



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

João Pedro de Lima Costa

**Geração de Curvas de Preço de Energia Elétrica Através da simulação de
Monte Carlo do Movimento Browniano Geométrico Ajustado Pelo Modelo de
Merton**

Florianópolis

2024

João Pedro de Lima Costa

Geração de Curvas de Preço de Energia Elétrica Através da simulação de Monte Carlo do Movimento Browniano Geométrico Ajustado Pelo Modelo de Merton

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Sistemas de Energia Elétrica

Orientador(a): Prof. Erlon Cristian Finardi, Dr. Eng.

Florianópolis

2024

Lima Costa, João Pedro de
Geração de Curvas de Preço de Energia Elétrica Através
da simulação de Monte Carlo do Movimento Browniano
Geométrico Ajustado Pelo Modelo de Merton / João Pedro de
Lima Costa ; orientador, Erlon Cristian Finardi, 2024.
83 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2024.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Downside risk. 3. Movimento
Browniano Geométrico (MBG). 4. Modelo de Merton. I.
Finardi, Erlon Cristian . II. Universidade Federal de
Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Elétrica. III. Título.

João Pedro de Lima Costa

Geração de Curvas de Preço de Energia Elétrica Através da simulação de Monte Carlo do Movimento Browniano Geométrico Ajustado Pelo Modelo de Merton

O presente trabalho em nível de Mestrado foi avaliado e aprovado, em 23 de fevereiro de 2024, pela banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Erlon Cristian Finardi, Dr. Eng
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Everthon Taghori Sica, Dr. Eng
Instituto Federal de Santa Catarina

Prof. Rubiara Cavalcante Fernandes, Dr. Eng
Instituto Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a versão original e final do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de Mestre em Sistemas de Energia Elétrica.



Prof. Telles Brunelli Lazzarin, Dr.
Coordenação do Programa de Pós-Graduação



Prof. Erlon Cristian Finardi, Dr. Eng.
Orientador(a)

Florianópolis, 2024.

Dedico esta dissertação aos meus queridos pais como um pequeno gesto de gratidão por toda orientação, sacrifícios e incentivos que me guiaram até aqui.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pois é Ele que me concede forças e entendimento a cada novo dia. A minha gratidão se estende aos meus pais, Wanda e Antonio, cujo apoio inabalável, amor e cuidado foram fundamentais em cada etapa desta jornada, vocês foram, sem dúvida, peças-chave em cada conquista minha. Um agradecimento especial aos meus irmãos, Marco Antonio e Ana Luisa, por estarem sempre ao meu lado, oferecendo apoio e compreensão nos momentos mais desafiadores. Sou grato também aos meus amigos do mestrado, que tornaram esta caminhada acadêmica mais leve e enriquecedora, cada desafio se tornou uma oportunidade de crescimento e cada dia de estudo, um momento de partilha e amizade. Um agradecimento especial ao meu orientador, Erlon, pela confiança e apoio, sua orientação, sabedoria e conselhos foram imprescindíveis para a realização deste trabalho e fundamentais para o meu desenvolvimento acadêmico e pessoal. Por fim, a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a minha jornada até aqui, meu sincero obrigado, cada um de vocês teve um papel essencial na concretização deste sonho.

"Se eu vi mais longe, foi por estar sobre os ombros de gigantes." - Isaac Newton

RESUMO

Os estudos de políticas de risco e estratégias de comercialização de energia requerem, como ponto de partida, o conhecimento da dinâmica do mercado, de indicadores que compõem uma política de risco e da modelagem das variáveis aleatórias que produzem incerteza sobre a receita de um agente que comercializa energia. Esta dissertação apresenta o processo decisório em um problema de contratação, considerando métricas de downside risk cujo foco é a análise da simulação de Monte Carlo do Movimento Browniano Geométrico (MBG) ajustado pelo Modelo de Merton. Essa modelagem é interessante devido à representação estocástica inerente ao MBG em que a taxa de retorno de um ativo é constituída por uma componente determinística e uma componente estocástica, que representa o risco de mercado e segue o processo estocástico (Movimento Browniano). Por sua vez, o modelo de Merton, introduz descontinuidades, ao processo do MBG, os quais simbolizam a ocorrência de eventos inesperados ou alterações abruptas no mercado. Como resultado, os agentes do mercado de energia brasileiro podem obter uma representação mais realista da distribuição dos preços futuros, incluindo tanto os preços de mercado quanto os de fundamento, levando em conta a possibilidade de eventos extremos e a assimetria observada nos retornos. A validação do modelo é dada nos produtos mensais no submercado Sudeste/Centro-Oeste com fonte de energia convencional, entre outubro de 2021 e dezembro de 2021, utilizando-se como referência uma data base de setembro de 2021. A obtenção dos parâmetros de entrada para o modelo foi realizada mediante a análise dos históricos de nove meses de prospecções dos PLDs, utilizando execuções dos decks oficiais de NEWAVE e DECOMP da CCEE, abrangendo o período de janeiro a setembro de 2021. Como resultado, as distribuições dos 2000 cenários de preços obtidos para os períodos em questão exibem uma aderência significativa do modelo à geração de séries estocásticas. A comparação dessas distribuições com os Preços de Liquidação de Diferenças observados para cada período correspondente revela a capacidade do modelo em capturar a dinâmica do comportamento dos preços, consolidando-se como uma ferramenta analítica robusta para abordagens fundamentalistas.

Palavras-chave: Downside risk; Movimento Browniano Geométrico (MBG); Modelo de Merton.

ABSTRACT

Studies in risk policy and energy trading strategies require, as a starting point, an understanding of market dynamics, the indicators that comprise a risk policy, and the modeling of random variables that generate uncertainty about the revenue of an energy trading agent. This dissertation presents the decision-making process in a contracting problem, considering downside risk metrics focused on analyzing the Monte Carlo simulation of the Geometric Brownian Motion (GBM) adjusted by the Merton Model. This modeling is of interest due to the inherent stochastic representation in the GBM, where an asset's rate of return consists of a deterministic component and a stochastic component, representing market risk and following a stochastic process (Brownian Motion). The Merton model introduces discontinuities into the GBM process, symbolizing unexpected events or abrupt market changes. As a result, agents in the Brazilian energy market can obtain a more realistic representation of the future price distribution, considering the possibility of extreme events and the observed asymmetry in returns. The model's validation is given in the monthly products in the Southeast/Central-West submarket with conventional energy sources from October 2021 to December 2021, using a base date of September 2021. The acquisition of input parameters for the model was carried out by analyzing historical prospecting data, utilizing runs of the official NEWAVE and DECOMP decks from CCEE, covering the period from January to September 2021. As a result, the price distributions obtained for the periods in question exhibit significant adherence of the model to the generation of stochastic series. Comparing these distributions with the observed spot prices for each corresponding period reveals the model's ability to capture the dynamics of price behavior, establishing itself as a robust analytical tool for fundamentalist approaches.

Keywords: Downside risk; Geometric Brownian Motion (GBM); Merton Model.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Risco Volumétrico	4
Figura 2 - Esquema Simplificado do Trabalho	8
Figura 3 - Periodicidade de Processamento dos Modelos.	15
Figura 4 - Influenciadores de Preço de Mercado.....	17
Figura 5 - Processo de Decisão.....	22
Figura 6 - Processo de Análise de Riscos	31
Figura 7 – Distribuição Normal com Diferentes Desvios Padrão	36
Figura 8 - Fronteira Eficiente.....	38
Figura 9 - Solução Ótima	39
Figura 10 - CVaR de 50%	42
Figura 11 - Aproximação da Função Exponencial Natural	46
Figura 12 - Curvas Simuladas com o MBG	57
Figura 13 - Densidade de Probabilidade Considerando os Valores Iniciais do Exemplo.....	58
Figura 14 - Superfície de Distribuição 3D	58
Figura 15 - Densidade de Probabilidade Considerando os Valores Finais do Exemplo	59
Figura 16 - Acoplamento dos Modelos NEWAVE e DECOMP.....	61
Figura 17 - Correlação Cruzada entre os Produtos	69
Figura 18 - Resultados Obtidos para outubro/21 (M+1)	70
Figura 19 - Densidade de Probabilidade Obtida para outubro/21 (M+1)	70
Figura 20 - Resultados Obtidos para novembro/21 (M+2)	71
Figura 21 - Densidade de Probabilidade Obtida para novembro/21 (M+2).....	71
Figura 22 - Resultados Obtidos para dezembro/21 (M+3)	72
Figura 23 - Densidade de Probabilidade Obtida para dezembro/21 (M+3).....	72
Figura 24 - Solução Ótima para o Problema Proposto.....	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados Propostos Para Criação da Fronteira Eficiente.....	37
Tabela 2 - PLD Mensal outubro/21 (R\$/MWh), M+1	63
Tabela 3 - PLD Mensal novembro/21 (R\$/MWh), M+2.....	63
Tabela 4 - PLD Mensal dezembro/21 (R\$/MWh), M+3.....	64
Tabela 5 - Parâmetros Estatísticos dos Históricos de Prospecção.....	64
Tabela 6 - Parâmetros do Modelo de Merton	67
Tabela 7 - Parâmetros Para o Modelo do MBG.....	68
Tabela 8 - Erro Quadrático Médio (RMSE).....	73
Tabela 9 - Valores Observados	73

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACL	Ambiente de Contratação Livre
ACR	Ambiente de Contratação Regulado
CCEE	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
CMO	Custo Marginal de Operação
CVaR	Conditional Value at Risk
EDE	Equação Diferencial Estocástica
EWMA	Exponentially Weighted Moving Average
LHS	Latin Hypercube Sampling
MBG	Movimento Browniano Geométrico
MCP	Mercado de Curto Prazo
MTM	Market-to-Market
ONS	Operador Nacional do Sistema
PLD	Preço de Liquidação das Diferenças
REE	Reservatório equivalente de Energia
REV0	Revisão 0
REV1	Revisão 1
REV2	Revisão 2
REV3	Revisão 3
REV4	Revisão 4
RMSE	Root Mean-Square Error
SEB	Setor Elétrico Brasileiro
VaR	Value at Risk

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONCEITOS GERAIS	1
1.2	OBJETIVOS	5
1.3	DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS	5
1.4	PROBLEMA DE CONTRATAÇÃO DE ENERGIA.....	7
1.4.1	Introdução	7
1.4.2	Revisão Bibliográfica	8
1.5	SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO.....	11
1.5.1	Entendendo o mercado de energia elétrica Brasileiro	11
1.5.2	Principais agentes e seus papéis no contexto do mercado livre	12
1.5.3	Lastro e energia	13
1.5.4	Ambientes de comercialização	13
1.5.5	Conceitos fundamentais da formação do PLD	14
1.5.6	Mercado de Curto Prazo	15
2	MODELAGEM DA VARIÁVEL ALEATÓRIA	16
2.1	PRECIFICAÇÃO DE MERCADO	16
2.2	INFLUENCIADORES DE PREÇO DE MERCADO	17
2.3	PREÇO DE MARCAÇÃO À MERCADO E PREÇO FUTURO.....	19
2.3.1	Variação do Preço da Energia	21
2.4	CENÁRIOS PARAMÉTRICOS	23
2.4.1	Estimadores da Volatilidade	24
2.4.1.1	<i>Close-to-Close</i>	25
2.4.1.2	<i>Exponentially Weighted Moving Average</i>	25
2.4.2	Distribuições de probabilidade	26
2.4.3	Sorteio de Monte Carlo – Distribuição Uniforme	28
2.4.4	Correlação Cruzada entre os Produtos	29
2.4.4.1	<i>Decomposição LU</i>	30
3	INDICADORES QUE COMPÕEM UMA MEDIDA DE RISCO	31
3.1	MEDIDAS DE RISCO	32
3.2	DEFINIÇÃO DE RISCO	33
3.3	INSERÇÃO DO CONTROLE DE RISCO	34
3.4	VARIÂNCIA E DESVIO PADRÃO	35

3.4.1	Exemplo	36
3.5	DOWNSIDE RISK	39
3.5.1	Value at Risk (VaR)	40
3.5.2	Conditional Value at Risk (CVaR)	41
4	MOVIMENTO BROWNIANO GEOMÉTRICO	43
4.1	MOTIVAÇÃO E SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL ESTOCÁSTICA 43	
4.2	MOVIMENTO BROWNIANO PADRÃO	49
4.3	RESOLVENDO A EDE	51
4.3.1	Exemplo	56
5	ANÁLISES DOS RESULTADOS	60
5.1	ACOPLAMENTO NEWAVE DECOMP	60
5.2	METODOLOGIA	62
5.2.1	Dados	63
5.2.2	Processos de Salto (Modelo de Merton)	65
5.2.2.1	<i>Fundamentação Teórica do modelo</i>	66
5.2.2.2	<i>Componentes do modelo</i>	66
5.3	CURVAS DE PREVISÃO	67
5.4	EXEMPLO DE CONTRATAÇÃO DE ENERGIA	75
5.4.1	Resultados	75
5.4.1.1	<i>Quantidade Q que Minimiza a Variância da Receita do Gerador</i>	75
5.4.1.2	<i>CVaR95% Associado com a quantidade $Q = 45,0841$ MWh</i>	77
5.4.1.3	<i>Maximização do CVaR95%</i>	77
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	80

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONCEITOS GERAIS

Atualmente, a estrutura de mercado do Setor Elétrico Brasileiro (SEB) permite que os agentes estabeleçam seus acordos comerciais em contratos no Ambiente de Contratação Regulado (ACR) e no Ambiente de Contratação Livre (ACL). No ACR, os contratos são celebrados entre agentes vendedores e concessionárias de distribuição que participam de leilões de compra e venda de energia elétrica. Neste ambiente, como sugere o nome, aspectos como preço de energia, vigência de suprimento e submercado de registro do contrato são regulados. Ou seja, existem cláusulas e condições fixas que não são passíveis de mudanças pelos agentes. Por sua vez, no ACL, aspectos como submercado de atendimentos, preços, cláusulas, período de suprimento, montantes, vigências e modulação são negociados livremente entre os agentes.

Dessa forma, sabendo que o objetivo das empresas que comercializam energia é gerir os riscos associados a essa atividade, visando reduzir custos de transação e aumentar a competição, percebe-se que existem estratégias e diferentes riscos relacionados à operação em cada um dos dois ambientes de contratação existentes no SEB. Um fator importante é que apesar de existirem diferenças contratuais entre os ambientes de comercialização, ambos compartilham a característica da comercialização lastreada, ou seja, o agente regulador exige a obrigação de contratação com garantia física e verificação por médias móveis.

Sobre a formação dos Preços de Liquidação das Diferenças, hoje se tem um mercado “*day-ahead*” com discretização horária e baseado em custos marginais, obtidos de modelos de otimização.

Diante do exposto, percebe-se que a operação em um mercado específico como o SEB, exige conhecimentos técnicos, domínio de conceitos e acesso a determinadas informações, que ainda são escassas, por se tratar de um mercado relativamente novo. E, por isso, muitos dos riscos ainda não possuem ambientes para sua gerência, além da falta de referência de preços.

O processo de evolução da estrutura do mercado exige que as empresas se apoiem em tecnologias e construam diferenciais competitivos que gerem impacto na sustentabilidade dos seus negócios. A gestão de risco é fundamental nesse aspecto,

que permite antecipar possíveis problemas e planejar a adoção de ações mitigadoras, que refletem nos resultados (receitas e custos) e na sustentabilidade das empresas.

As empresas de comercialização de energia têm por objetivo gerir os riscos associados à atividade de comercialização. O fato da dinâmica do mercado de eletricidade brasileiro ser diferente de outros mercados por conta das características da *commodity* negociada, faz com que existam riscos específicos e aspectos únicos. Dentre os mais diferentes riscos, dois tipos devem ser particularmente destacados: preço e o volume de contratação.

Em problemas de contratação, um agente comercializador (sem ativo de geração) está interessado em saber qual a quantidade Q (MWh) que deve contratar para um determinado preço P (R\$/MWh) de contrato, conforme mostra a equação a seguir.

$$R = P \cdot Q - \pi \cdot Q \quad (1)$$

Em que:

R representa a renda de um contrato (R\$).

π representa o preço de mercado ou expectativa do preço de liquidação das diferenças (R\$/MWh).

Dessa forma, percebe-se que a renda de um contrato ou resultado de um portfólio é função de variáveis aleatórias que, em cenários adversos, podem levar a baixos valores de renda, trazendo prejuízos para o agente. Estes cenários compõem o risco que um agente comercializador está exposto, podendo resultar em um fluxo de caixa negativo, sendo que risco representa a expectativa de frustração. E, para mitigar estes riscos, pode-se utilizar um modelo de otimização para obter a contratação ótima Q^*P , maximizando uma ou mais medidas de valor da distribuição de renda do contrato ou distribuição de resultado do portfólio.

Em resumo, a decisão tomada hoje proporciona diferentes exposições financeiras no futuro e para isso, precisa-se entender o que é, e como medir este risco de frustração com objetivo de controlar ou minimizar o risco na tomada de decisão.

Para isso, existem algumas propriedades interessantes para que a medida de risco seja implementável na prática, como por exemplo, medidas para identificar o risco e indicadores que traduzam o valor, ou equivalente, do fluxo futuro. E, de posse destes indicadores, toma-se a decisão hoje da quantidade de energia a contratar de forma a otimizá-los e/ou a restringi-los.

Proteger de eventos adversos, em geral, afeta o retorno esperado da receita. Ou seja, existe um trade-off entre risco e retorno esperado. Dessa forma, buscam-se indicadores que quantifiquem o risco para otimizar as decisões considerando este trade-off entre risco e retorno.

Sobre o processo decisório, atualmente, a teoria de probabilidade é usada para quantificar o grau de confiança em um evento de interesse. No SEB, por exemplo, onde a maioria dos contratos de comercialização são contratos futuros, um dos principais “drivers” dos preços dos contratos é a probabilidade da precipitação estar acima ou abaixo de uma determinada quantidade para o período de análise.

Utiliza-se probabilidade também para saber a chance do PLD e/ou preço de marcação à mercado (MtM) se estabelecer acima ou abaixo de determinado valor em determinado mês ou período de análise. Uma outra motivação é a probabilidade de se obter determinada renda tendo um contrato com preço P e quantidade Q , ou obter determinado resultado tendo um portfólio com um “mix” de contratos.

No mercado brasileiro existe a obrigatoriedade dos agentes estarem 100% lastreados. No caso de um agente comercializador que faz “trading” direcional e não possui ativos de geração, toda quantidade vendida deve ser comprada para evitar penalidades por falta de lastro.

Essa quantidade a ser comprada será valorada pelo PLD ou negociada bilateralmente, e como os preços possuem uma certa incerteza associada, pode-se afirmar que a renda de um contrato também será incerta, pois é função do preço do contrato. Consequentemente, observa-se uma incerteza associada ao resultado do portfólio.

Dessa forma, a grande questão do comercializador é saber qual a probabilidade dessa renda ser inferior a um determinado valor e qual valor financeiro a renda supera com um determinado percentual de confiança. Ou ainda, saber qual a quantidade Q que deve contratar para um determinado preço P de contrato que garante uma renda mínima com determinado grau de certeza.

Esse é um processo de análise que o decisor deve fazer sempre antes do fechamento de cada operação e diariamente conforme o movimento do mercado, para observar se faz sentido se posicionar, comprando ou vendendo energia elétrica.

Observa-se para agentes que não possuem ativos de geração e não comercializam contratos com flexibilidade, esse processo de tomada de decisão pode ser representado por um problema linear. Porém, na maioria das vezes, trata-se de um problema pertinente à agentes que possuem ativos de geração e/ou agentes que comercializam produtos com uma flexibilidade associada tornando o processo em um problema multivariável, por existir uma geração aleatória associada no cálculo da renda de um contrato ou resultado de um portfólio, conforme equação (2).

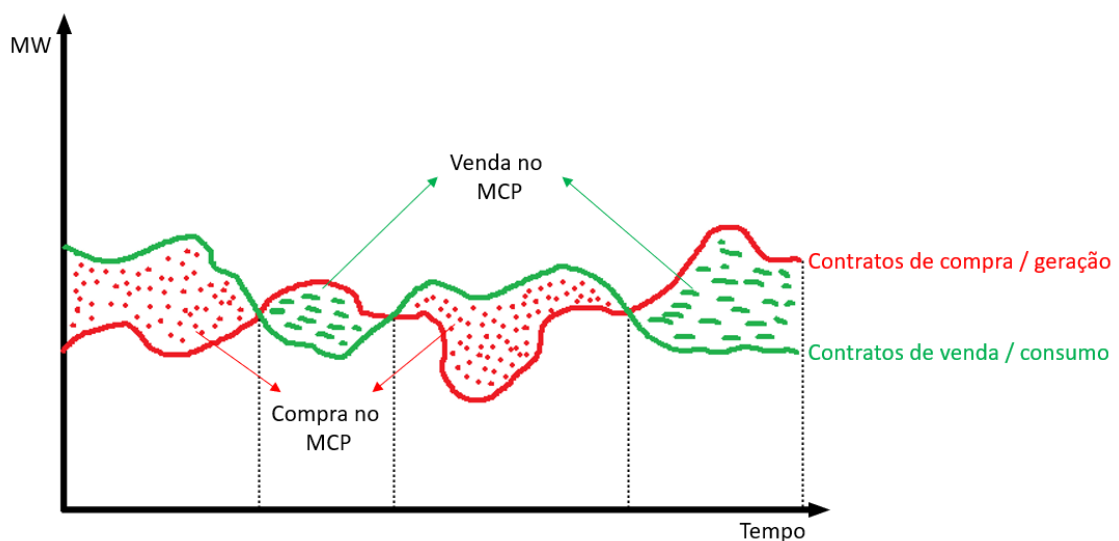
$$R = P \cdot Q + (G - Q) \cdot \pi \quad (2)$$

Em que:

G representa a geração de determinado ativo (MWh).

A Figura 1 aborda essa dinâmica que insere o risco volumétrico ao problema de comercialização de energia.

Figura 1 - Risco Volumétrico



Fonte: Autoria Própria

1.2 OBJETIVOS

Os estudos de análises de políticas de risco e estratégias de comercialização de energia requerem, como ponto de partida, o conhecimento sobre indicadores que compõem uma política de risco e modelagem das variáveis aleatórias consideradas nos problemas. Para modelagem dessas variáveis deve ser compreendido uma variedade de fundamentos e prática de mercado para que o método proposto sirva à função desejada.

O presente trabalho se ocupa em analisar, modelar, implementar e apresentar a ideia geral do processo decisório em um problema de contratação, considerando duas métricas de “*downside risk*” como indicadores para auxiliar as tomadas de decisões com base em risco: Valor em Risco (VaR) e Valor em Risco Condicional (CVaR). A estratégia é sempre pela ótica de um comercializador trabalhando com a possibilidade de contratação bilateral por ser um instrumento mais natural para proteção e gerenciamento de risco.

O foco está na análise da simulação de Monte Carlo do Movimento Browniano Geométrico (MBG) ajustado pelo Modelo de Merton como uma ferramenta apropriada para a modelagem da dinâmica dos preços dos produtos negociados no mercado de energia. O estudo abrange a adoção de duas técnicas para calcular a volatilidade dos produtos, com o objetivo de avaliar discrepâncias nos resultados de acordo com cada metodologia empregada. Além disso, são considerados aspectos relacionados à distribuição estatística dos preços, evidenciando a adequação da escolha desse método para a abordagem do problema em questão.

1.3 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS

O trabalho se divide em nove capítulos, cobrindo aspectos básicos de gerenciamento de risco, modelagem da variável aleatória e indicadores que compõem uma medida de risco. O Capítulo 1 apresenta uma introdução ao processo decisório de contratação de energia elétrica, contextualizando-o na dinâmica do mercado brasileiro. No Capítulo 2 é realizada uma revisão bibliográfica de pesquisas que envolveram primordialmente a modelagem dos preços futuros de energia, utilizando a simulação Monte Carlo do Movimento Browniano Geométrico. Além

disso, são abordados conceitos fundamentais sobre gerenciamento de risco. O Capítulo 3 descreve o SEB, explicando o funcionamento do mercado e abordando os papéis dos principais agentes, assim como os conceitos fundamentais da formação do PLD. No Capítulo 4 é apresentada a modelagem da variável aleatória de interesse nesse estudo, seguindo uma abordagem paramétrica. Neste capítulo, também é conceituado o preço de mercado, além dos momentos estatísticos de uma distribuição de probabilidade. No Capítulo 5, com objetivo de quantificar o risco na comercialização de energia, é apresentado indicadores que compõem uma medida de risco apropriada. O Capítulo 6 contém a metodologia proposta para modelagem dos preços futuros, relacionando o comportamento dos preços a uma distribuição de probabilidade. No Capítulo 7 são sintetizados os resultados numéricos de estudos da simulação, obtidos com 3 backtests utilizando como referência os produtos 'MEN SE CONV OUTUBRO/21', 'MEN SE CONV NOVEMBRO/21' e 'MEN SE CONV DEZEMBRO/21', de forma a se avaliar a metodologia proposta. O Capítulo 8 apresenta um exemplo final para determinar um volume de energia que não somente minimiza a variância da receita proveniente do contrato, mas também calcula o CVaR correspondente a um nível de confiança de 95%. Além disso, o método 'dual-simplex' foi rodado para resolver o problema de otimização linear visando maximizar o CVaR de 95%. Por fim, no Capítulo 9, os resultados obtidos são discutidos e levantadas possibilidades para desenvolvimentos futuros.

1.4 PROBLEMA DE CONTRATAÇÃO DE ENERGIA

1.4.1 Introdução

Para problemas de contratação, os agentes estão interessados em saber qual a quantidade Q que deve contratar a um determinado preço P , maximizando uma ou mais medidas de valor da distribuição de renda ou distribuição de resultado do portfólio através de um modelo de otimização. Dependendo da composição da carteira, trata-se de um problema linear pois ou preço ou a quantidade são considerados conhecidos ou assume-se um problema não linear quando os agentes consideram explicitamente decidir o volume gerado/consumido e/ou comprado/vendido e o preço de compra/venda.

Basicamente, neste trabalho em virtude dos aspectos metodológicos, consideram-se quantidade fixa e preço fixo para mostrar o escopo geral do processo decisório em um problema de contratação. Porém, é possível estender esse exemplo para os diversos tipos de contratos, além de existirem outras maneiras de lidar com esse tipo de problema. Para isso é necessário o domínio de vários conceitos que ao longo deste trabalho serão abordados através de uma abordagem paramétrica, baseada na teoria clássica de estatística e probabilidade, fornecendo um ferramental para definição, medição e análise das medidas de risco.

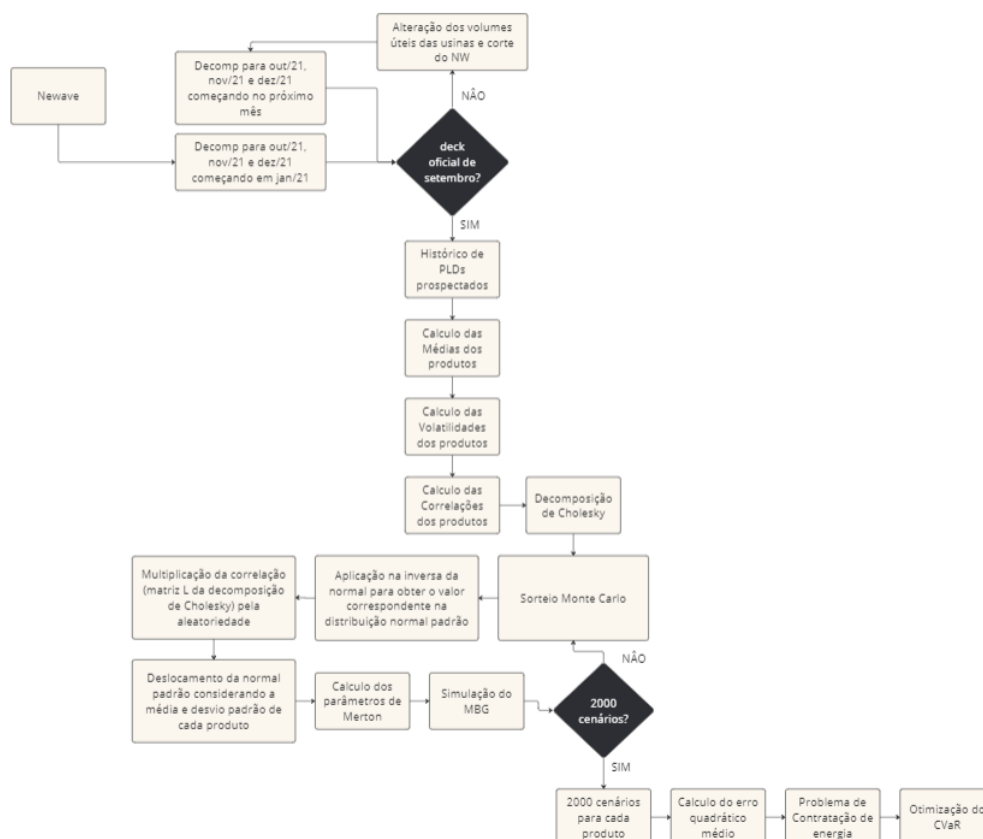
Essa abordagem paramétrica é muito importante, pois a partir do momento que se dispõe a simular um processo que depende de variáveis aleatórias, a simulação e otimização possuem limitações clássicas para uso de variáveis contínuas, em virtude do tamanho e da complexidade das restrições envolvidas.

O exemplo estudado ao longo deste trabalho envolve uma situação de contratação de energia, onde um agente gostaria de vender uma certa quantidade de energia. Nesse cenário, o agente enfrenta a decisão crítica de determinar a faixa de preços e a quantidade na qual deve se posicionar, com o objetivo de assegurar uma receita ou mitigar riscos associados à sua operação.

Será abordada uma tomada de decisão em um problema de programação linear fazendo uso da fronteira eficiente, analisando como se comporta a variância dos cenários, ou seja, da renda esperada, e como se comporta o CVaR. E, com isso, minimizando a variância das receitas e maximizando o CVaR, o objetivo deste exemplo é auxiliar na decisão em relação a quantidade negociar.

Dado que um dos grandes desafios é a geração de cenários de preços para entrada de dados nos modelos de otimização, o foco deste trabalho é propor o uso da simulação de Monte Carlo do Movimento Browniano Geométrico (MBG) ajustada pelo Modelo de Merton para propor um modelo de previsão de curvas futuras do preço de energia elétrica. A Figura 2 aborda o esquema seguido ao longo deste trabalho.

Figura 2 - Esquema Simplificado do Trabalho



Fonte: Autoria Própria

1.4.2 Revisão Bibliográfica

Uma política de risco adequada e uma estratégia de comercialização em qualquer mercado de energia devem garantir uma modelagem precisa dos preços futuros.

Os métodos de modelagem dos preços futuros se apoiam em uma variedade de fundamentos e práticas de mercado. O trabalho desenvolvido por Eduardo S.

Schwartz (1) traz o enfoque da teoria dos mercados financeiros para modelar o comportamento estocástico dos preços de commodities, incluindo energia. Brennan, M. J., & Schwartz, E. S. em (2), exploram a teoria de precificação de derivativos e apresentam uma abordagem de diferenças finitas para precificar opções sobre contratos futuros, com aplicação em derivativos de energia. Considerando o comportamento do mercado, em (3) foi analisado o comportamento dos preços de eletricidade no mercado brasileiro, explorando a relação entre volatilidade, correlação e prazo de suprimento. Assim como em (4), todos os trabalhos supracitados e outros que buscam garantir uma modelagem precisa dos preços futuros, aplicam análises baseadas em técnicas estatísticas para avaliação do modelo considerando conceitos estatísticos para capturar a dinâmica do mercado.

Este trabalho propõe o uso de simulações de Monte Carlo do Movimento Browniano Geométrico (MBG) para a geração de séries sintéticas de preços futuros de energia elétrica. Em diferentes mercados, processos como a simulação de Monte Carlo são amplamente utilizados na análise de risco e otimização de portfólio (5), (6), (7), (8).

Esta simulação é aplicada a processos estocásticos, buscando emular possíveis resultados ou um modelo por amostragem de suas variáveis aleatórias. Vários estudos de risco de comercialização em mercados de energia propõem o uso desta metodologia, como as obras de Macedo, Albuquerque e Moralles (9), e de Vazquez, Barquin e Batlle (10).

Já o MBG é um processo estocástico amplamente utilizado em simulações de Monte Carlo de derivativos, geração de séries temporais (11) e na famosa modelagem de preços de mercado de ações em Modelos de Black-Scholes (12).

Além disso, uma modelagem precisa dos preços futuros de vários ativos com variações e correlações que variam no tempo é de grande importância para o gerenciamento de riscos (13). Dessa forma, é possível modificar o processo do MBG para considerar correlações entre as variáveis com base na decomposição de Cholesky da série (14), (15), trazendo flexibilidades quanto ao caráter conservador desse tipo de análise.

Por fim, com interesse nas análises das distribuições de probabilidade dos preços de energia elétrica, o trabalho desenvolvido em (16) enfatiza a importância de considerar abordagens não gaussianas na modelagem dos preços. Esse trabalho destaca a importância de considerar a não normalidade nos preços de eletricidade

ao tomar decisões de precificação, hedging e gerenciamento de riscos no mercado de energia.

É válido comentar que a questão da distribuição de probabilidade utilizada na modelagem de previsões dos preços futuros ainda é pouco difundida e há espaço para pesquisas nessa área, buscando-se conhecer melhor o problema e estabelecer estratégias interessantes para tais estudos.

Após esta revisão bibliográfica, a seguir conceitos fundamentais sobre gerenciamento de risco serão apresentados e comentados.

1.5 SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO

Este capítulo apresentará o desenho do mercado brasileiro de energia e a estruturação do setor elétrico brasileiro (SEB). Sendo assim, serão apresentados os conceitos básicos que envolvem a dinâmica deste mercado e como é conceituado o preço do Mercado de Curto Prazo (MCP).

1.5.1 Entendendo o mercado de energia elétrica Brasileiro

A energia elétrica é um recurso de natureza peculiar devido à sua produção ocorrer simultaneamente ao consumo, o que requer um equilíbrio em tempo real entre geração e carga¹. No entanto, o sistema elétrico está constantemente sujeito a sair do estado de equilíbrio, uma vez que a demanda por energia é variável, pois depende de fatores como temperatura, clima, e outros elementos.

A geração de energia também contribui para essa tendência de desequilíbrio, pois depende da disponibilidade de fontes energéticas primárias, que no Brasil são influenciadas principalmente pelas condições hidrológicas, mas também estão cada vez mais sujeitas aos regimes de vento e radiação solar. Além disso, a geração é afetada por fatores como o preço dos combustíveis, taxa de câmbio e produção de gás associada à produção de petróleo, além da resiliência elétrica do SEB

O sistema elétrico possui uma parcela de geração baseada em termoeletricidade, que normalmente possui uma certa inflexibilidade acompanhada, ou seja, não é possível ligá-la ou desligá-la a todo momento.

Percebe-se, portanto, que a operação do sistema elétrico apresenta diversas variações, inclusive aquelas ocasionadas por restrições nas linhas de transmissão, que podem gerar desequilíbrio entre carga e geração.

Nos mercados de energia elétrica, o tipo de despacho utilizado para atender à demanda em regime permanente está diretamente relacionado à estrutura do mercado e, conseqüentemente, à formação de preços.

No Brasil, adota-se o modelo “tight pool” como forma de despacho. Nesse modelo, o despacho é coordenado pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico

¹ Demanda acrescida das perdas

(ONS), uma entidade independente, com o objetivo de minimizar os custos marginais de operação por meio de um despacho econômico baseado na ordem de mérito.

Nesse contexto, as usinas termoeletricas informam suas disponibilidades e custos, enquanto as usinas hidrelétricas informam suas disponibilidades, sendo que seus custos são calculados pelo operador (considerando o valor econômico da água). Por sua vez, as usinas eólicas informam suas disponibilidades, e sua previsão de geração é considerada na base do despacho.

1.5.2 Principais agentes e seus papéis no contexto do mercado livre

O papel fundamental do agente comercializador de energia dentro da estrutura do mercado é atuar como um gestor de riscos. Por sua vez, um agente gerador, ao investir em um ativo, tem como objetivo principal garantir um retorno específico para seus acionistas. De um lado, esse agente opta por abdicar de um retorno maior a fim de reduzir o risco, uma vez que sua responsabilidade perante seus acionistas é entregar um determinado retorno previamente acordado. Por outro lado, o agente consumidor tem como principal objetivo garantir o controle sobre o preço que pagará pela eletricidade, uma vez que o custo da energia é incorporado em sua matriz de custos de produção. Assim, o consumidor muitas vezes não está disposto a assumir as flutuações de preços, pois precisa precificar seu produto de forma a oferecê-lo no mercado sem oscilações frequentes. Em outras palavras, como esse agente poderia precificar seu produto se não sabe quanto pagará pela eletricidade?

Percebe-se, portanto, que existem duas entidades ativas no setor de energia (gerador e consumidor), mas cujos interesses e impulsionadores são ligeiramente diferentes do que está efetivamente presente no mercado de energia elétrica. Nesse contexto, o papel do comercializador é atuar como um elo entre esses interesses dentro do processo.

1.5.3 Lastro e energia

No Ambiente de Contratação Regulada (ACR) e no Ambiente de Contratação Livre (ACL), é exigido que os agentes tenham a comercialização lastreada, com a obrigação de contratação baseada na garantia física e verificação por médias móveis. Essa característica é derivada do modelo vigente para a adequação da confiabilidade de suprimento.

É necessário compreender, portanto, que o modelo vigente para a adequação dos recursos se baseia em um tripé composto pela garantia física, energia de reserva e contratos de longo prazo. Nesse modelo, a garantia física tem a finalidade de assegurar uma reserva de capacidade de energia no sistema, restringindo o volume de vendas dos geradores ao seu valor estabelecido. Como a garantia física é um valor estatístico que pode variar de acordo com a matriz energética, os valores excedentes são contratados como energia de reserva. Por sua vez, os contratos de longo prazo garantem o fluxo de caixa dos projetos e reduzem a importância do preço de escassez para a remuneração dos investimentos.

Desse modo, a garantia física é, de certa forma, um mecanismo de capacidade baseado na quantidade, conhecido como obrigação de capacidade. Por essa razão, os consumidores são obrigados a estarem 100% contratados, e os geradores são restringidos a vender energia de acordo com suas garantias físicas (certificados de lastro).

1.5.4 Ambientes de comercialização

É relevante abordar que toda a dinâmica desenvolvida neste trabalho é com base no ACL e, dessa forma, o PLD afeta esse ambiente na medida que em última instância as liquidações são feitas no mercado de curto prazo (MCP), ou seja, a diferença entre recursos (geração e contratos de compra) e requisitos (consumo e contratos de venda) são liquidados no MCP a preço spot.

1.5.5 Conceitos fundamentais da formação do PLD

É amplamente conhecido que os modelos NEWAVE, DECOMP e DESSEM desempenham papéis fundamentais na análise e no planejamento do setor elétrico brasileiro, fornecendo ainda informações para a definição do Custo Marginal de Operação (CMO) e do PLD, que são elementos-chave na operação e na precificação do mercado de energia elétrica no Brasil. Dessa forma, torna-se importante detalhar as características de cada um desses modelos e entender como eles se comunicam e interagem entre si.

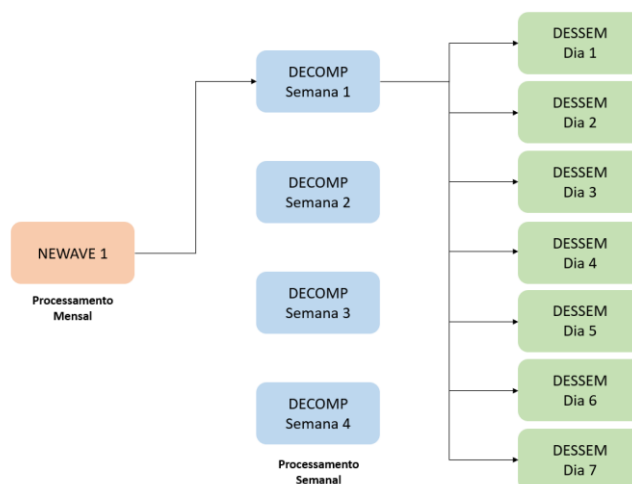
O modelo NEWAVE utiliza a representação do conjunto de usinas hidrelétricas por meio de um Reservatório Equivalente de Energia (REE). Portanto, o objetivo do processamento desse modelo é fornecer uma política operativa para os próximos 5 anos, representando a operação no médio e longo prazo. Nesse modelo, os dados de saída são agrupados mensalmente, refletindo a granularidade do planejamento e da operação do sistema neste horizonte.

O modelo DECOMP é utilizado considerando dados mais próximos da realidade, uma vez que o horizonte é menor, o que permite a eliminação de incertezas e estudos mais detalhados em comparação com o modelo NEWAVE. Um desses detalhamentos é a representação dos reservatórios individualmente. Nesse processamento, os dados de saída são agrupados semanalmente.

Já, o modelo DESSEM permite o cálculo de custos que se aproximam da operação real do sistema, considerando os perfis de geração de todos os tipos de usinas, assim como as variações de carga ao longo do dia. Devido ao período de curtíssimo prazo, o DESSEM demanda a representação individualizada das usinas, como por exemplo as restrições de Unit Commitment e ciclo combinado. Além disso, o DESSEM fornece resultados considerando uma discretização semi-horária para os estudos realizados pelo ONS e horária no caso da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE). Ou seja, este modelo incorpora detalhes adicionais que os modelos mencionados anteriormente não conseguiam capturar devido ao seu horizonte de estudo mais longo.

A figura 3 apresenta a periodicidade do processamento dos modelos. O modelo NEWAVE é processado mensalmente fornecendo dados para o modelo DECOMP que é executado para cada semana do mês, fornecendo insumos para o processamento do modelo DESSEM que é processado diariamente.

Figura 3 - Periodicidade de Processamento dos Modelos.



Fonte: Autoria Própria

Assim, a medida que diminui o horizonte de estudo, aumenta-se o nível de detalhamento. Observa-se então que toda essa cadeia de modelos apoia a definição do quanto gerar no dia seguinte em cada elemento do sistema.

É importante ressaltar que a CCEE e o ONS utilizam os modelos computacionais com finalidades diferentes. Enquanto a CCEE almeja obter o preço da energia no mercado de curto prazo, o ONS realiza um despacho físico. Nesse sentido, a CCEE visa garantir que o PLD seja único por submercado realizando uma abordagem de preço locacional, enquanto o ONS busca garantir o planejamento otimizado, representando o mundo físico da melhor maneira possível por meio de uma representação mais completa da rede. Sendo assim, o CMO representa uma referência para a determinação do PLD, que possui limites máximo e mínimo e representa o preço utilizado na liquidação do mercado de curto prazo.

1.5.6 Mercado de Curto Prazo

No contexto da operação do mercado brasileiro, o PLD desempenha um papel crucial. Mensalmente, a CCEE realiza a soma, em base horária, do balanço energético entre os recursos e requisitos de cada agente referente ao mês anterior. Esse resultado, seja ele positivo ou negativo, é então liquidado pelo agente no mercado de curto prazo a valor de PLD.

2 MODELAGEM DA VARIÁVEL ALEATÓRIA

O resultado de um portfólio é incerto, pois é função dos preços, que possuem uma certa incerteza associada. Ou seja, uma etapa muito importante no processo de comercialização e gerenciamento de riscos, passa ser a caracterização das variáveis aleatórias que impactam o resultado financeiro de uma empresa. Dessa forma, o presente capítulo tem como objetivo principal aprofundar a compreensão do preço, que é a variável aleatória principal considerada neste trabalho. A modelagem adequada dessa variável desempenha um papel crucial na previsão, tomada de decisão e gestão de riscos nos mercados de energia. Neste contexto, serão exploradas as abordagens estatísticas e matemáticas utilizadas para descrever a natureza estocástica do preço, levando em consideração distribuições de probabilidade, estruturas de dependência temporal e outros fatores influenciadores. Além disso, será abordado a relevância de uma boa modelagem do preço para a formulação de estratégias eficazes e para a mitigação de riscos em ambientes complexos e dinâmicos. Este capítulo propõe ainda a realizar uma contextualização aprofundada sobre o conceito de produto no mercado de energia elétrica e analisar a relevância do risco de preço associado a esses produtos, abordando diversos cenários de análise.

2.1 PRECIFICAÇÃO DE MERCADO

Ao tratar do preço de mercado, essencialmente refere-se a precificação de produtos específicos, os quais apresentam quatro atributos principais. O primeiro deles é a maturidade, que abrange a duração e o instante de entrega do produto. Essa característica é identificada por meio de letras, como "M" para produtos de natureza mensal e "A" para aqueles de natureza anual, acompanhadas de notações como "+0" ou "+1", que sinalizam o início da entrega, sendo "+0" associado ao mês atual e assim sucessivamente. Naturalmente, é possível substituir essa nomenclatura pelo mês de referência, porém esta é uma nomenclatura bastante utilizada no setor. O segundo atributo é o submercado que representa a localização geográfica em que a energia está sendo negociada. Por sua vez, o terceiro atributo é o tipo de fonte da energia na consideração do lastro, pois existem lastros de energia incentivada e convencional, os quais são ligeiramente diferentes. Por fim, o

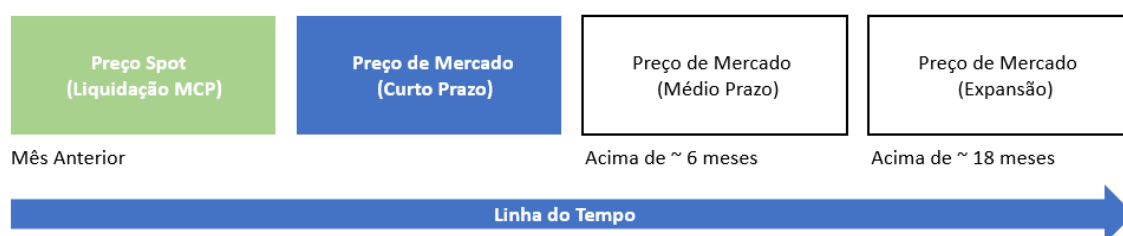
último atributo é o tipo de preço, o qual pode ser fixo, variável (PLD mais *spread*), *cap and floor* (preços variáveis com limites superior ou inferior), ou collar (contratos com limites superior e inferior estabelecidos).

2.2 INFLUENCIADORES DE PREÇO DE MERCADO

O preço de mercado da energia em um horizonte próximo de seu fornecimento é influenciado por uma série de fatores que refletem a dinâmica complexa desse setor. Entre os principais influenciadores, destacam-se a expectativa de PLD e a liquidez desses produtos negociados próximos da data de fornecimento

A Figura 4 ilustra através de uma representação em linha de tempo, a evolução e a localização dos preços de mercado dentro de diferentes horizontes temporais: curto, médio e longo prazo. Nesta representação, é possível identificar distintamente que o quadro colorido em verde representa o horizonte da energia liquidada no MCP à preço spot, utilizado especificamente para a valoração das diferenças no MCP. Este, por sua vez, difere significativamente do horizonte ilustrado em azul, o qual denota o horizonte de curto prazo. Este último é caracterizado como sendo um período imediatamente anterior ao fornecimento da energia comercializada, refletindo uma fase crítica para a análise e previsão de preços. A separação e especificação desses horizontes mostrados na figura são cruciais para uma compreensão da dinâmica de preços no mercado de energia.

Figura 4 - Influenciadores de Preço de Mercado



Fonte: Autoria Própria

A expectativa de PLD é um dos fatores primordiais que moldam o mercado de energia no curto prazo. O PLD é um indicador crucial para os agentes do mercado, uma vez que afeta diretamente os custos e receitas associados à compra

e venda de energia. Essa expectativa é influenciada por diversos fatores, como as condições climáticas, restrições operativas na transmissão de energia, vazões nos reservatórios, questões regulatórias e outros aspectos que impactam a oferta e a demanda de energia elétrica.

Já, a liquidez desses produtos no mercado, desempenha um papel crucial, pois é necessário que haja agentes econômicos dispostos a comprar e vender energia para que o mercado funcione de maneira eficiente. A existência de diferentes expectativas de PLD entre os diversos agentes, baseadas em fatores como os mencionados, por exemplo, gera oportunidades de negociação no curto prazo.

Em resumo, o mercado de energia no horizonte de curto prazo é influenciado por uma complexa interação de fatores, que vão desde as condições climáticas até questões regulatórias, além das percepções dos agentes sobre o PLD esperado. Compreender esses influenciadores é essencial para os participantes do mercado, pois isso os ajuda a tomar decisões embasadas e a gerenciar os riscos associados à comercialização de energia elétrica nesses horizontes.

No horizonte de médio prazo, os influenciadores dos preços de mercado de energia vão além das variáveis imediatas, como o PLD e a liquidez desses produtos com prazo de fornecimento razoável. O ambiente regulatório desempenha um papel importante na determinação dos preços. Alterações nas regras e regulamentações do setor elétrico podem ter um impacto significativo, uma vez que afetam as estratégias e decisões dos agentes envolvidos. Essas mudanças podem afetar não apenas os preços, mas também a própria dinâmica do mercado. Portanto, questões regulatórias devem ser consideradas ao analisar os preços de mercado no horizonte de médio prazo.

Já, no horizonte de longo prazo, os influenciadores dos preços de mercado de energia adquirem uma dimensão estratégica, estando relacionados às decisões de expansão dos ativos de geração individual de um agente. Por exemplo, se os produtos de longo prazo estiverem sendo negociados a preços elevados, pode ser mais benéfico para um agente investir na construção de uma usina própria, como uma usina fotovoltaica, que pode levar cerca de 18 meses. Este investimento em geração própria, portanto, torna-se uma alternativa competitiva frente aos preços de mercado e é uma decisão estratégica que pode influenciar significativamente o panorama de preços futuros no mercado de energia. Dessa forma, vários fatores

desempenham um papel fundamental nesse cenário, como a oferta e demanda, abertura de mercado e geração distribuída.

O crescimento econômico, as mudanças nos padrões de consumo e as transformações na indústria têm impacto direto nas necessidades de energia, influenciando a estrutura de preços.

A migração de consumidores para o mercado livre de energia é uma tendência que afeta os preços no longo prazo. A liberdade de escolha de fornecedores e a negociação direta de contratos podem resultar em preços mais competitivos, estimulando a eficiência e a inovação no setor elétrico.

Sobre a crescente adoção da geração distribuída, como sistemas solares fotovoltaicos e pequenas usinas eólicas, tem um impacto significativo nos preços de mercado. A capacidade de produzir energia no local de consumo reduz a demanda por eletricidade da rede central, afetando a necessidade de investimentos em infraestrutura e, conseqüentemente, os preços.

Neste horizonte, além das questões regulatórias, as questões políticas carregam grandes incertezas, uma vez que mudanças na política energética de um país podem moldar a trajetória dos preços de mercado ao longo do tempo. Ou seja, essas questões desempenham um papel crucial na definição do ambiente de mercado no longo prazo.

Em resumo, no horizonte de longo prazo, os preços de mercado de energia estão intrinsecamente ligados à possibilidade de expansão dos ativos de geração individuais dos agentes e são influenciados por uma série de fatores interconectados. Compreender esses influenciadores é fundamental para planejar investimentos, tomar decisões estratégicas e antecipar tendências.

2.3 PREÇO DE MARCAÇÃO À MERCADO E PREÇO FUTURO

A diferença entre o preço de marcação à mercado (MtM) e o preço futuro (Curva Forward) reside na temporalidade e na natureza das negociações. A MtM representa o valor atual no qual a negociação de um produto específico está ocorrendo. E, o preço futuro é uma projeção ou expectativa do valor que esse mesmo produto terá em negociações a serem realizadas em algum momento futuro.

No contexto do mercado de energia, esses conceitos se entrelaçam devido à natureza intrínseca do mercado ser futuro. Isso significa que o mercado está

atualmente precificando quanto a energia valerá em momentos futuros específicos. O que significa dizer que em última análise, a Marcação a Mercado (MtM) assemelha-se à curva forward.

Em contraste com o mercado cambial (ou mercado Forex), por exemplo, em que o objetivo é adquirir a moeda estrangeira em si visando o lucro com as variações nas taxas de câmbio entre as moedas, quando se busca especular ou fazer apostas contrárias ao movimento da moeda, os investidores recorrem aos mercados adjacentes. Estes mercados, frequentemente compostos por derivativos e instrumentos puramente financeiros, não estão diretamente relacionados à posse física da moeda em si.

A complexidade do mercado de energia decorre do fato de que as partes apostam contra o preço da energia elétrica em vez de adquiri-la diretamente. Ou seja, as negociações para apostar contra o preço de energia são realizadas dentro do mercado físico de energia elétrica, com a premissa de que todas as transações serão liquidadas na CCEE.

É importante salientar essas nuances para compreender as distinções entre esse mercado e outros onde a separação entre produtos financeiros e produtos físicos é mais clara. No mercado estudado, essa separação ainda não é completamente definida, o que adiciona complexidade ao contexto das operações e da avaliação de riscos.

Em um contexto de comercializadoras que possuem equipes para fazer análises fundamentalistas, com objetivo de embasar decisões, surge a necessidade de antecipar o comportamento dos preços da energia. Nesse contexto, a questão central recai sobre a tendência na qual o preço da energia deve seguir.

É importante ressaltar, que o resultado dessa análise fundamentalista, que possui como objetivo projetar o PLD, pode diferir do preço de negociação do mercado atual.

Ou seja, de fato, os movimentos ascendentes ou descendentes dos preços no mercado refletem as expectativas dos agentes em relação ao futuro. Portanto, no nosso mercado, pode-se dizer que a curva de preços futuros representa, em sua essência, mais as projeções e expectativas baseadas no fundamento, do que as negociações atuais do mercado. É como se existisse uma MtM de fundamento e uma MtM de mercado.

Assim, ao abordar questões relacionadas ao risco no contexto da comercialização de energia, é essencial sempre levar em consideração a MtM de mercado, uma vez que as expectativas em relação ao futuro não representam uma posição real, mas sim uma projeção do possível comportamento dos preços. Ou seja, ao menos que por estratégia, a comercializadora decida segurar sua posição para ser liquidada ao PLD no MCP, a saída de uma posição deve ser baseada no preço estabelecido pela MtM de mercado, que reflete a realidade da negociação atual.

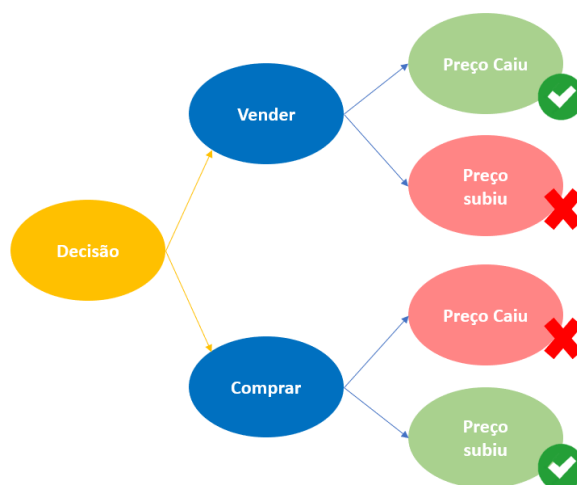
2.3.1 Variação do Preço da Energia

A variação de preços e sua relação com riscos e oportunidades no mercado de energia é um tema central a ser abordado nesta dissertação. A flutuação de preços representa tanto uma oportunidade quanto um risco no mercado de energia.

O preço de produtos de suprimento no curto prazo está intrinsecamente ligado à expectativa do PLD, de modo que períodos de estiagem podem gerar expectativas de escassez hídrica e preços elevados, mas que, eventos inesperados, como chuvas não previstas inicialmente, têm o potencial de alterar drasticamente a percepção do mercado.

No contexto de uma comercializadora de energia, as decisões de compra ou venda são cruciais. Por exemplo, a Figura 5 mostra que comprar energia e testemunhar um aumento de preços pode ser vantajoso, mas se os preços caem, isso implica em uma escolha desfavorável. Ou seja, é essencial manter um equilíbrio entre a busca de oportunidades e a gestão de riscos, garantindo a continuidade das operações da empresa.

Figura 5 - Processo de Decisão



Fonte: Autoria Própria

Toda essa volatilidade de preços cria oportunidades no mercado, especialmente em produtos de curto prazo, que tendem a ser mais voláteis e, conseqüentemente, podem apresentar retornos potencialmente mais significativos. Portanto, antes de avaliar o risco, é fundamental identificar qual tipo de risco precisa ser medido e determinar as metodologias apropriadas. Nesse contexto, o foco desta dissertação é a análise de riscos associados a variações de preço e volume no mercado de energia.

Para realizar tal análise, é necessário caracterizar as incertezas em relação aos preços, considerando tanto a prospecção do PLD, por meio de análises fundamentalistas, quanto a análise histórica do mercado por meio da variação histórica de preços.

A variação observada nos preços de mercado ao longo de um histórico de determinado produto serve como base para a construção de expectativas em relação a seu comportamento futuro, desempenhando um papel significativo na avaliação de riscos. Já no âmbito das análises fundamentalistas, é importante destacar que a análise histórica de produtos já fornecidos não é uma estratégia eficaz. Em vez disso, a ênfase recai sobre a análise dos históricos de prospecção de produtos cujo prazo de fornecimento ainda não chegou. Dessa forma, a próxima seção desta dissertação se concentra na compreensão do quanto o preço de um determinado produto pode variar.

2.4 CENÁRIOS PARAMÉTRICOS

Até o presente ponto da dissertação, foi discutida a dinâmica operacional de uma comercializadora de energia elétrica, destacando os fatores que introduzem incertezas e complexidades no processo decisório relacionado à compra e venda de energia no mercado. Nesse contexto, a seção atual tem como objetivo aprofundar a caracterização da incerteza associada ao preço da energia elétrica.

Uma abordagem frequentemente empregada para lidar com a incerteza de preços é a utilização de cenários paramétricos, que representam uma ferramenta estatística para modelar e compreender a variabilidade dos preços.

A aplicação de cenários paramétricos envolve duas etapas essenciais. Primeiramente, é necessário escolher uma distribuição de probabilidade adequada que represente integralmente a dinâmica dos preços de energia. Além de definir como os principais parâmetros estatísticos, tais como a média (primeiro momento estatístico), variância (segundo momento estatístico), e a assimetria (terceiro momento estatístico) serão estimados. Sabendo que a variância é uma medida de dispersão que indica o quanto os valores de um conjunto de dados tendem a se afastar da média, é válido ressaltar que neste trabalho será utilizada a volatilidade como medida estatística da dispersão, pois quando se lida com séries temporais financeiras, pode-se considerar a volatilidade como uma medida do segundo momento estatístico.

Neste contexto, a suposição adotada é que a média da variação dos preços é unitária, o que significa que não há uma expectativa de movimento de alta ou baixa no preço de um dia para o outro. Isso é particularmente relevante, pois enfatiza a perspectiva de risco. Ou seja, o foco principal reside em quantificar a amplitude das flutuações de preços em relação a um valor de referência, minimizando qualquer viés na análise.

Por exemplo, se o preço de um produto sobe 10% ao dia por 10 dias, sua volatilidade seria zero, pois não há desvio em relação ao retorno médio de 10%. Por isso, considerar um retorno unitário torna o cálculo da volatilidade mais confiável.

Em contraste com o mercado financeiro, onde prevalece a expectativa de um crescimento contínuo de uma ação, a dinâmica do mercado de energia não se baseia em uma projeção de valorização constante dos produtos. Os participantes deste mercado se posicionam não com a premissa de crescimento perpétuo, mas

sim guiados por expectativas de variações de preços, apostando na maioria das vezes contra o ativo.

Assim, ao avaliar o valor esperado, a tendência de alta ou baixa é desconsiderada, visto que, no âmbito do risco, o foco não está em saber a direção do movimento de preços da energia. Ou seja, na avaliação de riscos, é essencial considerar as extremidades da distribuição de resultados (caudas), que representam eventos improváveis, mas possíveis. Essa abordagem é uma característica diferente do mercado de energia em comparação com o mercado de ações, onde o foco muitas vezes está em tendências mais centrais ou médias.

Dessa forma, a remoção de viés torna-se importante pois os dados que mostram tal tendência, podem não ser confiáveis. E sendo assim, passa a ser preocupante levar essa incerteza para um ambiente de risco.

A assimetria, por sua vez, é um aspecto importante a ser considerado, pois indica a quão alongada é a cauda da distribuição de preços para a esquerda ou para a direita.

Já a volatilidade é um parâmetro crítico que reflete o grau de variação dos preços de energia em um determinado período. Ela quantifica o quão distante o preço futuro de energia pode estar em relação ao valor presente, desempenhando um papel fundamental na avaliação e gerenciamento de riscos no mercado de energia elétrica.

Portanto, esses parâmetros são essenciais para compreender e quantificar a incerteza associada aos preços de energia, permitindo uma abordagem mais embasada e eficiente na tomada de decisões.

2.4.1 Estimadores da Volatilidade

Em mercados caracterizados por elevada liquidez, é frequente encontrar diversas metodologias para a estimativa da volatilidade dos preços dos produtos. Uma prática comum nesses mercados é a utilização do histórico de preços de negociações como base para essas estimativas.

A análise do histórico de negociações revela quatro tipos de preços essenciais: o preço de abertura, o preço máximo, o preço mínimo e o preço de fechamento. Sendo assim, as metodologias empregadas na estimativa da volatilidade diferenciam na escolha entre esses quatro tipos de preços como base

para o cálculo, podendo considerar um ou mais de um desses tipos de preços mencionados. Ou seja, a seleção de uma metodologia específica depende da ênfase que se deseja atribuir à informação atual em relação ao que ocorreu ao longo de todo o período histórico. Neste contexto, esta seção explora duas das metodologias mais reconhecidas, destacando suas particularidades.

2.4.1.1 *Close-to-Close*

A metodologia *close-to-close* é a mais simples e comum de medição da volatilidade histórica que representa a flutuação do preço de fechamento de um produto ao longo do tempo. Considerando uma média unitária das variações dos preços, essa metodologia é representada por (3).

$$\sigma_{cc} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\frac{P_i}{P_{i-1}} - 1\right)^2} \quad (3)$$

Em que:

σ_{cc} representa o símbolo para a volatilidade close-to-close.

i representa cada dia na série de dados.

N representa o tamanho da amostra.

P_i representa o preço de fechamento do dia i .

P_{i-1} representa o preço de fechamento do dia imediatamente anterior.

A metodologia Close-to-Close torna-se razoável para a análise de risco e a tomada de decisões embasadas no mercado de energia. A precisão e a simplicidade desta abordagem a tornam uma ferramenta valiosa.

2.4.1.2 *Exponentially Weighted Moving Average*

É uma variação da metodologia close-to-close, onde atribui-se pesos exponenciais de maneira a dar mais importância para a variação de preço mais

recente em detrimento de variações mais antigas. Sua equação é representada por (4).

$$\sigma_{ewma} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N-1} (1 - \lambda)\lambda^{i-1} \left(\frac{P_i}{P_{i-1}} - 1\right)^2} \quad (4)$$

Em que:

σ_{ewma} representa o símbolo para a volatilidade calculada pela metodologia Exponentially Weighted Moving Average.

λ representa o parâmetro de suavização.

$(1 - \lambda)$ representa o fator de ponderação.

λ^{i-1} representa o fator de decaimento exponencial que atribui uma ponderação menor para os retornos mais antigos.

No contexto do mercado financeiro, adota-se frequentemente o fator de ponderação λ de 0,94. Este valor é uma constante introduzida por JP Morgan em 1996 (17), que se mostrou eficaz na aproximação da volatilidade histórica. Este valor específico sugere que aproximadamente os 75 dias mais recentes representam 99% da contribuição para a volatilidade estimada, refletindo a importância atribuída aos dados mais atuais na previsão de flutuações futuras do mercado. Vale ressaltar que para históricos menores, é de extrema importância o ajuste do parâmetro λ .

As volatilidades com pesos exponenciais devem ser utilizadas com bastante cautela, pois elas não lidam bem com eventos que impulsionam a volatilidade, como as viradas repentinas do mercado, em que o preço sai do piso ou do teto.

2.4.2 Distribuições de probabilidade

Até aqui foram realizadas caracterizações essenciais para compreender a dinâmica de modelagem de variáveis que introduzem incerteza. Inicialmente, o PLD foi caracterizado, permitindo uma compreensão de seus elementos e influências no mercado. A curva de mercado também foi analisada, revelando informações relevantes sobre a estrutura temporal dos preços da energia elétrica.

Além disso, foram abordados alguns momentos estatísticos de distribuições de probabilidade, os quais desempenham um papel fundamental na caracterização dos preços de energia. Dentre esses momentos, a assimetria destaca-se como um parâmetro de grande interesse, uma vez que fornece informações cruciais sobre a forma da distribuição de preços.

A aplicação de cenários paramétricos, conforme discutido na seção 2.4, compreende dois estágios fundamentais. O primeiro envolve a escolha criteriosa de uma distribuição de probabilidade que seja apropriada para representar adequadamente a dinâmica dos preços de energia elétrica, considerando que existem diversas distribuições de probabilidade disponíveis, a seleção de uma delas requer uma avaliação cuidadosa.

Quando se trata da distribuição normal, refere-se a uma distribuição simétrica, na qual a dispersão em relação à média é equilibrada nos dois lados da curva de probabilidade. Isso significa que o desvio em direção a valores superiores ou inferiores possui a mesma probabilidade de ocorrer, resultando em caudas simétricas. A volatilidade, aqui utilizada como medida estatística da dispersão, determina a amplitude dessa distribuição normal.

A distribuição normal é amplamente utilizada em estatística devido ao Teorema do Limite Central, que estabelece que a combinação de múltiplos fatores com diferentes distribuições, que influenciam um mesmo fenômeno, tende a resultar em uma distribuição normal. Exemplos práticos de aplicação da distribuição normal incluem o teste de hipóteses, usado para validar a veracidade de uma afirmação estatística.

Uma outra distribuição bastante utilizada é a distribuição t-student, que embora semelhante à normal, é empregada em casos com amostras menores de valores, introduzindo um ajuste para uma expectativa de variação em torno da média mais conservadora.

Outra distribuição notável é a distribuição Lognormal, que se diferencia pela presença de assimetria. A distribuição Lognormal é particularmente relevante, pois reflete muitos fenômenos encontrados na natureza e em contextos de engenharia.

Ao contrário das distribuições simétricas, a Lognormal possui um limite inferior finito, mas pode apresentar valores significativamente elevados na cauda superior da distribuição. Portanto, é uma distribuição particularmente adequada para

representar fenômenos com assimetria positiva, tais como a vazão afluyente em rios, o tempo de falha de equipamentos ou o retorno de ações.

É importante ressaltar que o foco desta pesquisa reside nas caudas das distribuições, uma vez que o risco é uma das principais preocupações. Quando se trabalha com uma distribuição simétrica, as caudas têm a mesma extensão em ambos os lados da média. No entanto, em uma distribuição assimétrica, uma das caudas será mais extensa do que a outra. Portanto, o risco associado a uma posição específica (long ou short) varia de acordo com a direção da cauda. Dessa forma, os agentes do mercado podem estar mais preocupados com diferentes cenários extremos, dependendo da sua posição no mercado.

No contexto deste mercado, quando se analisam os históricos de preços em valores absolutos, pode ocorrer assimetria negativa, o que não é observado ao avaliar históricos de variações dos preços (retornos), pois o menor retorno possível é zero. Portanto, a perspectiva sob a qual se analisa o histórico de preços desempenha um papel importante na escolha da distribuição adequada.

Em resumo, quando a assimetria é um parâmetro diferente de zero, a distribuição normal já não atende plenamente aos requisitos, e torna-se necessário considerar uma distribuição assimétrica.

2.4.3 Sorteio de Monte Carlo – Distribuição Uniforme

Após uma caracterização da incerteza relacionada aos preços por meio da escolha de uma distribuição apropriada e da parametrização de seus momentos estatísticos, a etapa subsequente na geração de cenários paramétricos consiste no sorteio aleatório da variável que representa a incerteza sob análise.

O método de Monte Carlo, amplamente empregado para essa finalidade, pressupõe que cada valor sorteado seja estatisticamente independente dos demais, seguindo a premissa da equiprobabilidade. Isso significa que todos os valores a serem sorteados possuem a mesma probabilidade de ocorrência, tornando o processo de geração de cenários estocásticos altamente imparcial.

Nesse contexto, os valores são sorteados a partir de uma distribuição uniforme, onde cada número aleatório selecionado varia no intervalo de 0 a 1. Essa abordagem oferece uma base sólida para a criação de cenários que capturam uma ampla gama de possibilidades, considerando que a uniformidade na probabilidade

de seleção garante uma representação equilibrada das diferentes situações de mercado.

Vale destacar que outras técnicas de amostragem que podem ser empregadas para enriquecer a geração de cenários. Por exemplo, tem-se o método de Amostragem de Hipercubo Latino (Latin Hypercube Sampling - LHS) que permite uma amostragem estratificada e eficiente, reduzindo a redundância e melhorando a cobertura do espaço de possíveis resultados.

Caso haja correlações entre os produtos ou variáveis em análise, essa relação é considerada e calculada antes do processo do sorteio aleatório. Esse aspecto é de suma importância, uma vez que as correlações podem influenciar significativamente as dinâmicas e os resultados da análise. Portanto, a incorporação de correlações cruzadas representa uma etapa crucial na produção de cenários paramétricos que refletem de maneira precisa e abrangente a complexidade do mercado de energia elétrica.

2.4.4 Correlação Cruzada entre os Produtos

A análise de correlação cruzada entre diferentes produtos é uma consideração fundamental na geração de cenários paramétricos, uma vez que possibilita a captura das interdependências que podem existir entre esses produtos. Essa consideração visa a aproximar o comportamento dos cenários gerados com as dinâmicas reais do mercado, reconhecendo que os produtos não se comportam de maneira independente. Ou seja, ao incorporar a correlação cruzada, torna-se possível refinar a precisão da análise obter cenários que reflitam de forma mais realista as complexas relações do mercado de energia elétrica.

A confiabilidade da correlação cruzada desempenha um papel fundamental nesse contexto. Em geral, as correlações positivas entre produtos tendem a reduzir o risco global do portfólio, refletindo a tendência de movimentos conjuntos de preços. No entanto, ao considerá-las na geração de cenários, é essencial exercer cautela e discernimento, uma vez que a correlação cruzada pode ser uma faca de dois gumes.

Ou seja, a utilização da correlação cruzada na medição de risco requer uma abordagem cuidadosa, uma vez que as decisões podem ser sensivelmente impactadas por esse fator. Deve-se ponderar se o foco recai sobre o comportamento

médio do mercado ou se o objetivo é se proteger contra eventos extremos. A consideração da correlação cruzada é, portanto, uma escolha estratégica que possui impactos diferentes em relação a tomada de decisões e em relação à formulação de políticas de risco.

Dessa forma, no âmbito da análise de risco, pode ser justificável optar por ignorar a correlação cruzada a fim de adotar uma postura mais conservadora. No entanto, na tomada de decisões, compreender a existência dessas relações é de grande importância, pois pode representar uma estratégia valiosa para lidar com camadas adicionais de proteção e otimização das operações no mercado energético.

2.4.4.1 *Decomposição LU*

Na construção de cenários, em contraposição à abordagem direta para o cálculo do risco, surge a necessidade de realizar uma decomposição da matriz de correlação. Essa decomposição visa separar a matriz de correlação em duas matrizes distintas: uma diagonal superior e outra inferior. Essa divisão é fundamental para que a correlação possa ser adequadamente aplicada no processo de geração de cenários, permitindo que os valores sorteados estejam em conformidade com as interações entre os produtos.

Uma abordagem comumente utilizada para a decomposição da matriz de correlação é a chamada decomposição de Cholesky. Essa técnica é aplicada com o propósito de desdobrar a matriz de correlação em suas partes constituintes, possibilitando assim a incorporação da correlação decomposta nos valores sorteados a partir da distribuição uniforme. Esse processo ocorre antes da transformação para a distribuição desejada, garantindo que os cenários gerados mantenham a coerência das relações entre os produtos.

Ou seja, a decomposição de Cholesky é uma ferramenta matemática crucial na geração de cenários paramétricos, pois viabiliza a construção de cenários que reflitam adequadamente as correlações entre os diferentes ativos ou produtos. Essa metodologia contribui para a modelagem precisa do risco.

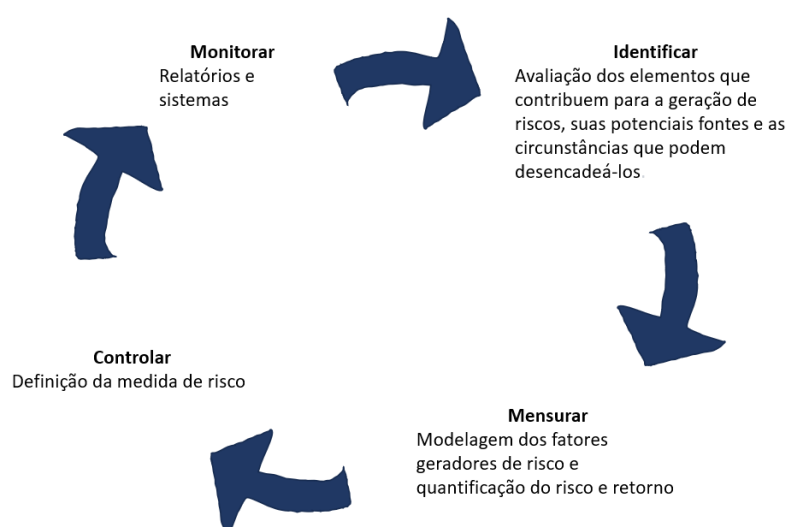
Ao final, o propósito central desta abordagem é reproduzir, com fidelidade, o comportamento histórico de uma variável aleatória por meio de uma distribuição contínua.

3 INDICADORES QUE COMPÕEM UMA MEDIDA DE RISCO

Na comercialização de energia, o conceito de risco é fundamental para entender as incertezas associadas a essa atividade. Como comentado, o risco, nesse contexto, refere-se à possibilidade de ocorrerem eventos imprevistos ou desfavoráveis que afetem o resultado financeiro de um agente comercializador. Esses eventos podem levar a variações inesperadas nos fluxos de caixa e, conseqüentemente, resultar em prejuízos financeiros. Dessa forma, seu gerenciamento trata do processo pelo qual as empresas buscam identificar, avaliar e mitigar essas incertezas.

Em suma, a gestão de riscos desempenha um papel fundamental no processo de comercialização, permitindo a identificação, mensuração, controle e monitoramento dos fatores de risco, como mostrado na Figura 6. Ao qualificar e quantificar ameaças como variações nos preços da energia, flutuações na demanda ou eventos climáticos extremos, as organizações podem desenvolver estratégias robustas para mitigar esses riscos. Além disso, a análise contínua por meio de relatórios e sistemas de monitoramento permite uma adaptação ágil às mudanças nas condições do mercado, tornando a gestão de riscos um componente vital que auxilia na tomada de decisões.

Figura 6 - Processo de Análise de Riscos



Fonte: Autoria Própria

3.1 MEDIDAS DE RISCO

Na busca por quantificar o risco na comercialização de energia, surge a necessidade de adotar medidas de risco apropriadas.

Dado que a receita de um contrato é influenciada por variáveis aleatórias e pelas decisões tomadas pelo agente, é crucial determinar como escolher a quantidade a ser contratada, considerando essa variação na distribuição da renda. Nesse contexto, a escolha de indicadores de valor da distribuição de renda do contrato torna-se uma questão fundamental. Diversas abordagens podem ser consideradas, como a maximização da média da distribuição, a maximização de um quantil específico da distribuição, a maximização da média da distribuição abaixo de um determinado quantil ou até mesmo a maximização de uma função utilidade associada à distribuição.

Além disso, uma alternativa viável é a combinação de algumas dessas medidas anteriores com a imposição de restrições relacionadas à maior perda financeira possível. Portanto, a escolha do indicador de risco a ser adotado depende da política e do apetite ao risco do agente.

No contexto do mercado de energia, é fundamental considerar que as decisões tomadas no presente têm implicações diretas nas exposições financeiras futuras. Para abordar essa questão de maneira eficaz, torna-se necessário compreender e saber como quantificar o risco futuro. O principal objetivo desse esforço é possibilitar o agente a controlar ou minimizar o risco ao tomar decisões estratégicas.

Nesse sentido, para que sejam aplicáveis na prática, essas medidas devem apresentar propriedades importantes. Entre essas propriedades, destacam-se a necessidade de oferecer parâmetros intuitivos que permitam ao tomador de decisão especificar o nível de risco desejado. Além de ser fundamental que essas medidas produzam um índice que traduza o valor ou equivalente certo do fluxo financeiro futuro, fornecendo medidas de satisfação ou valor relacionadas às decisões.

Uma vez que uma medida de risco adequada esteja disponível, o tomador de decisão pode utilizá-la como base para determinar a quantidade de energia a ser contratada, visando otimizar ou restringir o risco associado às decisões atuais. Portanto, a compreensão e implementação dessas medidas de risco desempenham

um papel crucial, permitindo uma abordagem mais informada e estratégica para as decisões comerciais.

3.2 DEFINIÇÃO DE RISCO

Como discutido, agentes que operam no mercado de energia brasileiro estão expostos a variáveis aleatórias que podem variar significativamente em cenários adversos.

Esses cenários de incerteza e variação compõem o que é conhecido como "risco". O risco, nesse contexto, pode ser compreendido como a probabilidade e o impacto de eventos desfavoráveis ocorrerem, particularmente aqueles eventos que resultam em frustrações. Essa definição enfatiza a dualidade inerente ao risco, pois não se limita apenas à probabilidade de ocorrência de eventos desfavoráveis, mas também à magnitude do impacto financeiro negativo associado a esses eventos.

Diante dessa compreensão, uma pergunta que pode ser feita, é se existem maneiras de anular ou, pelo menos, limitar estes riscos. Antes de aprofundarmos nas métricas de risco, é fundamental esclarecer uma distinção relevante, especialmente quando se trata do conceito de "valor esperado". O valor esperado está intrinsecamente relacionado ao valor médio, embora apresente uma diferença crucial. Enquanto o valor médio representa a soma dos valores de um conjunto dividido pelo número total de elementos desse conjunto, o valor esperado permite a inclusão de ponderações para cada valor, refletindo a probabilidade associada a cada um desses valores.

Esta distinção ganha destaque à medida que se exploram métricas como o Valor em Risco (VaR) e o Valor em Risco Condicional (CVaR), que têm como objetivo transformar um conjunto diversificado de possibilidades em um único valor representativo, o qual servirá de base para a tomada de decisões ou a avaliação das situações de risco.

Portanto, a base de todo esse raciocínio é a expectativa do que pode ocorrer em termos de resultados financeiros, demandando a tradução dessas expectativas em valores numéricos, que são utilizados em uma métrica que representa uma medida de risco. Esse processo desempenha um papel fundamental na gestão de riscos, uma vez que fornece uma estrutura para quantificar, analisar e tomar

decisões em ambientes onde a incerteza e a variabilidade desempenham um papel significativo.

3.3 INSERÇÃO DO CONTROLE DE RISCO

No contexto de problemas relacionados à contratação de energia, a determinação da quantidade ótima a ser contratada Q para um preço de contrato específico P é uma questão de grande relevância. Frequentemente, esses problemas são abordados por meio de modelos de otimização, que buscam encontrar a contratação ótima $Q * P$ ao otimizar uma função objetivo pré-definida. No entanto, é fundamental reconhecer que a receita gerada por um contrato está intrinsecamente ligada a uma ou mais variáveis aleatórias, geralmente denominadas "fatores de risco".

O objetivo principal neste processo de contratação reside em mitigar o impacto de cenários que resultem em renda substancialmente mais baixa do que o esperado. E para lidar com essa complexidade, é necessário modelar de maneira precisa as variáveis aleatórias que representam os fatores de risco, considerando seus cenários e respectivas probabilidades. Além de estabelecer uma variável de interesse que seja função dos fatores de risco e das decisões tomadas, geralmente relacionada à renda ou lucro da comercialização.

A questão-chave é como medir o risco de maneira apropriada, considerando que a redução do risco, em geral, impacta o retorno esperado. Esse conceito é ilustrado pelo trade-off entre risco e retorno esperado, um princípio amplamente estudado na teoria financeira, destacado por Markowitz. Portanto, a busca se concentra em identificar indicadores que quantifiquem o risco, permitindo a otimização das decisões, levando em consideração esse trade-off.

Diversos indicadores de risco foram propostos ao longo do tempo, incluindo a variância e o desvio padrão que medem a dispersão dos retornos, além de métricas de Downside Risk, que avalia especificamente a parte negativa da distribuição de renda como o Valor em Risco (VaR) e o Valor em Risco Condicional (CVaR), que estimam a perda máxima esperada sob condições adversas.

3.4 VARIÂNCIA E DESVIO PADRÃO

Um aspecto fundamental na mensuração e controle das incertezas associadas aos resultados financeiros decorrentes dos contratos de energia, é a utilização de medidas estatísticas que quantificam o risco. Nesse contexto, a variância e o desvio padrão desempenham papéis interessantes de serem observados em uma primeira análise.

Para quantificar o risco utilizando essa abordagem, uma prática comum é utilizar a variância ou o desvio padrão da distribuição de renda associada aos contratos de energia e o retorno esperado a sua média. Dessa forma é possível montar uma fronteira eficiente que ilustra a relação entre risco e retorno (desvio padrão e média).

Além disso, a relação entre risco e retorno, representada pela fronteira eficiente, descreve como diferentes níveis de risco (medidos pelo desvio padrão) estão associados a diferentes níveis de retorno esperado (medidos pela média). Isso possibilita aos tomadores de decisão no mercado de energia, encontrar um equilíbrio entre assumir riscos e obter retornos, auxiliando na gestão de portfólios de maneira eficiente.

A variância é uma medida estatística que avalia a dispersão do valor aleatório em torno de seu valor esperado. Ou seja, neste caso, fornece uma medida de quão amplamente os valores de renda podem variar em relação ao valor médio. Sabendo que o valor da renda R é uma variável aleatória, a variância pode ser representada pela fórmula (5)

$$v(R) = E\{[R - E(R)]^2\} \quad (5)$$

Em que:

$v(R)$ representa o símbolo para variância da variável aleatória R .

R representa a renda.

$E(R)$ representa o valor esperado da renda.

O desvio padrão, por sua vez, é a raiz quadrada da variância e é representado por:

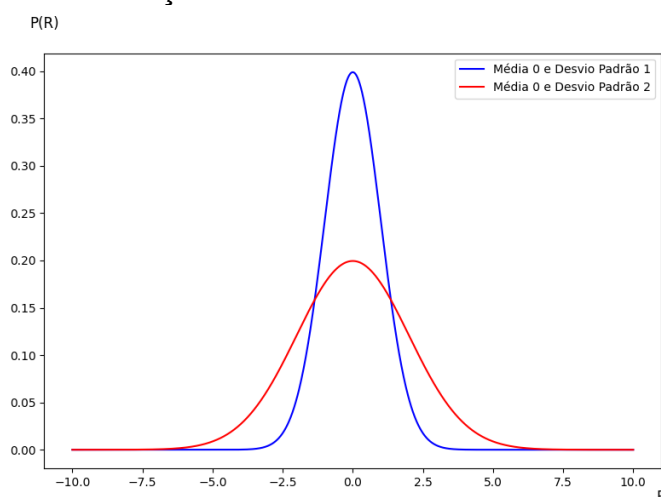
$$\sigma(R) = \sqrt{v(R)} \quad (6)$$

Em que:

$\sigma(R)$ representa o símbolo para o desvio padrão da variável aleatória R .

O desvio padrão fornece uma medida mais intuitiva da dispersão dos valores de renda em relação ao valor esperado, uma vez que possui a mesma unidade de medida que a renda. Portanto, o desvio padrão é amplamente utilizado como indicador de risco, permitindo que os agentes do mercado compreendam melhor a variabilidade dos resultados financeiros esperados. Na Figura 7, é possível observar por meio de duas distribuições normais com desvios padrão diferentes, que quanto maior o desvio padrão, maior é a incerteza em relação à variável aleatória.

Figura 7 – Distribuição Normal com Diferentes Desvios Padrão



Fonte: Autoria Própria

3.4.1 Exemplo

Suponha um agente gerador que precisa tomar uma decisão de venda (Q) por um preço de contrato de $P = 90 \text{ R\$/MWh}$. Esse gerador considera dois cenários de (PLD, geração). É possível aplicar a fórmula apresentada em (2) para mostrar a fronteira eficiente em um problema de contratação de energia de um agente que possui uma incerteza em relação a sua geração e gostaria de saber qual a quantidade $Q \in [0,100]$ que deve contratar para um determinado preço P de contrato que garante uma determinada renda.

A Tabela 1 apresenta os valores de PLD, geração e preço de contrato para os 2 cenários considerados.

Tabela 1 - Dados Propostos Para Criação da Fronteira Eficiente

PLD (R\$/MWh)	Geração (MWh)	Preço Contrato (R\$/MWh)
75	115	90
120	80	90

Fonte: Autoria Própria

Aplicando os valores mostrados na Tabela 1 em (2), tem-se que a renda em cada cenário de é:

$$R1 = 15. Q + 8625 \quad (7)$$

$$R2 = -30. Q + 9600 \quad (8)$$

O valor esperado do retorno, assumindo que os cenários são equiprováveis, é dado por:

$$\begin{aligned} E[R] &= 0,5. R1 + 0,5. R2 \\ E[R] &= -7,5. Q + 9.112,5 \end{aligned} \quad (9)$$

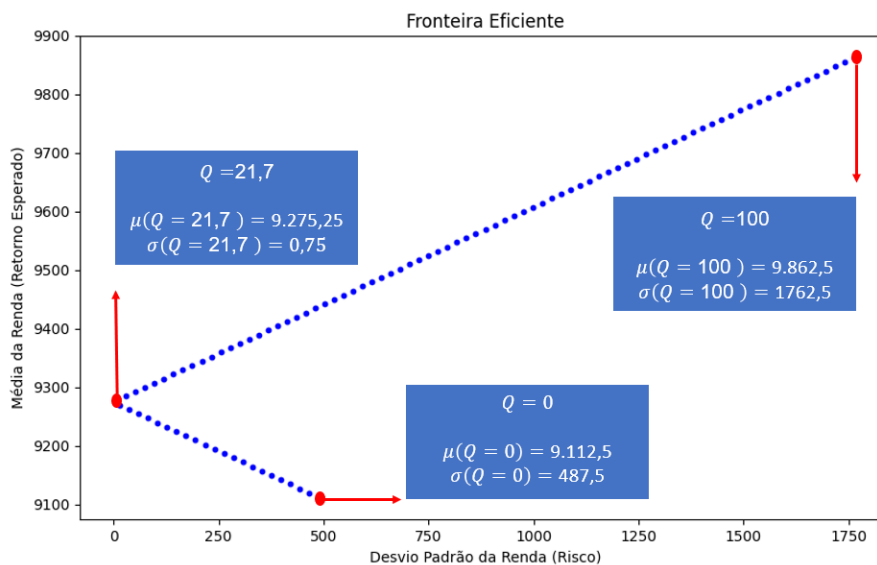
E a variância do retorno é

$$\begin{aligned} \sigma^2 R &= 0,5. (R1 - E[R])^2 + 0,5. (R2 - E[R])^2 \\ \sigma^2 R &= 0,5. (15. Q + 8.625 + 7,5. Q - 9.112,5)^2 + \\ & 0,5. (-30. Q + 9.600 + 7,5. Q - 9.112,5)^2 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\sigma^2 R = 506,25. Q^2 - 21.937,5. Q + 237.656,25$$

A Figura 8 mostra a fronteira eficiente obtida utilizando os dados da Tabela 1.

Figura 8 - Fronteira Eficiente



Fonte: Autoria Própria

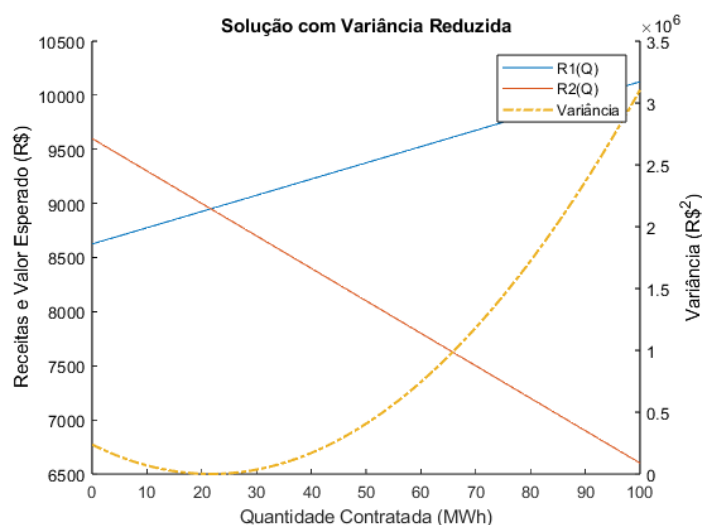
Ou seja, a solução com variância reduzida representa a escolha de menor risco em um contexto de gestão de riscos. Quando se busca minimizar a variância em um conjunto de cenários, está efetivamente reduzindo a dispersão ou a incerteza em torno da média esperada da distribuição de renda. Em outras palavras, quanto menor a variância, mais concentrados e próximos à média estão os resultados possíveis.

Em um cenário particular, quando dois ou mais cenários possuem uma receita em comum, a menor variância possível é igual a zero. Isso indica que não há incerteza ou risco associado, já que todos os resultados são iguais, eliminando qualquer possibilidade de surpresa desfavorável.

Portanto, a busca por uma solução com variância reduzida reflete a intenção de minimizar a exposição a eventos adversos, tornando-a uma escolha preferível em termos de gestão de riscos.

No exemplo abordado, a solução ótima aproximada é obtida com uma quantidade $Q = 21.6667$ e $\sigma^2 = 5,625 \cdot 10^{-7}$, como mostra a Figura 9.

Figura 9 - Solução Ótima



Fonte: Autoria Própria

Observa-se que qualquer outra solução diferente da intersecção entre as retas, resultaria em uma variância maior que zero. Ou seja, existem algumas desvantagens em utilizar o desvio padrão como medida de risco, pois são “penalizados” igualmente desvios positivos e negativos com relação ao retorno esperado. E como em problemas de comercialização a grande preocupação é com os desvios negativos em relação ao esperado, é preferível utilizar uma medida de *Dowside Risk*.

3.5 DOWNSIDE RISK

O "Downside Risk" é um conceito fundamental na gestão de riscos financeiros e é particularmente relevante em contextos de comercialização de energia. Este termo refere-se à medida e à avaliação dos cenários associados às situações em que o resultado ou o retorno de uma decisão ou investimento está abaixo do esperado ou planejado.

Quando se trata de cenários em que o resultado ou o retorno esperado se encontra abaixo do planejado, a escolha da distribuição de probabilidade apropriada é de extrema importância. Um aspecto relevante a ser considerado é que duas distribuições que compartilham o mesmo desvio padrão podem não ser equivalentes no que diz respeito à gestão de riscos. Isso ocorre principalmente quando essas

distribuições possuem assimetrias, e torna-se ainda mais crítico quando as assimetrias são opostas.

A assimetria, seja positiva ou negativa, descreve como os eventos extremos afetam a distribuição de probabilidade, e essa característica pode ter um impacto substancial nas decisões de mitigação de riscos. Portanto, a compreensão da assimetria e a seleção adequada da distribuição de probabilidade são elementos fundamentais para uma gestão eficaz de riscos, uma vez que influenciam diretamente a avaliação contra cenários adversos.

3.5.1 Value at Risk (VaR)

O Value at Risk (VaR) é uma medida de risco amplamente utilizada para apoiar tomadas de decisões em situações de incerteza. A abordagem do Downside Risk baseia-se na escolha de um quantil específico da distribuição de renda como medida de risco. A escolha dos quantis depende do apetite à risco da empresa no momento da parametrização da medida de risco.

Por exemplo, ao escolher o quantil de 1%, define-se um VaR que possui uma probabilidade de 1% de ser superado em uma distribuição de renda.

Em termos práticos, o VaR de 1% representa um valor pessimista, garantindo que, com muita confiança (99%), a renda obtida não será inferior a esse valor. Isso significa que, em apenas 1% dos cenários, a renda seria menor do que o VaR. Essa medida é particularmente relevante em contextos nos quais é fundamental limitar as perdas financeiras, como o mercado de energia.

O cálculo do VaR envolve a determinação da distribuição de renda do contrato, que é influenciada pela quantidade Q contratada e pelo preço P do contrato. Uma abordagem robusta, representada por ~~(11)~~(11), é a utilização de modelos de otimização para encontrar a quantidade ótima a ser contratada, de modo que se maximize o VaR de um quantil de interesse da renda do contrato.

$$Q(P) = \operatorname{argmax}_Q \{ \operatorname{VaR}_{x\%} [R(Q, P)] \} \quad (11)$$

Em que:

$Q(P)$ representa a quantidade ótima dado um conjunto de preços P .

argmax_Q representa o operador usado em otimização para procurar a alocação Q que maximiza a expressão seguinte.

$R(Q, P)$ representa o retorno baseado na alocação Q e nos preços P .

Outra estratégia consiste em maximizar a média da renda do contrato, sujeita à restrição de que o VaR de um quantil de interesse seja maior ou igual a um valor determinado, que representa o orçamento de risco aceitável. Nesse caso, a formulação do problema seria dada por:

$$Q(P) = \operatorname{argmax}_Q E[R(Q, P)] \text{ s. a: } \operatorname{VaR}_{x\%} [R(Q, P)] \geq R_{\min} \quad (12)$$

Em que:

$E[R(Q, P)]$ representa o retorno esperado baseado na alocação Q e nos preços P .

R_{\min} representa o valor mínimo aceitável de risco.

3.5.2 Conditional Value at Risk (CVaR)

O Conditional Value at Risk (CVaR), também conhecido como Valor em Risco Condicional, emergiu como uma medida de risco mais atraente em comparação com o VaR tradicional em diversos contextos, incluindo a gestão de contratos de energia. Uma das razões para sua crescente popularidade é a dificuldade de modelar o VaR em problemas de otimização, uma vez que isso frequentemente requer o uso de variáveis inteiras, tornando o processo mais complexo e computacionalmente desafiador.

Além disso, o VaR não fornece uma visão abrangente do risco, pois ele se concentra principalmente em momentos de perdas extremas, em um cenário específico, negligenciando informações sobre a "cauda" inferior da distribuição. Isso significa que o VaR não mede adequadamente o risco associado a eventos catastróficos de baixa probabilidade, que podem ter um impacto significativo quando se fala de comercialização de energia.

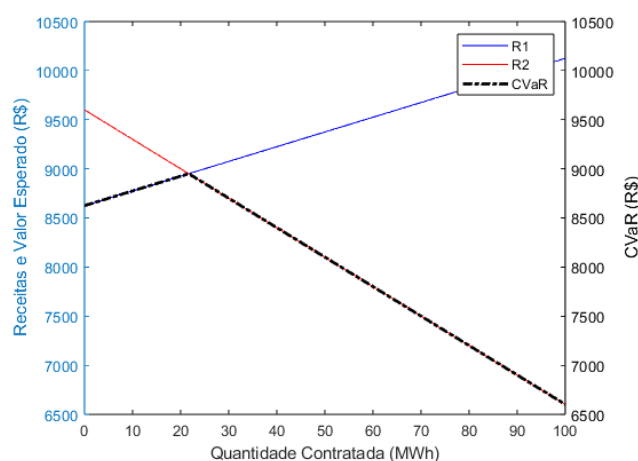
O CVaR, por outro lado, oferece uma perspectiva mais completa do risco ao considerar a média condicional da renda abaixo do VaR. Isso significa que o CVaR considera não apenas o valor em risco propriamente dito, mas também a severidade das perdas que podem ocorrer além desse ponto. Essa característica torna o CVaR particularmente valioso para a gestão de riscos, pois é capaz de capturar a existência de eventos de baixa probabilidade, porém extremamente prejudiciais.

Outra vantagem do CVaR é sua facilidade de implementação em problemas de otimização, pois é uma medida convexa, o que significa que pode ser modelada de forma mais simples e eficiente. Portanto, o CVaR tem se destacado como uma ferramenta poderosa na gestão de riscos de portfólios de energia.

Dessa forma, a implementação de um modelo de otimização para contratação visando a maximização do CVaR se torna um problema de programação linear quando os cenários de renda são modelados como uma função linear das decisões. Isso simplifica a abordagem, permitindo que as comercializadoras otimizem suas decisões de contratação de energia de forma eficiente, considerando a exposição ao risco e as implicações em diferentes cenários.

Considerando o mesmo exemplo fornecido na Tabela 1, caso deseje-se usar como medida de risco na contratação o $CVaR_{50\%}$, ele representa o custo médio dos 50% piores cenários. Neste caso, em que estão sendo considerados apenas dois cenários, o valor em risco condicional representa o custo associado a um único cenário específico, com solução ótima, mostrada na Figura 10, de $Q = 21.6667$ e $CVaR = R\$ 8.950,00$

Figura 10 - CVaR de 50%



Fonte: Autoria Própria

4 MOVIMENTO BROWNIANO GEOMÉTRICO

4.1 MOTIVAÇÃO E SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL ESTOCÁSTICA

O Movimento Browniano Geométrico (MBG) representa um modelo matemático amplamente utilizado para descrever o comportamento estocástico de certos processos ao longo do tempo. Ele é uma extensão do Movimento Browniano Clássico, no qual a taxa de retorno de um ativo é considerada constante e segue uma distribuição normal. Já no MBG, a taxa de retorno é assumida como uma variável aleatória que segue uma distribuição Lognormal.

No MBG, o preço de um ativo financeiro, por exemplo, é modelado como um processo estocástico contínuo. Esse processo é caracterizado pela sua taxa de retorno esperada e volatilidade no tempo. A equação diferencial estocástica que descreve o MBG é conhecida como a equação de Black-Scholes-Merton [11], mostrada em (13).

$$dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dW_t \quad (13)$$

Em que:

X_t representa o preço do ativo no tempo t .

dX_t representa variação infinitesimal do processo estocástico X no tempo t .

μ representa o retorno esperado.

σ representa a volatilidade do ativo.

dW_t representa o movimento browniano padrão.

Uma das principais aplicações deste modelo é na modelagem de opções financeiras, como opções de compra e venda de um ativo, permitindo estimar o preço justo dessas opções e determinar uma estratégia de hedge eficiente para proteger-se contra o risco de preço de mercado. Além disso, o MBG é utilizado em diversas outras áreas, associado a simulações Monte Carlo.

Embora o MBG seja amplamente utilizado, é importante ressaltar que esse modelo simplifica a realidade, como todos os outros, assumindo pressupostos que nem sempre são válidos em todos os contextos. É fundamental considerar as

limitações do MBG e sua adequação ao problema específico em questão ao utilizá-lo em análises de risco para embasar tomadas de decisões.

Pode-se dizer que a Equação Diferencial Estocástica (EDE) do MBG surge como uma generalização dos cálculos que encontramos quase que diariamente.

Como motivação para solução da equação, considera-se a população de um país que cresce em uma taxa constante r por unidade de tempo t . Considerando a unidade de tempo como sendo um ano, se inicialmente a população possui o tamanho de Y_0 , então no final do primeiro ano essa população crescerá para Y_0 multiplicado por $1 + r$, como mostrado em (14).

$$Y_t = Y_0(1 + r) \quad (14)$$

Em que:

Y_t representa o tamanho da população no tempo t .

t representa a unidade de tempo.

Y_0 representa a população inicial.

r representa a taxa de crescimento.

Portanto, de forma geral, a população após t unidades de tempo é dada pela fórmula abaixo.

$$Y_t = Y_0(1 + r)^t \quad (15)$$

Neste caso, Y e t são variáveis discretas, mas que serão transformadas em variáveis contínuas, considerando em vez da população humana, uma população de bactérias. Ou seja, como trata-se de uma população mais densa, pode-se considerar que a nova população se relaciona a variáveis contínuas.

Dessa forma, é possível assumir a unidade de tempo t como sendo f períodos em um ano, com uma taxa de crescimento ainda representada em termos da unidade de tempo, ou seja, uma taxa de crescimento anual.

Sendo assim, em cada período f , a população cresce a uma taxa de $\frac{r}{f}$. E como há f períodos por ano, haverá f_t períodos em t anos.

Então, em comparação com a fórmula apresentada em (15), substitui-se r por $\frac{r}{f}$ e t por ft , como mostrado abaixo.

$$Y_t = Y_0 \left(1 + \frac{r}{f}\right)^{ft} \quad (16)$$

Em que:

f representa períodos de tempo.

ft representa períodos em t anos.

Deixando o número de períodos de composição da unidade de tempo tender para o infinito como mostrado em (1747), sabe-se que essa equação, ignorando o t na potência, representa uma das definições da Função exponencial natural (1848).

$$Y_t = \lim_{f \rightarrow \infty} Y_0 \left(1 + \frac{r}{f}\right)^{ft} \quad (17)$$

Em que:

$\lim_{f \rightarrow \infty} Y_0 \left(1 + \frac{r}{f}\right)^{ft}$ representa o limite da equação quando f vai para o ∞ .

$$\lim_{f \rightarrow \infty} Y_0 \left(1 + \frac{r}{f}\right)^f = e^r \quad (18)$$

Em que:

e^r representa a função exponencial natural.

Como existe um t extra na potência mostrada em (17), torna-se necessário considerar a propriedade básica dos limites (19), para assim obter (20).

$$\lim_{x \rightarrow a} (g(x))^t = \left(\lim_{x \rightarrow a} g(x)\right)^t \quad (19)$$

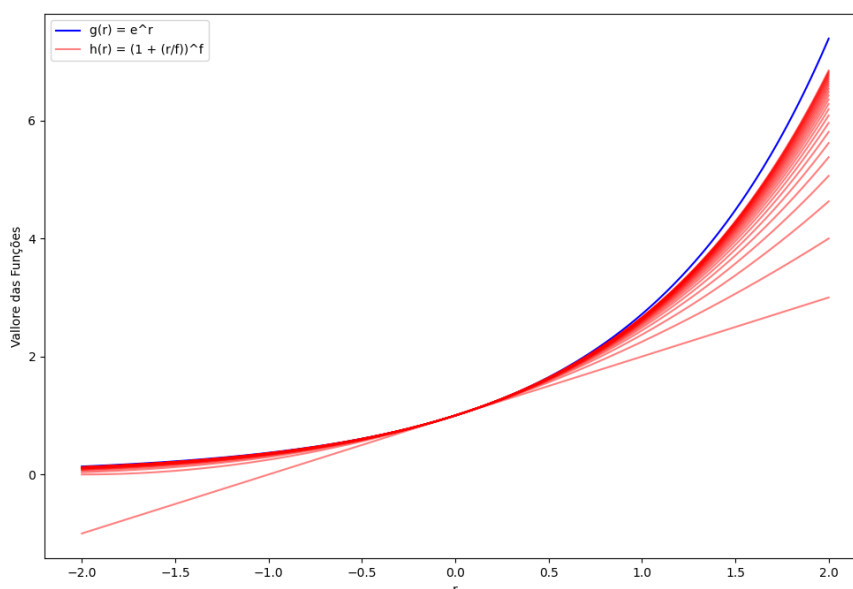
Em que:

$g(x)$ representa uma função de x .

$$Y_t = Y_0(e^r)^t = Y_0e^{rt} \quad (20)$$

Pode-se verificar esta aproximação na Figura 11, onde foi plotada a função exponencial natural juntamente com a aproximação mostrada em (18). Inicialmente, a curva foi obtida com f igual a 1 (considerando um período por unidade de tempo), e é possível perceber a melhora da aproximação exponencial à medida que f aumenta. Para f igual a 25, é possível obter uma convergência razoável.

Figura 11 - Aproximação da Função Exponencial Natural



Fonte: Autoria Própria

Dessa forma, é possível interpretar as variáveis como sendo contínuas, conforme suposto anteriormente. Sendo assim, caso queira saber o tamanho da população em $t + h$, sendo h um pequeno intervalo de tempo, substitui-se t por $t + h$ em [\(20\)](#). E com isso, pode-se calcular como a população muda por unidade de tempo ao longo de um período infinitesimal (22), em que o numerador da expressão representa a mudança na população do período analisado e o denominador significa o intervalo ao longo do qual deseja-se calcular a mudança.

$$Y_{t+h} = Y_0 e^{r(t+h)} \quad (21)$$

Em que:

Y_{t+h} representa o tamanho da população no tempo $t + h$.

t representa a unidade de tempo.

h representa um pequeno intervalo de tempo.

Y_0 representa a população inicial.

r representa a taxa de crescimento.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{Y_{t+h} - Y_t}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{Y_0 e^{r(t+h)} - Y_0 e^{rt}}{h} \quad (22)$$

Em que:

$\lim_{h \rightarrow 0}$ representa o limite da função quando h se aproxima de 0.

Assumindo que este intervalo é muito pequeno, sabe-se que a expressão trata da definição da derivada.

$$\frac{dY_t}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{rh} - 1}{h} Y_0 e^{rt} \quad (23)$$

Em que:

$\frac{dY_t}{dt}$ representa o símbolo da derivada.

Relembrando a expansão em série de e^x ou aproximação em série de Taylor em torno de 0, temos a seguinte expressão.

$$e^y = 1 + y + \frac{y^2}{2!} \dots \quad (24)$$

Em que:

e^y representa a série de Taylor para a função exponencial em torno de 0.

y representa a contribuição linear.

$\frac{y^2}{2!}$ representa a contribuição quadrática.

Aplicando (24) em (23), chega-se à expressão mostrada em (25), podendo ser simplificada em (26).

$$\frac{dY_t}{d_t} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left(1 + rh + \frac{(rh)^2}{2!} + \dots\right) - 1}{h} Y_0 e^{rt} \quad (25)$$

$$\frac{dY_t}{d_t} = \lim_{h \rightarrow 0} \left(r + \frac{(r)^2 h}{2!} + \dots\right) Y_0 e^{rt} = r Y_0 e^{rt} \quad (26)$$

E utilizando a expressão em (20), tem-se a equação diferencial que produz este processo.

$$dY_t = r Y_t dt \quad (27)$$

Em que:

dY_t representa uma pequena mudança na variável Y no tempo t .

Y_t representa o valor da variável Y no tempo t .

r representa a taxa de crescimento constante.

dt representa um intervalo infinitesimal de tempo.

Essa mesma equação pode ser utilizada para modelar diversos fenômenos, por exemplo, em vez do crescimento da população, introduzida inicialmente, a equação mostrada acima pode ser interpretada como Y sendo o saldo da conta bancária e r sendo a taxa de juros. Porém, tanto a taxa de juros quanto a taxa de crescimento da população falada inicialmente não precisam necessariamente ser uma constante, em determinadas situações, essas variáveis podem ser uma função do tempo como mostrada em (28). Aqui estamos assumindo que é uma função determinística do tempo.

$$dY_t = r_t Y_t dt \quad (28)$$

Entretanto, algumas outras situações, como o caso de interesse deste trabalho, podem exigir que a taxa de crescimento tenha um componente aleatório.

$$dY_t = Y_t(r_t dt + dR_t) \quad (29)$$

Em que:

dR_t representa uma componente que descreve as mudanças aleatórias no processo.

Por exemplo, uma comercializadora toma a decisão de se posicionar Long (comprada) em um determinado produto, esperando obter um determinado retorno, porém, este retorno depende do preço futuro (que possui aleatoriedade em sua formação) do produto negociado, sendo assim, este é um exemplo claro da necessidade de se ter um componente aleatório, caracterizando-o como um processo estocástico.

Há muitos tipos de processos estocásticos que podem ser utilizados, mas como o capítulo indica, neste trabalho será utilizado o Movimento Browniano Geométrico em que as estimativas das mudanças aleatórias são dadas pelo processo do Movimento Browniano Padrão.

4.2 MOVIMENTO BROWNIANO PADRÃO

Os incrementos ao longo de um intervalo do Movimento Browniano Padrão são normalmente distribuídos com média zero e variância igual ao comprimento do intervalo analisado. Além disso, pode-se considerar uma variável Sigma multiplicando o processo estocástico como mostrado em (30).

Com essa variável, torna-se possível modelar e correlacionar processos que possuem diferentes níveis de aleatoriedade. No mercado de energia, por exemplo, produtos com diferentes maturidades possuem volatilidades e correlações distintas.

Neste processo, a variável que representa a taxa de crescimento determinística ($r_t dt$) permite controlar o crescimento médio. Este é um ponto

bastante relevante no processo de tomada de decisão e gerenciamento de risco que será abordado posteriormente.

$$dY_t = Y_t(r_t dt + \sigma_t dB_t) \quad (30)$$

Em que:

σ_t representa a volatilidade do ativo.

dB_t representa o diferencial do movimento browniano, que é o termo estocástico responsável pela aleatoriedade do processo.

Como mostrado em (28), tanto o r quanto o σ podem ser funções do tempo, porém, para tornar mais fácil a solução da EDE, assume-se que as variáveis são constantes (31).

$$dY_t = rY_t dt + \sigma Y_t dB_t \quad (31)$$

No caso determinístico (28) as mudanças infinitesimais são dadas pela equação diferencial que não é aleatória e, portanto, o valor esperado é dado pela mesma expressão (32) e a variância é nula (33) pois a variância de uma função determinística é nula. Já na versão estocástica (31) as mudanças infinitesimais são dadas pela equação diferencial estocástica do Movimento Browniano Geométrico que é aleatório devido à presença do Movimento Browniano Padrão.

$$E [dY_t] = rY_t dt \quad (32)$$

Em que:

$E [dY_t]$ representa o valor esperado.

$$V [dY_t] = 0 \quad (33)$$

Em que:

$V [dY_t]$ representa a variância.

Como a média dos incrementos brownianos é 0, a média das mudanças infinitesimais do processo estocástico é dada por (34).

Já, a variância de uma variável escalar multiplicada por uma variável aleatória é igual ao quadrado da variável escalar multiplicado pela variância da variável aleatória. E, como é de conhecimento, a variância dos incrementos brownianos é igual ao comprimento do intervalo (35).

$$E [dY_t | F_t] = rY_t dt \quad (34)$$

Em que:

$E [dY_t | F_t]$ representa o valor esperado das mudanças infinitesimais.

F_t representa a filtragem que pode ser interpretada como sendo as informações disponíveis para cálculo no tempo t .

$$V [dY_t | F_t] = \sigma^2 Y_t^2 V [dB_t | F_t]$$

$$V [dY_t | F_t] = \sigma^2 Y_t^2 dt \quad (35)$$

Em que:

$V [dY_t | F_t]$ representa a variância condicional do diferencial.

$V [dB_t | F_t]$ representa a variância condicional do diferencial do movimento browniano padrão.

Dessa forma, é possível verificar que em processos estocásticos, as mudanças infinitesimais não são mais determinísticas e possuem uma distribuição de probabilidade.

4.3 RESOLVENDO A EDE

Para resolver a EDE apresentada, primeiro deve-se considerar a solução da equação diferencial determinística mostrada em (27). Verifica-se que a solução da equação é dada por:

$$\begin{aligned}\frac{dY_t}{Y_t} &= rdt \\ d \ln Y_t &= rdt \\ Y_t &= Y_0 e^{rt}\end{aligned}\tag{36}$$

Aplicando $\ln Y_t$, como trata-se de uma abordagem estocástica, é preciso utilizar o lema de Ito que é um resultado fundamental na teoria dos processos estocásticos e estabelece uma regra para a derivação de funções que envolvem variáveis estocásticas. O Lema de Ito estabelece uma fórmula como a soma de dois termos. O primeiro termo é o produto da derivada da função em relação à variável determinística e a derivada parcial da função em relação à variável estocástica. O segundo termo é metade da derivada segunda da função em relação à variável estocástica, multiplicada pelo quadrado do diferencial estocástico associado à variável estocástica.

$$\begin{aligned}d \ln Y_t &= \frac{\partial \ln Y_t}{\partial Y_t} dY_t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \ln Y_t}{\partial Y_t^2} dY_t^2 \\ d \ln Y_t &= \frac{1}{Y_t} dY_t - \frac{1}{2} \frac{1}{Y_t^2} dY_t^2\end{aligned}\tag{37}$$

Em que:

$d \ln Y_t$ representa a variação infinitesimal da função logaritmo natural de Y_t .

$\frac{\partial \ln Y_t}{\partial Y_t}$ representa a primeira derivada parcial da função $\ln Y_t$.

$\frac{\partial^2 \ln Y_t}{\partial Y_t^2}$ representa a segunda derivada parcial da função $\ln Y_t$.

Substituindo dY_t e dY_t^2 , pela expressão mostrada em (31), é possível cancelar Y_t e obter a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}d \ln Y_t &= \frac{1}{Y_t} (rY_t dt + \sigma Y_t dB_t) - \frac{1}{2} \frac{1}{Y_t^2} \sigma^2 Y_t^2 dt \\ d \ln Y_t &= rdt + \sigma dB_t - \frac{1}{2} \sigma^2 dt \\ d \ln Y_t &= (r - 0,5\sigma^2)dt + \sigma dB_t\end{aligned}\tag{38}$$

Em que:

dB_t representa o diferencial do movimento browniano.

Integrando, observa-se a expressão em (39):

$$\begin{aligned} \int_0^T d \ln Y_t &= \int_0^T (r - 0,5\sigma^2) dt + \int_0^T \sigma dB_t \\ \ln Y_T - \ln Y_0 &= (r - 0,5\sigma^2) \int_0^T dt + \sigma \int_0^T dB_t \end{aligned} \quad (39)$$

Escrevendo a diferença logarítmica como o logaritmo da razão, chega-se à expressão mostrada em (40). Observa-se que B_0 é nulo pois o Movimento Browniano começa em zero por definição.

$$\ln \frac{Y_T}{Y_0} = (r - 0,5\sigma^2)T + \sigma B_T \quad (40)$$

Em que:

$\ln \frac{Y_T}{Y_0}$ representa o retorno logarítmico entre o tempo inicial e o tempo T .

T representa o período de tempo em consideração para a mudança de preço.

Aplicando a exponencial em ambos os lados e deslocando Y_0 para o lado direito da equação, obtém-se a solução:

$$\begin{aligned} \frac{Y_T}{Y_0} &= e^{(r-0,5\sigma^2)T+\sigma B_T} \\ Y_T &= Y_0 e^{(r-0,5\sigma^2)T+\sigma B_T} \end{aligned} \quad (41)$$

Em que:

e representa a base do logaritmo natural.

Que pode ser reescrita da seguinte forma para tornar mais fácil a interpretação da distribuição de probabilidade.

$$Y_T = e^{\ln Y_0 + (r - 0,5\sigma^2)T + \sigma B_T} \quad (42)$$

Como é possível observar, a solução de Y_T é dada por uma exponencial de uma variável aleatória normalmente distribuída. Sabe-se que se X é normalmente distribuído (43) com média μ e variância σ^2 , então e^X segue uma distribuição Lognormal (44).

$$X \sim N[\mu, \sigma^2] \quad (43)$$

Em que:

X representa uma variável.

\sim representa o símbolo usado em estatística para indicar "distribuído como".

μ representa a média da distribuição.

σ^2 representa a variância da distribuição.

N representa a distribuição normal.

$$Y = e^X \sim LN[\mu, \sigma^2] \quad (44)$$

Em que:

LN representa a distribuição Lognormal.

Neste caso, como mostrado em (42), observa-se que o expoente segue uma distribuição normal (45) com média e variância visualizadas em (46), onde a média é representada pela parte determinística e a variância pelo quadrado do coeficiente Browniano multiplicado por T .

$$X = \ln Y_0 + (r - 0,5\sigma^2)T + \sigma B_T \quad (45)$$

$$\sim N[\ln Y_0 + (r - 0,5\sigma^2)T, \sigma^2 T] \quad (46)$$

Dessa forma, pode-se dizer que a solução da EDE apresentada em (42) segue uma distribuição Lognormal com os mesmos parâmetros mostrados em (46).

$$\sim LN [\ln Y_0 + (r - 0,5\sigma^2)T, \sigma^2T] \quad (47)$$

Em que:

$\ln Y_0 + (r - 0,5\sigma^2)T$ representa a média da distribuição.

σ^2T representa a variância da distribuição.

Sendo assim, é possível gerar a distribuição Lognormal para determinar a distribuição do processo Y_T para qualquer horizonte.

Sabendo que o Movimento Browniano Padrão é normalmente distribuído com média zero e variância igual ao comprimento do intervalo, pode ser representado como:

$$\begin{aligned} B_T &\sim N[0, T] \\ B_T &= \sqrt{T}Z \end{aligned} \quad (48)$$

Em que:

B_T representa o Movimento Browniano Padrão no tempo T .

Z representa uma variável aleatória padrão normalmente distribuída, com média 0 e variância 1.

Dessa forma, é possível substituir B_T na expressão (41)

$$Y_T = Y_0 e^{(r-0,5\sigma^2)T + \sigma\sqrt{T}Z} \quad (49)$$

Também pode-se generalizar esse processo para um ponto de partida arbitrário T (50) ou mesmo escrever em termos de ΔT (51), caso seja preferível substituir a diferença de tempo pela duração do intervalo.

$$Y_T = Y_t e^{(r-0,5\sigma^2)(T-t) + \sigma\sqrt{T-t}Z} \quad (50)$$

Em que:

T representa um ponto de partida arbitrário.

$$Y_{t+\Delta t} = Y_t e^{(r-0,5\sigma^2)(\Delta t) + \sigma\sqrt{\Delta t}Z} \quad (51)$$

Em que:

ΔT representa a duração do intervalo.

Dessa forma, assim como mostrado em (47), é possível obter a distribuição em termos de ΔT .

$$\sim LN [\ln Y_t + (r - 0,5\sigma^2)\Delta t, \sigma^2\Delta t] \quad (52)$$

4.3.1 Exemplo

Considerando a equação (13) e assumindo os seguintes parâmetros de média e volatilidade:

$$dX_t = X_t(0,05 dt + 0,1 dB_t) \quad (53)$$

Considerando a expressão (51) e substituindo os valores calculados com os parâmetros acima, tem-se:

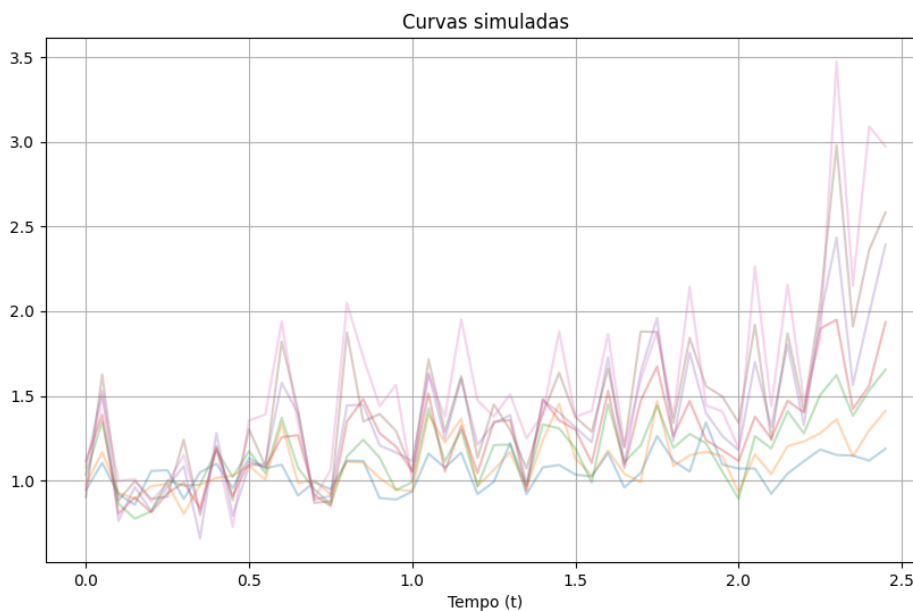
$$X_{t+\Delta t} = X_t e^{0,045 \Delta t + 0,1\sqrt{\Delta t}Z} \quad (54)$$

$$\sim LN [\ln X_t + 0,045\Delta t, 0,01\Delta t] \quad (55)$$

Pode-se agora simular este processo e obter a densidade de probabilidade, assumindo $X_0 = 1$ e $\Delta t = 0,05$ anos. Sabendo que um ano possui trezentos e sessenta e cinco dias, seria como se o processo fosse observado, aproximadamente, a cada dezoito dias.

A Figura 12 apresenta as curvas obtidas considerando os valores de parâmetros do exemplo.

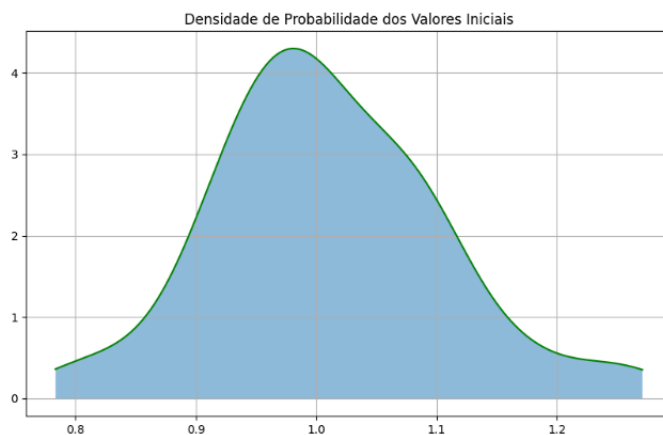
Figura 12 - Curvas Simuladas com o MBG



Fonte: Autoria Própria

Como comentado, a densidade de probabilidade estimada a partir das simulações do processo estocástico, mostrada na Figura 13, é baseada em uma distribuição log-normal, conforme indicado pela equação (51), caracterizada pela sua assimetria positiva, evidenciando uma relação intrínseca com os fenômenos naturais e processos estocásticos estudados.

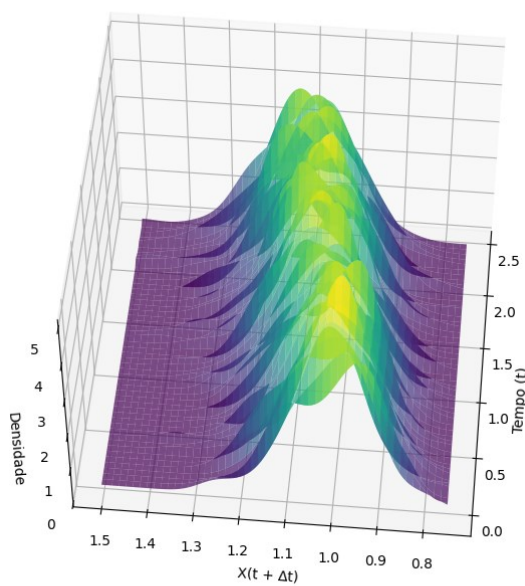
Figura 13 - Densidade de Probabilidade Considerando os Valores Iniciais do Exemplo



Fonte: Autoria Própria

É possível ainda, a partir deste conjunto de simulações, construir uma superfície de distribuição, Figura 14, representando a evolução dos valores obtidos ao longo do tempo no âmbito do processo em análise.

Figura 14 - Superfície de Distribuição 3D

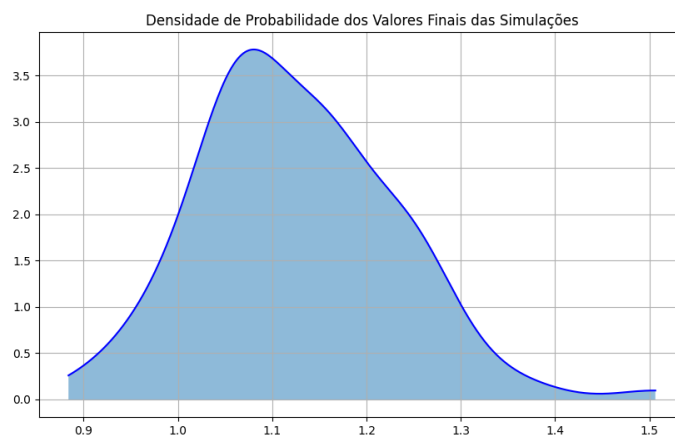


Fonte: Autoria Própria

É importante salientar que, ao desconsiderar temporariamente parâmetros como média e variância, a expressão matemática que define a densidade desta distribuição depende fundamentalmente das variáveis tempo t e estado do processo X .

Observa-se que em um dado instante inicial, a distribuição é concentrada em torno do valor atual do processo, dado que este é conhecido e determinado. À medida que o tempo avança, observa-se um fenômeno de dispersão na distribuição. Esta tendência de espalhamento é análoga a uma versão contínua da distribuição unidimensional, Figura 15. Esse efeito de dispersão pode ser claramente visualizado ao se examinar secções transversais da superfície de distribuição em diferentes momentos, revelando que a distribuição inicialmente concentrada, progressivamente se alarga. Tal comportamento é explicado pela crescente variância ao longo do tempo, evidenciada matematicamente pelo termo $\sigma^2 t$, que desempenha um papel crucial na modelagem deste processo.

Figura 15 - Densidade de Probabilidade Considerando os Valores Finais do Exemplo



Fonte: Autoria Própria

5 ANÁLISES DOS RESULTADOS

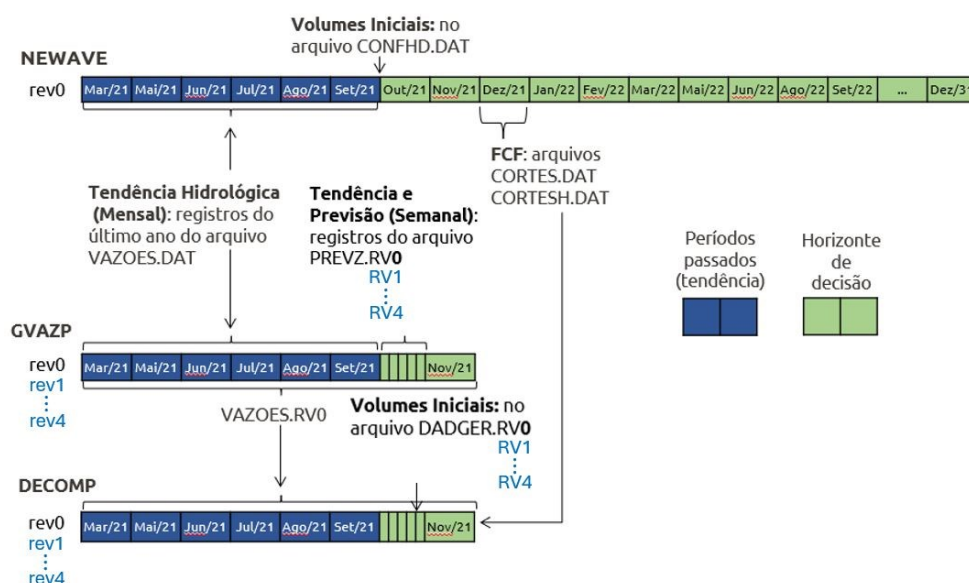
5.1 ACOPLAMENTO NEWAVE DECOMP

A operação em um mercado específico como o SEB, exige conhecimentos técnicos, e acesso a determinadas informações que ainda são escassas, como por exemplo, referência de preços. Além disso, no capítulo 1.5.5, discutiu-se a importância que os modelos NEWAVE, DECOMP e DESSEM desempenham na análise e no planejamento do setor elétrico brasileiro, fornecendo informações valiosas para a definição do CMO e do PLD, que são elementos-chave na operação e na precificação do mercado de energia elétrica no Brasil. Sobre este ponto, no mercado brasileiro, uma questão persistente e significativa é a incessante discussão sobre o despacho de energia e a subsequente tentativa dos participantes do mercado em compreender os fatores determinantes dos preços por meio de prospecção. Esta análise não se concentra em prever os preços com exatidão, mas busca uma compreensão mais profunda das possíveis direções que os preços podem tomar. Ao contrário de uma abordagem futurológica, que tenta cravar um preço específico, a ênfase desse tipo de estudo feito pela maioria dos agentes recai sobre a análise das perspectivas e entendimento do que pode acontecer. Este aspecto é crucial, pois fornece uma base para antecipar e entender as variações de preços, ao invés de apenas tentar prever um valor exato.

Neste contexto, para entender as tendências em um horizonte de curto prazo, a prospecção de preços utilizando modelos como NEWAVE e DECOMP torna-se uma ferramenta vital para simular a dinâmica das execuções oficiais em determinados cenários hidrológicos, fornecendo insights sobre como os preços podem se comportar sob variadas circunstâncias. No entanto, como comentado, um desafio significativo que emerge é a dificuldade de acertar com precisão essa prospecção de preços. Devido a essa incerteza, geralmente a estratégia adotada envolve a rodagem de múltiplos cenários. Dessa forma, torna-se importante detalhar os aspectos práticos da previsão de curto prazo utilizando cada um desses modelos e entendendo como eles se comunicam e interagem entre si, pois essa é uma etapa da metodologia proposta.

A figura 16 ilustra o processo de acoplamento entre os sistemas NEWAVE e DECOMP.

Figura 16 - Acoplamento dos Modelos NEWAVE e DECOMP



Fonte: Autoria Própria

De forma básica, o NEWAVE é rodado para um horizonte de planejamento de cinco anos, em uma escala temporal mensal, utilizando dados iniciais de armazenamento e tendência hidrológica. Em contrapartida, os sistemas GVAZP e DECOMP são executados em uma base semanal, gerando previsões semanais empregando um modelo chuva-vazão, complementado pelo PREVIVAZ, e previsões mensais por meio do GVAZP.

É importante ressaltar que os modelos NEWAVE e DECOMP compartilham uma mesma tendência hidrológica de seis a onze meses. Como resultado, é gerado o arquivo VAZOES.REV0, que contém toda a trajetória de afluência hidrológica, sendo este arquivo crucial para a operação subsequente do DECOMP, que leva em consideração a tendência hidrológica mencionada. Ademais, o DADGER.REV0 fornece ao DECOMP os dados do armazenamento inicial. E finalmente, os cortes gerados pelo NEWAVE são fornecidos ao DECOMP.

Com isso, semanalmente são atualizados os armazenamentos iniciais, conforme evidenciado nas Figuras 15. Este procedimento ilustra a dinâmica operacional empregada tanto pelo ONS quanto pela CCEE.

5.2 METODOLOGIA

O presente estudo tem como finalidade elucidar a concepção global do processo decisório em um contexto de contratação de energia, adotando duas métricas de risco, conhecidas como VaR e CVaR, para auxiliar nas decisões orientadas por risco. Sendo assim, a geração de cenários para a avaliação de risco é centralizada no processo de simulação de Monte Carlo do Movimento Browniano Geométrico (MBG). O trabalho engloba a utilização de duas abordagens distintas para o cálculo da volatilidade dos preços dos produtos, visando examinar as variações nos resultados conforme a metodologia empregada. Adicionalmente, o estudo leva em conta aspectos pertinentes à distribuição de probabilidade dos preços, evidenciando a adequação da escolha do método selecionado para a abordagem do problema em análise.

A validação do modelo é proposta através de testes com dados reais, a fim de assegurar a captura efetiva das características dos produtos em questão. Dessa forma, será realizado um backtest analisando os seguintes produtos: MEN SE CONV OUTUBRO/21, MEN SE CONV NOVEMBRO/21 e MEN SE CONV DEZEMBRO/21. Para isso, a dinâmica adotada para este estudo envolveu a execução dos decks oficiais de NEWAVE e DECOMP da CCEE, utilizando um intervalo de um mês entre cada simulação, com o suporte do sistema Prospec.

As simulações foram iniciadas com os decks de janeiro de 2021 e concluídas com os decks de setembro de 2021. Observando o período de rodadas e os produtos mencionados, percebe-se que se trata de uma dinâmica para observação de produtos de curto prazo, com maturidades de M+1, M+2 e M+3.

5.2.1 Dados

Tabela 2 - PLD Mensal outubro/21 (R\$/MWh), M+1

	Rev0	Rev1	Rev2	Rev3	Rev4
Janeiro	555,74	555,74	387,66	352,80	347,79
Fevereiro	554,49	554,49	361,84	325,39	320,99
Março	554,69	554,69	356,06	321,83	317,80
Abril	554,08	554,08	346,42	314,05	310,68
Maiο	554,59	554,59	356,63	322,30	318,73
Junho	554,64	554,64	358,81	324,25	319,36
Julho	554,03	554,03	340,56	311,23	307,73
Agosto	542,84	537,56	330,82	303,34	300,42
Setembro	540,04	532,06	324,60	299,25	296,72

Fonte: Autoria Própria

Tabela 3 - PLD Mensal novembro/21 (R\$/MWh), M+2

	Rev0	Rev1	Rev2	Rev3
Janeiro	139,13	149,69	129,58	137,18
Fevereiro	119,24	127,13	111,29	117,42
Março	122,54	133,66	114,91	121,90
Abril	114,25	124,82	106,63	113,50
Maiο	121,33	129,03	112,29	119,05
Junho	121,72	130,94	112,70	119,85
Julho	112,53	122,06	106,78	112,59
Agosto	113,74	121,42	104,88	111,39
Setembro	113,12	121,74	106,47	112,31

Fonte: Autoria Própria

Tabela 4 - PLD Mensal dezembro/21 (R\$/MWh), M+3

	Rev0	Rev1	Rev2	Rev3	Rev4
Janeiro	84,81	104,16	154,66	136,78	141,12
Fevereiro	61,54	77,83	115,54	103,88	107,01
Março	65,16	82,53	124,21	109,96	114,36
Abril	64,10	82,41	121,09	108,31	111,93
Maio	70,58	90,04	124,14	113,17	116,74
Junho	65,54	82,49	121,48	108,89	112,04
Julho	59,83	74,34	105,88	95,51	98,52
Agosto	61,26	77,12	109,32	100,23	103,16
Setembro	67,43	81,70	111,41	103,70	106,21

Fonte: Autoria Própria

As Tabelas 2, 3 e 4, exibem uma série histórica das prospecções relacionadas aos três produtos de interesse específico deste estudo. Como o foco da investigação recai sobre a variação mensal dos preços, para determinar os parâmetros que alimentam o modelo proposto (Tabela 7), a coluna correspondente à Revisão 4 (Rev4) foi adotada como base de dados para o cálculo dos parâmetros de M+1 e M+3, enquanto para M+2, adotou-se os dados presentes na coluna referente à Revisão 3 (Rev3).

Tabela 5 - Parâmetros Estatísticos dos Históricos de Prospecção

	M+0	M+1	M+2
n	9	9	9
μ	-0.01985	-0.02501	-0.03552
σ	0.02095	0.02777	0.05715
S	-0,77518	-1,02829	-1,52163

Fonte: Autoria Própria

A tabela 5 detalha as observações dos log-retornos, incluindo a quantidade de observações (n), a média (μ), o desvio padrão (σ) e a assimetria (S) para cada maturidade no conjunto de dados históricos de preços futuros.

A média dos log-retornos, apresentando valores negativos, aumenta em magnitude com o aumento da maturidade, começando de -0,1985 para M+0 até -0,03552 para M+3, sugerindo uma tendência decrescente dos retornos. A

volatilidade para o M+1 é de 0.02095, para M+2 aumenta para 0.02777, e para M+3 é significativamente maior, em 0.05715, indicando uma expectativa de aumento na incerteza ou no risco do preço do produto ao longo do tempo. Por fim, a assimetria também apresenta valores negativos e aumenta à medida que a maturidade aumenta. Isso indica uma distribuição de retorno inclinada para a esquerda.

Sobre a assimetria, na seção 2.4.2, foi abordada a importância da análise desse parâmetro, visto que a assimetria fornece informações essenciais sobre a forma da distribuição dos preços dos produtos. A constatação de uma assimetria negativa em todas as maturidades estudadas indica uma necessidade de ajuste do modelo de previsão proposto, o Movimento Browniano Geométrico (MBG). Essa necessidade surge porque, em sua forma convencional, o MBG não modela explicitamente assimetrias negativas. Em outras palavras, a distribuição Lognormal gerada pelo MBG padrão tende a exibir uma assimetria positiva, implicando que a cauda da distribuição se estende mais para valores superiores.

Diante desse cenário, a metodologia proposta nesta pesquisa visa incorporar uma abordagem que permita captar as assimetrias negativas na modelagem. Para isso, sugere-se a implementação de Processos de Salto, especificamente o Modelo de Merton, ao framework do MBG. Esta integração tem o objetivo de enriquecer o modelo padrão com uma capacidade de representar adequadamente as caudas mais pesadas, refletindo de forma mais precisa a realidade observada nos dados de preços dos produtos. A inclusão do Modelo de Merton amplia significativamente a flexibilidade do MBG.

5.2.2 Processos de Salto (Modelo de Merton)

Nesta seção, será discutida a inclusão do Modelo de Merton no contexto do Movimento Browniano Geométrico (MBG) para a modelagem de preços de produtos no mercado de energia. Esta inclusão é crucial para capturar a assimetria negativa, que é um fenômeno observado frequentemente nos históricos de preços, mas que não é adequadamente modelado pelo MBG padrão. O Modelo de Merton é uma extensão significativa do MBG, introduzindo um componente de salto na dinâmica dos preços dos produtos analisados.

5.2.2.1 *Fundamentação Teórica do modelo*

O Modelo de Merton, proposto por Robert C. Merton em 1976, é uma generalização do modelo de Black-Scholes para a precificação de opções, incorporando saltos aleatórios na trajetória do preço do ativo. Este modelo considera que o preço do ativo não apenas segue um processo contínuo, como no MBG, mas também está sujeito a mudanças súbitas e descontínuas, denominadas "saltos".

5.2.2.2 *Componentes do modelo*

O modelo é composto por duas partes principais, a primeira é o Movimento Browniano Geométrico (13) que representa a variação contínua do preço do ativo. E a segunda é Processo de Poisson (Saltos), que representa as mudanças repentinas e aleatórias no preço do produto. Essa segunda componente é modelada como:

$$dJ_t = (e^Y - 1)dq_t \quad (56)$$

Em que:

dJ_t representa o salto no preço do produto.

Y representa uma variável aleatória que representa a magnitude do salto, geralmente assumida como normalmente distribuída.

dq_t representa um processo de Poisson com intensidade λ , que modela a ocorrência dos saltos.

Dessa forma, λ representa a taxa de salto, indicando a frequência média dos saltos por unidade de tempo. Y representa a distribuição dos tamanhos dos saltos, frequentemente modelada como uma distribuição normal com média μ_Y e desvio padrão σ_Y , em que μ e σ são parâmetros do MBG, representando a taxa de retorno esperada e a dispersão em relação à média do produto, respectivamente. Sendo assim, combinando ambos os componentes, a dinâmica do preço do ativo no Modelo de Merton é dada por (57):

$$dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dW_t + X_t dJ_t \quad (57)$$

Esta equação reflete tanto o movimento contínuo do preço (via MBG) quanto os saltos discretos (via distribuição de Poisson). A inclusão de Processos de Salto, como o Modelo de Merton, em modelos de precificação é uma opção viável para uma representação mais precisa dos preços dos produtos. Isso permite que o modelo capture eventos que produzem assimetrias negativas. Essa capacidade de modelar esses movimentos é particularmente valiosa na gestão de riscos e na precificação de produtos no mercado de energia.

5.3 CURVAS DE PREVISÃO

Considerando a inclusão de um processo de salto no modelo MBG para modelar a assimetria negativa, dado o histórico de prospecção dos produtos analisados, os parâmetros que controlam a assimetria e definem a natureza dos saltos, são mostrados na Tabela 6:

Tabela 6 - Parâmetros do Modelo de Merton

	M+0	M+1	M+2
Taxa de Salto	1	1	1
Média dos Saltos	-0,08	-0,16	-0,28
Volatilidade dos Saltos	0.02095	0.02777	0.05715

Fonte: Autoria Própria

A taxa de salto, um componente crucial no Modelo de Merton, é utilizada para representar a frequência com que ocorrem mudanças abruptas e significativas, ou "saltos", no preço dos produtos. Neste estudo, adotou-se o valor de 1 para esta taxa, refletindo uma expectativa de um salto por unidade de tempo. Essa escolha se baseia na ausência de técnicas mais avançadas para a identificação e quantificação precisa dos saltos nos dados analisados. Portanto, o valor de 1 foi considerado um ajuste adequado, dada a natureza dos dados e o objetivo de capturar movimentos de preços. No que diz respeito à Média dos Saltos, este parâmetro é indicativo do tamanho médio esperado para cada salto no preço do produto. No contexto do presente trabalho, foi observada uma tendência dos saltos para valores negativos, o

que implica uma assimetria negativa no modelo. Isso ocorre porque os saltos negativos frequentemente resultam em reduções no preço do ativo, em vez de aumentos. As estatísticas descritivas dos retornos logarítmicos dos produtos M+1, M+2 e M+3 revelaram que os valores médios para M+1, M+2 e M+3 são, respectivamente, -0.019851, -0.025010 e -0.035529. Tais valores indicam que, em média, todos os produtos tiveram um retorno negativo durante o período avaliado. Os retornos mínimos para M+1, M+2 e M+3 são -0.080199, -0.155569 e -0.276658, respectivamente. Estes valores representam as maiores quedas nos preços em um único período, e para uma abordagem conservadora, podem ser usados para estimar os parâmetros dos saltos. É válido ressaltar, que essa foi a abordagem seguida por este trabalho. Quanto ao parâmetro de volatilidade dos preços, foram empregados os valores derivados da metodologia EWMA, já discutida anteriormente. Os valores seguem a Tabela 5.

Sobre o MBG, a Tabela 7 apresenta os parâmetros que alimentam o modelo.

Tabela 7 - Parâmetros Para o Modelo do MBG

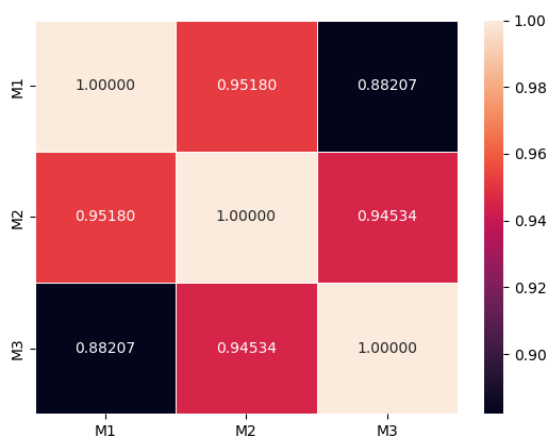
	M+0	M+1	M+2
Preço Inicial	296,72	112,31	106,21
Retorno Esperado	0	0	0
Volatilidade	0.02095	0.02777	0.05715

Fonte: Autoria Própria

O preço inicial serve como o ponto de partida para a simulação da trajetória de preços futuros. E como é possível observar, eles representam os últimos dados observados nos históricos de prospecção visualizados nas tabelas 2, 3 e 4.

No MBG, o retorno esperado ajuda a modelar a tendência central ou a direção esperada do movimento de preços. Ao considerar o retorno esperado como 0, em média, não se espera que os produtos tenham um aumento ou diminuição de preço. Como discutido em 2.4, essa remoção de viés torna-se importante quando analisa-se tomadas de decisões baseadas em risco.

Figura 17 - Correlação Cruzada entre os Produtos

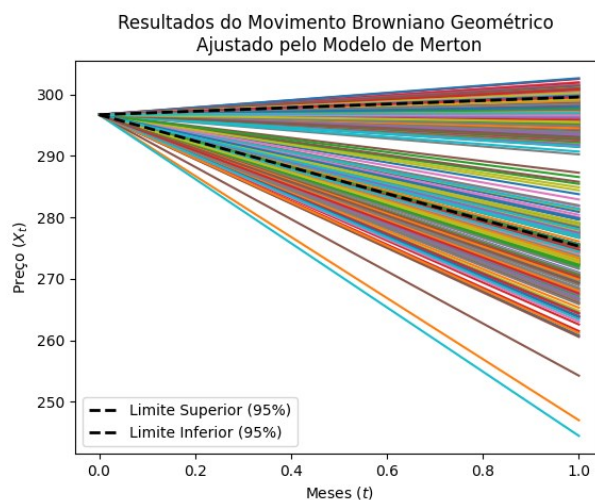


Fonte: Autoria Própria

Com a modelagem proposta neste trabalho e considerando a matriz de correlação dos produtos apresentada na Figura 17, é possível gerar n séries estocásticas de cada produto para t meses à frente. Os resultados apresentados nesta seção consistem em um total de 2000 séries futuras para cada maturidade, o mesmo número de séries geradas pela cadeia brasileira de modelos de otimização estocástica usados pela CCEE e ONS.

A Figura 18 mostra um backtest com a trajetória das 2000 séries amostrais geradas para o mês seguinte considerando a data de 25 de setembro de 2021, juntamente com o intervalo de confiança de 95% calculado para toda a série de 2000 pontos, indicando a faixa dentro da qual os valores futuros são mais prováveis de se situar.

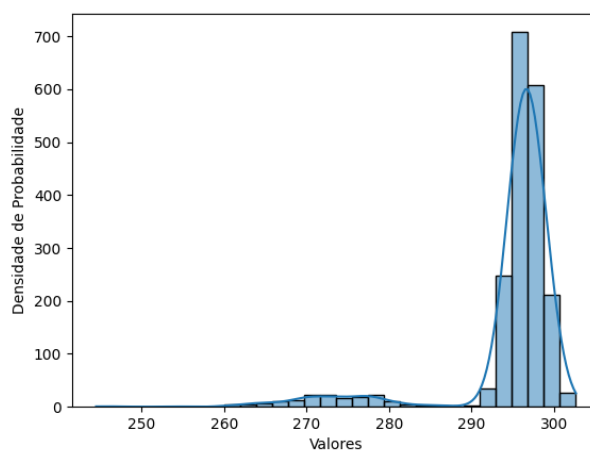
Figura 18 - Resultados Obtidos para outubro/21 (M+1)



Fonte: Autoria Própria

Na análise detalhada da densidade de probabilidade gerada pelo modelo proposto, Figura 19, observa-se um aspecto notável: o modelo demonstrou eficácia ao capturar a assimetria negativa dos dados, um fenômeno previamente identificado e quantificado na Tabela 5. Este resultado é de significativa importância, pois a assimetria negativa é um indicativo de que os preços dos ativos tendem a declinar mais frequentemente ou com maior intensidade do que tendem a aumentar.

Figura 19 - Densidade de Probabilidade Obtida para outubro/21 (M+1)



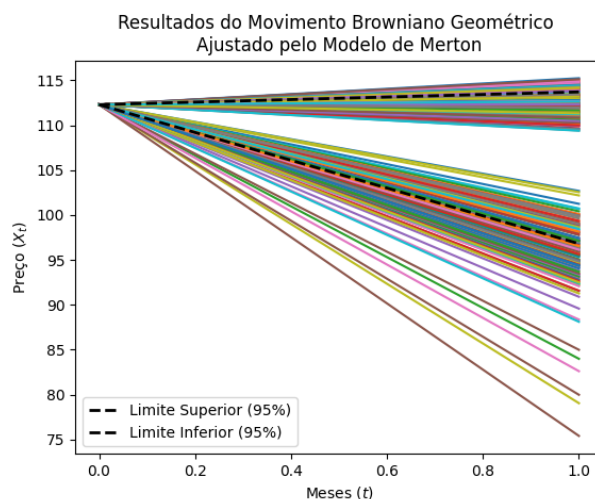
Fonte: Autoria Própria

Outro backtest é ilustrado nas Figuras 20 e 21. Esta análise específica envolveu a geração de séries estocásticas para um produto com prazo de

fornecimento de 2 meses à frente, projetando seu comportamento um mês adiante, a partir da data referencial de 25 de setembro de 2021. Este backtest foi projetado com o intuito de avaliar a capacidade preditiva do modelo em um horizonte temporal estendido.

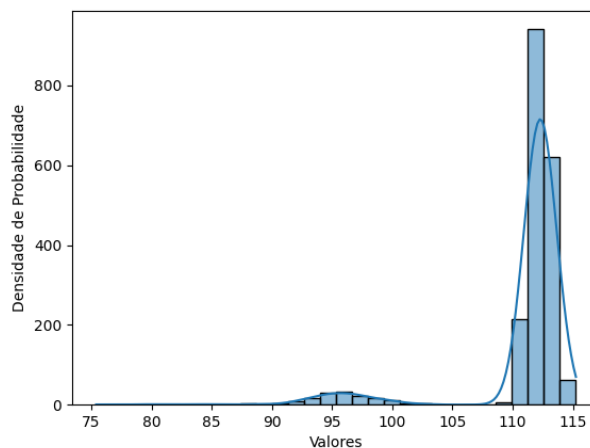
Notavelmente, os resultados obtidos corroboraram a expectativa de que os valores extremos se concentrariam mais à esquerda da distribuição. Este comportamento é indicativo de uma tendência maior de declínios no preço, uma característica que se alinha com as observações anteriores de assimetria negativa nos dados.

Figura 20 - Resultados Obtidos para novembro/21 (M+2)



Fonte: Autoria Própria

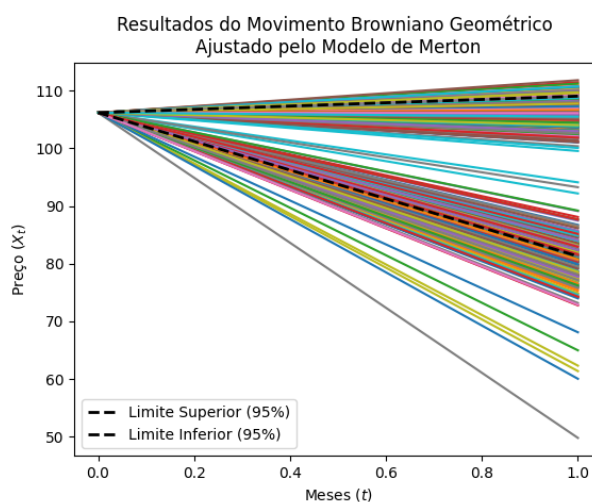
Figura 21 - Densidade de Probabilidade Obtida para novembro/21 (M+2)



Fonte: Autoria Própria

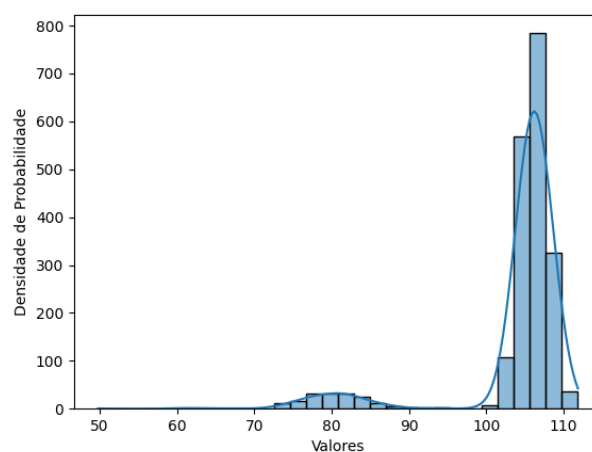
As Figuras 22 e 23 mostram a aderência do modelo para geração de séries estocásticas, projetando seu comportamento um mês adiante, para um produto com prazo de fornecimento de 3 meses à frente do dia 25 de setembro de 2021. Novamente, os cenários de preços possuem uma distribuição adequada.

Figura 22 - Resultados Obtidos para dezembro/21 (M+3)



Fonte: Autoria Própria

Figura 23 - Densidade de Probabilidade Obtida para dezembro/21 (M+3)



Fonte: Autoria Própria

A Tabela 8, fornece o parâmetro de desempenho do erro quadrático médio (RMSE) para previsões de 1 mês à frente, comparando a performance de duas modelagens de volatilidade: a primeira é "Close to close" para um período de 9 meses, e a segunda é uma modelagem considerando pesos exponenciais (EWMA)

com um fator de suavização (λ) de 50%. Os resultados mostram que o EWMA tende a ser ligeiramente melhor que o “Close to Close”, o que é indicado por RMSEs mais baixos.

Tabela 8 - Erro Quadrático Médio (RMSE)

	Horizonte	M+0	M+1	M+2
Close to close	9 meses	45,59	23,76	38,48
EWMA	$\lambda = 50\%$	45,39	23,60	38,27

Fonte: Aatoria Própria

Sobre este ponto, foi comentado ao longo do trabalho que as análises feitas por grande parte dos participantes do mercado, não se concentram em prever os preços com exatidão, mas sim em buscar uma compreensão mais profunda das possíveis direções que os preços podem tomar.

Este estudo corrobora a noção de que a análise de risco do mercado, sobretudo quando se trata de projeções de preço, deve enfatizar menos a busca por um valor pontual e mais o entendimento das tendências e movimentações potenciais dos preços. Nesse sentido, A relevância do RMSE é, portanto, relativizada em favor de uma análise mais detalhada do formato da distribuição dos preços.

Tabela 9 - Valores Observados

	M+0	M+1	M+2
Preço Inicial (R\$/MWh)	296,72	112,31	106,21
PLD Observado (R\$/MWh)	249,36	88,10	66,67

Fonte: Aatoria Própria

As distribuições de densidade de probabilidade geradas para os períodos M+1, M+2 e M+3 demonstram a possibilidade de os preços realizarem próximos dos PLDs observados (Tabela 9), particularmente nas extremidades da distribuição. Estas caudas, que alcançam valores próximos aos calculados pela CCEE, revelam a capacidade do modelo proposto de capturar a essência do comportamento dos preços. Diante do exposto, a metodologia em questão prova ser uma ferramenta robusta para análises fundamentalistas.

Vale ressaltar que a análise restrita aos decks oficiais, fornece uma visão limitada das dinâmicas de preços, uma vez que não permite identificar e compreender melhor as forças subjacentes que movem os preços para determinadas extremidades. Para alcançar uma compreensão mais aprofundada é interessante aplicar análises de sensibilidade aos decks oficiais. Estas análises permitem examinar como as alterações nas variáveis de entrada dos decks podem afetar os preços, e assim compreender qual variável possui mais peso na variação.

5.4 EXEMPLO DE CONTRATAÇÃO DE ENERGIA

Conforme comentado na introdução desta dissertação, o capítulo em questão dedica-se a esboçar a estrutura conceitual do processo decisório em problemas de contratação de energia, considerando emprego do CVaR como um instrumento analítico robusto para aprimorar a tomada de decisão fundamentada em parâmetros de risco.

O exemplo proposto, traz análise de um gerador que se depara com uma proposta para vender energia, em volume que não ultrapasse o limite de 100 MWh, a um preço definido de 107 R\$/MWh. Observa-se que este preço contratual é muito próximo ao preço inicial do produto M+3, previamente examinado. Dessa forma, o exemplo propõe a análise de um gerador, situado em setembro de 2021, recebendo uma proposta de venda do produto identificado como SE CONV DEZ 21. Para ampliar o entendimento das variações de preços e do potencial de receita do gerador, assume-se que esse agente possui também uma geração aleatória que pode variar entre 0 e 100 MWh.

Portanto, motivado pelo uso da teoria de probabilidade e incerteza discutida ao longo do estudo, a metodologia aplicada busca determinar um volume de energia Q que não só minimiza a variância da receita proveniente do contrato, mas também calcula o CVaR correspondente a um nível de confiança de 95%. Em sequência, mediante o emprego de métodos de otimização, esforça-se para maximizar o CVaR para o mesmo grau de confiança. Os resultados oriundos deste exemplo foram analisados com base em 2000 cenários de preços derivados da Figura 27 e 2.000 cenários de geração gerados aleatoriamente, para proporcionar uma avaliação robusta do perfil de risco do gerador em questão.

5.4.1 Resultados

5.4.1.1 *Quantidade Q que Minimiza a Variância da Receita do Gerador*

Considerando os 2.0000 cenários obtidos e um preço de contrato de $P = 107$ R\$/MWh. A renda em cada cenário do gerador hidrelétrico é dada pela equação (2).

O valor esperado do retorno é dado por (58)

$$E[R] = \sum_{i=1}^{2000} p R_i \quad (58)$$

Em que:

$E[R]$ representa o valor esperado.

p representa a probabilidade de ocorrência de cada cenário.

i representa o número do cenário.

R_i representa a receita de cada cenário.

Como neste caso, considera-se que todos os cenários são equiprováveis, utilizou-se um $p = 1/2000$. Dessa forma, a variância do retorno pode ser calculada da seguinte maneira:

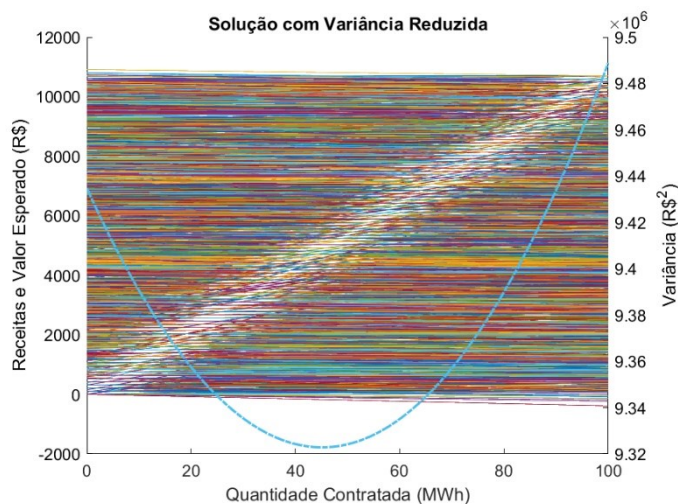
$$\sigma^2 R = \sum_{i=1}^{2000} p (R_i - E[R])^2 \quad (59)$$

Em que:

$\sigma^2 R$ representa a variância,

A Figura 24 mostra tanto as receitas e valor esperado, quanto a variância para cada cenário simulado, sendo que o eixo X representa a quantidade contratada. Dessa forma, buscando a quantidade Q que minimiza a variância da receita do gerador, obteve-se os valores de $Q = 45,0841 \text{ MWh}$ e $Variância = 9.322.832,67 \text{ R}\2 .

Figura 24 - Solução Ótima para o Problema Proposto



Fonte: Autoria Própria

5.4.1.2 $CVaR_{95\%}$ Associado com a quantidade $Q = 45,0841$ MWh

Como o problema possui 2.000 cenários, o $CVaR_{95\%}$ é representado pela média condicional da renda abaixo do $VaR_{95\%}$, ou seja, pela média das receitas dos 100 piores cenários. Sendo assim, considerando o Q que minimiza a variância obteve-se um $CVaR_{95\%} = R\$ 334,3348$

5.4.1.3 Maximização do $CVaR_{95\%}$

Conforme apresentado anteriormente, o valor de Q que minimiza a variância foi igual a 45,0841 MWh. Dessa forma, nesta parte do trabalho verifica-se se esta quantidade maximiza o valor do $CVaR_{95\%}$. Esta verificação pode ser dada conforme o modelo de otimização para a contratação de energia mostrado abaixo, considerando as restrições apresentadas.

$$CVaR_{\alpha}(R(Q, P)) = \max_{z, \delta_c} \left\{ z - \sum_{c=1}^N P_c \left(\frac{\delta_c}{(1-\alpha)} \right) \mid \delta_c \geq z - R_c, \delta_c \geq 0 \forall c \right\} \quad (60)$$

Sujeito a:

$$z = Q_{1-\alpha}(R) \quad (61)$$

$$\delta_c = z - R_c(Q, P) \quad (62)$$

$$P_c = \frac{1}{n^{\circ} \text{ de cenários}} \quad (63)$$

$$\alpha = \text{grau de confiança} = 0,95 \quad (64)$$

Em que:

$CVaR_{\alpha}(R(Q, P))$ representa o Valor em Risco Condicional para um nível de confiança α .

P_c representa a probabilidade de ocorrência de cada cenário.

c representa o número do cenário.

N representa o tamanho da amostra.

R_c representa a receita de cada cenário.

z representa uma variável auxiliar usada na formulação matemática do CVaR.

δ_c representa um vetor de variáveis de decisão no contexto de programação linear.

Desta forma, com a implementação, obteve-se a seguinte solução ótima:

Função objetivo: R\$ 334,33

$$Z = \text{R\$ } 656,67$$

$$Q = 45,0841 \text{ MWh}$$

Observa-se que o valor do $CVaR_{95\%}$ manteve-se o mesmo, ou seja, a quantidade Q que minimizou a variância não maximizou o valor em risco condicional.

Sendo assim, para obter o maior valor do $CVaR_{95\%}$, o método 'dual-simplex' foi rodado novamente para resolver o problema de otimização linear e obteve-se seguinte solução ótima:

Função objetivo: R\$ 367,07

$$Z = R\$ 681,08$$

$$Q = 100 \text{ MWh}$$

Nota-se que a exposição ao risco é mitigada tanto pelo preço estipulado no contrato quanto pelo comportamento dos cenários de preços ilustrados na Figura 28, a qual exhibe uma distribuição com uma notável assimetria negativa. A seleção deste exemplo foi intencional e visou demonstrar como a assimetria na distribuição dos preços pode fornecer insights substanciais.

O preço contratual do exemplo, estava muito próximo com as expectativas de mercado projetadas três meses antes do suprimento do produto. Considerando o posicionamento 'short' (vendido) do agente gerador em relação ao produto em questão, e levando em conta que o risco financeiro para esse agente aumenta com cenários que possuem preços maiores que o firmado em contrato, a proposta recebida para venda de energia foi identificada como uma oportunidade propícia, na qual os riscos assumidos eram baixos em face do potencial retorno significativo.

Mas, caso o agente tivesse se posicionado 'long' (comprado), a percepção de risco teria sido totalmente diferente, um fato que reforça a relevância de uma compreensão detalhada do comportamento das variáveis que fornecem incerteza.

Portanto, a pesquisa realça a importância da modelagem apropriada do risco, juntamente com o emprego de instrumentos avançados de métodos numéricos e otimização, com o objetivo de avaliar o valor em risco condicional. Tal abordagem é essencial para a identificação e quantificação de possíveis eventos de impacto devastador no mercado.

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Esta dissertação abordou a ideia geral do processo decisório em um problema de contratação de energia, considerando a modelagem de variáveis que introduzem incerteza e indicadores que quantificam o risco.

O foco central do trabalho estendeu-se na análise da simulação de Monte Carlo do Movimento Browniano Geométrico (MBG) ajustado pelo Modelo de Merton como uma ferramenta apropriada para a modelagem da dinâmica dos preços dos produtos negociados no mercado de energia, enfatizando a geração de cenários paramétricos considerados aspectos relacionados à distribuição dos preços. Evidenciando assim, a adequação da escolha desse método para a abordagem do problema decisório.

O modelo foi testado retroativamente focando análises nos meses de outubro, novembro e dezembro de 2021. Este exercício foi essencial para validar as projeções de preços fornecidas pelo modelo. Os resultados obtidos afirmam a adequação do modelo proposto para a modelagem de risco. Uma questão relevante a ser considerada diz respeito à limitada extensão histórica dos dados disponíveis para os produtos no mercado de energia elétrica. Embora muitos destes produtos apresentem um considerável grau de maturidade, frequentemente eles são caracterizados por uma granularidade insuficiente. Tal deficiência nos dados pode representar um desafio significativo para os profissionais que operam na esfera econômica, particularmente no que tange às decisões de precificação.

Um ponto importante de ser ressaltado, diz respeito a utilização do modelo NEWAVE, como gerador de dados para projeções a longo prazo no mercado de energia. O NEWAVE opera com previsões de cinco anos, simulado mensalmente e produzindo como resultado, duas mil séries. Ao utilizar esses cenários para avaliar riscos e tomar decisões, é preciso cautela, dada a simplificação do modelo (reservatórios equivalentes), além do uso de modelos autorregressivos que induzem uma tendência de queda abrupta nos preços. Esse padrão de regressão à média ocorre geralmente em 2 a 3 meses, o que pode comprometer a confiabilidade dos sinais em prazos mais longos.

Em resumo, o modelo desenvolvido neste trabalho visa não apenas reproduzir os padrões históricos observados, mas também fornecer insights para

previsões futuras, contribuindo assim para uma compreensão mais profunda da dinâmica inerente à variável aleatória em estudo.

Diante do exposto, entende-se que há ainda, a despeito do progresso trazido pela presente pesquisa, várias possibilidades para a continuidade do estudo aqui tratado. Assim, seguem-se alguns pontos a serem explorados em trabalhos futuros:

Desenvolvimento de Modelos Preditivos Híbridos para combinar abordagens estatísticas com técnicas de aprendizado de máquina para melhorar a precisão na previsão de saltos de Merton e outros fenômenos do mercado.

Explorar o modelo de previsão de curvas futuras, inserindo sensibilidades nos decks utilizados para construção do histórico de prospecção.

Avaliar modelos de otimização para minimizar os riscos em portfólios de energia, considerando diferentes tipos de contratos e/ou contratos com flexibilidade associada.

Estes pontos, juntamente com os já mencionados, podem fornecer um caminho abrangente e inovador para a continuidade da pesquisa no campo da gestão de riscos no mercado de energia elétrica Brasileiro.

REFERÊNCIAS

1. SCHWARTZ ES. The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging. *J Finance*. 18 de julho de 1997;52(3):923–73.
2. Brennan MJ, Schwartz ES. Finite Difference Methods and Jump Processes Arising in the Pricing of Contingent Claims: A Synthesis. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*. setembro de 1978;13(3):461.
3. Amadeu JR, Barbosa PSF. Stochastic simulation of Brazilian forward energy prices. Vol. 13, *Energy Systems*. Springer Science and Business Media Deutschland GmbH; 2022. p. 321–33.
4. Barndorff-Nielsen OE, Espen Benth F, Veraart AED. Modelling energy spot prices by volatility modulated Lévy-driven Volterra processes. *Bernoulli*. agosto de 2013;19(3):803–45.
5. VESPIGNANI J, KANG W, RATTI R. *Global Commodity Prices and Global Stock Volatility Shocks*. 2018;
6. ROCKAFELLAR RT et al. Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of risk*. 2000;2:21–42.
7. Markowitz H. Portfolio Selection. *J Finance*. março de 1952;7(1):77.
8. Glasserman P. *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. Vol. 53. New York, NY: Springer New York; 2003.
9. Macedo CAA, Albuquerque AA de, Moralles HF. Análise de viabilidade econômico-financeira de um projeto eólico com simulação Monte Carlo e avaliação de risco. *Gestão & Produção*. 11 de dezembro de 2017;24(4):731–44.

10. Vazquez, M., Barquin, J., Batlle, C.: Electricity forward and volatility curves computation based on Monte Carlo simulation. 9th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems KTH, Stockholm, Sweden 2006.
11. SHREVE S. Stochastic calculus for finance I: the binomial asset pricing model. 2005.
12. BLACK F, SCHOLES M. The pricing of options and corporate liabilities. Journal of political economy. 1973;81:637–54.
13. Shirota S, Omori Y, F. Lopes Hedibert, Piao H. Cholesky realized stochastic volatility model. Econom Stat. julho de 2017;3:34–59.
14. BREZINSKI C. La méthode de Cholesky. Revue d'histoire des mathématiques. 2005;11:205–38.
15. STEELE D. Modelling spot and forward prices for energy companies. University of Amsterdam; 2010.
16. Collet J, Duwig V, Oudjane N. Some non-Gaussian models for electricity spot prices. Em: 2006 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems. IEEE; 2006. p. 1–7.
17. MORGAN JP et al. Riskmetrics technical document. 1996;