

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA MECATRÔNICA

RAFAEL LANGE RABELO

MODELAGEM MATEMÁTICA DOS PERFIS DE TEMPERATURA E DE PRESSÃO
NA CAVIDADE DE UM MOLDE DE INJEÇÃO

Joinville

2024

RAFAEL LANGE RABELO

MODELAGEM MATEMÁTICA DOS PERFIS DE TEMPERATURA E DE PRESSÃO
NA CAVIDADE DE UM MOLDE DE INJEÇÃO

Trabalho apresentado como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia Mecatrônica, no Curso de Engenharia Mecatrônica, do Centro Tecnológico de Joinville, da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Dr. Alexandro Garro Brito

Joinville

2024

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi realizado com o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC) – projeto N°: 3312/2021. Em vista disso, presto meus mais sinceros agradecimentos à instituição, bem como à Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), onde está sendo possível realizar o trabalho.

Também presto meus agradecimentos a orientação do professor Dr. Alexandro Garro Brito, ao professor Dr. Adriano Fagali de Souza e ao colega pesquisador Me. Rodolfo Gabriel Pabst.

Gostaria de agradecer à toda minha família, minha mãe Alessandra, meu pai Leonardo, meu padrinho Walmor Junior, aos meus avós paternos Katia e Arthur, à minha avó materna Tania e ao meu já falecido avô materno Walmor. Vocês são minha base, meu porto seguro. Obrigado por todo o suporte.

“Se enxerguei mais longe foi porque eu me apoiei em ombros de gigantes” (ISAAC NEWTON)

RESUMO

A moldagem por injeção é um dos processos mais amplamente utilizados para fabricar peças de plástico. Esse processo é sensível a alterações no ambiente, sendo a pressão e a temperatura os fatores mais determinantes na qualidade do produto moldado. Conseqüentemente, sistemas de controle dedicados a mitigar perturbações nesses perfis dentro da cavidade do molde podem melhorar a qualidade dos produtos. Neste trabalho, será desenvolvido um modelo matemático que simule os perfis de temperatura e pressão ao longo do processo de injeção, servindo como base para a futura concepção do referido sistema de controle. Além disso, um algoritmo de otimização será implementado para ajustar automaticamente os parâmetros e coeficientes do modelo matemático aos dados experimentais, garantindo previsões precisas e adaptações rápidas em tempo real para melhorar a eficiência do processo. O modelo matemático desenvolvido foi eficaz na previsão dos perfis de temperatura e pressão durante o processo de moldagem por injeção, e se mostrou ideal para a aplicação em cenários industriais. Ademais, o algoritmo de otimização apresentou desempenho satisfatório ao ajustar os parâmetros dos modelos aos dados de referência, e contribuiu para a redução de defeitos nas peças moldadas e a otimização do processo de produção.

Palavras-chave: Moldagem por Injeção. Modelagem Matemática. Simulação. Sistema de Controle. Produção em Lote. Indústria 4.0.

ABSTRACT

Injection molding is one of the most widely used processes for manufacturing plastic parts. This process is sensitive to environmental changes, with pressure and temperature being the most determining factors in the quality of the molded product. Consequently, control systems dedicated to mitigating disturbances in these profiles within the mold cavity can improve product quality. In this work, a mathematical model will be developed to simulate the temperature and pressure profiles throughout the injection process, serving as a basis for the future design of the control system. Additionally, an optimization algorithm will be implemented to automatically adjust the parameters and coefficients of the mathematical model to experimental data, ensuring accurate predictions and quick real-time adaptations to improve process efficiency. The developed mathematical model was effective in predicting temperature and pressure profiles during the injection molding process and proved ideal for application in industrial scenarios. Furthermore, the optimization algorithm showed satisfactory performance in adjusting the model parameters to reference data, contributing to the reduction of defects in molded parts and the optimization of the production process.

Keywords: Injection Molding. Mathematical Modeling. Simulation. Control System. Batch Production. Industry 4.0.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Máquina de moldagem por injeção	14
Figura 2 – Etapas do ciclo de moldagem por injeção.....	15
Figura 3 – Curvas de aquecimento e de resfriamento a partir da Equação 10.....	23
Figura 4 – Diagrama de controle de malha fechada da velocidade de avanço ou força do êmbolo de injeção	24
Figura 5 – Máquina de moldagem por injeção de rosca recíproca.....	25
Figura 6 – Etapas do processo de moldagem por injeção	26
Figura 7 – Exemplo de sistema de controle de velocidade de injeção	27
Figura 8 – Diferentes pressões de cavidade para diferentes viscosidades do material e taxas de preenchimento	28
Figura 9 – Previsão dos perfis de temperatura e pressão utilizando tempo de preenchimento de 0,5 segundos	31
Figura 10 – Previsão dos perfis de temperatura e pressão sob perturbações determinísticas	32
Figura 11 – Variáveis de entrada dos experimentos	34
Figura 12 – Valores de referência para os experimentos.....	34
Figura 13 – Perfil de temperatura na cavidade a partir dos dados experimentais.....	35
Figura 14 – Perfil de temperatura da cavidade gerados a partir do modelo matemático	36
Figura 15 – Curva de aquecimento residual até atingir estabilidade térmica	40
Figura 16 – Perfis de pressão na cavidade obtidos a partir de dados experimentais.....	41
Figura 17 – Perfis de pressão na cavidade obtidos a partir do modelo matemático	42
Figura 18 – Fluxograma do algoritmo de ajuste dos parâmetros do modelo de pressão	48
Figura 19 – Fluxograma do algoritmo de ajuste dos parâmetros do modelo de temperatura	50
Figura 20 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de temperatura da cavidade do experimento 1	55
Figura 21 – Erro de modelagem do experimento 1 (temperatura).....	56
Figura 22 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de temperatura da cavidade do experimento 2	57
Figura 23 – Erro de modelagem do experimento 2 (temperatura).....	57

Figura 24 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de temperatura da cavidade do experimento 5	58
Figura 25 – Erro de modelagem do experimento 5 (temperatura).....	59
Figura 26 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de temperatura da cavidade do experimento 7	60
Figura 27 – Erro de modelagem do experimento 7 (temperatura).....	60
Figura 28 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de temperatura da cavidade do experimento 8	61
Figura 29 – Erro de modelagem do experimento 8 (temperatura).....	62
Figura 30 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de pressão da cavidade do experimento 1	63
Figura 31 – Erro de modelagem do experimento 1 (pressão)	63
Figura 32 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de pressão da cavidade do experimento 2.....	64
Figura 33 – Erro de modelagem do experimento 2 (pressão)	65
Figura 34 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de pressão da cavidade do experimento 3.....	66
Figura 35 – Erro de modelagem do experimento 3 (pressão)	66
Figura 36 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de pressão da cavidade do experimento 6.....	67
Figura 37 – Erro de modelagem do experimento 6 (pressão)	68
Figura 38 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de pressão da cavidade do experimento 16.....	69
Figura 39 – Erro de modelagem do experimento 16 (pressão)	69
Figura 40 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de temperatura da cavidade do experimento 1- ajuste automático	71
Figura 41 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de pressão da cavidade do experimento 6 - ajuste automático	73

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAE – Computer Aided Engineering

SARIMAX – Seasonal Auto-Regressive Integrated Moving Average with Exogenous Factors

ET – Erro total

EMA – Erro Médio Absoluto

LISTA DE SÍMBOLOS

p_t	Série temporal da pressão na cavidade
T_t	Série temporal da temperatura do molde
z^{-1}	Operador de defasagem
$\phi_p(z^{-1})$	Operador autorregressivo de ordem p
$\theta_q(z^{-1})$	Operador de média móvel de ordem q
$\Phi_P(z^{-1})$	Operador autorregressivo de ordem sazonal P
$\Theta_Q(z^{-1})$	Operador de média móvel de ordem sazonal Q
∇_s	Operador diferenciador de ordem sazonal s
τ	Constante de tempo.
$y(t)$	Saída do sistema
$u(t)$	Entrada do sistema.
K	Ganho estático.
s	Variável de Laplace.
$H(s)$	Função de transferência no domínio de Laplace.
$Y(s)$	Transformada de Laplace da saída.
$U(s)$	Transformada de Laplace da entrada.
$T(t)$	Temperatura do objeto ao longo do tempo.
T_a	Temperatura do meio ambiente.
k	Constante de proporcionalidade na lei de resfriamento de Newton.
T_0	Temperatura inicial do objeto.
c_2	Constante determinada pela condição inicial.
d_{etapa}	Tempo máximo de duração de cada etapa do ciclo de injeção.
d_{ti}	Tempo máximo de duração de cada curva que compõe o modelo do perfil de temperatura, onde $i = 1, 2, 3, 4$
d_{t1}	Tempo de duração da curva de preenchimento e compressão.
d_{t2}	Tempo de duração da curva de recalque.
d_{t3}	Tempo de duração da curva de resfriamento.
d_{t4}	Tempo de duração da curva de ejeção.
$d_{preenchimento}$	Tempo de duração da etapa de preenchimento.
$d_{compressão}$	Tempo de duração da etapa de compressão.
$d_{recalque}$	Tempo de duração da etapa de recalque.

$d_{resfriamento}$	Tempo de duração da etapa de resfriamento.
$d_{ejeção}$	Tempo de duração da etapa de ejeção.
d_{ciclo}	Tempo de duração de um ciclo de injeção.
t_{ji}	Instante de início da curva i do ciclo de injeção j
T_0	Temperatura inicial de cada curva do modelo matemático.
t	Tempo.
τ_{ti}	Constante de tempo do modelo de temperatura para a curva i
K_{ti}	Ganho estático de temperatura para a curva i .
$T_{ji}(t)$	Temperatura na curva i do ciclo j .
$T_{ji}(d_{ti} + t_{ij})$	Ponto final da curva atual do modelo matemático do perfil de temperatura
$T_r(t)$	Temperatura residual ao longo do tempo.
$T_{inicial}$	Temperatura da cavidade do molde no instante $t = 0$, quando a produção do lote é iniciada.
K_r	Ganho estático do aquecimento residual.
τ_r	Constante de tempo do aquecimento residual.
d_{lote}	Tempo máximo de duração do lote.
$T_{cavidade}(t)$	Temperatura da cavidade do molde ao longo do tempo, composta pela variação de temperatura devido a cada etapa de um ciclo de injeção e pelo aquecimento residual.
d_{pi}	Tempo máximo de duração de cada curva que compõe o modelo de pressão, onde $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$
d_{p1}	Tempo máximo de duração da curva de preenchimento.
d_{p2}	Tempo máximo de duração da curva de compressão.
d_{p3}	Tempo máximo de duração da curva de recalque.
$d_{p4} + d_{p5}$	Tempo máximo de duração da curva de resfriamento.
d_{p6}	Tempo máximo de duração da curva de ejeção.
τ_{pi}	Constante de tempo do modelo de pressão para a curva i .
τ_{p6}	Tempo em segundos após o início da etapa de ejeção em que o molde é fechado novamente.
K_{pi}	Ganho estático para a curva i .
P_0	Pressão inicial de cada curva.
$P_{ji}(t)$	Pressão na curva i do ciclo j .

$P_{ji}(d_{pi} + t_{ji})$	Ponto final da curva atual do modelo matemático do perfil de pressão
P_{atm}	Pressão atmosférica.
$P_{inicial}$	Valor da pressão inicial, considerando que o processo de injeção se inicia com o molde já fechado no instante $t = 0$
P_{max}	Valor máximo de pressão presente nos dados experimentais.
P_{min}	Valor mínimo de pressão presente nos dados experimentais.
T_{max}	Valor máximo de temperatura presente nos dados experimentais.
T_{min}	Valor mínimo de temperatura presente nos dados experimentais.
ET	Erro total entre os valores reais e os valores estimados pelo modelo matemático.
n	Número total de amostras.
y_i	Valores reais das amostras.
\hat{y}_i	Valores estimados pelo modelo matemático.
EMA	Erro médio absoluto

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
1.2. OBJETIVOS	18
1.2.1. Objetivo geral	18
1.2.2. Objetivos específicos:	18
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1. SISTEMAS DE PRIMEIRA ORDEM.....	20
2.2. SISTEMAS DE CONTROLE	23
2.3. A MÁQUINA DE MOLDAGEM POR INJEÇÃO	24
2.4. QUALIDADE DA PEÇA MOLDADA	27
2.5. MODELAGEM DA PRESSÃO E TEMPERATURA DO MOLDE	29
3. METODOLOGIA	33
3.1. ANÁLISE DOS EXPERIMENTOS REALIZADOS	33
3.2. MODELO MATEMÁTICO DO PERFIL DE TEMPERATURA	35
3.3. MODELO MATEMÁTICO DO PERFIL DE PRESSÃO	41
3.4. ALGORITMO DE AJUSTE AUTOMÁTICO DOS PARÂMETROS DO MODELO	47
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	53
4.1. ESTIMATIVA DAS CURVAS REAIS A PARTIR DO MODELO MATEMÁTICO DE TEMPERATURA – AJUSTE MANUAL.....	55
4.2. ESTIMATIVA DAS CURVAS REAIS A PARTIR DO MODELO MATEMÁTICO DE PRESSÃO – AJUSTE MANUAL	62
4.3. ESTIMATIVA DAS CURVAS REAIS A PARTIR DO MODELO MATEMÁTICO DE TEMPERATURA – AJUSTE AUTOMÁTICO.....	70
4.4. ESTIMATIVA DAS CURVAS REAIS A PARTIR DO MODELO MATEMÁTICO DE PRESSÃO – AJUSTE AUTOMÁTICO	72
5. CONCLUSÃO	74
REFERÊNCIAS	75

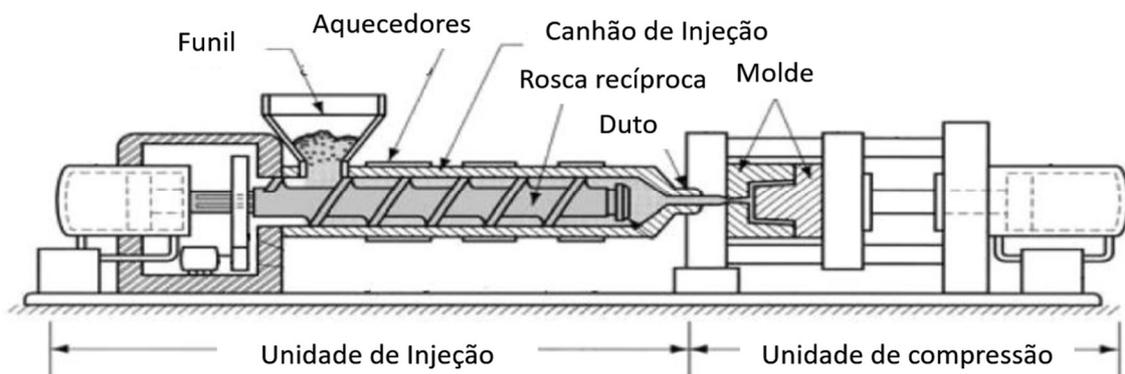
1. INTRODUÇÃO

A moldagem por injeção é uma técnica essencial na fabricação de peças plásticas, sendo amplamente empregada devido à sua versatilidade. Essa técnica permite a transformação de materiais termoplásticos e termofixos em uma variedade de produtos destinados a diferentes áreas de aplicação, como indústria automotiva, eletrônicos, setor médico, esportes, lazer e construção civil (Grelle, 2006).

A história da moldagem por injeção remonta a 1872, quando John e Isaiah Hyatt patentaram a primeira máquina de moldagem por injeção com êmbolo, que foi utilizada para moldar plástico de celuloide. Embora primitiva, essa máquina foi eficaz para os propósitos da época (Bryce, 1996). Posteriormente, em 1946, James Hendry introduziu no mercado sua máquina de moldagem por injeção de rosca recíproca, que substituiu a inovação de Hyatt e revolucionou a indústria de plásticos.

Uma máquina de moldagem por injeção consiste em três partes principais: a unidade de injeção, o molde e a unidade de compressão (Rosato et al., 2000). A unidade de injeção é responsável por derreter o plástico e injetá-lo na cavidade do molde. Enquanto isso, a unidade de compressão mantém o molde fechado durante a injeção, suportando as pressões necessárias para dar forma ao material. Após o resfriamento, o molde é aberto e a peça é ejetada (Grelle, 2006).

Figura 1 – Máquina de moldagem por injeção



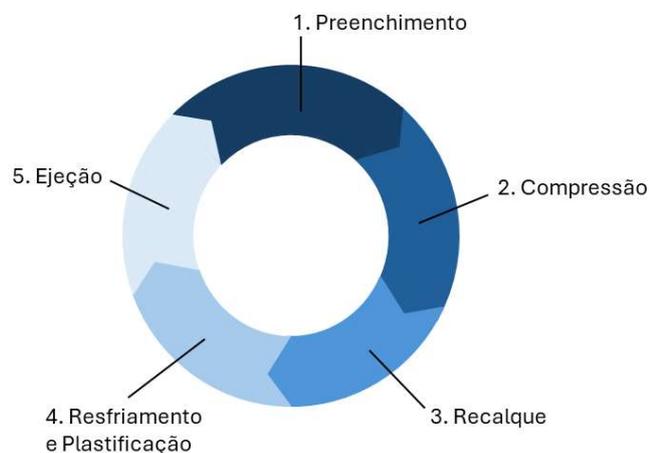
Fonte: Adaptado de Fernandes et al. (2016, p. 2).

Segundo Pabst et al. (2022), a moldagem por injeção é um processo cíclico e compreende as etapas de preenchimento, compressão, recalque e resfriamento. Por outro lado, para Rosato et al. (2000), o processo de moldagem por injeção de materiais

termoplásticos é um procedimento cíclico composto por cinco fases distintas: plastificação, injeção, pós-preenchimento, resfriamento e ejeção da peça moldada. Apesar de o processo de injeção ser dividido em diferentes etapas por diferentes autores, ao analisar minuciosamente o processo como um todo, verifica-se que se trata apenas de nomenclaturas distintas para um mesmo procedimento.

A Figura 2 ilustra as etapas de um ciclo de injeção que foram consideradas para o desenvolvimento do presente trabalho. Observou-se que a divisão de Rosato et al. (2000) suprime a diferenciação entre as etapas de preenchimento e compressão, as quais possuem perfis de pressão na cavidade altamente discrepantes. Da mesma forma, a divisão das etapas do processo de injeção de Pabst et al. (2022) não menciona a etapa de plastificação, que ocorre concomitantemente com a etapa de resfriamento. Essa etapa, apesar de não estar definida claramente nos perfis de temperatura e pressão no interior do molde, tem importante influência no processo de injeção como um todo. Cada uma das etapas do ciclo de injeção será descrita em maiores detalhes ao longo do trabalho.

Figura 2 – Etapas do ciclo de moldagem por injeção



Fonte: Elaborado pelo autor.

O processo de moldagem por injeção de uma peça plástica se inicia com a fase de plastificação. Na unidade de injeção da máquina, o material termoplástico é fundido e preparado para ser injetado no molde. O derretimento do material ocorre devido ao calor dissipado por aquecedores elétricos localizados ao redor do canhão de injeção, assim como pelo atrito resultante do movimento da rosca recíproca e dos

grânulos de plástico (Rosato et al., 2000). Na sequência, ocorre a etapa de injeção. Uma quantidade controlada do material fundido é injetada sob pressão na cavidade do molde fechado, iniciando o processo de solidificação do plástico nas paredes do molde. Para Pabst et al. (2022), a fase de injeção é dividida em duas etapas: preenchimento e compressão.

Sucedendo as etapas de preenchimento e compressão, ocorre etapa de recalque. Nessa etapa, o material termoplástico injetado é mantido sob pressão dentro da cavidade molde por um período determinado, a fim de evitar vazamentos e compensar a contração do material devido à solidificação. Para Rosato et al. (2000), a etapa descrita anteriormente é denominada pós-preenchimento. Após o recalque (ou pós-preenchimento) do material termoplástico, inicia-se a fase do resfriamento: o material é deixado para esfriar dentro do molde até atingir a rigidez necessária para a ejeção. Quando o material se encontra rígido o suficiente, a unidade de compressão abre o molde e a peça plástica acabada é ejetada para ser iniciado um novo ciclo de moldagem de injeção.

O trabalho de Pabst et al. (2022) aponta que a qualidade das peças moldadas, em termos de precisão geométrica e propriedades mecânicas, é profundamente influenciada pelos parâmetros adotados ao longo do ciclo de moldagem, como a temperatura do material polimérico fundido, a velocidade de avanço da rosca recíproca e a pressão de compressão do material. No entanto, a geometria do molde e os fenômenos de transporte na cavidade do molde também desempenham um papel significativo na qualidade das peças moldadas.

Pabst et al. (2022) categoriza os dados do processo como variáveis de máquina e variáveis de processo. Pressões hidráulicas, forças de compressão e velocidade da rosca recíproca são consideradas variáveis de máquina. Por outro lado, as variáveis de processo estão relacionadas aos fenômenos que ocorrem dentro da cavidade do molde durante o ciclo de moldagem por injeção.

Os dados de pressão-volume-temperatura (PVT) e velocidade de escoamento são as principais variáveis de processo envolvidas. Essas grandezas representam mais precisamente o processo de moldagem por injeção e a qualidade dos produtos moldados, devido à interdependência entre o transporte de massa e calor durante o processo de moldagem e a geometria da cavidade do molde.

Para otimizar o processo de injeção e conseqüentemente a qualidade das peças moldadas, a implementação de um sistema de controle adequado é

fundamental. De acordo com Rosato et al. (2000), o controle do processo de moldagem por injeção envolve uma série de parâmetros, que englobam tanto a operação da máquina quanto o comportamento do material plástico, e, crucialmente, a interação entre esses elementos. Entre os fatores mais críticos que influenciam a qualidade do produto moldado, destacam-se a pressão e a temperatura ao longo do tempo durante o processo.

Segundo Ogata (2010, p. 36), "*No estudo de sistemas de controle, o leitor deve ser capaz de modelar sistemas dinâmicos em termos matemáticos e analisar suas características dinâmicas. O modelo matemático de um sistema dinâmico é definido como um conjunto de equações que representa a dinâmica do sistema com precisão ou, pelo menos, razoavelmente bem.*" Para conceber um sistema de controle apropriado para os perfis de temperatura e a pressão na cavidade do molde de injeção, é necessário obter um modelo matemático que represente razoavelmente bem o comportamento destas grandezas físicas ao longo do ciclo de moldagem.

Dentre as três principais abordagens de modelagem dos fenômenos de transporte no processo de moldagem por injeção encontradas na literatura por Pabst et al. (2022) (modelagem analítica, simulação Computer Aided Engineering (CAE) e modelagem empírica), a modelagem empírica é a mais indicada para identificar e avaliar perturbações sazonais no processo. Diferentemente das modelagens analíticas e simulações CAE, a modelagem empírica não exige um conhecimento total da geometria da cavidade do molde ou dos parâmetros do material polimérico, uma vez que esses parâmetros podem ser estimados por métodos estatísticos.

O modelo estatístico empírico desenvolvido por Pabst et al. (2022) utiliza a estrutura Seasonal Auto-Regressive Integrated Moving Average with Exogenous Factors (SARIMAX) para modelar os perfis de temperatura e pressão da cavidade do molde como processos mistos autorregressivos e de média móvel. A capacidade do modelo SARIMAX de incorporar fatores exógenos e padrões sazonais detalhados permite uma adaptação robusta às mudanças no processo e às variabilidades externas. Por outro lado, a robustez do modelo de Pabst et al. pode demandar recursos computacionais significativos e um processo de modelagem mais complexo.

Frente à complexidade observada no modelo de Pabst et al. (2022), propõe-se neste trabalho desenvolver um modelo matemático que seja eficaz na captura das principais dinâmicas de temperatura e pressão na cavidade do molde durante o ciclo de injeção, com a simplicidade e eficiência computacional em mente. A necessidade

de obter tal modelo se baseia na premissa de que, para muitas aplicações industriais, uma representação simples e direta do comportamento dinâmico pode ser suficiente para obter previsões precisas e úteis.

Como base para a modelagem matemática, serão utilizados dados reais de temperatura e pressão da cavidade do molde, coletados durante ensaios em uma máquina de moldagem por injeção. Os referidos ensaios foram realizados dentro do escopo do projeto dentro do qual está inserido este estudo, em parceria com a empresa 4C Innovation.

A partir da análise da representação gráfica desses dados, verificou-se que os perfis de temperatura e pressão na cavidade do molde são essencialmente compostos por segmentos de curva, resultantes da resposta temporal de um sistema de primeira ordem a um degrau de entrada. Por conseguinte, o modelo a ser desenvolvido será composto majoritariamente por equações de primeira ordem.

Finalmente, para que o modelo seja mais adequado para aplicações em tempo real, onde a rapidez na obtenção de previsões é crucial para a tomada de decisões e ajustes de processo, será desenvolvido um algoritmo de otimização. Tal algoritmo terá como principal objetivo ajustar os parâmetros e coeficientes do modelo matemático aos dados experimentais de referência automaticamente.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo geral

A proposta de trabalho atual tem por objetivo a modelagem matemática dos perfis de temperatura e pressão no interior de um molde de injeção, com o intuito de representar adequadamente o comportamento dinâmico dessas grandezas. Além disso, é fundamental que esse modelo seja de fácil implementação e configuração em ambientes industriais.

1.2.2. Objetivos específicos:

- Desenvolver e aplicar modelo de simulação do processo de moldagem por injeção, a partir de equações de sistemas de primeira ordem, que

seja eficaz na previsão dos perfis de temperatura e pressão durante o processo de moldagem por injeção.

- Desenvolver algoritmo de otimização que permita o ajuste automático do modelo a dados experimentais de referência;

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No âmbito da engenharia de controle, a modelagem matemática de sistemas dinâmicos é uma ferramenta essencial para o entendimento e aperfeiçoamento dos processos industriais. A presente fundamentação teórica se alinha com os objetivos deste trabalho, que visam desenvolver um modelo matemático que capture com precisão os perfis de temperatura e pressão no interior de um molde de injeção. Tendo como base os sistemas de primeira ordem, esta seção do trabalho é dedicada a estabelecer a base teórica necessária para a representação adequada do comportamento dinâmico dessas variáveis essenciais.

A estruturação deste modelo matemático, que é baseada em equações diferenciais lineares de sistemas de primeira ordem, como delineado por Franklin, G. F. et al. (2006) e exemplificado pela lei de resfriamento de Newton (Zill e Cullen, 2001), fornecerá uma base sólida para simulações precisas do processo de moldagem por injeção. A simplicidade inerente a esses sistemas não apenas facilita sua compreensão e manipulação analítica, mas também possibilita a implementação de algoritmos eficientes de otimização que se ajustem automaticamente aos dados experimentais. Essa abordagem assegura que o modelo seja não só robusto, mas também de fácil configuração e implementação em ambientes industriais, atendendo assim aos objetivos específicos do trabalho.

2.1. SISTEMAS DE PRIMEIRA ORDEM

Conforme Franklin, G. F. et al. (2006), um sistema de primeira ordem é descrito por uma equação diferencial linear com a seguinte estrutura:

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Ku(t) \quad (1)$$

onde τ é a constante de tempo, $y(t)$ é a saída do sistema, $u(t)$ é a entrada do sistema e K é o ganho estático. A função de transferência no domínio de Laplace é dada por:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{(\tau s + 1)} \quad (2)$$

A resposta de um sistema deste tipo a uma entrada de degrau unitário é uma função exponencial que se aproxima do valor final K com uma constante de tempo τ . A resposta ao degrau unitário para um sistema de primeira ordem é descrita na Equação 3. Essa resposta indica que a saída do sistema atinge 63,2% do valor final após um tempo igual a τ .

$$y(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (3)$$

Uma das aplicações dos sistemas de primeira ordem na representação de fenômenos de aquecimento ou resfriamento é a lei de resfriamento de Newton. De acordo com Zill e Cullen (2001), a lei do resfriamento de Newton rege que temperatura $T(t)$ de um objeto varia a uma taxa proporcional à diferença entre a temperatura do objeto T e a temperatura de seu meio ambiente T_a :

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a) \quad (4)$$

em que k é uma constante de proporcionalidade. Tal equação diferencial de primeira ordem é linear e separável, e pode ser reescrita como:

$$\frac{dT}{(T - T_a)} = -k dt \quad (5)$$

Ao integrar ambos os lados da equação e aplicar algumas propriedades tem-se:

$$T(t) = T_a + c_2 e^{-kt} \quad (6)$$

Utilizando a condição inicial $t = 0$:

$$c_2 = T(0) - T_a \quad (7)$$

Por fim obtém-se a expressão:

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (8)$$

em que $\tau = \frac{1}{k}$ e T_0 é equivalente à temperatura do objeto no instante inicial $t = 0$. Essa expressão pode ser reescrita da seguinte forma:

$$T(t) = T_0 - (T_a - T_0)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (9)$$

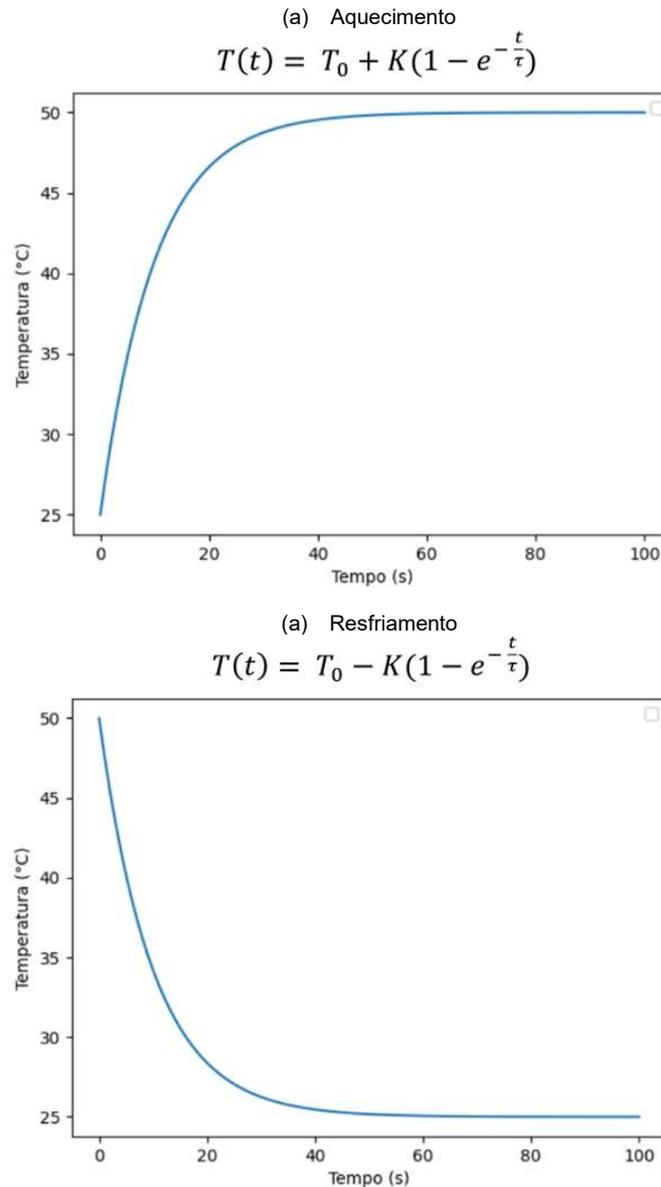
A lei de resfriamento de Newton descreve a variação da temperatura T de um objeto, até que este atinja a mesma temperatura T_a do ambiente, a qual não é alterada no processo. Para a modelagem matemática do perfil de temperatura da cavidade, é necessário considerar que o material plástico e a cavidade do molde trocam calor até atingirem equilíbrio térmico.

Para atingir o equilíbrio térmico, a temperatura da cavidade e a temperatura do material plástico injetado se alteram ao longo do processo de injeção. Para simplificar o modelo matemático, o termo $(T_a - T_0)$ será representado por um ganho K . Dessa forma, o resfriamento (se $K > 0$) e o aquecimento (se $K < 0$) da cavidade do molde podem ser descritos pela expressão:

$$T(t) = T_0 \pm K(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (10)$$

em que $T(t)$ é a temperatura da cavidade no instante t , T_0 é a temperatura inicial da cavidade, K é o ganho estático e τ é a constante de tempo. Essa expressão representa a resposta temporal de um sistema de primeira ordem a um degrau a partir de um valor inicial T_0 .

Figura 3 – Curvas de aquecimento e de resfriamento a partir da Equação 10



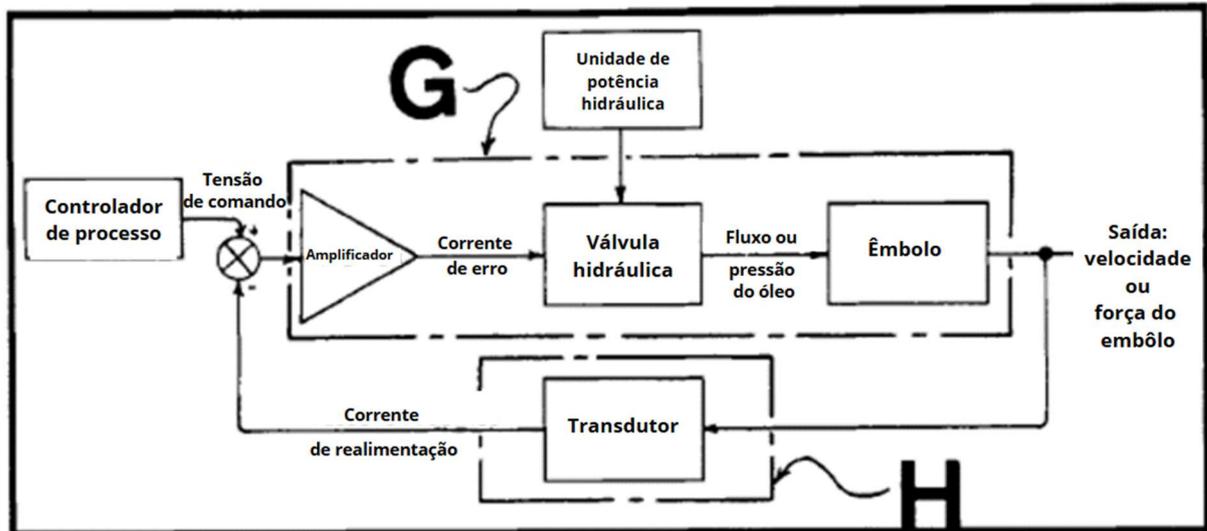
Fonte: Elaborado pelo autor.

2.2. SISTEMAS DE CONTROLE

De acordo com Ogata (2010), o controle automático é um componente importante e intrínseco em sistemas de veículos espaciais, sistemas robóticos, modernos sistemas de manufatura e quaisquer operações que envolvam o controle de temperatura, pressão, umidade, viscosidade, vazão etc. Em um sistema de controle de malha fechada, o sinal de erro atuante, que é equivalente à diferença entre o sinal de referência e o sinal de realimentação, realimenta o controlador, fazendo

com que o sinal de erro diminua e tenda a atingir o valor nulo, ou seja, o sinal de realimentação seja igual ao sinal de referência.

Figura 4 – Diagrama de controle de malha fechada da velocidade de avanço ou força do êmbolo de injeção



Fonte: Adaptado de Rosato et al. (2000, p. 657).

Rosato et al. (2000) aponta que o projeto de um sistema de controle de uma máquina de moldagem por injeção necessita incorporar uma sequência lógica das funções básicas da máquina. Essas funções básicas incluem a velocidade de injeção, compressão e abertura do molde, perfil de temperatura do canhão de injeção, temperatura do material plástico fundido, temperatura do molde, pressão da cavidade, pressão de compressão entre outros parâmetros.

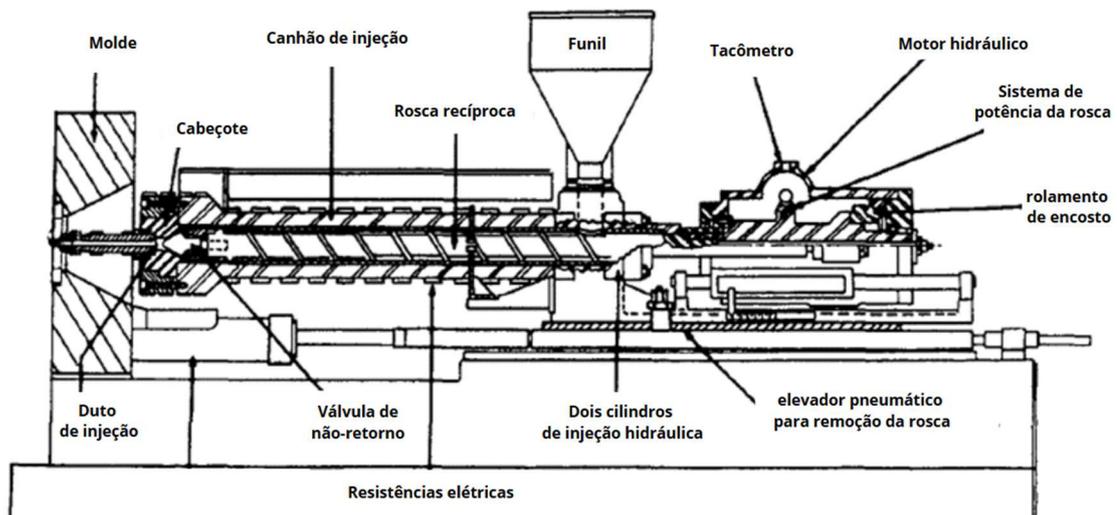
Tendo em vista o exposto, nesta seção será realizada uma revisão da literatura, referente à máquina de moldagem por injeção, às variáveis de máquina e de processo, e a uma abordagem de controle do processo, baseando-se principalmente no trabalho de Rosato et al. (2000). Também será abordado o modelo empírico preditivo desenvolvido por Pabst et al. (2022).

2.3. A MÁQUINA DE MOLDAGEM POR INJEÇÃO

Nesta subseção pretende-se revisar os principais componentes de uma máquina de moldagem por injeção de rosca recíproca e o seu funcionamento,

baseando-se principalmente no trabalho de Rosato et al. (2000). A Figura 5 ilustra a referida máquina:

Figura 5 – Máquina de moldagem por injeção de rosca recíproca



Fonte: Adaptado de Rosato et al. (2000, p. 29)

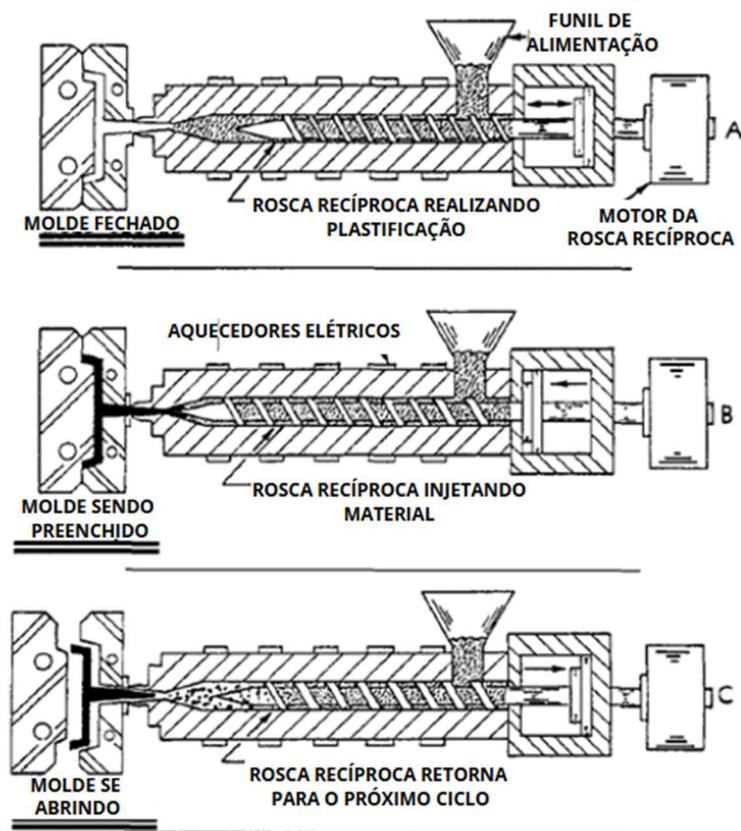
A máquina de moldagem por injeção de rosca recíproca é composta por três componentes principais: a unidade de injeção, o molde e a unidade de compressão. Segundo Grelle (2006), a função da unidade de injeção é fundir o plástico e direcionar o material para dentro da câmara confinada ou cavidade do molde. Por sua vez, a unidade de compressão tem o papel de manter o molde fechado durante o processo de injeção, resistindo às pressões aplicadas e moldando o material conforme uma forma específica, além de abrir o molde após o resfriamento do material para ejetar a peça finalizada.

Na unidade de injeção, conhecida como canhão de injeção, o material plástico é aquecido por meio de resistências ao redor do canhão e pelo atrito com a rosca recíproca. Dentro do canhão, a rosca recíproca se move para trás, criando espaço para o material plástico fundido se acumular. Conforme o material se acumula, ele exerce pressão sobre a rosca, que se retrai controladamente até que o volume acumulado atinja a dosagem necessária para a peça. A taxa com que a rosca recíproca se retrai para trás, conforme o material plástico é acumulado na ponta do canhão de injeção, é definida pela contrapressão. A contrapressão é definida como a pressão hidráulica com que a rosca recíproca se opõe à pressão resultante do material que se acumula na ponta do canhão de injeção. Um transdutor, como um sensor de

posição da rosca, é ativado quando o volume atinge o nível desejado, interrompendo o movimento da rosca.

A seguir, a rosca avança dentro do canhão atuando como um êmbolo, injetando o material fundido na cavidade do molde com velocidade e pressão controladas. Após a injeção, a rosca retrocede dentro do canhão, preparando-se para um novo ciclo de moldagem. Esse processo permite a produção eficiente e precisa de peças plásticas.

Figura 6 – Etapas do processo de moldagem por injeção

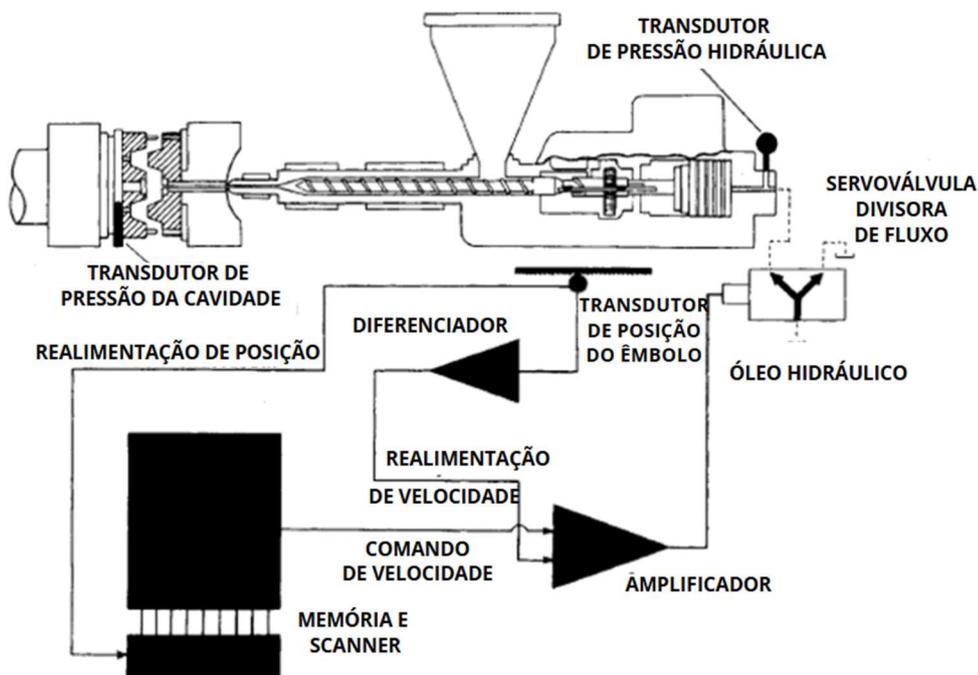


Fonte: Rosato et al. (2000, p. 31)

O movimento de injeção na máquina de moldagem por injeção é resultado da pressão hidráulica exercida no êmbolo do cilindro de injeção. Essa pressão pode ser controlada por meio de uma válvula de fluxo, que regula a quantidade de óleo que chega ao cilindro de injeção. Conforme observado por Rosato et al. (2000), os sensores de pressão utilizados na máquina são predominantemente transdutores piezo-resistivos de pressão, os quais são empregados principalmente para medir a pressão na cavidade do molde e ao longo do trajeto percorrido pelo material plástico derretido.

A variação da velocidade de avanço da rosca recíproca pode ser alcançada por meio do ajuste do fluxo de óleo que chega ao cilindro de injeção. Quanto maior o fluxo de óleo, maior será a velocidade com que o êmbolo é impulsionado para frente, resultando em um aumento correspondente na velocidade da rosca recíproca, que está acoplada ao êmbolo. Esse controle preciso do fluxo de óleo é realizado por um dispositivo conhecido como servo válvula. A Figura 7 ilustra um exemplo de um sistema de controle de velocidade de injeção:

Figura 7 – Exemplo de sistema de controle de velocidade de injeção



Fonte: Adaptado de Rosato et al. (2000, p. 698)

2.4. QUALIDADE DA PEÇA MOLDADA

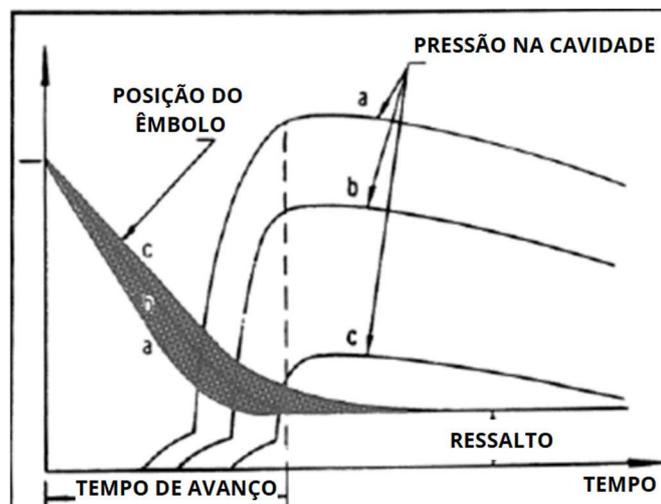
De acordo com Rosato et al. (2000), a qualidade dos produtos moldados é predominantemente influenciada pela temperatura e pela pressão durante o processo de moldagem. É fundamental que o sistema de controle do processo leve em consideração a inter-relação entre os parâmetros do produto, os parâmetros do processo e os da máquina. Isso inclui, por exemplo, as propriedades mecânicas do produto em relação à temperatura do material plástico fundido, à velocidade de injeção, à temperatura do molde, à pressão da cavidade do molde e à pressão de compressão.

Uma medida comumente utilizada por Rosato et al. (2000) para avaliar o desempenho da peça moldada é a pressão da cavidade do molde, pois esse parâmetro é sensível a variações no processo. As variáveis que impactam essa pressão podem ser divididas em quatro grupos distintos, dependendo de como influenciam o processo.

O primeiro grupo inclui a viscosidade do material fundido, a taxa de preenchimento e a pressão de injeção. Em máquinas de moldagem por injeção sem controle de processo, uma pressão hidráulica de injeção fixa é aplicada ao êmbolo de injeção. Essa pressão resultante é contrabalanceada pela velocidade de avanço da rosca recíproca no material plástico fundido. Conseqüentemente, a taxa de preenchimento é inversamente proporcional à viscosidade do material e diretamente proporcional à pressão hidráulica de injeção.

Se a taxa de preenchimento for muito alta, pode ocorrer o "overpacking" da peça plástica, enquanto uma taxa de preenchimento muito baixa pode resultar em "underpacking", levando a problemas como acabamento superficial inadequado, vácuo na peça e dimensões imprecisas. As variáveis desse primeiro grupo estão interligadas e podem ter impactos significativos nas características da peça moldada. A influência desses parâmetros na qualidade da peça moldada pode ser comprovada pela variação nas curvas de pressão na cavidade do molde ilustrada na Figura 8:

Figura 8 – Diferentes pressões de cavidade para diferentes viscosidades do material e taxas de preenchimento



Fonte: Rosato et al. (2000, p. 653)

O segundo grupo de variáveis compreende o tempo de aceleração do êmbolo de injeção. Geralmente, em máquinas sem controle de processo, um temporizador define a duração das etapas de preenchimento e compressão por ciclo. Mesmo com uma taxa de preenchimento repetível, podem ocorrer variações nas pressões de pico da cavidade devido a variações no tempo de aceleração do êmbolo. Essas variações na pressão da cavidade, ao sair do modo de aceleração do êmbolo, têm efeitos semelhantes às variáveis do primeiro grupo nas peças plásticas.

O terceiro grupo de variáveis inclui as pressões de compressão. Em máquinas sem controle de processo, geralmente é aplicado o mesmo parâmetro de pressão do êmbolo para as etapas de preenchimento e compressão do molde. Variações na pressão de compressão da injetora podem resultar em mudanças no perfil de pressão da cavidade do molde, levando a problemas de dimensões e acabamento da peça.

O quarto grupo aborda as variáveis de recuperação ou plastificação. Os efeitos da fase de recuperação não são imediatamente identificáveis na curva de pressão da cavidade do molde até o próximo ciclo de preenchimento do molde. A recuperação é fortemente influenciada pela viscosidade do material plástico fundido e está relacionada à quantidade de energia transferida para o material derretido. As principais variáveis incluem torque vezes velocidade da rosca recíproca, contrapressão vezes taxa de retração do êmbolo de injeção e temperatura do canhão de injeção.

2.5. MODELAGEM DA PRESSÃO E TEMPERATURA DO MOLDE

A abordagem desenvolvida por Pabst et al. (2022) se baseia em modelos SARIMAX, os quais foram criados para prever a temperatura e a pressão dentro da cavidade do molde. Os modelos SARIMAX são métodos estatísticos utilizados para identificar padrões em séries temporais. Esses métodos ajustam os coeficientes para compreender o comportamento das séries temporais e prever seus valores futuros.

Os modelos SARIMAX representam uma generalização dos processos mistos autorregressivos e de média móvel (ARMA). Segundo Pabst et al. (2022), os modelos ARMA não são capazes de identificar comportamentos não estacionários nas séries temporais. Em contrapartida, os modelos SARIMAX são capazes de lidar com essa questão, diferenciando os sinais.

Devido à possibilidade de os processos de moldagem por injeção apresentarem comportamentos sazonais e características não estacionárias nas variáveis de processo, Pabst et al. (2022) consideraram a utilização dos modelos SARIMAX como adequada para a modelagem do sistema.

O modelo desenvolvido foi testado em processos reais de moldagem por injeção, com validações direcionadas a duas situações: (1) alterando o tempo de preenchimento do molde e (2) sob perturbações determinísticas que são suscetíveis de ocorrer ao longo de qualquer lote de peças produzidas em um processo de moldagem por injeção.

Utilizando a linguagem de programação Python e as variáveis de processo - pressão e temperatura da cavidade do molde - Pabst et al. (2022) desenvolveram um modelo empírico com base no método SARIMAX. Assim, o sistema é capaz de prever o comportamento das variáveis de processo com base em amostras de temperatura e pressão obtidas em tempo real por transdutores localizados dentro da cavidade do molde, como termopares e sensores piezoelétricos.

Na validação experimental, o modelo estatístico foi treinado com dados de cinco ciclos de injeção, demonstrando que, mesmo com um número limitado de amostras para o treinamento, o modelo apresenta uma alta precisão de previsão. Na Figura 9 e na Figura 10 são demonstrados os resultados da validação experimental do modelo.

Para o modelo de obtenção da previsão da pressão da cavidade do molde, os parâmetros mais adequados são aqueles que resultam nos valores mínimos dos erros medidos. Para Pabst et al. (2022), essa condição ocorreu para o SARIMAX $(0, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{96}$. Assim, este modelo adotou a Equação 11:

$$(1 - \Phi_1 z^{-96} - \Phi_2 z^{-192}) \nabla_{96} p_t = \theta_0 + \theta_1 T_t + (1 - \theta z^{-1})(1 - \theta z^{-96}) \varepsilon_t \quad (11)$$

em que os parâmetros do modelo são: $\Phi_1 = 0,2869$, $\Phi_2 = 0,3103$, $\theta_0 = -0,0119$, $\theta_1 = 0,0852$, $\theta = 0,3185$, e $\theta = -1,0002$.

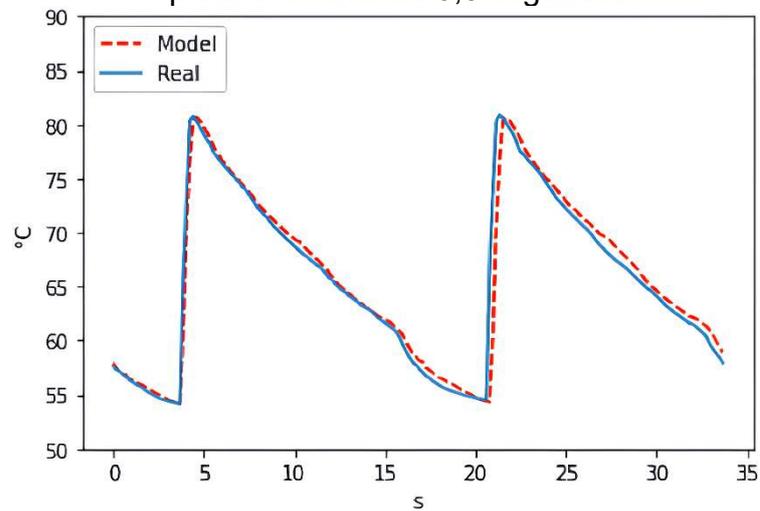
Para o modelo de obtenção da previsão da temperatura na cavidade do molde, o mínimo erro ocorreu para o SARIMAX $(2, 0, 1) \times (2, 1, 1)_{96}$. Dessa forma, este modelo adotou a Equação 12:

$$(1 - \phi_1 z^{-1} - \phi_2 z^{-2})(1 - \Phi_1 z^{-96} - \Phi_2 z^{-192}) \nabla_{96} T_t = \theta_0 + \theta_1 p_t + (1 - \theta z^{-1})(1 - \theta z^{-96}) \varepsilon_t \quad (12)$$

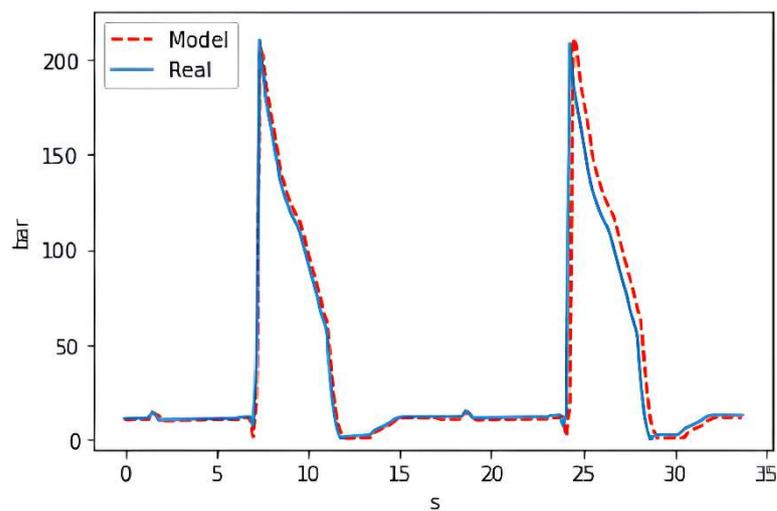
em que os parâmetros do modelo são: $\phi_1 = 0,8106$, $\phi_2 = -0,0023$, $\Phi_1 = -0,2189$, $\Phi_2 = 0,6046$, $\theta_0 = 2,596 \times 10^{-5}$, $\theta_1 = 0,0064$, $\theta = -0,2748$, e $\theta = 0,4288$.

Para resolver ambos os modelos de temperatura e de pressão da cavidade, foi utilizado o método de otimização Nelder-Mead.

Figura 9 – Previsão dos perfis de temperatura (A) e pressão (B) utilizando tempo de preenchimento de 0,5 segundos



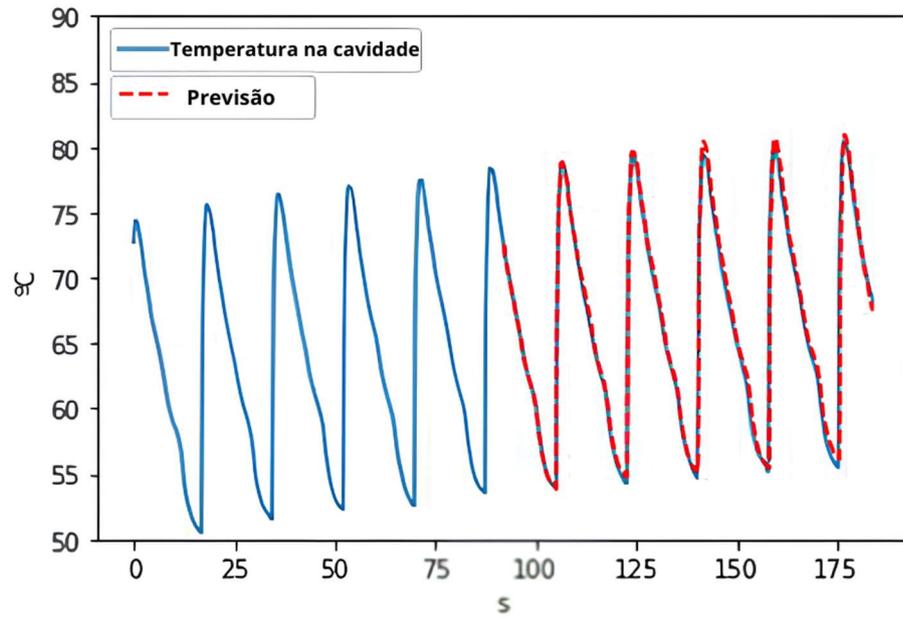
(A)



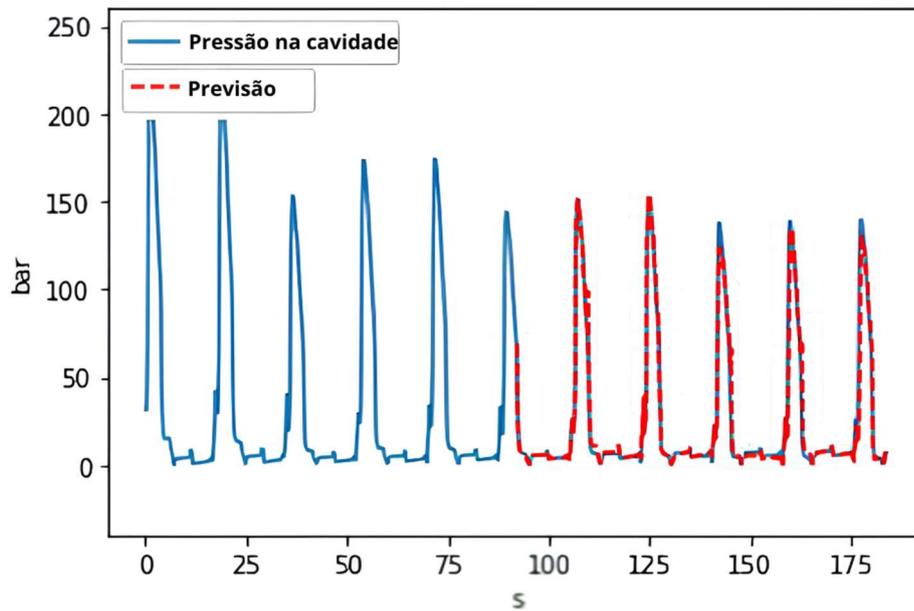
(B)

Fonte: Adaptado de Pabst et al. (2022, p. 13)

Figura 10 – Previsão dos perfis de temperatura (A) e pressão (B) sob perturbações determinísticas



(A)



(B)

Fonte: Adaptado de Pabst et al. (2022, p. 14)

3. METODOLOGIA

A metodologia empregada para desenvolver o modelo matemático para o processo de moldagem por injeção de peças plásticas segue uma abordagem sistemática, fundamentada na análise detalhada dos fenômenos envolvidos. Inicialmente, será realizado um estudo sobre as variáveis do processo, como temperatura, pressão e tempo, que influenciam diretamente na qualidade das peças produzidas. A modelagem matemática tem como objetivo capturar a dinâmica desses parâmetros, permitindo prever e otimizar o desempenho do processo de moldagem por injeção.

Para a construção do modelo, serão utilizados dados experimentais coletados durante ensaios realizados em máquinas de moldagem por injeção. Esses dados serão analisados para identificar padrões e comportamentos característicos dos perfis de temperatura e pressão na cavidade do molde. A partir dessa análise, serão formuladas equações matemáticas que representem de forma precisa a evolução dessas variáveis ao longo do ciclo de injeção, utilizando-se principalmente de modelos de primeira ordem para simplificação e eficiência computacional.

Além da modelagem matemática, será desenvolvido um algoritmo de otimização para ajustar automaticamente os parâmetros do modelo aos dados experimentais. Esse algoritmo permitirá que o modelo se adapte a diferentes condições de operação, garantindo previsões precisas e a possibilidade de ajustes em tempo real no processo de moldagem. A eficácia do modelo será avaliada por meio de comparações com os dados experimentais e ajustes necessários serão realizados para aprimorar sua precisão e aplicabilidade prática na indústria de moldagem por injeção.

3.1. ANÁLISE DOS EXPERIMENTOS REALIZADOS

Os modelos matemáticos foram construídos com base nos perfis de temperatura e pressão resultantes de ensaios realizados em uma máquina de moldagem por injeção no instituto SENAI de Joinville. O ensaio foi composto por 32 lotes distintos de peças moldadas por injeção, cada lote com um número específico de peças.

Dentre as variáveis de entrada para os experimentos, pode-se citar: pressão de injeção, contrapressão, tempo de resfriamento, temperatura de injeção, dosagem do material, pressão de recalque e velocidade de injeção. Esses parâmetros foram variados a partir de um valor de referência ao longo da produção dos diferentes lotes, permitindo a observação da relação entre os valores dos parâmetros da máquina e o comportamento dos perfis de temperatura e pressão na cavidade do molde.

Figura 11 – Variáveis de entrada dos experimentos

		Variáveis de Entrada				
		Pressão de Injeção	Tempo de resfriamento	Temperatura de Injeção	Dosagem	Pressão de Recalque
CC	1	500	10	250	78	5
CC	2	500	15	250	78	5
CC	3	600	15	230	78	5
CC	4	600	15	250	78	20
CC	5	600	15	250	65	5
CC	6	600	10	230	78	5
CC	7	500	10	250	65	20
CC	8	500	15	250	65	20
CC	9	600	10	250	65	5
CC	10	600	15	230	65	20
CC	11	500	15	230	65	5
CC	12	600	10	230	65	20
CC	13	500	10	230	65	5
CC	14	600	10	250	78	20
CC	15	500	10	230	78	20
CC	16	500	15	230	78	20
CA	1	500	10	250	78	5
CA	2	500	15	250	78	5
CA	3	600	15	230	78	5
CA	4	600	15	250	78	20
CA	5	600	15	250	65	5
CA	6	600	10	230	78	5
CA	7	500	10	250	65	20
CA	8	500	15	250	65	20
CA	9	600	10	250	65	5
CA	10	600	15	230	65	20
CA	11	500	15	230	65	5
CA	12	600	10	230	65	20
CA	13	500	10	230	65	5
CA	14	600	10	250	78	20
CA	15	500	10	230	78	20
CA	16	500	15	230	78	20

Fonte: Projeto ao qual este estudo está inserido

Figura 12 – Valores de referência para os experimentos

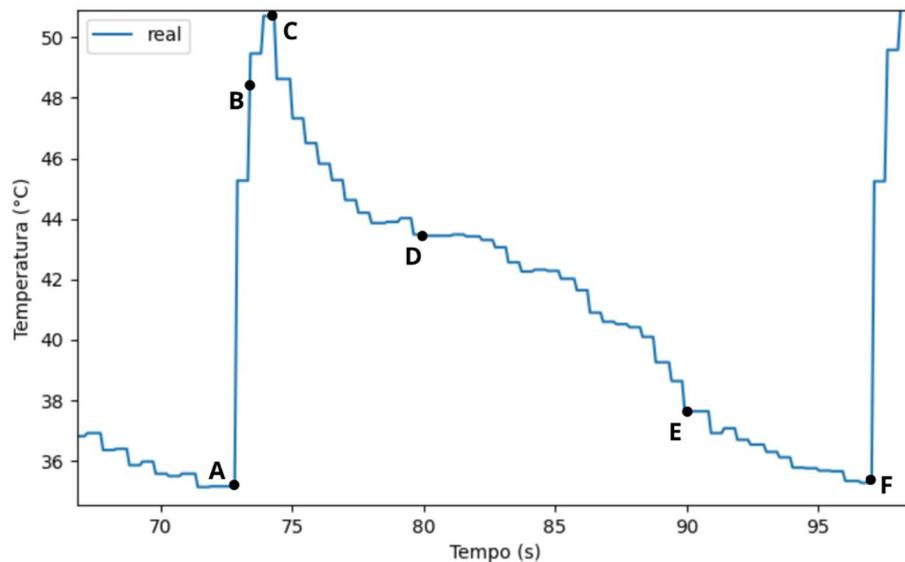
Parâmetro	Unidade	Referência				-1				1			
Pressão de injeção	[bar]	550				500				600			
Contra pressão	[bar]	12				8				16			
Tempo de resfriamento	[s]	13				10				15			
Temperatura de injeção	[°C]	220	225	230	240	210	215	220	230	230	235	240	250
Dosagem	[cm3]	72				65				78			
Pressão de recalque	[bar]	10				5				20			
Velocidade de injeção	[cm3/s]	40				30				50			

Fonte: Projeto ao qual este estudo está inserido

3.2. MODELO MATEMÁTICO DO PERFIL DE TEMPERATURA

Ao analisar os perfis de temperatura obtidos experimentalmente, várias das características descritas na literatura foram observadas – ver Figura 13 a seguir. Durante a etapa de preenchimento (A – B), foi identificado um aumento súbito da temperatura, persistindo até o final da etapa de compressão (B – C). Na etapa de recalque (C - D), a temperatura da cavidade sofre uma queda exponencial, se aproximando do estado estacionário pouco antes do início da etapa de resfriamento. Durante a etapa de resfriamento (D – E), a queda de temperatura iniciada na etapa de recalque é intensificada. No processo de ejeção (E – F), o declínio da temperatura adota uma queda exponencial que tende ao estado estacionário conforme se aproxima do início do próximo ciclo de injeção.

Figura 13 – Perfil de temperatura na cavidade a partir dos dados experimentais



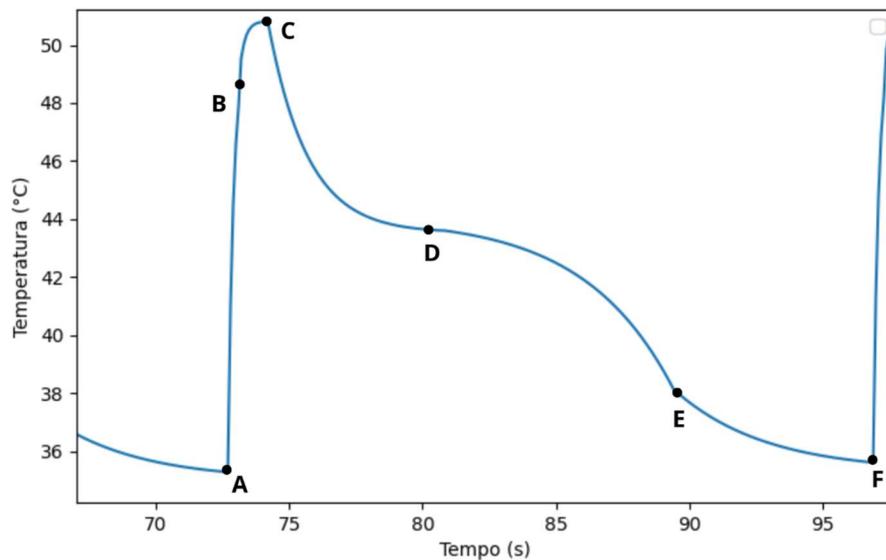
Fonte: Elaborado pelo autor

Considerando que os fenômenos de aquecimento e resfriamento podem ser modelados como a resposta temporal de um sistema de primeira ordem a um degrau a partir de uma temperatura inicial T_0 , a modelagem dos perfis de temperatura de um ciclo de injeção envolve quatro principais curvas, que representam crescimentos e decaimentos exponenciais. A primeira curva equivale ao aumento de temperatura da cavidade durante as etapas de preenchimento e compressão (A - B - C).

Sabe-se que a etapa de preenchimento é iniciada antes do ponto A, porém é apenas neste ponto que o material plástico atinge os transdutores de temperatura, permitindo

que a variação de temperatura seja mensurada. Por esse motivo, para o modelo matemático de temperatura será considerado que a etapa de preenchimento é iniciada no ponto A. A segunda curva descreve a redução de temperatura resultante da etapa de recalque (C – D). A terceira curva representa a variação de temperatura durante a etapa de resfriamento (D - E). Por fim, a quarta curva descreve a diminuição da temperatura devido à etapa de ejeção (E – F) da peça moldada.

Figura 14 – Perfil de temperatura da cavidade gerados a partir do modelo matemático



Fonte: Elaborado pelo autor

O tempo máximo de duração de cada etapa do ciclo de injeção é representado por d_{etapa} . O tempo máximo de duração de cada curva que compõe o modelo do perfil de temperatura é representado por d_{ti} , $i = 1, 2, 3, 4$. A relação entre o tempo máximo de duração das etapas do ciclo de injeção e das curvas que compõem o modelo matemático de temperatura é tal que:

$$\begin{aligned}
 d_{t1} &= d_{preenchimento} + d_{compressão} \\
 d_{t2} &= d_{recalque} \\
 d_{t3} &= d_{resfriamento} \\
 d_{t4} &= d_{ejeção}
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

A duração de um ciclo de injeção d_{ciclo} é equivalente à soma das durações máximas de cada curva i que compõe um ciclo de injeção:

$$d_{ciclo} = \sum_{k=1}^4 d_{tk} \quad (14)$$

O instante de início t_{ji} da curva i do ciclo de injeção j é equivalente à soma da duração dos $j - 1$ ciclos anteriores e da duração das curvas anteriores do ciclo j :

$$t_{ji} = j \cdot d_{ciclo} + \sum_{k=1}^{i-1} d_{tk} \quad (15)$$

O vetor tempo de cada curva i do ciclo j é tal que:

$$\begin{aligned} t_{ji} &\leq t \leq (d_{ti} + t_{ji}) \\ 0 &\leq (t - t_{ji}) \leq d_{ti} \end{aligned} \quad (16)$$

As curvas $i = 1, 2, 4$ do modelo podem ser descritas pela seguinte formulação matemática:

$$T_{ji}(t) = T_0 - K_{ti} \left(1 - e^{-\frac{(t-t_{ji})}{\tau_{ti}}} \right), \quad i = 1, 2, 4 \quad (17)$$

em que T_0 é a temperatura inicial de cada curva. O termo $t - t_{ji}$ representa o tempo decorrido desde o início da respectiva curva. $T_i(d_{ti} + t_{ji})$ corresponde ao ponto final da curva atual. A variável K_t é o ganho estático de temperatura, e representa a diferença entre o valor inicial T_0 e o valor final $T_i(d_i)$ para o qual a curva converge em estado estacionário:

$$T_{ji}(t) = T_0 - K_{ti}, \quad t \rightarrow \infty, \quad i = 1, 2, 4 \quad (18)$$

A variável τ_t é denominada constante de tempo do modelo de temperatura, e corresponde ao intervalo de tempo necessário para que a temperatura atinja 63,2% de seu valor final. No momento que $t = \tau_{ti} + t_{ji}$ a temperatura equivale a:

$$T_{ji}(\tau_{ti} + t_{ji}) = T_0 - 0,632 K_{ti}, \quad i = 1, 2, 4 \quad (19)$$

O valor inicial de temperatura T_0 da expressão matemática de cada curva i é equivalente ao valor de temperatura da curva anterior T_{i-1} no instante $d_{ti-1} + t_{ji-1}$:

$$T_{ji}(t) = T_{ji-1}(d_{ti-1} + t_{ji-1}) - K_{ti} \left(1 - e^{-\frac{(t-t_{ji})}{\tau_{ti}}} \right) \quad (20)$$

Para um mesmo ciclo j , a temperatura instantânea da cavidade é equivalente às respectivas equações da curva i para o intervalo de tempo $\{t_{ji} \dots (d_{ti} + t_{ji})\}$:

$$T_{ji}(t) = \begin{cases} T_{j1}(t), & t_{j1} \leq t \leq (d_{t1} + t_{j1}) \\ T_{j2}(t), & t_{j2} \leq t \leq (d_{t2} + t_{j2}) \\ T_{j3}(t), & t_{j3} \leq t \leq (d_{t3} + t_{j3}) \\ T_{j4}(t), & t_{j4} \leq t \leq (d_{t4} + t_{j4}) \end{cases}$$

A curva que representa a variação de temperatura durante a etapa de resfriamento ($i = 3$) adota um comportamento exponencial invertido no tempo e pode ser descrita pela formulação matemática a seguir:

$$T_{j3}(t) = T_{j2}(d_{t2} + t_{j2}) + K_{t3} \left(1 - e^{-\frac{d_{t3} - (t-t_{j3})}{\tau_{t3}}} \right) - K_{t3} \left(1 - e^{-\frac{d_{t3}}{\tau_{t3}}} \right) \quad (21)$$

em que o termo $-K_{t3} \left(1 - e^{-\frac{d_{t3}}{\tau_{t3}}} \right)$ representa o valor da queda de temperatura resultante da etapa de resfriamento quando $t - t_{j3} = d_{t3}$:

$$T_{j3}(t) = T_{j2}(d_{t2} + t_{j2}) - K_{t3} \left(1 - e^{-\left(\frac{d_{t3}}{\tau_{t3}}\right)} \right), \quad t - t_{j3} = d_{t3} \quad (22)$$

No instante inicial da referida curva $t - t_{j2} = 0$, a queda de temperatura é nula, portanto, tem-se que:

$$T_{j3}(t) = T_{j2}(d_{t2} + t_{j2}), \quad t - t_{j3} = 0 \quad (23)$$

A Equação 21 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$T_{j3}(t) = T_{j2}(d_{t2} + t_{j2}) - K_{t3} \left(e^{-\frac{d_{t3}}{\tau_{t3}}} - e^{-\frac{(d_{t3}+t_{j3})-t}{\tau_{t3}}} \right) \quad (24)$$

Quadro 1 – Equações das curvas do modelo do perfil de temperatura de um ciclo de injeção

Etapa(s)	Equação
Preenchimento + Compressão	Para $j = 1$: $T_{11}(t) = T_{inicial} + K_{t1} \left(1 - e^{-\frac{(t-t_{11})}{\tau_{t1}}} \right)$
	Para $j > 1$: $T_{j1}(t) = T_{(j-1)4}(d_{t4} + t_{j4}) + K_{t1} \left(1 - e^{-\frac{(t-t_{j1})}{\tau_{t1}}} \right)$
Recalque	$T_{j2}(t) = T_{j1}(d_{t1} + t_{j1}) - K_{t2} \left(1 - e^{-\frac{(t-t_{j2})}{\tau_{t2}}} \right),$
Resfriamento	$T_{j3}(t) = T_{j2}(d_{t2} + t_{j2}) - K_{t3} \left(e^{-\frac{d_{t3}}{\tau_{t3}}} - e^{-\frac{(d_{t3}+t_{j3})-t}{\tau_{t3}}} \right)$
Ejeção	$T_{j4}(t) = T_{j3}(d_{t3} + t_{j3}) - K_{t4} \left(1 - e^{-\frac{(t-t_{j4})}{\tau_{t4}}} \right),$

Fonte: Elaborado pelo autor

As equações que regem o modelo matemático de temperatura na cavidade do molde estão compiladas no Quadro 1. O sinal do ganho, seja positivo ou negativo, já foi considerado nas equações do Quadro 1. Dessa forma, o modelo deve ser calibrado apenas com valores de ganho positivos. A variável $T_{inicial}$ é a temperatura da cavidade do molde no instante $t = 0$ em que a produção do lote é iniciada.

Para que o modelo matemático se adapte aos dados de um determinado experimento, é necessária a calibração dos parâmetros de cada curva: o ganho K_t e a constante de tempo τ_t . Com a calibração destes parâmetros pode-se alterar o formato das curvas e obter uma boa aproximação dos dados reais.

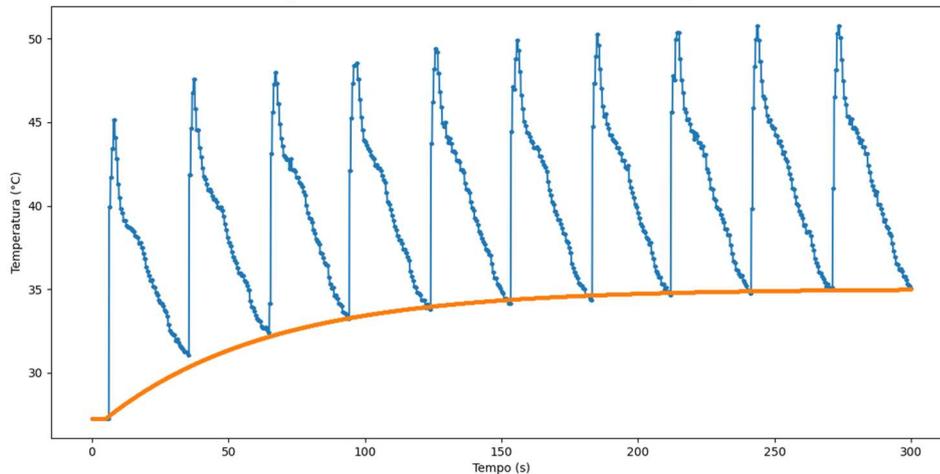
Durante a produção de um lote de peças, observou-se um aumento gradual da temperatura na cavidade do molde ao longo dos ciclos de injeção, o qual mostrou ser

independente das mudanças de temperatura cíclicas do processo e que atinge estado estacionário após um determinado número de ciclos concluídos. Essa componente de aquecimento será denominada como aquecimento residual. Notou-se que, por se tratar de um fenômeno de aquecimento, pode ser representado matematicamente como a resposta temporal de um sistema de primeira ordem a um degrau:

$$T_r(t) = T_{inicial} + K_r(1 - e^{-\frac{t}{\tau_r}}), \quad 0 \leq t \leq d_{lote} \quad (25)$$

em que $T_{inicial}$ é a temperatura da cavidade do molde no instante $t = 0$ em que a produção do lote é iniciada. K_r é o ganho estático e τ_r é a constante de tempo do aquecimento residual. d_{lote} é o tempo máximo de duração do lote.

Figura 15 – Curva de aquecimento residual até atingir estabilidade térmica



Fonte: Elaborado pelo autor

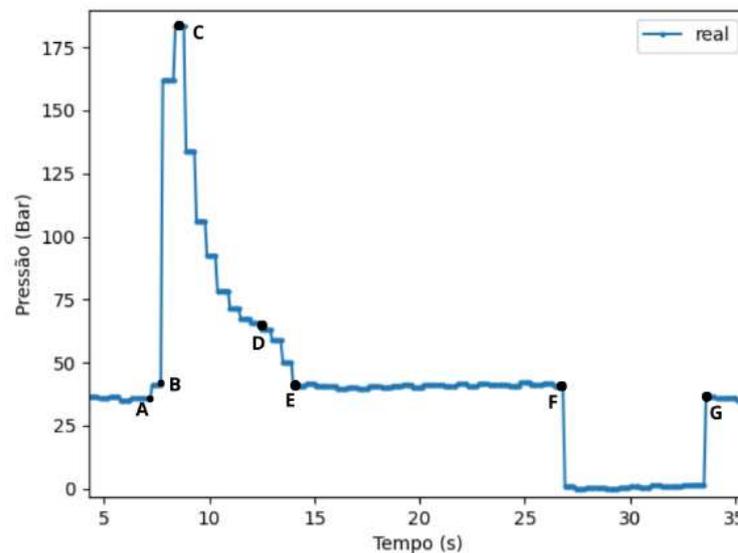
O modelo matemático que representa de maneira satisfatória os perfis de temperatura dentro da cavidade do molde, deve ser composto pela componente de variação de temperatura $T_{ji}(t)$ devido a cada etapa de um ciclo de injeção e pela componente de aquecimento residual $T_r(t)$ de um lote:

$$T_{cavidade}(t) = T_{ji}(t) + T_r(t), \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (26)$$

3.3. MODELO MATEMÁTICO DO PERFIL DE PRESSÃO

Assim como os perfis de temperatura, os perfis de pressão na cavidade foram divididos em curvas parciais – ver Figura 16. A primeira curva representa um pequeno aumento de pressão durante a etapas de preenchimento (A – B). De forma análoga ao perfil de temperatura, para o perfil de pressão na cavidade a etapa de preenchimento inicia-se antes do ponto A. Todavia, é apenas no ponto A que o material plástico encontra os transdutores e a variação de pressão passa a ser mensurada. Portanto, para o modelo matemático de pressão na cavidade, a etapa de preenchimento é iniciada no ponto A. A segunda curva do perfil de pressão descreve um pico de pressão resultante da etapa de compressão (B – C). A terceira curva descreve uma queda exponencial acentuada na pressão durante a etapa de recalque (C - D).

Figura 16 – Perfis de pressão na cavidade obtidos a partir de dados experimentais

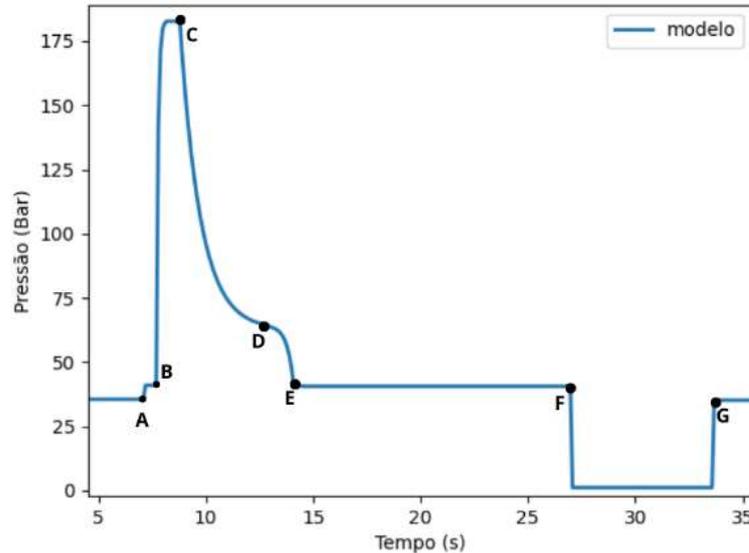


Fonte: Elaborado pelo autor

A etapa de resfriamento é dividida em duas curvas distintas: um decaimento menos acentuado da pressão (D – E) e um decaimento exponencial muito pequeno e breve que resulta em um longo período de pressão constante na cavidade (E – F). A etapa de ejeção é composta por uma queda de pressão quando é aberto o molde no ponto F e um aumento de pressão no instante em que o molde é fechado no ponto G.

A pressão se mantém constante com o molde fechado até o início da etapa de preenchimento do próximo ciclo de injeção.

Figura 17 – Perfis de pressão na cavidade obtidos a partir do modelo matemático



Fonte: Elaborado pelo autor

O modelo matemático desenvolvido para o perfil de pressão da cavidade do molde de injeção é análogo ao modelo de temperatura, com mudanças nas equações de determinadas curvas e no número de curvas que o compõem. Assim como o modelo de temperatura, o modelo de pressão também é composto por curvas de decaimento e crescimento exponencial.

O tempo máximo de duração de cada curva que compõe o modelo de pressão é representado por d_{pi} , $i = 1, \dots, 6$. A relação entre o tempo máximo de duração das etapas do ciclo de injeção e das curvas que compõem o modelo matemático de pressão é tal que:

$$\begin{aligned}
 d_{p1} &= d_{preenchimento} \\
 d_{p2} &= d_{compressão} \\
 d_{p3} &= d_{recalque} \\
 d_{p4} + d_{p5} &= d_{resfriamento} \\
 d_{p6} &= d_{ejeção}
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

A duração de um ciclo de injeção d_{ciclo} é equivalente à soma das durações máximas de cada curva i que compõe um ciclo de injeção:

$$d_{ciclo} = \sum_{k=1}^6 d_{pk} \quad (28)$$

O instante de início t_{ji} da curva i do ciclo de injeção j é equivalente à soma da duração dos $j - 1$ ciclos anteriores e da duração das curvas anteriores do ciclo j :

$$t_{ji} = j \cdot d_{ciclo} + \sum_{k=1}^{i-1} d_{pk} \quad (29)$$

O vetor tempo de cada curva i do ciclo j é tal que:

$$\begin{aligned} t_{ji} \leq t \leq (d_{pi} + t_{ji}) \\ 0 \leq (t - t_{ji}) \leq d_{pi} \end{aligned} \quad (30)$$

As curvas $i = 1, 2, 3, 5$ do modelo de pressão podem ser descritas pela seguinte formulação matemática:

$$P_{ji}(t) = P_0 - K_{pi} \left(1 - e^{-\left(\frac{t-t_{ji}}{\tau_{pi}}\right)} \right), \quad i = 1, 2, 3, 5 \quad (31)$$

em que P_0 é a pressão inicial de cada curva. O termo $t - t_{ji}$ representa o tempo decorrido desde o início da respectiva curva. $P_i(d_{pi} + t_{ji})$ corresponde ao ponto final da curva atual. A variável K_p é o ganho estático, e representa a diferença entre o valor inicial P_0 e o valor final $P_i(d_{pi})$ para o qual a curva converge em estado estacionário:

$$P_{ji}(t) = P_0 - K_{pi}, \quad t \rightarrow \infty, \quad i = 1, 2, 3, 5 \quad (32)$$

Para as curvas $i = 1, 2, 3$ e 5 , a variável τ_p é denominada constante de tempo, e corresponde ao intervalo de tempo necessário para que a pressão atinja 63,2% de seu valor final. No momento que $t = \tau_{pi} + t_{ji}$ a pressão equivale a:

$$P_{ji}(\tau_{pi} + t_{ji}) = P_0 - 0,632 K_{pi}, \quad i = 1, 2, 3, 5 \quad (33)$$

O valor inicial de pressão P_0 da expressão matemática de cada curva i é equivalente ao valor de pressão da curva anterior P_{i-1} no instante $d_{pi-1} + t_{ji-1}$:

$$P_{ji}(t) = P_{ji-1}(d_{pi-1} + t_{ji-1}) - K_{pi} \left(1 - e^{-\left(\frac{t-t_{ji}}{\tau_{pi}}\right)} \right) \quad (34)$$

Para um mesmo ciclo j , a pressão instantânea da cavidade é equivalente às respectivas equações da curva i para o intervalo de tempo $\{t_{ji} \cdots (d_{pi} + t_{ji})\}$:

$$P(t) = \begin{cases} P_{j1}(t), & t_{j1} \leq t \leq (d_{p1} + t_{j1}) \\ P_{j2}(t), & t_{j2} \leq t \leq (d_{p2} + t_{j2}) \\ P_{j3}(t), & t_{j3} \leq t \leq (d_{p3} + t_{j3}) \\ P_{j4}(t), & t_{j4} \leq t \leq (d_{p4} + t_{j4}) \\ P_{j5}(t), & t_{j5} \leq t \leq (d_{p5} + t_{j5}) \\ P_{j6}(t), & t_{j6} \leq t \leq (d_{p6} + t_{j6}) \end{cases}$$

A curva 4, uma das curvas que representa a variação de pressão durante a etapa de resfriamento, adota um comportamento exponencial invertido no tempo e pode ser descrita pela formulação matemática a seguir:

$$P_{j4}(t) = P_{j3}(d_{p3} + t_{j3}) + K_{p4} \left(1 - e^{-\left(\frac{d_{p4} - (t - t_{j4})}{\tau_{p4}}\right)} \right) - K_{p4} \left(1 - e^{-\left(\frac{d_{p4}}{\tau_{p4}}\right)} \right) \quad (35)$$

em que o termo $-K_{p4} \left(1 - e^{-\left(\frac{d_{p4}}{\tau_{p4}}\right)} \right)$ representa o valor da queda de temperatura resultante da etapa de resfriamento quando $t - t_{j4} = d_{p4}$:

$$P_{j4}(t) = P_{j3}(d_{p3} + t_{j3}) - K_{p4} \left(1 - e^{-\left(\frac{d_{p4}}{\tau_{p4}}\right)} \right), \quad t - t_{j4} = d_{p4} \quad (36)$$

No instante inicial da referida curva $t - t_{j4} = 0$, a queda de temperatura é nula, portanto, tem-se que:

$$P_{j4}(t) = P_{j3}(d_{p3} + t_{j3}), \quad t - t_{j4} = 0 \quad (37)$$

A Equação 35 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$P_{j4}(t) = P_{j3}(d_{p3} + t_{j3}) - K_{p4} \left(e^{-\left(\frac{d_{p4}}{\tau_{p4}}\right)} - e^{-\left(\frac{(d_{p4} + t_{j4}) - t}{\tau_{p4}}\right)} \right) \quad (38)$$

No início da etapa de ejeção, que coincide com a abertura do molde, ocorre uma queda de pressão até a pressão atmosférica P_{atm} . Após a peça moldada ser ejetada, o molde é então fechado novamente no instante $t = \tau_{p6} + t_{j6}$ e a pressão sobe para o valor de $P_{atm} + K_{p6}$. Essa curva é representada pela seguinte fórmula matemática:

$$P_{j6}(t) = P_{atm} + \frac{(|(t - t_{j6}) - \tau_{p6}| + (t - t_{j6}) - \tau_{p6})}{2((t - t_{j6}) - \tau_{p6})} K_{p6} \quad (39)$$

em que τ_{p6} representa o tempo em segundos após o início da etapa de ejeção em que o molde é fechado novamente.

As equações que regem o modelo matemático de pressão na cavidade do molde estão compiladas no Quadro 2 a seguir. O valor de $P_{inicial}$ é definido levando em consideração que o processo de injeção se inicia com o molde já fechado no instante $t = 0$. O valor de P_{atm} deve ser alterado pelo usuário conforme a necessidade, levando em conta a pressão atmosférica local. O sinal do ganho, seja positivo ou

negativo, já foi considerado nas equações do Quadro 2. Dessa forma, o modelo deve ser calibrado apenas com valores de ganho positivos.

Quadro 2 – Equações das curvas do modelo do perfil de pressão de um ciclo de injeção

Etapa(s)	Equação
Preenchimento	Para $j = 1$: $P_{11}(t) = P_{inicial} + K_{p1} \left(1 - e^{-\left(\frac{(t-t_{11})}{\tau_{p1}}\right)} \right)$
	Para $j > 1$: $P_{j1}(t) = P_{(j-1)4} (d_{p4} + t_{j4}) + K_{p1} \left(1 - e^{-\left(\frac{(t-t_{j1})}{\tau_{p1}}\right)} \right)$
Compressão	$P_{j2}(t) = P_{j1} (d_{p1} + t_{j1}) + K_{p2} \left(1 - e^{-\left(\frac{(t-t_{j2})}{\tau_{p2}}\right)} \right)$
Recalque	$P_{j3}(t) = P_{j2} (d_{p2} + t_{j2}) - K_{p3} \left(1 - e^{-\left(\frac{(t-t_{j3})}{\tau_{p3}}\right)} \right)$
Resfriamento	$P_{j4}(t) = P_{j3} (d_{p3} + t_{j3}) + K_{p4} \left(e^{-\left(\frac{d_{p4}}{\tau_{p4}}\right)} - e^{-\left(\frac{(d_{p4}+t_{j4})-t}{\tau_{p4}}\right)} \right)$
	$P_{j5}(t) = P_{j4} (d_{p4} + t_{j4}) - K_{p5} \left(1 - e^{-\left(\frac{(t-t_{j5})}{\tau_{p5}}\right)} \right)$
Ejeção	$P_{j6}(t) = P_{atm} + \frac{((t - t_{j6}) - \tau_{p6} + (t - t_{j6}) - \tau_{p6})}{2((t - t_{j6}) - \tau_{p6})} K_{p6}$

Fonte: Elaborado pelo autor

3.4. ALGORITMO DE AJUSTE AUTOMÁTICO DOS PARÂMETROS DO MODELO

Neste trabalho, foi desenvolvido um algoritmo de otimização com o objetivo de ajustar os parâmetros dos modelos matemáticos de pressão e temperatura para que melhor se aproximem dos dados reais coletados. O objetivo é minimizar o erro total (ET) entre os valores simulados e os dados reais de pressão ou de temperatura, ajustando iterativamente os parâmetros do modelo. O erro total é calculado como o somatório do módulo dos erros entre os valores reais e os valores simulados:

$$ET = \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (40)$$

em que n é o número total de amostras, y_i os valores reais e \hat{y}_i os valores estimados pelo modelo matemático.

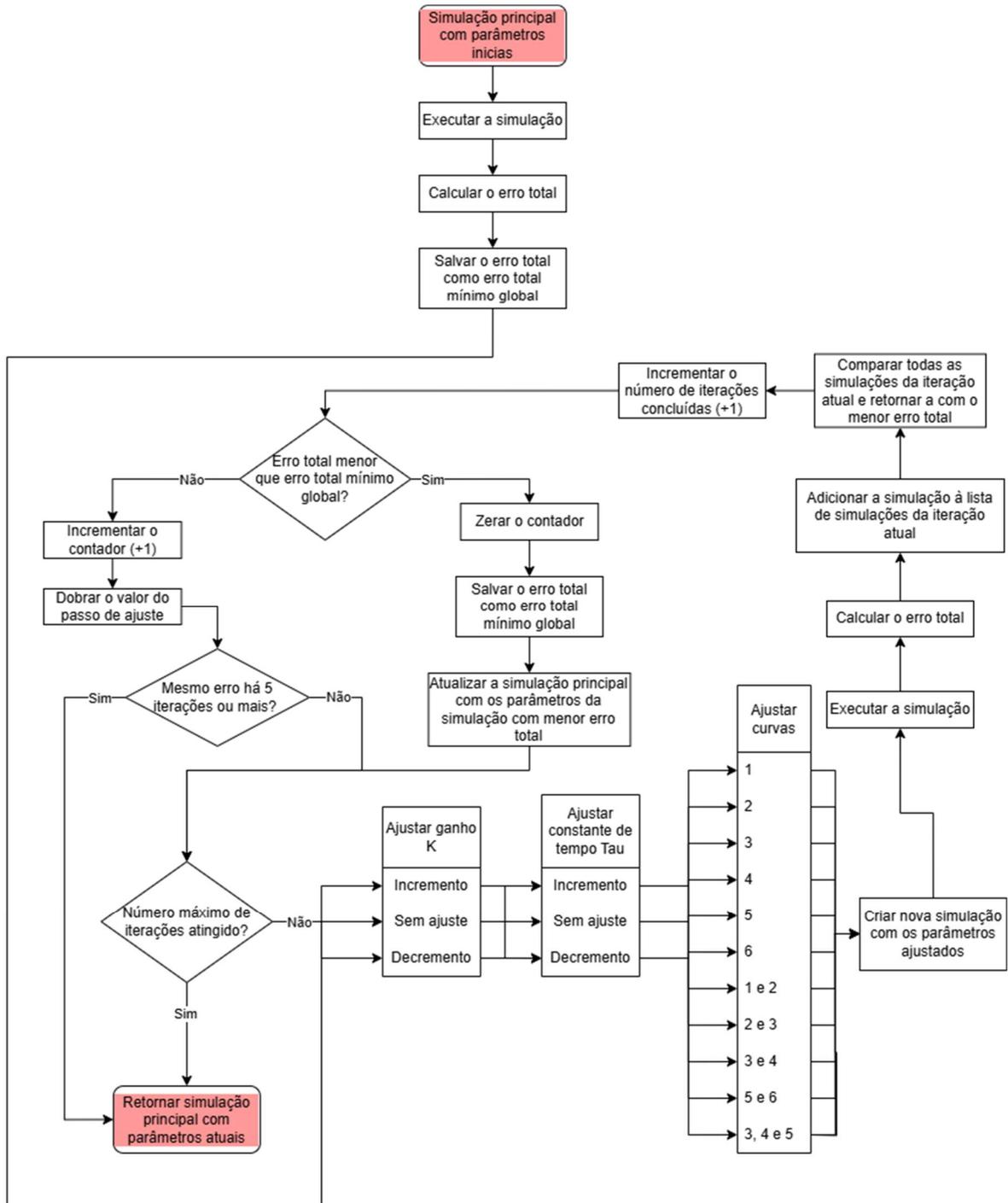
O algoritmo é iniciado com a criação de uma nova instância do modelo de simulação com os parâmetros iniciais de ganho K e constante de tempo τ para cada uma das curvas que o compõem. Em seguida, os parâmetros do modelo são ajustados em pequenos incrementos ou decrementos, com a magnitude dessas alterações sendo definida inicialmente pelo usuário como o passo de ajuste. Esses ajustes são aplicados somente se os novos valores forem positivos, garantindo a validade dos novos parâmetros.

O processo de ajuste de parâmetros e execução da simulação é repetido para diferentes combinações de ajustes, parâmetros e de curvas do modelo. Os ajustes podem ocorrer em uma ou mais curvas em uma mesma iteração. O ajuste pode ser de incremento, decremento, ou sem alteração. Em uma mesma iteração pode-se alterar o ganho K , a constante de tempo τ , ambos, ou nenhum dos parâmetros. Após cada ajuste, a simulação com os novos parâmetros é executada até atingir o número máximo de ciclos definidos. O erro total é então calculado e armazenado para cada conjunto de parâmetros testados, permitindo a comparação entre as diferentes simulações.

Existem duas condições de parada do algoritmo: um número fixo de iterações definido pelo usuário ou a estabilidade do erro total. A estabilidade do erro total é verificada utilizando um contador. Sempre que o menor erro total da iteração atual for

igual ao menor erro total global, o contador é incrementado em uma unidade e o passo de ajuste é duplicado. Caso o erro total mínimo da iteração atual for menor que o erro total mínimo global, o contador é zerado. Se o erro não diminui após 5 iterações, a estabilidade do erro total é atingida e o algoritmo de ajuste é interrompido.

Figura 18 – Fluxograma do algoritmo de ajuste dos parâmetros do modelo de pressão



Fonte: Elaborado pelo autor

O algoritmo de otimização de pressão e de temperatura são análogos, porém possuem algumas diferenças como as combinações de curvas possíveis e o fato de o modelo de temperatura também realizar o ajuste dos parâmetros da curva de aquecimento residual, K_r e τ_r . Ademais, para o algoritmo de temperatura, foi desenvolvida uma etapa adicional, a qual tem como objetivo calcular os parâmetros iniciais de ganho e constante de tempo residual (K_r e τ_r), a partir dos dados experimentais de temperatura, reduzindo a quantidade de ajustes posteriores necessários.

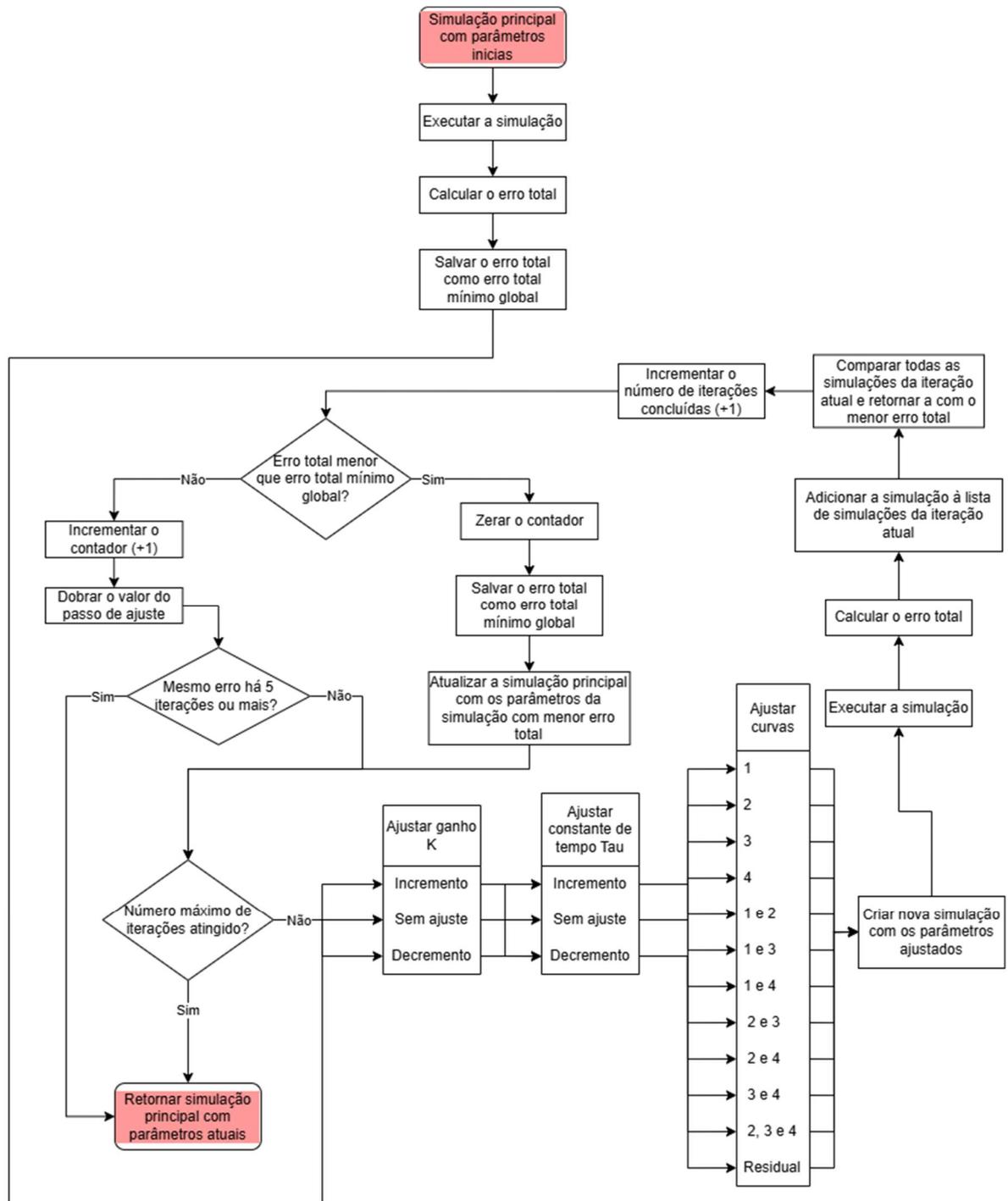
Primeiramente, o algoritmo identifica os pontos de início dos ciclos de injeção. Ele percorre os dados reais de temperatura e verifica as mudanças de temperatura entre pontos consecutivos. Se a diferença de temperatura entre dois pontos sucessivos for maior que 6, considera-se que um novo ciclo de injeção começou. A magnitude da diferença foi definida com base em observações dos experimentos utilizados no desenvolvimento deste trabalho.

Após identificar os pontos de início dos ciclos de injeção, o algoritmo procede para extrair os segmentos de dados de temperatura correspondentes a cada um dos ciclos identificados. Para cada ciclo, ele seleciona um intervalo de dados que vai desde sete pontos antes do início do ciclo atual até o início do próximo ciclo, para evitar que dados sejam perdidos, caso o ponto de início selecionado não seja preciso. Com os dados divididos, é facilitada a obtenção da temperatura inicial de cada ciclo. O ganho de aquecimento residual K_r é obtido a partir da diferença entre o maior e o menor valor de temperatura inicial.

Para encontrar a constante de tempo τ_r , o algoritmo identifica o ponto em que a temperatura residual atinge aproximadamente 63,2% do valor máximo de temperatura presente nos dados experimentais. Para esse cálculo, são ordenados os valores absolutos das diferenças entre as temperaturas iniciais de cada ciclo e 63,2% do valor máximo de temperatura, e então selecionado o valor que minimiza essa diferença. O ponto temporal do experimento em que foi registrada tal temperatura, é definido como a constante de tempo residual τ_r .

Finalmente, o algoritmo retorna os valores calculados de τ_r e K_r . Esses parâmetros iniciais não são definitivos, porém fornecem uma boa estimativa para facilitar a otimização do algoritmo de ajuste dos parâmetros.

Figura 19 – Fluxograma do algoritmo de ajuste dos parâmetros do modelo de temperatura



Fonte: Elaborado pelo autor

É necessário que o usuário ajuste manualmente os tempos de duração de cada curva do modelo antes de executar o algoritmo de otimização, uma vez que esse parâmetro não é ajustado automaticamente ao longo do processo. Os parâmetros iniciais de ganho K e constante de tempo τ podem assumir qualquer valor, exceto

valores nulos para a constante de tempo, o que resulta em divisões por zero. É possível adotar valores iniciais negativos de K e τ , todavia isso acarreta um maior tempo de ajuste necessário para adequar o modelo aos dados reais na grande maioria dos casos testados.

A escolha das possíveis combinações de curvas a serem ajustadas para os modelos de pressão e de temperatura foi motivada principalmente pelas observações realizadas ao realizar o ajuste manual dos parâmetros. Para o algoritmo de temperatura, as combinações possíveis são: cada uma das curvas individuais, a curva 1 (descreve aquecimento) com cada uma das outras três curvas (descrevem resfriamento), os pares das curvas de resfriamento, as três curvas de resfriamento, e por último a curva de aquecimento residual. Para o algoritmo de pressão, as combinações escolhidas são: cada uma das curvas individuais, os pares das curvas consecutivas, e por último o trio das curvas 3, 4 e 5. Com essas combinações, foi possível reduzir o número máximo de iterações necessárias para realizar o ajuste dos modelos.

Para reduzir ainda mais o tempo de execução, são oferecidas ao algoritmo estimativas iniciais de parâmetros baseadas em observações feitas durante os ajustes manuais. Essas estimativas de parâmetros são atribuídas a uma simulação, da qual é calculado o erro e comparada às demais simulações. Na Equação 41 são apresentadas as estimativas de parâmetros para o modelo de temperatura, e na Equação 42 são apresentadas as estimativas para o modelo de pressão.

$$\begin{aligned}
 K_{t1} &= T_{max} - T_{min} - K_r \\
 \tau_{ti} &= \frac{d_i}{3}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \\
 K_{ti} &= \frac{K_{t1}}{3}, \quad i = 2, 3, 4
 \end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned}
 K_{p2} &= P_{max} - P_{inicial} \\
 K_{p4} &= \frac{K_{p2}}{3} \\
 K_{p3} &= K_{p2} - K_{p4} \\
 K_{p5} &= P_{inicial}
 \end{aligned} \tag{42}$$

em que P_{max} e P_{min} os valores máximo e mínimo de pressão presente nos dados experimentais respectivamente, T_{max} e T_{min} os valores máximo e mínimo de temperatura presentes nos dados experimentais respectivamente.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Comparado com outros estudos, como o de Pabst et al. (2023), que utilizaram modelos SARIMAX, o modelo de primeira ordem desenvolvido no presente trabalho mostrou-se igualmente eficaz na previsão de perfis de temperatura e pressão. O estudo de Pabst et al. utilizou o modelo SARIMAX para capturar padrões sazonais e exógenos nas variáveis do processo de moldagem por injeção, resultando em previsões precisas mesmo em condições de operação variáveis. A capacidade do modelo SARIMAX de incorporar fatores exógenos e padrões sazonais detalhados permite uma adaptação robusta às mudanças no processo e às variabilidades externas.

O modelo matemático desenvolvido neste estudo, por outro lado, foi concebido com a simplicidade e eficiência computacional em mente. A escolha por um modelo de primeira ordem se baseia na premissa de que, para muitas aplicações industriais, uma representação simples e direta do comportamento dinâmico pode ser suficiente para obter previsões precisas e úteis. Este modelo se mostrou particularmente eficaz na captura das principais dinâmicas de temperatura e pressão dentro da cavidade do molde durante o ciclo de injeção.

A principal vantagem do modelo de primeira ordem é sua facilidade de implementação e baixo custo computacional. Enquanto o modelo SARIMAX de Pabst et al. pode demandar recursos computacionais significativos e um processo de modelagem mais complexo, este modelo pode ser implementado com maior rapidez e requer menos poder de processamento. Isso o torna especialmente adequado para aplicações em tempo real, onde a rapidez na obtenção de previsões é crucial para a tomada de decisões e ajustes de processo.

Apesar dessas vantagens, é importante reconhecer que este modelo pode não capturar todas as complexidades presentes no processo de moldagem por injeção, especialmente aquelas relacionadas a efeitos sazonais e fatores exógenos que podem influenciar as variáveis do processo. Nesse sentido, há um potencial para futuras melhorias no modelo, como a incorporação de componentes adicionais que possam capturar essas dinâmicas mais complexas sem comprometer a simplicidade e eficiência computacional.

Os modelos matemáticos desenvolvidos foram aplicados para simular o comportamento de temperatura e pressão dentro da cavidade do molde durante os experimentos. Foram realizadas simulações de cinco experimentos com o modelo de temperatura e cinco experimentos com o modelo de pressão, utilizando ajustes manuais. Adicionalmente, um experimento foi conduzido com o modelo de temperatura e um com o modelo de pressão, empregando o algoritmo de otimização.

Os resultados das simulações, em comparação com os dados experimentais coletados, bem como o respectivo erro médio absoluto (EMA) de modelagem, serão apresentados nas subseções 4.1 e 4.2. O erro médio absoluto de modelagem para todos os experimentos discutidos neste trabalho foi calculado utilizando a Equação 43:

$$EMA = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (43)$$

em que n é o número total de amostras, y_i os valores reais e \hat{y}_i os valores estimados pelo modelo matemático.

A análise dos resultados demonstrará a precisão e a eficácia dos modelos matemáticos em replicar as condições reais do processo de moldagem por injeção, permitindo avaliar a melhoria proporcionada pelo algoritmo de otimização em comparação com os ajustes manuais.

4.1. ESTIMATIVA DAS CURVAS REAIS A PARTIR DO MODELO MATEMÁTICO DE TEMPERATURA – AJUSTE MANUAL

Os dados de temperatura resultantes do experimento 1 foram estimados a partir do modelo matemático do perfil de temperatura da cavidade configurado com os parâmetros apresentados na Tabela 1:

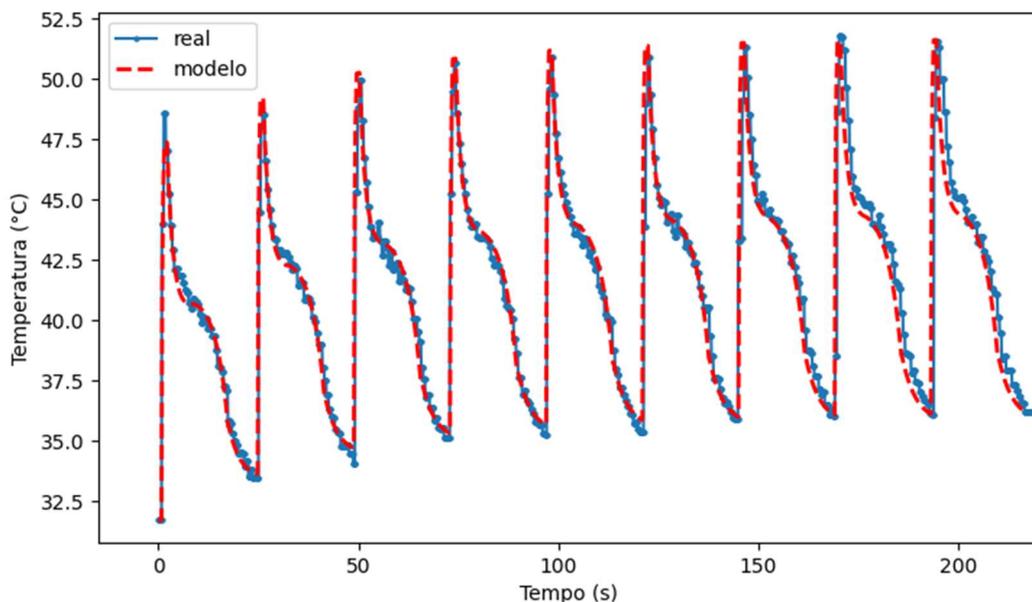
Tabela 1– Parâmetros do modelo de temperatura da simulação do experimento 1

Curva	K_t	τ_t (s)	d_t (s)	K_r	τ_r (s)	Ciclos	$T_{inicial}$ (°C)
1	15,5	0,2	1,4	4,48	47,0	9	31,72
2	7,4	1,5	6,6				
3	6,4	3,4	8,8				
4	2,8	3,5	7,3				

Fonte: Elaborado pelo autor.

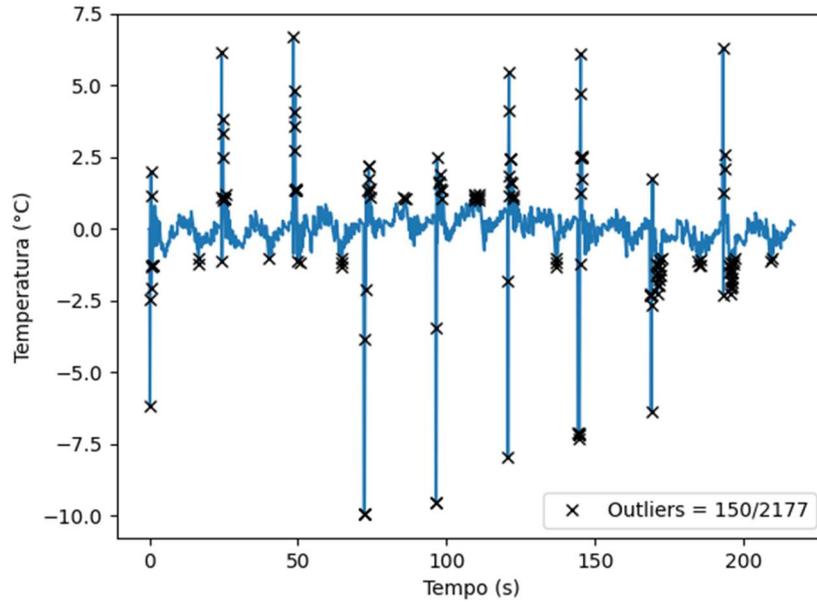
O erro médio absoluto de modelagem, com um ajuste manual dos parâmetros, foi de $\pm 0,46^\circ\text{C}$. Para a estimativa dos dados de temperatura do experimento 1, apenas 150 das 2177 amostras apresentaram um módulo de erro de modelagem maior que 1°C (amostras essas que são destacadas na Figura 21 como outliers).

Figura 20 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de temperatura da cavidade do experimento 1



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 21 – Erro de modelagem do experimento 1 (temperatura)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os dados de temperatura resultantes do experimento 2 foram estimados a partir do modelo matemático do perfil de temperatura da cavidade configurado com os parâmetros apresentados na Tabela 2:

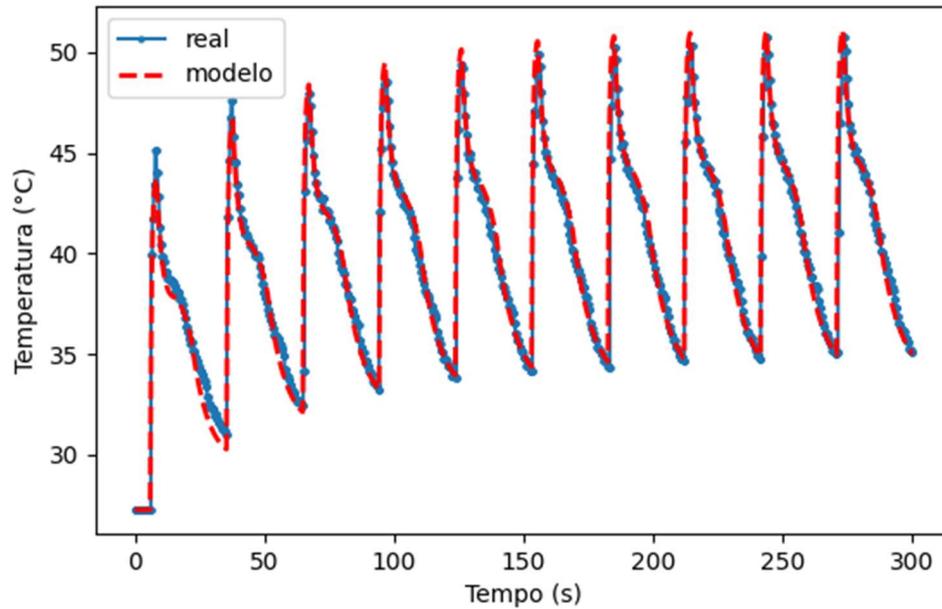
Tabela 2 – Parâmetros do modelo de temperatura da simulação do experimento 2

Curva	K_t	τ_t (s)	d_t (s)	K_r	τ_r (s)	Ciclos	$T_{inicial}$ (°C)
1	16,5	0,8	2,4	7,78	60,0	10	27,27
2	7,2	2,1	6,0				
3	3,9	5,2	7,3				
4	8,0	7,6	13,7				

Fonte: Elaborado pelo autor.

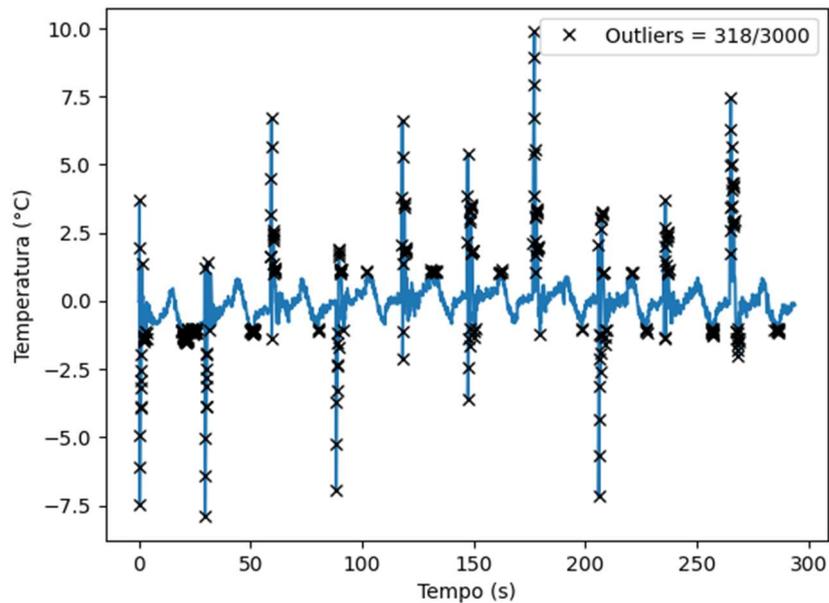
O erro médio absoluto de modelagem, com um ajuste manual dos parâmetros, foi de $\pm 0,54^\circ\text{C}$. Para a estimativa dos dados de temperatura do experimento 2, apenas 318 das 3000 amostras apresentaram um módulo de erro de modelagem maior que 1°C (amostras essas que são destacadas na Figura 23 como outliers).

Figura 22 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de temperatura da cavidade do experimento 2



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 23 – Erro de modelagem do experimento 2 (temperatura)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os dados de temperatura resultantes do experimento 5 foram estimados a partir do modelo matemático do perfil de temperatura da cavidade configurado com os parâmetros apresentados na Tabela 3.

O erro médio absoluto de modelagem, com um ajuste manual dos parâmetros, foi de $\pm 0,58^{\circ}\text{C}$. Para a estimativa dos dados de temperatura do experimento 5, apenas

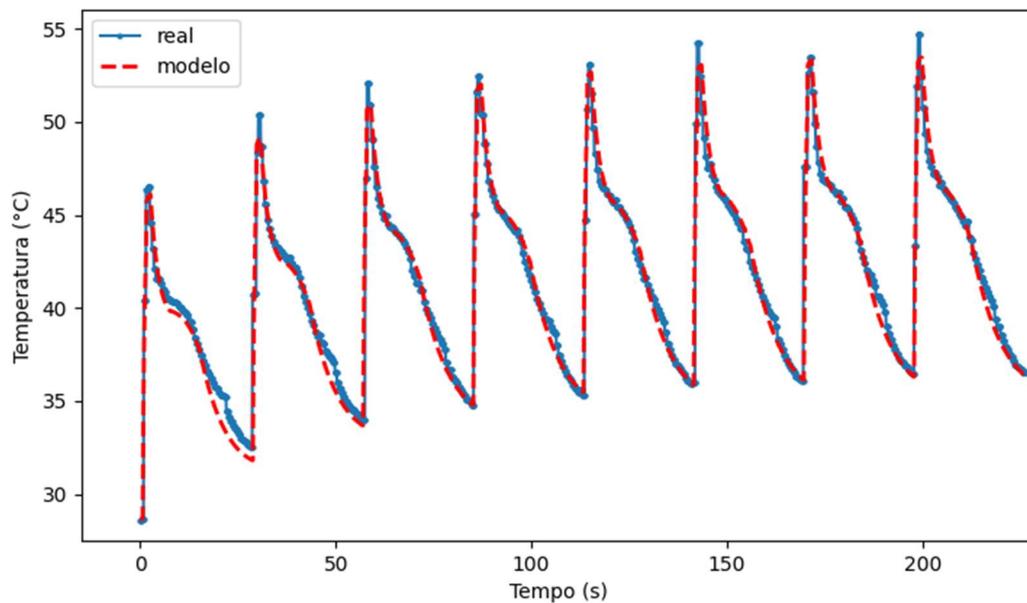
320 das 2262 amostras apresentaram um módulo de erro de modelagem maior que 1°C (amostras essas que são destacadas na Figura 25 como outliers).

Tabela 3 – Parâmetros do modelo de temperatura da simulação do experimento 5

Curva	K_t	τ_t (s)	d_t (s)	K_r	τ_r (s)	Ciclos	$T_{inicial}$ ($^{\circ}\text{C}$)
1	17,2	0,5	2,0				
2	7,7	2,2	5,2				
3	3,9	5,3	7,3	7,6	53,4	8	28,66
4	8,8	7,6	13,7				

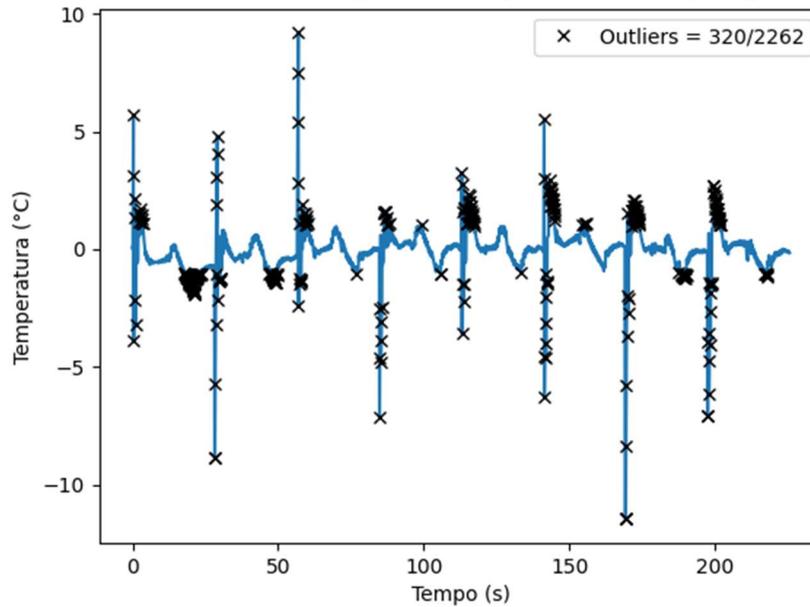
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 24 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de temperatura da cavidade do experimento 5



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 25 – Erro de modelagem do experimento 5 (temperatura)



Fonte: Elaborado pelo autor

Os dados de temperatura resultantes do experimento 7 foram estimados a partir do modelo matemático do perfil de temperatura da cavidade configurado com os parâmetros apresentados na Tabela 4.

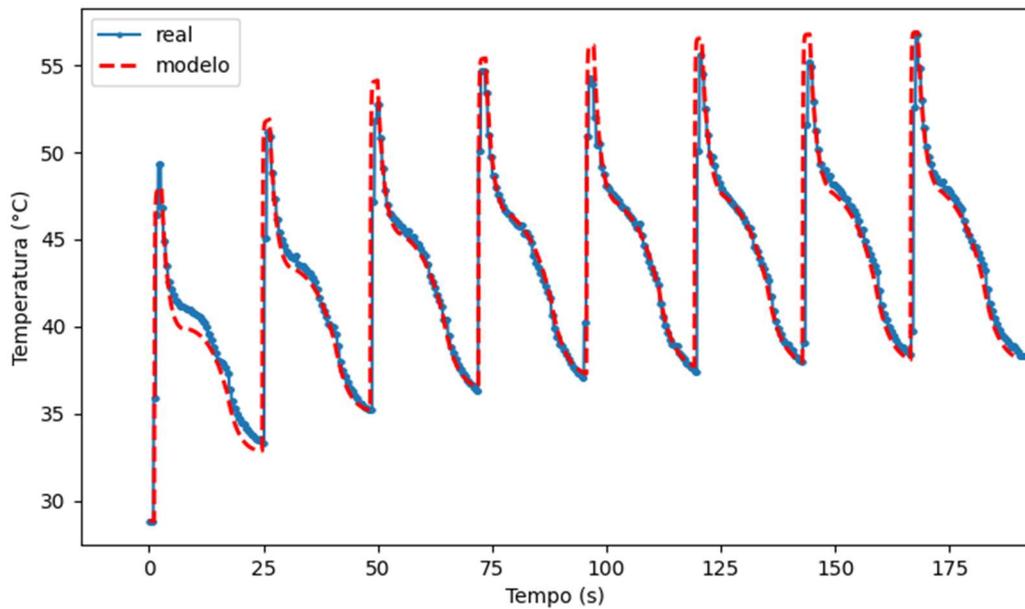
Tabela 4 – Parâmetros do modelo de temperatura da simulação do experimento 7

Curva	K_t	τ_t (s)	d_t (s)	K_r	τ_r (s)	Ciclos	$T_{inicial}$ (°C)
1	18,8	0,1	1,6				
2	9,5	1,5	4,8				
3	6,3	5,5	9,4	9,6	43,1	8	28,84
4	5,1	3,1	7,9				

Fonte: Elaborado pelo autor.

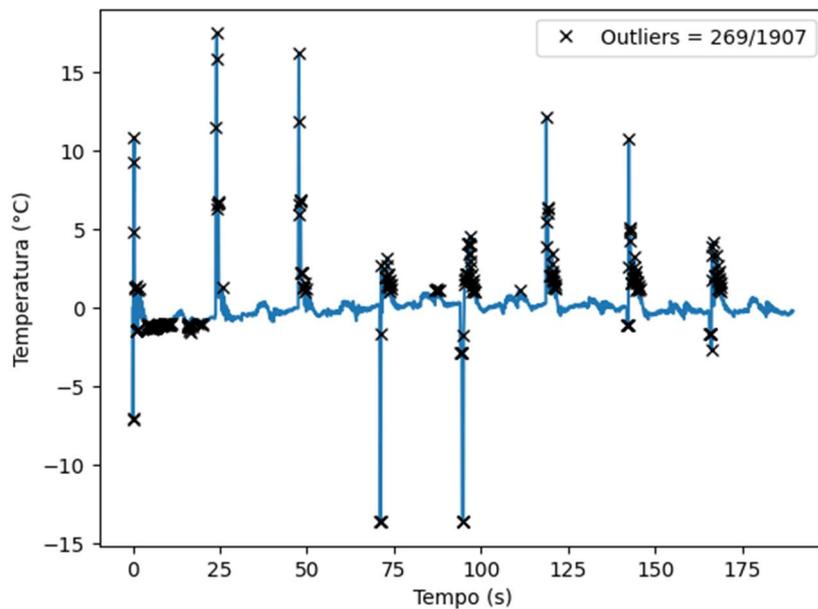
O erro médio absoluto de modelagem, com um ajuste manual dos parâmetros, foi de $\pm 0,66^\circ\text{C}$. Para a estimativa dos dados de temperatura do experimento 7, apenas 269 das 1907 amostras apresentaram um módulo de erro de modelagem maior que 1°C (amostras essas que são destacadas na Figura 27 como outliers).

Figura 26 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de temperatura da cavidade do experimento 7



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 27 – Erro de modelagem do experimento 7 (temperatura)



Fonte: Elaborado pelo autor

Os dados de temperatura resultantes do experimento 8 foram estimados a partir do modelo matemático do perfil de temperatura da cavidade configurado com os parâmetros apresentados na Tabela 5.

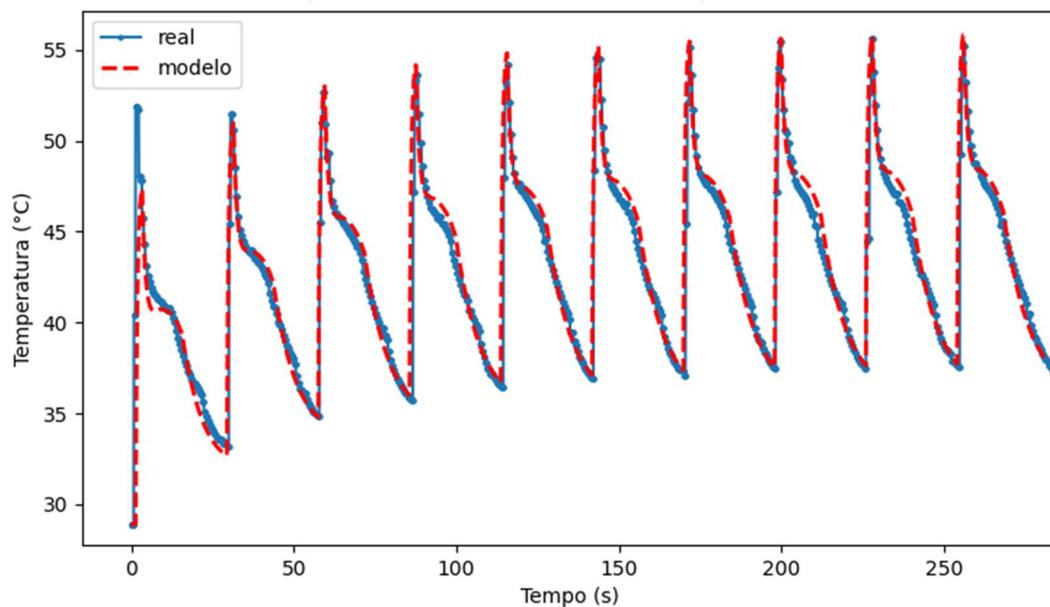
Tabela 5 – Parâmetros do modelo de temperatura da simulação do experimento 8

Curva	K_t	τ_t (s)	d_t (s)	K_r	τ_r (s)	Ciclos	$T_{inicial}$ (°C)
1	18,4	0,6	2,0				
2	7,6	1,0	5,2				
3	3,0	4,2	7,0	8,4	48,0	10	28,9
4	10,0	7,7	13,9				

Fonte: Elaborado pelo autor.

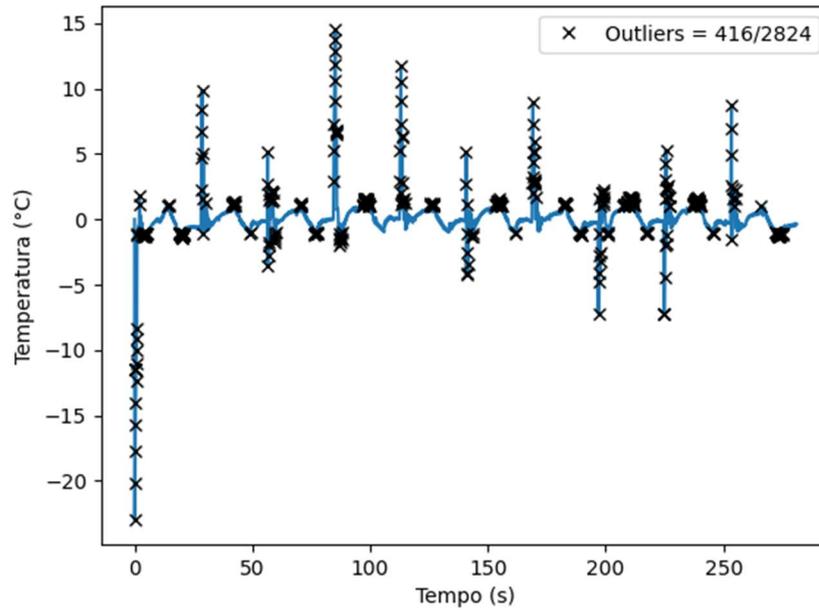
O erro médio absoluto de modelagem, com um ajuste manual dos parâmetros, foi de $\pm 0,72^\circ\text{C}$. Para a estimativa dos dados de temperatura do experimento 8, apenas 416 das 2824 amostras apresentaram um módulo de erro de modelagem maior que 1°C (amostras essas que são destacadas na Figura 29 como outliers).

Figura 28 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de temperatura da cavidade do experimento 8



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 29 – Erro de modelagem do experimento 8 (temperatura)



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2. ESTIMATIVA DAS CURVAS REAIS A PARTIR DO MODELO MATEMÁTICO DE PRESSÃO – AJUSTE MANUAL

Os dados de pressão resultantes do experimento 1 foram estimados a partir do modelo matemático do perfil de pressão da cavidade configurado com os parâmetros apresentados na Tabela 6:

Tabela 6 – Parâmetros do modelo de pressão da simulação do experimento 1

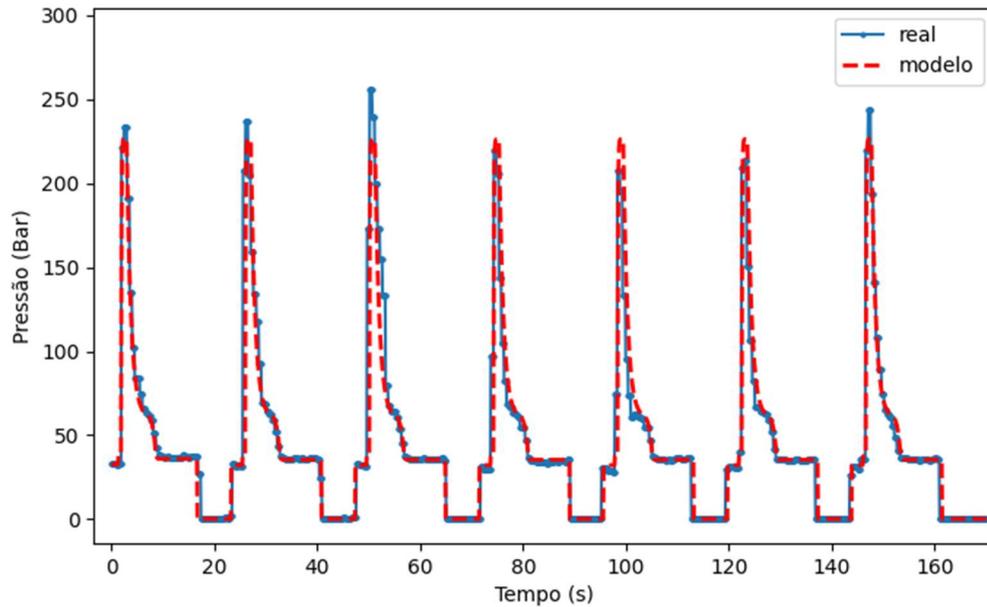
Curva	K_p	τ_p (s)	d_p (s)	Ciclos	$P_{inicial}$ (Bar)
1	5,4	0,01	0,6		
2	188,9	0,08	1,1		
3	166,2	0,85	3,8	7	32,57
4	30,9	0,6	2,0		
5	1,9	0,1	8,0		
6	32,0	6,5	8,7		

Fonte: Elaborado pelo autor

O erro médio absoluto de modelagem, com um ajuste manual dos parâmetros, foi de $\pm 3,59$ bar. Para a estimativa dos dados de pressão do experimento 1, apenas

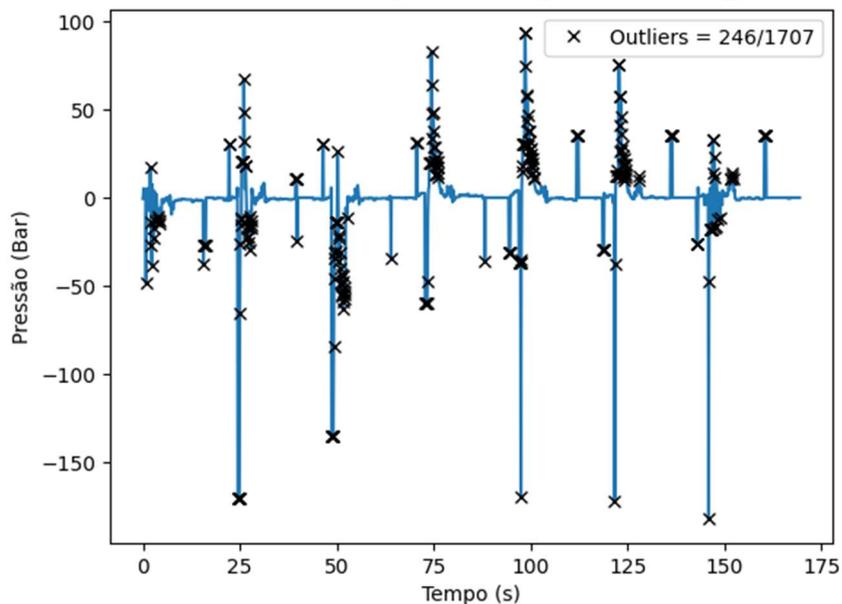
246 das 1707 amostras (14,4%) apresentaram um módulo de erro de modelagem maior que 10 bar (amostras essas que são destacadas na Figura 31 como outliers).

Figura 30 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de pressão da cavidade do experimento 1



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 31 – Erro de modelagem do experimento 1 (pressão)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os dados de pressão resultantes do experimento 2 foram estimados a partir do modelo matemático do perfil de pressão da cavidade configurado com os parâmetros apresentados na Tabela 7 :

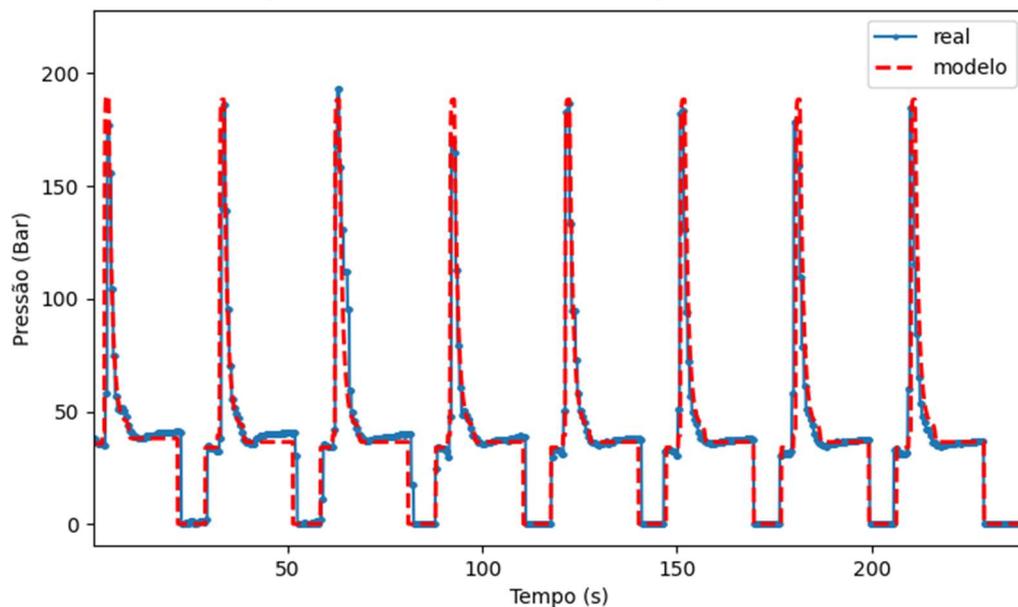
Tabela 7 – Parâmetros do modelo de pressão da simulação do experimento 2

Curva	K_p	τ_p (s)	d_p (s)	Ciclos	$P_{inicial}$ (Bar)
1	5,4	0,01	0,6	8	35,6
2	148,9	0,08	1,1		
3	145,7	0,95	4,2		
4	9,8	0,3	1,2		
5	1,3	0,1	12,4		
6	33,9	7,0	10,1		

Fonte: Elaborado pelo autor

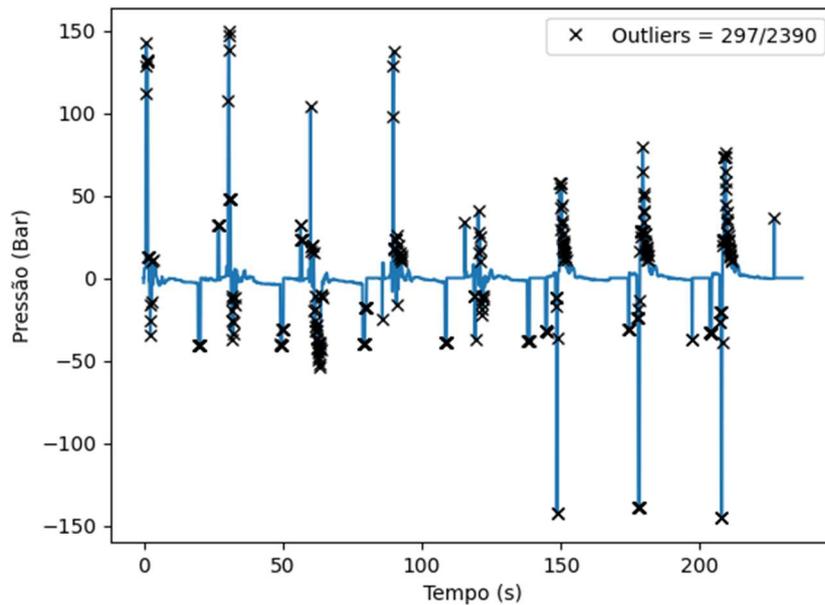
O erro médio absoluto de modelagem, com um ajuste manual dos parâmetros, foi de $\pm 4,81$ bar. Para a estimativa dos dados de temperatura do experimento 2, apenas 297 das 2390 amostras (12,4%) apresentaram um módulo de erro de modelagem maior que 10 bar (amostras essas que são destacadas na Figura 33 como outliers).

Figura 32 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de pressão da cavidade do experimento 2



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 33 – Erro de modelagem do experimento 2 (pressão)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os dados de pressão resultantes do experimento 3 foram estimados a partir do modelo matemático do perfil de pressão da cavidade configurado com os parâmetros apresentados na Tabela 8:

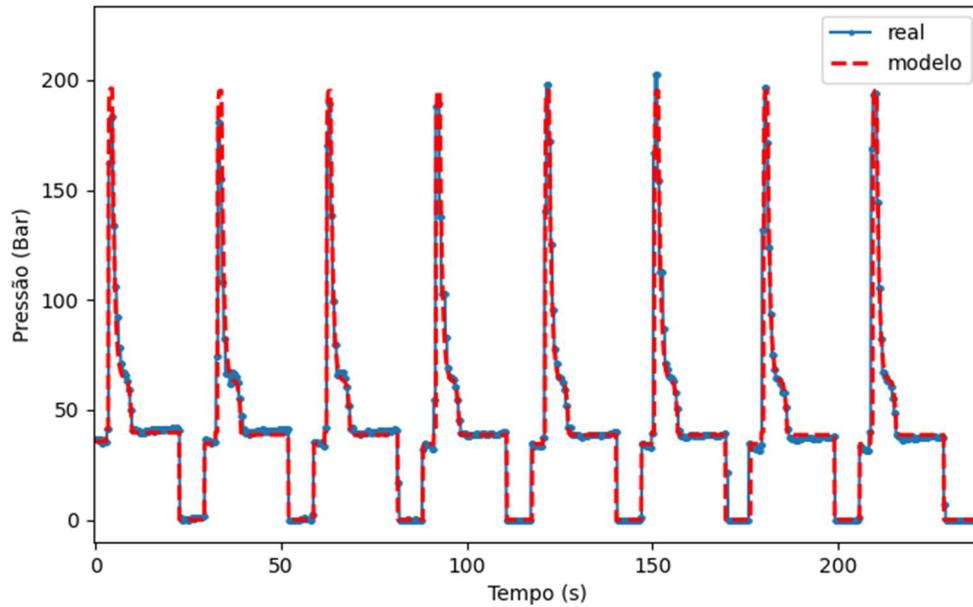
Tabela 8 – Parâmetros do modelo de pressão da simulação do experimento 3

Curva	K_p	τ_p (s)	d_p (s)	Ciclos	$P_{inicial}$ (Bar)
1	5,4	0,01	0,6		
2	155,1	0,08	1,1		
3	132,6	0,65	3,2		
4	29,6	0,5	2,2	8	35,6
5	1,1	0,1	12,7		
6	34,5	6,7	9,52		

Fonte: Elaborado pelo autor

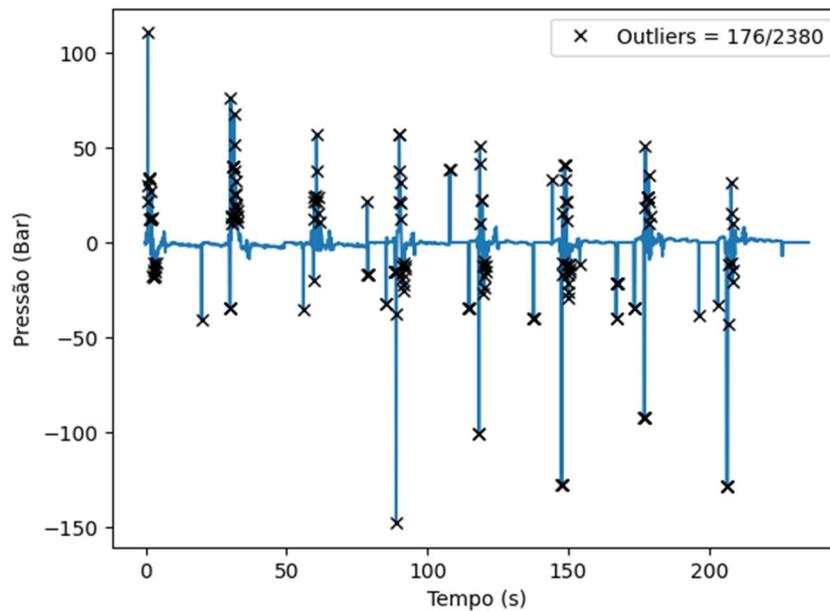
O erro médio absoluto de modelagem, com um ajuste manual dos parâmetros, foi de $\pm 2,89$ bar. Para a estimativa dos dados de temperatura do experimento 3, apenas 176 das 2380 amostras (7,4%) apresentaram um módulo de erro de modelagem maior que 10 bar (amostras essas que são destacadas na Figura 35 como outliers).

Figura 34 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de pressão da cavidade do experimento 3



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 35 – Erro de modelagem do experimento 3 (pressão)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os dados de pressão resultantes do experimento 6 foram estimados a partir do modelo matemático do perfil de pressão da cavidade configurado com os parâmetros apresentados na Tabela 9:

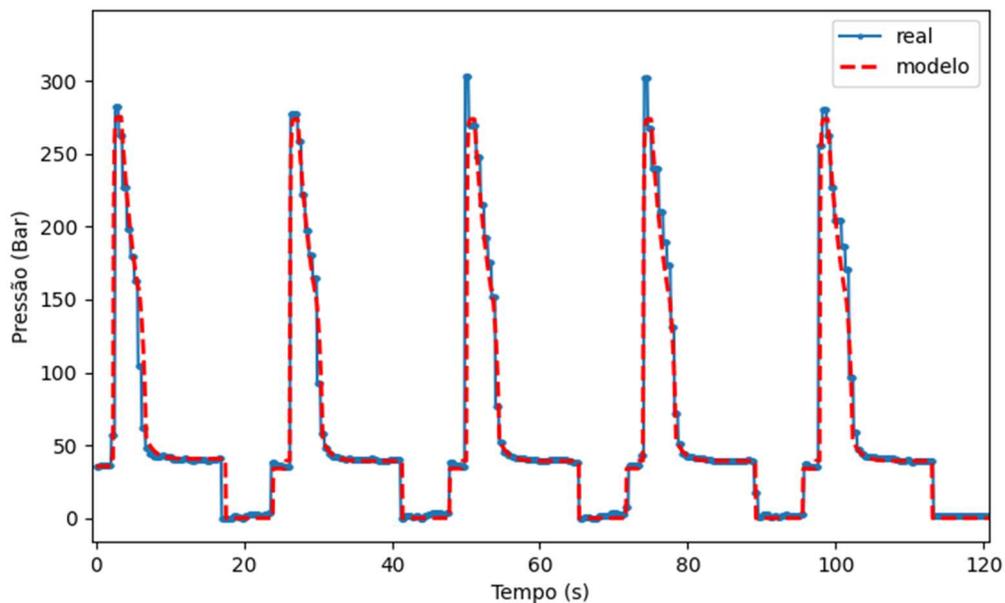
Tabela 9 – Parâmetros do modelo de pressão da simulação do experimento 6

Curva	K_p	τ_p (s)	d_p (s)	Ciclos	$P_{inicial}$ (Bar)
1	5,4	0,01	0,6		
2	234,2	0,08	1,1		
3	188,4	2,35	2,4	5	35,6
4	150,8	0,6	1,1		
5	13,3	1,1	10,7		
6	34,0	6,3	8,0		

Fonte: Elaborado pelo autor.

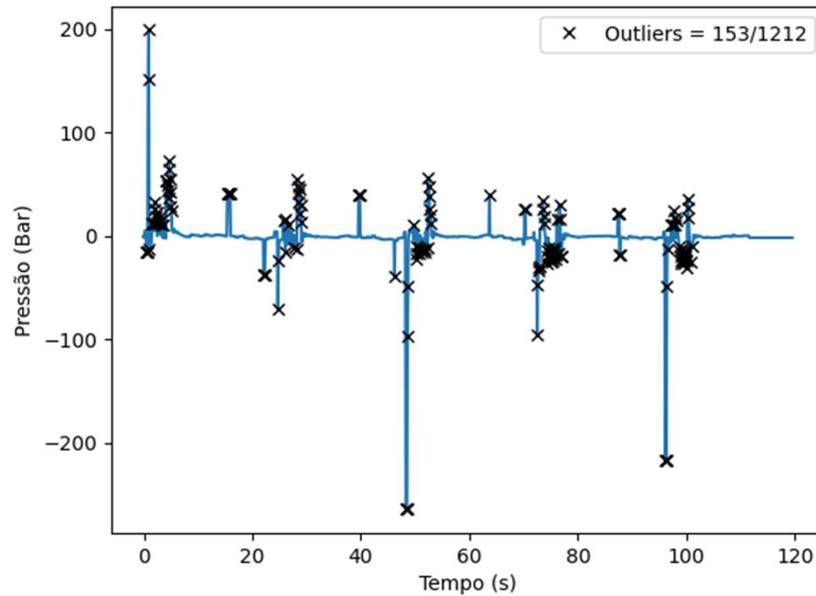
O erro médio absoluto de modelagem, com um ajuste manual dos parâmetros, foi de $\pm 2,47$ bar. Para a estimativa dos dados de temperatura do experimento 6, apenas 153 das 1212 amostras (12,6%) apresentaram um módulo de erro de modelagem maior que 10 bar (amostras essas que são destacadas na Figura 37 como outliers).

Figura 36 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de pressão da cavidade do experimento 6



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 37 – Erro de modelagem do experimento 6 (pressão)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os dados de pressão resultantes do experimento 16 foram estimados a partir do modelo matemático do perfil de pressão da cavidade configurado com os parâmetros apresentados na Tabela 10:

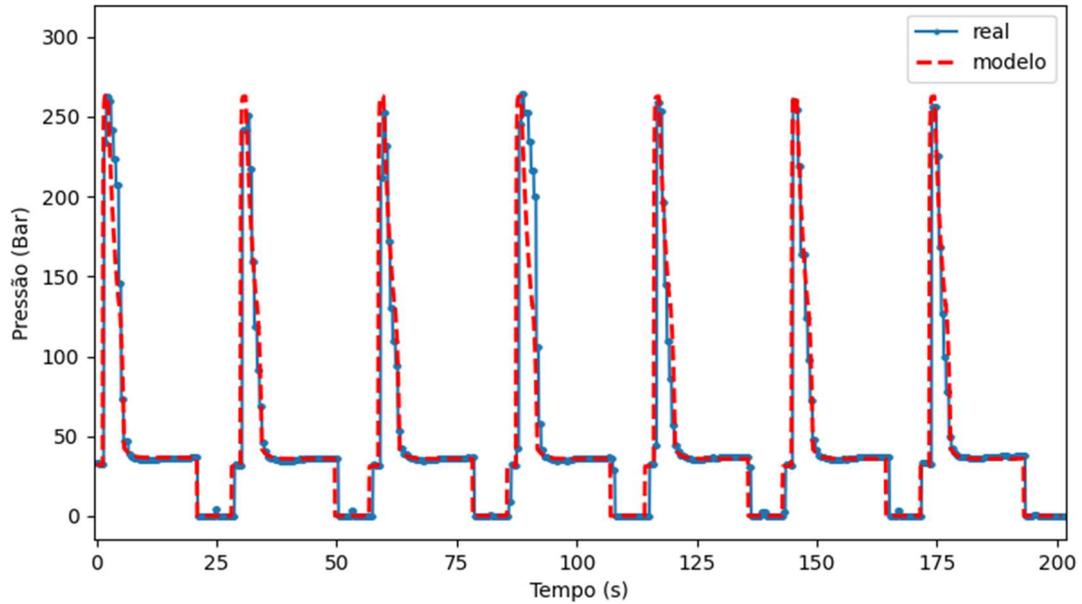
Tabela 10 – Parâmetros do modelo de pressão da simulação do experimento 16

Curva	K_p	τ_p (s)	d_p (s)	Ciclos	$P_{inicial}$ (Bar)
1	0,4	0,01	1,0		
2	231,2	0,08	1,1		
3	193,4	2,05	2,4	7	31,76
4	131,8	0,6	1,1		
5	5,9	1,1	15,2		
6	31,0	7,1	8,0		

Fonte: Elaborado pelo autor.

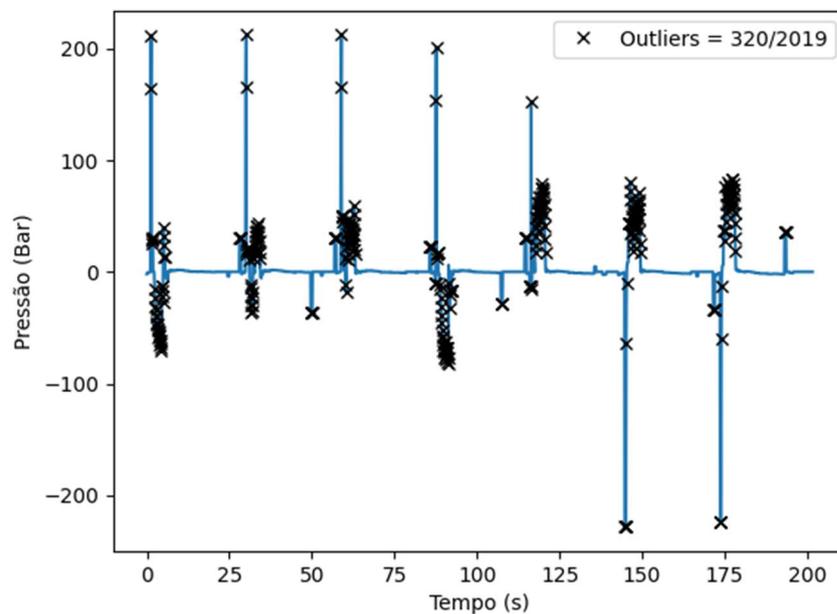
O erro médio absoluto de modelagem, com um ajuste manual dos parâmetros, foi de $\pm 5,66$ bar. Para a estimativa dos dados de temperatura do experimento 16, apenas 320 das 2019 amostras (15,8%) apresentaram um módulo de erro de modelagem maior que 10 bar (amostras essas que são destacadas na Figura 39 como outliers).

Figura 38 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de pressão da cavidade do experimento 16



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 39 – Erro de modelagem do experimento 16 (pressão)



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3. ESTIMATIVA DAS CURVAS REAIS A PARTIR DO MODELO MATEMÁTICO DE TEMPERATURA – AJUSTE AUTOMÁTICO

Outra característica crucial deste trabalho é o desenvolvimento de um algoritmo de ajuste automático dos parâmetros do modelo. Este algoritmo foi projetado para otimizar os parâmetros de temperatura e pressão, minimizando o erro total entre os valores simulados e os dados reais. O algoritmo envolve a criação de instâncias do modelo de simulação com parâmetros iniciais, ajustes iterativos dos parâmetros com base em incrementos e decrementos, e execução das simulações até atingir o número máximo de ciclos definidos. A estabilidade do erro total é utilizada como critério de parada do algoritmo, que ajusta os parâmetros até que o menor erro total seja atingido.

Os benefícios do algoritmo de otimização são numerosos. Ele melhora a precisão das previsões, automatiza o ajuste dos parâmetros, adapta-se a condições variáveis, e é eficiente em termos de recursos computacionais. A facilidade de implementação e a capacidade de melhoria contínua também são vantagens significativas.

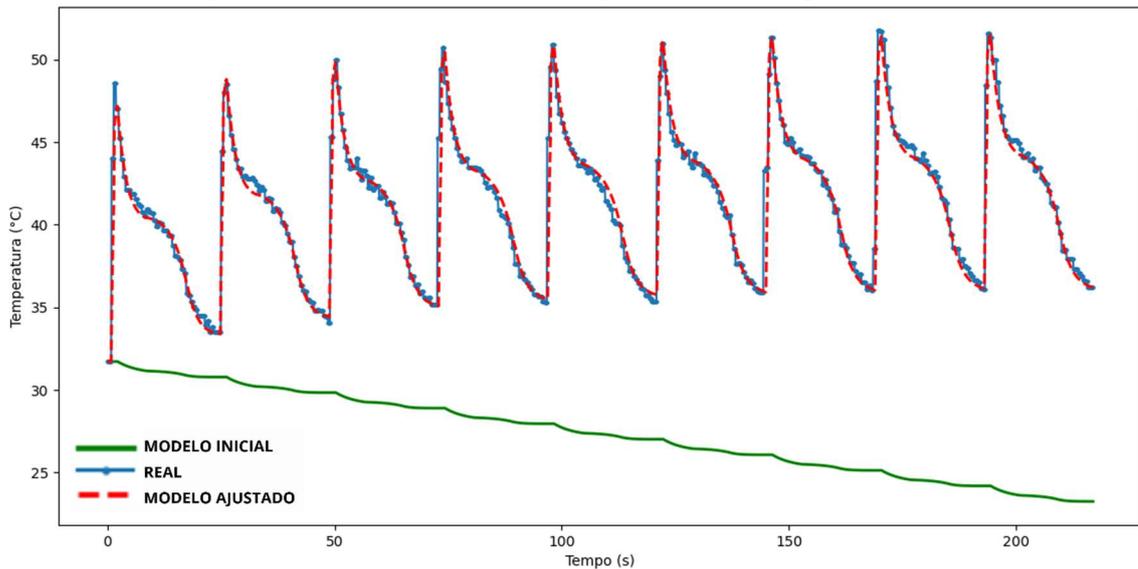
Ao aplicar o algoritmo de otimização para ajustar o modelo de temperatura aos dados reais do experimento 1, foi observado um erro médio absoluto de modelagem de $\pm 0,35$ °C. Na Figura 40 a seguir, é possível observar três curvas distintas: a curva azul representa os dados reais do experimento; a curva verde é resultado do modelo matemático de pressão com os parâmetros iniciais apresentados na Tabela 11; a curva vermelha tracejada é resultado do modelo de pressão configurado com os parâmetros finais, listados na Tabela 12.

Os parâmetros iniciais da Tabela 11 foram escolhidos de forma a resultar em uma curva muito discrepante dos dados reais, para demonstrar a capacidade de ajuste do algoritmo de otimização mesmo em casos mais extremos.

O tempo total de execução foi de 8 minutos e 21 segundos, e foram executadas 55 iterações de ajuste até atingir o valor final de erro, resultando em um tempo médio de 9,1 segundos por iteração. Lembrando que o valor final do erro total é o menor valor que pôde ser obtido com as combinações dos ajustes iterativos do algoritmo. Além disso, o tempo médio por iteração é dependente do número de combinações testadas pelo algoritmo, além das condições trabalho do processador do computador no qual foi executado o algoritmo.

O computador no que foi executada o algoritmo é um Notebook Acer Aspire A515-52G, equipado com um processador Intel(R) Core(TM) i5-8265U CPU de 1.60 Giga-hertz e com 24 Gigabytes de memória RAM.

Figura 40 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de temperatura da cavidade do experimento 1- ajuste automático



Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 11 – Parâmetros iniciais do modelo de temperatura da simulação do experimento 1 antes da aplicação do algoritmo de otimização

Curva	K_t	τ_t (s)	d_t (s)	K_r	τ_r (s)	Ciclos	$T_{inicial}$ (°C)
1	0,01	3,2	2,0				
2	0,76	4,6	5,2				
3	0,32	3,9	7,0	0	1	9	31,72
4	0,1	1,6	13,9				

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 12 – Parâmetros finais do modelo de temperatura da simulação do experimento 1 após ajuste com algoritmo de otimização

Curva	K_t	τ_t (s)	d_t (s)	K_r	τ_r (s)	Ciclos	$T_{inicial}$ (°C)
1	16,14	0,67	2,0				
2	7,61	2,1	5,2				
3	5,21	3,53	7,0	3,2	50,4	9	31,72
4	3,61	2,53	13,9				

Fonte: Elaborado pelo autor

4.4. ESTIMATIVA DAS CURVAS REAIS A PARTIR DO MODELO MATEMÁTICO DE PRESSÃO – AJUSTE AUTOMÁTICO

Ao aplicar o algoritmo de otimização para ajustar o modelo de pressão aos dados reais do experimento 6, foi observado um erro médio absoluto de modelagem de $\pm 3,77$ bar. Na Figura 41 a seguir é possível observar três curvas distintas: a curva azul representa os dados reais do experimento; a curva verde é resultado do modelo matemático de pressão com os parâmetros iniciais apresentados na Tabela 13; a curva vermelha tracejada é resultado do modelo de pressão configurado com os parâmetros finais, listados na Tabela 14. O tempo total de execução foi de 6 minutos e 16 segundos, e foram executadas 102 iterações até atingir o valor final de erro.

Os parâmetros iniciais da Tabela 11 foram escolhidos de forma a resultar em uma curva muito discrepante dos dados reais, para demonstrar a capacidade de ajuste do algoritmo de otimização mesmo em casos mais extremos. A execução ocorreu no mesmo computador que a execução do algoritmo de otimização do modelo de temperatura.

Tabela 13 – Parâmetros iniciais do modelo de pressão da simulação do experimento 6 antes da aplicação do algoritmo de otimização

Curva	K_p	τ_p (s)	d_p (s)	Ciclos	$P_{inicial}$ (Bar)
1	0,81	0,63	0,6		
2	0,82	0,16	1,1		
3	0,54	0,61	2,4		
4	0,79	0,22	1,1	5	35,6
5	0,98	0,89	10,7		
6	0,77	0,59	8,0		

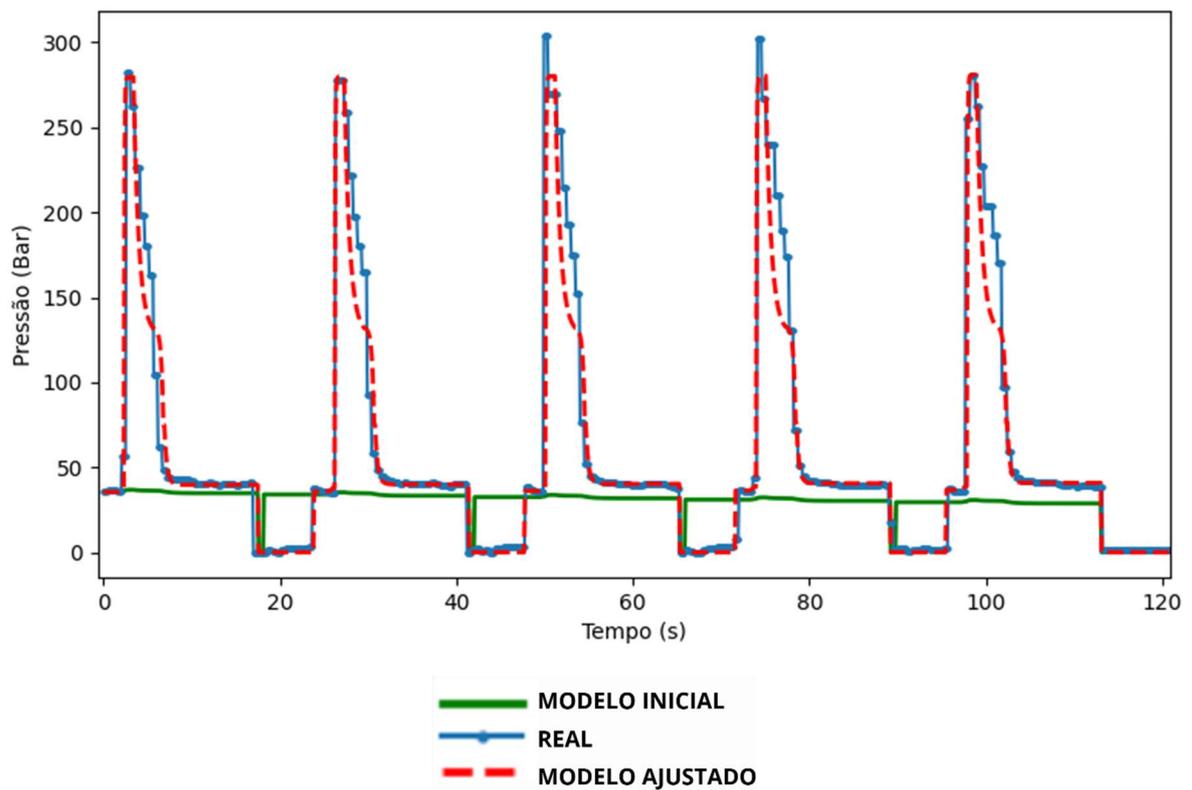
Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 14 – Parâmetros finais do modelo de pressão da simulação do experimento 6 após a aplicação do algoritmo de otimização

Curva	K_p	τ_p (s)	d_p (s)	Ciclos	$P_{inicial}$ (Bar)
1	2,91	0,43	0,6	5	35,6
2	241,84	0,06	1,1		
3	151,49	0,61	2,4		
4	89,24	0,22	1,1		
5	35,16	0,29	10,7		
6	3,87	6,29	8,0		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 41 – Comparação entre modelo matemático e dados experimentais do perfil de pressão da cavidade do experimento 6 - ajuste automático



Fonte: Elaborado pelo autor.

5. CONCLUSÃO

O modelo matemático desenvolvido foi eficaz na previsão dos perfis de temperatura e pressão durante o processo de moldagem por injeção. O estudo de Pabst et al. utilizou o modelo SARIMAX para capturar padrões sazonais e exógenos nas variáveis do processo de moldagem por injeção, resultando em previsões precisas mesmo em condições de operação variáveis. Por outro lado, o modelo matemático desenvolvido no presente trabalho demonstra a viabilidade de utilizar modelos de primeira ordem para o controle de processos de moldagem, oferecendo uma abordagem prática e eficiente, mais indicada para a utilização na indústria.

Ademais, o algoritmo de otimização apresentou desempenho satisfatório ao ajustar os parâmetros dos modelos aos dados de referência. Mesmo com condições iniciais muito discrepantes dos dados reais fornecidos, o modelo foi capaz de ajustar os parâmetros de ganho e de constante de tempo dos modelos, de forma a aproximar consideravelmente a simulação aos dados reais.

Dentre os benefícios do algoritmo de otimização, pode-se citar a melhora da precisão das previsões, automatização do ajuste dos parâmetros, a adaptação do modelo a condições variáveis, e é a sua eficiência em termos de recursos computacionais. A facilidade de implementação e a capacidade de melhoria contínua também são vantagens significativas, que o tornam ideal para aplicação na indústria 4.0. Além disso, o algoritmo de otimização contribui para a redução de defeitos nas peças moldadas e a otimização do processo de produção, resultando em maior eficiência operacional e redução de custos.

Dentre as melhorias a serem realizadas em pesquisas futuras, uma das mais importantes seria relacionar as variáveis da máquina de injeção, aos parâmetros de ganho K e constante de tempo τ do modelo. Com esta melhoria, será possível visualizar como as variáveis da máquina que são definidas pelos operadores no chão de fábrica afetam os perfis de temperatura e pressão na cavidade do molde de injeção. Além disso, a integração do modelo com sistemas de controle em tempo real e a validação em diferentes tipos de materiais plásticos podem ampliar a aplicabilidade e robustez do modelo desenvolvido.

REFERÊNCIAS

- BRYCE, D. M. **Plastic Injection Molding: Manufacturing Process Fundamentals**. Dearborn (USA): Society of Manufacturing Engineers, 1996.
- FERNANDES, C.; PONTES, A. J.; VIANA, J. C.; GASPAR-CHUNHA, A. Modeling and Optimization of the Injection-Molding Process: A Review. **Advances in Polymer Technology**, v. 37, n. 2, p. 429–449, 2016.
- FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. **Feedback Control of Dynamic Systems**. 6. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2010.
- GRELLE, P. F. Injection Molding. In: HARPER, C. (Ed.). **Handbook of Plastic Processes**. Hoboken (USA): Wiley, 2006.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. Tradução: Heloísa Coimbra de Sousa. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- PABST, R. G.; FAGALI, A. S.; BRITO, A. G.; AHRENS, C. H. A new approach to dynamic forecasting of cavity pressure and temperature throughout the injection molding process. **Polymer Engineering and Science**. DOI: 10.1002/pen.26166, 2022.
- ROSATO, Dominick V.; ROSATO, Donald V.; ROSATO, M. G., **Injection Molding Handbook**. 3 Ed. Norwell (USA): Kluwer Academic Publishers, 2000.
- ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. **Differential Equations with Boundary-Value Problems**. 5 ed. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole, 2001.