



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Geovane Romeu Ribeiro

Cálculo da impedância de aterramento usando modelos analíticos e o método de elementos finitos: resistividade e permissividade dependentes da frequência

Florianópolis
2024

Geovane Romeu Ribeiro

Cálculo da impedância de aterramento usando modelos analíticos e o método de elementos finitos: resistividade e permissividade dependentes da frequência

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.
Coorientador: Prof. Adroaldo Raizer, Dr.

Florianópolis

2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Ribeiro, Geovane Romeu

Cálculo da impedância de aterramento usando modelos analíticos e o método de elementos finitos: resistividade e permissividade dependentes da frequência / Geovane Romeu Ribeiro

; orientador, Mauricio Valencia Ferreira da Luz, coorientador, Adroaldo Raizer, 2024.

92 p.

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2024.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Elementos finitos. 3. Resistividade elétrica. 4. Permissividade elétrica. 5. Eletrocinética. 6. Eletrodinâmica. I. Luz, Mauricio Valencia Ferreira da. II. Raizer, Adroaldo. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título.

Geovane Romeu Ribeiro

Cálculo da impedância de aterramento usando modelos analíticos e o método de elementos finitos: resistividade e permissividade dependentes da frequência

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Eng. Lionel Pichon, Dr.

Centre National de la Recherche Scientifique - Génie électrique et électronique de Paris
(CNRS-GeePs)

Prof. Vilson Luiz Coelho, Dr.

Centro Universitário UNISATC

Prof. Laurent Didier Bernard, Dr.

Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica.

Prof. Telles Brunelli Lazzarin, Dr.

Coordenação do Programa de Pós-Graduação

Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.

Orientador

Florianópolis, 2024.

Este trabalho é dedicado aos meus familiares, especialmente a minha esposa Natália e aos meus filhos Matheus e Helena.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus, por me conceder o dom da vida e a oportunidade de estar em um ambiente familiar virtuoso.

Aos meus pais Paulo César Ribeiro e Silvana Laurea Ribeiro, que dedicaram grande parte de suas vidas para propiciar conforto e estudo para mim e para o meu irmão, educando e formando as pessoas que somos hoje.

À minha esposa Natália Alzira Damazo Ribeiro, que desde 2007 tem sido minha grande companheira nos momentos mais importantes da minha vida, apoiando e aconselhando cada etapa vivenciada, gerando um relacionamento sólido que até o momento se concretiza em nossos dois lindos filhos, Matheus Damazo Ribeiro e Helena Damazo Ribeiro.

Ao meu orientador Mauricio Valencia Ferreira da Luz, que desde a graduação tem sido um formador paciente e compreensivo em situações adversas, sendo parte técnico-profissional primordial para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu coorientador Adroaldo Raizer, pelas valiosas sugestões de melhoria no trabalho e pelo espaço disponibilizado no Laboratório de Eletromagnetismo e Compatibilidade Eletromagnética da Universidade Federal de Santa Catarina (MagLab/UFSC).

Ao professor Wilson Luiz Coelho, pelos materiais e experiências compartilhadas.

Aos colegas Emanuel Pereira Elia, Victor Matheus Augustinho Raupp, Joana Ventura da Silva, Rafael Antônio Coelho e Dalton Aryel Pedro dos Santos, pela ajuda e contribuições feitas neste trabalho.

Aos meus sogros Valdeno Manoel Damazo e Alzira Verginia Damazo, pela ajuda e paciência constante em todos os momentos.

Ao meu irmão Humberto César Ribeiro e cunhada Caroline Fernandes, pelo apoio e incentivo.

Aos servidores da secretária do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, pelo apoio e colaboração constante.

À Universidade Federal de Santa Catarina, pela estrutura que possibilitou o desenvolvimento do trabalho.

Se acreditar em Deus e estiver certo, terei um ganho infinito; se acreditar em Deus e estiver errado, terei uma perda finita; se não acreditar em Deus e estiver certo, terei um ganho finito; se não acreditar em Deus e estiver errado, terei uma perda infinita.

(PASCAL, 1670)

RESUMO

A resistência elétrica é uma das principais grandezas entre as que estão relacionadas à segurança elétrica. Por este motivo, são necessários estudos que aprimorem a compreensão das grandezas que podem influenciar no valor da impedância do sistema de aterramento elétrico. A consequência de uma descarga atmosférica no sistema de transmissão de energia elétrica é o surgimento de surtos de tensão nas linhas, acompanhadas por uma alta variação da frequência elétrica. Ao atingirem o solo pelo sistema de aterramento, esses surtos modificam as propriedades eletromagnéticas do solo, assim como o espalhamento de corrente elétrica. A resistividade e a permissividade do solo são duas grandezas que sofrem alterações em alta frequência. Este trabalho apresenta três equacionamentos diferentes que analisam o comportamento dessas duas grandezas, sendo o equacionamento de Alípio e Visacro o mais pertinente. O trabalho também apresenta as implementações das formulações eletrocinética e eletrodinâmica usando potencial escalar elétrico em software de elementos finitos. Assim, é possível analisar o comportamento do sistema de aterramento para diferentes tipos de fonte, como contínua, senoidal e impulsiva. Os resultados das implementações em elementos finitos foram comparados com equações analíticas para a formulação eletrocinética e eletrodinâmica. Exposto isso, as formulações em elementos finitos foram aplicadas em sistemas de aterramentos com geometrias mais complexas, considerando a permissividade e a resistividade variando com a frequência. Por fim, foram feitas comparações entre os resultados obtidos através das duas formulações e analisadas as suas aplicações de forma que fosse possível utilizar a formulação eletrocinética mesmo em situações em que se tenha uma fonte variável, obtendo-se resultados com diferenças aceitáveis em relação a formulação eletrodinâmica. O estudo indicou que, para projetos de sistemas de aterramento que podem vir a ser influenciados por uma fonte de surto com alta frequência, a dependência da frequência para os parâmetros do solo é altamente recomendada, a fim de que o sistema de aterramento tenha um bom desempenho em situações reais.

Palavras-chave: engenharia elétrica; elementos finitos; resistividade elétrica; permissividade elétrica; eletrocinética; eletrodinâmica.

ABSTRACT

Electrical resistance is one of the main quantities among those related to electrical safety. For this reason, studies are necessary to enhance the understanding of the quantities that can influence the value of the impedance of the electrical grounding system. The consequence of an atmospheric discharge in the electrical power transmission system is the occurrence of voltage surges in the lines, accompanied by a high variation in electrical frequency. When these surges reach the ground through the grounding system, they modify the electromagnetic properties of the soil, as well as the spread of electrical current. Soil resistivity and permittivity are two quantities that undergo changes at high frequencies. This work presents three different equations that analyze the behavior of these two quantities, with the Alípio and Visacro equation being the most relevant. The work also presents the implementations of electrokinetic and electrodynamic formulations using electric scalar potential in finite element software. Thus, it is possible to analyze the behavior of the grounding system for different types of sources, such as continuous, sinusoidal, and impulsive. The results of the finite element implementations were compared with analytical equations for electrokinetic and electrodynamic formulations. Given that, the finite element formulations were applied to grounding systems with more complex geometries, considering permittivity and resistivity varying with frequency. Finally, comparisons were made between the results obtained through the two formulations and their applications were analyzed so that it would be possible to use the electrokinetic formulation even in situations where a variable source is present, obtaining results with acceptable differences compared to the electrodynamic formulation. The study indicated that, for grounding system projects that may be influenced by a high-frequency surge source, the frequency dependence for soil parameters is highly recommended, so that the grounding system performs well in real situations.

Keywords: electrical engineering; finite elements; electrical resistivity; electrical permittivity; electrokinetics; electrodynamic.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Quatro hastes cravadas no solo.....	21
Figura 2 - Uma haste vertical.	23
Figura 3 - Três hastes verticais em linha.	23
Figura 4 - Três hastes verticais em triângulo.	24
Figura 5 - Amostra de solo modelada por um circuito RC de impedância equivalente $Z_s(\omega)$	27
Figura 6 - Rede RC.....	29
Figura 7 - Cuba semiesférica enterrada no solo sob teste.	31
Figura 8 - Dependência da frequência da resistividade relativa ρ_r (a) e da permissividade relativa ε_r (b) para o solo analisado pela metodologia indicada.	34
Figura 9 - Variação da resistividade relativa ρ_r ao longo do espectro da frequência para diferentes solos.	34
Figura 10 - Variação da permissividade relativa ε_r ao longo do espectro da frequência para diferentes solos.	35
Figura 11 - Comparação da variação da resistividade relativa (a) e permissividade relativa (b) do solo com resistividade em baixa frequência de $1000 \Omega \cdot m$ para diferentes modelos em diferentes frequências de $100 Hz$ a $4 MHz$	37
Figura 12 - Campo elétrico em meios diferentes.	41
Figura 13 - Modelo axissimétrico de um eletrodo semiesférico.	43
Figura 14 - Modelo 3D de um eletrodo semiesférico.....	44
Figura 15 - Nós e grupos de nós associados com a caracterização de um potencial escalar com valores flutuantes.....	52
Figura 16 - Corrente de impulso para excitação do eletrodo de aterramento.....	59
Figura 17 - Tensão de impulso para excitação do eletrodo de aterramento.....	60
Figura 18 - Uma haste vertical.	62
Figura 19 - Três hastes verticais em linha.....	62
Figura 20 - Três hastes verticais em triângulo.	63
Figura 21 - Curva da resistência de 1 haste vertical (Caso 1) considerando a dependência dos parâmetros do solo em relação à frequência.	64
Figura 22 - Curva da resistividade relativa considerando a dependência frequência conforme a expressão (2.30).....	65

Figura 23 - Curva da capacitância de 1 haste vertical (Caso 1) considerando a dependência dos parâmetros do solo em relação à frequência.	66
Figura 24 - Curva da permissividade relativa considerando a dependência frequência conforme a expressão (2.31).....	66
Figura 25 - Distribuição das linhas equipotenciais em um plano que corta o centro do eletrodo utilizando uma fonte de tensão senoidal.....	67
Figura 26 - Módulo do campo elétrico em um plano que corta o centro do eletrodo considerando uma fonte de tensão senoidal. a) Eletrodo inteiro com marcação em vermelho indicando a região aumentada. b) Extremidade inferior do eletrodo aumentada.	68
Figura 27- Geometria no Gmsh de três hastes verticais em linha.	69
Figura 28 - Distribuição das linhas equipotenciais em um plano que corta o centro dos três eletrodos verticais em linha (escala em volt).	70
Figura 29 - Distribuição das faixas equipotenciais em um plano que corta o centro dos três eletrodos verticais em linha (escala em volt).	70
Figura 30 - Curva da resistência de 3 hastes verticais em linha (Caso 2) considerando a dependência dos parâmetros do solo em relação à frequência.	72
Figura 31 - Curva da capacitância de 3 hastes verticais em linha (Caso 2) considerando a dependência dos parâmetros do solo em relação à frequência.	72
Figura 32 - Geometria no Gmsh de três hastes verticais em triângulo.....	74
Figura 33 - Distribuição das linhas equipotenciais em um plano que corta o centro dos três eletrodos verticais em triângulo (escala em volt).....	75
Figura 34 - Distribuição das faixas equipotenciais em um plano que corta o centro dos três eletrodos verticais em triângulo (escala em volt).....	75
Figura 35 - Curva da resistência de 3 hastes verticais em triângulo (Caso 3) considerando a dependência dos parâmetros do solo em relação à frequência.	77
Figura 36 - Curva da capacitância de 3 hastes verticais em triângulo (Caso 3) considerando a dependência dos parâmetros do solo em relação à frequência.	77
Figura 37 - Diferença percentual entre as formulações eletrocinética e eletrodinâmica para o estudo de caso 1 ao longo do espectro de frequência com resistividade constante para a eletrocinética.....	81
Figura 38 - Diferença percentual entre as formulações eletrocinética e eletrodinâmica para o estudo de caso 1 ao longo do espectro de frequência com resistividade variável para a eletrocinética.....	82

Figura 39 - Comparação entre as diferença percentuais entre as formulações eletrocinética e eletrodinâmica para o estudo de caso 1 ao longo do espectro de frequência com resistividade constante (curva em azul) e com resistividade variável (curva em vermelho) para a eletrocinética. 83

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Resultados analíticos para os três casos propostos.	25
Tabela 2 - Coeficientes a_n	30
Tabela 3 - Cálculo da resistência para 1 eletrodo vertical de diâmetro de 13 mm e comprimento de 2,4 m.	64
Tabela 4 - Cálculo da resistência para 3 hastes verticais em linha de diâmetro de 13 mm e comprimento de 2,4 m cada haste.	71
Tabela 5 - Cálculo da resistência para 3 hastes verticais em triângulo de diâmetro de 13 mm e comprimento de 2,4 m cada haste.	76
Tabela 6 - Principais aplicações de interesse da engenharia e recomendações sobre a dependência da frequência dos parâmetros do solo no qual devem ser considerados.	79
Tabela 7 - Comparação entre as formulações eletrocinética e eletrodinâmica para o estudo do Caso 1 – Considerando para a eletrocinética uma resistividade constante ($\rho = 1000 \Omega \cdot m$) e resistência de aterramento igual a 393,47 Ω	80
Tabela 8 - Comparação entre as formulações eletrocinética e eletrodinâmica para o estudo do Caso 1 – Considerando para a eletrocinética uma resistividade variável conforme a expressão de Visacro-Alípio.....	82

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	OBJETIVOS	17
1.1.1	Objetivo Geral.....	17
1.1.2	Objetivos Específicos	17
1.1.3	Organização do texto	18
2	ESTADO DA ARTE	20
2.1	RESISTIVIDADE DO SOLO	21
2.2	RESISTÊNCIA DE ATERRAMENTO	22
2.2.1	Caso 1: Uma haste vertical.....	23
2.2.2	Caso 2: Três hastes verticais em linha	23
2.2.3	Caso 3: Três hastes verticais em triângulo	24
2.2.4	Resultados analíticos	25
2.3	DEPENDÊNCIA DA FREQUÊNCIA DOS PARÂMETROS DO SOLO	25
2.3.1	Formulações com circuito RC	26
2.3.2	Formulação de Scott <i>et al.</i>	27
2.3.3	Formulação de Longmire e Smith.....	28
2.3.4	Formulação de Alípio e Visacro	31
2.3.5	Comparação entre as diferentes formulações que levam em consideração a dependência da frequência dos parâmetros do solo com medições em campo.....	37
2.4	CONCLUSÕES	38
3	FORMULAÇÕES DE ELEMENTOS FINITOS PARA MODELAGEM DE SISTEMAS DE ATERRAMENTO	40
3.1	EQUAÇÕES DE MAXWELL NA FORMA LOCAL.....	40
3.2	CONDIÇÃO DE TRANSMISSÃO DO CAMPO ELÉTRICO	41
3.3	CONDIÇÕES HOMOGÊNEAS	43
3.4	FORMULAÇÃO ELETROCINÉTICA	45
3.4.1	Método de resíduos ponderados	46

3.5	FORMULAÇÃO ELETRODINÂMICA	48
3.6	POTENCIAL FLUTUANTE.....	50
3.6.1	Potencial flutuante aplicado à formulação eletrodinâmica	53
3.6.2	Potencial flutuante aplicado à formulação eletrocinética	53
3.7	CONCLUSÕES	54
4	IMPLEMENTAÇÃO DO PROCEDIMENTO DE CÁLCULO	56
4.1	GMSH E GETDP	56
4.2	EQUACIONAMENTO DA FONTE.....	57
4.3	EQUACIONAMENTO DOS RESULTADOS	60
4.4	RESULTADOS	62
4.4.1	Caso 1: Uma haste vertical.....	63
4.4.2	Caso 2: Três hastes verticais em linha	69
4.4.3	Caso 3: Três hastes verticais em triângulo	73
4.5	ANÁLISE	78
4.6	COMPARAÇÃO: ELETROCINÉTICA X ELETRODINÂMICA	79
4.7	CONCLUSÕES	84
5	CONCLUSÕES FINAIS	86
	REFERÊNCIAS.....	88

1 INTRODUÇÃO

Dependendo da área de aplicação e de conhecimento técnico que o profissional da área de engenharia elétrica tem em relação ao assunto aterramento elétrico, a percepção dessa grandeza pode ser diferenciada. Por exemplo, para os profissionais que atuam na área de Sistemas de Potência ou Sistemas de Energia, o aterramento elétrico pressupõe a necessidade de ter um caminho de baixa impedância, considerando a corrente alternada, e que possa garantir uma rápida atuação das proteções em situações de defeitos (curto-circuito) à terra no sistema elétrico. Para os profissionais de telecomunicações, de forma genérica, o aterramento elétrico implica em ter um baixo valor de impedância entre os equipamentos, como também entre os equipamentos e a terra. Para os que trabalham na área de rádio frequência (RF), genericamente, o aterramento elétrico se constitui em um caminho de baixa impedância para as altas frequências, sendo um dos componentes no processo de propagação de sinais. Estas visões diferenciadas coordenam diferentes formas de entendimento e execução dos aterramentos elétricos em instalações (TELLÓ *et al*, 2007).

Para conciliar essas visões distintas é necessário conhecer o comportamento do aterramento elétrico perante a incidência de impulsos atmosféricos, em altas e baixas frequências, para então tentar compatibilizar as diferentes visões em consonância com os interesses particulares de cada área do conhecimento técnico (TELLÓ *et al*, 2007).

Conforme a natureza da situação que afeta o sistema elétrico, a eficácia do aterramento elétrico pode ter um impacto considerável na reação global do sistema. Sendo assim, é essencial levar em conta duas questões principais: a reação do sistema de aterramento quando sujeito às condições impostas por um fenômeno específico e como essa reação influencia diretamente o funcionamento geral do sistema (VISACRO FILHO, 2002). Ambas as questões possuem considerável complexidade e necessitam de estudos específicos que indiquem quais características sofrem influência e quais propriedades precisam ser consideradas nas formulações matemáticas a serem estudadas neste trabalho.

As formulações básicas que visam calcular a impedância de aterramento costumam adotar como parâmetros a geometria do eletrodo ou malha de aterramento como também a resistividade do solo. Múltiplos elementos influenciam na resistividade do solo, tais como a natureza em si, teor de umidade, temperatura, grau de compactação e pressão, concentração de sais, entre outros. A interação entre esses fatores resulta em solo com níveis distintos de resistividade (KINDERMANN; CAMPAGNOLO, 2002).

Em cenários de demandas elétricas com baixa variação, é comum caracterizar o solo pela sua resistividade constante ou por múltiplas camadas de solo com resistividades constantes. A medição da resistividade é realizada usando métodos estabelecidos por meio de equipamentos que operam normalmente em baixas frequências. No entanto, em situações com demandas elétricas mais intensas que possuem alta taxa de variação, como aquelas causadas por descargas atmosféricas, além dos efeitos condutivos, é crucial considerar também os efeitos capacitivos e indutivos, que ganham notoriedade devido ao aumento das frequências envolvidas. Nestes casos, torna-se necessário contemplar não apenas a resistividade, mas também a permissividade e permeabilidade do solo (VISACRO FILHO, 2002) (VISACRO FILHO, 2007).

Além disso, os parâmetros elétricos do solo, como resistividade e permissividade, sofrem variações substanciais ao longo do espectro de frequências geradas pelas descargas atmosféricas, que abrangem uma faixa desde cerca de 100 *Hz* até algumas unidades de *MHz* (ALÍPIO *et al*, 2009).

Devido à complexidade das diferentes geometrias e das variações dos parâmetros característicos do solo em função da frequência da fonte, é comum recorrer à abordagem de simulação numérica por meio de interações computacionais para avaliar sistemas variados de aterramento elétrico. O método mais frequentemente empregado envolve o uso da técnica de elementos finitos. Dependendo do tipo de fonte do sistema, torna-se necessário considerar distintas formulações físicas, como a formulação eletrocinética e eletrodinâmica, que capturam as propriedades elétricas correspondentes à natureza das variáveis envolvidas.

Com o intuito de se ter a liberdade em definir os parâmetros do solo conforme expressões desenvolvidas na literatura optou-se por utilizar o *software* Gmsh (GEUZAINÉ; REMACLE, 2009) para pré-processamento, gerando geometrias tridimensionais complexas e malhas correspondentes para a análise em elementos finitos e o *software* GetDP (DULAR *et al*, 1998a) com foco na solução de problemas discretos no pós-processamento. A escolha por estes *softwares* se deve ao fato de serem livre e de código aberto, tornando possível o gerenciamento das grandezas envolvidas conforme a exigência do problema. Situação oposta às possibilidades que a maioria dos *softwares* comerciais disponibilizam, em que a definição de grandezas como a permissividade, por exemplo, deve ser constante ao longo de toda simulação numérica.

Com o uso dos *softwares* livres e de código aberto, foi possível fazer a comparação entre os resultados obtidos pela formulação eletrocinética e eletrodinâmica para um estudo de

caso. Como as duas formulações alcançam resultados semelhantes em baixas frequências e sabendo que a formulação eletrodinâmica normalmente necessita de mais tempo de processamento, objetivou-se analisar as faixas de frequência em que é possível delimitar a diferença percentual entre os resultados das formulações, fazendo com que se possa utilizar a formulação eletrocinética, em vez da formulação eletrodinâmica, para a solução numérica de problemas de aterramento elétrico com menor tempo de processamento e sem grandes prejuízos ao resultado final.

Neste contexto, este trabalho visou à aplicação do método numérico baseado no método de elementos finitos (MEF), em *softwares* de código aberto, com a inclusão da dependência dos parâmetros do solo em função da frequência e utilizando as formulações matemáticas em diferentes situações que se tenham fontes contínuas ou variáveis no tempo. Todas estas considerações objetivaram uma análise aproximada de situações reais que são encontradas em sistema de aterramento elétrico convencional. Além das referências citadas ao longo do texto, foram utilizados outros materiais de consulta que agregaram no conhecimento teórico e referencial do autor, citam-se aqui os trabalhos (AREND, 2009), (COELHO, 2015), (SCHMOELLER, 2018) e (DA SILVA, 2021).

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo geral aplicar as equações da resistividade e da permissividade variáveis com a frequência nos *softwares* livres e de código aberto Gmsh/GetDP, para analisar o comportamento da resistência e capacitância do eletrodo no espectro da frequência. Como também analisar as diferenças entre os resultados obtidos com o uso da formulação eletrocinética e eletrodinâmica definindo em que frequências ambas as formulações possuem diferenças aceitáveis dentro de certa aplicação.

1.1.2 Objetivos Específicos

Para cumprir o objetivo geral citado anteriormente, o trabalho está estruturado em um conjunto de etapas que são descritas abaixo:

- Apresentação de casos em que se tenha a solução analítica para a resistência de aterramento, indicando as grandezas relacionadas a este equacionamento;
- Estudar o estado da arte e apresentar as principais formulações que indicam a dependência da frequência dos parâmetros do solo em situações que envolvam frequências entre 0 Hz e alguns MHz ;
- Estudar o equacionamento da formulação eletrocinética;
- Estudar o equacionamento da formulação eletrodinâmica;
- Inserir o conceito de potencial flutuante para o cálculo da corrente elétrica global;
- Inserir as equações que consideram as variações da resistividade e da permissividade com a frequência nos programas Gmsh/GetDP baseado no MEF e simular os estudos de caso, observando o comportamento da resistência e capacitância do eletrodo;
- Comparar os resultados obtidos para um estudo de caso entre as formulações eletrocinética e eletrodinâmica e assim estipular a frequência que resultam em diferenças percentuais, em que se possa utilizar a formulação eletrocinética, sem um grande prejuízo aos resultados de resistência de aterramento, em benefício da formulação eletrodinâmica, otimizando o tempo de processamento computacional.

1.1.3 Organização do texto

Este texto está estruturado em cinco capítulos, incluindo esta introdução. Optou-se por apresentar uma ordem cronológica de raciocínio que desenvolvem os objetivos específicos visando alcançar o objetivo geral indicado neste capítulo.

Capítulo 1: Faz uma introdução do conteúdo trabalhado neste texto dando um contexto que culmina nos objetivos específicos que são diretrizes que visam o alcance do objetivo geral.

Capítulo 2: Descreve as principais grandezas envolvidas no cálculo da impedância de aterramento. São apresentados principalmente os conceitos da resistividade do solo e resistência de aterramento, bem como as influências que modificam as características naturais do solo e eletrodo que compõem o sistema de aterramento. Também são propostos alguns estudos de caso para comparação com os resultados obtidos na seção 4.4 deste texto. Na sequência é feita uma apresentação das principais formulações encontradas no estado da arte que descrevem a dependência da frequência dos parâmetros do solo. Ao final da apresentação

das formulações é indicada a formulação a ser adotada nos estudos de caso que melhor se adequa às condições de aplicação impostas.

Capítulo 3: Partindo das equações de Maxwell, são indicadas as condições de contorno dos modelos propostos e o desenvolvimento das formulações matemáticas utilizadas pelo *software*. As duas formulações apresentadas são a eletrocinética, que considera uma fonte de energia constante, e a eletrodinâmica que pode considerar uma fonte com variação no tempo. Por fim, é definido o conceito de potencial flutuante e de que forma o programa calcula a corrente global através deste conceito.

Capítulo 4: Neste capítulo é feita a implementação do procedimento de cálculo nos *softwares*: (i) Gmsh (GEUZAINÉ; REMACLE, 2009), que é uma ferramenta livre e de código aberto usada para o pré- e o pós-processamento em simulações numéricas, gerando geometrias tridimensionais complexas e malhas correspondentes para a análise em elementos finitos, bem como a visualização de resultados; e (ii) GetDP (DULAR *et al*, 1998a) que também é livre e de código aberto, se concentrando na solução de problemas discretos. Então são apresentados diversos resultados de simulações numéricas dos estudos de caso propostos na seção 2.2. São feitas as comparações entre os valores analíticos e os resultados obtidos pelas formulações eletrocinética e eletrodinâmica, considerando a dependência da frequência para a resistividade e permissividade do solo, para os três estudos de caso. Por fim, é feita a análise das diferenças entre os resultados obtidos com o uso da formulação eletrocinética e eletrodinâmica, sendo delimitada a faixa de frequência em que ambas as formulações possuem diferenças aceitáveis dentro de certa aplicação.

Capítulo 5: É feita uma síntese do estudo, dos resultados e da análise conclusiva do trabalho. Também são propostos possíveis trabalhos para dar continuidade a este tema que ainda possuem diretrizes a serem estudadas.

2 ESTADO DA ARTE

Neste capítulo serão apresentados os conceitos essenciais para entender o que pode influenciar a impedância de aterramento, as equações analíticas para os estudos de caso e alguns estudos que tratam dos parâmetros elétricos que influenciam na resistência de aterramento e que o comportamento depende da frequência da fonte da descarga no solo. Foram selecionados os estudos mais recentes quanto ao tema e que refletem uma diferença em relação aos valores mais conservadores, normalmente utilizados nas medições ou simulações.

O aterramento elétrico é a ligação elétrica, de forma intencional, de uma estrutura física condutora como fios, cabos e carcaças metálicas ao solo. Sendo constituído por no mínimo três componentes: conexões elétricas que ligam o ponto do sistema aos eletrodos; eletrodos metálicos e solo que envolve os eletrodos (VISACRO FILHO, 2002).

O sistema de aterramento elétrico é fundamental para diversos propósitos que impactam diretamente o desempenho e a operação de sistemas elétricos, de proteção e de segurança. Esses propósitos podem ser categorizados em três grupos distintos: aterramento de segurança ou proteção, aterramento de serviço ou funcional, e aterramento para controle de ruído elétrico (TELLÓ *et al*, 2007).

A conexão a terra possui uma resistência, capacitância e indutância, que influem na capacidade de condução de corrente que flui para o solo. Logo se busca não apenas a resistência, mas sim a impedância que dificulta a passagem da corrente. Em condições de baixa frequência com resistividades de solos não muito elevadas, os efeitos capacitivos e de ionização do solo são desprezados tendo o mesmo um comportamento de resistência pura (TELLÓ *et al*, 2007).

Em aplicações de alta frequência, é necessário considerar os efeitos capacitivos, em particular os solos de alta resistividade, como também a influência da reatância indutiva ao longo dos condutores e eletrodos. Esses efeitos são observados em ondas impulsivas de corrente e tensão, como as descargas atmosféricas, pois as frequências são elevadas devido à natureza impulsiva da descarga. Assim, de forma genérica, associados a corrente de condução, que circula pela resistência do solo, haverá também uma corrente de deslocamento, circulando pela capacitância do solo, com a resultante destas duas correntes fluindo pela indutância própria do solo, ou em paralelo com a indutância referida (TELLÓ *et al*, 2007).

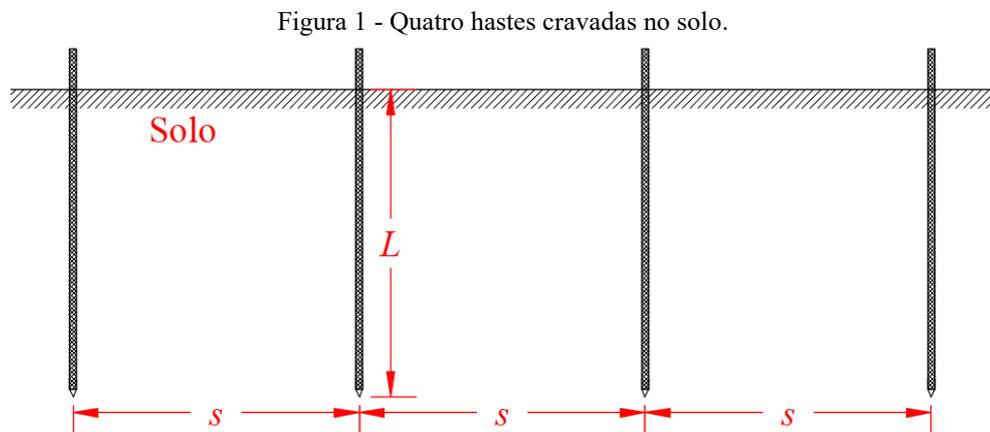
A conexão elétrica pode ser feita de acordo com o sistema que se deseja atuar. Os eletrodos têm diversas configurações possíveis, podendo variar desde a escolha do material que será composto o eletrodo até a disposição geométrica no solo. As hastes verticais são as mais práticas em relação à instalação e muito usuais na situação de se ter as camadas mais profundas do solo com uma resistividade menor. Eletrodos instalados horizontalmente, com profundidades usuais de $0,5\text{ m}$, têm como objetivo controlar o gradiente de potencial no solo (VISACRO FILHO, 2002).

2.1 RESISTIVIDADE DO SOLO

As principais formulações que buscam calcular a impedância de aterramento colocam como variáveis a geometria da malha e a resistividade do solo. Diversos fatores influenciam na resistividade do solo, como: tipo de solo; solo com camadas estratificadas com profundidades e materiais diferentes; teor de umidade; temperatura; compactação e pressão; composição química dos sais dissolvidos na água retida e concentração de sais dissolvidos na água retida. As combinações desses fatores geram solos com resistividades distintas.

Para se chegar aos valores da resistividade do solo, o principal método de medição utilizado é o Método de Wenner que é um resultado da análise das características práticas das equações de Maxwell relacionadas ao eletromagnetismo com aplicação no solo (KINDERMANN; CAMPAGNOLO, 2002).

O Método de Wenner utiliza quatro pontos alinhados, com mesmo espaçamento s , e cravados em igual profundidade L , como mostrado na Figura 1.



Fonte: Autor.

Utilizando das equações de Maxwell e da relação entre tensão e corrente elétrica, a resistividade do solo pode ser calculada pela expressão (2.1) que é conhecida como a equação de Palmer.

$$\rho = \frac{4 \pi s R}{1 + \frac{2s}{\sqrt{s^2 + (2L)^2}} - \frac{2s}{\sqrt{(2s)^2 + (2L)^2}}} \quad (2.1)$$

Sendo:

ρ : Resistividade do solo [$\Omega \cdot m$];

s : Distância entre as hastes [m];

L : Profundidade em que a haste foi cravada [m];

R : Resistência medida pelo terrômetro [Ω].

Para um diâmetro da haste menor que $0,1 s$ e um afastamento relativamente grande entre as hastes, recomenda-se $s > 20 L$, a equação de Palmer pode ser aproximada pela expressão (2.2).

$$\rho = 2 \pi s R \quad (2.2)$$

2.2 RESISTÊNCIA DE ATERRAMENTO

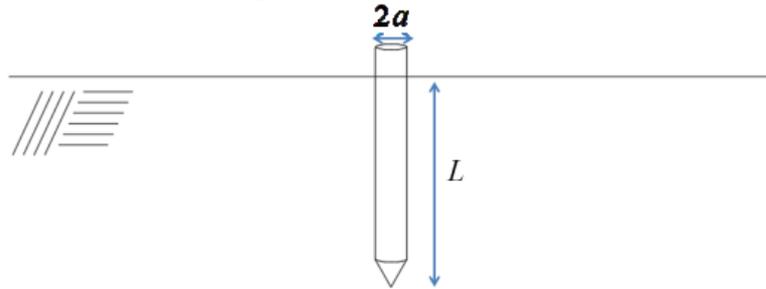
Obter o cálculo exato da resistência de aterramento exige o desenvolvimento analítico de equações que podem ser muito complicadas ou, dependendo da geometria, mais simples. Relaciona-se a elevação de potencial elétrico referido ao infinito com a corrente que a gerou para calcular a resistência de aterramento.

Neste segmento, são apresentados os resultados obtidos com a aplicação do equacionamento analítico nos três estudos de caso propostos, visando uma comparação com os resultados obtidos por método numérico, conforme detalhado na seção 4.4. Este processo busca validar a aplicabilidade do método e do *software* em cenários de baixas frequências, condição típica para o emprego de equações analíticas. As equações indicadas nos estudos de caso são de amplo conhecimento na comunidade científica e são encontradas em diversas referências como em (VISACRO FILHO, 2002) e (NSEKERE, 2009). Em todos os casos as hastes possuem comprimento L [m], raio a [m] cravada verticalmente em solo de resistividade homogênea ρ [$\Omega \cdot m$].

2.2.1 Caso 1: Uma haste vertical

Tem-se uma haste de cobre cravada verticalmente com dimensões indicadas na Figura 2. A expressão analítica para a resistência de aterramento está indicada em (2.3).

Figura 2 - Uma haste vertical.



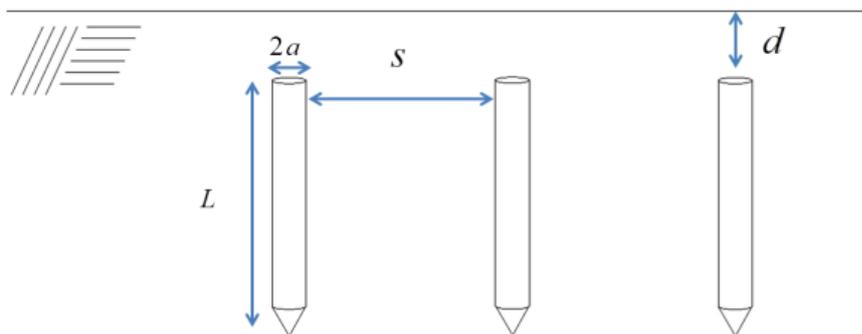
Fonte: Autor.

$$R_T = \frac{\rho}{2\pi L} \left(\ln \left(\frac{4L}{a} \right) - 1 \right) \quad (2.3)$$

2.2.2 Caso 2: Três hastes verticais em linha

Têm-se três hastes cravadas verticalmente em linha com dimensões indicadas na Figura 3. A expressão analítica para a resistência de aterramento está indicada em (2.4).

Figura 3 - Três hastes verticais em linha.



Fonte: Autor.

$$R_T = \frac{1}{n} \left[\frac{\rho}{2\pi L} \left(\ln \frac{4L}{a} - 1 \right) + \frac{\rho}{\pi s} \left(\frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right) \right] \quad (2.4)$$

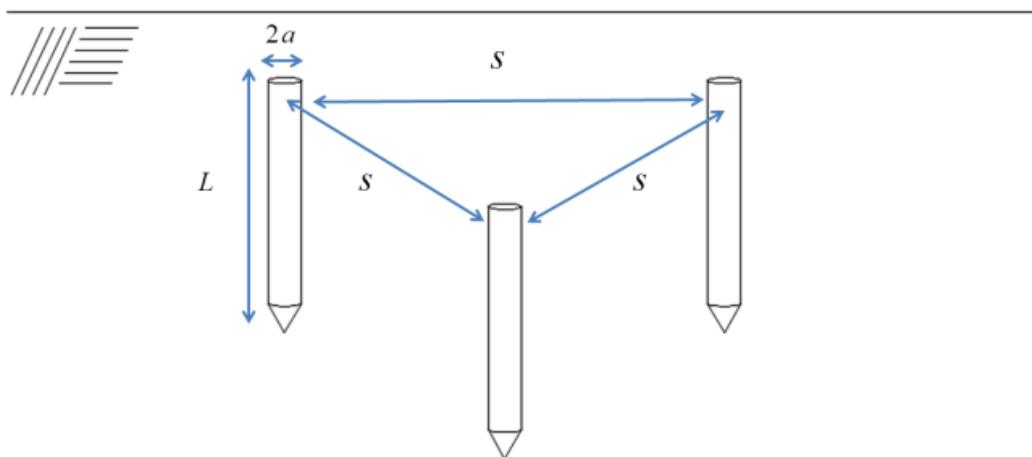
Sendo:

n : Número de hastes verticais dispostas em linha reta.

2.2.3 Caso 3: Três hastes verticais em triângulo

Têm-se três hastes cravadas verticalmente em triângulo com dimensões indicadas na Figura 4. A expressão analítica para a resistência de aterramento está indicada em (2.5).

Figura 4 - Três hastes verticais em triângulo.



Fonte: Autor.

$$R_T = R_{11} \frac{1 + 2r/s}{3} \quad (2.5)$$

Sendo s muito maior que L e:

$$R_{11} = \frac{\rho}{2\pi L} \left(\ln \left(\frac{4L}{a} \right) - 1 \right);$$

r : Raio do hemisfério que possui o mesmo valor da resistência de uma haste R_{11} e é calculado por:

$$\frac{\rho}{2\pi r} = \frac{\rho}{2\pi L} \left(\ln \left(\frac{4L}{a} \right) - 1 \right).$$

2.2.4 Resultados analíticos

Para a análise será considerado uma haste de diâmetro 13 *mm*, comprimento de 2,4 m e um solo homogêneo com resistividade de 1000 $\Omega \cdot m$. Os resultados analíticos para os três casos são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Resultados analíticos para os três casos propostos.

	Resistência de aterramento [Ω]
Caso 1	417,63 Ω
Caso 2	210,92 Ω
Caso 3	168,68 Ω

Fonte: Autor.

Percebe-se pelos resultados apresentados na Tabela 1 que quanto mais hastes, menor a resistência de aterramento, conforme já era esperado. Da mesma forma, observa-se que a disposição das hastes também influencia na resistência de aterramento, fato este que faz com que os valores dos casos 2 e 3, que possuem a mesma quantidade de hastes, sejam diferentes.

2.3 DEPENDÊNCIA DA FREQUÊNCIA DOS PARÂMETROS DO SOLO

Neste tópico são apresentados alguns estudos que tratam dos parâmetros elétricos, resistividade e permissividade, que influenciam na resistência de aterramento e que apresentam um comportamento que depende da frequência da fonte de descarga no solo. Foram selecionados os estudos mais recentes quanto ao tema e que refletem uma diferença em relação aos valores mais conservadores, normalmente utilizados nas medições ou simulações.

Os sistemas de aterramentos elétricos estão expostos a diferentes demandas elétricas que ocorrem em diferentes níveis de velocidade de variação, como os curtos-circuitos que são mais lentos ou os transitórios que são mais rápidos e resultantes das descargas atmosféricas. Sendo assim, para analisar de forma mais precisa os sistemas de aterramentos elétricos, é fundamental caracterizar adequadamente o solo considerando todas as demandas elétricas que podem vir a surgir.

Em demandas elétricas lentas, normalmente se caracteriza o solo como uma resistividade constante ou por várias camadas de solo com resistividades constantes. A

resistividade é medida por meio de técnicas já consolidadas com equipamentos que operam em baixas frequências, em torno de 100 Hz ou mais (VISACRO FILHO, 2002). Porém para demandas elétricas mais rápidas, por exemplo, aquelas associadas às descargas atmosféricas, além dos efeitos condutivos, devem-se considerar também os efeitos capacitivos e indutivos, que se tornam relevantes devido a alta frequência. Pelo exposto, quando um surto atinge um eletrodo de aterramento, este se comporta como uma impedância dinâmica de surto. (TELLÓ *et al*, 2007).

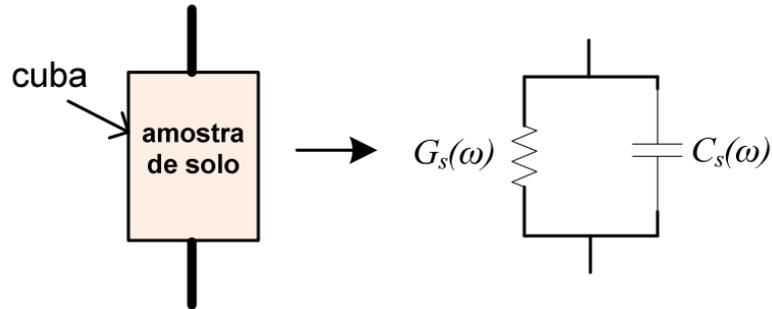
Nesses casos, é necessário considerar não apenas a resistividade do solo, como também a permissividade e a permeabilidade do solo. Além disso, os parâmetros elétricos do solo, resistividade e permissividade, variam significativamente ao longo do espectro de frequências que surgem devido as descarga atmosféricas que variam de 100 Hz até algumas unidades de MHz (ALÍPIO *et al*, 2009). Para a maioria das aplicações, a permeabilidade magnética pode ser considerada fixa e igual à permeabilidade do vácuo (PORTELA, 1999).

Os estudos apresentados não se baseiam em técnicas puramente analíticas, mas em trabalhos que propõem técnicas de medição ou que desenvolveram formulações com base em dados experimentais. O foco está na descrição de estudos que possuem aplicação direta ou indiretamente na engenharia elétrica, tendo um espectro variando de cerca de 100 Hz até alguns MHz .

2.3.1 Formulações com circuito RC

A maioria das técnicas utilizadas na literatura, para medir as variações nos parâmetros elétricos do solo devido aos transitórios oriundos de descargas atmosféricas que variam de 100 Hz a alguns MHz , são laboratoriais. Normalmente essas técnicas se baseiam em medir a impedância de uma cuba com dimensões conhecidas envolvida com uma amostra do solo a ser analisado. Caso a amostra for suficientemente pequena e as impedâncias parasitas da própria cuba forem desprezadas, a impedância da amostra de solo pode ser representada pela combinação de uma capacitância e uma condutância em paralelo, conforme mostrado na Figura 5 e definido em (2.6).

Figura 5 - Amostra de solo modelada por um circuito RC de impedância equivalente $Z_s(\omega)$.



Fonte: (ALÍPIO, 2013).

$$\frac{1}{Z_s(\omega)} = G_s(\omega) + j\omega C_s(\omega) \quad (2.6)$$

Sendo:

$Z_s(\omega)$: Impedância da amostra de solo;

$G_s(\omega)$: Condutância;

$C_s(\omega)$: Capacitância;

ω : Frequência angular elétrica [rad/s];

j : Unidade imaginária do número complexo $j = \sqrt{-1}$.

Conhecida a geometria da cuba que comporta a amostra de solo, para cada frequência de interesse, a condutividade elétrica é determinada diretamente pela condutância e a permissividade elétrica é determinada diretamente pela condutividade elétrica, conforme a relação (2.7).

$$\frac{G_s(\omega)}{C_s(\omega)} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (2.7)$$

2.3.2 Formulação de Scott *et al.*

Entre 1966 e 1967 (SCOTT *et al.*, 1967) utilizaram estudos, feitos para medir os parâmetros elétricos que tinham como motivação geológica mais especificamente a prospecção de minerais, para fundamentar um procedimento de medição que seria capaz de minimizar os erros relativos à polarização interfacial na mediação dos parâmetros elétricos. Partindo dos dados de medição obtidos pela aplicação de experimentos em diversas amostras

e juntamente com o método matemático dos mínimos quadrados, foram obtidas relações empíricas (2.8), (2.9), (2.10) e (2.11) que estimam a condutividade e a permissividade relativa do solo em uma dada frequência, em função da condutividade medida em baixa frequência - 100 Hz (SCOTT, 1966).

$$\sigma(f) = 10^K \quad (2.8)$$

$$K = 0,028 + 1,098 \log(\sigma_0) - 0,068 \log(f) + 0,036 \log^2(\sigma_0) - 0,046 \log(f) \log(\sigma_0) + 0,018 \log^2(f) \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_r(f) = 10^D \quad (2.10)$$

$$D = 5,491 + 0,946 \log(\sigma_0) - 1,097 \log(f) + 0,069 \log^2(\sigma_0) - 0,114 \log(f) \log(\sigma_0) + 0,067 \log^2(f) \quad (2.11)$$

Sendo:

f : Frequência [Hz];

σ_0 : Condutividade em 100 Hz [mS/m];

$\sigma(f)$: Condutividade na frequência f [mS/m];

$\varepsilon_r(f)$: Permissividade relativa na frequência f [Adimensional].

2.3.3 Formulação de Longmire e Smith

Em 1975 os pesquisadores C. L. Longmire e K. S. Smith (LONGMIRE; SMITH, 1975) motivados com as curvas experimentais medidas por (SCOTT *et al*, 1967), desenvolveram um modelo no qual a ideia fundamental parte da relação entre a densidade de corrente total e o campo elétrico no domínio da frequência indicada em (2.12).

$$\vec{J} = (\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E} \quad (2.12)$$

Sendo:

\vec{J} : Densidade superficial de corrente [A/m²];

ε : Permissividade elétrica [F/m];

σ : Condutividade elétrica [S/m];

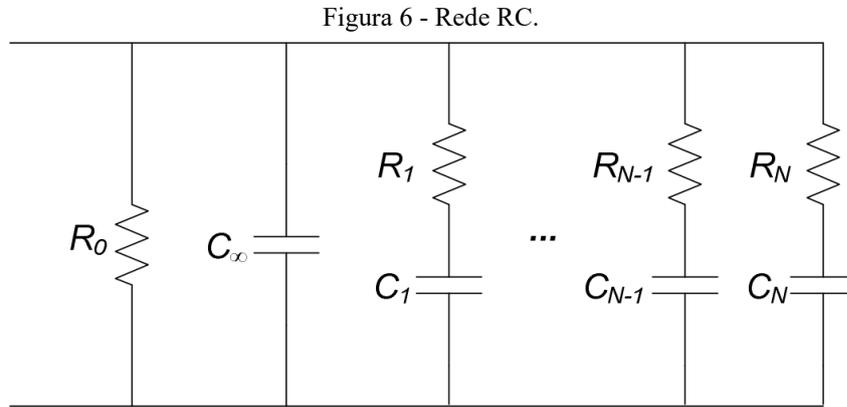
\vec{E} : Campo elétrico [V/m];

ω : Frequência angular elétrica [rad/s];

j : Unidade imaginária do número complexo $j^2 = -1$.

Com base no volume unitário de solo, foi definido a admitância, expressa em (2.13), e que é representada por uma rede RC, conforme ilustrado na Figura 6.

$$Y = (\sigma + j\omega\varepsilon) \quad (2.13)$$



Fonte: (ALÍPIO, 2013).

Com a definição dos parâmetros da rede é possível determinar a condutividade e permissividade do solo a partir das partes real e imaginária da admitância, respectivamente, conforme as expressões (2.14) e (2.15).

$$\sigma(\omega) = \sigma_0 + \varepsilon_0 \sum_{n=1}^N a_n \beta_n \frac{(\omega / \beta_n)^2}{1 + (\omega / \beta_n)^2} \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_\infty + \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{1 + (\omega / \beta_n)^2} \quad (2.15)$$

Sendo:

$$\varepsilon_\infty = C_\infty / \varepsilon_0;$$

$$\sigma_0 = 1/R_0;$$

$$a_n = C_n / \varepsilon_0;$$

$$\beta_n = (R_n C_n)^{-1};$$

R_0 : Resistência correspondente à resistência do circuito para frequência 0 Hz e está relacionada com a condutividade do solo em baixas frequências;

C_∞ : Capacitância para frequência infinita e está relacionada com a permissividade do solo em altas frequências.

Extrapolando as curvas de medição até a frequência de $10^{12} Hz$ e considerando o emprego de 13 ramos RC ($N=13$), os parâmetros estão indicados em (2.16), (2.17) e (2.18) (LONGMIRE; SMITH, 1975).

$$\varepsilon_{\infty} = 5 \quad (2.16)$$

$$\beta_n = \left(\frac{w}{10}\right)^{1,28} 10^{n-1} \quad (2.17)$$

$$\sigma_0 = 8 \cdot 10^{-3} \left(\frac{w}{10}\right)^{1,54} \quad (2.18)$$

Sendo:

ε_{∞} : Permissividade relativa na faixa superior do espectro, $10^{12} Hz$, determinado pela extrapolação das curvas;

w : Umidade em porcentagem do volume do solo;

σ_0 : Condutividade em baixas frequências, descrita em termos da umidade w .

Os valores dos coeficientes a_n estão na Tabela 2. A aplicação dos coeficientes anteriores que gera o circuito RC levou o nome de “circuito ou modelo universal do solo” (LONGMIRE; SMITH, 1975).

Tabela 2 - Coeficientes a_n .

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a_n	$3,4 \cdot 10^6$	$2,74 \cdot 10^5$	$2,58 \cdot 10^4$	$3,38 \cdot 10^3$	$5,26 \cdot 10^2$	$1,33 \cdot 10^2$	$2,72 \cdot 10^1$	$1,25 \cdot 10^1$	4,8	2,17	0,98	0,392	0,173

Fonte: (LONGMIRE; SMITH, 1975).

Apesar de a representação do terreno por meio de uma rede RC ser fisicamente coerente, a obtenção destes parâmetros pelo modelo de Longmire e Smith foi fundamentada em uma série de pressupostos questionáveis. O uso de amostras de concreto não é a representação da estrutura do solo, especialmente ao considerar que deveria ser um “modelo universal”. Além disso, os parâmetros em relação à frequência são exclusivamente relacionados à umidade do solo ou da própria frequência, o que carece de fundamentação física. Sabe-se que as propriedades do solo dependem de vários outros parâmetros além do teor de água como, por exemplo, os sais contidos no meio. Conforme o trabalho de (SCOTT *et al*, 1967), a dependência dos parâmetros do solo não é uma função simples da umidade e seria melhor descrita pela condutividade ou resistividade medida em baixas frequências,

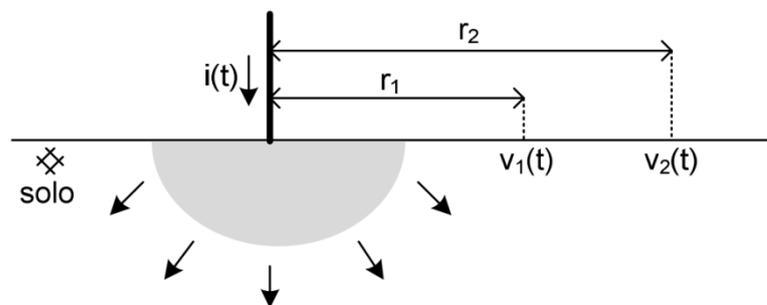
englobando diversas características do solo, incluindo a umidade. Em contexto prático de engenharia elétrica, é comum realizar medições da resistividade com equipamentos que trabalham em baixa frequência, mas não se faz a medição da umidade do solo (ALÍPIO, 2013).

2.3.4 Formulação de Alípio e Visacro

A última metodologia que será apresentada foi proposta por Alípio em (ALÍPIO, 2013). Os dados desta metodologia foram obtidos por meio de medições realizadas diretamente em condições de campo e tem como diferencial, em relação às outras já apresentadas, a capacidade de avaliar a resposta em frequência do solo em condições naturais.

A técnica proposta é baseada no princípio fundamental de utilizar uma cuba semiesférica enterrada no solo a ser analisado, injetando uma corrente impulsiva $i(t)$ na cuba e observando as respectivas elevações de potencial no nível do solo nos pontos $r_1[v_1(t)]$ e $r_2[v_2(t)]$ conforme mostrado na Figura 7 (ALÍPIO, 2013).

Figura 7 - Cuba semiesférica enterrada no solo sob teste.



Fonte: (ALÍPIO, 2013).

Devido à geometria semiesférica, é razoável supor que a corrente que dispersa para o solo a partir desse eletrodo possui um caráter predominante divergente, sendo a corrente composta por uma parcela condutiva e outra capacitiva, no qual as densidades estão relacionadas ao campo elétrico no domínio da frequência pela expressão (2.19), supondo o solo como um meio linear, isotrópico e representado por uma resistividade ($\rho = 1/\sigma$) e permissividade (ϵ) elétricas equivalentes (ALÍPIO, 2013).

$$\vec{J} = \vec{J}_c + \vec{J}_d = \sigma \vec{E} + j\omega\epsilon \vec{E} = (\sigma + j\omega\epsilon) \vec{E} \quad (2.19)$$

Sendo:

\vec{J} : Densidade superficial de corrente total;

\vec{J}_c : Densidade superficial de corrente de condução;

\vec{J}_d : Densidade superficial de corrente capacitiva ou de deslocamento.

Ainda devido à geometria semiesférica da cuba, utilizando a transformada de Fourier é possível escrever a densidade de corrente total em função da corrente impulsiva $i(t)$ injetada no domínio da frequência conforme a expressão (2.20).

$$\vec{J} = \frac{I(\omega)}{2\pi r^2} \hat{r} \quad (2.20)$$

Sendo:

$I(\omega) = \mathcal{F}\{i(t)\}$, em que \mathcal{F} indica a transformada de Fourier, avaliada em uma frequência específica ω ;

\hat{r} : Vetor unitário na direção radial em coordenadas esféricas.

Substituindo (2.20) em (2.19) e isolando o campo elétrico tem-se (2.21).

$$\vec{E} = \frac{I(\omega)}{2\pi r^2} \frac{1}{(\sigma + j\omega\epsilon)} \hat{r} \quad (2.21)$$

A diferença de potencial entre os pontos r_1 e r_2 pode ser calculada pela integral de linha do campo elétrico entre esses pontos, como se descreve em (2.22).

$$V_1(\omega) - V_2(\omega) = -\int_{r_2}^{r_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{I(\omega)}{2\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (2.22)$$

Sendo:

$$V_1(\omega) = \mathcal{F}\{v_1(t)\};$$

$$V_2(\omega) = \mathcal{F}\{v_2(t)\}.$$

Partindo de (2.22) pode-se definir a impedância da porção do solo entre os pontos r_1 e r_2 como a razão entre a diferença de potencial medida nesses mesmos pontos e a corrente injetada no eletrodo. Esta impedância está indicada na expressão (2.23).

$$Z_{12}(\omega) = \frac{V_1(\omega) - V_2(\omega)}{I(\omega)} = \frac{1}{2\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (2.23)$$

Sendo a admitância o inverso da impedância expressa em (2.24).

$$Y_{12}(\omega) = \frac{1}{Z_{12}(\omega)} = (\sigma + j\omega\varepsilon) \left[2\pi \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)^{-1} \right] \quad (2.24)$$

Portanto, com a admitância calculada para as frequências de interesse, é possível obter os parâmetros condutância e permissividade diretamente da expressão (2.24) por meio da parte real e imaginária, respectivamente, conforme indicado nas expressões (2.25) e (2.26) (ALÍPIO, 2013).

$$\sigma(\omega) = \text{Re}\{Y_{12}(\omega)\} \cdot k_{geom} \quad (2.25)$$

$$\varepsilon(\omega) = \text{Im}\{Y_{12}(\omega)\} \cdot \frac{k_{geom}}{\omega} \quad (2.26)$$

Sendo:

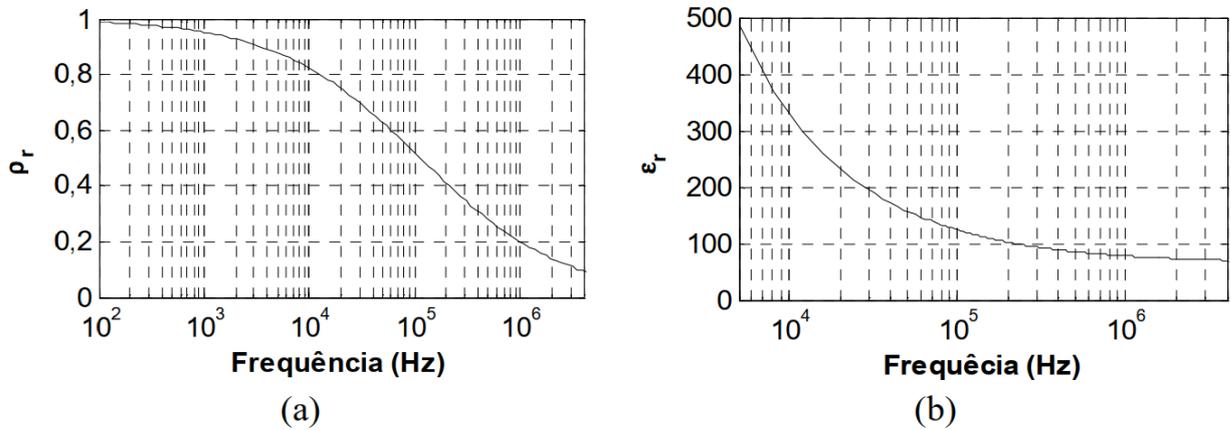
$\text{Re}\{Y_{12}(\omega)\}$: Parte real da admitância;

$\text{Im}\{Y_{12}(\omega)\}$: Parte imaginária da admitância;

$$k_{geom} = (1/r_1 - 1/r_2) / 2\pi.$$

Em aspectos práticos, montou-se uma estrutura capaz de fazer as medições necessárias para se calcular os parâmetros indicados nas expressões (2.25) e (2.26). Ao invés de representar a condutividade relativa (σ_r), foi adotada a representação da resistividade relativa (ρ_r) que matematicamente é o inverso da condutividade ($\rho_r = 1/\sigma_r$). O comportamento obtido pela metodologia resultou nos valores apresentados na Figura 8. No solo em questão se considerou a faixa de 100 Hz – 4 MHz para ρ_r (Figura 8-a) e 5 kHz – 4 MHz para ε_r (Figura 8-b). Em relação à permissividade relativa para frequências inferiores a 5 kHz, optou-se por uma extrapolação da curva para valores conservadores, muito inferiores àqueles encontrados comumente nesta faixa de frequência (ALÍPIO, 2013).

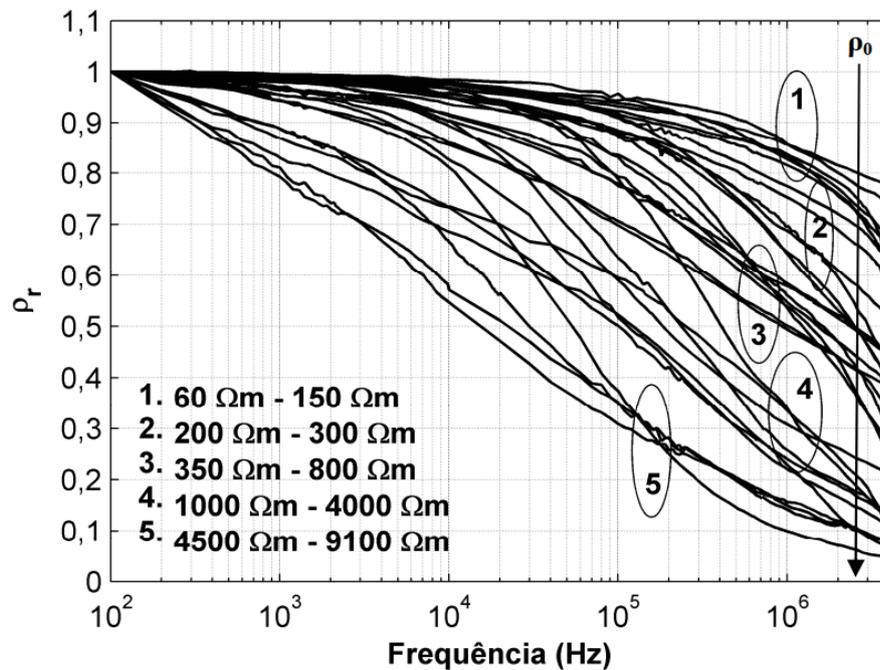
Figura 8 - Dependência da frequência da resistividade relativa ρ_r (a) e da permissividade relativa ϵ_r (b) para o solo analisado pela metodologia indicada.



Fonte: (ALÍPIO, 2013).

Foram feitas várias medições em diferentes tipos de solo com a resistividade em baixa frequência variando de $60 \Omega \cdot m$ até $9100 \Omega \cdot m$ e observou-se que a variação da resistividade se torna mais acentuada em altas frequências quando o solo possui uma alta resistividade em baixa frequência, conforme mostrado na Figura 9.

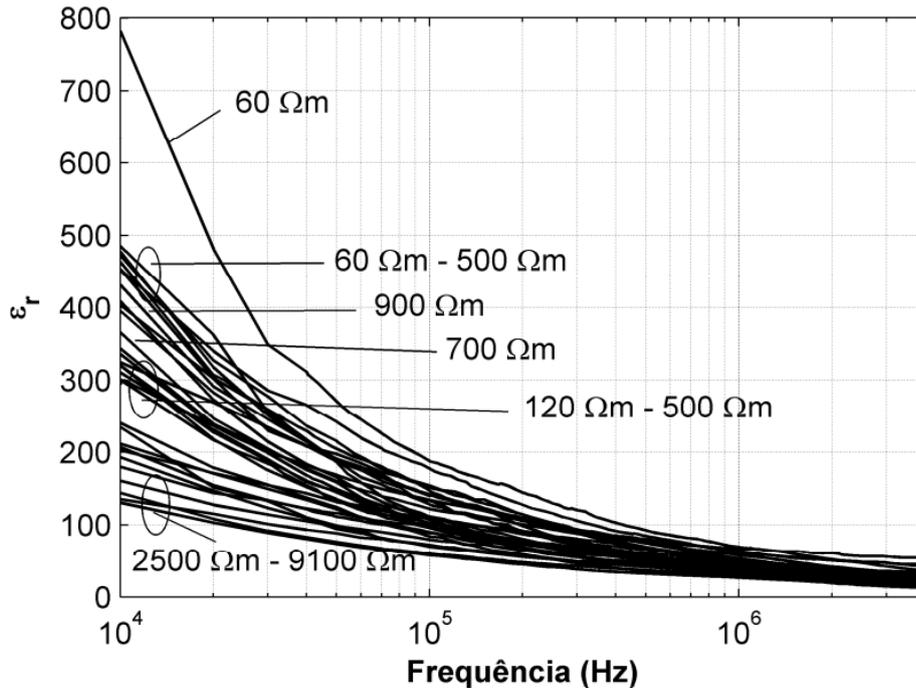
Figura 9 - Variação da resistividade relativa ρ_r ao longo do espectro da frequência para diferentes solos.



Fonte: (ALÍPIO, 2013).

Ao analisar a permissividade relativa, nota-se que a diminuição dos valores é mais significativa entre 10 kHz e 1 MHz. Também se observa uma pequena relação da variação dessa grandeza no espectro da frequência em função da resistividade do solo em baixa frequência, como indicado na Figura 10, que expressa a permissividade relativa.

Figura 10 - Variação da permissividade relativa ϵ_r ao longo do espectro da frequência para diferentes solos.



Fonte: (ALÍPIO, 2013).

Na faixa inferior do espectro da Figura 9, a resistividade relativa é praticamente igual a 1 para os diferentes tipos de solo. Assim, a equação que descreve o comportamento da resistividade relativa contém duas parcelas: uma parcela será constante e igual 1, e a segunda parcela possui a dependência da frequência sendo escrita em função da resistividade em baixa frequência (ρ_0). Com base na curva medida em diferentes solos e considerando as observações mencionadas anteriormente, Alípio desenvolveu em sua tese de doutorado a equação que sugere o comportamento da resistividade relativa do solo em função da frequência. Esta equação está indicada nas expressões (2.27) e (2.28) (ALÍPIO, 2013).

Para $f \leq 100 \text{ Hz}$

$$\rho_r = 1 \quad (2.27)$$

Para $f > 100 \text{ Hz}$

$$\rho_r(f) = \left\{ 1 + \left[1,2 \cdot 10^{-6} \rho_0^{0,73} \right] \left[(f - 100)^{0,65} \right] \right\}^{-1} \quad (2.28)$$

Sendo:

f : Frequência [Hz];

ρ_0 : Resistividade em baixa frequência [$\Omega \cdot m$].

A resistividade do solo (ρ) é obtida pelo resultado da multiplicação entre a resistividade relativa (ρ_r) pela resistividade em baixa frequência (ρ_0), ou seja, $\rho = \rho_r \rho_0$.

Da mesma forma, em função das curvas mostradas na Figura 10, foi desenvolvida uma equação para a permissividade relativa (ε_r), indicada na expressão (2.29). Num primeiro momento, optou-se por não incluir a dependência da frequência em função da resistividade em baixa frequência (ρ_0), apenas foi incluída a frequência como variável, sendo que a faixa de interesse foi de 10 kHz a 4 MHz. Para frequências menores que 10 kHz foi sugerido adotar um valor constante e igual ao que determina a expressão (2.29) para a frequência igual a 10 kHz (ALÍPIO, 2013).

Para $10 \text{ kHz} < f < 4 \text{ MHz}$

$$\varepsilon_r(f) = 7,6 \cdot 10^3 f^{-0,4} + 1,3 \quad (2.29)$$

A equação (2.29) ignorou a influência da resistividade do solo em baixas frequências infringindo as relações de Kramers-Kronig, que é uma relação matemática fundamental que estabelece uma conexão entre a parte real e a parte imaginária de uma função analítica. Esta relação tem uma importância na análise de dados experimentais e é amplamente utilizada em diversas áreas da física e da engenharia, permitindo extrair informações completas sobre uma função complexa a partir de medidas em apenas uma de suas partes.

Com o objetivo de melhorar esse aspecto, um novo modelo foi desenvolvido por Alípio e Visacro com base nos mesmos dados de medição. Foi utilizado um nível médio de conservadorismo levando a novas expressões para a dependência da frequência da resistividade e da permissividade do solo. Estas expressões são conhecidas como expressões de Visacro-Alípio e estão descritas em (2.30) e (2.31) (CIGRE SC C4, 2019).

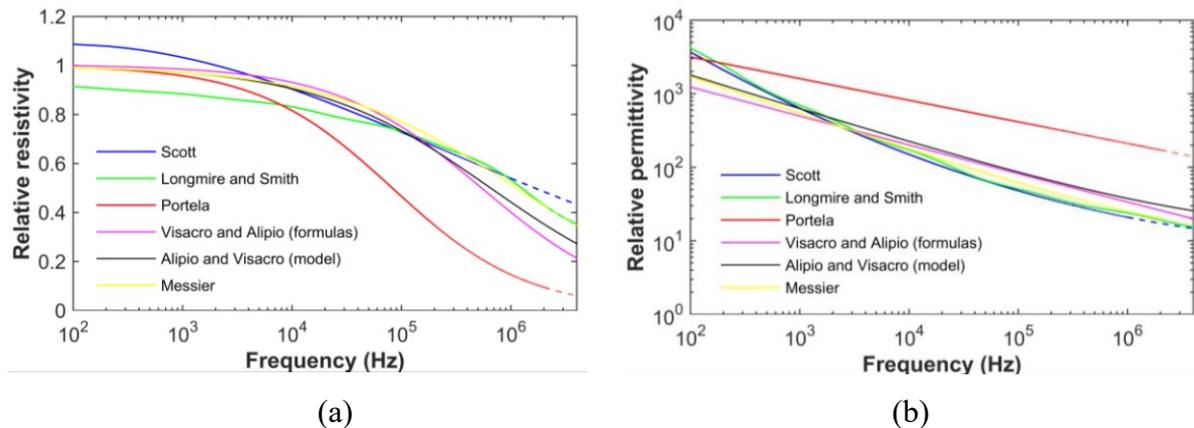
$$\rho_r(f) = \left\{ 1 + 4,7 \cdot 10^{-6} \rho_0^{0,73} f^{0,54} \right\}^{-1} \quad (2.30)$$

$$\varepsilon_r(f) = 9,5 \cdot 10^4 \rho_0^{-0,27} f^{-0,46} + 1,2 \quad (2.31)$$

2.3.5 Comparação entre as diferentes formulações que levam em consideração a dependência da frequência dos parâmetros do solo com medições em campo

As figuras seguintes apresentam uma comparação entre os resultados fornecidos pelas formulações apresentadas nos tópicos anteriores e mais aceitas na área de estudo para determinar a dependência da frequência dos parâmetros do solo, dentro de uma faixa de frequência de 100 Hz a 4 MHz, considerando solos de baixa, moderada e alta resistividade. Na Figura 11 são indicados os resultados para um solo com resistividade de $1000 \Omega \cdot m$, sendo que o gráfico (a) representa a resistividade relativa e o gráfico (b) representa a permissividade relativa. A parte pontilhada de algumas curvas indica uma extrapolação do modelo considerado para uma faixa de frequência além da qual é estritamente válido pela equação em questão.

Figura 11 - Comparação da variação da resistividade relativa (a) e permissividade relativa (b) do solo com resistividade em baixa frequência de $1000 \Omega \cdot m$ para diferentes modelos em diferentes frequências de 100 Hz a 4 MHz.



Fonte: (CIGRE SC C4, 2019).

Em relação aos métodos apresentados e plotados nas figuras anteriores, conclui-se que o comportamento qualitativo é mostrado para todas as formulações e, com exceção dos resultados de Portela, a variação da resistividade para diferentes formulações é da mesma ordem de grandeza. Algumas diferenças na resistividade relativa são observadas ao longo do espectro e essas diferenças tendem a serem maiores em alta frequência e para solos de alta resistividade em baixa frequência. Estas comparações foram feitas entre as diferentes formulações, porém também é importante avaliar sua aplicação considerando resultados experimentais em comportamento transiente de aterramento e examinar o impacto de

diferentes modelos no desempenho previsto de sistemas de aterramento práticos, sendo abordado a seguir (CIGRE SC C4, 2019).

Ao avaliar o comportamento transitório impulsivo de sistemas de aterramento, se forem necessárias estimativas muito precisas, sugere-se determinar a dependência da frequência da resistividade e permissividade do solo usando uma metodologia experimental aplicada diretamente no campo. Em particular destacam-se as formulações propostas por Longmire-Smith e Alípio-Visacro, pois estas têm sido as mais utilizadas em trabalhos que tratam do desempenho de descargas atmosféricas de sistemas elétricos.

Embora a formulação de Longmire-Smith leve a uma redução dos erros em solo de baixa resistividade, as discrepâncias entre os valores medidos e simulados ainda são significativas no caso do solo com alta resistividade. Como mostrado em (CAVKA *et al.*, 2014) Socott, Longmire-Smith, Messier e Visacro-Alípio predizem resultados gerais semelhantes para a dependência da frequência dos parâmetros do solo, porém em (ALÍPIO, R.; VISACRO, S., 2014) concluiu que isto é válido apenas para valores de resistividade de solo até cerca de $1000 \Omega \cdot m$. Em solos com resistividade alta e moderada, onde o impacto da dependência da frequência do solo se torna mais relevante, as expressões de Visacro-Alípio exibem maior dependência da frequência e seu uso leva a uma melhor concordância com os resultados experimentais em termos de resposta ao impulso dos eletrodos de aterramento (CIGRE SC C4, 2019).

Por este motivo, optou-se por utilizar as expressões mais atualizadas de Visacro-Alípio, descritas em (2.30) e (2.31), nas simulações desenvolvidas neste trabalho, onde serão analisados sistemas de aterramento com diferentes fontes de alimentação em alta e baixa frequência, como também, diferentes formulações elétricas quanto à natureza do problema, conforme é descrito no próximo capítulo.

2.4 CONCLUSÕES

Neste capítulo, detalhou-se o conceito de resistividade do solo, indicando os fatores que modificam esta grandeza, bem como os valores característicos para alguns tipos de solos encontrados em regiões onde se localizam os sistemas elétricos. Sendo apresentadas três situações de estudos de caso com expressões analíticas conhecidas, juntamente com os resultados para um caso específico.

Também foram apresentados os principais trabalhos que estudam os parâmetros elétricos do solo que influenciam na resistência de aterramento e que possuem dependência da frequência em relação à variação da fonte de descarga no solo. Primeiramente, foi apresentado o estudo de (SCOTT *et al*, 1967) que teve motivação geológica. A partir de medições em baixa frequência, chegou-se a expressões para a condutividade e permissividade do solo. Motivados pelas curvas experimentais indicadas em (SCOTT *et al*, 1967), em (LONGMIRE; SMITH, 1975) foi desenvolvido um modelo no qual a ideia fundamental se baseia na relação entre a densidade de corrente e o campo elétrico no domínio da frequência. Este método relaciona os parâmetros do solo diretamente com a umidade do solo, porém não é o único parâmetro que gera dependência.

Por fim, na formulação proposta em (ALÍPIO, 2013), montou-se uma estrutura capaz de fazer as medições necessárias para calcular os parâmetros do solo. Nas curvas que descrevem o comportamento da resistividade, percebe-se uma dependência destes parâmetros em relação à frequência da fonte, o que já se era conhecido. No entanto, notou-se que para valores relativos altos, em baixas frequências, ao se analisar o comportamento em alta frequência, observa-se uma variação maior do que nos casos de valores relativos baixos em baixas frequências. Este comportamento está ilustrado na Figura 9. Com isso, foi inserido o valor da resistividade em baixa frequência para ponderar a curva da resistividade do solo em todo o espectro de frequência analisado. Em estudo mais recentes, incluiu-se este termo também na expressão da permissividade do solo, chegando-se às expressões indicadas em (2.30) e (2.31).

Ao comparar todos os resultados gerados pelos diferentes métodos, nota-se que o método proposto por Alípio e Visacro tem um comportamento mais próximo dos valores medidos em campo. Por este motivo, optou-se por utilizar essas expressões neste trabalho, que serão aplicadas nas formulações indicadas no capítulo 4 e calculadas na seção 4.4.

3 FORMULAÇÕES DE ELEMENTOS FINITOS PARA MODELAGEM DE SISTEMAS DE ATERRAMENTO

Neste capítulo serão apresentadas as formulações de elementos finitos que descrevem os problemas eletrocinético e eletrodinâmico, como também o conceito de potencial flutuante utilizado no cálculo da corrente como grandeza global.

3.1 EQUAÇÕES DE MAXWELL NA FORMA LOCAL

Na forma local as quatro equações de Maxwell são escritas da seguinte maneira (BASTOS, 1996):

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (3.2)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.3)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (3.4)$$

As equações (3.1), (3.2), (3.3) e (3.4) são conhecidas, respectivamente, como a *Lei generalizada de Ampère*, *Lei da conservação do fluxo magnético*, *Lei de Faraday* e *Lei de Gauss*, sendo:

\vec{H} : Campo magnético [A/m];

\vec{J} : Densidade superficial de corrente [A/m^2];

\vec{D} : Indução elétrica [C/m^2];

t : Tempo [s];

\vec{B} : Indução magnética [T];

\vec{E} : Campo elétrico [V/m];

ρ : Densidade volumétrica de carga [V/m^3].

Ainda se definem três equações constitutivas (3.5), (3.6) e (3.7) que caracterizam os materiais presentes nos meios (BASTOS, 1996):

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (3.5)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (3.6)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (3.7)$$

Sendo:

μ : Permeabilidade magnética [H/m];

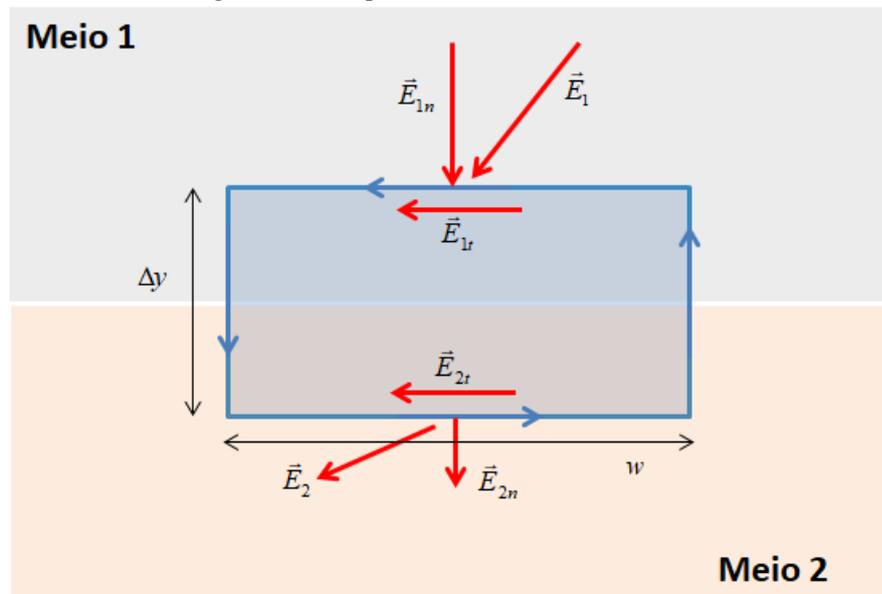
ε : Permissividade elétrica [F/m];

σ : Condutividade elétrica [S/m].

3.2 CONDIÇÃO DE TRANSMISSÃO DO CAMPO ELÉTRICO

Para analisar o comportamento do campo elétrico na passagem entre meios diferentes, suponham-se dois meios com propriedade elétricas diferentes sendo que o campo elétrico 1 (\vec{E}_1) se encontra no meio 1 e o campo elétrico 2 (\vec{E}_2) se encontra no meio 2. Para executar a análise, considera-se que os campos elétricos são decompostos em suas componentes normais e tangenciais, sendo \vec{E}_{1n} e \vec{E}_{1t} as componentes do campo elétrico 1 normal e tangencial, respectivamente, bem como \vec{E}_{2n} e \vec{E}_{2t} as componentes do campo elétrico 2 normal e tangencial, respectivamente. Considera-se também uma linha fechada que percorre parcialmente o meio 1 e o meio 2 com comprimento w e largura Δy conforme a Figura 12.

Figura 12 - Campo elétrico em meios diferentes.



Fonte: Autor.

Para esta análise, aplica-se a Lei de Faraday em sua forma integral, expressa em (3.8), na área delimitada pela linha fechada da Figura 12.

$$\oint_{L(A)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_A \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{A} \quad (3.8)$$

Na expressão a esquerda de (3.8) ao fazer o produto escalar da componente normal do campo elétrico por $d\vec{l}$, que é o infinitesimal ao longo da linha fechada, o resultado é zero, pois são vetores perpendiculares. Logo se tem apenas a parcela da componente tangencial do campo elétrico pelo comprimento w . Fazendo-se $\Delta y \rightarrow 0$, a área (do lado direito da expressão (3.8)), o fluxo e a integral de linha ao longo de Δy também tendem a zero. Portanto chega-se a expressão (3.9), que indica que as componentes tangenciais do campo elétrico são iguais nos meios distintos.

$$\begin{aligned} E_{1t}w - E_{2t}w &= 0 \\ E_{1t} &= E_{2t} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Agora considerando que o meio 2 seja um condutor perfeito, sabe-se que o campo elétrico num condutor perfeito é sempre nulo, logo, neste caso, $E_{1t} = E_{2t} = 0$ e, portanto, o campo elétrico terá apenas a componente normal, ou seja, o campo elétrico é sempre perpendicular a um condutor perfeito.

De maneira geral, todo vetor pode ser escrito em função da combinação entre a componente normal e tangencial. Suponha um vetor \vec{h} representado pela expressão (3.10).

$$\vec{h} = (\vec{n} \cdot \vec{h})\vec{n} + (\vec{n} \times \vec{h}) \times \vec{n} \quad (3.10)$$

A primeira parcela $((\vec{n} \cdot \vec{h})\vec{n})$ da expressão (3.10) corresponde a componente normal e a segunda parcela $((\vec{n} \times \vec{h}) \times \vec{n})$ corresponde a componente tangencial (DULAR, 1996).

Sabendo que a componente tangencial do campo elétrico em um condutor perfeito é sempre nula e considerando a representação da expressão (3.10), pode-se escrever que o produto vetorial entre o campo elétrico e o vetor normal na fronteira de um condutor perfeito é zero, sendo equacionado pela equação (3.11).

$$\vec{n} \times \vec{E} \Big|_{\Gamma_e} = 0 \quad (3.11)$$

Sendo:

Γ_e : Superfície de fronteira com o eletrodo;

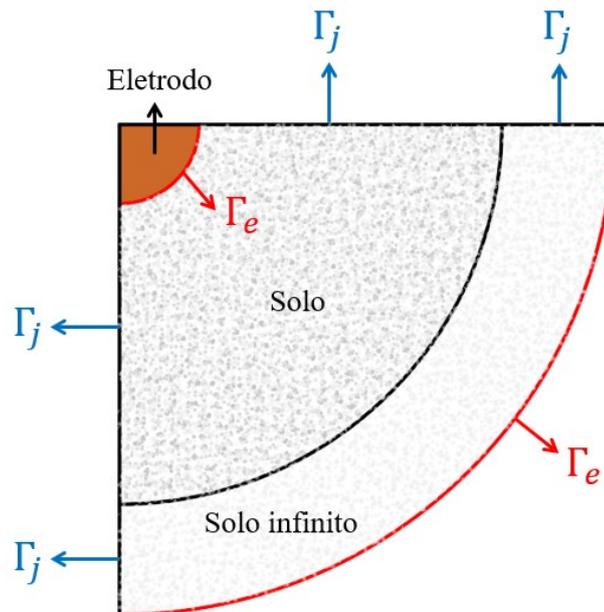
\vec{n} : Vetor normal à superfície Γ_e .

3.3 CONDIÇÕES HOMOGÊNEAS

Objetivando assegurar a unicidade das soluções, algumas condições de contorno ou de fronteira devem ser definidas no domínio de estudo Ω . Essas condições podem variar de acordo com o problema proposto e normalmente são relacionadas às componentes tangenciais do campo magnético (\vec{H}) e campo elétrico (\vec{E}) e às componentes normais da indução elétrica (\vec{D}), da densidade de corrente (\vec{J}) e da indução magnética (\vec{B}).

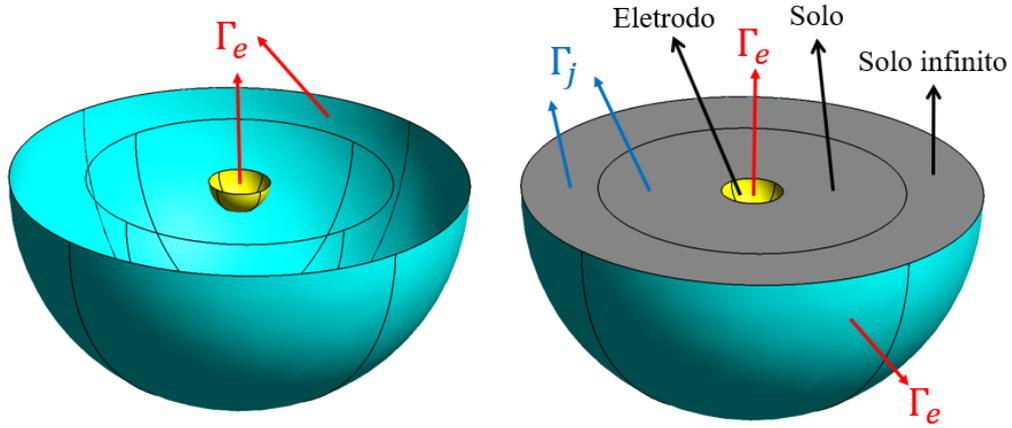
Considerando o modelo da Figura 13 que contém um eletrodo hemisférico com representação axissimétrica, foi definida a superfície de fronteira entre o eletrodo e o solo próximo como sendo Γ_e , assim como a superfície de contorno Γ_j sendo o limite da parte do solo infinito mais distante em relação ao eletrodo. Na superfície externa da região do solo infinito, o GetDP utiliza elementos infinitos, onde todos os nós pertencentes à superfície externa tendem ao infinito. Nessa superfície externa aplica-se a condição de contorno de Dirichlet com potencial nulo. O mesmo modelo foi representado na Figura 14, porém com representação em três dimensões (3D). Dependendo da capacidade de processamento computacional, pode-se adotar o modelo 3D, caso se tenha acesso a equipamentos com alto nível de processamento, ou caso contrário, utiliza-se o modelo axissimétrico (NSEKERE, 2009).

Figura 13 - Modelo axissimétrico de um eletrodo semiesférico.



Fonte: Adaptado de (NSEKERE, 2009).

Figura 14 - Modelo 3D de um eletrodo semiesférico.



Fonte: Adaptado de (NSEKERE, 2009).

Na fronteira Γ que delimita o domínio global Ω são definidas as condições de fronteira ou de contorno. Para as grandezas elétricas \vec{E} , \vec{J} e \vec{D} relacionadas às porções complementares das superfícies Γ_e e Γ_j (ou Γ_d) de Γ , eventualmente não conexa, são definidas as condições descritas pelas expressões (3.12), (3.13) e (3.14). Para as grandezas magnéticas \vec{H} e \vec{B} relacionadas às porções complementares das superfícies Γ_h e Γ_b de Γ , eventualmente não conexa, são definidas as condições descritas pelas expressões (3.15) e (3.16).

$$\vec{n} \times \vec{E}|_{\Gamma_e} = 0 \quad (3.12)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{D}|_{\Gamma_d} = 0 \quad (3.13)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{J}|_{\Gamma_j} = 0 \quad (3.14)$$

$$\vec{n} \times \vec{H}|_{\Gamma_h} = 0 \quad (3.15)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{B}|_{\Gamma_b} = 0 \quad (3.16)$$

As justificativas para a escolha dessas condições levam em conta a simetria do problema, fixando as direções dos campos ou razões físicas. Por exemplo, a condição da expressão (3.12) indica que o campo elétrico será perpendicular ao eletrodo, considerando que seja feito de material com condutividade infinita, assim como a expressão (3.15) indica que o

campo magnético será perpendicular ao material com permeabilidade infinita (NSEKERE, 2009).

3.4 FORMULAÇÃO ELETROKINÉTICA

A formulação eletrocinética objetiva estudar a distribuição do campo elétrico (\vec{E}) e da densidade superficial de corrente (\vec{J}) nos materiais condutores. Partindo das equações de Maxwell, especificamente da equação (3.1), aplica-se o divergente em ambos os lados desta equação, obtendo a expressão (3.17).

$$\text{div}(\text{rot } \vec{H}) = \text{div}\left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \quad (3.17)$$

Matematicamente o divergente de um rotacional é sempre zero e sabendo que não há variação temporal nesta formulação, o termo $\partial \vec{D} / \partial t$ também será zero, logo a expressão (3.17) pode ser reescrita conforme a expressão (3.18).

$$\text{div } \vec{J} = 0 \quad (3.18)$$

Ao analisar a equação (3.3), aliado ao fato de não haver variação temporal, tem-se que o termo $\partial \vec{B} / \partial t$ é nulo, resultando na expressão (3.19).

$$\text{rot } \vec{E} = 0 \quad (3.19)$$

Este modelo é aplicado no domínio global de estudo Ω , com fronteira Γ e caracterizado pelas equações (3.18) e (3.19), relação constitutiva (3.7) e condições de contorno (3.12) e (3.14). Estas expressões foram reescritas abaixo (3.20), (3.21), (3.22), (3.23) e (3.24).

$$\text{div } \vec{J} = 0 \quad (3.20)$$

$$\text{rot } \vec{E} = 0 \quad (3.21)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (3.22)$$

$$\vec{n} \times \vec{E}\Big|_{\Gamma_e} = 0 \quad (3.23)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{J}\Big|_{\Gamma_j} = 0 \quad (3.24)$$

Com $\Gamma = \Gamma_e \cup \Gamma_j$ e \vec{n} o vetor normal à superfície de fronteira Γ .

Para resolver o sistema de equações que contemplam as expressões (3.20), (3.21), (3.22), (3.23) e (3.24) é aplicado o conceito de potencial escalar elétrico. Assim define-se o campo elétrico (\vec{E}) em função do potencial escalar elétrico (V), conforme a expressão (3.25).

$$\vec{E} = -grad V \quad (3.25)$$

Sendo:

V : Potencial escalar elétrico [V].

Substituindo (3.25) em (3.22) e (3.20), chega-se a equação diferencial parcial da formulação eletrocinética, também conhecida como equação de Laplace (3.26):

$$div(\sigma grad V) = 0 \quad (3.26)$$

Como a equação (3.26) possui derivação de segunda ordem, costuma-se dizer que esta representação é a forma forte do problema eletrocinético.

Também é necessário aplicar a definição do potencial escalar elétrico nas condições de contorno, então substituindo (3.25) em (3.23) e (3.24), tem-se (3.27) e (3.28):

$$\vec{n} \times grad V|_{\Gamma_e} = 0 \quad (3.27)$$

$$\vec{n} \cdot \sigma grad V|_{\Gamma_j} = 0 \quad (3.28)$$

Na expressão (3.27) percebe-se que a variação da componente tangencial da tensão na superfície Γ_e é nula, logo se conclui que a tensão é constante nesta superfície. Essa condição é conhecida como a condição de Dirichlet e está equacionada na expressão (3.29). Na expressão (3.28) percebe-se que a variação da componente normal da tensão na superfície Γ_j é nula, logo se conclui que a corrente é nula em toda esta superfície. Essa condição é conhecida como a condição de Neumann e está equacionada na expressão (3.30).

$$V|_{\Gamma_e} = \text{Constante} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial V}{\partial n}|_{\Gamma_j} = 0 \quad (3.30)$$

Para resolver a equação (3.26) é utilizado o método dos resíduos ponderados.

3.4.1 Método de resíduos ponderados

O MEF consiste na resolução de uma equação relacionada ao comportamento físico do problema. Se os valores do potencial escalar elétrico encontrado pelo MEF satisfizerem a equação (3.26), tem-se uma solução exata do problema, porém se a solução for aproximada,

isto gerará um erro, não resultando em valor nulo, mas sim em um resíduo R e a equação de Laplace (3.26) pode ser rescrita pela expressão (3.31)

$$\operatorname{div}(\sigma \operatorname{grad} V) = R \quad (3.31)$$

O método de resíduos ponderados consiste em minimizar o resíduo R usando uma média ponderada. A equação (3.32) representa essa média ponderada no domínio de estudo Ω

$$\int_{\Omega} W R \, d\Omega = 0 \quad (3.32)$$

Sendo W a função peso ou função de teste.

Substituindo (3.31) em (3.32), tem-se a expressão (3.33).

$$\int_{\Omega} W \operatorname{div}(\sigma \operatorname{grad} V) \, d\Omega = 0 \quad (3.33)$$

Para uma função escalar v e um vetor \vec{u} qualquer, tem-se que o divergente do produto escalar $(v \cdot \vec{u})$ é dado por (3.34).

$$\operatorname{div}(v \cdot \vec{u}) = \vec{u} \cdot \operatorname{grad} v + v \operatorname{div} \vec{u} \quad (3.34)$$

Integrando a expressão (3.34) no volume de estudo Ω chega-se a (3.35).

$$\int_{\Omega} \operatorname{div}(v \cdot \vec{u}) \, d\Omega = \int_{\Omega} \vec{u} \cdot \operatorname{grad} v \, d\Omega + \int_{\Omega} v \operatorname{div} \vec{u} \, d\Omega \quad (3.35)$$

Aplicando o teorema da divergência no lado esquerdo da expressão anterior e reorganizando a equação, tem-se (3.36).

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} (\vec{n} \cdot \vec{u}) v \, d\Gamma &= \int_{\Omega} \vec{u} \cdot \operatorname{grad} v \, d\Omega + \int_{\Omega} v \operatorname{div} \vec{u} \, d\Omega \\ \int_{\Omega} v \operatorname{div} \vec{u} \, d\Omega &= \int_{\Gamma} (\vec{n} \cdot \vec{u}) v \, d\Gamma - \int_{\Omega} \vec{u} \cdot \operatorname{grad} v \, d\Omega \end{aligned} \quad (3.36)$$

Fazendo $v = W$, $\vec{u} = \sigma \operatorname{grad} V$ e relacionado às expressões (3.33) e (3.36), chega-se a (3.37).

$$\int_{\Omega} W \operatorname{div}(\sigma \operatorname{grad} V) \, d\Omega = \int_{\Gamma} \vec{n} \cdot (\sigma \operatorname{grad} V) W \, d\Gamma - \int_{\Omega} (\sigma \operatorname{grad} V) \cdot \operatorname{grad} W \, d\Omega = 0 \quad (3.37)$$

Utilizando as relações (3.22), (3.25) e escolhendo $W = V'$, sendo V' uma função teste pertencente ao espaço funcional $F(\Omega)$ definido no domínio de estudo Ω , tem-se a forma fraca do problema eletrocinético, pois o potencial elétrico escalar possui apenas a primeira ordem de derivação, conforme representada pela equação (3.38).

$$\int_{\Omega} (\sigma \operatorname{grad} V) \cdot \operatorname{grad} V' \, d\Omega + \int_{\Gamma} (\vec{n} \cdot \vec{J}) V' \, d\Gamma = 0, \forall V' \in F(\Omega) \quad (3.38)$$

Aplicando o método de elementos finitos na equação (3.38), chega-se a um sistema matricial no qual as incógnitas são os potenciais nos nós dos elementos que compõem toda a malha. Por fim são aplicadas as condições de contorno na matriz global e o sistema é resolvido, com a obtenção dos potenciais elétricos nos nós dos elementos (MEUNIER, 2008).

3.5 FORMULAÇÃO ELETRODINÂMICA

A formulação eletrodinâmica objetiva estudar a distribuição do campo elétrico (\vec{E}) e da densidade superficial de corrente (\vec{J}) nos materiais isolantes e condutores. Novamente, partindo das equações de Maxwell, especificamente da equação (3.1), aplica-se o divergente em ambos os lados desta expressão, obtendo a expressão (3.17). Como matematicamente o lado esquerdo da expressão é zero, chega-se a expressão (3.39).

$$\text{div} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = 0 \quad (3.39)$$

Ao analisar a equação (3.3), aliado ao fato de não haver campo magnético variando no tempo, tem-se que o termo $\partial \vec{B} / \partial t$ é nulo, resultando na expressão (3.40).

$$\text{rot } \vec{E} = 0 \quad (3.40)$$

Utilizando também a *Lei de Gauss* (3.4), e as relações constitutivas (3.6) e (3.7), tem-se as expressões que caracterizam o problema eletrodinâmico. Por questão de simplicidade, as expressões foram reescritas em (3.41), (3.42), (3.43), (3.44) e (3.45):

$$\text{div} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = 0 \quad (3.41)$$

$$\text{rot } \vec{E} = 0 \quad (3.42)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (3.43)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (3.44)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (3.45)$$

Este modelo é aplicado no domínio global de estudo Ω , com fronteira Γ e com a condição de contorno (3.12). Para a condição expressa pela equação (3.14) foi considerado também a parcela da “corrente de deslocamento”, sendo expressa pela equação (3.46). Estas expressões foram reescritas em (3.46) e (3.47).

$$\vec{n} \cdot \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \Big|_{\Gamma_j} = 0 \quad (3.46)$$

$$\vec{n} \times \vec{E} \Big|_{\Gamma_e} = 0 \quad (3.47)$$

Com $\Gamma = \Gamma_e \cup \Gamma_j$ e \vec{n} o vetor normal à superfície de fronteira Γ .

Para resolver o sistema de equações que contemplam as expressões (3.41), (3.42), (3.43), (3.44), (3.45), (3.46) e (3.47) é aplicado novamente o conceito de potencial escalar elétrico, conforme a expressão (3.25).

Substituindo (3.25) em (3.45) e (3.44), então se aplica em (3.41) chegando-se na equação diferencial parcial da formulação eletrodinâmica (3.48).

$$\begin{aligned} \vec{J} &= -\sigma \text{grad } V \\ \vec{D} &= -\varepsilon \text{grad } V \\ \text{div} \left[-\sigma \text{grad } V - \frac{\partial (\varepsilon \text{grad } V)}{\partial t} \right] &= 0 \\ \text{div} \left[\sigma \text{grad } V + \frac{\partial (\varepsilon \text{grad } V)}{\partial t} \right] &= 0 \end{aligned} \quad (3.48)$$

Também é necessário aplicar a definição do potencial escalar elétrico nas condições de contorno, então substituindo (3.25) em (3.46) e (3.47), tem-se (3.49) e (3.50).

$$\vec{n} \times \text{grad } V \Big|_{\Gamma_e} = 0 \quad (3.49)$$

$$\vec{n} \cdot \left(\sigma \text{grad } V + \frac{\partial (\varepsilon \text{grad } V)}{\partial t} \right) \Big|_{\Gamma_j} = 0 \quad (3.50)$$

Para a expressão (3.49), semelhante à justificativa da equação (3.27), percebe-se que a variação da componente tangencial da tensão na superfície Γ_e é nula, logo se conclui que a tensão é constante nesta superfície. Essa condição é conhecida como a condição de Dirichlet e está equacionada na expressão (3.51). Na expressão (3.50) percebe-se que a variação da componente normal da tensão na superfície Γ_j é nula, logo se conclui que a corrente é nula em toda esta superfície. Essa condição é conhecida como a condição de Neumann e está equacionada na expressão (3.52).

$$V \Big|_{\Gamma_e} = \text{Constante} \quad (3.51)$$

$$\left. \frac{\partial V}{\partial n} \right|_{\Gamma_j} = 0 \quad (3.52)$$

Para resolver a equação (3.48) é utilizado o método dos resíduos ponderados no qual a equação resultante é conhecida como a formulação fraca do problema e dada por (3.53).

$$\int_{\Omega} \left[\sigma \text{grad} V + \frac{\partial (\varepsilon \text{grad} V)}{\partial t} \right] \cdot \text{grad} V' d\Omega + \int_{\Gamma} \left[\vec{n} \cdot \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \right] V' d\Gamma = 0, \forall V' \in F(\Omega) \quad (3.53)$$

Sendo V' uma função teste pertencente ao espaço funcional $F(\Omega)$ definido no domínio de estudo Ω , tem-se a forma fraca do problema eletrodinâmico, pois o potencial elétrico escalar possui apenas a primeira ordem de derivação.

No domínio da frequência, tem-se que $\partial/\partial t = j\omega$, sendo $j = \sqrt{-1}$ a unidade imaginária do número complexo e ω a frequência angular elétrica [rad/s]. Assim, a formulação fraca do problema eletrodinâmico é dada por (3.54):

$$\int_{\Omega} (\sigma + j\omega\varepsilon) \text{grad} V \cdot \text{grad} V' d\Omega + \int_{\Gamma} [\vec{n} \cdot (\vec{J} + j\omega\vec{D})] V' d\Gamma = 0, \forall V' \in F(\Omega) \quad (3.54)$$

Aplicando o método de elementos finitos nas equações (3.53) e (3.54), chega-se a um sistema matricial no qual as incógnitas são os potenciais nos nós dos elementos que compõe toda a malha. Por fim são aplicadas as condições de contorno na matriz global e o sistema é resolvido, com a obtenção dos potenciais elétricos nos nós dos elementos (MEUNIER, 2008).

3.6 POTENCIAL FLUTUANTE

Segundo os princípios da teoria eletromagnética, a superfície de um condutor elétrico ou magnético perfeito é estabelecida como uma superfície equipotencial nas condições estática e quase-estática. Quando o valor desse potencial é conhecido, estabelece-se uma condição de contorno de Dirichlet, permitindo a exclusão do interior do condutor perfeito do domínio do problema, já que o potencial permanece constante em todo o volume do condutor. Em contrapartida, na ausência de conhecimento do valor equipotencial, ocorre a definição de um potencial flutuante (DULAR; LEGROS; NICOLET, 1998) e (HAFNER, 2016).

Muitas formulações de problemas eletromagnéticos fazem o uso de potenciais escalares, do qual o gradiente é um campo vetorial físico, conforme indicado na expressão (3.25). Esses potenciais definem campos de grandezas locais no domínio estudado e podem ser aproximados com o método de elementos finitos.

Certas condições de contorno em partes da fronteira do domínio estudado podem implicar na definição de valores flutuantes para potenciais escalares. Sendo que um valor flutuante é uma constante desconhecida em uma região e vem de uma condição de contorno homogênea para a componente tangencial do campo vetorial físico associado. Por exemplo, a expressão (3.55) implica que V é constante em Γ .

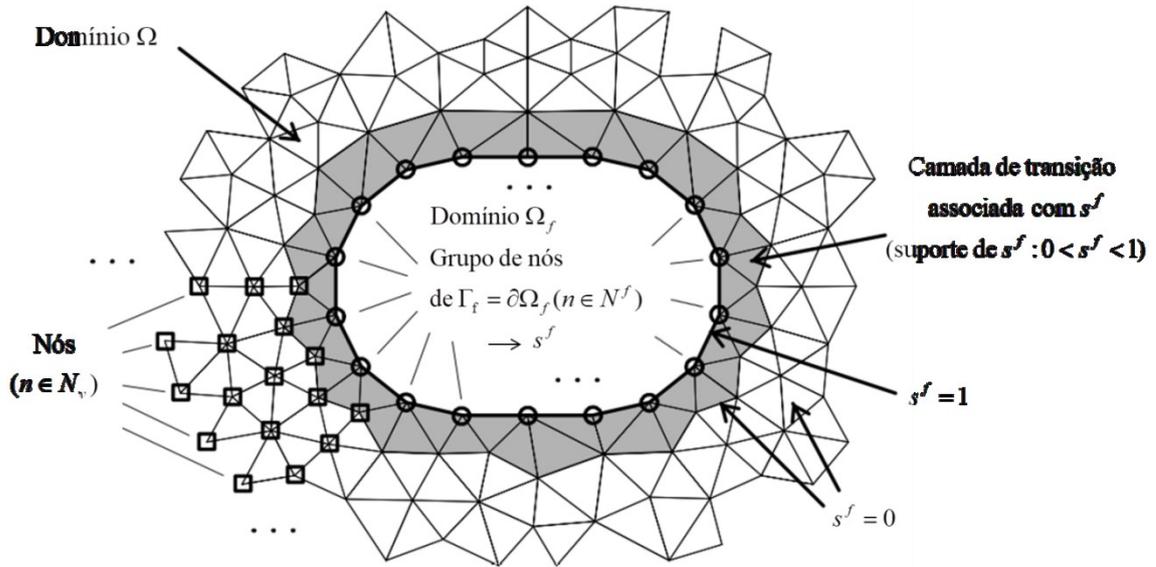
$$\vec{n} \times \vec{E}|_{\Gamma} = \vec{n} \times \text{grad } V|_{\Gamma} = 0 \quad (3.55)$$

Além disso, em alguns casos, pode ser vantajoso extrair algumas regiões do domínio estudado quando elas exibem propriedades particulares, geralmente grandes valores de propriedades físicas, para evitar dificuldades numéricas durante o cálculo. Portanto, apenas os limites dessas regiões devem ser levados em consideração no modelo de elementos finitos. Isso resulta na definição de condições de contorno associadas, levando novamente ao conceito de potenciais flutuantes (DULAR *et al*, 1998b).

Um método natural e geral pode ser aplicado para considerar eficientemente os potenciais flutuantes no método de elementos finitos, fazendo o uso apenas da informação contida na formulação fraca do problema, sem nenhum procedimento computacional intermediário, para expressar as quantidades de fluxo global que são necessárias para uma definição completa de potenciais flutuantes (DULAR *et al*, 1998b).

Neste estudo, emprega-se uma abordagem que lida com os potenciais flutuantes, combinando-os com o método de elementos finitos para resolver problemas estático e quase-estático relacionados ao campo elétrico. Com o intuito de esclarecer as restrições que definem os potenciais flutuantes, os nós de Ω são categorizados em conjuntos complementares: N_v , representa os nós dentro de Ω , e N^f , para todo f pertencente a C_f , representa os conjuntos de nós nas partes Γ_f , conforme a Figura 15.

Figura 15 - Nós e grupos de nós associados com a caracterização de um potencial escalar com valores flutuantes.



Fonte: Adaptado de (DULAR *et al*, 1998b).

Os potenciais flutuantes sendo constantes em cada Γ_f , pode-se escrever os potenciais como indicadas em (3.56) e (3.57).

$$V = \sum_{n \in N_v} V_n s_n + \sum_{f \in C_f} V^f s^f \quad (3.56)$$

Sendo:

$$s^f = \sum_{n \in N^f} s_n, \forall f \in C_f \quad (3.57)$$

Em que $s_n, \forall n \in C_n$, e $s^f, \forall f \in C_f$, são as funções de base para as restrições de potencial (DULAR; LEGROS; NICOLET, 1998).

Cada função s^f está vinculada ao conjunto de nós da fronteira Γ_f , sendo este conjunto uma entidade geométrica global, enquanto os nós $n \in N_v$ são entidades elementares. O suporte de s^f , isto é, a extensão de seus valores não nulos, é restrito a uma camada de transição que engloba todos os elementos geométricos com nós sobre Γ_f .

A discretização da formulação fraca usando funções testes, conforme descrito em (3.56), resulta em sistemas simétricos regulares de equações. As funções teste $s_n, \forall n \in N_v$, são tratadas de maneira convencional, enquanto as funções testes $s^f, \forall f \in C_f$, demandam uma consideração mais detalhada (DULAR; LEGROS; NICOLET, 1998).

3.6.1 Potencial flutuante aplicado à formulação eletrodinâmica

Ao empregar a função teste $s^f = 1$ na fronteira Γ_f no segundo termo do lado esquerdo da equação (3.53) que é a formulação fraca do problema eletrodinâmica, obtém-se a definição do fluxo de corrente que está associada a uma corrente elétrica. Portanto, na integral de superfície sobre Γ_f na equação (3.53), é possível substituir o valor da corrente, como indicado em (3.58).

$$\int_{\Gamma_f} \left[\vec{n} \cdot \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \right] V' d\Gamma = \int_{\Gamma_f} \left[\vec{n} \cdot \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \right] s^f d\Gamma = \int_{\Gamma_f} \left[\vec{n} \cdot \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \right] 1 d\Gamma = I \quad (3.58)$$

Assim, o cálculo da corrente global pode ser realizado substituindo (3.58) em (3.53), ficando como indicado em (3.59).

$$I = - \int_{\Omega} \left[\sigma \text{grad} V + \frac{\partial (\varepsilon \text{grad} V)}{\partial t} \right] \cdot \text{grad} s^f d\Omega, \forall f \in C_f \quad (3.59)$$

Esta abordagem está completamente alinhada com a formulação fraca do problema, ou seja, com a equação (3.53), e, assim, com uma conservação de fluxo atendida de forma fraca. O cálculo da corrente elétrica, baseado na integração da superfície explícita de $\vec{n} \cdot (\vec{J} + \partial \vec{D} / \partial t)$ seria influenciado pela escolha da superfície de integração. Portanto, o cálculo da corrente elétrica com base em uma integral de volume proporciona uma abordagem mais robusta para realizar o cálculo da impedância. Tendo a tensão global V e a corrente global I , é possível obter o valor da impedância por meio de (3.60).

$$Z = \frac{V}{I} \quad (3.60)$$

3.6.2 Potencial flutuante aplicado à formulação eletrocinética

Semelhante ao que foi feito em 3.6.1, ao empregar a função teste $s^f = 1$ na fronteira Γ_f no segundo termo do lado esquerdo da equação (3.38) que é a formulação fraca do problema da eletrocinética, obtém-se a definição do fluxo de corrente que está associada a uma corrente elétrica. Portanto, na integral de superfície sobre Γ_f na equação (3.38), é possível substituir o valor da corrente, como indicado em (3.61).

$$\int_{\Gamma_f} (\vec{n} \cdot \vec{J}) V' d\Gamma = \int_{\Gamma_f} (\vec{n} \cdot \vec{J}) s^f d\Gamma = \int_{\Gamma_f} (\vec{n} \cdot \vec{J}) 1 d\Gamma = I \quad (3.61)$$

Assim, o cálculo da corrente global pode ser realizado substituindo (3.61) em (3.38), ficando como indicado em (3.62).

$$I = -\int_{\Omega} (\sigma \operatorname{grad} V) \cdot \operatorname{grad} s^f d\Omega, \forall f \in C_f \quad (3.62)$$

Esta abordagem também está completamente alinhada com a formulação fraca do problema, ou seja, com a equação (3.38), e, assim, com uma conservação de fluxo atendida de forma fraca. O cálculo da corrente elétrica, baseado na integração da superfície explícita de $\vec{n} \cdot \vec{J}$ seria influenciado pela escolha da superfície de integração. Portanto, o cálculo da corrente elétrica com base em uma integral de volume proporciona uma abordagem mais robusta para realizar o cálculo da resistência. Tendo a tensão global V e a corrente global I , é possível obter o valor da resistência por meio de (3.63).

$$R = \frac{V}{I} \quad (3.63)$$

3.7 CONCLUSÕES

Inicialmente foram apresentadas as equações de Maxwell na forma local e as relações constitutivas. No segundo tópico, analisaram-se as condições de transmissão do campo elétrico entre meios diferentes, realizando a decomposição do vetor campo elétrico na componente tangencial e na componente normal à superfície de contorno entre os meios. No terceiro tópico foram examinadas as condições homogêneas, que indicam o comportamento de algumas grandezas na fronteira ou contorno do domínio de estudo, relacionando as componentes tangenciais do campo magnético (\vec{H}) e campo elétrico (\vec{E}) e as componentes normais da indução elétrica (\vec{D}), da densidade de corrente (\vec{J}) e da indução magnética (\vec{B}).

Após a definição das equações e grandezas, como também a análise do comportamento delas na fronteira dos meios, apresentou-se o equacionamento de duas formulações que se diferem no princípio eletromagnético da fonte de energia envolvida. A primeira formulação apresentada foi a eletrocinética, que estuda a distribuição espacial do campo elétrico e da densidade superficial de corrente nos materiais condutores, gerada por uma fonte elétrica contínua e constante no tempo. Em seguida, apresentou-se a formulação eletrodinâmica, que estuda a distribuição do campo elétrico e da densidade superficial de corrente elétrica em materiais isolantes e condutores, a partir de uma fonte elétrica que varia no tempo ou na frequência.

No último tópico, definiu-se o conceito de potencial flutuante, que é uma constante desconhecida em uma região e decorre de uma condição de contorno homogênea para a componente tangencial do campo vetorial físico associado. Com esta definição foi possível calcular a corrente global para ambas as formulações apresentadas de forma mais robusta por meio de uma integral de volume. O uso do potencial flutuante tem como objetivo otimizar e reduzir o tempo de processamento computacional em algumas situações em que a condição de contorno se encaixa nos critérios pré-definidos. Portanto, espera-se que ao se utilizar essa definição, o tempo de simulação diminua em relação ao tempo de simulação dos *softwares* que resolvem o problema da forma diferente.

4 IMPLEMENTAÇÃO DO PROCEDIMENTO DE CÁLCULO

Neste capítulo são apresentados os equacionamentos utilizados pelos *softwares* Gmsh (GEUZAINÉ; REMACLE, 2009) e GetDP (DULAR *et al*, 1998a), que utilizam o método dos elementos finitos, para calcular a solução do problema da resistência de aterramento e capacitância do eletrodo. Também é indicado o tipo de fonte que pode ser utilizada no programa e as equações de entrada.

Com o intuito de verificar o comportamento da impedância de aterramento frente à variação da frequência da fonte, neste capítulo foram inseridas ao código, da formulação eletrodinâmica, as expressões de Visacro-Alípio descritas no capítulo 2 em (2.30) e (2.31). Para cada caso proposto foi efetuado o cálculo da resistência de aterramento considerando a expressão analítica, a formulação eletrocinética e a formulação eletrodinâmica, sendo que neste último caso foi considerada a dependência dos parâmetros do solo em função da frequência.

Por fim, foram analisadas as diferenças entre os resultados obtidos com o uso da formulação eletrocinética e eletrodinâmica. Com isso é possível delimitar uma faixa de frequência em que ambas as formulações possuem diferenças aceitáveis dentro de certas aplicações e, assim, estabelecer a faixa de frequências em que a aplicação da formulação eletrocinética permanece relevante para resolver os problemas relacionados a altas frequências. Para aqueles que trabalham em simulação que envolva estas formulações, ao escolher a diferença percentual aceitável para os resultados, é possível otimizar a utilização do *hardware* para a resolução de questões de aterramento elétrico em uma determinada faixa do espectro, em contraste com o emprego da formulação eletrodinâmica, que costuma exigir mais processamento de dados.

4.1 GMSH E GETDP

Neste trabalho são utilizados dois *softwares*, sendo um deles o Gmsh (GEUZAINÉ; REMACLE, 2009) que é um *software* livre de mutiplataforma que gera malha em três dimensões para simulações numéricas de diversos fenômenos físicos, no caso em questão um problema de origem eletromagnética. Com a interface gráfica é possível criar geometrias complexas e geração de malha em elementos finitos, que ao fim pode ser exportado para ser usado em outro programa de cálculo.

O outro *software* é o GetDP (DULAR *et al*, 1998a), que também é livre e de multiplataforma de solução numérica dos problemas físicos e de engenharia que utiliza o método de elementos finitos para solução dos problemas. Com o programa é possível resolver equações diferenciais parciais em problemas estáticos e dinâmicos, assim como os problemas de acoplamento multifísico. Como o código é aberto e possui linguagem própria para criação de geometria e definição das condições de contorno, é possível inserir as equações características que permeiam a situação, permitindo uma grande flexibilidade na modelagem do problema.

Ambos os *softwares* são executáveis. Inicia-se pela execução do Gmsh, onde se deve buscar o arquivo que contenha os dados de entrada para a confecção da geometria e definição dos materiais de cada volume. Em seguida, busca-se pelo *solver* GetDP no qual é definido quais arquivos de saída se deseja, otimizando o processamento de tal forma que se limita a solução que se queira no momento, não sendo necessário calcular todas as soluções em cada interação.

Com o Gmsh/GetDP é possível controlar as entradas de dados, características intrínsecas dos materiais, considerando-as constantes ou variáveis, a formulação que permeia o problema, como também as etapas de pré- e pós-processamento. Para aperfeiçoar todo esse processamento das interações numéricas é possível adotar outro *software* que desempenhe ações automatizadas dos programas executáveis de forma contínua, no qual tendo todos os arquivos de definição dos dados e do problema, consegue-se fazer a execução dos *softwares* de forma remota e em diferentes passos, facilitando a execução do cálculo e diminuindo o tempo de processamento.

4.2 EQUACIONAMENTO DA FONTE

Devido o programa ser de código aberto é possível impor uma expressão matemática para a fonte de corrente ou a fonte de tensão no eletrodo de aterramento e calcular a tensão ou corrente elétrica no eletrodo.

Nas simulações que utilizam a formulação eletrocinética foi imposta uma corrente contínua com magnitude de $10 A$. Por meio do método de elementos finitos, calcula-se a tensão elétrica na superfície do eletrodo, e por fim calcula-se a resistência de aterramento pela expressão (4.4).

Nas simulações que utilizam a formulação eletrodinâmica é possível trabalhar o problema no domínio da frequência ou no domínio do tempo. Para o domínio da frequência a fonte de corrente é um fasor com amplitude máxima I_o [A] e defasagem elétrica ϕ [rad].

No domínio do tempo a fonte de corrente tem duas possíveis definições em relação à forma de onda, podendo possuir uma forma de onda senoidal ou impulsiva. Para a forma de onda senoidal a função utilizada está descrita na expressão (4.1).

$$i(t) = I \cos(2\pi f t + \phi) \quad (4.1)$$

Sendo:

t : Tempo [s];

$i(t)$: Função da corrente elétrica em função do tempo t [A].

Para a forma de onda impulsiva a função que a descreve se encontra na expressão (4.2) conforme indica (IEC, 2014) e observada na Figura 16.

$$i_{surto}(t) = k_i \left[\frac{i_1}{k_{surto}} \frac{\left(\frac{t}{t_1}\right)^{n_{surto}}}{1 + \left(\frac{t}{t_1}\right)^{n_{surto}}} e^{\frac{-t}{t_2}} \right] \quad (4.2)$$

Sendo que os coeficientes têm os seguintes valores:

$$k_i = 1;$$

$$t_1 = 47,52 \mu s;$$

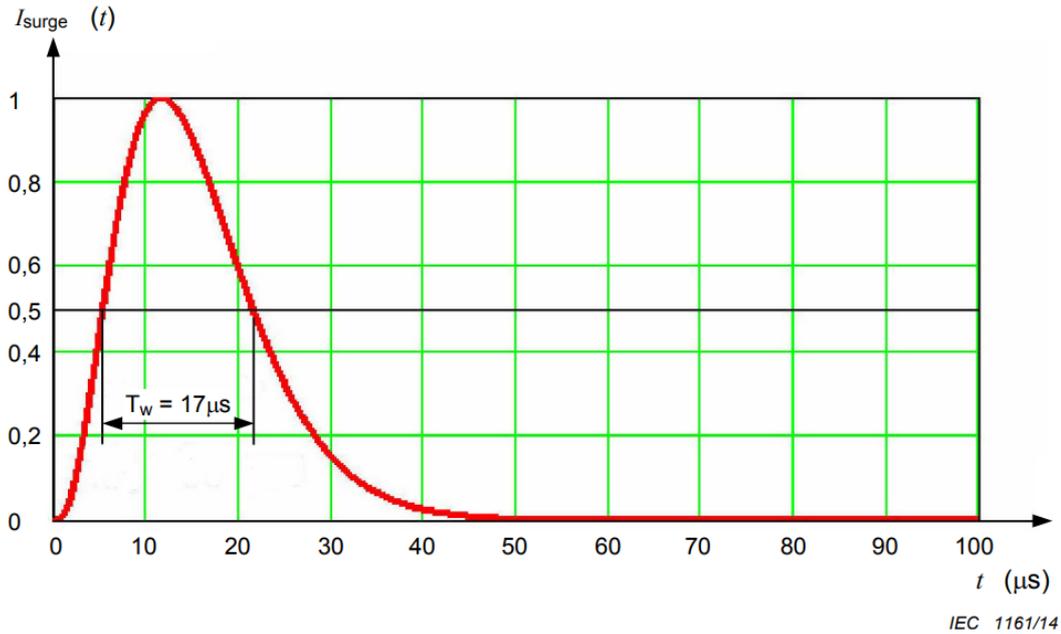
$$t_2 = 4,296 \mu s;$$

$$i_1 = 0,939;$$

$$n_{surto} = 2,741;$$

$$k_{surto} = e^{\frac{-t_1}{t_2} \left(\eta_{surto} \frac{t_2}{t_1} \right)^{\frac{1}{n_{surto}}}}$$

Figura 16 - Corrente de impulso para excitação do eletrodo de aterramento.



Fonte: (IEC, 2014).

Para o caso em que se aplique uma fonte de tensão impulsiva, pode-se utilizar a função descrita na expressão (4.3) conforme indica (IEC, 2014) e observada na Figura 17.

$$v_{surto}(t) = k_v \left[\frac{v_1}{k_{surto}} \frac{\left(\frac{t}{t_1}\right)^{n_{surto}}}{1 + \left(\frac{t}{t_1}\right)^{n_{surto}}} e^{-\frac{t}{t_2}} \right] \quad (4.3)$$

Sendo que os coeficientes têm os seguintes valores:

$$k_v = 1;$$

$$t_1 = 0,356 \mu s;$$

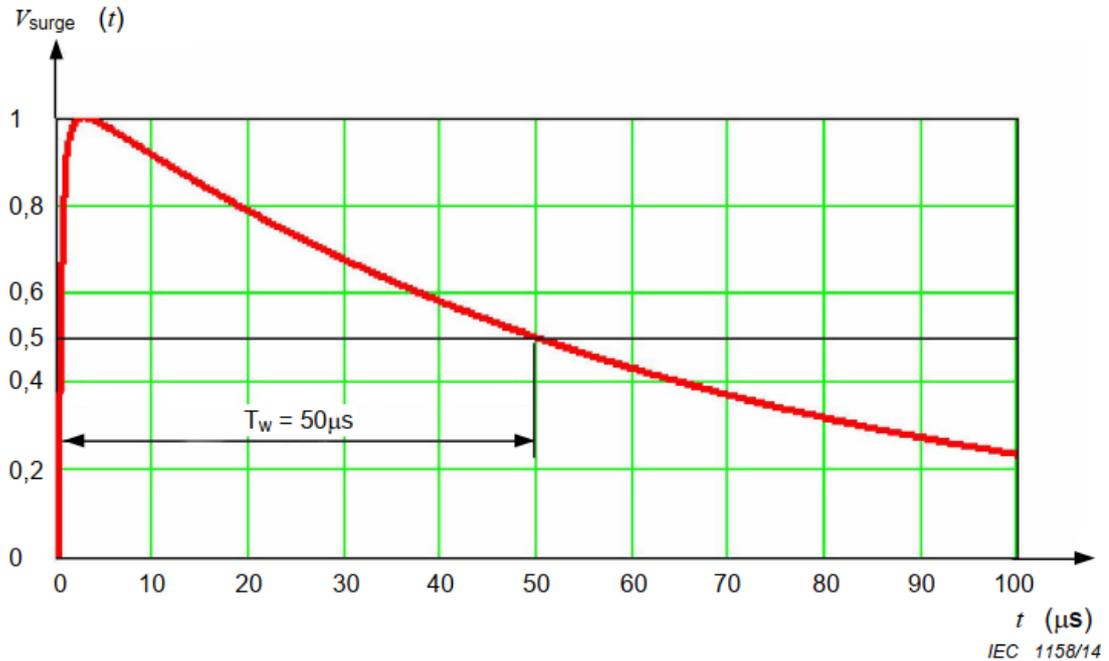
$$t_2 = 65,845 \mu s;$$

$$v_1 = 0,94;$$

$$n_{surto} = 1,852;$$

$$k_{surto} = e^{\frac{-t_1}{t_2} \left(n_{surto} \frac{t_2}{t_1} \right)^{\frac{1}{n_{surto}}}}$$

Figura 17 - Tensão de impulso para excitação do eletrodo de aterramento.



Fonte: (IEC, 2014).

Os elevados níveis de corrente gerados durante descargas diretas resultam no fenômeno da ionização do solo, cujas características variam conforme as propriedades do solo em questão. Nesse contexto, o conceito de resistência equivalente de aterramento é de suma importância para a avaliação de sistemas de aterramento sujeitos a elevados impulsos de corrente, podendo essa resistência de aterramento ser definida como a razão entre os valores máximos de tensão pelo valor máximo de corrente obtidos durante a descarga elétrica (COELHO, 2010).

Independente do domínio escolhido, frequência ou tempo, como também da forma de onda escolhida para a fonte, senoidal ou impulsiva, obtém-se pelo método de elementos finitos a tensão elétrica na superfície do eletrodo, calcula-se a admitância por meio da relação mencionada na expressão (4.5) e, por fim, chega-se aos valores da resistência de aterramento e a capacitância, sendo que as expressões foram indicadas em (4.6) e (4.7), respectivamente.

4.3 EQUACIONAMENTO DOS RESULTADOS

No capítulo 3 foram apresentadas duas formulações que consideraram situações físicas diferentes, sendo a formulação eletrocinética e eletrodinâmica. Foi desenvolvido um arquivo individual para cada formulação o qual contém as equações características do

problema e condições de contorno juntamente com a possibilidade de inserir a dependência da frequência para os parâmetros característicos dos materiais, em especial para a condutividade e permissividade do solo. Para este estudo, utiliza-se a formulação eletrocinética quando o foco é analisar apenas a resistência de aterramento do sistema e se utiliza a formulação eletrodinâmica quando se deseja conhecer o comportamento da resistência de aterramento e da capacitância ao longo do tempo, ao se ter uma fonte de alimentação variável no tempo.

Para a formulação eletrocinética a resistência de aterramento pode ser calculada pela relação (4.4).

$$R = \frac{V}{I} \quad (4.4)$$

Sendo:

V : Tensão global no eletrodo [V];

I : Corrente elétrica no eletrodo [A];

R : Resistência elétrica de aterramento [Ω].

Para a formulação eletrodinâmica devido à fonte de energia ser variável, o resultado da razão entre a corrente elétrica e a diferença de potencial elétrica é uma admitância (4.5), no qual o inverso da parte real da admitância fornece a resistência elétrica (4.6) e a parte imaginária da admitância fornece a reatância capacitiva, em que se pode calcular a capacitância isoladamente dividindo pela frequência angular elétrica (4.7).

$$Y = \frac{I}{V} \quad (4.5)$$

$$R = \text{Re} \{ 1/Y \} \quad (4.6)$$

$$C = \text{Im}\{Y\} / \omega \quad (4.7)$$

Sendo:

Y : Admitância [S];

$\text{Re}\{Y\}$: Parte real da admitância [S];

R : Resistência [Ω];

$\text{Im}\{Y\}$: Parte imaginária da admitância [S];

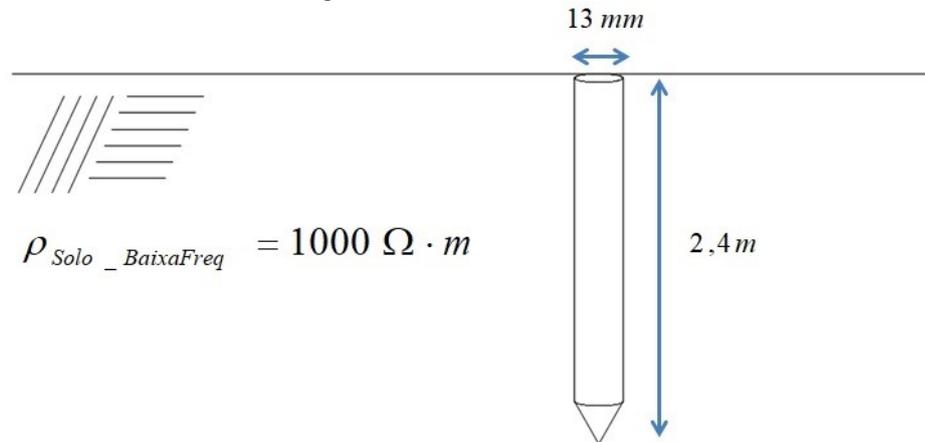
ω : Frequência angular elétrica [rad/s];

C : Capacitância [F].

4.4 RESULTADOS

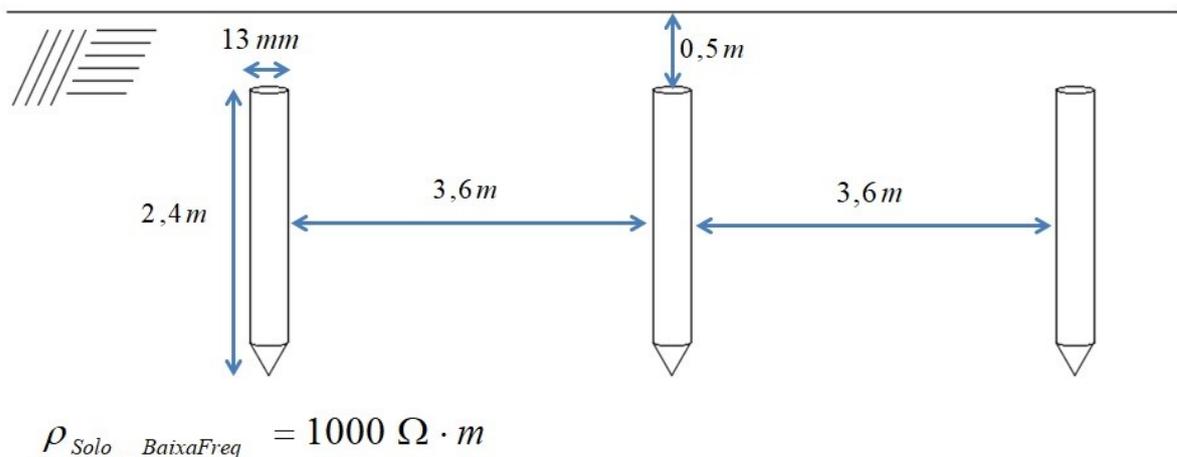
Foram adotadas três configurações geométricas de aterramento. Sendo a primeira uma haste vertical no nível do solo, Figura 18. A segunda geometria corresponde a três hastes verticais em linha, afastadas de $3,6\text{ m}$ entre si, com profundidade de $0,5\text{ m}$, Figura 19. E na terceira configuração foram adotadas três hastes verticais em triângulo, afastadas de $3,6\text{ m}$ entre si, com profundidade de $0,5\text{ m}$, Figura 20. Em todos os casos as hastes possuem $2,4\text{ m}$ de comprimento e 13 mm de diâmetro, sendo considerado também que o solo possui uma resistividade elétrica em baixa frequência de $1000\ \Omega \cdot m$.

Figura 18 - Uma haste vertical.



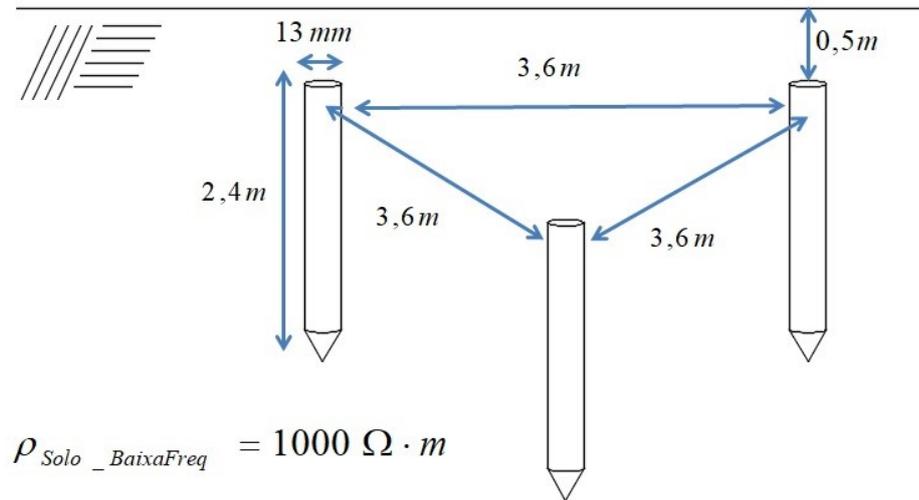
Fonte: Autor.

Figura 19 - Três hastes verticais em linha.



Fonte: Autor.

Figura 20 - Três hastes verticais em triângulo.



Fonte: Autor.

4.4.1 Caso 1: Uma haste vertical

A expressão analítica que indica o cálculo da resistência de aterramento foi comentada no capítulo 2 e está indicada novamente em (4.8).

$$R_T = \frac{\rho}{2\pi L} \left(\ln \left(\frac{4L}{a} \right) - 1 \right) \quad (4.8)$$

Sendo que foi considerado:

$$\rho = 1000 \Omega \cdot m;$$

$$L = 2,4 m;$$

$$a = 13 \text{ mm} / 2 = 6,5 \text{ mm}.$$

As mesmas considerações foram feitas para a montagem da geometria do problema considerando as formulações eletrocinética e eletrodinâmica. Para a formulação eletrodinâmica foi efetuado o cálculo da resistência de aterramento e da capacitância em diferentes frequências variando de 60 Hz a 4 MHz e incluindo as expressões de dependência da frequência para a resistividade e permissividade do solo, conforme mencionadas no capítulo 2 e indicadas nas expressões (2.30) e (2.31).

A Tabela 3 compara o resultado obtido pela equação analítica com os resultados obtidos pelas formulações para um eletrodo vertical envolto com solo de resistividade elétrica de 1000 $\Omega \cdot m$ em baixa frequência.

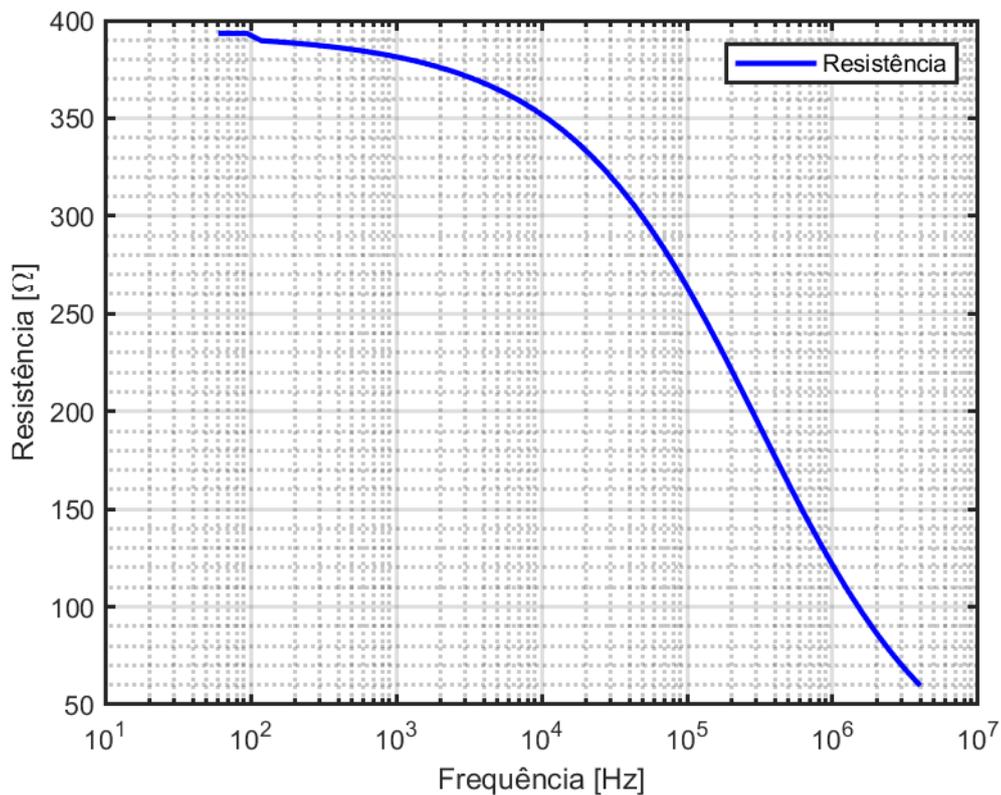
Tabela 3 - Cálculo da resistência para 1 eletrodo vertical de diâmetro de 13 mm e comprimento de 2,4 m.

Método de Cálculo	Frequência	Resistência	Diferença
Equação analítica	0 Hz	417,63 Ω	0
Eletrocinética	0 Hz	393,47 Ω	5,79%
Eletrodinâmica	60 Hz	393,45 Ω	5,79%
	100 kHz	263,69 Ω	36,86%
	1 MHz	121,28 Ω	70,96%
	4 MHz	59,69 Ω	85,71%

Fonte: Autor.

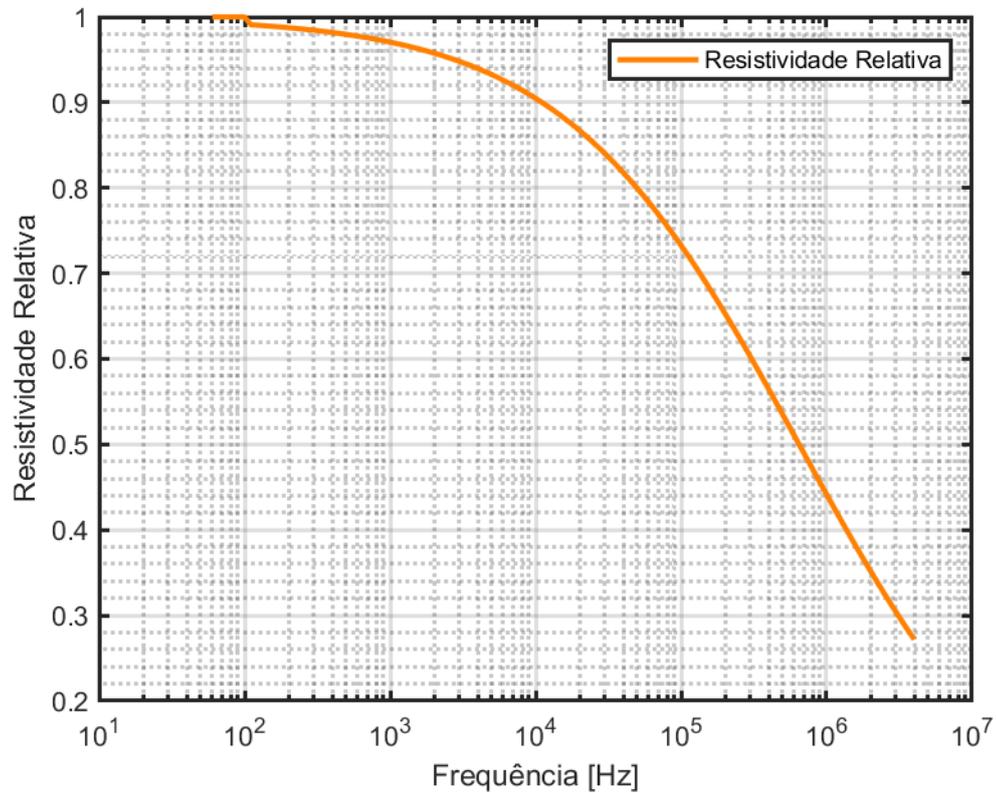
Ao considerar a dependência da frequência para a resistividade e permissividade do solo, observa-se na Figura 21 que a resistência de aterramento tem uma variação significativa ao longo do espectro da frequência, sendo proporcional à variação da resistividade relativa considerada neste caso e indicada na Figura 22.

Figura 21 - Curva da resistência de 1 haste vertical (Caso 1) considerando a dependência dos parâmetros do solo em relação à frequência.



Fonte: Autor.

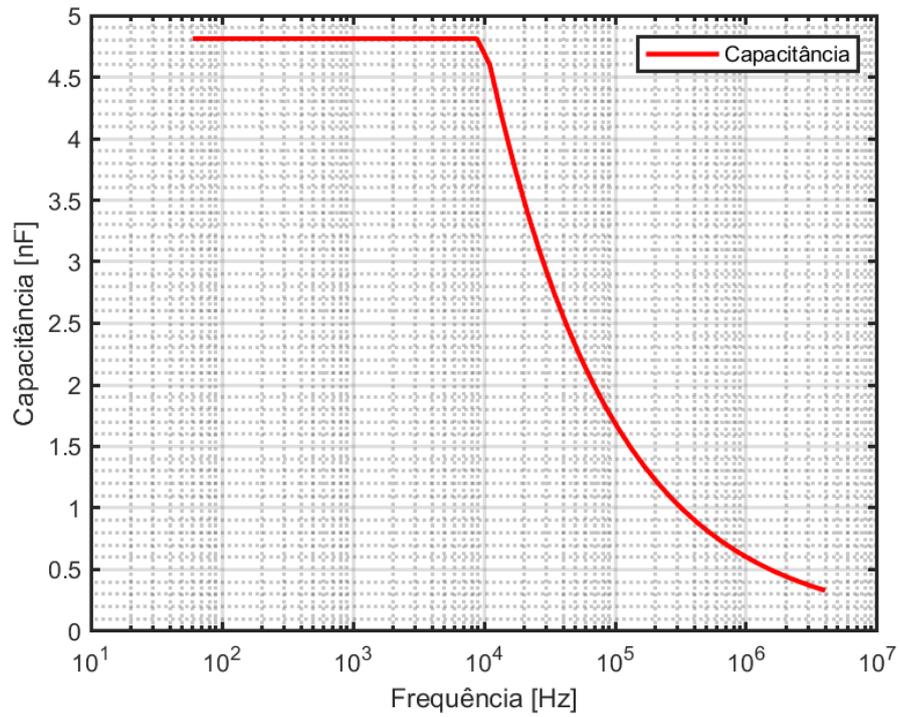
Figura 22 - Curva da resistividade relativa considerando a dependência frequência conforme a expressão (2.30).



Fonte: Autor.

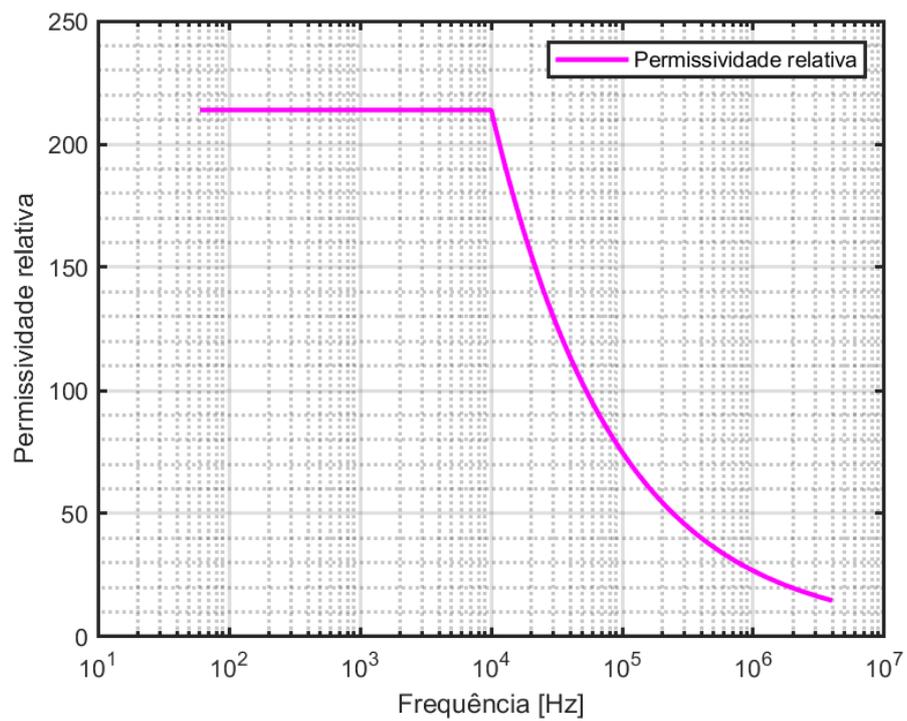
Em relação à curva da capacitância, Figura 23, observa-se que o valor é constante até a frequência de 10.000 *Hz*, devido a permissividade ser constante até esta frequência conforme a equação (2.29) e (2.31). Após esta frequência, a permissividade começa a decair com o crescimento da frequência, Figura 24, sendo que o decaimento da capacitância também decai de forma proporcional a variação da permissividade relativa do solo.

Figura 23 - Curva da capacitância de 1 haste vertical (Caso 1) considerando a dependência dos parâmetros do solo em relação à frequência.



Fonte: Autor.

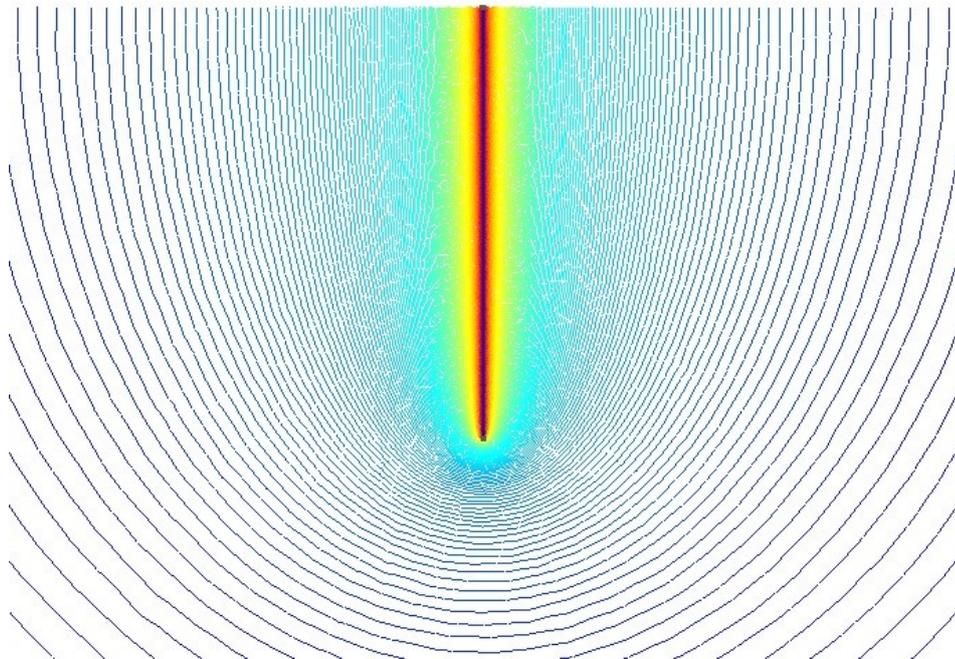
Figura 24 - Curva da permissividade relativa considerando a dependência frequência conforme a expressão (2.31).



Fonte: Autor.

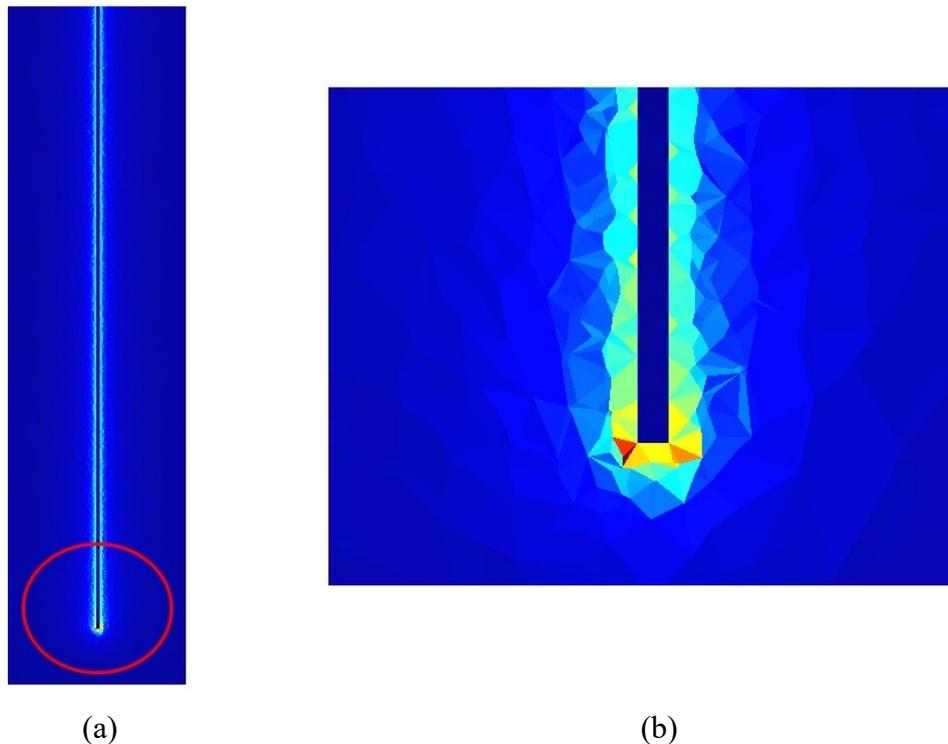
Na Figura 25 foi representada a distribuição das linhas equipotenciais em um plano que corta o centro do eletrodo ao longo do solo para o Caso 1, utilizando uma fonte de onda senoidal. Na Figura 26, têm-se os módulos dos vetores do campo elétrico num plano que corta o centro do eletrodo utilizando o mesmo tipo de fonte. Ao analisar o comportamento ao longo espectro de frequência observa-se que a distribuição se mantém semelhante, com alteração apenas na magnitude do potencial e campo elétrico, conforme já era esperado para este caso. A Figura 26-a representa o eletrodo inteiro e a Figura 26-b representa a ampliação da extremidade inferior do eletrodo, em que se observa um valor mais acentuado do módulo do campo elétrico devido à descontinuidade da geometria do eletrodo na extremidade.

Figura 25 - Distribuição das linhas equipotenciais em um plano que corta o centro do eletrodo utilizando uma fonte de tensão senoidal.



Fonte: Autor.

Figura 26 - Módulo do campo elétrico em um plano que corta o centro do eletrodo considerando uma fonte de tensão senoidal. a) Eletrodo inteiro com marcação em vermelho indicando a região aumentada. b) Extremidade inferior do eletrodo aumentada.



Fonte: Autor.

Recursos do Gmsh/GetDP

- Arquivos executáveis dos programas Gmsh e GetDP;
- Código para a formulação eletrocinética;
- Código para a formulação eletrodinâmica;
- Tamanho das malhas: Aproximadamente 323.000 elementos de primeira ordem.

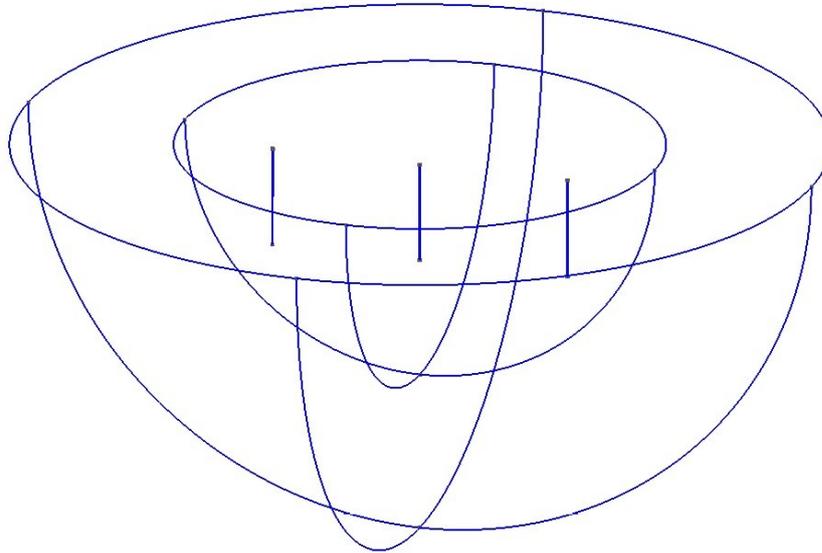
Recursos de *Hardware*:

- Notebook processador Intel Core i5 1,60 GHz e 6 GB de memória RAM;
- Tempo de processamento: Para a formulação eletrocinética o tempo foi de aproximadamente 40 segundos. Para a formulação eletrodinâmica o tempo foi de aproximadamente 44 segundos considerando apenas uma frequência. Considerando uma análise ao longo do espectro da frequência, iniciando em 60 Hz até 4 MHz, utilizando 50 passos de cálculo, o tempo de processamento foi de aproximadamente 40 minutos.

4.4.2 Caso 2: Três hastes verticais em linha

Conforme as medidas indicadas na Figura 19, foi feito o desenho geométrico no *software* Gmsh juntamente com duas semiesferas que representam o solo mais próximo e o solo mais afastado do eletrodo. A representação do solo teve como objetivo refinar a malha de elementos em regiões próximas ao eletrodo, sendo essa geometria indicada na Figura 27. A expressão analítica que indica o cálculo da resistência de aterramento foi comentada no capítulo 2 e está indicada novamente em (4.9).

Figura 27- Geometria no Gmsh de três hastes verticais em linha.



Fonte: Autor.

$$R_T = \frac{1}{n} \left[\frac{\rho}{2\pi L} \left(\ln \frac{4L}{a} - 1 \right) + \frac{\rho}{\pi s} \left(\frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right) \right] \quad (4.9)$$

Sendo:

n : Número de hastes verticais dispostas em linha reta;

$s = 3,6 \text{ m}$;

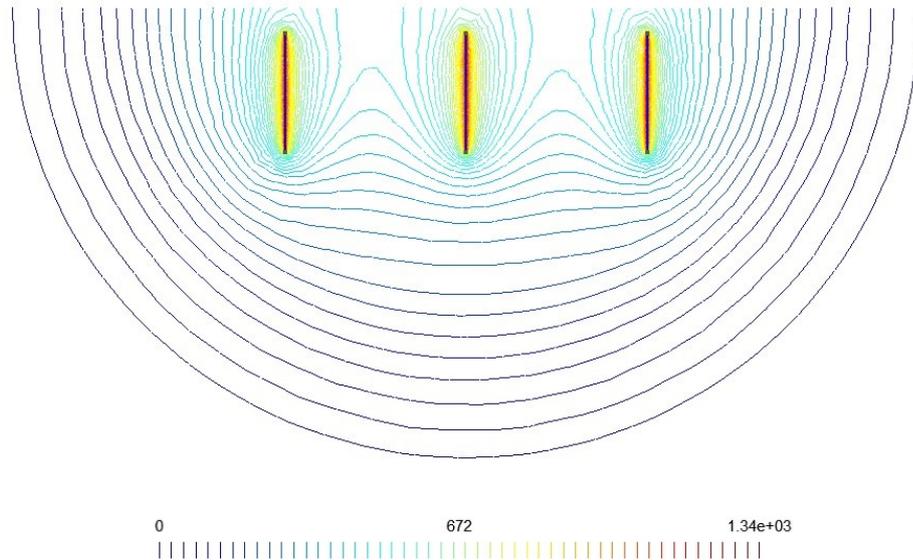
$\rho = 1000 \text{ } \Omega \cdot \text{m}$;

$L = 2,4 \text{ m}$;

$a = 13 \text{ mm} / 2 = 6,5 \text{ mm}$.

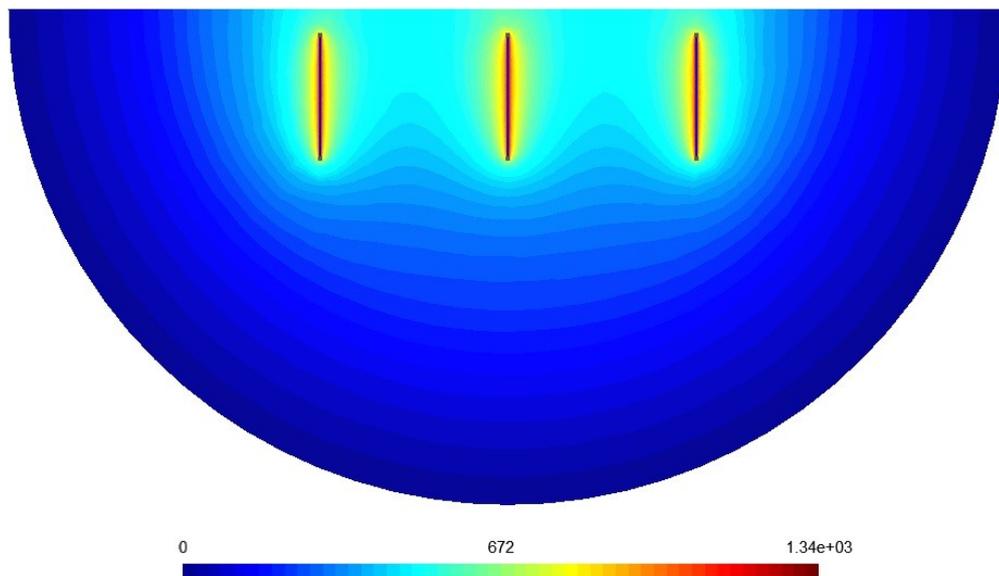
A Figura 28 mostra as linhas equipotenciais em um plano de corte transversal às três hastes verticais em linha e na Figura 29 é mostrado o nível de potencial elétrico dividido em faixas ao longo do solo, em um plano de corte transversal às três hastes verticais em linha, sendo a escala medida em volt.

Figura 28 - Distribuição das linhas equipotenciais em um plano que corta o centro dos três eletrodos verticais em linha (escala em volt).



Fonte: Autor.

Figura 29 - Distribuição das faixas equipotenciais em um plano que corta o centro dos três eletrodos verticais em linha (escala em volt).



Fonte: Autor.

A Tabela 4 compara o resultado obtido pela equação analítica com os resultados obtidos pelas formulações para três eletrodos verticais em linha reta envolto com solo de resistividade elétrica de $1000 \Omega \cdot m$ em baixa frequência.

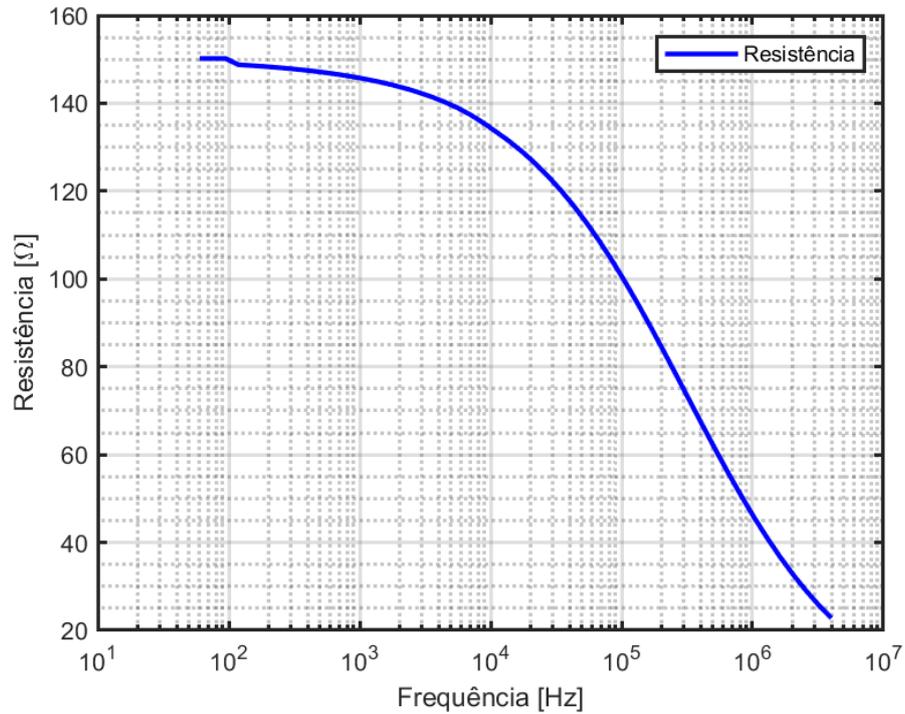
Tabela 4 - Cálculo da resistência para 3 hastes verticais em linha de diâmetro de 13 *mm* e comprimento de 2,4 *m* cada haste.

Método de Cálculo	Frequência	Resistência	Diferença
Equação analítica	0 <i>Hz</i>	163,77 Ω	0%
Eletrocinética	0 <i>Hz</i>	150,21 Ω	8,27%
Eletrodinâmica	60 <i>Hz</i>	150,21 Ω	8,27%
	100 <i>kHz</i>	100,66 Ω	38,53%
	1 <i>MHz</i>	46,30 Ω	71,72%
	4 <i>MHz</i>	22,78 Ω	86,09%

Fonte: Autor.

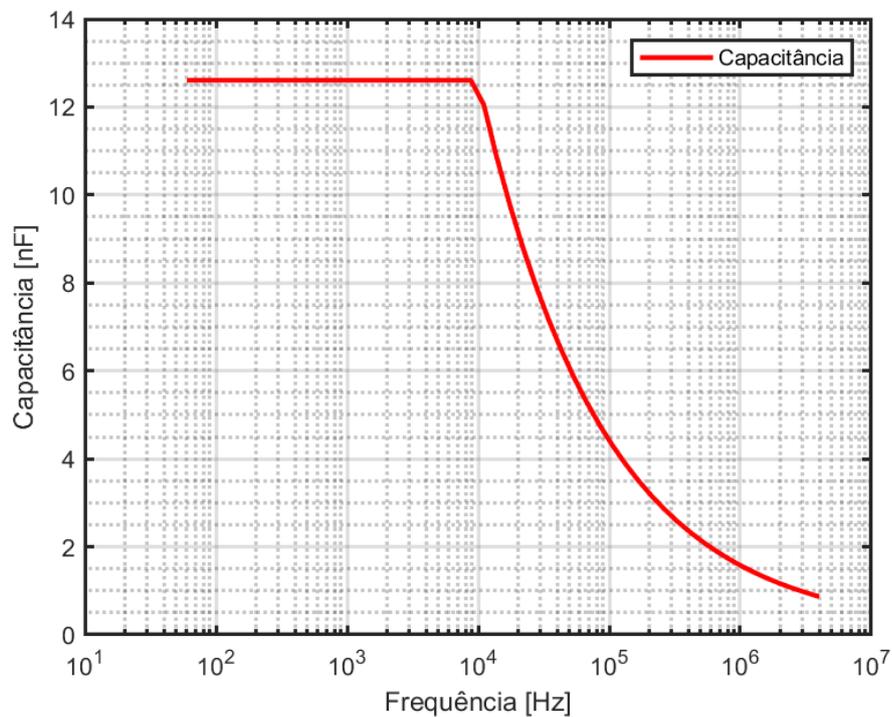
Semelhante ao Caso 1 foi considerado a dependência da frequência para a resistividade e permissividade do solo, sendo apresentado nas Figuras 30 e 31 a resistência e capacitância, respectivamente.

Figura 30 - Curva da resistência de 3 hastas verticais em linha (Caso 2) considerando a dependência dos parâmetros do solo em relação à frequência.



Fonte: Autor.

Figura 31 - Curva da capacitância de 3 hastas verticais em linha (Caso 2) considerando a dependência dos parâmetros do solo em relação à frequência.



Fonte: Autor.

Recursos do Gmsh/GetDP

- Arquivos executáveis dos programas Gmsh e GetDP;
- Código para a formulação eletrocinética;
- Código para a formulação eletrodinâmica;
- Tamanho das malhas: Aproximadamente 167.000 elementos de segunda ordem.

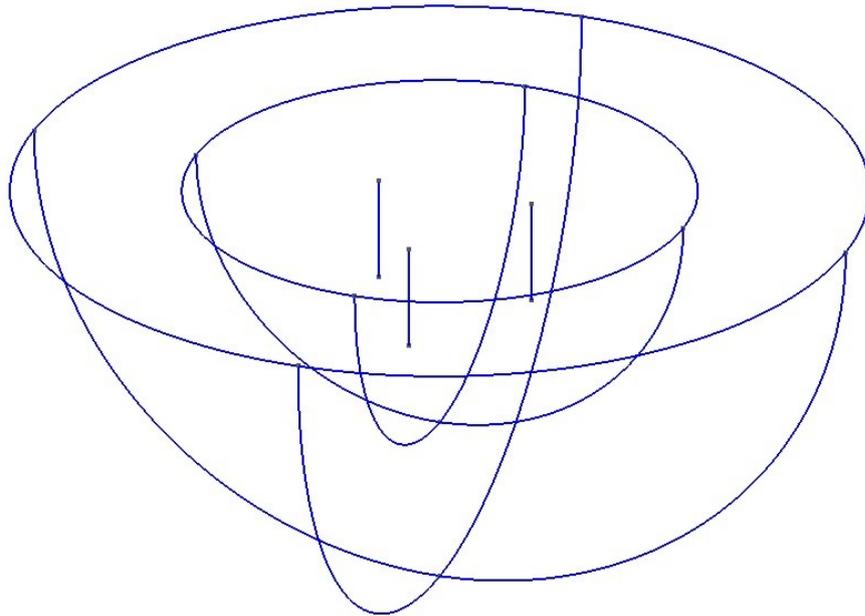
Recursos de *Hardware*:

- Notebook processador Intel Core i5 1,60 GHz e 6 GB de memória RAM;
- Tempo de processamento: Para a formulação eletrocinética o tempo foi de aproximadamente 4 minutos. Para a formulação eletrodinâmica o tempo foi de aproximadamente 4 minutos considerando apenas uma frequência. Considerando uma análise ao longo do espectro da frequência, iniciando em 60 Hz até 4 MHz, utilizando 50 passos de cálculo, o tempo de processamento foi de aproximadamente 1 hora e 53 minutos.

4.4.3 Caso 3: Três hastes verticais em triângulo

Para este caso, as medidas foram indicadas na Figura 19. Foi feito o desenho geométrico no *software* Gmsh juntamente com duas semiesferas que representam o solo mais próximo e o solo mais afastado do eletrodo, sendo essa geometria indicada na Figura 32. A expressão analítica que indica o cálculo da resistência de aterramento foi comentada no capítulo 2 e está indicada novamente em (4.10).

Figura 32 - Geometria no Gmsh de três hastes verticais em triângulo.



Fonte: Autor.

$$R_T = R_{11} \frac{1 + 2r/s}{3} \quad (4.10)$$

Sendo:

$$R_{11} = \frac{\rho}{2\pi L} \left(\ln \left(\frac{4L}{a} \right) - 1 \right);$$

r : Raio do hemisfério que possui o mesmo valor de resistência de uma haste (R_{11}) e calculado conforme a expressão (4.11).

$$\frac{\rho}{2\pi r} = \frac{\rho}{2\pi L} \left(\ln \left(\frac{4L}{a} \right) - 1 \right) \quad (4.11)$$

Sendo:

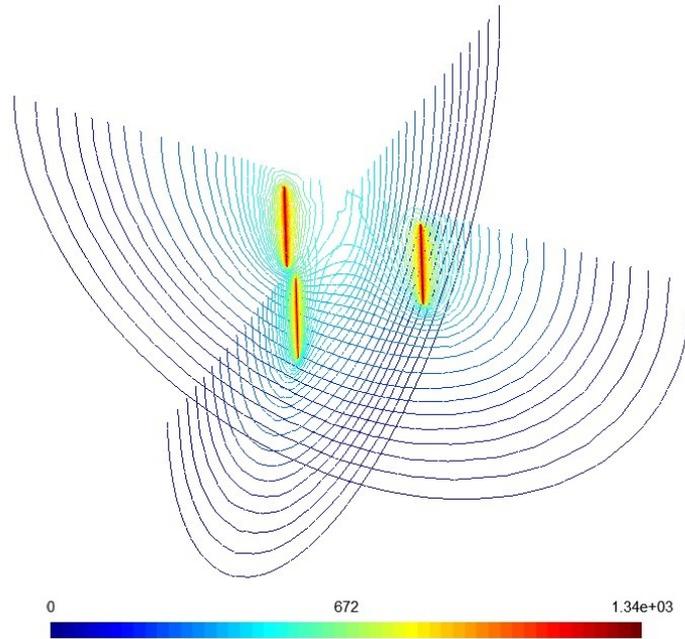
$$\rho = 1000 \Omega \cdot m;$$

$$L = 2,4 m;$$

$$a = 13 \text{ mm} / 2 = 6,5 \text{ mm}.$$

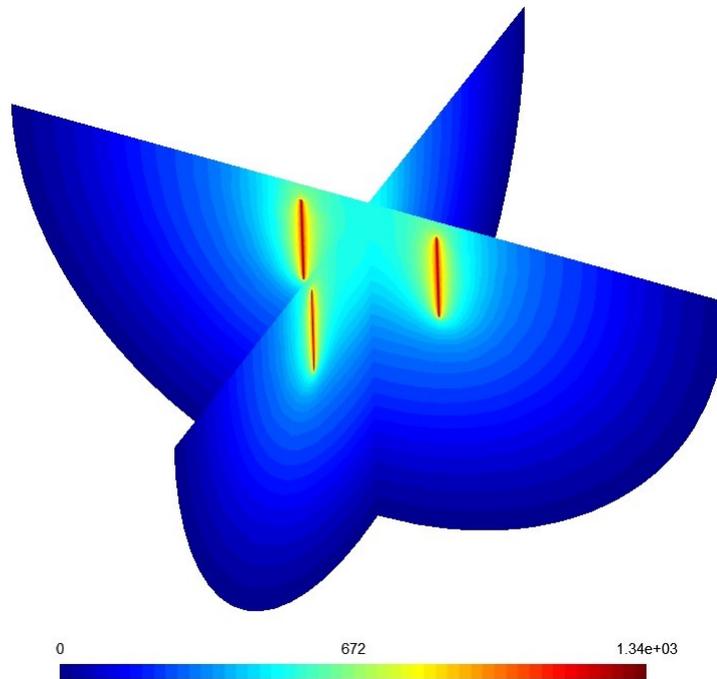
A Figura 33 mostra as linhas equipotenciais em dois planos de corte transversais às três hastes verticais em triângulo e na Figura 34 é mostrado o nível de potencial elétrico dividido em faixas ao longo do solo, nos mesmos planos de corte, sendo a escala medida em volt.

Figura 33 - Distribuição das linhas equipotenciais em um plano que corta o centro dos três eletrodos verticais em triângulo (escala em volt).



Fonte: Autor.

Figura 34 - Distribuição das faixas equipotenciais em um plano que corta o centro dos três eletrodos verticais em triângulo (escala em volt).



Fonte: Autor.

A Tabela 5 compara o resultado obtido pela equação analítica com os resultados obtidos pelas formulações para três eletrodos verticais em triângulo, envolto com solo de resistividade elétrica de $1000 \Omega \cdot m$ em baixa frequência, indicando alguns valores de frequências ao longo de todo espectro que foi calculado.

Tabela 5 - Cálculo da resistência para 3 hastes verticais em triângulo de diâmetro de 13 mm e comprimento de $2,4 \text{ m}$ cada haste.

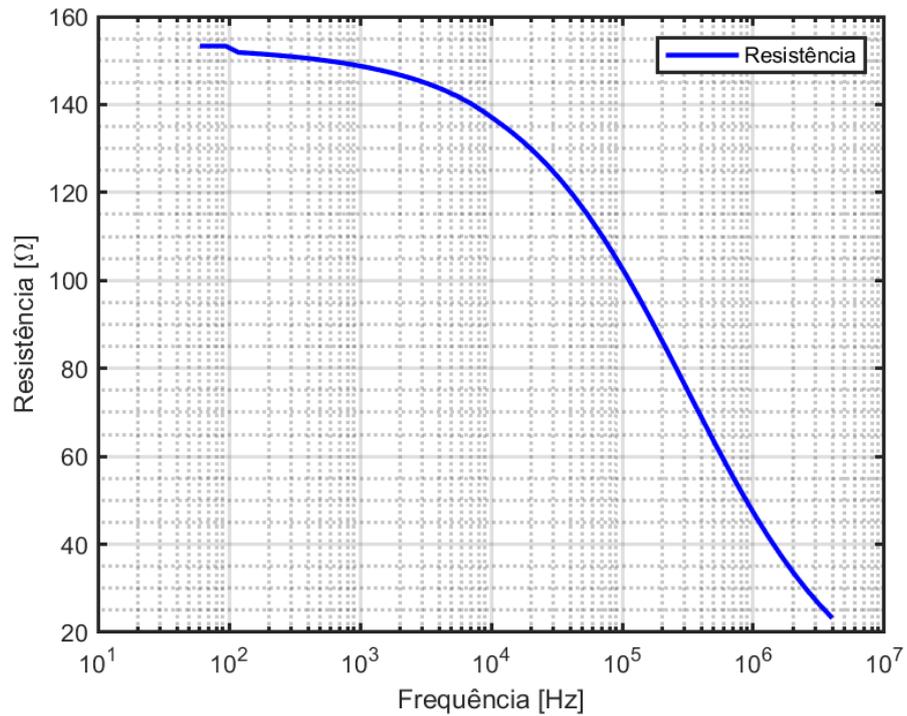
Método de Cálculo	Frequência	Resistência	Diferença
Equação analítica	0 Hz	$168,68 \Omega$	0%
Eletrocínética	0 Hz	$153,31 \Omega$	$9,11\%$
Eletrodinâmica	60 Hz	$153,31 \Omega$	$9,11\%$
	100 kHz	$102,73 \Omega$	$39,09\%$
	1 MHz	$47,25 \Omega$	$72,00\%$
	4 MHz	$23,25 \Omega$	$86,21\%$

Fonte: Autor.

Para a formulação eletrodinâmica, desconsiderando a dependência da frequência para a resistividade e permissividade do solo, com uma fonte impulsiva de corrente, tem-se uma impedância de aterramento de aproximadamente $144,74 \Omega$. Porém ao considerar a dependência da frequência para os parâmetros do solo, observa-se na Figura 35 que a resistência de aterramento tem uma variação significativa ao longo do espectro da frequência que é proporcional a variação da resistividade relativa considerada neste caso, Figura 22.

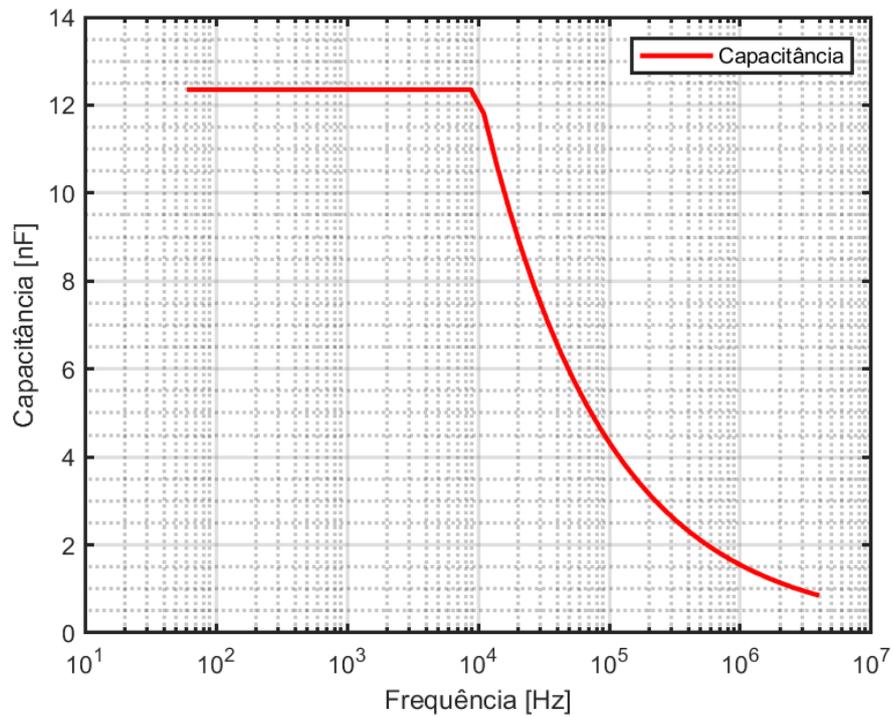
Semelhante ao Caso 1 foi considerado a dependência da frequência para a resistividade e permissividade do solo, sendo apresentado nas Figuras 35 e 36 a resistência e capacitância, respectivamente.

Figura 35 - Curva da resistência de 3 hastas verticais em triângulo (Caso 3) considerando a dependência dos parâmetros do solo em relação à frequência.



Fonte: Autor.

Figura 36 - Curva da capacitância de 3 hastas verticais em triângulo (Caso 3) considerando a dependência dos parâmetros do solo em relação à frequência.



Fonte: Autor.

Recursos do Gmsh/GetDP

- Arquivos executáveis dos programas Gmsh e GetDP;
- Código para a formulação eletrocinética;
- Código para a formulação eletrodinâmica;
- Tamanho das malhas: Aproximadamente 148.000 elementos de segunda ordem.

Recursos de *Hardware*:

- Notebook processador Intel Core i5 1,60 GHz e 6 GB de memória RAM;
- Tempo de processamento: Para a formulação eletrocinética o tempo foi de aproximadamente 4 minutos. Para a formulação eletrodinâmica o tempo foi de aproximadamente 4 minutos considerando apenas uma frequência. Considerando uma análise ao longo do espectro da frequência, iniciando em 60 Hz até 4 MHz, utilizando 50 passos de cálculo, o tempo de processamento foi de aproximadamente 1 hora e 54 minutos.

4.5 ANÁLISE

O comportamento da resistência e capacitância ao longo do espectro de frequência ocorreu conforme o esperado e isto é um indicativo de que o programa e as formulações utilizadas são compatíveis com física do problema de aterramento elétrico. O objetivo de se ter uma forma de simular as situações reais encontradas em campo é poder utilizar a mesma modelagem para problemas em que a geometria possui maior complexidade no qual a expressão analítica não se encontra de forma simples. Ressalta-se que estes resultados levaram em conta a dependência da resistividade e permissividade do solo em relação à variação da frequência.

De forma geral, percebe-se que nos três casos apresentados em 4.4.1, 4.4.2 e 4.4.3 a diferença percentual entre os valores que utilizam a formulação eletrocinética e eletrodinâmica em 60 Hz e o valor analítico resultam em valores iguais, isso se deve ao fato de que para a formulação eletrodinâmica em baixas frequências, que seriam frequências menores que 100 Hz, a ordem de grandeza da variação da frequência não é grande o suficiente para influenciar na condutividade do solo em torno da haste. Porém para as situações em que a frequência possui um valor maior que 100 Hz, percebem-se uma diferença percentual maior e crescente à medida que a frequência cresce.

Portanto, em situações em que a frequência de variação da fonte de energia seja maior que 100 Hz, deve-se considerar as dependências dos parâmetros do solo em função da frequência para obter uma maior precisão na simulação de situações que envolvam a medição de impedância de aterramento elétrico. Esta percepção está alinhada com as recomendações indicadas em (CIGRE SC C4, 2019), nas quais, dependendo da aplicação e da resistividade do solo em baixa frequência, o uso dos parâmetros do solo em função da frequência torna-se mais ou menos relevante, conforme indicado na Tabela 6 de suas recomendações.

Tabela 6 - Principais aplicações de interesse da engenharia e recomendações sobre a dependência da frequência dos parâmetros do solo no qual devem ser considerados.

Aplicação	Faixa de resistividade do solo [$\Omega \cdot m$]	Relevância	Recomendação
Eletrodos de Aterramento	menos de 300	Não é relevante	Ignorar
	300 – 700	Relevante	Recomendado
	acima de 700	Muito relevante	Obrigatório
Linhas de Transmissão	menos de 300	Não é relevante	Ignorar
	300 – 700	Relevante	Recomendado
	acima de 700	Muito relevante	Obrigatório
Tensões Induzidas	menos de 2500	Não é relevante	Ignorar
	2500 e acima	Relevante	Recomendado

Fonte: Adaptado (CIGRE SC C4, 2019).

4.6 COMPARAÇÃO: ELETRODINÂMICA X ELETRODINÂMICA

Naturalmente a simulação numérica, baseada em elementos finitos, que utiliza a formulação eletrodinâmica, exige um tempo de processamento pouco superior à simulação que utiliza a formulação eletrocinética. Por exemplo, nas aplicações feitas em 4.4 para a formulação eletrocinética o tempo de processamento foi de aproximadamente 44 segundos, enquanto para o processamento utilizando a formulação eletrodinâmica ao longo do espectro foi necessário um tempo de aproximadamente 40 minutos, utilizando 50 passos de cálculo. Isto se deve ao fato de que a eletrodinâmica possui um número maior de interações que devem ser feitas ao longo do todo espectro em estudo.

Porém, percebe-se que em baixas frequências os resultados obtidos por ambas as formulações são muito próximos. Assim, foram feitas comparações pontuais entre os valores obtidos pela formulação eletrodinâmica ao longo do espectro e o valor constante da formulação eletrocinética, para o caso de uma haste vertical, conforme as dimensões indicadas no caso de estudo Caso 1, mencionadas em 4.4.1. Na Tabela 7 são indicadas as diferenças percentuais de valores da resistência de aterramento entre ambas as formulações em algumas frequências específicas. Sendo que no Caso 1, para a formulação eletrocinética, o valor da resistividade é constante ($\rho = 1000 \Omega \cdot m$) e a resistência de aterramento calculada foi de $393,47 \Omega$.

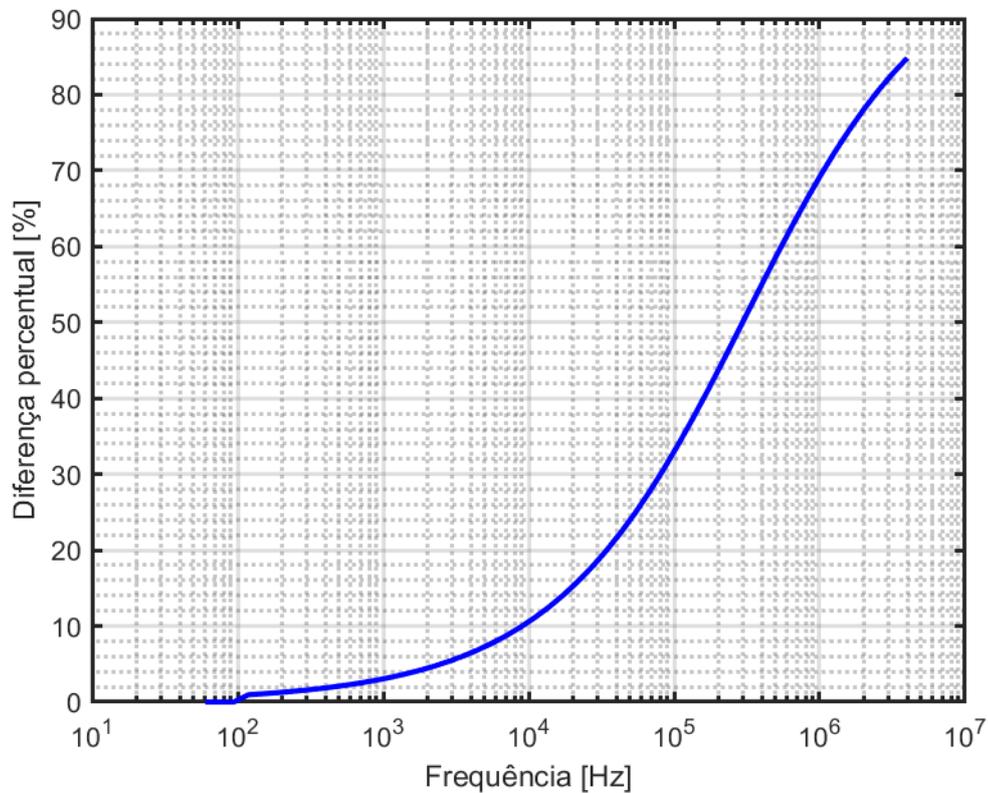
Tabela 7 - Comparação entre as formulações eletrocinética e eletrodinâmica para o estudo do Caso 1 – Considerando para a eletrocinética uma resistividade constante ($\rho = 1000 \Omega \cdot m$) e resistência de aterramento igual a $393,47 \Omega$.

Frequência	Resistividade [$\Omega \cdot m$]	Eletrodinâmica Resistência de aterramento [Ω]	Comparação com eletrocinética ($\rho = 1000 \Omega \cdot m$) $R_T = 393,47 \Omega$	
			Diferença percentual	Faixa percentual da diferença
118,4 Hz	990,50	389,68	0,96 %	< 1%
910,9 Hz	971,95	382,05	2,9 %	< 3%
5,58 kHz	928,65	363,04	7,7 %	< 8%
17,35 kHz	875,89	337,96	14,1 %	< 15%
67,61 kHz	772,00	284,54	27,6 %	< 30%
263,44 kHz	618,97	204,14	48,1 %	< 50%
1,026 MHz	438,01	119,83	69,5 %	< 70%

Fonte: Autor.

Pela Tabela 8 é possível inferir que na situação que se aceita uma diferença percentual de até 1 % , é possível utilizar a formulação eletrocinética para situações onde se tem uma fonte com frequência de aproximadamente 118,4 Hz. Em outra situação, quando se aceita uma diferença de até 8 % , é possível utilizar a formulação eletrocinética para situações onde se tem uma fonte com frequência de aproximadamente 5,58 kHz. A Figura 37 expressa essa diferença percentual ao longo do espectro de frequência no estudo para o Caso 1.

Figura 37 - Diferença percentual entre as formulações eletrocinética e eletrodinâmica para o estudo de caso 1 ao longo do espectro de frequência com resistividade constante para a eletrocinética.



Fonte: Autor.

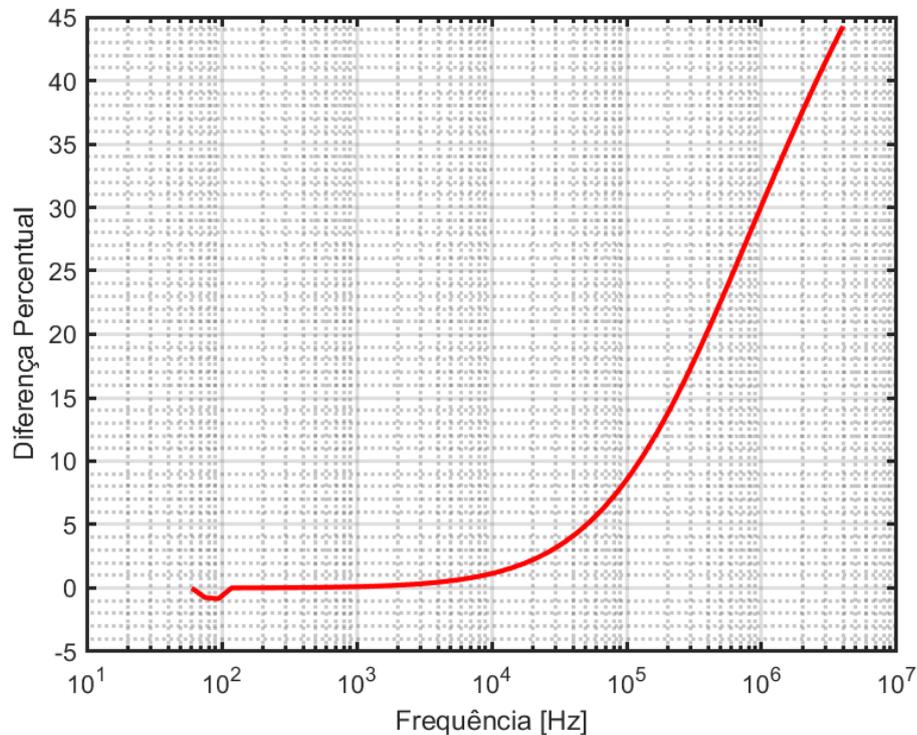
Uma segunda comparação foi feita, considerando para a formulação eletrocinética que a resistividade do solo varia conforme as equações de Visacro-Alípio expressa em (2.30), ou seja, em cada passo de frequência, foi calculada a resistividade do solo e inserido este valor na formulação eletrocinética e feito a simulação em MEF. Os resultados pontuais da comparação estão na Tabela 8 e na Figura 38 está representada a curva da diferença percentual.

Tabela 8 - Comparação entre as formulações eletrocinética e eletrodinâmica para o estudo do Caso 1 – Considerando para a eletrocinética uma resistividade variável conforme a expressão de Visacro-Alípio.

Frequência	Resistividade [$\Omega \cdot m$]	Eletrodinâmica Resistência de aterramento [Ω]	Eletrocinética Resistência de aterramento [Ω]	Diferença percentual
118,4 Hz	990,50	389,68	389,73	0,01 %
910,9 Hz	971,95	382,05	382,43	0,09 %
5,58 kHz	928,65	363,04	365,39	0,64 %
17,35 kHz	875,89	337,96	344,63	1,93 %
67,61 kHz	772,00	284,54	303,75	6,32 %
263,44 kHz	618,97	204,14	243,54	19,30 %
1,026 MHz	438,01	119,83	172,34	43,82 %

Fonte: Autor.

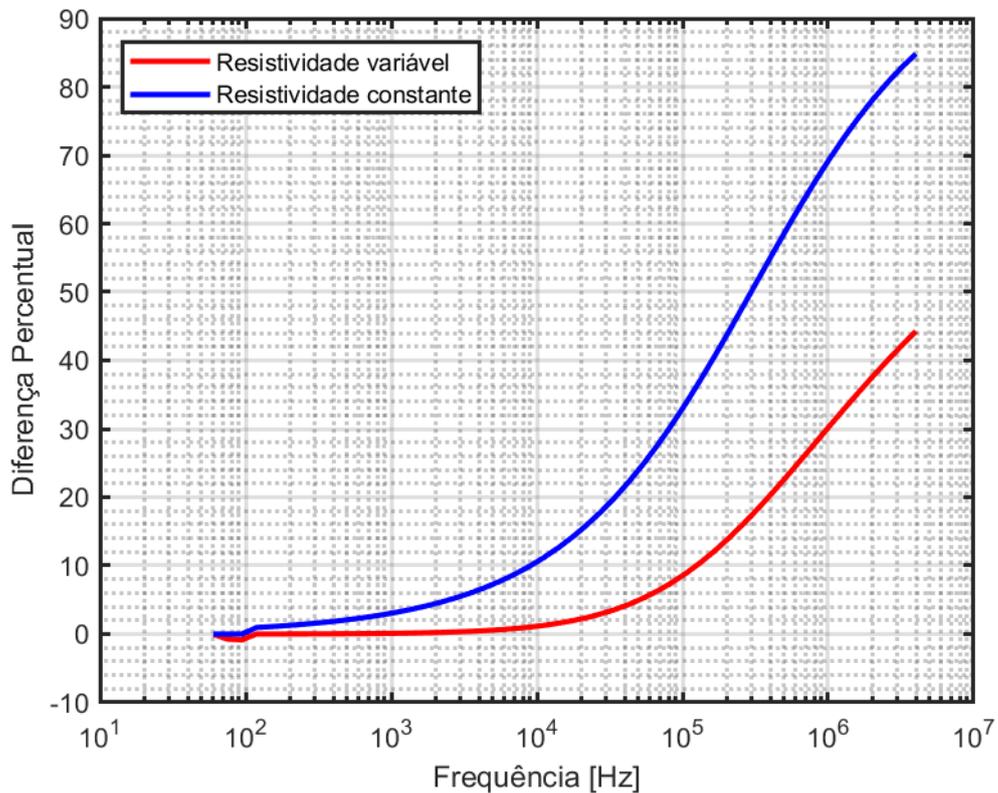
Figura 38 - Diferença percentual entre as formulações eletrocinética e eletrodinâmica para o estudo de caso 1 ao longo do espectro de frequência com resistividade variável para a eletrocinética.



Fonte: Autor.

Observa-se que para a primeira comparação em que a resistividade é constante, por exemplo, quando se aceita uma diferença de até 3 % entre os resultados das formulações, pode-se utilizar a formulação eletrocinética para situações que trabalham com frequência de até 910,9 Hz. Porém, pela segunda comparação, em que se varia o valor da resistividade ao longo da frequência, para se obter a mesma diferença de até 3 % entre as formulações, é possível considerar a formulação eletrocinética para situações que trabalham com frequências de até 27,30 kHz. Esta comparação direta pode ser vista na Figura 39, onde foram inseridas as duas curvas das Figuras 37 e 38 em apenas um gráfico.

Figura 39 - Comparação entre as diferenças percentuais entre as formulações eletrocinética e eletrodinâmica para o estudo de caso 1 ao longo do espectro de frequência com resistividade constante (curva em azul) e com resistividade variável (curva em vermelho) para a eletrocinética.



Fonte: Autor.

Esse resultado é expressivo para quem trabalha constantemente com simulações numéricas que envolvam as formulações eletrocinética e eletrodinâmica, pois dependendo da frequência em que se trabalha e da diferença percentual que pode ser aceita para o resultado do cálculo, é possível optar pela formulação eletrocinética, podendo inserir ou não a

resistividade variável, que é relativamente mais rápida no seu processamento, ao invés de utilizar a formulação eletrodinâmica, que normalmente exige um tempo maior para o processamento dos dados ao longo de todo o espectro.

4.7 CONCLUSÕES

Neste capítulo foi indicado o *software* escolhido para a simulação. O motivo da escolha do programa foi o fato de ele ser de código livre e aberto, o que possibilita a manipulação das grandezas e parâmetros que podem variar conforme todas as formulações descritas ao longo deste trabalho. Esta possibilidade em definir os parâmetros, de forma que podem variar conforme uma expressão matemática, não é comumente disponível em *softwares* comerciais, o que em algumas situações, a análise fica prejudicada devido ao não paralelismo com situações reais encontradas em campo. Também, descreveu-se a forma da fonte imposta para simular as situações encontradas em campo, tais como a fonte contínua e constante, alternada com forma de onda senoidal e a fonte de surto impulsiva que pode ocorrer, por exemplo, devido a descargas atmosféricas. Exposto isso, foram equacionadas as grandezas elétricas calculadas em cada formulação, para que se possa chegar aos resultados finais.

Foram apresentados os dados e as especificações para aplicação no programa dos estudos de caso propostos no início do trabalho. Primeiramente, foram retomadas as expressões analíticas para o cálculo da resistência de aterramento indicados no capítulo 2. Em seguida, utilizando o *software* que emprega o método dos elementos finitos, juntamente com as formulações eletrocinética e eletrodinâmica, e também utilizando as expressões que indicam a dependência da frequência dos parâmetros do solo, foram apresentados os resultados numéricos simulados referentes a cada estudo de caso.

Percebe-se que, para a formulação eletrocinética e para a formulação eletrodinâmica em baixas frequências, os valores das diferenças são aceitáveis. No entanto, nos casos que utilizam a formulação eletrodinâmica em altas frequências, o valor da diferença em relação ao valor analítico cresce com o aumento da frequência, chegando a atingir uma diferença de quase 90 %. Isso indica que, para projetos de sistemas de aterramento que podem vir a ser influenciados por uma fonte de surto com alta frequência, a dependência da frequência para os parâmetros do solo é altamente recomendada, a fim de que o sistema de aterramento tenha um

bom desempenho em situações reais. Essas recomendações foram bem especificadas na Tabela 6 (CIGRE SC C4, 2019), no qual dependendo da aplicação e da faixa de resistividade do solo, a consideração se torna mais ou menos relevante.

Também foram analisadas as diferenças entre os resultados obtidos com o uso da formulação eletrocinética e eletrodinâmica. Esta análise indicou situações em que quando é aceitável uma diferença percentual para o resultado obtido pela formulação eletrocinética, em relação à formulação eletrodinâmica, pode-se optar por utilizar a formulação que exigirá um menor tempo de processamento do *hardware*.

Outra observação importante é que não houve a necessidade de um grande potencial de *hardware* para a resolução, e o tempo médio de simulação foi de 44 segundos, para a formulação eletrocinética e eletrodinâmica em frequência pontual, considerando elementos de primeira ordem. Para a eletrodinâmica, considerando uma análise ao longo do espectro da frequência e elementos de primeira ordem, o tempo de processamento foi de aproximadamente 40 minutos, com 50 passos de cálculo. Para as simulações em que se foram considerados elementos de segunda ordem, o tempo de processamento foi um pouco maior. Isso se deve ao fato de o *solver* GetDP utilizar o potencial flutuante, descrito em 3.6, o que otimiza a resolução do problema e torna a simulação acessível a todos que possuem pouca infraestrutura para a execução do cálculo. Os resultados obtidos, conforme o comportamento das grandezas analisadas, foram considerados bons, o que valida o uso desse *software* e das formulações para o estudo de sistemas de aterramento elétrico.

5 CONCLUSÕES FINAIS

Buscando atingir a primeira parte dos objetivos específicos deste trabalho, foi realizado um aprofundamento no entendimento da resistividade do solo. Esse processo envolveu a identificação dos fatores que a influenciam e a disponibilização de valores característicos para diversos tipos de solos encontrados nas áreas dos sistemas elétricos. Além disso, introduziu-se o método de Wenner, que é frequentemente empregado para efetuar medições da resistividade do solo em campo. Foram apresentadas algumas expressões analíticas para calcular a resistência de aterramento, cada uma adequada a um modelo específico. Foram abordados os principais estudos sobre os parâmetros elétricos do solo, resistividade e permissividade, que afetam a resistência de aterramento e que demonstram dependência da frequência em relação às variações da fonte de descarga no solo. Diversos pesquisadores contribuíram para esse campo ao longo do tempo, e o método proposto por Alípio e Visacro se mostrou mais próximo das medidas em campo. Portanto, optou-se por utilizar essas expressões nas formulações discutidas no capítulo 4.

No capítulo 3 foram apresentadas as formulações matemáticas que constituem o problema físico. Também foi definido o conceito de potencial flutuante que possibilita o *solver* GetDP calcular a corrente global de forma mais robusto, em comparação aos métodos clássicos, fazendo com que o processamento dos resultados seja otimizado em relação aos *softwares* convencionais que não utilizam desta grandeza.

Subsequentemente na implementação do procedimento de cálculo, foram aplicadas todas as formulações, eletrocinética e eletrodinâmica, bem como as expressões que caracterizam a dependência da frequência para aos parâmetros elétricos do solo, resistividade e permissividade, nos programas Gmsh/GetDP livres e de código aberto que utiliza o método de elementos finitos. Essa aplicação teve o propósito de calcular a resistência de aterramento e a capacitância do eletrodo, em frequências variando de 0 Hz a 4 MHz, e analisando o comportamento destas grandezas ao longo desse amplo espectro de frequência. Foi observado que, conforme era esperada, a resistência de aterramento decai com o aumento da frequência proporcional a variação da resistividade do solo conforme as expressões indicadas no estado da arte.

O objetivo geral desta dissertação foi aplicar as equações da resistividade e da permissividade dependentes da frequência em softwares livres e de código aberto Gmsh/GetDP, analisando principalmente o comportamento da resistência de aterramento. E

também analisar as diferenças entre os resultados obtidos pelas formulações eletrocinética e eletrodinâmica ao longo do espectro de frequência. Com isso, é possível estabelecer uma frequência limite onde se possa aplicar, sem perda de generalidade, a formulação eletrocinética, em benefício da formulação eletrodinâmica, resultando na otimização do *hardware* em questão de tempo de processamento.

Resumindo, este trabalho proporcionou uma base sólida para o autor, em relação a compreensão da resistividade do solo e das formulações para o cálculo da resistência de aterramento, considerando diversas variáveis, incluindo a frequência, e realizando análises tanto analíticas quanto numéricas. Essas informações foram essenciais para a análise dos estudos de casos apresentados e podem contribuir para o desenvolvimento de sistemas de aterramento eficazes em situações do mundo real. As principais contribuições do trabalho foram:

1) A possibilidade de analisar casos em que a resistividade e permissividade do solo dependem da frequência, fato este que só foi possível pois o software é livre e de código aberto, o que não costuma ser de simples aplicação em *softwares* comerciais;

2) A comparação entre os resultados das formulações eletrocinética e eletrodinâmica, possibilitando ao usuário decidir quando será empregado a formulação eletrodinâmica, considerando uma diferença nos resultados finais aceitáveis.

Considera-se que o objetivo geral foi alcançado e, como sugestão para continuidade deste trabalho, destaca-se os seguintes tópicos:

1) Em situações com fonte impulsiva, fazer a transformada Fourier dos sinais de entrada para se conhecer as frequências pontuais envolvidas com o surgimento do impulso;

2) Considerar a ionização do solo próximo ao eletrodo quando se tem um alto nível de tensão;

3) Considerar a formulação da magnetodinâmica que possibilita a análise do efeito pelicular no eletrodo;

4) Aplicar as formulações que consideram a dependência da frequência para os parâmetros do solo em simulações que envolvam aterramentos de linhas de transmissão que utilizam condutores horizontais comparando com os resultados de campo indicados em (ALÍPIO; COELHO; CANEVER, 2023).

REFERÊNCIAS

- ALÍPIO, R.; SCHROEDER, M. A. O.; AFONSO, M. M.; OLIVEIRA, T. A. S. **The influence of the soil parameters dependence with frequency on impulse grounding behavior**, in Proc. X Int. Symp. Lightning Protection. SIPDA, 2009.
- ALÍPIO, R., **Dependência da frequência dos parâmetros do solo: efeito no comportamento impulsivo de aterramentos elétricos**, Tese de doutorado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, julho de 2013.
- ALÍPIO, R.; VISACRO, S., **Modeling the frequency dependence of electrical parameters of soil**, IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. 56, no. 5, pp. 1163–1171, Oct. 2014.
- ALÍPIO, R.; COELHO, V. L.; CANEVER, G. L., **Experimental analysis of horizontal grounding wires buried in high-resistivity soils subjected to impulse currents**, Electric Power Systems Research, vol. 214, Part A, 2023, 108761, ISSN 0378-7796.
- AREND, E. R.; **Estudo de aterramento em baixas frequências usando a formulação eletrocinética associada ao método de elementos finitos**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2009.
- BASTOS, J. P. A. **Eletromagnetismo e Cálculo de Campos**. 3ª ed. São Paulo: UFSC, 1996.
- CAVKA, D.; MORA, N.; RACHIDI F., **A comparison of frequency-dependent soil models: application to the analysis of grounding systems**, IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, vol. 56, no. 1, pp. 177–187, Feb. 2014.
- CIGRE SC C4, WG C4.33, **Impact of soil-parameter frequency dependence on the response of grounding electrodes and on the lightning performance of electrical systems**, Technical Brochure No. 781, October 2019.
- COELHO, V. L.; **Análise do desempenho de redes aéreas de distribuição de média tensão frente à ação das descargas atmosféricas**, Tese de doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2010.
- COELHO, R.A. **Estudo da Influência do Fenômeno da Ionização do Solo em Topologias de Aterramento de Redes de Distribuição a partir de Simulações Numéricas**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade Regional de Blumenau, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2015.
- DA SILVA, J. V.; **Um Estudo da Resistividade do Solo em Sistemas de Aterramento: Simulação Numérica e Modelo Matemático**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2021.

DULAR, P. **Modélisation du champ magnétique et des courants induits dans des systèmes tridimensionnels non linéaires**, thèse de doctorat, Université de Liège, Collection des Publications de la Faculté des Sciences Appliquées n° 152, 1996.

DULAR, P.; GEUZAINÉ, C.; HENROTTE, F.; LEGROS, W. **A general environment for the treatment of discrete problems and its application to the finite element method**, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 34, n. 5, pp. 3395-3398, 1998a.

DULAR, P.; LEGROS, W.; DE GERSEN, H.; HAMEYER, K. **Floating potentials in various electromagnetic problems using the finite element method**. Proceedings of the 4th International Workshop on Electric and Magnetic Fields, pp. 409-414, May 1998b.

DULAR, P.; LEGROS, W.; NICOLET, A. **Coupling of local and global quantities in various finite element formulations and its application to electrostatics, magnetostatics and magnetodynamics**. Magnetics, IEEE Transactions on, v. 34, n. 5, p. 3078-3081, Sep 1998. ISSN 0018-9464.

GEUZAINÉ, C.; REMACLE J.-F.; **Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities**. International Journal for Numerical Methods in Engineering 79(11), pp. 1309-1331, 2009.

HAFNER, A. A.; **Modelagem Analítica e Numérica de Cabos de Potência Submarinos**, Tese de doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2016.

IEC 61000-4-5. **Testing and measurement techniques – Surge immunity test : Part 4-5**, Edition 3.0, 2014.

KINDERMANN, G.; CAMPAGNOLO, J. M. **Aterramento Elétrico**. 5ª. ed. Florianópolis: [s.n.], 2002.

LONGMIRE, C. L.; SMITH, K. S., **A universal impedance for soils**. Topical Report for Period July 1–September 30, Defense Nuclear Agency, Santa Barbara, California, 1975.

MEUNIER, G. **The Finite Element Method for Electromagnetic Modeling**, Wiley-ISTE; 1st edition 2008.

NSEKERE, J.-P., N.; **Contribution à l'analyse et à la réalisation des mises à la terre des installations électriques dans les régions tropicales**, Thèse de docteur, Université de Liège Faculté des sciences appliquées, 2009.

PORTELA, C. **Measurement and modeling of soil electromagnetic behavior** in Proc. of IEEE Int. Sym. Electromagnetic Compatibility, Seattle, WA, , pp. 1004–1009, 1999.

SCHMOELLER, T.; **Análise de medições de resistência e impedância de impulso aplicadas a malhas de aterramento**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2018.

SCOTT, J. H.; CARROLL, R. D.; CUNNINGHAM, D. R. **Dielectric constant and electrical conductivity measurements of moist rock: a new laboratory method**, Journal on Geophysical Research, vol. 72, no. 20, pp. 5101–5115, Oct., 1967.

SCOTT, J. H. **Electrical and magnetic properties of rock and soil**, U.S. Geol. Surv., Dep. of the Interior, Washington, D.C., 1966.

TELLÓ, M.; DIAS, G. A. D.; RAIZER, A.; ALMAGUER, H. D.; MUSTAFA, T. I.; COELHO, V. L. **Aterramento elétrico impulsivo, em baixa e alta frequência: com apresentação de casos**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2007.

VISACRO FILHO, S. **Aterramentos Elétricos: conceitos básicos, técnicas de medição e instrumentação, filosofias de aterramento**. São Paulo: Artliber, ISBN CDD-621.31923, 2002.

VISACRO FILHO, S. **A comprehensive approach to the grounding response to lightning currents**. IEEE Trans. Power Del., vol. 22, no. 1, pp. 381–386, Jan., 2007.