



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE AUTOMAÇÃO E
SISTEMAS

Leonardo José Fiori

**PREDITORES NÃO-LINEARES BASEADO NO FILTRO DE KALMAN PARA
SISTEMAS COM ATRASO**

Florianópolis
2024

Leonardo José Fiori

**PREDITORES NÃO-LINEARES BASEADO NO FILTRO DE KALMAN PARA
SISTEMAS COM ATRASO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de mestre em Engenharia de Automação e Sistemas.

Orientador: Prof. Daniel Martins Lima, Dr.

Coorientador: Prof. Julio Elias Normey-Rico, Dr.

Florianópolis

2024

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.
Dados inseridos pelo próprio autor.

Fiori, Leonardo José
Preditores Não-Lineares Baseado No Filtro De Kalman
Para Sistemas Com Atraso / Leonardo José Fiori ;
orientador, Daniel Martins Lima, coorientador, Julio Elias
Normey-Rico, 2024.
65 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Automação e Sistemas, Florianópolis, 2024.

Inclui referências.

1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2. Filtro de
Kalman Estendido. 3. Preditor Não-Linear. 4. Sistemas Não
Lineares com Atraso. 5. Estrutura Observador-Preditor. I.
Lima, Daniel Martins. II. Normey-Rico, Julio Elias. III.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós
Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas. IV. Título.

Leonardo José Fiori

**PREDITORES NÃO-LINEARES BASEADO NO FILTRO DE KALMAN PARA
SISTEMAS COM ATRASO**

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Bismark Claude Torrico, Dr.
Instituição UFC/DEEC

Prof. Tito Luis Maia Santos, Dr.
Instituição UFBA/DEE

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Engenharia de Automação e Sistemas.

Coordenação do Programa de
Pós-Graduação

Prof. Daniel Martins Lima, Dr.
Orientador

Prof. Julio Elias Normey-Rico, Dr.
Coorientador

Florianópolis, 2024.

Este trabalho é dedicado aos meus queridos
pais e irmão e aos colegas da área.

AGRADECIMENTOS

Obrigado aos meus pais Nilo e Irene, ao meu irmão Angelo, que foram fonte da minha inspiração, determinação e apoio para chegar até aqui, acreditando nos meus sonhos, mesmo que custando a saudade diária expressa em um chimarrão ao pé de lima e nas ligações longas para atualizações de fofocas e forças para seguir em frente.

Obrigado a todos os amigos e colegas que de alguma forma também me trouxeram até o final desta etapa, em especial aos amigos desde a graduação Joel, Matheus, Robinson e Samuel, que entraram na mesma empreitada, um dando força ao outro em meio a tantas dificuldades. Agradeço também aos irmãos que o mestrado me deu, Eric, Diogo e Feres, pelos momentos de desabafo, risadas e sinucas em meio aos prazos apertados e a todos os amigos do DAS, que me deram força para não desistir.

Agradeço aos professores Daniel, Julio e Bruno pela paciência e compreensão na orientação, permitindo expandir os conhecimentos na área da engenharia, auxiliando nessa conquista.

Finalmente, agradeço à UFSC pela oportunidade de estudo gratuito e de qualidade, bem como à CAPES pelo suporte financeiro durante a etapa de pesquisa.

*“A busca pelo conhecimento é uma jornada sem fim,
e cada resposta revela novas perguntas.”
(HAWKING, 2018)*

RESUMO

Sistemas com atraso são comuns na indústria e podem revelar características importantes sobre o sistema. No entanto, sistemas que possuem atraso tornam o controle mais desafiador para alcançar alto desempenho, requisitando estruturas de predição, como o Preditor de Smith (SP). Devido às limitações do SP, como rejeição lenta de perturbações e aplicação a apenas sistemas estáveis, surgiram variações na estrutura do SP buscando expandir as aplicações e facilitar o projeto, como o Preditor de Smith Filtrado (FSP). Foi mostrado que estas estruturas podem todas ser interpretadas utilizando o conceito de Observador-Preditor (O&P), na qual um observador é utilizado para estimar os estados da planta e o efeito das perturbações, e um preditor para estimar a saída após o atraso. A partir deste conceito, foi proposto recentemente o Preditor de Kalman, em que um filtro de Kalman é utilizado como observador de estados, o que traz vantagens em termos de sintonia, pois não é necessário pensar em termos de polos e zeros para ajustar o preditor e tem garantia de estabilidade se assumidas certas condições. Como estas técnicas são lineares, seu desempenho em sistemas não-lineares tende a diminuir pois, por exemplo, se o ponto de operação do sistema muda, o modelo nominal linear pode já não ser capaz de representar adequadamente o comportamento do sistema. Assim, este trabalho teve como objetivo avaliar a aplicação de variações não-lineares do Filtro de Kalman, tal como o Filtro de Kalman Estendido (EKF), em estruturas preditoras, e verificar se as características do Preditor de Kalman linear se mantém, ou seja, permite ajuste para melhorar rejeição de perturbações e/ou robustez e aplicabilidade a sistemas instáveis, e se seu desempenho é melhor em relação às estruturas lineares. Para fazer esta verificação, o preditor proposto foi aplicado a sistemas não-lineares monovariáveis e multivariáveis com um atraso comum para todas as entradas, e foi comparado com outras técnicas lineares e não-lineares de predição. Os resultados simulados mostram que o preditor proposto possui as características descritas anteriormente.

Palavras-chave: Filtro de Kalman Estendido. Preditor Não-Linear. Sistemas Não-Lineares com Atraso. Estrutura Observador-Preditor.

ABSTRACT

Dead-time systems are common in the industry and can reveal important insights about the system. However, dead-time systems make control more challenging in achieving high performance, necessitating prediction structures such as the Smith Predictor (SP). Due to the limitations of the SP, such as slow disturbance rejection and applicability only to stable systems, variations in the SP structure have emerged to expand applications and facilitate design, such as the Filtered Smith Predictor (FSP). It has been shown that all these structures can be interpreted using the concept of an Observer-Predictor (O&P), in which an observer is used to estimate the plant states and the effect of disturbances, and a predictor is used to estimate the output after the delay. Based on this concept, the Kalman Predictor has been recently proposed, in which a Kalman filter is used as the state observer, bringing advantages in terms of tuning, as it is not necessary to think in terms of poles and zeros to adjust the predictor and it guarantees stability if certain conditions are assumed. As these techniques are linear, their performance in nonlinear systems tends to decrease because, for example, if the operating point of the system changes, the linear nominal model may no longer adequately represent the system's behavior. Thus, this work aimed to evaluate the application of nonlinear variations of the Kalman Filter, such as the Extended Kalman Filter (EKF), in predictive structures, and verify if the characteristics of the linear Kalman Predictor are maintained, that is, allowing adjustments to improve disturbance rejection and/or robustness and applicability to unstable systems, and whether its performance is better compared to linear structures. To make this verification, the proposed predictor was applied to single and multivariable nonlinear systems and compared with other linear and nonlinear prediction techniques. The simulated results show that the proposed predictor exhibits the characteristics described above.

Keywords: Extended Kalman Filter. Nonlinear Predictor. Nonlinear Dead-time System. Observer-Predictor Structure.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estrutura Observador-Preditor.	14
Figura 2 – Diagrama de blocos SP	24
Figura 3 – Diagrama de blocos FSP	26
Figura 4 – Estrutura de controle 2DOF	26
Figura 5 – Estrutura de implementação do FSP	27
Figura 6 – Diagrama de blocos do NLFSP.	28
Figura 7 – Malha de controle com O&P.	29
Figura 8 – Sistema CSTR monovariável.	38
Figura 9 – Predição em malha aberta com sintonia unitária.	41
Figura 10 – Predição em malha fechada com sintonia unitária.	42
Figura 11 – Comparação da saída do sistema em malha fechada para alteração na sintonia de R	42
Figura 12 – Comparação da saída real do sistema para alteração na sintonia de R com erro de modelagem no sistema	43
Figura 13 – Comparação entre sinais preditos e saída real do sistema.	44
Figura 14 – Comparação entre sinais preditos e saída real do sistema distante do ponto de operação.	45
Figura 15 – Sinal de saída em malha aberta para o sistema considerando modelo de perturbação aditiva	47
Figura 16 – Sinal de saída em malha fechada para o sistema considerando modelo de perturbação aditiva	47
Figura 17 – Sinal de saída em malha fechada para o sistema considerando modelo de perturbação aditiva com alteração na sintonia	48
Figura 18 – CSTR multivariável.	49
Figura 19 – Comparação entre estados e a predição do sistema em malha aberta utilizando a Sintonia 1.	52
Figura 20 – Comparação entre sinal de perturbação e predição do sistema em malha aberta para Sintonia 1.	53
Figura 21 – Comparação entre saída e a saída predita do sistema em malha fechada utilizando a Sintonia 1.	54
Figura 22 – Comparação da saída do sistema para o caso nominal utilizando Sintonias 1 e 2.	54
Figura 23 – Comparação da saída do sistema para o caso com erro de modelagem utilizando Sintonias 2 e 3.	55
Figura 24 – Comparação das predições de saída EKF e NLFSP com filtro unitário.	57
Figura 25 – Comparação das predições de saída EKF e NLFSP com erro de modelagem.	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros para CSTR isotérmico.	39
Tabela 2 – Parâmetros para CSTR Multivariável	50

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

2DOF	Dois Graus de Liberdade, do inglês <i>Two Degree Of Freedom</i>
DTC	Compensador de Atraso, do inglês <i>Dead-Time Compensator</i>
EKF	Filtro de Kalman Estendido, do inglês <i>Extended Kalman Filter</i>
FSP	Preditor de Smith Filtrado, do inglês <i>Filtered Smith Predictor</i>
ISE	Integral do erro quadrático, do inglês <i>Integral Square Error</i>
KF	Filtro de Kalman, do inglês <i>Kalman Filter</i>
KP	Preditor de Kalman, do inglês <i>Kalman Predictor</i>
LQR	Regulador Linear Quadrático, do inglês <i>Linear-quadratic Regulator</i>
MIMO	Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas, do inglês <i>Multiple Input and Multiple Output</i>
NLFSP	Preditor de Smith Filtrado Não-Linear, do inglês <i>NonLinear Filtered Smith Predictor</i>
SISO	Única entrada e Única saída, do inglês <i>Single Input Single Output</i>
SP	Preditor de Smith, do inglês <i>Smith Predictor</i>
UKF	Filtro de Kalman Unscented, do inglês <i>Unscented Kalman Filter</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	OBJETIVOS	16
1.1.1	Objetivos Específicos	16
1.2	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	17
2	REVISÃO DA LITERATURA	18
2.1	ESTIMADORES DE ESTADO	18
2.1.1	Filtro de Kalman	18
2.1.2	Filtro de Kalman Estendido	20
2.2	OBSERVADORES ESTENDIDOS	21
2.3	ESTRUTURAS DE COMPENSAÇÃO DE ATRASO	23
2.3.1	Preditor de Smith	24
2.3.2	Preditor de Smith Filtrado	25
2.3.2.1	Preditor de Smith Filtrado Não-Linear	28
2.3.3	Preditor de Kalman	29
2.4	CONTROLADOR <i>LINEAR QUADRATIC REGULATOR</i> - LQR	32
2.5	COMENTÁRIOS FINAIS	33
3	RESULTADOS	35
3.1	RESULTADOS ESPERADOS	35
3.2	CASO MONOVARIÁVEL - CSTR SISO	38
3.2.1	Controle SISO	40
3.2.2	Preditor EKF	40
3.2.3	Comparação Preditor KF e EKF	43
3.2.4	Efeito da perturbação em sistemas não-lineares	46
3.3	CASO MULTIVARIÁVEL - CSTR MIMO	48
3.3.1	Controle MIMO	50
3.3.2	Preditor EKF	51
3.3.3	Comparação NLFSP e EKF - CSTR Simplificado	56
3.4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	58
4	CONCLUSÕES	60
	REFERÊNCIAS	61

1 INTRODUÇÃO

Os efeitos do atraso em sistemas de malha fechada são motivo de estudo há muito tempo e ainda atraem a atenção de pesquisadores. Um sistema linear invariante no tempo, caso tenha atraso, a função de transferência deixa de ter uma representação racional no tempo contínuo e, no tempo discreto, têm a ordem acrescida de acordo com o tamanho do atraso. A presença do atraso faz com que o sistema seja mais difícil de ser controlado com técnicas tradicionais quando se deseja alto desempenho (Normey-Rico; Camacho, 2007).

O atraso é uma característica importante que pode explicar fenômenos encontrados em processos químicos, sistemas de comunicação, sistemas de temperatura, e pode ser usado para aproximar sistemas de alta ordem por sistemas de baixa ordem. Alguns dos problemas causados pelo atraso são: (a) quando há mudança na entrada do processo, o seu efeito só será sentido depois do atraso; (b) o efeito de perturbações não são sentidas imediatamente; (c) devido a (a) e (b), o controlador atua tentando corrigir algo que aconteceu no passado (Palmor, 1996).

Para tratar os efeitos do atraso, tem-se a estrutura conhecida como Preditor de Smith ou SP (do inglês, *Smith Predictor*). Ela calcula uma previsão da saída do processo utilizando informações da entrada e da saída do sistema, de forma que o controlador primário atua como se o sistema não tivesse atraso (Normey-Rico; Camacho, 2007). Assim, ao utilizar um preditor como o SP na malha de controle, o atraso não aparece na equação característica nominal de malha fechada, simplificando o projeto do controlador e do preditor que podem ser feitos de maneira independente (Palmor, 1996; Santos, T. L. M. *et al.*, 2014).

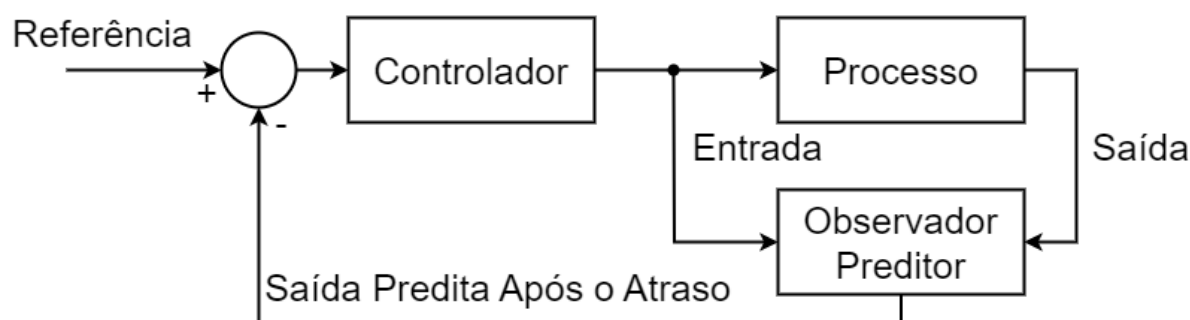
Embora o SP resolva diversos problemas relacionados à sistemas com atraso, não é possível aplicá-lo a sistemas integradores ou instáveis em malha aberta, motivando alterações na estrutura de maneira a obter soluções para esses casos. Uma importante mudança é descrita em (Normey-Rico; Camacho, 2007), conhecida como preditor de Smith filtrado ou FSP (do inglês, *Filtered Smith Predictor*). Nessa abordagem, é introduzido um filtro na estrutura principal do SP, permitindo seu uso em qualquer tipo de sistema, desde que o filtro seja projetado corretamente, além de conferir um novo grau de liberdade com relação à robustez e rejeição de perturbações. Contudo, a forma de parametrização e de projeto tornam-se mais complicadas à medida que a ordem do sistema aumenta, gerando novos estudos que visam simplificar o projeto para alcançar melhores resultados de rejeição de perturbação e robustez (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021).

Outra estrutura de previsão é o Preditor Generalizado (GP, do inglês *Generalized Predictor*) (García; Albertos, 2013; Sanz; Garcia; Albertos, 2018) e o Preditor Generalizado Simplificado (SGP, do inglês *Simplified Generalized Predictor*) (Liu, T.

et al., 2018). O SGP apresenta uma vantagem de que, intrinsecamente, pode ser utilizado com sistemas integradores ou instáveis de malha aberta, tornando o projeto mais simples do que o FSP (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021). Além disso, também é importante ressaltar que muitos algoritmos de controle avançado definem implicitamente uma estrutura preditora. É o caso com Controle Preditivo baseado em Modelo (MPC, do inglês *Model Predictive Controller*). Entretanto, para o caso específico do Controle Preditivo Generalizado (GPC, do inglês *Generalized Predictive Control*), o preditor torna as margens de estabilidade do controlador dependentes do atraso nominal (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021).

Independente do preditor, todos podem ser analisados como uma estrutura Observador-Preditor (O&P), apresentada na Figura 1 (Mirkin; Raskin, 2003). Nessa estrutura, um observador é utilizado para estimar os estados da planta e o efeito de perturbações, e um preditor realiza a estimativa da saída d -passos adiante, sendo d o atraso discreto em número de amostras.

Figura 1 – Estrutura Observador-Preditor.



Fonte: (Mirkin; Raskin, 2003).

Tomando como base a Figura 1 e utilizando, por exemplo, o filtro de Kalman linear como observador, a estrutura pode ser chamada de Preditor de Kalman ou KP (do inglês *Kalman Predictor*). Com isso, foi mostrado em (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021), que a estrutura apresenta certas características: (a) estimar diferentes tipos de perturbação; (b) pode ser implementado em sistemas de qualquer ordem e/ou dinâmica, como fase não-mínima, sistemas instáveis ou integradores; (c) pode-se trabalhar tanto em espaço de estados quanto em funções de transferência; (d) no caso SISO, possui apenas um parâmetro de projeto que pode ser ajustado para melhorar a rejeição de perturbação ou robustez; (e) a implementação é feita diretamente no tempo discreto.

No entanto, todas essas estruturas são lineares e a sua aplicação a sistemas não-lineares requer a obtenção de modelos linearizados próximos de um ponto de operação, com pequenas perturbações nos valores nominais. Apesar de ser possível obter bons resultados em vários casos não-lineares práticos em casos em que se tem bom conhecimento sobre o processo, o desempenho pode variar consideravelmente

se o houver mudanças no ponto de operação, tornando-se um problema da implementação de estruturas lineares em sistemas não-lineares (Haseltine; Rawlings, J. B., 2005). De acordo com (Normey-Rico; Camacho, 2007), não há objeções para o uso de estruturas DTCs (do inglês, *Dead-Time Compensator*) em sistemas não-lineares. Ademais, para casos em que não há erros de modelagem, as vantagens do SP são mantidas. Entretanto, existem preditores não-lineares, os quais têm compatibilidade direta com sistemas não-lineares e melhoram a resposta em malha fechada, mas, em contrapartida, possuem dificuldades no estudo da estabilidade e robustez e, em geral, apresentam um custo computacional maior. Nesse sentido, pode-se utilizar do conceito O&P, fazendo uso de um observador não-linear, como o filtro de Kalman estendido ou o filtro de Kalman *unscented*, permitindo explorar a estrutura de preditores não-lineares.

Há diversos trabalhos que abordam o uso de preditores não-lineares como (Bekiaris-Liberis; Krstic, 2013), no qual é apresentado um controlador que estabiliza o processo linear com atraso que pode ser variável no tempo, analisando a robustez do sistema em malha fechada utilizando um preditor não-linear em um sistema linear. Entretanto, considera-se que há perturbações no sistema, mas que não são previstas, podendo comprometer o seguimento de referência do sistema em malha fechada. Também em (Cuenca *et al.*, 2019) é utilizado o EKF como estimador combinado com um controlador do tipo *packet-based* - que é uma estratégia de controle utilizada para reduzir o tráfego de rede -, para tratar os efeitos do atraso induzido pela rede de comunicação sem fio, tratando-se do rastreamento de caminho de um veículo autônomo. Os autores apresentam bons resultados com relação ao desempenho do controle baseado numa trajetória nominal esperada, mas desconsiderando a atuação de perturbações e ruídos, não explorando esta possibilidade apresentada pelo EKF. Há também uma abordagem do EKF iterativo como MPC, apresentado em (Kamesh; Rani, 2022), no qual são realizadas análises teóricas sobre este conceito e também simulações em processos químicos e bioquímicos não-lineares monovariáveis, em que o IEKF-MPC, como foi chamado, apresenta resultados superiores em termos de rejeição de perturbação e resposta mais rápida do que o MPC padrão, além de um menor custo computacional. Ainda utilizando a estrutura O&P, (Jana; Ganguly; Samanta, 2006) apresenta a comparação de uma técnica de controle conhecida como GLC (do inglês *Globally Linearizing Control*), usando um controlador clássico do tipo Proporcional-Integral, em conjunto com a predição do EKF em comparação com um estimador de ordem reduzida em malha aberta. A comparação é feita em um sistema não-linear em que a composição GLC-EKF apresentou melhores resultados que a técnica com estimação em malha aberta, devido à eficiência da convergência do EKF. Além disso, em (Achar *et al.*, 2022) tem-se a aplicação num sistema de previsão da chegada de transporte público, no qual em uma comparação entre EKF e PF (do inglês, *Particle Filter*), é apresentado que o EKF supera o PF, avaliando em termos

de precisão, robustez ou eficiência computacional, conforme avaliado nos contextos específicos abordados no estudo. Ademais, em (Rashedi; Liu, J.; Huang, 2016) a estrutura O&P é aplicada para trabalhar com atrasos de comunicação entre sistemas, em que são aplicados estimadores EKF com alto ganho nos subsistemas para a previsão e compensação desse atraso. Utilizando essa mesma estrutura, em (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2023) é realizado um estudo sobre sintonia da técnica linear do KF na estrutura O&P, apresentando os efeitos da sintonia do preditor aplicado a dois exemplos lineares do tipo MIMO (do inglês, *Multiple Input Multiple Output*) em malha fechada, em comparação com outros preditores lineares. O estudo apresentado em (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2023) será utilizado como base para a realização desta pesquisa, com o objetivo de estender os resultados apresentados em (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2023) e (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021), que utilizam da técnica linear do filtro de Kalman, para técnicas não-lineares do filtro.

Com base no exposto, é possível perceber o potencial significativo que a técnica abordada neste estudo possui, o que justifica a sua investigação e pesquisa aprofundada, baseada na aplicação de sistemas não-lineares. Entretanto, os trabalhos investigados não são gerais, ao contrário do KP que é uma solução geral para o caso linear, tornando-se interessante estendê-la para o caso não-linear. Ademais, não se tem, de maneira clara, nenhuma diretriz de ajuste do preditor não-linear, sendo um dos objetivos desta pesquisa, mesmo que sem uma prova formal, mas indicando se a sintonia do caso linear pode ser um ponto de partida para o caso não-linear.

Nas seções seguintes serão descritos os objetivos e a metodologia que iram direcionar o desenvolvimento da pesquisa.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo desta pesquisa é avaliar a adaptação do filtro de Kalman na estrutura O&P para sistemas não-lineares do tipo SISO e MIMO. Para isso, serão estudadas técnicas não-lineares do KF no problema de predição para sistemas não-lineares com atraso, no que diz respeito à estados e perturbação e, através de simulação, avaliar o impacto da sintonia do preditor na estabilidade do sistema, bem como a influência na robustez e rejeição de perturbação, realizando comparações com outras estruturas apresentadas na literatura.

1.1.1 Objetivos Específicos

- Avaliar técnicas não-lineares do filtro de Kalman.
- Adaptar as técnicas encontradas para o problema de predição para sistemas não-lineares com atraso, gerando novas técnicas de predição.

- Analisar as características de robustez e rejeição de perturbação em malha fechada da nova técnica gerada.
- Comparar a técnica de predição não-linear gerada através de simulações com técnicas lineares e não-lineares atuais da literatura.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esse trabalho irá apresentar considerações sobre comparações da estrutura O&P, utilizando uma variação do filtro de Kalman não-linear com outras técnicas presentes na literatura, trazendo também aspectos relacionados à sintonia do preditor, buscando traçar semelhanças entre o caso linear e não-linear. Serão realizadas comparações com variações não-lineares de um processo químico, estabelecendo a comparação dos exemplos com um preditor linear e outro preditor não-linear.

O documento segue a seguinte organização: a revisão da literatura no Capítulo 2, apresenta o conceito do filtro de Kalman, variações não-lineares do filtro e observadores estendidos, além de estruturas de controle preditivo fundamentais e o uso do conceito O&P. Na capítulo seguinte, estão descritos os resultados e discussões dos estudos sobre a aplicação da estrutura do O&P em casos não-lineares estudados e, finalmente, no Capítulo 4, as conclusões e perspectivas futuras são apresentadas.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Nesse capítulo, será realizada a revisão da literatura sobre os temas a serem abordados durante a pesquisa, iniciando pelos estimadores de Kalman e variações não-lineares nas seções 2.1.1 e 2.1.2, o conceito de observadores estendidos, utilizado para estimar as perturbações que possam surgir no sistema na Seção 2.2. A seguir, são apresentadas as estruturas fundamentais de compensação de atraso nas seções 2.3.1 e 2.3.2 e o conceito O&P na Seção 2.3.3.

2.1 ESTIMADORES DE ESTADO

Comumente, os estados são assumidos como medidos e determinísticos, o que nem sempre é a realidade, fazendo necessário o uso de algum algoritmo para estimação (Lima, B. M., 2018). Juntamente com a estimação desses estados, os estimadores podem ser utilizados para atenuar o efeito de ruídos nas medições e identificar perturbações no sistema para garantir erro nulo na estimação dos estados em regime estacionário. Para tratar esse problema, vários estimadores foram propostos na literatura, como os estimadores de Luenberger, modos deslizantes (Slotine; Hedrick; Misawa, 1986), alto ganho (Khalil, 2009), filtro de Kalman, dos quais podem ser lineares ou não-lineares, etc. Dentre estes, o filtro de Kalman será explanado nessa pesquisa por se tratar de um algoritmo de estimação ótima, em que não é necessário projetar o posicionamento dos polos e zeros do observador, sendo ajustado apenas pela função custo a ser otimizada, o que o torna mais intuitivo, além da garantia de estabilidade interna do observador para sistemas observáveis. Nesse sentido, serão abordados alguns desses estimadores no formato linear na Seção 2.1.1 e não-linear na Seção 2.1.2.

2.1.1 Filtro de Kalman

O filtro de Kalman ou KF (do inglês, *Kalman Filter*), proposto por Rudolf E. Kalman em (Kalman, 1960), é um estimador ótimo que minimiza a variância do erro de estimação para um sistema linear descrito por (1)

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + G\omega(k) \\ y(k+1) = Cx(k) + v(k) \end{cases}, \quad (1)$$

em que x é o vetor de estados, u o vetor de entradas e y o vetor de saídas, de dimensões n , m e p , respectivamente, e $\omega(k) \in \mathbb{R}^n$ e $v(k) \in \mathbb{R}^p$ são ruídos Gaussianos. A matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a associada aos estados do sistema, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ às entradas, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ ao vetor de saídas, $G \in \mathbb{R}^{n \times p}$ é uma matriz que determina a forma como os ruídos $\omega(k)$ afetam os estados. Os ruídos gaussianos, considerados no sistema linear, são representados por matrizes de média nula e variância Q para ω e R para

v ou, utilizando notação matemática, como $\omega \sim \mathcal{N}(0, Q)$ e $v \sim \mathcal{N}(0, R)$, sendo \mathcal{N} uma distribuição normal. Geralmente, as matrizes Q e R são definidas, de forma simplificada, como

$$Q = \begin{bmatrix} \delta_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \delta_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \delta_n^2 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_p^2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

em que δ e λ representam o desvio padrão de ω e v , respectivamente, considerando ruídos não-correlacionados, o que faz as matrizes Q e R serem diagonais. As matrizes Q e R podem tanto ter uma interpretação física, quanto serem usadas como parâmetros de ajuste do KF.

Assim, o KF baseia-se nas matrizes de ponderação Q , R e de P definida *a priori* sendo $P(0|k)$, dado um estado inicial \bar{x} , onde $P(0|k)$ denota a matriz de covariâncias no instante 0 com informações do instante k (Lima, B. M., 2018). Logo, é necessário inicializar o filtro com a média esperada $\bar{x}(0)$ e a covariância esperada $P(0|0)$, sendo este último a matriz que representa a confiança que o filtro deve considerar.

Com isso, o funcionamento pode ser dividido em dois pontos principais: a estimação e atualização. No primeiro momento, é realizada a estimação utilizando o modelo discreto. Em paralelo, o ruído dos estados são propagados pelo modelo através da covariância $P(k|k-1)$. O passo da estimação é descrito abaixo

$$\hat{x}(k|k-1) = A\hat{x}(k-1|k-1) + Bu(k-1), \quad (3)$$

$$P(k|k-1) = A P(k-1|k-1) A^T + G^T Q G, \quad (4)$$

em que $\hat{x}(k | k-1)$ representa o valor estimado em k com informação em $k-1$ e $P(k-1|k-1)$ é transmitido ao longo do modelo, e é sempre maior que $P(k|k-1)$ se $Q > 0$, o que indica que a estimação $\hat{x}(k|k-1)$ é mais incerta (Lima, B. M., 2018).

Para a atualização, calcula-se o ganho do filtro L e, então, o estado $\hat{x}(k|k)$ e a matriz de covariância $P(k|k)$ são atualizados a partir do ganho encontrado, conforme as seguintes equações:

$$L = P(k|k-1) C^T (C P(k|k-1) C^T + R)^{-1}, \quad (5)$$

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + L(y(k) - \hat{y}(k|k)), \quad (6)$$

$$P(k|k) = (I - LC) P(k|k-1), \quad (7)$$

onde as saídas estimadas são obtidas a partir de $\hat{y}(k|k) = C\hat{x}(k|k)$ e I é uma matriz identidade com dimensões adequadas para o cálculo. Após a atualização, $P(k|k)$ é menor que $P(k|k-1)$, indicando a redução da incerteza de $\hat{x}(k|k)$. Dessa forma, se os erros são normalmente distribuídos, o KF é um estimador ótimo pois minimiza o erro quadrático médio dos parâmetros estimados.

O algoritmo do filtro de Kalman é variante no tempo mas, para o caso linear, é possível demonstrar que se k for suficientemente grande, o ganho de atualização L converge para um valor fixo ótimo. Dessa forma, ao calcular um ganho L ótimo ao invés de recalculá-lo a cada instante de tempo, há uma melhora significativa no esforço computacional (Lima, B. M., 2018; Simon, 2006).

O KF possui variações para casos não-lineares como o filtro de Kalman *unscented* (UKF, do inglês *Unscented Kalman Filter*) e filtro de Kalman estendido (EKF, do inglês, *Extended Kalman Filter*). O UKF utiliza a transformação de incerteza, a qual avalia a média e a covariância a partir de séries de Taylor, se e somente se a segunda ordem e ordens maiores para a média, e quarta e ordens maiores para a covariância, possam ser negligenciadas, gerando medidas precisas (Julier; Uhlmann, 1997). Consequentemente, a chamada UT (do inglês *Unscented Transform*), utiliza uma função não-linear aplicada a cada ponto escolhido, através de um algoritmo específico e determinístico, em novos pontos. Dessa forma, apesar de apresentar resultados melhores, o UKF traz uma maior complexidade na implementação, além de um custo computacional maior. Apesar de o EKF não apresentar resultados tão bons quando comparado ao UKF, ele é mais simples em termos de implementação e, portanto, será tratado a seguir, como ponto de estudo de estimadores não-lineares.

2.1.2 Filtro de Kalman Estendido

Apesar de o KF ser um estimador ótimo, ao implementá-lo em casos não-lineares com ruídos não-Gaussianos, o KF pode gerar soluções distantes do ponto ótimo esperado (Konatowski; Pieniężny, 2007). Com isso, surgiram adaptações para aplicação em sistemas não-lineares como o EKF. De forma geral, o EKF realiza a linearização analítica do problema, utilizando uma aproximação de Taylor de primeira ordem do sistema, a cada iteração do processo. A implementação é similar ao KF com algumas modificações que facilitam a propagação da matriz de covariância P através do modelo. Para isso, o EKF utiliza o sistema linear para o cálculo de P e o sistema não-linear para a estimação dos estados (Plett, 2018; Lima, B. M., 2018).

Para a estimação dos estados, é considerado o sistema não-linear

$$\begin{cases} x(k+1) = f(x(k), u(k), q(k)) + G\omega(k) \\ y(k) = h(x(k)) + v(k) \end{cases} \quad (8)$$

sendo $f(\cdot)$ uma função não-linear multivariável, dependente do vetor de estados x com dimensão n , vetor de entradas u , que possui dimensão m , e da perturbação q com dimensão n_q . O vetor de saídas é representadas por y , e é obtido pela função não-linear $h(\cdot)$, que depende dos vetores de estados.

Assim como no KF, é necessário inicializar o filtro próximo ao ponto de operação do modelo $\hat{x}(k-1 | k-1)$, sendo $\hat{x}(k-1 | k-1)$ representa o valor estimado em $k-1$

com informação em $k - 1$, para então realizar a linearização da dinâmica do processo e obter uma matriz $A(k - 1)$,

$$A(k - 1) = \left. \frac{df}{dx} \right|_{\hat{x}(k-1|k-1), u(k-1)}. \quad (9)$$

Após isso, são realizadas a estimação de $\hat{x}(k|k - 1)$ e da matriz de covariância

$$\hat{x}(k|k - 1) = f(\hat{x}(k - 1|k - 1), u(k - 1)), \quad (10)$$

$$P(k|k - 1) = A(k - 1)P(k - 1)A^T(k - 1) + GQG^T. \quad (11)$$

Para o passo de atualização, é necessário calcular a linearização da função $h(\cdot)$ a partir de $\hat{x}_{k|k-1}$, obtendo a matriz abaixo:

$$C(k) = \left. \frac{dh}{dx} \right|_{\hat{x}(k|k-1)}. \quad (12)$$

Com isso, inicia-se o passo de atualização, a partir do cálculo do ganho do filtro L

$$L = P(k|k - 1) C^T(k) (C(k) P(k|k - 1) C^T(k) + R)^{-1}. \quad (13)$$

Assim, é possível realizar a etapa de atualização dos estados e da matriz de covariância a partir de

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k - 1) + L (y(k) - \hat{y}(k|k)), \quad (14)$$

$$P(k|k) = (I - LC(k))P(k|k - 1). \quad (15)$$

É importante notar que o vetor de estados e a saída são estimados através do modelo não-linear e o ganho e a matriz de covariância, em contrapartida, são calculados através do modelo linearizado.

A aproximação por séries de Taylor até a primeira ordem pode não representar o sistema corretamente, interferindo na precisão das estimações e limitando o sistema a funções diferenciáveis. Em contrapartida, o EKF apresenta resultados melhores em sistemas não-lineares, quando comparado ao KF, obtendo erros menores (Rampelli; Jena, 2016; Plett, 2018). Ainda assim, há outras variações do KF que podem melhorar o desempenho como o UKF, o qual não requer funções diferenciáveis e apresenta melhor aproximação da matriz covariâncias (Plett, 2018). Contudo, por apresentar maior facilidade na implementação quando comparado ao UKF, resultados superiores que o KF e ser uma forma mais simplificada de um estimador não-linear para cumprir o propósito da pesquisa, o EKF será utilizado para compor a estrutura do O&P.

2.2 OBSERVADORES ESTENDIDOS

Na prática, o modelo utilizado para a estimação dos estados sempre tem alguma aproximação ou, então, sofre o efeito de perturbações externas. Quando isso acontece,

os observadores explicados anteriormente não são capazes de conseguir uma estimação com erro de estimação nulo pois, como não consideram o modelo da perturbação, não são capazes de detectar os efeitos desta nos sinais envolvidos, causando erro de estimação. Para contornar este problema, são utilizados os observadores estendidos, e estes podem assumir estruturas variadas como modos deslizantes, observador proporcional integral, observador de alto ganho e estimam, de forma robusta, estados não mensuráveis e perturbações de maneira assintótica (Wang; Gao, 2003; Godbole; Ambreen, 2016).

De maneira geral, o observador estendido linear é descrito a partir do sistema

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases}, \quad (16)$$

em que x é o vetor de estados, u o vetor de entradas e y o vetor de saídas, de dimensões n , m e p , respectivamente. A matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a associada aos estados do sistema, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ às entradas, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$. Assim, é possível definir uma perturbação do tipo constante como

$$q(k+1) - q(k) = 0, \quad (17)$$

e assumindo que a perturbação age de maneira aditiva ao sinal de entrada u , pode-se reescrever o sistema como

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B(u(k) + q(k)) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases}, \quad (18)$$

A perturbação é inserida no sinal de entrada, visto que desta forma, todos os estados do sistema serão estimulados (supondo que o sistema seja controlável) e, por consequência, acabam sendo percebidos nos sinais de saída. Além disso, como apresentado em (Chen *et al.*, 2016), ao considerar que a perturbação atua no sinal de entrada, a rejeição torna-se mais simples de ser realizada, utilizando um controlador do tipo *feedforward*, por exemplo. Assim, como q e u possuem a mesma dimensão, o sistema pode ser aumentado considerando a perturbação como um estado

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1) = \bar{A}\bar{x}(k) + \bar{B}u(k) \\ y(k) = \bar{C}\bar{x}(k) \end{cases}, \quad (19)$$

onde as matrizes do sistema aumentado são descritas como

$$\bar{x}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ q(k) \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } \bar{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

A partir do sistema aumentado, pode-se utilizar um estimador de estados e, supondo que o sistema seja observável, é possível estimar tanto os estados quanto as perturbações.

Utilizando essa estrutura, (Wang; Gao, 2003) apresenta uma comparação entre os observadores de alto ganho, modos deslizantes e observador de estados estendido não-linear. A simulação utilizada no artigo é de um sistema de controle de movimento industrial linearizado em que todos os observadores são implementados digitalmente, no qual a precisão e velocidade de resposta são os critérios qualitativos para a avaliação. Nas simulações em malha fechada, utilizando um controlador clássico do tipo Proporcional-Derivativo (PD), a estrutura não-linear foi a que obteve melhores resultados na estimação de perturbações e atenuação de ruídos.

Com isso, o uso de observadores estendidos é justificado pela necessidade de ter a informações de todo o vetor de estados e de perturbações relevantes, mesmo que sejam não mensuráveis, para realizar o controle. Ademais, obter dados da perturbação também contribui na melhora do controle. Dessa forma, estados e perturbações podem ser estimados simultaneamente, obtendo um controle mais robusto do sistema a ser tratado (Sawai; Kurode, 2020). No caso de sistemas lineares, já existem métodos estabelecidos para lidar com o problema de como a perturbação deve ser tratada, como assumir que age de maneira aditiva nos sinais de saída ou entrada, por exemplo. No entanto, no contexto de sistemas não-lineares, a abordagem se torna consideravelmente mais difícil, pois ainda não há diretrizes claras sobre como essas perturbações devem ser descritas. Isso se torna uma tarefa complicada, uma vez que, dependendo de como as perturbações são tratadas, pode afetar a observabilidade do sistema aumentado, resultando na predição incorreta do vetor de estados. Apesar disso, será utilizado o conceito de observador estendido juntamente com o EKF, visando realizar a predição das perturbações do sistema, trazendo também uma discussão sobre a forma de abordar a perturbação em sistemas não-lineares.

2.3 ESTRUTURAS DE COMPENSAÇÃO DE ATRASO

Os compensadores de atraso são estruturas de controle que utilizam explicitamente um modelo do processo na sua formulação. O primeiro DTC foi proposto por Smith em (Smith, 1957), melhorando o desempenho de controladores clássicos como o PI ou PID em sistemas com atraso (Normey-Rico; Camacho, 2007).

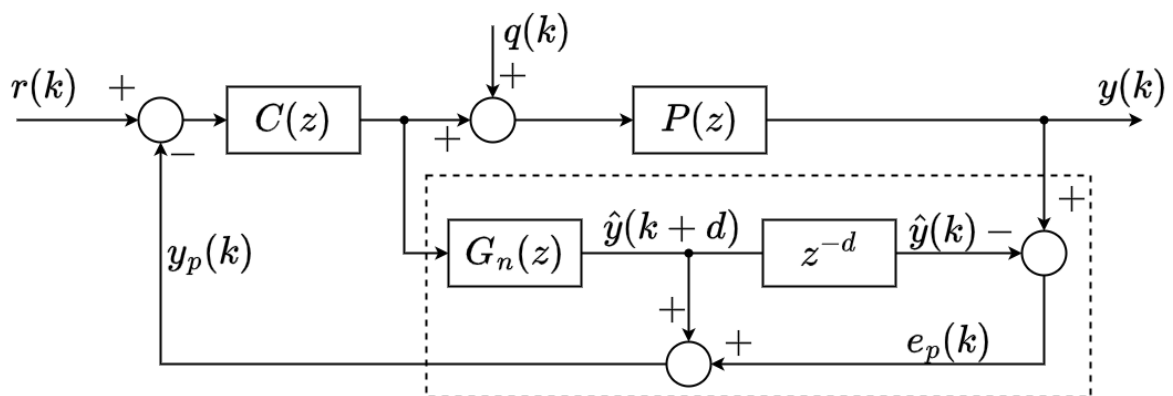
Com o passar dos anos, foram sendo propostas diversas alterações na estrutura inicial do SP, com objetivos de aumentar a robustez, melhorar a regulação em sistemas com perturbações mensuráveis ou não, aplicação em sistemas instáveis e integradores e também visando facilitar o projeto de uma estrutura de controle com dois graus de liberdade, conhecida como 2DOF (do inglês, *Two Degrees Of Freedom*) (Lima, D. M., 2015).

A seguir, são descritas a estrutura original do SP, a fim de entender seu funcionamento e projeto, bem como algumas modificações, que promovem melhorias na estrutura original.

2.3.1 Preditor de Smith

O SP é amplamente conhecido e utilizado pela facilidade no ajuste. Sua estrutura é apresentada na Figura 2, a qual pode ser dividida em controlador primário ($C(z)$), o qual tipicamente é do tipo PID, e a estrutura do preditor, identificada pela região pontilhada da Figura 2, onde $r(k)$ é o sinal de referência, $q(k)$ a perturbação de entrada, $y(k)$ a saída do sistema, $\hat{y}(k)$ a saída do modelo nominal usado pelo preditor, $e_p(k)$ o erro de predição e $y_p(k)$ a predição corrigida da saída do sistema.

Figura 2 – Diagrama de blocos SP



Fonte: (Normey-Rico; Camacho, 2007).

O preditor é composto pelo modelo da planta sem atraso ($G_n(z)$) e o modelo do atraso z^{-d} , sendo $P_n(s) = G_n(z)z^{-d}$. Conforme apresentado na Figura 2, $G_n(z)$ é utilizado para o cálculo da predição em malha aberta. Caso não haja erros de modelagem ou perturbações, o erro de predição ($e_p(k)$) será nulo e o controlador $C(z)$ pode ser projetado com base no caso nominal sem atraso, uma vez que a predição é perfeita. Por outro lado, quando há erros de modelagem e/ou perturbações, $e_p(k)$ passa a ser não nulo, e a predição é corrigida de forma a considerar os efeitos da dinâmica adicionada na malha de controle (Normey-Rico; Camacho, 2007).

Para o caso nominal, ou seja, sem erros de modelagem $P(z) = P_n(z)$, as funções de transferência de malha fechada para a referência e para uma perturbação de entrada são dadas por:

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{C(z)P_n(z)}{1 + C(z)G_n(z)} \quad (21)$$

$$\frac{Y(z)}{Q(z)} = P_n(z) \left[\frac{1 + C(z)(G_n(z) - P_n(z))}{1 + C(z)G_n(z)} \right] \quad (22)$$

Nessa estrutura, o controlador $C(z)$ é o único grau de liberdade, não sendo possível definir $\frac{Y(z)}{Q(z)}$ e $\frac{Y(z)}{R(z)}$ de forma independente. Outro ponto importante do SP é

que os polos de $P(z)$ estarão sempre presentes na função de transferência para a perturbação, com exceção da dinâmica integradora ($z = 1$). Consequentemente, os polos de $P(z)$ tornam-se dominantes na rejeição à perturbação, fazendo com que a resposta seja tão lenta quanto a resposta de malha aberta e que o SP não possa ser usado com plantas instáveis (Normey-Rico; Camacho, 2007).

Para casos reais, em que há erro de modelagem, $P_n(z) \neq P(z)$, pode-se modelar o processo usando uma família de plantas $P_i(z)$, em que $i = 1, 2, \dots, j$ onde j é o número de possíveis plantas, definida como

$$P_i(z) = P_n(z) [1 + \delta P_i(z)] = P_n(z) + \Delta P_i(z), \quad (23)$$

$$|\delta P_i(j\omega)| \leq \overline{\delta P}(\omega) \quad \omega > 0, \quad (24)$$

onde δP_i representa o erro de modelagem multiplicativo e ΔP_i o erro de modelagem aditivo e $\overline{\delta P}$ é o limite superior do erro de modelagem multiplicativo considerando todos os possíveis δP_i

É possível provar a robustez do sistema em malha fechada para todas estes possíveis modelos. Assumindo que $C(s)$ estabiliza $G_n(s)$, a seguinte condição para ter garantia de estabilidade robusta:

$$\overline{\delta P}(\omega) < \frac{|1 + C(j\omega)G_n(j\omega)|}{|C(j\omega)G_n(j\omega)|} \quad \forall \omega > 0, \quad (25)$$

onde $\overline{\delta P}$ é o limite superior do modelo do erro multiplicativo da planta, de forma a garantir a estabilidade e permitir uma medida para a robustez em malha fechada, utilizando o teorema de Nyquist. Se esta equação for satisfeita, a malha fechada com o controlador $C(s)$ e o Preditor de Smith acima é estável para todas as plantas $P_i(s)$.

Devido às suas limitações na aplicação em sistemas integradores ou sistemas instáveis em malha aberta, foram propostas diversas outras estruturas de preditores, que envolveram modificações na estrutura original do SP.

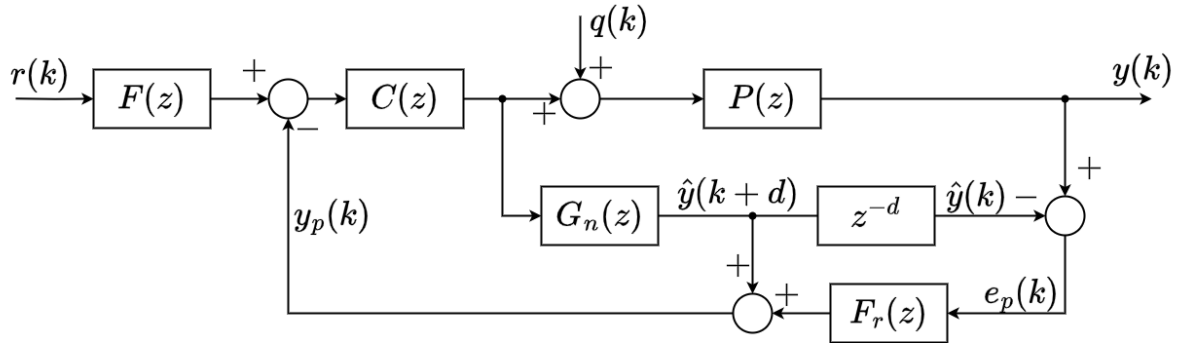
2.3.2 Preditor de Smith Filtrado

Uma importante modificação na estrutura inicial do SP é apresentada em (Normey-Rico; Camacho, 2007), no qual é proposto um filtro na estrutura do preditor, sendo conhecido como FSP (do inglês, *Filtered Smith Predictor*). A Figura 3 apresenta a estrutura proposta para o FSP, em que $F_r(z)$ é o filtro do erro de predição a ser projetado e $F(z)$ é um filtro de referência para melhorar a resposta para mudanças de referência.

Caso não haja perturbações e/ou erro (caso nominal em que $P(z) = P_n(z)$), o filtro $F_r(z)$ não tem efeito em malha fechada (sendo $P(z) = P_n(z)$), sendo uma importante propriedade do FSP. Dessa forma, a função de malha fechada é descrita por

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{C(z)G_n(z)}{1 + C(z)G_n(z)} z^{-d} F(z). \quad (26)$$

Figura 3 – Diagrama de blocos FSP



Fonte: (Normey-Rico; Camacho, 2007).

A partir de (26), é possível notar uma importante característica dessa estrutura que é, no caso nominal, os polos de malha fechada são independentes do atraso (Lima, D. M., 2015).

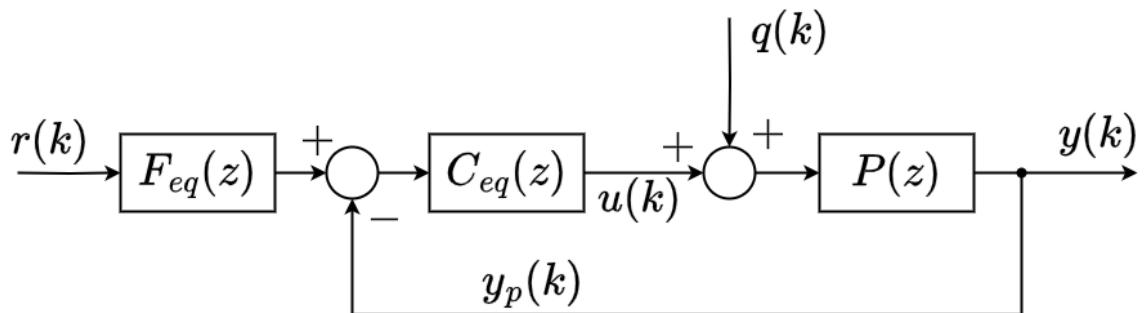
Contudo, no que diz respeito à rejeição de perturbação, ao analisar a estrutura clássica de controle 2DOF apresentada na Figura 4, é possível estabelecer um paralelo com o FSP, de maneira que a predição de saída y_p pode ser descrita como

$$Y_p(z) = G(z)U(z) + F_r(z)(Y(z) - G_n(z)z^{-d}U(z)) \quad (27)$$

$$Y_p(z) = S_n(z)U(z) + F_r(z)Y(z) \quad (28)$$

onde $S_n(z) = G_n(z)(1 - F_r(z)z^{-d})$. A partir disso, o sinal de entrada é descrito por

Figura 4 – Estrutura de controle 2DOF



Fonte: (Lima, D. M., 2015)

$$U(z) = C(z)(F(z)R(z) - Y_p(z)) \quad (29)$$

$$U(z) = C(z)(F(z)R(z) - G_n(z)(1 - F_r(z)z^{-d})U(z) - F_r(z)Y(z)) \quad (30)$$

$$U(z) = \frac{C(z)F_r(z)}{1 + C(z)G_n(z)(1 - F_r(z)z^{-d})}(F_r^{-1}(z)F(z)R(z) - Y(z)) \quad (31)$$

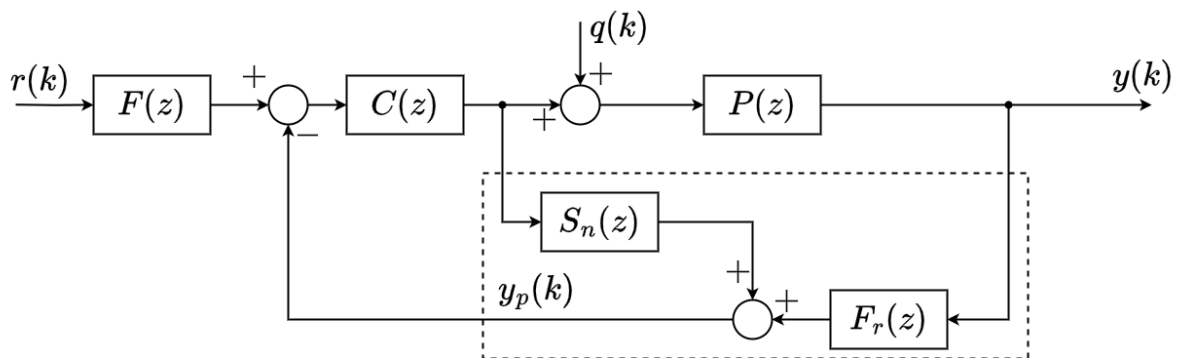
Dessa forma, ao comparar $U(z)$ com a malha de controle clássica, são obtidos $C_{eq}(z)$ e $F_{eq}(z)$

$$C_{eq}(z) = \frac{C(z)F_r(z)}{1 + C(z)G_n(z)(1 - F_r(z)z^{-d})} \quad (32)$$

$$F_{eq}(z) = F_r^{-1}(z)F(z) \quad (33)$$

chegando à estrutura da Figura 4.

Figura 5 – Estrutura de implementação do FSP



Fonte: (Lima, D. M., 2015)

Assim, se $F_r(z) = 1$ (a estrutura é apenas SP), os polos da planta nominal são cancelados por $C_{eq}(z)$ para qualquer $C(z)$, uma vez que agora são os zeros da equação

$$C_{eq}(z) = \frac{D_n(z)N_c(z)F_r(z)}{D_c(z)D_n(z) + N_c(z)N_n(z)(1 - F_r(z)z^{-d})} \quad (34)$$

onde $C(z) = N_c(z)/D_c(z)$ e $G_n(z) = N_n(z)/D_n(z)$. Em outras palavras, $C_{eq}(z)$ cancela todos os polos de malha aberta da planta nominal $G_n(z)$ e esses polos aparecerão na resposta de rejeição à perturbação. O cancelamento gera problemas como: (a) caso o sistema seja estável em malha aberta, a rejeição de perturbação será tão lenta quanto a dinâmica de malha aberta; (b) se o sistema for instável em malha aberta, a rejeição de perturbação também será instável; (c) para casos integradores, o sistema é estável em malha fechada mas, a rejeição de perturbação terá um erro estático para perturbações do tipo constante (Lima, D. M., 2015).

Nesse sentido, ao analisar a equação de $C_{eq}(z)$, é possível ver que o filtro $F_r(z)$ aparece no denominador. Portanto, se for projetado de maneira adequada, pode cancelar os polos instáveis ou lentos do sistema presentes em $C_{eq}(z)$, projetado para um controle por cancelamento de polos, ou seja, os zeros do controlador são as raízes da planta. Ademais, como o controlador equivalente não cancelará mais os polos, eles

não aparecerão na resposta de rejeição de perturbação. Além disso, o termo do preditor $S_n(z) = G_n(z)(1 - F_r(z)z^{-d})$ terá somente polos estáveis. Para isso, a implementação deve ser feita de acordo com a Figura 5 (Lima, D. M., 2015).

O filtro F_r pode ser utilizado para melhorar a robustez ou a resposta à perturbação do sistema, dependendo de como seja ajustado, mas observe que independentemente desse ajuste, F_r não afeta a resposta nominal para a referência. Para isso, a equação de estabilidade robusta é

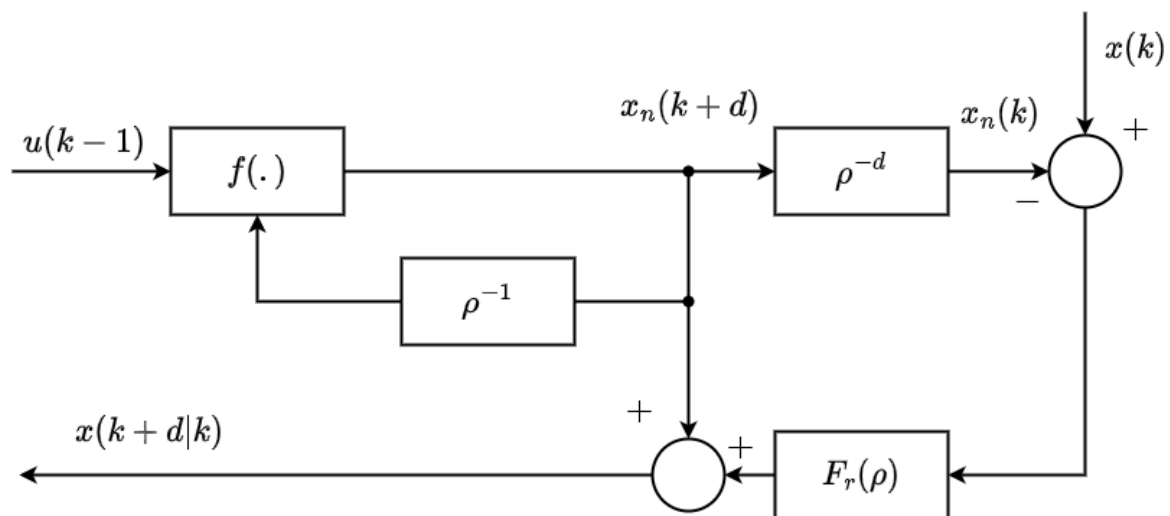
$$|\delta P(z)| < |\overline{\delta P}(z)| = \left| \frac{1 + C(z)G_n(z)}{C(z)G_n(z)} \right| \frac{1}{|F_r(z)|} \quad (35)$$

em que para determinada resposta nominal de referência para a saída, $F_r(z)$ pode ser ajustado para moldar o valor de $\overline{\delta P}(z)$, afetando a condição de robustez. Sendo $F_r(z) = N_o(z)/D_o(z)$ e $D_o(z) = (z - z_0)^{n_o}$, no qual obrigatoriamente $|z_0| < 1$ para que $F_r(z)$ seja estável, ao aumentar z_0 , o filtro se torna mais lento, aumentando a robustez do sistema e, por outro lado, tornando a rejeição de perturbação mais lenta. Entretanto, para plantas instáveis, a robustez não pode ser aumentada de maneira arbitrária, fazendo com que z_0 seja limitado (Lima, D. M., 2015).

2.3.2.1 Preditor de Smith Filtrado Não-Linear

Uma das variações na estrutura do FSP pode ser chamado como o Preditor de Smith Filtrado Não Linear ou NLFSP (do inglês, *Nonlinear Filtered Smith Predictor*), seguindo a estrutura apresentada na Figura 6 em que ρ é um operador de atraso, definido como $\rho^{-1}x(k) = x(k - 1)$.

Figura 6 – Diagrama de blocos do NLFSP.



Fonte: (Lima, D. M., 2015) (adaptado)

A partir da Figura 6, é possível escrever as equações de predição, considerando as perturbações não medidas, como

$$\begin{cases} x_n(k+d) = f(x_n(k+d-1), u(k-1)) \\ x(k+d|k) = x_n(k+d) + F_r(\rho)(x(k) - x_n(k)) \end{cases} \quad (36)$$

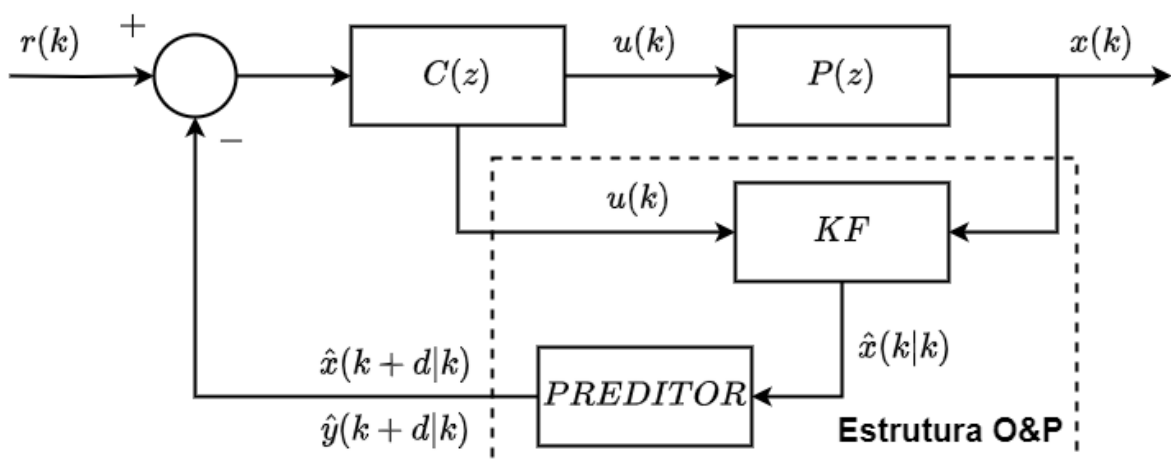
em que d é o atraso, $F_r(\rho) = F_r(\rho)I$ com I sendo uma matriz identidade e $F_r(\rho)$ é um filtro monovariável estável e $F_r(\rho)$ uma matriz de filtros diagonal. A estrutura de predição é a mesma do caso linear, com a diferença de que $f(\cdot)$ é uma função não-linear. Ademais, todas as vantagens do FSP são mantidas, bem como as formas de projeto para aumento de robustez ou melhor rejeição de perturbação (Lima, D. M.; Santos, Tito Luis Maia; Normey-Rico, 2015).

Dessa forma, o NLFSP realiza a predição do sistema não-linear não atualizado, ou seja, o preditor não identifica se o sistema alterou o ponto de operação e, portanto, pode apresentar problemas durante o processo de predição.

2.3.3 Preditor de Kalman

Considerando a Figura 7, tem-se um controlador primário $C(z)$, projetado independente do preditor e o processo a ser controlado $P(z)$. Partindo da estrutura O&P, é utilizado o KF como observador para estimar os estados e após isso, utiliza-se um preditor para obter a saída ($\hat{y}(k+d|k)$) ou os estados ($\hat{x}(k+d|k)$) após o atraso, dependendo da estratégia de controle utilizada.

Figura 7 – Malha de controle com O&P.



Fonte: (Mirkin; Raskin, 2003).

Nesse formato, poderiam ser utilizados diferentes observadores como modos deslizantes, filtros de Kalman e suas variações ou Luenberger. Contudo, ao utilizar estruturas do tipo KF, são conferidas vantagens durante o projeto, já que é um algoritmo de estimação ótima, em que não é necessário projetar o posicionamento dos polos

e zeros do observador, sendo ajustado apenas pela função custo a ser otimizada (tornando-o mais intuitivo), além da garantia de estabilidade para sistemas observáveis. Para isso o KP usa o seguinte procedimento (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021):

1. Estimar os estados do processo em $\hat{x}(k|k)$ no instante k , utilizando KF como observador;
2. Integrando o sistema, obtém-se a predição do sistema após o atraso $\hat{x}(k+d|k)$ ou $\hat{y}(k+d|k)$;
3. O sinal $\hat{x}(k+d|k)$ ou $\hat{y}(k+d|k)$ é o que deve ser usado para o controle;
4. Repetir a cada período de amostragem.

Ao utilizar o KF como sendo o observador da estrutura O&P, tem-se a estrutura chamada de KP (do inglês, *Kalman Predictor*) a qual implementa, implicitamente, um FSP, como demonstrado em (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021). Para isso, o sistema com atraso considerado para realização da predição utilizando o KP, provém do modelo nominal do processo acrescido do estado da perturbação, gerando o vetor de estados aumentado definido por $\bar{x}^T(k) = [x(k) \quad q(k)]^T$

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1) = \bar{A}\bar{x}(k) + \bar{B}u(k-d) + G\omega(k) \\ y(k) = \bar{C}\bar{x} + v(k) \end{cases}, \quad (37)$$

onde u é o vetor de entradas de dimensão m , d é o atraso, que é considerado igual para todas as entradas, $\omega \in \mathbb{R}^{n_w}$ o vetor de ruídos nos estados, y é o vetor de saídas de dimensão p , $v \in \mathbb{R}$ o vetor de ruídos de saída. A matriz $G \in \mathbb{R}^{(n+n_q) \times n_w}$ indica quais estados são afetados pelo ruído e n_q é a dimensão do vetor de perturbação q . As matrizes \bar{A} , \bar{B} e \bar{C} são descritas conforme (20). Como será trabalhado inicialmente com sistemas do tipo SISO (do inglês, *Single Input Single Output*), o vetor de entradas e de saídas têm dimensão unitária, ou seja, $m = 1$ e $p = 1$. O caso MIMO é um ponto de estudo futuro deste trabalho.

A matriz G seleciona em que estados o ruído irá afetar o sistema, que pode ser entendido como um sinal individual para cada estado de (37) para sistemas do tipo SISO (em que $n_w = n + m$), ou também como $n_w = 1$, independente do número de estados, sendo uma forma de simplificação do ajuste, fazendo com que o ruído afete apenas o estado relacionado à perturbação (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021).

É importante ressaltar que o KP pode ser utilizado para estimar qualquer tipo de perturbação, contanto que o sistema aumentado resultante da adição das perturbações a serem estimadas seja detectável, porém, neste trabalho, inicialmente consideraremos apenas perturbações constantes. Com isso, o estimador de estados para este sistema

utilizando o KF é

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1|k) = (\bar{A} - L\bar{C})\bar{x}(k|k-1) + [L \ \bar{B}] \begin{bmatrix} y(k) \\ u(k-d) \end{bmatrix} \\ \bar{x}(k|k) = (I - M\bar{C})\bar{x}(k|k-1) + C [M \ 0] \begin{bmatrix} y(k) \\ u(k-d) \end{bmatrix} \end{cases}, \quad (38)$$

onde M é o ganho de inovação dado por $L = \bar{A}M$.

Após isso, é preciso obter a predição após o atraso em $k+d$ em função de $\bar{x}(k|k)$, integrando (38) d -passos, a equação dinâmica do preditor de Kalman é obtida (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021)

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1|k) = (\bar{A} - L\bar{C})\bar{x}(k|k-1) + [L \ 0 \ \dots \ 0 \ \bar{B}] \bar{u}(k) \\ y(k+d|k) = (\bar{C}\bar{A}^d(I - M\bar{C}))\bar{x}(k|k-1) + \bar{C} [\bar{A}^d M \ \bar{B} \ \bar{A}\bar{B} \ \dots \ \bar{A}^{d-1}\bar{B}] \bar{u}(k) \end{cases} \quad (39)$$

em que $\bar{u}^T(k) = [y^T(k) \ u^T(k-1) \ \dots \ u^T(k-d)]^T$.

Ao utilizar o KP, pode-se utilizar tanto somente a predição de saída quanto a predição de todos os estados após o atraso $\bar{x}(k+d|k)$.

Conforme (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021), o KP implicitamente define um FSP e todas as ferramentas de análise utilizadas para interpretar o FSP podem ser utilizadas no KP. Desse modo, para o caso SISO, o filtro de erro de predição F_r e a função de transferência S do FSP, podem ser definidos para o KP como

$$F_r = F_{KP} = \bar{C} [\bar{A}^d (I - M\bar{C}) (zI - \bar{A} + L\bar{C})^{-1} L + \bar{A}^d M], \quad (40)$$

$$S = S_{KP} = \bar{C} [\bar{A}^d (I - M\bar{C}) (zI - \bar{A} + L\bar{C})^{-1} \bar{B}z^{-d} + \sum_{j=1}^d \bar{A}^{j-1} \bar{B}z^{-j}], \quad (41)$$

sendo que, se o sistema for observável, o KF sempre encontrará um observador estável, ou seja, S_{KP} nunca terá polos de malha aberta de $P(z)$, permitindo a implementação do KP em sistemas integradores e/ou instáveis, além de facilitar a análise no domínio da frequência (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021). Ademais, as matrizes Q e R ajustam o filtro como filtro equivalente da estrutura FSP gerada. Para o caso linear, quando R é maior que Q , o sistema torna-se mais robusto e, quando Q é maior que R , o sistema passa a aumentar sua capacidade de rejeição de perturbação (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2023).

Assim, de maneira análoga ao KP, pode-se utilizar de observadores não-lineares na estrutura O&P e estudar preditores não-lineares como forma de compensação do atraso em sistemas não-lineares, permitindo a comparação com resultados de preditores não-lineares já existentes na literatura.

2.4 CONTROLADOR LINEAR QUADRATIC REGULATOR - LQR

Como as estruturas de compensação de atraso baseiam-se em um controlador primário já existente, conforme apresentado na Figura 7, é possível projetá-lo de maneira independente do restante da malha de controle. Um dos métodos que pode ser utilizado é o LQR, que é um caso particular de solução da equação de Lyapunov para um modelo linear descrito por:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases}, \quad (42)$$

em que x é o vetor de estados, u o vetor de entradas e y o vetor de saídas, de dimensões n , m e p , respectivamente. A matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a associada aos estados do sistema, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ às entradas e $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ a matriz de saídas desejadas, sendo um modelo, nesse caso, do tipo SISO, com uma entrada e uma saída, ou seja, $m = 1$ e $p = 1$, obtendo B como uma matriz coluna e C uma matriz linha.

Para esse propósito, o LQR utiliza uma função custo que representa a energia das variáveis de estado e do sinal de controle:

$$J_{LQR}(x) = \sum_{i=0}^{\infty} (x^T(i)Q_{LQR}x(i) + u^T(i)R_{LQR}u(i)), \quad (43)$$

sendo as matrizes $Q_{LQR} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $R_{LQR} \in \mathbb{R}^{p \times p}$, simétricas e definidas positivas. Utilizando a lei de controle $u(k) = -Kx(k)$ de forma a minimizar a função J_{LQR} , chega-se a

$$J_{LQR}(x) = \sum_{i=0}^{\infty} x^T(i)(Q_{LQR} - K^T R_{LQR} K)x(i). \quad (44)$$

e, em malha fechada, tem-se

$$x(k+1) = (A - BK)x(k), \quad x(0) = \bar{x}(0) \quad (45)$$

onde, para K e $\bar{x}(0)$ conhecidos, a função custo pode ser reescrita como

$$J_{LQR}(x) = \bar{x}(0)^T \left(\sum_{i=0}^{\infty} ((A - BK)^T)^i (Q_{LQR} - K^T R_{LQR} K) (A - BK)^i \right) \bar{x}(0) \quad (46)$$

$$J_{LQR}(x) = \bar{x}(0)^T P \bar{x}(0) \quad (47)$$

onde P é uma matriz definida negativa, obtida a partir da equação algébrica discreta de Riccati (DARE, do inglês *Discrete Algebraic Riccati Equation*), que, em conjunto com a matriz K , minimizam a função custo J_{LQR} (Lima, B. M., 2018).

Entretanto, esse formato só diz respeito ao problema de regulação. Para o seguimento de sinais de referência constantes, é preciso incluir uma dinâmica integradora

na lei de controle, de modo a obter erro nulo. Com isso, a lei de controle passa a ser $u(k) = -K_1 x(k) - K_2 \xi(k)$ construindo o sistema aumentado a partir do estado integrador

$$\xi(k+1) = \sum_{i=0}^N e(i) \quad (48)$$

onde N é o número de iterações, podendo ser representado de forma recursiva como

$$\xi(k+1) = \xi(k) + e(k), \quad (49)$$

em que $e(k)$ é o sinal erro definido como a diferença entre a referência e o sinal de saída do sistema

$$e(k) = r(k) - y(k) \quad (50)$$

chegando ao sistema aumentado descrito por

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ \xi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \xi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(k), \quad (51)$$

de maneira que o sistema aumentado pode ser reescrito como

$$\begin{cases} x_a(k+1) = A_a x_a(k) + B_a u(k) + E_a r(k) \\ u(k) = -K_a x_a(k) \end{cases}, \quad (52)$$

em que $x_a(k+1) = \begin{bmatrix} x(k+1) \\ \xi(k+1) \end{bmatrix}$, a matriz aumentada $A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 1 \end{bmatrix}$, a matriz de entradas $B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$ a matriz de referência $E_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ e o vetor de ganhos é descrito como $K_a = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix}$, em que K_1 e K_2 são o ganho dos estados e o ganho do integrador com a lei de controle $u(k) = -K_a x_a(k)$, respectivamente (Franklin; Powell; Emami-Naeini, 2014).

2.5 COMENTÁRIOS FINAIS

Com base na revisão bibliográfica apresentada, nessa pesquisa será abordado o conceito de KP, conforme as diretrizes de (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021), mantendo as características da estrutura FSP. Ademais, será estudado o uso do formato do estendido do filtro de Kalman, o EKF, para tratar o problema como preditor não-linear, visando comparar os resultados obtidos com os resultados apresentados na literatura.

A seguir são apresentados os resultados obtidos com base na simulação dos algoritmos em sistemas exemplo, realizando a comparação com outros preditores.

Como o objetivo da pesquisa é realizar comparações entre a estrutura O&P utilizando variações não-lineares do filtro de Kalman com outras estruturas de predição presentes na literatura, é importante estabelecer um método de comparação entre si.

Serão comparados os preditores pertinentes à pesquisa em sistemas já consolidados como exemplos em trabalhos como este, tanto para o caso monovariável como multivariável.

Como métrica das comparações, será utilizado a soma dos erros quadrático com o método ISE (do inglês, *Integral Squared Error*), definido para um sinal genérico x como

$$\varepsilon(t_i, t_f, x) = \int_{t_i}^{t_f} (x_{ref}(t) - x(t))^2 dt, \quad (53)$$

onde x_{ref} é a referência do sinal x e t_i e t_f são os valores de início e fim do cálculo, respectivamente, sendo considerado, em todos os cenários de cálculo, o tempo de simulação utilizado.

3 RESULTADOS

Os resultados obtidos durante a pesquisa referem-se à predição utilizando o KP de maneira adaptada ao caso não-linear, usando o EKF como estimador e simulando o seu comportamento em sistemas não-lineares, além de comparações com outros preditores encontrados na literatura. Foram realizados testes em malha fechada, utilizando um controlador do tipo LQR, apresentado na Seção 2.4, com dinâmica integradora do erro para garantir erro nulo para referência do tipo degrau, além de estudos quanto à sintonia do estimador, alterando as matrizes Q e R , buscando entender e traçar similaridades na sintonia em relação ao caso linear do KP.

Este capítulo está organizado da seguinte maneira: inicia-se apresentando a contribuição esperada desta pesquisa na Seção 3.1, com relação à sintonia do preditor não-linear e a estrutura de predição de estados e perturbação, que será utilizada ao longo de todo o capítulo. Na Seção 3.2, tem-se o embasamento de um sistema monovariável e, na sequência, o controlador utilizado. Em seguida, nas Seções 3.2.2 e 3.2.3 são apresentadas as semelhanças entre a sintonia dos casos linear e não-linear, através de simulação, e a comparação entre as respostas de um preditor não-linear e um linear implementados em um sistema não-linear. Após isso, tem-se uma discussão a respeito da forma de tratar a perturbação em sistemas não-lineares, supondo seu modelo não conhecido. Em seguida, é realizado a expansão do caso monovariável apresentado na Seção 3.2 para o caso multivariável na Seção 3.3, seguido pela estrutura de predição e de controle, respectivamente. Na Seção 3.3.2 tem-se o estudo sobre a estabilização do sistema em malha fechada, através da sintonia do preditor não-linear implementado e, na Seção 3.3.3 a comparação entre o EKF e NLFSP, implementados no mesmo sistema não-linear multivariável. Finalmente, na Seção 3.4 são realizados os comentários finais acerca dos resultados.

3.1 RESULTADOS ESPERADOS

Conforme previamente delineado, a presente pesquisa se apoia nos estudos (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2023) e (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021), os quais serviram de base para este trabalho. Esses estudos apresentam a aplicação da estrutura O&P em conjunto com a técnica linear do KF em sistemas lineares, avaliando os resultados e a sintonia em relação ao NLFSP. Neste contexto, a presente dissertação almeja expandir esses resultados, direcionando seu foco para a comparação entre a abordagem linear do KF e uma abordagem não-linear do KF quando aplicadas no mesmo sistema não-linear.

O propósito subjacente a essa comparação é aprofundar a compreensão sobre as semelhanças no processo de sintonia entre ambas as técnicas e analisar as respostas resultantes quando aplicadas ao mesmo processo. É importante destacar que

esta pesquisa se concentra, nesta etapa, na investigação por meio de simulações, não adentrando ainda em uma análise formal baseada em provas matemáticas.

Nesse sentido, a abordagem explorará os benefícios inerentes à estrutura O&P, como sua versatilidade na implementação em sistemas com características integradoras ou instáveis, bem como sua aplicabilidade a sistemas de diversas ordens e/ou dinâmicas. Esta amplitude de aplicação torna a estrutura O&P uma ferramenta valiosa em uma variedade de cenários e contextos de engenharia, justificando sua investigação aprofundada e comparativa com diferentes abordagens do KF.

Nesse contexto, esta pesquisa empreenderá simulações utilizando a estrutura O&P em conjunto com a técnica EKF aplicada a sistemas não-lineares. O objetivo principal dessa investigação é avaliar se a sintonia utilizada para o caso linear apresentado em (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2023) permanece eficaz quando aplicada ao preditor não-linear. Além disso, será examinado se a abordagem não-linear do preditor oferece vantagens significativas em termos de robustez e capacidade de rejeição de perturbações, considerando a compatibilidade entre um preditor não-linear e um sistema de natureza não-linear.

Essa análise pretende elucidar se a estratégia de sintonia estabelecida originalmente para sistemas lineares, em que as matrizes Q e R relacionadas com a variância esperada do ruído e da perturbação, respectivamente, apresentam o mesmo comportamento: aumentando a variância da saída, o estimador passa a ponderar mais os estados estimados do que a saída do sistema, tendendo a tornar o sistema mais robusto; e se contrário também é verdadeiro, de modo que, aumentando a variância da perturbação estimada, o preditor torna-se mais agressivo e melhora a rejeição de perturbação. Além disso, busca-se verificar se a utilização de um preditor não-linear pode conferir à estrutura O&P uma vantagem significativa em termos de desempenho e resiliência em face de perturbações, características particularmente relevantes em sistemas que exibem comportamento não-linear.

Ademais, assim como no caso linear, no caso não-linear também tem-se a predição da perturbação do sistema, utilizando o conceito de observadores aumentados, considerando que a perturbação tem seu modelo conhecido. Para isso, o vetor estados e a perturbação são estimados através da entrada atrasada conforme (54), por meio do algoritmo EKF desenvolvido com base em (Lima, B. M., 2018) e (Plett, 2018). A estimação de perturbações com modelo não conhecido é tema de estudo em trabalhos futuros.

O modelo discreto utilizado para a estimação é dado por

$$\begin{cases} x(k+1) = x(k) + T_s (f(x(k), u(k-d), q(k))) \\ y(k) = h(x(k)) \end{cases}, \quad (54)$$

sendo T_s o período de amostragem, $f(\cdot)$ a função multivariável não-linear que descreve o modelo e $h(\cdot)$ a função multivariável não-linear das saídas do modelo, que partem

do modelo contínuo e são discretizadas utilizando o método de Euler, considerando que T_s é suficientemente pequeno para uma boa aproximação. É importante ressaltar que trata-se de um sistema particular com atraso na entrada. Além disso, considera-se o modelo da perturbação como constante, como indicado em (17). Do mesmo modo que no caso linear, ao acrescentar as perturbações no vetor de estados sendo $\zeta^T = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_{n_q}]^T$, obtém-se a estimação tanto dos estados como das perturbações do sistema, permitindo que o sistema não-linear seja reescrito como

$$x_a(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ \zeta(k) \end{bmatrix}, \quad \tilde{f} = \begin{bmatrix} f(x(k), \zeta(k), u(k-d)) \\ \zeta(k) \end{bmatrix}, \quad (55)$$

ou da maneira compacta

$$\begin{cases} x_a(k+1) = \tilde{f}(x_a(k), u(k-d)) \\ y(k) = h(x_a(k)) \end{cases}. \quad (56)$$

Contudo, o sistema (56) deve ser detectável para que exista um estimador estável. Um sistema detectável possui todos os modos instáveis observáveis. Em sistemas não-lineares, essa propriedade pode ser avaliada localmente, a partir do ponto de operação $(\bar{x}, \bar{u}, \bar{\zeta}, \bar{y})$,

$$\begin{aligned} \delta x(k+1) &= A\delta x(k) + B\delta u(k) + B_\zeta\delta\zeta(k) \\ \delta\zeta(k+1) &= \delta\zeta(k) \\ \delta y(k) &= C\delta x(k) + C_\zeta\delta\zeta(k) \end{aligned} \quad (57)$$

sendo $\delta x(k) = x - \bar{x}$, $\delta\zeta(k) = \zeta - \bar{\zeta}$, $\delta u(k) = u - \bar{u}$ e $\delta y(k) = y - \bar{y}$ e as matrizes definidas como

$$\begin{aligned} A &= \left. \frac{df}{dx} \right|_{\bar{x}, \bar{u}, \bar{\zeta}}, & B &= \left. \frac{df}{du} \right|_{\bar{x}, \bar{u}, \bar{\zeta}}, & B_\zeta &= \left. \frac{df}{d\zeta} \right|_{\bar{x}, \bar{u}, \bar{\zeta}}, \\ C &= \left. \frac{dh}{dx} \right|_{\bar{x}, \bar{\zeta}}, & C_\zeta &= \left. \frac{dh}{d\zeta} \right|_{\bar{x}, \bar{\zeta}} \end{aligned} \quad (58)$$

Assim, a partir do sistema aumentado linearizado, a condição de detectabilidade é definida por

$$\text{rank} \begin{bmatrix} I - A & -B_\zeta \\ C & C_\zeta \end{bmatrix} = n + n_q \quad (59)$$

com n e n_q sendo a dimensão do vetor de estados e do número de perturbações adicionadas (Pannocchia; Rawlings, James B., 2003).

Dessa forma, a partir de (56) detectável, é realizado a integração do modelo obtendo a predição dos estados e perturbações d -passos a frente, de tal forma que, no caso nominal, o atraso pode ser desconsiderado no projeto do controlador.

Para a predição que será realizada a partir do modelo aumentado, assume-se que os ruídos afetam apenas os estados das perturbações, definidos pela matriz G , de forma a simplificar o ajuste, conforme estipulado em (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021).

$$\begin{cases} x_a(k+1) = \tilde{f}(x_a(k), u(k-d)) + G\omega(k) \\ y(k) = h(x_a(k)) + v(k) \end{cases} \quad (60)$$

em que ω tem a mesma dimensão de x , v tem a mesma dimensão de y e matriz G é definida como $G^T = \begin{bmatrix} 0_{n \times m} & I_{m \times m} \end{bmatrix}^T$.

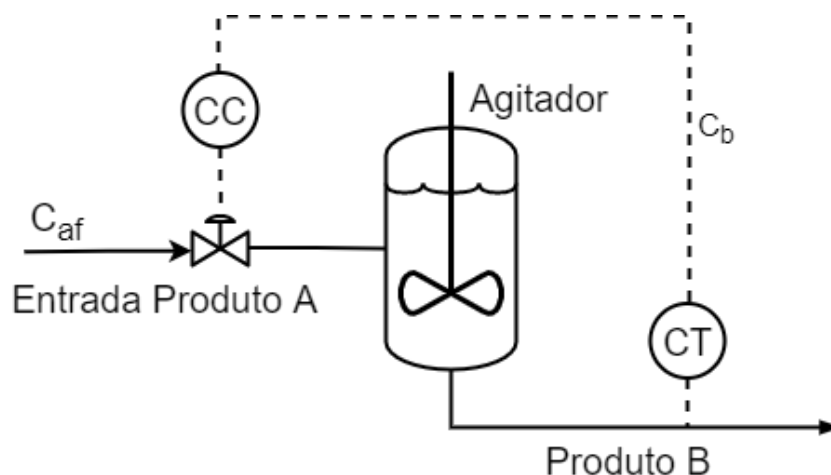
Em resumo, espera-se que as diretrizes utilizadas para ajuste do KF também sejam validadas para o EKF, aplicando-as inicialmente em um sistema não-linear particular nos casos mono e multivariável. A partir disso, tem-se um ponto de partida para iniciar os ajustes do preditor não-linear gerado pela técnica e, assim, poder comparar os resultados com outros preditores presentes na literatura, sendo avaliados através do erro de predição computado pelo ISE.

3.2 CASO MONOVARIÁVEL - CSTR SISO

Para verificar a aplicabilidade da sintonia utilizada em sistemas lineares em contextos não-lineares, inicia-se com a simulação de um sistema não-linear monovariável. Além da validação da sintonia, também será avaliada a resposta do preditor não-linear em comparação com o preditor linear.

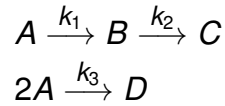
Para isso, foi utilizado o sistema de um reator conhecido como reator químico continuamente agitado (CSTR, do inglês *Continuous Stirred Tank Reactor*), utilizado para reações líquidas, apresentado na Figura 8.

Figura 8 – Sistema CSTR monovariável.



Fonte: (Normey-Rico; Camacho, 2007) (adaptado).

Esses sistemas apresentam dinâmicas não-lineares ao considerar reações paralelas e consecutivas (Lima, D. M., 2015). No caso estudado, tem-se a produção de B através de A, pela adição de um catalisador diluído em água, produzindo também produtos residuais D e C. O mecanismo de reação é atribuído à Van de Vusse (Van de Vusse, 1964), e pode ser escrita como



Inicialmente, considera-se o CSTR como isotérmico, ou seja, com temperatura constante, no qual as equações do sistema podem ser escritas por

$$\begin{cases} \frac{dC_a(t)}{dt} = -k_1 C_a(t) - k_3 C_a^2(t) + (C_{af}(t) - C_a(t)) \frac{F(t-\tau)}{V} \\ \frac{dC_b(t)}{dt} = k_1 C_a(t) - k_2 C_b(t) - C_b(t) \frac{F(t-\tau)}{V} \end{cases}, \quad (61)$$

com as taxas k_i constantes e o ponto de operação, representado pelas variáveis $\bar{C}_{af}, \bar{C}_a, \bar{C}_b$ e \bar{F} , descritos na Tabela 1. A variável manipulada F/V é considerada normalizada em função volume do reator, tornando a vazão F a única variável manipulada atrasada com τ sendo o atraso no tempo contínuo (Engell; Klatt, 1993).

Tabela 1 – Parâmetros para CSTR isotérmico.

Descrição	Parâmetro	Valores	Unidade
Constante	k_1	6,01	l/min
Constante	k_2	0,8433	l/min
Constante	k_3	0,1123	$mol/(l \cdot min)$
Concentração do produto A no fluido de alimentação	\bar{C}_{af}	5,1	mol/l
Vazão da diluição	\bar{F}	1	l/min
Concentração do produto A	\bar{C}_a	0,7192	mol/l
Concentração do produto B	\bar{C}_b	2,3450	mol/l
Período de amostragem	T_s	0,02	min

Fonte: (Normey-Rico; Camacho, 2007)

Deseja-se controlar a concentração do produto B (C_b), que depende da concentração do produto A no reator (C_a) e da concentração do produto A no fluido de alimentação (C_{af}), além da vazão da diluição (F) para um volume constante do reator (V). A variável manipulada normalizada é F e C_{af} é a perturbação não medida que será estimada.

A título de realizar a validação do algoritmo desenvolvido, foi considerado atraso no sistema:

$$d_t = d_r + d_a, \quad (62)$$

no qual o atraso total (d_t) é caracterizado pelo atraso real (d_r), em função da distância l em que a concentração C_b é medida do reator, e o atraso da análise (d_a) que repre-

senta o tempo gasto pelo analisador para fornecer o dado da concentração medida (Lima, D. M., 2015).

3.2.1 Controle SISO

Para o projeto do controlador do caso monovariável do modelo linear no ponto de operação definido na Seção 3.2 e apresentado em (63)

$$A = \begin{bmatrix} 0,8540 & 0 & 0 \\ 0,1202 & 0,9611 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0,0876 \\ -0,0469 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (63)$$

foram utilizadas as ponderações baseadas na regra de Bryson, na qual as matrizes são definidas com base no maior valor da resposta ou entrada desejado, chegando à

$$Q_{LQR} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_{LQR} = 1000 \quad (64)$$

obtendo os ganhos apresentados em (65), a partir de ajustes no método do LQR com integrador, de acordo com a Seção 2.4:

$$K = \begin{bmatrix} 0,6515 & 0,7926 & -0,0313 \end{bmatrix}. \quad (65)$$

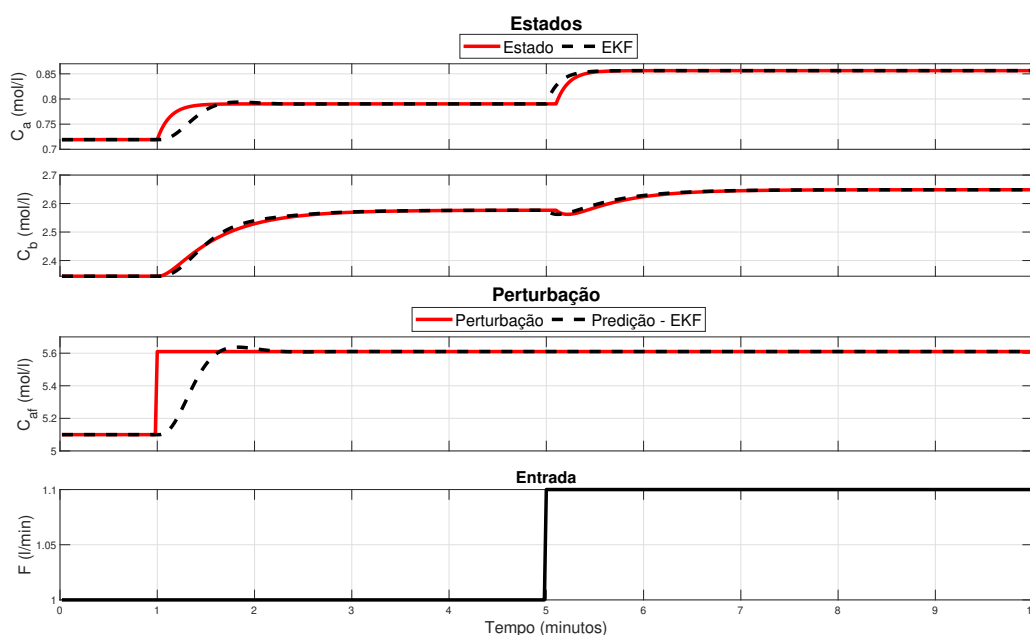
3.2.2 Preditor EKF

Para a validação do estimador no caso monovariável, foi proposto um primeiro cenário de simulação em que não há erros de modelagem, preditor e sistema real possuem o mesmo atraso, e que o sistema estimado está no mesmo ponto inicial do sistema real. Nesse sentido, é importante ressaltar que, para o cenário atual, a ponderação no filtro é unitária, ou seja, $Q = R = 1$. O sistema aumentado (55) utilizado para a predição é descrito por

$$x_a(k+1) = \begin{bmatrix} C_a(k) \\ C_b(k) \\ C_{af}(k) \end{bmatrix}, \tilde{f} = \begin{bmatrix} -k_1 C_a(k) - k_3 C_a^2(k) + (C_{af}(k) - C_a(k)) F(k-d) \\ k_1 C_a(k) - k_2 C_b(k) - C_b(k) F(k-d) \\ C_{af}(k) \end{bmatrix}. \quad (66)$$

considerando a saída do como $y(k) = C_b(k)$. Conforme apresentado na Figura 9, os sinais de predição convergem para os estados do sistema em malha aberta, em um cenário com um degrau de 10% no sinal de perturbação (C_{af}) em 1 minuto e no sinal de entrada (F) aos 5 minutos. Além disso, também é possível observar a convergência da predição da perturbação para o sinal de perturbação do sistema, validando o algoritmo de predição.

Figura 9 – Predição em malha aberta com sintonia unitária.



Fonte: Autoria Própria

Com o algoritmo de predição validado em malha aberta, é realizada a validação do algoritmo de controle desenvolvido, utilizando do mesmo cenário anterior, mas incluindo o controlador e observando agora a saída do sistema em malha fechada, conforme o diagrama da Figura 7.

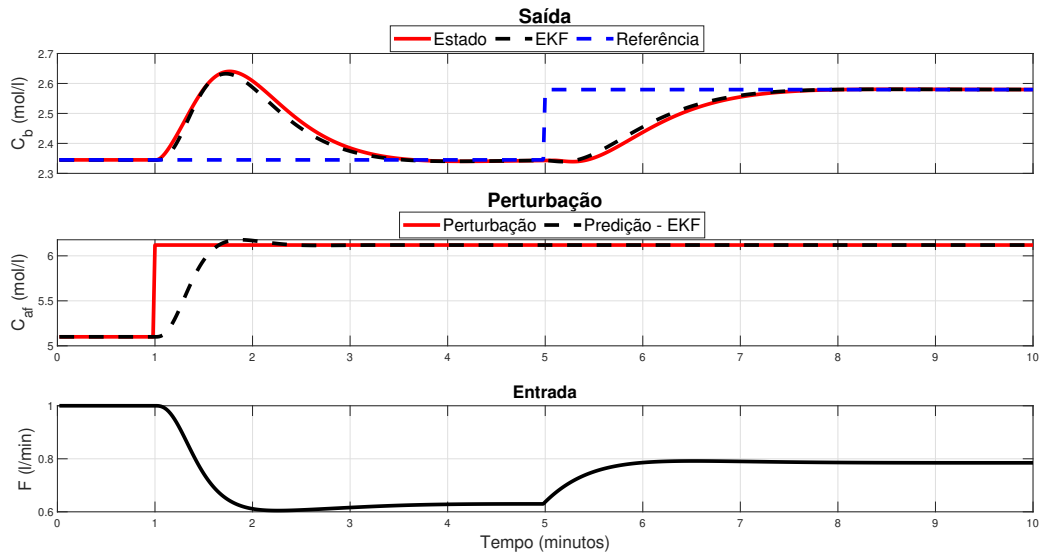
Na Figura 10 são apresentados os sinais de saída e saída predita do sistema em malha fechada. Em 1 minuto degrau de 10% na perturbação C_{af} e uma mudança também de 10% no sinal referência de C_b , aos 5 minutos. Assim, é possível ver o seguimento da nova referência após o atraso e com erro nulo, além da rejeição das perturbações.

A partir dos resultados apresentados, foi possível validar o algoritmo de predição e controle desenvolvido, baseado no controlador pelo método LQR, descrito na Seção 3.2.1.

Desse modo, foi realizado um estudo voltado à sintonia do estimador, através do ajuste das matrizes Q e R . Como o sistema é do tipo SISO, é possível manter uma matriz fixa e variar a outra. Neste estudo, foi mantida a matriz Q fixa em 1 ajustando apenas R para valores maiores e menores que 1, com o intuito de verificar a influência no sistema em malha fechada para o mesmo controlador.

Assim, observa-se na Figura 11 que, à medida que se aumenta a ponderação R , tem-se um resultado mais lento na rejeição de perturbação, o que tende a tornar a malha fechada mais robusta, enquanto que a resposta para a referência permanece essencialmente inalterada. De maneira inversa, à medida que R é reduzido, o preditor fica

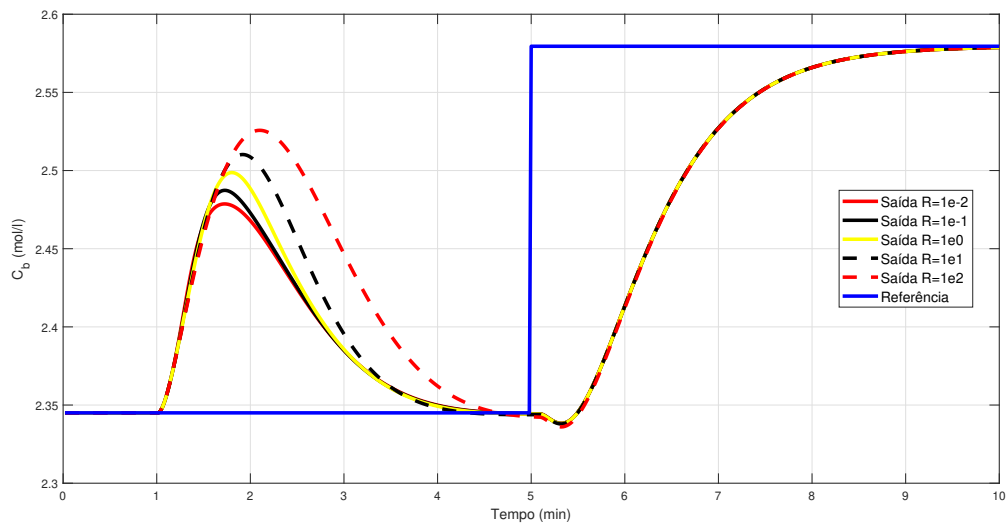
Figura 10 – Predição em malha fechada com sintonia unitária.



Fonte: Autoria Própria

menos robusto. Isso reflete a semelhança com o caso linear, apesar de ser apresentado apenas para um caso particular, as propriedades do caso linear aparentemente se mantêm no caso não-linear.

Figura 11 – Comparação da saída do sistema em malha fechada para alteração na sintonia de R

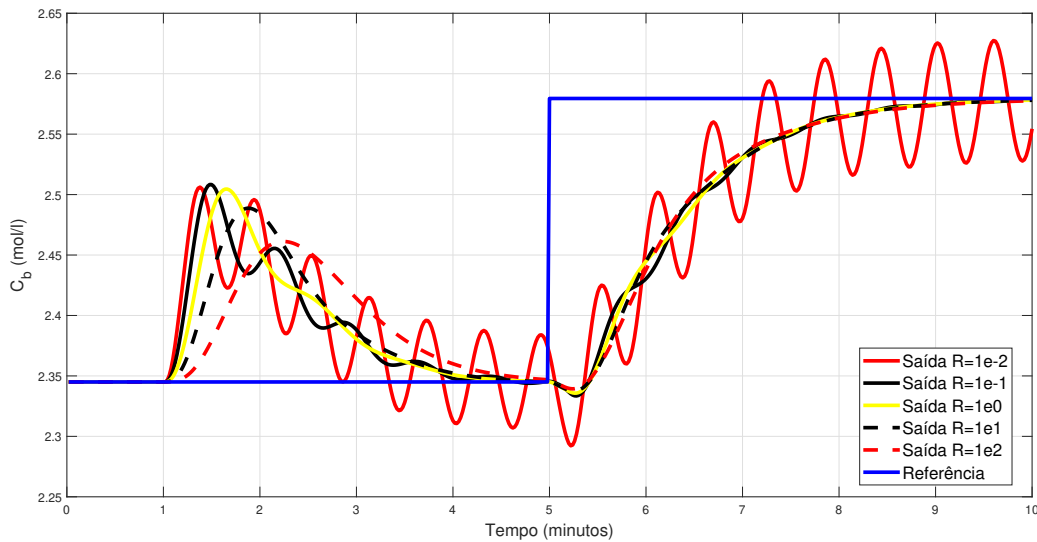


Fonte: Autoria Própria

Do mesmo modo, mantendo a matriz Q fixa em 1 e variando os valores da matriz R , mas agora adicionando um erro de modelagem no atraso de 5 amostras a mais do

que o nominal, tem-se a Figura 12. Como esperado, o sistema torna-se mais robusto à medida que a matriz R aumenta, novamente assemelhando-se ao caso linear.

Figura 12 – Comparação da saída real do sistema para alteração na sintonia de R com erro de modelagem no sistema



Fonte: Autoria Própria

A partir das simulações apresentadas, as diretrizes de sintonia do caso linear monovariável são válidas também para o caso não-linear estudado, de modo que, mantendo a matriz Q unitária e alterando a matriz R para valores maiores que 1, o sistema torna-se mais robusto e, de maneira inversa, para valores menores que 1, o sistema aumenta a capacidade de rejeição de perturbação. Assim, é possível expandir também os resultados do caso MIMO apresentado em (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2023), em que à medida que se aumentam as variâncias da matriz Q , o sistema tem uma resposta mais agressiva, ou seja, tem uma maior capacidade de rejeitar perturbações e, para a matriz R , à medida que aumentam-se as variâncias, o sistema torna-se mais robusto. À medida que a matriz R tende a 0, o modelo de predição tende a se tornar mais assertivo, fazendo com que o modelo considerado não apresente nenhuma dinâmica, e o preditor passe a buscar o sinal medido e não realizar nenhuma estimação. Isso é válido para o caso linear e pode ser assumido, intuitivamente, para o caso não-linear, a partir das simulações apresentadas, de forma que as provas matemáticas formais serão tema de trabalhos futuros, em conjunto com as demais provas sugeridas nesta pesquisa.

3.2.3 Comparação Preditor KF e EKF

A fim de efetuar comparações entre diferentes preditores, o controlador é inalterado, variando apenas o preditor. Essa abordagem permite isolar o efeito do controlador

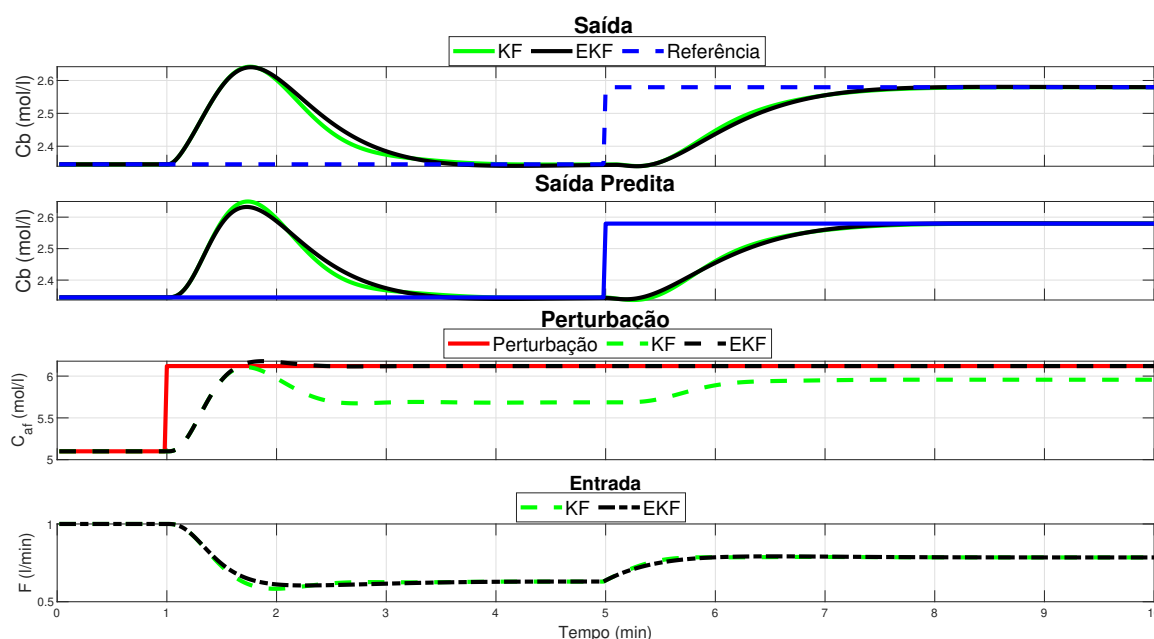
do efeito do preditor, estabelecendo, assim, uma comparação mais justa, sendo quantificada a partir do erro de predição a partir de (53). Considerando as características do ISE, o EKF foi tomado como base para normalizar os erros, de modo que o valor comparado é dado por

$$\varepsilon_{final} = \frac{\varepsilon_{KF}}{\varepsilon_{EKF}}, \quad (67)$$

no qual o ISE normalizado para o EKF é sempre 1 e os valores comparativos são avaliados para valores menores ou maiores que 1.

Na Figura 13, é apresentado a predição realizada utilizando KF e EKF, com relação à saída em malha fechada, respectivamente, utilizando o controlador apresentado na Seção 3.2.1 para ambos preditores. Como o sistema é não-linear, o KF foi projetado para o ponto de operação apresentado na Tabela 1, sendo simulado a partir de um modelo incremental para poder compará-lo ao EKF, considerando o modelo linearizado da perturbação. Para esse cenário, foram utilizados degraus de 10% no sinal de referência de C_b e de 20% na perturbação, utilizando a malha de controle apresentada na Figura 7, variando apenas o observador da estrutura O&P.

Figura 13 – Comparação entre sinais preditos e saída real do sistema.



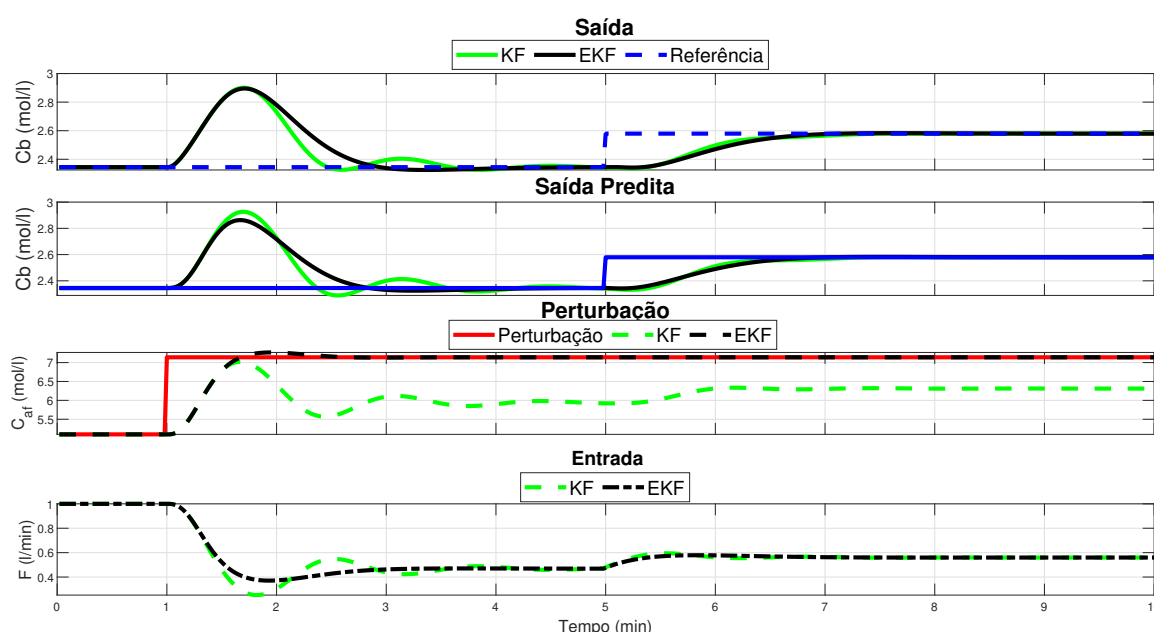
Fonte: Autoria Própria

Conforme apresentado na Figura 13, ambos os preditores convergem para a saída do sistema em regime permanente. Entretanto, para o KF, a predição da perturbação acaba não convergindo para a perturbação do sistema. Isso se deve ao fato da não-linearidade do sistema (61) presente na perturbação e, como o KF considera o sistema linearizado, essa dinâmica acaba não sendo representada fielmente como

no caso do EKF. Avaliando o erro de predção, o valor de ISE normalizado para o KF é de 2,0065 para a saída do sistema, indicando que o EKF apresenta erro de predção menor.

Após isso, o sistema é levado para mais longe do ponto de operação para observar qual o comportamento dos preditores nesse caso. Para isso, tem-se a Figura 14, em que a referência para a saída C_b se mantém a mesma dos cenários anteriores, enquanto a perturbação C_{af} tem um degrau de 40% do ponto de operação.

Figura 14 – Comparação entre sinais preditos e saída real do sistema distante do ponto de operação.



Fonte: Autoria Própria

Através da Figura 14, é possível ver o erro de predção da perturbação em regime permanente para o preditor com KF, bem como na predção da saída do sistema, reafirmando as considerações apresentadas em (Rampelli; Jena, 2016; Konatowski; Pieniężny, 2007), onde à medida que o sistema se afasta do ponto de operação, o KF tende a apresentar resultados mais incorretos para a predção do sistema, podendo causar instabilidade. Realizando a comparação através do ISE, o erro entre a predção e a saída do sistema é de 2,1340 utilizando o KF.

Com isso, é possível verificar que, para esse caso particular, as regras de sintonia do preditor do caso linear podem ser estendidas para o não-linear, no qual as características para aumento de robustez e/ou rejeição de perturbação são mantidas para ambos os casos, tornando-se ponto de partida para o ajuste da sintonia do preditor. Também fica evidente o melhor desempenho de um preditor não-linear em comparação com um linear quando aplicados em um sistema não-linear. Enquanto o

preditor linear é limitado a um ponto de operação, o não-linear EKF lineariza o sistema a cada iteração, de modo a ter uma predição melhor.

3.2.4 Efeito da perturbação em sistemas não-lineares

Perturbações de um sistema podem ser difíceis de medir e também de estimar, visto que seu modelo nem sempre é conhecido. Por isso, uma das formas é considerá-la como um novo estado do sistema e estimada de maneira conjunta aos estados, confirmando o erro nulo de estimação. Entretanto, isso só é possível se a perturbação tiver seu modelo conhecido, o que nem sempre é verdadeiro, dado as aproximações e considerações realizadas durante o processo de modelagem. Com o objetivo de tratar a perturbação no modelo não-linear da mesma forma que é tratada no caso linear, parte-se da consideração de um sinal desconhecido somado ao sinal de entrada, como é feito no caso linear

$$u_q(k) = u(k) + q(k), \quad (68)$$

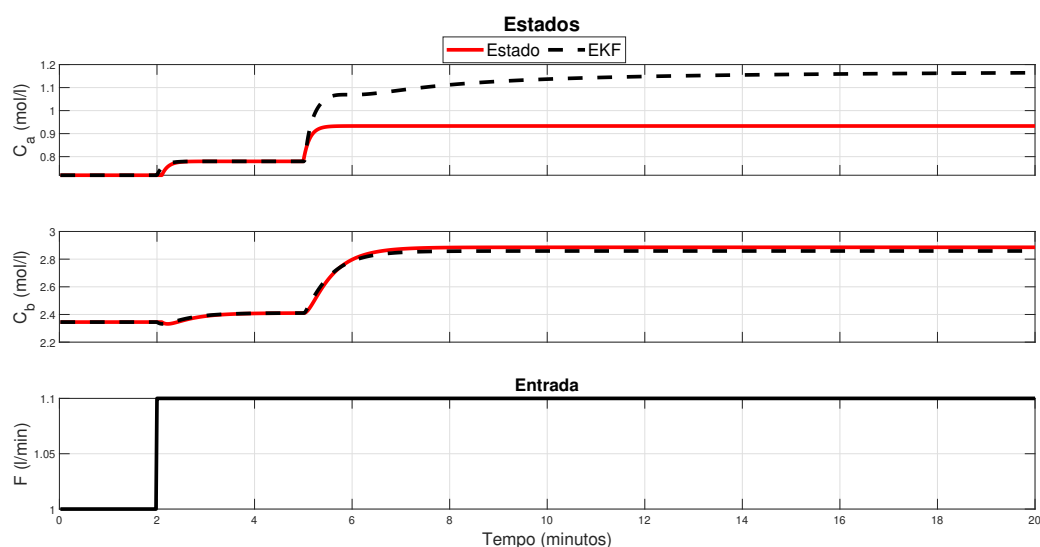
onde $u_q(k)$ é o novo sinal de entrada composto pelo sinal de entrada do sistema $u(k)$ somado a um sinal desconhecido que pode ser erro de modelagem, sinais externos ou mesmo perturbação $q(k)$. O sinal $q(k)$, em geral é assumido como constante, mas há casos em que sinais senoidais, rampas ou mesmo uma combinação de sinais podem ser utilizados para representar melhor a perturbação (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021).

No entanto, para os sistemas não-lineares estudados durante a pesquisa, essa aproximação não é trivial como para o caso linear, indicando não ser a forma mais adequada para tratar o problema, visto que, dessa maneira, a predição dos estados do sistema é comprometida. Para ilustrar este problema, considere o sistema CSTR (61). Tomando degraus de 20% na perturbação e 10% no sinal de entrada do sistema, e considerando a sintonia unitária, ou seja, $Q = R = 1$ tem-se a Figura 15. Em malha aberta, essa influência não é tão evidente, visto que o sistema não sofre as alterações impostas pelo controlador para tentar rejeitar a perturbação. Assim, a predição do sinal de saída do sistema (estado C_b), é realizada adequadamente, enquanto o estado C_a não converge para o valor esperado.

Já para o caso em malha fechada, modelando a perturbação como de entrada (68), no sistema CSTR SISO apresentado, tem-se os resultados da Figura 16. Nota-se que o sistema não converge para a referência tampouco realiza a rejeição de perturbação, considerando o mesmo cenário de degraus de 20% aos 2 segundos na perturbação e 10% no sinal de referência de C_b do sistema em 5 segundos, utilizando a sintonia unitária para o preditor.

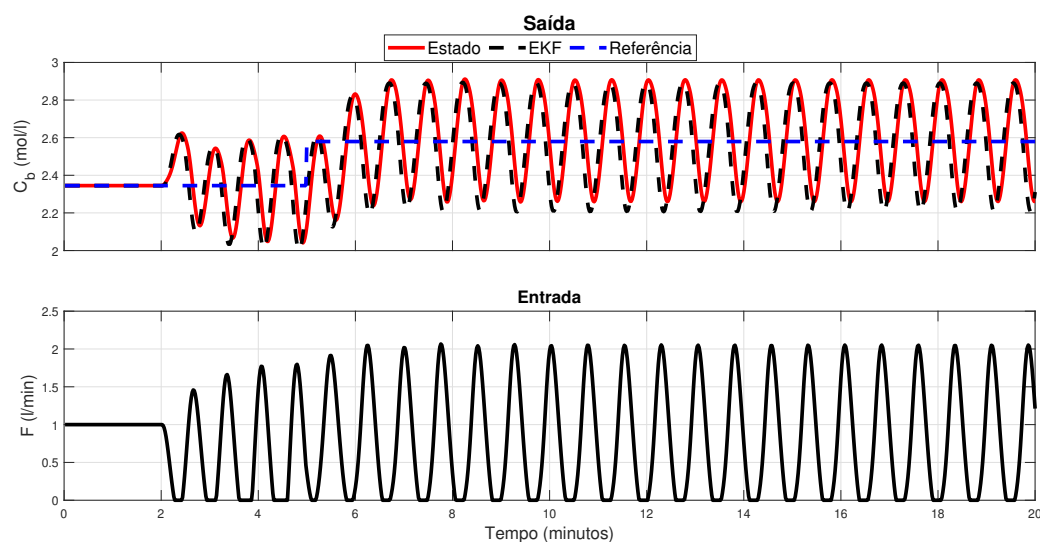
Mesmo alterando a sintonia do preditor para tornar o sistema mais robusto, tomando $R = 0,01$ a partir das diretrizes de ajuste utilizadas para o caso SISO, a

Figura 15 – Sinal de saída em malha aberta para o sistema considerando modelo de perturbação aditiva



Fonte: Autoria Própria

Figura 16 – Sinal de saída em malha fechada para o sistema considerando modelo de perturbação aditiva

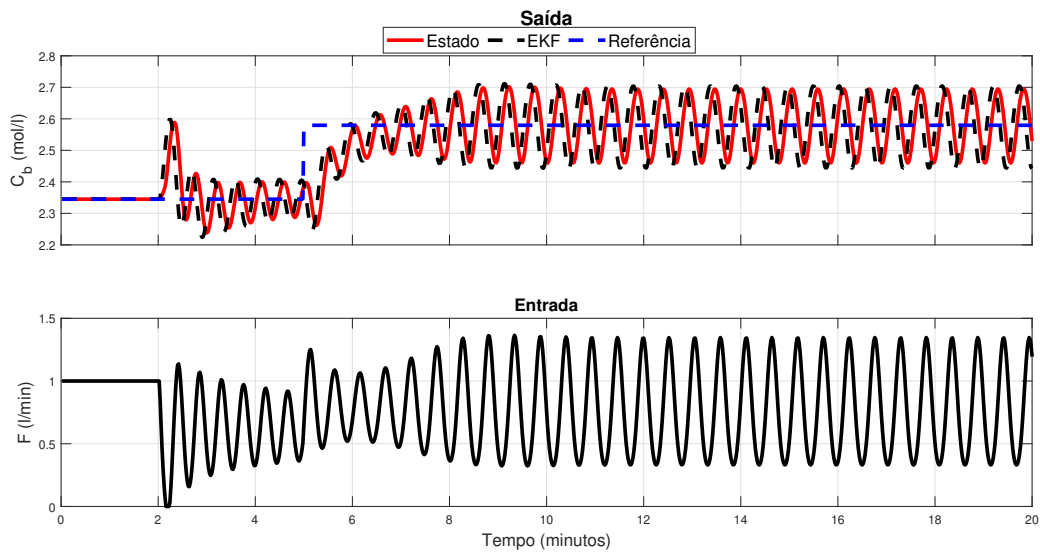


Fonte: Autoria Própria

Figura 17 mostra que o erro de predição se mantém, evidenciando que a forma de tratar o sinal de perturbação pode não estar adequada, visto que o sistema em malha fechada apresentado com o sinal de perturbação conhecido, o erro de predição não acontece.

Isso torna-se uma limitação do trabalho desenvolvido, visto que, se houverem outros sinais de perturbação externa ou mesmo erros de modelagem, a predição não

Figura 17 – Sinal de saída em malha fechada para o sistema considerando modelo de perturbação aditiva com alteração na sintonia



Fonte: Autoria Própria

será correta, podendo instabilizar o sistema controlado. Com isso, o estudo de como as perturbações não conhecidas influenciam no sistema não-linear será alvo de estudos futuros, visando identificar os problemas da aproximação como no caso linear e se há uma maneira adequada de tratar esse sinal em sistemas não-lineares.

3.3 CASO MULTIVARIÁVEL - CSTR MIMO

Durante a utilização do CSTR apresentado na Seção 3.2, foi considerado que o processo é isotérmico, o tornando monovariável. Como deseja-se realizar estudos com relação ao caso multivariável, será avaliado o preditor numa versão não-isotérmica do CSTR representado pela Figura 18.

O balanço de massa e energia apresenta as equações não-lineares que descrevem o sistema não-isotérmico, escritas por (Gupta, 1998)

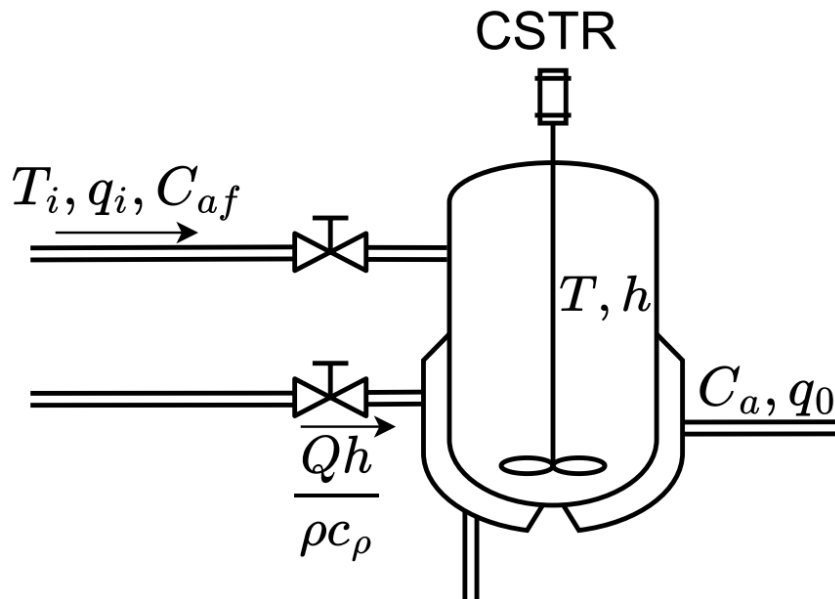
$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{q_i(t) - q_o(t - \tau)}{A_c} \quad (69)$$

$$\frac{dC_a(t)}{dt} = q_i(t) \frac{C_{af}(t - \tau) - C_a(t)}{V} - R(t)C_a(t) \quad (70)$$

$$\frac{dT(t)}{dt} = q_i(t) \frac{T_i(t) - T(t)}{V} - \frac{\Delta H}{\rho c_p} R(t)C_a(t) - \frac{Q_h(t - \tau)}{\rho c_p V} \quad (71)$$

no qual τ é o atraso no tempo contínuo do sistema e a velocidade da reação $R(t)$ é descrita por

Figura 18 – CSTR multivariável.



Fonte: (Normey-Rico; Camacho, 2007)

$$R(t) = k_0 e^{-\frac{E}{RT(t)}}, \quad (72)$$

sendo que os parâmetros utilizados são descritos na Tabela 2, sendo o ponto de operação dado por \bar{h} , \bar{C}_a , \bar{C}_{af} , \bar{T} , \bar{q}_0 e $\frac{\bar{Q}h}{\rho c_p}$.

Nesse caso, deseja-se controlar a concentração de saída do produto A (C_a), a altura do tanque (h) e também a temperatura interna do tanque (T). Para isso, as variáveis manipuladas são a vazão de saída (q_0), a concentração do produto A no fluido de alimentação (C_{af}) e a taxa de calor normalizada ($\frac{Qh}{\rho c_p}$), tendo ainda como perturbações constantes e não medidas a vazão de entrada (q_i) e a temperatura externa (T_i).

Além disso, da mesma maneira que no caso SISO, foi considerado atraso no sistema conforme (62), gerando um atraso nominal de 5 amostras (ou 15 segundos). É importante ressaltar que o sistema apresentado em (69) pode ser desacoplado, isto é, o estado h não exerce influências nos outros estados e o contrário também é verdadeiro. Logo, pode-se trabalhar com um sistema MIMO quadrado com duas entradas e duas saídas, ao desconsiderar o estado h e a entrada q_0 , visto que h apresenta dinâmica integradora. Como o EKF pode ser aplicado em sistemas com qualquer dinâmica, o estado h será considerado no modelo. Ao passo que serão realizadas comparações com o NLFSP, assume-se que este sinal faz parte de outra malha de controle que mantém o nível desejado, não sendo considerado durante as simulações.

Tabela 2 – Parâmetros para CSTR Multivariável

Descrição	Parâmetro	Valores	Unidade
Nível dentro do reator	h	1	m
Concentração medida do produto A	\bar{C}_a	1	$kmol/m^3$
Concentração do produto A na alimentação do tanque	\bar{C}_{af}	5	$kmol/m^3$
Temperatura dentro do reator	\bar{T}	400	K
Vazão de saída	\bar{q}_0	0,005	m^3/s^{-1}
Concentração de A na alimentação	$\frac{\bar{Q}h}{\rho c_p}$	0,75	Km^3/s^{-1}
Taxa de remoção de calor	q_j	0,005	m^3/s^{-1}
Vazão de entrada	T_j	350	K
Temperatura de entrada do fluido	E/R	1000	K
Área do reator	A_c	0,05	m^2
Volume do reator	V	0,05	m^3
Calor da reação	Δh	-50e6	$cal/kmol$
Densidades dos líquidos	ρ	1e6	g/m^3
Calor específico	c_p	1	cal/gK
Constante da taxa de reação	k_0	4,87	s^{-1}
Período de amostragem	T_s	3	s

Fonte: (Gupta, 1998)

3.3.1 Controle MIMO

O controlador utilizado no caso MIMO segue os mesmos princípios do caso monovariável, alterando apenas os estados do sistema, conforme apresentado na Seção 3.3 e no sistema discreto linearizado apresentado em (73).

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,5 & -0,0075 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 60 & 1,075 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -60 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0 & -60 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (73)$$

Com isso, resta definir as matrizes de ponderação do algoritmo LQR, Q_{LQR} , que define a relevância dos estados e R_{LQR} que está relacionado com o esforço de controle,

sendo novamente realizada utilizando a regra de Bryson:

$$Q_{LQR} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/400^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/400^2 \end{bmatrix}, R_{LQR} = 30 \cdot \begin{bmatrix} 1/0,005^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/5^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/0,75^2 \end{bmatrix}, \quad (74)$$

obtendo os ganhos (75) para o modelo MIMO

$$K = \begin{bmatrix} -0,0055 & 0 & 0 & 0,0008 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3245 & 0,0013 & 0 & -0,4095 & -0,0017 \\ 0 & -0,0322 & -0,0028 & 0 & -0,1116 & 0,0001 \end{bmatrix}. \quad (75)$$

3.3.2 Preditor EKF

Para a validação do estimador, foi proposto um primeiro cenário de simulação em que não há erros de modelagem, preditor e sistema real possuem o mesmo atraso, e que o sistema estimado está no mesmo ponto inicial do sistema real. Nesse sentido, é importante ressaltar que, para o cenário atual, a ponderação no filtro é $Q = R = I$, com I sendo uma matriz identidade de dimensões adequadas, denominada de Sintonia 1. Como um dos objetivos deste trabalho é apresentar estudos quanto à sintonia do preditor utilizando EKF como estimador sob a técnica O&P, não serão realizadas comparações com outras variações do filtro de Kalman, sendo estes objetivos de trabalhos futuros. O vetor de estados do sistema é definido como

$$x^T = [h \quad C_a \quad T]^T, \quad (76)$$

em que ao acrescentar as perturbações passa a ser chamado de estados aumentados (x_a), juntamente com o conjunto de funções não-lineares que descrevem o sistema conforme (55), são rescritos como

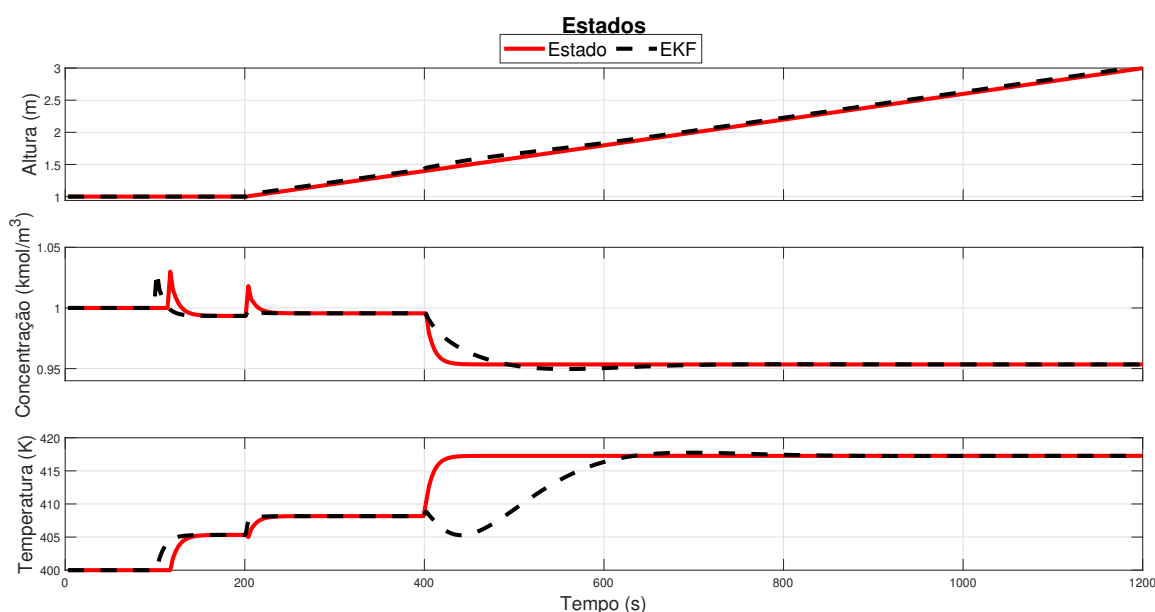
$$x_a(k+1) = \begin{bmatrix} h(k) \\ C_a(k) \\ T(k) \\ q_i(k) \\ T_i(k) \end{bmatrix}, \tilde{f} = \begin{bmatrix} \frac{q_i(k) - q_o(k-d)}{A_c} \\ q_i(k) \frac{C_{a1}(k-d) - C_a(k)}{V} - R(k) C_a(k) \\ q_i(k) \frac{T_i(k) - T(k)}{V} - \frac{\Delta H}{\rho c_p} R(k) C_a(k) - \frac{Q_h(k-d)}{\rho c_p V} \\ q_i(k) \\ T_i(k) \end{bmatrix}, \quad (77)$$

tomando as saídas do sistema como $y(k) = [h \quad C_a \quad T]$.

Baseado nisso, foram implementados degraus de 2% nos sinais de entrada (C_{af}) e de perturbação (q_i e T_i) em torno do ponto de operação, observando a saída do sistema em malha aberta.

Com isso, na Figura 19 são apresentadas as saídas do estimador em malha aberta para um degrau positivo em q_i e em T_i a 200 e a 400 segundos, respectivamente. Em 100 segundos, foi aplicado um degrau positivo em C_{af} .

Figura 19 – Comparação entre estados e a predição do sistema em malha aberta utilizando a Sintonia 1.



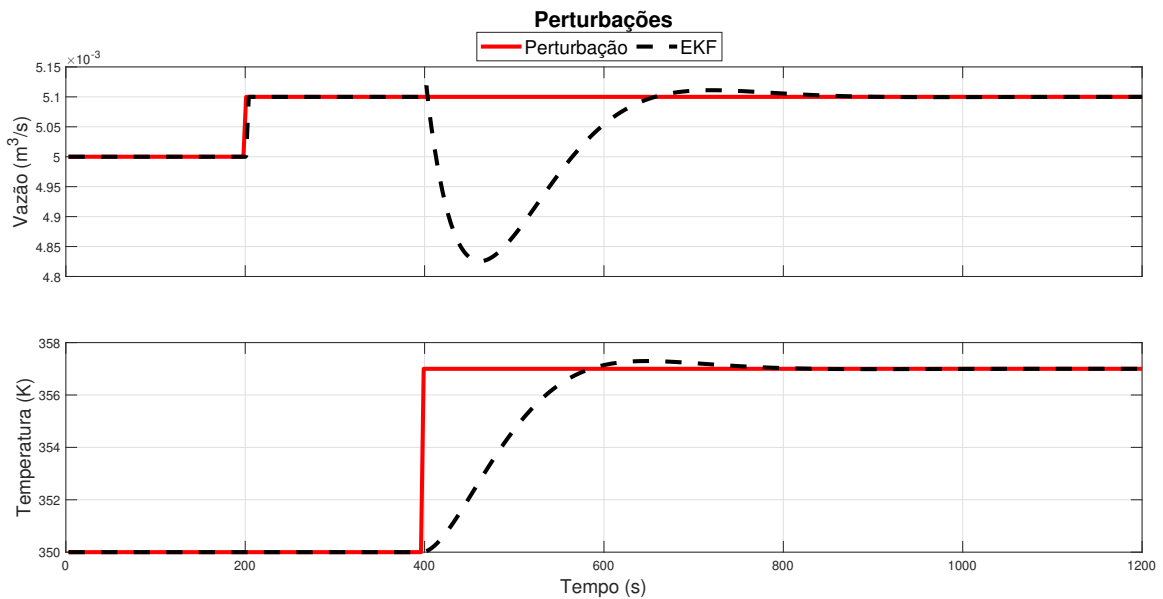
Fonte: Autoria Própria

A partir da Figura 19, é possível observar que o sinal de predição converge para o sinal real dos estados. É importante ressaltar ainda, que o estado de altura do tanque (h) apresenta um comportamento integrador, trazendo à tona uma das vantagens de se trabalhar com a estrutura O&P, permitindo a implementação em sistemas com essa característica. No mesmo âmbito, tem-se a Figura 20, em que é apresentada a predição das perturbações com relação às perturbações reais, para o mesmo cenário, no qual é possível observar a dinâmica do preditor e a convergência para o sinal real, validando o algoritmo de predição.

Com o algoritmo de predição validado em malha aberta, inicia-se as simulações do sistema em malha fechada utilizando o controlador descrito na Seção 3.3.1, utilizando do mesmo cenário anterior, mas incluindo o controlador e observando agora a saída do sistema em malha fechada.

Na Figura 21, são apresentados os sinais de saída e saída predita do sistema em malha fechada. Em 100 segundos uma mudança de referência de C_a , em 200 segundos, há uma alteração no sinal de q_i e em 400 segundos um degrau na pertur-

Figura 20 – Comparação entre sinal de perturbação e predição do sistema em malha aberta para Sintonia 1.



Fonte: Autoria Própria

bação T_i . Assim, é possível ver o seguimento da nova referência após o atraso e com erro nulo, além da rejeição das perturbações.

Em seguida, foi realizado um estudo voltado à sintonia do filtro, através das matrizes Q e R . A nova sintonia foi baseada nas diretrizes apresentadas em (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2023), de forma que à medida que se aumentam as variâncias da matriz Q , a resposta do preditor torna-se mais agressiva. Para a matriz R , à medida que aumentam-se as variâncias, o sistema tende a aumentar a robustez. Com esse propósito, a sintonia é realizada de maneira independente do controlador, o qual é fixo para todas as simulações.

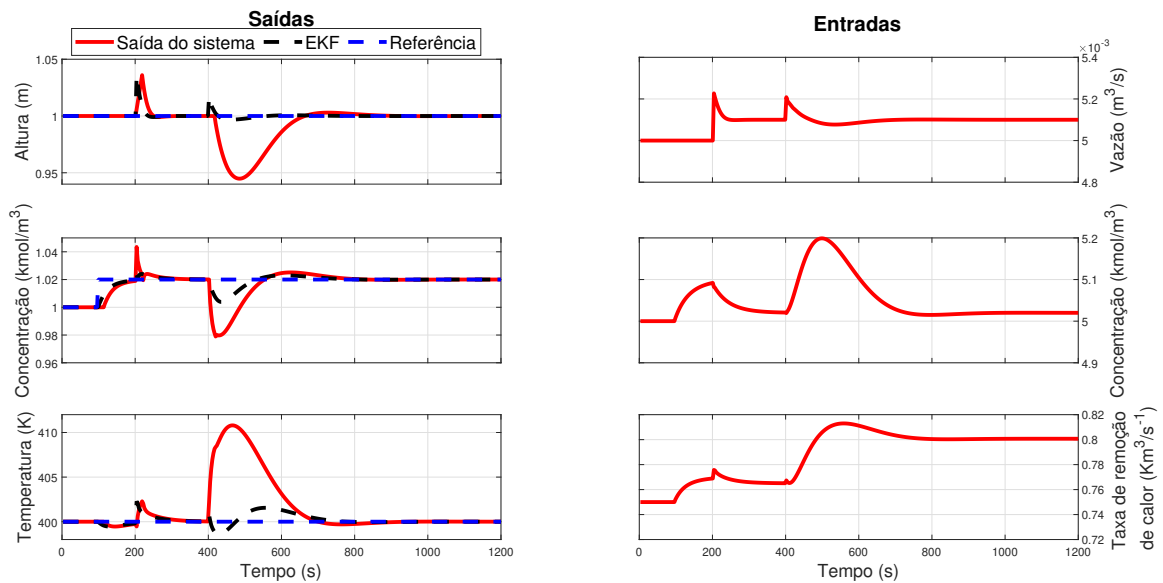
Para isso, foram utilizadas as ponderações

$$Q = \begin{bmatrix} \delta_1^2 & 0 \\ 0 & \delta_2^2 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{bmatrix} \quad (78)$$

em que $\delta_1 = 0,0015$, $\delta_2 = 5$, $\lambda_1 = 0,5$, $\lambda_2 = 0,5$ e $\lambda_3 = 5$ são os respectivos desvios padrões estabelecidos com base na faixa de valores de cada variável, sendo esta denominada como Sintonia 2.

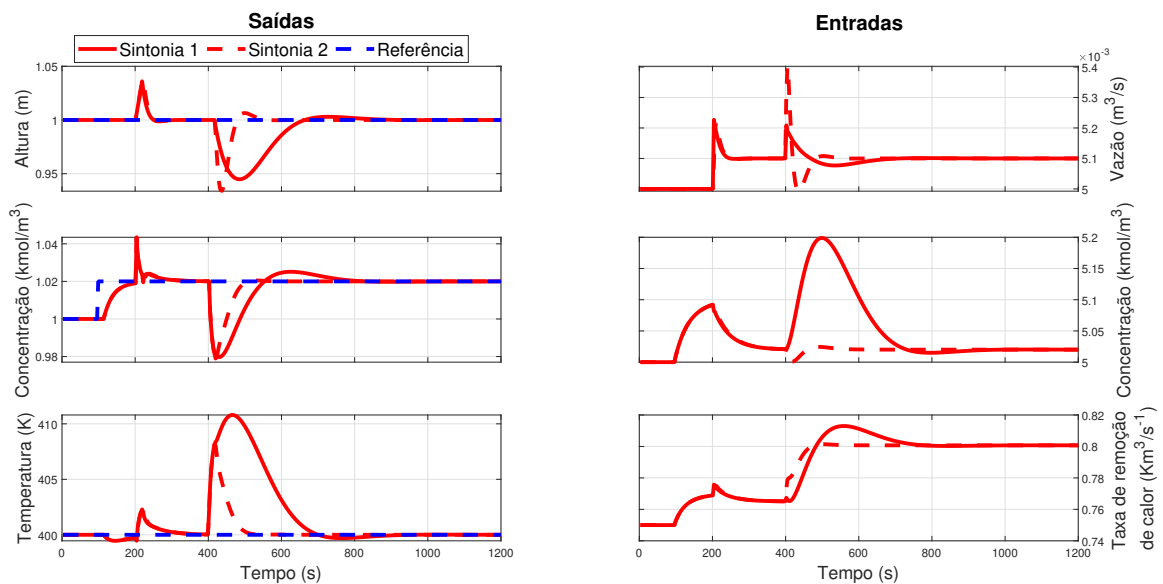
A Figura 22 apresenta a comparação dos sinais de saída do sistema para as diferentes sintonias simuladas, sendo possível observar a maior capacidade de rejeição de perturbação ao aplicar a Sintonia 2, por conta das variâncias utilizadas, como apresentado em (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2023).

Figura 21 – Comparação entre saída e a saída predita do sistema em malha fechada utilizando a Sintonia 1.



Fonte: Autoria Própria

Figura 22 – Comparação da saída do sistema para o caso nominal utilizando Sintonias 1 e 2.



Fonte: Autoria Própria

Entretanto, é bastante comum que o modelo do sistema tenha erros de modelagem, haja vista as simplificações feitas durante esse processo. Para esse trabalho, serão considerados apenas erros de modelagem com relação ao atraso do sistema. Com isso, utilizando o mesmo controlador e preditor anterior e adicionando um erro

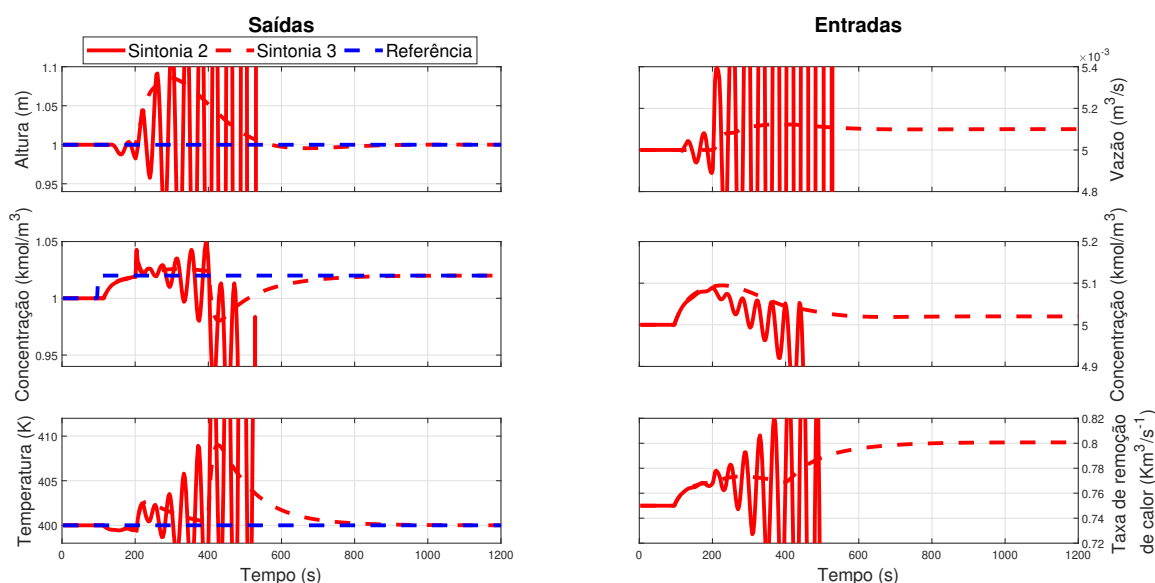
de modelagem no qual o atraso modelado passa a ser $d_{tm} = 30$ segundos, o sistema torna-se instável tanto para a Sintonia 1 quanto para a Sintonia 2.

Visando atingir a estabilidade do sistema em malha fechada, foi proposta a Sintonia 3, em que as matrizes Q e R são descritas por

$$Q = \begin{bmatrix} 0,01\delta_1^2 & 0 \\ 0 & 0,6\delta_2^2 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 100\lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 20\lambda_3^2 \end{bmatrix}, \quad (79)$$

seguindo as diretrizes de sintonia apresentadas anteriormente, as matrizes Q e R são projetadas de maneira a melhorar a robustez do sistema. Os resultados são apresentados na Figura 23.

Figura 23 – Comparação da saída do sistema para o caso com erro de modelagem utilizando Sintonias 2 e 3.



Fonte: Autoria Própria

Com a Sintonia 3, que ajusta apenas o preditor, o sistema permanece estável para o mesmo cenário anterior. Ou seja, o sistema de malha fechada se tornou mais robusto. Estes resultados evidenciam que o efeito que o preditor tem em termos de robustez e rejeição de perturbações para o caso linear ainda é válido para o caso não-linear, apesar de que as provas matemáticas ainda não foram completamente descritas.

Além disso, é possível observar também que as previsões da saída geradas pelo preditor, são menos afetadas pelas perturbações não medidas do sistema, o que faz com que o controlador primário reaja de forma mais suave, o que, conseqüentemente, torna a malha fechada mais robusta. Isto, claro, afeta a rejeição de perturbações, que fica mais lenta.

3.3.3 Comparação NLFSP e EKF - CSTR Simplificado

Nesta seção, o preditor proposto será comparado com a técnica NLFSP. No entanto, como esta última só funciona com sistema estáveis, o modelo CSTR MIMO apresentado anteriormente será simplificado, removendo h da altura do tanque, considerando que este estado é controlado por outra malha de controle e que mantém no nível desejado, sendo o novo sistema descrito por

$$\frac{dC_a(t)}{dt} = q_i(t) \frac{C_{af}(t-\tau) - C_a(t)}{V} - R(t)C_a(t) \quad (80)$$

$$\frac{dT(t)}{dt} = q_i(t) \frac{T_i(t) - T(t)}{V} - \frac{\Delta H}{\rho c_p} R(t)C_a(t) - \frac{Q_h(t-\tau)}{\rho c_p V} \quad (81)$$

uma vez que o NLFSP não permite seu uso em sistemas com características integradoras, como a do estado h de (69), mantendo velocidade da reação $R(t)$.

Assim, utilizando novamente o LQR como estratégia de controle tomando as ponderações como

$$Q_{LQR} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/400^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/400^2 \end{bmatrix}, R_{LQR} = 100 \begin{bmatrix} 1/5^2 & 0 \\ 0 & 1/0,75^2 \end{bmatrix}, \quad (82)$$

são obtidos os ganhos (83) para o modelo MIMO

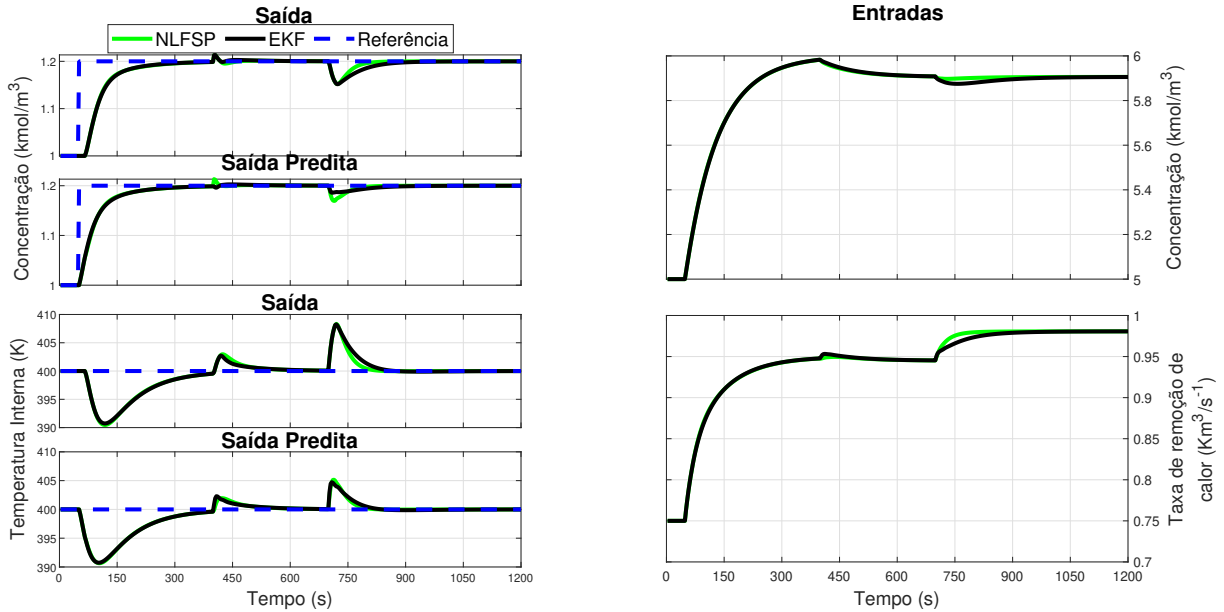
$$K = \begin{bmatrix} 0,1975 & 0,0021 & -0,1685 & -0,0011 \\ -0,0185 & -0,0016 & -0,0675 & 0,0001 \end{bmatrix}. \quad (83)$$

Em um primeiro cenário, o preditor EKF tem a ponderação unitária, ou seja, $Q = R = I$ e o preditor NLFSP $F_r = I$, implementados com ao sistema nominal, sem erros de modelagem, gerando a Figura 24. Neste cenário, a referência sofre uma alteração do tipo degrau de 20% em 50 segundos e as perturbações q_i e T_i degraus de 2% aos 400 segundos e 700 segundos, respectivamente.

Neste primeiro cenário, fica evidente a convergência dos sinais preditos para a saída do sistema. Tomando o ISE do EKF como parâmetro para normalização, conforme apresentado em (67), o NLFSP apresenta um ISE de 0,8029, para o estado T e de 0,7223 para C_a , indicando que o NLFSP apresenta uma predição melhor para ambas as saídas neste cenário. Entretanto, ao alterar o ponto de operação e adicionar erros de modelagem, pode-se ter respostas com erros maiores para ambos os preditores, podendo até mesmo gerar instabilidade no sistema, requisitando novas sintonias.

Para isso, iniciando com a sintonia do NLFSP, em (Normey-Rico; Camacho, 2007) é apresentado que, para aumentar a robustez, pode-se utilizar um filtro com a característica passa-baixas. Assim, o filtro passa a ser

Figura 24 – Comparação das previsões de saída EKF e NLFSP com filtro unitário.



Fonte: Autoria Própria

$$F_r(\rho) = \frac{0,05\rho^{-1}}{1 - 0,95\rho^{-1}}. \quad (84)$$

Para o EKF, a sintonia é realizada da mesma maneira que nos casos anteriores, baseada em (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2023), chegando a

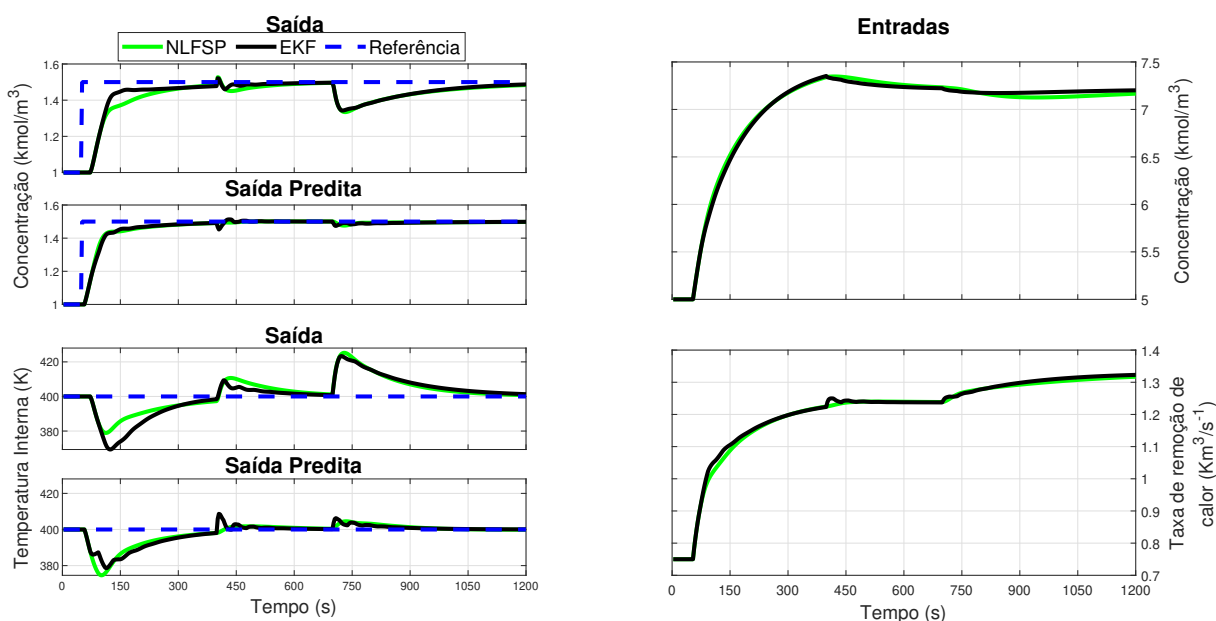
$$Q = \begin{bmatrix} 10\delta_1^2 & 0 \\ 0 & 0,1\delta_2^2 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 \end{bmatrix}, \quad (85)$$

em que $\delta_1 = 0,0015$ e $\delta_2 = 5$ são os desvios padrões das perturbações q_i e T_i , respectivamente. Do mesmo modo, $\lambda_1 = 0,5$ e $\lambda_2 = 5$ são os desvios padrões dos estados C_a e T , respectivamente.

Assim, utilizando as sintonias (85) e (84) para os respectivos preditores, afastando o sistema do ponto de operação com um degrau de 50% em 50 segundos na referência de C_a e de 5% nas perturbações q_i e T_i em 400 segundos e 700 segundos, respectivamente, e adicionando um erro de modelagem de 7 amostras ou $d_{tm} = 21$ segundos, realizou-se a simulação com o sistema em malha fechada, chegando aos resultados da Figura 25.

A partir da Figura 25, é possível observar a diferença na predição ao afastar o sistema do ponto de operação e também ao inserir erros de modelagem. Quantitativamente, tomando novamente o EKF como ponto de partida para comparar os valores de ISE, o NLFSP apresenta 1,0542 para T e 1,2850 para C_a , indicando, agora, que o

Figura 25 – Comparação das previsões de saída EKF e NLFSP com erro de modelagem.



Fonte: Autoria Própria

EKF apresenta uma previsão com erro menor para o cenário com erro de modelagens e distante do ponto de operação. Como o NLFSP realiza as previsões baseado num modelo não-linear de malha aberta conforme apresentado no diagrama da Figura 6, ou seja, que não se atualiza com a informação dos estados atuais ao passar as iterações, as previsões do sistema distante do ponto de operação tendem a ter um erro maior, mesmo contando com o filtro de robustez.

3.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Ao longo deste capítulo, foram apresentados os resultados obtidos através da implementação do preditor EKF em sistemas não-lineares mono e multivariáveis. É possível ver as semelhanças na sintonia dele com o preditor KF, em que à medida que se aumenta a ponderação da matriz R , tem-se uma maior robustez do sistema em malha fechada, da mesma forma que apresentado para o caso linear em (Lima, D. M.; Lima, B. M.; Normey-Rico, 2021), sendo o contrário também verdadeiro, em que a medida que se diminui R , o preditor torna a malha mais robusta. Também foi observado a importância e a aplicabilidade de preditores não-lineares à sistemas não-lineares, resultando em respostas melhores que preditores lineares aplicados na mesma circunstância, mas que funcionam bem para regiões próximas do ponto de operação.

Em seguida, foi apresentado a diferença na sintonia do preditor quando com-

parado ao NLFSP. Enquanto no preditor EKF é possível realizar o ajuste através das matrizes de covariância Q e R , no NLFSP é preciso realizar análises mais criteriosas a respeito do sistema para o projeto do filtro ter uma resposta semelhante ao EKF, tornando-se mais complexo.

O preditor também influencia diretamente na estabilidade do sistema em malha fechada, como apresentado nas Figuras 22 e 23, onde apenas através da sintonia do preditor, o sistema mantém a estabilidade devido ao aumento da robustez.

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi proposto um preditor não-linear baseado no EKF e na estrutura de Observador-Preditor aplicado em um caso particular multivariável não-linear, com atraso único. Este caso estudado pode enfatizar as vantagens da estrutura O&P de ser aplicado em sistemas integradores e de diferentes ordens. Foram investigadas as características que esta estrutura confere à malha fechada considerando rejeição de perturbações e robustez.

Através da adaptação da estrutura de predição linear usando um estimador não-linear, os resultados evidenciaram que o processo de sintonia do preditor é notavelmente simplificado, eliminando a necessidade de definir polos e zeros e análises mais minuciosas na concepção do filtro, como já discutido na literatura. Por meio da ponderação do preditor, seguindo as mesmas diretrizes de ponderação estabelecidas no contexto linear, abre-se a perspectiva de aprimorar a capacidade do sistema na rejeição de perturbações e/ou robustez. Os resultados alcançados nesta pesquisa destacam, portanto, a semelhança entre a ponderação para ambos os casos, além de uma resposta melhor do que o caso linear quando aplicada à um sistema não-linear, conforme esperado. Com isso, parte dos resultados obtidos foram publicados em congresso:

- FIORI, Leonardo José; LIMA, Daniel Martins ; LIMA, Bruno Martins ; NORMEY-RICO, Julio Elias. Estrutura De Compensação De Atraso Baseado No EKF Para Sistemas Não-Lineares Multivariáveis. INDUSCON, 2023, São Bernardo do Campo - SP, 2023.

Entretanto, a limitação atual está em utilizar um atraso comum para todas as entradas e na forma de tratar as perturbações. Desta forma, os trabalhos futuros dizem respeito à estudos sobre uma melhor maneira de incorporar o sinal de perturbação, para que o preditor seja aplicável a sistemas não-lineares com perturbações não-modeladas, bem como analisar o caso geral com atrasos diferentes para as entradas. Além disso, é possível explorar o UKF como estimador para obter previsões ainda mais precisas, quando comparado ao EKF, e também a não limitar sua implementação à sistemas diferenciáveis, uma vez que o UKF realiza todas as estimações com o modelo não-linear do sistema (Plett, 2018). Outro ponto de a ser estudado em conjunto com a implementação do UKF, é a simulação em sistemas com outras não-linearidades, para verificar seu funcionamento em processos mais complexos. Ademais, os resultados obtidos apresentam direcionamentos no que diz respeito à semelhança entre a sintonia do caso linear com não-linear, sendo necessário realizar as provas formais sobre a sintonia, bem como a robustez e rejeição de perturbação.

REFERÊNCIAS

- ACHAR, Avinash; NATARAJAN, Akshaya; REGIKUMAR, Rohith; KUMAR, B. Anil. Predicting public transit arrival: A nonlinear approach. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 144, p. 103875, 2022. ISSN 0968-090X.
- BEKIARIS-LIBERIS, Nikolaos; KRSTIC, Miroslav. Robustness of nonlinear predictor feedback laws to time- and state-dependent delay perturbations. **Automatica**, v. 49, n. 6, p. 1576–1590, 2013. ISSN 0005-1098.
- CHEN, Wen-Hua; YANG, Jun; GUO, Lei; LI, Shihua. Disturbance-Observer-Based Control and Related Methods—An Overview. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 63, n. 2, p. 1083–1095, 2016.
- CUENCA, Ángel; ZHAN, Wei; SALT, Julián; ALCAINA, José; TANG, Chen; TOMIZUKA, Masayoshi. A Remote Control Strategy for an Autonomous Vehicle with Slow Sensor Using Kalman Filtering and Dual-Rate Control. **Sensors**, v. 19, n. 13, 2019. ISSN 1424-8220.
- ENGELL, S.; KLATT, K.-U. Nonlinear Control of a Non-Minimum-Phase CSTR. *In*: 1993 American Control Conference. [S.l.: s.n.], 1993. P. 2941–2945.
- FRANKLIN, Gene F.; POWELL, J. David; EMAMI-NAEINI, Abbas. **Feedback control of dynamic systems**. 7th. [S.l.]: Pearson, 2014.
- GARCÍA, P.; ALBERTOS, P. Robust tuning of a generalized predictor-based controller for integrating and unstable systems with long time-delay. **Journal of Process Control**, v. 23, n. 8, p. 1205–1216, 2013. ISSN 0959-1524.
- GODBOLE, A. A.; AMBREEN, Almas. Disturbance observer augmented sliding mode control for mismatched uncertain system. *In*: 2016 2nd International Conference on Communication Control and Intelligent Systems (CCIS). [S.l.: s.n.], 2016. P. 154–158.
- GUPTA, Y.P. Control of Integrating Processes Using Dynamic Matrix Control. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 76, n. 4, p. 465–470, 1998. Process Operations and Control. ISSN 0263-8762.

HASELTINE, E. L.; RAWLINGS, J. B. Critical Evaluation of Extended Kalman Filtering and Moving-Horizon Estimation. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 44, n. 8, p. 2451–2460, 2005. eprint: <https://doi.org/10.1021/ie0343081>.

JANA, Amiya Kumar; GANGULY, Saibal; SAMANTA, Amar Nath. Nonlinear control of a multicomponent distillation process coupled with a binary distillation model as an EKF predictor. **ISA Transactions**, v. 45, n. 4, p. 575–588, 2006. ISSN 0019-0578.

JULIER, Simon J.; UHLMANN, Jeffrey K. New extension of the Kalman filter to nonlinear systems. *In*: KADAR, Ivan (Ed.). **Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition VI**. [S.l.]: SPIE, 1997. v. 3068. International Society for Optics e Photonics, p. 182–193.

KALMAN, R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. **Journal of Basic Engineering**, v. 82, n. 1, p. 35–45, mar. 1960. ISSN 0021-9223. eprint: https://asmedigitalcollection.asme.org/fluidsengineering/article-pdf/82/1/35/5518977/35_1.pdf.

KAMESH, Reddi; RANI, K. Yamuna. Iterative EKF as a controller in novel MPC formulation: First principles model based IEKF-MPC for SISO systems. **Computers & Chemical Engineering**, v. 163, p. 107833, 2022. ISSN 0098-1354.

KHALIL, Hassan K. High-gain observers in nonlinear feedback control. *In*: 2009 IEEE International Conference on Control and Automation. [S.l.: s.n.], 2009. P. 1527–1528.

KONATOWSKI, Stanislaw; PIENIEŻNY, A. A comparison of estimation accuracy by the use of KF, EKF & UKF filters. *In*: p. 779–789.

LIMA, Bruno Martins. **Economic model predictive control and optimal estimation for nonlinear systems**. 2018. Universidade Federal de Santa Catarina.

LIMA, Daniel Martins. **Predictor-based Robust Control of Dead-time Processes**. 2015. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC.

LIMA, Daniel Martins; LIMA, Bruno Martins; NORMEY-RICO, Julio Elias. A predictor for dead-time systems based on the Kalman Filter for improved disturbance rejection and robustness. **Journal of Process Control**, v. 105, p. 108–116, 2021. ISSN 0959-1524.

LIMA, Daniel Martins; LIMA, Bruno Martins; NORMEY-RICO, Julio Elias. A predictor for square multivariable dead-time systems with multiple delays based on the Kalman filter. **Journal of Process Control**, v. 124, p. 105–117, 2023. ISSN 0959-1524.

LIMA, Daniel Martins; SANTOS, Tito Luis Maia; NORMEY-RICO, Julio Elias. Robust nonlinear predictor for dead-time systems with input nonlinearities. **Journal of Process Control**, v. 27, p. 1–14, 2015. ISSN 0959-1524.

LIU, Tao; GARCÍA, Pedro; CHEN, Yueling; REN, Xuhui; ALBERTOS, Pedro; SANZ, Ricardo. New Predictor and 2DOF Control Scheme for Industrial Processes With Long Time Delay. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 65, n. 5, p. 4247–4256, 2018.

MIRKIN, Leonid; RASKIN, Natalya. Every stabilizing dead-time controller has an observer–predictor-based structure. **Automatica**, v. 39, n. 10, p. 1747–1754, 2003. ISSN 0005-1098.

NORMEY-RICO, Julio Elias; CAMACHO, Eduardo F. **Control of Dead-Time Processes**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2007.

PALMOR, Z.J. Time-delay compensation - Smith predictor and its modifications. *In*: LEVINE, William S. (Ed.). **The Control Handbook**. [S.l.]: CRC e IEEE Press, 1996. cap. 10.8, p. 224–237.

PANNOCCHIA, Gabriele; RAWLINGS, James B. Disturbance models for offset-free model-predictive control. **Aiche Journal**, v. 49, p. 426–437, 2003.

PLETT, G. L. **ECE5550: Applied Kalman Filtering - Nonlinear Kalman Filters**. <http://mocha-java.uccs.edu/ECE5550/>, 2018.

RAMPELLI, Manojkmar; JENA, Debashisha. Advantage of extended kalman filter over discrete kalman filter in dynamic state estimation of power system network. **International Journal of Control Theory and Applications**, 2016.

RASHEDI, Mohammad; LIU, Jinfeng; HUANG, Biao. Communication delays and data losses in distributed adaptive high-gain EKF. **AICHE Journal**, v. 62, n. 12, p. 4321–4333, 2016. eprint: <https://aiche.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/aic.15351>.

SANTOS, T. L. M.; RAFFO, Guilherme V.; LIMON, Daniel; NORMEY-RICO, Julio E. On the prediction error of dead-time compensation control for constrained nonlinear systems. *In: 2014 European Control Conference (ECC)*. [S.l.: s.n.], 2014. P. 784–789.

SANZ, R.; GARCIA, P.; ALBERTOS, P. A generalized smith predictor for unstable time-delay SISO systems. **ISA transactions**, Elsevier, v. 72, p. 197–204, 2018.

SAWAI, Surajkumar; KURODE, Shailaja. Simultaneous State and Disturbance Estimation for Robust tracking Control in Discrete Motion System.

IFAC-PapersOnLine, v. 53, n. 1, p. 159–163, 2020. 6th Conference on Advances in Control and Optimization of Dynamical Systems ACODS 2020. ISSN 2405-8963.

SIMON, Dan. **Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches**. 1st edition. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2006. ISBN 9780471708582.

SLOTINE, Jean-Jacques E.; HEDRICK, J. Karl; MISAWA, Eduardo A. On Sliding Observers for Nonlinear Systems. **1986 American Control Conference**, p. 1794–1800, 1986.

SMITH, O. J. M. Closed control of loops with dead-time. **Chemical Engineering Progress**, v. 53, n. 5, p. 217–219, 1957.

VAN DE VUSSE, J.G. Plug-flow type reactor versus tank reactor. **Chemical Engineering Science**, v. 19, n. 12, p. 994–996, 1964. ISSN 0009-2509.

WANG, Weiwen; GAO, Zhiqiang. A comparison study of advanced state observer design techniques. *In: PROCEEDINGS of the 2003 American Control Conference*, 2003. [S.l.: s.n.], 2003. v. 6, 4754–4759 vol.6.