



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO, DE CIÊNCIAS EXATAS E EDUCAÇÃO  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Caroline Friedel

**O Ensino do conceito de Área através da Resolução de Problemas**

Blumenau  
2024

Caroline Friedel

**O Ensino do conceito de Área através da Resolução de Problemas**

Dissertação submetida ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. André Vanderlinde da Silva, Dr.

Blumenau

2024

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.  
Dados inseridos pelo próprio autor.

Friedel, Caroline

O Ensino do conceito de Área através da Resolução de Problemas / Caroline Friedel ; orientador, André Vanderlinde da Silva, 2024.

178 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Blumenau, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Blumenau, 2024.

Inclui referências.

1. Matemática. 2. Resolução de Problemas. 3. Área de polígonos. I. Vanderlinde da Silva, André. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. III. Título.

Caroline Friedel

**O Ensino do conceito de Área através da Resolução de Problemas**

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. André Vanderlinde da Silva, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC

Prof.<sup>a</sup> Louise Reips, Dr.<sup>a</sup>  
Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC

Prof.<sup>a</sup> Janaina Poffo Possamai, Dr.<sup>a</sup>  
Universidade Regional de Blumenau – FURB

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de Mestre em Matemática.

---

Coordenação do Programa de  
Pós-Graduação

---

Prof. André Vanderlinde da Silva, Dr.  
Orientador

Blumenau, 2024.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus, por iluminar cada passo da minha trajetória, e por me dar forças em meio aos desafios que enfrentei ao longo desse percurso.

À minha querida mãe, que, lá do Céu, continua a cuidar de mim e a me fortalecer a cada dia.

À minha amada avó, um pilar de amor e fé, que sempre esteve ao meu lado, oferecendo seu apoio incondicional.

À minha família, meu porto seguro, cuja paciência e compreensão foram essenciais ao longo dessa trajetória.

Agradeço imensamente aos meus professores do curso por compartilharem valiosos ensinamentos. Em especial, ao Professor André Vanderlinde da Silva, meu orientador, pelas orientações, conselhos, incentivos e pela paciência em todos os momentos.

Gostaria ainda de expressar meu agradecimento ao Professor Márcio pela ajuda e orientação fornecidas durante a execução do projeto desta pesquisa. Além disso, sou imensamente grata às Professoras Janaína e Louise pela disponibilidade e contribuições enquanto banca de defesa da dissertação.

Quero registrar meus agradecimentos à CAPES pelo auxílio financeiro ao longo da realização deste curso.

Agradeço ainda, à minha turma do mestrado, com a qual vivi momentos inesquecíveis.

Por fim, agradeço aos meus amigos, verdadeiros tesouros em minha vida, por estarem sempre ao meu lado, oferecendo apoio em todos os momentos.

## RESUMO

A pesquisa, intitulada "O Ensino do conceito de Área através da Resolução de Problemas", propõe uma abordagem alternativa para o ensino de Matemática, contrastando com a sistemática tradicional, ao aplicar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no ensino de Áreas de polígonos em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental. A pergunta central que norteia a pesquisa é: quais são os reflexos da implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no ensino do conceito de Área com estudantes do Ensino Fundamental (Anos Finais)? Inicialmente, a pesquisa estabelece uma base teórica sobre Resolução de Problemas, detalhando a Metodologia que será implementada durante a pesquisa. Na sequência, fornece a fundamentação teórica relacionada ao ensino e cálculo de Áreas. Com base nesses fundamentos, foi desenvolvida uma sequência didática direcionada para o ensino de Áreas no Ensino Fundamental (Anos Finais). Essa sequência didática consiste em seis atividades que foram aplicadas em sala de aula utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, cinco problemas geradores em relação ao tema Áreas, e, uma atividade que propõe a proposição de problemas pelos estudantes. O caráter da pesquisa é qualitativo, adotando o procedimento de investigação-ação. Os dados coletados durante a pesquisa, incluindo documentações, anotações em um caderno de observações da professora-pesquisadora e gravações, foram analisados e detalhados a fim de verificar os reflexos da implementação dessa Metodologia. Os resultados da pesquisa indicam por um lado, melhorias no envolvimento dos estudantes e no desenvolvimento de habilidades como criatividade, pensamento crítico e maior autonomia dos estudantes, e, por outro lado, desafios, como a resistência à mudança do modelo de ensino tradicional. Com base na sequência didática aplicada em sala de aula, foi desenvolvido um Produto Educacional compreendendo um caderno de problemas, estruturado em duas partes: uma direcionada aos estudantes, contendo os problemas geradores, e outra destinada aos professores, apresentando considerações didáticas e metodológicas. Esse recurso tem como objetivo permitir que outros professores possam replicar essa abordagem em suas práticas educacionais.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas. Ensino de Matemática. Áreas.

## ABSTRACT

The research, entitled "Teaching the concept of Area through Problem Solving", proposes an alternative approach to teaching Mathematics, contrasting with the traditional systematic, by applying the Mathematics Teaching-Learning-Assessment Methodology through Problem Solving. Problems in teaching polygon areas in an 8th year elementary school class. The central question that guides the research is: what are the consequences of implementing the Mathematics Teaching-Learning-Assessment Methodology through Problem Solving in teaching the concept of Area with Elementary School students (Final Years)? Initially, the research establishes a theoretical basis on Problem Solving, detailing the methodology that will be implemented during the research. Next, it provides the theoretical foundation related to the teaching and calculation of Areas. Based on these foundations, a didactic sequence was developed aimed at teaching Areas in Elementary School (Final Years). This didactic sequence consists of six activities that were applied in the classroom using the Teaching-Learning-Assessment Methodology through Problem Solving, five generating problems in relation to the Areas theme, and an activity that proposes the proposition of problems by students. The nature of the research is qualitative, adopting the action investigation procedure. The data collected during the research, including documentation, notes in the teacher-researcher's observation notebook and recordings, were analyzed and detailed in order to verify the consequences of the implementation of this Methodology. The research results indicate, on the one hand, improvements in student engagement and the development of skills such as creativity, critical thinking and greater student autonomy, and, on the other hand, challenges, such as resistance to changing the traditional teaching model. Based on the didactic sequence applied in the classroom, an Educational Product was developed comprising a problem notebook, structured in two parts: one aimed at students, containing the generating problems, and another aimed at teachers, presenting didactic and methodological considerations. This resource aims to allow other teachers to replicate this approach in their educational practices.

**Keywords:** Problem Solving. Teaching Mathematics. Areas.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Esquema da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas . . . . .	34
Figura 3.1 – Ilustração do quadrado e do retângulo de lados $b$ e $h$ . . . . .	43
Figura 3.2 – Ilustração do paralelogramo e do retângulo . . . . .	44
Figura 3.3 – Ilustração do triângulo e do paralelogramo . . . . .	45
Figura 3.4 – Ilustração do losango . . . . .	45
Figura 3.5 – Ilustração do trapézio . . . . .	46
Figura 3.6 – Ilustração do quadrado de lado $n$ . . . . .	48
Figura 3.7 – Ilustração do quadrado de lado $\frac{m}{n}$ . . . . .	49
Figura 3.8 – Ilustração dos quadrados de lados $x_k$ , $y_k$ e $l$ . . . . .	50
Figura 3.9 – Ilustração do quadrado de lado $l$ e do retângulo de lados $m$ e $n$ . . . . .	51
Figura 3.10 – Ilustração do paralelogramo . . . . .	52
Figura 3.11 – Ilustração do triângulo . . . . .	53
Figura 3.12 – Ilustração do losango . . . . .	54
Figura 3.13 – Ilustração do trapézio . . . . .	55
Figura 4.1 – Ciclo refletindo as etapas consideradas na elaboração dos problemas geradores sobre Áreas . . . . .	60
Figura 4.2 – Capa do Produto Educacional . . . . .	62
Figura 4.3 – Problema Gerador 3 . . . . .	63
Figura 4.4 – Material do Professor relacionado ao Problema Gerador 3 . . . . .	63
Figura 5.1 – Resolução do problema 1(b) pelo grupo C . . . . .	65
Figura 5.2 – Resolução do problema 1(b) pelo grupo A . . . . .	66
Figura 5.3 – Resolução do problema 1(c) pelo grupo D . . . . .	68
Figura 5.4 – Resolução do problema 1(c) pelo grupo E . . . . .	68
Figura 5.5 – Resolução do problema 1(d) pelos grupos A, D e G . . . . .	69
Figura 5.6 – Resolução do problema 1(d) pelo grupo C . . . . .	69
Figura 5.7 – Resolução do problema 1(d) pelo grupo B . . . . .	70
Figura 5.8 – Resolução do problema 1(e) pelo grupo D . . . . .	71
Figura 5.9 – Resolução do problema 2(a) pelo grupo A . . . . .	72
Figura 5.10 – Resolução do problema 2(b) pelos grupos A, B, C, D, E, F e G . . . . .	73
Figura 5.11 – Resolução do problema 2(c) pelo grupo D . . . . .	74
Figura 5.12 – Resolução do problema 2(c) pelos grupos C e E . . . . .	74
Figura 5.13 – Resolução do problema 3(a) pelos grupos A, B e F . . . . .	76
Figura 5.14 – Resolução do problema 3(b) pelo grupo E . . . . .	77
Figura 5.15 – Resolução do problema 3(b) pelo grupo D . . . . .	77
Figura 5.16 – Resolução do problema 3(c) pelos grupos A e D . . . . .	78
Figura 5.17 – Resolução do problema 3(c) pelo grupo E . . . . .	78

Figura 5.18–Resolução do problema 4(a) pelos grupos B e D . . . . .	80
Figura 5.19–Resolução do problema 4(a) pelo grupo E . . . . .	81
Figura 5.20–Resolução do problema 4(b) pelos grupos B, C e G . . . . .	82
Figura 5.21–Resolução do problema 4(b) pelo grupo E . . . . .	82
Figura 5.22–Resolução do problema 5(a) pelo grupo E . . . . .	84
Figura 5.23–Resolução do problema 5(b) pelo grupo A . . . . .	84
Figura 5.24–Resolução do problema 5(b) pelo grupo C . . . . .	85
Figura 5.25–Resolução do problema 5(b) pelo grupo D . . . . .	86
Figura 5.26–Resolução do problema 5(b) pelos grupos E e G . . . . .	86
Figura 5.27–Resolução do problema 5(c) pelo grupo E . . . . .	87
Figura 5.28–Resolução do problema 5(c) pelo grupo G . . . . .	88
Figura 5.29–Problemas considerados fáceis propostos pelos grupos A, B, C, D .	91
Figura 5.30–Problema considerado fácil proposto pelo grupo E . . . . .	92
Figura 5.31–Problemas considerados fáceis propostos pelos grupos F e G . . .	92
Figura 5.32–Problemas considerados difíceis propostos pelos grupos B, D, E e F	94
Figura 5.33–Problema considerado difícil proposto pelo grupo C . . . . .	94
Figura 5.34–Problemas considerados difíceis propostos pelos grupos A e G . .	95

## LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 – Como Resolver Um Problema . . . . .	26
Quadro 3.1 – O estudo de Áreas de acordo com a BNCC nos Anos Finais do Ensino Fundamental . . . . .	39
Quadro 3.2 – Conexões entre o cálculo de Área de polígonos . . . . .	42
Quadro 4.1 – Descrição dos problemas da sequência didática . . . . .	59
Quadro 5.1 – Problema Gerador 1 . . . . .	65
Quadro 5.2 – Problema Gerador 2 . . . . .	71
Quadro 5.3 – Problema Gerador 3 . . . . .	75
Quadro 5.4 – Problema Gerador 4 . . . . .	79
Quadro 5.5 – Problema Gerador 5 . . . . .	83
Quadro 5.6 – Proposição de problemas envolvendo Áreas . . . . .	90
Quadro 5.7 – Principais características dos problemas fáceis propostos pelos grupos . . . . .	90
Quadro 5.8 – Principais características dos problemas difíceis propostos pelos grupos . . . . .	93

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CEPSH	Comitê de Ética na Pesquisa em Seres Humanos
GTERP	Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas
MEC	Ministério da Educação
MMM	Movimento da Matemática Moderna
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
1.1	OBJETIVOS	15
<b>1.1.1</b>	<b>Objetivo Geral</b>	<b>15</b>
<b>1.1.2</b>	<b>Objetivos Específicos</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS</b>	<b>16</b>
2.1	A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CURRÍCULO	16
2.2	O QUE É UM PROBLEMA?	21
<b>2.2.1</b>	<b>Diferença entre problema e exercícios</b>	<b>22</b>
2.3	DIFERENTES ABORDAGENS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	23
<b>2.3.1</b>	<b>O Ensino sobre resolução de problemas</b>	<b>24</b>
<b>2.3.2</b>	<b>O Ensino para a resolução de problemas</b>	<b>26</b>
<b>2.3.3</b>	<b>O Ensino através da resolução de problemas</b>	<b>27</b>
2.4	METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	29
<b>3</b>	<b>ÁREAS</b>	<b>37</b>
3.1	ORIENTAÇÕES CURRICULARES SOBRE O ENSINO DE ÁREAS	37
3.2	O ENSINO DE ÁREAS	40
<b>3.2.1</b>	<b>Desenvolvimento conceitual das fórmulas para o cálculo de Áreas de polígonos</b>	<b>41</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Cálculo de Área de polígonos</b>	<b>42</b>
3.3	DEMONSTRAÇÃO DAS FÓRMULAS DE CÁLCULO DE ÁREA DE ALGUNS POLÍGONOS	47
<b>3.3.1</b>	<b>Demonstrações das fórmulas de cálculo de Áreas de acordo com o material do PROFMAT</b>	<b>47</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Área do quadrado</b>	<b>48</b>
<b>3.3.3</b>	<b>Área do retângulo</b>	<b>50</b>
<b>3.3.4</b>	<b>Área do paralelogramo</b>	<b>52</b>
<b>3.3.5</b>	<b>Área do triângulo</b>	<b>53</b>
<b>3.3.6</b>	<b>Área de polígonos convexos</b>	<b>53</b>
<b>4</b>	<b>PERCURSO METODOLÓGICO</b>	<b>56</b>
4.1	CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA	56
4.2	PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DE DADOS	57
4.3	ESTRUTURA DAS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	58
<b>4.3.1</b>	<b>Etapas consideradas na elaboração dos problemas geradores</b>	<b>60</b>
4.4	O PRODUTO EDUCACIONAL	61
<b>5</b>	<b>ANÁLISE DE DADOS DA PESQUISA</b>	<b>64</b>

5.1	PROBLEMA 1 - EXPLORANDO A ÁREA DE QUADRADOS E RETÂNGULOS EM UM CAMPO DE FUTEBOL . . . . .	64
5.2	PROBLEMA 2 - DESVENDANDO O PARALELOGRAMO: EXPLORANDO ÁREAS COM O TANGRAM . . . . .	71
5.3	PROBLEMA 3 - A ÁREA TRIANGULAR EM BANDEIRINHAS . . . . .	75
5.4	PROBLEMA 4 - A ÁREA DE UMA PIPA EM FORMATO DE LOSANGO . . . . .	79
5.5	PROBLEMA 5 - A ÁREA DE UM TERRENO EM FORMATO DE TRAPÉZIO . . . . .	83
5.6	PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ÁREAS . . . . .	88
5.7	ANÁLISE DOS REFLEXOS DA UTILIZAÇÃO DA METODOLOGIA . . . . .	96
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES . . . . .</b>	<b>101</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>103</b>
	<b>APÊNDICE A – PRODUTO EDUCACIONAL . . . . .</b>	<b>107</b>
	<b>ANEXO A – PROJETO APROVADO PELO COMITÊ DE ÉTICA . . . . .</b>	<b>169</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Área é uma medida que quantifica o espaço ocupado por uma figura fechada em um plano. O estudo de Áreas é uma parte fundamental do currículo escolar de Matemática, sendo amplamente abordado nos anos finais do Ensino Fundamental. Um dos objetivos ao ensinar esse conteúdo é possibilitar que os estudantes estabeleçam expressões de cálculo de Área de figuras planas, permitindo que os estudantes resolvam e proponham problemas que envolvam medidas de Área de figuras geométricas. É orientado pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC, que o ensino de Áreas não deve se limitar a uma simples aplicação de fórmulas de cálculo de Área (BRASIL, 2018).

No cenário atual do ensino de Áreas, observa-se uma predominância na abordagem mecânica, com ênfase na memorização de fórmulas para o cálculo de Áreas, muitas vezes desprovida de uma compreensão conceitual, como já afirmam P. F. Lima e Bellemain (2010, p. 187):

O trabalho com área no Ensino Fundamental foi marcado durante um longo período por uma ênfase exagerada nas fórmulas de áreas das figuras geométricas usuais (retângulo, paralelogramo, triângulo etc.), e também nas unidades e conversões entre unidades de área.

A sistemática de ensino centrada na memorização e repetição de exercícios, conforme observado por Vasconcellos (1992), apresenta limitações significativas. Essa abordagem, denominada tradicional, além de não favorecer o ensino significativo da Matemática, também apresenta alto risco de não aprendizagem.

Diante dessa realidade, surge a necessidade de explorar e investigar abordagens educacionais que possam aprimorar a compreensão de conceitos, promovendo uma aprendizagem significativa<sup>1.1</sup> e, como consequência, melhorar o desempenho dos estudantes. Em outras palavras, reconhece-se a presença de desafios e limitações a serem superados nas estratégias adotadas pelo ensino tradicional.

Com esse interesse, ao longo desta pesquisa, concentraremos nossa atenção em investigar de que forma a aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas<sup>1.2</sup> pode contribuir no processo de ensino-aprendizagem do conceito de Áreas.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas permite que os estudantes construam o conhecimento matemático a partir da Resolução de Problemas para os quais não possuem conhecimento

<sup>1.1</sup> Seguindo a perspectiva de Van de Walle (2009) utilizaremos o termo 'aprendizagem significativa' ao longo do texto para indicar um processo que busca proporcionar sentido e compreensão à aprendizagem. Esse processo ocorre quando os estudantes buscam um entendimento mais profundo que vai além da simples aplicação de procedimentos ou algoritmos.

<sup>1.2</sup> Metodologia desenvolvida pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas – GTERP, sob coordenação da Professora Doutora Lourdes de la Rosa Onuchic.

prévio de um algoritmo de resolução. Dessa forma, espera-se que o conteúdo matemático seja internalizado à medida que os estudantes busquem solucionar os problemas propostos, em que o estudante assume o papel de protagonista de sua aprendizagem.

A proposta desta pesquisa é abordar o ensino de Áreas de polígonos baseado nessa Metodologia, com a expectativa de proporcionar uma contribuição significativa para o aprendizado dos estudantes. Será explorado o desenvolvimento conceitual das fórmulas de cálculo de Áreas, seguindo a ideia expressa por Van de Walle (2009, p. 429):

Um desenvolvimento conceitual de fórmulas é muito mais do que simplesmente fornecer fórmulas aos alunos. Quando os estudantes desenvolvem fórmulas, eles adquirem compreensão conceitual das ideias e das relações envolvidas e se ocupam de um dos processos reais de fazer matemática.

Nesse sentido, desenvolver a compreensão profunda de fórmulas ou expressões matemáticas estimula a resolução criativa de problemas e promove conexões conceituais, preparando os estudantes para o aprendizado contínuo e reduzindo a necessidade de memorização.

A pesquisa incluirá o desenvolvimento de uma sequência didática sobre a temática Áreas de polígonos, que será implementada utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental. Posteriormente, ela será analisada de forma qualitativa na perspectiva da investigação-ação a fim de verificar sua implicação.

O problema de pesquisa o qual queremos responder é: quais são os reflexos da implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no ensino do conceito de Área com estudantes do Ensino Fundamental (Anos Finais)? Com base nas conclusões obtidas a partir dos resultados da investigação, nossa intenção é desenvolver um Produto Educacional, em formato de livro digital, que contribua no processo de ensino-aprendizagem da temática Áreas.

Esta pesquisa está estruturada em seis capítulos. O primeiro capítulo fornece uma introdução abrangente ao tema, delineando os objetivos e o contexto. O segundo capítulo explora o histórico da Resolução de Problemas, e dá ênfase a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. O terceiro capítulo explora orientações sobre o ensino do conceito de Áreas no currículo educacional brasileiro, além de explorar o desenvolvimento conceitual das fórmulas de cálculo de Área dos seguintes polígonos: quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, losango e trapézio. Também apresentaremos as demonstrações dessas fórmulas. No quarto capítulo, descrevemos o percurso metodológico da pesquisa, os procedimentos que serão utilizados na análise de dados e a estrutura da sequência didática que será implementada. O quinto capítulo analisará as atividades realizadas, buscando avaliar

os reflexos da implementação da Metodologia, considerando a experiência dos estudantes. Por fim, o sexto capítulo apresenta as conclusões e considerações finais da pesquisa.

## 1.1 OBJETIVOS

A seguir estão delineados tanto o objetivo geral quanto os objetivos específicos que norteiam esta pesquisa.

### 1.1.1 Objetivo Geral

Investigar os reflexos do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no ensino do conceito de Área com estudantes do Ensino Fundamental (Anos Finais).

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Propor uma sequência didática elaborada a partir da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas envolvendo o conteúdo de Áreas;
- Analisar o desempenho dos estudantes na execução das atividades propostas;
- Elaborar um Produto Educacional em formato de livro digital como resultado da pesquisa, apresentando uma sequência didática voltada para o Ensino de Área de polígonos baseado na Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

## 2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Esta pesquisa se dedica a investigar a Metodologia do Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Inicialmente, apresentaremos um breve contexto histórico acerca da inclusão da Resolução de Problemas no currículo. Em seguida, discutiremos as diversas abordagens que podem ser adotadas para explorar a resolução de problemas em contextos educacionais. No entanto, nossa ênfase será direcionada ao método fundamentado no Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

Ao longo do texto, utilizaremos apenas a palavra Metodologia (com letra maiúscula) para designar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, a fim de evitar repetições.

Além disso, para facilitar o entendimento do texto, usaremos as notações resolução de problemas e Resolução de Problemas na mesma perspectiva que Leal Junior e Onuchic (2019, p. 231) em que propuseram:

A expressão resolução de problemas refere-se ao ato de resolver problemas ou situações-problemas, algo que pode ser esporádico ou momentâneo, uma atividade de cunho recognitivo e puramente heurístico, que vise à exploração pontual de problemas matemáticos. Já a expressão Resolução de Problemas diz de uma prática institucionalizada ou um movimento educacional, algo que acontece em atividades e perpassa todo um movimento educacional e, por sua vez, ultrapassa os limites impostos pelo tempo e pelo espaço, extravasando as paredes da escola, problematizando a vida de alguma forma.

### 2.1 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CURRÍCULO

A Matemática se manifesta na sociedade desde a antiguidade, impulsionada pela necessidade de encontrar soluções para problemas. Hoje em dia, a busca por resolver situações-problema do cotidiano ainda faz parte da realidade da sociedade, abrangendo não apenas o campo da Matemática, mas também se estendendo a várias outras áreas.

O ensino da Matemática no início do século XX era centrado na memorização e repetição. Nesse método, o professor transmitia um determinado conteúdo, e os estudantes simplesmente o memorizavam e repetiam de maneira mecânica. A avaliação dos estudantes baseava-se em exercícios repetitivos destinados a consolidar os conteúdos apresentados pelo professor em sala de aula. No entanto, em pouco tempo, os estudantes esqueciam o que haviam decorado.

Após alguns anos, tornou-se evidente que havia deficiências no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, o que exigiu a busca por inovações e estratégias para garantir que os estudantes realmente compreendessem a Matemática ensinada nas escolas. Foi nesse contexto que o matemático húngaro George Polya (1887-1985) escreveu um livro em que propunha a introdução da resolução de proble-

mas no ambiente escolar, com o objetivo de formar indivíduos habilidosos na resolução de problemas matemáticos.

Em meados do século XX, Polya publicou a versão original de seu livro, escrito em língua inglesa, que teve um impacto significativo naquela época. O livro intitulado "How to Solve It" (escrito em 1944, e publicado em 1945), foi traduzido para diversas línguas, incluindo o português, onde recebeu o título "A Arte de Resolver Problemas"<sup>2.1</sup>. O livro escrito por Polya é amplamente reconhecido como um marco na resolução de problemas, e o matemático é considerado o pai da Resolução de Problemas.

Nas décadas de 1960 e 1970, o Movimento da Matemática Moderna – MMM silenciou o livro de Polya. O movimento trouxe uma nova abordagem, com objetivo de revolucionar a forma de ensino da Matemática:

Com o movimento de reforma chamado Matemática Moderna, vigente nos anos sessenta e setenta do século XX, o mundo foi influenciado por recomendações de ensinar Matemática apoiada em estruturas lógica, algébrica, topológica e de ordem, enfatizando a teoria dos conjuntos. O tratamento excessivamente abstrato, o despreparo dos professores para este trabalho, assim como a falta de participação dos pais de alunos, nesse movimento, fadou-o ao fracasso. (ONUICHIC; ALLEVATO, 2011, p. 78)

Esse movimento, voltado para uma abordagem mais formal e abstrata da Matemática, adotado por muitos países naquela época, incluindo o Brasil, não teve sucesso, pois não trouxe melhorias significativas no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Diante do fracasso do Movimento da Matemática Moderna, considerando que ela não favorecia a aprendizagem, em 1970, ressurgiu a proposta de utilizar a Resolução de Problemas como prática de ensino.

Em 1980, o "Conselho Nacional de Professores de Matemática" (National Council of Teachers of Mathematics – NCTM) uma respeitada associação de educadores de matemática dos Estados Unidos, que é uma organização profissional sem fins lucrativos, publicou vários documentos, contendo propostas curriculares que tiveram uma influência significativa em diversos países. Isso desencadeou um movimento significativo voltado para a melhoria do ensino da matemática.

A pesquisa que floresceu durante a década de 1980 teve um importante impacto nas práticas escolares, devido às publicações do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (Conselho Nacional de Professores de Matemática), nos Estados Unidos, em 1989 os Padrões de Currículo e Avaliação para a Matemática Escolar, em seguida os Padrões Profissionais para o ensino de Matemática (1991) e os Padrões de Avaliação para a Matemática Escolar (1995). Assim, o trabalho empregado pelo NCTM ao longo de duas décadas (1980 e 1990) culminou na publicação em 2000 do livro Princípios e Padrões para a Matemática Escolar, conhecidos com Standards, trazendo fundamentação teórica e orientações para os professores de matemática,

<sup>2.1</sup> O livro foi publicado em 1978, com uma segunda reimpressão em 1995.

bem como exerceu influência em currículos de outros países na implantação, sistematização e divulgação da Resolução de Problemas. (MARCATTO; ONUCHIC, 2021, p. 53)

Dois documentos publicados pelo NCTM tiveram um impacto significativo nos processos de ensino da Matemática escolar:

- “An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980’s” (Uma agenda para ação: recomendações para a Matemática escolar de 1980);
- “Principles and Standards for School Mathematics” (Princípios e padrões para a matemática escolar), que ficou conhecido como Standards 2000 (Padrões 2000).

A partir da publicação do documento intitulado “An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980’s”, inicia-se a fase:

[...] da Resolução de Problemas, cujas ideias apoiavam-se, especialmente, nos fundamentos do construtivismo e na teoria sociocultural, que tem Vygotsky como principal teórico. O foco, nessa fase, foi colocado sobre os processos de pensamento matemático e de aprendizagem por descoberta, no contexto da resolução de problemas. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 78)

O NCTM (1980) apresentou 8 recomendações para a matemática escolar de 1980, e a primeira dessas recomendações sugere “A Resolução de Problemas deve ser o foco da matemática escolar na década de 80”. Este documento, de acordo com Onuchic (1999, p. 205), ressalta que :

O currículo matemático deveria ser organizado ao redor de resolução de problemas;

A definição e a linguagem de resolução de problemas em matemática deveria ser desenvolvida e expandida de modo a incluir uma ampla gama de estratégias, processos de modo de apresentação que encerrassem o pleno potencial de aplicações matemáticas;

Os professores de matemática deveriam criar ambientes de sala de aula onde a resolução de problemas pudessem prosperar;

Materiais curriculares adequados ao ensino de resolução de problemas deveriam ser desenvolvidos para todos os níveis de escolaridade;

Os programas de matemática dos anos 80 deveriam envolver os estudantes com resolução de problemas, apresentando aplicações em todos os níveis;

Pesquisadores de agências de fomento à pesquisa deveriam priorizar, nos anos 80, investigações em resoluções de problemas.

Em 2000, quando o NCTM publicou "Principles and Standards for School Mathematics", foram detalhados Princípios e Padrões a fim de descrever a compreensão Matemática, bem como o conhecimento e as habilidades que os estudantes deveriam desenvolver ao longo de sua trajetória escolar.

De acordo com o NCTM (2000), foram apresentados seis Princípios fundamentais para a Educação Matemática de alta qualidade: Equidade; Currículo; Ensino;

Aprendizagem; Avaliação e Tecnologia. Além disso, o documento aponta cinco Padrões com os blocos de Conteúdos específicos relacionando o que os estudantes devem aprender e saber: Números e Operações; Álgebra; Geometria; Medidas; Análise de Dados e Probabilidade. E, em consonância com esses cinco Padrões de Conteúdo, o documento descreve cinco Padrões de Processos que dizem respeito às habilidades matemáticas que os estudantes devem desenvolver: Resolução de Problemas; Argumentação e Provas; Comunicação; Conexões e Representação.

Nesse sentido, esse documento, de acordo com o NCTM, considera a Resolução de Problemas como um padrão de processo, um meio de fazer o estudante aprender Matemática e diz que:

Ao resolver problemas matemáticos, os alunos adquirem formas de pensar, hábitos de persistência e curiosidade e confiança em situações desconhecidas que servem inclusive para situações fora da sala de aula de matemática. (NCTM, 2000, p. 4, tradução nossa)

A publicação desses documentos, claramente demonstra, a preocupação e o comprometimento de estudiosos e pesquisadores da área com o ensino, e a compreensão da matemática no contexto escolar.

Entre 1997 e 1998, aconteceu no Brasil a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN. Eles foram desenvolvidos pelo Ministério da Educação – MEC a fim de padronizar e melhorar a qualidade da educação no país. O documento serviu como referência para os currículos escolares em todo o território brasileiro.

Em 1997, foi publicado o documento norteador de 1<sup>a</sup> a 4<sup>a</sup> série, e em 1998 de 5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> série. Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM, foram publicados em 1999.

A partir desse documento elaborado no Brasil, fica evidente que o país corrobora e acompanha o pensamento iniciado pelo NCTM, de trabalhar com a Metodologia de Resolução de Problemas.

A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las. (BRASIL, 1998, p. 40)

Além de indicar a Resolução de Problemas como sugestão de ponto de partida das atividades matemáticas na sala de aula, os PCN afirmam que :

A Matemática está presente na vida de todas as pessoas, em situações em que é preciso, por exemplo, quantificar, calcular, localizar um objeto no espaço, ler gráficos e mapas, fazer previsões. Mostram que é fundamental superar a aprendizagem centrada em procedimentos mecânicos, indicando a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática a ser desenvolvida em sala de aula. (BRASIL, 1998, p. 59)

Nesse sentido, Onuchic e Allevato (2004, p. 242) ratificam que "[...] ensinar Matemática através da Resolução de Problemas é uma abordagem consistente com as recomendações do NCTM e dos PCN pois conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto da Resolução de Problemas".

Em 2017, é publicado no Brasil o atual documento norteador da Educação Básica Brasileira, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC. O documento estabelece diretrizes para o currículo escolar em todo o país, e é subdividido em áreas de conhecimento, tais como Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza e Ciências Humanas. Para cada uma dessas áreas, são estabelecidos os conhecimentos, competências e habilidades que os estudantes devem desenvolver progressivamente ao longo de sua trajetória escolar.

A BNCC apresenta competências gerais que direcionam a aprendizagem em diversas áreas do conhecimento. No total, são dez competências para cada área, que devem ser desenvolvidas pelos estudantes ao longo de sua Educação Básica. Na área da Matemática, a segunda competência se relaciona de forma mais próxima à Resolução de Problemas, visando: “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” (BRASIL, 2018, p. 267).

Ao analisarmos as orientações da BNCC, fica evidente que muitas habilidades previstas no ensino de Matemática estão relacionadas a resolução e formulação de problemas. No que se refere ao Ensino Fundamental, na área da Matemática, a BNCC destaca a importância em formar estudantes letrados em Matemática, e como consequência, um dos meios de enriquecer esse processo é através da formulação e resolução de problemas:

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemática. (BRASIL, 2018, p. 266)

Além disso, a BNCC apresenta de forma mais incisiva e explícita a Resolução de Problemas como objeto e estratégia de aprendizagem de matemática:

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, **objeto e estratégia** para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. (BRASIL, 2018, p. 266, grifo nosso)

Dessa forma, o documento garante que podemos ensinar matemática para/sobre resolver problemas (objeto), mas vale considerar a resolução de problemas também

como estratégia, ou seja, um meio para aprender matemática. O documento, de acordo com Allevato e Onuchic (2021, p. 41), considera a Resolução de Problemas "[...] como uma estratégia para a aprendizagem matemática, e não somente como contexto para aplicar conteúdos matemáticos supostamente aprendidos previamente".

O documento também dá ênfase à elaboração e formulação de problemas, tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio.

No Ensino Médio é ratificada a importância do letramento Matemático e da Resolução de Problemas como um caminho para alcançá-lo, dando continuidade ao que já foi proposto ao Ensino Fundamental, com intuito de:

Promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior. Isso significa que novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos. (BRASIL, 2018, p. 529)

Ao analisar esses dois documentos educacionais brasileiros, isso nos revela uma clara ênfase na promoção da Resolução de Problemas como uma abordagem no Ensino de Matemática, acompanhando publicações internacionais que destacam a importância de uma abordagem educacional que não se limite à transmissão de conteúdos, mas que promova o desenvolvimento de habilidades cognitivas, como o raciocínio lógico, a criatividade, a capacidade de análise crítica e a resolução de desafios.

Em seguida, discutiremos as distinções entre problemas e exercícios, e abordaremos as diferentes perspectivas da Resolução de Problemas no contexto educacional.

## 2.2 O QUE É UM PROBLEMA?

Problemas aparecem não apenas na Matemática, mas em diversas situações do cotidiano. É possível conceituar o que constitui um problema em diversos contextos. De acordo com o dicionário Michaelis da Língua Portuguesa, problema significa "Tema, em qualquer área do conhecimento, cuja solução ou resposta requer considerável pesquisa, estudo e reflexão".

A seguir, exploraremos as definições conceituais de um problema, fundamentadas nas perspectivas de estudiosos no campo da Matemática.

Conforme citado em Van de Walle (2009, p.57), Hiebert define um problema como "qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados e nem haja uma percepção por parte dos estudantes de que haja um método "correto" específico de solução". Da mesma forma, Lester, citado em Echeverría e Pozo (1998, p. 15), define um problema como "uma

situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução".

De acordo com Onuchic e Allevato (2011, p. 81), um problema "é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer".

Em todas essas concepções, é perceptível que um problema matemático não é algo que se resolve instantaneamente. Pelo contrário, ele deve incentivar o estudante a pensar de forma crítica e criativa, desafiá-lo ao apresentar uma situação para a qual o estudante ainda não tem a solução imediata, mas deve estar motivado a desvendá-la. A Resolução de um Problema requer criatividade, representando um desafio que impulsiona o desenvolvimento de diversas habilidades.

### 2.2.1 Diferença entre problema e exercícios

Uma questão que merece reflexão é a distinção entre um problema e um exercício. Um problema, como já caracterizado na Seção 2.2, é uma situação que não fornece explicitamente o tipo de algoritmo a ser usado na resolução. O estudante precisa pensar em uma estratégia de resolução, o que envolve a capacidade de raciocínio e a busca por soluções criativas.

No contexto escolar, o exercício, como o próprio nome indica, tem o propósito de praticar e repetir técnicas de um determinado conteúdo. Na Matemática, por exemplo, os exercícios tradicionais incluem tarefas como "arme e efetue", ou ainda exercícios de fixação, nos quais o estudante simplesmente replica uma série de passos já pré-estabelecidos semelhantes aos exercícios já resolvidos.

Um exercício avalia a capacidade de repetir técnicas ou procedimentos, a aplicação de fórmulas, a memorização de determinados passos, mas não exige que o estudante crie ou desenvolva estratégias de resolução.

Ao diferenciar problema e exercício, Echeverría e Pozo (1998, p. 16) afirmam que:

Uma situação somente pode ser concebida como um problema na medida em que exista um reconhecimento dela como tal, e na medida em que não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a seqüência de passos a serem seguidos. Esta última característica seria a que diferenciaria um verdadeiro problema de situações similares, como podem ser os exercícios. Dito de outra forma, um problema se diferencia de um exercício na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução. Por isso, é possível que uma mesma situação represente um problema para uma pessoa enquanto que para outra esse problema não existe, quer porque ela não se interesse pela situação, quer porque possua mecanismos para resolvê-la com um investimento mínimo de recursos cognitivos e pode reduzi-la a um simples exercício.

É importante destacar que, despertar a curiosidade pela resolução de problemas

é uma questão muito relativa. Para um estudante, uma situação pode verdadeiramente representar um problema, enquanto para outro estudante, a mesma situação pode ser apenas um exercício.

Os problemas têm desempenhado um papel de extrema importância no avanço da Matemática ao longo da história, estimulando a descoberta de novos conceitos e desafiando os limites do conhecimento matemático. Além disso, entende-se que:

[...] na resolução de problemas, os estudantes vão exercitar as suas mais diversas capacidades intelectuais como também mobilizar estratégias das mais diversas naturezas para encontrar a resposta, tais como: criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, liberdade, estabelecimento de conexões, experimentação, tentativa e erro, utilização de problemas conhecidos, interpretação dos resultados etc. (ROMANATTO, 2012, p. 303)

Atualmente, a Resolução de Problemas está ganhando ainda mais destaque no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Essa abordagem não apenas estimula uma compreensão profunda dos conceitos matemáticos, mas também promove o desenvolvimento do pensamento crítico e da criatividade dos estudantes.

Nas seções seguintes, exploraremos com mais detalhes como a Resolução de Problemas se tornou uma peça central na Educação Matemática contemporânea, examinando suas diferentes abordagens, implicações e benefícios.

### 2.3 DIFERENTES ABORDAGENS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Matemática é uma ciência que desempenha um papel fundamental na vida do ser humano, desde os tempos mais remotos da antiguidade. Sua construção ao longo da história resultou da necessidade do ser humano lidar com desafios práticos e problemas do cotidiano.

Ao longo do século XX, a comunidade de Educação Matemática percebeu que o ensino da Matemática não apresentava resultados desejáveis, e que era necessário buscar novos caminhos para efetivar o entendimento da Matemática escolar. A Resolução de Problemas se mostrou uma possível estratégia para reverter o cenário educacional.

Após quase três décadas de tentativas sem sucesso, no que se refere à aprendizagem dos alunos no ensino de Matemática, testes internacionais vieram comprovar que crianças norte-americanas apresentavam baixo rendimento em resolução de problemas matemáticos, se comparadas a, por exemplo, crianças do Oriente, cujo currículo matemático era orientado por outros modelos. Frente a esses resultados, era preciso uma nova mudança curricular, com vistas a melhor preparar os estudantes em Matemática, de forma que pudessem bem desempenhar suas habilidades de resolução de problemas, tornando-se capazes de, além de encontrarem as respostas para os problemas trabalhados, entenderem os princípios e as operações matemáticas do problema, ampliando os conhecimentos adquiridos para outros contextos. Era a vez da retomada do "ensino com compreensão". Foi nesse cenário que a Resolução de Problema, como uma teoria já bem estruturada, ganhou espaço

nos currículos escolares dos Estados Unidos e, posteriormente, de um grande número de países do mundo. (MORAIS; ONUCHIC, 2021, p. 30)

Até o final da década de 1980, apesar das propostas de se trabalhar com resolução de problemas para promover o ensino da Matemática, ainda não se tinha uma visão clara do que seria Resolução de Problemas com enfoque na Matemática escolar, e, na comunidade de Educação Matemática, existiam várias abordagens sobre como abordá-la.

É possível notar a complexidade dessa temática analisando as discussões acerca das diferentes perspectivas estudadas por pesquisadores da área.

No artigo intitulado "Developing understanding in mathematics via problem solving" (Desenvolvendo compreensão em matemática através de Resolução de Problemas), Schroeder e Lester (1989) indicam três diferentes abordagens de se trabalhar a Resolução de Problemas:

- Ensino **sobre** a resolução de problemas;
- Ensino **para** a resolução de problemas;
- Ensino **via (através da)** resolução de problemas.

Apesar de serem teoricamente abordagens diferentes, na prática, elas, muitas vezes, se entrelaçam, como já afirma Onuchic (1999, p. 207) "[...] embora na teoria as três concepções de ensinar resolução de problemas matemáticos possam ser separadas, na prática elas se superpõem e acontecem em várias combinações e sequências".

Apresentaremos a seguir, um breve relato sobre cada uma dessas abordagens.

### 2.3.1 O Ensino sobre resolução de problemas

O Ensino **sobre** resolução de problemas tem como objetivo incorporar a resolução de problemas como um novo conteúdo, instruindo os professores em como orientar os estudantes na resolução de problemas. Nessa abordagem, inserem-se as ideias de George Polya.

Polya, considerado o pai da Resolução de Problemas, ao publicar o livro "A Arte de Resolver Problemas" iniciou o prefácio deste livro dizendo:

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na solução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as suas faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. [...] Um professor de Matemática tem uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas se ele desafia a curiosidade dos alunos apresentando-lhes problemas compatíveis com os conhecimentos destes e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo. (POLYA, 1995, p. V)

Neste livro, Polya apresenta estratégias para auxiliar os professores a trabalhar a habilidade de solucionar problemas com os estudantes. De acordo com Allevato (2014, p. 213), este livro de Polya tornou-se referência no ensino sobre resolução de problemas,

Esta obra pode ser considerada, talvez, o mais importante exemplo entre os trabalhos com teor essencialmente voltado a ensinar sobre resolução de problemas. Ao abordar o ensino sobre Resolução de Problemas, o matemático descreve em sua obra quatro etapas distintas para promover habilidades de um bom resolvidor de problemas.

A fim de auxiliar os professores a trabalhar com a resolução de problemas em sala de aula, Polya sugere quatro etapas nas quais se deve fundamentar a resolução de qualquer problema. As quatro etapas de "Como Resolver Um Problema", conforme delineadas por Polya, são detalhadas no Quadro 2.1.

De acordo com o Quadro 2.1, a primeira etapa, consiste na *compreensão do problema*, em que o estudante após ler o problema, é capaz de recapitular a situação que acabou de ler. Na segunda etapa, *a elaboração do plano*, o estudante precisa reservar um tempo para pensar e criar um plano detalhado, ou seja, descrever as etapas que devem ser seguidas para alcançar a solução da questão proposta. Após o estudante ter formado suas conclusões, ele terá todas as ferramentas para avançar para a etapa de execução do plano. Na terceira etapa, *a execução do plano*, o estudante deve colocar em prática o plano que elaborou na etapa anterior, o que o conduzirá a uma possível resposta para o problema. Na quarta e última etapa, *retrospecto*, o estudante deve realizar uma revisão e verificar o resultado, assegurando-se de que a resposta que obteve seja compatível com a solução do problema. De acordo com Polya, essa fase é de extrema importância para aprimorar o desenvolvimento do estudante no processo de resolução de problemas.

As etapas propostas funcionam como guia, orientações, indagações, caminhos norteadores para chegar a solução. Nesse sentido,

[...] o ensino sobre resolução problemas corresponde a considerá-la como um novo conteúdo. São abordados temas relacionados à resolução de problemas e percebe-se uma forte ênfase nas heurísticas como forma de orientar os alunos na resolução de problemas, como regras e processos gerais, independentes do conteúdo específico. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 39)

O papel do professor no processo de resolução de problemas deve estar bem claro, sua função é orientar, instigar, ser um facilitador e incentivador e ter cautela nas orientações, pois o protagonismo do processo deve ficar a cargo do estudante. Nesse sentido, Polya (1995, p. 1) afirma que:

Um dos mais importantes deveres do professor é o de auxiliar os alunos, o que não é fácil, pois exige tempo, prática, dedicação e princípios firmes. O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio

Quadro 2.1 – Como Resolver Um Problema

COMPREENSÃO DO PROBLEMA	
<b>Primeiro</b> É preciso compreender o problema.	Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória? Trace uma figura. Adote uma notação adequada. Separe as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las?
ESTABELECIMENTO DE UM PLANO	
<b>Segundo</b> Encontre a conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata. É preciso chegar afinal a um plano para a resolução.	Já o viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece um problema correlato? Conhece um problema que lhe poderia ser útil? Considere a incógnita e procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. Eis um problema correlato e já antes resolvido. É possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado? É possível utilizar o seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização? É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo ainda de outra maneira? Volte as definições. Se não puder resolver o problema proposto, procure antes resolver algum problema correlato. É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema? Mantenha apenas uma parte de condicionante, deixe a outra de lado; até que ponto fica assim determinada a incógnita? Como pode ela variar? É possível obter dos dados alguma coisa de útil? É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? É possível variar a incógnita, ou os dados, ou todos eles, se necessários, de tal maneira que fiquem mais próximos entre si? Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?
EXECUÇÃO DO PLANO	
<b>Terceiro</b> Execute o seu plano.	Ao executar o seu plano de resolução, verifique cada passo. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?
RETROSPECTO	
<b>Quarto</b> Examine a solução obtida.	É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num relance? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Fonte: (POLYA, 1995, p. xii-xiii)

insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará ao aluno fazer. O professor deve auxiliar nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho.

### 2.3.2 O Ensino para a resolução de problemas

O Ensino **para** a resolução de problemas acontece quando o professor ensina determinado conteúdo matemático, para depois utilizá-lo, e aplicá-lo na resolução de problemas.

Nessa abordagem, o professor direciona sua atenção para a maneira que os conceitos matemáticos são transmitidos aos estudantes, com o objetivo de fornecer-

lhes as bases necessárias em termos de conceitos e técnicas matemáticas. Essa preparação inicial visa auxiliar os estudantes a posteriormente aplicar essas habilidades matemáticas no processo de solucionar problemas.

Segundo Allevato e Onuchic (2021, p. 40), "[...] nessa abordagem, apenas após ter desenvolvido a parte *teórica* referente a um determinado tópico matemático, é que o professor propõe problemas aos alunos, de fato como a aplicação dos conteúdos estudados". O objetivo é que os estudantes apropriem-se dos princípios e métodos matemáticos, de modo que eles sejam capazes aplicar o que aprenderam em diferentes situações.

Essa abordagem compreende um paradigma discutido por Van de Walle (2009), de "ensinar-então-praticar", em que a resolução de problemas está separada do processo de aprendizagem. O autor afirma que ao separar o ensino da resolução de problemas e do confronto com as ideias, a aprendizagem matemática fica separada do fazer matemática, o que simplesmente não faz sentido algum.

É importante destacar também que, ao utilizar essa abordagem, por vezes, os problemas podem se tornar simplesmente exercícios nos quais os estudantes praticam e consolidam a teoria que estudaram. Além de que, problemas já resolvidos servem como modelos para a resolução de problemas futuros.

O ensino para a resolução de problemas é uma visão que:

[...] considera a Matemática como utilitária de modo que, embora a aquisição de conhecimento matemático seja de primordial importância, o propósito principal do ensino é ser capaz de utilizá-lo. O professor concentra-se no modo como a Matemática que está sendo ensinada pode ser aplicada na resolução de problemas, e preocupa-se com a habilidade dos alunos de transferirem o que aprenderam num contexto para problemas em outros contextos, ou seja, ele ensina para a resolução de problemas. Essa é, ainda atualmente, a concepção mais presente nas salas de aula e nos livros texto de Matemática, mas pode levar a configurar a resolução de problemas como uma atividade que os alunos só podem realizar após a introdução de um novo conceito, ou após o treino de alguma habilidade de cálculo ou algoritmo. (ALLEVATO, 2014, p. 213)

Essa abordagem, que enfatiza o ensino para a resolução de problemas, ainda é amplamente adotada atualmente, inclusive é a que mais aparece na sala de aula e nos livros didáticos.

### 2.3.3 O Ensino através da resolução de problemas

No Ensino **através da** resolução de problemas considera-se a resolução de problemas como um meio para o ensino de Matemática. A aprendizagem do conteúdo matemático acontece por meio da Resolução de um Problema, em que o problema é o ponto de partida para a construção do conhecimento matemático e o processo de resolução do problema consolida a aprendizagem.

Nessa abordagem, o objetivo é construir o conhecimento, o conteúdo matemático, a partir de um problema, e segundo Onuchic (1999), o problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento. Dessa forma, o conteúdo matemático é atingido na busca pela solução do problema.

Van de Walle (2009), um dos estudiosos que também defende o trabalho através da Resolução de Problemas, afirma que, os estudantes devem resolver problemas não para aplicar matemática. O autor destaca as vantagens de implementar a abordagem de Resolução de Problemas no ensino de Matemática. Ao redirecionar o foco dos estudantes para a compreensão de conceitos e a busca de significado, isso resulta em diversos benefícios, incluindo o fortalecimento da autoconfiança dos estudantes, ao demonstrar que são capazes de aplicar os conceitos matemáticos.

Ensinar através da resolução de problemas não é uma tarefa fácil. Porém, várias habilidades são desenvolvidas nos estudantes ao fazê-la. Van de Walle (2009) destaca o valor da Resolução de Problemas no ensino, considerando algumas razões que justificam esse esforço:

A Resolução de Problemas concentra a atenção dos alunos sobre as ideias e em dar sentido às mesmas;

A Resolução de Problemas desenvolve nos alunos a convicção de que eles são capazes de fazer matemática e de que a matemática faz sentido;

A Resolução de Problemas fornece dados contínuos para a avaliação que podem ser usados para tomar decisões educacionais, ajudar os alunos a ter bom desempenho e manter os pais informados;

A Resolução de Problemas possibilita um ponto de partida para uma ampla gama de alunos;

Uma abordagem de Resolução de Problemas envolve os estudantes de modo que ocorrem menos problemas de disciplina;

A Resolução de Problemas desenvolve o “potencial matemático”;

É muito divertida! (VAN DE WALLE, 2009, p. 59)

Dessa forma, percebe-se que essa abordagem é inclusiva, adaptando-se a uma ampla variedade de estudantes, permitindo que cada um avance em seu próprio ritmo e nível de compreensão. A abordagem também envolve ativamente os estudantes, reduzindo potencialmente problemas disciplinares, já que os estudantes se tornam mais envolvidos e motivados nas atividades matemáticas.

No Brasil, seguindo essa abordagem, temos a proposta da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, com forte presença no GTERP – Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas, da Universidade Estadual Paulista, em Rio Claro/SP. Lourdes de La Rosa Onuchic, coordenadora do grupo GTERP, e precursora dessa pesquisa no Brasil, ressalta:

Nós, no grupo GTERP, temos trabalhado em Resolução de Problemas com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da

Resolução de Problemas', onde o ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra uma concepção mais atual de avaliação. Ela, a avaliação, é construída durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando sua aprendizagem e reorientando as práticas em salas de aula quando for necessário. (ONUCHIC, 2013, p. 12)

Essa abordagem será a base adotada ao longo desta pesquisa, na qual buscamos investigar e examinar minuciosamente como essa abordagem pode impactar a experiência de aprendizagem dos estudantes, ao mesmo tempo em que avaliamos as vantagens e desafios que a acompanham.

## 2.4 METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Como discutido na Seção 2.3.3, existem diferentes abordagens para trabalhar com o ensino centrado na Resolução de Problemas. Nesta pesquisa, a ênfase será investigar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na qual:

A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 47)

Essa Metodologia não visa apenas ensinar os alunos a resolver problemas ou a aplicar conceitos específicos na resolução de problemas, mas considera a Resolução de Problemas como uma oportunidade para os alunos construírem novos conhecimentos matemáticos. Conforme destacado por Pironel (2019, p. 140),

Tal metodologia não se propõe a ensinar os alunos a resolver problemas e nem a utilizar os problemas como aplicação direta de um determinado conteúdo matemático trabalhado na sala de aula. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas considera a possibilidade de que, a partir de um problema gerador, o aluno possa construir novos conhecimentos matemáticos. A formalização acontece no final do processo de resolução de problemas e não no início.

É necessário destacar que, de acordo com Allevato (2005, p. 78), "[...] o ensino através da Resolução de Problemas não exclui as demais concepções, constituindo-se assim em uma abordagem mais completa e abrangente que as demais".

De acordo com Onuchic e Allevato (2019), a Metodologia tem como princípio que "[...] o problema é um ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos". A escolha do problema, conhecido como

problema gerador, é de fundamental importância nessa Metodologia, como destacam Onuchic e Allevato (2009, p. 142),

[...] os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor.

A escolha do problema gerador “[...] visa à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento; ou seja, o conteúdo matemático necessário ou mais adequado para a resolução do problema ainda não foi trabalhado em sala de aula” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 49). O professor deve selecionar um problema gerador com a intenção de estimular a curiosidade dos estudantes, sem que os estudantes tenham conhecimento prévio de um algoritmo específico para a Resolução do Problema, permitindo que os estudantes mobilizem seus conhecimentos matemáticos, promovam o pensamento independente e explorem a criatividade em busca de soluções. Nessa abordagem, os conhecimentos prévios dos estudantes precisam ser levados em consideração para formar e construir novos conhecimentos matemáticos.

A aplicação dessa Metodologia na sala de aula desafia os estudantes a investigar, buscar soluções e descobrir padrões. Ao fazer isso, eles não apenas consolidam o aprendizado, mas também se engajam em um pensamento reflexivo sobre as ideias envolvidas, como destacado por Van de Walle (2009, p. 57),

[...] enquanto os estudantes estão ativamente procurando relações, analisando padrões, descobrindo que métodos funcionam e quais não funcionam e justificando resultados ou avaliando e desafiando os raciocínios dos outros, eles estão necessariamente e favoravelmente se engajando em um pensamento reflexivo sobre as ideias envolvidas.

Dentro desse contexto, a Metodologia utiliza um problema como ponto de partida para guiar os estudantes na construção ativa de conhecimentos matemáticos. Como evidenciado por Marcatto e Onuchic (2021, p. 54), “[...] novos conteúdos, conceitos e estratégias são construídos a partir do problema proposto, com a participação ativa dos alunos e a orientação do professor”.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas coloca o estudante como protagonista da sua própria aprendizagem. Utilizar essa Metodologia em sala de aula exige, do professor e dos estudantes uma nova postura. Conforme enfatizado por Onuchic e Allevato (2011), o professor precisa deixar de ser o centro das atenções, passando para os estudantes a maior responsabilidade da aprendizagem que pretendem atingir. E os estudantes por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade.

Dentro dessa perspectiva, que considera o estudante como protagonista de sua aprendizagem, a compreensão dos conteúdos é estimulada, desenvolvendo uma

série de habilidades, tais como o desenvolvimento do raciocínio, da criatividade e do pensamento crítico, o que leva a uma aprendizagem significativa e duradoura.

Ao introduzir essa Metodologia na sala de aula, ocorre uma inversão em relação ao modelo tradicional de ensino. Os estudantes não estão mais simplesmente ouvindo o professor, eles se transformam nos principais protagonistas do próprio aprendizado. Ao invés de receberem o conteúdo diretamente do professor, os estudantes se envolvem ativamente ao resolverem os problemas propostos. Somente ao final desse processo, o professor formaliza o conteúdo matemático de maneira clara, objetiva e utilizando a linguagem matemática.

Quanto à avaliação, ao contrário dos métodos tradicionais que se baseiam em testes pontuais e notas finais, a Metodologia integra uma concepção mais atual sobre avaliação. A avaliação não se limita a momentos específicos mas envolve a observação e análise constante do desempenho do estudante ao longo de todo o processo de Resolução de Problemas, conforme enfatizam Onuchic e Allevato (2009). Destaca-se que a avaliação do crescimento do estudante é feita continuamente, durante a resolução ativa dos problemas, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos estudantes.

Alguns professores podem se sentir pressionados pelo tempo dedicado ao implementar essa proposta em sala de aula, uma vez que demanda mais tempo, especialmente quando há uma quantidade significativa de conteúdos a ser ensinada no currículo, além das avaliações padronizadas as quais são cobrados em preparar os estudantes. No entanto, é importante destacar que a implementação dessa Metodologia não representa uma perda de tempo, na verdade, é um investimento, proporcionando uma economia de tempo a longo prazo. Isso ocorre, pois,

[...] passamos muito tempo reensinando porque os alunos não retêm as ideias. O tempo gasto para ajudá-los a desenvolver redes significativas de ideias reduz drasticamente a necessidade de reensinar e de recuperação, criando, assim, tempo a longo prazo. (VAN DE WALLE, 2009, p. 76)

Vale a pena considerar que, mesmo nas aulas tradicionais, a alocação de tempo para ensinar o conteúdo é uma necessidade, e a Resolução de Problemas pode ser uma maneira eficiente de atingir os objetivos educacionais de forma mais profunda e envolvente.

Conforme destacado por Onuchic e Allevato (2004), a aprendizagem é percebida como uma consequência do processo de Resolução de Problemas. Nesse contexto, espera-se que "[...] tarefas envolvendo problemas ou atividades sejam o veículo pelo qual um currículo deva ser desenvolvido" (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p. 240).

No contexto do ensino de Matemática, Cai e Lester (2012) propõem estratégias específicas para otimizar a resolução de problemas e promover a aprendizagem. Se-

gundo os autores, os professores devem envolver os estudantes em uma variedade de práticas na resolução de problemas, tais como:

- Encontrar múltiplas estratégias de resolução para um dado problema;
- Engajar-se na exploração matemática;
- Fazer justificativas sobre suas resoluções;
- Fazer generalizações.

Essas práticas não apenas enriquecem a experiência de aprendizado, mas também contribuem significativamente para o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas dos estudantes.

Ao adotar tais estratégias preconizadas por Cai e Lester (2012), os professores não apenas proporcionam aos estudantes oportunidades valiosas para aprimorar suas capacidades cognitivas, lógicas e criativas, mas também incorporam uma abordagem dinâmica e participativa ao ensino de Matemática. A busca por múltiplas estratégias estimula a flexibilidade cognitiva, enquanto a exploração matemática fomenta a curiosidade e aprofunda a compreensão conceitual dos estudantes. A prática de fazer justificativas instiga a clareza na comunicação de ideias, e a habilidade de fazer generalizações promove uma visão abrangente e aplicável dos conceitos matemáticos. Essa abordagem dinâmica e participativa não apenas enriquece o aprendizado da Matemática, mas também instiga o interesse dos estudantes, transformando a Matemática em uma disciplina dinâmica e envolvente.

Vale destacar, ainda, que essa Metodologia não será a base para todas as aulas. Segundo Cai e Lester (2012, p. 152) é necessário observar que “[...] não estamos dizendo que todas as tarefas com que os estudantes se deparam devam ser problemáticas. Se o objetivo de uma aula é desenvolver e dominar certas habilidades, alguns exercícios são necessários”.

A abordagem da Resolução de Problemas no ensino de matemática ganha uma perspectiva enriquecedora ao considerar três características fundamentais. Essas características, delineadas por Van de Walle (2009), ressaltam a importância de uma abordagem dinâmica e centrada no estudante para a resolução de problemas matemáticos. O autor afirma que um problema voltado para a aprendizagem matemática possui três características :

*O problema deve começar onde os alunos estão.* O projeto ou seleção de tarefas deve levar em consideração a compreensão atual dos estudantes. Eles devem ter as ideias apropriadas para se envolver e resolver o problema e, ainda assim, considerá-lo desafiante e interessante. Os estudantes devem considerar a tarefa algo que faça sentido.

*O aspecto problemático ou envolvente do problema deve estar relacionado à matemática que os alunos vão aprender.* Ao resolver o problema ou fazer a atividade, os alunos devem estar preocupados principalmente em dar significado à matemática envolvida e, assim, desenvolver sua compreensão sobre essas ideias. Embora seja aceitável e até mesmo desejável ter contextos para

os problemas que os tornem interessantes, esses aspectos não devem ser o foco da atividade. Nem as atividades “não-matemáticas” (cortar e colar, colorir gráficos etc.) devem distrair os estudantes da matemática envolvida.

*A aprendizagem matemática deve requerer justificativas e explicações para as respostas e os métodos.* Os estudantes devem compreender que a responsabilidade para determinar se as respostas estão corretas e por que elas estão corretas também é deles. A justificativa deve ser uma parte integrante de suas soluções. (VAN DE WALLE, 2009, p. 57-58)

A primeira característica relata a importância de que a escolha do problema comece do ponto em que os estudantes se encontram, considerando seus conhecimentos prévios e experiências. Isso permite que a situação-problema seja relevante e significativa para os estudantes, conectando-se, por exemplo, à sua vida cotidiana, interesses e vivências.

A segunda característica, que se refere a problemática do enunciado do problema, afirma que ela deve estar intrinsecamente ligada aos conceitos matemáticos que os estudantes estão prestes a aprender. Durante a Resolução do Problema, é fundamental que os estudantes concentrem seus esforços em atribuir significado à matemática envolvida. Dessa forma, busca-se não apenas a resolução prática da situação apresentada, mas, sobretudo, o desenvolvimento da compreensão profunda desses conceitos, promovendo uma aprendizagem mais significativa e duradoura.

E a terceira característica diz respeito às justificativas e explicações para as respostas e métodos utilizados, enfatizando que um elemento fundamental de um problema direcionado à aprendizagem matemática é que a sua resolução não se restrinja apenas a encontrar uma resposta correta, mas também inclua a necessidade de justificar e explicar essa resposta, bem como os métodos empregados para alcançá-la.

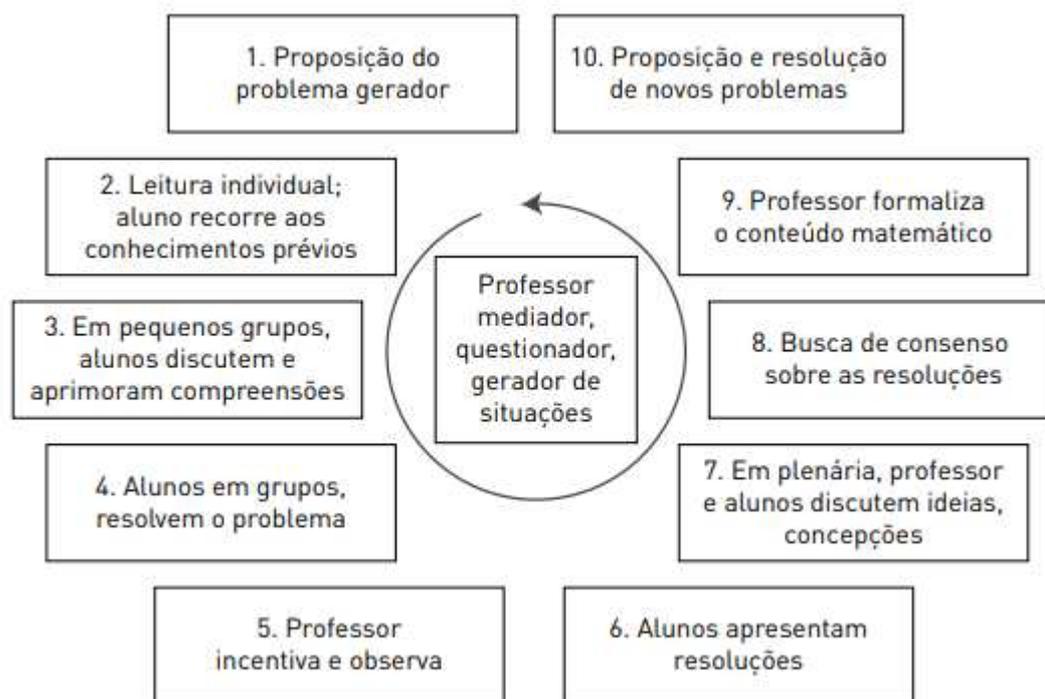
Considerando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, Allevalo e Onuchic (2021) apresentam um roteiro a fim de facilitar a aplicação dessa proposta em sala de aula. Nesta pesquisa optou-se por seguir as 10 etapas propostas pelas autoras, que estão expressas na Figura 2.1.

De acordo com a proposta das autoras, faremos um breve relato de cada etapa.

A primeira etapa, **proposição do problema gerador**, consiste na organização do professor em buscar ou aceitar o problema a partir do qual ocorrerá a construção de um novo conceito ou conteúdo matemático. Esse problema pode ser sugerido pelos próprios estudantes, elaborado pelo professor ou ainda retirado de livros e apostilas e ser adaptado para tal situação. Nesse sentido,

É preciso que se elabore ou selecione um problema, visando à construção de um novo conceito ou um novo conteúdo. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário à resolução do problema dado ainda não tenha sido trabalhado em sala de

Figura 2.1 – Esquema da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 51)

aula, sendo que as atividades precisam ser planejadas considerando-se o conhecimento prévio dos alunos e às necessidades de se atender ao conteúdo programático. (HUANCA; ONUCHIC, 2011, p. 8)

Na segunda etapa, **leitura individual; aluno recorre aos conhecimentos prévios**, o estudante deve fazer a leitura do problema proposto pelo professor de forma individual, antes do professor fazer a leitura. Além disso, nessa etapa o estudante precisa pensar sobre o problema e desafiar-se a usar seus conhecimentos prévios na busca de uma solução, "[...] a ação nesta etapa é do aluno, ao ler individualmente, tem possibilidade de refletir, de colocar-se em contato com a linguagem matemática e desenvolver sua própria compreensão do problema proposto" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 49). Nessa etapa não deve ocorrer a interferência por parte do professor.

A terceira etapa, **em pequenos grupos, alunos discutem e aprimoram compreensões**, de acordo com Onuchic e Allevato (2011, p. 11), "Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema", ou seja, o professor pode auxiliar, fazendo questionamentos, lendo o problema com o grupo para facilitar na compreensão, porque muitas vezes a leitura do problema pelo professor favorece a interpretação, considerando as dificuldades em interpretar dos estudantes.

As dificuldades de interpretação por parte dos estudantes não devem ser subestimadas, uma vez que afetam não apenas a Matemática, mas também outras

disciplinas e contextos. O professor desempenha um papel crucial nesta etapa ao facilitar a discussão, promover a troca de ideias e esclarecer possíveis dúvidas. Se for necessário esclarecer alguns conceitos ou termos desconhecidos pelos estudantes as autoras Onuchic e Allevato (2011, p. 83) enfatizam que "[...] surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário".

Além disso, Van de Walle (2009) destaca a importância em formar grupos heterogêneos, unindo estudantes com diferentes níveis de habilidade, incluindo tanto aqueles que enfrentam maiores desafios como os mais habilidosos. Essa abordagem cria um ambiente colaborativo propício à troca de conhecimentos e experiências entre os estudantes.

A quarta etapa, **alunos em grupo resolvem o problema**, consiste na resolução do problema proposto nos pequenos grupos, através dos conhecimentos prévios dos estudantes para posteriormente construir-se o conteúdo matemático ainda desconhecido para a turma. Para solucionar o problema, os estudantes podem utilizar de figuras, gráficos, tabelas ou elementos que julgarem necessários para se chegar em uma solução.

Nesta etapa: "[...] os estudantes compartilham ideias e resultados, comparam e avaliam estratégias, desafiam resultados, determinam a validade das respostas e negociam ideias sobre as quais todos podem concordar" (VAN DE WALLE, 2009, p. 49). O registro escrito é essencial nesta etapa.

A quinta etapa, **professor incentiva e observa**, o professor se coloca como mediador, observador, questionador, auxiliando os estudantes a avançarem na resolução. Nesse sentido,

O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.(ONUCHIC; ALLEVATO, 2009, p. 141)

Na sexta etapa, **alunos representam resoluções**, os estudantes apresentam resoluções na lousa. Um integrante de cada grupo registra na lousa as conclusões e estratégias de resolução discutidas no grupo, e explica os caminhos que levaram o grupo a chegar em determinada solução.

Na sétima etapa, **em plenária, professor e alunos discutem ideias, concepções**, a turma discute os processos de resolução registrados na lousa, as dificuldades encontradas, as diferentes respostas e estratégias, e cada grupo tem oportunidade

de defender e justificar suas ideias. Esse momento é considerado bastante rico para a aprendizagem, "[...] o professor se coloca, como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos" (ONUChic, 2013, p. 13).

Na oitava etapa, **busca do consenso sobre as resoluções**, busca-se determinar qual foi o método mais eficiente ou menos eficiente para solucionar o problema discutido. Nesse momento, o professor juntamente com os estudantes chegam a um consenso da solução mais adequada para o problema.

Na nona etapa, **professor formaliza o conteúdo matemático**, consiste na formalização do conteúdo após todo o processo de reflexão e discussão de ideias. Nessa etapa, o professor apresenta na lousa um conteúdo matemático que formaliza a temática do problema, destacando propriedades e definições matemáticas. Este é o momento que o professor deve apresentar a linguagem matemática de forma clara e precisa, "[...] padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto" (ONUChic; ALLEVATO, 2009, p. 141).

A décima etapa, a **proposição e resolução de novos problemas**, propõe aos estudantes a elaboração de novos problemas ou a reformulação do problema gerador, em que é possível avaliar a aprendizagem e ainda ampliar a aprendizagem. Conforme Allevato e Onuchic (2021, p. 50), propor a elaboração de problemas consiste em:

[...] analisar se foram compreendidos os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido naquela aula e consolidar as aprendizagens construídas nas etapas anteriores, bem como aprofundar e ampliar as compreensões acerca daquele conteúdo ou tópico matemático.

Ao estimular os estudantes a criar novos problemas relacionados ao problema gerador, não apenas se avalia a compreensão matemática, mas também ocorre a consolidação de conhecimentos prévios. Além disso, a proposição de problemas não só fomenta a criatividade, mas também estimula o raciocínio, contribuindo significativamente para o processo de aprendizagem da matemática.

As etapas mencionadas acima são de grande relevância. No entanto, o professor não está obrigado a expor todas elas aos estudantes como se fossem instruções fixas para todas as atividades. Essas etapas sugeridas podem ser adotadas de maneira informal, sem impor aos estudantes a obrigatoriedade de seguir cada uma delas de maneira restrita.

Portanto, ao utilizar essa Metodologia em sala de aula, "[...] os alunos podem aprender tanto **sobre** resolução de problemas, quanto aprendem Matemática **para** resolver novos problemas, enquanto aprendem Matemática **através** da resolução de problemas" (ALLEVATO, 2005, p. 61).

### 3 ÁREAS

Neste capítulo, desenvolveremos a teoria sobre o cálculo e o ensino de Áreas dos seguintes polígonos: quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, losango e trapézio.

Este capítulo está dividido em três seções. Na Seção 3.1, apresentaremos a forma como ocorre a orientação do ensino de Áreas no contexto do currículo educacional brasileiro. A Seção 3.2, se concentrará no ensino de Áreas e na apresentação de estratégias para construir o desenvolvimento conceitual das fórmulas de cálculo de Áreas. Na Seção 3.3, apresentaremos as demonstrações acerca das fórmulas utilizadas para o cálculo de Área dos polígonos já citados anteriormente, que seguirão uma abordagem semelhante à apresentada no livro de Geometria, da coleção do PROFMAT<sup>3.1</sup>, escrito por Antonio Caminha Muniz Neto.

#### 3.1 ORIENTAÇÕES CURRICULARES SOBRE O ENSINO DE ÁREAS

Por um longo período, o estudo de Áreas de polígonos no ensino de Matemática esteve centrado na aplicação de fórmulas de cálculo de Área, valorizando de forma excessiva os campos numéricos e algébricos. De acordo com P. F. Lima e Bellemain (2010, p. 187):

A apresentação de fórmulas e sua aplicação em uma série exaustiva de problemas têm se mostrado ineficaz e geradora de entraves futuros, como a confusão entre perímetro e Área, omissão ou o uso inadequado de unidades de Área (por exemplo, expressar a Área de uma figura em metros, que são unidades de comprimento). As fórmulas têm um papel importante na resolução de problemas matemáticos, mas, para que cumpram esse papel a contento, é preciso que os alunos sejam capazes de utilizá-las com compreensão. Além disso, há muitos problemas que envolvem a Área de figuras geométricas planas e nos quais não é necessário utilizar fórmulas.

Nesse sentido, um dos objetivos ao ensinar Áreas é fortalecer os campos geométricos e das grandezas.

O conceito de Área desempenha um papel fundamental na Matemática. Embora intimamente ligada à Geometria, a Área é considerada atualmente pelos documentos oficiais, uma componente do campo de Grandezas e Medidas na Matemática, distinguindo-se da Geometria, que se concentra nas análises e propriedades das formas e figuras geométricas.

Desde seus primórdios, o saber geométrico envolveu o que hoje podemos chamar de grandezas geométricas – comprimento, Área, volume e abertura de ângulo. Isso explica porque alguns tratam essas grandezas como parte do campo da geometria. Entretanto, seguindo as recomendações curriculares

<sup>3.1</sup> PROFMAT é o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, pelo qual, a pesquisadora desenvolveu esta dissertação.

mais recentes, não só do Brasil, mas também de outros países, o estudo das grandezas geométricas tem sido incluído no campo das grandezas e medidas e não no da geometria. Uma das razões para essa escolha reside na necessidade de maior atenção ao ensino do conceito de grandeza em geral, e não apenas das geométricas. [...] Em suma, podemos dizer que o enfoque puramente geométrico das grandezas geométricas é mais abstrato que o enfoque adotado quando elas são estudadas ao lado de grandezas em geral, em seu campo curricular específico. Por outro lado, é consenso que o estudo das grandezas geométricas é uma maneira privilegiada de se promover a ligação entre esses dois importantes campos da matemática escolar. (LIMA, P. F.; CARVALHO, 2010, p. 136)

A Área é uma medida que quantifica a extensão de uma superfície, permitindo a expressão numérica da extensão de uma figura plana, e o estudo de Áreas envolve compreender como medir e calcular o espaço dentro de figuras geométricas, o que cabe ao campo de Grandezas e Medidas. Normalmente, esse conteúdo é ensinado em um contexto geométrico, devido à sua estreita relação com a Geometria, que é quem fornece o quadro conceitual e as ferramentas necessárias para seu cálculo e compreensão. Portanto, ambas as Áreas do conhecimento estão interligadas de maneira significativa, assim como ratifica Van de Walle (2009, p. 438):

Uma rica compreensão da Geometria tem implicações claras e importantes para outras áreas curriculares [...] Medidas e Geometria estão claramente alinhadas no desenvolvimento de fórmulas para áreas e volumes na compreensão das relações entre área e perímetro ou superfície e volume.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC, publicada em 2017, orienta o Ensino Fundamental de 1º ao 9º ano, enquanto, antes disso, a educação no Brasil era orientada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, criados em 1997, quando o ensino abrangia da 1ª à 8ª série. Apesar da diferença de cerca de 20 anos entre suas publicações, ambos os documentos são essenciais na educação do país, com o propósito de orientar a construção dos currículos escolares.

A BNCC apresenta o componente curricular de Matemática estruturado em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística. Em cada uma dessas unidades constam seus respectivos objetos de conhecimento e habilidades.

A unidade temática Grandezas e Medidas, na BNCC, destaca: "Essa unidade temática contribui para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico" (BRASIL, 2018, p. 273). Além disso, determina que:

No Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos reconheçam comprimento, **área**, volume e abertura de ângulo como **grandezas associadas a figuras geométricas** e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. Além disso, espera-se que estabeleçam e utilizem relações entre essas grandezas e entre elas e grandezas não geométricas, para estudar

grandezas derivadas como densidade, velocidade, energia, potência, entre outras. Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e as de volumes de prismas e de cilindros. (BRASIL, 2018, p. 275, grifo nosso)

O Quadro 3.1, apresenta dados da BNCC, destacando como o conteúdo Área é distribuído no documento.

Quadro 3.1 – O estudo de Áreas de acordo com a BNCC nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Ano escolar	Unidade temática	Objeto de conhecimento	Habilidades
6º ano	Grandezas e Medidas	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume	(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
6º ano	Grandezas e Medidas	Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado	(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.
7º ano	Grandezas e Medidas	Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros	(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
8º ano	Grandezas e Medidas	Área de figuras planas Área do círculo e comprimento de sua circunferência	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

Fonte: (BRASIL, 2018)

É possível perceber que o ensino do conceito de Áreas na BNCC está concentrado no 7º e 8º ano do Ensino Fundamental, representando uma das mudanças em relação aos PCN, em que o estudo de Área era orientado a acontecer no atual 9º ano do Ensino Fundamental.

Em relação aos PCN, os conhecimentos de Matemática eram divididos em quatro blocos de conteúdos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, e Tratamento da Informação. O documento já afirmava que:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O trabalho com **noções geométricas** contribui para a aprendizagem de **números e medidas**, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. (BRASIL, 1998, p. 51, grifo nosso )

Embora em ambos os documentos o estudo de Áreas seja abordado na unidade temática de Grandezas e Medidas, é evidente que existe uma interconexão entre a compreensão dos conceitos geométricos, uma vez que as atividades de comparação em Grandezas e Medidas frequentemente envolvem elementos geométricos e numéricos.

Em relação ao desempenho dos estudantes no Brasil nessa temática, ele é insatisfatório,

[...] diferentes avaliações do ensino realizadas em nosso país mostram que o desempenho dos alunos é particularmente insatisfatório quando se trata de questões relativas a este campo. Tal fato, também observado em outros países, indica que ainda há um bom caminho a ser percorrido até podermos compreender melhor todos os aspectos associados ao estudo das grandezas e medidas no Ensino Fundamental. (LIMA, P. F.; BELLEMAIN, 2010, p. 167)

No âmbito internacional a problemática do desempenho insatisfatório dos estudantes persiste,

Os resultados dos testes da Avaliação Nacional do Progresso Educacional (NAEP) norte-americano indicam claramente que os estudantes não têm uma boa compreensão das fórmulas.[...] Desempenhos desse tipo são em grande parte devido a um excesso de ênfase em fórmulas com pouco ou nenhum fundamento conceitual. Simplesmente dizer aos alunos como uma fórmula foi derivada não funciona. (VAN DE WALLE, 2009, p. 429)

Isso realça um desafio no ensino das Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental, revelando que o nível de compreensão dos estudantes ainda não alcançou o desejado, o que indica a necessidade de aprimorar os métodos de ensino-aprendizagem nesse campo, a fim de promover uma aprendizagem significativa.

### 3.2 O ENSINO DE ÁREAS

O ensino de Áreas precisa ir além da simples aplicação de fórmulas, buscando garantir que os estudantes compreendam o raciocínio subjacente aos cálculos. Esta abordagem, centrada no entendimento, não apenas promove a proficiência nas fórmulas, mas também estimula o pensamento crítico e a criatividade, preparando os

estudantes para aplicar seus conhecimentos de maneira flexível em diversas situações. O objetivo, em conformidade com a BNCC, é que o ensino de Áreas não se restrinja à mera aplicação de fórmulas (BRASIL, 2018).

Ao aplicar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no ensino de Áreas, buscamos oferecer aos estudantes a oportunidade de explorar o desenvolvimento conceitual das fórmulas de cálculo de Áreas. O objetivo é afastar-se da aplicação mecânica e memorização de fórmulas sem uma compreensão conceitual. Essa abordagem alinha-se com a perspectiva de Van de Walle:

[...] uma abordagem conceitual para o desenvolvimento de fórmulas ajuda os alunos a compreender essas ferramentas de modo significativo e como meios eficientes de medir atributos diferentes dos objetos ao nosso redor. Já não é exigido que os alunos as memorizem como partes isoladas de fatos matemáticos, após terem desenvolvido fórmulas de modo significativo, pois os alunos podem derivar as fórmulas a partir do que eles já sabem. A Matemática faz sentido! (VAN DE WALLE, 2009, p. 434)

Com base nessa motivação, esta pesquisa incluirá a elaboração de uma sequência didática, na qual abordaremos o ensino de Áreas de maneira construtiva, permitindo que, ao longo da implementação da Metodologia, os estudantes participem ativamente no processo de aprendizagem.

### **3.2.1 Desenvolvimento conceitual das fórmulas para o cálculo de Áreas de polígonos**

A abordagem conceitual do desenvolvimento das fórmulas de cálculo de Área destaca-se por envolver os alunos no processo real de fazer Matemática, permitindo que compreendam as ideias e relações subjacentes às fórmulas. Nesta seção, exploraremos estratégias de construir esse desenvolvimento conceitual concentrando-nos no cálculo de Área dos polígonos que serão abordados na sequência didática: quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, losango e trapézio.

Ao explorar o desenvolvimento das fórmulas de cálculo de Área, buscamos proporcionar aos estudantes uma compreensão sólida e significativa dos princípios matemáticos envolvidos, em que:

[...] os estudantes podem ver como todas as fórmulas de área estão relacionadas a uma ideia comprimento da base vezes o comprimento da altura. E os estudantes que compreendem de onde as fórmulas se originam, não as verão como algo misterioso e tenderão a se lembrar delas, além de serem reforçados na ideia de que a matemática faz sentido. O uso mecânico e memorizado de fórmulas de um livro não oferece nenhuma destas vantagens. (VAN DE WALLE, 2009, p. 429)

Van de Walle fornece um relato que apresenta como as fórmulas associadas aos paralelogramos, triângulos e trapézios estão interligadas. De acordo com o autor:

"A conectividade das ideias matemáticas não poderia ser mais bem ilustrada do que com as conexões de todas essas fórmulas ao conceito único de altura vezes base" (VAN DE WALLE, 2009, p. 434). O autor ressalta as seguintes conexões:

**Paralelogramos** são realmente apenas retângulos que foram modificados para tornar seus lados inclinados. A área para ambos é  $B \times h$  ou comprimento da base  $\times$  altura.

**Triângulos** se mostram sendo simplesmente a metade de um paralelogramo com a mesma base e altura. A área de um triângulo é  $\frac{1}{2} \cdot (B \times h)$ .

**Trapézios** também estão relacionados a paralelogramos e triângulos. Por exemplo, todos os trapézios podem formar dois triângulos. As alturas de cada um deles são as mesmas. Use  $B$  para o lado paralelo mais longo e  $b$  para o menor e a área do trapézio será  $\frac{1}{2} \cdot (B \times h) + \frac{1}{2} \cdot (b \times h)$  (Embora isso possa ser simplificado, essa versão da fórmula é um modo mais fácil de ser lembrado e reforça o processo utilizado). (VAN DE WALLE, 2009, p. 434)

A seguir, apresentaremos o desenvolvimento teórico que possibilita estabelecer conexões entre o cálculo de Área dos polígonos já citados. As principais ideias que serão exploradas estão resumidas no Quadro 3.2.

Quadro 3.2 – Conexões entre o cálculo de Área de polígonos

Polígono	Conexão associada
Quadrado e retângulo	A Área de um quadrado e de um retângulo é determinada comparando a superfície da figura plana com uma unidade de medida de Área. Essa Área é calculada multiplicando-se a medida do comprimento da base pela medida do comprimento da altura.
Paralelogramo	A Área de um paralelogramo é análoga à do retângulo, quando ambos compartilham a mesma medida de base e altura.
Triângulo	A Área de um triângulo é igual à metade da Área de um paralelogramo quando ambos compartilham a mesma medida de base e altura.
Losango	Ao traçar a diagonal de um losango, é possível decompor a região limitada pelo losango em dois triângulos, resultando a Área do losango como a soma das Áreas desses dois triângulos.
Trapézio	É possível decompor a região limitada por um trapézio ao traçar sua diagonal. A Área do trapézio pode ser obtida somando as Áreas dos dois triângulos resultantes dessa decomposição.

Fonte: Elaborado pela autora

Com base nessas associações, exploraremos maneiras de representar as Áreas destes polígonos.

### 3.2.2 Cálculo de Área de polígonos

Podemos, de maneira intuitiva, afirmar, segundo Elon Lages Lima (1991), que a Área de uma região limitada no plano é um número real não negativo associado a essa região, que quantifica a região por ela ocupada.

Seja  $P$  um polígono do plano. A cada polígono  $P$  se pode associar um número real não negativo, chamado Área de  $P$ , com as seguintes propriedades:

1. Polígonos congruentes têm Áreas iguais.
2. Se  $P$  é um quadrado unitário, então a Área de  $P$  é igual a 1.
3. Se  $P$  pode ser decomposto em uma reunião de  $n$  polígonos  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , tais que quaisquer dois desses polígonos têm em comum no máximo alguns lados, então a Área de  $P$  é igual à soma das Áreas dos  $P_i$ . (LIMA, E. L., 1991, p. 21)

Para calcular a Área de um polígono de Área desconhecida, o autor enfatiza a técnica de particionar esse polígono e, posteriormente, efetuar a soma para determinar sua Área original. No entanto, é essencial possuir conhecimento sobre as Áreas dos polígonos mais comuns para viabilizar essa técnica, ou seja, quando nos deparamos com uma figura de Área desconhecida, podemos recorrer à técnica de particioná-la em múltiplas figuras com Áreas conhecidas.

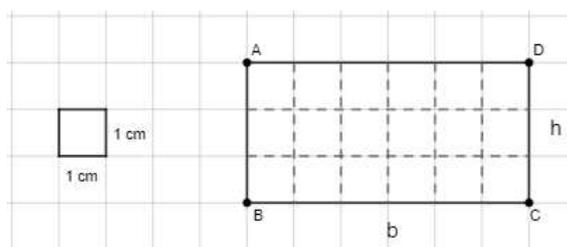
Durante o desenvolvimento das fórmulas para calcular Áreas de alguns polígonos, adotaremos essa abordagem, enfatizando a decomposição da figura em partes com Áreas conhecidas. Essa técnica facilita a compreensão conceitual das fórmulas, permitindo que os estudantes desenvolvam uma compreensão significativa ao entender como determinar a Área total por meio da análise das partes componentes da figura.

Considerando que as definições elementares desse conteúdo estejam disponíveis e possam ser encontradas no livro "Fundamentos de Matemática Elementar – Geometria Plana" de Dolce e Pompeo (2013), elas serão omitidas na discussão dessa seção. Considerando essa base de conhecimento estabelecida, podemos avançar e aprofundar a exploração dos conceitos matemáticos relacionados às Áreas dos polígonos mencionados inicialmente.

### 1. Área do quadrado e do retângulo

Considere o retângulo  $ABCD$  presente na Figura 3.1, de base  $b$  e altura  $h$ , e vamos tomar como unidade de Área um quadradinho com lado de 1 cm de comprimento, cuja Área corresponde a  $1 \text{ cm}^2$ .

Figura 3.1 – Ilustração do quadrado e do retângulo de lados  $b$  e  $h$



Fonte: Elaborado pela autora

Para medirmos a superfície de uma figura plana, precisamos compará-la com uma unidade de medida de Área. Essa unidade de medida corresponde a uma figura de dimensões unitárias. Então, podemos verificar quantas vezes essa figura unitária “cabe” na região que queremos medir.

Neste caso, em específico, podemos notar que cabem 6 quadrados na base  $b$ , deste retângulo e 3 na altura  $h$ , logo a Área será dada pelo produto:  $6 \times 3 = 18$ , assim, a Área do retângulo será  $18 \text{ cm}^2$ .

Esse raciocínio pode ser estendido para o cálculo de Área de uma região retangular qualquer, em que ela será dada pelo produto da medida de comprimento da base pela medida de comprimento da altura. Portanto:

$$\text{Área do retângulo} = \text{base} \cdot \text{altura} = b \cdot h. \quad (1)$$

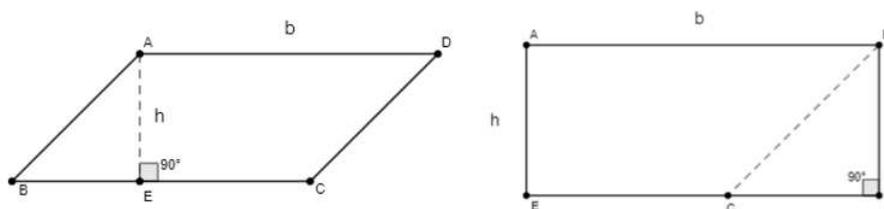
O raciocínio é análogo para o quadrado, que é um caso particular de retângulo. Então, podemos representar a Área de um quadrado com lado de medida  $l$ , por:

$$\text{Área do quadrado} = l \cdot l = l^2. \quad (2)$$

## 2. Área do paralelogramo

Considere o paralelogramo  $ABCD$ , de base  $\overline{BC}$ , de medida de comprimento  $b$ , e altura  $\overline{AE}$  (perpendicular à base  $\overline{BC}$ ), de medida de comprimento  $h$ , como mostra a Figura 3.2.

Figura 3.2 – Ilustração do paralelogramo e do retângulo



Fonte: Elaborado pela autora

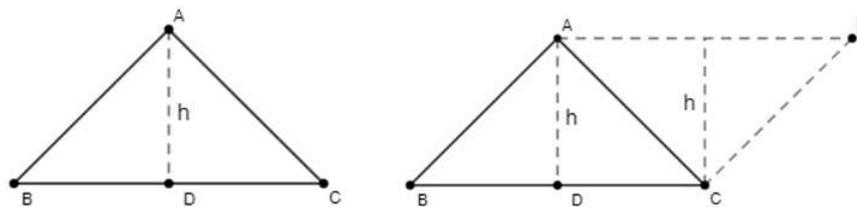
A medida de Área da região  $ABCD$  é igual à medida de Área da região retangular  $AEFD$ , obtida quando removemos a região triangular  $ABE$  para a posição  $CFD$ , pois dessa forma não alteramos nem a medida de comprimento da base nem a medida de comprimento da altura.

Assim,

$$\text{Área do paralelogramo} = \text{Área do retângulo} = \text{base} \cdot \text{altura} = b \cdot h. \quad (3)$$

## 3. Área do triângulo

Figura 3.3 – Ilustração do triângulo e do paralelogramo



Fonte: Elaborado pela autora

Considere o triângulo  $ABC$  presente na Figura 3.3, em que  $h$  representa sua altura em relação a base  $\overline{BC}$ .

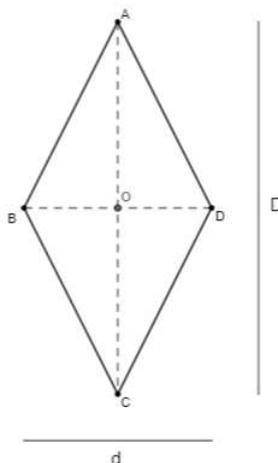
Para calcular a Área da região plana limitada pelo triângulo  $ABC$ , consideramos dois triângulos idênticos, e ao rotacionar um deles em  $180^\circ$ , ao sobrepor os dois triângulos, compomos um paralelogramo utilizando os dois triângulos. Como os dois triângulos que compõem o paralelogramo são idênticos, a Área de cada um deles é igual à metade da Área do paralelogramo. Donde temos:

$$\text{Área do Triângulo} = \frac{(\text{Área do paralelogramo})}{2} = \frac{(\text{Base} \cdot \text{altura})}{2}. \quad (4)$$

#### 4. Área do losango

Considere o losango  $ABCD$  presente na Figura 3.4, e suas duas diagonais: a diagonal maior  $D$  e a diagonal menor  $d$ . É importante destacar que as diagonais cortam-se mutuamente ao meio, ou seja, o ponto de encontro das diagonais é o ponto médio de cada diagonal.

Figura 3.4 – Ilustração do losango



Fonte: Elaborado pela autora

Note que ao traçar a diagonal  $d$  do losango, podemos decompor a região limitada pelo losango em dois triângulos, o triângulo  $ABD$  e o triângulo  $CDB$ , ambos de base de medida de comprimento  $d$  e altura de medida de comprimento  $\frac{D}{2}$ . Dessa forma a Área do losango será dada pela soma das Áreas dos triângulos  $ABD$  e  $CDB$ :

Área do Losango = Área do triângulo  $ABD$  + Área do triângulo  $CDB$ .

$$\text{Área do Losango} = \frac{d \cdot \frac{D}{2}}{2} + \frac{d \cdot \frac{D}{2}}{2} = \frac{d \cdot D}{4} + \frac{d \cdot D}{4} = \frac{2 \cdot d \cdot D}{4} = \frac{d \cdot D}{2} = \frac{D \cdot d}{2}.$$

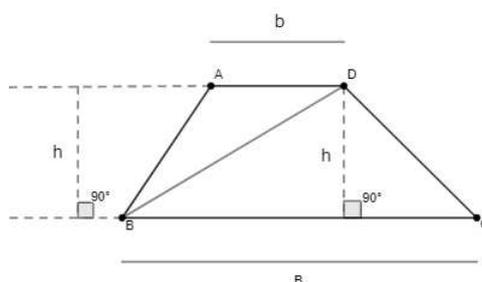
$$\text{Área do Losango} = \frac{(\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor})}{2}. \quad (5)$$

O caso de considerar os triângulos  $ABC$  e  $CDA$ , o raciocínio é análogo.

### 5. Área do trapézio

Considere a Área da região plana limitada pelo trapézio  $ABCD$  de bases  $B$  e  $b$ , em que  $B$  é a base maior do trapézio,  $b$  a base menor, e a altura é  $h$ , como mostra a Figura 3.5.

Figura 3.5 – Ilustração do trapézio



Fonte: Elaborado pela autora

Ao decompor a região limitada por um trapézio, onde uma das diagonais do trapézio divide essa região, temos duas regiões triangulares formadas:

- O triângulo  $BCD$  de base de medida de comprimento  $B$  e altura de medida de comprimento  $h$ .
- E o triângulo  $ABD$  de base de medida de comprimento  $b$  e altura de medida de comprimento  $h$ .

Logo, a medida de Área da região limitada pelo trapézio será a soma das medidas de Área das regiões dos triângulos  $BCD$  e  $ABD$ . Assim :

$$\begin{aligned} \text{Área do Trapézio} &= \text{Área do triângulo } BCD + \text{Área do triângulo } ABD = \\ &= \frac{B \cdot h}{2} + \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(\text{Base maior} + \text{base menor}) \cdot \text{altura}}{2}. \quad (6) \end{aligned}$$

### 3.3 DEMONSTRAÇÃO DAS FÓRMULAS DE CÁLCULO DE ÁREA DE ALGUNS POLÍGONOS

Nesta seção, apresentaremos demonstrações detalhadas das fórmulas de cálculo de Áreas. O objetivo é fortalecer o embasamento teórico da pesquisa e aprofundar a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos. As demonstrações foram extraídas do material didático do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, ao qual a pesquisadora está vinculada e desenvolve esta dissertação.

Como observado por Lorenzato (1995), a falta de familiaridade dos professores com conceitos geométricos essenciais, incluindo o cálculo de Áreas, é uma lacuna significativa no ensino da Matemática. Em sintonia com essa preocupação, Fiorentini e Oliveira (2013) salientam a importância do professor não apenas conhecer os procedimentos, mas também ser capaz de justificá-los, compreender outros métodos historicamente produzidos e manter-se atualizado sobre os conceitos matemáticos.

Dentro desse contexto, as demonstrações propostas não apenas preenchem uma lacuna no entendimento teórico dos cálculos de Áreas, mas também fornecem ferramentas práticas para os professores, auxiliando-os a transmitir esse conhecimento em suas práticas pedagógicas, contribuindo para a melhoria do ensino de Matemática. Na Seção 3.3.1, essas demonstrações serão apresentadas, enriquecendo a compreensão dos conceitos matemáticos relacionados ao cálculo de Áreas.

#### 3.3.1 Demonstrações das fórmulas de cálculo de Áreas de acordo com o material do PROFMAT

Esta seção fornecerá as demonstrações específicas conforme abordadas no livro de Geometria da coleção do PROFMAT.

Ao considerar a ideia de medir algo, estamos essencialmente envolvidos em um processo de comparação. Portanto, para determinar a medida de qualquer grandeza, é necessário compará-la com outra grandeza de natureza semelhante que tenha sido escolhida como unidade de medida padrão.

Por conveniência, estabeleceremos como unidade de Área um quadrado com lado medindo uma unidade de comprimento, ao qual denominaremos de "quadrado unitário". Portanto, qualquer região quadrada cujo lado meça 1 unidade de medida terá, por definição, Área igual a 1 unidade de medida ao quadrado (ou unidade de Área).

Denotaremos por  $A$ , o número real positivo, denominado Área, associado a uma região do plano limitada.

Podemos representar a Área de um polígono, escrevendo seus vértices entre parênteses, da seguinte forma  $(A_1 A_2 \dots A_n)$ , em que essa expressão representa a Área da região delimitada pelo polígono  $A_1 A_2 \dots A_n$ .

Para avançar em algumas das demonstrações desta seção, será necessário ter à disposição as definições fundamentais deste conteúdo, as quais podem ser encontradas no livro de Geometria, utilizado no PROFMAT, escrito por Neto (2013). Além disso, será fundamental contar com os seguintes resultados, considerados como postulados neste mesmo material. Dessa forma, assumiremos como postulados, as seguintes propriedades (intuitivamente desejáveis):

**Postulado 3.1** *Polígonos congruentes possuem a mesma Área.*

**Postulado 3.2** *Se um polígono convexo é particionado em um número finito de outros polígonos convexos, então a Área do polígono maior é a soma das Áreas dos polígonos menores.*

**Postulado 3.3** *Se um polígono (maior) contém outro (menor) em seu interior, então a Área do polígono maior é maior que a Área do polígono menor.*

**Postulado 3.4** *A Área de um quadrado de lado 1 cm é igual a 1 cm<sup>2</sup>.*

A seguir, apresentaremos as demonstrações das fórmulas de cálculo de Áreas dos seguintes polígonos: quadrado, retângulo, paralelogramo e triângulo. Além disso estenderemos esse raciocínio ao calcular a Área de polígono convexos.

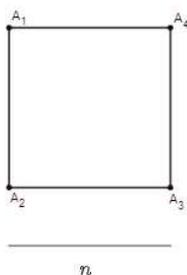
### 3.3.2 Área do quadrado

Tomando como válidos os postulados acima, vamos demonstrar a seguinte proposição:

**Proposição 3.1** *Um quadrado de lado  $l$  tem Área  $l^2$ .*

**Demonstração:** Vamos considerar um quadrado de lado  $n$ , como apresentado na Figura 3.6, em que  $n \in \mathbb{N}$ .

Figura 3.6 – Ilustração do quadrado de lado  $n$



Fonte: Elaborado pela autora

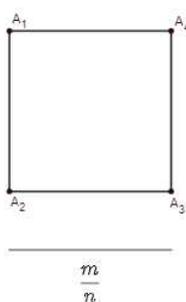
Particionando este quadrado de lado  $n$  em  $n^2$  quadrados de lados medindo 1 cada, e chamando a Área do quadrado ( $A_1 A_2 A_3 A_4$ ) de  $A_n$ , podemos dizer que a Área do quadrado  $A_n$  é igual à soma desses  $n^2$  quadrados de lado 1, dessa forma:

$$A_n = n^2.$$

Portanto, considerando que  $l$  representa o lado do quadrado, e  $l \in \mathbb{N}$ , a Área é dada por  $A = l^2$ .

Vamos considerar agora, um quadrado de lado  $\frac{m}{n}$ , conforme a Figura 3.7, em que  $m, n \in \mathbb{N}$ .

Figura 3.7 – Ilustração do quadrado de lado  $\frac{m}{n}$



Fonte: Elaborado pela autora

Seja  $A_{\frac{m}{n}}$ , a Área desse quadrado. Tome  $n^2$  cópias do quadrado de lado  $\frac{m}{n}$ , empilhando  $n$  quadrados de lado  $\frac{m}{n}$  por fila, em  $n$  filas, formando assim um quadrado de lados  $\frac{m}{n} \cdot n = m$ . Veja que a Área do quadrado maior tem Área de  $m^2$ , mas como ele foi particionado em  $n^2$  quadrados, em que cada um deles tem lado  $\frac{m}{n}$ , sua Área será dada por:

$$m^2 = n^2 \cdot A_{\frac{m}{n}}.$$

Ou seja, a sua Área é igual a soma das Áreas dos  $n^2$  quadrados. Daí, temos que:

$$A_{\frac{m}{n}} = \frac{m^2}{n^2} = \left(\frac{m}{n}\right)^2 = l^2.$$

Dessa forma, podemos concluir que para  $l \in \mathbb{Q}$ , em que  $l$  representa o lado do quadrado, a Área também será dada por  $A = l^2$ . Já mostramos que essa relação é válida quando os lados do quadrado tem medidas naturais e racionais, e precisamos mostrar ainda que esse resultado também vale para quadrados de lado de medida irracional.

Consideremos  $k \in \mathbb{N}$ , e sejam  $x_k$  e  $y_k$  números racionais, tais que:

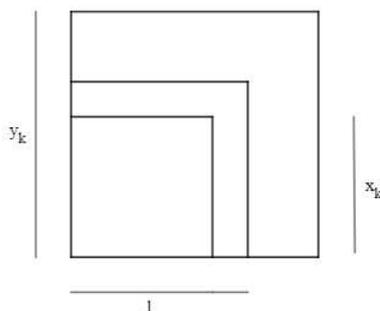
$$x_k < l < y_k.$$

E ainda,

$$y_k - x_k < \frac{1}{k}.$$

Agora, na Figura 3.8 vamos construir os quadrados de lados  $x_k$  e  $y_k$ , com  $x_k$  contido no quadrado dado de lado  $l$ , e o quadrado de lado  $y_k$  contendo o quadrado de lado  $l$ .

Figura 3.8 – Ilustração dos quadrados de lados  $x_k$ ,  $y_k$  e  $l$



Fonte: Elaborado pela autora

Considerando que já sabemos calcular a Área de um quadrado de lado racional, o Postulado 3.3 garante que a Área do quadrado de lado  $l$ , que denotaremos  $A_l$ , deve satisfazer a desigualdade  $x_k^2 < A_l < y_k^2$ . Mas como,  $x_k^2 < l^2 < y_k^2$ , é possível concluir que os números  $A_l$  e  $l^2$  pertencem ao intervalo  $(x_k^2, y_k^2)$ , de modo que:

$$\begin{aligned} |A_l - l^2| &< y_k^2 - x_k^2 = (y_k - x_k)(y_k + x_k) = (y_k - x_k)(y_k + x_k - x_k + x_k) < \\ &< \frac{1}{k}(y_k - x_k + 2x_k) < \frac{1}{k} \left( \frac{1}{k} + 2l \right). \end{aligned}$$

Dessa forma,

$$|A_l - l^2| < \frac{1}{k} \left( \frac{1}{k} + 2l \right).$$

Como essa desigualdade é válida para todo  $k \in \mathbb{N}$ , temos que:

$$|A_l - l^2| = 0,$$

isto é,

$$A_l = l^2.$$

### 3.3.3 Área do retângulo

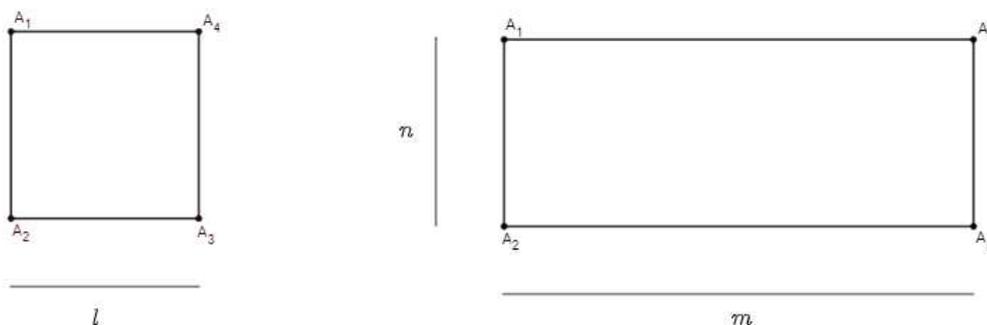
**Proposição 3.2** *Um retângulo de lados  $a$  e  $b$  tem Área  $ab$ .*

**Demonstração:** A demonstração é de forma análoga a Proposição 3.1.

Em relação ao quadrado  $A_1 A_2 A_3 A_4$ , já sabemos da Proposição 3.1 que sua Área é  $l^2$ . Considere um retângulo de lados  $m, n \in \mathbb{N}$ , como apresentado na Figura 3.9.

Utilizando um argumento análogo ao empregado na Área do quadrado, ao particionar esse retângulo em  $mn$  quadrados de lado 1, podemos mostrar que sua Área é

Figura 3.9 – Ilustração do quadrado de lado  $l$  e do retângulo de lados  $m$  e  $n$



Fonte: Elaborado pela autora

$mn$ . Em seguida, ao tomar um retângulo de lados  $\frac{m_1}{n_1}$  e  $\frac{m_2}{n_2}$ , em que  $m_1, m_2, n_1, n_2 \in \mathbb{N}$ , e considerando  $n_1 n_2$  cópias do mesmo, montamos um retângulo de lados  $m_1$  e  $m_2$ . Agora, somando as Áreas iguais para encontrar a Área total do retângulo maior (dado inicialmente), temos que a Área será:

$$\frac{m_1 m_2}{n_1 n_2} = \frac{m_1}{n_1} \cdot \frac{m_2}{n_2}.$$

Finalmente, ao considerar um retângulo de lados  $a$  e  $b$ , reais positivos, e para  $k \in \mathbb{N}$ , e  $x_k, y_k, u_k, v_k \in \mathbb{Q}$ , tais que:

$$\begin{aligned} x_k &< a < y_k, \\ u_k &< b < v_k, \\ y_k - x_k, v_k - u_k &< \frac{1}{k}. \end{aligned}$$

Sendo  $A$  a Área do retângulo de lados  $a$  e  $b$ , e fazendo uso do mesmo argumento utilizado na demonstração do quadrado, podemos afirmar que  $A$  e  $ab$  pertencem ao intervalo  $(u_k x_k, y_k v_k)$  e, daí, para todo  $k \in \mathbb{N}$ , temos:

$$\begin{aligned} |A - ab| &< v_k y_k - u_k x_k = (v_k - u_k) y_k + (y_k - x_k) u_k < \frac{1}{k} (y_k + u_k) < \\ &< \frac{1}{k} \left( (y_k - x_k) + 2x_k + (v_k - u_k) + 2u_k \right) < \frac{1}{k} \left( \frac{2}{k} + 2a + 2b \right). \end{aligned}$$

Dessa forma,

$$|A - ab| < \frac{1}{k} \left( \frac{2}{k} + 2a + 2b \right).$$

Como essa desigualdade é válida para todo  $k \in \mathbb{N}$ , temos que:

$$|A - ab| = 0,$$

isto é,

$$A = ab,$$

o que prova a Proposição 3.2.

### 3.3.4 Área do paralelogramo

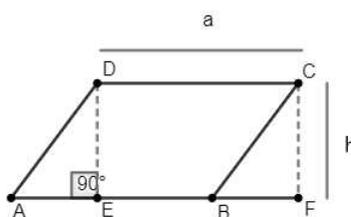
**Proposição 3.3** A Área do paralelogramo de base  $a$  e altura  $h$  é igual a  $ah$ .

**Demonstração:** Calcularemos a Área do paralelogramo como corolário da Proposição 3.2. Vamos considerar um paralelogramo, em que a base será um de seus lados previamente fixado, e chamaremos de altura a distância deste lado fixado e seu lado paralelo.

Ao longo das próximas demonstrações, utilizaremos a notação  $A(ABCD)$  para indicar a Área de polígonos. Nesse caso específico,  $A(ABCD)$  representa a Área de um polígono com vértices em  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ .

Seja  $ABCD$  o paralelogramo da Figura 3.10, de diagonais  $AC$  e  $BD$ , e sejam  $E$  e  $F$ , respectivamente, os pés das perpendiculares baixadas de  $D$  e  $C$  à reta  $\overleftrightarrow{AB}$ . Além disso, suponha, sem perda de generalidade, que  $E \in AB$ .

Figura 3.10 – Ilustração do paralelogramo



Fonte: Elaborado pela autora

É fácil ver que, os triângulos  $ADE$  e  $BCF$  são congruentes pelo caso de congruência do triângulo retângulo. Daí, temos que:  $\overline{AE} = \overline{BF}$ . Pelo Postulado 3.1, podemos afirmar que:

$$A(ADE) = A(BCF).$$

Dessa forma:

$$\begin{aligned} A(ABCD) &= A(ADE) + A(BEDC) \\ &= A(BCF) + A(BEDC) \\ &= A(CDEF). \end{aligned}$$

Analisando agora o polígono  $CDEF$ , é fácil ver que o mesmo é um retângulo de altura  $h$ , e base  $\overline{EF}$ , mas,

$$\overline{EF} = \overline{EB} + \overline{BF} = \overline{EB} + \overline{AE} = \overline{AB} = a$$

Logo, o retângulo  $CDEF$  tem base  $a$  e altura  $h$ , e pela Proposição 3.2, sabemos que sua Área será igual a  $ah$ . Portanto, pelo Postulado 3.1, segue que  $A(ABCD) = A(EFCD) = ah$ .

### 3.3.5 Área do triângulo

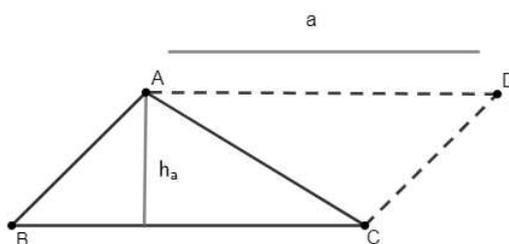
**Proposição 3.4** Seja  $ABC$  um triângulo de lados  $\overline{AB} = c$ ,  $\overline{AC} = b$  e  $\overline{BC} = a$ , e sejam  $h_a$ ,  $h_b$  e  $h_c$  as alturas respectivas aos lados  $a$ ,  $b$ , e  $c$ . Então:

$$A(ABC) = \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2}.$$

Em particular,  $ah_a = bh_b = ch_c$ .

**Demonstração:** Seja  $S = A(ABC)$  e  $D$  a interseção da paralela a reta  $\overleftrightarrow{BC}$  por  $A$  com a paralela a reta  $\overleftrightarrow{AB}$  por  $C$ , como mostra a Figura 3.11.

Figura 3.11 – Ilustração do triângulo



Fonte: Elaborado pela autora

De imediato, podemos ver que  $ABC \cong CDA$ , pelo caso ângulo-lado-ângulo (ALA), visto que:

1.  $\hat{BAC} = \hat{DCA}$ ;
2.  $AC$  é lado comum;
3.  $\hat{BCA} = \hat{DAC}$ .

Dessa forma, o Postulado 3.1, garante que:

$$A(ABC) = A(CDA).$$

Mas, como  $ABCD$  é um paralelogramo de base  $a$  e altura  $h_a$ , segue da Proposição 3.3 que:

$$2S = A(ABC) + A(CDA) = A(ABCD) = ah_a.$$

Portanto,

$$A(ABC) = S = \frac{1}{2}ah_a.$$

### 3.3.6 Área de polígonos convexos

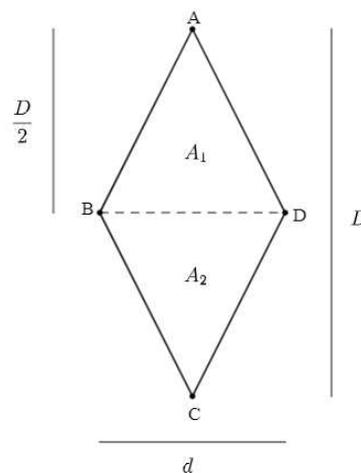
Visto que, já discutimos a Área do quadrado, retângulo, paralelogramo e triângulo, para determinar a Área dos demais polígonos convexos, vamos assumir particionar o polígono com diagonais, que parte de seus vértices, em triângulos, e calcular a

Área de cada polígono particionado separadamente, e por fim somar todos os resultados obtidos. Apresentaremos, brevemente, como fazê-lo no caso do losango e do trapézio.

- Área do Losango

Considere o losango  $ABCD$  apresentado na Figura 3.12, de diagonal maior  $D$ , e diagonal menor  $d$ . Ao traçar a diagonal  $\overline{BD}$ , decompos o losango nos triângulos  $ABD$ , de Área  $A_1$ , e  $BCD$ , de Área  $A_2$ .

Figura 3.12 – Ilustração do losango



Fonte: Elaborado pela autora

Logo, para calcular a Área do losango basta somar as Áreas  $A_1$  e  $A_2$ . Portanto,

$$\begin{aligned} \text{Área do Losango} &= A_1 + A_2 = \frac{d \cdot \frac{D}{2}}{2} + \frac{d \cdot \frac{D}{2}}{2} = \frac{D \cdot d}{2} = \\ &= \frac{(\text{Diagonal maior} \times \text{diagonal menor})}{2}. \end{aligned} \quad (7)$$

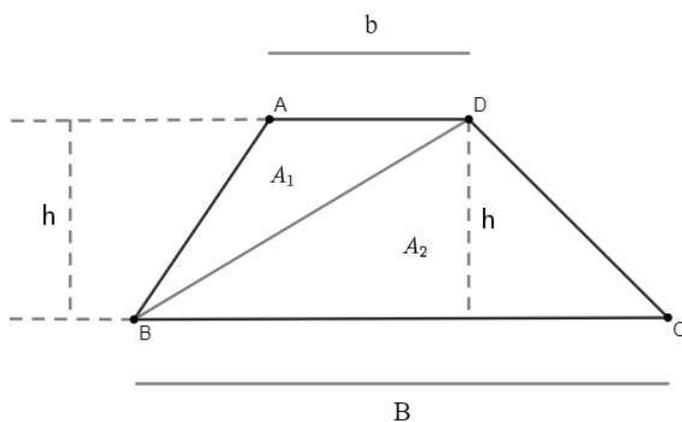
- Área do trapézio

Considere o trapézio  $ABCD$  apresentado na Figura 3.13, de base maior  $B$ , base menor  $b$ , e altura  $h$ . Ao traçar a diagonal  $\overline{BD}$ , decompos o trapézio nos triângulos  $ABC$ , de Área  $A_1$  e  $BCD$ , de Área  $A_2$ .

Logo, para calcular a Área do trapézio basta somar as Áreas  $A_1$  e  $A_2$ . Portanto,

$$\begin{aligned} \text{Área do Trapézio} &= A_2 + A_1 = \frac{B \cdot h}{2} + \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \\ &= \frac{(\text{Base maior} + \text{base menor}) \cdot \text{altura}}{2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Figura 3.13 – Ilustração do trapézio



Fonte: Elaborado pela autora

## 4 PERCURSO METODOLÓGICO

Neste capítulo, será detalhado o percurso metodológico da pesquisa, compreendendo uma descrição minuciosa dos métodos adotados. Os procedimentos desta pesquisa envolvem a investigação-ação, numa abordagem qualitativa no âmbito educacional.

### 4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Nesta investigação da Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, a pesquisa é classificada como qualitativa pela modalidade investigação-ação.

A pesquisa qualitativa, segundo Bogdan e Biklen (1994), aponta cinco características:

- A fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
- A investigação qualitativa é descritiva;
- Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;
- Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva;
- O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Neste contexto, a sala de aula de 22 estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental (Anos Finais), da escola da rede pública estadual, E.E.B. Alfredo Dalfovo no município de Rio do Sul, Santa Catarina, é o ambiente natural para a condução desta pesquisa. A pesquisa foi realizada durante o segundo semestre de 2023 e foram utilizadas 12 aulas em que cada aula possui a duração de 45 minutos. A professora titular da turma não acompanhou as aulas em que ocorreu a pesquisa e a pesquisadora responsável por este trabalho atuou como observadora participante da pesquisa.

A investigação-ação é um método que envolve a colaboração entre pesquisadores e participantes para identificar problemas, planejar ações, implementar intervenções e avaliar os resultados. Este método é particularmente empregado em cenários nos quais se procura uma mudança ou aprimoramento prático, como em contextos educacionais.

De acordo com Tripp (2005), o termo investigação-ação engloba todo processo que se desenvolve em um ciclo, no qual o aprimoramento da prática ocorre por meio da alternância sistemática entre ação no campo prático e investigação sobre essa prática. O autor destaca que no decorrer desse processo "Planeja-se, implementa-se, descreve-se e avalia-se uma mudança para a melhora de sua prática, aprendendo

mais, no correr do processo, tanto a respeito da prática quanto da própria investigação" (TRIPP, 2005, p. 446).

Segundo Tripp (2005), o ciclo básico da investigação-ação é composto por quatro etapas ou fases distintas:

1. A fase de planejamento (planejar);
2. A fase de execução (agir);
3. A fase de monitorar o que acontece (descrever);
4. A fase de avaliação (avaliar).

Neste contexto, na **fase de planejamento (planejar)**, identificamos um problema ou situação a ser melhorada. Neste caso, a situação a ser melhorada é o processo de ensino-aprendizagem dos estudantes em relação ao tema Áreas.

A **fase de execução (agir)** envolve a implementação da sequência didática, composta por seis atividades relacionadas ao conteúdo de Áreas.

A **fase de monitorar o que acontece (descrever)** será conduzida com o suporte de ferramentas de coleta e análise de dados, utilizando a implementação das atividades propostas na turma, anotações que serão realizadas em um caderno de observações da pesquisadora, que atuou como observadora participante, bem como transcrições dos áudios realizados durante o processo.

Na última etapa, **fase de avaliação (avaliar)**, será analisado se os objetivos almejados em relação a aprendizagem do conteúdo Áreas foi atingido, e verificaremos os reflexos ao implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas neste processo.

O interesse central é a análise das resoluções das seis atividades propostas na sequência didática, e o acompanhamento dos estudantes em seus processos de raciocínio e a tomada de decisões, visando diagnosticar os avanços e as dificuldades que surgiram ao longo desse percurso.

## 4.2 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DE DADOS

Os métodos empregados para a coleta de informações serão resultado de três recursos:

- Documentação das resoluções elaboradas pelos participantes da pesquisa;
- Anotações feitas pela pesquisadora ao longo do período de investigação, registradas em um caderno de observações;
- Transcrições de áudio das gravações realizadas durante os diálogos dos estudantes entre si, e com a pesquisadora.

No que diz respeito à documentação das resoluções produzidas pelos estudantes, conduziremos uma análise qualitativa desses documentos. Cada resolução será

examinada cuidadosamente para identificar informações pertinentes, tais como as estratégias empregadas, as abordagens para solucionar os problemas e os conceitos demonstrados pelos estudantes. Essa documentação será incorporada ao trabalho por meio do registro de imagens das atividades realizadas e de descrições das resoluções.

Em relação ao caderno de observações, a pesquisadora registrará as anotações feitas durante todo o processo. Essa ferramenta servirá como um meio de estruturar e documentar informações, anotações, reflexões e dados significativos, coletados durante as observações diretas, incluindo, por exemplo, as perguntas formuladas pelos estudantes, bem como suas dúvidas e comentários sobre o conteúdo. Este caderno de observações representará uma ferramenta valiosa para a obtenção de detalhes importantes.

Quanto as transcrições de áudio, estas desempenham um papel fundamental devido à capacidade de permitir uma análise precisa das conversas, assegurando a captura e precisa das informações. Além disso, elas são elementos essenciais em pesquisas qualitativas, uma vez que auxiliam na identificação de temas recorrentes, padrões e questões relevantes presentes nos dados coletados. Como resultado, os trechos mais significativos e pertinentes serão destacados ao longo da análise de dados, contribuindo para uma compreensão mais profunda e significativa das informações obtidas.

### 4.3 ESTRUTURA DAS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Desenvolvemos a sequência didática com base na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, composta pelas 10 etapas detalhadas na Figura 2.1. Esta sequência inclui seis atividades, cinco direcionadas à resolução de problemas geradores sobre Áreas de polígonos, e uma para que os estudantes proponham seus próprios problemas sobre Áreas. Cada atividade foi planejada para ser realizada ao longo de duas aulas, de 45 minutos cada.

Após concluir a Resolução dos cinco problemas geradores, a proposta é envolver os estudantes na proposição de problemas relacionados ao tema Áreas, a fim de consolidar e avaliar as habilidades adquiridas durante a Resolução dos Problemas.

Os problemas propostos na sequência didática foram elaborados com o objetivo de abordar o conteúdo de Áreas com os estudantes. Durante a análise do planejamento curricular e em diálogo com a professora titular da turma envolvida na pesquisa, percebeu-se que os conceitos de Áreas ainda não tinham sido ensinados nos anos anteriores do Ensino Fundamental para essa turma de 8º ano. É relevante ressaltar que a pesquisadora nunca atuou anteriormente com essa turma. Para conduzir a pesquisa e realizar a coleta de dados, optou-se por selecionar uma turma em uma escola onde a pesquisadora já tinha exercido o papel de professora anteriormente. Essa decisão foi motivada pelo fato de que, durante sua experiência prévia na escola, a pesquisadora

estabeleceu um relacionamento sólido com a coordenação pedagógica, bem como com os professores e a direção.

A proposta de implementação desta sequência didática, está alinhada com as diretrizes estabelecidas pela BNCC, no que diz respeito ao objeto de conhecimento Área de figuras planas. Seu propósito é contemplar as seguintes habilidades específicas: (EF07MA31), (EF07MA32) e (EF08MA19), que estão detalhadas no Quadro 3.1.

Nessa perspectiva, desenvolvemos a elaboração desta sequência didática em relação ao cálculo de Áreas dos seguintes polígonos: quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, losango e trapézio.

No Quadro 4.1, detalharemos a descrição dos problemas geradores, enfatizando seus objetivos de aprendizagem correspondentes.

Quadro 4.1 – Descrição dos problemas da sequência didática

Problemas	Objetivos de Aprendizagem	Descrição
Problema 1 – Explorando a Área de quadrados e retângulos em um campo de futebol.	Compreender e calcular a Área do retângulo e do quadrado; Formular expressões ou estratégias para calcular a Área de um retângulo qualquer.	O problema desafia os estudantes a determinar quantas peças quadradas de grama cabem em um campo de futebol retangular. Eles são incentivados a desenvolver métodos de cálculo, explorando conhecimentos prévios e, em seguida, a generalizar uma estratégia para calcular a Área de um retângulo qualquer.
Problema 2 – Desvendando o paralelogramo: explorando Áreas com o Tangram.	Compreender e calcular a Área do paralelogramo; Formular expressões ou estratégias para o cálculo da Área de um paralelogramo qualquer.	O problema consiste em calcular a Área de um paralelogramo formado pelas sete peças do Tangram. Nesse contexto, os estudantes são desafiados a demonstrar habilidades de composição e decomposição de figuras, culminando na generalização de um método para calcular a Área de um paralelogramo qualquer.
Problema 3 – A Área triangular em bandeirinhas .	Compreender e calcular a Área de um triângulo; Formular expressões ou estratégias para o cálculo da Área de um triângulo qualquer.	Este problema visa descobrir a Área de papel em formato triangular desperdiçada na confecção de bandeirinhas. Posteriormente, espera-se que os estudantes estabeleçam expressões para calcular a Área de um triângulo qualquer.
Problema 4 – A Área de uma pipa em formato de losango	Compreender e calcular a Área de um losango; Formular expressões ou estratégias para calcular a Área de um losango qualquer.	Este problema envolve o cálculo da quantidade de papel necessária para confeccionar uma pipa em formato de losango. A seguir, o objetivo é encontrar uma maneira de calcular a Área de um losango qualquer.
Problema 5 – A Área de um terreno em formato de trapézio	Compreender e calcular a Área de um trapézio; Formular expressões ou estratégias para calcular a Área de um trapézio qualquer.	Neste problema, inicialmente, o objetivo é calcular a Área de um jardim localizado em um terreno com formato de trapézio, considerando que uma parte já está ocupada por uma casa quadrada. Posteriormente, espera-se que os grupos desenvolvam expressões para calcular a Área de um trapézio qualquer.

Fonte: Elaborado pela autora

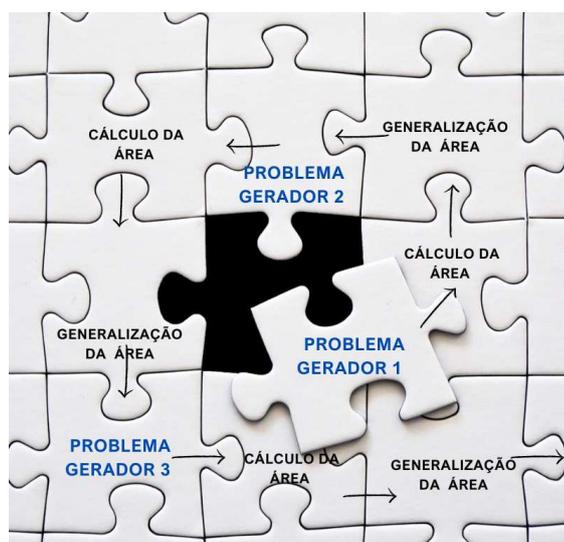
Após resolverem os problemas apresentados no Quadro 4.1, foi proposto que os estudantes propusessem problemas envolvendo Áreas, os quais são analisados nesta dissertação.

Os problemas propostos foram adaptados de questões recorrentes encontradas em materiais didáticos que tratam dessa temática. A escolha dos problemas teve como intuito desafiar os estudantes, estimulando a aprendizagem da Matemática. Priorizamos garantir que os problemas não tivessem soluções óbvias, pois soluções imediatas não contribuem significativamente para o aprendizado. No entanto, também foi importante assegurar que os problemas não fossem excessivamente complexos, a fim de evitar que os estudantes se sentissem desmotivados ou incapazes de resolvê-los.

### 4.3.1 Etapas consideradas na elaboração dos problemas geradores

Com base nas teorias discutidas nos Capítulos 2 e 3, desenvolvemos um ciclo que orientará a implementação da sequência didática em relação ao tema Áreas. Esse ciclo abrangerá as etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, com ênfase no ensino de Áreas no Ensino Fundamental (Anos Finais). A Figura 4.1 ilustra esse ciclo.

Figura 4.1 – Ciclo refletindo as etapas consideradas na elaboração dos problemas geradores sobre Áreas



Fonte: Elaborado pela autora

O ciclo<sup>4.1</sup> consiste em três etapas, que detalharemos a seguir.

1. Problema Gerador: nesta etapa é apresentado um problema gerador que envolve o cálculo de Áreas de polígonos, com o propósito de desafiar os estudantes e fornecer um contexto prático para a aprendizagem.
2. Cálculo da Área: durante este momento, os estudantes realizam o cálculo da Área do polígono proposto no problema utilizando os conhecimentos prévios.

<sup>4.1</sup> O ciclo será guiado pelas etapas já detalhadas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas.

3. Generalização da Área: neste momento, os estudantes são incentivados a formular expressões ou estratégias que permitam o cálculo da Área de qualquer polígono semelhante ao apresentado no problema. Essa etapa contribui para a construção do desenvolvimento conceitual das fórmulas de cálculo de Área de polígonos.

Neste cenário, em todos os problemas propostos, espera-se que os estudantes calculem a Área de alguns polígonos, considerando que eles ainda não conhecem o algoritmo para fazê-lo. Em seguida, eles são desafiados a generalizar, ou seja, a formular expressões ou estratégias para calcular a Área de qualquer polígono semelhante ao apresentado no problema. Nessa etapa, é solicitado aos estudantes que façam alguma exploração e procurem padrões, "[...] dessas explorações, o grupo precisa propor uma fórmula, testá-la, descrever como foi desenvolvida e exemplificar seu uso" (VAN DE WALLE, 2009, p. 61).

A ordem dos problemas propostos tem como objetivo desenvolver noções geométricas de forma progressiva, proporcionando aos estudantes uma compreensão gradual das fórmulas de Área de polígonos.

Ao concluir a resolução de cada problema, apresentamos o conteúdo matemático à turma, abordando nomenclaturas, terminologias e conceitos relacionados ao tema.

#### 4.4 O PRODUTO EDUCACIONAL

Os problemas relacionados a Áreas de polígonos que constituem o Produto Educacional desta dissertação foram desenvolvidos com base na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. O Produto Educacional será um Caderno de Problemas em formato de livro digital, estruturado da seguinte forma:

1. Carta ao Leitor: introduzirá e contextualizará o conteúdo do caderno, proporcionando uma recepção acolhedora aos leitores.
2. Capítulo 1 - Resolução de Problemas: apresentará o embasamento teórico da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.
3. Capítulo 2 - O Ensino de Áreas no Ensino Fundamental: oferecerá diretrizes curriculares sobre o ensino de Áreas, destacando a importância do desenvolvimento conceitual das fórmulas de cálculo de Áreas.
4. Capítulo 3 - Caderno de Problemas: disponibilizará o material para os estudantes, contendo problemas geradores, juntamente com orientações didáticas direcionadas aos professores para auxiliar na implementação da proposta em sala de aula.

5. Considerações ao Leitor: fornecerá reflexões finais e orientações adicionais para os leitores do caderno.

Na proposta da sequência didática desta dissertação, foram elaborados cinco problemas geradores que foram implementados e serão avaliados nesta pesquisa. No entanto, após a análise, identificou-se a importância de incorporar um problema que tratasse e aprofundasse o conceito de Área. Esse problema está incluído no Produto Educacional, e tem a sua descrição detalhada.

Encerramos este capítulo com a apresentação de algumas páginas ilustrativas do Produto Educacional. Na Figura 4.2, é exibida a capa do produto educacional, enquanto que na Figura 4.3 é apresentado um dos problemas geradores. Adicionalmente, na Figura 4.4, são destacadas considerações didáticas e metodológicas, que são voltadas ao professor, relacionadas ao Problema Gerador 3.

Figura 4.2 – Capa do Produto Educacional



Universidade Federal de Santa Catarina  
Centro Tecnológico, de Ciências Exatas e Educação  
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

## **EXPLORANDO O ENSINO DE ÁREAS NO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**



Produto Educacional

Caroline Friedel  
André Vanderlinde da Silva

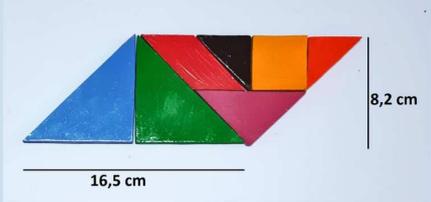
Blumenau  
2024

Fonte: Friedel e Silva (2024)

Figura 4.3 – Problema Gerador 3

**Problema 3: Desvendando o paralelogramo: explorando Áreas com o Tangram**

A figura abaixo é um paralelogramo e foi montada a partir de sete peças do Tangram. Analise a figura, e em seguida responda:

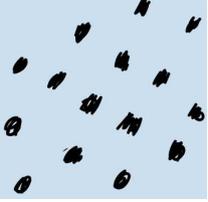


(a) O que você faria para determinar a área do paralelogramo acima? Explique e determine qual é a sua área.

**Material do Estudante**



(b) Você consegue encontrar uma maneira de calcular a área de um paralelogramo qualquer? Explique.



Fonte: Friedel e Silva (2024)

Figura 4.4 – Material do Professor relacionado ao Problema Gerador 3

**MATERIAL DO PROFESSOR**

- **Objetivo do problema**

O objetivo deste problema é determinar a área de um paralelogramo formado a partir das sete peças do Tangram. Espera-se que os estudantes calculem a área do paralelogramo, explorando a figura do paralelogramo formado pelas sete peças do Tangram demonstrando a habilidade de compor e decompor figuras. Posteriormente, devem buscar estratégias e generalizar expressões para calcular a área de um paralelogramo qualquer.

**Considerações didáticas e metodológicas**

Para aplicar essa atividade, o professor pode distribuir o problema impresso para cada estudante. Alternativamente, para enriquecer a experiência, o professor pode fornecer o Tangram como material concreto. Nesse caso, o professor pode utilizar as medidas específicas do Tangram que trouxe para a sala de aula, podendo ser confeccionado em diferentes materiais, como madeira, papel cartão ou EVA.

O processo de resolução do problema segue as mesmas orientações dos problemas anteriores. Inicialmente, os estudantes tentam resolver o problema individualmente, e em seguida, em pequenos grupos, discutem ideias e estratégias. Em ambas as abordagens, espera-se que os estudantes percebam que ao decompor o paralelogramo formado pelas sete peças do Tangram é possível construir um retângulo.

A estrutura das perguntas foi elaborada com intuito de orientar os estudantes na construção do desenvolvimento conceitual da fórmula de cálculo da área do paralelogramo. O objetivo é utilizar o conhecimento prévio adquirido no problema anterior, transformando o paralelogramo em um retângulo, cujo cálculo da área já é conhecido, em que ao mesmo tempo que os estudantes tentam resolver o problema proposto são estimulados a



Fonte: Friedel e Silva (2024)

## 5 ANÁLISE DE DADOS DA PESQUISA

A pesquisa, aprovada pelo Comitê de Ética na Pesquisa em Seres Humanos, CEPESH da UFSC (Anexo 1), foi realizada em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, do turno matutino da escola estadual E. E. B. Alfredo Dalfovo, no município de Rio do Sul, durante o 2º semestre de 2023, ao longo de 12 aulas de 45 minutos.

A turma em que a pesquisa será conduzida possuía 22 estudantes matriculados, e para a organização das atividades, foi dividida em sete grupos, sendo que seis deles tinham três integrantes, e um grupo contava com quatro participantes. Para fins dessa pesquisa, chamaremos os grupos de A, B, C, D, E, F e G. Foi combinado com os participantes da pesquisa que os grupos seriam mantidos os mesmos ao longo de todas as atividades desenvolvidas. Ao nos referirmos a pesquisadora na análise desta pesquisa, utilizaremos apenas o termo professora<sup>5.1</sup>.

É importante destacar que no desenvolvimento desta pesquisa foram implementadas as etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, apresentadas na Figura 2.1. Em relação às etapas sugeridas na aplicação da Metodologia, as autoras Onuchic e Allevato (2019) destacam que não há formas rígidas de programar e implementar o trabalho com a Metodologia, as etapas sugeridas podem sofrer alterações. Porém, é importante destacar que alguns princípios são irrevogáveis: iniciar com um problema gerador, formalizar o conteúdo após a resolução dos problemas, com os estudantes atuando como protagonistas da aprendizagem e o professor como mediador desse processo.

Nesse sentido, é relevante destacar que houve uma adaptação na implementação da Metodologia. A décima etapa, que envolve a proposição e resolução de novos problemas, não foi realizada imediatamente após a formalização do conteúdo de cada problema. Em vez disso, essa etapa ocorreu somente após a resolução dos cinco problemas propostos.

Nas próximas seções, faremos a análise dos problemas que foram apresentados aos estudantes.

### 5.1 PROBLEMA 1 - EXPLORANDO A ÁREA DE QUADRADOS E RETÂNGULOS EM UM CAMPO DE FUTEBOL

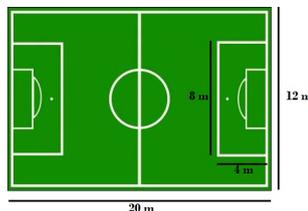
O primeiro problema tem o intuito de explorar o conceito de Área do quadrado e do retângulo como mostra o Quadro 5.1.

Ao resolver esse problema os estudantes são desafiados a desenvolver estratégias para determinar a quantidade de peças de grama necessárias para cobrir um campo de futebol, o que implica em determinar a Área do campo.

<sup>5.1</sup> É importante destacar que a pesquisadora não era a professora titular da turma, e que, a professora titular da turma não acompanhou as aulas em que ocorreu a pesquisa.

## Quadro 5.1 – Problema Gerador 1

Pretende-se cobrir um campo de futebol retangular com peças de grama. As peças de grama tem formato quadrado, cujos lados tem 1 metro por 1 metro. As dimensões do campo estão apresentadas na figura a seguir:



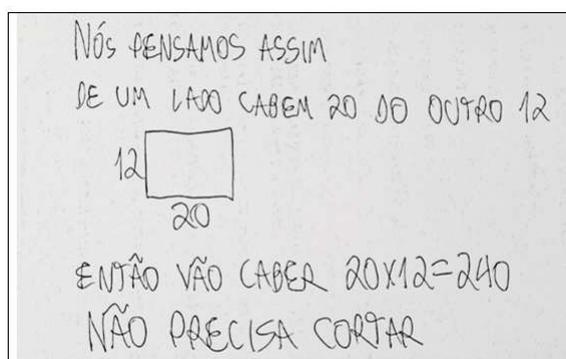
Com base nessas informações, responda:

- É possível cobrir o campo de futebol usando peças de grama inteiras ou são necessários pedaços das peças de grama?
- Explique como você faria para determinar quantas peças de grama deverão ser utilizadas para cobrir todo o campo, e diga qual é a quantidade necessária.
- Se apenas metade do campo fosse gramado, quantas peças de grama seriam necessárias? E ainda, se fossem gramadas apenas as grandes Áreas, quantas peças de gramas seriam necessárias?
- O que aconteceria se as peças de grama medissem 50 centímetros por 50 centímetros?
- Você consegue encontrar uma forma para calcular a Área de um retângulo qualquer? Explique.

Fonte: Elaborado pela autora

Após receberem o problema, os estudantes fizeram a leitura individual do mesmo, e posteriormente discutiram suas resoluções em grupo. As resoluções dos itens (a) e (b) estavam interligadas, isto é, ao solucionar um deles, era possível solucionar o outro. Os grupos C, D, E, F e G apresentaram resoluções semelhantes, todas alinhadas com a ideia expressa pelo grupo C, apresentada na Figura 5.1.

Figura 5.1 – Resolução do problema 1(b) pelo grupo C



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

A estratégia empregada por essas equipes consistia em visualizar o preenchimento do retângulo com peças de tamanho unitário ( $1 \times 1$ ), colocadas lado a lado, e depois determinar o total de peças encaixadas por meio do resultado de uma multiplicação.

Os grupos A e B seguiram uma abordagem semelhante para a resolução do problema, utilizando desenhos. A resolução específica adotada pelo grupo A está detalhada na Figura 5.2.

Os grupos enfrentaram muita dificuldade em expressar justificativas por escrito. Ao conversar com o grupo A, eles justificaram seu raciocínio oralmente da seguinte forma:

Grupo A: Eu fiz esse desenho professora. A gente já sabe a resposta, mas não sabemos como escrever.

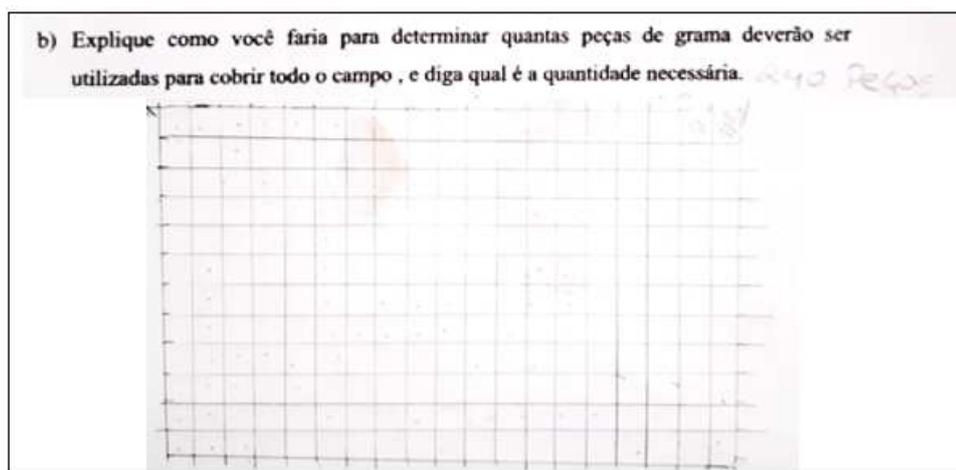
Professora: Então me diga, o que significa esse desenho?

Grupo A: Bom, eu fiz o campo com a régua. Tem doze quadradinhos de grama desse lado e vinte desse lado aqui. Tipo, eu contei. Vai dar 240 pedaços de gramas.

Professora: E o que quer dizer esse 240?

Grupo A: Tipo, é a resposta da b, 240 é a quantidade das peças de grama.

Figura 5.2 – Resolução do problema 1(b) pelo grupo A



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

O uso de desenhos pode facilitar o entendimento dos estudantes. Van de Walle (2009, p. 49) já assume que "Deve-se exigir dos estudantes que façam essas explicações tanto em discussões com seus colegas quanto por escrito e em forma de desenho".

Ao desenharem um retângulo e o dividirem em pequenos quadrados iguais, levando em consideração as medidas do campo de futebol, com 20 quadradinhos no comprimento e 12 na largura, estes grupos contaram um a um quantos desses quadrados cobriam todo o retângulo, encontrando um total de 240 quadradinhos, que seria o equivalente a 240 peças de grama.

Analisando estas resoluções, um fator que merece destaque é o fato dos estudantes contarem os quadradinhos um a um. Van de Walle (2009, p. 430) já afirmava que:

[...] pesquisas em educação matemática sugerem que é um salto significativo para os alunos mudar da contagem de quadrados dentro de um retângulo para um desenvolvimento conceitual de uma fórmula [...] Um conceito importante a revisar é o significado de multiplicação como visto nos arranjos geométricos.

No momento da plenária, alguns grupos já notaram que essa prática de multiplicar as dimensões da figura poderia ter sido adotada. Percebeu-se que alguns estudantes comentavam essa possibilidade de facilitar a resolução entre si, porém não se sentiram confortáveis em expor ao grande grupo suas concepções. Na formalização do conteúdo, esse aspecto foi exibido aos estudantes, que ao multiplicar a quantidade de filas e colunas de quadrados, o produto nos informa a quantidade total sem precisar contá-los um a um.

Outro fator que precisou ser destacado na formalização do conteúdo foi a utilização de unidades de medida. Todos os grupos apresentaram os resultados sem utilizar uma unidade de medida como parâmetro. Ademais, foi necessário enfatizar que, no Sistema Internacional de Unidades, a unidade padrão para medida de Área é o metro quadrado, enquanto o centímetro quadrado é um submúltiplo dessa unidade. Explorar as transformações entre essas unidades tornou-se essencial para assegurar uma compreensão abrangente do conteúdo.

Além disso, vale destacar que o uso de figuras ao tentar resolver problemas matemáticos é comumente utilizado pelos estudantes e, de acordo com Filho (2016, p. 229), "[...] raramente vemos alguém resolvendo algum problema matemático que não seja tentado a rabiscar alguma equação ou a fazer algum desenho". Além disso, o autor afirma ainda que:

Os desenhos ajudam a sintetizar o raciocínio e, decisivamente, contribuem com ideias e argumentos usados para entender, enunciar, explicar, demonstrar ou descobrir algum fato matemático. Em alguns casos, os desenhos são auxiliares indispensáveis. (FILHO, 2016, p. 229)

É importante ressaltar ainda a notável dificuldade dos alunos em registrar suas respostas e justificativas por escrito. A relutância em expressar suas resoluções de maneira escrita tornou-se evidente, destacando-se de forma marcante durante a resolução desse problema inicial. É essencial reconhecer essa habilidade como fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Em relação ao item (c), seis grupos utilizaram o resultado encontrado no item (b), e o dividiram pela metade. Na Figura 5.3, apresentamos a resolução do grupo D.

Na Figura 5.4, apresentaremos a resolução da equipe E, que resolveu o problema de outra forma, considerando as dimensões de um novo campo, de dimensões  $10\text{ cm} \times 12\text{ cm}$ , que são as medidas equivalentes a meio campo de futebol.

Quando esse grupo expôs sua resolução na plenária, o grupo D questionou a validade dessa resolução, e o grupo E argumentou:

Figura 5.3 – Resolução do problema 1(c) pelo grupo D

o só dividir o total de 240 peças pela metade

$$\begin{array}{r} c \ 240 \ 12 \\ - \quad 2 \ 120 \\ \hline 04 \\ - \quad 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Grupo E: A gente chegou no mesmo resultado deles, mas a gente fez diferente.

Professora: E qual vocês acham que está certo?

Grupo E: Eu acho que os dois, porque deu 120 peças de gramas nos dois. Mas agora o jeito deles parece que é mais fácil, mas dá a mesma coisa.

Figura 5.4 – Resolução do problema 1(c) pelo grupo E

c) Se apenas metade do campo fosse gramado, quantas peças de grama seriam necessárias? E ainda, se fossem gramadas apenas as grandes áreas, quantas peças de gramas seriam necessárias? Se fosse dividido no meio precisaria  $10 \times 12 = 120$  por gramar só as áreas maiores  $8 \times 4 = 32 + 32 = 64$

Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Na busca do consenso, os grupos observaram que apesar de apresentarem resoluções diferentes, a quantidade de peças de grama encontradas para cobrir meio campo de futebol foi a mesma em ambas as resoluções.

Ainda no item (c), os estudantes deveriam determinar a quantidade de peças de grama utilizadas para cobrir as grandes Áreas. Todas as equipes encontraram que a Área de uma grande Área era  $32 \text{ m}^2$  porém quatro equipes não dobraram esse valor a fim de determinar as peças de grama necessárias para cobrir as duas grandes Áreas, isto é, 64 peças.

O item (d) causou muitas dúvidas e discussões entre os estudantes. Na Figura 5.5, temos as resoluções das equipes A, D e G.

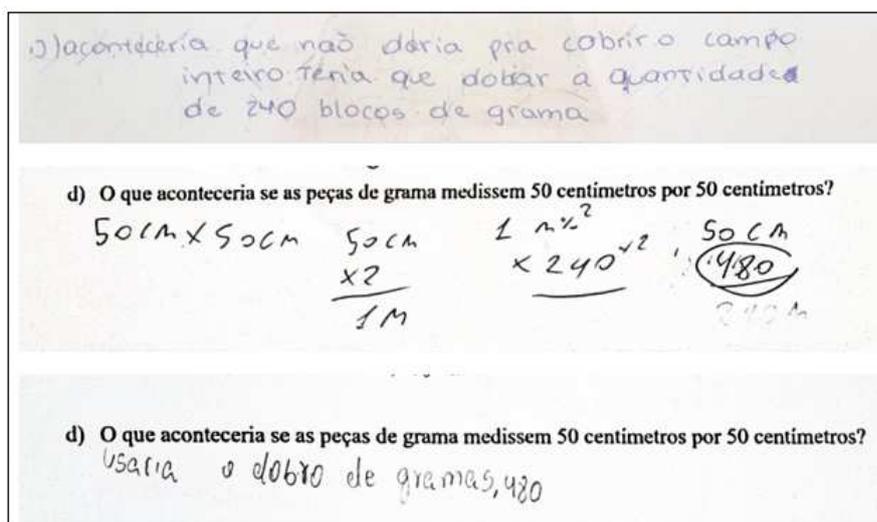
Os grupos A, D, E, F e G justificaram que, dobrando o número de peças de grama, a quantidade encontrada de 480 peças seria suficiente para cobrir o campo. No momento da plenária, o grupo D justificou da seguinte forma:

Grupo D: A gente teria que dobrar o valor, que é 240, para dar 480.

Professora: Mas por que vocês pensam que precisa dobrar?

Grupo D: Eu peguei a resposta da b, que deu 240 e comparei com a d, eu cortei os blocos no meio e pensei, 240 daria só metade do campo, daí pra dar o campo todo gente vai dobrar o número e dá 480.

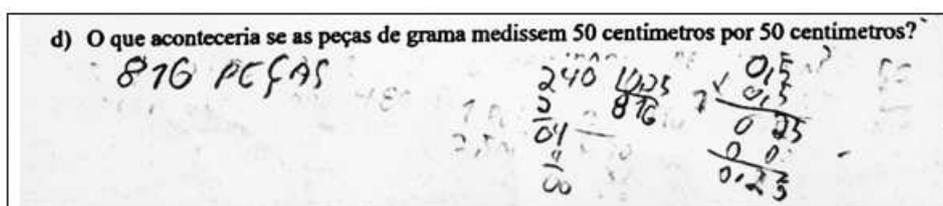
Figura 5.5 – Resolução do problema 1(d) pelos grupos A, D e G



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

A equipe C, percebeu que as peças de grama de  $50\text{ cm} \times 50\text{ cm}$  correspondem a Área de  $0,25\text{ cm}^2$ . Logo, ao calcularem a quantidade de peças de grama necessárias para cobrir o campo, a estratégia utilizada foi efetuar a divisão de 240 por 0,25, o que está correto. Porém, ocorreu um equívoco quando a equipe efetuou o cálculo da divisão. A equipe encontrou o resultado de 816 peças, quando na verdade o resultado são 960 peças, como mostra a Figura 5.6.

Figura 5.6 – Resolução do problema 1(d) pelo grupo C

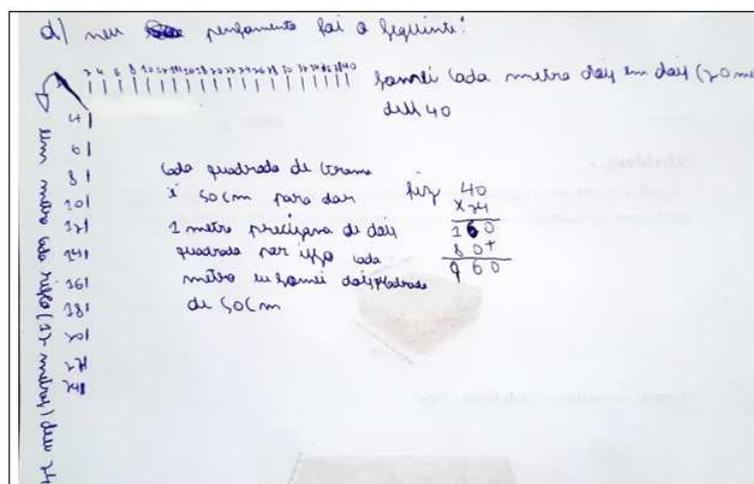


Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Erros no cálculo de divisão com números decimais são recorrentes entre os estudantes. Este erro foi discutido na formalização, levando os estudantes a perceberem a importância de dominar os campos numéricos na Matemática, pois, apesar do raciocínio estar correto, um erro de cálculo impediu encontrar a solução correta.

O grupo B, que já tinha utilizado uma figura no item (b), optou por criar outra ilustração para resolver o item (d). Nessa representação, eles alinharam as peças de grama de 50 cm lado a lado, até cobrir as dimensões do campo. Eles utilizaram 40 peças no comprimento de 20 m e 24 peças na largura de 12 m. Em seguida, multiplicaram 40 por 24 para obter a resposta correta, que é  $960\text{ m}^2$ , como podemos ver na Figura 5.7.

Figura 5.7 – Resolução do problema 1(d) pelo grupo B



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Essa estratégia utilizada pelo grupo B convenceu a turma. Na plenária, justificaram da seguinte forma:

Grupo B: Assim tem 12 metros, né? Tipo, daí eu fiz o 12 vezes 2 pra dar 1 metro porque tipo eu ia precisar de 2 peças de 50 centímetros, né?

Grupo F: Como você calculou isso? Não entendi.

Grupo B: Eu fiz 2 vezes 12 dá 24. Daí aqui, pra dar 20 metros, eu precisaria de 40 peças, entendeu? Eu fiz 40 vezes 24 e deu 960.

Grupo F: Nossa, nem tinha pensado que dava pra fazer assim.

Na busca do consenso, os grupos notaram que dobrar as dimensões de uma superfície não resulta em uma duplicação de sua Área, o que ficou evidente ao comparar as soluções dos grupos que adotaram essa estratégia com as que não o fizeram.

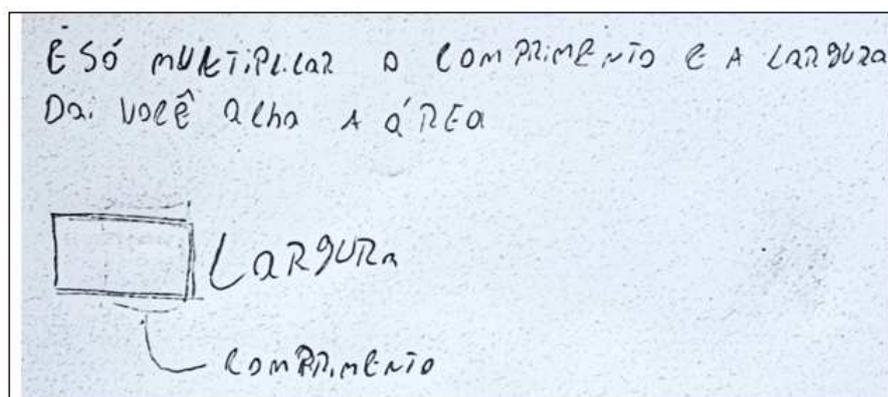
No item (e), a expectativa era que os estudantes deduzissem uma expressão para calcular a Área de um retângulo genérico. Embora os grupos tenham compreendido o conceito, enfrentaram dificuldades ao apresentar essa generalização. Na Figura 5.8, temos a resposta do grupo D, que descreve da forma correta essa generalização.

Durante a formalização do conteúdo, foi essencial destacar a importância do uso correto das unidades de medida para determinar a Área de uma superfície. Isso ressalta a necessidade de compreender as unidades e as relações entre as dimensões ao realizar cálculos de Área de maneira precisa.

Além disso, foram discutidas algumas características e as nomenclaturas específicas relacionadas aos polígonos utilizados afim de procurar um acordo ao definir uma expressão que determine a Área de um retângulo qualquer, pois definir uma expressão em conjunto facilitará a resolução das próximas atividades propostas.<sup>5.2</sup>

<sup>5.2</sup> Conforme mencionado anteriormente, é importante destacar que houve uma adaptação na proposta da implementação da Metodologia. Nessa adaptação, a décima etapa, que envolve a proposição e resolução de novos problemas, ocorreu somente após a resolução dos cinco problemas iniciais.

Figura 5.8 – Resolução do problema 1(e) pelo grupo D



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

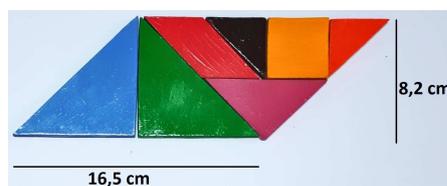
Durante a realização desse problema, percebeu-se resistência por parte dos estudantes na busca por resoluções, questionando constantemente a professora em busca de respostas prontas e também na exposição dos resultados na plenária.

## 5.2 PROBLEMA 2 - DESVENDANDO O PARALELOGRAMO: EXPLORANDO ÁREAS COM O TANGRAM

Este problema explora a Área do paralelogramo. Os estudantes serão desafiados a desenvolver estratégias para calcular a Área de um paralelogramo composto pelas sete peças do Tangram<sup>5.3</sup>, como mostra o Quadro 5.2.

Quadro 5.2 – Problema Gerador 2

A figura a seguir é um paralelogramo e foi montada a partir de sete peças do Tangram. Analise a figura, e, em seguida responda:



- Explique o que você faria para determinar a Área do paralelogramo acima e determine a sua Área.
- É possível perceber alguma relação entre o retângulo e o paralelogramo?
- Você consegue encontrar uma maneira de calcular a Área de qualquer paralelogramo? Explique.

Fonte: Elaborado pela autora

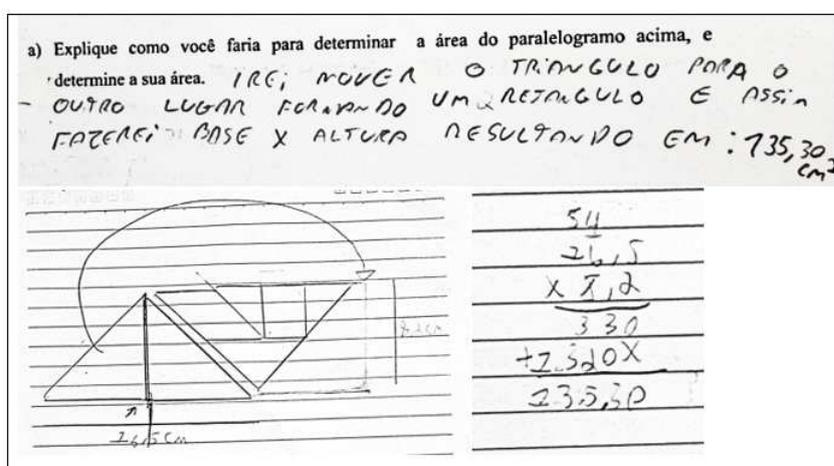
Espera-se que os estudantes utilizem os conhecimentos prévios do Problema 5.1, associando a Área do retângulo com a do paralelogramo. O intuito ao utilizar as peças do Tangram, vem ao encontro da afirmação de P. F. Lima e Bellemain (2010),

<sup>5.3</sup> Tangrams de madeira com as medidas específicas do problema foram levados para sala de aula e distribuídos um para cada grupo.

que destacam o Tangram como um recurso interessante para explorar a possibilidade de figuras distintas compartilharem a mesma Área. Segundo os autores, "Duas figuras geométricas montadas com as sete peças do Tangram, por mais diferentes que sejam, têm, todas, a mesma Área" (LIMA, P. F.; BELLEMAIN, 2010, p. 188). A utilização do Tangram, portanto, busca enriquecer a compreensão dos alunos sobre a equivalência de áreas, mesmo diante de formas aparentemente distintas.

Em relação ao item (a) do problema, inicialmente somente os grupos A e C identificaram prontamente a possibilidade de reorganizar as peças do paralelogramo para compor um retângulo. A Figura 5.9, apresenta a resolução do grupo A.

Figura 5.9 – Resolução do problema 2(a) pelo grupo A



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Ambos os grupos adotaram essa analogia como base para a elaboração de suas resoluções. Os demais grupos demoraram para perceber essa relação.

No item (b), os estudantes deveriam observar se havia alguma relação entre o paralelogramo e o retângulo. Na Figura 5.10, seguem as respectivas resoluções dos grupos A, B, C, D, E, F e G.

Analisando as respostas, é possível verificar que todos os grupos conseguiram, de alguma forma, perceber a relação existente entre paralelogramo e o retângulo. No entanto, alguns grupos descreveram essa relação de forma mais precisa e detalhada.

Na plenária, as justificativas dos grupos foram semelhantes à justificativa do grupo A, que justificou os itens (a) e (b) da seguinte maneira:

Professora: E vocês acham que é possível perceber alguma relação entre o retângulo e o paralelogramo?

Grupo A: Mudando uma peça de lugar, se mudar o triângulo, vira um retângulo.

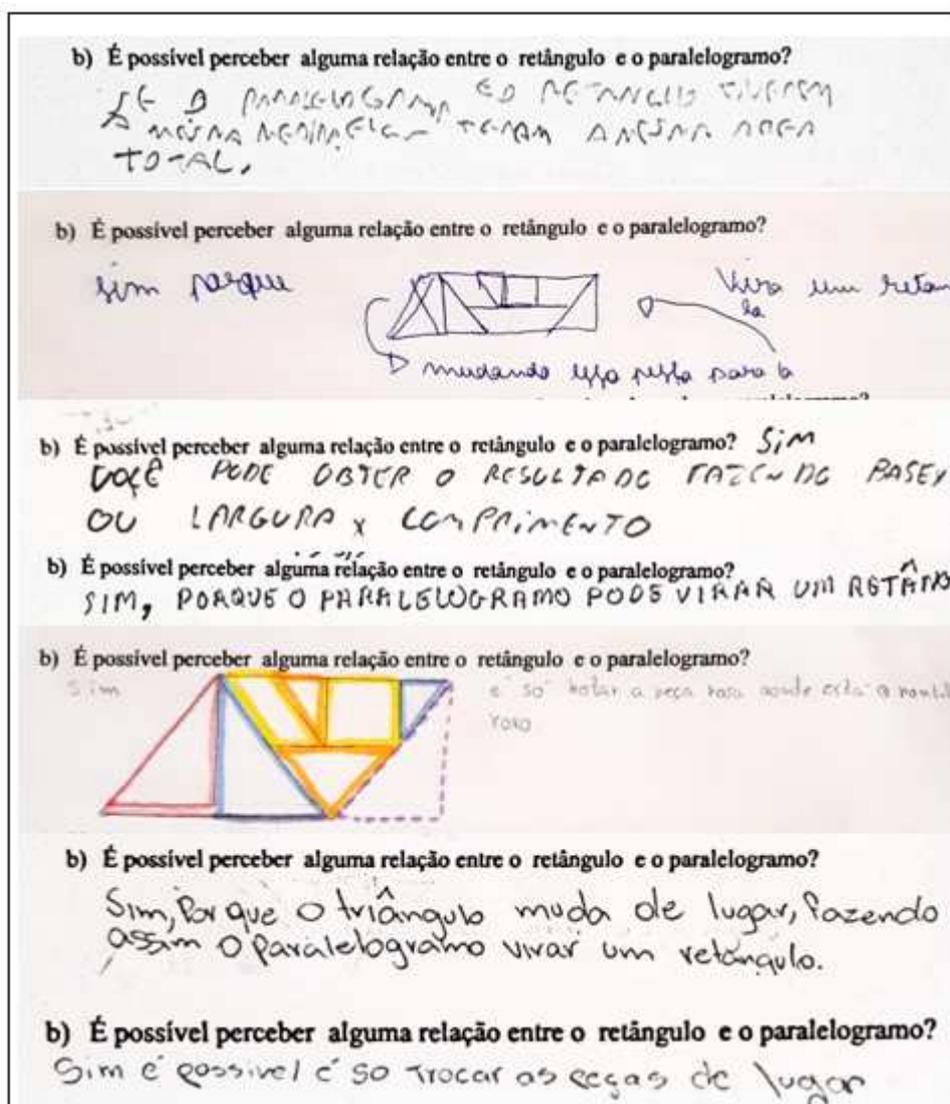
Professora: E como isso tem relação com a Área?

Grupo A: É que se o paralelogramo e o retângulo tiverem a mesma medida, eles tem a mesma Área.

Ao resolver o problema sem o uso de fórmulas prontas Vieira e Allevato (2021, p. 5) afirmam que:

Ao associar a Área do paralelogramo não retângulo com a Área do retângulo (informação já armazenada na memória), a criança elabora uma estratégia de resolução para o problema, sem a necessidade de recorrer a um algoritmo apresentado anteriormente. Por conseguinte, a habilidade de pensamento de ordem superior designa um processo que vai além da simples aplicação de fórmulas.

Figura 5.10 – Resolução do problema 2(b) pelos grupos A, B, C, D, E, F e G

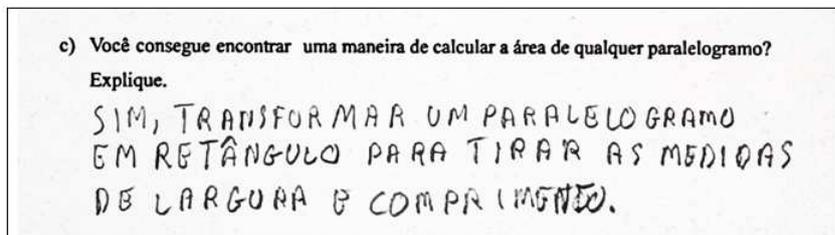


Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

No que diz respeito ao item (c), que questionava se era possível encontrar uma maneira de calcular a Área de um paralelogramo qualquer, os grupos A, B, D, F e G sustentaram que, ao obter as medidas da base e da altura de um paralelogramo, estaria claro como determinar a sua Área, resolvendo-a de maneira análoga ao cálculo

da Área de um retângulo. Na Figura 5.11, segue a resposta do grupo D, que é similar a dos demais grupos.

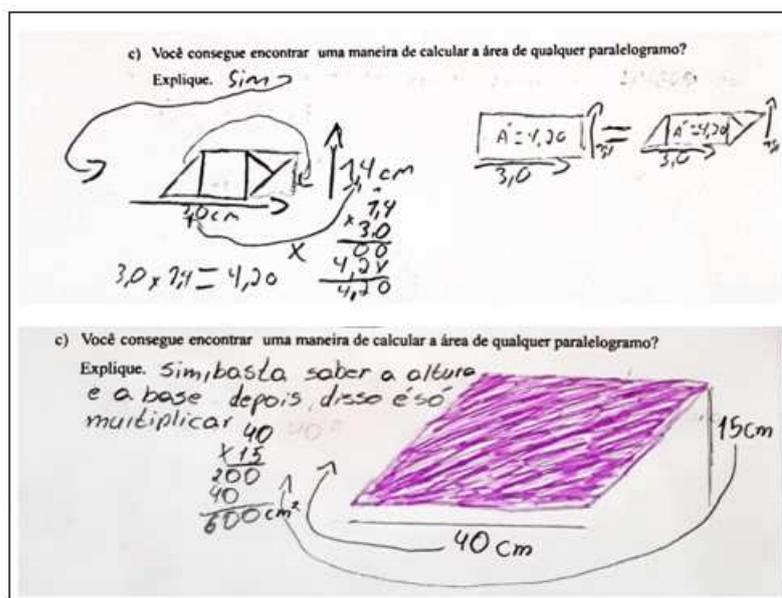
Figura 5.11 – Resolução do problema 2(c) pelo grupo D



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Os grupos C e E construíram um paralelogramo com dimensões diferentes das originais e mostraram como calcular a sua Área, como mostra a Figura 5.12.

Figura 5.12 – Resolução do problema 2(c) pelos grupos C e E



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

O grupo C, embora tenha realizado os cálculos de forma correta, encontrou dificuldades na elaboração escrita para expressar a resposta.

Ao formalizar o conteúdo, as nomenclaturas apropriadas foram introduzidas com o objetivo de padronizar um método para calcular a Área do paralelogramo.

Durante a resolução deste problema, destaca-se novamente a marcante presença do recurso visual por parte dos estudantes. Isso não apenas reforça a ideia de que o desenho é uma ferramenta que pode auxiliar na resolução de problemas matemáticos, mas também destaca a habilidade dos estudantes em conectar conceitos geométricos por meio de representações visuais.

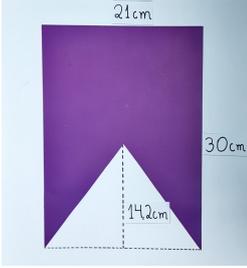
Além disso, a utilização das peças do Tangram no problema apresentado revelou-se uma estratégia enriquecedora, especialmente ao abordar a tarefa de decompor o paralelogramo com o intuito de formar um retângulo. Essa abordagem demonstrou promover uma aprendizagem que vai além da simples memorização, contribuindo para o desenvolvimento conceitual da fórmula de cálculo de Área do paralelogramo.

### 5.3 PROBLEMA 3 - A ÁREA TRIANGULAR EM BANDEIRINHAS

O terceiro problema, consiste em determinar a Área triangular das folhas de papel que foram desperdiçadas ao confeccionar bandeirinhas para decorar uma escola. No Quadro 5.3 apresentamos a descrição detalhada do problema.

Quadro 5.3 – Problema Gerador 3

Para enfeitar a festa de uma escola, os alunos resolveram confeccionar bandeirinhas a partir de folhas de papel, com formato retangular, de dimensões 21 cm  $\times$  30 cm. De cada folha retangular foi recortado um triângulo com 14,2 cm de altura, como mostrado na figura abaixo.



Com base nas informações acima, responda:

- Qual a Área das folhas de papel que foram utilizadas para confeccionar as bandeirinhas?
- Qual a Área de papel desperdiçada para fazer cada bandeirinha?
- Considerando a estratégia que você utilizou para determinar a Área de papel descartada das bandeirinhas, é possível estabelecer uma forma de calcular a Área de um triângulo qualquer? Explique.

Fonte: Elaborado pela autora

Bandeirinhas com as dimensões apresentadas no Quadro 5.3, de 21 cm  $\times$  30 cm, foram levadas para sala de aula e entregues uma para cada grupo. O problema determina que de cada folha retangular, será recortado um triângulo de base igual a 21 cm, e altura de 14,2 cm, o qual não será utilizado na confecção das bandeirinhas.

O item (a), que questionou qual era a Área das folhas de papel utilizadas para produzir as bandeirinhas, foi resolvido corretamente por todos os grupos. Isso destaca que o cálculo de regiões retangulares tornou-se um exercício para os estudantes, não mais um problema, reforçando as evidências de uma aprendizagem significativa como podemos perceber na Figura 5.13.

Porém, dois grupos questionaram o enunciado afirmando não estar claro qual a quantidade de folhas utilizadas para a confecção das bandeirinhas que deveriam ser calculadas. De fato, o enunciado poderia estar mais claro, indicando que o objetivo

Figura 5.13 – Resolução do problema 3(a) pelos grupos A, B e F

Handwritten student work showing a multiplication problem and a word problem solution.

$$A = \begin{array}{r} 24 \\ \times 30 \\ \hline 00 \\ + 630 \\ \hline 630 \end{array}$$

24 cm de largura  
 30 cm de comprimento  
 630 cm<sup>2</sup>

- Nós fizemos comprimento x a largura e achamos a área total

630 cm<sup>2</sup> porque a folha de bandeira é retângulo  $24 \times 30 = 630$

24 cm x 30 cm = 630 cm<sup>2</sup> a bandeira é retângulo por isso fizemos assim

b) Qual a área de papel desperdiçada para fazer cada bandeirinha?

Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

era determinar a Área de apenas uma bandeirinha. Ao considerar essa observação, é evidente que o nível de pensamento crítico dos estudantes está em ascensão.

O questionamento do item (b), envolvia a percepção da composição e decomposição de figuras. Foram necessárias muitas perguntas, intervenções e discussões nos pequenos grupos pois os estudantes encontraram bastante dificuldade em buscar uma estratégia de resolução. Isso inclusive acarretou extrapolar o tempo previsto para aplicação do problema, sendo necessário tomar alguns minutos da aula do professor seguinte.

O objetivo era que os estudantes utilizassem os conhecimentos prévios do problema anterior, apresentado no Quadro 5.2, associando a Área do triângulo com a do paralelogramo, porém dessa vez não questionamos se eles percebiam relação entre o triângulo e o paralelogramo, como fizemos no problema anterior, quando questionamos se eles notavam relação entre o retângulo e o paralelogramo. Essa estratégia foi utilizada para verificar se ao induzir o questionamento da relação entre as figuras a resolução se tornaria mais fácil, o que ficou evidente.

Os grupos A, B e E adotaram uma abordagem semelhante de resolução. Eles optaram por duplicar o triângulo inicial para criar um paralelogramo, o que permitiria o cálculo da Área do triângulo. Na Figura 5.14, apresentaremos a resolução descrita pela equipe E.

Na etapa da plenária, o grupo E apresentou o raciocínio utilizado justificando sua resposta.

Grupo E: A gente fez dois triângulos iguais e montou um paralelogramo.

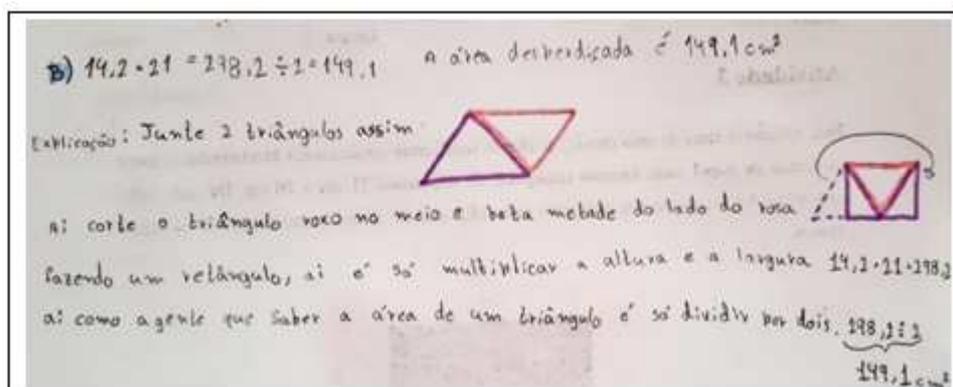
Professora: Porque vocês montaram um paralelogramo?

Grupo E: Porque ontem a gente aprendeu a calcular um paralelogramo.

Professora: Mas porque nesse problema você está buscando um paralelogramo?

Grupo E: Porque daí eu sei transformar ele num retângulo daí fica mais fácil achar as medidas, daí é só fazer as contas.

Figura 5.14 – Resolução do problema 3(b) pelo grupo E



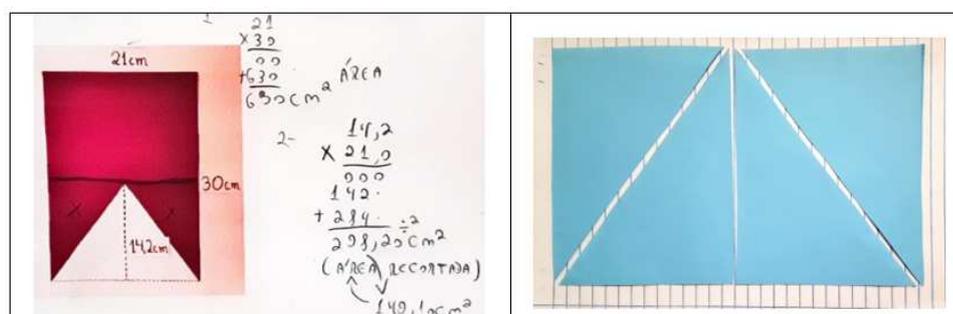
Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Na sequência, o grupo fez um desenho similar ao da Figura 5.14 no quadro, explicando o raciocínio utilizado para a turma. Surpreendentemente, o grupo E escolheu transformar o paralelogramo em um retângulo, e depois calcular a Área do retângulo. Esse passo adicional não era estritamente necessário, e durante a discussão geral, os grupos A e B argumentaram que não realizaram esse passo, pois ao formar o paralelogramo, já era possível determinar a Área do triângulo, aplicando o que já foi visto no Problema 2, apresentado no Quadro 5.2.

No entanto, ao compararem os resultados ficou claro que a realização dessa segunda transformação não afetou a solução correta do problema.

Os grupos C e D adotaram outra estratégia. Desenharam um retângulo de 21 cm  $\times$  14,2 cm e notaram que havia quatro triângulos congruentes, e que a Área procurada era equivalente a de dois triângulos. O grupo D constatou a congruência dos triângulos ao reproduzir a situação em uma folha e recortá-los para verificação. Neste contexto, calcularam a Área do retângulo formado pelos quatro triângulos congruentes e dividiram por 2. Na Figura 5.15, apresentamos a estratégia utilizada pelo grupo.

Figura 5.15 – Resolução do problema 3(b) pelo grupo D



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Durante a apresentação do grupo D, surgiram várias dúvidas por parte dos demais grupos em relação à estratégia apresentada pelo grupo na plenária. A turma

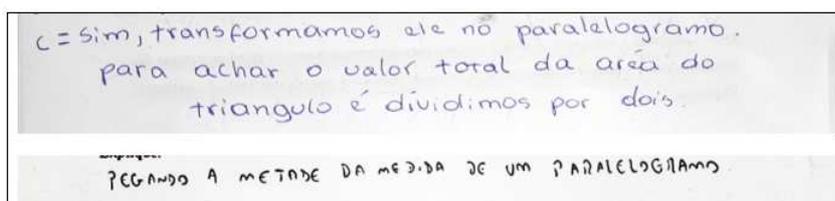
enfrentou dificuldades para identificar a presença de quatro triângulos congruentes no retângulo.

Ao perceber a falta de acordo inicial, o grupo D empenhou-se em apresentar os triângulos que haviam confeccionado e recortado, para evidenciar a congruência dos triângulos do problema. Ao apresentar esses materiais à turma, conseguiram convencer os demais da congruência. Durante essa discussão, os grupos chegaram à conclusão de que os triângulos demarcados na Figura 5.15 tinham as mesmas medidas, e nesse momento, não foi necessária a intervenção da professora.

Os grupos F e G não conseguiram resolver esse item corretamente.

No item (c), o problema questionava se era possível encontrar uma estratégia para calcular a Área de um triângulo qualquer. Os grupos A, D e E apresentaram uma resposta que evidencia que os grupos compreenderam o desenvolvimento do cálculo de Área de um triângulo. Entretanto, foi necessário lapidá-las na formalização do conteúdo. Na Figura 5.16 temos as respostas das equipes A e D, respectivamente.

Figura 5.16 – Resolução do problema 3(c) pelos grupos A e D

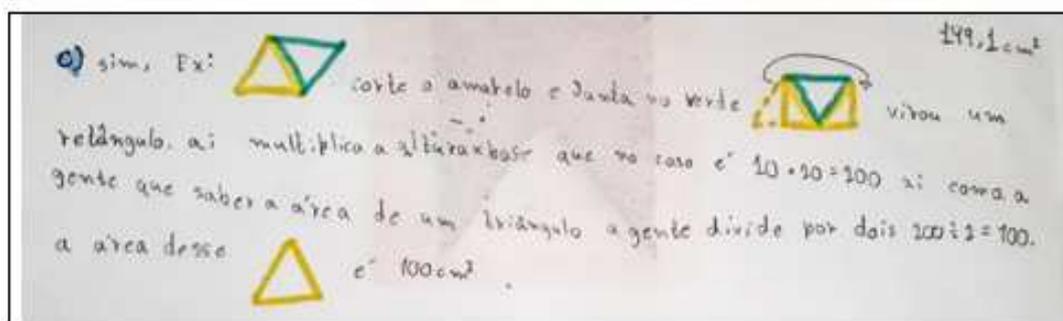


Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Esses dois grupos notaram a relação entre a Área de dois triângulos congruentes e um paralelogramo. O grupo D usou o termo "medida" ao invés de "Área", o que posteriormente foi esclarecido durante a formalização.

Já o grupo E, conseguiu expressar com maior precisão uma estratégia de determinar a Área de um triângulo qualquer, como mostra a Figura 5.17.

Figura 5.17 – Resolução do problema 3(c) pelo grupo E



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

O grupo E empregou diferentes medidas para dimensionar o triângulo, com uma

base de 20 cm e uma altura de 10 cm, a fim de testar a estratégia apresentada. No entanto, a apresentação das dimensões não foi claramente enfatizada.

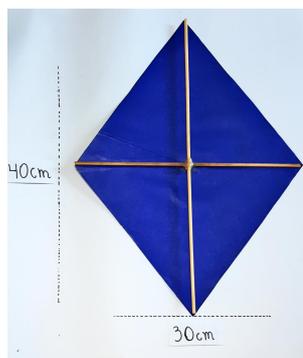
Na etapa de formalização foi fundamental reforçar a razão pela qual a Área do triângulo é igual à metade da Área do paralelogramo, além de apresentar um algoritmo formal para realizar esse cálculo.

#### 5.4 PROBLEMA 4 - A ÁREA DE UMA PIPA EM FORMATO DE LOSANGO

No quarto problema, buscou-se explorar a Área do losango através de uma pipa, com o formato desse quadrilátero, como mostra o Quadro 5.4.

Quadro 5.4 – Problema Gerador 4

Pedro pretende fazer uma pipa com as dimensões da figura abaixo. Para construir uma pipa são colocadas duas varetas perpendiculares, nas diagonais de um quadrilátero. Nesse caso, as duas varetas medem 40 cm e 30 cm.



- (a) Quantos centímetros de papel seda, no mínimo, Pedro deverá comprar para construir a pipa acima? Explique o que você pensou para chegar a essa conclusão.  
(b) Você consegue estabelecer uma forma de calcular a Área de uma figura qualquer semelhante a pipa? Explique.

Fonte: Elaborado pela autora

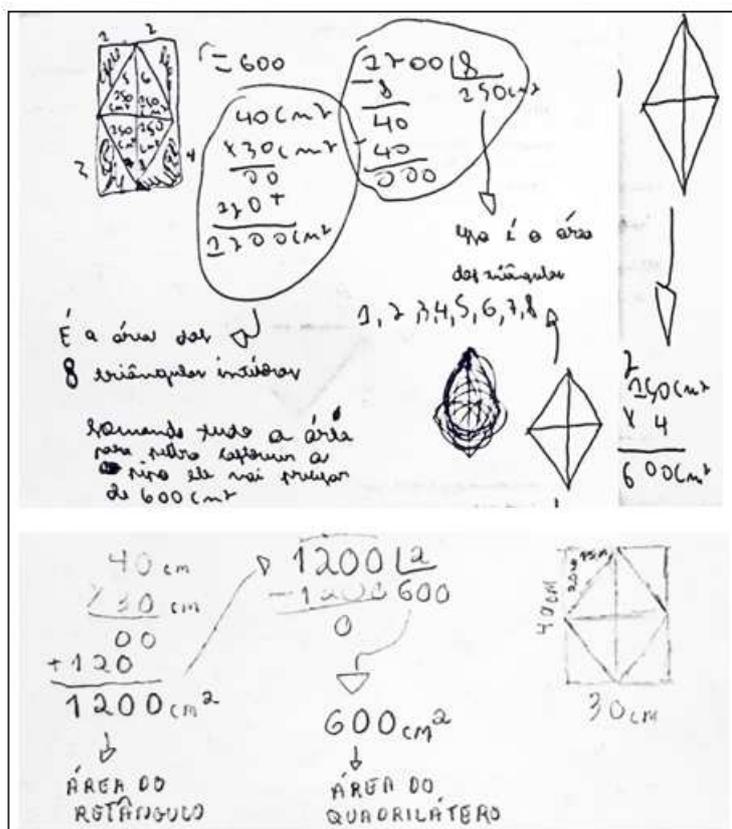
Uma pipa com as dimensões descritas no Quadro 5.4 foi levada para a sala aula para enriquecer o contexto do problema.

No item (a), o questionamento era determinar a quantidade de papel necessária para fazer a pipa.

Os grupos A, B, C e D apresentaram as resoluções de modo similar. Na Figura 5.18, apresentamos as resoluções propostas pelos grupos B e D.

A estratégia utilizada por esses grupos foi construir um retângulo utilizando os quatro vértices da pipa como pontos médios dos lados do retângulo. Com base nisso, calcularam a Área do retângulo. Em seguida, os grupos verificaram que haviam oito triângulos congruentes, e como a pipa era composta apenas por quatro triângulos, dividiram a Área do retângulo pela metade. Abaixo temos a transcrição de um diálogo do grupo B com a professora:

Figura 5.18 – Resolução do problema 4(a) pelos grupos B e D



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Grupo B: Se eu mudar essas peças de um lado para o outro eu transformo em um retângulo com quatro triângulos, né?

Professora: Mas o que isso quer dizer?

Grupo B: Porque se a gente mexer aqui, isso aí vai ser a metade da figura, né professora? A metade da figura que daria um outro retângulo.

Professora: E tem relação desse retângulo que você formou com a pipa?

Grupo B: A metade desse retângulo de oito triângulos vai ser os quatro triângulos da pipa. Esses quatro triângulos vão ser a Área da pipa.

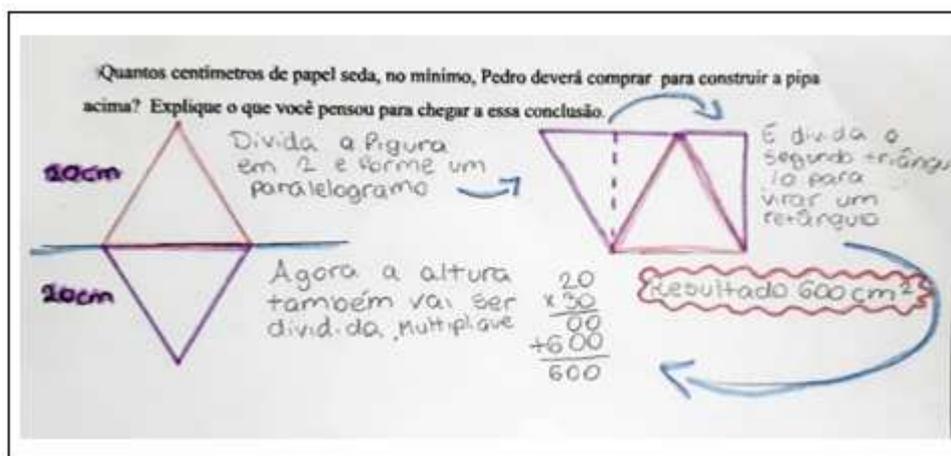
Ao observar a Figura 5.18, percebe-se a persistente dificuldade dos estudantes em expressar a resposta de forma escrita, apesar de apresentar o raciocínio correto.

O grupo D apresentou a resolução de forma semelhante a que apresentou no problema anterior. O grupo confeccionou triângulos para verificar as congruências entre eles. Nesse sentido, podemos perceber que a medida que os estudantes passam a resolver problemas, a busca por estratégias passa a se tornar uma prática comum.

A estratégia do grupo E, foi reagrupar os quatro triângulos da pipa e construir um paralelogramo, como podemos verificar na Figura 5.19.

A estratégia demonstrada por este grupo chamou a atenção dos demais grupos. O grupo E fez uma figura semelhante a da Figura 5.19 no quadro, e quando os demais

Figura 5.19 – Resolução do problema 4(a) pelo grupo E



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

grupos visualizaram a forma que esse grupo dividiu o losango, acharam o entendimento muito simples. A justificativa do grupo E foi o seguinte:

Grupo E: A gente dividiu a figura em dois triângulos iguais. Depois a gente juntou eles e fez um paralelogramo, e depois pegou o paralelogramo e fez um retângulo daí deu pra calcular a Área.

Professora: E vocês já sabe calcular a Área do paralelogramo?

Grupo E: Sim

Professora: E porque vocês transformaram o paralelogramo em retângulo?

Grupo E: Porque a gente já aprendeu a do retângulo.

Professora: E a do paralelogramo? Vocês não conhecem?

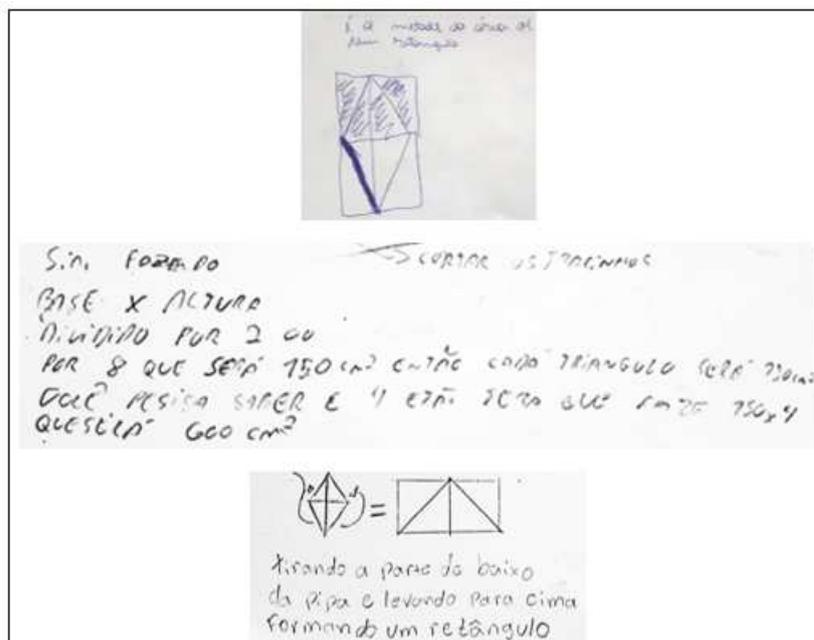
Grupo E: É verdade, nem precisava ter feito tudo isso.

Durante a exposição na plenária, alguns grupos questionaram o porquê de dividir a altura do losango pela metade. O grupo E argumentou desenhando no quadro que ao dividir o losango em dois triângulos, cada um dos triângulo teria metade da altura, no caso 20 cm.

O grupo F apresentou na plenária que a quantidade mínima de papel utilizado para produzir a pipa era de 1200 cm<sup>2</sup>. Os demais grupos argumentaram que esse não era o valor de uma pipa, mas, sim, de duas pipas. Nessa discussão não foi necessário a intervenção da professora, pois o grupo F percebeu esse equívoco com facilidade ao ouvir os argumentos dos colegas.

No item (b) a pergunta solicitava se era possível, encontrar um método de calcular a Área de um losango qualquer. Os grupos A, B, C, D e G apresentaram justificativas semelhantes para esse questionamento. Na Figura 5.20, apresentamos as resoluções dos grupos B, C e G, respectivamente.

Figura 5.20 – Resolução do problema 4(b) pelos grupos B, C e G

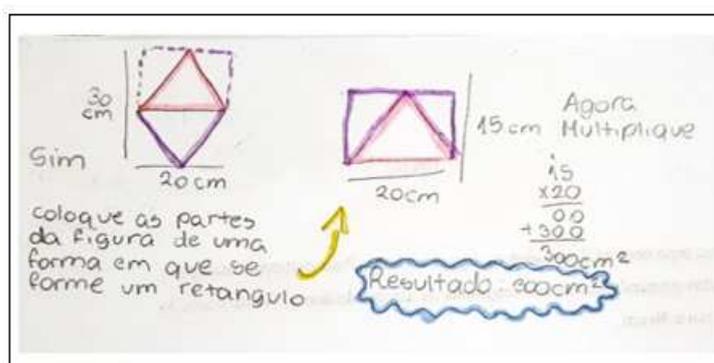


Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

É fato que os grupos conseguiram entender a relação entre o retângulo formado e a pipa, mas não conseguiram determinar de forma clara um método prático para se calcular a Área de qualquer losango.

O grupo E manteve um raciocínio parecido com o que utilizou no item (a), apresentado na Figura 5.19, como podemos observar na Figura 5.21.

Figura 5.21 – Resolução do problema 4(b) pelo grupo E



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

O raciocínio apresentado pelo grupo E convenceu a turma. Porém, ao formalizar o conteúdo, foi necessário aprimorar as respostas ao determinar o método prático para se calcular a Área de um losango qualquer. Além disso, foi necessário incorporar as terminologias adequadas relacionadas ao losango.

## 5.5 PROBLEMA 5 - A ÁREA DE UM TERRENO EM FORMATO DE TRAPÉZIO

A proposta do quinto problema consistia em determinar a Área ocupada por um jardim, num terreno com formato de trapézio, como mostra o Quadro 5.5.

Quadro 5.5 – Problema Gerador 5

Na figura abaixo, o quadrado destacado de marrom representa a parte do terreno destinada à construção de uma casa e o restante, a parte reservada para a construção de um jardim.

Com base nessas informações responda.

- Qual é a Área da casa?
- É possível determinar a Área que será ocupada pelo jardim? Descreva o que você pensou para resolver esta situação.
- Você consegue estabelecer uma forma de calcular a Área de um trapézio qualquer? Explique.

Fonte: Elaborado pela autora

Este terreno tinha uma Área quadrada destinada para a construção de uma casa, e o restante do terreno seria ocupado pelo jardim. O item (a) consistia em determinar a Área da casa. O grupo F precisou da intervenção da professora para notar que o fato da casa ter o formato quadrado implica que as medidas dos lados são iguais. Segue a transcrição da intervenção com o grupo F:

Grupo F: Professora, não tem como fazer a conta, não dá pra saber o outro lado da casa.

Professora: Que figura é essa?

Grupo F: Um quadrado.

Professora: O que você consegue notar em relação aos lados do quadrado?

Grupo F: Tipo, 12 metros é esse tamanho aqui, né? Mas eu não sei o tamanho disso aqui.

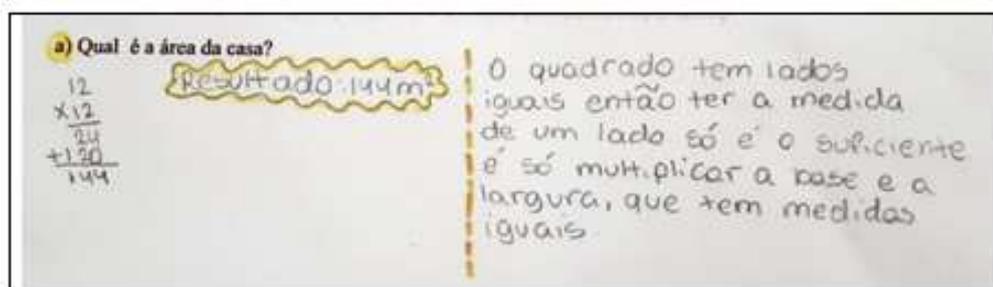
Professora: O que é possível dizer sobre as medidas dos lados de um quadrado?

Grupo F: Se um lado do quadrado é 12, o outro vai ser 12. Ah, claro a Área é  $12 \times 12$ .

Após a intervenção, o grupo respondeu corretamente esse item. Na Figura 5.22 temos a resolução dada pelo grupo E, que é similar a dos demais grupos.

O item (b) consistia em calcular a Área ocupada pelo jardim. Os grupos apresentaram diferentes formas de resolver essa questão. Essa multiplicidade de ideias nos motivou a destacar as diversas abordagens que foram apresentadas, uma vez que isso

Figura 5.22 – Resolução do problema 5(a) pelo grupo E

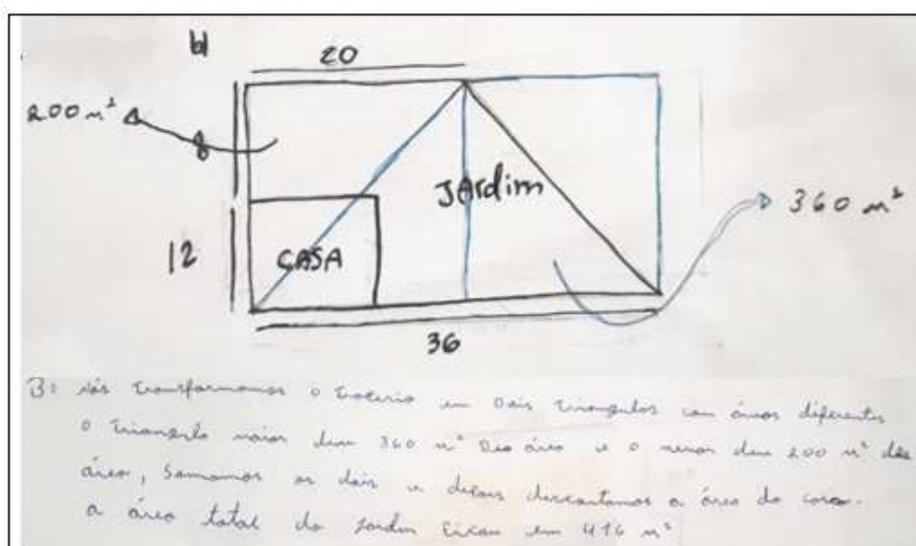


Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

reflete uma evolução notável no pensamento e na autonomia dos estudantes. Abaixo, detalharemos os raciocínios empregados.

Vamos analisar na Figura 5.23, o raciocínio utilizado pelo grupo A.

Figura 5.23 – Resolução do problema 5(b) pelo grupo A



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

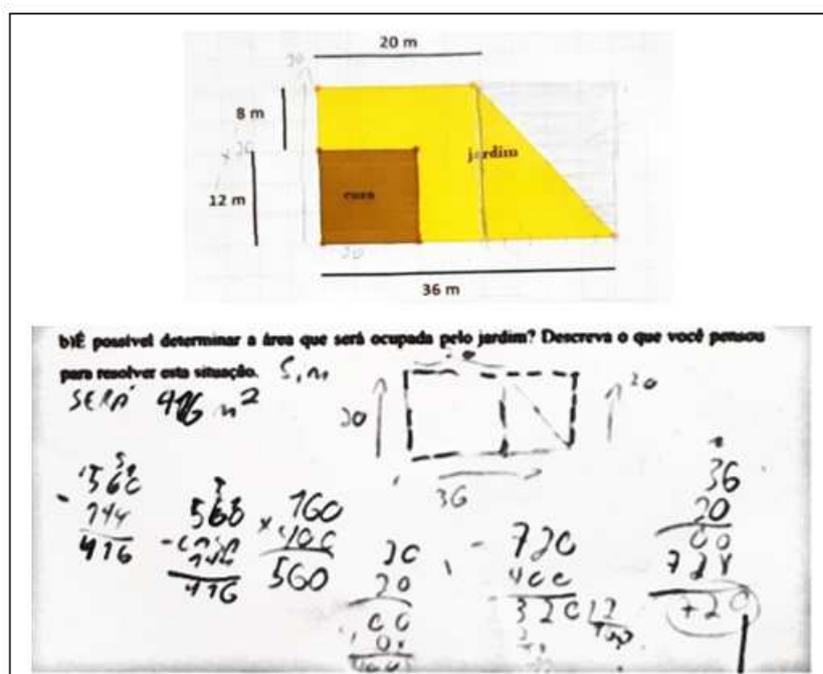
O grupo A dividiu o espaço ocupado pelo terreno em dois triângulos, calculou a Área de cada triângulo separadamente, somou as Áreas dos dois triângulos e subtraiu da Área da casa, obtendo o valor de 416 m<sup>2</sup> destinados a Área do jardim.

A estratégia utilizada pelo grupo C foi transformar o terreno em forma de trapézio num retângulo, como mostra a Figura 5.24.

Inicialmente, o grupo C calculou a Área total do retângulo de base 36 m e altura 20 m. Após encontrar essa Área, dividiu a figura em um quadrado e um retângulo, um de medidas 20 m × 20 m, e outro de medidas 16 m × 20 m, o grupo calculou a Área do retângulo maior, que foi 400 m<sup>2</sup>, e descontou da Área inicial encontrada de 720 m<sup>2</sup>, obtendo 320 m<sup>2</sup>.

Depois disso, o grupo observou que a metade do retângulo de 16 m × 20 m

Figura 5.24 – Resolução do problema 5(b) pelo grupo C



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

não fazia parte do terreno, e por isso, dividiram a Área desse retângulo por 2. Finalmente, efetuaram a soma das Áreas encontradas e descontaram a Área da casa, já determinada no item a, chegando na mesma solução encontrada pelo grupo A, isto é,  $416 \text{ m}^2$ . No momento da plenária, o grupo C explicou detalhadamente as estratégias que adotaram. Os outros grupos comentaram que consideraram muito difícil o método adotado por este grupo.

O grupo D decompôs o terreno em 4 figuras, que foram enumeradas na resolução: a figura 1, um triângulo, as figuras 2 e 3 são retângulos, e a figura 4 um quadrado. A Figura 5.25 apresenta essa decomposição.

Este grupo calculou separadamente as Áreas que chamou de 1, 2 e 3, e somando-as determinou a Área do jardim. Durante a resolução, o grupo teve algumas dúvidas. A seguir, temos parte da transcrição do grupo D com a professora.

Grupo D: Professora, a gente precisa usar a Área da casa pra fazer a letra b?

Professora: Por que usar a Área da casa?

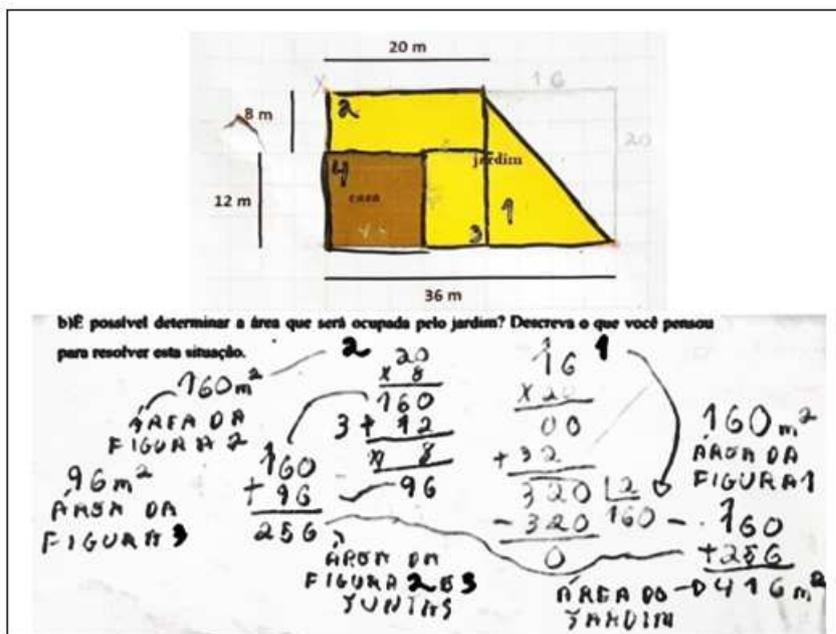
Grupo D: É que a gente pensou em somar essas três Áreas do jardim pra chegar na resposta, mas daí não precisa da casa pra nada.

Professora: E qual o problema em não utilizar a Área da casa?

Grupo D: Não sei se tem problema.

Nesse diálogo, podemos perceber como o fato de não usar o valor calculado no item anterior, item (a), intrigou os estudantes. Isso geralmente acontece devido à abordagem tradicional de ensino, na qual os estudantes são ensinados a seguir

Figura 5.25 – Resolução do problema 5(b) pelo grupo D

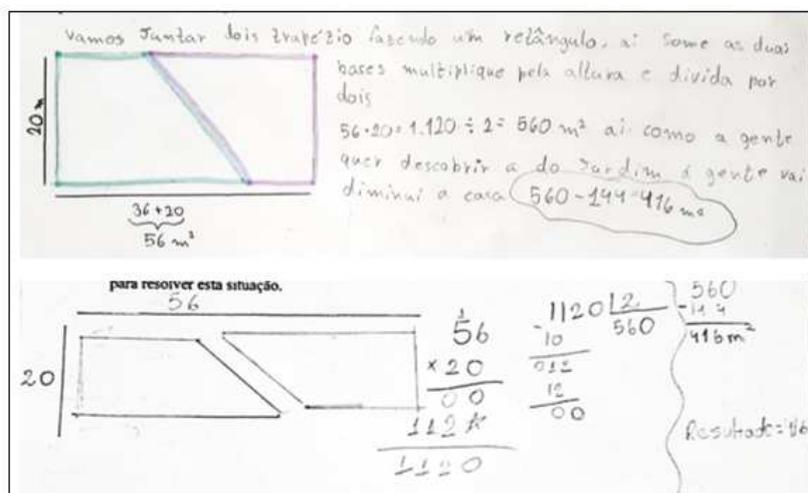


Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

um conjunto específico de etapas e fórmulas para resolver problemas matemáticos. Nessa abordagem, é comum que os estudantes se acostumem a calcular valores intermediários em um problema e depois usá-los em etapas subsequentes para chegar à solução final. Quando os estudantes se deparam com uma situação em que o valor calculado previamente não é utilizado, isso pode parecer contra-intuitivo, pois vai contra a metodologia que estão acostumados a seguir.

As estratégias adotadas pelos grupos E e G seguiram o raciocínio análogo. Podemos analisar as resoluções destes grupos na Figura 5.26.

Figura 5.26 – Resolução do problema 5(b) pelos grupos E e G



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Os grupos E e G criaram dois trapézios idênticos, e juntaram-os de modo a formar um retângulo. Na sequência, estes grupos calcularam a Área do retângulo formado pelos dois trapézios e, em seguida, dividiram pela metade, pois a Área que se desejava descobrir era formada apenas por um trapézio. Posteriormente, deste valor encontrado, subtraíram a Área da casa já determinada no item (a).

As estratégias desses grupos foram as que mais agradaram a turma. O grupo F apresentou dificuldades em resolver este problema, e foi a única equipe que não chegou à solução correta, mas ao ver essa última estratégia proposta argumentou: "Nossa, era tão fácil".

Esse problema gerou algumas discussões ao comparar as resoluções apresentadas pelos grupos, uma vez que eles abordaram estratégias muito diferentes entre si, mas chegaram à mesma resposta. Foi possível notar que os estudantes tem dificuldade em considerar que há estratégias diferentes para se chegar à mesma resposta. Essa resistência pode ser atribuída a fatores como o receio de cometer erros ao adotar métodos de resolução diferentes e sistemas de ensino que priorizam a memorização, como é comum no modelo de ensino tradicional.

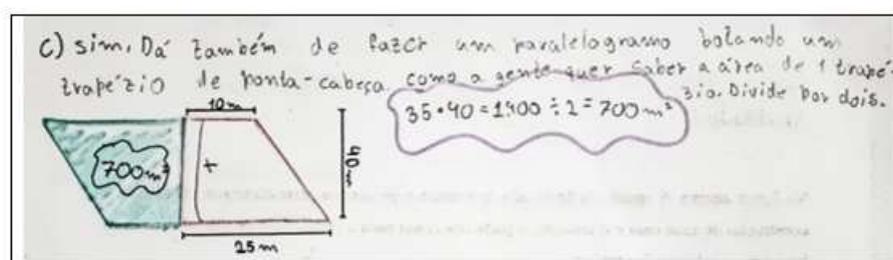
Acredita-se que a desconstrução dessa resistência seja um dos impactos positivos ao utilizar essa Metodologia, pois ao incentivar a discussão em sala de aula, estamos promovendo a troca de ideias entre os estudantes e, explorando diferentes abordagens para resolver problemas.

Além disso, fica nítido que nesse processo de ensino, o estudante é o protagonista da sua aprendizagem.

Ensinar com tarefas baseadas em resolução de problemas é mais centrado no aluno do que no professor. O ensino começa e se constrói com as ideias que as crianças possuem – seus conhecimentos prévios. É um processo que requer confiança nas crianças e convicção de que todas elas podem criar ideias significativas sobre a matemática. (VAN DE WALLE, 2009, p. 58)

O item (c) questionava os grupos se era possível encontrar uma estratégia para encontrar a Área de um trapézio qualquer. Na Figura 5.27 apresentamos a resolução do grupo E.

Figura 5.27 – Resolução do problema 5(c) pelo grupo E

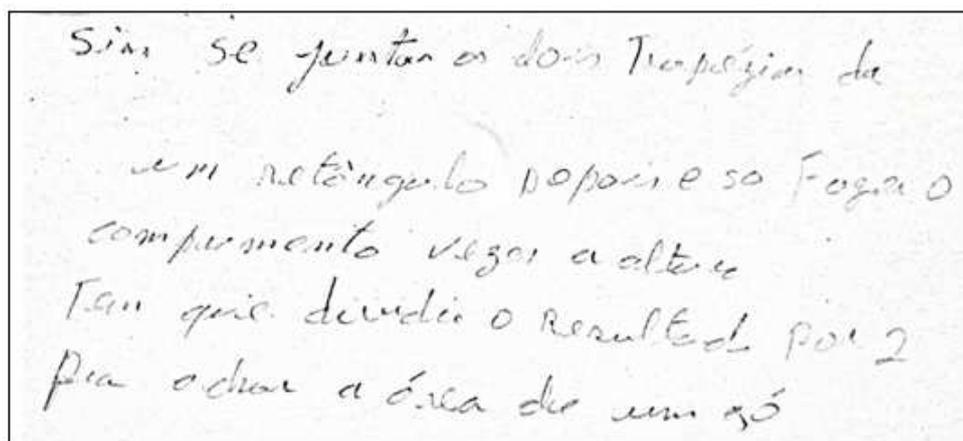


Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Note que esse grupo utilizou valores diferentes dos apresentados no problema original como uma abordagem para calcular a Área de um trapézio genérico, testando a estratégia que criaram.

Na Figura 5.28 é apresentada a estratégia de resolução adotada pelo grupo G.

Figura 5.28 – Resolução do problema 5(c) pelo grupo G



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

A abordagem apresentada pelo grupo G envolve a ideia de unir dois trapézios e transformá-los em um retângulo, aplicando posteriormente o cálculo de Área do retângulo e dividindo o resultado obtido por 2, pois a ideia é determinar a Área de apenas um trapézio. Contudo, é importante notar que essa estratégia exigiu refinamentos e aprimoramentos durante a formalização do conteúdo. Apesar dos grupos compreenderem o desenvolvimento conceitual da fórmula de cálculo de Área do trapézio, enfrentaram desafios ao expressá-la de maneira clara e precisa.

Durante a formalização do conteúdo, foram incorporadas as nomenclaturas dos elementos de um trapézio e, posteriormente, foi apresentada uma estratégia que permite calcular a Área de um trapézio qualquer.

## 5.6 PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ÁREAS

Após a finalização das etapas discutidas na seção anterior, foi implementada a décima etapa da Metodologia, que indica a proposição e resolução de novos problemas. Nesse sentido, a implementação dessa Metodologia passou por uma adaptação em que a décima etapa não foi aplicada ao final de cada problema proposto. Em vez disso, propusemos que ela ocorresse como uma fase de conclusão da pesquisa, com o objetivo de avaliar as aprendizagens decorrentes dos problemas geradores.

Nesta atividade, os estudantes deveriam propor dois problemas, um fácil e um difícil<sup>5.4</sup> relacionados ao conteúdo Áreas.

<sup>5.4</sup> Os problemas foram classificados fáceis ou difíceis de acordo com a percepção dos estudantes.

Neste contexto, a proposição<sup>5.5</sup> de problemas foi considerada como a décima etapa sugerida na implementação da Metodologia detalhada na Figura 2.1. A proposição dos problemas pelos estudantes não ocorreu imediatamente após a resolução de cada problema, pelo contrário, aconteceu após a formalização de todos os problemas propostos.

O objetivo era que os estudantes propusessem problemas matemáticos tendo em vista as novas habilidades adquiridas ao longo do processo de Resolução de Problemas. Segundo Chica (2009, p. 173), "formular problemas é uma ação mais complexa do que simplesmente resolver problemas". De fato, ao formular problemas, o aluno precisa desenvolver habilidades cognitivas mais profundas, como a análise crítica, a criatividade e a compreensão conceitual.

De acordo com Chica (2009), compreendemos que é necessário que os alunos se familiarizem com diversos tipos de problemas antes de serem incentivados a criar seus próprios problemas. Foi com essa motivação que a prática da Resolução de Problemas se mostrou importante para abrir caminhos, auxiliando os estudantes, neste momento, a proposição seus próprios problemas.

Ao analisar os problemas propostos, espera-se verificar se os conceitos essenciais referente ao cálculo de Áreas, desenvolvidos ao longo das Resoluções dos Problemas já discutidos, foi, de fato, compreendido pelos estudantes. De acordo com Allevalo e Onuchic (2021, p. 51): [...] esta última etapa pode, inclusive configurar-se em um momento em que é oferecida os estudantes a oportunidade de elaborarem problemas, a partir das experiências vivenciadas nas etapas anteriores.

Considerando que a proposta de proposição de problemas foi sugerida somente após a conclusão da resolução de todos os problemas apresentados, apresentou-se o Quadro 5.6 com um resumo aos estudantes para que pudessem recordar o trabalho realizado nas aulas anteriores.

Os grupos foram informados de que, dentre os problemas propostos, a professora selecionaria alguns para serem resolvidos em plenária com a turma<sup>5.6</sup>.

Ao observar a interação e discussão entre os integrantes dos grupos na proposição dos problemas, percebeu-se duas formas distintas de apresentá-los. Alguns grupos começaram identificando e analisando uma situação ou problemas do mundo real que estivesse relacionado a Áreas. E, a partir das situações elencadas pelo grupo,

<sup>5.5</sup> A expressão proposição de problemas, de acordo com Possamai e Allevalo (2022), é utilizada para

"[...] denotar todo o conjunto de ideias que constitui os processos envolvendo a *criação de problemas*, que inicia com a organização e construção das primeiras ideias matemáticas e da estrutura de constituição do problema – *formulação*; e avança para a sua expressão, na qual se estabelece o enunciado, associando as linguagens materna e matemática – *elaboração*".

<sup>5.6</sup> Em relação ao tempo previsto para aplicar o projeto não seria possível resolver todos os problemas propostos pelos grupos.

Quadro 5.6 – Proposição de problemas envolvendo Áreas

Elabore dois problemas relacionados ao conteúdo Áreas, um que você considere fácil de resolver e outro difícil, levando em consideração as atividades que realizamos até o momento com a Resolução de Problemas. A seguir, apresentamos um checklist com os temas dos problemas já solucionados nas aulas anteriores.
Problema 1 - Explorando a Área de quadrados e retângulos em um campo de futebol
Problema 2 - Desvendando o paralelogramo: explorando Áreas com o Tangram
Problema 3 - A Área triangular em bandeirinhas
Problema 4 - A Área de uma pipa em formato de losango
Problema 5 - A Área de um terreno em formato de trapézio

Fonte: Elaborado pela autora

os estudantes trabalharam na proposição de um problema matemático que estivesse intrinsecamente ligado a essa situação. Já, outros grupos, começaram explorando o conteúdo matemático de Áreas, e criaram problemas que se adequavam a esse contexto.

Inicialmente, detalharemos os problemas que os estudantes propuseram como sendo fáceis, conforme a percepção deles próprios. Elaboramos o Quadro 5.7 com um resumo das principais características desses problemas.

Ao analisar esses dados, podemos notar que a maioria dos problemas propostos pelos estudantes esteve relacionada ao contexto de determinar quantas figuras cabem em outra figura. É possível notar que, a maioria dos grupos, propôs problemas similares ao Problema Gerador 1.

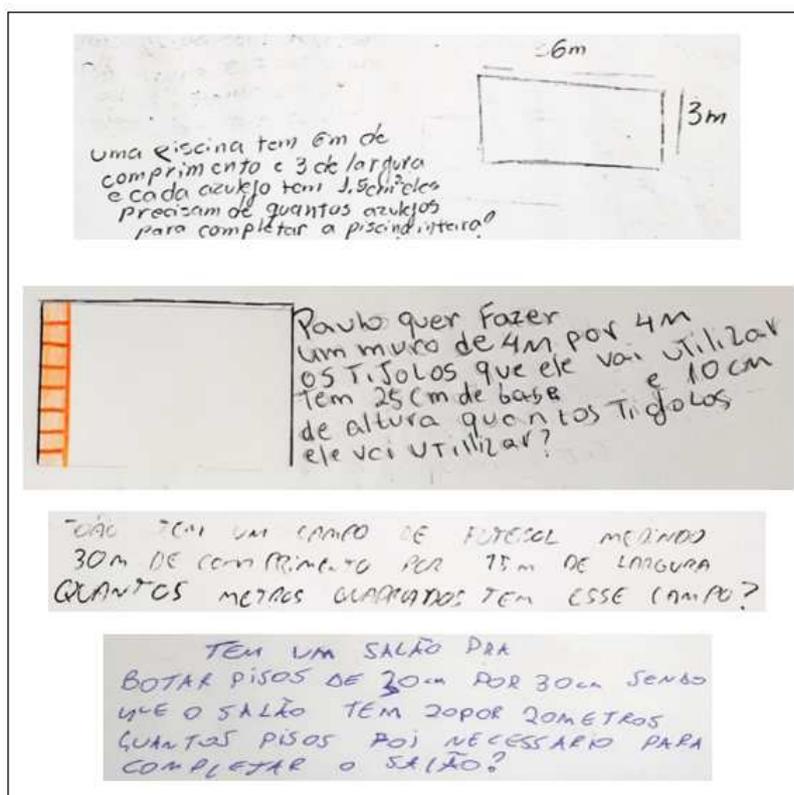
Quadro 5.7 – Principais características dos problemas fáceis propostos pelos grupos

Grupo	Objetivo do problema	Relação com problema gerador	Apresenta os dados necessários para a resolução?
A	Determinar quantos azulejos quadrados cabem numa piscina retangular.	1	Sim
B	Determinar quantos tijolos retangulares cabem num muro quadrado.	1	Sim
C	Determinar a Área de um retângulo (campo de futebol).	1	Sim
D	Determinar a quantidade de pisos quadrados que cabem em um salão quadrado.	1	Sim
E	Determinar a Área retangular da escola que será reformada.	–	Sim
F	Determinar a quantidade de telhas que cabem num telhado com metragem já pré-estabelecida.	1	Não, o formato do telhado não é indicado.
G	Determinar a quantidade de galpões que podem ser construídos em um terreno retangular.	1	Não, as dimensões do terreno e dos galpões não estão indicadas.

Fonte: Elaborado pela autora

Na Figura 5.29, apresentaremos os problemas considerados fáceis propostos pelos grupos A, B, C e D, seguidos de uma breve análise.

Figura 5.29 – Problemas considerados fáceis propostos pelos grupos A, B, C, D



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

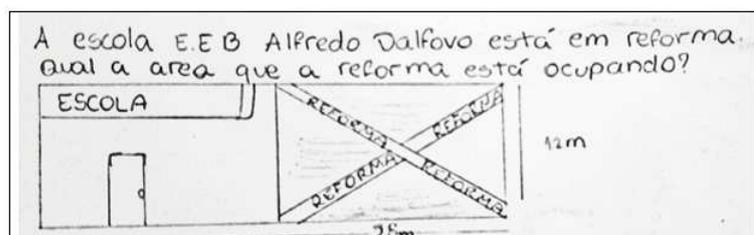
Estes quatro problemas mencionados estão intimamente ligados à ideia inicial proposta no primeiro problema gerador, que envolvia a tarefa de calcular quantas peças de grama caberiam num campo de futebol. Esses grupos conseguiram estabelecer conexões entre o problema matemático e situações do dia a dia, como cálculos de Áreas de terrenos, revestimento de pisos, construção de muros e o revestimento de uma piscina. Eles demonstraram preocupação em modificar o contexto, mas mantiveram a mesma estrutura de raciocínio aplicada ao resolver o Problema Gerador 1.

Na Figura 5.30, apresentamos o problema proposto pelo grupo E. O problema reflete a situação atual da escola, que está passando por reformas e os estudantes foram realocados para o ginásio da escola durante esse período. O grupo definiu as dimensões do espaço destinado à reforma, questionando sobre a Área específica que está sendo reformada. Essa abordagem demonstra a criatividade dos estudantes e como a realidade em que estão inseridos influencia na proposição de problemas matemáticos contextualizados.

Os grupos F e G propuseram problemas que foram propositalmente escolhidos para serem solucionados com a turma. Em ambos, uma informação importante que não permite chegar a solução do problema foi omitida. Na Figura 5.31, temos os problemas propostos pelos grupos F e G.

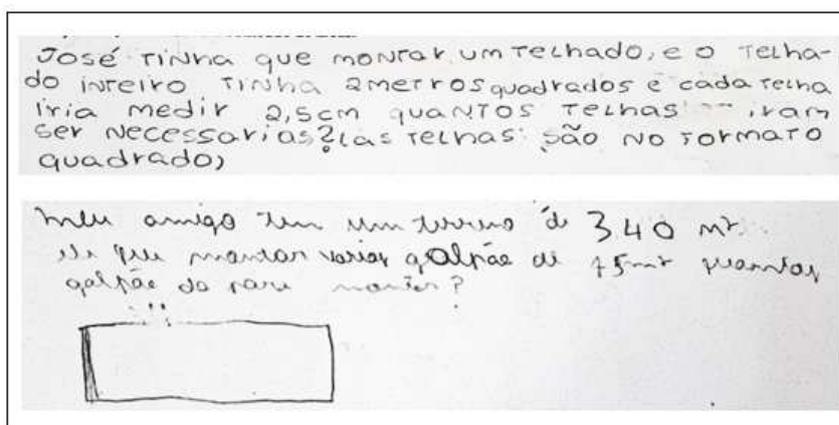
O problema apresentado pelo grupo F não especificou o formato exato do te-

Figura 5.30 – Problema considerado fácil proposto pelo grupo E



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Figura 5.31 – Problemas considerados fáceis propostos pelos grupos F e G



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

lhado, o que gerou muitas dúvidas e questionamentos durante a discussão com a turma. Alguns grupos argumentaram que para calcular a quantidade precisa de telhas, era fundamental conhecer as medidas detalhadas, levando em consideração a geometria específica do telhado. Dois grupos perceberam a falta de informações no enunciado somente a partir dos questionamentos dos demais grupos.

Um dos grupos destacou a importância em considerar a sobreposição das telhas e as perdas decorrentes de recortes e ajustes, uma vez que as telhas não podem ser fracionadas. Esses pontos ressaltam o pensamento crítico demonstrado pelos estudantes.

No problema proposto pelo grupo G, foi determinado que em um terreno de formato retangular, com Área de 340 m<sup>2</sup> seriam construídos galpões. A questão central era determinar quantos galpões de 15 m<sup>2</sup> caberiam no terreno. Durante as tentativas de resolução por parte da turma, de forma bem mais imediata do que ocorreu no problema anterior, os grupos argumentaram a necessidade de conhecer as dimensões do terreno e dos galpões, informação que não estava inclusa no enunciado do problema, tornando impossível solucioná-lo sem esse dado. Foi nítido que, no segundo problema, os estudantes, ao examiná-lo, começaram por identificar erros, uma vez que o problema anterior já se encontrava inserido nesse contexto.

Quando os estudantes se dedicam à análise e resolução de problemas propostos por seus colegas, mostram-se mais críticos, o que ficou evidente durante a discussão desse problema.

A seguir, detalharemos os problemas que os estudantes propuseram como sendo difíceis, conforme sua própria percepção. Elaboramos o Quadro 5.8 com um resumo dos problemas propostos.

Quadro 5.8 – Principais características dos problemas difíceis propostos pelos grupos

Grupo	Objetivo do problema	Relação com problema gerador	Apresenta os dados necessários para a resolução?
A	Determinar a Área do círculo central de um campo de futebol.	1	Sim
B	Determinar a Área de um terreno retangular e uma casa.	5	Sim
C	Determinar quantas peças de roupa de formato retangular já pré-estabelecido, podem ser empilhadas dentro de uma caixa em formato retangular.	–	Não, a altura da caixa não foi indicada, bem como a espessura das camisas dobradas.
D	Determinar a quantidade de pisos que cabem em uma praça retangular, e verificar se será necessário cortar algum piso.	1	Não, o formato do piso não foi determinado.
E	Determinar quantas lojas cabem dentro de um shopping com as dimensões pré-estabelecidas no problema.	1	Sim
F	Determinar a Área das três figuras que compõem da bandeira do Brasil, e verificar quantos azulejos são necessários para cobrir cada figura.	–	Sim
G	Determinar a quantidade de carteiras, das quais a Área está expressa em centímetros, que cabem dentro de uma sala de aula.	1	Sim

Fonte: Elaborado pela autora

Observe que cinco grupos propuseram problemas semelhantes aos problemas geradores, e dois grupos propuseram os problemas difíceis sem basear-se nos problemas geradores. Além disso, dentre os sete problemas classificados como difíceis conforme a percepção dos próprios estudantes, apenas os grupos C e D não apresentaram todas as informações necessárias para a resolução. Na Figura 5.32, apresentamos os problemas propostos pelos grupos B, D, E e F.

É possível perceber que estes grupos propuseram problemas relacionados a Áreas de figuras quadradas e retangulares. Os grupos D, E e F utilizaram a ideia de "quanto cabe dentro de cada espaço".

Os grupos A, D e F optaram por utilizar valores decimais nos problemas. Um aspecto significativo é que para os estudantes o simples fato de trabalhar com números decimais já torna o problema difícil.

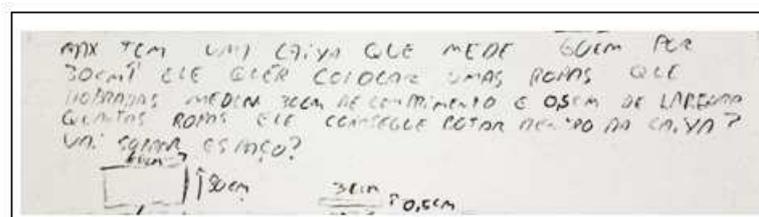
O grupo C apresentou um problema que envolve a determinação da quantidade de peças de roupas que pode ser acomodada dentro de uma caixa, a qual possui características tridimensionais, como mostra a Figura 5.33.

Figura 5.32 – Problemas considerados difíceis propostos pelos grupos B, D, E e F



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Figura 5.33 – Problema considerado difícil proposto pelo grupo C



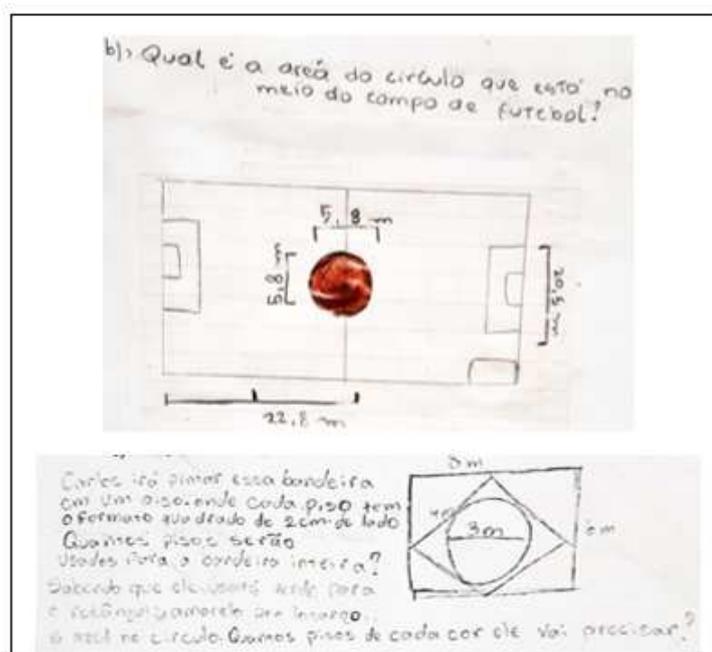
Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Este problema quando discutido em plenária provocou muitas discussões, uma vez que os estudantes argumentaram não ser possível determinar a quantidade de peças de roupas que poderiam ser empilhadas sem a informação da altura da caixa. O Grupo C prontamente identificou essa lacuna na formulação do problema.

Temos ainda, os problemas considerados difíceis na percepção dos estudantes,

propostos pelos grupos A e G. Observe-os na Figura 5.34.

Figura 5.34 – Problemas considerados difíceis propostos pelos grupos A e G



Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

Estes dois grupos propuseram um problema em que se faz necessário calcular a Área do círculo.

O grupo A apresenta um problema relacionado à Área de um círculo central em um campo de futebol, enquanto o grupo G, aborda a quantidade de azulejos azuis necessários para cobrir o círculo da bandeira do Brasil.

O grupo G ao propor este problema, chamou a professora e fez o seguinte questionamento:

Grupo G: Professora, a gente precisa saber resolver o problema também, porque acho que não consigo.

Professora: Porquê vocês não conseguem resolver?

Grupo G: É que ficou muito difícil.

Nesse momento, torna-se evidente que quando os estudantes têm a certeza de que os problemas por eles propostos serão resolvidos por outros colegas, o desafio de criar um problema verdadeiramente difícil se torna aparente.

Quando os estudantes são informados previamente que irão apresentar seus problemas a um potencial resolvidor, eles tendem a produzir problemas de melhor qualidade. Além disso, envolvê-los na discussão e resolução dos problemas em pequenos grupos ou em plenária com a turma possibilita que analisem, sintetizem, avaliem, que explorem controvérsias e construam consenso. (POSSAMAI; ALLEVATO, 2023, p. 4)

Dado que os estudantes ainda não têm conhecimento da estratégia para calcular a Área de um círculo, esses problemas poderiam ser utilizados como problemas geradores para introduzir e construir o conceito da Área de um círculo.

Ao trabalhar com a proposição de problemas foi possível perceber que estamos estimulando a criatividade dos estudantes, pois esse processo envolve pensar de forma inovadora e inventiva. Além disso,

[...] a elaboração de problemas também se configura como recurso e oportunidade de aprendizagem matemática, tendo em vista que ela também impulsiona o trabalho com a resolução de problemas e pode ocorrer a qualquer momento do processo de sua resolução e exploração. (ANDREATTA; ALLEVATO, 2020, p. 2)

Nesse contexto, a proposição de problemas se configura como uma oportunidade valiosa de aprendizado. Propor problemas aprimora as habilidades de resolução de problemas dos estudantes. Além disso, ela requer uma compreensão profunda dos conceitos, já que os estudantes precisam formulá-los de maneira significativa.

Durante essa atividade, foi possível verificar que os conceitos fundamentais relacionados a Áreas, que foram ensinados nas aulas anteriores, foram efetivamente compreendidos pelos estudantes, uma vez que eles foram capazes de propor seus próprios problemas.

## 5.7 ANÁLISE DOS REFLEXOS DA UTILIZAÇÃO DA METODOLOGIA

Ao considerar que o objetivo desta pesquisa era observar os reflexos da uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas aplicados ao ensino de Áreas, faremos alguns apontamentos relevantes observados durante essa pesquisa.

A partir da investigação realizada em sala de aula, observou-se êxito ao alcançar os objetivos de aprendizagem propostos. Os objetivos estabelecidos em relação ao estudo das Áreas foram devidamente validados durante o processo, sob a perspectiva de ensino adotada nesta pesquisa. Percebeu-se que os estudantes ampliaram seu raciocínio geométrico ao resolverem os problemas propostos, não apenas formulando e validando expressões matemáticas relacionadas a Áreas, mas também compreendendo a origem e o fundamento por trás de cada fórmula explorada na pesquisa. Eles passaram a entender de onde vêm essas fórmulas e por que são usadas em determinados contextos.

Os estudantes não se limitaram a realizar simples cálculos de Áreas, eles conseguiram, de fato, generalizar expressões, revelando uma compreensão profunda que vai além da simples memorização. É importante ressaltar que as resoluções apresentadas na generalização demandou ajustes e refinamentos durante o processo de formalização do conteúdo. No entanto, o aspecto mais valioso ao observar esse processo é que

os estudantes compreenderam o desenvolvimento conceitual das fórmulas envolvidas. Isso indica uma compreensão mais abrangente e reflexiva dos princípios matemáticos subjacentes.

Entretanto, uma das limitações evidentes nos problemas iniciais foi a dificuldade de romper com os paradigmas impostos pelo ensino tradicional. No contexto do primeiro problema, que consistia em estabelecer estratégias para calcular a Área do quadrado e do retângulo, notou-se que os grupos, inicialmente, demonstraram pouca participação. Foi observado que os estudantes frequentemente buscavam fórmulas prontas para resolver o problema, realizando cálculos isolados sem levar em consideração o contexto. Em determinado momento, um dos grupos chegou a questionar se seria apropriado aplicar os conceitos de equações do primeiro grau, visto que estavam estudando esse conteúdo com a professora titular da turma.

Além disso, os estudantes frequentemente expressavam inquietação em relação à Resolução de Problemas que envolviam conceitos ainda não explicados pela professora. Essa inquietação se manifestava em questionamentos sobre como poderiam resolver problemas que demandavam conhecimento de um conteúdo que não havia sido previamente abordado em sala de aula. Essa preocupação dos estudantes reflete suas expectativas em sempre receber orientações claras antes de se aventurarem na Resolução de Problemas.

Ao compartilharem as estratégias de resolução do primeiro problema em plenária, os estudantes mostraram relutância em explicar verbalmente suas abordagens, optando por registrar todas as etapas no quadro. Posteriormente, a professora conduziu a leitura das soluções apresentadas, proporcionando aos grupos a oportunidade de avaliar a coesão e a coerência de cada resposta, momento em que os grupos começaram a argumentar e discutir as resoluções. Esse comportamento demonstra uma outra tendência em relação ao método de ensino tradicional, no qual os estudantes muitas vezes aguardam respostas prontas do professor, evidenciando um receio de cometer erros ao expressarem-se verbalmente.

O início deste processo gerou inseguranças e desafios, o alvoroço e a agitação dos estudantes durante esse primeiro momento contribuíram para essa sensação de desconforto, pois era um ambiente diferente do que eles estavam acostumados. No entanto, essa fase inicial de adaptação e desconforto também representou uma oportunidade valiosa de aprendizado e crescimento à medida que explorávamos uma abordagem mais dinâmica e participativa no processo de ensino-aprendizagem.

No decorrer da aplicação da Metodologia, identificamos um desafio significativo relacionado à habilidade dos estudantes em elaborar justificativas escritas para suas resoluções matemáticas. Muitos estudantes demonstraram dificuldades ao traduzir seus raciocínios em uma linguagem escrita coesa e organizada. Muitos estudantes enfrentaram desafios ao formalizar suas ideias matemáticas de maneira clara e es-

truturada, evidenciando uma barreira na habilidade de articular seus processos de pensamento no papel. Esta dificuldade pode ser atribuída a uma possível falta de familiaridade com a prática regular de escrita matemática, realçando a necessidade de incorporar estratégias específicas para desenvolver essa habilidade ao longo do processo educacional. Essa constatação ressalta a importância contínua de abordagens pedagógicas que promovam a integração harmoniosa entre o pensamento matemático e sua expressão escrita. Ao longo do tempo, observamos uma melhoria gradual na habilidade dos alunos em articular suas respostas de maneira mais estruturada.

Conforme as atividades avançavam, os estudantes passaram a manifestar um maior interesse nos problemas apresentados, os quais permitiram que eles assumissem um papel central na construção de sua aprendizagem.

Ao longo do processo, os grupos progressivamente deixaram de esperar respostas definitivas, optando, em vez disso, por direcionar sua atenção para um processo mais amplo de exploração e discussão de suas ideias com os colegas. Isso também levou os grupos a se envolverem mais profundamente na reflexão e na formulação de respostas para perguntas, resultando no surgimento de novos conhecimentos.

Durante o processo foi possível adquirir experiência e habilidade em relação a quando e como questionar os estudantes e grupos durante as discussões, assim como em formular colocações e perguntas pertinentes aos estudantes. Cada problema aplicado possibilitou um aprimoramento contínuo nesse aspecto.

Com o passar do tempo e à medida que a dinâmica de aprendizado incentivava discussões construtivas e a compreensão dos erros como oportunidades para aprender, os estudantes ganharam confiança para compartilhar suas resoluções, e inclusive de fazer apontamentos às resoluções dos outros grupos.

Enquanto pesquisadora, outro aspecto relevante ao iniciar a implementação desta Metodologia é o tempo necessário para planejar as atividades. Esse fator pode representar um desafio significativo para os professores interessados em adotar essa abordagem. No entanto, à medida que o professor ganha experiência com a Metodologia, observa-se que o planejamento inicial, que pode ser demorado e desafiador, tende a se tornar progressivamente mais ágil e rotineiro.

As resoluções do Problema 5, em especial, destacaram-se como um ponto importante nesta pesquisa, devido à diversidade de estratégias apresentadas pelos grupos para alcançar a solução. Esse momento, para mim, enquanto pesquisadora, enfatizou a relevância do uso desta Metodologia. As diferentes abordagens e resoluções apresentadas pelos estudantes forneceram informações valiosas e evidências sólidas do avanço da utilização dessa Metodologia, realçando sua contribuição significativa para o processo de ensino-aprendizagem e sua capacidade de estimular a criatividade e a compreensão profunda dos conceitos matemáticos.

Durante a análise das questões que exigiam generalização de expressões mate-

máticas ou estratégias específicas, tornou-se evidente que os estudantes encontraram desafios significativos. Embora fossem capazes de aplicar métodos de resolução em contextos específicos, enfrentaram dificuldades ao tentar expressar esses métodos de maneira ampla, ou seja, criar expressões aplicáveis a diversas situações sem depender de medidas específicas para figuras. A dificuldade persistiu em expressá-las de forma clara e estruturada.

O que podemos perceber é que o entendimento dos princípios por trás das fórmulas foi atingido com êxito. No processo de formalização do conteúdo, ao incluir as nomenclaturas específicas de cada figura, o objetivo foi apresentar as estratégias de construção das fórmulas de maneira clara e precisa. É fundamental ressaltar que esse processo não ocorre de maneira imediata, já que os estudantes não foram instruídos a desenvolver essas habilidades ao longo de sua trajetória escolar.

Uma das limitações que foi possível perceber ao longo da implementação da sequência didática está relacionada ao tempo destinado à Resolução dos Problemas, algo que se torna evidente apenas quando aplicamos a abordagem em sala de aula. Devemos tomar o cuidado em encontrar o equilíbrio entre permitir que os estudantes explorem os problemas de forma significativa e garantir que haja tempo suficiente para abordar todos os tópicos planejados no currículo.

O momento da plenária, uma parte integrante das etapas da Metodologia aplicada nesta pesquisa, mostrou-se um componente enriquecedor no processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação. Durante esse período, os estudantes tiveram a valiosa oportunidade de apresentar e compartilhar com seus colegas o que desenvolveram em seus grupos. Essa dinâmica estimula a discussão, o debate e a troca de ideias entre a turma. Além disso, permite que os estudantes assumam um papel ativo em seu próprio aprendizado, reforçando o entendimento dos conceitos e consolidando o conhecimento de forma colaborativa e interativa.

É interessante destacar que, embora tenha havido relutância por parte dos estudantes na primeira plenária, à medida que a prática se tornou mais frequente, eles demonstraram crescente entusiasmo e apreciação por esse formato de aprendizado. Isso ressalta a importância da persistência na implementação dessa abordagem, uma vez que os estudantes, inicialmente desconfortáveis, passaram a reconhecer os benefícios e as oportunidades de crescimento que a plenária proporcionou ao longo do processo de Ensino-Aprendizagem.

Além disso, ao analisar a atividade de proposição de problemas pelos estudantes, observou-se a criatividade ao estabelecer conexões entre os problemas por eles criados e situações cotidianas, além de mostrar que os conceitos essenciais relativos a Áreas, abordados nas aulas anteriores, foram de fato compreendidos.

É evidente que o processo de Ensino, Aprendizagem e Avaliação não ocorre em etapas isoladas, mas sim de maneira simultânea ao longo de toda a aplicação da

Metodologia. Nesse contexto, ao acompanhar de perto o progresso dos estudantes desde o início do processo, podemos avaliar de forma contínua e dinâmica, o desenvolvimento dos estudantes. Paralelamente, a aprendizagem não se restringiu a momentos específicos, mas ocorreu de maneira contínua e constante durante todo o processo.

Dessa forma, ao longo da análise desta pesquisa, que buscou investigar os reflexos dessa Metodologia centrada na construção do aprendizado por meio da aplicação prática dos conhecimentos prévios dos estudantes e na qual o ensino, aprendizagem e avaliação se entrelaçam de maneira contínua, destacou-se uma compreensão significativa dos conceitos e procedimentos relacionados à Matemática, de forma específica aqueles relacionados ao cálculo de Áreas.

## 6 CONSIDERAÇÕES

Nesta pesquisa, o objetivo era investigar os reflexos do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas na implementação de uma sequência didática destinada ao ensino do conceito de Áreas, no Ensino Fundamental (Anos Finais). Ao longo deste estudo, buscamos examinar como essa Metodologia influencia a compreensão e o desempenho dos estudantes, oferecendo novas perspectivas sobre o ensino e aprendizado da Matemática.

Iniciamos nossa pesquisa com a compreensão do que são problemas matemáticos e sua distinção de exercícios convencionais. Posteriormente, desenvolvemos uma base teórica sobre a Resolução de Problemas, detalhando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e descrevendo as 10 etapas que orientaram a aplicação dessa Metodologia. Além disso, proporcionamos um embasamento teórico relacionado ao ensino e cálculo de Áreas de alguns polígonos.

Com base nas percepções obtidas durante a pesquisa e estudo dessa Metodologia, procedemos à elaboração dos problemas geradores que seriam incorporados à sequência didática voltada ao ensino do conceito de Áreas. Em seguida, colocamos em prática essa sequência junto a uma turma de 8º ano, do Ensino Fundamental.

No que se refere aos resultados observados durante essa aplicação, é relevante destacar que, no início, enfrentamos desafios significativos ao tentar superar os paradigmas do ensino tradicional. Muitos estudantes manifestaram inquietação e desconforto diante das estratégias propostas.

À medida que as atividades avançaram, foi possível observar uma mudança significativa no comportamento dos estudantes. Eles se tornaram progressivamente mais envolvidos e, durante o processo, enfrentaram desafios que os levaram a desenvolver uma série de habilidades, incluindo criatividade, autonomia, trabalho colaborativo, pensamento crítico e a capacidade de aprender com os próprios erros.

Ademais, a compreensão e a aplicação dos conceitos matemáticos relacionados a Áreas, que eram centrais para a resolução dos problemas propostos, foram internalizadas pelos estudantes. Os estudantes, por sua vez, desenvolveram uma compreensão das estratégias necessárias para calcular as Áreas dos polígonos propostos de forma significativa, cumprindo, assim, um dos principais objetivos desta pesquisa. Através dos resultados dessa análise, foi possível verificar os impactos positivos na aprendizagem dos estudantes, demonstrando que a Metodologia adotada colaborou no alcance das metas estabelecidas.

No que diz respeito às limitações do uso dessa Metodologia, é importante ressaltar que a transição do ensino tradicional para abordagens mais inovadoras pode representar um desafio significativo tanto para os estudantes como para os profes-

res. Uma outra limitação importante a ser considerada ao utilizar essa Metodologia é o tempo destinado à resolução dos problemas em sala de aula, o que só possível verificar ao passar pela experiência de aplicá-la. É preciso ter o cuidado de não extrapolar a quantidade de aulas ministradas em um único dia, evitando a necessidade de deixar a conclusão dos problemas para um outro momento.

Ao longo desse processo, foi gratificante observar a evolução dos estudantes assumiram um papel ativo como protagonistas de sua própria aprendizagem. A implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas desempenhou um papel fundamental no ensino-aprendizagem dos conceitos de Áreas. Não se limitando a transmitir conhecimento, essa abordagem cultivou um desejo contínuo nos estudantes de participarem ativamente como protagonistas de seu próprio processo de aprendizado.

Inicialmente, a pesquisadora estava concentrada no método de resolução de problemas de Polya, em que os estudantes aprendem etapas voltadas para resolver problemas. No entanto, ao conhecer a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, seu interesse foi despertado, levando-a a decidir mudar a ênfase da pesquisa. Essa experiência ressalta como a pesquisa pode levar a descobertas inesperadas, enfatizando a importância de estar aberto a novas ideias e ser receptivo à exploração de caminhos diferentes em busca de melhorias na educação.

A trajetória da pesquisadora na pesquisa e implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no ensino do conceito de Áreas revelou-se uma jornada enriquecedora e transformadora. Ao longo desse processo, ela testemunhou de perto a evolução no comportamento dos estudantes e a efetiva internalização dos conceitos propostos. A implementação dessa Metodologia não só resultou em um significativo avanço na compreensão conceitual dos estudantes, mas também identificou um notável desenvolvimento de habilidades, como o aprimoramento do raciocínio crítico, a ampliação da criatividade e o fortalecimento da autonomia dos estudantes durante a resolução dos problemas propostos. Essa abordagem não apenas aprofundou a assimilação dos conceitos matemáticos, mas também preparou os estudantes para enfrentar desafios de forma mais abrangente, contribuindo para um aprendizado significativo.

Esta experiência não apenas destacou a relevância da Metodologia escolhida, mas também enriqueceu a trajetória profissional da pesquisadora. Os benefícios decorrentes dessa vivência contribuem de maneira significativa para o aprimoramento do processo de ensino e aprendizagem na sala de aula. Esta trajetória reflete não apenas a transformação da pesquisa, mas também o impacto positivo na abordagem pedagógica da pesquisadora.

## REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G. **Associando o computador à Resolução de Problemas fechados: Análise de uma experiência**. 2005. 378 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da resolução de problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. **Vidya Educação**, Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 209–232, 2014.
- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da resolução de problemas? *In*: **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Edição: 2. Jundiaí: Paco e Littera, 2021. p. 37–58.
- ANDREATTA, C.; ALLEVATO, N. S. G. Aprendizagem matemática através da elaboração de problemas em uma escola comunitária rural. **Educação Matemática Debate**, v. 4, n. 10, p.1–23, 2020.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994. 335 p.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, 1998. (3º e 4º ciclos). MEC. Brasília, DF.
- CAI, J.; LESTER, F. K. Por que o ensino com resolução de problemas é importante para a aprendizagem do aluno? **Boletim GEPEM**, n. 60, p. 147–162, 2012. Tradução: BASTOS, A. S. A. M.; ALLEVATO, N. S. G.
- CHICA, C. H. Porque formular problemas? *In*: **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. Edição: K.S. Smole e M.I. Diniz. Porto Alegre: Artmed Editora, 2009. p. 151–174.
- DOLCE, O.; POMPEO, J.N. **Fundamentos de matemática elementar - Volume 9: Geometria plana**. 9ª ed. São Paulo: Atual, 2013. 468 p.

ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender. *In*: POZO, J. I. (Ed.). **A solução de problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 13–42.

FILHO, D. C. M. **Um Convite à Matemática: Com Técnicas de Demonstração e Notas Históricas**. 3ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016. 307 p.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 27, p.917–938, 2013.

FRIEDEL, C.; SILVA, A. V. **Explorando o Ensino de Áreas no Ensino Fundamental através da Resolução de Problemas**. Produto Educacional. Blumenau: UFSC, 2024.

HUANCA, R. R. H.; ONUCHIC, L. R. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas: desafios em Educação Matemática e GTERP em Movimento. **Anais XV EBRAPEM**, Campina Grande, p.1–13, 2011.

LEAL JUNIOR, L. C.; ONUCHIC, L. R. Ensaio sobre compreensões em Matemática em perspectivas de resolução de problemas: uma análise percussiva de atividades ao zapeamento. **HIPÁTIA**, São Paulo, n. 2, p. 230–249, 2019.

LIMA, E. L. **Medida e forma em geometria: comprimento, área, volume e semelhança**. Rio de Janeiro: SBM, 1991. 98 p.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e Medidas. *In*: **Matemática: Ensino Fundamental**. Edição: 1. Brasília: MEC, 2010. v. 17, p. 167–200.

LIMA, P. F.; CARVALHO, J. B. P. F. Geometria. *In*: **Matemática: Ensino Fundamental**. Edição: 1. Brasília: MEC, 2010. v. 17, p.135–166.

LORENZATO, S. A. Por que não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista**, SBEM, Blumenau, Ano III, n° 4, p. 3–13, 1995.

MARCATTO, F.; ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas como eixo norteador na formação de professores que ensinam matemática. *In*: **Educação Matemática em Pesquisa: Perspectivas e Tendências**. Edição: 1. [S.l.]: Científica digital, 2021. p. 49–69.

MORAIS, R. S.; ONUCHIC, L. R. Uma abordagem histórica da resolução de problemas. *In: Resolução de Problemas: Teoria e Prática*. Edição: 2. Jundiaí: Paco e Littera, 2021. p. 19–36.

NCTM, National Council of Teachers of Mathematics. **An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s**. Reston: VA, 1980.

NCTM, National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston: VA, 2000.

NETO, A. C. M. **Geometria**. Rio de Janeiro: SBM, 2013. (Coleção PROFMAT).

ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos? **Revista Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, n. 1, p. 88–104, 2013.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In: BICUDO, M. A. V. (Ed.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999. P. 199–218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. As conexões trabalhadas através da Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 1–14, 2019.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **Boletim GEPEN**, Rio de Janeiro, v. 33, n. 55, p. 133–156, 2009.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**, Cortez, São Paulo, v. 4, p. 232–252, 2004.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, p. 73–98, 2011.

PIRONEL, M. **Avaliação para a aprendizagem: a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas em ação**. 2019. 297 p. Tese (Doutorado) – Rio Claro.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G. Proposição de Problemas: imagens como elemento disparador da atividade. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Brasília, v. 13, n. 1, p. 1–16, 2023.

POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G. Proposição de Problemas: possibilidades e relações com o trabalho através da Resolução de Problemas. **Com a Palavra, O Professor**, Brasília, v. 7, n. 18, p. 153–172, 2022.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 1, p. 299–311, 2012.

SCHROEDER, T.; LESTER, F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. *In*: TRAFTON, P. R.; SHULTE A. P (Ed.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p. 31–42.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e pesquisa**, v. 31, n. 3, p. 443–466, 2005.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 583 p. Tradução: Paulo Henrique Colonese.

VASCONCELLOS, C. S. Metodologia Dialética em Sala de Aula. **Revista de Educação AEC**, Brasília, n. 83, 18 p. 1992.

VIEIRA, G.; ALLEVATO, N. S. G. Resolução de problemas em Educação Matemática e o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, v. 7, 15 p. 2021.

## **APÊNDICE A – PRODUTO EDUCACIONAL**

## EXPLORANDO O ENSINO DE ÁREAS NO ENSINO FUNDAMENTAL ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS



Produto Educacional

Caroline Friedel  
André Vanderlinde da Silva

## SUMÁRIO

<b>Sumário</b>	<b>2</b>
<b>1 CARTA AO LEITOR</b>	<b>3</b>
<b>2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS</b>	<b>5</b>
<b>3 O ENSINO DE ÁREAS NO ENSINO FUNDAMENTAL</b>	<b>18</b>
<b>4 CADERNO DE PROBLEMAS</b>	<b>28</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES AO LEITOR</b>	<b>59</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>60</b>

## 1 CARTA AO LEITOR

Este produto educacional foi elaborado a partir da pesquisa da dissertação de Caroline Friedel, intitulada "O Ensino do conceito de Área através da Resolução de Problemas", orientada pelo Professor Dr. André Vanderlinde da Silva, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Blumenau.

Este produto é classificado como um material didático e contempla uma proposta de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas direcionada para o Ensino do conceito de Áreas. Esta proposta foi aplicada em uma turma de 8º ano de uma escola pública do município de Rio do Sul, Santa Catarina. Este material apresenta uma sequência didática composta de seis problemas que envolvem o ensino de áreas dos seguintes polígonos: quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, losango e trapézio. Ao finalizar a aplicação dos problemas apresentamos uma proposta de atividade que propõe a elaboração de problemas pelos estudantes.

O principal objetivo deste material é auxiliar os professores na implementação dessa proposta em sala de aula, especialmente em relação ao tema Áreas. Espera-se, com essa leitura, que você, professor, compreenda a importância de promover o desenvolvimento conceitual das fórmulas de cálculo de áreas com os estudantes. Além disso, é esperado que a leitura possa esclarecer eventuais dúvidas em relação à implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, proporcionando valiosas orientações para integrá-la à sua prática diária.

em sala de aula.

Este material não é apenas um recurso, é um convite para você, professor, transformar a experiência de aprendizado matemático. Desafie-se a torná-la envolvente e significativa por meio da prática da Resolução de Problemas.

## 2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Este material didático foi desenvolvido com objetivo de auxiliar professores a implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, através da Resolução de Problemas em sala de aula, envolvendo o tema Áreas. Nesta Metodologia<sup>1</sup> proposta por Allevato e Onuchic (2021), a Resolução de Problemas não é apenas uma ferramenta, mas é a essência que capacita os estudantes a construírem novos conhecimentos matemáticos.

Preparamos algo especial para você, professor. Apresentaremos detalhadamente como acontece o ensino por meio dessa Metodologia, explorando as etapas que são propostas para sua implementação. Além disso, abordaremos questionamentos frequentes relacionados ao uso dessa Metodologia em sala de aula.

### O que definimos como um Problema?

Antes de aprofundarmos como acontece o ensino por meio dessa Metodologia, convidamos você a refletir sobre a essência de um "problema". Problemas aparecem não apenas na Matemática, mas em diversas situações do cotidiano.

---

<sup>1</sup> Ao longo do texto, utilizaremos apenas a palavra Metodologia (com letra maiúscula) para designar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, a fim de evitar repetições.

A seguir, exploraremos as definições conceituais de um problema, fundamentadas nas perspectivas de estudiosos no campo da Matemática. Conforme citado em Van de Walle (2009, p.57), Hiebert define um problema como "qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados e nem haja uma percepção por parte dos estudantes de que haja um método "correto" específico de solução". Da mesma forma, Lester, citado em Echeverría e Pozo (1998, p. 15), define um problema como "uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução". De acordo com Onuchic e Allevato (2011, p. 81), um problema "é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer".

Em todas essas concepções, é perceptível que um problema matemático não é algo que se resolve instantaneamente. Pelo contrário, ele deve incentivar o estudante a pensar, a desafiá-lo ao apresentar uma situação para a qual o estudante ainda não tem a solução imediata, mas deve estar motivado a desvendá-la.

### **Existe diferença entre Problema e Exercício?**

Sim. Enquanto um exercício se concentra na prática de um conteúdo já conhecido pelos estudantes explorando a repetição de técnicas e algoritmos, a resolução de um problema demanda criatividade

e enfrentamento de desafios, impulsionando o desenvolvimento de diversas habilidades.

**Como acontece o ensino por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?**

Ao contrário da abordagem convencional de resolução de problemas nas aulas de matemática, em que o objetivo é resolver problemas, ou ainda quando o professor ensina determinado conteúdo matemático para depois utilizá-lo e aplicá-lo na resolução de problemas, esta Metodologia segue um caminho distinto, ao considerar a Resolução de Problemas como uma Metodologia de ensino.



[...] os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. (ONUICHIC; ALLEVATO, 2009, p. 142)

Nesse sentido, ao ensinar por meio dessa Metodologia, estamos invertendo a dinâmica do ensino tradicional, pois a partir da resolução de um problema o estudante irá construir o conhecimento matemático, sendo o protagonista de sua aprendizagem.

Em síntese, nessa Metodologia, os estudantes organizados em pequenos grupos trabalharão na resolução do problema proposto, inicialmente sem intervenção do professor. Posteriormente, as soluções serão compartilhadas com a turma, e ao final desse processo o professor formalizará o conteúdo matemático, apresentando definições, nomenclaturas e a linguagem matemática apropriada para a Resolução do Problema.

**O que é necessário para que um problema seja considerado um problema gerador de conhecimento matemático?**

A escolha do problema é de fundamental importância nessa Metodologia. O problema escolhido é chamado de problema gerador, precisa instigar a curiosidade do estudante e, ao mesmo tempo, não deve fornecer explicitamente um algoritmo a ser seguido para sua resolução, pois, dessa forma, ele passa a ser um exercício.



O problema gerador visa à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento; ou seja, o conteúdo matemático necessário ou mais adequado para a resolução do problema ainda não foi trabalhado em sala de aula. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 49)

### Como ocorre a avaliação nessa Metodologia?

A avaliação nessa Metodologia é contínua, e envolve a observação e a análise do desempenho do estudante ao longo de todo o processo da Resolução do Problema. O nome da Metodologia indica a relação entre os termos ensino, aprendizagem e avaliação.



A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador. Desse modo, nessa Metodologia, a avaliação é realizada durante a resolução de problemas [...]. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 47)

**A aplicação dessa Metodologia em sala de aula representa uma preocupação devido ao tempo que ela pode exigir?**

Alguns professores podem se sentir pressionados pelo tempo dedicado ao implementar essa proposta em sala de aula, especialmente quando há uma quantidade significativa de conteúdos a ser ensinada no currículo, além das avaliações padronizadas as quais são cobrados em preparar os estudantes . No entanto, é importante notar que a implementação dessa Metodologia não representa uma perda de tempo.



De fato, muitas vezes, ela pode economizar tempo ao proporcionar um ensino de qualidade e pois, "[...] passamos muito tempo reensinando porque os alunos não retêm as ideias. O tempo gasto para ajudá-los a desenvolver redes significativas de ideias reduz drasticamente a necessidade de reensinar e de recuperação, criando, assim, tempo a longo prazo". (VAN DE WALLE, 2009, p. 76)

Vale considerar que mesmo nas aulas tradicionais, a alocação de tempo para ensinar o conteúdo é uma necessidade, e a Resolução de Problemas pode ser uma maneira eficiente de atingir os objetivos educacionais de forma mais profunda e envolvente.

### **Ao implementar essa Metodologia em sala de aula ela deve ser a base para todas as aulas de Matemática?**

Essa Metodologia não precisa ser a base para todas as aulas. Segundo Cai e Lester (2012, p. 152), é necessário observar que “[...] não estamos dizendo que todas as tarefas com que os estudantes se deparam devam ser problemáticas. Se o objetivo de uma aula é desenvolver e dominar certas habilidades, alguns exercícios são necessários”.

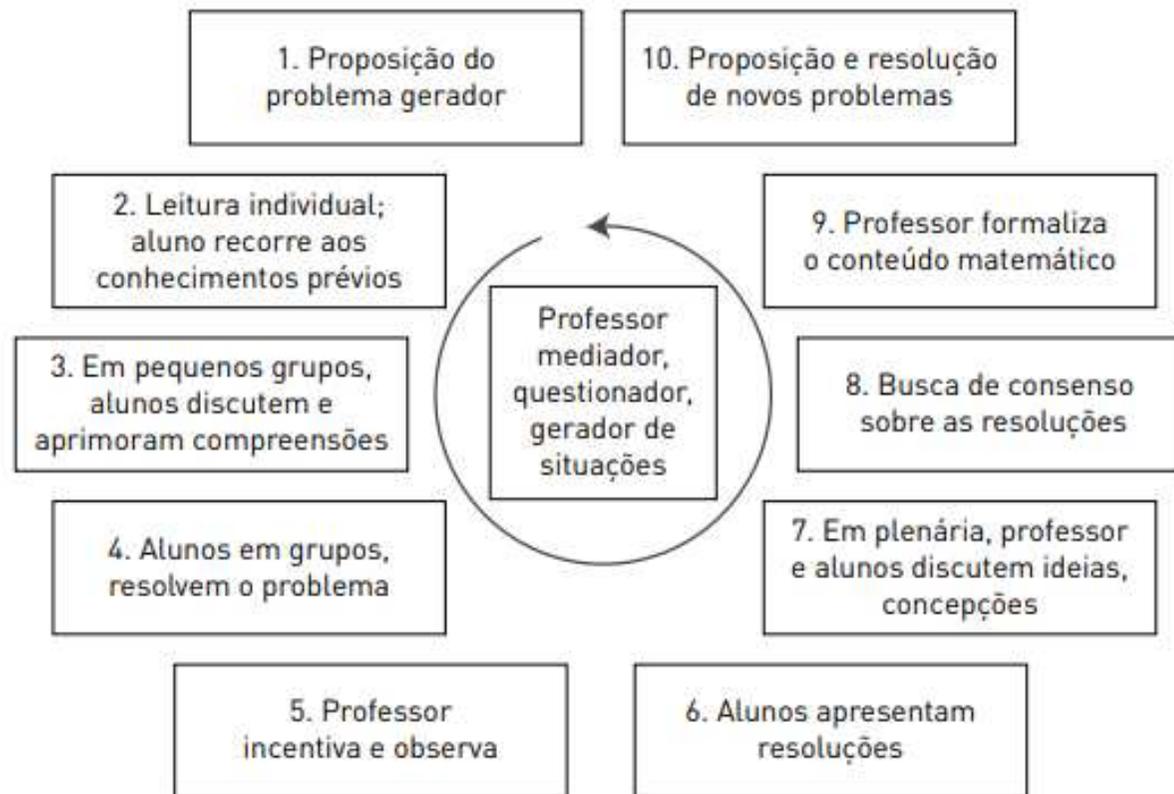
### **Explorando as Etapas: Da Teoria à Prática**

Após introduzirmos alguns questionamentos importantes sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, agora é o momento de conhecermos um roteiro composto por 10 etapas que foi desenvolvido com objetivo de facilitar a aplicação dessa Metodologia em sala de aula. Essas etapas, propostas por Allevato e Onuchic (2021), estão expressas na Figura 2.1.

Faremos um breve relato de cada etapa apresentando ideias sobre como implementar efetivamente essa Metodologia em sala de aula.

A primeira etapa, **proposição do problema gerador**, consiste na organização do professor em buscar o problema a partir do qual ocorrerá a construção de um novo conceito ou conteúdo matemático,

Figura 2.1 – Esquema da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas



Fonte: Allevalo e Onuchic (2021, p. 51)

considerando que o conteúdo matemático que deverá ser utilizado pelos estudantes na resolução do problema ainda não pode ter sido explorado em sala de aula. Esse problema pode ser sugerido pelos próprios estudantes, elaborado pelo professor ou ainda retirado de livros e apostilas e ser adaptado para tal situação.

Na segunda etapa, **leitura individual; aluno recorre aos conhecimentos prévios**, o estudante deve fazer a leitura do problema proposto pelo professor de forma individual, antes do professor fazer a leitura. Além disso, o estudante precisa pensar sobre o problema e desafiar-se a usar seus conhecimentos prévios em busca de uma solução. Nessa etapa, não deve ocorrer a interferência por parte do professor.

A terceira etapa, **em pequenos grupos, estudantes discutem e aprimoram compreensões**, o professor pode auxiliar, fazendo questionamentos, lendo o problema com o grupo para facilitar na compreensão, porque muitas vezes a leitura do problema pelo professor favorece a interpretação, considerando as dificuldades em interpretar dos estudantes .



As dificuldades de interpretação por parte dos estudantes não devem ser subestimadas, uma vez que afetam não apenas a matemática, mas também outras disciplinas e contextos. O professor desempenha um papel crucial nesta etapa ao facilitar a discussão, promover a troca de ideias e esclarecer possíveis dúvidas.

Além disso, Van de Walle (2009) afirma que é importante formar grupos heterogêneos, unindo estudantes com diferentes níveis de habilidade, incluindo tanto aqueles que enfrentam maiores desafios como os mais habilidosos. Essa abordagem cria um ambiente colaborativo propício à troca de conhecimentos e experiências entre os estudantes.

A quarta etapa, **alunos em grupo resolvem o problema**, consiste na resolução do problema proposto nos pequenos grupos, através dos conhecimentos prévios dos estudantes para, posteriormente, construir-se o conteúdo matemático ainda desconhecido para a turma. Para solucionar o problema, os estudantes podem utilizar de figuras, gráficos, tabelas ou elementos que julgarem necessários para se chegar em uma solução. O registro escrito é essencial nesta etapa.



De acordo com Van de Walle (2009, p. 49), nesta etapa: "[...] os estudantes compartilham ideias e resultados, comparam e avaliam estratégias, desafiam resultados, determinam a validade das respostas e negociam ideias sobre as quais todos podem concordar".

A quinta etapa, **professor incentiva e observa**, o professor se coloca como mediador, observador, questionador, auxiliando os estudantes a avançarem na resolução.



Nessa etapa, o professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. (ONU-CHIC; ALLEVATO, 2009, p. 141)

Na sexta etapa, **alunos representam resoluções**, os estudantes apresentam resoluções na lousa. Um integrante de cada grupo registra na lousa as conclusões e estratégias de resolução discutidas no grupo, e explica os caminhos que levaram o grupo a chegar em determinada solução.

Na sétima etapa, **em plenária, professor e alunos discutem ideias, concepções**, a turma discute os processos de resolução registrados na lousa, as dificuldades encontradas, as diferentes respostas e estratégias, e cada grupo tem oportunidade de defender e justificar suas ideias.

Na oitava etapa, **busca do consenso sobre as resoluções**, busca-se determinar qual foi o método mais eficiente ou menos eficiente para solucionar o problema discutido. Nesse momento, o professor juntamente com os estudantes chegam a um consenso da solução mais adequada para o problema.

Na nona etapa, **professor formaliza o conteúdo matemático**, consiste na formalização do conteúdo após todo o processo de reflexão e discussão de ideias. Nessa etapa, o professor apresenta na lousa um conteúdo matemático que formaliza a temática do problema, destacando propriedades e definições matemáticas.



Este é o momento que o professor deve apresentar a linguagem matemática de forma clara e precisa, "[...] padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto". (ONUChic; ALLEVATO, 2009, p. 141)

A décima etapa, a **proposição e resolução de novos problemas**, propõe aos estudantes elaboração de novos problemas ou a reformulação do problema gerador, em que é possível averiguar a aprendizagem e ainda ampliar a aprendizagem.

Quando os estudantes criam novos problemas relacionados ao problema gerador, isso possibilita a avaliação da compreensão matemática, consolidação de conhecimentos anteriores e ampliação do aprendizado, gerando uma sequência de resolução que resulta em novos desafios e conhecimentos matemáticos. A proposição de problemas fomenta a criatividade, estimula o raciocínio crítico e contribui para o aprendizado da matemática.

**É obrigatório expor cada uma destas etapas ao implementar a Metodologia em sala de aula?**

As etapas mencionadas acima são de grande relevância. No entanto, o professor não está obrigado a expor todas elas aos estudantes como se fossem instruções fixas para todas as ativid-

des. Essas etapas sugeridas podem ser adotadas de maneira informal, sem impor aos estudantes a obrigatoriedade de seguir cada uma delas de maneira restrita.

É importante destacar ainda que as etapas propostas nessa Metodologia são apenas sugestões, o que não implica em um processo rígido. O roteiro proposto pode ser adaptado, porém é essencial considerar três princípios irrevogáveis: iniciar com um problema gerador, formalizar o conteúdo após a resolução dos problemas, com os estudantes atuando como protagonistas da aprendizagem e o professor como mediador desse processo. De fato, nesta proposta, o roteiro já passou por adaptações, incluindo a décima etapa, que envolve a proposição e resolução de novos problemas, a ser realizada somente após a resolução dos seis problemas iniciais.



Agora que você já conheceu como funciona a Metodologia, desafiamos você, professor, a experimentar essa abordagem de Resolução de Problemas como uma oportunidade inovadora em sala de aula. Essa Metodologia tem o poder de transformar a dinâmica do ensino de Matemática, incentivando a curiosidade, promovendo a participação ativa dos estudantes e, acima de tudo, proporcionando uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos.

### 3 O ENSINO DE ÁREAS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Área é uma medida que quantifica a extensão de uma superfície, permitindo a expressão numérica da extensão de uma figura plana, e o estudo de áreas envolve compreender como medir e calcular o espaço dentro de figuras geométricas.

O ensino do conceito de Áreas precisa ir além da simples aplicação de fórmulas, buscando garantir que os estudantes compreendam o raciocínio subjacente aos cálculos. Esta abordagem, centrada no entendimento, não apenas promove a proficiência nas fórmulas, mas também estimula o pensamento crítico e a criatividade, preparando os estudantes para aplicar seus conhecimentos de maneira flexível em diversas situações.



No cenário atual do ensino de áreas, observa-se uma predominância na abordagem mecânica, com ênfase na memorização de fórmulas para o cálculo de áreas, muitas vezes desprovida de uma compreensão conceitual. Diante dessa realidade, surge a necessidade de explorar e investigar metodologias educacionais que possam aprimorar a compreensão de conceitos, promovendo uma aprendizagem significativa e, como consequência, melhorar o desempenho dos estudantes.

Ao implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no ensino de Áreas, buscamos oferecer aos estudantes a oportunidade de explorar o desenvolvimento conceitual das fórmulas de cálculo de áreas. O objetivo é afastar-se da

aplicação mecânica e memorização de fórmulas sem uma compreensão conceitual.

### O Ensino de Áreas e a BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada em 2017, orienta o currículo do Ensino Fundamental de 1º ao 9º ano no Brasil. O estudo de Áreas compete à unidade temática Grandezas e Medidas. Essa unidade temática, por sua vez, contribui para: "A consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico" (BRASIL, 2018, p. 273). O conceito de Áreas normalmente é ensinado em um contexto geométrico, devido à sua estreita relação com a Geometria, que é quem fornece o quadro conceitual e as ferramentas necessárias para seu cálculo e compreensão. Vale ressaltar que ambas as áreas do conhecimento, Geometria e Grandezas e Medidas, estão interligadas de maneira significativa.



Uma rica compreensão da Geometria tem implicações claras e importantes para outras áreas curriculares [...] Medidas e Geometria estão claramente alinhadas no desenvolvimento de fórmulas para áreas e volumes na compreensão das relações entre área e perímetro ou superfície e volume. (VAN DE WALLE, 2009, p. 438)

O Quadro 1 mostra a distribuição do conteúdo Área na BNCC com seus respectivos objetos de conhecimento e habilidades.

Quadro 1 – O estudo de Áreas de acordo com a BNCC nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Ano escolar	Unidade temática	Objeto de conhecimento	Habilidades
6º ano	Grandezas e Medidas	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume	(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
6º ano	Grandezas e Medidas	Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado	(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.
7º ano	Grandezas e Medidas	Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros	(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
8º ano	Grandezas e Medidas	Área de figuras planas Área do círculo e comprimento de sua circunferência	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

Fonte: (BRASIL, 2018)

Na unidade temática de Grandezas e Medidas, a BNCC determina que:

No Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os estudantes reconheçam comprimento, **área**, volume e abertura de ângulo como **grandezas associadas a figuras geométricas** e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. [...] Nessa fase escolar, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos. (p. 275 BRASIL, 2018, grifo nosso)

### **Desenvolvimento conceitual das fórmulas para o cálculo de Áreas de polígonos**

A abordagem do desenvolvimento conceitual das fórmulas de cálculo de área destaca-se por envolver os alunos no processo real de fazer Matemática, permitindo que compreendam as ideias e relações subjacentes às fórmulas. Essa abordagem é respaldada pela BNCC, que enfatiza que o ensino de Áreas não deve se limitar à simples aplicação de fórmulas de cálculo de área (BRASIL, 2018).

Ao explorar o desenvolvimento das fórmulas de cálculo de área, buscamos proporcionar aos estudantes uma compreensão sólida e significativa dos princípios matemáticos envolvidos.



[...] os estudantes podem ver como todas as fórmulas de área estão relacionadas a uma ideia comprimento da base vezes o comprimento da altura. E os estudantes que compreendem de onde as fórmulas se originam, não as verão como algo misterioso e tenderão a se lembrar delas, além de serem reforçados na ideia de que a matemática faz sentido. O uso mecânico e memorizado de fórmulas de um livro não oferece nenhuma destas vantagens. (VAN DE WALLE, 2009, p. 429)

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, quando aplicada ao ensino de Áreas, oferece aos estudantes a oportunidade de explorar o desenvolvimento conceitual dessa temática, alinhando-se com a abordagem defendida por Van de Walle. O autor fornece um relato que apresenta como as fórmulas associadas aos paralelogramos, triângulos e trapézios estão interligadas.

**Paralelogramos** são realmente apenas retângulos que foram modificados para tornar seus lados inclinados. A área para ambos é  $B \times h$  ou comprimento da base  $\times$  altura.

**Triângulos** se mostram sendo simplesmente a metade de um paralelogramo com a mesma base e altura. A área de um triângulo é  $\frac{1}{2} \cdot (B \times h)$ .

**Trapézios** também estão relacionados a paralelogramos e triângulos. Por exemplo, todos os trapézios podem formar dois triângulos. As alturas de cada um deles são as mesmas. Use  $B$  para o lado paralelo mais longo e  $b$  para o menor e a área do trapézio será  $\frac{1}{2} \cdot (B \times h) + \frac{1}{2} \cdot (b \times h)$  (Embora isso possa ser simplificado, essa versão da fórmula é um modo mais fácil de ser lembrado e reforça o processo utilizado). (VAN DE WALLE, 2009, p. 434)

Os polígonos explorados nos problemas geradores são: quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, losango e trapézio. Com o objetivo de proporcionar uma visão clara das inter-relações que

pretendemos atingir ao aplicar a Metodologia proposta, seguindo a abordagem do autor, elaboramos o Quadro 2, que resume as principais conexões<sup>1</sup> a serem estabelecidas entre o cálculo de área dos polígonos e os problemas geradores.

Quadro 2 – Conexões entre o cálculo de área de polígonos

<b>Polígono</b>	<b>Conexão associada</b>
Quadrado e retângulo	A área de um quadrado e de um retângulo é determinada comparando a superfície da figura plana com uma unidade de medida de área. Essa área é calculada multiplicando-se a medida do comprimento da base pela medida do comprimento da altura.
Paralelogramo	A área de um paralelogramo é análoga à do retângulo, quando ambos compartilham a mesma medida de base e altura.
Triângulo	A área de um triângulo é igual à metade da área de um paralelogramo quando ambos compartilham a mesma medida de base e altura.
Losango	Ao traçar a diagonal de um losango, é possível decompor a região limitada pelo losango em dois triângulos, resultando a área do losango como a soma das áreas desses dois triângulos.
Trapézio	É possível decompor a região limitada por um trapézio ao traçar sua diagonal. A área do trapézio pode ser obtida somando as áreas dos dois triângulos resultantes dessa decomposição.

Fonte: Elaborado pela autora

<sup>1</sup> No material voltado ao professor apresentado no Caderno de Problemas, buscamos explorar brevemente o desenvolvimento dessas conexões.



As demonstrações e as conexões das fórmulas para o cálculo de área dos polígonos mencionados no Quadro 2, podem ser encontradas na íntegra, no texto da dissertação de Friedel (2024), no livro de Geometria escrito por Neto (2013) ou ainda no livro "Fundamentos de Matemática Elementar – Geometria Plana" escrito por Dolce e Pompeo (2013).

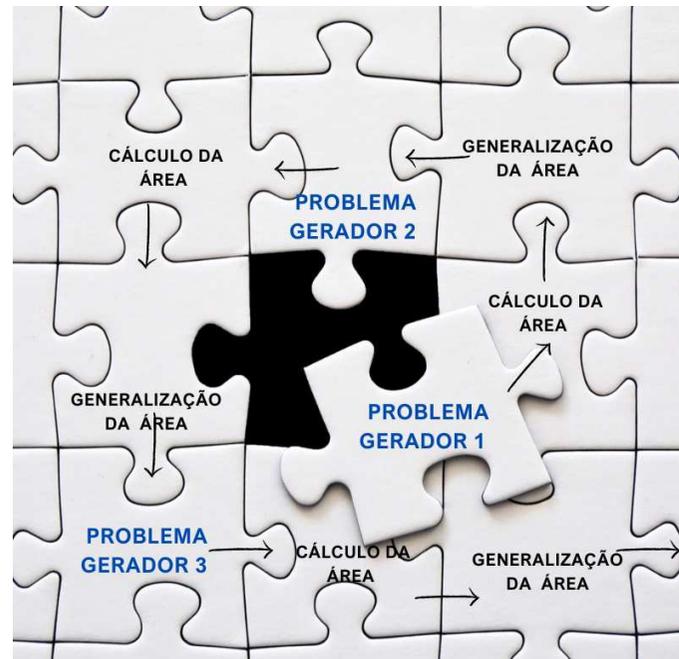
### **Etapas consideradas na elaboração dos problemas geradores**

Com base nas teorias discutidas nos Capítulos 2 e 3, desenvolvemos um ciclo que orientará a implementação da sequência didática em relação ao tema áreas em sala de aula. Esse ciclo deverá ser guiado pelas etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. A Figura 3.1 ilustra esse ciclo.

O ciclo consiste em três etapas:

1. Problema Gerador: nesta etapa é apresentado um problema gerador que envolve o cálculo de áreas de polígonos, com o propósito de desafiar os estudantes e fornecer um contexto prático para a aprendizagem.
2. Cálculo da Área: durante este momento, os estudantes realizam o cálculo da área do polígono proposto no problema utilizando os conhecimentos prévios.

Figura 3.1 – Etapas consideradas na elaboração dos problemas geradores



Fonte: Elaborado pela autora

3. Generalização da Área: neste momento, os estudantes são incentivados a formular expressões ou estratégias que permitam o cálculo da área de qualquer polígono semelhante ao apresentado no problema. Essa etapa contribui para a construção do desenvolvimento conceitual das fórmulas de cálculo de área de polígonos.

Com base nesse ciclo, a ordem dos problemas propostos no Caderno de Problemas terá como objetivo desenvolver noções geométricas de forma progressiva, proporcionando aos estudantes uma compreensão gradual das fórmulas de área de polígonos.

### **Problemas geradores envolvendo Áreas**

Finalizamos este capítulo ao apresentar o Quadro 3, com a descrição dos problemas geradores, que serão abordados no Capítulo 4. Este quadro destaca a descrição dos problemas propostos, bem como, seus objetivos de aprendizagem correspondentes.

Quadro 3 – Descrição dos problemas propostos

<b>Problemas</b>	<b>Objetivos de Aprendizagem</b>	<b>Descrição</b>
Problema 1 – Explorando o conceito de Área na malha quadriculada	Promover a compreensão do conceito de áreas.	Determinar a quantidade de material necessário para a produção de um vitral, levando em consideração as diferentes áreas coloridas de figura apresentada em uma malha quadriculada.
Problema 2 – Explorando a Área de quadrados e retângulos em um campo de futebol.	Compreender e calcular a área do retângulo e do quadrado; Formular expressões ou estratégias para calcular a área de um retângulo qualquer.	O problema desafia os estudantes a determinar quantas peças quadradas de grama cabem em um campo de futebol retangular. Eles são incentivados a desenvolver métodos de cálculo, explorando conhecimentos prévios e, em seguida, a generalizar uma estratégia para calcular a área de um retângulo qualquer.
Problema 3 – Desvendando o paralelogramo: explorando Áreas com o Tangram.	Compreender e calcular a área do paralelogramo; Formular expressões ou estratégias para o cálculo da área de um paralelogramo qualquer.	O problema consiste em calcular a área de um paralelogramo formado pelas sete peças do Tangram. Nesse contexto, os estudantes são desafiados a demonstrar habilidades de composição e decomposição de figuras, culminando na generalização de um método para calcular a área de um paralelogramo qualquer.
Problema 4 – A área triangular em bandeirinhas .	Compreender e calcular a área de um triângulo; Formular expressões ou estratégias para o cálculo da área de um triângulo qualquer.	Este problema visa descobrir a área de papel em formato triangular desperdiçada na confecção de bandeirinhas. Posteriormente, espera-se que os estudantes estabeleçam expressões para calcular a área de um triângulo qualquer.
Problema 5 – A área de uma pipa em formato de losango	Compreender e calcular a área de um losango; Formular expressões ou estratégias para calcular a área de um losango qualquer.	Este problema envolve o cálculo da quantidade de papel necessária para confeccionar uma pipa em formato de losango. A seguir, o objetivo é encontrar uma maneira de calcular a área de um losango qualquer.
Problema 6 – A área de um terreno em formato de trapézio	Compreender e calcular a área de um trapézio; Formular expressões ou estratégias para calcular a área de um trapézio qualquer.	Neste problema, inicialmente, o objetivo é calcular a área de um jardim localizado em um terreno com formato de trapézio, considerando que uma parte já está ocupada por uma casa quadrada. Posteriormente, espera-se que os grupos desenvolvam expressões para calcular a área de um trapézio qualquer.

Fonte: Elaborado pela autora

## 4 CADERNO DE PROBLEMAS

O Caderno de Problemas envolvendo Áreas é composto pelos problemas apresentados no Quadro 4.

Quadro 4 – Caderno de Problemas

Problema 1- Explorando o conceito de Área na malha quadriculada
Problema 2- Explorando a Área de quadrados e retângulos em um campo de futebol
Problema 3- Desvendando o paralelogramo: explorando Áreas com o Tangram
Problema 4- A Área triangular em bandeirinhas
Problema 5- A Área de uma pipa em formato de losango
Problema 6 - A Área de um terreno em formato de trapézio

Fonte: Elaborado pela autora

Após finalizar a Resolução dos Problemas apresentados no Quadro 4, a proposta é que os estudantes elaborem seus próprios problemas relacionados ao conteúdo Áreas.

Nesse contexto, a proposição e resolução de novos problemas, é considerada a décima etapa sugerida na implementação da Metodologia detalhada na Figura 2.1, que tem como objetivo avaliar a

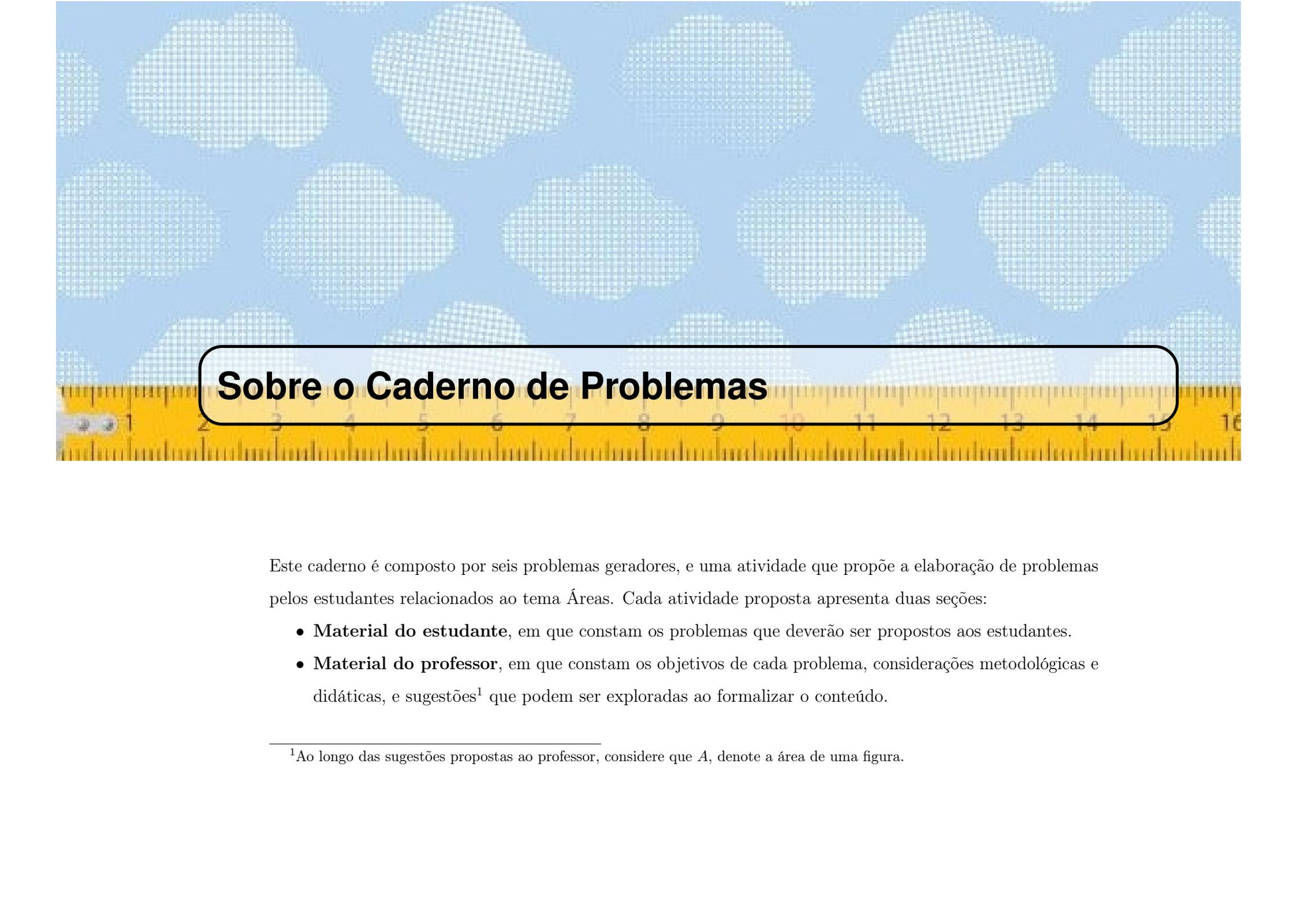
avançar nas aprendizagens decorrentes dos problemas geradores.



As atividades propostas no Caderno de Problemas foram desenvolvidas em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública do município de Rio do Sul e está documentada na dissertação de Friedel (2024). O tempo médio dedicado ao desenvolvimento de cada atividade proposta foi de duas aulas, com duração de 45 minutos cada.

# Caderno de Problemas envolvendo Áreas





## Sobre o Caderno de Problemas

Este caderno é composto por seis problemas geradores, e uma atividade que propõe a elaboração de problemas pelos estudantes relacionados ao tema Áreas. Cada atividade proposta apresenta duas seções:

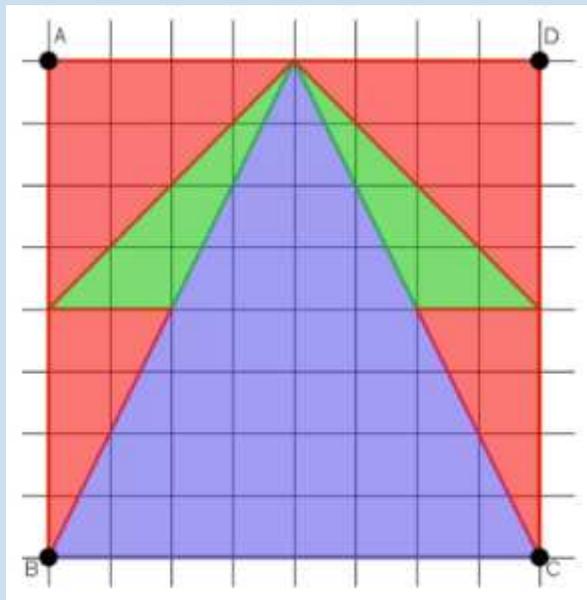
- **Material do estudante**, em que constam os problemas que deverão ser propostos aos estudantes.
- **Material do professor**, em que constam os objetivos de cada problema, considerações metodológicas e didáticas, e sugestões<sup>1</sup> que podem ser exploradas ao formalizar o conteúdo.

---

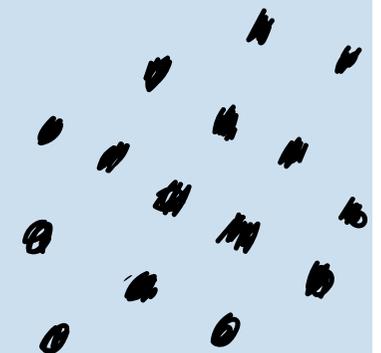
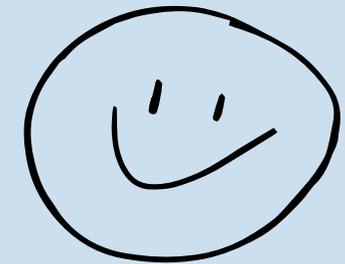
<sup>1</sup>Ao longo das sugestões propostas ao professor, considere que  $A$ , denote a área de uma figura.

## Problema 1: Explorando o conceito de Área na malha quadriculada

Marta está confeccionando um vitral com a forma representada abaixo. Cada quadrado na figura tem uma área de  $1 \text{ m}^2$ . Qual a quantidade mínima, em metros quadrados, necessária de material nas cores vermelha, verde e roxa que Marta precisará comprar?



Fonte da imagem: <https://novaescola.org.br/>





## **MATERIAL DO PROFESSOR**

- **Objetivo do problema**

O objetivo deste problema é determinar a quantidade de material necessário para a produção de um vitral, levando em consideração as diferentes áreas coloridas da figura. Ao analisar a figura do vitral, cada quadradinho representa  $1 \text{ m}^2$ . A tarefa consiste em rearranjar esses quadradinhos de forma estratégica para facilitar a contagem e, por fim, determinar a quantidade de material necessário em cada cor (vermelho, verde e roxo). Essa abordagem visa promover a compreensão do conceito de áreas e a aplicação desse conhecimento em um contexto visual e criativo, como a produção de um vitral.

### **Considerações didáticas e metodológicas**

Para implementar essa atividade em sala de aula, o problema proposto no material do estudante deve ser distribuído para cada estudante, permitindo que cada um realize uma leitura individual e busque soluções antes de se reunirem em grupos para discutir e abordar as diferentes perspectivas e estratégias de resolução.

Posteriormente, é recomendável que o professor inicie dividindo a turma em pequenos grupos, garantindo uma composição heterogênea para estimular a colaboração entre os estudantes. Nessa etapa, os estudantes em grupos buscam discutir estratégias e solucionar o problema proposto. Este processo consolida a segunda, terceira, e quarta etapa da Metodologia proposta para a resolução do problema.

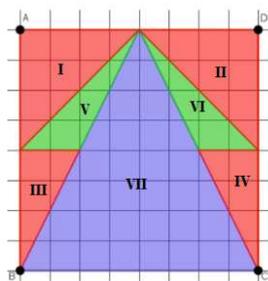
Após a conclusão da resolução do problema pelos grupos, um representante de cada grupo registra na lousa suas soluções. Em seguida, durante a plenária, as estratégias são debatidas e comparadas entre os grupos, e o professor desafia os estudantes, orientando-os para alcançar um consenso, visando a obtenção da resolução



mais coerente.

O professor deve garantir durante a discussão em plenária, que o conceito de área seja completamente compreendido pelos estudantes. No contexto deste problema, a finalidade não é saber calcular a área de cada polígono específico, já que esse será o objetivo dos próximos problemas, o objetivo é explorar a decomposição do vitral em polígonos, destacando suas particularidades. Por meio dessa decomposição, os estudantes podem determinar o cálculo da área total do vitral, promovendo uma compreensão profunda e prática do conceito de área. Neste problema, é interessante mostrar aos estudantes que o vitral<sup>2</sup> poderia ser decomposto criando as figuras I, II, III, IV, V, VI e VII que podem ser observadas na Figura 1.

Figura 1: Decomposição do vitral em polígonos



---

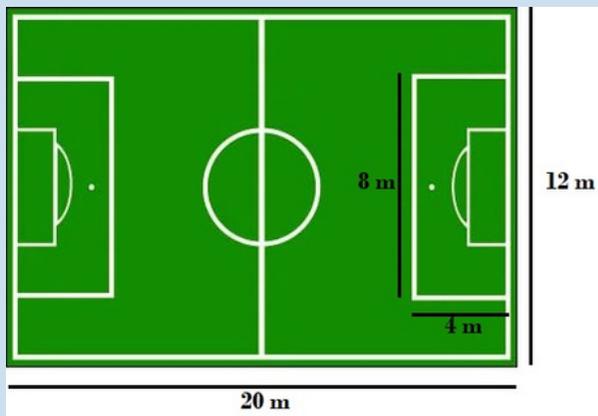
<sup>2</sup>É fácil perceber que juntando os triângulos I e II é possível compor um quadrado de área  $16 \text{ m}^2$ , e juntando os triângulos III e IV é possível compor um retângulo de área  $8 \text{ m}^2$ . Logo, a quantidade de material vermelho será  $24 \text{ m}^2$ . Juntando os triângulos verdes, V e VI, formamos 8 quadradinhos completos. Logo, a quantidade de material verde será  $8 \text{ m}^2$ . É possível dividir o triângulo roxo, de número VII, de modo a compor um retângulo composto por 32 quadradinhos, ou seja, terá área  $32 \text{ m}^2$ . Logo, a quantidade de material roxo será  $32 \text{ m}^2$ .



Ao formalizar o conteúdo, é fundamental que o professor leve em consideração as estratégias de resolução apresentadas pelos grupos. Ao demonstrar a decomposição do vitral em polígonos conhecidos, os estudantes podem começar a perceber padrões e estratégias. Além disso, é importante que o professor reforce que para medirmos a superfície de um polígono, precisamos compará-la com uma unidade de medida de área. Essa unidade de medida corresponde a uma figura unitária, isto é, de dimensões unitárias. A partir daí, podemos verificar quantas vezes essa figura unitária “cabe” na região que queremos medir. É importante destacar que qualquer região quadrada cujo lado meça 1 unidade de medida terá, por definição, área igual a 1 unidade de medida ao quadrado (ou unidade de área).

## Problema 2: Explorando a Área de quadrados e retângulos em um campo de futebol

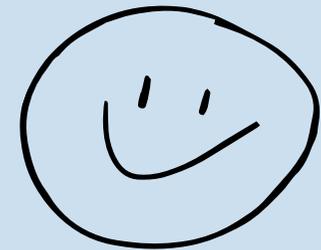
Pretende-se cobrir um campo de futebol retangular com peças de grama. As peças de grama tem formato quadrado, cujos lados tem 1 metro por 1 metro. As dimensões do campo estão apresentadas na figura a seguir:



Com base nessas informações, responda:

(a) É possível cobrir o campo de futebol usando peças de grama inteiras ou são necessários pedaços das peças de grama? Explique como você faria para determinar quantas peças de grama deverão ser utilizadas para cobrir todo o campo, e diga qual é a quantidade necessária.

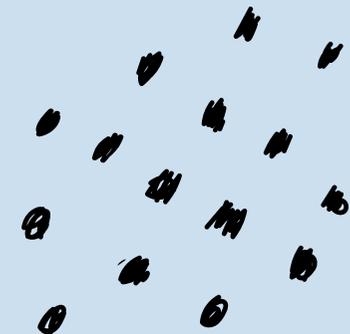
## Material do Estudante



(b) Se apenas metade do campo fosse gramado, quantas peças de grama seriam necessárias? E ainda, se fossem gramadas apenas as grandes áreas, quantas peças de gramas seriam necessárias?

(c) O que aconteceria se as peças de grama medissem 50 centímetros por 50 centímetros?

(d) Você consegue encontrar uma forma para calcular a área de um retângulo qualquer? Explique.





## MATERIAL DO PROFESSOR

- **Objetivo do problema**

O objetivo deste problema consiste em descobrir a quantidade de peças de grama quadradas que cabem num campo de futebol retangular. Espera-se que os estudantes mostrem a capacidade de estabelecer métodos para realizar esses cálculos, explorando seus conhecimentos prévios e, em seguida, busquem estratégias e generalizem expressões para calcular a área de um retângulo qualquer.

### **Considerações didáticas e metodológicas**

O professor deve começar distribuindo uma cópia do problema contido no material do estudante para cada estudante. Os estudantes devem iniciar a resolução do problema através da leitura individual do enunciado, aplicando seus conhecimentos prévios na busca por uma solução. Essa fase é considerada a segunda etapa da Metodologia, em que cada estudante analisa o problema de forma independente, utilizando seus conhecimentos e habilidades para compreender a situação apresentada.

Na sequência, os estudantes são incentivados a formar grupos<sup>3</sup>, onde reexaminam o problema, compartilham ideias iniciais e desenvolvem estratégias colaborativas para abordar a resolução. Essa abordagem promove a troca de conhecimento e o desenvolvimento de habilidades de trabalho em grupo, encorajando uma compreensão mais ampla e aprofundada do desafio proposto.

Uma tendência é que os estudantes expressem a área do campo futebol por meio de uma figura, o que torna

---

<sup>3</sup>É aconselhável que, ao longo dos problemas propostos, o professor mantenha os mesmos grupos formados na resolução do problema anterior, proporcionando continuidade nas interações estabelecidas entre os estudantes.



a ideia mais intuitiva, contabilizando os quadradinhos individualmente em uma malha quadriculada, como apresentado na Figura 2, evidenciando que o campo pode ser coberto por 240 quadradinhos<sup>4</sup> de  $1 \times 1$ , cada um com lado igual a 1 m, e área  $1 \text{ m}^2$ . No entanto, ao formalizar o conteúdo, é importante que o professor destaque que não é necessário realizar essa contagem minuciosa, incentivando a compreensão de métodos mais eficientes para o cálculo da área do campo, em que para determinar a área de qualquer região retangular, basta multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura. Além disso, é relevante instruir os estudantes de que a contagem desses quadradinhos é equivalente a área do campo de futebol.

Figura 2: Dimensões do campo de futebol



Cada equipe deve apresentar, durante a plenária, seus cálculos e o método utilizado para a contagem das peças de grama que cobrem todo o campo de futebol. Através dos cálculos, nos itens (a) e (b), espera-se que os estudantes percebam que todas as peças de grama se encaixarão integralmente no campo.

---

<sup>4</sup>Considerando que cada peça de grama tem formato quadrado, sua área será dada pela multiplicação das medidas de seus lados, ou seja, a área de cada peça de grama será:  $A = lado \times lado = 1 \times 1 = 1$ , ou seja  $1 \text{ m}^2$ .



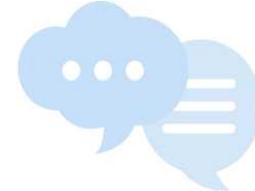
O item (c) propõe explorar o que aconteceria se as peças de grama medissem 50 centímetros por 50 centímetros. Essa pergunta requer atenção, pois é comum que os estudantes, de maneira imediata, sugiram que ao dividir a medida do lado pela metade, a área também seria reduzida pela metade, porém não é isso que acontece<sup>5</sup>. Este item permite diferentes estratégias para chegar a solução, espera-se que os estudantes usem a criatividade para solucioná-lo.

Nesse momento, o professor pode reforçar ainda que, no Sistema Internacional de Unidades, a unidade oficial de medida de área é o metro quadrado. O professor, ao formalizar os conceitos, deve explorar outras unidades de medida, principalmente em resposta ao questionamento do item (c), no qual os estudantes são instruídos a utilizar o centímetro nas dimensões das peças de grama. É relevante destacar aos estudantes que o centímetro quadrado é um submúltiplo do metro quadrado. Além disso, é importante que o professor aborde e explore as transformações entre essas unidades, garantindo uma compreensão abrangente do conteúdo.

Em relação ao item (d), espera-se que os estudantes busquem uma estratégia e generalizem uma expressão que permite calcular a área de um retângulo. Alguns grupos podem encontrar dificuldades ao formular uma expressão que represente a área de um retângulo qualquer. Nesse cenário, é papel do professor incentivar e orientar esses grupos, fornecendo o suporte necessário para que possam avançar na resolução do problema.

---

<sup>5</sup>Se for necessário, o professor pode mostrar que ao juntar 4 peças de grama, de lado medindo 50 cm, compomos uma peça de grama de dimensões 1 m  $\times$  1 m. Como 50 cm equivalem a 0,50 m, determinar área das peças de grama consiste em multiplicar suas dimensões, ou seja,  $= 0,50 \times 0,50 = 0,25$ , isto é  $0,25 \text{ m}^2$ . Como cada peça tem área  $0,25 \text{ m}^2$ , e para que essas peças de  $0,25 \text{ m}^2$  sejam capazes de cobrir  $1 \text{ m}^2$ , é necessário que tenhamos 4 peças. Portanto, considerando que ao utilizar peças de  $1 \text{ m}^2$ , foram necessárias 240 peças para cobrir o campo, basta agora multiplicar esse valor por 4, então serão necessárias 960 peças de grama.



Ao formalizar o conteúdo, é válido procurar um acordo neste ponto, pois ao definir uma fórmula em conjunto facilitará a resolução das próximas atividades propostas. O professor deverá utilizar as nomenclaturas apropriadas referentes ao retângulo, em que poderá concluir que a área de um retângulo é o produto da medida de seu comprimento ( $c$ ) pela medida da sua largura ( $l$ ):

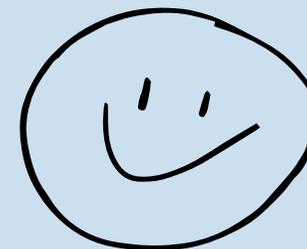
$$\text{Área do retângulo} = \text{comprimento} \cdot \text{largura} = c \cdot l.$$

Ou ainda, o produto da medida de sua base ( $b$ ) pela medida de sua altura ( $h$ ):

$$\text{Área do retângulo} = \text{base} \cdot \text{altura} = b \cdot h.$$

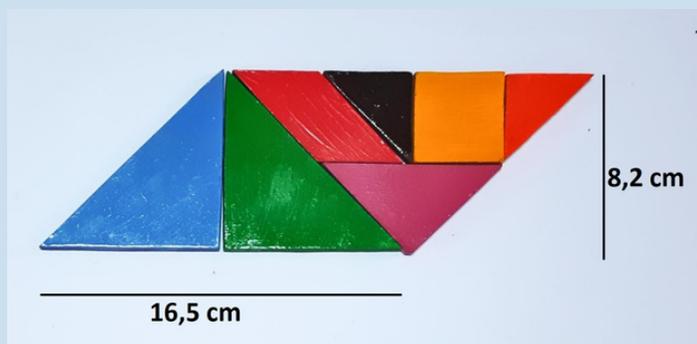
É válido revisitar com os estudantes as estratégias dedutivas que eles desenvolveram na resolução do problema, promovendo uma reflexão conjunta sobre as resoluções construídas durante o percurso.

## Material do Estudante



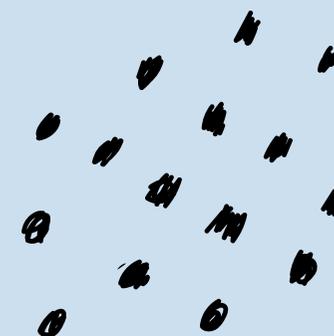
### Problema 3: Desvendando o paralelogramo: explorando Áreas com o Tangram

A figura abaixo é um paralelogramo e foi montada a partir de sete peças do Tangram. Analise a figura, e em seguida responda:



(a) O que você faria para determinar a área do paralelogramo acima? Explique e determine qual é a sua área.

(b) Você consegue encontrar uma maneira de calcular a área de um paralelogramo qualquer? Explique.





## **MATERIAL DO PROFESSOR**

- **Objetivo do problema**

O objetivo deste problema é determinar a área de um paralelogramo formado a partir das sete peças do Tangram. Espera-se que os estudantes calculem a área do paralelogramo, explorando a figura do paralelogramo formado pelas sete peças do Tangram demonstrando a habilidade de compor e decompor figuras. Posteriormente, devem buscar estratégias e generalizar expressões para calcular a área de um paralelogramo qualquer.

### **Considerações didáticas e metodológicas**

Para aplicar essa atividade, o professor pode distribuir o problema impresso para cada estudante. Alternativamente, para enriquecer a experiência, o professor pode fornecer o Tangram como material concreto. Nesse caso, o professor pode utilizar as medidas específicas do Tangram que trouxe para a sala de aula, podendo ser confeccionado em diferentes materiais, como madeira, papel cartão ou EVA.

O processo de resolução do problema segue as mesmas orientações dos problemas anteriores. Inicialmente, os estudantes tentam resolver o problema individualmente, e em seguida, em pequenos grupos, discutem ideias e estratégias. Em ambas as abordagens, espera-se que os estudantes percebam que ao decompor o paralelogramo formado pelas sete peças do Tangram é possível construir um retângulo.

A estrutura das perguntas foi elaborada com intuito de orientar os estudantes na construção do desenvolvimento conceitual da fórmula de cálculo da área do paralelogramo. O objetivo é utilizar o conhecimento prévio adquirido no problema anterior, transformando o paralelogramo em um retângulo, cujo cálculo da área já é conhecido, em que ao mesmo tempo que os estudantes tentam resolver o problema proposto são estimulados a



generalizar uma expressão matemática para o cálculo de área de um paralelogramo qualquer.

Ao formalizar o conteúdo, é essencial que o professor apresente todas as nomenclaturas e propriedades pertinentes ao paralelogramo. É interessante retomar com os estudantes, que a diferença entre um retângulo e um paralelogramo é que todos os ângulos internos de um retângulo são ângulos retos (90 graus), enquanto os ângulos internos de um paralelogramo não precisam ser ângulos retos.

Além disso, é importante que o professor explore a ideia que a área do paralelogramo será igual a área de um retângulo, considerando que as medidas das bases e altura dos dois quadriláteros sejam iguais, donde:

$$\text{Área do paralelogramo} = \text{Área do retângulo} = b \cdot h.$$

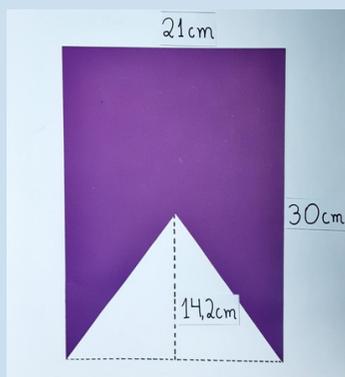
Portanto, para determinar a área do paralelogramo, basta multiplicar a medida da base pela medida da altura do paralelogramo<sup>6</sup>. Esta ideia deve ser reforçada por meio da decomposição da figura inicial do problema com o uso das peças do Tangram, em que é possível perceber que as peças que compõem o paralelogramo se encaixam perfeitamente na composição de um retângulo.

---

<sup>6</sup>Ao formalizar o conteúdo, é apropriado buscar mais uma vez um consenso nesse ponto, semelhante ao que foi realizado no problema anterior. Definir uma fórmula conjunta será benéfico para todos os envolvidos e facilitará a resolução das próximas atividades propostas.

## Problema 4: A Área triangular em bandeirinhas

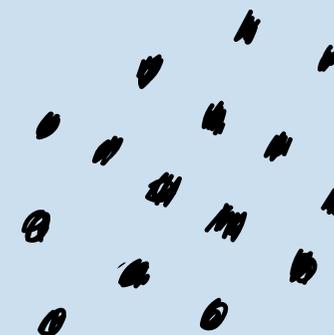
Para enfeitar a festa de uma escola, os alunos resolveram confeccionar bandeirinhas a partir de folhas de papel, com formato retangular, de dimensões 21 cm x 30 cm. De cada folha retangular foi recortado um triângulo com 14,2 cm de altura, como mostrado na figura abaixo.



Com base nas informações ao lado, responda:

(a) Qual a área das folhas de papel que foram utilizadas para confeccionar cada bandeirinhas? Qual a área de papel desperdiçada para fazer cada bandeirinha?

(b) Considerando a estratégia que você utilizou para determinar a área de papel descartada das bandeirinhas, é possível estabelecer uma forma de calcular a área de um triângulo qualquer? Explique.





## MATERIAL DO PROFESSOR

- **Objetivo do problema**

O objetivo deste problema é determinar a área de papel em formato triangular desperdiçada na confecção de bandeirinhas retangulares. Posteriormente, os estudantes devem buscar estratégias e generalizar expressões para calcular a área de um triângulo qualquer.

### **Considerações didáticas e metodológicas**

O professor deve começar preparando bandeirinhas de papel com dimensões específicas correspondentes a uma figura pré-determinada<sup>7</sup>. Ao apresentar as bandeirinhas, destaque o desafio para os estudantes: determinar a área desperdiçada, em formato triangular, na confecção dessas bandeirinhas. Ao explorar o problema, permita que os estudantes o analisem individualmente e, em seguida, em grupos, utilizem estratégias para calcular as áreas correspondentes.

Com as bandeirinhas em mãos, os estudantes devem trabalhar de forma independente. Eles precisam discutir entre si, elaborar estratégias e, se necessário, realizar desenhos ou recortes mais adequados para, por meio dos cálculos, determinar a área desperdiçada na confecção dessas bandeirinhas. Como os estudantes já construíram os conceitos e o cálculo da área de um paralelogramo no problema anterior, espera-se que, com este problema, eles identifiquem a relação existente entre o cálculo de área de um triângulo e de um paralelogramo.

É frequente notar que, mesmo trabalhando em grupos, os estudantes começam o processo de maneira

---

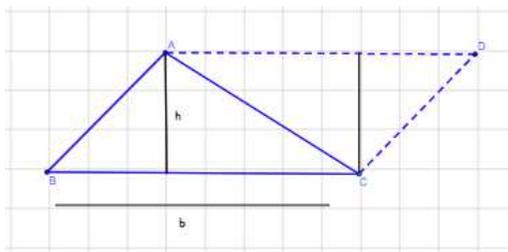
<sup>7</sup>Caso o professor deseje, uma bandeirinha pode ser entregue a cada estudante, ou, alternativamente, uma por grupo.



individual, criando figuras e esboços. Essa abordagem é comum e valiosa, pois cada estudante, ao concluir sua própria resposta, tem a chance de comparar e discutir com os colegas, trocando ideias, corrigindo erros e enriquecendo o entendimento do grupo. Durante esse processo, é comum que os estudantes tenham muitas dúvidas, e cabe ao professor, incentivar a troca de ideias entre os membros do grupo, orientando quando necessário, sem fornecer respostas diretas. Essa dinâmica fortalece a resolução de problemas em grupo e estimula a autonomia dos estudantes na aplicação prática de conceitos matemáticos, tornando o aprendizado mais envolvente e significativo.

Ao exemplificar, na formalização do conteúdo, o professor pode demonstrar que ao considerar um triângulo com base de medida ( $b$ ) e altura em relação a base de medida ( $h$ ), ao duplicar esse triângulo, rotacionar um deles em  $180^\circ$ , e justapô-los, obtemos um paralelogramo, o qual já sabemos calcular a área, que é denotada por:  $\text{Área} = \text{base} \cdot \text{altura}$ . É necessário que, ao utilizar essa estratégia de resolução, os estudantes percebam que o paralelogramo formado é composto por dois triângulos, mas estamos interessados em determinar a área de apenas um triângulo. Podemos observar essa situação na Figura 3.

Figura 3: Dois triângulos idênticos compõem um paralelogramo





Assim, quando a medida da base e a altura relativa à base de um triângulo são equivalentes às medidas correspondentes à base e altura de um paralelogramo, a área de um triângulo é igual a metade da área do paralelogramo<sup>8</sup>. Ou seja:

$$\text{Área do Triângulo} = \frac{(\text{Área do paralelogramo})}{2} = \frac{(\text{base} \cdot \text{altura})}{2}.$$

Ao formalizar o conteúdo, o professor precisa levar em consideração as resoluções propostas pelos estudantes e, promover uma reflexão conjunta sobre a construção de uma forma de calcular de área de um triângulo, incluindo a apresentação das nomenclaturas pertinentes aos triângulos. Além disso, é importante enfatizar que para determinar a área de um triângulo qualquer, é suficiente saber as dimensões da base e da altura relativa a base do triângulo.

---

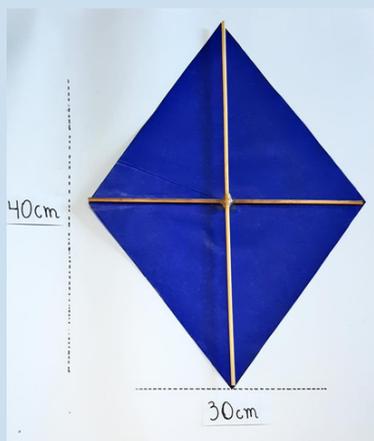
<sup>8</sup>No caso do problema proposto, determinar a área da parte desperdiçada na confecção das bandeirinhas consistia em calcular a área de um triângulo, em que a base mede 10 cm e a altura mede 14,2 cm. Dessa forma,

$$\text{Área do Triângulo} = \frac{(\text{base} \cdot \text{altura})}{2} = \frac{10 \cdot 14,2}{2} = \frac{142}{2} = 71.$$

Ou seja, a área desperdiçada foi de 71 cm<sup>2</sup>.

## Problema 5: A Área de uma pipa em formato de losango

Pedro pretende fazer uma pipa com as dimensões da figura abaixo. Para construir uma pipa são colocadas duas varetas perpendiculares, nas diagonais de um quadrilátero. Nesse caso, as duas varetas medem 40 cm e 30 cm.

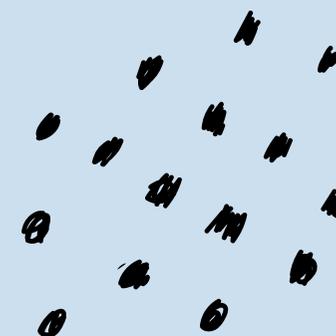


## Material do Estudante



(a) Quantos centímetros de papel seda, no mínimo, Pedro deverá comprar para construir a pipa acima? Explique o que você pensou para chegar a essa conclusão.

(b) Você consegue estabelecer uma forma de calcular a área de uma figura qualquer semelhante a pipa acima, com formato de losango? Explique.





## MATERIAL DO PROFESSOR

- **Objetivo do problema**

O objetivo deste problema é calcular a quantidade de papel necessário para construir uma pipa em formato de losango e, posteriormente, desenvolver estratégias e generalizar expressões para o cálculo da área de um losango qualquer. Espera-se que os estudantes percebam que é possível decompor a região limitada pelo losango em triângulos congruentes, o que pode ser feito de várias formas.

### **Considerações didáticas e metodológicas**

O professor pode começar confeccionando pipas de papel seda com dimensões específicas correspondentes a uma figura pré-determinada<sup>9</sup>. Se o professor julgar inadequado produzir a pipa, pode simplesmente apresentar o problema impresso aos estudantes.

Após os alunos receberem o problema, o professor deve permitir que realizem a leitura individual do mesmo. Posteriormente, eles formarão pequenos grupos, preferencialmente mantendo os mesmos dos problemas anteriores. No caso do professor confeccionar as pipas, ele pode distribuir uma para cada grupo, e permitir que os alunos desenvolvam estratégias de resolução.

Dado o tema central do problema, da pipa em formato de losango, os grupos deverão determinar a quantidade de papel necessária na confecção da pipa. Além disso, baseando-se na fórmula do cálculo de área do triângulo desenvolvida pelos estudantes no problema anterior, eles serão desafiados a definirem uma fórmula

---

<sup>9</sup>Caso o professor deseje, uma pipa pode ser entregue para cada grupo ou ainda produzir uma única pipa para a turma. A pipa pode ser construída usando papel seda, 2 varetas com dimensões de 30 cm e 40 cm, e barbante.



que corresponda ao cálculo de área de um losango. Para solucionar o problema os estudantes têm a opção de produzir materiais visuais, como desenhos ou recortes, para melhor ilustrar e comunicar as estratégias adotadas na resolução do desafio proposto. Caso algum grupo escolha desenvolver tal material, ele também poderá ser mostrado à turma no momento das resoluções na lousa, proporcionando aos colegas a oportunidade de entender a estratégia utilizada pelo grupo. Após as apresentações, pode-se abrir uma discussão para responder dúvidas e comentar sobre as dificuldades enfrentadas.

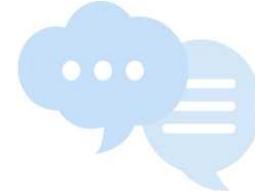
O papel do professor é orientar os grupos quando necessário, estimulando a discussão entre os estudantes para fomentar o desenvolvimento de soluções criativas. Incentivar a discussão entre os estudantes, explorando seus conhecimentos prévios, é essencial. Após os grupos compartilharem seus resultados na lousa, inicia-se uma discussão explorando os diversos caminhos seguidos por cada grupo. A conclusão dessa interação é um consenso estabelecendo uma fórmula comum que será adotada pelos grupos.

Ao formalizar o conteúdo, é importante que o professor considere todas as resoluções propostas pelos estudantes para avançar nas estratégias dedutivas do cálculo de área de um losango, além de apresentar aos estudantes todas as nomenclaturas e propriedades pertinentes a este polígono.

A estratégia mais comum para demonstrar a fórmula de cálculo da área de um losango, consiste em determiná-la em função da soma das áreas de dois triângulos. Nesse caso, ao considerar o losango  $ABCD$  ilustrado na Figura 4, por exemplo, ao traçar sua diagonal<sup>10</sup>  $\overline{BD}$ , podemos decompor a região limitada pelo losango em dois triângulos, o triângulo  $ABD$  e o triângulo  $CDB$ , ambos de base de medida de comprimento

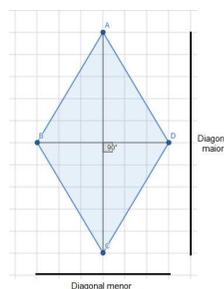
---

<sup>10</sup>É importante destacar aos estudantes que as diagonais do losango cortam-se mutuamente ao meio, ou seja, o ponto de encontro das diagonais é o ponto médio de cada diagonal. Dessa forma,  $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ .



$\overline{BD}$  e altura de medida de comprimento  $\frac{\overline{AC}}{2}$ .

Figura 4: Losango



Considerando que  $\overline{BD}$  representa a diagonal menor, denotaremos essa medida de  $(d)$ , e  $\overline{AC}$ , que representa a medida da diagonal maior, por  $(D)$ , podemos concluir que a área do losango<sup>11</sup> será dada pela soma das áreas dos triângulos  $ABD$  e  $CDB$ :

Área do Losango = Área do triângulo ABD + Área do triângulo CDB.

$$\text{Área do Losango} = \frac{d \cdot \frac{D}{2}}{2} + \frac{d \cdot \frac{D}{2}}{2} = \frac{d \cdot D}{4} + \frac{d \cdot D}{4} = \frac{2 \cdot d \cdot D}{4} = \frac{d \cdot D}{2} = \frac{D \cdot d}{2}.$$

$$\text{Área do Losango} = \frac{(\text{Diagonal maior} \cdot \text{Diagonal menor})}{2}.$$

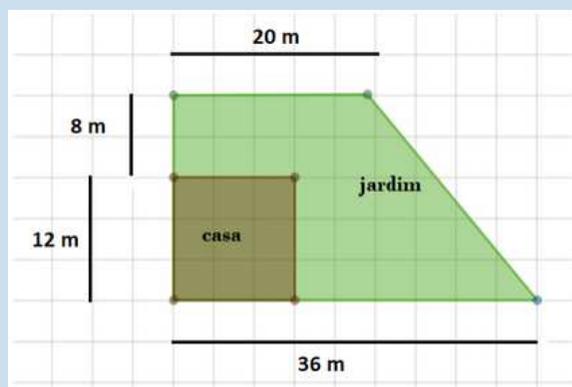
No caso de considerar os triângulos  $ABC$  e  $CDA$ , o raciocínio é análogo.

<sup>11</sup>Considerando os dados do problema proposto, calcular a área da pipa equivale a calcular a área de um losango de diagonal maior medindo 40 cm, e diagonal menor medindo 30 cm. Nesse caso, Área da pipa =  $\frac{(40 \cdot 30)}{2} = 600$ .

Ou seja, serão necessários 600 cm<sup>2</sup> de papel para confeccionar a pipa.

## Problema 6: A Área de um terreno em formato de trapézio

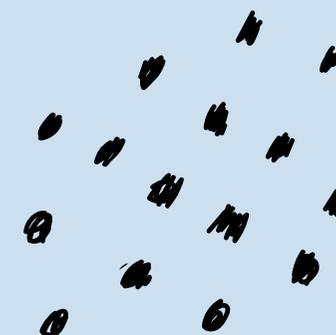
Na figura abaixo, o quadrado destacado de marrom representa a parte do terreno destinada à construção de uma casa e o restante, a parte reservada para a construção de um jardim.



Com base nessas informações responda.

(a) Qual é a área da casa? É possível determinar a área que será ocupada pelo jardim? Descreva o que você pensou para resolver esta situação.

(b) Você consegue estabelecer uma forma de calcular a área de um trapézio qualquer? Explique.





## MATERIAL DO PROFESSOR

- **Objetivo do problema**

O objetivo deste problema é determinar a área ocupada por um jardim em um terreno com formato de trapézio, em que há uma parte já ocupada por uma casa quadrada. Nesse contexto, os estudantes serão desafiados a elaborar estratégias para determinar a área de um trapézio, incentivando a aplicação de conceitos de composição e decomposição do trapézio em polígonos previamente estudados. Na sequência os estudantes são desafiados a generalizar, ou seja, determinar uma maneira para calcular a área de um trapézio qualquer.

### **Considerações didáticas e metodológicas**

Ao iniciar a atividade, o professor distribuirá uma cópia do problema que consta no material do estudante para cada estudante, apresentando uma representação visual de um terreno em forma de trapézio, no qual uma casa quadrada ocupa uma parte, e o restante é designado como o jardim. O desafio proposto consiste em determinar a área do jardim. Determinar a área da casa quadrada não será um problema para os estudantes, pois eles já desenvolveram esse conceito de calcular a área de um quadrado no problema 2, o problema do campo de futebol.

O processo de resolução do problema segue as mesmas orientações dos problemas anteriores. Ao adotar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, contamos com um roteiro pré-definido<sup>12</sup>. Nesse contexto, cabe ao professor organizar as etapas de modo que os estudantes sigam esse

---

<sup>12</sup>Destaca-se que não é necessário abordar cada etapa detalhadamente, mas sim orientar os alunos para que sigam o percurso estabelecido.



percurso, compartilhando e aprimorando seus conhecimentos ao longo do processo.

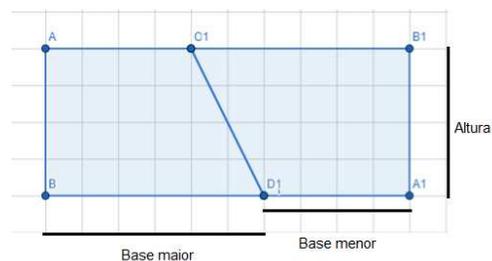
Inicialmente, os estudantes tentam resolver o problema individualmente, em seguida, em pequenos grupos, discutem ideias e estratégias. Ao utilizarem seus conhecimentos prévios, espera-se que os estudantes consigam resolver o problema proposto, o qual exige a aplicação de resultados anteriores. O professor desempenha o papel de orientador, incentivando os estudantes a utilizar seus conhecimentos prévios sobre o tema por meio de perguntas que os levem a refletir sobre o que já aprenderam.

É importante aprofundar na discussão em plenária os diferentes tipos de trapézios existentes. É fundamental destacar aos estudantes que a área do terreno do problema proposto, assume a forma de um trapézio retângulo, uma vez que possui dois ângulos retos. No caso de considerar um trapézio que não seja retângulo, por exemplo, pode-se mostrar que é possível transformá-lo num paralelogramo, e sua área será equivalente à metade da área de um paralelogramo.

Ao realizar a formalização do conteúdo, é fundamental que o professor avalie todas as abordagens apresentadas pelos estudantes. Além disso, é essencial apresentar todas as nomenclaturas e propriedades pertinentes a este polígono. A estratégia comum para derivar a fórmula de cálculo da área de um trapézio retângulo consiste em considerar dois trapézios retângulos idênticos, sendo um rotacionado em  $180^\circ$ . Ao justapor esses dois trapézios, percebe-se que a figura formada é um retângulo, cuja área é conhecida. Os lados do retângulo formado são determinados pelas medidas das bases e da altura do trapézio. No caso, um dos lados do retângulo é a soma da base maior e da base menor, enquanto o outro lado é representado pela altura do trapézio, como mostra a Figura 5.



Figura 5: Justaposição de dois trapézios idênticos



Portanto, a área de um trapézio retângulo<sup>13</sup> pode ser dada pela metade da área do retângulo. Assim:

$$\text{Área do Trapézio} = \frac{(\text{Área do retângulo})}{2} = \frac{(\text{Base} \cdot \text{altura})}{2} = \frac{(\text{Base maior} + \text{Base menor}) \cdot \text{altura}}{2}.$$

Considerando o problema apresentado, a determinação da área total do terreno<sup>14</sup> ( $A_{\text{trapézio}}$ ) envolverá o uso de uma fórmula para calcular a área de um trapézio, enquanto a área ocupada pela casa ( $A_{\text{casa}}$ ) será estabelecida pela área do quadrado. A solução para determinar a área do jardim ( $A_{\text{jardim}}$ ) será alcançada através da diferença entre essas duas áreas. Este contexto incentiva os estudantes a explorar estratégias de resolução, aplicando conceitos geométricos previamente aprendidos.

<sup>13</sup>É importante mostrar aos estudantes que o retângulo formado na Figura 5 é composto por dois trapézios, mas estamos interessados em determinar a área de apenas um trapézio.

<sup>14</sup>Utilizando os dados do problema proposto, temos que:  $\text{Área do Trapézio} = \frac{(36+20) \cdot 12}{2} = \frac{1120}{2} = 560$ .

Como  $A_{\text{jardim}} = A_{\text{trapézio}} - A_{\text{casa}}$ , e  $A_{\text{casa}} = 144$ , segue que  $A_{\text{jardim}} = 560 - 144 = 416$ .

Ou seja, a área do jardim é de 416 m<sup>2</sup>.

## Proposição de Problemas



Proponha dois problemas relacionados ao conteúdo Áreas, um que você considere fácil de resolver e outro difícil, levando em consideração as atividades que realizamos até o momento com a resolução de problemas. A seguir, apresentamos um checklist com os temas dos problemas já solucionados nas aulas anteriores.

**PROBLEMA 1 - EXPLORANDO O CONCEITO DE ÁREA NA MALHA QUADRICULADA**

**PROBLEMA 2 - EXPLORANDO A ÁREA DE QUADRADOS E RETÂNGULOS EM UM CAMPO DE FUTEBOL**

**PROBLEMA 3 - DESVENDANDO O PARALELOGRAMO: EXPLORANDO ÁREAS COM O TANGRAM**

**PROBLEMA 4 - A ÁREA TRIANGULAR EM BANDEIRINHAS**

**PROBLEMA 5 - A ÁREA DE UMA PIPA EM FORMATO DE LOSANGO**

**PROBLEMA 6 - A ÁREA DE UM TERRENO EM FORMATO DE TRAPÉZIO**





## **MATERIAL DO PROFESSOR**

- **Objetivo da Atividade**

O objetivo desta atividade é que os estudantes, a partir das aulas anteriores, proponham problemas matemáticos tendo em vista as novas habilidades adquiridas nesse processo.

### **Considerações didáticas e metodológicas**

Considerando que na implementação desta sequência didática a ideia é utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, um fato que merece destaque é que essa proposta teve uma adaptação, em relação a décima etapa da Metodologia. Na implementação dessa sequência didática a ideia é que a décima etapa, que sugere a proposição e resolução de novos problemas, ocorra após a resolução dos seis problemas propostos.

Ao propor problemas, o estudante desenvolve habilidades cognitivas mais profundas, como a análise crítica, a criatividade e a compreensão conceitual. Além disso, a prática na Resolução de Problemas prepara o terreno para que os estudantes desenvolvam habilidades na proposição de problemas. Dessa forma, nesta última atividade proposta, espera-se verificar se os conceitos essenciais referentes ao cálculo de áreas, desenvolvidos nas aulas anteriores, foram, de fato, compreendidos pelos estudantes, a fim de que eles sejam capazes de propor os próprios problemas.

Os estudantes devem ser informados de que forma os problemas propostos por eles serão resolvidos. Quando os estudantes têm a certeza de que os problemas por eles propostos serão resolvidos por outros colegas, o desafio de criar um problema verdadeiramente difícil se torna aparente.



Se for viável, o professor pode utilizar os problemas propostos pelos estudantes como problemas geradores, como base para a construção de novos conhecimentos matemáticos.

## 5 CONSIDERAÇÕES AO LEITOR

Caro Leitor!

Ao longo deste material, buscamos proporcionar uma abordagem inovadora para enriquecer a experiência de aprendizagem dos estudantes no ensino de Áreas, promovendo uma compreensão mais profunda e significativa da Matemática.

Ao optarmos pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas como eixo central deste material, nosso objetivo foi claro, transformar o processo de ensino em uma experiência dinâmica e enriquecedora. Esta escolha fundamenta-se na convicção de que desafiar os estudantes a aplicar seus conhecimentos prévios em situações problema não apenas fortalece a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também os capacita como protagonistas ativos de sua própria aprendizagem.

Convido você, professor, a explorar e adaptar essas estratégias, permitindo que seus estudantes aprendam Matemática através da Resolução de Problemas. Ao ensinar pela Resolução de Problemas, descobrimos uma abordagem que não apenas desafia os estudantes, mas também transforma o processo de ensino. Experimente implementar essa Metodologia em suas aulas e perceber como ela pode transformar sua prática pedagógica. Estou confiante de que, ao ensinar por meio da Resolução de Problemas, você também descobrirá uma nova paixão pelo processo educacional.

## REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Resolução de Problemas: Teoria e Prática. *In*: 2. ed. Jundiaí: Paco e Littera, 2021. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da resolução de problemas?, p. 37–58.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CAI, J.; LESTER, F. K. Por que o ensino com resolução de problemas é importante para a aprendizagem do aluno? **Boletim GEPEM**, n. 60, p. 147–162, 2012. Tradução: BASTOS, A. S. A. M.; ALLEVATO, N. S. G.

DOLCE, O.; POMPEO, J.N. **Fundamentos de matemática elementar - Volume 9: Geometria plana**. 9ª ed. São Paulo: Atual, 2013. 468 p.

ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender. *In*: POZO, J. I. (Ed.). **A solução de problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 13–42.

- FRIEDEL, C. **O Ensino do Conceito de Área através da Resolução de Problemas**. 2024. Dissertação PROFMAT – MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – Universidade Federal de Santa Catarina, Blumenau.
- NETO, A. C. M. **Geometria**. Rio de Janeiro: SBM, 2013. (Coleção PROFMAT).
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, v. 33, n. 55, p. 133–156, 2009.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, p. 73–98, 2011.
- VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 583 p. Tradução: Paulo Henrique Colonese.

**ANEXO A – PROJETO APROVADO PELO COMITÊ DE ÉTICA**

**PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP**

**DADOS DO PROJETO DE PESQUISA**

**Título da Pesquisa:** O Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas no estudo do conceito de área

**Pesquisador:** CAROLINE FRIEDEL

**Área Temática:**

**Versão:** 2

**CAAE:** 73096123.1.0000.0121

**Instituição Proponente:** Universidade Federal de Santa Catarina

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

**DADOS DO PARECER**

**Número do Parecer:** 6.291.843

**Apresentação do Projeto:**

O projeto faz parte da dissertação da pesquisadora responsável Caroline Friedel sob orientação de André Vanderlinde da Silva junto ao PPG PROFMAT-BNU.

A abordagem da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas é de extrema importância no âmbito do ensino de Matemática. Essa metodologia impulsiona uma ampla gama de habilidades, incluindo o aprimoramento do raciocínio, da criatividade e do pensamento crítico, resultando em uma aprendizagem substancial e de longa duração para os estudantes. Este projeto propõe uma sequência didática que apresentará atividades relacionadas ao estudo do conceito de área, empregando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Pretende-se responder ao seguinte problema de pesquisa: Quais os reflexos da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para a aprendizagem do conceito de área com alunos do Ensino Fundamental (Anos Finais)? Essa metodologia será aplicada a uma turma do Ensino Fundamental (Anos Finais) na cidade de Rio do Sul, Santa Catarina. A intenção é verificar se essa abordagem contribui para o processo de ensino e aprendizagem, bem como identificar suas limitações. A pesquisa tem um enfoque qualitativo, utilizando a modalidade de investigação-ação. A coleta de informações será realizada por meio de questionários aplicados aos alunos e dos

**Endereço:** Universidade Federal de Santa Catarina, Prédio Reitoria II, R: Desembargador Vitor Lima, nº 222, sala 701

**Bairro:** Trindade

**CEP:** 88.040-400

**UF:** SC

**Município:** FLORIANOPOLIS

**Telefone:** (48)3721-6094

**E-mail:** cep.propesq@contato.ufsc.br

Continuação do Parecer: 6.291.843

registros feitos pelo professor-pesquisador durante o período de investigação. A partir da análise dos dados coletados durante o estudo, o propósito é desenvolver um recurso educacional como desdobramento da pesquisa. Esse recurso assumirá a forma de um produto educacional, abordando o conceito de área em figuras planas com base na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas. O objetivo subjacente a essa criação é oferecer um recurso que possa ser compartilhado com outros professores, com a finalidade de enriquecer suas práticas pedagógicas e, por conseguinte, gerar um impacto positivo no processo de aprendizado dos alunos.

A prática de ensino tradicional tem enfrentado desafios em relação à eficácia no ensino da Matemática, o que pode ser refletido nos baixos rendimentos dos estudantes na disciplina de Matemática em avaliações de larga escala. Estudos demonstram que certas áreas da Matemática recebem menor ênfase e são menos exploradas no ambiente escolar quando comparadas a outras, levando a uma situação em que essas áreas são negligenciadas. Um aspecto destacado nesses estudos é a comparação entre o ensino da Geometria e outras disciplinas matemáticas, evidenciando claramente o desinteresse em relação ao ensino de Geometria no Brasil, conforme enfatizado por Pavanello (1993). Considerando a trajetória da pesquisadora como professora de Matemática, no contexto do Ensino Básico, assim como as interações com colegas docentes da mesma área, ficam evidentes os desafios enfrentados no processo de aprendizado da Matemática de maneira ampla, e mais especificamente quando se trata de compreender conceitos relacionados à geometria. Nesse sentido, neste projeto, o objetivo será ensinar Geometria por meio da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, uma abordagem inovadora que traz uma nova dinâmica ao aprendizado do conteúdo. Nessa metodologia, o processo de aprendizagem tem início com a resolução de um problema gerador, onde o problema serve como base para a construção do conhecimento matemático. A metodologia de ensino via Resolução de Problemas tem como objetivo principal a construção do conhecimento matemático a partir da abordagem de um problema no qual os estudantes não possuem conhecimento prévio de um algoritmo de resolução. Dessa forma, o conteúdo matemático é internalizado à medida que os estudantes buscam solucionar o problema proposto. O intuito ao aplicar essa metodologia é conferir um caráter significativo ao processo de aprendizado dos alunos, e a partir dos dados analisados pretende-se responder o seguinte problema de pesquisa: Quais os reflexos da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para a aprendizagem do conceito de área com

**Endereço:** Universidade Federal de Santa Catarina, Prédio Reitoria II, R: Desembargador Vitor Lima, nº 222, sala 701  
**Bairro:** Trindade **CEP:** 88.040-400  
**UF:** SC **Município:** FLORIANOPOLIS  
**Telefone:** (48)3721-6094 **E-mail:** cep.propesq@contato.ufsc.br

Continuação do Parecer: 6.291.843

alunos do Ensino Fundamental (Anos Finais)? Com base nas constatações obtidas nos resultados da investigação-ação, tem-se a intenção de desenvolver um produto educacional que contribua para a solução do problema de pesquisa.

Quais os reflexos da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para a aprendizagem do conceito de área com alunos do Ensino Fundamental (Anos Finais)?

Na investigação da Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas a pesquisa será qualitativa pela modalidade investigação-ação. Na abordagem qualitativa (Fiorentini e Lorenzato, 2012), os dados são coletados em cenários reais e enriquecidos com informações obtidas por meio de interações diretas. Os registros feitos de maneira automatizada são minuciosamente examinados pelo pesquisador, sendo a interpretação destes dados o elemento central para a análise. A investigação-ação é um método que envolve a colaboração entre pesquisadores e participantes para identificar problemas, planejar ações, implementar intervenções e avaliar os resultados. Esse método é especialmente utilizado em contextos onde se busca uma transformação ou aprimoramento prático, como em ambientes educacionais. Bogdan e Biklen (1994), apontam cinco características da pesquisa qualitativa pela modalidade investigação-ação: a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal, a investigação qualitativa é descritiva, os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos, investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva e o significado é de importância vital na abordagem qualitativa. Dado esse contexto, a sala de aula frequentada pelos estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental Anos Finais em uma escola pública de Rio do Sul, Santa Catarina, emerge como o cenário natural para a condução desta pesquisa. Segundo Tripp (2005, p. 446), a solução de problemas, começa com a identificação do problema, o planejamento de uma solução, sua implementação, seu monitoramento e a avaliação de sua eficácia. Dessa forma, dá-se início ao ciclo, tal como concebido no esquema proposto por Tripp. Esse ciclo pode ser desdobrado em quatro momentos ou fases distintas: a etapa de planejamento (planejar), a fase de execução (agir), monitorar o que acontece (descrever) e a etapa de avaliação (avaliar). A seguir, são delineadas as quatro fases propostas por Tripp que guiarão este estudo. Na primeira etapa, identificamos um problema ou situação a ser melhorada, neste caso específico, a situação a ser melhorada é a aprendizagem dos alunos ,frente ao conceito de áreas. Na segunda etapa, agir,

**Endereço:** Universidade Federal de Santa Catarina, Prédio Reitoria II, R: Desembargador Vitor Lima, nº 222, sala 701

**Bairro:** Trindade

**CEP:** 88.040-400

**UF:** SC

**Município:** FLORIANOPOLIS

**Telefone:** (48)3721-6094

**E-mail:** cep.propesq@contato.ufsc.br

Continuação do Parecer: 6.291.843

engloba a aplicação da sequência didática , constituída pelas oito atividades elaborados com base nos conceitos de área para a classe do 8º ano do Ensino Fundamental(Anos Finais). Na terceira etapa, monitorar e descrever, será conduzida com o suporte de ferramentas de coleta e análise de dados, utilizando a implementação das atividades propostas na turma e anotações que serão realizadas no caderno de observações do professor pesquisador. O professor pesquisador utilizará um caderno de observações, em que serão registradas as anotações realizadas ao longo do processo. Será uma forma de organizar e registrar informações, anotações, reflexões e dados relevantes obtidos durante observações, como por exemplo, as perguntas colocadas pelos alunos bem como suas dúvidas e comentários sobre o conteúdo. Será uma ferramenta valiosa para capturar detalhes importantes. Na quarta e última etapa, serão verificados se os objetivos pretendidos e implicações da metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas na construção do conceitos de áreas foram alcançados. Nesse contexto, o método de investigação-ação; será realizado de forma colaborativa com participantes da pesquisa. Os meios empregados para reunir informações consistirão nas anotações feitas pelo pesquisador ao longo do período de investigação , em um caderno de observações, e a documentação das soluções desenvolvidas pelos participantes. Os resultados serão analisados apenas pelo professor pesquisador. Os alunos poderão optar em não se identificar e os registros não serão em momento algum expostos, servirão apenas para a análise de dados.

### **Objetivo da Pesquisa:**

Objetivo

Investigar o uso da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no estudo do conceito de área com alunos do Ensino Fundamental (Anos Finais).

### **Avaliação dos Riscos e Benefícios:**

Riscos

Os riscos envolvidos nesta pesquisa são de ordem psicológica e de sigilo de dados. Entre os riscos podemos citar: o desconforto frente ao processo de ensino-aprendizagem perante a alguma indagação ou observação proferida por não compreender algum conceito tratado ou pergunta específica do tema, e constrangimento ao se expor durante a realização das discussões em grupo.

**Endereço:** Universidade Federal de Santa Catarina, Prédio Reitoria II, R: Desembargador Vitor Lima, nº 222, sala 701

**Bairro:** Trindade

**CEP:** 88.040-400

**UF:** SC

**Município:** FLORIANOPOLIS

**Telefone:** (48)3721-6094

**E-mail:** cep.propesq@contato.ufsc.br

Continuação do Parecer: 6.291.843

Indivíduos que optarem por se identificar nas atividades podem enfrentar a quebra do sigilo de atividades, numa possível exposição de suas atividades, mesmo que de maneira não intencional.

#### Benefícios

Ao participar da pesquisa, o participante não terá nenhum benefício direto. Contudo, almejamos que, à medida que progredimos na exploração do conteúdo, ocorra um estímulo ao interesse pela matemática entre os participantes. Espera-se que o conhecimento gerado por este estudo não apenas aprofunde a compreensão de geometria e cálculo de áreas, mas também tenha um efeito benéfico e duradouro nas habilidades cognitivas e de resolver problemas dos participantes.

#### **Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:**

Ver item "Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações"

#### **Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

Folha de rosto assinada pela pesquisadora principal Caroline Friedel e pelo coordenador do PPG PROFMAT -BNU, Felipe Delfini Caetano Fidalgo.

Nesta submissão foram apresentados os instrumentos de avaliação, questionários, que serão aplicados ao longo do projeto.

Foram apresentados os termos, TCLE e TALE, baseado na resolução 510/16 do CNS.

Foi apresentada a declaração de anuência da CRED, Maristela Regueira.

Foi apresentada a declaração de anuência da diretoria da escola EEB Alfredo Dalfovo, Janila Garcia Moretti.

O cronograma prevê início das atividades para 28 de setembro de 2023. Porém foi justificada o adiamento deste cronograma devido ao encerramento do afastamento para o mestrado.

Não há previsão de gasto.

#### **Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

Parecer anterior

**Endereço:** Universidade Federal de Santa Catarina, Prédio Reitoria II, R: Desembargador Vitor Lima, nº 222, sala 701

**Bairro:** Trindade

**CEP:** 88.040-400

**UF:** SC

**Município:** FLORIANOPOLIS

**Telefone:** (48)3721-6094

**E-mail:** cep.propesq@contato.ufsc.br

Continuação do Parecer: 6.291.843

=====

Dos esclarecimentos

-----

1. O que acontecerá com o aluno que não quiser participar da pesquisa, ou não for autorizado pelo responsável? Por exemplo, ele ficará na sala? Ele irá a um outro ambiente? Ficar com outras atividades? Ou, apenas ficará com o período livre?

O QUE FOI FEITO - Respondido no item 3.5 da nova versão do projeto.

Da documentação

-----

2. Apresentar os questionários que serão aplicados ao longo das atividades.

O QUE FOI FEITO - Apresentados em anexo na plataforma Brasil.

Dos termos

-----

Sugere-se a (re)leitura das resoluções 466/12 e 510/16 do CNS para melhor entendimento do que é preciso ter nos termos TCLE e TALE.

Sugere-se, também, uma revisão de texto para correções de pontuação e ortografia dos termos, TCLE e TALE.

3. Corrigir o endereço do CEP SH. (Ver <https://cep.ufsc.br/>)

O QUE FOI FEITO - Corrigido!

4. Incluir nos termos, TCLE e TALE, algum endereço físico da pesquisadora responsável.

**Endereço:** Universidade Federal de Santa Catarina, Prédio Reitoria II, R: Desembargador Vitor Lima, nº 222, sala 701  
**Bairro:** Trindade **CEP:** 88.040-400  
**UF:** SC **Município:** FLORIANOPOLIS  
**Telefone:** (48)3721-6094 **E-mail:** cep.propesq@contato.ufsc.br

Continuação do Parecer: 6.291.843

O QUE FOI FEITO - Incluído!

5. Explicitar nos termos, TCLE e TALE, a garantia de ressarcimento (itens II.21 e IV.3.g da res. 466/12 e art. 2o., inc. XXIV, art. 9o., inc. VII, e art. 10o. da res. 510/16).

O QUE FOI FEITO - Acrescentado nos textos dos termos.

6. Explicitar nos termos, TCLE e TALE, a garantia de indenização (itens IV.3.h e IV.4.c da res. 466/12 e art. 9o., inc. VII, art. 10o. e art. 19o., par. 2o. da res. 510/16).

O QUE FOI FEITO - Acrescentado nos textos dos termos.

7. Incluir a numeração das páginas no formato "1 de X", "2 de X" etc., conforme recomendação da CONEP.

O QUE FOI FEITO - Formatação correta!

Parecer atual

=====

Todos os esclarecimentos, solicitações e adequações foram atendidos.

Projeto aprovado.

#### Considerações Finais a critério do CEP:

#### Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_2193647.pdf	04/09/2023 21:41:21		Aceito
Outros	questionarios_.pdf	04/09/2023 21:40:29	CAROLINE FRIEDEL	Aceito
Outros	Carta_resposta.pdf	04/09/2023	CAROLINE FRIEDEL	Aceito

**Endereço:** Universidade Federal de Santa Catarina, Prédio Reitoria II, R: Desembargador Vitor Lima, nº 222, sala 701

**Bairro:** Trindade

**CEP:** 88.040-400

**UF:** SC

**Município:** FLORIANOPOLIS

**Telefone:** (48)3721-6094

**E-mail:** cep.propesq@contato.ufsc.br

Continuação do Parecer: 6.291.843

Outros	Carta_resposta.pdf	21:38:14	CAROLINE FRIEDEL	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	projeto_corrigido_pdf.pdf	04/09/2023 21:34:24	CAROLINE FRIEDEL	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_pdf.pdf	04/09/2023 21:33:46	CAROLINE FRIEDEL	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE_pdf.pdf	04/09/2023 21:33:22	CAROLINE FRIEDEL	Aceito
Folha de Rosto	Folha_de_rosto_assinada.pdf	14/08/2023 20:03:38	CAROLINE FRIEDEL	Aceito
Outros	Declaracao_CRED.pdf	14/08/2023 16:59:00	CAROLINE FRIEDEL	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	Declaracao_Direcao_da_escola.pdf	14/08/2023 16:58:01	CAROLINE FRIEDEL	Aceito

**Situação do Parecer:**

Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**

Não

FLORIANOPOLIS, 11 de Setembro de 2023

---

**Assinado por:**  
**Luciana C Antunes**  
**(Coordenador(a))**

**Endereço:** Universidade Federal de Santa Catarina, Prédio Reitoria II, R: Desembargador Vitor Lima, nº 222, sala 701  
**Bairro:** Trindade **CEP:** 88.040-400  
**UF:** SC **Município:** FLORIANOPOLIS  
**Telefone:** (48)3721-6094 **E-mail:** cep.propesq@contato.ufsc.br