mathscr{M},t \models \neg[\varphi]\psi \leftrightarrow \langle\varphi\rangle\neg\psi$.

Demonstração. A primeira afirmação segue diretamente da condição de verdade descrita para o operador. As demais afirmações são provadas facilmente por raciocínio proposicional clássico. ∎

Teorema 5.3 (conversões de implicação)**.** *Para qualquer modelo $\mathscr{M}$ e instante qualquer t de $\mathscr{M}$, e para quaisquer φ e ψ, enquanto fórmulas, bem como para qualquer fórmula atômica p em* **HAL****:*

1. *Se $\mathscr{M},t \models \langle\varphi\rangle\psi$, então $\mathscr{M},t \models \varphi$;*

2. *Se $\mathscr{M},t \not\models [\varphi]\psi$, então $\mathscr{M},t \models \varphi$;*

3. *Se $\mathscr{M},t \models \varphi$, então $\mathscr{M},t \models \langle\varphi\rangle\top$;*

4. *Se $\mathscr{M},t \not\models \varphi$, então $\mathscr{M},t \models [\varphi]\psi$;*

5. *Se $\mathscr{M}|_\varphi,t \models p$, então $\mathscr{M},t \models p$;*

6. *Se $\mathscr{M}|_\varphi,t \not\models p$, então $\mathscr{M},t \not\models p$;*

7. *$\mathscr{M}|_\varphi,t \models p$, se e somente se $\mathscr{M},t \models p$ (desde que haja instante).*

Demonstração.

1. Suponha que $(i)\mathscr{M},t \models \langle\varphi\rangle\psi$, mas $(ii)\mathscr{M},t \not\models \varphi$. De (i), deve existir um $\mathscr{M}^n,t_n$ tal que $\mathscr{M}^n = \mathscr{M}|_\varphi$ e $t_n = t$ e $\mathscr{M}^n,t_n \models \psi$. De (ii), se existe qualquer $\mathscr{M}|_\varphi$, certamente $t \notin T^!$, posto que $t \notin ||\varphi||_\mathscr{M}$. Assim, nenhum t_n pode ser esse t, o que é um resultado incompatível com (i).

2. Suponha que $\mathscr{M},t \not\models [\varphi]\psi$. Pelo lema anterior, sabemos que isso é equivalente a dizer que $\mathscr{M},t \models \langle\varphi\rangle\neg\psi$. Do que foi provado acima, concluímos que $\mathscr{M},t \models \varphi$.

3. Suponha que $\mathscr{M},t \not\models \langle\varphi\rangle\top$. Pela condição de verdade de anúncios históricos, não existe um $\mathscr{M}^n,t_n$ tal que: $\mathscr{M}^n = \mathscr{M}|_\varphi$ e $t_n = t$ e $\mathscr{M}^n,t_n \models \top$; em outras palavras, para todo $\mathscr{M}^n,t_n$: se $\mathscr{M}^n = \mathscr{M}|_\varphi$ e $t_n = t$, então $\mathscr{M}^n,t_n \not\models \top$. É impossível que $\mathscr{M}^n,t_n \not\models \top$, então para todo $\mathscr{M}^n,t_n$, ou $\mathscr{M}^n \neq \mathscr{M}|_\varphi$ ou $t_n \neq t$. Ou seja, para todo $\mathscr{M}^n,t_n$, se $\mathscr{M}^n = \mathscr{M}|_\varphi$, então $t_n \neq t$. Se não há $\mathscr{M}|_\varphi$, $\mathscr{M},t \not\models \varphi$. Mas, se existe um modelo atualizado dessa forma, de modo como $\mathscr{M}|_\varphi$ é construído, temos que $t \notin ||\varphi||_\mathscr{M}$, e, portanto, $\mathscr{M},t \not\models \varphi$.

4. Suponha que $\mathscr{M},t \not\models \varphi$. Se concebermos algum $\mathscr{M}|_\varphi$, não vai existir instante de tempo, no que temos por $t_n \in T^!$, e isso é o próprio t, posto que $t \notin ||\varphi||_\mathscr{M}$; todavia a definição semântica para $\mathscr{M},t \models [\varphi]\psi$ será vacuamente satisfeita. Se não há nenhum modelo $\mathscr{M}|_\varphi$, o mesmo ocorre, porque nenhum $\mathscr{M}^n$ vai corresponder ao $\mathscr{M}|_\varphi$.

5. O valor das fórmulas atômicas em um instante nunca muda em um modelo atualizado para todos os instantes que permanecem após a atualização de um modelo. Suponha que $(i)\mathscr{M}|_\varphi,t \models p$, mas também que $(ii)\mathscr{M},t \not\models p$. De (i), existe um $\mathscr{M}|_\varphi$ onde $t \in T^!$ (entretanto, $t \in T$). p é uma fórmula atômica, então temos $\mathscr{M}|_\varphi,t \models p$, onde, por definição, é verdadeira para $V^!(p,t)$. Ainda assim, por (ii), sabemos que essa fórmula não é verdadeira para $V(p,t)$. Acontece que, devido à construção de $\mathscr{M}|_\varphi$, para cada $t \in T^!$, $V^! = V$, o que leva a uma contradição.

6. *Mutatis mutandis*, isso pode ser provado pelo mesmo esquema de demonstração acima.

7. Isso se segue diretamente dos dois últimos itens.

■

Teorema 5.4 (funcionalidade de anúncios)**.** *Para quaisquer fórmulas φ e ψ:*

$$\langle\varphi\rangle\psi \to [\varphi]\psi$$

Demonstração. Suponha, em modelo arbitrário $\mathscr{M},t$, que $\mathscr{M},t \not\models [\varphi]\psi$. Pela nossa definição semântica, isso é o mesmo que dizer que não é o caso que, para todo $\mathscr{M}^n,t_n$, se $\mathscr{M}^n = \mathscr{M}|_\varphi$ e $t_n = t$, então $\mathscr{M}^n,t_n \models \psi$. Equivalentemente, existe um $\mathscr{M}^n,t_n$ tal que $\mathscr{M}^n = \mathscr{M}|_\varphi$ e $t_n = t$ e $\mathscr{M}^n,t_n \not\models \psi$. Em outras palavras, $\mathscr{M},t \not\models \langle\varphi\rangle\psi$. ■

Teorema 5.5 (parcialidade dos anúncios)**.** *Para qualquer fórmula φ:*

$$\not\models \langle\varphi\rangle\top$$

Demonstração. Suponha uma fórmula arbitrária φ tal que $\mathscr{M},t \not\models \varphi$. Mesmo se existir um modelo atualizado $\mathscr{M}|_\varphi$, não teria um instante t tal que $\mathscr{M}|_\varphi,t \models \top$, porque $t \notin ||\varphi||_{\mathscr{M}}$. Em outros termos, $\mathscr{M},t \not\models \langle\varphi\rangle\top$, pois não pode ser que $\mathscr{M}^n,t_n$ tal que $\mathscr{M}^n = \mathscr{M}|_\varphi$ e $t_n = t$ e $\mathscr{M}^n,t_n \models \top$; ao menos a segunda afirmação conjunta é falsa. ■

Teorema 5.6 (preservação de fórmulas atômicas)**.** *Para qualquer fórmula atômica p:*

$$\models [p]p$$

Demonstração. Esse resultado pode ser demonstrado facilmente por redução ao absurdo. Suponha que $\not\models [p]p$. Pelo lema anterior, sabemos que isso equivale a $\models \neg[p]p$, ou seja, $\models \langle p\rangle\neg p$. Por definição, isso significa que existe um anúncio de p em $\mathscr{M},t$ e em um modelo atualizado $\mathscr{M}^n$ para o mesmo instante t temos $\neg p$, portanto, para o mesmo instante t, temos $\mathscr{M}^n,t \not\models p$, mas sabemos que o domínio de proposições atômicas *PROP* é o mesmo para $\mathscr{M}$ e qualquer modelo seu atualizado, então $\not\models_{\mathscr{M}} p$ e $\models_{\mathscr{M}} p$, o que é absurdo. ■

Teorema 5.7 (relações entre as fórmulas de anúncios e as demais fórmulas)**.** *Para qualquer fórmula φ, ψ, ξ e para qualquer fórmula atômica p:*

1. *Anúncio e atomicidade:* $\models [\varphi]p \leftrightarrow (\varphi \to p)$;
2. *Anúncio e negação:* $\models [\varphi]\neg\psi \leftrightarrow (\varphi \to \neg[\varphi]\psi)$;
3. *Anúncio e implicação:* $\models [\varphi](\psi \to \xi) \leftrightarrow ([\varphi]\psi \to [\varphi]\xi)$;
4. *Anúncio e passado:* $\models [\varphi]H\psi \leftrightarrow (\varphi \to H[\varphi]\psi)$;
5. *Anúncio e futuro:* $\models [\varphi]G\psi \leftrightarrow (\varphi \to G[\varphi]\psi)$;
6. *Composição de anúncios:* $\models [\varphi][\psi]\xi \leftrightarrow [(\varphi \wedge [\varphi]\psi)]\xi$;
7. *Necessitação de anúncios: Se* $\models \psi$, *então* $\models [\varphi]\psi$.

Demonstração. 1. $[\varphi]p \leftrightarrow (\varphi \to p)$

($\to$). Suponha que $[\varphi]p$ e φ em $(\mathscr{M},t)$. O fato de termos φ indica que a fórmula do anúncio em $[\varphi]p$ existe, então temos p em um modelo atualizado $\mathscr{M}|_\varphi$. Pelo teorema anterior para o caso de $\mathscr{M}|_\varphi,t \models p$, obtemos $\mathscr{M},t \models p$.

($\leftarrow$). Agora faremos uma prova indireta. Suponha que $\varphi \to p$ em $(\mathscr{M}, t)$, mas que $\neg[\varphi]p$. Pelo que provamos no teorema anterior, sabemos que isso equivale a $\langle\varphi\rangle\neg p$, o que significa que existe um anúncio φ e esse nos deixa com $\neg p$ em $(\mathscr{M}|_{\varphi}, t)$ para o mesmo instante t. Assim, pelo que mostramos anteriormente para proposições atômicas, $\mathscr{M}, t \models \neg p$, mas, também temos no mesmo instante e modelo φ, o qual, por *modus ponens*, acarreta em $\mathscr{M}, t \models p$.

Unindo esses resultados, provamos o bicondicional.

2. $[\varphi]\neg\psi \leftrightarrow (\varphi \to \neg[\varphi]\psi)$

   ($\rightarrow$). Faremos uma prova por redução ao absurdo. Suponha que $[\varphi]\neg\psi$ e $\neg(\varphi \to \neg[\varphi]\psi)$ para um modelo $\mathscr{M}$ e um instante t qualquer. Pela negação da implicação e dupla negação do consequente, φ e $[\varphi]\psi$. Pela definição dessa última fórmula, precisamos ter ψ em $\mathscr{M}|_{\varphi}$ e no mesmo t, uma vez que a fórmula φ existe para o anúncio. No entanto, também assumimos que $[\varphi]\neg\psi$, então temos $\neg\psi$ e ψ em $\mathscr{M}|_{\varphi}$.

   ($\leftarrow$). Vamos para outra redução ao absurdo. Assumamos $\varphi \to \neg[\varphi]\psi$ e $\neg[\varphi]\neg\psi$ para $\mathscr{M}$ e t. Como demonstramos no lema anterior, a última fórmula equivale a $\langle\varphi\rangle\psi$, o que significa que φ, para $(\mathscr{M}, t)$, e ψ para $(\mathscr{M}|_{\varphi}, t)$, ambos em relação ao mesmo instante. Assim, por *modus ponens*, $\neg[\varphi]\psi$, ou seja, $\langle\varphi\rangle\neg\psi$; por definição, $\neg\psi$ em $(\mathscr{M}|_{\varphi}, t)$, o que marca uma contradição.

   Com os dois condicionais, chegamos ao bicondicional por lógica clássica.

3. $[\varphi](\psi \to \xi) \leftrightarrow ([\varphi]\psi \to [\varphi]\xi)$

   ($\rightarrow$). Redução ao absurdo. Assuma que $[\varphi](\psi \to \xi)$ e $\neg([\varphi]\psi \to [\varphi]\xi)$ em $(\mathscr{M}, t)$. Pela negação da implicação, $[\varphi]\psi$ e $\neg[\varphi]\xi$. Sabemos que essa última fórmula equivale a $\langle\varphi\rangle\neg\xi$, o que significa que φ e, para $(\mathscr{M}|_{\varphi}, t)$ no mesmo instante, $\neg\xi$. Mas como o anúncio φ existe, então, em t de $\mathscr{M}|_{\varphi}$ também temos $\psi \to \xi$. Por *modus tollens*, $\neg\psi$. Mas a negação da implicação também acarretou $[\varphi]\psi$, portanto, ψ é o caso em t de $\mathscr{M}|_{\varphi}$, o que nos deixa com uma contradição.

   ($\leftarrow$). Novamente, por absurdo, assumamos que $[\varphi]\psi \to [\varphi]\xi$ e $\neg[\varphi](\psi \to \xi)$. Por essa negação, $\langle\varphi\rangle\neg(\psi \to \xi)$, o que significa que φ e $\neg(\psi \to \xi)$ para um instante igual t e um modelo atualizado $\mathscr{M}|_{\varphi}$. Como temos uma negação da implicação, ψ e $\neg\xi$ em $(\mathscr{M}|_{\varphi}, t)$. Como temos um anúncio φ que nos deixa ψ em t, então sabemos que $\langle\varphi\rangle\psi$ é o caso em

$(\mathcal{M}, t)$. Como provamos a funcionalidade de anúncios $(\langle\varphi\rangle\psi \rightarrow [\varphi]\psi)$, $[\varphi]\psi$. Por *modus ponens* na implicação que assumimos, $[\varphi]\xi$, e como essa fórmula anunciada existe, ξ em $(\mathcal{M}|_{\varphi}, t)$. Mas acabamos de verificar $\neg\xi$ nesse modelo e instante, então chegamos a uma contradição.

Com essas implicações, temos o bicondicional.

4. $[\varphi]H\psi \leftrightarrow (\varphi \rightarrow H[\varphi]\psi)$

   $(\rightarrow)$. Mais uma prova indireta. Para $(\mathcal{M}, t)$, por hipótese, $[\varphi]H\psi$ e $\neg(\varphi \rightarrow H[\varphi]\psi)$. Pela negação da implicação: φ e $\neg H[\varphi]\psi$. Sabemos que essa última negação equivale a, $P\neg[\varphi]\psi$, o que significa que existe um t_1 tal que $t_1 \prec t$ e $\neg[\varphi]\psi$, o que equivale a $\langle\varphi\rangle\neg\psi$, e significa que existe um anúncio φ e se segue $\neg\psi$ em $\mathcal{M}|_{\varphi}$ e mesmo instante t_1. Ocorre que também assumimos $[\varphi]H\psi$, e o anúncio e o modelo atualizado em t existem, então temos $H\psi$ em $\mathcal{M}|_{\varphi}, t$, logo, em seu antecessor t_1, teremos uma contradição, ψ e $\neg\psi$.

   $(\leftarrow)$. Podemos também provar a volta de forma indireta. Hipoteticamente, temos $\varphi \rightarrow H[\varphi]\psi$ e $\neg[\varphi]H\psi$ em $(\mathcal{M}, t)$. A equivalência dessa última negação nos deixa com $\langle\varphi\rangle\neg H\psi$. Por definição, existe φ e atualiza o modelo $\mathcal{M}|_{\varphi}, t$, de modo a termos $\neg H\psi$, o que equivale a $P\neg\psi$. Logo, $t_1 \prec t$, e $\neg\psi$ em $\mathcal{M}|_{\varphi}, t_1$. Mas se o anúncio existe em t, por *modus ponens*, $H[\varphi]\psi$. Isso acarreta em $[\varphi]\psi$ em t_1, pois esse instante antecede t, e como o anúncio existe nesse instante também no modelo atualizado, temos ψ e $\neg\psi$ em t_1 de $\mathcal{M}|_{\varphi}$.

   Assim, provamos o bicondicional.

5. $[\varphi]G\psi \leftrightarrow (\varphi \rightarrow G[\varphi]\psi)$

   $(\leftrightarrow)$. Isso pode ser provado da mesma forma que na demonstração numerada acima, bastando mudar a direção da relação do tempo de precedência, com $t \prec t_1$.

6. $[\varphi][\psi]\xi \leftrightarrow [(\varphi \wedge [\varphi]\psi)]\xi$

   Para essa prova, precisamos mostrar que um modelo atualizado de um outro modelo atualizado equivale a uma conjunção das atualizações anunciadas no primeiro modelo, ou seja: $\mathcal{M}|_{\varphi|_{\psi}} = \mathcal{M}|_{\varphi \wedge [\varphi]\psi}$. Como esses modelos baseiam-se fundamentalmente em um conjunto de instantes $T^{!!}$ e $T^{!+!}$, respectivamente, basta verificarmos que, para qualquer $t \in T$, $t \in T^{!!}$ se e somente se $t \in T^{!+!}$.

Isso pode ser demonstrado por redução ao absurdo. Suponha que $\mathscr{M}|_{\varphi|_\psi} \neq \mathscr{M}|_{\varphi\wedge[\varphi]\psi}$. Se for assim, então: ou $T^{!!} \nsubseteq T^{!+!}$ ou $T^{!+!} \nsubseteq T^{!!}$. Em outras palavras, há algum $t_!$ que é elemento de um conjunto de instantes atualizado e não do outro.

(caso $T^{!!} \nsubseteq T^{!+!}$). Suponha que $t_! \in T^{!!}$, mas $t_! \notin T^{!+!}$. Essa última afirmação significa que $t_! \notin \{t \in T : (\mathscr{M},t) \models \varphi \Longrightarrow (\mathscr{M}|_\varphi,t) \models \psi\}$. Entretanto, pela primeira afirmação, sabemos que $t_! \in \{t \in T : (\mathscr{M},t) \models \varphi \wedge [\varphi]\psi\}$. Pela definição da conjunção em nosso modelo, isso equivale a dizer que $t_! \in \{t \in T : (\mathscr{M},t) \models \varphi\} \cap \{t \in T : (\mathscr{M},t) \models [\varphi]\psi\}$. Como $t_!$ é elemento da intersecção, então sabemos tanto que φ quanto que $[\varphi]\psi$ nesse modelo e instante. Ocorre que a definição dessa última fórmula designa justamente o conjunto $\{t \in T : (\mathscr{M},t) \models \varphi \Longrightarrow (\mathscr{M}|_\varphi,t) \models \psi\}$ que acabamos de negar ter $t_!$, o que é uma contradição.

(caso $T^{!+!} \nsubseteq T^{!!}$). Suponhamos, então, que $t_! \in T^{!+!}$, mas $t_! \notin T^{!!}$. Inversamente ao raciocínio acima, disso se segue que $t_! \in \{t \in T : (\mathscr{M},t) \models \varphi \Longrightarrow (\mathscr{M}|_\varphi,t) \models \psi\}$, mas $t_! \notin \{t \in T : (\mathscr{M},t) \models \varphi\} \cap \{t \in T : (\mathscr{M}|_\varphi,t) \models [\varphi]\psi\}$. Se $t_!$ não pertence a essa intersecção, então não pertence a algum dos dois conjuntos intersectados, mas em ambos os casos entrará em contradição com a afirmação anterior.

Portanto, $\mathscr{M}|_{\varphi|_\psi} = \mathscr{M}|_{\varphi\wedge[\varphi]\psi}$, o que, pelas condições de verdade em nossos modelos, $[\varphi][\psi]\xi \leftrightarrow [(\varphi \wedge [\varphi]\psi)]\xi$.

7. $\psi \Longrightarrow [\varphi]\psi$

   Como a regra de necessitação não preserva verdade, mas apenas validade, suponha que ψ é uma fórmula válida, ou seja, $\mathscr{M},t \models \psi$. Nesse modelo e instante quaisquer, dada uma fórmula φ qualquer, já provamos que $\mathscr{M},t \not\models \varphi \Longrightarrow \mathscr{M},t \models [\varphi]\psi$. E, se $\mathscr{M},t \models \varphi$, então isso pode ser colocado em termos de anúncio: $\mathscr{M},t \models \langle\varphi\rangle\top$, o que significa que $\mathscr{M}|_\varphi,t \models \top$. Desse modo, embora o anúncio possa falsear fórmulas ordinárias, não pode introduzir nenhuma fórmula que elimine uma fórmula com validade geral no sistema.

■

Observação. A propriedade 7 do teorema, na axiomatização da lógica do anúncio histórico, funciona basicamente como uma regra de necessitação de anúncios analogamente às regras RN_G e RN_H que estudamos nos capítulos anteriores.

Corolário 5.7.1. *Assuma fórmulas quaisquer φ, ψ, ξ:*

1. *Anúncio e conjunção:* $\models [\varphi](\psi \wedge \xi) \leftrightarrow ([\varphi]\psi \wedge [\varphi]\xi)$*;*

2. *Anúncio e disjunção:* $\models [\varphi](\psi \vee \xi) \leftrightarrow ([\varphi]\psi \vee [\varphi]\xi)$.

Demonstração. Pela lógica clássica, podemos traduzir os operadores de conjunção e disjunção em termos de negação e implicação, portanto podemos demonstrar ambos os itens do corolário com o teorema acima. ■

5.2.2 Equivalências estáticas e tableaux de prova

Com as propriedades que demonstramos, é possível checar estas equivalências:

$$[\varphi]Hp \Longleftrightarrow (\varphi \rightarrow H[\varphi]p) \Longleftrightarrow (\varphi \rightarrow H(\varphi \rightarrow p))$$

$$[\varphi]Gp \Longleftrightarrow (\varphi \rightarrow G[\varphi]p) \Longleftrightarrow (\varphi \rightarrow G(\varphi \rightarrow p))$$

Essas conversões são relevantes, podem oferecem um caminho fácil para a prova de completude do sistema, posto que é possível encontrar equivalências estáticas de quaisquer estados dinâmicos no sistema. Como se trata apenas de um caso de adaptação, não se faz necessária uma apresentação completa da completude na lógica do anúncio histórico. Apenas mudando para terminologia temporal, funciona da exata mesma forma que na lógica do anúncio público. Como referência, pode-se conferir Pereira (2015), van Ditmarsch et al. (2007) ou van Benthem (2011).

Teorema 5.8. (equivalências estáticas) *Para qualquer fórmula φ e uma fórmula atômica qualquer p:*

1. *Equivalência no passado:* $\models [\varphi]Hp \leftrightarrow (\varphi \rightarrow H(\varphi \rightarrow p))$*;*

2. *Equivalência no futuro:* $\models [\varphi]Gp \leftrightarrow (\varphi \rightarrow G(\varphi \rightarrow p))$.

Demonstração. 1. $[\varphi]Hp \leftrightarrow (\varphi \rightarrow H(\varphi \rightarrow p))$

($\leftarrow$). Vamos mostrar que $(\varphi \rightarrow H(\varphi \rightarrow p)) \rightarrow [\varphi]Hp$ por redução ao absurdo. Para algum t_0 e $\mathscr{M}$, assuma que $(\varphi \rightarrow H(\varphi \rightarrow p))$ e que $\neg[\varphi]Hp$, ou seja, $\langle\varphi\rangle\neg Hp$. Por definição, isso significa que temos um anúncio φ e $\neg Hp$ em $\mathscr{M}|_\varphi$, então, para o mesmo t_0 em $M|_\varphi$, sabemos que $P\neg p$. Por definição, existe um t_1 tal que $t_1 \prec t_0$ em $\mathscr{M}|_\varphi$ e $\neg p$. Ocorre que, como existe o anúncio φ, então podemos tirar o consequente da implicação em $\mathscr{M}, t_0$, o que nos dá $H(\varphi \to p)$. Como p é uma fórmula atômica, e as atualizações de modelo preservam a validade das fórmulas atômicas, então, $\neg p$ em $(t_1, \mathscr{M}|_\varphi)$ encontra-se também em $(t_1, \mathscr{M})$. Mas então em t_1 também vale $\varphi \to p$, por implicação, p, logo, chegamos a uma contradição com $\neg p$ em t_1.

($\leftarrow$). Vamos agora mostrar a volta, ou seja, que $[\varphi]Hp \to (\varphi \to H(\varphi \to p))$. Para facilitar a ilustração da prova, vamos utilizar uma equivalência que já demonstramos anteriormente, $[\varphi]Hp \leftrightarrow (\varphi \to H[\varphi]p)$. Assim, vamos demonstrar que $(\varphi \to H[\varphi]p) \to (\varphi \to H(\varphi \to p))$ por redução ao absurdo. Desse modo, temos $\varphi \to H[\varphi]p$ e $\neg(\varphi \to H(\varphi \to p))$. Pela negação da implicação, φ e $\neg H(\varphi \to p)$, ou seja, $P\neg(\varphi \to p)$, o que significa que existe $t_1 \prec t_0$ em $\mathscr{M}$ com a fórmula $\neg\varphi \to p$, ou φ e $\neg p$. Voltando para o instante t_0, temos φ e, por *modus ponens*, $H[\varphi]p$, então em t_1 teremos $[\varphi]p$. Esse anúncio em $\mathscr{M}|_\varphi$ vai nos dar p em t_1, o qual sabemos existir, posto que temos $\neg p$ (p fórmula atômica) em $\mathscr{M}$. O processo de anúncio no final dessa prova pode ser ilustrado como se segue:

2. $[\varphi]Gp \leftrightarrow (\varphi \to G(\varphi \to p))$

   ($\leftrightarrow$). Para provar o análogo para o futuro, $[\varphi]Gp \leftrightarrow (\varphi \to G(\varphi \to p))$, basta seguir o mesmo raciocínio da prova anterior, mas substituir os operadores P e H por F e G e inverter a relação de precedência $t_1 \prec t_0$ para $t_0 \prec t_1$.

■

Apresentamos agora um método de tableux para a construção de provas em **HAL**. Basicamente precisamos considerar todas as regras que utilizamos em $\mathbf{K}_{bh}$ e acrescentarmos as regras abaixo que levam em conta não apenas nós i no tableaux, mas também estruturas I. Todas as regras anteriores funcionam da exata mesma maneira dentro de uma mesma estrutura I, mas as regras abaixo pressupõem também acessibilidade entre estruturas I para uma fórmula φ qualquer anunciada:

$$
\begin{array}{ccc}
 & [\varphi]\psi,\, i,\, I & \\
 & \swarrow \quad \searrow & \\
\neg\varphi,\, i,\, I & & Ir!I_\varphi \\
 & & \psi,\, i,\, I_\varphi
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\neg[\varphi]\psi,\, i,\, I \\
\downarrow \\
\langle\varphi\rangle\neg\psi,\, i,\, I
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\langle\varphi\rangle\psi,\, i,\, I \\
\downarrow \\
Ir!I_\varphi \\
\varphi,\, i,\, I \\
\psi,\, i,\, I_\varphi
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\neg\langle\varphi\rangle\psi,\, i,\, I \\
\downarrow \\
[\varphi]\neg\psi,\, i,\, I
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{c}
I_\varphi r!I_\psi \\
\varphi,\, i,\, I_\psi \\
\downarrow \\
\varphi,\, i,\, I_{\varphi\wedge[\varphi]\psi}
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\psi,\, i,\, I_\varphi \\
\downarrow \\
\langle\varphi\rangle\psi,\, i,\, I
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
Ir!I_\varphi \\
\neg p,\, i,\, I_\varphi \\
(p \text{ é atômico}) \\
\downarrow \\
\neg p,\, i,\, I
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
Ir!I_\varphi \\
p,\, i,\, I_\varphi \\
(p \text{ é atômico}) \\
\downarrow \\
p,\, i,\, I
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
Ir!I_\varphi \\
irk,\, I_\varphi \\
\downarrow \\
irk,\, I
\end{array}
$$

Figura 5.2.2: Regras de tableaux para anúncios históricos.

Observação (regras de tableaux)**.** As regras dos operadores consistem em uma adaptação em árvore de anúncios do método de tableaux proposto por BALBIANI et. al., 2008. Por sua vez, as regras de $r!$ adaptam o conceito temporal da noção semântica que vimos de atualização de um modelo para outro e a preservação da validade de fórmulas atômicas. Conforme esses parâmetros, o símbolo $r!$ introduz uma nova espécie de relação restrita às estruturas I.

Por meio das regras acima, apresentarei provas para os teoremas comentados acima e frequentemente utilizados na literatura para provar correção e completude de lógica do anúncio público. No caso do teoremas para os operadores temporais, há uma bifurcação para os dois operadores fortes H e G, mas as fórmulas funcionam de forma análoga ao operador modal de conhecimento K em lógica epistêmica de anúncios públicos.

$$\vdash_{\mathbf{HAL}} \langle\varphi\rangle\psi \to [\varphi]\psi \tag{5.2.1}$$

$$\langle\varphi\rangle\psi, 0, I$$
$$\neg[\varphi]\psi, 0, I$$
$$\langle\varphi\rangle\neg\psi, 0, I$$
$$Ir!I_\varphi$$
$$\varphi, 0, I$$
$$\psi, 0, I_\varphi$$
$$\varphi, 0, I$$
$$\neg\psi, 0, I_\varphi$$
$$\times$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}} [p]p \tag{5.2.2}$$

$$\neg[p]p, 0, I$$
$$\langle p\rangle\neg p, 0, I$$
$$Ir!I_p$$
$$p, 0, I$$
$$\neg p, 0, I_p$$
$$\neg p, 0, I$$
$$\times$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}} [\varphi]p \leftrightarrow (\varphi \to p) \tag{5.2.3}$$

$$[\varphi]p \to (\varphi \to p)$$

$$\begin{array}{c}
[\varphi]p, 0, I \\
\neg(\varphi \to p), 0, I \\
\varphi, 0, I \\
\neg p, 0, I \\
\begin{array}{cc}
\diagup & \diagdown \\
\neg\varphi, 0, I & Ir!I_p \\
\times & p, 0, I_p \\
 & p, 0, I \\
 & \times
\end{array}
\end{array}$$

$$(\varphi \to p) \to [\varphi]p$$

$$\begin{array}{c}
\varphi \to p, 0, I \\
\neg[\varphi]p, 0, I \\
\langle\varphi\rangle\neg p, 0, I \\
Ir!I_\varphi \\
\varphi, 0, I \\
\neg p, 0, I_\varphi \\
\begin{array}{cc}
\diagup & \diagdown \\
\begin{array}{c} \neg\varphi, 0, I \\ \times \end{array} & \begin{array}{c} Ir!I_\varphi \\ p, 0, I \\ \neg p, 0, I \\ \times \end{array}
\end{array}
\end{array}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}} [\varphi]\neg\psi \leftrightarrow (\varphi \to \neg[\varphi]\psi) \tag{5.2.4}$$

$$[\varphi]\neg\psi \to (\varphi \to \neg[\varphi]\psi)$$

$$\begin{array}{c}
[\varphi]\neg\psi, 0, I \\
\neg(\varphi \to \neg[\varphi]\psi), 0, I \\
\varphi, 0, I \\
[\varphi]\psi, 0, I \\
\begin{array}{cc}
\diagup & \diagdown \\
\begin{array}{c} \neg\varphi, 0, I \\ \times \end{array} & \begin{array}{c} Ir!I_\varphi \\ \psi, 0, I_\varphi \\
\begin{array}{cc}
\diagup & \diagdown \\
\begin{array}{c} \neg\varphi, 0, I \\ \times \end{array} & \begin{array}{c} Ir!I_\varphi \\ \neg\psi, 0, I_\varphi \\ \times \end{array}
\end{array}
\end{array}
\end{array}
\end{array}$$

$$(\varphi \to \neg[\varphi]\psi) \to [\varphi]\neg\psi$$

$$\varphi \to \neg[\varphi]\psi, 0, I$$
$$\neg[\varphi]\neg\psi, 0, I$$
$$\langle\varphi\rangle\psi, 0, I$$
$$Ir!I_\varphi$$
$$\varphi, 0, I$$
$$\psi, 0, I_\varphi$$

$$\begin{array}{cc} \neg\varphi, 0, I & \neg[\varphi]\psi, 0, I \\ \times & \langle\varphi\rangle\neg\psi, 0, I \\ & Ir!I_\varphi \\ & \varphi, 0, I \\ & \neg\psi, 0, I_\varphi \\ & \times \end{array}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}} [\varphi](\psi \to \xi) \leftrightarrow ([\varphi]\psi \to [\varphi]\xi) \tag{5.2.5}$$

$$[\varphi](\psi \to \xi) \to ([\varphi]\psi \to [\varphi]\xi)$$

$$
\begin{array}{c}
[\varphi](\psi \to \xi), 0, I \\
\neg([\varphi]\psi \to [\varphi]\xi), 0, I \\
[\varphi]\psi, 0, I \\
\neg[\varphi]\xi, 0, I \\
\langle\varphi\rangle\neg\xi, 0, I \\
\varphi, 0, I \\
Ir!I_\varphi \\
\neg\xi, 0, I_\varphi \\
\begin{array}{cc}
\neg\varphi, 0, I & Ir!I_\varphi \\
\times & \varphi, 0, I \\
 & \psi, 0, I_\varphi \\
 & \begin{array}{cc}
 \neg\varphi, 0, I & Ir!I_\varphi \\
 \times & \varphi, 0, I \\
  & \psi \to \xi, 0, I_\varphi \\
  & \xi, 0, I_\varphi \\
  & \times
 \end{array}
\end{array}
\end{array}
$$

$$([\varphi]\psi \to [\varphi]\xi) \to [\varphi](\psi \to \xi)$$

$$[\varphi]\psi \to [\varphi]\xi, 0, I$$
$$\neg[\varphi](\psi \to \xi), 0, I$$
$$\langle\varphi\rangle\neg(\psi \to \xi), 0, I$$
$$Ir!I_\varphi$$
$$\varphi, 0, I$$
$$\neg(\psi \to \xi), 0, I_\varphi$$
$$\psi, 0, I_\varphi$$
$$\neg\xi, 0, I_\varphi$$

$\neg[\varphi]\psi, 0, I$	$[\varphi]\xi, 0, I$	
$\langle\varphi\rangle\neg\psi, 0, I$	$\neg\varphi, 0, I$	$Ir!I_\varphi$
$\varphi, 0, I$	$\times$	$\varphi, 0, I_\varphi$
$Ir!I_\varphi$		$\xi, 0, I_\varphi$
$\neg\psi, 0, I_\varphi$		$\times$
$\times$		

$$\vdash_{\mathbf{HAL}} [\varphi][\psi]\xi \leftrightarrow [(\varphi \wedge [\varphi]\psi)]\xi \tag{5.2.6}$$

$$[\varphi][\psi]\xi \to [(\varphi \wedge [\varphi]\psi)]\xi$$

$$[\varphi][\psi]\xi, 0, I$$
$$\neg[(\varphi \wedge [\varphi]\psi)]\xi, 0, I$$
$$\langle(\varphi \wedge [\varphi]\psi)\rangle\neg\xi, 0, I$$
$$\varphi \wedge [\varphi]\psi, 0, I$$
$$\neg\xi, 0, I_{(\varphi\wedge[\varphi]\psi)}$$
$$\varphi, 0, I$$
$$[\varphi]\psi, 0, I$$

$$\begin{array}{cc} \neg\varphi, 0, I & Ir!I_\varphi \\ \times & \psi, 0, I_\varphi \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \neg\varphi, 0, I & [\psi]\xi, 0, I_\varphi \\ \times & \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \neg\psi, 0, I_\varphi & I_\varphi r!I_\psi \\ \times & \xi, 0, I_\psi \\ & \xi, 0, I_{(\varphi\wedge[\varphi]\psi)} \\ & \times \end{array}$$

$$[(\varphi \wedge [\varphi]\psi)]\xi \rightarrow [\varphi][\psi]\xi$$

$$[(\varphi \wedge [\varphi]\psi)]\xi, 0, I$$
$$\neg[\varphi][\psi]\xi, 0, I$$
$$\langle\varphi\rangle\neg[\psi]\xi, 0, I$$
$$\varphi, 0, I$$
$$Ir!I_{\varphi}$$
$$\neg[\psi]\xi, 0, I_{\varphi}$$
$$\langle\psi\rangle\neg\xi, 0, I_{\varphi}$$
$$\psi, 0, I_{\varphi}$$
$$I_{\varphi}r!I_{\psi}$$
$$\neg\xi, 0, I_{\psi}$$
$$\neg\xi, 0, I_{(\varphi\wedge[\varphi]\psi)}$$

$$\begin{array}{cc}
\begin{array}{c} Ir!I_{(\varphi\wedge[\varphi]\psi)} \\ \xi, 0, I_{(\varphi\wedge[\varphi]\psi)} \\ \times \end{array}
&
\begin{array}{c} \neg(\varphi \wedge [\varphi]\psi), 0, I \\ \neg\varphi \vee \neg[\varphi]\psi, 0, I \\
\begin{array}{cc}
\begin{array}{c} \neg\varphi, 0, I \\ \times \end{array}
&
\begin{array}{c} \neg[\varphi]\psi, 0, I \\ \langle\varphi\rangle\neg\psi, 0, I \\ \varphi, 0, I \\ Ir!I_{\varphi} \\ \neg\psi, 0, I_{\varphi} \\ \times \end{array}
\end{array}
\end{array}
\end{array}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}} [\varphi]H\psi \leftrightarrow (\varphi \to H[\varphi]\psi) \tag{5.2.7}$$

$$[\varphi]H\psi \to (\varphi \to H[\varphi]\psi)$$

$$
\begin{array}{c}
[\varphi]H\psi,\ 0,\ I \\
\neg(\varphi \to H[\varphi]\psi),\ 0,\ I \\
\varphi,\ 0,\ I \\
\neg H[\varphi]\psi,\ 0,\ I \\
P\neg[\varphi]\psi,\ 0,\ I \\
\begin{array}{cc}
/ & \backslash \\
\begin{array}{c} \neg\varphi,\ 0,\ I \\ \times \end{array} &
\begin{array}{c}
Ir!I_\varphi \\
H\psi,\ 0,\ I_\varphi \\
1r0,\ I \\
\neg[\varphi]\psi,\ 1,\ I \\
\langle\varphi\rangle\neg\psi,\ 1,\ I \\
Ir!I_\varphi \\
\varphi,\ 1,\ I \\
\neg\psi,\ 1,\ I_\varphi \\
1r0,\ I_\varphi \\
\psi,\ 1,\ I_\varphi \\
\times
\end{array}
\end{array}
\end{array}
$$

$$(\varphi \to H[\varphi]\psi) \to [\varphi]H\psi$$

$$
\begin{array}{c}
\varphi \rightarrow H[\varphi]\psi,\ 0,\ I \\
\neg[\varphi]H\psi,\ 0,\ I \\
\langle\varphi\rangle\neg H\psi,\ 0,\ I \\
I r! I_{\varphi} \\
\varphi,\ 0,\ I \\
\neg H\psi,\ 0,\ I_{\varphi} \\
P\neg\psi,\ 0,\ I_{\varphi} \\
1r0,\ I_{\varphi} \\
\neg\psi,\ 1,\ I_{\varphi} \\
/ \qquad \backslash \\
\begin{array}{cc}
\begin{array}{c} \neg\varphi,\ 0,\ I \\ \times \end{array} &
\begin{array}{c}
H[\varphi]\psi,\ 0,\ I \\
1r0,\ I \\
[\varphi]\psi,\ 1,\ I \\
/ \qquad \backslash \\
\begin{array}{cc}
\begin{array}{c}
\neg\varphi,\ 1,\ I \\
\langle\varphi\rangle\neg\psi,\ 1,\ I \\
I r! I_{\varphi} \\
\neg\psi,\ 1,\ I_{\varphi} \\
\varphi,\ 1,\ I \\
\times
\end{array} &
\begin{array}{c} \psi,\ 1,\ I_{\varphi} \\ \times \end{array}
\end{array}
\end{array}
\end{array}
\end{array}
$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}} [\varphi]G\psi \leftrightarrow (\varphi \rightarrow G[\varphi]\psi) \tag{5.2.8}$$

$$[\varphi]G\psi \rightarrow (\varphi \rightarrow G[\varphi]\psi)$$

$$
\begin{array}{c}
[\varphi]G\psi,\ 0,\ I \\
\neg(\varphi \rightarrow G[\varphi]p),\ 0,\ I \\
\varphi,\ 0,\ I \\
\neg G[\varphi]\psi,\ 0,\ I \\
F\neg[\varphi]\psi,\ 0,\ I \\
\begin{array}{cc}
/ & \backslash \\
\neg\varphi,\ 0,\ I & Ir!I_{\varphi} \\
\times & G\psi,\ 0,\ I_{\varphi} \\
 & 0rk,\ I \\
 & \neg[\varphi]\psi,\ k,\ I \\
 & \langle\varphi\rangle\neg\psi,\ k,\ I \\
 & Ir!I_{\varphi} \\
 & \varphi,\ k,\ I \\
 & \neg\psi,\ k,\ I_{\varphi} \\
 & 0rk,\ I_{\varphi} \\
 & \psi,\ k,\ I_{\varphi} \\
 & \times
\end{array}
\end{array}
$$

$$(\varphi \rightarrow G[\varphi]\psi) \rightarrow [\varphi]G\psi$$

$$
\begin{array}{c}
\varphi \to G[\varphi]\psi, 0, I \\
\neg[\varphi]G\psi, 0, I \\
\langle\varphi\rangle\neg G\psi, 0, I \\
Ir!I_\varphi \\
\varphi, 0, I \\
\neg G\psi, 0, I_\varphi \\
F\neg\psi, 0, I_\varphi \\
0rk, I_\varphi \\
\neg\psi, k, I_\varphi \\
\swarrow \qquad \searrow \\
\begin{array}{cc}
\begin{array}{c} \neg\varphi, 0, I \\ \times \end{array} &
\begin{array}{c}
G[\varphi]\psi, 0, I \\
0rk, I \\
[\varphi]\psi, k, I \\
\swarrow \qquad \searrow \\
\begin{array}{cc}
\begin{array}{c}
\neg\varphi, k, I \\
\langle\varphi\rangle\neg\psi, k, I \\
Ir!I_\varphi \\
\varphi, k, I \\
\neg\psi, k, I_\varphi \\
\times
\end{array} &
\begin{array}{c} \psi, k, I_\varphi \\ \times \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}
\end{array}
\end{array}
\end{array}
\end{array}
$$

Teorema 5.9 (correção e completude de lógicas de anúncio histórico)**.** **HAL** *é completa e correta com respeito à classe das estruturas transitivas (TRAN) irreflexivas (IRR);* $\mathbf{HAL}_h$ *e* $\mathbf{HAL}_h^*$ *são completos e corretos com respeito à classe das estruturas transitivas (TRAN), irreflexivas (IRR) e finais (END); e* $\mathbf{HAL}_h^{*l}$ *é completo e correto com respeito à classe das estruturas transitivas, irreflexivas, finais e lineares em histórias (LIN-h).*

Demonstração. Para esse teorema, vamos nos limitar a uma indicação do procedimento para a prova, uma vez que se beneficia diretamente dos resultados que obtivemos dos sistemas anteriores. Isso pode ser demonstrado facilmente usando uma função de mapeamento $f(m)$ com o teorema das equivalências estáticas no tempo. Sabemos que qualquer fórmula com operador de anúncio $[\cdot]$ pode ser traduzida em nos termos dos sistemas temporais anteriores. Como, a princípio, não há nenhum axioma adicional para **HAL**, os resultados de correção e completude que obtivemos anteriormente podem ser estendidos para esse sistema e suas outras duas extensões.

- $\mathbf{K}_t + (4^H/4^G)([\cdot]m) = \mathbf{HAL}$
- $\mathbf{K}_{bh}([\cdot]m) = \mathbf{HAL}_h$
- $\mathbf{K}^*_{bh}([\cdot]m) = \mathbf{HAL}^*_h$
- $\mathbf{K}^{*l}_{bh}([\cdot]m) = \mathbf{HAL}^{*l}_h$

$$
\begin{tikzcd}
\mathbf{K}_t + (4^H/4^G)([\cdot]m) \arrow[r] & \mathbf{K}_{bh}([\cdot]m) \arrow[r] & \mathbf{K}^*_{bh}([\cdot]m) \arrow[r] & \mathbf{K}^{*l}_{bh}([\cdot]m) \\
\mathbf{K}_t + (4^H/4^G)(m) \arrow[r] \arrow[u] & \mathbf{K}_{bh}(m) \arrow[r] \arrow[u] & \mathbf{K}^*_{bh}(m) \arrow[r] \arrow[u] & \mathbf{K}^{*l}_{bh}(m) \arrow[u]
\end{tikzcd}
$$

Figura 5.2.3: Diagrama da função de mapeamento $[\cdot]m$.

■

Agora devemos demonstrar que podemos obter resultados do mesmo tipo ao combinarmos os sistemas **PC** e **HAL**. Considere abaixo uma linguagem com ambos os operadores modais e os seguintes sistemas resultantes da fusão entre $\mathbf{PC} + \mathbf{HAL}$:

$$\varphi := p \in PROP \mid \bot \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid H\varphi \mid G\varphi \mid \Box_h\varphi \mid \Box_g\varphi \mid [\varphi]\psi.$$

$$\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}} = \mathbf{PC} + [\cdot]$$
$$\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}}_h = \mathbf{PC}_h + [\cdot]$$
$$\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}*}_h = \mathbf{PC}^*_h + [\cdot]$$
$$\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}*l}_h = \mathbf{PC}^{*l}_h + [\cdot]$$

Nossa estratégia para traduzir fórmulas histórias dinâmicas em estáticas será utilizar o próprio teorema que motivou a criação de **HAL**. Graças ao teorema da onisciência historiográfica, podemos provar que existe equivalência estática para qualquer fórmula atômica dinâmica envolvendo consensos históricos (para o futuro ou para o passado), pois esse teorema garante que para qualquer fórmula do sistema há algum consenso sobre ela, posto que toda estrutura de um modelo é conectada por $\prec$ e o teorema demonstra que em qualquer instante há um consenso de ocorrência total para qualquer fórmula de um dado modelo: em particular a expressão $\Box^{*\vee}_{hg} p$ indica que qualquer fórmula atômica existe em alguma história; se há uma fórmula atômica, ou está em t ou há um consenso sobre ela em t_* tal que $t \prec t_*$ ou $t_* \prec t$ de alguma história de t. Assim, podemos mostrar que, se há um anúncio de uma fórmula φ qualquer (modalizada ou não no tempo) que leva alguma proposição atômica no tempo histórico, há um consenso condicionado da ocorrência dessa fórmula em algum lugar da estrutura temporal.

$$\boxed{[\varphi]\Box^{*\vee}_{hg} p \Longleftrightarrow (\varphi \to \Box^{*\vee}_{hg}[\varphi]p)} \Longleftrightarrow (\varphi \to \Box^{*\vee}_{hg}(\varphi \to p))$$

Encerrando este tópico, vamos demonstrar abaixo os teoremas e provas de tableaux necessários para esse resultado e para a concretização da função de tradução de fórmulas anunciadas para a formação de consensos. Para simplificar a exposição, aplicaremos de forma direta propriedades da lógica clássica, bem como abreviações e interdefinições dos operadores modais abreviativos quando possível.

Observação (demonstrações necessárias)**.** Observe que apenas precisamos demonstrar o primeiro bicondicional (destacado em caixa na equação acima). A expressão fora da caixa (mais precisamente à direita do bicondicional fora da caixa) pode ser deduzida por lógica clássica e por fatos já constatados sobre **HAL**, e com o resultado que demonstraremos abaixo.

Teorema 5.10. $\models_{\mathbf{HAL^{PC}}} [\varphi]\Box^{*\vee}_{hg} p \leftrightarrow (\varphi \to \Box^{*\vee}_{hg}[\varphi]p)$

Demonstração. ($\to$) Redução ao absurdo. Suponha que $[\varphi]\Box^{*\vee}_{hg} p$ (onde p é proposição atômica) em um instante t de um modelo qualquer $\mathscr{M}$. Então existe um modelo atualizado $\mathscr{M}|_\varphi$ em que há um consenso de ocorrência de p, ou seja: ou $\Box_h p$ ou p ou $\Box_g p$. Suponha que $\neg(\varphi \to \Box^{*\vee}_{hg}[\varphi]p)$, ou seja, φ e $\neg\Box^{*\vee}_{hg}[\varphi]p$. Da negação do consenso de ocorrência, segue-se, por definição abreviativa e lógica clássica, $\Diamond^{*\wedge}_{hg}\neg[\varphi]p$. Desabreviadamente: $\Diamond_h\neg[\varphi]p \wedge \neg[\varphi]p \wedge \Diamond_h\neg[\varphi]p$. Assim, temos $\Diamond_h\neg[\varphi]p$, $\Diamond_h\neg[\varphi]p$ e $\neg[\varphi]p$. Dessa última fórmula, $\langle\varphi\rangle\neg p$, o que significa que existe um anúncio φ nesse instante que leva a um modelo atualizado $\mathscr{M}|_\varphi$ com

$\neg p$. Isso nos deixa agora com duas opções de ocorrência: $\Box_h p$ ou $\Box_g p$. Ocorre que da conjunção anterior, também obtemos $\Diamond_h \neg[\varphi]p$ e $\Diamond_g \neg[\varphi]p$. No primeiro caso (caso $\Diamond_h \neg[\varphi]p$), temos $\mathscr{M}|_\varphi, t_1 \prec t \in h'(t, \mathscr{T})$ tal que $\neg p$. Se existe t_1 nessa história, então $\Box_h p$ em $\mathscr{M}|_\varphi$ nos obriga a considerar que p é verdadeiro em todas as histórias, incluindo $h'(t, \mathscr{T})$. Assim, se há o consenso pretérito de que p, então: ou p em $t_1 \prec t$ (o que gera contradição com o resultado anterior) ou p em k tal que $k \prec t_1 \prec t$ ou $t_1 \prec k \prec t$. Em ambos os casos teremos uma contradição, porque $\Diamond_h \neg[\varphi]p$ vai garantir que p seja verdadeiro em toda a história $h'(t, \mathscr{T})$ para trás. E com relação a $\Box_g p$, aplica-se o mesmo raciocínio para o futuro, levando a contradições entre p e $\neg p$ em toda uma história $h''(t, \mathscr{T})$, por conta de $\Diamond_g \neg[\varphi]p$.

($\leftarrow$) Redução ao absurdo. Suponha que $\varphi \rightarrow \Box^{*\vee}_{hg}[\varphi]p$ e que $\neg[\varphi]\Box^{*\vee}_{hg} p$ em $\mathscr{M}, t$. Vamos desmontar essa segunda expressão a partir de sua negação: $\models^{\mathscr{M}}_t \langle\varphi\rangle\neg\Box^{*\vee}_{hg} p$, ou seja, $\models^{\mathscr{M}|\varphi}_t \neg\Box^{*\vee}_{hg} p$, o que significa que $\models^{\mathscr{M}|\varphi}_t \Diamond^{*\wedge}_{hg} \neg p$ tal que, fora da desabreviação, $\models^{\mathscr{M}|\varphi}_t \Diamond_h \neg p \wedge \neg p \wedge \Diamond_g \neg p$, de modo que obtemos os seguintes resultados em um modelo atualizado: $\models^{\mathscr{M}|\varphi}_{t_1} \neg p$, seja $t_1 \prec t$; $\models^{\mathscr{M}|\varphi}_t \neg p$; e $\models^{\mathscr{M}|\varphi}_{t_2} \neg p$, seja $t \prec t_2$; e para todo t_k, tal que $t \prec t_k \prec t_2$, $\models^{\mathscr{M}|\varphi}_{t_k} \neg p$, e $t \prec t_2 \prec t_k$, $\models^{\mathscr{M}|\varphi}_{t_k} \neg p$; e para todo t_j, tal que $t_1 \prec t_j \prec t$, $\models^{\mathscr{M}|\varphi}_{t_j} \neg p$, e $t_j \prec t_1 \prec t$, $\models^{\mathscr{M}|\varphi}_{t_j} \neg p$. Como existe atualização a partir de φ, então, segue-se da implicação que $\Box^{*\vee}_{hg}[\varphi]p$, ou seja, $\Box_h[\varphi]p \vee p \vee \Box_g[\varphi]p$. O disjunto p é imediatamente falso, pois temos $\models^{\mathscr{M}|\varphi}_t \neg p$, e p é atômico, então $\models^{\mathscr{M}}_t \neg p$. No caso dos outros dois disjuntos, eles vão levar a uma contradição em alguma história h, justamente aquela em que estão, no modelo atualizado, os operadores $\Diamond_g \neg p$ e $\Diamond_h \neg p$, pelo mesmo raciocínio, *mutatis mutandis* desta prova na direção inversa. ■

$$\vdash_{\mathbf{HAL^{PC}}} [\varphi]\Box^{*\vee}_{hg} p \leftrightarrow (\varphi \rightarrow \Box^{*\vee}_{hg}[\varphi]p) \tag{5.2.9}$$

$$[\varphi]\Box^{*\vee}_{hg} p \rightarrow (\varphi \rightarrow \Box^{*\vee}_{hg}[\varphi]p)$$

$$[\varphi]\Box^{*\vee}_{hg} p, 0, I$$
$$\neg(\varphi \rightarrow \Box^{*\vee}_{hg}[\varphi]p), 0, I$$
$$\varphi, 0, I$$
$$\neg\Box^{*\vee}_{hg}[\varphi]p, 0, I$$
$$\Diamond^{*\wedge}_{hg}\neg[\varphi]p, 0, I$$
$$\Diamond_h\neg[\varphi]p \wedge \neg[\varphi]p \wedge \Diamond_g\neg[\varphi]p, 0, I$$
$$\Diamond_h\neg[\varphi]p, 0, I$$

$$\neg[\varphi]p,\ 0,\ I$$
$$\Diamond_g\neg[\varphi]p,\ 0,\ I$$
$$\langle\varphi\rangle\neg p,\ 0,\ I$$
$$\varphi,\ 0,\ I$$
$$I r! I_\varphi$$
$$\neg p,\ 0,\ I_\varphi$$
$$1r0,\ I$$
$$\neg[\varphi]p \wedge H\neg[\varphi]p,\ 1,\ I$$
$$H\neg[\varphi]p,\ 1,\ I$$
$$\neg[\varphi]p,\ 1,\ I$$
$$\langle\varphi\rangle\neg p,\ 1,\ I$$
$$\varphi,\ 1,\ I$$
$$\neg p,\ 1,\ I_\varphi$$
$$0r2,\ I$$
$$\neg[\varphi]p \wedge G\neg[\varphi]p,\ 2,\ I$$
$$G\neg[\varphi]p,\ 2,\ I$$
$$\neg[\varphi]p,\ 2,\ I$$
$$\langle\varphi\rangle\neg p,\ 2,\ I$$
$$\varphi,\ 2,\ I$$
$$\neg p,\ 2,\ I_\varphi$$

$\neg\varphi,\ 0,\ I$	$\Box^{*\vee}_{hg}p,\ 0,\ I_\varphi$
$\times$	$\Box_h p \vee p \vee \Box_g p,\ 0,\ I_\varphi$

$p,\ 0,\ I_\varphi$	$\Box_h p,\ 0,\ I_\varphi$	$\Box_g p,\ 0,\ I_\varphi$
$p,\ 0,\ I$		
$\times$		

$p,\ 1,\ I_\varphi$	$kr1r0,\ I_\varphi$	$1rkr0,\ I_\varphi$	$p,\ 2,\ I_\varphi$	$0r2rk,\ I_\varphi$	$0rkr2,\ I_\varphi$
$\times$	$p,\ k,\ I_\varphi$	$p,\ k,\ I_\varphi$	$\times$	$p,\ k,\ I_\varphi$	$p,\ k,\ I_\varphi$
	$kr0,\ I$	$kr0,\ I$		$0rk,\ I$	$0rk,\ I$
	$\neg[\varphi]p,\ k,\ I$	$\neg[\varphi]p,\ k,\ I$		$\neg[\varphi]p,\ k,\ I$	$\neg[\varphi]p,\ k,\ I$
	$\langle\varphi\rangle\neg p,\ k,\ I$	$\langle\varphi\rangle\neg p,\ k,\ I$		$\langle\varphi\rangle\neg p,\ k,\ I$	$\langle\varphi\rangle\neg p,\ k,\ I$
	$\varphi,\ k,\ I$	$\varphi,\ k,\ I$		$\varphi,\ k,\ I$	$\varphi,\ k,\ I$
	$\neg p,\ k,\ I_\varphi$	$\neg p,\ k,\ I_\varphi$		$\neg p,\ k,\ I_\varphi$	$\neg p,\ k,\ I_\varphi$
	$\times$	$\times$		$\times$	$\times$

$$(\varphi \to \Box^{*\vee}_{hg}[\varphi]p) \to [\varphi]\Box^{*\vee}_{hg}p$$

$(\varphi \to \Box^{*\vee}_{hg}[\varphi]p), 0, I$

$\neg[\varphi]\Box^{*\vee}_{hg}p, 0, I$

$\langle\varphi\rangle\neg\Box^{*\vee}_{hg}p, 0, I$

$\varphi, 0, I$

$Ir!I_\varphi$

$\neg\Box^{*\vee}_{hg}p, 0, I_\varphi$

$\Diamond^{*\wedge}_{hg}\neg p, 0, I_\varphi$

$\Diamond_h\neg p \wedge \neg p \wedge \Diamond_g\neg p, 0, I$

$\Diamond_g\neg p, 0, I_\varphi$

$\Diamond_h\neg p, 0, I_\varphi$

$\neg p, 0, I_\varphi$

$1r0, I_\varphi$

$\neg p \wedge H\neg p, 1, I_\varphi$

$H\neg p, 1, I_\varphi$

$\neg p, 1, I_\varphi$

$0r2, I_\varphi$

$\neg p \wedge G\neg p, 2, I_\varphi$

$G\neg p, 2, I_\varphi$

$\neg p, 2, I_\varphi$

$$\neg\varphi, 0, I \qquad \Box^{*\vee}_{hg}[\varphi]p, 0, I$$

$$\times \qquad \Box_h[\varphi]p \vee [\varphi]p \vee \Box_g[\varphi]p, 0, I$$

$$[\varphi]p, 0, I \qquad \Box_h[\varphi]p, 0, I \qquad \ldots$$

$$\neg\varphi, 0, I \quad p, 0, I_\varphi \quad 1r0, I \quad kr1r0, I \quad 1rkr0, I$$

$$\times \quad \times \qquad\qquad [\varphi]p, k, I \quad [\varphi]p, k, I$$

$$[\varphi]p, 1, I \quad p, 1, I$$

$$\neg\varphi, 1, I \quad \neg p, 1, I \quad \neg\varphi, k, I \quad p, k, I_\varphi \quad \neg\varphi, k, I \quad p, k, I_\varphi$$

$$\times \quad \times \quad \varphi, k, I \quad \neg p, k, I_\varphi \quad \varphi, k, I \quad \neg p, k, I_\varphi$$

$$\times \quad \times \quad \times \quad \times$$

$$\begin{array}{cccccc}
 & & \multicolumn{2}{c}{\dots} & & \\
 & & \multicolumn{2}{c}{\Box_g[\varphi]p, 0, I} & & \\
\multicolumn{2}{c}{0r2, I} & \multicolumn{2}{c}{0rkr2, I} & \multicolumn{2}{c}{0r2rk, I} \\
 & & \multicolumn{2}{c}{[\varphi]p, k, I} & \multicolumn{2}{c}{[\varphi]p, k, I} \\
[\varphi]p, 1, I & p, 1, I & & & & \\
\neg\varphi, 1, I & \neg p, 1, I & \neg\varphi, k, I & p, k, I_\varphi & \neg\varphi, k, I & p, k, I_\varphi \\
\times & \times & \varphi, k, I & \neg p, k, I_\varphi & \varphi, k, I & \neg p, k, I_\varphi \\
 & & \times & \times & \times & \times
\end{array}$$

Teorema 5.11 (correção e completude de lógicas de anúncio histórico)**.** $\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}}$ *é completa e correta com respeito à classe das estruturas transitivas (TRAN) e irreflexivas (IRR);* $\mathbf{HAL}_h^{\mathbf{PC}}$ *e* $\mathbf{HAL}_h^{\mathbf{PC}*}$ *são completas e corretas com respeito à classe das estruturas transitivas (TRAN) irreflexivas (IRR) e finais (END); e* $\mathbf{HAL}_h^{\mathbf{PC}*l}$ *é completa e correta com respeito à classe das estruturas transitivas, irreflexivas, finais e lineares em histórias (LIN-h).*

Demonstração. Assim como na prova anterior, podemos usar uma função de mapeamento $f(m)$ com o teorema das equivalências estáticas no tempo para consensos. Sabemos que qualquer fórmula consensual com operador de anúncio $[\cdot]$ pode ser traduzida em termos de **PC** (e suas extensões). Como, a princípio, não há nenhum axioma adicional para **HAL**, os resultados de correção e completude que obtivemos anteriormente podem ser estendidos para esse sistema e suas outras extensões.

- $\mathbf{PC}([\cdot]m) = \mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}}$
- $\mathbf{PC}_h([\cdot]m) = \mathbf{HAL}_h^{\mathbf{PC}}$
- $\mathbf{PC}_h^*([\cdot]m) = \mathbf{HAL}_h^{\mathbf{PC}*}$
- $\mathbf{PC}_h^{*l}([\cdot]m) = \mathbf{HAL}_h^{\mathbf{PC}*l}$

$$
\begin{array}{ccccccc}
\mathbf{PC}([\cdot]m) & \longrightarrow & \mathbf{PC}_h([\cdot]m) & \longrightarrow & \mathbf{PC}_h^*([\cdot]m) & \longrightarrow & \mathbf{PC}_h^{*l}([\cdot]m) \\
\uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
\mathbf{PC}(m) & \longrightarrow & \mathbf{PC}_h(m) & \longrightarrow & \mathbf{PC}_h^*(m) & \longrightarrow & \mathbf{PC}_h^{*l}(m)
\end{array}
$$

Figura 5.2.4: Diagrama da função de mapeamento $[\cdot]m$ para os sistemas **PC**.

■

Através desses resultados, completamos nossa solução para o problema da onisciência historiográfica. O sistema $\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}}$ não apenas soluciona o problema, permitindo que nossos modelos sejam revisados dinamicamente, como também preserva todos os resultados interessantes das lógicas de consenso peirciano. Desse modo, com esse tipo de lógica, podemos capturar a evolução do conhecimento em ciências históricas e, ao mesmo tempo, analisar e modelar o conhecimento científico, em termos de explicação, descrição, falseamento e formação de consensos e leis.

5.3 As ciências históricas como um jogo de detetive

Esta última subseção do capítulo será dedicada a explicar os conceitos teóricos básicos por trás do uso de uma lógica de anúncio histórico. Como se pode notar, os sistemas **HAL** não esclarecem a natureza dos anúncios. Trata-se de um mecanismo formal de atualização de modelos que pode ser interpretado de diversas formas. Para esta proposta, interessa analisá-los especificamente do ponto de vista de anúncios que decorrem de informações ou dados amplamente aceitos na comunidade científica que servem para filtrar hipóteses. Ou seja, possuindo o poder de eliminar algumas hipóteses (ou histórias prováveis) sobre o que ocorre, ocorreu ou ocorrerá na história do Universo.

Para explicar esses "conceitos teóricos de fundo" na interpretação do sistema, precisamos discutir o conceito de falseabilidade dinâmica e relacioná-lo às noções de consenso, investigação e combinação de possibilidades. Para isso, voltaremos a discutir alguns assuntos de Filosofia da Ciência, mas agora também com o auxílio de ferramentas formais: além do aparato lógico que construímos até agora, também alguns elementos de teoria dos jogos e de análise combinatória.

Para deixar a exposição deste tópico ao mesmo tempo precisa e clara, compararemos a atividade científica com aquela de um detetive em um jogo homônimo de tabuleiro. Essa analogia nos servirá não apenas como uma ilustração didática, mas também como um experimento para mostrar diferenças importantes com esse tipo de jogo e revelar a neutralidade dos sistemas **HAL** diante de discussões mais fundamentais na Filosofia da Ciência, tais como o embate entre realismo e antirrealismo.

5.3.1 Falseabilidade dinâmica e desemaranhamento histórico

Após termos passado por alguns tópicos mais densos de lógica, vamos voltar para o campo teórico e interpretativo e analisar o que **HAL** traz de novo para nossa conversa sobre passados prováveis. Discutimos extensamente sobre como os historiadores, com base em fontes atuais, são capazes de estabelecer histórias prováveis enquanto construções hipotéticas a respeito do que teria ocorrido nos instantes que precedem o presente (momento atual de pesquisa da comunidade científica).

Graças a essa possibilidade, os cientistas podem obter "conhecimento histórico". Nós distinguimos dois tipos de conhecimento histórico. Um de tipo fraco e outro de tipo forte. O primeiro, para uma fórmula qualquer φ, é caracterizado como *subsenso* é simbolizado por algum operador temporal fraco, como P, F e $\Diamond_t$, enquanto o tipo forte está relacionando ao *consenso* e, portanto, a operadores modais fortes, como H, G, $\Box_t$ e $\Box_h$ ou $\Box_g$. Um meio-termo entre esses dois tipos de conhecimento é o *supersenso*, $\Diamond_h$, que designa uma lei ou fato geral, mas que não é consensualmente aceita entre os cientistas, e portanto não vale para todas as histórias prováveis (mas para ao menos uma delas).

Feitas essas distinções, agora, em um contexto dinâmico do conhecimento no tempo, cumpre levarmos essa discussão para uma perspectiva dinâmica. Afinal, se as ciências históricas são capazes de obter conhecimento histórico, seriam elas capazes de "evoluir" em seu conhecimento em algum sentido? Podemos dizer que há um progresso descritivo acerca do passado? Pela modelagem de **HAL**, podemos sugerir uma resposta positiva a essas questões, e essa perspectiva pode ainda ser aprofundada em uma próxima extensão desse sistema (tema do último tópico desta tese). De modo geral, a lógica do anúncio histórico contribui para pensarmos duas questões:

- O conhecimento histórico é falível? Como?
- O que significa uma proposição ser "verdadeira" em conhecimento histórico?

Essas duas questões são fundamentais para a proposição central que defenderemos neste capítulo, a saber, que as ciências históricas possuem conhecimento à medida que buscam consensos legítimos e evoluem segundo determinados pressupostos e regras que são parcialmente capturados pela dinâmica da lógica do anúncio histórico.

O fato de que a comunidade científica está em constante revisão de seus resultados é um consenso na Filosofia da Ciência, e é muito fácil encontrar numerosos exemplos nas ciências históricas de afirmações que eram tidas como conhecimento histórico, mas não são mais vistas assim (citamos já alguns exemplos em tópicos anteriores). Naturalmente, esse tipo de fenômeno pode ser interpretado em nossos sistemas lógicos como histórias prováveis que foram eliminadas dentro de um modelo atualizado de lógica do anúncio histórico. Porém a quase "obviedade" dessa afirmação esconde questões filosóficas que não devem passar despercebidas em nossa abordagem. Trata-se, em suma, de refletir sobre o que queremos dizer com "conhecimento" quando ele é falho e pode ser descartado. Nesse contexto, vamos mostrar o que exatamente queremos dizer quando assumimos que esse conhecimento é "falível".

Ao passo que estamos empregado modelos lógicos para compreender a ciência, estamos também inevitavelmente aceitando que a ciência é idealmente e aproximadamente feita de formal racional. Não compete a esta tese elaborar em detalhes como seria essa racionalidade, porém os argumentos usados por cientistas das mais variadas áreas evidenciam que a ciência está ao menos parcialmente ancorada em raciocínios lógicos. Parece-nos plausível o ponto de partida de Newton da Costa (2018, p. 211-216) segundo o qual a racionalidade científica pode ser compreendida em três dimensões:

- Dimensão lógica
- Dimensão indutiva
- Dimensão crítica

É claro que há outras formas de se observar a atividade científica, como por exemplo sua dimensão social e sua dimensão prática, porém aqui Newton da Costa está se limitando à esfera metodológica dessas atividades para fim cognitivo, englobando tanto quanto possível as reais/empíricas (Física, Geologia, Biologia etc.) ao lado das formais/teóricas (como a Matemática e a Ciência da Computação). Nesse contexto, a dimensão lógica implica em assumir que toda atividade científica está fundada em uma lógica dedutiva básica; a dimensão indutiva, por sua vez, implica em assumir que uma ciência pode também recorrer a teste, observação, medição, estatística e outros métodos empíricos para embasar suas hipóteses; e por fim a dimensão crítica implica em assumir que o campo científico é aberto a uma atitude crítica permanente e radical, no sentido de que suas hipóteses e teorias podem ser revisadas no futuro. O ponto da "radicalidade" merece uma atenção à parte no próximo tópico, mas por hora vamos nos deter na dimensão lógica do raciocínio científico das ciências históricas.

Um ponto forte de nossa abordagem nesta tese está em oferecer uma modelagem que contemple aspectos importantes das dimensões "crítica" e "indutiva" da racionalidade da ciências históricas no interior de sua dimensão lógica. Em outras palavras, acreditamos que essas três dimensões não podem ser devidamente compreendidas como etapas desconexas do raciocínio científico, mas sim como dimensões que se conectam para figurar aquilo que chamamos de conhecimento nas ciências. Desse modo, o conhecimento científico só pode ser devidamente compreendido em uma dessas dimensões se está em diálogo com as demais. Claro, em se tratando de ciências formais, bastaria a primeira e a terceira dimensões, mas como mostramos que as ciências históricas são um tipo particular de ciência empírica, sua metodologia engloba as três dimensões mencionadas. Isso significa que a lógica dedutiva em que os historiadores, paleontólogos, cosmólogos, arqueólogos e geólogos se ancoram deve se conectar com o processo crítico e indutivo de sua metodologia.

Por meio da lógica do anúncio histórico, ofereceremos uma solução para o problema da conciliação das dimensões crítica e indutiva com a dimensão lógica, porém apenas em relação aos seus conhecimentos descritivos no tempo histórico, ou seja, proposições sobre acontecimentos históricos. Isso pode ser feito com nossa lógica através de uma interpretação específica da refutabilidade de hipóteses científicas.

A "refutabilidade" é uma propriedade bem conhecida do método das ciências reais/empíricas. É questionável em Filosofia da Ciência se essa propriedade é inerente a toda metodologia científica de caráter empírico, porém é amplamente aceito que muitas teorias científicas são avaliadas à medida que podem ser refutáveis, ou seja, pode-se construir um experimento ou teste relativamente bem controlado para verificar aproximadamente se suas previsões sobrevivem a eles. Várias teorias científicas, tais como a Teoria da Relatividade Geral, comportam-se dessa maneira, e embora possam nunca ter uma prova definitiva, podem sempre ser postas a teste; *devendo* serem aceitas pelos cientistas até que se mostrem sistematicamente equivocadas em suas previsões. Nesse caso, é desejável que se elabore uma nova teoria para explicar tais problemas, bem como acomodar os resultados que a teoria precedente já era capaz de explicar.

Observação (dever)**.** Note que utilizamos a palavra "dever" não no sentido moral, mas no sentido normativo metodológico. Isso ocorre porque Popper, assim como nós nesta tese, está falando do método científico em um aspecto real aproximadamente aplicável na prática científica. Evidentemente pode haver razões extrametodológicas para negar uma teoria, hipótese ou proposição científica qualquer, como por exemplo questões sociais e políticas envolvidas na atividade científica, porém não é este o foco da análise de Popper. De igual sorte, também neste texto estamos nos limitando ao aspecto normativo do método científico das ciências históricas. Não estamos descrevendo a totalidade da atividade científica dos cientistas dessas áreas, mas somente a parte normativa de seu método para a elaboração de conhecimento científico.

Ocorre que se limitarmos a concepção de "ciência" à refutabilidade de teorias, teremos um critério muito rígido, o qual não consegue acomodar muitas áreas que consideramos ciências. O próprio Popper (1986 [1976]) reconheceu essa dificuldade no caso da teoria da evolução por seleção natural, em Biologia, uma vez que não é possível montar um sistema controlado para testá-la com precisão. Além disso, como se acomodariam as ciências históricas que em grande parte não trabalham com teorias gerais para prever fenômenos? (POPPER, 1980a [1945]) Em geral, essas ciências não trabalham com teorias no sentido de que fala Popper, mas sim com hipóteses descritivas e explicações específicas para processos particulares ao longo do tempo. No entanto, ele próprio (POPPER, 1980b, p. 611) mais tarde reconheceu que parece haver testes de hipóteses em ciências históricas de alguma forma:

> Parece que alguns pensam que eu nego o caráter científico das ciências históricas como a paleontologia ou a história da evolução da vida na Terra. Isso é um erro, e eu gostaria de afirmar aqui que, a meu ver, essas ciências têm, assim como outras ciências históricas, um caráter plenamente científico; em muitos casos, suas hipóteses podem ser testadas.

Contudo, embora Popper tenha se manifestado sobre esse ponto, não está certo como exatamente sua teoria se aplicaria às ciências históricas. Do modo como classicamente foi apresentada, parece impossível. Não por acaso Pascal Nouvel (2013, p. 198) recebeu com espanto a afirmação que mencionamos acima:

> Que hipóteses? Em que casos? O que quer dizer ao certo? E, principalmente, o que ele entende por "ao meu ver"? Valeria a pena mostrar um dispositivo tão sofisticado

quanto a teoria da refutabilidade, para que seja finalmente um desenvolto "ao meu ver"que decida se a teoria da evolução é científica ou não?

Nouvel parece sensato em criticar a teoria da refutabilidade nesse caso, porém acreditamos que Popper tenha razão ao afirmar que as "em muitos casos, hipóteses [de ciências históricas] podem ser testadas". Claro que não são testadas no mesmo sentido que dizemos que um químico pode montar um experimento dedicado a este teste em seu laboratório e replicá-lo em outros momentos. Entretanto, podem ser "testadas" em um sentido mais fraco; no sentido de que novas fontes adquiridas no futuro podem dar informações suficientes para uma hipótese ser eliminada, enquanto uma tentativa fracassada de reconstruir "o que aconteceu". Aqui está a chave para nossa abordagem da refutabilidade histórica. Nós chamaremos esse procedimento de "desemaranhamento histórico"; e seu resultado, "desemaranhado histórico". Confira as definições abaixo em termos de lógica do anúncio histórico.

Definição 5.3 (desemaranhado histórico)**.** *Em um dado modelo $\mathscr{M}$ de uma comunidade de cientistas, uma história provável $h_d \subseteq \mathscr{H}$ é desemaranhada se e somente se consiste em uma história provável única na estrutura do tempo histórico $\mathscr{T}$.*

Figura 5.3.1: Diagrama de exemplo de desemaranhado histórico.

Definição 5.4 (história real)**.** *Uma história provável $h_r \subseteq \mathscr{H}$ é real se e somente se é desemaranhada e não pode ser eliminada. Independentemente de qualquer proposição φ que possa a vir a ser anunciada.*

Essa definição de "história real" (bem como a de "conhecimento real" em breve) é inspirada na seguinte definição de Charles Peirce (1965) para "verdade" e "real": "A opinião que é fadada a ser ultimamente aceita por todos que investigam é o que significamos por verdade, e o objeto representado por essa opinião é o real"(cf. tradução e comentário do trecho em DA COSTA, 2018, p. 138-141).

Observação (realidade e verdade)**.** Em nossa abordagem, damos um sentido mais fraco para "verdade" do que aquele dado por Peirce (utilizamos essa expressão em um sentido lógico e em um sentido relativo a diferentes hipóteses aceitas na comunidade científica), mas preservamos um objeto ideal comum "real" para o *status* de conhecimento no tempo.

Definição 5.5 (emaranhado histórico). *Em um dado modelo $\mathscr{M}$ de uma comunidade de cientistas, uma história provável $h_e \subseteq \mathscr{H}(t)$ é emaranhada se e somente se consiste em uma história provável entre outras (não é única) em um tempo histórico $\mathscr{T}$ para um determinado instante.*

Observação (eliminabilidade de histórias emaranhadas). Em geral (salvo exceção de que haja a história real entre elas), assume-se que, à luz de uma nova informação sob uma proposição anunciada qualquer φ, h_e pode ser considerada uma história improvável, ou seja, $h_e \nsubseteq \mathscr{H}(t)$ em $\mathscr{T}^!$ em um modelo atualizado $\mathscr{M}|_\varphi$, eliminando do modelo atualizado.

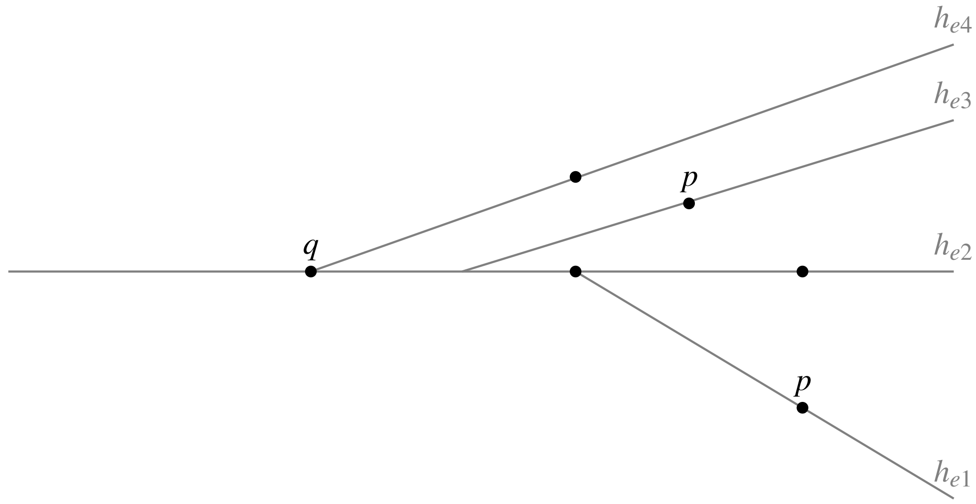


Figura 5.3.2: Diagrama de exemplo de emaranhado histórico.

Definição 5.6 (desemaranhável histórico). *Em um dado modelo $\mathscr{M}$ de uma comunidade de cientistas, uma história provável $h \subseteq \mathscr{H}(t_0)$ é desemaranhável se e somente se ou é uma história provável desemaranhada não real ou é uma história provável emaranhada.*

Teorema 5.12 (teorema do desemaranhamento). *Em um modelo $\mathscr{M}$ e instante t quaisquer, e tal modelo atualizado por uma fórmula qualquer $\mathscr{M}|_\varphi$, dada uma história $h \subseteq \mathscr{H}(t)$ tal que $t_0, t_1, ..., t_n \in h = t_0 \prec ... \prec t$ (por definição, com pelo menos dois instantes) em $\mathscr{M}$, se $\forall t_n(t_n \neq t) \notin h$ em $\mathscr{M}|_\varphi$, então h é desemaranhável. Nesse caso de anúncio, dizemos que ocorreu um desemaranhamento e a história desemaranhável equivale ao seguinte conjunto de instantes:*

$$\underbrace{\underbrace{\bigcup_{i=0}^{n} t_i \in h(t, \mathscr{T})}_{h \text{ emaranhada}} \text{ tal que } \underbrace{h \nsubseteq \mathscr{H}(t, \mathscr{T}^!)}_{h \text{ eliminada}}}_{h \text{ desemaranhável}}$$

Demonstração. Segue-se diretamente das definições acima e da definição de história. Uma história desemaranhável ou é emaranhada (e portanto não é única), ou é desemaranhada não real, portanto, pode ser eliminada (em um conjunto possivelmente não vazio de histórias). Pela definição de história, uma história consiste em um conjunto ordenado de instantes por precedência, então uma história desemaranhável consiste no conjunto de todos os instantes elimináveis após um anúncio tal que constitui uma história em um modelo e que está ausente no conjunto das histórias do modelo atualizado. Portanto, ocorre um desemaranhamento de uma história quando todos os instantes dela exceto o instante final são eliminados após o anúncio. ■

Teorema 5.13 (preservação de algum fim)**.** *Em um modelo $\mathscr{M}$ e instante t quaisquer em extensões de* **HAL** *com o axioma do fim, para qualquer história $h \subseteq \mathscr{H}(t_0)$ tal que t_0 é instante final, t_0 pode ser eliminado por algum anúncio de fórmula φ, mas então existe em $\mathscr{M}|_\varphi$ algum instante $t \neq t_0$ tal que seja o ponto final desse modelo atualizado.*

Demonstração. Segue-se diretamente do axioma do fim aplicado a $\mathscr{M}|_\varphi$. ■

Teorema 5.14 (teorema do desemaranhamento final (existência e identidade))**.** *Em qualquer sistema de lógica do anúncio histórico, para qualquer proposição φ, modelo $\mathscr{M}$ e modelo atualizado $\mathscr{M}|_\varphi$, se o conjunto de histórias é não vazio, existe pelo menos uma história provável desemaranhada $h_d \subseteq \mathscr{H}(t_0)$ em $\mathscr{T}$ entre as suas histórias desemaranháveis e se houver outra história provável desemaranhada, todas são extensionalmente idênticas.*

Observação (extensionalmente idênticas)**.** Duas histórias são extensionalmente idênticas se e somente se possuem a mesma quantidade de instantes terminando no mesmo instante t_0 e todas as proposições verdadeiras para uma dessas histórias também são verdadeiras para a outra.

Demonstração. (existência) Suponha um modelo $\mathscr{M}$ de **HAL**. Por definição, ele possui um conjunto não vazio de instantes de tempo com uma relação de acessibilidade gerando uma árvore temporal $\mathscr{T} = \langle T, \prec \rangle$ com pelo menos uma história provável h (admitida como axioma para este teorema), tal que seja uma cadeia de pelo menos dois instantes $t_* \prec t_0$, onde t_0 é o instante final (presente) e t_* um instante qualquer. Nesse contexto, a prova precisa contemplar dois casos. Primeiramente, deixe que haja uma proposição φ para $\mathscr{M}|_\varphi$ em que $t_* \notin T^!$ nesse modelo atualizado. Se é assim, $\mathscr{M}|_\varphi$ não possui nenhuma história h, o que contradiz o axioma de um conjunto de histórias não vazio. Segundo caso: suponha que $t_0 \notin T^!$ nesse modelo atualizado $\mathscr{M}|_\varphi$, mas isso contradiz o axioma da existência do instante final. Também sabemos que, por definição, $t_* \prec t_0$ consiste em uma história, chamemos h_d. Como $\mathscr{M}|_\varphi$ é um modelo atualizado qualquer para um modelo mínimo $\mathscr{M}$, essa história sempre será elemento de um conjunto de histórias $\mathscr{H}(t_0)$. Logo, qualquer $\mathscr{M}$ em relação a um $\mathscr{M}|_\varphi$ possui uma história h_d tal que h_d é um desemaranhado histórico, via definição de desemaranhado histórico.

(identidade) Para um modelo qualquer $\mathscr{M}$ de **HAL**, deixe que existam dois instantes que precedam t_0 e formem duas histórias prováveis. Ou seja, $t_1 \prec t_0$, $t_i \prec t_0$, $t_1 \neq t_i$, $h_{e1} = t_1 \prec t_0$ e $h_{e2} = t_i \prec t_0$, onde $h_{e1}, h_{e2} \subseteq \mathscr{H}(t_0)$.

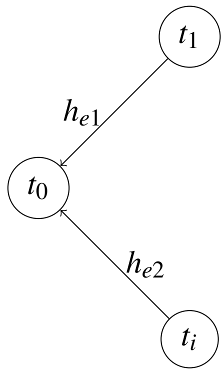


Figura 5.3.3: Modelo com um emaranhado histórico no fim.

Se h_{e1} e h_{e2} são histórias prováveis desemaranháveis e $h_{e1} \neq h_{e2}$, pelo menos uma é uma história desemaranhada e existe alguma proposição φ tal que é verdadeira em uma dessas histórias e falsa na outra, e não pode estar em t_0, pois é o instante de intersecção entre essas histórias. Se φ é falsa em t_1, então, em $\mathscr{M}|_\varphi$, $t_1 \notin T^!$ e esse modelo só possui uma história, h_{e2}, e pelo que demonstramos, é uma história desmaranhada. Por outro lado, se φ é falso em t_i, então o mesmo ocorre com t_i no modelo atualizado pelo anúncio de φ, e então h_{e1} será a história desmaranhada. Se, no entanto, não existe nenhuma proposição φ verdadeira em uma história e não em outra, e ambas terminam em t_0, então ambas, h_{e1} e h_{e2}, são histórias prováveis desemaranhadas, mas ambas são extensionalmente idênticas. ■

Nessa abordagem, conseguimos uma aplicação específica da "refutabilidade" de modo a compreender em que sentido podemos dizer que certas hipóteses em ciências históricas são "testadas" ou "falíveis". De fato, elas o são, mas não em relação a alguma teoria geral, e sim em relação a novas informações, em geral devido a novas fontes que se tornam acessíveis aos cientistas. Essas novas informações podem ser progressivamente adicionadas ao sistema e eliminar as hipóteses concorrentes até que reste apenas uma história provável, a qual corresponde ao conhecimento histórico de tipo forte.

Nos sistemas anteriores (estáticos), tratamos o "conhecimento histórico forte" como uma proposição verdadeira em todas as histórias prováveis, o que chamamos de um *consenso histórico*. Em sistemas dinâmicos, isso continua fazendo sentido, porém antes o falseamento se dava no tempo, e agora dá-se por anúncios. Vale observar ainda que, em um consenso final em lógica do anúncio histórico, uma proposição é verdadeira em todas as histórias prováveis a partir do ponto final, então uma dessas histórias corresponde necessariamente à história desemaranhada desse sistema (assumindo que o conjunto de histórias seja não vazio).

Com efeito, a Lógica dos Anúncios Históricos nos permite distinguir tipos de conhecimento histórico, um falível e outro infalível, além de "níveis de falibilidade". O nível mais fraco se traduz em uma proposição que é considerada verdadeira na comunidade científica em uma das interpretações descritivas possíveis acerca do presente ou do passado, em outras palavras, essa proposição é verdadeira em alguma história provável. Por outro lado, o conhecimento histórico forte é aquele cuja proposição é verdadeira em todos os passados prováveis. Por fim, o conhecimento forte é final ou definitivo quando ele está configurado como um consenso final e sua proposição está no passado provável desemaranhado.

Níveis de conhecimento:

- N1 ($P, F, \Diamond_{t\prec}, \Diamond_{\prec t}$): Subsenso (fato particular provável)
- N2 ($\Diamond_h, \Diamond_g, \Diamond_h^{t_*}, \Diamond_g^{t_*}$): Supersenso (fato geral provável)
- N3 ($\Box_h, \Box_g, \Box_h^{t_*}, \Box_g^{t_*}$): Consenso (fato particular consensual)
- N4 ($\Box_h^{t_0}$): Consenso final (fato particular real)*
- N5 ($H, G, \Box_{t\prec}, \Box_{\prec t}$): Necessidade (fato geral consensual e real)*

Observação (*)**.** O consenso final e a necessidade não podem ser falseados em sistema estático, porque não pode existir um instante no futuro que abra uma história provável nova em relação ao passado; bem como não pode existir um instante em que seja falsa a proposição necessária. Por outro lado, fórmulas de consenso final e necessidade podem ser falseadas por anúncios. Do ponto de vista dinâmico, esses conhecimentos só são garantidamente reais se a proposição à qual eles se referem for verdadeira em uma suposta história real dentro do modelo.

Teorema 5.15 (conhecimento real não é falseável)**.** *Se há uma necessidade ou um consenso final sobre uma proposição p que é verdadeira na história real, então esse consenso não pode ser eliminado e nem o instante em que está indexada a proposição p.*

Demonstração. Decorre da definição de história real e do teorema do desemaranhamento aplicados a fórmulas $\Box_t p$ e $\Box_h^{t_0} p$. ■

Por essa interpretação, podemos dizer que o consenso histórico final é um conhecimento do tipo forte estrito, não simplesmente por ser um consenso, mas sim porque a proposição na qual o consenso final opera terá de ser verdadeira também na história desemaranhada, aquela que idealmente venha a passar por todos os testes empíricos possíveis ao longo do tempo em que a comunidade científica se mantiver ativa. Contudo, a afirmação recíproca não é necessariamente verdadeira: não é porque existe uma proposição p verdadeira em uma história desemaranhada que necessariamente haverá um consenso sobre ela, posto que um modelo pode ter várias histórias h e não se pode saber *a priori* qual delas é a história desemaranhada h_d. Nesse caso, a proposição p pode ser verdadeira em uma história e não em outra, e não haverá consenso sobre p a não ser que surja um anúncio histórico de que $\neg p$, assim eliminando as versões históricas concorrentes.

A essa altura, alguém pode se perguntar se um tal consenso histórico final existe atualmente na comunidade das ciências históricas ou mesmo se questionar se é factível eliminar todas as histórias prováveis emaranhadas até que reste apenas aquela que é desemaranhada. Essas são perguntas práticas legítimas, mas que pedem igualmente por respostas práticas, e não teóricas. Talvez seja prudente supor que todo ou pelo menos a maior parte do conhecimento que temos hoje em ciências históricas é do tipo fraco ou de um consenso não final, ou seja, passível de ser desconsiderado no dia seguinte em que novas informações nos tragam um anúncio que o ponham em contradição, forçando-nos a desconsiderar a versão histórica em que ele se legitimava.

Entretanto, parece haver consensos atuais muito claros, como aquele mencionado a respeito da cor das esculturas greco-romanas, os quais podem ser formalizados com o uso do operador $\Box_h$. É claro que sempre é possível aplicarmos algum argumento cético sobre qualquer afirmação científica. Naturalmente nossa noção de consenso não impede uma forma extrema de ceticismo; tal possibilidade está sempre em aberto. Em tese, pela teoria do desemaranhamento, nada impede de um dia termos fontes e tempo hábil para diacronicamente eliminarmos todas as histórias prováveis concorrentes, mas ainda seria possível aplicarmos argumentos céticos sobre aspectos metalógicos e interpretativos do formalismo.

De todo modo, mesmo na hipótese pessimista de que não tenhamos nenhum conhecimento histórico final, ainda assim podemos constatar conhecimentos históricos de tipo fraco, baseados em histórias prováveis. A Lógica dos Anúncios Históricos, nesse caso, nos permite analisar proposições que são consensuais em um determinado estado do modelo, e também nos permite observar como as ciências históricas progridem gradualmente, mesmo que talvez nunca consigam terminar com um modelo com uma única história provável acerca do passado.

No tópico a seguir, vamos mostrar como podemos entender as noções de "consenso", "falseabilidade de hipóteses" e "evolução do conhecimento" em termos de teoria dos jogos e combinatória. Essas ferramentas, ao lado de uma analogia com um jogo de detetive, serão úteis tanto para explicar as características dos sistemas **HAL** quanto para mostrar a neutralidade dessa lógica diante de debates mais fundamentais em ontologia e filosofia da ciência.

5.3.2 O jogo Detetive e a teoria dos jogos

Talvez a forma mais prática de compreender como funciona a teoria do desemaranhamento histórico é por meio de teoria dos jogos. Em primeiro lugar, porque um sistema lógico dinâmico estabelece um conjunto rígido de regras para atualizar o sistema (uma atualização de cada vez, como ações por turnos). Em segundo lugar, porque a teoria dos jogos frequentemente supõe jogadores completamente racionais, e enquanto esses modelos são aplicados em fenômenos sociais, o ambiente da comunidade científica é provavelmente um dos melhores para supor esse tipo de comportamento racional para a formação de consensos e para a busca do conhecimento (mesmo que até nesse contexto isso esteja sendo assumido como um ideal). Em um contexto de jogada cooperativa, podemos resumir a "racionalidade" ao seguinte princípio:

Definição 5.7 (racionalidade individual)**.** *Em um jogo cooperativo, um jogador é racional quando nunca tem por recompensa (payoff) em uma jogada cooperativa menos do que poderia ter recebido sozinho.*

Para fazer um paralelo entre a investigação em ciências históricas e sua evolução como uma espécie de jogo, faremos uma comparação com a atividade da investigação criminal. É antiga a comparação entre o historiador e o detetive. Contemporaneamente, essa comparação é especialmente conhecida pelo historiador italiano Carlo Ginzburg (1989), em "Mitos, emblemas e sinais: morfologia e história", o qual é conhecido por defender o que chamou de "paradigma indiciário" para a historiografia, bem como é reconhecido como um dos fundadores da área da micro-história. Esse paradigma tem trazido reflexões sobre o quanto da obra do historiador tem de retórica e o quanto tem de poética, um debate que remonta às obras homônimas (Retórica e Poética) de Aristóteles (cf. HARTOG, 2013).

Para os nossos fins, no entanto, como estamos analisando aspectos abstratos e formais da dinâmica de investigação, será mais interessante uma comparação com um jogo de detetive do que diretamente com a atividade de um detetive. Para isso, consideremos o jogo Detetive, ou *Cluedo* (ou *Clue*, em inglês americano). Neste tópico, daremos uma definição formal de alguns aspectos do jogo; mais detalhes sobre como ele funciona estão no Apêndice C (adicionamos a esse tópico de apêndice também mais detalhes formais de teoria de jogos)[43].

O jogo Detetive, embora admita apenas um vencedor ao final, consiste em um *jogo cooperativo simples*: *simples* porque o valor final para um jogador ou é 1 (para caso seja vencedor) ou é 0 (para caso seja perdedor); e *cooperativo* pois, embora não seja de todo impossível, é inviável (não desejável racionalmente) terminá-lo sozinho, uma vez que é importante o compartilhamento de informação entre os jogadores. Em paralelo, a necessidade da cooperação também ocorre em ciência. Desse modo, um jogo cooperativo (ou por coalizão) pode ser definido em teoria dos jogos (SHOHAM; LEYTON-BROWN, 2008, p. 384) da seguinte maneira:

Definição 5.8 (jogo cooperativo)**.** *Um jogo cooperativo é um par (N, v) onde N é a grande coalizão ou o número total de jogadores e v é o valor de Shapley, determinado pela função característica $v : 2^N \mapsto \mathbb{R}$ que atribui a "recompensa"ou payoff de cada jogada possível para as coalizões de jogadores.*

Como 2^N é o conjunto potência de N, ou seja, todos seus subconjuntos. Podemos chamar cada um deles de uma coalizão $J \subseteq N$. No caso do jogo Detetive, pode ser jogado por no mínimo 2 jogadores e no máximo 6. Como exemplo, vamos considerar o caso do máximo de jogadores. Cada coalizão J consiste em um subconjunto do conjunto de jogadores que se unem para trabalhar para obter um benefício comum dado pela função v. Essa coalização qualquer, perceba, pode ser de um só jogador ou até o próprio N (todos os jogadores), e como o valor de Shapley é o método através do qual os jogadores podem saber *a priori* os benefícios esperados de se entrar em um jogo, a função v para uma coalizão qualquer em Detetive pode ser simplificada da seguinte forma:

[43] Apêndice C. Regras do Detetive e falseamento de hipóteses.

$$(N,v): \quad N \equiv n \mid n: \text{Número de jogadores.}$$

$$N = 6$$

$$2^N = 64$$

$$J \subseteq N$$

$$J: \text{Conjunto de jogadores (coalizão).}$$

- $v(J) = 1$, se a coalizão J consegue adivinhar corretamente o culpado, a arma e o local do crime;
- $v(J) = 0$, se a coalizão J não consegue adivinhar corretamente o culpado, a arma e o local do crime.

Visto de maneira geral, a grande coalizão de jogadores trabalha em equipe para eventualmente resolver o mistério, e a cada interrogatório feito de um jogador para o outro (compartilhando informações de locais, personagens e armas não relacionados ao crime) há uma chance de diminuir o número de possibilidades total de acusações sobre o assassino, a arma do crime e o local do assassinato; número esse que, de início, é 324. Se um jogador sozinho tentar adivinhar de início a combinação correta sem cooperação nenhuma, supondo que tenha três cartas (uma arma, um personagem e um cômodo), terá uma chance mínima de acertar, mas se cooperar com os demais jogadores, inevitavelmente ele resolverá o caso (ou algum de seus colegas o fará).

Note que o interrogatório funciona como um *subjogo*, ou seja, um jogo dentro do jogo maior de Detetive. A cada momento de interrogatório, esse subjogo funciona de tal forma a fazer vencedor o jogador interrogador que obter uma informação nova que elimine possibilidades de combinatória pessoa-arma-local $(1,1,1)$, e o jogador será quão mais "vitorioso" (ou "mais próximo da conquista") relativamente ao número de possibilidades que ele conseguir eliminar.

Assim, podemos definir um subjogo (S, v_s) onde $S \subset N$ e v_S é uma valoração de Shapley para ele.

Observação (subjogo de investigação)**.** No Apêndice C há um esquema para a formalização desse subjogo.

Considere um caso de Detetive com o máximo de jogadores. Seja i a variável para um jogador (em um conjunto de seis jogadores, $N = 6$) e $P = 324$ o número total de possibilidades iniciais para a combinatória certa pessoa-arma-local, podemos definir para cada jogador uma variável p_i que representa o número de possibilidades restantes após as informações disponíveis:

- p_1: Número de possibilidades restantes para o jogador J_1;
- p_2: Número de possibilidades restantes para o jogador J_2;
- p_3: Número de possibilidades restantes para o jogador J_3;
- p_4: Número de possibilidades restantes para o jogador J_4;
- p_5: Número de possibilidades restantes para o jogador J_5;
- p_6: Número de possibilidades restantes para o jogador J_6.

Desse modo, as diminuições nas possibilidades para cada jogador podem ser representadas pela seguinte equação:

$$p_i = P - d_i$$

Observação (diminuição de possibilidades para um jogador)**.** Na equação acima, d_i é a quantidade de diminuição das possibilidades para o jogador anterior i desde sua última ação.

Nesse subjogo, o valor $v_s(J_i)$ para cada jogador individual será igual à sua variável p_i específica que reflete as possibilidades restantes para esse jogador acertar a combinação que resolve o caso de assassinato. Portanto, o jogador que eventualmente obter $v_s(J_i) = 1$ é o jogador que poderá fazer a acusação correta e vencer o jogo, recebendo Também $v(J_i) = 1$. Note que progressivamente esses jogadores avançarão até se aproximar desse valor.

Observação (informações acessíveis entre jogadores)**.** No caso dos jogadores de Detetive, é importante acrescentar que cada um deles não possui acesso ao número total de possibilidades que o outro jogador possui para acertar a acusação do crime. Suponha que tivéssemos a seguinte ordem de turnos para os jogadores em uma rodada completa: $1 \prec 2 \prec 3 \prec 4 \prec 5 \prec 6$ (cada número designa a vez de um jogador após o outro em uma rodada completa nesta sequência: $J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, J_6$). Com esses dados, se quisermos saber quantas são as possibilidades restantes do jogador 1, precisamos saber que tipo de informação exatamente ele pode obter em seu turno depois que passou para o jogador 2. Pelas regras do jogo (vide Apêndice C), sabemos que, em seu turno, caso o jogador 1 faça um interrogatório, ele pode vir a saber no mínimo informação nenhuma (manter suas mesmas possibilidades) ou saber de uma a três cartas que não estão no envelope (e nunca são cartas da mesma categoria).

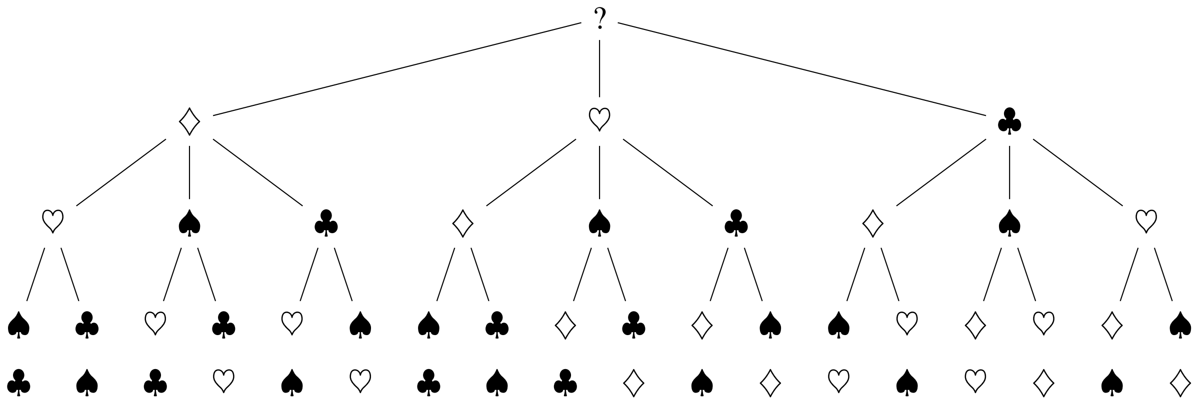
5.3.3 O jogo dos anúncios históricos

Após a exposição da teoria do desemaranhamento histórico e após o exemplo e as noções preliminares de teoria dos jogos, agora temos as ferramentas necessárias para definir formalmente a dinâmica dos anúncios históricos na comunidade científica. Nossa abordagem parte também de pressupostos sobre o estabelecimento de hipóteses objetivas e consensos legítimos, conforme os critérios estabelecidos no Capítulo 2 (especificamente a subseção "A acessibilidade do passado através de hipóteses objetivas"), e empregará a terminologia quantitativa para histórias que apresentamos na Introdução (especificamente na subseção "Guia de leitura das árvores de histórias").

Além desses pressupostos, vamos estabelecer mais algumas convenções no decorrer deste tópico para que possamos formular com simplicidade a dinâmica do desemaranhamento histórico em termos de teoria dos jogos. Antes disso, porém, convém observar que os anúncios históricos, diferentemente dos interrogatórios do jogo Detetive, não apenas fornecem informações sobre "o que" ocorreu, mas também fornecem informações sobre a "ordem" dos acontecimentos. Isso ocorre porque as lógicas temporais são baseadas em uma relação de precedência, de modo que quando se faz um anúncio, como $[P\varphi]F\psi$, estamos não apenas dizendo que ψ é o caso, mas que ele é o caso em um determinado instante.

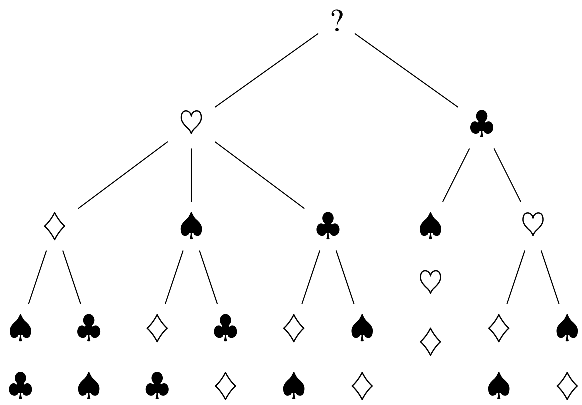
Vejamos um exemplo abaixo em que ocorre anúncios com esse tipo de informação. Suponha que queiramos encontrar uma ordenação específica escolhida para quatro cartas, cada uma de um diferente naipe: $\diamondsuit, \heartsuit, \spadesuit, \clubsuit$. Com base em informações externas, podemos a cada rodada emitir um anúncio para filtrar possibilidades até finalmente chegarmos na combinação correta que corresponde à ordenação escolhida.

$\spadesuit \prec (\heartsuit\diamondsuit\clubsuit)!$



$\spadesuit \prec (\heartsuit\diamondsuit\clubsuit)!$

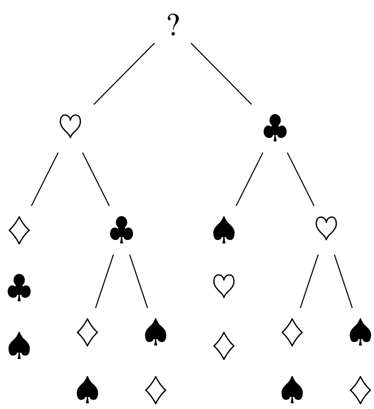
$\diamondsuit \prec \heartsuit!$



$\spadesuit \prec (\heartsuit\diamondsuit\clubsuit)!$

$\diamondsuit \prec \heartsuit!$

$\spadesuit \prec \clubsuit!$

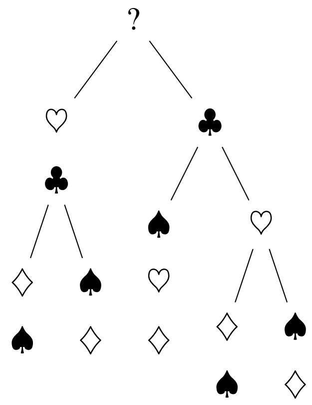


$$\spadesuit \prec (\heartsuit\diamondsuit\clubsuit)!$$

$$\diamondsuit \prec \heartsuit!$$

$$\spadesuit \prec \clubsuit!$$

$$\diamondsuit \prec (\heartsuit\clubsuit)!$$



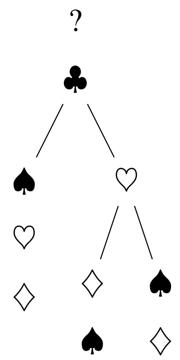
$$\spadesuit \prec (\heartsuit\diamondsuit\clubsuit)!$$

$$\diamondsuit \prec \heartsuit!$$

$$\spadesuit \prec \clubsuit!$$

$$\diamondsuit \prec (\heartsuit\clubsuit)!$$

$$\heartsuit \prec \clubsuit!$$



[H]

$$\spadesuit \prec (\heartsuit\diamondsuit\clubsuit)!$$
$$\diamondsuit \prec \heartsuit!$$
$$\spadesuit \prec \clubsuit!$$
$$\diamondsuit \prec (\heartsuit\clubsuit)!$$
$$\heartsuit \prec \clubsuit!$$
$$\heartsuit \prec \spadesuit!$$
$$?$$
$$\clubsuit$$
$$\spadesuit$$
$$\heartsuit$$
$$\diamondsuit$$
$$\times$$

Figura 5.3.4: Ordenação de quatro cartas por anúncios de precedência.

Em lógicas de anúncios históricos, ambos os tipos de informação estão implicados nos anúncios, tanto informações de "o que ocorreu" quanto de "em que ordem" ocorreu um evento em relação a outro. Essa separação é difícil de fazer dentro do próprio sistema lógico temporal, pois qualquer fórmula está indexada em algum instante de tempo, mas, de um ponto de vista teórico, é possível ser feita.

Assim, tendo em mente esses dois tipos de informações em anúncios históricos (de *fato* e de *ordem temporal*), podemos estabelecer os termos básicos para um jogo geral, o qual chamaremos de "jogo do desemaranhamento".

Definição 5.9 (jogo do desemaranhamento histórico)**.** *O jogo do desemaranhamento histórico é uma tupla* (N, v) *que satisfaz as seguintes condições:*

(N, v) : $N \equiv n \mid n$: *Número do conjunto finito da totalidade dos cientistas.*

$C \subseteq N$

N : *Conjunto de todos os cientistas (grande comunidade científica).*

C : *Conjunto de cientistas (comunidade científica).*

- $v(C) = 1$, *se* $|\cup\mathscr{H}| = 1$ *e a comunidade científica C consegue determinar uma e somente uma história real* $h_r \subseteq \mathscr{H}(\mathscr{T})$ *no instante final* t_0 *de uma estrutura temporal* $\langle \mathscr{T}, \prec \rangle$ *com* $\mathscr{H} \neq \emptyset$;
- $v(C) = 0$, *se* $|\cup\mathscr{H}| > 1$ *e a comunidade científica C não consegue determinar uma e somente uma história real* $h_r \subseteq \mathscr{H}(\mathscr{T})$ *no instante final* t_0 *de uma estrutura temporal* $\langle \mathscr{T}, \prec \rangle$ *com* $\mathscr{H} \neq \emptyset$.

Dentro desse jogo maior, temos um subjogo que dá aos jogadores (cientistas) a possibilidade de evoluir em suas informações até que possam finalmente conseguir vencer o jogo do desemaranhamento histórico. A esse subjogo daremos o nome "jogo dos anúncios históricos".

Definição 5.10 (jogo dos anúncios históricos (subjogo))**.** *O jogo dos anúncios históricos é uma tupla* (A, v_a) *que consiste em um subjogo do jogo desemaranhamento histórico e cujos termos satisfaz as seguintes condições:*

$(A, v_a): \quad A \subset N$

$C_i \subset A$

C_i : *Conjunto de cientistas.*

A : *Conjunto de todos os subconjuntos de cientistas não vazios em N.*

$A = \{C_1, C_2, ..., C_i\}$

- $v_a(C_i) = |\cup\mathscr{H}|$, *tal que* $|\cup\mathscr{H}|$ *é um número natural que corresponde ao número total de histórias em um conjunto finito de histórias* $h_1, h_2, ..., h_n \subseteq \mathscr{H}(\mathscr{T})$ *de uma árvore de histórias* $\mathscr{H}(\mathscr{T})$ *em uma estrutura temporal* $\langle \mathscr{T}, \prec \rangle$.

Observação (valor de Shapley e número de histórias prováveis)**.** No jogo do anúncio histórico, o valor que um jogador recebe a cada turno é proporcional ao número de possibilidades faltantes para que possa acertar com certeza o que ocorreu e em que ordem ocorreu no tempo histórico. Pela definição acima, estamos atribuindo um número natural no intervalo $[1, n]$, para n um número natural que corresponda ao número máximo de histórias no modelo. O valor é dado à coalizão de cientistas de forma diretamente proporcional à quantidade de histórias de uma estrutura temporal. Essa escolha segue a intuição segundo a qual quanto menos histórias houver, mais próxima está a coalizão de encontrar uma suposta "história real".

Por fim, podemos estabelecer uma relação de conquista que conecta esse subjogo ao jogo maior. Afinal, o jogo dos anúncios é um caminho para os cientistas vencerem o jogo do desemaranhamento. Em linhas gerais, essa função pode ser concebida da seguinte forma:

Definição 5.11 (conquista)**.** *Se um conjunto de cientistas* C_i *que participa do jogo dos anúncios históricos é vencedor nesse subjogo, então também é vencedor do jogo do desemaranhamento histórico. Por outro lado, se algum outro conjunto de cientistas C vencer o jogo do desemaranhamento histórico, então* C_i *é perdedor. E enquanto não houver um vencedor do jogo do* *desemaranhamento histórico, não há conquista, ou seja, o jogo dos anúncios históricos continua.*

Observação (comunidade parcial e total de cientistas)**.** Vale destacar que, pela definição acima, embora um cientista ou um grupo de cientistas possa perder o jogo enquanto indivíduo ou enquanto coalizão dentro do jogo de anúncios, ele ainda pode simultaneamente ser considerado vencedor do jogo enquanto parte da coalizão total de cientistas.

Dada essa definição de conquista, podemos ter algumas regras específicas para organizar a dinâmica dos jogadores cientistas. Abaixo oferecemos um exemplo simples de ordenação:

Definição 5.12 (ordem de anúncio)**.** *Todos os cientistas possuem conhecimento mútuo das histórias prováveis na estrutura. Cada conjunto de cientistas pode a seu próprio modo buscar evidências e informações para que lhe seja permitido emitir um anúncio histórico. Ao fazê-lo, isso pode ou não diminuir o número total de histórias prováveis. Os cientistas revezam em seus anúncios até que reste apenas uma história provável na estrutura.*

- *c: Número de histórias prováveis para um conjunto de cientistas;*
- *c_1: Número $|\cup\mathscr{H}|$ para o conjunto de cientistas C_1;*
- *c_2: Número $|\cup\mathscr{H}|$ para o conjunto de cientistas C_2;*
- *...*
- *c_i: Número $|\cup\mathscr{H}|$ para o conjunto de cientistas C_i.*

O jogo acaba quando um cientista ou grupo de cientistas C_i tem $c_i = 1$, ou seja, há apenas uma história provável remanescente. O jogo dos anúncios históricos possui no mínimo 0 anúncios e no máximo um número infinito de anúncios (uma vez que podem existir anúncios que não eliminam histórias). Quando há um número finito de anúnciações, o jogo termina necessariamente na conquista de alguma coalizão de cientistas, o que implica em um consenso final de qualquer proposição restante na estrutura. Todavia, é possível que, no caso da dinâmica real das ciências históricas, esse jogo nunca acabe, ou seja, tenha um número infinito de anunciações, ou que pare de ser jogado antes que alguém consiga encontrar a suposta história real.

Abaixo pode-se ver um exemplo (em diagramas) de uma breve partida do jogo de anúncios históricos. Após três anúncios, chega-se ao final do jogo.

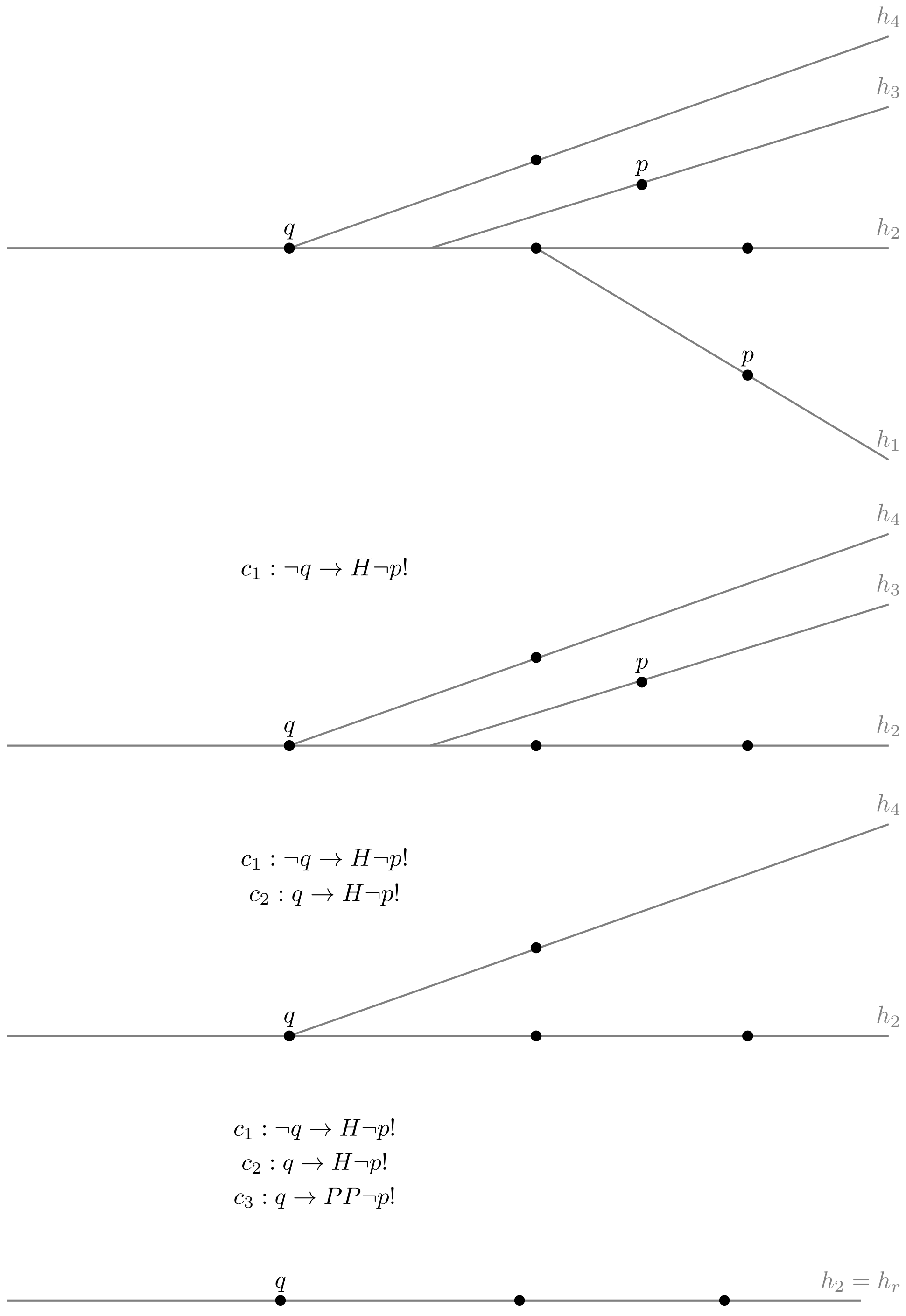


Figura 5.3.5: Diagramas de uma partida de jogo de anúncios históricos.

Observação (anúncios científicos)**.** Note que não estabelecemos restrições para como são feitos os anúncios no subjogo. A depender de como seja mais conveniente interpretá-los na prática real dos cientistas, podemos entender esses anúncios de diferentes formas, por exemplo: podem ser artigos publicados em periódicos científicos (com ou sem restrições específicas), apresentações em congressos, defesas de tese de doutoramento etc. Os diferentes meios pelos quais os cientistas se expressam podem ser entendidos como meios de anúncios, os quais podem ou não filtrar histórias (ou teorias) prováveis até então.

É importante ainda destacar que a modelagem acima é apenas uma das possibilidades em teoria dos jogos. Ademais, não necessariamente o desemaranhamento histórico precisa ser interpretado como um programa de pesquisa generalizado sobre toda a história do Universo. É possível aplicar a teoria do desemaranhamento histórico para programas de pesquisa específicos em ciências históricas, por exemplo: podemos modelar em uma árvore de teorias prováveis a busca pelas espécies do gênero *Homo* que tiveram troca genética com o *Homo Sapiens*.

Exemplo (interação genética com o *Homo sapiens*): São conhecidas espécies humanas que coexistiram (no tempo histórico) com o *Homo sapiens*: é o caso do *Homo florensis* (cujos fósseis mais recentes datam de cerca de 17 mil anos atrás), do *Homo neanderthalis* (que viveu até cerca de 36 mil anos atrás) e do *Homo denisova* (cujo último registro fóssil data de 45 mil anos atrás). Tanto os denisovanos quanto os neandertais têm comprovada influência genética nas populações humanas atuais. Podemos, por exemplo, considerar como um anúncio científico da troca entre neandertais e sapiens o já clássico artigo *A Draft Sequence of the Neandertal Genome*, publicado na *Science* em 2010 por pesquisadores (liderados por Svante Pääbo) do Instituto Max Planck de Antropologia Evolutiva que analisaram o genoma neandertal a partir de fósseis e compararam-no com o genoma de humanos contemporâneos, chegando a evidências conclusivas de cruzamento entre as duas espécies. Por sua vez, em 2012, um estudo publicado na *Nature*, *A high-coverage genome sequence from an archaic Denisovan individual*, também por Pääbo e colaboradores, novamente ligado ao Instituto Max Planck de Antropologia Evolutiva, mostrou a troca genética entre denisovanos e humanos modernos. Em 2022, Svante Pääbo foi laureado com o *Nobel Prize in Physiology or Medicine* "por suas descobertas sobre os genomas de hominídeos extintos e a evolução humana". Em 2006, Pääbo anunciara um programa de pesquisa para reconstruir todo o genoma dos neandertais. Podemos convencinar adotá-lo como ponto de partida para o programa de pesquisa mais geral sobre interações genéticas na espécie *Homo*. Assim, modelaríamos seu progresso em uma árvore de histórias prováveis com relação ao histórico de pesquisa e os dados atuais. Nem sempre é claro qual foi o primeiro anúncio de uma determinada conclusão científica, poderíamos mencionar, por exemplo, em vez do artigo de 2010, a reunião anual de 2009 do American Association for the Advancement of Science (AAAS), em Chicago, na qual o instituto já havia anunciado que havia concluído o primeiro rascunho do genoma do neandertal. De todo modo, isso não se mostra como um problema para nosso formalismo, uma vez que a lógica do anúncio histórico permite que anúncios iguais sejam feitos em sequência (mesmo que ineficazes após o primeiro).

Finalmente, o ponto especialmente interessante para esta tese de modelar a teoria do desemaranhamento em termos de teoria dos jogos está em nos permitir esclarecer sua neutralidade em aspectos metafísicos e epistemológicos acerca do passado. Mais especificamente, vamos mostrar a seguir propriedades do jogo do desemaranhamento histórico e seu subjogo dos anúncios históricos que os distinguem do jogo do Detetive e seu subjogo de interrogatório. Basicamente, vamos exibir quatro fatos: a teoria do desemaranhamento histórico não se compromete com o realismo; os anúncios históricos não levam a uma inevitabilidade do conhecimento histórico final; os cientistas, como indivíduos, não necessariamente possuem conhecimento mútuo total durante o jogo; o jogo dos anúncios não fornece um meio para que os cientistas tenham anúncios cientificamente embasados para todas as fórmulas das histórias desemaranháveis.

Proposição 6 (neutralidade ontológica)**.** *O desemaranhamento histórico não se compromete com o realismo do passado e não informa nada sobre sua natureza.*

No jogo Detetive, ao final da partida, os jogadores conferem o envelope confidencial para saber ao certo qual a única resposta correta para o caso do crime. Por outro lado, no jogo do desemaranhamento histórico, embora possamos partir do pressuposto de que há um conjunto não vazio de histórias, não há meios para saber se a história remanescente ao fim do jogo seria de fato a única que deveria sobrar. Ademais, a teoria não informa que tipo de proposições estão indexadas no tempo, pode se tratar da história da origem da vida, a história das guerras mundiais, a história de um crime específico, uma história biográfica ou qualquer outra natureza de eventos que se queira. Assim, o formalismo do desemaranhamento histórico serve para modelar diferentes tipos possíveis de conhecimento no tempo.

Proposição 7 (o progresso do conhecimento não é inevitável)**.** *O jogo dos anúncios não resulta necessariamente no conhecimento de uma história real final.*

O progresso do conhecimento (em sentido probabilístico de eliminação de hipóteses) só é possível de garantir se houver a premissa de uma história real subjacente às histórias emaranhadas. No entanto, mesmo nesse caso, não há garantia de que se possa revelá-lo em última instância, pois os anúncios podem ser inefetivos; os cientistas podem proferir anúncios infinitamente sem que consigam filtrar todas as histórias prováveis não reais. Além disso, o jogo não fornece a garantia de que os cientistas possam proferir qualquer anúncio; eles precisam ter embasamento de evidência e avaliação por pares para um anúncio, e portanto também não é seguro afirmar que conseguirão as informações necessárias para todos os anúncios que precisam para terminar o jogo.

Proposição 8 (conhecimento mútuo)**.** *Os cientistas não possuem necessariamente um conhecimento mútuo total quando estão proferindo seus anúncios.*

Diferente do jogo Detetive, em que os jogadores começam a partida sem nenhum conhecimento mútuo, e então progressivamente compartilham informações uns com os outros, no jogo dos anúncios históricos não há o pressuposto nem de um conhecimento mútuo total de cada indivíduo e nem da ausência dele. Os cientistas, tomados enquanto indivíduos, podem proferir anúncios (desde que suas pesquisas tenham sido devidamente embasadas e avaliadas), mesmo que não saibam eles próprios tudo que se sabe no momento sobre as histórias prováveis remanescentes. Esse fato, aliás, é uma das razões para o jogo permitir anúncios inefetivos. Inclusive, formalmente nada impede que haja apenas um cientista no conjunto dos cientistas, e o jogo também não determina um limite de jogadores cientistas para as ciências históricas.

Proposição 9 (argumento do assassinato perfeito)**.** *No jogo do desemaranhamento não há garantia de que o que ocorreu pode ser descoberto.*

No jogo Detetive, há um determinismo implícito: não é possível um crime perfeito. Não importa a combinação que se faça entre pessoa, arma e cômodo, será apenas questão de tempo até que seja descoberta pelos jogadores. Por outro lado, no jogo do desemaranhamento, se houve um acontecimento que se reflete em uma proposição φ, não há garantia de que os cientistas conseguirão um consenso final sobre φ. Isso somente ocorrerá diante de duas condições: (1) se o número do conjunto união de todas as precedências de anúncios não for infinito; e (2) se houver fontes e métodos suficientes para embasar os anúncios necessários para eliminar todas as histórias prováveis não reais.

Como as condições (1) e (2) são difíceis de se satisfazer durante o processo real da atividade científica, a investigação em ciências históricas assemelha-se geralmente a um processo de investigação criminal de casos que já ocorreram e cujas fontes são incompletas para se chegar a uma conclusão perfeita. Um exemplo conhecido é o caso do “assassino do zodíaco”, um *serial* *killer* responsável por pelo menos cinco homicídios que ocorreram entre 1968 e 1969 na Baía de São Francisco. Trata-se de um caso nunca desvendado e sobre o qual há vários livros, além do filme *Zodíaco*, de 2007, dirigido por David Fincher. Essa adaptação cinematográfica, diferente de outras anteriores, é razoavelmente fiel à incompletude do caso, mas, ao mesmo tempo, após apresentar uma série de análises de fontes e inferências, sugere uma *hipótese mais provável* de quem pode ter sido o assassino; o que ilustra analogicamente o jogo do desemaranhamento histórico.

5.4 Conclusões parciais

Este capítulo foi motivado pelo que chamamos de "paradoxo da onisciência histórica", apresentado e formalizado no início da seção. Em resumo, este paradoxo indica que nos sistemas **PC** sempre há consenso para fórmulas temporais quaisquer, e esses consensos são fixos, não podem ser atualizados. Desse modo, o consenso caracteriza um conhecimento forte que garante, por assim dizer, uma "verdade histórica". Por conseguinte, o conhecimento histórico modelado nesses sistemas não guarda semelhança com o dinamismo dessa atividade real, mesmo que os consensos possam ser falseados no decorrer do tempo. Para superar essa limitação, propomos os sistemas **HAL**, os quais consistem em lógicas temporais dinâmicas que funcionam como as lógicas de anúncios públicos, porém para instantes de tempo e histórias, obedecendo os princípios semânticos dos capítulos precedentes.

Na apresentação de **HAL**, enriquecemos nossa linguagem temporal, detalhamos seu mecanismo dinâmico de anunciação e mostramos alguns teoremas fundamentais. Também utilizamos novamente o método de prova por tableaux, com o acréscimo de algumas regras, e mostramos como podemos obter os resultados de completude para esses sistemas com esquemas de tradução de fórmulas dinâmicas em estáticas.

Dedicamos a subseção seguinte à falseabilidade dinâmica e nossa teoria do desemaranhamento histórico. Com efeito, interpretamos o sistema **HAL** de modo a capturar ideias anteriormente discutidas sobre as ciências históricas. Na ocasião, também expandimos a discussão teórica sobre o conhecimento histórico. Distinguindo pelo menos cinco níveis de conhecimento histórico através de nossos operadores temporais e históricos, e propomos uma modelagem do desemaranhamento histórico em termos de teoria dos jogos, com a qual conseguimos comparar a atividade do historiador com a de um detetive, como no jogo Detetive. Finalizamos esta subseção com uma comparação do subjogo de anúncios históricos com o processo de análise de hipóteses em uma investigação de detetive, uma heurística que se mostrou frutífera para explorar diferentes propriedades do jogo do desemaranhamento histórico, tais como de neutralidade a respeito de noções como de “progresso inevitável do conhecimento” e de “realismo”.

Pelas proposições que finalizam o capítulo, as quais comparam o jogo do desemaranhamento histórico com o jogo Detetive, mostramos indiretamente que nossa teoria formal do desemaranhamento histórico (ao menos quando modelada em teoria dos jogos) é efetiva, flexível e neutra para as ambições do conhecimento científico nas ciências históricas (tais como delimitadas nos capítulos iniciais desta tese).

Por fim, para encerrar esta tese e concluir nosso plano esboçado na introdução, proporemos no capítulo a seguir um sistema lógico temporal híbrido (estático e dinâmico) $\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}}$ capaz de distinguir histórias prováveis de histórias meramente possíveis, e capaz portanto de dar conta de continuar representando hipóteses ou teorias históricas falidas ou contrafactuais, distinguindo-as de hipóteses históricas atuais (histórias prováveis).

6 Bitemporalidade (factual e contrafactual)

Ao contrário de Newton e Schopenhauer, ele não acreditava num tempo uniforme e absoluto. Ele acreditava em séries infinitas de tempos, numa rede crescente e vertiginosa de tempos divergentes, convergentes e paralelos. Esta teia de tempos que se aproximam, se bifurcam, se cruzam ou são ignorados durante séculos, abrange todas as possibilidades.

Jorge Luis Borges, *El jardín de senderos que se bifurcan*

Capítulo 6

1. O que são histórias possíveis e histórias prováveis de um ponto de vista ontológico e epistemológico?
2. Como formalizar adequadamente a diferença entre histórias possíveis e histórias prováveis em uma semântica de lógica temporal?
3. Como podemos construir provas e determinar sistemas bitemporais híbridos (estático e dinâmico)?

Para finalizar esta tese, oferecemos uma semântica temporal que funde ambas as abordagens temporais que desenvolvemos até agora para modelar o conhecimento no tempo: a abordagem estática e a abordagem dinâmica. Além disso, essa semântica híbrida amplia as formas de explicação de eventos no tempo, bem como fornece um critério formal para se diferenciar histórias prováveis de histórias meramente possíveis. Para que se entenda o conceito dessa nova proposta semântica, começaremos por um último experimento mental; desta vez, de modo a introduzir um *puzzle* que não pode ser definido ou solucionado em nossos sistemas anteriores (não importando se em versão estática ou dinâmica).

A BIBLIOTECA DAS HISTÓRIAS POSSÍVEIS

Imagine uma biblioteca fabulosa capaz de conter todas as histórias possíveis do universo (cada qual dentro de um respectivo livro); um conjunto finito de todas as combinações coerentes das sequências de eventos que compõem nosso universo desde sua origem até seu término. Fora dela, inversamente, existem seres que desconhecem todas essas histórias e não possuem nenhum acesso a nenhuma outra possibilidade de universo que não aquela de seu próprio mundo. Dentro da biblioteca, mora um ser imortal que serve unicamente como um bibliotecário que organiza os livros naquele local completamente fechado, de modo que jamais pôde ver o universo real, ou seja, o que está fora daquela construção.[44]

Ao andar entre pilhas de livros e por corredores largos, emparedados por estantes de ambos os lados, é inevitável o rumor entre os bibliotecários como ele sobre a possibilidade de que um daqueles volumes poderia corresponder exatamente à história real do universo; tal obra, na ausência de poder se saber o título correto, chamavam apenas de "História". Às vezes cogitavam que a História podia não estar naquelas estantes, porque questionavam se tal narrativa seria possível, mas às vezes pensavam que poderia estar, a despeito da probabilidade remota de encontrá-la.

Felizmente o bibliotecário não estava completamente alheio ao que poderia existir fora de seu lar, pois diariamente conseguia ouvir fofocas e informações que vinham do outro lado das paredes ou falas dos seres-do-outro-lado quando próximos às janelas. Todos esses relatos continham afirmações sobre o que havia no mundo real. Certo dia, decidiu fazer uma lista com todas as afirmações sobre o mundo exterior pronunciadas por esses vizinhos e andantes que circundavam a construção. Passado algum tempo, ele já possuía uma lista imensa de frases enumeradas. Sem pressa e sem ter o que fazer de mais relevante em sua vida imortal, o pobre ser se dispôs à tarefa hercúlea de montar uma nova seção na biblioteca: uma seção com os livros que possuíam unicamente combinações idênticas ou inferíveis a partir das declarações daqueles seres que conhecem somente o mundo para além da biblioteca.

Depois de muito tempo, a seção foi concluída; tratava-se de um salão gigantesco de numerosas estantes com todos os livros cujas narrativas ele considera não somente *possíveis* sobre o universo, mas também *prováveis*, dado que possuíam somente afirmações compatíveis com os registros de sua lista. O bibliotecário, claro, tem plena ciência de que há histórias entre aquelas que selecionou que, em última análise, podem ser equivocadas, bem como está ciente de que devem ter muitas mais afirmações que sequer foram mencionadas pelos seres-do-outro-lado. Entretanto, os livros combinados dessa seção consistem até aquele momento no mais próximo que ele pôde chegar de uma narrativa real do universo, de modo que achou apropriado batizá-la com o mesmo nome do mítico livro que procurava: História.

Muito tempo se passou, e após revisões e mais revisões daquela seção, conforme a atualização de sua lista ao periodicamente ouvir novas declarações do mundo externo, o bibliotecário finalmente chegou ao ponto de ter consigo apenas um livro que contivesse todas as

[44] A premissa deste experimento mental foi inspirada no conto *La biblioteca de Babel*, originalmente publicado na coletânea *El jardín de senderos que se bifurcan* (1941), de Jorge Luis Borges.

afirmações listadas. Um dia, gabando-se de que agora conhecia tudo que ocorreu, ocorre e ocorrerá no universo real, encontrou um colega bibliotecário que lhe perguntou sobre dois eventos quaisquer: "os eventos x e y ocorreram na história do universal real?". Certo de que poderia dar uma resposta facilmente àquela questão, o bibliotecário logo conferiu seu livro e disse: "sim, aqui está, as duas são afirmações verdadeiras, uma sobre x ter ocorrido e, na sequência, esta outra sobre y ter ocorrido depois", disse apontando para uma das páginas. Ao que o sujeito retrucou, pedindo uma explicação: "e poderia y ter ocorrido antes de x? Ou teria x causado necessariamente y?". Sem entender ao certo o que ele quis dizer, retornou a pergunta: "o que exatamente você quer dizer?". Quero dizer: "se x não estivesse nesse livro, y também não estaria?", esclareceu. E então o bibliotecário abriu seu livro e pôs-se a procurar por uma resposta, mas lá não havia. Como os bibliotecários podem descobri-la?

Esse experimento mental introduz o problema de como se diferenciar (mesmo que de forma provisória) uma "história provável" de uma "história possível" quando não se possui acesso direto à "história real", mas apenas informações indiretas (e não completamente confiáveis) a seu respeito. Em seguida, a narrativa indica uma possível solução para o problema (a mesma solução a que chegamos nesta tese, embora tenhamos até agora omitido a existência formal de "histórias meramente possíveis"). No exercício mental, essa introdução foi feita para que se pudesse, ao fim, introduzir um *puzzle* ao leitor: uma pergunta sobre a história real que não pode ser respondida olhando somente para as afirmações verdadeiras dentro dessa história. Como pode isso ser possível e como podemos encontrar sua resposta?

O "truque" desse *puzzle* está em colocar um problema temporal de ordem superior. A questão colocada não é sobre *o que* está na história, mas *por que* lá está. Veja que a dúvida do colega bibliotecário foi inicialmente colocada em termos de "poderia ou não poderia". Trata-se de uma pergunta cuja resposta os seres que vivem no universo real não podem fornecer, uma vez que não possuem acesso a outras histórias possíveis. Como definido no início da história, eles conhecem (parcialmente) seu universo, mas não conhecem outros universos senão aquele, então não podem saber o que poderia e o que não poderia existir em seu próprio mundo. Curiosamente, o bibliotecário e seus colegas são os únicos capazes de verificar isso, pois eles têm acesso a todas as outras histórias coerentes possíveis do universo, e podem analisar se quando um determinado evento ocorre em um livro, outro ocorrerá necessariamente (no mesmo livro), ou ainda qual a probabilidade de que um ocorra depois do outro quando estão ambos nos mesmos volumes. E claro, se ambas as ocorrências estão somente em um livro, deduz-se que o fato de um evento estar depois do outro é puramente acidental (um não é causa do outro nem o outro é causa do um).

Vejamos a seguir como ampliar nossa semântica de histórias para abranger todas as histórias possíveis, e então obter as histórias prováveis como um caso particular de história possível. Essa semântica será empregada para modelar questões como do *puzzle* acima e também dar um entendimento mais profundo sobre a relação entre os planos epistêmico e o ontológico quando se trata de conhecimento científico no tempo.

6.1 Histórias prováveis e histórias possíveis

Principais símbolos desta subseção: t, h, $\mathscr{T}$, w, $\mathscr{W}$.

Convém relembramos nossa definição de *passado provável* nos capítulos iniciais desta tese. Para facilitar a exposição desta seção, replicamos ela abaixo. Na sequência, acrescentamos uma definição de *passado possível*. Para definir possibilidade histórica, introduziremos a diferenciação entre "instantes não atuais" (ou "instantes virtuais") e "instante atuais" ("instantes reais"), respectivamente instantes-w e instantes-t, de modo que os instantes-t estão contidos no conjunto dos instantes-w.

> (história provável). *História provável é um conjunto de passados prováveis que corresponde a uma teoria ou uma reconstrução hipotética completa de uma sequência total de eventos a partir de (ou desde) um determinado instante no tempo.*

Observação (menção de definição)**.** Observe que a definição acima já foi dada (**Definição 2.20**), então não voltaremos a numerá-la nesta seção.

Definição 6.1 (instantes-w e instantes-t)**.** *Chamamos de instante-w qualquer instante w tal que $w \in W$. Por outro lado, chamamos de instante-t qualquer instante w' tal que $w' \in T$ e $T \subseteq W$, de modo que $t = w'$. Assim, W é um superconjunto que abrange o conjunto de instantes de tempo $t \in T$.*

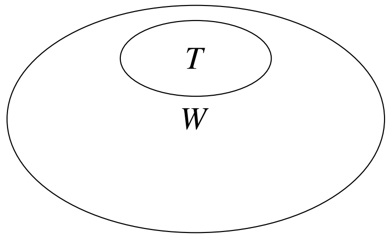


Figura 6.1.1: Diagrama dos conjuntos W e T.

Definição 6.2 (instante possível)**.** *Um instante possível w é algum instante $w \in W$ em uma estrutura de tempo ramificado.*

Definição 6.3 (instante provável)**.** *Em uma estrutura de tempo ramificado, um instante provável t é algum instante possível $w \in W$ tal que existe $t \in T$ e $w = t$.*

Observação. Observe que citamos apenas a condição de *logicamente possível.* Isso significa que, um *passado possível*, diferente de um *passado provável*, não necessariamente obedece ao Princípio de Ladyman e Ross:

> (Princípio de Ladyman e Ross). Hipóteses que o atual consenso científico aproximado considere que estejam além de nossa capacidade de investigação (não por meras limitações práticas atuais, mas por princípio não investigáveis na prática) não devem ser tomadas seriamente.

Observação (passado possível e passado provável)**.** Da definição de *passado possível* segue-se facilmente que um *passado provável* é um *passado possível*, mas não o contrário.

Observação (passado possível em uma estrutura com fim)**.** Formalmente, no caso de estruturas terminais, um *passado possível* nada mais é que qualquer instante w que anteceda um dado instante final (presente) t_0 e esteja contido em uma de suas histórias h.

Exemplo de estrutura temporal com instantes *meramente* possíveis w_1, w_2, w_3 e instantes prováveis t_0, t_1, t_2:

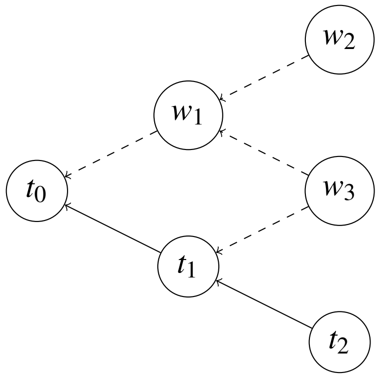


Figura 6.1.2: Exemplo de estrutura com instantes-w e instantes-t relacionados.

Definição 6.4 (história possível)**.** *Em uma árvore $\mathscr{W} = \langle W, \prec \rangle$, uma história provável h é uma história possível $h \subseteq \mathscr{H}$ composta por uma cadeia de instantes possíveis $w_1, w_2, ..., w_n \in h(w, \mathscr{W})$.*

Definição 6.5 (subhistória)**.** *Em uma árvore $\mathscr{W} = \langle W, \prec \rangle$, uma subhistória $h''(w_n, \mathscr{W})$ de h' é uma cadeia de instantes $w_1 \prec w_2 \prec ... \prec w_n$ tal que todos os instantes $w_1, w_2, ..., w_n$ de h'' estão contidos em h'.*

Definição 6.6 (história provável)**.** *Em uma árvore $\mathscr{W} = \langle W, \prec \rangle$, uma história provável h é uma história possível $h \subseteq \mathscr{H}$ ou uma subhistória possível composta por uma cadeia de instantes possíveis $w_1, w_2, ..., w_n \in h(w, \mathscr{W})$ tal que para cada w_n existe um $t_n \in h(t, \mathscr{W})$ em que $w_n = t_n$ e $w = t$.*

Em representações de diagrama, adotaremos a convenção de utilizarmos linhas pontilhadas para histórias meramente possíveis h e linhas preenchidas para histórias prováveis h. Abaixo segue um exemplo:

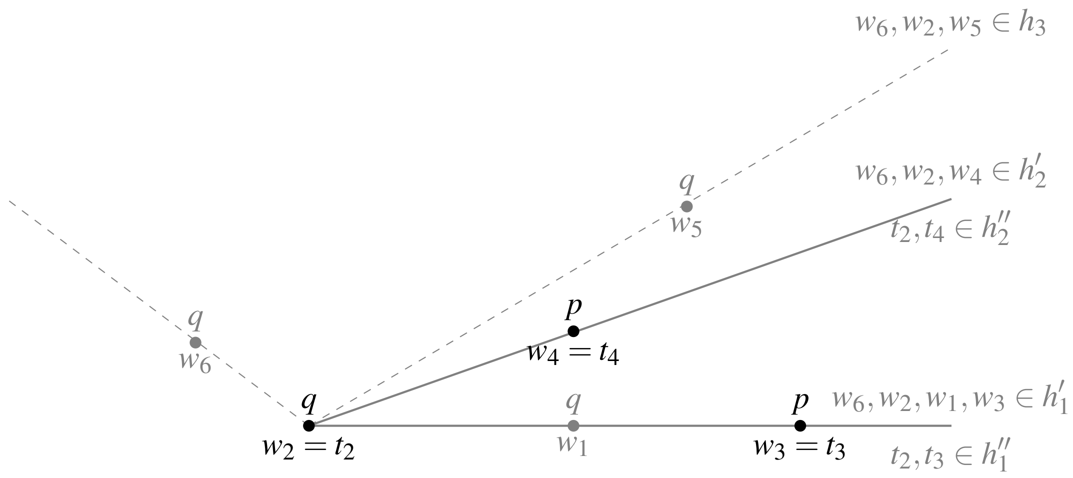


Figura 6.1.3: Exemplo de estrutura com instantes-w e instantes-t em histórias e subhistórias.

Observação (subhistórias, histórias prováveis e histórias possíveis)**.** Analisando o diagrama acima, vêmos uma estrutura com duas *histórias prováveis* (a saber: $h''_1(t_2, \mathscr{W})$ e $h''_2(t_2, \mathscr{W})$) e três *histórias possíveis* (a saber: $h'_1(w_6, \mathscr{W})$, $h'_2(w_6, \mathscr{W})$ e $h_3(w_6, \mathscr{W})$). Note que as duas histórias prováveis são *subhistórias*: h''_1 é subhistória de h'_1 e h''_2 é uma subhistória de h'_2.

Essas novas noções teóricas estabelecem as pontes para levarmos as operações de Lógica do Consenso Histórico da epistemologia para a ontologia, em particular para a ontologia histórica (HACKING, 2002), no que diz respeito a entidades históricas que possam ser definidas com as noções de tempo histórico e de contrafactualidade. Poderemos agora tratar da possibilidade de eventos históricos em geral, o que inclui não somente os eventos históricos prováveis, mas também eventos históricos fictícios (em sentido amplo) e eventos contrafactuais. As operações de Lógica do Consenso Histórico com esse aparato conceitual mais amplo trazem resultados bem interessantes para questões ontológicas, como veremos. Chamaremos esse tipo de semântica de "semântica multitemporal" por envolver dois tempos sobrepostos.

6.2 Histórias em semântica bitemporal híbrida (dinâmica e estática)

Principais símbolos desta subseção: $\Box_g/\Box^t_g$, $\Diamond_g/\Diamond^t_g$, $\Box_h/\Box^t_h$, $\Diamond_h/\Diamond^t_h$, P^w, F^w, H^w, G^w, $\Box_{w\preceq}$, $\Box_{\preceq w}$, $\Box_w$, $\Diamond_{w\preceq}$, $\Diamond_{\preceq w}$, $\Diamond_w$, $\Box^w_g$, $\Diamond^w_g$, $\Box^w_h$, $\Diamond^w_h$, $\Box^{w\wedge}_{hg}$, $\Box^{w\vee}_{hg}$, $\Diamond^{w\wedge}_{hg}$, $\Diamond^{w\vee}_{hg}$, $\Box^{w_*}_g$, $\Diamond^{w_*}_g$, $\Box^{w_*}_h$, $\Diamond^{w_*}_h$, $\Box^{w*\wedge}_{hg}$, $\Box^{w*\vee}_{hg}$, $\Diamond^{w*\wedge}_{hg}$, $\Diamond^{w*\vee}_{hg}$.

Entendemos por uma *lógica multitemporal* qualquer sistema de lógica modal com modelo multitemporal, ou seja: $\mathscr{M} = \langle \mathscr{W}, V\rangle$ tal que existe uma árvore $\mathscr{W} = \langle W, \prec\rangle$ e pelo menos um T tal que $T \subseteq W$ e haja uma linguagem com operadores temporais para os conjuntos distintos de tempo.

Neste tópico, especificamente vamos definir uma *lógica bitemporal híbrida*, a qual possui um conjunto de instantes-w (instantes possíveis) em $\mathscr{W}$ estruturados de forma estática e um subconjunto de instantes-t (instantes prováveis) em $T \subseteq W$ estruturados de forma dinâmica. Nosso plano é fazer com que os anúncios (como estudados anteriormente) funcionem apenas sobre os instantes-t, de modo que, após serem eliminados por um anúncio, permaneçam existindo no conjunto W (sem a fórmula que os eliminou). Na introdução, referimo-nos a esse processo a partir do seguinte diagrama, retomado abaixo:

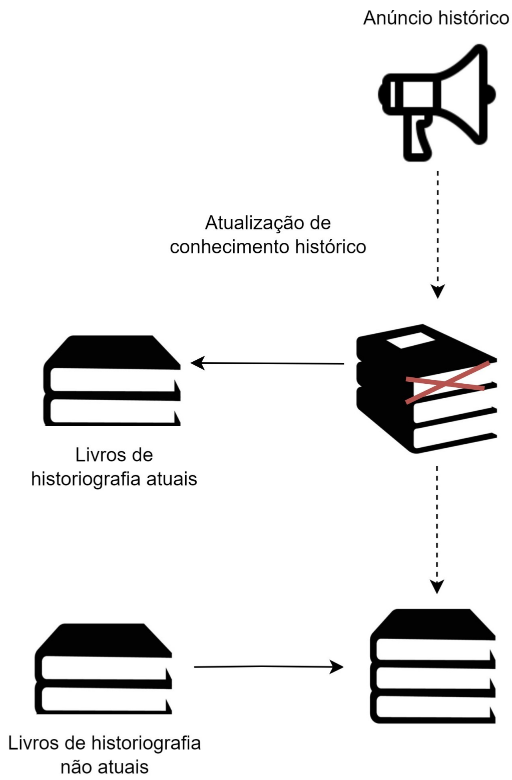


Figura 6.2.1: Ilustração de processo de atualização de reconstruções históricas prováveis.

Este sistema será uma extensão de $\mathbf{HAL^{PC}}$ e de suas respectivas extensões:

$$\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}} = \mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}} + H^w + G^w + \Box_h^w + \Box_g^w + (HW)$$
$$\mathbf{HAL}_{hw}^{\mathbf{PC}} = \mathbf{HAL}_h^{\mathbf{PC}} + H^w + G^w + \Box_h^w + \Box_g^w + (HW)$$
$$\mathbf{HAL}_{hw}^{\mathbf{PC}*} = \mathbf{HAL}_h^{\mathbf{PC}*} + H^w + G^w + \Box_h^w + \Box_g^w + (HW)$$
$$\mathbf{HAL}_{hw}^{\mathbf{PC}*l} = \mathbf{HAL}_h^{\mathbf{PC}*l} + H^w + G^w + \Box_h^w + \Box_g^w + (HW)$$

Eis o formulário da linguagem para $\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}$ e suas extensões:

$$\varphi := p \in PROP \mid \bot \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid H\varphi \mid G\varphi \mid \Box_h^t\varphi \mid \Box_g^t\varphi \mid H^w\varphi \mid G^w\varphi \mid \Box_h^w \mid \Box_g^w \mid [\varphi].$$

Todos os operadores anteriores semanticamente funcionam da mesma forma como já definimos anteriormente. Os operadores $\Box_h^t$ e $\Box_g^t$ funcionam como os operadores $\Box_h$ e $\Box_g$ que utilizávamos nos capítulos anteriores. Contudo, os novos operadores temporais são relações de precedência $\prec$ entre instantes-w em geral (o que abrange os instantes de tempo t).

$\mathscr{M}, w \models H^w\varphi$ sse para todo instante histórico w' tal que $w' \prec w$ e $\mathscr{M}, w' \models \varphi$;

$\mathscr{M}, w \models G^w\varphi$ sse para todo instante histórico w' tal que $w \prec w'$ e $\mathscr{M}, w' \models \varphi$;

$\mathscr{M}, t \models \Box_h^w\varphi$ sse para toda história $h \subseteq \mathscr{H}(w, \mathscr{H})$ há um instante histórico $w' \in h$ tal que $w' \prec w, \mathscr{M}, w' \models \varphi$;

$\mathscr{M}, t \models \Box_g^w\varphi$ sse para toda história $h \subseteq \mathscr{H}(w, \mathscr{H})$ há um instante histórico $w' \in h$ tal que $w \prec w', \mathscr{M}, w' \models \varphi$.

À luz dessas condições semânticas para os operadores, segue abaixo uma aplicação delas em diagrama de Venn no exemplo do final da subseção anterior deste capítulo:

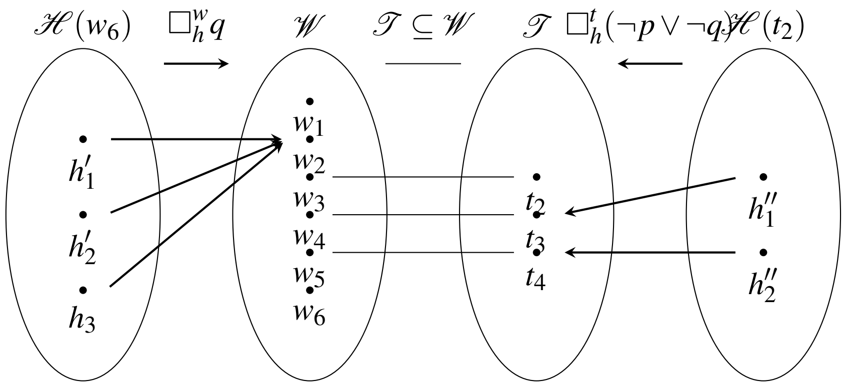


Figura 6.2.2: Exemplo de consenso virtual (à esquerda) e de consenso real (à direita) entre instantes-t, instantes-w, histórias meramente possíveis h'_1, h'_2 e h_3 e histórias prováveis h''_1 e h''_2 (subhistórias de h'_1 e h'_2).

Terminologia bitemporal (factual/real e contrafactual/virtual):

$H^w/G^w/\Box^w_h/\Box^w_g$: Operadores w-temporais

$H/G/\Box^t_h/\Box^t_g$: Operadores t-temporais

$(H/G)\varphi$:	"É realmente necessário que φ"
$(\Box^t_h/\Box^t_g)\varphi$:	"Há um consenso real de que φ"
$(\Diamond^t_h/\Diamond^t_g)\varphi$:	"Há um supersenso real de que φ"
$(P/F)\varphi$:	"Há um subsenso real de que φ (é provável que φ)"
$(\Diamond^t_h/\Diamond_g)^t\varphi \wedge (\Diamond^t_h/\Diamond^t_g)\neg\varphi$:	"φ é um contrassenso real"
$(\Diamond^t_h/\Diamond^t_g)\varphi \wedge (P/F)\neg\varphi$:	"Há um dissenso real (uma divergência real) sobre φ"
$(P/F)\varphi \wedge (P/F)\neg\varphi$:	"φ é realmente contingente"

$(H^w/G^w)\varphi$: "É virtualmente necessário que φ"

$(\Box_h^w/\Box_g^w)\varphi$: "Há um consenso virtual de que φ"

$(\Diamond_h^w/\Diamond_g^w)\varphi$: "Há um supersenso virtual de que φ"

$(P^w/F^w)\varphi$: "Há subsenso virtual de que φ (é possível que φ)"

$(\Diamond_h^w/\Diamond_g^w)\varphi \wedge (\Diamond_h^w/\Diamond_g^w)\neg\varphi$: "$\varphi$ é um contrassenso virtual"

$(\Diamond_h^w/\Diamond_g^w)\varphi \wedge (P^w/F^w)\neg\varphi$: "Há dissenso virtual (divergência virtual) sobre φ"

$(P^w/F^w)\varphi \wedge (P/F)\neg\varphi$: "$\varphi$ é virtualmente contingente"

Operadores abreviativos temporais e históricos e suas composições:

$$F^w\varphi \equiv \neg G^w\neg\varphi \mid P^w\varphi \equiv \neg H^w\neg\varphi.$$

- $\Box_{w\prec}\varphi \equiv (H^w\varphi \vee \varphi)$
- $\Box_{\prec w}\varphi \equiv (G^w\varphi \vee \varphi)$
- $\Diamond_{w\prec}\varphi \equiv (P^w\varphi \wedge \varphi)$
- $\Diamond_{\prec w}\varphi \equiv (F^w\varphi \wedge \varphi)$
- $\Box_w\varphi \equiv (G^w\varphi \wedge \varphi \wedge H^w\varphi)$
- $\Diamond_w\varphi \equiv (F^w\varphi \vee \varphi \vee P^w\varphi)$

$$\Diamond_h^w\varphi \equiv \neg\Box_h^w\neg\varphi \mid \Diamond_g^w\varphi \equiv \neg\Box_g^w\neg\varphi.$$

- $\Box_{hg}^{w\vee}\varphi \equiv (\Box_h^w\varphi \vee \Box_g^w\varphi)$
- $\Box_{hg}^{w\wedge}\varphi \equiv (\Box_h^w\varphi \wedge \Box_g^w\varphi)$
- $\Diamond_{hg}^{w\vee}\varphi \equiv (\Diamond_h^w\varphi \vee \Diamond_g^w\varphi)$
- $\Diamond_{hg}^{w\wedge}\varphi \equiv (\Diamond_h^w\varphi \wedge \Diamond_g^w\varphi)$
- $\Box_h^{w*}\varphi \equiv (\Box_h^w\varphi \vee \varphi)$
- $\Box_g^{w*}\varphi \equiv (\Box_g^w\varphi \vee \varphi)$

- $\Diamond_h^{w*}\varphi \equiv (\Diamond_g^w \varphi \wedge \varphi)$
- $\Diamond_g^{w*}\varphi \equiv (\Diamond_g^w \varphi \wedge \varphi)$
- $\Box_{hg}^{w*\vee}\varphi \equiv (\Box_h^{w_*}\varphi \vee \Box_g^{w_*}\varphi)$
- $\Box_{hg}^{w*\wedge}\varphi \equiv (\Box_h^{w_*}\varphi \wedge \Box_g^{w_*}\varphi)$
- $\Diamond_{hg}^{w*\vee}\varphi \equiv (\Diamond_h^{w_*}\varphi \vee \Diamond_g^{w_*}\varphi)$
- $\Diamond_{hg}^{w*\wedge}\varphi \equiv (\Diamond_h^{w_*}\varphi \wedge \Diamond_g^{w_*}\varphi)$

Com esses operadores, podemos obter todos os resultados do sistema **PC** (e suas extensões) com demonstrações análogas para instantes-w em vez de para instantes-t. Porém agora podemos demonstrar que os operadores modais de w se sobrepõem em relação aos operadores modais de t. Considere o seguinte princípio para a estrutura do sistema, o qual chamaremos de "superposição de instantes históricos" ou (HW):

(HW) $\forall t \exists w(t = w)$

Teorema 6.1 (instantes prováveis são instantes possíveis)**.** *Qualquer história provável é uma história possível. Formalmente:*

1. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} G^w\varphi \to G\varphi$
2. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} H^w\varphi \to H\varphi$

Demonstração.

1. Redução ao absurdo. Assuma $G^w\varphi$ para um w_0 qualquer, bem como $\neg G\varphi$, ou seja, $F\neg\varphi$, o que significa que existe um instante t que sucede w e no qual ocorre $\neg\varphi$. Mas t é um w, pois $\mathscr{T} \subseteq \mathscr{W}$, então w sucede w_0, de modo que teremos também φ; eis a contradição.

2. Pode ser provado da mesma maneira que a fórmula acima, apenas é preciso inverter a ordenação temporal.

■

Corolário 6.1.1.

1. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} F\varphi \to F^w\varphi$
2. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} P\varphi \to P^w\varphi$

Demonstração. Ambas as fórmulas do corolário seguem diretamente do teorema por propriedades da lógica clássica e da definição dual dos operadores modais fracos. ■

Teorema 6.2 (propriedades dos sistemas **HAL** e **PC**). 1. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} \varphi \to H^w F^w \varphi$

2. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} \varphi \to G^w P^w \varphi$

3. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} \varphi \to G^w P^w \varphi$

4. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} (\varphi \to \psi) \to (H^w \varphi \to H^w \psi)$

5. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} (\varphi \to \psi) \to (G^w \varphi \to G^w \psi)$

6. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} H^w \varphi \to H^w H^w \varphi$

7. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} G^w \varphi \to G^w G^w \varphi$

8. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} \varphi \to \Box_h^w F^w \varphi$

9. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} \varphi \to \Box_g^w P^w \varphi$

10. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} F^w \varphi \to \Box_h^w F^w \varphi$

11. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} P^w \varphi \to \Box_g^w P^w \varphi$

12. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} [\varphi] H^w p \leftrightarrow (\varphi \to H^w [\varphi] p)$

13. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} [\varphi] G^w p \leftrightarrow (\varphi \to G^w [\varphi] p)$

14. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} [\varphi] \Box_{hg}^{w*\vee} p \leftrightarrow \Box_{hg}^{w*\vee} [\varphi] p)$

15. $\models_{\mathbf{HAL}_{hw}^{\mathbf{PC}}} G\bot \to \Box_h F G \bot$

16. $\models_{\mathbf{HAL}_{hw}^{\mathbf{PC}*l}} (G\bot \wedge PP\varphi) \to P\Box_h \varphi$

Demonstração. Todas essas propriedades podem ser provadas ou de forma exatamente igual a demonstrações que já ofereceremos em outros sistemas ou podem ser provadas apenas mudando as relações com instantes-t por instantes-w. ■

Observação (propriedades únicas t-temporais)**.** As duas últimas propriedades não possuem operadores w-temporais, pois as propriedades do fim e da linearidade de histórias só são aplicados em uma subárvore $\mathscr{T}$ na grande árvore $\mathscr{W}$. Além disso, também o operador $[\varphi]\psi$ só emite anúncios para os instantes $t \in \mathscr{T}$.

Abaixo demonstramos os teoremas que caracterizam a bitemporalidade em nosso sistema de consensos peircianos.

Teorema 6.3 (subtemporalidades)**.** *Se há uma necessidade virtual de que φ é provável, então há uma necessidade real de que φ é possível. Formalmente:*

1. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} H^w P\varphi \to HP^w\varphi$

2. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} G^w F\varphi \to GF^w\varphi$

Demonstração. 1. Prova indireta. Para w_0 qualquer, assuma $H^w P\varphi$ e $\neg HP^w\varphi$. Dessa última fórmula, obtemos, por definição e propriedades clássicas, $P\neg P^w\varphi$; portanto, $\neg P^w\varphi$, ou seja, $H^w\neg\varphi$, para $w_1 \prec w$. Assim, $P\varphi$, por definição: φ para algum $t \prec w_1$. Ocorre que deve existir um w tal que $w = t$, então ficamos com $\neg\varphi$ em $w = t$, o que nos deixa com uma contradição.

2. *Mutatis mutandis*, segue-se como o caso acima demonstrado.

■

Teorema 6.4 (subhistoricidades)**.** *Se φ é provável em toda história possível, então em toda história provável φ é possível. Formalmente:*

1. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} \Diamond_h^w P\varphi \to \Diamond_h^t P^w\varphi$

2. $\models_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} \Diamond_g^w F\varphi \to \Diamond_g^t F^w\varphi$

Demonstração. 1. Outra prova indireta. Assuma o antecedente e a negação do consequente em um w_0 qualquer: $\Diamond_h^w P\varphi$ e $\neg\Diamond_h^t P^w\varphi$, de modo que $\Box_h^t\neg P^w\varphi$ e existe uma história $h(w,\mathscr{W})$ tal que $P\varphi$ em w; portanto, φ para $t \prec w$. Ocorre que, como esse é um instante $t \in \mathscr{T}$, então $\neg P^w\varphi$ é o caso nesse instante ou em algum outro t antes ou depois nessa mesma história $h(t,\mathscr{T})$.

(caso 1 de historicidade) Suponha o caso de que $\neg P^w\varphi$ seja o caso em t, ou seja, $H^w\neg\varphi$. Mas esse t é um w', então, e antecede w_0, de modo que teremos $P\varphi$ (pelo supersenso $\Diamond_h^w P\varphi$), e então, para $t \prec w'$, φ. Mas esse instante também é um w'', então, pela necessidade virtual $H^w\neg\varphi$, obtemos $\neg\varphi$, o que encerra uma contradição.

(caso 2 de historicidade) Suponha $\neg P^w\varphi$ em t_1, $t_1 \prec t \prec w_0$, ou seja, $H^w\neg\varphi$. Mas esse t_1 é um w', então, e antecede w_0; daí, $P\varphi$ (pelo supersenso $\Diamond_h^w P\varphi$), e então, para $t_2 \prec w'$,

φ. Mas esse instante também é um w''; pela necessidade virtual $H^w\neg\varphi$, obtemos $\neg\varphi$, deixando uma contradição.

(caso 3) Por fim, deixe que $\neg P^w\varphi$ seja o caso em t_1 tal que $t \prec t_1 \prec w_0$, isso é, $H^w\neg\varphi$. Porém esse t_1 é um w', e antecede w_0; disso se segue que $P\varphi$ (pelo supersenso $\Diamond_h^w P\varphi$), e então, para $t_2 \prec w'$, φ. Esse instante é um w''; logo, pela necessidade virtual $H^w\neg\varphi$, por $\neg\varphi$. Contradição: φ e $\neg\varphi$ em w''.

2. Segue-se analogamente como a prova acima.

■

Esses teoremas demonstram a superposição dos instantes-w (instantes possíveis ou virtuais) sobre os instantes-t (instantes prováveis ou atuais). Abaixo oferecemos um diagrama que organiza essas propriedades em termos de modalidades.

$$
\begin{tikzcd}[column sep=large, row sep=huge]
 & \Box_{w\prec}\varphi \arrow[dl, dashed, "\exists h"'] \arrow[d, dashed, "\forall h"] \arrow[r, dashed, "\mathscr{T}\subseteq\mathscr{W}"'] & \Box_{t\prec}\varphi \arrow[d, "\forall h"'] \arrow[dr, "\exists h"] & \\
\Diamond_h^w\varphi \arrow[dr, dashed, "\exists w"'] & \Box_h^w\varphi \arrow[d, dashed, "\forall w"] & \Box_h^t\varphi \arrow[d, "\forall t"'] & \Diamond_h^t\varphi \arrow[dl, "\exists t"] \\
 & \Diamond_w\varphi & \Diamond_t\varphi \arrow[l, "\mathscr{T}\subseteq\mathscr{W}"] & \\
\Diamond_g^w\varphi \arrow[ur, dashed, "\exists w"] & \Box_g^w\varphi \arrow[u, dashed, "\forall w"'] & \Box_g^t\varphi \arrow[u, "\forall t"] & \Diamond_g^t\varphi \arrow[ul, "\exists t"'] \\
 & \Box_{\prec w}\varphi \arrow[ul, dashed, "\exists h"] \arrow[u, dashed, "\forall h"'] \arrow[r, dashed, "\mathscr{T}\subseteq\mathscr{W}"'] & \Box_{\prec t}\varphi \arrow[u, "\forall h"] \arrow[ur, "\exists h"'] &
\end{tikzcd}
$$

Figura 6.2.3: Diagrama das modalidades temporais e históricas em instantes-w e em instantes-t.

Observação (diagrama de operações t e operações w)**.** No diagrama acima é possível visualizar como as definições dos operadores baseiam-se em dualidades de quantificação universal e particular. Por exemplo: em $\Box_{w\prec}\varphi$, a fórmula φ ocorre em qualquer instante-w do passado, mas se limitarmos sua ocorrência a apenas uma das histórias de instantes-w, obtemos $\Diamond_h^w\varphi$; por outro lado, se limitarmos suas ocorrências a pelo menos um instante-w de todas as suas histórias, obtemos $\Box_h^w\varphi$. As setas indicam como é possível inferir uma fórmula a partir de outra. Nesses casos: $\Box_{w\prec}\varphi \to \Diamond_h^w\varphi$ e $\Box_{w\prec}\varphi \to \Box_h^w\varphi$. Note que algumas setas estão pontilhas, enquanto outras não. Há apenas uma implicação em nosso sistema, mas essa distinção ilustrativa tem o propósito de separar aquelas implicações que dizem respeito a operações-w (pontilhadas) daquelas que valem para as operações-t já empregadas nos capítulos anteriores.

Por meio desses resultados e dos operadores abreviativos acima definidos, podemos distinguir "probabilidade" de "possibilidade", bem como "necessidade real" de "necessidade virtual" e "factualidade" de "contrafactualidade":

- A fórmula $\Diamond_w \varphi$ garante que φ é possível, pois φ é o caso em algum instante possível w;
- A fórmula $\Diamond_t \varphi$ garante que φ é provável, pois φ é o caso em algum instante provável t;
- A fórmula $\Box_t \varphi$ garante que φ é uma necessidade real, pois φ é o caso todos os instantes prováveis t;
- A fórmula $\Box_w \varphi$ garante que φ é uma necessidade virtual, pois φ é o caso todos os instantes possíveis w (incluindo todo instante provável t, se existir algum);
- A fórmula $\Box_t \varphi \wedge \Diamond w \neg \varphi$ garante que $\neg\varphi$ é contrafactual: $\neg\varphi$ é o caso em algum instante possível w, mas não é o caso em nenhum instante provável t;
- A fórmula $\Diamond_t \varphi \vee \Box w \neg \varphi$ garante que ou φ ou $\neg\varphi$ é factual: se $\Diamond_t \varphi$ é o caso, então ocorre φ em algum instante provável t; se $\Box_w \neg\varphi$ é o caso, então $\neg\varphi$ ocorre em todo instante possível w, portanto também ocorre em todo instante provável (se existir algum).

Observação (operações com subscritos e superescritos)**.** Note que os operadores referidos acima usam definições como de necessidade aristotélica e necessidade contradiodoreanas, de modo que podem ser definidos apenas com w e t; não precisam de uma semântica de histórias, diferentemente dos operadores que possuem tanto superescrito quanto subescrito, como $\Box_h^w$ e $\Box_h^t$; essa é a razão pela qual utilizamos apenas um índice em operações como $\Box_w$ e $\Box_t$.

Confira abaixo um diagrama com uma síntese dessas operações:

$$
\begin{tikzcd}
 & \text{Contrafactualidade: } \Box_t \varphi \wedge \Diamond_w \neg\varphi \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
\text{Necessidade Real: } \Box_t \varphi \arrow[dr, "\forall t \forall h"] \arrow[dd] & & \text{Possibilidade: } \Diamond_w \neg\varphi \\
 & \varphi \mid \neg\varphi \arrow[ur, "\exists w \exists h"'] \arrow[dl, "\exists t \exists h"] & \\
\text{Probabilidade: } \Diamond_t \varphi \arrow[dr] & & \text{Necessidade Virtual: } \Box_w \neg\varphi \arrow[ul, "\forall w \forall h"'] \arrow[uu] \arrow[dl] \\
 & \text{Factualidade: } \Diamond_t \varphi \vee \Box_w \neg\varphi &
\end{tikzcd}
$$

Figura 6.2.4: Diagrama dos conceitos teóricos por trás das modalidades com instantes-w e instantes-t.

Ao misturarmos os operadores compostos de ambas as temporalidades, podemos obter novas formas de conhecimento que misturam o plano factual com o contrafactual. Provavelmente o resultado mais importante dessa natureza é o da definição de explicação contrafactual, ou de dependência causal contrafactual. Esse tipo de explicação nada mais é que uma versão generalizada da explicação genética para histórias possíveis em geral.

Essas histórias que seguem passados prováveis até certo momento e depois seguem uma cadeia de eventos contrafactuais podem ser chamadas de "histórias plausíveis". Esse conceito procura diferenciar instantes meramente possíveis no tempo de instantes plausíveis, baseados até certo ponto em passados prováveis. Uma boa discussão sobre esse conceito encontra-se em *Plausible Worlds: Possibility and Understanding in History and the Social Sciences* (1991), de Geoffrey Hawthorn. Esse livro explora três pontos de divergência histórica: a Peste Negra, a Guerra da Coréia e a influência da pintura de Duccio di Buoninsegna.

A História Contrafactual é uma subárea recente na Historiografia, mas cada vez mais se torna difícil negligenciá-la no campo das ciências históricas. Ela não pode ser confundida com História Alternativa (subgênero de ficção histórica), pois os trabalhos de história contrafactual se valem de um rigoroso estudo empírico e não são voltados para a construção de uma narrativa ficcional, desenvolvimento de personagem com diálogos inventados e coisas que tais.

Em vez disso, a história contrafactual analisa proposições e pondera seu valor de verdade em cenários plausíveis, isso contribui para refletirmos sobre quão importantes são alguns eventos históricos, incluindo sua importância causal, como mostra Alexander Maar em seu artigo *Possible Uses of counterfactual thought experiments in History* (2014).

Além da otimização descritiva, a semântica de instantes possíveis também nos permite simplificar princípios sobre a causalidade que não conhecemos com precisão. Como argumentou Timothy Williamson, em *Modal Logic as Metaphysics* (2013), "multiplicar entidades às vezes é uma necessidade em prol da plausibilidade teórica, porque a alternativa é a perda maciça de simplicidade, elegância e economia em princípio". Por fim, nossa abordagem também tem a vantagem de abstrair a probabilidade embutida em cada um dos eventos em uma cadeia de dependência causal, como aquela exemplificada sobre os dinossauros. Nenhum dos eventos naquela sequência é absolutamente necessário; cada um possui uma certa probabilidade (subjetiva ou não), e o mesmo se aplica ao exemplo da causa da Primeira Guerra.

Quando um historiador afirma que um evento é mais provável do que outro para ter causado um evento posterior, para fins de análise, podemos assumir que implicitamente ele está imaginando "casos" enquanto instantes possíveis (mais especificamente passados possíveis), e avaliando qual é mais provável conforme critérios, métodos e fontes no presente.

Com esse tipo de explicação, podemos resolver o paradoxo que iniciou este último capítulo da tese. A explicação em termos de causação contrafactual é muito estudada na área da Metafísica de mundos possíveis, talvez o maior autor nesse campo seja David Lewis (1912, 1973, 1978, 1979, 1986). Em Teoria da História, a explicação em termos contrafactuais foi defendida por Max Weber (1949 [1905]), antecipando elementos-chave para a análise causal singular na tradição filosófica anglo-americana acerca de ciências sociais (cf. RINGER, 2002). Vale dizer também que atualmente há uma subárea da História, chamada História Virtual ou História Contrafactual (FERGUSON, 2000), especializada em estudos sobre dependência causal desse tipo em eventos da história humana. Paul Ricoeur (2012) mostra que esse modelo weberiano é interessante não apenas para entender *explicação*, mas também a *compreensão* em ciências humanas, tal como discutimos na Introdução desta tese.

Desse modo, tanto do ponto de vista estritamente metafísico e lógico quanto do ponto de vista metodológico em ciências em geral e na historiografia em especial é interessante que nossos sistemas sejam capazes de capturar ao menos a essência de uma "explicação contrafactual". De fato, podemos defini-la com os recursos formais atuais, porém apenas em uma versão fraca e uma versão forte; a "probabilidade"em nossos sistemas não é gradualista, então uma modelagem mais flexível desse conceito requer uma extensão que extrapola os objetivos desta tese

Definição 6.7 (explicação contrafactual fraca)**.** *Dizemos que há uma explicação contrafactual fraca de ψ com relação a uma dependência causal com uma fórmula φ quando há um consenso virtual de ocorrência de ψ e um supersenso virtual de recorrência de $(\psi \to P^w\varphi)$.*

Teorema 6.5 (dedução contrafactual em uma história possível)**.** *Se há uma explicação contrafactual possível para ψ, então há uma dependência w-temporal dela com φ. Ou seja: $\Box_{hg}^{w\vee}\psi \wedge \Diamond_{hg}^{w\wedge}(\psi \to P^w\varphi) \models_{\mathbf{PC}} P^w\varphi$.*

$$\frac{\begin{array}{l}\Box_{hg}^{w\vee}\psi \\ \Diamond_{hg}^{w\wedge}(\psi \to P^w\varphi)\end{array}}{P^w\varphi}$$

Demonstração. Uma prova direta para essa dedução é exatamente a mesma da prova que demos de uma explicação genética subsensual para ψ, apenas precisando trocar as relações t-temporais para as relações w-temporais. ■

Definição 6.8 (explicação contrafactual forte)**.** *Dizemos que há uma explicação contrafactual forte de ψ com relação a uma dependência causal com uma fórmula φ quando há um consenso virtual de ocorrência de ψ e uma necessidade virtual de $(\psi \to P^w\varphi)$.*

Teorema 6.6 (dedução contrafactual em todas as histórias possíveis)**.** *Se há uma explicação contrafactual necessária para ψ, então há uma dependência w-temporal dela com φ. Ou seja: $\Box_{hg}^{w\vee}\psi \wedge \Box_w(\psi \to P^w\varphi) \models_{\mathbf{PC}} \Box_{hg}^{w\vee}\varphi$.*

$$\frac{\begin{array}{l}\Box_{hg}^{w\vee}\psi \\ \Box_w(\psi \to P^w\varphi)\end{array}}{\Box_{hg}^{w\vee}\varphi}$$

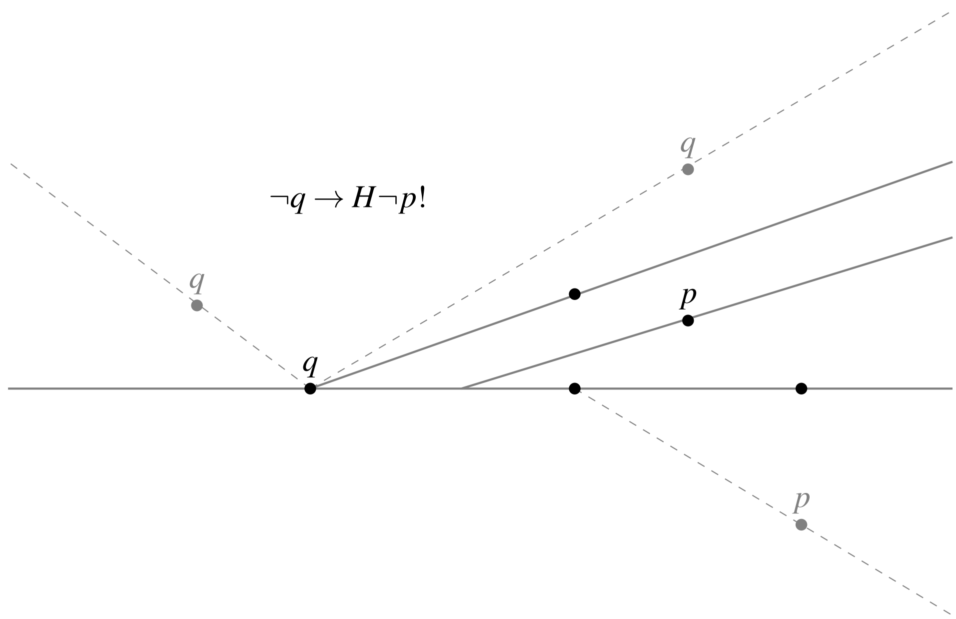
Demonstração. Uma prova direta para essa dedução é exatamente a mesma da prova que demos de uma explicação genética consensual para ψ, apenas precisando trocar as relações t-temporais para as relações w-temporais. ■

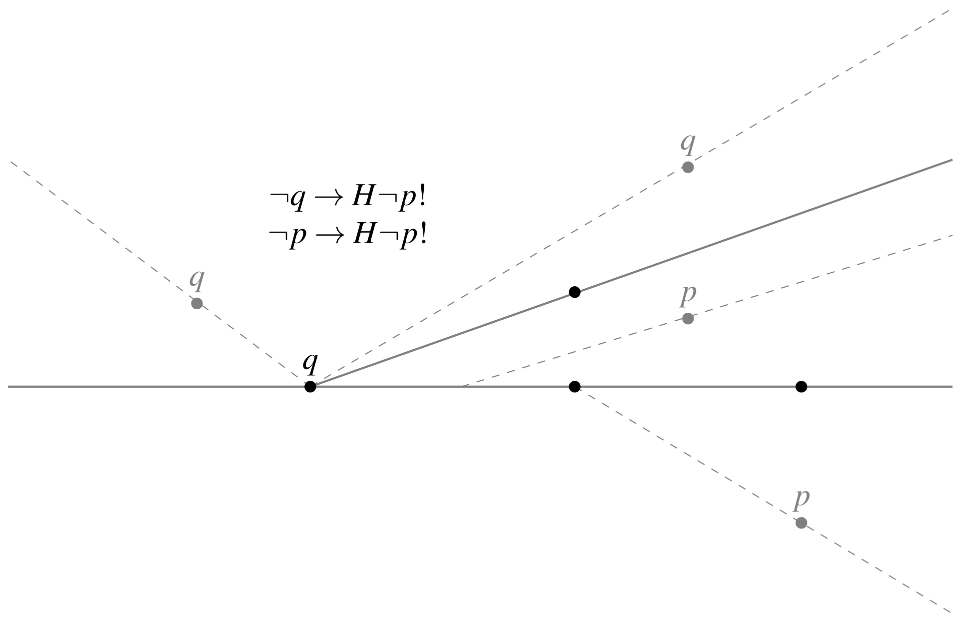
Por fim, mas não menos importante, podemos distinguir formalmente as "histórias prováveis" das "histórias possíveis". Até agora esses termos eram apenas teóricos e dependiam da interpretação que fazíamos do sistema, especificamente das cadeias de instantes em $\mathscr{T}$, mas agora, como temos cadeias de instantes-w com propriedades diferentes, podemos dar uma definição formal para esses conceitos:

Definição 6.9 (distinção formal entre provável e possível)**.** *Uma probabilidade (ou história provável) é uma hipótese sobre uma sequência de fatos que pode ser eliminada devido a novas informações adicionadas ao sistema. Por outro lado, uma possibilidade (ou história possível) é qualquer hipótese não contraditória de uma sequência de fatos.*

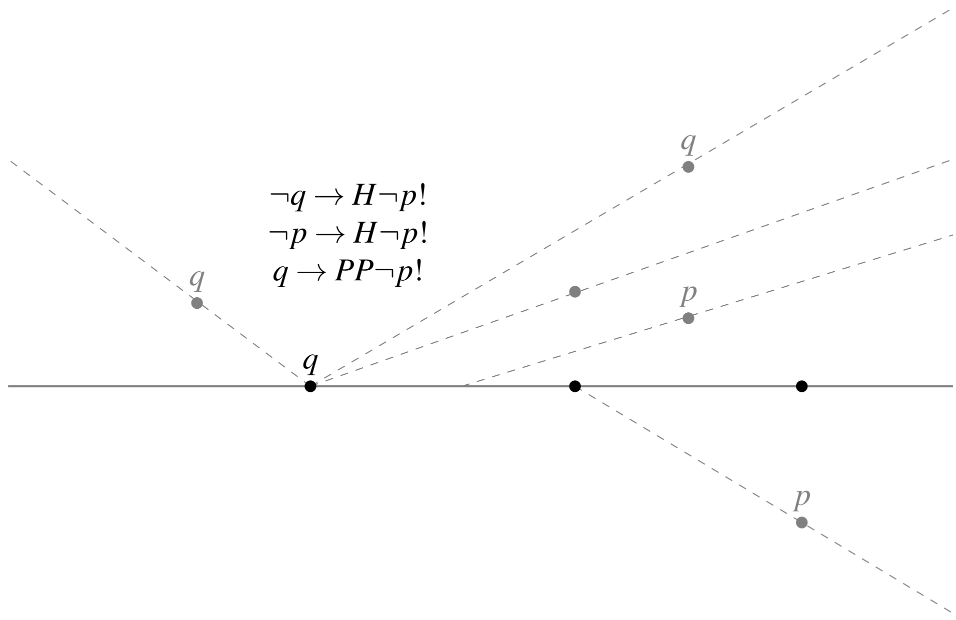
Observação (mundos históricos e mundos ficcionais)**.** Essa noção de instante possível reflete um dos princípios discutidos por Lubomír Doležel (1998) para distinguir mundos possíveis históricos e mundos possíveis ficcionais (incluindo aqueles de ficção histórica). Contudo, mundos ficcionais não são apenas mundos possíveis quaisquer, há outra propriedades que precisam ser consideradas, mas que fogem ao objetivo analítico desta tese.

Segue abaixo um exemplo em que vemos hipóteses prováveis (probabilidades) sendo eliminadas, as quais podemos chamar de "histórias prováveis", enquanto que as hipóteses possíveis (possibilidades) continuam intactas, consistem em "histórias possíveis" e não são "atualizáveis" por anúncios históricos.





$\neg q \to H\neg p!$
$\neg p \to H\neg p!$
q
q
p
q
p



$\neg q \to H\neg p!$
$\neg p \to H\neg p!$
$q \to PP\neg p!$
q
q
p
q
p

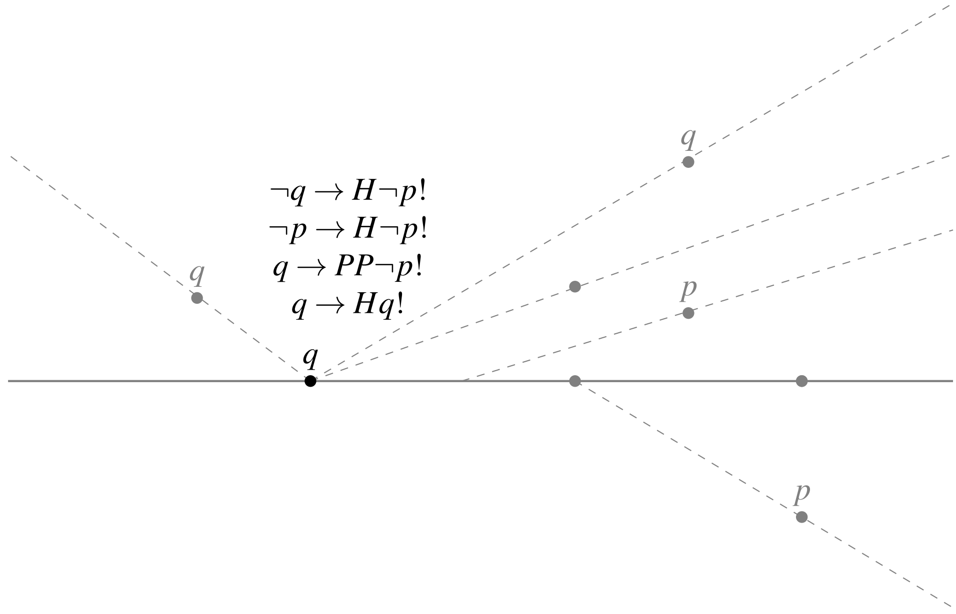


Figura 6.2.5: Diagramas mostrando o efeito de anúncios históricos em uma árvore com instantes-w e instantes-t.

Todas essas propriedades fazem de $\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}$ (e extensões) a culminação desta tese. A semântica bitemporal híbrida nessa lógica não apenas permite uma definição formal para a distinção entre *provável* e *possível* no tempo, mas também enriquece a expressividade temporal, permitindo a distinção entre a factualidade e a contrafactualidade no conhecimento científico. Por fim, preserva tanto os resultados de **HAL** quanto de **PC** separados e combinados: *separados* em duas estruturas distintas W e T (sendo a última subconjunto da primeira) e *combinados* em **HAL** (pois as fórmulas desse sistema possuem contrapartes estáticas de **PC**.

6.3 Adequação e tableaux de prova para lógicas bitemporais híbridas

Principal símbolo desta subseção: $\mathfrak{W}$.

Finalmente, apresentaremos tableaux de prova para $\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}$ e suas extensões, a fim de podermos tratar da determinação desse tipo de lógica. Começaremos pelas regras já conhecidas. Na sequência, apresentaremos provas para as propriedades particulares de $\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}$ e extensões.

$$\begin{array}{c} G^w\varphi,\, i^w \\ i^w r j^w \\ \downarrow \\ \varphi,\, j^w \end{array} \qquad \begin{array}{c} F^w\varphi,\, i^w \\ \downarrow \\ (\text{existe um } j_w) \\ i^w r j^w \\ \varphi,\, j^w \end{array} \qquad \begin{array}{c} H^w\varphi,\, i^w \\ j^w r i^w \\ \downarrow \\ \varphi,\, j^w \end{array} \qquad \begin{array}{c} P^w\varphi,\, i^w \\ \downarrow \\ (\text{existe um } j^w) \\ j^w r i^w \\ \varphi,\, j^w \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \neg G^w\varphi,\, i^w \\ \downarrow \\ F^w\neg\varphi,\, i^w \end{array} \qquad \begin{array}{c} \neg F^w\varphi,\, i^w \\ \downarrow \\ G^w\neg\varphi,\, i^w \end{array} \qquad \begin{array}{c} \neg H^w\varphi,\, i^w \\ \downarrow \\ P^w\neg\varphi,\, i^w \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \neg P^w\varphi,\, i^w \\ \downarrow \\ H^w\neg\varphi,\, i^w \end{array} \qquad \begin{array}{c} i^w r j^w \\ j^w r k^w \\ \downarrow \\ i^w r k^w \end{array} \qquad \begin{array}{c} nrk \\ \swarrow \qquad \searrow \\ \begin{array}{c} k{=}i^* \\ G\bot,\, i^* \end{array} \quad \begin{array}{c} (\text{existe um } i^*) \\ kri^* \\ G\bot,\, i^* \end{array} \end{array} \qquad \begin{array}{c} (\text{existe um } i^*) \\ jri^* \\ krj \\ lrj \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ l=k \quad krl \quad lrk \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \Diamond_h^w\varphi,\, i^w \\ \downarrow \\ (\text{existe um } j^w) \\ j^w r i^w \\ \varphi \wedge H\varphi,\, j^w \\ \cdots \\ j^w r k^w r i^w \\ \downarrow \\ \varphi,\, k^w \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \Box_h^w\varphi,\, i^w \\ j^w r i^w \\ \swarrow \qquad \downarrow \qquad \searrow \\ \begin{array}{c} \varphi,\, j^w \\ \end{array} \quad \begin{array}{c} j^w r k_w r i^w \\ \varphi,\, k^w \end{array} \quad \begin{array}{c} k^w r j^w r i^w \\ \varphi,\, k^w \end{array} \end{array} \qquad \begin{array}{c} \neg\Diamond_h^w\varphi,\, i^w \\ \downarrow \\ \Box_h^w\varphi\neg,\, i^w \end{array} \qquad \begin{array}{c} \neg\Box_h^w\varphi,\, i^w \\ \downarrow \\ \Diamond_h^w\varphi\neg,\, i^w \end{array}$$

Figura 6.3.1: Diagramas com as principais regras para os sistemas bitemporais com instantes-w e instantes-t.

Observação. Regras análogas às dos operadores $\Diamond_h^w$ e $\Box_h^w$ aplicam-se *mutatis mutandis* aos operadores $\Diamond_g^w$ e $\Box_g^w$.

$$\vdash_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} \varphi \to H^w F^w \varphi \tag{6.3.1}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} \varphi \to G^w P^w \varphi \tag{6.3.2}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} H^w(\varphi \to \psi) \to (H^w\varphi \to H^w\psi) \tag{6.3.3}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} G^w(\varphi \to \psi) \to (G^w\varphi \to G^w\psi) \tag{6.3.4}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} H^w\varphi \to H^wH^w\varphi \tag{6.3.5}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} G^w\varphi \to G^wG^w\varphi \tag{6.3.6}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} F^w\varphi \to \Box_h^w F^w\varphi \tag{6.3.7}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} P^w\varphi \to \Box_g^w P^w\varphi \tag{6.3.8}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} [\varphi]H^w p \leftrightarrow (\varphi \to H^w[\varphi]p) \tag{6.3.9}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} [\varphi]G^w p \leftrightarrow (\varphi \to G^w[\varphi]p) \tag{6.3.10}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} [\varphi]\Box_{hg}^{w*\vee} p \leftrightarrow \Box_{hg}^{w*\vee}[\varphi]p) \tag{6.3.11}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} [\varphi]\Box_{hg}^{t*\vee} p \leftrightarrow \Box_{hg}^{t*\vee}[\varphi]p) \tag{6.3.12}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}_{hw}^{\mathbf{PC}}} G\bot \to \Box_h FG\bot \tag{6.3.13}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}_{hw}^{\mathbf{PC*l}}} (G\bot \wedge PP\varphi) \to P\Box_h\varphi \tag{6.3.14}$$

Observação (tableaux de prova para as fórmulas acima)**.** As provas para as fórmulas acima podem ser construídas igualmente àquelas que apresentamos para as fórmulas de $\mathbf{K}_t$ e $\mathbf{K}_{bh}$, bastando trocar t por w nos operadores modais e índices para instantes de tempo. Note que as últimas fórmulas são provadas exatamente da mesma forma, pois esses princípios valem apenas para o subconjunto $\mathscr{T} \subseteq \mathscr{W}$. Inclusive o operador $[\cdot]$, o qual também apenas vale em $\mathscr{T}$.

Assuma a regra abaixo (regra de sobreposição temporal) para construirmos provas para os teoremas principais de $\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}}_{hw}$ que regem as relações de subtemporalidade e subhistoricidade.

$$\begin{array}{c} i \\ \downarrow \\ \text{(existe um } i^w) \\ i = i^w \end{array}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}}_{w}} H^w P\varphi \to HP^w\varphi \tag{6.3.15}$$

$$\begin{array}{c} H^w P\varphi,\, 0^w \\ \neg HP^w\varphi,\, 0^w \\ P\neg P^w\varphi,\, 0^w \\ 1r0^w \\ \neg P^w\varphi,\, 1 \\ H^w\neg\varphi,\, 1 \\ 1{=}1_w \\ P\varphi,\, 1^w \\ 2r1^w \\ \varphi,\, 2 \\ \neg\varphi,\, 2 \\ \times \end{array}$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}}_{w}} G^w F\varphi \to GF^w\varphi \tag{6.3.16}$$

$$
\begin{array}{c}
G^w F\varphi,\, 0^w \\
\neg G F^w\varphi,\, 0^w \\
F\neg F^w\varphi,\, 0^w \\
0^w r 1 \\
\neg F^w\varphi,\, 1 \\
G^w\neg\varphi,\, 1 \\
1{=}1_w \\
F\varphi,\, 1^w \\
1^w r 2 \\
\varphi,\, 2 \\
\neg\varphi,\, 2 \\
\times
\end{array}
$$

$$
\vdash_{\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}}_w} \Diamond^w_h P\varphi \rightarrow \Diamond^t_h P^w\varphi \tag{6.3.17}
$$

$$
\begin{array}{ccc}
 & \Diamond^w_h P\varphi,\, 0^w & \\
 & \neg\Diamond^t_h P^w\varphi,\, 0^w & \\
 & \Box^t_h\neg P^w\varphi,\, 0^w & \\
 & 1^w r 0^w & \\
 & P\varphi,\, 1^w & \\
 & 2r1^w & \\
 & \varphi,\, 2 & \\
\swarrow & \downarrow & \searrow \\
\neg P^w\varphi,\, 2 & 2rkr0^w & kr2r0^w \\
H^w\neg\varphi,\, 2 & \neg P^w\varphi,\, k & \neg P^w\varphi,\, k \\
2{=}2^w & H^w\neg\varphi,\, k & H^w\neg\varphi,\, k \\
P\varphi,\, 2^w & k{=}k^w & k{=}k^w \\
3r2^w & P\varphi,\, k^w & P\varphi,\, k^w \\
\varphi,\, 3 & 3rk^w & 3rk^w \\
3{=}3^w & \varphi,\, 3 & \varphi,\, 3 \\
\neg\varphi,\, 3^w & 3{=}3^w & 3{=}3^w \\
\times & \neg\varphi,\, 3^w & \neg\varphi,\, 3^w \\
 & \times & \times
\end{array}
$$

$$\vdash_{\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}} \Diamond_g^w F\varphi \to \Diamond_g^t F^w\varphi \tag{6.3.18}$$

$$\begin{array}{c}
\Diamond_g^w F\varphi,\, 0^w \\
\neg\Diamond_g^t F^w\varphi,\, 0^w \\
\Box_g^t \neg F^w\varphi,\, 0^w \\
0^w r 1^w \\
F\varphi,\, 1^w \\
1^w r 2 \\
\varphi,\, 2
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
\neg F^w\varphi,\, 2 & 0^w rkr2 & 0^w r2rk \\
G^w\neg\varphi,\, 2 & \neg F^w\varphi,\, k & \neg F^w\varphi,\, k \\
2{=}2^w & G^w\neg\varphi,\, k & G^w\neg\varphi,\, k \\
F\varphi,\, 2^w & k{=}k^w & k{=}k^w \\
2^w r3 & F\varphi,\, k^w & F\varphi,\, k^w \\
\varphi,\, 3 & k^w r3 & k^w r3 \\
3{=}3^w & \varphi,\, 3 & \varphi,\, 3 \\
\neg\varphi,\, 3^w & 3{=}3^w & 3{=}3^w \\
\times & \neg\varphi,\, 3^w & \neg\varphi,\, 3^w \\
 & \times & \times
\end{array}$$

Teorema 6.7 (determinação das lógicas bitemporais híbridas). $\mathbf{HAL}_w^{\mathbf{PC}}$ *é uma lógica completa e correta com respeito à classe* $\mathfrak{W}$*, a classe das estruturas bitemporais (HW), transitivas (TRAN) e irreflexivas (IRR);* $\mathbf{HAL}_{hw}^{\mathbf{PC}}$ *e* $\mathbf{HAL}_{hw}^{\mathbf{PC}*}$ *são completas e corretas com respeito à classe* $\mathfrak{W}+\mathfrak{E}$*, a classe das estruturas bitemporais (HW), transitivas (TRAN), irreflexivas (IRR) e finais (END); e* $\mathbf{HAL}_{hw}^{\mathbf{PC}*l}$ *é completa e correta com respeito à classe das estruturas bitemporais, transitivas, irreflexivas, finais e lineares em histórias (LIN-h).*

Demonstração. Uma prova detalhada da determinação dos sistemas bitemporais híbridos que propusemos tomaria muito espaço, especialmente porque exige reescrever alguns passos dos teoremas de adequação que apresentamos. Vamos nos limitar a indicar o que precisa ser mudado para obtermos a prova da determinação desses sistemas.

(linguagem) A linguagem $\mathscr{L}$ que definimos já abrange todos os operadores desta tese, mas a semântica que usamos para os teoremas de adequação envolvem apenas um conjunto

$\mathscr{T}$. É preciso assumir um conjunto $\mathscr{W}$ a partir do qual defina-se o subconjunto $\mathscr{T}$ e todas as fórmulas que demonstramos teriam a validade preservada nesse subconjunto.

(modelo canônico) Feito isso, é preciso alterar alguns termos na definição do modelo canônico $\mathscr{M}_c = \langle T_c, \prec_c, V_c \rangle$. O conjunto T_c agora é um subconjunto de W_c e a relação $\prec_c = \rho$ ocorre entre modelos canônicos $w \in W$. Desse modo, podemos provar a validade das fórmulas do tipo $H^w\varphi$, $G^w\varphi$, $\Box^w_h\varphi$ e $\Box^w_g\varphi$ analogamente às fórmulas $H\varphi$, $G\varphi$, $\Box^t_h\varphi$ e $\Box^t_g\varphi$, com a diferença de que as primeiras são válidas em todo $w \in W$, enquanto que as segundas são válidas em todo $t \in T \subseteq W$. Podemos denominar as primeiras w-temporais e as segundas t-temporais.

(classes de estruturas) Além das classes já definidas (transitiva (TRAN), irreflexiva (IRR), final (END) e linear em histórias (LIN-h)), agora também precisamos de uma estrutura para o princípio (HW), a saber: "$\forall t \in \mathscr{T} \subseteq \mathscr{W}, \exists w \in \mathscr{W}$ tal que $t = w$". Dentro dessas classes, verificamos a adequação de sistemas bitemporais de consenso peirciano enquanto extensões a partir dos quatro operadores temporais para w e do princípio (HW):

$$\mathbf{PC}_w = \mathbf{PC} + H^w + G^w + \Box^w_h + \Box^w_g + \text{(HW)}$$
$$\mathbf{PC}_{hw} = \mathbf{PC}_h + H^w + G^w + \Box^w_h + \Box^w_g + \text{(HW)}$$
$$\mathbf{PC}^*_{hw} = \mathbf{PC}^*_h + H^w + G^w + \Box^w_h + \Box^w_g + \text{(HW)}$$
$$\mathbf{PC}^{*l}_{hw} = \mathbf{PC}^{*l}_h + H^w + G^w + \Box^w_h + \Box^w_g + \text{(HW)}$$

(correção) Todos os teoremas que apresentamos nesta subseção garantem propriedades simétricas entre os operadores w-temporais $H^w\varphi$, $G^w\varphi$, $\Box^w_h\varphi$ e $\Box^w_g\varphi$ e os operadores temporais t-temporais $H\varphi$, $G\varphi$, $\Box^t_h\varphi$ e $\Box^t_g\varphi$. Contudo, os primeiros se sobrepõem aos segundos, graças ao princípio (HW). Esse princípio pode ser traduzido na sintaxe por fórmulas que já demonstramos serem tautologias ($\models_{\mathbf{PC}_w}$) e já apresentamos provas sintáticas ($\vdash_{\mathbf{PC}_w}$): $H^wP\varphi \to HP^w\varphi$, $G^wF\varphi \to GF^w\varphi$, $\Diamond^w_hP\varphi \to \Diamond^t_hP^w\varphi$ e $\Diamond^w_gF\varphi \to \Diamond^t_gF^w\varphi$. Essas propriedades valem igualmente para as extensões $\mathbf{PC}_{hw}$, $\mathbf{PC}^*_{hw}$ e $\mathbf{PC}^{*l}_{hw}$.

(tradução dinâmica) Por fim, podemos estender esses sistemas com o operador de anúncios $[\cdot]$ e encontrar versões estáticas para todas as fórmulas desses sistemas mediante as seguintes equivalências a mais:

$$[\varphi]H^{w}p \Longleftrightarrow (\varphi \to H^{w}[\varphi]p) \Longleftrightarrow (\varphi \to H^{w}(\varphi \to p))$$

$$[\varphi]G^{w}p \Longleftrightarrow (\varphi \to G^{w}[\varphi]p) \Longleftrightarrow (\varphi \to G^{w}(\varphi \to p))$$

$$[\varphi]\Box_{hg}^{w*\vee}p \Longleftrightarrow (\varphi \to \Box_{hg}^{w*\vee}[\varphi]p) \Longleftrightarrow (\varphi \to \Box_{hg}^{w*\vee}(\varphi \to p))$$

Essas propriedades podem ser demonstradas da mesma forma que aquelas análogas para os operadores t-temporais. Assim, podemos usar uma função de mapeamento $f(m)$ com o teorema das equivalências estáticas tanto dessas fórmulas quanto de todas as demais (como também mostramos equivalências para elas). Essa tradução garante os resultados de correção e completude para essa extensões:

- $\mathbf{PC}_{w}([\cdot]m) = \mathbf{HAL}_{w}^{\mathbf{PC}}$
- $\mathbf{PC}_{hw}([\cdot]m) = \mathbf{HAL}_{hw}^{\mathbf{PC}}$
- $\mathbf{PC}_{hw}^{*}([\cdot]m) = \mathbf{HAL}_{hw}^{\mathbf{PC}*}$
- $\mathbf{PC}_{hw}^{*l}([\cdot]m) = \mathbf{HAL}_{hw}^{\mathbf{PC}*l}$

$$\begin{tikzcd}
\mathbf{PC}_{w}([\cdot]m) \arrow[r] & \mathbf{PC}_{hw}([\cdot]m) \arrow[r] & \mathbf{PC}_{hw}^{*}([\cdot]m) \arrow[r] & \mathbf{PC}_{hw}^{*l}([\cdot]m) \\
\mathbf{PC}_{w}(m) \arrow[r] \arrow[u] & \mathbf{PC}_{hw}(m) \arrow[r] \arrow[u] & \mathbf{PC}_{hw}^{*}(m) \arrow[r] \arrow[u] & \mathbf{PC}_{hw}^{*l}(m) \arrow[u]
\end{tikzcd}$$

Figura 6.3.2: Diagrama da função de mapeamento $[\cdot]m$ para sistema bitemporal.

$\blacksquare$

7 Conclusão

Um bom jogador de xadrez está sinceramente convencido de que sua derrota decorre de um erro seu e então procura esse erro no início do jogo, mas esquece que a cada etapa, ao longo de toda partida, houve erros semelhantes e que nenhum dos seus lances foi perfeito. O erro ao qual o jogador dirige sua atenção só lhe parece mais saliente porque o adversário tirou proveito dele.

Liev Tolstói, *Guerra e Paz*

Capítulo 7

1. Quais os principais resultados filosóficos e lógico-matemáticos a que chegamos?

2. Quais estudos e aplicações podem se beneficiar desses resultados?

Tanto em uma obra de lógica quanto em uma obra de filosofia analítica formalmente orientada, facilmente pode-se dar uma impressão de que o autor está jogando xadrez consigo mesmo a partir de regras e princípios simples, claros e aceitáveis (enquanto postulados). Desse modo, pode parecer em tais obras que seus resultados, desde que intrinsecamente demonstráveis, são irrefutáveis, salvo que diferentes postulados sejam adotados. Essa afirmação não é de todo equivocada, mas não sublinha com ênfase apropriada a aceitação ou não de certos postulados, bem como não sublinha o fato de que por meio dos mesmos postulados é possível desenvolver soluções e interpretações distintas.

Na medida em que nossos modelos formais procuram capturar intuições comuns a respeito do tempo e do conhecimento, bem como foram feitos para capturar ao menos parcialmente o significado de sentenças da linguagem natural e a metodologia da atividade científica, imediatamente nota-se que se trata de um xadrez a ser jogado por vários enxadristas, os quais compartilham uma determinada coleção comum de princípios e regras formais. Por conseguinte, a recepção crítica desta tese é fundamental para se averiguar a relevância e a adequação teóricas de nossos sistemas e de nossas afirmações em geral (tanto aquelas postuladas ou conjecturadas quanto aquelas efetivamente demonstradas).

Nesse contexto, concluímos a tese com uma síntese e uma apresentação de possíveis extensões e aplicações desta pesquisa. Tal síntese deve ser conveniente tanto para aqueles que desejam generalizar, aprimorar e analisar nossos resultados quanto para aqueles que desejam aplicá-los ao estudo de fenômenos empíricos ou de processos formais em tempo histórico ramificado.

7.1 Resultados

Tradicionalmente, espera-se de uma tese uma contribuição original em alguma determinada área (nesse caso, Filosofia e Lógica). Em Filosofia, isso significa a descoberta de um novo problema filosófico ou de uma nova forma de resolvê-lo; em Lógica, isso significa a resolução de um problema em aberto ou a pura criação formal.

Retomando o início da introdução deste livro, podemos observar que o nosso problema apresentado não é propriamente novo, mas foi colocado de tal modo a permitir uma nova forma de analisá-lo. Basicamente utilizamos a seguinte inversão: em vez de nos perguntarmos: "o que é o conhecimento histórico?"; passamos a nos perguntar: "o que é a história enquanto está sendo conhecida?". A partir daí, a originalidade desta obra reside sobretudo em ter encontrado um novo modo de descrever o conhecimento científico no tempo com uma análise formal que garante neutralidade e generalidade, bem como reside, do ponto de vista estritamente lógico, na criação de duas novas famílias de sistemas de lógica modal (**PC** e **HAL**) e de uma nova interpretação semântica do tempo que basicamente funda uma subárea para uma diversidade de estudos, extensões e aplicações em lógicas modais dinâmicas e temporais.

Além desses resultados mais gerais, tanto filosoficamente quanto logicamente também há uma série de contribuições de objetivos específicos que também merecem ser mencionadas. Nos dois tópicos a seguir, apresentaremos, respectivamente, uma síntese dos principais resultados a que chegamos para a Filosofia e para a Lógica.

7.1.1 Resultados filosóficos

Nossa tese consiste em uma resposta indireta para a caracterização do conhecimento histórico: o conhecimento histórico (de modo total) pode ser definido como um conjunto de proposições verdadeiras em uma "grande história", ou melhor, em um conjunto de histórias, o qual pode ser descrito como uma árvore de múltiplos ramos (tantos quanto há de divergências entre os cientistas que estudam eventos no tempo). Como corolário: um conhecimento histórico particular (ou parcial) nada mais é que uma proposição verdadeira em um dos ramos da árvore dessa "história enquanto está sendo conhecida", uma "grande história" sobre a qual têm-se a crença de que possui um ramo verdadeiro, um ramo inquebrável (uma hipótese sobrevivente de quaisquer boas evidências), um ramo que alguns podem chamar de "história real", mas que talvez nunca saibamos se existe e nem se podemos encontrá-lo.

Para provar tal tese, demonstramos como esse "conjunto de proposições em uma grande estrutura em árvore" captura as características esperadas da estática (ou do "estado da arte") e da dinâmica do conhecimento científico sobre eventos no tempo em diferentes aspectos do conhecimento científico. Por extensão, a riqueza expressiva e o detalhamento formal e conceitual para esses aspectos consistiu também em uma contribuição para a Filosofia, especialmente para a Filosofia da Ciência. Abaixo segue uma lista que sintetiza as principais contribuições filosóficas desta pesquisa.

1. (conhecimento histórico) A principal contribuição filosófica desta tese, ou pelo menos a mais complexa delas, é a de definir, de maneira indireta, o conhecimento científico no tempo (tanto descritivo quanto explicativo). Ao longo de toda a tese, construímos um modelo que define formalmente como esse tipo de conhecimento se configura como uma árvore de possibilidades e probabilidades, e como ele é capaz de evoluir gradualmente por meio de anúncios históricos. Desse modo, alcançamos uma definição neutra (quanto ao realismo e a outras questões em aberto em Filosofia da Ciência), precisa, abrangente e flexível.

2. (ciências históricas) Ao lado dessa contribuição geral, argumentamos a favor de uma unidade das ciências históricas e oferecemos argumentos históricos, teóricos e formais para essa unidade. Esse conjunto de ciências serviu como paradigma para nossa modelagem formal, embora muitos de nossos resultados possam ser estendidos também para outras ciências.

3. (método hipotético) Outra contribuição interessante está na forma como relacionamos o método hipotético com a investigação em ciências históricas. O método hipotético costuma ser mais associado a ciências formais, e às vezes para ciências empíricas capazes de fazer testes controlados para suas previsões. Contudo, mostramos como hipóteses também são construídas em ciências históricas, mesmo quando suas afirmações só podem ser falseadas parcialmente e indiretamente.

4. (consensos científicos legítimos) Uma parte importante de nossa discussão teórica inicial da tese envolveu consensos científicos legítimos. Não fomos exaustivos nesse assunto,

mas fornecemos uma síntese rigorosa de pressupostos de objetividade e condições metodológicas para que um consenso desse tipo seja viável na comunidade científica real.

5. (consenso e verdade) Outra discussão interessante nesta tese envolvendo os consensos é sua relação com o conceito de "verdade". Atualmente, em uma época em que o conceito de "verdade" tem sido posto em suspeita, nossa abordagem, quando vista da superfície, pode parecer ingênua, mas procuramos mostrar como esse conceito pode ser empregado corretamente (e em consonância com os consensos científicos) sem que com isso se tenha um pressuposto realista excessivamente carregado e nem um pressuposto de se tratar de algo irrefutável.

6. (falseabilidade estática e dinâmica) Nossos modelos lógicos também nos permitiram analisar a falseabilidade do conhecimento científico no tempo de duas maneiras complementares: de um ponto de vista estático e de um ponto de vista dinâmico. Na sequência, também mostramos como podemos traduzir as fórmulas de um ponto de vista para o outro e, por fim, como podem ser combinados em um sistema bitemporal para obtermos uma visão ainda mais geral da temporalidade do conhecimento, considerando também possibilidades não prováveis da história do universo, as quais são úteis para alguns tipos de explicação e para a própria definição de probabilidade.

7. (o jogo dos anúncios científicos) No que diz respeito à modelagem dinâmica do conhecimento no tempo, vale destacar em particular nosso estudo da formação dos consensos científicos via teoria dos jogos. Nossa aplicação dessa teoria nos permitiu construir uma ponte entre a lógica do anúncio histórico que elaboramos e a prática científica tal como conceituada nos capítulos iniciais.

8. (níveis de conhecimento científico) Intimamente relacionada à teoria de jogos de anúncios e à nossa visão dinâmica do tempo está nossa teoria do desemaranhamento histórico, a qual nos permitiu distinguir pelo menos cinco diferentes níveis de conhecimento factual no tempo (subsenso, supersenso, consenso, consenso final e necessidade), tratando-se de um resultado interessante para a epistemologia do conhecimento científico.

9. (ferramentas teóricas) Por fim, deve-se salientar que há nesta tese um bom número de contribuições formais (para além do conteúdo) que podem ser aplicados em Filosofia. Oferecemos métodos, modelos, teorias e definições para diversos conceitos estudados em

Filosofia da Ciência e Filosofia do Tempo. Entre esses conceitos: probabilidade, possibilidade, explicação, consenso, contingência, falseabilidade, factualidade, contrafactualidade, entre outros.

7.1.2 Resultados lógico-matemáticos

Por outro lado, esta tese também é uma pesquisa de Lógica, e traz uma série de resultados que podem ser apreciados puramente do ponto de vista formal, especialmente no que se refere à semântica temporal e às lógicas modais. A originalidade de alguns desses empreendimentos formais já se faz notar pelas ocasiões em que faltaram palavras para descrever os novos processos em análise. De fato, foram descritos nesta pesquisa novos processos formais, tais como de "dissenso", "subsenso", "supersenso", "anúncio histórico" e subtipos de consensos; nessas ocasiões por vezes utilizamos de neologismos a partir do latim para cunhar algumas expressões. Aliás, alguns desses termos ainda precisarão receber uma terminologia equivalente em inglês.

Também vale dizer que vários conceitos conhecidos, como de "contrafactualidade" e "probabilidade" ganharam definições específicas à luz de nossas novas propostas semânticas, as quais foram elaboradas em cima de conceitos que até então nunca haviam sido formalizados temporalmente, como operadores temporais de consenso, anúncios históricos, histórias enquanto hipóteses prováveis e hibridismo bitemporal. E esta tese não se limitou a contribuições novas em semântica temporal, mas também gerou outras "contribuições menores". Abaixo listamos algumas das contribuições desta tese para a área de Lógica.

1. (a história enquanto está sendo conhecida) Nossa contribuição mais geral, em termos de lógica, está na formalização estática e dinâmica do conceito de "história enquanto está sendo conhecida", a qual foi construída gradualmente desde sistemas básicos, bem conhecidos, até culminar no sistema bitemporal híbrido $\mathbf{HAL}_{w}^{\mathbf{PC}}$. Mostramos como ela pode ser construída em lógicas temporais ramificadas em versão estática e dinâmica, e incorporamos as vantagens de ambas as abordagens nos sistemas do capítulo final.

2. (sentenças narrativas) Em um dos tópicos iniciais, discutimos sentenças que podem ser traduzidas para lógica temporal usual, com ontologia de instantes, e entre elas estão as "sentenças narrativas". Esse tipo de sentença tem levado a muitas discussões em Teoria da História e estudos narrativos, dada sua dificuldade de formalização e o paradoxo que

parece embutir, ao levar para o passado uma afirmação que, de certa forma, depende de experiências posteriores, como quando dizemos "a Guerra dos 30 anos começou" (como isso poderia ser verdadeiro quando não se sabia que se tratava da Guerra dos 30 anos?). Oferecemos uma formalização minimal para esse tipo de sentença e também discutimos outras sentenças formalizáveis e que podem ser compreendidas à luz de diferentes ontologias (por praticidade para a exposição da tese, destacamos uma ontologia de fatos).

3. (sistema minimal para consenso temporal) A primeira contribuição formal desta tese se encontra no estudo do sistema minimal (em uma estrutura de Kripke) para definir um operador de consenso. Estudando diferentes propriedades para ramificação no tempo, chegamos a um sistema minimal para se definir o "consenso final", bem como desenvolvemos extensões que capturam aspectos ligeiramente diferentes (com vantagens e desvantagens) para se estudar o conhecimento científico no tempo.

4. (novos operadores e uma nova interpretação de ramificação histórica) Em um segundo momento, adaptamos a lógica temporal ramificada peirciana para uma nova semântica, a semântica de consensos históricos, a qual denominamos "**PC**". À luz dessa semântica, atribuímos novos significados aos operadores temporais peircianos, bem como permitimos ramificação histórica também para o passado, e então estudamos com detalhe relações, combinações e interpretações antes não descritas sobre esses operadores, seus duais e outros definíveis a partir desses. Em particular os operadores definidos por composição foram inspirados na maneira com que a necessidade e a possibilidade foram definidas por Prior (com base em teorias de Diodoro e de Aristóteles) em termos de operações em instantes de tempo.

5. (lógica do anúncio histórico) Outra inovação desta tese encontra-se em aplicar a lógica do anúncio (geralmente utilizada em lógica epistêmica) para um contexto de estrutura temporal, daí resultou a lógica que denominamos **HAL**. Essa proposta surgiu como uma solução para um paradoxo que identificamos e nomeamos "paradoxo da onisciência historiográfica". À luz de uma interpretação interativa da comunidade científica sobre o conhecimento histórico, oferecemos uma interpretação que dá sentido a essa proposta de lógica multimodal, e então estudamos as relações desses anúncios com operações no tempo (para frente e para trás) em histórias ramificadas. Por fim, encontramos um teorema em **PC** para ser usado para a tradução de suas fórmulas em versão dinâmica em

HAL, obtendo resultados de completude indiretamente.

6. (teorias formais com anúncios e histórias) O estudo da interação dos anúncios históricos com as lógicas do consenso histórico resultou em duas teorias formais (que se relacionam): a teoria do desemaranhamento histórico e a teoria do jogo dos anúncios científicos. Ambas não apenas são filosoficamente interessantes, mas também mostram o potencial desses sistemas para a formulação de teorias formais específicas que aplicam anúncios históricos e ramificações históricas.

7. (novas adaptações de tableaux de prova) Desenvolvemos algumas adaptações novas no método de tableaux de Smullyan (também usado por Priest) para os requisitos específicos dos sistemas desta tese. O método de tableaux de Smullyan é elegante e prático para desenvolver provas de sistemas com uma semântica previamente bem organizada, mas paga o preço de poder ficar pouco didático e verboso, em termos de passos, regras e índices, quando se trata de uma lógica semanticamente complexa. Em estudos futuros, talvez encontremos caminhos mais práticos para as provas sintáticas de nossos sistemas, mas algumas das inovações e regras que desenvolvemos certamente são úteis como um ponto de partida para essas lógicas e também para o desenvolvimento de outras lógicas com características semelhantes.

8. (semântica bitemporal híbrida) Por fim, não se pode esquecer da construção de uma semântica bitemporal (com dois conjuntos distintos de instantes) e híbrida (estática e dinâmica), a qual foi apresentada e analisada brevemente no capítulo final desta tese. Essa proposta semântica é expressivamente rica quanto a conceitos temporais, é capaz de expressar aspectos temporais tanto no nível epistêmico quanto no nível ontológico, e unifica todos os resultados desta tese. Além disso, por meio dela, podemos distinguir com simplicidade o âmbito do provável do âmbito do meramente possível com base na noção de falseabilidade via anúncios. Essa proposta semântica, embora abordada apenas brevemente, possui um potencial não só para aplicações filosóficas, mas também para extensões diversas e como inspiração para outros sistemas de lógica temporal em estilo multitemporal e híbrido.

Confira abaixo uma lista de todos os sistemas construídos e estudados nesta tese.

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{K}_t \\
\mathbf{K}_{bh} &= \mathbf{K}_t + \text{(TRAN) + (IRR) + (END)} \\
\mathbf{K}^*_{bh} &= \mathbf{K}_t + \text{(TRAN) + (IRR) + (CON}^{\text{(END)}}\text{)} \\
\mathbf{K}^{*l}_{bh} &= \mathbf{K}^*_{bh} + \text{(LIN-h)} \\
\mathbf{PC} &= \mathbf{K}_t + \text{(TRAN) + (IRR)} + \Box_g + \Box_h \\
\mathbf{PC}_h &= \mathbf{PC} + \text{(END)} \\
\mathbf{PC}^*_h &= \mathbf{PC} + \text{(CON}^{\text{(END)}}\text{)} \\
\mathbf{PC}^{*l}_h &= \mathbf{PC}^*_h + \text{(LIN-h)} \\
\mathbf{HAL} &= \mathbf{K}_t + [\cdot] \\
\mathbf{HAL}_h &= \mathbf{K}_{bh} + [\cdot] \\
\mathbf{HAL}^* &= \mathbf{K}^*_{bh} + [\cdot] \\
\mathbf{HAL}^{*l}_h &= \mathbf{K}^{*l}_{bh} + [\cdot] \\
\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}} &= \mathbf{PC} + [\cdot] \\
\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}}_h &= \mathbf{PC}_h + [\cdot] \\
\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}*}_h &= \mathbf{PC}^*_h + [\cdot] \\
\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}*l}_h &= \mathbf{PC}^{*l}_h + [\cdot] \\
\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}}_w &= \mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}} + \text{(HW)} + \Box^w_g + \Box^w_h + G_w + H_w + \text{(HW)} \\
\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}}_{hw} &= \mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}}_w + \text{(END)} \\
\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}*}_{hw} &= \mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}}_{hw} + \text{(CON}^{\text{(END)}}\text{)} \\
\mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}*l}_{hw} &= \mathbf{HAL}^{\mathbf{PC}*}_{hw} + \text{(LIN-h)}
\end{aligned}
$$

7.2 Extensões e aplicações

Acreditamos que os méritos de uma boa pesquisa lógica e filosófica não está apenas em trazer novas respostas, mas também novas perguntas e possibilidades de aplicação. Neste tópico vamos ressaltar os principais desdobramentos teóricos desta pesquisa para futuros estudos e também explicitaremos os caminhos mais naturais de aplicação para nossos resultados.

7.2.1 Extensões

Ao mesmo tempo em que esta pesquisa apresenta uma série de resultados que servem como respostas (a novos e velhos problemas), também se deve destacar que ela abre caminho para novas questões, as quais precisam ser analisadas em futuras pesquisas, sobretudo nas áreas da Lógica e da Filosofia. Os estudos desta tese podem ser estendidos tanto do ponto de vista de análise filosófica teórica quanto do ponto de vista lógico-matemático.

De um ponto de vista teórico, há quatro principais desdobramentos para o futuro: (1) uma investigação mais geral sobre a adequação do modelo proposto para capturar não apenas o conhecimento das ciências históricas, mas também outras ciências empíricas, concorrendo com modelos para a ciência em geral, tais como o modelo da Teoria da Quase Verdade; (2) uma análise mais ampla e detalhada dos pressupostos e da dinâmica da formação de consensos e anúncios científicos à luz da teoria dos jogos, da probabilidade e da epistemologia; (3) estudos em geral envolvendo relações entre o factual e o contrafactual em um tempo histórico dinâmico, incluindo questões sobre explicação contrafactual e ontologia temporal; e (4) modelagens (a partir de variações dos sistemas aqui propostos) de teorias científicas intimamente relacionadas ao tempo histórico (em diferentes escalas), como a teoria da evolução, a teoria do Big Bang, a teoria dos muitos mundos e a segunda lei da termodinâmica.

Por outro lado, de um ponto de vista formal, há pelo menos seis interessantes extensões a serem desenvolvidas no futuro: (1) extensões em linguagem de primeira-ordem (para analisar aspectos ontológicos e estruturais relacionados ao tempo histórico ramificado); (2) extensões para lógica ockamista e outras variações de tempo histórico ramificado (para aumentar o poder expressivo da linguagem sobre histórias); (3) extensões com métrica temporal (a fim de especificar datas e horários para eventos); (4) extensões multimodais (principalmente com operadores epistêmicos para o conhecimento científico); (5) extensões com probabilidade (em vista de distinguir histórias "mais prováveis" do que outras); e (6) versões dos sistemas propostas com ontologia de intervalos ou com outros operadores temporais (como os operadores "desde que" e "até que") para que se possa traduzir formalmente mais tipos de sentenças da linguagem natural.

7.2.2 Aplicações

Os resultados filosóficos e lógico-matemáticos desta tese podem encontrar aplicações principalmente nas seguintes áreas: Lógica, Filosofia da Ciência, Filosofia do Tempo, Teoria da

História, Linguística, Inteligência Artificial e Ciência da Computação.

Na Lógica, alguns resultados desta tese podem se mostrar úteis para a criação e estudo de outros sistemas de lógicas modais. Alguns operadores que definimos podem ser definidos de forma análoga em outros sistemas e utilizados para provar propriedades antes não conhecidas. As regras do tableaux de prova para os sistemas **HAL** também podem se mostrar úteis para outros sistemas que misturem relações entre mundos ou instantes com atualização de modelos. E a semântica que apresentamos no capítulo final (uma semântica bitemporal híbrida), a qual une lógica dinâmica e lógica estática, pode inspirar extensões diversas de natureza multitemporal ou de natureza híbrida (ou ambas).

A Filosofia da Ciência é onde nossos resultados encontram mais possibilidades diretas de aplicação. Embora tenhamos circunscrito nossa análise a condições ideais e limites claros, os sistemas, as definições e as teorias nesta tese apresentam uma vasta "caixa de ferramentas" para o estudo de diversos fenômenos em ciências, tais como o conhecimento descritivo, diferentes tipos de explicação, previsão de fenômenos no tempo, evolução do conhecimento científico no tempo, falseabilidade (modelada no tempo e em teoria dos jogos), formação dinâmica de consensos e dissensos na comunidade científica, relações entre o conhecimento factual e o possibilismo, e mais.

Na sequência, é provável que a Filosofia do Tempo seja a área que mais possa se beneficiar de nossas ferramentas conceituais e formais. A Filosofia do Tempo pode ser entendida praticamente como uma subárea da Metafísica, embora também esteja relacionada a outras áreas filosóficas, tais como a Filosofia da Linguagem e a Filosofia da Ciência (sobretudo Filosofia da Física). Esse campo de estudo tem estado intimamente relacionado às lógicas temporais desde pelo menos o "argumento do dominador", de Diodoro Crono, e o "problema dos futuros contingentes", de Aristóteles (Kneale; Kneale, 1962), de modo que não é nenhuma novidade que também esta tese possa contribuir para questões nesta área. Sobretudo o capítulo final, que dá as bases para uma semântica híbrida (estática e dinâmica) com ramificações tanto de histórias possíveis quanto de histórias prováveis, pode ser visto quase como um "laboratório mental" para se estudar diversas questões envolvendo factualidade e contrafactualidade.

Em Teoria da História, por sua vez, nossos resultados dos capítulos iniciais e dos dois capítulos finais podem ser particularmente interessantes para debates atuais sobre a inserção da Historiografia e outras disciplinas em "ciências históricas", bem como podem ser pertinentes para discutir o caráter epistemológico da narrativa historiográfica e as relações entre o âmbito factual e o âmbito contrafactual das afirmações históricas. Além disso, é possível que algumas modelagens específicas desta tese (como nosso modelo de anúncios históricos em teoria dos jogos) e nossa análise de “consenso” (e outros sensos) possam aperfeiçoar a metodologia histórica e estudos de história da historiografia. Como certa vez comentou Mario Bunge (1965, p. 136-137), “a teorização de um conceito ou de um enunciado é a maneira mais comum e provavelmente a mais eficaz de refiná-los”. A partir desse pressuposto, acreditamos que trabalhos teóricos de filosofia das ciências históricas como esse possuem não apenas um potencial descritivo de como essas ciências funcionam, mas também possuem eventualmente um potencial de refinamento dos conceitos aplicados pelos cientistas em seus métodos e teorias.

Enquanto que a Linguística provavelmente poderá se apropriar mais diretamente dos operadores temporais para seus estudos, como tem sido feito desde Arthur Prior (1967), de fato, uma parte importante desta tese está relacionada à definição, interpretação e combinação de diversos operadores modais de tempo. Sabemos que operadores modais têm sido utilizados em semântica formal no estudo de tempos verbais (por exemplo: “*PF*” e “*PP*” para o futuro do pretérito e o mais-que-perfeito, respectivamente) e em geral expressões que sugerem conceitos temporais. Assim como tem ocorrido com outros operadores modais, é possível que alguns dos operadores que apresentamos nesta tese (à luz de uma semântica temporal de histórias ramificadas) mostrem-se úteis para estudos dessa natureza. Uma introdução nesse tema encontra-se no artigo de Steedman (1997) para o *Handbook of Logic and Language*.

Inteligência Artificial (IA) é uma das maiores áreas de aplicação para lógicas temporais, as quais têm se mostrado fundamentais para avanços nesse campo. Na década de 1980, a representação temporal e o raciocínio tornaram-se gradualmente um tema cada vez mais proeminente na IA, com vários trabalhos influentes, incluindo a lógica temporal de McDermott para o raciocínio sobre processos e planos; a teoria geral da ação e do tempo de Allen; o cálculo de eventos de Kowalski e Sergot; a lógica temporal reificada de Shoham; a lógica da representação do tempo de Ladkin; e o trabalho sobre gerenciamento de banco de dados temporal de Dean e McDermott. Galton (1987) fornece um relato sistemático destes e de outros trabalhos importantes nesse período. Vale conferir também Pani e Bhattacharjee (2001) para revisões mais abrangentes. Alguns desdobramentos influentes recentes nesse campo envolvem tópicos em comum com os formalismos desta tese, tais como representação de eventos alternativos, raciocínio temporal em linguagem natural e resolução de restrições para o planejamento temporal.

Por fim, nossos sistemas podem deixar contribuições em Ciência da Computação tomada em sentido mais amplo (não somente com respeito ao desenvolvimento de IA). Desde o artigo seminal de Pnueli (1977) que lógicas temporais se tornaram proeminentes na computação. Pnueli propôs a aplicação de lógicas temporais para a especificação e verificação de programas e sistemas reativos e concorrentes. A aplicação envolve garantir o comportamento correto de um programa reativo, no qual os cálculos não terminam (por exemplo: um sistema operacional); nesses casos, é necessário especificar e verificar formalmente as execuções infinitas aceitáveis desse programa. Além disso, para garantir a correção de um programa concorrente, onde dois ou mais processadores trabalham em paralelo, é necessário especificar e verificar formalmente sua interação e sincronização. Em particular variações da lógica temporal ramificada foram introduzidas por Emerson e Clarke (1982) para sistemas não determinísticos (ver também EMERSON; HALPERN, 1985); nesses casos, as lógicas de árvore computacional CTL (variante da lógica temporal ramificada peirciana) e CTL* (variante da lógica temporal ramificada ockamista) tornaram-se muito importantes para a especificação e a verificação de sistemas reativos e concorrente. Como os sistemas lógicos que apresentamos são todos de lógica temporal histórica ramificada, e em geral variações e extensões da lógica temporal ramificada peirciana, suas peculiaridades possuem um potencial natural de aplicação nessa área. Em paralelo, vale destacar que há numerosas pesquisas dedicadas a aplicações computacionais de lógicas dinâmicas para a verificação de programas e estruturas de dados, de maneira que elas também constituem uma ferramenta útil para estudar as propriedades dos programas (cf. GOLDBLATT, 1992).

Referências

ANKERSMIT, F. R. *History and Tropology: The rise and fall of metaphor*. Los Angeles: University of California Press, 1994.

ARENHART, Jonas Rafael Becker; COSTA, Vítor Medeiros. Quasi-truth and incomplete information in historical sciences. *THEORIA. An International Journal for Theory, History and Foundations of Science*, 36 (1), 2021, pp. 113-137.

ATKINSON, R. F. *Knowledge and Explanation in History: An Introduction to the Philosophy of History*. London: Macmillian, 1978.

BACKUS, J. W. The syntax and semantics of the proposed international algebraic language of the Zurich ACM-GAMM Conference. *Proceedings of the International Conference on Information Processing*. UNESCO, 1959, pp. 125-132.

BACHELARD, G. *Ensaio Sobre o Conhecimento Aproximado*. Rio de Janeiro: Contraponto, 2004.

BARBETTA, Pedro Alberto. *Estatística aplicada às Ciências Sociais*. Florianópolis: Editora UFSC, 2019.

BARROS, J. D. *Os primeiros paradigmas: positivismo e historicismo*. Teoria da História. Volume II. Petrópolis: Editora Vozes, 2011.

BALBIANI, P.; van DITMARSCH, H.; HERZIG, A.; DE LIMA, T. A Tableau Method for Public Announcement Logics. *Automated Reasoning with Analytic Tableaux and Related Methods*, Lecture Notes in Computer Science, 2007, pp. 43-59.

BALBIANI et al. Tableaux for public announcement logic. *Journal of Logic and Computation*, 20 (1), 2008, pp. 55-76.

BARWISE, J.; KEISLER, H. J.; SUPPES, P.; TROELSTRA, A. S. (eds.). *Model Theory*. CHANG, C. C.; KEISLER, J. H. (org.). Studies in Logic and The Foundations of Mathematics, Volume 73. Amsterdam: Elsevier Science Publishers B.V., 1990.

BECKER, C. L. What are Historical Facts? *The Western Political Quarterly*, 8 (3), 1955, pp. 327-340.

BELNAP, N.; MÜLLER, T.; PLACEK, T. *Branching Space-Times: Theory and Applications*. Oxford: Oxford University Press, 2022.

BELNAP, N.; PERLOFF, M.; XU, M. *Facing the Future: Agents and Choices in Our Indeterminist World*. Oxford: Oxford University Press, 2001.

van BENTHEM, J. *Modal Logic for Open Minds*. Stanford: CSLI Publications, 2010.

van BENTHEM, J. *Logical Dynamics of Information and Interaction*. Cambridge University

Press, 2011.

van BENTHEM, J. *The Logic of Time: A Model-Theoretic Investigation into the Varieties of Temporal Ontology and Temporal Discourse*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1983.

van BENTHEM, J.; van EIJCK, J.; STEBLETSOVA, V. Modal Logic, Transition Systems and Processes. *J. Logic Computat.*, 4 (5), 1994, pp. 811-855.

BENVENISTE, É. *Problemas de lingüística geral*. Tradução de Maria da Glória Novak e Luiza Neri. São Paulo: Companhia Editora Nacional/Editora da Universidade de São Paulo , 1976.

BEZHANISHVILI, N.; HENKE, T. A model-theoretic approach to descriptive general frames: the van Benthem characterization theorem. *Journal of Logic and Computation*, 30 (7), 2020, pp. 1331-1355.

BIRD, A. When Is There a Group That Knows?. In: LACKEY, J. (ed.). *Essays in Collective Epistemology*. Oxford: Oxford University Press., 2014, pp. 42-63.

BIRD, A. *Knowing Science*. Oxford: Oxford University Press, 2022.

BLAKE, C. Poderá a História Ser Objectiva? In: GARDINER, Patrick. *Teorias da História*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1984, pp. 402-420.

BLOCH, M. *Apologia da História ou O Ofício de Historiador*. Trad. de André Telles. Rio de Janeiro: Zahar, 2001.

BOOLOS, G. S.; BURGESS, J. P.; JEFFREY, R. C. *Computabilidade e Lógica*. São Paulo: Unesp, 2012

BUNGE, M. *Ética y ciencia*. Buenos Aires: Siglo Veinte, 1972.

BUNGE, M. *Intuición y ciencia*. Buenos Aires: Editorial Universitaria de Buenos Aires, 1965.

BURGESS, J. P. Decidability for Branching Time, *Studia Logica*, 39, 1980, pp. 203-218.

BURGESS, J. P. Basic Tense Logic. In: GABBAY, D.; GUENTHNER. F. (eds.). *Handbook of Philosophical Logic. Volume II: Extensions of Classical Logic*. London: Kluwer Academic Publishers, 1984, pp. 89–133.

CAILIN, O.; GOLDBERG, S.; GOLDMAN, A. Social Epistemology. In: ZALTA, E. N.; NODELMAN, U. (eds.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Winter 2023 Edition.

CARR, Edward H. *What is History?*. London: Vintage, 1967.

CASSAB, R. Objetivos e Princípios. In: CARVALHO, I. (ed.). *Paleontologia: conceitos e Métodos*. Vol. 1. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2010.

CEGIELSKI, W. H.; ROGERS, J. D. Rethinking the Role of Agent-Based Modeling in Archaeology. *Journal of Anthropological Archaeology*, 41, 2016, pp. 283-298.

de CERTEAU, M. *A Escrita da História*. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2011.

CHARTIER, R. *A História ou a leitura do tempo*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

CHELLAS, B. F. *Modal Logic: An Introduction*. Cambridge: Cambridge University Press, 1980.

CICHOSKI, L.; RUIVO, L. Epistemologia Coletiva: crença, justificação e conhecimento de grupo. *Veritas*, 62 (3), 2017, pp. 508-539.

COCCHIARELLA, N. B. Review about GALE M. Richard. The Language of Time. *The Journal of Symbolic Logic*, 37 (1), 1972, pp. 170-172.

da COSTA, N. *O Conhecimento Científico*. São Paulo: Discurso editorial, 2018.

CUNNINGHAM, F. In defense of objectivity. *Philosophy of the Social Sciences*, 10, 1980, pp. 417-426.

CUPANI, A. *Sobre a Ciência: estudos de filosofia da ciência*. Florianópolis: Editora da UFSC, 2018.

CUPANI, A. *Filosofia da tecnologia: um convite*. Florianópolis: Editora da UFSC, 2017.

CURRIE, A. *Rock, Bone & Ruin: an optimist's guide to the historical sciences*. MIT University Press. 2018.

CURRIE, A. *Scientific Knowledge & the Deep Past: History Matters*. Cambridge University Press. 2019.

DANIEL, G. *A Short History of Archaeology*. W W Norton & Co Inc; First Edition, 1981.

DANTO, A. C. *Narration and Knowledge*. New York: Columbia University Press, 1985.

DANTO, A. C. Narrative Sentences. *History and Theory*, 2 (2), 1962, pp. 146-179

DASTON, L.; GALISON, P. *Objectivity*. New York: Zone Books, 2010.

DASTON, L. *Historicidade e Objetividade*. São Paulo: LiberArs, 2017.

DAWKINS, R. *A grande história da evolução: Na trilha dos nossos ancestrais*. São Paulo: Companhia das Letras, 2009.

van DITMARSCH, H.; van derHOEK, W.; KOOI, B. *Dynamic Epistemic Logic (Synthese Library)*. [S.l.]: Springer, 2007.

DOLEŽEL, L. Possible Worlds of Fiction and History. *New Literary History*, 29 (4), Critics without Schools?, 1998, pp. 785-809.

DRAY, W. *Filosofia da História*. Rio de Janeiro: Zahar, 1977.

DUTRA, L. H. *Verdade e Investigação: o problema da verdade na teoria do conhecimento*. São Paulo: EDU, 2001.

ELTON, G. *The Practice of History*. Fontana Books, 1967.

EMERSON, E.A.; CLARKE, E.C. Using Branching Time Temporal Logic to Synthesise Synchronisation Skeletons. *Science of Computer Programming*, 2, 1982, pp. 241-266.

EMERSON, E.A.; HALPERN J. Decision Procedures and Expressiveness in the Temporal Logic of Branching Time. *Journal of Computer and Systems Science*, 30, 1985, pp. 1-24.

FALES, W. Historical Fact, *The Journal of Philosophy*, 48 (4), 1951, pp. 85-94.

FARACO, C. A. *Linguística Histórica, uma introdução ao estudo da história das línguas*. São Paulo: Editora Ática, 1998.

FARIA, P. história da filosofia analítica. In: BRANQUINHO, J.; MURCHO, D.; GOMES, N. G. *Enciclopédia de termos lógico-filosóficos*. São Paulo: Martins Fontes, 2006, pp. 339-346.

FERGUSON, N. *Virtual History: Alternatives And Counterfactuals*. New York: Basic Books, 2000.

FISCHER, D. H. Historians' Fallacies: Toward a Logic of Historical Thought. New York: HarperPerennial, 1970.

FRANKLIN, A. Alan Sokal: Beyond the Hoax: Science, Philosophy and Culture. *Science & Education*, 2011, 21 (3), pp. 441-445.

FRENCH, T.; REYNOLDS, M. 2003. A Sound and Complete Proof System for QPTL. In: BALBIANI et al. (eds.). *Advances in Modal Logic*. Volume 4. London: College Publication, pp. 127-148.

GALLIE, W. B. Explicações em História e as Ciências Genéticas. In: GARDINER, P. (ed.). *Teorias da História*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, [1955] 1984, pp. 473-493.

GALTON, A. P. *The Logic of Aspect*, Oxford: Clarendon Press, 1984.

GILBERT, M. Modelling Collective Belief. *Synthese*, 73 (1), 1987, pp. 185-204.

GILBERT, M. Collective Epistemology. *Episteme*, 1 (2), 2004, pp. 95-107.

GINZBURG, C. *Mitos, emblemas e sinais: morfologia e história*. Tradução de Federico Carotti. São Paulo: Companhia das Letras, 1989 [1986].

GOLDBLATT, R. *Logics of Time and Computation*. [S.l.]: Center for the Study of Language and Information, 1992.

GORANKO, V.; RUMBERG, A. Temporal Logic. In: ZALTA, E. N.; NODELMAN, E. (eds.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Fall 2023 Edition.

GREGORIM, C. O. et al. *Michaelis Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa*. São Paulo: Editora Melhoramentos Ltda, 2015.

GUIMARÃES, V. A. L.; HAYASHI, M. C. P. I. O ethos científico e a ciência "pós-acadêmica" na visão de pesquisadores brasileiros. *HIb. Revista de Historia Iberoamericana*, 9 (1), 2016, pp. 28-66.

HAACK, S. *Filosofia das lógicas*. São Paulo: Unesp, 2002.

HACKING, I. *Concevoir et expérimenter: Thèmes introductifs à la philosophie des sciences expérimentales*. Paris: Christian Bourgois, 1989.

HACKING, I. *Historical ontology*. Cambridge; MA; London: Harvard University Press, 2002.

HALPIN, J. F. Indeterminism, Indeterminateness, and Tense Logic. *Journal of Philosopfical Logic*, 17 (3), 1988, pp. 207-219.

HARTOG, F. Aristóteles e a história, mais uma vez. *Historia da Historiografia*, 13, 2013, pp. 14-23

HAWKING, S. *Uma breve história do tempo*. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2015.

HAWTHORN, G. *Plausible Worlds: Possibility and understanding in history and the social sciences*. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

HEMPEL, C. G; Oppenheim, P. Studies in the logic of explanation. *Philosophy of Science*. 15 (2), 1948, pp. 135-175.

HODKINSON, I.; REYNOLDS, M. Temporal Logic. In: BLACKBURN, P.; VAN BENTHEM, J.; WOLTER, F. (eds.). *Handbook of Modal Logics*. Amsterdam: Elsevier, 2006, pp. 655-720.

HOMERO. *Odisseia*. LOURENÇO, F. (trad.). KNOX, Bernard (intro). São Paulo: Penguin; Companhia das Letras, 2011.

HUGHES, G. E.; CRESSWELL, J. M. *An Introduction to Modal Logic*. London; New York: Methuen and Co., 1968.

JARMUZEK, T; PIETRUSZCZAK, A. The Tense Logic for Master Argument in Prior's Reconstruction. *Studia Logica: An International Journal for Symbolic Logic*, 92 (1), 2009, pp. 85-108.

KAMP, J. *Tense Logic and the Theory of Linear Order*. PhD Thesis. Los Angeles: University of California, 1968.

KNEALE, W.; KNEALE, M. *The Development of Logic*. London: Oxford University Press, 1962.

KORNHAUSER, L. A.; SAGER, L. G. Unpacking the Court. *The Yale Law Journal*, 96 (1), 1986, pp. 82-117.

KOSELLECK, R.; MEIER, C.; GÜNTHER, H.; ENGELS, Odilo E.*O conceito de História*. Coleção Históra e Historiografia. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

KOYRÉ, A. *Do mundo fechado ao universo infinito*. Rio de Janeiro: Forense-Universitária; São Paulo: Edusp, 1979.

KRAUSE, D. *Tópicos em Ontologia Analítica*. São Paulo: Unesp, 2017.

KUHN, T. *A Estrutura das Revoluções Científicas*. São Paulo: Editora Perspectiva, 1998.

LACEY, H. M. *A Linguagem do Espaço e do Tempo*. São Paulo: Editora Perspectiva, 1972.

LACKEY, J. *The Epistemology of Groups*. New York, NY: Oxford University Press, 2021.

LADYMAN, J.; ROSS, D. *Every Thing Must Go: Metaphysics Naturalized*. Oxford: Oxford University Press, 2007.

LAUDAN, L. *O progresso e seus problemas: rumo a uma teoria do crescimento científico*. São Paulo: Unesp, 2011.

LEDDRA, M. *Time Matters: Geology's Legacy to Scientific Thought*. [S.l.]: Wiley-Blackwell, 2010.

LERNER, RM. *Conceitos e teorias do desenvolvimento humano*. Mahwah; NJ: Erlbaum, 2002.

LEWIS, D. Implication and the Algebra of Logic. *Mind*, New Series, 21(84), 1912, pp. 522-531.

LEWIS, D. Causation. *The Journal of Philosophy*. 70 (17), 1973, pp. 556-567.

LEWIS, D. Truth in Fiction. *American Philosophical Quarterly*, 15 (1), 1978, pp. 37-46.

LEWIS, D. *On The Plurality of Worlds*. Blackwell, Oxford, 1986.

LEWIS, D. Counterfactual Dependence and Time's Arrow. *Noûs*. 13 (4), 1979, pp. 455-476.

LITTLE, D. *New Contributions to the Philosophy of History*. New York: Springer, 2010.

Little, D. Philosophy of History. ZALTA, E. N. (ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Winter 2020 Edition.

LYALL, N.; BRIZHINEV, D.; BRADBURY, R. Rome as a Hegemon: A Portrayal and Database of its Power Projection over Seven Hundred Years. *Cliodynamics*, 11 (2), 2020.

LYELL, C. *Principles of Geology: Being an Inquiry How Far the Former Changes of the Earth's Surface are Referable to Causes Now in Operation*. Volume 1. Philadelphia: J. Kay, Jun, Brother, 1837.

MAAR, A. (2014). Possible Uses of counterfactual thought experiments in History. *Principia*, 18 (1), pp. 87-113.

MACFARLANE, B.; CHENG, M. Communism, Universalism and Disinterestedness: Re-examining Contemporary Support among Academics for Merton's Scientific Norms. *J Acad Ethics*, 6 (6), 2008, pp. 67-78.

MACKIE, J. L. Causes and Conditions. *American Philosophical Quarterly*, 2, 1965, pp. 245-264.

MANNHEIM, K. *Ideologia e utopia*. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

MARTINS, E. Tempo e verdade. Proposta de critério para um conhecimento histórico confiável. In: SALOMON, M. (org.). *História, verdade e tempo*. Chapecó: Argos, 2011, pp. 291-321

MARWICK, A. *The Nature of History*. London: The Macmillan Press, 1989.

MAYR, G.; RUBILAR, D. Osteology of a new giant bony-toothed bird from the Miocene of Chile, with a revision of the taxonomy of Neogene Pelagornithidae. *Journal of Vertebrate Paleontology*, 30 (5), 2010, pp. 1313-1330.

MCARTHUR, R. P. *Tense Logic*. Monograph. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1976.

MCGINN, C. *Logical Properties: Identity, Existence, Predication, Necessity, Truth*. Oxford: Oxford University Press, 2000.

MERTON, R. K. The Normative Structure of Science. In: Merton, R. K. (ed.). *The Sociology of Science: Theoretical and Empirical Investigations*. Chicago: University of Chicago Press, (1973) [1942], pp. 267-278.

MEYERS, R. G. *Empirismo*. Petrópolis: Editora Vozes, 2017.

MILLER, B. When is consensus knowledge based? Distinguishing shared knowledge from mere agreement. *Synthese*, 190 (7), 2013, pp. 1293-1316.

MOMIGLIANO, A. *Ensayos de Historiografía Antigua y Moderna*. México: Fondo de Cultura Económica, 1993.

MORTARI, C. *Introdução à Lógica*. São Paulo: Unesp, 2017.

MORTARI, C. *Introdução às Lógicas Modais*. Notas de Aula. Florianópolis: Departamento de Filosofia (UFSC), 2018.

NAGEL, E. *La Estructura de la Ciencia*. Buenos Aires: Paidós, 1978.

NOUVEL, P. *Filosofia das Ciências*. São Paulo: Campinas, 2013.

OGILVIE, B. W. *The science of describing - Natural history in Renaissance Europe*. University of Chicago Press, 2008.

PANI, A. K.; BHATTACHARJEE, G. P. Temporal Representation and Reasoning in Artificial Intelligence: A Review. *Mathematical and Computer Modelling*, 34, 2001, pp. 55-80.

PEIRCE, C. S. *Philosophical writings of Peirce*. New York: Dover, 1965.

PEREIRA, M. K. F. *Extensões de Primeira Ordem para a Lógica do Anúncio Público*. Tese de doutorado. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2015.

PLACEK, T. On individuals in branching histories. *Synthese*, 188, 2012, pp. 23-39.

PLUTARCH. *The Parallel Lives*. Loeb Classical Library edition, Volume VII. Cambridge/Massachusetts: Harvard University Press, 1919.

PNUELI, A. The Temporal Logic of Programs. *Proceedings of the 18th IEEE Symposium on Foundations of Computer Science*, 1977, pp. 46—67.

POINCARÉ, H. *A Ciência E A Hipótese*. São Paulo: Editora UnB, 1985 [1902].

PRIEST, G. *An Introduction to Non-Classical Logic*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

POPPER, K. *A miséria do historicismo*. São Paulo: Cultrix/Edusp, 1980a [1945].

POPPER, K. *Autobiografia intelectual*. São Paulo: Cultrix, 1986.

POPPER, K. “Evolution”. *Review New scientist*. 1980b.

POPPER, K. *Conhecimento Objetivo*. Belo Horizonte: Ed. Itatiaia, 1999.

PRIOR, A. N. *Time and Modality*. Oxford: Oxford University Press, 1957.

PRIOR, A. N. *Past, Present and Future*. Oxford: Oxford University Press, 1967.

PUTNAM, H. *The Collapsee of the Fact/Value Dichotomy and Other Essays*. Massachusetts: Harvard University Press, 2002.

QUINE, W. V. On What There Is. *The Review of Metaphysics*, 2 (1), 1948, pp. 21-38.

QUINE, W. V. *From a Logical Point of View*. New York: Harper, 1953.

RASMUS, R.; SYMONS, J.; WANG, Yanjing. Epistemic Logic. In: ZALTA, E. N.; NODELMAN, U. (eds.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Winter 2023 Edition.

RAYO, A. Ontological Commitment. *Philosophy Compass*, 2 (3), 2007, pp. 428-444.

RESCHER, N.; URQUHART, A. *Temporal Logic*. Berlin: Springer, 1971.

REYNOLDS, M. Axioms for Branching Time. *Journal of Logic and Computation*, 12 (4), 2002, pp. 679-697.

RICOEUR, P. *Tempo e Narrativa: 1. A intriga e a narrativa histórica*. São Paulo: Martins Fontes, 2012.

RICOEUR, P. *A memória, a história, o esquecimento*. São Paulo: Unicamp, 2007.

RICOEUR, P. *História e verdade*. Rio de Janeiro: Forense, 1968.

RINGER, F. Max Weber on Causal Analysis, Interpretation, and Comparison. *History and Theory*, 41 (2), 2002, pp. 163-178.

ROSS, W. D. *Aristotle's Metaphysics*. Oxford: Clarendon Press, 1924.

ROTH, P. The Pasts. *History and Theory*, 51 (3), 2012, pp. 313-339.

RUMBERG, A. Transition Semantics for Branching Time. *Journal of Logic, Language and Information*, 25 (1), 2016, pp. 77-108.

RUMBERG, A.; A. Zanardo, A. First-Order Definability of Transition Structures. *Journal of Logic, Language and Information*, 28 (3), 2019, pp. 459-488.

RÜSEN, J. *História Viva. Teoria da História III: formas e funções do conhecimento histórico*. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2010.

RUSSELL, B. The Philosophy of Logical Atomism. In: RUSSELL, B. *Logic and Knowledge*. Londres: Routledge, 1992.

RUSSELL, B. *The Analysis of Mind*. Durham: Duke University, 2012 [1921].

SAHLINS. M. *História e Cultura: Apologias a Tucídides*. Rio de Janeiro: Jorge ZAHAR Editor, 2006.

SANT'ANNA, A. S. *O que é uma Definição*. São Paulo: Editora Manole, 2005.

SCHAFF, A. *História e verdade*. São Paulo: Martins Fontes, 1983.

SHOHAM, Y.; LEYTON-BROWN, K. *Multiagent systems: algorithmic, game-theoretic, and logical foundations*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

SIDER, T. *Logic for Philosophy*. Oxford: Oxford University Press, 2010.

SMEENK, C; ELLIS, G. Philosophy of Cosmology. In: ZALTA, E. N. (ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Winter 2017 Edition.

STEEDMAN, M. Temporality. In: van BENTHEM, J.; ter MEULEN, A. (eds.)*Handbook of Logic and Language*. Amsterdam: Elsevier, 1997.

SUETONIUS; ROLFE, J. C. (trad.). *Lives of the Caesars*. [S.l.]: Barnes & Noble, 2004.

TALLET, P. *Les Papyrus De La Mer Rouge: Le Journal De Merer (Papyrus Jarf A et B)*. Vol. 1. Clement, C.; Lotfallah, S. (trad.). Institut Français d'Archéologie Orientale, 2017.

TALLET, P *Les Papyrus De La Mer Rouge: Le Journal De Dedi Et Autres Fragments De Journaux De Bord (Papyrus Jarf C, D, E, F, Aa)*. Vol. 2. Clement, C.; Lotfallah, S. (trad.). Institut Français d'Archéologie Orientale, 2021.

TARSKI, A. *A concepção semântica da verdade*. São Paulo: Unesp, 2007.

TIMMINS, A. *Towards a Realist Philosophy of Historiography*. Lanham, Md.: Lexington Books, 2022.

TUOMELA, R. *The Philosophy of Sociality: The Shared Point of View*. New York: Oxford University Press, 2007.

TUOMELA, R. *Social Ontology: Collective Intentionality and Group Agents*. NewYork: Oxford University Press, 2013.

TURCHIN, P. *Historical Dynamics: Why States Rise and Fall*. Princeton: Princeton University Press, 2003.

TURCHIN, P. Response to Lempert: Holism versus Systems Analysis. *Cliodynamics*, 9 (2), 2018.

VEYNE, P. *Como se escreve a história*. Brasília: Universidade de Brasília, 1983.

WALSH, W. H. *An Introduction to Philosophy of History*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978 [1967].

WEBER, Max. *The Methodology of the Social Sciences*. New York: Free Press, 1949 [1905].

WILCZEK, F. On Absolute Units, I: Choices. *Physics Today*, American Institute of Physics, 58 (10), 2005, pp. 12-13.

WILLIAMSON, T. *Modal Logic as Metaphysics*. Oxford University Press, 2013.

WINDELBAND, W. History and Natural Science. *Theory and Psychology*, 8 (1), 1998, pp. 5-22.

WONG, M. L.; CLELAND, C. E.; AREND Jr., D.; BARTLETT, S.; CLEAVES II, H. J.; DEMAREST, H.; PRABHU, A.; LUNINE, J. I.; HAZEN, R. M. On the roles of function and selection in evolving systems, *PNAS*, 120 (43), 2023.

ZANARDO, A. Axiomatization of 'Peircean' Branching-Time Logic, *Studia Logica*, 49, 1990, pp. 183–195.

ZIMAN, J. *Conhecimento público*. Belo Horizonte: Itatiaia, 1979.

A PBTL em OBTL

Dado um conjunto de proposições atômicas *PROP*, o conjunto de fórmulas de **PBTL** pode ser definido recursivamente como se segue:

$$\varphi := p \in PROP \mid \bot \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid P\varphi \mid F\varphi \mid G\varphi.$$

As fórmulas de **PBTL** são valoradas em um modelo temporal $\mathscr{M} = \langle T, \prec, V\rangle$ em uma árvore $\mathscr{T} = \langle T, \prec\rangle$, denominada um modelo de árvore peirciano. Quanto às cláusulas semânticas para os operadores de futuro F e G:

$$\begin{array}{lll} \mathscr{M}, t \models F\varphi & \text{sse} & \text{para toda história } h \in \mathscr{H}(t)\text{, existe algum instante} \\ & & \text{de tempo } t' \in h \text{ tal que } t \prec t' \text{ e } \mathscr{M}, t' \models \varphi; \\ \mathscr{M}, t \models G\varphi & \text{sse} & \text{para toda história } h \in \mathscr{H}(t) \text{ e para todo instante} \\ & & t' \in h \text{ tal que } t \prec t', \mathscr{M}, t' \models \varphi. \end{array}$$

O dual de G é o operador fraco de futuro usual, o que é agora denotado por f, enquanto o dual do F peirciano é comumente escrito g (cf. Burgess, 1980). Todos os operadores de futuro envolvem (implícita ou explicitamente) quantificação sobre histórias e são modalizadas: elas capturam possibilidade e necessidade relativamente ao futuro.

Por outro lado, na lógica de tempo ramificado ockhamista **OBTL**, verdade não é somente relativizada a um instante de tempo na árvore, mas também a uma história passando através desse instante, e o operador de futuro F é agora valorado ao longo de uma história dada. Assim, o significado intuitivo de F torna-se ”com respeito à história dada, vai ser o caso que ...”. Além dos operadores temporais F e P, a linguagem de OBTL contém um operador modal $\Diamond$ e seu dual $\Box$, os quais são interpretados como quantificadores sobre histórias. Dado um conjunto de proposições atômicas *PROP*, o conjunto das fórmulas de **OBTL** pode ser recursivamente definida por

$$\varphi := p \in PROP \mid \bot \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid P\varphi \mid F\varphi \mid \Diamond\varphi.$$

Há diferentes formas não equivalentes de se definir uma valoração ockhamista. Uma forma de fazê-lo é dada por modelo de árvore ockhamista sendo uma tripla $\mathscr{M} = \langle T, \prec, V\rangle$ onde $\mathscr{T} = \langle T, \prec\rangle$ é uma árvore e V é uma valoração que atribui a toda proposição atômica $p \in PROP$

o conjunto de pares instante-história $V(p) \subseteq T \times \mathscr{H}(\mathscr{T})$ em que p é considerado verdadeira. A verdade de uma fórmula arbitrária φ de OBTL em um par instante-história (t,h) em um modelo de árvore ockhamista $\mathscr{M}$ é definido indutivamente como se segue:

$\mathscr{M},t,h \models p$ sse $(t,h) \in V(p)$, para $p \in PROP$;

$\mathscr{M},t,h \not\models \bot$;

$\mathscr{M},t,h \models \neg\varphi$ sse $\mathscr{M},t,h \not\models \varphi$;

$\mathscr{M},t,h \models \varphi \wedge \psi$ sse $\mathscr{M},t,h \models \varphi$ e $\mathscr{M},t,h \models \psi$;

$\mathscr{M},t,h \models P\varphi$ sse $\mathscr{M},t',h \models \varphi$, para algum instante de tempo $t' \in h$ tal que $t' \prec t$;

$\mathscr{M},t,h \models F\phi$ sse $\mathscr{M},t',h \models \phi$, para algum instante de tempo $t' \in h$ tal que $t \prec t'$;

$\mathscr{M},t,h \models \Diamond\varphi$ sse $\mathscr{M},t',h' \models \varphi$ para alguma história $h' \in \mathscr{H}(t)$.

Enquanto na lógica de tempo ramificado peirciana **PBTL** a verdade futura é modalizada, na lógica de tempo ramificado ockhamista **OBTL** a verdade e a modalidade futuras separam-se. As fórmulas peircianas $F\varphi$ e $G\varphi$ são equivalentes às ockhamistas $\Box F\varphi$ e $\Box G\varphi$, respectivamente. De fato, **PBTL** pode ser observada como um fragmento próprio de **OBTL**, a saber, o fragmento que compreende todas e somente aquelas fórmulas que são recursivamente construídas a partir de proposições atômicas (baseadas em instantes) usando conectivos verifuncionais e as modalidades combinadas $\Box F$, $\Box G$ e seus duais $\Diamond F$ e $\Diamond G$. Contudo, a linguagem peirciana é menos expressiva que a ockhamista, carecendo, por exemplo, de um equivalente para $\Diamond GF\varphi$ (para uma prova, ver Reynolds, 2002).

O sistema ockhamista, assim como o peirciano, também foi pensado por Prior para lidar com futuros contingentes, mas, se for desejável aumentar a expressividade do sistema **PC** que abordamos nesta tese com respeito a histórias, é possível criar um sistema **OC** (uma Lógica do Consenso Ockhamista) e dar-lhe uma interpretação consensualista. Entretanto, deve-se observar que a lógica ockhamista de ramificação temporal é bastante expressiva e pode trazer resultados inesperados. Estudar essa possibilidade é um dos temas que podem se desdobrar desta tese para pesquisas futuras, bem como estudar as propriedades de tal sistema para análises do conhecimento científico.

Recentemente (Rumberg, 2016; e Rumberg; Zanardo, 2019) têm sido proposta uma semântica de ramificação ainda mais geral que as semânticas peirciana e ockamista, a qual tem sido chamada de "semântica de transições". A novidade de uma estrutura nesse estilo está em permitir cursos de eventos sucessivamente construtivos a partir de possibilidades futuras locais. O nome se deve ao fato de ser elaborado a partir de cadeias de transições possivelmente não máximas e fechadas para baixo; cada transição especifica uma direção possível em um ponto de ramificação. Assim, também ficam disponíveis cursos possíveis incompletos de eventos, os quais podem ser estendidos para o futuro. Vale dizer que a linguagem contém, além de operadores temporais e modais, um chamado "operador de estabilidade"(*stability operator*), que permite capturar como o valor de verdade de um fórmula sobre o futuro muda instantaneamente com o passar do tempo. O Peirceanismo e o Ockhamismo resultam como casos limites ao restringir a gama de cursos de eventos admissíveis ao conjunto vazio de transições e cadeias máximas.

B PC'

Considere a uma extensão do sistema **PC** com um operador de consenso reflexivo (uma versão generalizada do consenso final). Chamaremos esse sistema de $\mathbf{PC}^{'}$.

$$
\begin{aligned}
\mathbf{PC}' &= \mathbf{K}_t + (\mathrm{TRAN}) + (\mathrm{IRR}) + \Box_g^{t_*} + \Box_h^{t_*} \\
\mathbf{PC}'_h &= \mathbf{PC}' + (\mathrm{END}) \\
\mathbf{PC}'^{*}_h &= \mathbf{PC}' + (\mathrm{CON}^{(\mathrm{END})}) \\
\mathbf{PC}'^{*l}_h &= \mathbf{PC}'^{*}_h + (\mathrm{LIN\text{-}h})
\end{aligned}
$$

Nesta extensão, podemos definir diferentemente o operador de consenso histórico. As fórmulas de $\mathbf{PC}^*$ são igualmente valoradas em um modelo de árvore peirciana $\mathscr{M} = \langle T, \prec, V\rangle$ sobre uma árvore $\mathscr{T} = \langle T, \prec\rangle$ tal como já definida com V sendo uma valoração que atribui para cada proposição atômica $p \in PROP$ o conjunto de instantes de tempo $V(p) \subseteq T$ no qual p é considerado verdadeira, ou ainda sendo definida alternativamente das formas já indicadas em nota. A definição para a expressão $\models \varphi$ também se mantém, indica que φ é verdadeira em todas as estruturas temporais, e $\models_{\mathbf{PC}'} \varphi$ mais particularmente para φ válida em todas as estruturas temporais delimitadas em $\mathbf{PC}'$. Todos os símbolos dessa linguagem podem ser definíveis igualmente aos de **PC**, com o acréscimo de $\Box_h^{t_*}$ e $\Box_g^{t_*}$, trocando apenas $\prec$ por $\preceq$:

$$\varphi := p \in PROP \mid \bot \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid G\varphi \mid H\varphi \mid \Box_h^{t_*}\varphi \mid \Box_g^{t_*}\varphi.$$

$\mathscr{M}, t_* \models \Box_h^{t_*}\varphi$ sse para toda história $h \in \mathscr{H}(t_*)$, existe algum instante de tempo $t' \in h$ tal que $t' \preceq t_*$ e $\mathscr{M}, t' \models \varphi$.

$$\Box_h^{t_*}\varphi \equiv \neg\Diamond_h^{t_*}\neg\varphi \text{ e } \Diamond_h^{t_*}\varphi \equiv \neg\Box_h^{t_*}\neg\varphi$$

$\mathscr{M}, t_* \models \Box_g^{t_*}\varphi$ sse para toda história $h \in \mathscr{H}(t_*)$, existe algum instante de tempo $t' \in h$ tal que $t_* \preceq t'$ e $\mathscr{M}, t' \models \varphi$.

$$\Box_g^{t_*}\varphi \equiv \neg\Diamond_g^{t_*}\neg\varphi \text{ e } \Diamond_g^{t_*}\varphi \equiv \neg\Box_g^{t_*}\neg\varphi$$

Nesses sistemas temos alguns teoremas próprios, o mais importante deles é o que generaliza o teorema do consenso do presente:

Teorema B.1. (consenso do presente generalizado) $\models_{\mathbf{PC}'} \varphi \to \Box_h^{t_*}\varphi$

Demonstração. Se uma fórmula φ é verdadeira em um instante t, então ela será verdadeira em todas as histórias que partem desse instante. Isso nos deixa com duas opções: ou ela não possui história, então $\Box_h^{t_*}\varphi$ é vacuamente verdadeira, ou ela possui alguma história, e nesse caso $\Box_h^{t_*}\varphi$ também é verdadeira, porque t, por definição, pertence a todas essas histórias e o operador de consenso reflexivo inclui o instante inicial da história como condição de verdade. ■

Com isso, podemos derivar uma versão histórica do conhecido esquema 4, usado no sistema modal **S4**.

Corolário B.1.1 (esquema 4 para consenso histórico). $\models_{\mathbf{PC}'} \Box_h^{t_*}\varphi \to \Box_h^{t_*}\Box_h^{t_*}\varphi$

Demonstração. Esse resultado sai diretamente do teorema do consenso do presente generalizado, basta substituir a fórmula qualquer φ por $\Box_h^{t_*}\varphi$. ■

Corolário B.1.2 (esquema $\mathrm{T}^{\Diamond}$ para supersenso histórico). $\models_{\mathbf{PC}'} \Diamond_h^{t_*}\varphi \to \varphi$

Demonstração. Esse resultado pode ser obtido facilmente do teorema acima com *modus tollens* e definição de supersenso reflexivo. ■

Também graças a esse teorema, podemos generalizar as propriedades dos dissensos históricos:

$$\begin{tikzcd}
 & \Diamond_h^{t_*}\varphi \wedge \Diamond_h^{t_*}\neg\varphi \arrow[rr] \arrow[dl] \arrow[dr] & & \varphi \wedge \neg\varphi \\
\Diamond_h^{t_*}\varphi \wedge \Diamond_h\neg\varphi \arrow[rr] \arrow[d] & & \Diamond_h^{t_*}\varphi \wedge \Diamond_t\neg\varphi \arrow[d] & \\
\Diamond_h\varphi \wedge \Diamond_h\neg\varphi \arrow[rr] \arrow[dr] & & \Diamond_h\varphi \wedge \Diamond_t\neg\varphi \arrow[dl] & \\
 & \Diamond_t\varphi \wedge \Diamond_t\neg\varphi & &
\end{tikzcd}$$

Figura B.0.1: Dissensos históricos reflexivos.

Observação. Repare que nesse contexto não apenas o contrassenso final gera contradição, mas de modo geral os contrassensos reflexivos: conjunções entre dois supersensos reflexivos de uma fórmula e seu contrário.

O operador de consenso reflexivo e seu dual podem ser também usados para definições reflexivas dos operadores de consenso e supersenso complexos:

- $\Box_{hg}^{*\vee}\varphi \equiv (\Box_h^{t_*}\varphi \vee \Box_g^{t_*}\varphi)$
- $\Box_{hg}^{*\wedge}\varphi \equiv (\Box_h^{t_*}\varphi \wedge \Box_g^{t_*}\varphi)$
- $\Diamond_{hg}^{*\vee}\varphi \equiv (\Diamond_h^{t_*}\varphi \vee \Diamond_g^{t_*}\varphi)$
- $\Diamond_{hg}^{*\wedge}\varphi \equiv (\Diamond_h^{t_*}\varphi \wedge \Diamond_g^{t_*}\varphi)$

Conservando os teoremas de **PC** mais as características da reflexividade desses operadores, podemos relacionar as operações de supersenso e consenso com o presente e formar o seguinte diagrama geral:

$$\begin{tikzcd}
& \Box^{*\vee}_{hg}\varphi & \\
\Box^{*}_{g}\varphi \arrow[ur] & \Box^{*\wedge}_{hg}\varphi \arrow[l] \arrow[r] \arrow[u] & \Box^{*}_{h}\varphi \arrow[ul] \\
& \varphi \arrow[ul] \arrow[u] \arrow[ur] & \\
\Diamond^{*}_{g}\varphi \arrow[ur] \arrow[dr] & \Diamond^{*\wedge}_{hg}\varphi \arrow[l] \arrow[r] \arrow[u] \arrow[d] & \Diamond^{*}_{h}\varphi \arrow[ul] \arrow[dl] \\
& \Diamond^{*\vee}_{hg}\varphi &
\end{tikzcd}$$

Figura B.0.2: Diagrama de consensos e supersensos reflexivos.

Com operadores de consenso e supersenso complexos reflexivos, obtemos ainda uma versão generalizada dos tipos de dissenso:

$$\begin{tikzcd}
\text{contrassenso} \arrow[r] \arrow[dr] & \text{divergência} \arrow[d] \\
& \text{contingência}
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
\Diamond^{*\vee}_{hg}\varphi \wedge \Diamond^{*\vee}_{hg}\neg\varphi \arrow[r] \arrow[dr] & \Diamond^{*\vee}_{hg}\varphi \wedge \Diamond_{t}\neg\varphi \arrow[d] \\
& \Diamond_{t}\varphi \wedge \Diamond_{t}\neg\varphi
\end{tikzcd}$$

Figura B.0.3: Diagrama de dissensos reflexivos.

E obtemos também uma versão generalizada das relações de analiticidade no tempo:

$$\begin{tikzcd}
\Box^{*\wedge}_{hg}\varphi \vee \Box^{*\wedge}_{hg}\neg\varphi & & \Box^{*\wedge}_{hg}\varphi \vee \Box_t\neg\varphi \arrow[ll] \\
& \Box_t\varphi \vee \Box_t\neg\varphi \arrow[ul] \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

Figura B.0.4: Diagrama das analiticidades em consensos complexos reflexivos.

O operador $\Box_h$ é mais básico que o operador $\Box^{t_*}_h$, de modo que em **PC** podemos definir o segundo com o primeiro da seguinte forma:

$$\Box^{t_*}_h\varphi \equiv (\Box_h\varphi \vee \varphi)$$

$$\Diamond^{t_*}_h\varphi \equiv (\Diamond_h\varphi \wedge \varphi)$$

Nesse contexto, podemos verificar facilmente pelas definições que o consenso final $\Box^{t_0}_h$ é um caso particular de consenso reflexivo $\Box^{t_*}_h$, e o mesmo vale para o supersenso final em relação ao supersenso reflexivo.

Teorema B.2 (consenso final é um consenso reflexivo)**.** $\models_{\mathbf{PC}_h} \Box^{t_0}_h\varphi \to \Box^{t_*}_h\varphi$

Demonstração. (redução ao absurdo) Para um instante qualquer t, assuma que $\Box^{t_0}_h\varphi$ e $\neg\Box^{t_*}_h\varphi$. Pela negação do consequente e interdefinição dos operadores, temos que $\Diamond^{t_*}_h\neg\varphi$. Por definição, isso significa que $\neg\varphi$ encontra-se em t e todos os instantes antecessores $t_n \preceq t$ em ao menos uma história h_1 de t. Ocorre que $\Box^{t_0}_h\varphi$ implica que φ em ao menos um instante de toda história de t, inclusive h_1, o que leva a uma contradição. ∎

Corolário B.2.1 (supersenso final é um supersenso reflexivo)**.** $\models_{\mathbf{PC}_h} \Diamond^{t_0}_h\varphi \to \Diamond^{t_*}_h\varphi$

Demonstração. Segue-se diretamente do teorema, utilizando também da lógica clássica e da interdefinição entre os operadores históricos fracos e fortes. ∎

Com essas definições, podemos adaptar o tableux de prova para consenso final, fornecendo uma prova para o teorema anterior de $\mathbf{PC}'$ em **PC**:

$$\vdash_{\mathbf{PC}} \varphi \to \Box^{t_0}_h\varphi \tag{B.0.1}$$

$$\varphi, 0$$
$$\neg\Box_h^{t_0}\varphi, 0$$
$$\Diamond_h^{t_0}\neg\varphi, 0$$
$$P\Box_t\neg\varphi \wedge G\bot, 0$$
$$G\bot, 0$$
$$P\Box_t\neg\varphi, 0$$
$$1r0$$
$$\Box_t\neg\varphi, 1$$
$$H\neg\varphi \wedge \neg\varphi \wedge G\neg\varphi, 1$$
$$H\neg\varphi, 1$$
$$\neg\varphi, 1$$
$$G\neg\varphi, 1$$
$$\neg\varphi, 0$$
$$\times$$

O consenso reflexivo, diferente do consenso final, não pode ser definido abreviadamente apenas com os operadores usuais de Prior; isso ocorre porque a linguagem possui uma expressividade limitada em relação aos operadores de futuro F e G: ou vale para todo instante ou apenas algum indeterminado em relação ao futuro, não sendo capaz de estabelecer um limite (que seria de um ponto inicial arbitrário de uma história). Só é possível de circundar essa limitação com o consenso final porque, nesse caso, trata-se do ponto final da estrutura, então não há nenhum instante posterior a ele. Desse modo, o sistema $\mathbf{PC}_h$ é mais econômico que o sistema $\mathbf{PC}_h^{'}$, embora um pouco menos expressivo. De resto, o operador $\Box_h^{t_*}$ funciona de forma idêntica ao $\Box_h^{t_0}$, porém para qualquer instante t_*, e não apenas t_0.

Abaixo segue um diagrama das relações desses operadores (as provas que oferecemos para o consenso final e o supersenso final podem ser usadas também para esses operadores reflexivos, feitas pequenas modificações):

$$\begin{tikzcd}
\Box_h^{t_0}\varphi \arrow[d] & & \Diamond_h^{t_0}\varphi \arrow[d] \\
\Box_h^{t_*}\varphi & & \Diamond_h^{t_*}\varphi \arrow[dl] \arrow[d] \\
\Box_t\varphi \arrow[u] \arrow[r] \arrow[d] \arrow[drr] & \varphi \arrow[dl] & \Diamond_h\varphi \arrow[dll] \\
\Diamond_t\varphi & & \Box_h\varphi
\end{tikzcd}$$

Figura B.0.5: Diagramas dos operadores históricos reflexivos.

C Regras do Detetive e falseamento de hipóteses

Detetive (*Cluedo*; ou *Clue*, em inglês americano) é um jogo baseado fundamentalmente em coletar informações, construir hipóteses e deduzir a única resposta possível naquela partida. O jogo simula de forma minimalista a investigação de um assassinato em um sistema por turnos. Cada jogador possui um peão e, conforme o número de um lance de dados, pode movimentá-lo em uma mansão em forma de tabuleiro em um plano 2D. O objetivo do jogo é descobrir quem cometeu um assassinato, em qual cômodo da mansão ocorreu o crime e qual arma foi utilizada pelo assassino.

Além do tabuleiro, um dado D6 e dos peões, o jogo também é composto por um conjunto de peças que representa o conjunto de armas disponíveis para o crime, fichas para anotações dos jogadores e um baralho com cartas que ilustram os personagens, os cômodos e as armas. Tipicamente, o jogo possui 6 personagens, 9 cômodos e 6 armas.

- Personagens:

  1. Sr. Marinho (na versão inglesa, Mrs. Peacock.)
  2. Dona Branca (Mrs. White.)
  3. Coronel Mostarda (Colonel Mustard)
  4. Professora Violeta (na versão inglesa, Professor Plum.)

5. Dona Rosa (na versão inglesa, Miss Scarlett.)
6. Sr. Verde (Reverend Green. ou Mr. Green)

- Cômodos:

1. Cozinha (*Kitchen*)
2. Sala de Estar (*Conservatory*)
3. Sala de Jantar (*Dining Room*)
4. Salão de Jogos (*Billiard Room*)
5. Salão de Festas (*Ballroom*)
6. Sala de Música (*Lounge*)
7. Biblioteca (*Library*)
8. Escritório (*Study*)
9. Hall

- Armas:

1. Candelabro (ou Castiçal)
2. Cano
3. Chave Inglesa
4. Corda
5. Faca
6. Revólver

No início do jogo, cada jogador escolhe um personagem (cada um possui um peão de cor própria) e recebe uma ficha de anotação. As cartas de personagens, cômodos e armas são embaralhadas e uma de cada tipo é colocada em um envelope confidencial no centro do tabuleiro. Os jogadores se revezam movendo suas peças pelo tabuleiro e fazendo perguntas sobre o crime. Eles podem perguntar sobre um personagem, um cômodo ou uma arma específica para tentar reunir pistas. Os outros jogadores devem responder se possuem ou não uma das cartas mencionadas. À medida que os jogadores coletam informações, eles fazem anotações em suas fichas, marcando quais cartas eles sabem que não estão no envelope confidencial.

Quando um jogador acredita ter resolvido o mistério, ele pode fazer uma acusação, nomeando o assassino, o cômodo e a arma. Nesse caso, verifica-se o envelope confidencial para ver se a acusação está correta. Se estiver, o jogador é declarado vencedor; se não estiver, ele estará fora da investigação. A partida continua até que um jogador faça a acusação correta ou até que todos desistam de investigar o caso.

Nesse contexto, por uma simples soma $(6+9+6)$, temos 21 cartas no total, e, pela aplicação da fórmula de combinatória ($C(n,k)$, seja $n = 6,9,6$ para o número de cada categoria e $k = 1,1,1$ para o número de opções) com o princípio de contagem $(6 \times 9 \times 6)$ descobrimos que há 324 possibilidades de assassinato.

Consideremos o caso de uma partida que esteja sendo jogada pelo máximo de jogadores possível (6). A dinâmica do jogo ocorrerá da seguinte maneira: dado que 3 entre as 21 cartas estarão no envelope confidencial, por divisão $(18 \div 6)$, sabemos que cada jogador receberá 3 cartas. Suponha que um desses jogadores tenha obtido as seguintes cartas: Dona Rosa, Cozinha e Faca. À medida que o jogo avança, o jogador interrogará os demais jogadores (os quais não podem mentir durante o interrogatório) e eventualmente poderá obter informações novas que atualizarão suas hipóteses sobre o crime, até que esteja seguro para fazer uma acusação definitiva.

O interrogatório funciona da seguinte forma: assim que um jogador chega em sua vez em um dos cômodos da mansão, pode "palpitar"sobre o crime. Na ocasião, ele se dirige a outro jogador e reconstrói um cenário possível do crime que deve obrigatoriamente incluir o cômodo em que o jogador está. Supondo que esteja no Escritório, por exemplo, ele pode fazer o seguinte palpite: "Dona Branca no escritório com o castiçal". E então o outro jogador (interrogado) deve responder a ele se um dos três elementos (Dona Branca, escritório e castiçal) está fora de suas suspeitas, ou seja, possui evidências de que um dos três não está relacionado ao crime.

Para o subjogo da investigação em Detetive, temos a seguinte formalização geral:

$(S, v_S): \quad S \subset N$

$\forall J_i \subset S$

J_i : Conjunto unitário com o jogador i.

S : Conjunto de todos os conjuntos unitários não vazios em N.

$S = \{J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, J_6\}$

- $v_s(J_i) = p = [1, 324]$, tal que p é um número $p \in \mathbb{N}$ entre 1 e 324 tal que $1 \leq p \leq 324$ de combinações possíveis $(1, 1, 1)$ do caso do crime considerando uma pessoa, uma arma e um local $(6 \times 6 \times 9)$.

Para um exemplo, considere que as possibilidades iniciais do jogador 1 eram de 180, por ter iniciado o jogo com três cartas (e coincidentemente uma de cada categoria: Dona Rosa, Cozinha e Faca). Se em um primeiro interrogatório algum jogador revelar-lhe as cartas ”corda”e ”Coronel Mostarda”, então suas possibilidades restantes diminuíram para 90, pois sabemos que ”corda”e ”Coronel Mostarda”são elementos fixos das combinações, e $6 * 9 = 54$ e $6 * 6 = 36$, então o seu turno terminará com $180 - 54 - 36$ possibilidades para fazer uma acusação do crime. Alternativamente, se tivesse-lhe sido revelada apenas a carta ”Coronel Mostarda”, ele terminaria seu turno com 144 possibilidades. Portanto, as possibilidades de cada jogador não apenas diminuem isoladamente (porque as informações do caso estão distribuídas entre eles) como podem variar em cada turno.

Assim podemos estabelecer uma função que liga os resultados do subjogo ao jogo principal:

$$f_{sn}: \begin{cases} v(J_i) = 1, \text{ se } v_s(J_i) = 1; \\ v(J_i) = 0, \text{ se } \exists J \subset N(J_i \neq J), v(J) = 1; \\ \text{O jogo continua, se } \forall J_i \in S, v_s(J_i) = (2 \leq n < 324). \end{cases}$$

Observação (jogador e coalizão)**.** Note que, por essa definição da função f_{sn}, o jogador J_i pode "perder"enquanto indivíduo em $J_i \subset N$, mas ganhar enquanto alguém que pode estar dentro da coalizão $J \subset N$.

Segue abaixo um caso bem simples do processo do jogo de eliminar possibilidades para um jogador. No caso abaixo, distribuído em uma árvore de possibilidades, temos uma situação em que um jogador J_i tem certeza de qual foi o local do crime (Escritório), mas tem dúvida sobre o criminoso e a arma que utilizou para o crime. Há, para esse jogador, três suspeitos iniciais: Dona Branca, Sr. Marinho e Professora Violeta; e há duas armas prováveis de terem sido usadas no assassinato: cano ou chave-inglesa. Considere que ele descubra que o culpado não é Dona Branca, a arma não pode ser o cano, e finalmente que o culpado também não é Professora Violeta; então teremos a seguinte dinâmica:

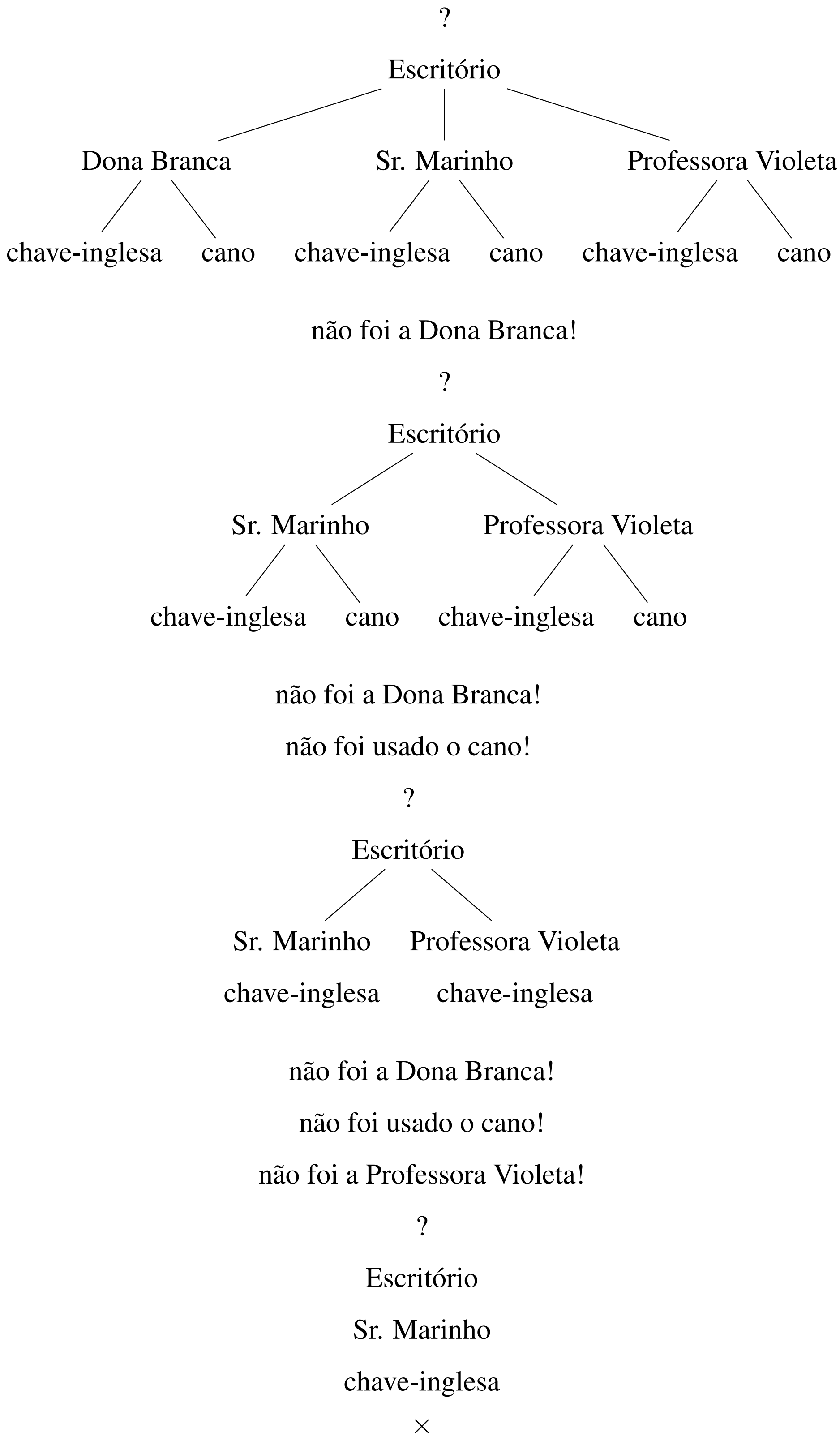


Figura C.0.1: Diagramas mostrando o efeito de anúncios negativos em uma árvore de hipóteses prováveis em Detetive.