2731

Cecil Thiré

Exercícios de Geometria

Formulário

21.ª edição

LIVRARIA FRANCISCO ALVES

Ma Eduardo Lopes
Cumbica 10/4/54

Exercícios de Geometria

Formulário

ÍNDICE

Principais fórmulas de geometria plana 7
Principais fórmulas de geometria no espaço 20
Ângulos — Complemento e suplemento de um ângulo — Ângulos opostos pelo vértice 32
Perpendiculares e oblíquas 35
Paralelas 37
Triângulos — Len angular de Tales 40
Polígonos — Soma dos ângulos internos e externos — Diagonais 45
Medida de ângulos 50
Linhas proporcionais — Semelhança 54
Linhas proporcionais no triângulo 58
Relações métricas no círculo 65
Polígonos regulares 69
Medida da circunferência 73
Áreas 76
Poliedros — Teorema de Euler 91
Prisma 93
Pirâmide 101
Poliedros semelhantes 112
Cilindro de revolução 114
Cone 120
Esfera 128
Superfícies e sólidos de revolução 138

Bissetriz do âng. C $\beta_C = \frac{2}{a+b}\sqrt{pab(p-c)}$

Bissetriz do âng. externo A . . . . $\beta'_A = \frac{2}{b-c}\sqrt{bc(p-b)(p-c)}$

Bissetriz do âng. externo B . . . . $\beta'_B = \frac{2}{a-c}\sqrt{ac(p-a)(p-c)}$

Bissetriz do âng. externo C . . . . $\beta'_C = \frac{2}{a-b}\sqrt{ab(p-a)(p-b)}$

Altura abaixada sobre o lado a . . $h_A = \frac{2}{a}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Altura abaixada sobre o lado b . . $h_B = \frac{2}{b}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Altura abaixada sobre o lado c . . $h_C = \frac{2}{c}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Mediana relativa ao lado a . . . . . $m_A = \frac{1}{2}\sqrt{2(b^2+c^2)-a^2}$

Mediana relativa ao lado b . . . . . $m_B = \frac{1}{2}\sqrt{2(a^2+c^2)-b^2}$

Mediana relativa ao lado c . . . . . $m_C = \frac{1}{2}\sqrt{2(a^2+b^2)-c^2}$

Área . . . . . $S = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$

Área em função dos lados . . . . . $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Raio do círculo inscrito . . . . . $r = \dfrac{S}{p}$

Raio do círculo circunscrito . . . . $R = \dfrac{abc}{4S}$

TRIÂNGULO RETÂNGULO

(a = hipotenusa; b, c são catetos; h = altura abaixada sobre a hipotenusa; m, n são as projeções dos catetos sobre a hipotenusa)

$$b^2 = am$$
$$c^2 = an$$
$$h^2 = mn$$

$$h = \frac{bc}{a}$$

$$a = m + n$$
$$a^2 = b^2 + c^2$$

Mediana relativa à hipotenusa . . $m_A = \dfrac{\quad}{2}$

Mediana relativa ao cateto b :

$$m_B = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+3c^2} = \frac{1}{2}\sqrt{b^2+4c^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2-3b^2}$$

Mediana relativa ao cateto c :

$$m_C = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+3b^2} = \frac{1}{2}\sqrt{c^2+4b^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2-3c^2}$$

Bissetriz do ângulo A . . . . $B_A = \dfrac{bc\sqrt{2}}{b+c}$

Bissetriz do ângulo B . . . . $\beta_B = \frac{c}{a+c}\sqrt{2a(a+c)}$

Bissetriz do ângulo C . . . . $\beta_C = \frac{b}{a+b}\sqrt{2a(a+b)}$

Bissetriz do ângulo externo A $\beta'_A = \frac{bc\sqrt{2}}{b-c}$

Bissetriz do ângulo externo B $\beta'_B = \frac{c}{a-c}\sqrt{2a(a-c)}$

Bissetriz do ângulo externo C $\beta'_C = \frac{b}{a-b}\sqrt{2a(a-b)}$

Raio do círculo inscrito . . . $r = \frac{b+c-a}{2}$

Raio do círculo circunscrito . . $R = \frac{a}{2}$

TRIÂNGULO ISÓSCELES

(a = base; b = lados; h = altura; R_A e R_B sãos raios dos círculos exinscritos; r = raio do círculo inscrito)

Alt. abaixada sobre a base $h_a = \frac{1}{2}\sqrt{4b^2 - a^2}$

Alt. abaixada sobre um lado $h_B = h_C = \frac{a}{2b}\sqrt{4b^2 - a^2}$

Mediana relativa a um lado $m_B = m_C = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + b^2}$

Bissetriz do âng. interno da base . . . . . $\beta_B = \beta_C = \frac{a}{a+b}\sqrt{b(a+2b)}$

Bissetriz do âng. externo da base . . . . . $\beta'_B = \beta'_C = \frac{a}{a-b}\sqrt{b(2b-a)}$

Raio do círc. circunscrito $R = \frac{b^2}{\sqrt{4b^2 - a^2}}$

Área em função dos lados $S = \frac{a}{4}\sqrt{4b^2 - a^2}$

Área em função de R e de R_A e R_B . . . . . $S = \frac{ab^2}{4R} = R_B\sqrt{rR_A}$

TRIÂNGULO EQUILÁTERO

Altura em função do lado . . . . . $h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$

Altura em função do raio do círculo inscrito $h = 3r$

Altura em função do raio do círculo circunscrito $h = \frac{3}{2}R$

Lado em função do raio do círculo inscrito . $l_3 = 2r\sqrt{3}$

Lado em função do raio do círculo circunscrito $l_3 = R\sqrt{3}$

Lado em função da altura . . . . . $l_3 = \frac{2}{3}h\sqrt{3}$

Raio do círculo inscrito em função do lado . $r = \frac{l}{6}\sqrt{3}$

Raio do círculo inscrito em função da altura $r = \frac{h}{3}$

Raio do círculo circunscrito em função do lado $R = \frac{l\sqrt{3}}{3}$

Raio do círculo circunscrito em função da altura $R = \frac{2}{3} h$

Raio do circ. exinscrito em função do lado $R' = \frac{l\sqrt{3}}{2}$

Raio do círc. exinscrito em função da altura $R' = h$

Área em função do lado . . . . . $S = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$

Área em função da altura . . . . . $S = \frac{h^2\sqrt{3}}{3}$

Área em função do raio do círculo inscrito . $S = 3r^2\sqrt{3}$

Área em função do raio do círc. circunscrito $S = \frac{3}{4} R^2\sqrt{3}$

Área em função do raio do círc. exinscrito $S = \frac{R'^2}{3}\sqrt{3}$

QUADRILATEROS

(l = lado; b, b' são bases; m = base média; h = altura; d, d' são diagonais; r = raio do círculo inscrito; R = raio do círculo circunscrito; a, c são lados não paralelos de um trapézio; δ = distância de a ao meio de c)

ÁREAS

Paralelogramo . . . . $S = bh$

Retângulo . . . . . $S = bh$

Losango . . . . . $S = \frac{dd'}{2}$

Quadrado . . . . . $S = l^2 = \frac{d^2}{2} = 2R^2 = 4r^2$

Trapézio . . . . . $S = \frac{b + b'}{2} h = mh = c\delta$

Quadrilátero inscritivel em função dos lados a, b, c, d . $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$

DIAGONAIS

Diagonal do quadrado $d = l\sqrt{2} = 2R = 2r\sqrt{2}$

Soma dos quadrados das diagonais de um paralelogramo de lados iguais a a e b . . . . . $S_d = 2a^2 + 2b^2$

Soma dos quadrados das diagonais de um trapézio de lados iguais a a e c $S_d = a^2 + c^2 + 2bb'$

Diagonais de um quadrilátero inscritivel de lados iguais a a, b, c, d . . . .

$$\begin{cases} d = \sqrt{\dfrac{(ab+cd)(ac+bd)}{ad+bc}} \\ d' = \sqrt{\dfrac{(ad+cb)(ac+bd)}{ab+cd}} \end{cases}$$

POLÍGONOS REGULARES

(R = raio do círculo circunscrito; r = raio do círculo inscrito; n = número de lados)

Ângulo interno .. .. $i = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$

Ângulo externo .. .. $e = \frac{360^\circ}{n}$

LADOS

Triângulo equilátero:

$$l_3 = R\sqrt{3} = 2r\sqrt{3}$$

Quadrado:

$$l_4 = R\sqrt{2} = 2r$$

Pentágono:

$$l_5 = \frac{R}{2}\sqrt{10 - 2\sqrt{5}} = 2r\sqrt{5 - 2\sqrt{5}}$$

Pentágono estrelado:

$$l'_5 = \frac{R}{2}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$$

Hexágono:

$$l_6 = R = \frac{2}{3}r\sqrt{3}$$

Octógono:

$$l_8 = R\sqrt{2 - \sqrt{2}} = 2r(\sqrt{2} - 1)$$

Octógono estrelado:

$$l'_8 = R\sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

Decágono:

$$l_{10} = \frac{R}{2}(\sqrt{5} - 1) = \frac{2}{5}r\sqrt{25 - 10\sqrt{5}}$$

Decágono estrelado:

$$l'_{10} = \frac{R}{2}(\sqrt{5} + 1)$$

Dodecágono:

$$l_{12} = \frac{R}{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) = 2r(2 - \sqrt{3})$$

Dodecágono estrelado:

$$l'_{12} = \frac{R}{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

APÓTEMAS

(R = raio do círculo circunscrito; l = lado)

Triângulo equilátero:

$$a_3 = \frac{R}{2} = \frac{l\sqrt{3}}{6}$$

Quadrado:

$$a_4 = \frac{R\sqrt{2}}{2} = \frac{l}{2}$$

Pentágono:

$$a_5 = \frac{R}{4}(\sqrt{5} + 1) = \frac{l}{10}\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}$$

Pentágono estrelado:

$$a'_5 = \frac{R}{4}(\sqrt{5} - 1)$$

Hexágono:

$$a_6 = \frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

Octógono:

$$a_8 = \frac{R}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}} = \frac{l}{2}(\sqrt{2}+1)$$

Octógono estrelado:

$$a'_8 = \frac{R}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$$

Decágono:

$$a_{10} = \frac{R}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}} = \frac{l}{2}\sqrt{5+2\sqrt{5}}$$

Decágono estrelado:

$$a'_{10} = \frac{R}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$$

Dodecágono:

$$a_{12} = \frac{R}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2}) = \frac{l}{2}(2+\sqrt{3})$$

Dodecágono estrelado:

$$a'_{12} = \frac{R}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$

ÁREAS

(R = raio do círculo circunscrito; r = apótema; l = lado)

Triângulo equilátero:

$$S = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4} = 3r^2\sqrt{3}$$

Quadrado:

$$S = l^2 = 2R^2 = 4r^2$$

Pentágono:

$$S = \frac{l^2}{4}\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} = \frac{5}{8}R^2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} =$$

$$= 5r^2\sqrt{5 - 2\sqrt{5}}$$

Hexágono:

$$S = \frac{3}{2}l^2\sqrt{3} = \frac{3}{2}R^2\sqrt{3} = 2r^2\sqrt{3}$$

Octógono:

$$S = 2l^2(\sqrt{2} + 1) = 2R^2\sqrt{2} = 8r^2(\sqrt{2} - 1)$$

Decágono:

$$S = \frac{5}{2} l^2 \sqrt{5 + 2\sqrt{5}} = \frac{5}{4} R^2 \sqrt{10 - 2\sqrt{5}} =$$

$$= 2r^2 \sqrt{25 - 10\sqrt{5}}$$

Dodecágono:

$$S = 3l^2(2 + \sqrt{3}) = 3R^2 = 12r^2(2 - \sqrt{3})$$

POLÍGONO CONVEXO QUALQUER

(n = número de lados; N = número de diagonais; a = apótema; p = semi-perímetro)

Soma dos ângulos internos . . . $S_i = 180^\circ(n - 2)$

Soma dos ângulos externos . . . $S_e = 360^\circ$

Número de diagonais de um vértice $N' = n - 3$

Número total de diagonais . . . $N = \dfrac{n(n-3)}{2}$

Número de lados em função do número de diagonais . . . . $n = \dfrac{1}{2}(3 + \sqrt{9 + 8N})$

Área de um polígono regular qualquer . . . . . $S = pa$

CIRCUNFERÊNCIA, CIRCULO, ETC.

(r, r' são raios; d = diâmetro; a, a' são comprimentos dos arcos; n = número de graus; C, C' são circunferências; C_{2n} = corda de um arco de $2n$ graus; l = largura da coroa; h = altura do trapézio circular).

Comprimento da circunferência . . . $C = 2\pi r = \pi d$

Comprimento de um arco de n graus . $a = \dfrac{\pi r n}{180}$

Área do círculo . . $S = \pi r^2 = \dfrac{\pi d^2}{4}$

Área do setor . . . $S = \dfrac{ar}{2} = \dfrac{\pi r^2 n}{360}$

Área do segmento . $S = \dfrac{r}{2}\left(\dfrac{\pi r n}{180} - \dfrac{1}{2} C_{2n}\right)$

Área do trapézio circular . . . . . $S = \dfrac{\pi n}{360}(r^2 - r'^2) = \dfrac{a + a'}{2}.h$

Área da coroa . . . . $S = \pi(r^2 - r'^2) = \dfrac{c + c'}{2}.l$

Flecha de uma corda $2c$ . . . . . $f = r + \sqrt{r^2 - c^2}$

Principais fórmulas de geometria no espaço

PRISMA

Paralelepípedo retângulo

(a, b, c são as dimensões; d = diagonal; h = altura; B = área da base)

Diagonal ..... $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Área total ..... $S_t = 2(ab + bc + ac)$

Volume ..... $V = abc = Bh$

Paralelepípedo qualquer

Volume ..... $V = Bh$

Prisma regular

(P = perímetro da base; a = aresta lateral; B = área da base; l = lado da base; n = número de faces laterais; r = apótema da base).

Área lateral ..... $S_l = Pa$

Área total ..... $S_t = ln(a + r)$

Volume ..... $V = Ba = \frac{n}{2} lra$

PRISMA RETO

(P = perímetro da base; B = área da base; a = aresta lateral)

Área lateral ..... $S_l = Pa$

Área total ..... $S_t = Pa + 2B$

Volume ..... $V = Ba$

PRISMA OBLÍQUO

(P' = perímetro da secção reta; h = altura; a = aresta lateral)

Área lateral ..... $S_l = P'a$

Volume ..... $V = Bh$

TRONCO DE PRISMA TRIANGULAR

(a, a', a'' são arestas laterais; S_r = área da secção reta)

Volume ..... $V = S_r . \frac{a + a' + a''}{3}$

PRISMÓIDE

(B, B' são áreas das bases; B'' = área da secção equidistante das bases; h = altura)

Volume ..... $V = \frac{h}{6} (B + B' + 4B'')$

PIRÂMIDE

(P = perímetro da base; a = apótema da pirâmide; a' = apótema da base; B = área da base; h = altura)

PIRÂM DE REGULAR

Área lateral ..... $S_l = \frac{1}{2} Pa$

Área total ..... $S_t = \frac{1}{2} P(a + a')$

Volume ..... $V = \frac{1}{3} Bh$

TRONCO DE PIRÂMIDE

(P, P' são perímetros das bases; B, B' são as áreas das bases; a = apótema do tronco; h = altura; l, l' são lados homólogos das bases).

Área lateral de um tronco de pirâmide regular $S_l = \frac{1}{2} a(P + P')$

Área total de um tronco de pirâmide regular $S_t = \frac{1}{2} a(P + P') + B + B'$

Volume;

$$V = \frac{h}{3}(B + B' + \sqrt{BB'}) = \frac{Bh}{3}\left(1 + \frac{l'}{l} + \frac{l'^2}{l^2}\right)$$

Volume de um tronco de pirâmide de segunda espécie:

$$V = \frac{h}{3}(B + B' - \sqrt{BB'}) = \frac{Bh}{3}\left(1 - \frac{l'}{l} + \frac{l'^2}{l^2}\right.,$$

CORPOS REDONDOS

Cilindro de revolução

(r = raio da base; h = altura)

Área lateral ..... $S_l = 2\pi rh$

Área total ..... $S_t = 2\pi r(h + r)$

Volume ..... $V = \pi r^2 h$

Cilindro equilátero

Área lateral ..... $S_l = 4\pi r^2$

Área total ..... $S_t = 6\pi r^2$

Volume ..... $V = 2\pi r^3$

Tronco de cilindro

(e = eixo)

Área lateral ..... $S_l = 2\pi re$

Volume ..... $V = \pi r^2 e$

Cone de revolução

(r = raio da base; g = geratriz; h = altura)

Área lateral ..... $S_l = \pi rg$

Área total ..... $S_t = \pi r(g + r)$

Volume ..... $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

CONE EQUILÁTERO

Área lateral ..... $S_l = 2\pi r^2$

Área total ..... $S_t = 3\pi r^2$

Volume ..... $V = \frac{l}{3}\pi r^3 \sqrt{3}$

TRONCO DE CONE

(r, r' são os raios das bases; r'' = raio da secção média; g = geratriz; h = altura)

Área lateral ..... $S_l = \pi(r + r')g = 2\pi r''g$

Área total ..... $S_t = \pi(r + r')g + \pi(r^2 + r'^2)$

Volume ..... $V = \frac{\pi h}{3}(r^2 + r'^2 + rr')$

Volume de um tronco de cone de segunda espécie ..... $V = \frac{\pi h}{3}(r + r'^2 - rr')$

ESFERA

(r = raio; d = diâmetro; h = altura; c = corda do arco gerador; n = número de graus; a = comprimento do arco do fuso)

Área da zona ..... $S = 2\pi rh$

Área da esfera . . . . $S = 4\pi r^2 = \pi d^2$

Área da calote . . . . $S = 2\pi rh = \pi c^2$

Área do fuso . . . . . $S = \dfrac{\pi r^2 n}{90} = 2ra$

Volume da esfera . . . $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{1}{6}\pi d^3$

Volume do setor esférico $V = \dfrac{2}{3}\pi^2 h = \dfrac{1}{6}\pi d^2 h$

Volume da cunha . . . $V = \dfrac{\pi r^3 n}{270}$

Volume do segmento de uma base . . . . . $V = \dfrac{1}{6}\pi h^3 + \dfrac{1}{2}\pi r^2 h$

Volume do segmento de duas bases . . . . . $V = \dfrac{1}{6}\pi h^3 + \dfrac{1}{2}\pi h(r^2 + r'^2)$

Volume do anel . . . . $V = \dfrac{1}{6}\pi c^2 h$

CILINDRO EQUILÁTERO INSCRITO E CIRCUNSCRITO À ESFERA

Área lateral do cilindro equilátero inscrito . . $S_l = 2\pi r^2$

Área total do cilindro equilátero inscrito . . . $S_t = 3\pi r^2$

Volume do cilindro equilátero inscrito . . . $V = \dfrac{1}{2}\pi r^3\sqrt{2}$

Área lateral do cilindro equilátero circunscrito $S_l = 4\pi r^2$

Área total do cilindro equilátero circunscrito $S_t = 6\pi r^2$

Volume do cilindro equilátero circunscrito . $V = 2\pi r^3$

CONE EQUILÁTERO INSCRITO E CIRCUNSCRITO À ESFERA

Área lateral do cone equilátero inscrito . . . $S_l = \frac{3}{4}\pi r^2$

Área total do cone equilátero inscrito . . . $S_t = \frac{9}{4}\pi r^2$

Volume do cone equilátero inscrito . . . . $V = \frac{3}{8}\pi r^3$

Área lateral do cone equilátero circunscrito . $S_l = 6\pi r^2$

Área total do cone equilátero circunscrito . $S_t = 9\pi r^2$

Volume do cone equilátero circunscrito . . . $V = 3\pi r^3$

POLIEDROS REGULARES

(F = número de faces; V = número de vértices; A = número de arestas; n = número de lados de cada face; a = número de arestas que concorrem em cada vértice do poliedro; s = área de uma face; S_t = área total do poliedro; r = apótema do poliedro).

Relação entre V, F e A . . . $V + F = A + 2$

Soma dos ângulos planos . . . $S = 4$ retos $(V - 2)$

Número de faces . . . . . $F = \dfrac{4a}{2a + 2n - an}$

Número de vértices . . . . . $V = \dfrac{2A}{a} = \dfrac{nF}{a}$

Número de arestas . . . . . $A = \dfrac{nF}{2} = \dfrac{aV}{2}$

Volume . . . . . $V_p = \dfrac{1}{3} S_t r$

TETRAEDRO

(a = aresta; h = altura; R = raio da esfera circunscrita; r = raio da esfera inscrita)

Altura:

$$h = \frac{1}{3} a \sqrt{6} = \frac{4}{3} R = 4r$$

Raio da esfera circunscrita:

$$R = \frac{1}{4} a \sqrt{6} = 3r$$

Raio da esfera inscrita:

$$r = \frac{1}{3} R = \frac{1}{12} a \sqrt{6}$$

Aresta:

$$a = \frac{2}{3} R \sqrt{6} = 2r \sqrt{6}$$

Área:

$$S = a^2\sqrt{3} = \frac{8}{3}R^2\sqrt{3} = 24r^2\sqrt{3}$$

Volume:

$$V = \frac{1}{12}a^3\sqrt{2} = \frac{8}{27}R^3\sqrt{3} = 8r^3\sqrt{3}$$

HEXAEDRO OU CUBO
(a = aresta; R = raio da esfera circunscrita; r = raio da esfera inscrita)

Raio da esfera circunscrita:

$$R = \frac{1}{2}a\sqrt{3} = r\sqrt{3}$$

Raio da esfera inscrita:

$$r = \frac{a}{2} = \frac{1}{3}R\sqrt{3}$$

Aresta:

$$a = \frac{2}{3}R\sqrt{3} = 2r$$

Diagonal:

$$d = a\sqrt{3} = 2R$$

Área:

$$S = 6a^2 = 8R^2 = 24r^2$$

Volume:

$$V = a^3 = \frac{8}{9} R^3 \sqrt{3} = 8r^3$$

OCTAEDRO

(a = aresta; R = raio da esfera circunscrita; r = raio da esfera inscrita)

Raio da esfera circunscrita:

$$R = \frac{1}{2} a \sqrt{2} = r \sqrt{3}$$

Raio da esfera inscrita:

$$r = \frac{1}{6} a \sqrt{6} = \frac{1}{3} R \sqrt{3}$$

Aresta:

$$a = R \sqrt{2} = r \sqrt{6}$$

Diagonal:

$$d = a \sqrt{2} = 2R = 2r \sqrt{3}$$

Área:

$$S = 2a^2 \sqrt{3} = 4R^2 \sqrt{3} = 12r^2 \sqrt{3}$$

Volume:

$$V = \frac{1}{3} a^3 \sqrt{2} = \frac{4}{3} R^3 = 4r^3 \sqrt{3}$$

DODECAEDRO

(a = aresta; R = raio da esfera circunscrita; r = raio da esfera inscrita)

Raio da esfera circunscrita:

$$R = \frac{1}{4} a (\sqrt{15} + \sqrt{3}) = r \sqrt{15 - 6\sqrt{5}}$$

Raio da esfera inscrita:

$$r = \frac{1}{2} a \sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} = \frac{1}{15} R \sqrt{75 + 30\sqrt{5}}$$

Aresta:

$$a = \frac{1}{3} R (\sqrt{15} - \sqrt{3}) = r \sqrt{50 - 22\sqrt{5}}$$

Área:

$$S = 3a^2 \sqrt{25 + 10\sqrt{5}} = 2R^2 \sqrt{50 - 10\sqrt{5}} =$$

$$= 30r^2 \sqrt{130 - 58\sqrt{5}}$$

Volume:

$$V = \frac{1}{4} a^3 (15 + 7\sqrt{5}) = \frac{2}{9} R^2 (5\sqrt{3} + \sqrt{15}) =$$

$$= 10r^3 \sqrt{130 - 58\sqrt{5}}$$

ICOSAEDRO

(a = aresta; R = raio da esfera circunscrita; r = raio da esfera inscrita)

Raio da esfera circunscrita:

$$R = \frac{1}{4} a \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} = r \sqrt{3(5 - 2\sqrt{5})}$$

Raio da esfera inscrita:

$$r = \frac{1}{12} (3\sqrt{3} + \sqrt{15}) = \frac{1}{15} R \sqrt{75 + 30\sqrt{5}}$$

Aresta:

$$a = \frac{1}{4} R \sqrt{20 - 4\sqrt{5}} = r(3\sqrt{3} - \sqrt{15})$$

Área:

$$S = 5a^2 \sqrt{3} = 2R^2 (5\sqrt{3} - \sqrt{15}) =$$
$$= 30r^2(7\sqrt{3} - 3\sqrt{15})$$

Volume:

$$V = \frac{5}{12} a^3(3 + \sqrt{5}) = \frac{2}{3} R^3 \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} =$$
$$= 10r^3(7\sqrt{3} - 3\sqrt{15})$$

ÂNGULOS — COMPLEMENTO E SUPLEMENTO DE UM ÂNGULO — ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE

1. — A metade do complemento de um ângulo é 7°42'53". Qual é êsse ângulo ?

Resp.: 74°34'14"

2. — Dois ângulos são complementares; um dêles é o dôbro do outro. Quais são êsses ângulos ?

Resp.: 30° e 60°

3. — Um ângulo excede o seu complemento de 54°. Qual é êsse ângulo ?

Resp.: 72°

4. — Determinar dois ângulos complementares tais que o dôbro de um, aumentado da terça parte do outro, seja igual a um ângulo reto.

Resp.: 36° e 54°

5. — Dois ângulos são complementares. A soma do dôbro de um dêles e a oitava parte do outro é igual a um ângulo reto. Determinar êsses ângulos.

Resp.: 48° e 42°

6. — A diferença entre dois ângulos suplementares é de 20°. Quais são êsses ângulos ?

Resp.: 80° e 100°

7. — O dôbro do complemento de um ângulo, aumentado de 36°, é igual ao seu suplemento. Qual é êsse ângulo ?

Resp.: 36°

8. — Dois ângulos são complementares. Calcular êsses ângulos, sabendo-se que o suplemento do maior vale 16 vêzes o menor.

Resp.: 6° e 84°

9. — Dois ângulos são suplementares. O dôbro do menor é o complemento da quinta parte do maior. Quais são êsses ângulos ?

Resp.: 30° e 150°

10. — Dois ângulos adjacentes têm os lados exteriores em linha reta. Um dêles é expresso em graus por $10x + 25$ e o outro por $5x + 35$. Determinar êsses ângulos.

Resp.: 105° e 75°

11. — Os ângulos *m* e *n* são opostos pelo vértice. O primeiro é expresso em graus por $9x - 2$ e o segundo por $4x + 8$. Determinar êsses ângulos.

Resp.: 16°

12. — Na figura ao lado, o ângulo *m* é igual a um sexto do ângulo *n*, mais a metade do ângulo *r*. Calcular o ângulo *m*.

Resp.: 45°

13. — Na figura do probl. n.° 12, o complemento do ângulo *s*, aumentado da sexta parte de um ângulo reto, é igual à quarta parte da soma dos ângulos *m*, *n* e *r*. Calcular o ângulo *s*.

Resp.: 20°

14. — Na figura do probl. n.° 12, o ângulo *m* é igual a $\frac{1}{17}$ da soma dos ângulos *n*, *r* e *s*. Calcular os ângulos *m* e *n*.

Resp.: 20° e 160°

15. — Em tôrno de um ponto, do mesmo lado de uma reta, traçam-se três ângulos. O primeiro é expresso em graus por $3x + 10$, o segundo por $2x - 15$ e o terceiro por $5x + 35$. Determinar êsses ângulos.

Resp.: 55°, 15° e 110°

16. — Em tôrno de um ponto, sôbre um plano, traçam-se quatro ângulos a, b, c e d. Calcular êsses ângulos, sabendo-se que o ângulo a é expresso em graus por $3x - 5$, que o ângulo b é o dôbro de a, mais 10°, que o ângulo c é expresso em graus por $8x + 8$ e que o ângulo d é a metade de c, menos 4°. Determinar êsses ângulos.

Resp.: 46°, 102°, 144° e 68°

PERPENDICULARES E OBLÍQUAS

17. — Dados dois pontos A e B e uma reta S, determinar um ponto P da reta S, que seja equidistante de A e B.

Resp.: P é a intersecção da mediatriz do segmento AB com a reta S.

18. — Para que posição particular dos pontos A e B, em relação à reta S, o problema anterior admite uma infinidade de soluções ?

Resp.: Quando A e B são simétricos em relação à reta S.

19. — Para que posição particular dos pontos A e B o problema n.º 17 não tem solução ?

Resp.: Quando A e B estão na mesma perpendicular à reta S, o ponto P, que resolve o problema, é um ponto do infinito.

20. — Dados dois pontos A e B e uma reta S, determinar um ponto P na reta S de modo que a soma $AP + BP$ seja a menor possível.

Resp.: Obtém-se o ponto P unindo-se o ponto A ao simétrico de B em relação à reta S.

21. — Dados o ângulo A e um ponto P, determinar os pontos M e N, sôbre os lados do ângulo, de modo que $PM + MN + PN$ seja o menor possível.

Resp.: Obtém-se os pontos M e N unindo-se o simétrico de P em relação a um dos lados do ângulo com o simétrico em relação ao outro lado.

22. — Dados os pontos A e B, situados de um e outro lado de uma reta S, determinar um ponto M da reta S de modo que a diferença $AM - BM$ seja a maior possível.

Resp.: Obtém-se o ponto M unindo-se o ponto A ao simétrico de B em relação à reta S.

PARALELAS

23. — Duas paralelas, cortadas por uma transversal, formam quatro ângulos agudos e quatro obtusos. A soma dos ângulos obtusos é igual a 560°. Calcular um dos ângulos agudos.

Resp.: 40°

24. — Duas retas, cortadas por uma transversal, formam ângulos internos do mesmo lado iguais a 138°17'17" e 41°42'43", respectivamente. Dizer e justificar se essas retas são paralelas.

Resp.: Sim, em virtude do postulado de Euclides.

25. — Duas retas, cortadas por uma transversal, formam ângulos internos do mesmo lado iguais a 83°42'53" e 96°47'8". Dizer e justificar se essas retas são paralelas.

26. — Duas paralelas, cortadas por uma transversal, formam ângulos internos do mesmo lado, dos quais um excede o outro de 27°30'. Determinar êsses ângulos.

Resp.: 103°45' e 76°15'

27. — Calcular os ângulos externos do mesmo lado, formados por duas paralelas cortadas por uma transversal, sabendo-se que a soma dos ângulos agudos formados por essas retas é igual a 120°.

Resp.: 30° e 150°

28. — Duas paralelas, cortadas por uma transversal, formam ângulos obtusos, cuja soma é igual a 640°. Determinar os valores dos ângulos internos do mesmo lado.

Resp.: 20° e 160°

29. — Duas paralelas, cortadas por uma transversal, formam um ângulo de 35°. Determinar todos os ângulos da figura.

Resp.: Quatro ângulos de 35° e quatro de 145°

30. — A diferença entre os ângulos externos do mesmo lado, formados por duas paralelas, cortadas por uma transversal, é de 25°12'. Qual é a soma dos ângulos obtusos da figura ?

Resp.: 410°24'

31. — Duas paralelas, cortadas por uma transversal, formam ângulos alternos-externos expressos em graus por $7x - 3$ e $5x + 7$, respectivamente. Determinar êsses ângulos.

Resp.: 32°

32. — Duas paralelas, cortadas por uma transversal, formam ângulos alternos-internos expressos em graus por $10x + 9$ e $89 + 2x$, respectivamente. Determinar êsses ângulos.

Resp.: 109°

33. — Os ângulos correspondentes, formados por duas paralelas, cortadas por uma transversal, são expressos em graus por $13x - 2$ e $18 + 8x$, respectivamente. Determinar todos os ângulos da figura.

Resp.: Quatro ângulos de 50° e quatro de 130°

34. — Duas retas formam com uma transversal ângulos alternos-internos expressos em graus por $14x - 11$ e $39 + 4x$, respectivamente. Determinar x de modo que essas retas sejam paralelas.

Resp.: 5

35. — Duas retas, cortadas por uma transversal, formam ângulos correspondentes expressos em graus por $10 + 15x$ e $17x + 8$, respectivamente. Quanto deve medir êsses ângulos para que as retas sejam paralelas ?

Resp.: 25°

36. — A soma dos ângulos agudos formados por duas paralelas, cortadas por uma transversal, é igual a 192°. Determinar os ângulos correspondentes.

Resp.: Dois pares iguais a 48° e dois pares iguais a 132°.

37. — Duas retas formam com uma transversal ângulos obtusos, cuja soma é igual a 592°. Quanto deve valer cada ângulo agudo da figura para que as retas sejam paralelas ?

Resp.: 32°

38. — Duas retas formam com uma transversal ângulos agudos, cuja soma é igual a 212°. Quanto deve valer cada um dos ângulos internos do mesmo lado, para que essas retas sejam paralelas ?

Resp.: 53° e 127°

TRIÂNGULOS — LEI ANGULAR DE TALES

39. — Com segmentos de 8 *cm*, 5 *cm* e 18 *cm* pode-se construir um triângulo? Por que?

40. — O semi-perímetro de um triângulo é de 12,5 *m*. Dois lados medem, respectivamente, 7,4 *m* e 8,6 *m*. Calcular o terceiro lado.

Resp.: 9 *m*

41. — Num triângulo isósceles o semi-perímetro vale 7,5 *m*. Calcular os lados dêsse triângulo, sabendo-se que a soma dos lados iguais é o quádruplo da base.

Resp.: 3 *m*, 6 *m* e 6 *m*

42. — Calcular os ângulos da base de um triângulo isósceles, sabendo-se que o ângulo do vértice mede 63°41'20".

Resp.: 58°9'20"

43. — Os ângulos agudos de um triângulo retângulo são expressos por $2n$ e $3n$. Determinar êsses ângulos agudos.

Resp.: 36° e 54°

44. — Num triângulo, dois ângulos externos medem, respectivamente, 108° e 122°. Quanto medem os ângulos internos dêsse triângulo ?

Resp.: 50°, 58° e 72°

45. — Num triângulo isósceles o ângulo do vértice mede 58°. Calcular os ângulos externos da base.

Resp.: 119°

46. — Um ângulo externo da base de um triângulo isósceles mede 108°. Calcular o ângulo do vértice.

Resp.: 36°

47. — Num triângulo retângulo um ângulo agudo é o dôbro do outro. Quanto mede cada ângulo ?

Resp.: 30° e 60°

48. — Num triângulo, um ângulo mede 98°; a diferença entre os outros dois é de 22°. Calcular os ângulos dêsse triângulo.

Resp.: 30°, 52° e 98°

49. — Um dos ângulos externos de um triângulo é o triplo do ângulo interno adjacente; a diferença entre os dois outros ângulos é de 35°. Calcular os ângulos dêsse triângulo.

Resp.: 45°, 50° e 85°

50. — Num triângulo isósceles, a soma dos ângulos da base é oito vêzes maior do que o ângulo do vértice. Calcular os ângulos dêsse triângulo.

Resp.: 20° 80° e 80°

51. — Um ângulo externo da base de um triângulo isósceles é os $\frac{5}{4}$ do ângulo do vértice. Calcular os ângulos dêsse triângulo.

Resp.: 30°, 30° e 120°

52. — Num triângulo *ABC*, o ângulo *A* excede de 25° o ângulo *B* e é inferior em 25° ao ângulo *C*. Calcular os ângulos dêsse triângulo.

Resp.: 35°, 60° e 85°

53. — Num triângulo *ABC*, o ângulo *B* é o dôbro do ângulo *A* e o ângulo *C*, o triplo do ângulo *B*. Calcular os ângulos dêsse triângulo.

Resp.: 20°, 40° e 120°

54. — Num triângulo retângulo, um ângulo agudo mede $\frac{1}{17}$ da soma dos outros dois. Calcular os ângulos agudos.

Resp.: 10° e 80°

55. — Num triângulo isósceles ABC, o ângulo do vértice é igual a $\frac{7}{25}$ da soma dos ângulos externos em B e em C. Calcular o ângulo A.

Resp.: 70°

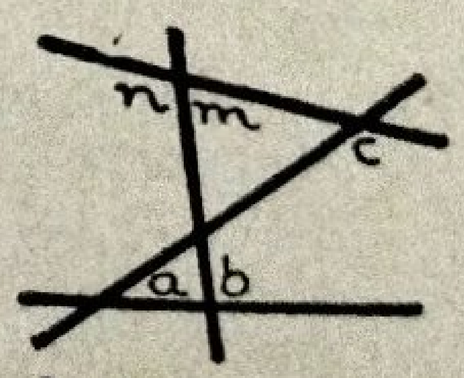
56. — O ângulo do vértice de um triângulo isósceles é igual a $\frac{2}{17}$ da soma dos ângulos externos da base. Calcular os ângulos dêsse triângulo.

Resp.: 24°, 78° e 78°

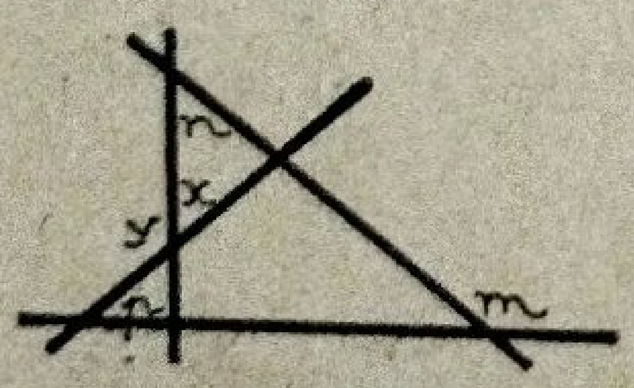
57. — Um dos ângulos de um triângulo isósceles é igual à quinta parte da soma dos outros dois. Determinar os ângulos dêsse triângulo.

Resp.: 1.ª sol.: 30°, 75° e 75°
2.ª sol.: 120°, 30° e 30°

58. — Na figura ao lado, exprimir os ângulos m e n em função dos ângulos a, b e c.



Resp.: $m = a + c - b$
$n = 180° + b - a - c$

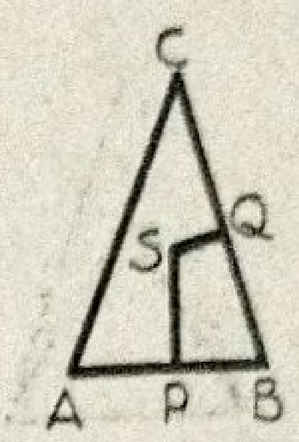


59. — Na figura ao lado, exprimir os ângulos x e y em função dos ângulos m, n e p.

Resp.: $x = m - n - p$
$y = 180° + n + p - m$

60. — Calcular o ângulo formado pelas bissetrizes dos ângulos agudos de um triângulo retângulo.

Resp.: 135°



61. — Num triângulo isósceles ABC, o ângulo B é igual a $\frac{2}{3}$ do ângulo S, formado pelas mediatrizes QS e PS. Calcular os ângulos dêsse triângulo, sendo $A = B$.

Resp.: 36°, 72° e 72°

62. — Num triângulo isósceles ABC (fig. do probl. anterior), o ângulo A é igual a $\frac{1}{5}$ do ângulo S, formado pelas mediatrizes PS e QS. Calcular os ângulos A, B e C.

Resp.: 20°, 80° e 80°

63. — Num triângulo retângulo, a mediana traçada do vértice do ângulo reto sôbre a hipotenusa, forma com a bissetriz de um ângulo agudo um ângulo de 105°. Calcular os ângulos agudos dêsse triângulo.

Resp.: 40° e 50°

64. — Num triângulo ABC, a altura AM forma com a bissetriz AS um ângulo de 5°. Calcular os ângulos A, B e C, sabendo-se que a diferença entre os ângulos B e C é igual a um quinto do ângulo A.

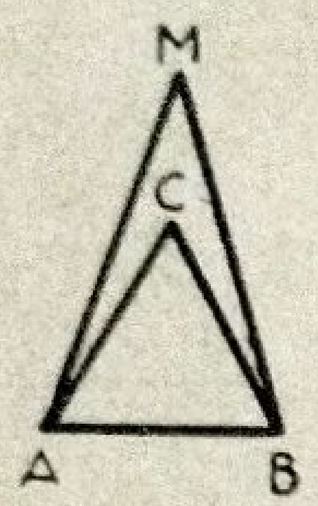
Resp.: 60°, 50° e 70°

65. — A altura AH de um triângulo retângulo ABC forma com a mediana AM um ângulo de 10°. Calcular os ângulos agudos dêsse triângulo.

Resp.: 40° e 50°

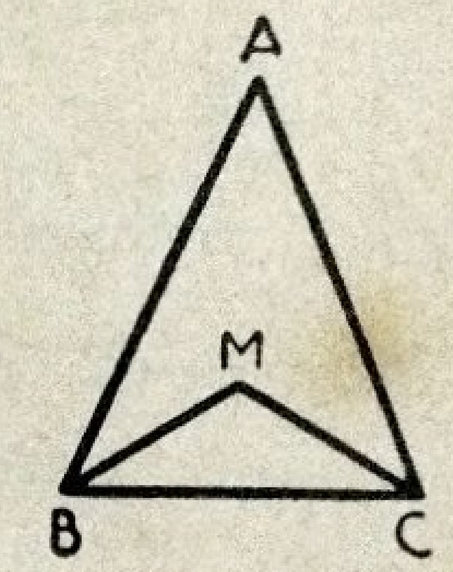
66. — Num triângulo isósceles ABC, o ângulo formado pelas bissetrizes dos ângulos da base é o quíntuplo do ângulo do vértice. Calcular os ângulos dêsse triângulo.

Resp.: 20°, 80° e 80°



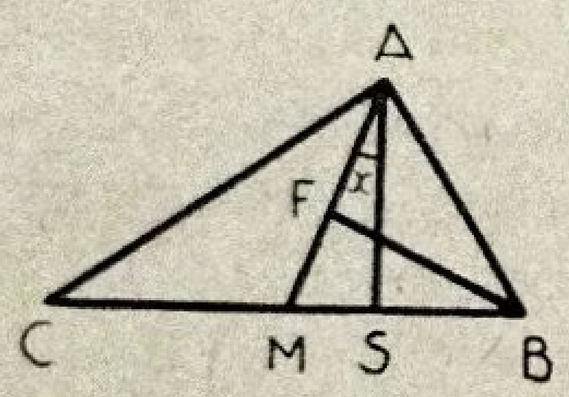
67. — Na figura ao lado, o triângulo ABC é equilátero e o triângulo ABM, isósceles. Calcular o ângulo M do triângulo ABM, sabendo-se que êle é igual a 7 vêzes o ângulo CBM.

Resp.: 46°40'



68. — Num triângulo isósceles ABC, o ângulo M, formado pelas bissetrizes BM e CM, excede o ângulo A de 74°. Calcular os ângulos A, B e C, sendo $B = C$.

Resp.: 32°, 74° e 74°



69. — Num triângulo retângulo ABC, a altura AS forma com a mediana AM um ângulo de 22°. Calcular B e C.

Resp.: 56° e 34°

70. — Num triângulo retângulo ABC (fig. do probl. 69), a mediana AM forma com a bissetriz BF os ângulos adjacentes BFA e BFM. Exprimir BFM em função de B.

Resp.: $\frac{3B}{2}$

71. — Num triângulo retângulo ABC (fig. do probl. 69), a mediana AM forma com a altura AS o ângulo x. Exprimir x em função dos ângulos B e C.

Resp.: $x = B - C$

72. — Num triângulo ABC, o ângulo C mede 48°. Calcular o ângulo formado pelas bissetrizes internas dos ângulos A e B.

Resp.: 114°

73. — Num triângulo ABC, a bissetriz interna do ângulo A forma com a altura baixada do mesmo vértice A um ângulo de 10°. Calcular os ângulos dêsse triângulo, sabendo-se que a diferença entre os ângulos B e C é igual a um têrço do ângulo A.

Resp.: 60°, 50° e 70°

POLÍGONOS — SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS E EXTERNOS — DIAGONAIS

74. — Calcular a soma dos ângulos internos de um pentadecágono.

Resp.: 2340°

75. — Quanto mede o ângulo interno de um icoságono regular ?

Resp.: 162°

76. — Qual é o polígono regular cujo ângulo interno é igual ao ângulo externo ?

Resp.: Quadrado

77. — O ângulo externo de um polígono regular é os $\frac{2}{3}$ do ângulo interno. Quantos lados tem êsse polígono ?

Resp.: 5

78. — O ângulo interno de um polígono regular é o quádruplo do ângulo externo. Quantos lados tem êsse polígono ?

Resp.: 10

79. — Determinar o valor do ângulo formado pelos prolongamentos dos lados AB e DC de um eneágono regular.

Resp.: 100°

80. — Calcular o ângulo formado por duas bissetrizes internas de dois ângulos consecutivos de um retângulo qualquer.

Resp.: 90°

81. — Os ângulos internos de um quadrilátero variam segundo uma progressão aritmética, cuja razão é igual a 12°. Calcular os ângulos dêsse quadrilátero.

Resp.: 72°, 84°, 96° e 108°

82. — Num quadrilátero os ângulos internos variam segundo uma progressão aritmética. O menor ângulo excede a razão da progressão de 40°. Calcular os ângulos dêsse quadrilátero.

Resp.: 60°, 80°, 100° e 120°

83. — Um polígono $ABCDE\ldots$ é regular. As bissetrizes internas AM e CM formam um ângulo M que é igual aos dois terços do ângulo interno do polígono. Calcular o número de lados dêsse polígono.

Resp.: 8

84. — Prolongando-se os lados AB e DC de um polígono regular $ABCDE\ldots$ obtém-se um ângulo igual aos $\frac{7}{8}$ do ângulo interno. Calcular o número de lados dêsse polígono.

Resp.: 18

85. — Dados dois polígonos regulares P e Q, êste de $n + 1$ lados e aquêle de n lados, determinar n, sabendo-se que o ângulo interno do polígono Q excede o ângulo interno do polígono P de 5°.

Resp.: 8

86. — Os polígonos P e Q têm, respectivamente, n e $n + 1$ lados. O ângulo interno do polígono Q excede o ângulo externo do polígono P de 48°. Quantos lados têm os polígonos P e Q?

Resp.: 5 e 6

87. — Três polígonos têm, respectivamente, n, $n + 1$ e $n + 2$ lados. A soma dos ângulos internos dêsses três polígonos é 3780°. Determinar n.

Resp.: 8

88. — Determinar os ângulos A, B, C e D de um quadrilátero, sabendo-se que a soma dos dois primeiros é igual a 120° e que os quatro ângulos formam uma proporção contínua.

Resp.: 40°, 80°, 80° e 160°

89. — Num polígono regular o ângulo externo, aumentado de 45°, é igual a $\frac{1}{12}$ da soma dos internos. Quantos lados tem êsse polígono ?

Resp.: 8

90. — Prolongando-se os lados AB e CD de um polígono regular convexo $ABCDE\ldots$ obtém-se um ângulo de 100°. Quantos lados tem êsse polígono ?

Resp.: 9

91. — Um polígono $ABCDE\ldots$ é regular. As bissetrizes AM e CM formam um ângulo de 60°. Quantos lados tem êsse polígono ?

Resp.: 12

92. — Dois polígonos regulares P e Q são tais que o ângulo externo de P é igual à vigésima parte da soma dos ângulos internos de Q e o ângulo interno de P é o triplo do ângulo externo de Q. Dizer quais são êsses polígonos.

Resp.: 1.ª sol.: quadrado e dodecágono;
2.ª sol.: pentágono e dodecágono.

93. — Calcular o número de diagonais de um heptágono.

Resp.: 14

94. — Calcular o número de diagonais de um polígono, cuja soma dos ângulos internos é igual a 1080°.

Resp.: 20

95. — A soma dos ângulos internos e externos de um polígono é igual a 900.º. Quantas diagonais se podem traçar nêsse polígono ?

Resp.: 5

96. — Os números de lados de dois polígonos são dois números inteiros e consecutivos. A diferença entre os números de diagonais dêsses polígonos é 6. Determinar êsses polígonos.

Resp.: Heptágono e octógono

97. — Dados dois polígonos P e Q, que têm, respectivamente, n e $n+6$ lados, calcular n, sabendo-se que um dos polígonos tem 39 diagonais mais do que o outro.

*Resp.*s 5

98. — Em dois polígonos P e Q, o número de lados difere de uma unidade. Calcular o número de lados do polígono P, sabendo-se que o número de diagonais de um dêles é igual a $\frac{1}{30}$ do número de graus da soma dos ângulos internos do outro.

Resp.: 11

99. — Dois polígonos têm, respectivamente, n e $n+2$ lados. Calcular n, sabendo-se que o número total de diagonais dêsses dois políges é igual a 55.

Resp.: 8

100. — Três polígonos têm, respectivamente, n, n' e n'' lados. Calcular n, n' e n'', sabendo-se que êsses três números formam uma progressão aritmética e que os três polígonos têm conjuntamente 46 diagonais.

Resp.: 5, 7 e 9

QUADRILÁTEROS

101. — Dois ângulos opostos de um paralelogramo são complementares. Calcular os ângulos dêsse paralelogramo.

Resp.: 45º, 45º, 135º e 135º

102. — Num paralelogramo, um ângulo obtuso é igual ao dôbro da soma dos ângulos agudos. Calcular os ângulos dêsse paralelogramo.

Resp.: 36°, 36°, 144° e 144°

103. — Num trapézio isósceles, a altura forma com um dos lados não paralelos um ângulo de 49°. Calcular os ângulos dêsse trapézio.

Resp.: 41°, 41°, 139° e 139°

104. — Uma diagonal de um retângulo forma com um dos lados um ângulo de 36°. Calcular os ângulos que as diagonais formam entre si.

Resp.: 72° e 108°

105. — Num trapézio isósceles *ABCD*, a diagonal *AC* forma com o lado não paralelo *AD* um ângulo de 49° e com a base *AB* um ângulo de 48°. Calcular os ângulos dêsse trapézio.

Resp.: 97°, 97°, 83° e 83°

106. — Num losango, uma diagonal forma com um lado um ângulo de 24°. Calcular os ângulos dêsse losango.

Resp.: 48°, 48°, 132° e 132°

107. — Num paralelogramo *ABCD*, a diagonal *AC* forma com o lado *AD* um ângulo de 83° e com o lado *AB* um ângulo de 41°. Calcular os ângulos dêsse paralelogramo.

Resp.: 56°, 56°, 124° e 124°

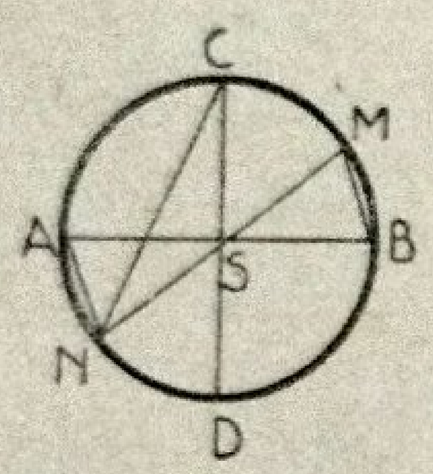
108. — A altura de um trapézio isósceles forma com um dos lados não paralelos um ângulo de 19°. Calcular os ângulos dêsse trapézio.

Resp.: 71°, 71°, 109° e 109°

109. — As diagonais de um retângulo formam um ângulo de 108°. Determinar os ângulos que as diagonais formam com os lados.

Resp.: 36° e 54°

MEDIDA DE ÂNGULOS



110. — Na figura ao lado, *AB* e *CD* são dois diâmetros perpendiculares entre si. A corda *AN* é o lado do eneágono regular inscrito e a corda *BM*, o lado do dodecágono regular inscrito. Calcular o ângulo *CNM*, formado pelas cordas *CN* e *MN*.

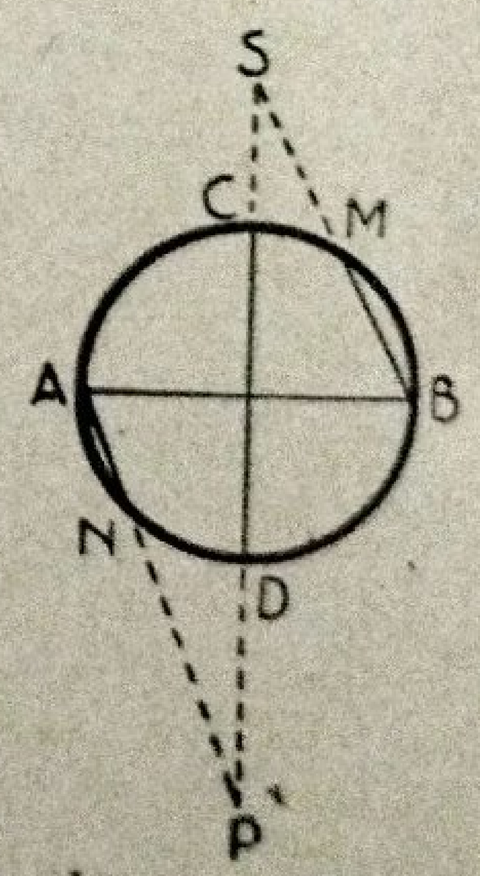
Resp.: 27°

111. — Na figura do problema anterior, calcular o ângulo que a corda *CN* forma com o diâmetro *CD*.

Resp.: 25°

112. — Na figura do probl. 110, calcular o ângulo *CSM*, que a corda *MN* forma com o diâmetro *CD*.

Resp.: 52°

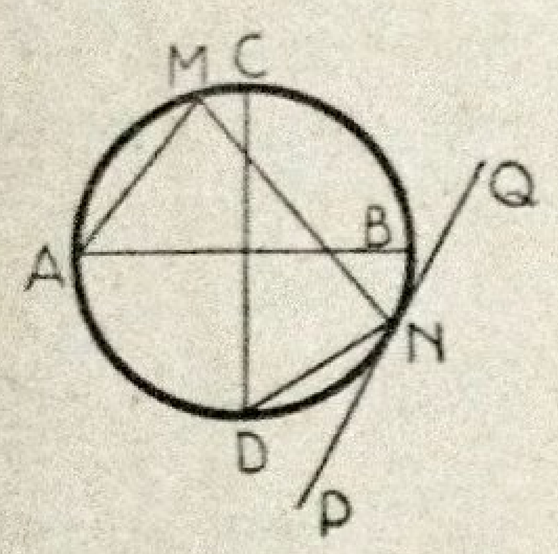


113. — Na figura ao lado, *AB* e *CD* são dois diâmetros perpendiculares entre si. A corda *BM* é o lado do hexágono regular inscrito e *AN*, o lado do dodecágono regular inscrito. Calcular o ângulo *S*, formado pelos prolongamentos das cordas *BM* e *CD*.

Resp.: 30°

114. — Na figura do problema anterior, calcular o ângulo *P*, formado pelos prolongamentos das cordas *AN* e *CD*.

Resp.: 15°



115. — Na figura ao lado, *AB* e *CD* são dois diâmetros perpendiculares entre si. A corda *AM* é o lado do pentágono regular inscrito e a corda *DN*, o lado do hexágono regular inscrito. Calcular o ângulo *DNP*, formado pela corda *DN* e pela tangente *PQ*, traçada pelo ponto *N*.

Resp.: 30°

116. — Na figura do problema anterior, calcular o ângulo *MNP*, formado pela corda *MN* e pela tangente *PQ*.

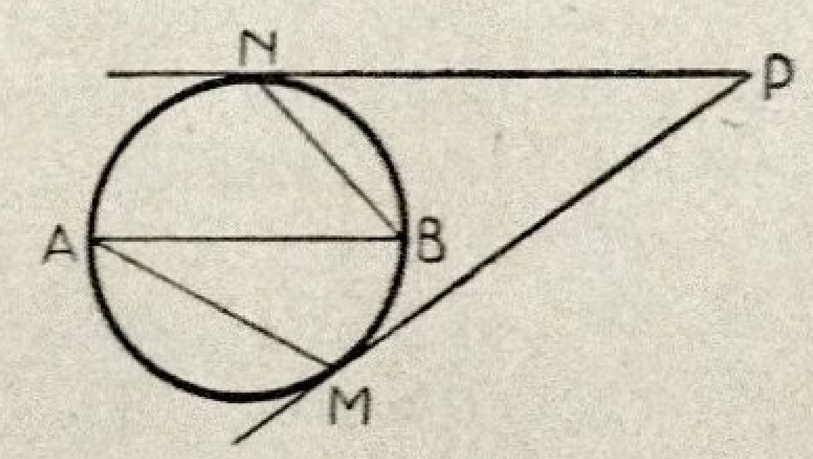
Resp.: 111°

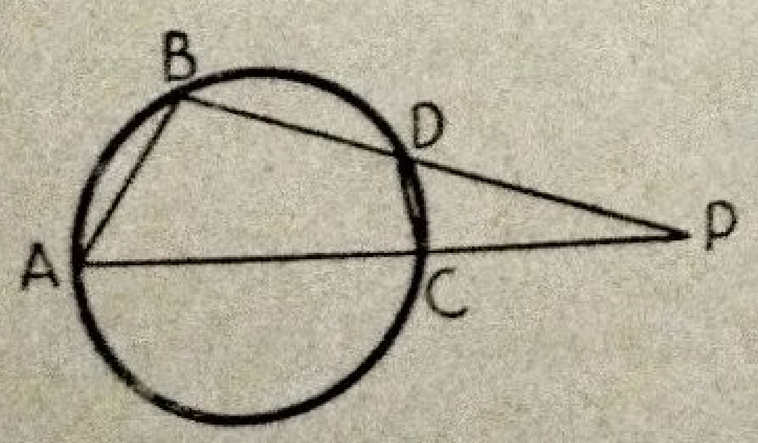
117. — Na figura do problema 115, calcular o ângulo *MNQ*, formado pela corda *MN* e pela tangente *PQ*.

Resp.: 69°

118. — Na figura ao lado, *AB* é um diâmetro, a corda *AM* é o lado do triângulo equilátero inscrito e *BN*, o lado do quadrado inscrito. Calcular o ângulo *P*, formado pelas tangentes *PM* e *PN*.

Resp.: 30°





119. — Na figura ao lado, a corda *AB* é o lado do pentágono regular inscrito e a corda *CD*, o lado do icoságono regular inscrito. Calcular o ângulo *P*, formado pelas secantes *AP* e *BP*.

Resp.: 27°

120. — O ângulo *P* (fig. do probl. anterior) mede 18°. Calcular o número de graus do arco *CD*, sabendo-se que a corda *AB* é o lado do hexágono regular inscrito.

Resp.: 24°

121. — O ângulo P (fig. do probl. 119) mede 21°. Calcular o número de graus do arco AB, sabendo-se que a corda CD é o lado do dodecágono regular inscrito.

Resp.: 72°

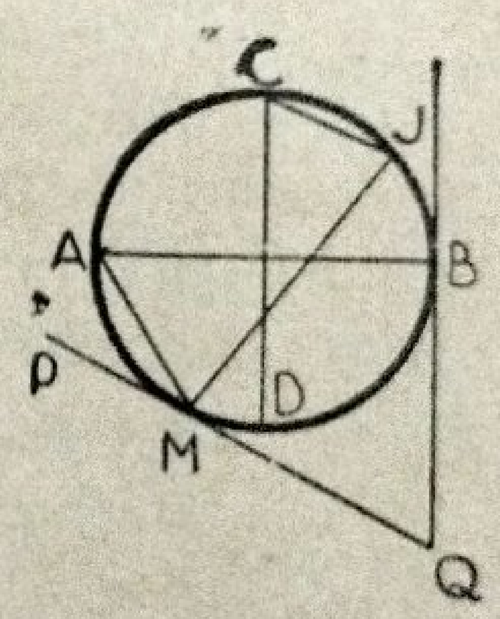
122. — O ângulo P (fig. do probl. 119), medido em graus, é inferior em 6° ao arco CD e êste é igual aos $\frac{3}{8}$ do arco AB. Calcular o ângulo P e os arcos AB e CD.

Resp.: 30°, 96° e 36°

123. — O ângulo P (fig. do probl. 119), medido em graus, excede de 12° o arco CD e é igual aos $\frac{3}{8}$ do arco AB. Calcular o ângulo P e os arcos AB e CD.

Resp.: 36°, 96° e 24°

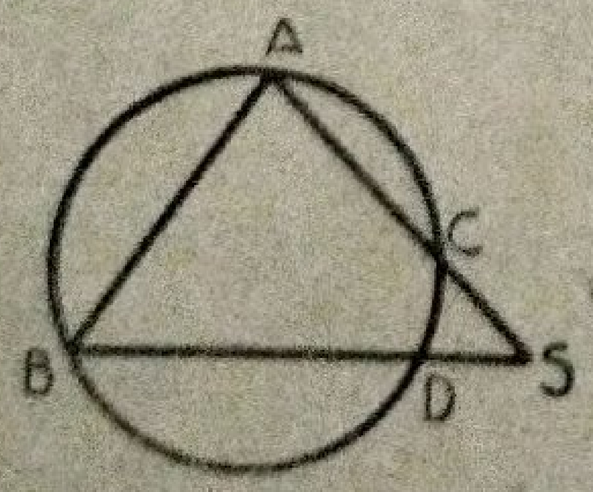
124. — Na figura ao lado, AB e CD são dois diâmetros perpendiculares entre si. A corda CJ é o lado do octógono regular inscrito e AM, o lado do hexágono regular inscrito. Calcular o ângulo JMQ, formado pela corda JM e pela tangente PQ.



Resp.: 82°30'

125. — Na figura do probl. anterior, calcular o ângulo Q, formado pelas tangentes traçadas pelos pontos M e B.

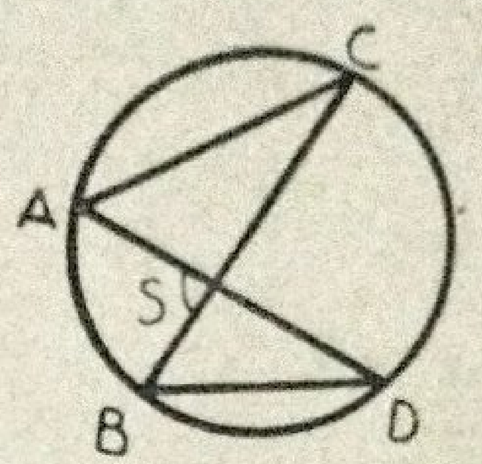
Resp.: 60°



126. — Na figura ao lado, o ângulo exterior S mede 45°. Calcular o número de graus do arco CD, sabendo-se que a corda AB é igual ao lado do triângulo equilátero inscrito.

Resp.: 30°

127. — Na figura ao lado, o arco AB excede CD de 30°. Calcular êsses arcos, sabendo-se que o ângulo S, formado pelas cordas AD e BC mede 80°.



Resp.: 65° e 95°

128. — As bases de um trapézio inscrito são AB e CD. Calcular os ângulos internos dêsse trapézio, sabendo-se que AB é o lado do triângulo equilátero inscrito e CD, o lado do quadrado inscrito.

Resp.: 1.ª sol.: $A = B = 82°30'$
$C = D = 97°30'$
2.ª sol.: $A = B = 52°30'$
$C = D = 127°30'$

129. — O trapézio $ABCD$ está inscrito num círculo de centro O. As bases AB e CD são, respectivamente, o lado do octógono regular inscrito e o lado do pentágono regular inscrito. Calcular os ângulos internos dêsse trapézio.

Resp.: 1.ª sol.: $A = B = 96°45'$
$C = D = 83°15'$
2.ª sol.: $A = B = 150°45'$
$C = D = 29°15'$

129-A. — Num trapézio inscrito $ABCD$, cujas bases são AB e CD, o arco AB é igual a $\frac{2}{5}$ do arco C. Calcular os ângulos internos A e B dêsse trapézio, sabendo-se que os arcos AB, BC e CD, medidos em graus, são expressos por números inteiros, e que o arco BC está compreendido entre 60° e 70°.

Resp.: 1.ª sol.: 125°30' e 64°30'
2.ª sol.: 114° e 66°

LINHAS PROPORCIONAIS — SEMELHANÇA

130. — Os pontos A, B, M e N formam uma divisão harmônica. Calcular AM e AN, sabendo-se que AB mede $32\ cm$ e que a razão de secção do ponto M é $\frac{3}{5}$.

Resp.: $12\ cm$ e $48\ cm$

131. — Um segmento AB mede $40\ cm$. Um ponto M, entre A e B, determina dois segmentos AM e BM, cuja razão do primeiro para o segundo é 5. Calcular a distância de B a N, sendo N o conjugado harmônico de M.

Resp.: $8\ cm$

132. — Um feixe de quatro paralelas determina sôbre uma transversal os pontos A, B, C e D e sôbre outra os pontos E, F, G e H. Sabendo-se que $AB = 1{,}2\ cm$, $BC = 3\ cm$, $CD = 4{,}5\ cm$ e $EH = 34{,}8\ cm$, calcular EF, FG e GH.

Resp.: $EF = 4{,}8\ cm$, $FG = 12\ cm$, $GH = 18\ cm$.

133. — No triângulo ABC o lado AB mede $305\ cm$. Uma paralela a BC divide AC em duas partes proporcionais a 2 e 3. Calcular os segmentos determinados por essa paralela sôbre o lado AB.

Resp.: $122\ cm$ e $183\ cm$

134. — Dois lados de um triângulo medem $16{,}9\ m$ e $13\ m$, respectivamente. A partir do vértice comum toma-se um segmento

de 6,5 *m* sôbre o primeiro lado. Determinar o segmento que é necessário tomar sôbre o segundo para que a reta que passar pelos extremos dêsses dois segmentos seja paralela ao terceiro lado.

Resp.: 5 *m*

135. — Os lados de um triângulo medem 9 *dm*, 12 *dm* e 15 *dm*, respectivamente. Calcular os segmentos determinados sôbre o lado oposto pela bissetriz do maior ângulo.

Resp.: 6,43 *dm* e 8,57 *dm*

136. — Os lados de um triângulo medem 4 *cm*, 5 *cm* e 6 *cm*, respectivamente. Calcular de quanto é preciso prolongar o lado maior para que êle encontre bissetriz do ângulo externo.

Resp.: 24 *cm*

137. — Os lados de um triângulo medem 5 *dm*, 6 *dm* e 8 *dm*, respectivamente. A bissetriz interna do maior ângulo determina sôbre o lado oposto o ponto *E* e a bissetriz externa determina sôbre o prolongamento dêsse lado o ponto *E'*. Calcular o segmento *EE'*.

Resp.: 43,6 *dm*

138. — Num triângulo retângulo, os ângulos agudos medem 30° e 60°, respectivamente. Estabelecer a razão entre os segmentos determinados sôbre o lado oposto pela bissetriz do ângulo de 60°.

Resp.: $\frac{1}{2}$

139. — Os lados de um triângulo medem 3,4 *m*, 4,2 *m* e 5,8 *m*, respectivamente. Num triângulo semelhante, o lado homólogo a 3,4 *m* mede 5,1 *m*. Calcular os outros dois lados.

Resp.: 6,3 *m* e 8,7 *m*

140. — Dois triângulos *T* e *T'* são semelhantes. Um lado do primeiro mede 15 *m* e seu homólogo, do segundo, mede 18 *m*. Determinar a razão de semelhança dêsses dois triângulos.

Resp.: $\frac{5}{6}$

141. — Os lados de um triângulo medem 8,4 *cm*, 15,6 *cm* e 18 *cm*. Êsse triângulo é semelhante a um triângulo, cujo perímetro mede 35 *cm*. Calcular os lados do segundo triângulo.

Resp.: 7 *cm*, 13 *cm* e 15 *cm*

142. — O quadrilátero Q é semelhante ao quadrilátero Q'. Os lados do quadrilátero Q medem 5 *cm*, 7 *cm*, 8 *cm* e 10 *cm*, respectivamente. Calcular o perímetro do quadrilátero Q', sabendo-se que a razão de semelhança dêsses dois quadriláteros é de $\frac{1}{3}$.

Resp.: 90 *cm*

143. — Duas retas, que se encontram em A, cortam duas paralelas. A primeira reta encontra as paralelas nos pontos B e C e a segunda, nos pontos D e E. Sabendo-se que $BC = 4$ *cm*, $BD = 12$ *cm*, $CE = 18$ *cm* e $AE = 16$ *cm*, calcular AB, AD e DE.

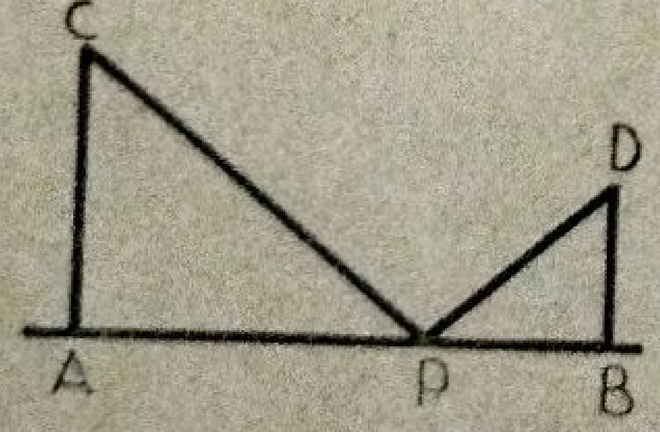
Resp.: $AB = 8$ *cm*, $AD = 10{,}6$ *cm*, $DE = 5{,}3$ *cm*.

144. — As bases de um trapézio medem 6 *cm* e 8 *cm*, respectivamente, e a altura, 5 *cm*. Prolongam-se os lados não paralelos até se encontrarem. Calcular as alturas dos triângulos assim formados.

Resp.: 20 *cm* e 15 *cm*

145. — As bases de um trapézio medem 28 *cm* e 42 *cm*, respectivamente, e a altura, 12 *cm*. A 3,6 *cm* da base maior traça-se uma paralela a essa base. Calcular o comprimento do segmento dessa paralela, compreendido entre os lados não paralelos do trapézio.

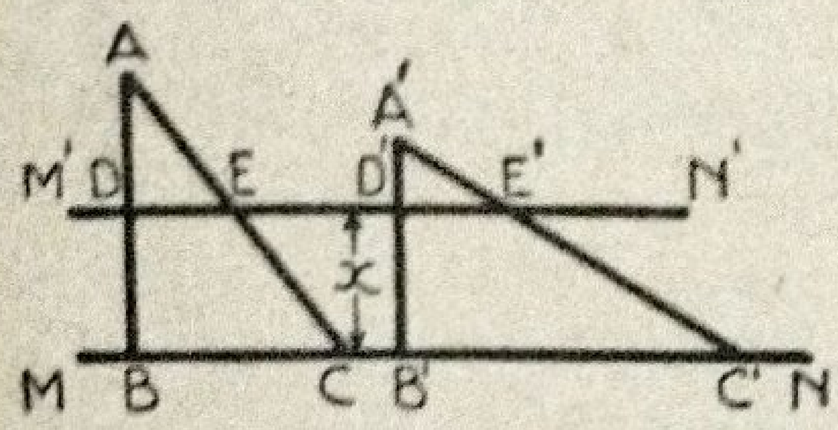
Resp.: 37,8 *m*



146. — Pelos pontos A e B de uma reta, traçam-se perpendiculares e sôbre elas tomam-se os segmentos $AC = 13$ *dm* e $BD = 7$ *dm*. No segmento AB, que mede 25 *dm*, toma-se um ponto P tal que os ângulos APC e BPD sejam iguais. Calcular AP e BP.

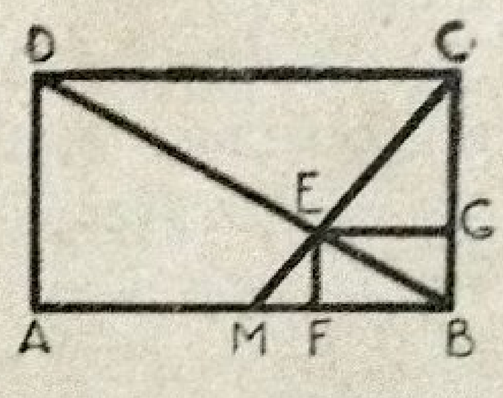
Resp.: 16,25 *dm* e 8,75 *dm*

147. — Dois triângulos retângulos ABC e $A'B'C'$ têm os catetos BC e $B'C'$ apoiados sôbre a mesma reta MN. Por um ponto D de AB, situado a uma distância x do vértice B, traça-se uma paralela $M'N'$ à reta MN, de modo que os segmentos DE e $D'E'$ sejam iguais. Sabendo-se que $AB = 12\ dm$, $BC = 10\ dm$, $A'B' = 8\ dm$ e $B'C' = 16\ dm$, calcular x e DE.



Resp.: 5,14 *dm* e 5,71 *dm*

148. — Num retângulo $ABCD$, os lados AB e BC medem 20 *cm* e 12 *cm*, respectivamente. Sabendo-se que M é o meio do lado AB, calcular as distâncias EF e EG, do ponto E aos lados AB e BC, respectivamente, sendo E a intersecção da diagonal BD com o segmento CM.



Resp.: 4 *cm* e 6,66 *cm*

149. — Num trapézio $ABCD$, as bases AB e CD medem 38,5 *m* e 12,45 *m*, respectivamente. Sôbre os lados AD e BC tomam-se, a partir de D e C, respectivamente, comprimentos DE e CF proporcionais aos números 2 e 3. Unem-se os pontos E e F. Calcular EF.

Resp.: 22,87 *m*

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO

150. — A altura de um triângulo retângulo determina sôbre a hipotenusa segmentos de 4 *m* e 9 *m*. Calcular a altura.

Resp.: 6 *m*

151. — A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 10 *cm*; os catetos são proporcionais aos números 3 e 4 e têm uma soma igual a 14 *cm*. Calcular as projeções dos catetos sôbre a hipotenusa.

Resp.: 3,6 *cm* e 6,4 *cm*

152. — Calcular os catetos de um triângulo retângulo, sabendo-se que suas projeções sôbre a hipotenusa medem 7,4 *m* e 2,6 *m*, respectivamente.

Resp.: 8,602 *m* e 5,099 *m*

153. — A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 1 *m* e um cateto, 0,6 *m*. Calcular o perímetro.

Resp.: 2,4 *m*

154. — Num círculo uma corda de 3 *cm* dista 2 *cm* do centro. Calcular o raio do círculo.

Resp.: 2,5 *cm*

155. — A diagonal de um retângulo mede 6 *m* e as dimensões são proporcionais a 3 e 4. Qual é o perímetro dêsse retângulo ?

Resp.: 16,8 *m*

156. — Num quadrado, a diagonal é 3,07 *m* mais comprida do que o lado. Qual é o perímetro dêsse quadrado ?

Resp.: 16 *m*

157. — As diagonais de um losango medem 30 *m* e 40 *m*, respectivamente. Quanto mede o lado ?

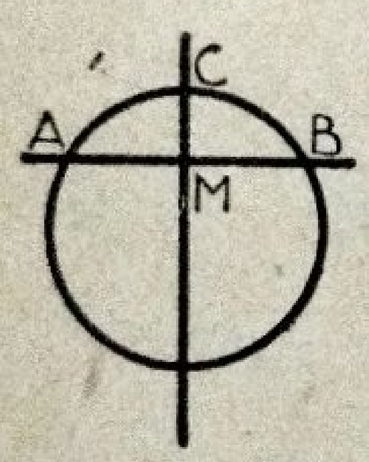
Resp.: 25 *m*

158. — As bases de um trapézio isósceles medem 12 *m* e 20 *m*, respectivamente; a soma dos lados não paralelos é igual a 10 *m*. Quanto mede a altura ?

Resp.: 3 *m*

159. — A base de um triângulo isósceles mede 11,2 *m* e a altura, 4,2 *m*. Calcular o perímetro.

Resp.: 25,2 *m*



160. — Sôbre uma reta tomam-se dois pontos *A* e *B*, distantes 8 *dm* um do outro. Pelo meio do segmento *AB* levanta-se uma perpendicular e sôbre ela marca-se um ponto *C* tal que *CM* = 2,2 *dm*. Calcular o comprimento da circunferência que passa pelos pontos *A*, *B* e *C*.

Resp.: 29,73 *dm*

161. — As diagonais de um losango medem 90 *cm* e 120 *cm*, respectivamente. Calcular o lado e a distância entre dois lados paralelos.

Resp.: 75 *cm* e 72 *cm*

162. — Duas paralelas são cortadas por uma transversal. A parte da transversal compreendida entre as paralelas mede 1,414 *m*. Sabendo-se que um dos ângulos formados pela transversal e uma das paralelas é de 45°, calcular a distância entre as duas paralelas.

Resp.: 1 *m*

163. — Num retângulo, a diferença entre as dimensões é igual a 0,7 *m*; a diagonal mede 3,5 *m*. Calcular o perímetro.

Resp.: 9,8 *m*

164. — O perímetro de um retângulo é igual a 15,4 *m*; a diagonal mede 5,5 *m*. Calcular as dimensões dêsse retângulo.

Resp.: 3,3 *m* e 4,4 *m*

165. — Os lados de um retângulo *R* medem 36 *m* e 48 *m*. Êsse retângulo é semelhante a um retângulo *R'*, cuja diagonal mede 75 *m*. Calcular as dimensões do retângulo *R'*.

Resp.: 45 *m* e 60 *m*

166. — A soma da diagonal e do lado de um quadrado é igual a 7,242 *m*. Calcular o perímetro.

Resp.: 12 *m*

167. — As bases de um trapézio isósceles medem 12 *m* e 20 *m*, respectivamente; a soma dos lados não paralelos é igual a 10 *m*. Quanto mede a altura ?

Resp.: 3 *m*

168. — A bissetriz do ângulo reto de um triângulo retângulo determina sôbre a hipotenusa segmentos de $11\frac{3}{7}$ metros e $8\frac{4}{7}$ metros. Calcular o perímetro dêsse triângulo.

Resp.: 48 *m*

169. — A distância entre os centros de dois círculos secantes é de 7 *m*. Calcular a corda comum, sabendo-se que os raios medem 4 *m* e 5 *m*, respectivamente.

Resp.: 5,6 *m*

170. — A distância entre os centros de dois círculos é de 15 *m*. Calcular o comprimento da tangente comum externa, sabendo-se que os raios medem 3 *m* e 8 *m*, respectivamente.

Resp.: 14,142 *m*

171. — O raio de um círculo mede 6 *m*. Por um ponto *P*, distante 10 *m* do centro, traçam-se duas tangentes. Calcular o com-

primento das tangentes compreendido entre P e os pontos de contato; calcular também a corda que une os pontos de contato.

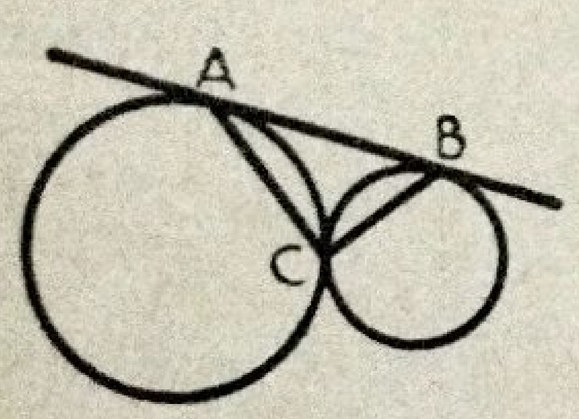
Resp.: 8 *m* e 9,6 *m*

172. — Uma corda corta o diâmetro de um círculo segundo um ângulo de 45°; a soma dos quadrados dos segmentos da corda é igual a 18 m^2. Calcular o raio do círculo.

Resp.: 3 *m*

173. — Num triângulo isósceles a base mede 6 *dm* e a altura, 8 *dm*. Inscreve-se um círculo e traça-se-lhe uma tangente, paralela à base do triângulo. Calcular o segmento dessa tangente, compreendido entre os lados iguais do triângulo. Calcular também o raio do círculo.

Resp.: 5,76 *dm* e 2,08 *dm*



174. — Duas circunferências de raios iguais a 6 *m* e 14 *m*, respectivamente, tangenciam-se externamente no ponto C. Traça-se uma tangente comum externa, que toca essas circunferências nos pontos A e B. Calcular os lados do triângulo, cujos vértices são os pontos de contato A, B e C.

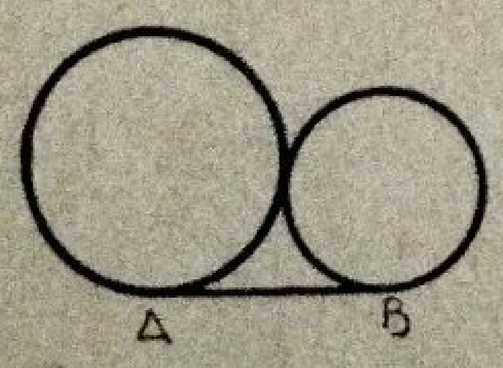
Resp.: 18,330 *m*; 15,316 *m*; 10,032 *m*.

175. — O lado de um triângulo equilátero mede 10 *m*. Quanto mede o lado do quadrado inscrito nêsse triângulo ?

Resp.: 4,64 *m*

176. — Num losango de 4 *m* de perímetro, um ângulo obtuso é o dôbro de um ângulo agudo. Calcular as diagonais do losango.

Resp.: 1 *m* e 1,732 *m*



177. — Um círculo de 2 *cm* de raio é tangente a um segmento AB de 6 *cm*, na origem A dêsse segmento. Calcular o raio de um círculo tangente a êsse círculo e ao segmento AB, na extremidade B.

Resp.: 4,5 *cm*

178. — O perímetro de um losango é igual a 4 *m;* os ângulos obtusos são o dôbro dos ângulos agudos. Calcular as diagonais.

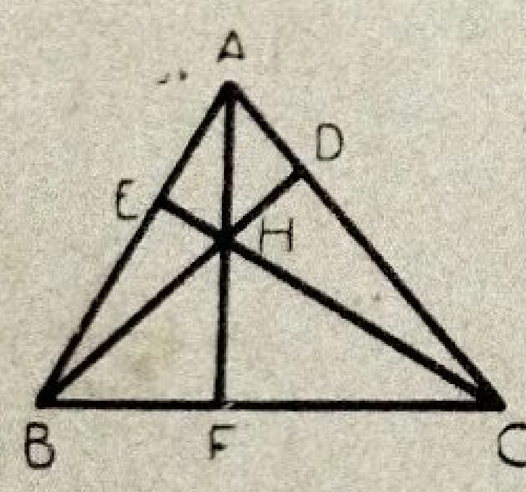
Resp.: 1 *m* e 1,732 *m*

179. — Os lados não paralelos de um trapézio formam com a base menor ângulos de 120°. Calcular a altura dêsse trapézio, sabendo-se que as bases medem 10 *m* e 6 *m*, respectivamente.

Resp.: 3,464 *m*

180. — As bases de um trapézio isósceles medem 12 *m* e 8 *m*, respectivamente; os lados oblíquos formam com a base maior ângulos de 60°. Calcular os lados oblíquos, a altura e as diagonais dêsse trapézio.

Resp.: 4 *m;* 3,464 *m;* 10,58 *m.*



181. — A base *BC* de um triângulo *ABC* mede 2 *dm;* as alturas *BD* e *CE* são iguais e cortam-se num ponto *H*, no interior do triângulo, tal que $BH = 3HD$ e $CH = 3HE$. Calcular os lados e as alturas dêsse triângulo.

Resp.: 1,73 *dm;* 1,63 *dm;* 1,41 *dm.*

182. — Calcular o lado do quadrado inscrito num triângulo equilátero de 30 *m* de perímetro.

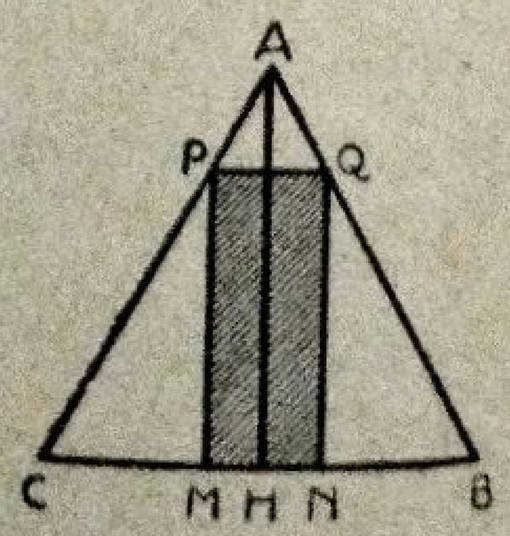
Resp.: 4,64 *m*

183. — A base *AB* de um triângulo mede 9 *dm* e a altura *CH*, 6 *dm*. Calcular a diagonal do quadrado inscrito nêsse triângulo, o lado do quadrado estando apoiado sôbre a base do triângulo.

Resp.: 5,09 *dm*

184. — A base *BC* de um triângulo mede 8 *dm* e a altura *AH*, 1 *m*. Nêsse triângulo está inscrito um retângulo *MNQP*, semelhante a um retângulo cujos lados medem 3 *dm* e 4 *dm*. Calcular o perímetro do retângulo *MNQP*.

Resp.: 17,5 *dm*



185. — Os lados de um triângulo medem 10 *m*, 15 *m* e 18 *m*, respectivamente. Calcular as projeções dos menores lados sôbre o maior.

Resp.: 5,53 *m* e 12,47 *m*

186. — O perímetro de um triângulo é igual a 32 *m* e os lados são proporcionais aos números 8, 9 e 15. Calcular a projeção do maior lado sôbre o menor.

Resp.: 13 *m*

187. — As bases de um trapézio isósceles medem 738 *m* e 548 *m*, respectivamente, e um lado não paralelo mede 203 *m*. Calcular as diagonais.

Resp.: 667,54 *m*

188. — Calcular as três medianas de um triângulo cujos lados medem 8 *dm*, 9 *dm* e 10 *dm*, respectivamente.

Resp.: 6,89 *dm*; 7,85 *dm* e 8,63 *dm*

189. — Num triângulo ABC, $AB = 20$ *dm*, $AC = 22$ *dm* e $BC = 30$ *dm*. Calcular a bissetriz interna AD e a bissetriz externa AM.

Resp.: 14,68 *dm* e 313,94 *dm*

190. — Num triângulo ABC, a bissetriz AF do ângulo A determina sôbre o lado BC segmentos de 4 *m* e 5 *m*, respectivamente. O produto dos lados AC e AB é igual a 180 m^2. Calcular a bissetriz AF.

Resp.: 12,649 *m*

191. — Calcular as alturas de um triângulo, cujos lados medem 6 *m*, 8 *m* e 12 *m*.

Resp.: 3,555 *m*; 5,332 *m*; 7,110 *m*.

192. — As bases de um trapézio medem 6 *m* e 15 *m* e os lados não paralelos, 5 *m* e 7,211 *m*, respectivamente. Calcular a distância entre os meios das bases.

Resp.: 4,272 *m*

193. — Os lados de um quadrilátero medem 48 *cm*, 40 *cm*, 30 *cm* e 14 *cm*, respectivamente; uma diagonal mede 40 *cm* e o segmento que une os meios das diagonais, 15 *cm*. Calcular a outra diagonal.

Resp.: 50 *cm*

194. — Dois lados adjacentes de um paralelogramo medem 8 *m* e 10 *m*, respectivamente; uma diagonal mede 6 *m*. Calcular a outra diagonal.

Resp.: 17,088 *m*

195. — Um lado de um paralelogramo mede 6 *dm* e as diagonais medem 4,69 *dm* e 1 *m*, respectivamente. Calcular o perímetro.

Resp.: 22 *dm*

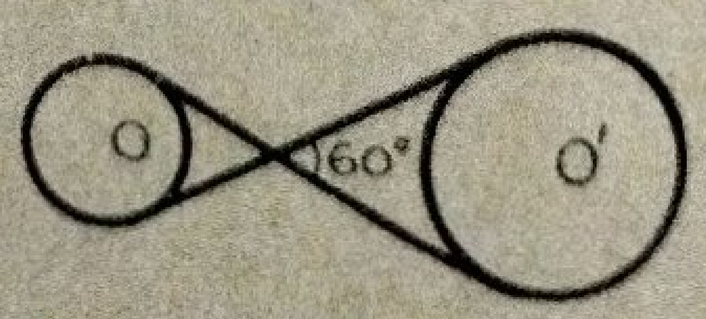
196. — Os lados adjacentes de um paralelogramo medem 3 *m* e 7 *m*, respectivamente, e formam entre si um ângulo de 120°. Calcular as diagonais.

Resp.: 7 *m* e 4,358 *m*

197. — As bases de um trapézio medem 4 *m* e 10 *m* e os lados não paralelos, 3 *m* e 6,708 *m*, respectivamente; uma diagonal mede 5 *m*. Calcular a outra diagonal.

Resp.: 10,440 *m*

198. — A distância entre os centros O e O' de duas polias de raios diferentes é de 1,30 *m*. Essas polias são ligadas por uma correia que se cruzam formando um ângulo de 60°. Uma polia faz 100 revoluções enquanto a outra faz 160. Calcular o comprimento da correia.



Resp.: 4,974 *m*

RELAÇÕES MÉTRICAS NO CÍRCULO

199. — Uma ordenada determina sôbre o diâmetro correspondente segmentos de 3 *cm* e 12 *cm*. Calcular a ordenada.

Resp.: 6 *cm*

200. — Calcular os segmentos que uma corda de 12 *dm* determina sôbre o diâmetro correspondente, num círculo de 12,25 *dm* de raio.

Resp.: 9 *dm* e 16 *dm*

201. — Num círculo de 8 *m* de raio traça-se uma corda de 3 *m*. Calcular os segmentos determinados por essa corda sôbre o diâmetro que lhe é perpendicular.

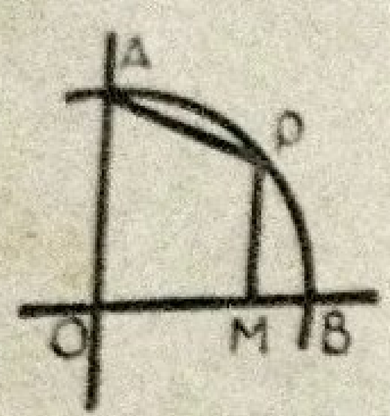
Resp.: 0,142 *m* e 15,858 *m*

202. — Pelas extremidades de um diâmetro traçam-se duas cordas de 8 *m* e 10 *m*, respectivamente. A projeção da primeira corda sôbre o diâmetro mede 6 *m*. Calcular a projeção da segunda corda sôbre o mesmo diâmetro.

Resp.: 9,375 *m*

203. — Pela extremidade *A* do diâmetro *AB* traça-se uma corda de 5 *m* e pela extremidade *B*, uma corda de 7 *m*. A projeção da primeira corda sôbre o diâmetro mede 3 *m*. Calcular a projeção da segunda corda.

Resp.: 5,88 *m*



204. — Num círculo de 2 *m* de raio traçam-se dois raios perpendiculares entre si, *OA* e *OB*. Sôbre o arco *AB* marca-se um ponto *P*; traçam-se a corda *AP* e a ordenada *PM* sôbre *OB*. Calcular *AP* de modo que *AP* seja igual a *PM*.

Resp.: 1,464 *m*

205. — Uma corda de um círculo mede 24 *cm* e a flecha, 9 *cm*. Calcular o raio.

Resp.: 12,5 *cm*

206. — Uma corda de um círculo mede 17 *m* e a flecha do arco duplo, 7 *m*. Calcular o diâmetro.

Resp.: 41,285 *m*

207. — A flecha de uma corda de um círculo de 312 *m* de raio mede 24 *m*. Calcular a corda.

Resp.: 240 *m*

208. — Num círculo de 18 *m* de raio, uma corda mede 12 *m*. Calcular a flecha do arco duplo.

Resp.: 4 *m*

209. — Uma corda de círculo mede 3,275 *m*; a corda subtendida por um arco duplo mede 4,120 *m*. Calcular o raio do círculo.

Resp.: 2,11 *m*

210. — Num círculo duas cordas se cortam; os segmentos de uma corda medem 3 *cm* e 6 *cm*, respectivamente; um dos segmentos da outra mede 2 *cm*. Calcular o outro segmento.

Resp.: 9 *cm*

211. — Num círculo duas cordas se cortam; os segmentos de uma medem 4 *cm* e 6 *cm*, respectivamente. Calcular os segmentos da outra, cujo comprimento total é de 9,8 *cm*.

Resp.: 4,8 *cm* e 5 *cm*

212. — Num círculo de 12 *cm* de raio, duas cordas se cortam; o produto dos segmentos de cada uma é igual a 44 cm^2. Calcular a distância do ponto de intersecção ao centro.

Resp.: 10 *cm*

213. — De um ponto *P* partem duas secantes a um círculo; uma mede 6 *dm* e seu segmento externo, 2 *dm*. Sabendo-se que a outra secante mede 8 *dm*, calcular o seu segmento externo.

Resp.: 3 *dm*

214. — Uma tangente a um círculo e uma secante partem do mesmo ponto; a tangente mede 6 *dm* e a parte interna da secante, 5 *dm*. Calcular a parte externa da secante.

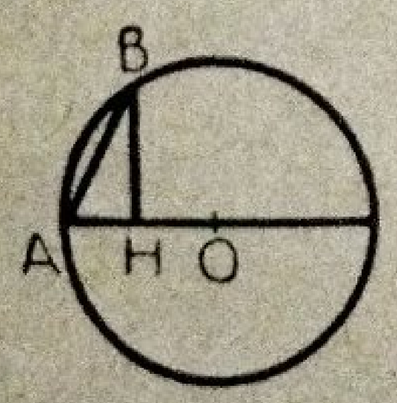
Resp.: 4 *dm*

215. — De um ponto, situado a 5 *dm* da circunferência de um círculo de 2 *dm* de raio, traça-se uma tangente. Calcular essa tangente.

Resp.: 6,71 *dm*

216. — Num círculo de 6 *m* de raio, dois diâmetros *AA'* e *BB'* são perpendiculares entre si. O ponto *P*, situado sôbre a circunferência, está a igual distância do diâmetro *AA'*, e da extremidade *B* do diâmetro *BB'*. Determinar essa distância.

Resp.: 4,3 *m*



217. — Pela extremidade *A* de um raio *AO* de 6 *dm*, traça-se uma corda *AB*. A projeção de *AB* sôbre o raio *AO* é *AH*. Calcular a corda *AB*, sabendo-se que ela é igual ao segmento *OH*.

Resp.: 4,39 *dm*

218. — A menor distância de um ponto *P* a uma circunferência de centro *O* e raio igual a 2,5 *cm* é 4 *cm*. Por êsse ponto traça-se uma tangente e uma secante que passa pelo centro *O*. Calcular a tangente.

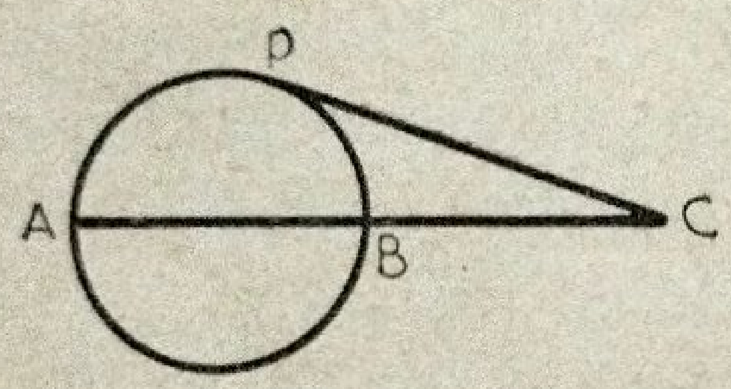
Resp.: 6 *cm*

219. — De um ponto, situado a 9 *cm* do centro de um círculo de 7 *cm* de raio, traça-se uma secante tal que a parte externa seja igual à parte interna. Calcular essa secante.

Resp.: 8 *cm*

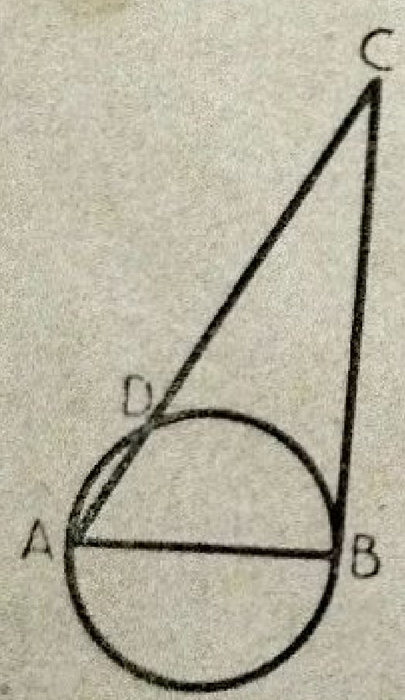
220. — De um ponto partem uma secante e uma tangente a um círculo. A tangente mede 18 *cm* e a parte externa da secante, 9 *cm*. Calcular a parte interna.

Resp.: 27 *cm*



221. — Pelo ponto P, situado sôbre a circunferência de um círculo de 3 *cm* de raio, traça-se uma tangente. Calcular o comprimento PC dessa tangente, de modo que a secante AC, traçada pelo ponto C e passando pelo centro, tenha a parte externa BC igual ao diâmetro.

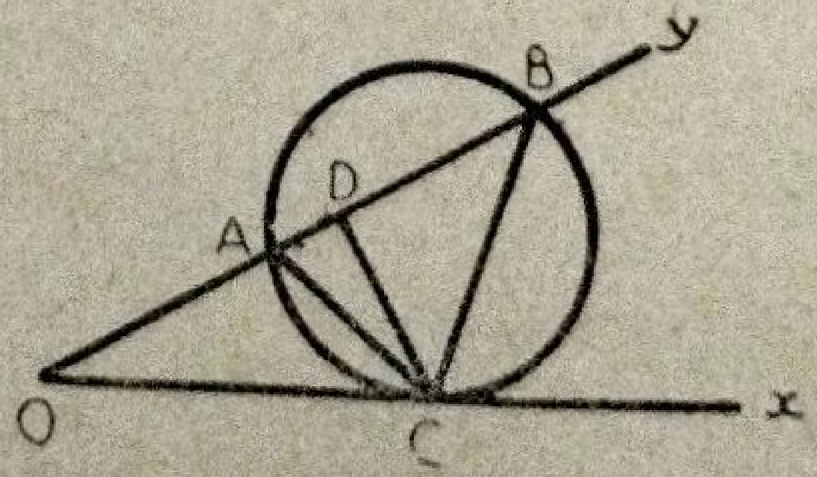
Resp.: 8,4 *cm*



222. — Dado um círculo, traça-se um diâmetro AB e pelo ponto B traça-se uma tangente. Do ponto A como centro, e com um raio igual ao dôbro de AB, descreve-se um arco que corta a tangente no ponto C. Traça-se AC, que encontra o círculo dado em D. Calcular o segmento AD.

Resp.: $AD = R$

223. — Dá-se o ângulo $xOy = 30^\circ$. Sôbre Oy marcam-se dois pontos A e B, tais que $OA = 4\,m$ e $OB = 9\,m$. Por A e B fa-se passar uma circunferência tangente a Ox; seja C o ponto de contato. Calcular: 1.º) o segmento OC; 2.º) o comprimento da perpendicular CD baixada de C sôbre Oy; 3.º) o perímetro do triângulo ABC.



Resp.: $OC = 6\,m$; $CD = 3\,m$; $AB + BC + AC = 13{,}074\,m$.

POLÍGONOS REGULARES

224. — Determinar o ângulo cêntrico de um dodecágono regular convexo.

Resp.: 30°

225. — Qual é o polígono regular cujo ângulo cêntrico mede 45° ?

Resp.: Octógono regular.

226. — Dois polígonos regulares convexos têm, respectivamente, n e $n + 1$ lados. Determinar êsses polígonos, sabendo-se que a diferença entre os ângulos cêntricos é de 15°.

Resp.: Octógono e eneágono.

227. — Dois polígonos regulares convexos P e P' têm n e $n + 2$ lados, respectivamente. Determinar n, sabendo-se que o ângulo cêntrico de P' mede 9° menos do que o ângulo cêntrico de P.

Resp.: 8

228. — Quantos polígonos regulares distintos de 16 lados podemos construir ?

Resp.: 4; 1 convexo e 3 estrelados.

229. — Qual é o polígono regular cujo ângulo cêntrico mede 150° ?

Resp.: Dodecágono regular de 5.ª espécie.

230. — Calcular o ângulo cêntrico de um octógono regular estrelado de 3.ª espécie.

Resp.: 135°

ITO PEDRO
DE SOUZA

231. — Calcular o perímetro de um triângulo equilátero inscrito num círculo cujo raio mede 1,732 *m*.

Resp.: 9 *m*

232. — O diâmetro de um círculo mede 1,414 *m*. Quanto mede o lado do quadrado inscrito nêsse círculo ?

Resp.: 2 *m*

233. — Num círculo está inscrito um hexágono regular de 21 *m* de perímetro. Calcular o lado do quadrado inscrito nêsse mesmo círculo.

Resp.: 4,9 *m*

234. — Determinar o lado do octógono regular inscrito num círculo de 6 *m* de diâmetro.

Resp.: 2,295 *m*

235. — Num círculo estão inscritos um quadrado e um decágono regular. Calcular o lado do decágono, sabendo-se que a diagonal do quadrado mede 8 *m*.

Resp.: 2,472 *m*

236. — O lado de um hexágono regular inscrito num círculo mede 2 *m*. Calcular o perímetro do pentágono regular inscrito nêsse mesmo círculo.

Resp.: 11,75 *m*

237. — O lado de um octógono regular mede 6 *m*. Calcular o apótema.

Resp.: 7,242 *m*

238. — Num círculo está inscrito um hexágono regular de 36 *m* de perímetro. Calcular o apótema do quadrado inscrito nêsse círculo.

Resp.: 4,242 *m*

239. — Num círculo inscrevem-se um quadrado e um triângulo equilátero. A diagonal do quadrado mede 3,6 *m*. Calcular o apótema do triângulo equilátero.

Resp.: 0,9 *m*

240 — Dado um hexágono regular de 3 *m* de lado, prolongam-se, dois a dois, os lados. Qual a natureza do polígono formado? Calcular o perímetro dêsse polígono.

Resp.: 27 *m*

241. — De um ponto P, situado a uma distância igual a $2R$ do centro de um círculo de raio R, partem duas tangentes PA e PB a êsse círculo. Calcular as tangentes PA e PB, o ângulo APB e a corda de contato AB.

Resp.: $PA = PB = R\sqrt{3}$; $\widehat{APB} = 60^\circ$;

$AB = R\sqrt{3}$

242. — Num círculo de raio R está inscrito um triângulo equilátero; noutro círculo de raio R' está inscrito um quadrado. Estabelecer a razão de R para R', de modo que os dois polígonos sejam isoperímetros.

Resp.: $\frac{4}{9}\sqrt{6}$

243. — Um trapézio isósceles está inscrito num círculo de 5 *cm* de raio; uma base do trapézio é o lado do triângulo equilátero inscrito e a outra é o lado do hexágono regular. Calcular a altura dêsse trapézio.

Resp.: 1.ª sol.: 6,8 *cm*
2.ª sol.: 1,8 *cm*

244. — Num círculo de 6 *m* de raio traçam-se duas cordas paralelas. Calcular a distância entre essas duas cordas, sabendo-se que uma delas é o lado do hexágono regular inscrito e a outra, o lado do octógono regular.

Resp.: 1.ª sol.: 10,737 *m*
2.ª sol.: 0,345 *m*

245. — A base de um triângulo isósceles mede 2 *cm* e o ângulo do vértice, 45°. Calcular o perímetro dêsse triângulo.

Resp.: 7,2 *cm*

246. — O lado do quadrado inscrito num círculo mede 2 *dm*. Calcular o lado do quadrado circunscrito.

Resp.: 2,8 *dm*

247. — O lado de um octógono regular convexo inscrito num círculo mede 1,414 *m*. Calcular o perímetro do octógono semelhante circunscrito.

Resp.: 16 *m*

MEDIDA DA CIRCUNFERÊNCIA

248. — Calcular o comprimento de uma circunferência de 5 *m* de raio.

Resp.: 31,416 *m*

249. — Uma circunferência tem 1 *m* de comprimento. Quanto mede o raio ?

Resp.: 0,159 *m*

250. — O raio de uma pista circular mede 12,5 *m*. Calcular o diâmetro que deve ter outra pista circular para que a circunferência seja o triplo.

Resp.: 75 *m*

251. — Os raios das rodas de um veículo medem 0,375 *m*. Quantas voltas completas dá uma das rodas num percurso de 3 *km* ?

Resp.: 1277

252. — Em tôrno de um êmbolo cilíndrico de 25 *cm* de diâmetro deve ser colocado um aro. Qual deve ser o comprimento dêsse aro para que êle se ajuste perfeitamente ao cilindro ?

Resp.: 78,54 *cm*

253. — Uma pista circular tem 6,36 *m* de raio. Quer-se cercar essa pista por meio de estacas, colocadas de 2 em 2 metros. Quantas estacas serão empregadas ?

Resp.: 20

254. — Três circunferências medem respectivamente 10,27 *m*, 11,09 *m* e 19,01 *m* de comprimento. Calcular o raio da circun-

ferência, cujo comprimento seja igual à soma dessas três circunferências.

Resp.: 6,425 *m*

255. — Calcular a distância percorrida em um minuto de tempo por um ponto situado sôbre o equador, sabendo-se que o raio equatorial mede 6378 *km* aproximadamente. (Considera-se o movimento de rotação.)

Resp.: 27829 *m*

256. — Duas cidades sôbre o equador, estão situadas a 23°41' de longitude Este e 8°47' de longitude Oeste. Sabendo-se que o raio do equador terrestre mede 6378 *km* aproximadamente, pergunta-se: qual é a distância entre essas cidades ?

Resp.: 3502 *km*

257. — Calcular o raio de um círculo em que um arco de 1° mede 1 *m*.

Resp.: 57,3 *m*

258. — Num círculo de 10 *m* de raio, um arco mede 5,236 *m*. Quantos graus mede êsse arco ?

Resp.: 30°

259. — Um arco de 75°25' mede 58,725 *m* de comprimento. Calcular o raio da circunferência a que pertence êsse arco.

Resp.: 44,68 *m*

260. — Calcular o número de graus de um arco cujo comprimento é igual ao dôbro do raio.

Resp.: 114°35'29'',76

261. — Duas tangentes, traçadas de um ponto fora de um círculo de 1,3 *m* de raio, compreendem sôbre a circunferência um arco de 0,57 *m*. Calcular o ângulo das duas tangentes.

Resp.: 27°7'18''

262. — Exprimir em radianos os arcos de 150° e 195°.

Resp.: $\frac{5}{6}\pi$ e $\frac{13}{12}\pi$

263. — Exprimir em radianos os ângulos de 123°45' e 37°30'.

Resp.: $\frac{11}{16}\pi$ e $\frac{5}{24}\pi$

264. — Quantos graus tem um arco de $\frac{3}{4}\pi$ radianos?

Resp.: 135°

265. — Calcular o número de graus de um ângulo de $\frac{15}{16}\pi$ radianos.

Resp.: 168°45'

266. — Exprimir em radianos o valor do ângulo cêntrico de um triângulo equilátero.

Resp.: $\frac{2}{3}\pi$

267. — Exprimir em radianos o valor do ângulo externo de um octógono regular.

Resp.: $\frac{3}{4}\pi$

268. — Quantos segundos há em um radiano?

Resp.: 206265

ÁREAS

269. — O perímetro de um retângulo é de 36 *m*; o comprimento é o dôbro da largura. Calcular a área.

Resp.: 72 m^2

270. — O perímetro de um retângulo é de 68 *m*; um dos lados mede 24 *m*. Calcular a área.

Resp.: 240 m^2

271. — A diagonal de um retângulo mede 10 *m* e um lado, 8 *m*. Qual a área dêsse retângulo ?

Resp.: 48 m^2

272. — A base de um retângulo mede 108 *m* e a diagnal, 135 *m*. Calcular a área.

Resp.: 8748 m^2

273. — O perímetro de um retângulo é de 72 *m*; o comprimento é o dôbro da largura. Calcular a área.

Resp.: 288 m^2

274. — A diagonal de um retângulo mede 20 *m*; os lados estão entre si na razão $\frac{3}{4}$. Calcular a área.

Resp.: 192 m^2

275. — A área de um retângulo é de 756 m^2; os lados estão entre si na razão $\frac{3}{7}$. Calcular as dimensões dêsse retângulo.

Resp.: 18 *m* e 42 *m*

276. — A área de um retângulo é de 2400 m^2; a base mede 20 m mais do que a altura. Quais são as dimensões dêsse retângulo ?

Resp.: 60 m e 40 m

277. — As dimensões de um retângulo medem 36 m e 20 m, respectivamente. Noutro retângulo equivalente, a base mede 6 m menos do que a do primeiro retângulo. Quanto mede a altura ?

Resp.: 24 m

278. — Um retângulo está inscrito num círculo de 6,5 m de raio; um dos lados do retângulo mede 5 m. Calcular a área.

Resp.: 60 m^2

279. — O perímetro de um quadrado é de 24 m. Qual é a área ?

Resp.: 36 m^2

280. — Calcular a área de um quadrado, cuja diagonal mede 36 m.

Resp.: 648 m^2

281. — Um quadrado está inscrito num círculo de 2 m de raio. Qual é a área dêsse quadrado ?

Resp.: 8 m^2

282. — O perímetro de um quadrado e o de um retângulo são iguais a 100 m. A base do retângulo é o quádruplo da altura. Qual é a diferença entre as áreas do quadrado e do retângulo ?

Resp.: 225 m^2

283. — Um retângulo, cuja base mede 12 m, é equivalente a um quadrado de 6 m de lado. Qual dêsses dois polígonos tem o maior perímetro e qual é a diferença entre êsses perímetros ?

Resp.: O retângulo; 6 m

284. — Dado um quadrado, unem-se os meios dos lados consecutivos. Estabeler a relação entre as áreas do quadrado formado e do quadrado dado.

Resp.: $\frac{1}{2}$

285. — Dois lados adjacentes de um paralelogramo medem 6 *m* e 9 *m*, respectivamente, e formam um ângulo de 45°. Calcular a área dêsse paralelogramo.

Resp.: 38,1834 m^2

286. — Dois lados adjacentes de um paralelogramo medem 3 *m* e 1,732 *m*, respectivamente. Calcular a área dêsse paralelogramo, sabendo-se que os ângulos da base medem 60° e 120°, respectivamente.

Resp.: 4,50 m^2

287. — Calcular a área de um retângulo, cujos catetos medem 8 *m* e 9 *m*, respectivamente.

Resp.: 36 m^2

288. — A hipotenusa de um triângulo retângulo e isósceles mede 20 *m*. Calcular a área.

Resp.: 100 m^2

289. — Num triângulo retângulo, um cateto mede 3 *m* e um ângulo agudo, 30°. Qual é a área dêsse triângulo ?

Resp.: 5,1960 m^2

290. — A base de um triângulo isósceles mede 36 *m* e a soma dos lados iguais é de 30 *m*. Calcular a área dêsse triângulo.

Resp.: 432 m^2

291. — Calcular a área de um triângulo equilátero de 40 *m* de lado.

Resp.: 692,82 m^2

292. — A altura de um triângulo equilátero mede 24 *m*. Calcular a área.

Resp.: 332,5440 m^2

293. — Calcular a área de um triângulo equilátero inscrito em um círculo, no qual uma corda de 8 *m* dista 3 *m* do centro.
Resp.: 32,4750 m^2

294. — O apótema de um triângulo equilátero é igual ao lado de um quadrado de 2 m^2 de área. Calcular a área dêsse triângulo equilátero.
Resp.: 10,3920 m^2

295. — O perímetro de um triângulo retângulo é de 60 *m*; os lados são proporcionais aos números 3, 4 e 5. Qual é a área?
Resp.: 150 m^2

296. — Os lados de um triângulo retângulo são proporcionais aos números 3, 4 e 5; a altura relativa à hipotenusa mede 12 *m*. Calcular a área.
Resp.: 150 m^2

297. — A área de um triângulo retângulo é de 300 m^2 e a hipotenusa mede 50 *m*. Calcular os catetos.
Resp.: 48,441 *m* e 12,386 *m*

298. — Calcular a base e a altura de um triângulo, sabendo-se que elas estão entre si como 14 está para 5 e que a área do triângulo é igual a 875 m^2.
Resp.: 70 *m* e 25 *m*

299. — Os lados de um triângulo medem 104 *m*, 111 *m* e 175 *m*, respectivamente. Calcular a área.
Resp.: 5460 m^2

300. — As projeções dos catetos de um triângulo retângulo sôbre a hipotenusa medem 4 *cm* e 9 *cm*, respectivamente. Calcular a área dêsse triângulo.
Resp.: 39 cm^2

301. — Um cateto de um triângulo retângulo mede 15 *dm* e a altura relativa à hipotenusa, 8 *dm*. Calcular a área.
Resp.: 70,9298 dm^2

302. — O perímetro de um losango é igual a 40 *m* e a menor diagonal mede 12 *m*. Calcular a área dêsse losango.

Resp.: 96 m^2

303. — A área de um losango é igual a 100 m^2; uma diagonal mede 10 *m*. Calcular a outra diagonal.

Resp.: 20 *m*

304. — Um ângulo de um losango mede 60°. Qual é a razão da área dêsse losango para a de um quadrado isoperímetro?

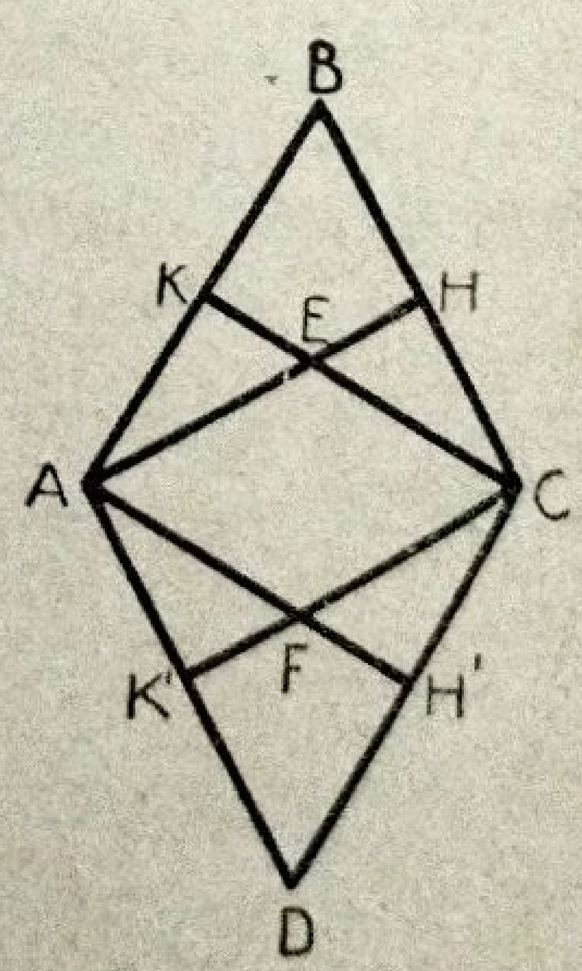
Resp.: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

305. — A área de um losango é igual a 31,1760 m^2; a menor diagonal é igual ao lado. Calcular o perímetro.

Resp.: 24 *m*

306. — As diagonais de um losango estão na razão $\frac{2}{5}$ e têm uma soma igual a 12 *dm*. Calcular a área dêsse losango

Resp.: 16,8750 dm^2



307. — Num losango *ABCD*, de 316,41 m^2 de área, os ângulos obtusos são o dôbro dos ângulos agudos. Dos vértices *A* e *C* traçam-se as perpendiculares *AH*, *AH'*, *CK* e *CK'*, que se cortam em *E* e *F*. Calcular a área do quadrilátero *AECF*.

Resp.: 115,47 m^2

308. — A área de um trapézio é de 30 m^2; a altura mede 5 *m*. Calcular as bases, sabendo-se que uma mede 8 *m* mais do que a outra.

Resp.: 2 *m* e 10 *m*

309. — Calcular a área de um trapézio formado por duas cordas paralelas, situadas no mesmo semi-círculo de 4 *dm* de raio; uma das cordas é o lado do hexágono regular inscrito e a outra é o lado do triângulo equilátero inscrito.

Resp.: 8 dm^2

310. — A altura de um trapézio mede 75 *m* e a base maior, 264 *m*; os ângulos adjacentes a essa base medem 45° e 60°, respectivamente. Calcular a área dêsse trapézio.

Resp.: 15363,75 m^2

311. — Dividir o trapézio de que trata o problema anterior em duas partes equivalentes por uma perpendicular à base maior. Calcular a distância do pé dessa perpendicular ao vértice do ângulo de 45°.

Resp.: 139,9 *m*

312. — As bases de um trapézio isósceles medem 20 *m* e 32 *m*, respectivamente. Calcular a área dêsse trapézio, sabendo-se que o perímetro é de 72 *m*.

Resp.: 208 m^2

313. — A área de um trapézio é igual a 240 m^2; a altura mede 16 *m*. Calcular as bases, sabendo-se que elas estão entre si como 2 está para 3.

Resp.: 12 *m* e 18 *m*

314. — As bases de um trapézio isósceles medem 26 *m* e 50 *m*, respectivamente. Cada um dos lados não paralelos mede 20 *m*. Qual é a área dêsse trapézio ?

Resp.: 608 m^2

315. — Num trapézio de 54 m^2 de área, a altura mede 6 *cm*. Calcular as bases dêsse trapézio, sabendo-se que a distância entre os meios das diagonais é de 4 *m*.

Resp.: 5 *m* e 13 *m*

316. — Calcular a área de um hexágono regular cujo lado mede 41,2 *m*.

Resp.: 4409,9491 m^2

317. — O apótema de um hexágono regular mede 0,6 *m*. Calcular a área.

Resp.: 0,0794 m^2

318. — Calcular a área de um octógono regular de 2,4 *m* de perímetro.

Resp.: 0,4345 m^2

319. — O lado de um pentágono regular mede 2 *dm*. Calcular a área.

Resp.: 6,8819 dm^2

320. — Calcular a área de um pentágono regular, cujo apótema mede 2 *cm*.

Resp.: 14,53 cm^2

321. — Calcular a área de um decágono regular inscrito em um círculo, sabendo-se que a diagonal do quadrado circunscrito a êsse círculo mede 1,414 *m*.

Resp.: 0,73 m^2

322. — Calcular a área de um dodecágono regular inscrito em um círculo, no qual uma ordenada de 6 *m* determina sôbre o diâmetro correspondente um segmento de 9 *m*.

Resp.: 126,75 m^2

323. — Calcular a área de um círculo de 1 *m* de circunferência.

Resp.: 0,0794 m^2

324. — A área de um círculo é de 1 m^2. Quanto mede o raio ?

Resp.: 0,564 *m*

325. — Calcular a area de um círculo em que uma corda de 3 *m* é subtendida por um arco de 120°.

Resp.: 8,6580 m^2

326. — Duas cordas, que ligam um ponto *P* de uma circunferência às extremidades de um mesmo diâmetro *AB*, medem 6 *m* e 8 *m*, respectivamente. Calcular a área do círculo.

Resp.: 78,57 m^2

327. — O comprimento de uma corda de um círculo é de 24 *m* e o da flecha, 9 *m*. Calcular a área do círculo.

Resp.: 490,87 m^2

328. — Calcular a área de um setor de 22°30', num círculo de 56 *m* de raio.

Resp.: 616 m^2

329. — Um setor de 36° tem uma área igual a 385 m^2. Determinar o comprimento do arco do setor e o raio.

Resp.: 35 *m* e 92 *m*

330. — Os raios de dois círculos medem 3 *m* e 5 *m*, respectivamente. Calcular o número de graus de um setor do segundo círculo equivalente a um setor de 60° do primeiro.

Resp.: 21°36'

331. — Calcular a área de um segmento circular de 60°, num círculo de 2 *m* de raio.

Resp.: 0,3624 m^2

332. — Calcular a área de um segmento de 300°, num círculo de 1 *m* de raio.

Resp.: 3,0509 m^2

333. — Num círculo de 7 *m* de raio, traça-se uma corda igual ao raio. Calcular a área dos dois segmentos em que fica dividido o círculo.

Resp.: 4,43 m^2 e 149,50 m^2

334. — Duas circunferências concêntricas medem 460 *m* e 352 *m* de comprimento. Calcular a área da coroa circular limitada por essas circunferências.

Resp.: 5544 m^2

335. — A área de uma coroa circular é de 25,1328 m^2; a distância entre as duas circunferências é de 2 *m*. Calcular os raios das duas circunferências.

Resp.: 1 *m* e 3 *m*

336. — Calcular a área de uma coroa circular, sabendo-se que uma corda do círculo maior, tangente ao menor, mede 4 *m*.

Resp.: 12,5664 m^2

337. — Calcular o raio do círculo inscrito num retângulo cujos lados medem 47,5 *m*, 67,5 *m* e 87,5 *m*, respectivamente.

Resp.: 15,68 *m*

338. — Um polígono tem 84 m^2 de área e um de seus lados mede 2 *m*. Calcular a área de um polígono semelhante, sabendo-se que o lado homólogo mede 3 *m*.

Resp.: 189 m^2

339. — Dois lados homólogos de dois hexágonos semelhantes medem 33 *m* e 56 *m*, respectivamente. Calcular o lado correspondente em um terceiro hexágono semelhante aos primeiros, tendo a área igual à soma das áreas dêsses dois hexágonos.

Resp.: 65 *m*

340. — Um retângulo tem 12 *m* de base e 8 *m* de altura. Calcular a área de um retângulo semelhante, inscrito num semi-círculo de 20 *m* de raio. (A base maior do retângulo deverá ficar apoiada sôbre o diâmetro do semi-círculo.)

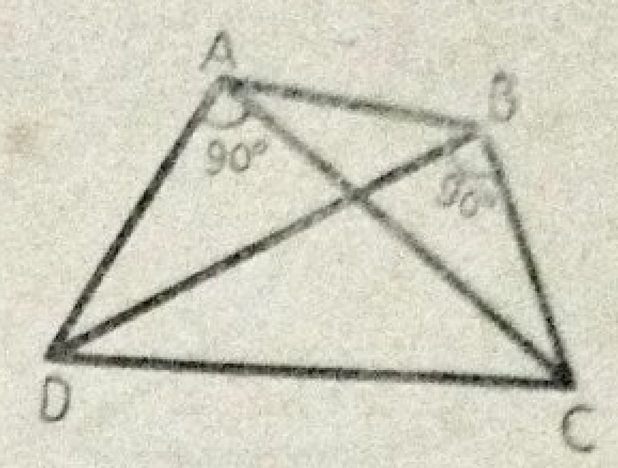
Resp.: 384 m^2

341. — Um dos lados não paralelos de um trapézio mede 12 *m* e dista 6 *m* do meio do outro lado não paralelo. Calcular a área do trapézio.

Resp.: 72 m^2

342. — Num quadrilátero $ABCD$ os ângulos DAC e DBC são retos; os lados AD e BC são iguais e medem juntamente 48 m; o lado CD mede 40 m. Calcular a área do quadrilátero.

Resp.: 491,52 m^2



343. — Um trapézio, cujas bases medem 7 m e 12 m, respectivamente, é dividido em duas partes equivalentes por uma paralela às bases. Exprimir em função da altura h do trapézio a distância dessa paralela à base menor.

Resp.: 0,564 $m \times h$

344. — Um trapézio tem uma área de 32 m^2; uma base mede 10 m e a altura, 4 m. A uma distância de 1 m da base dada traça-se uma paralela à essa base. Calcular o segmento dessa reta compreendido entre os lados não paralelos.

Resp.: 9 m

345. — As bases de um trapézio medem 60 m e 40 m, respectivamente, e a altura, 20 m. Uma paralela às bases divide o trapézio em duas partes, cujas áreas estão entre si na razão de $\frac{3}{4}$. Calcular o comprimento dessa paralela.

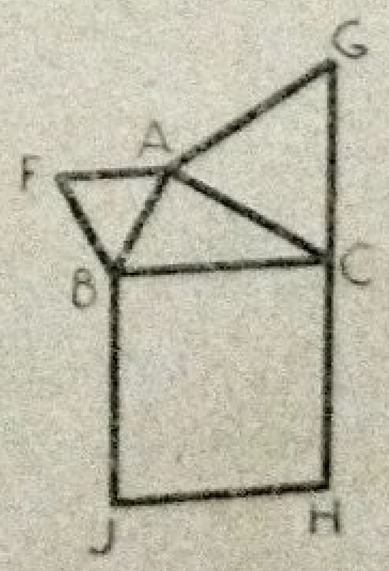
Resp.: 49,57 m

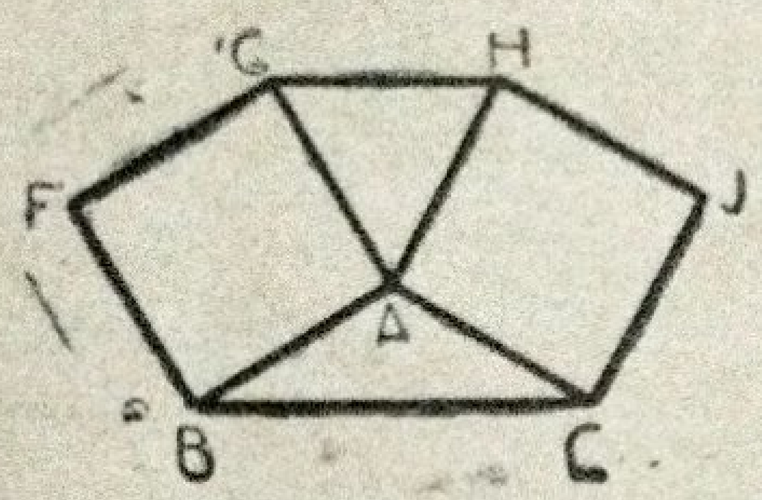
346. — A área de um trapézio é de 3750 m^2; a base maior mede 90 m e a altura, 50 m. Calcular o comprimento da paralela às bases, que divide o trapézio em duas partes equivalentes.

Resp.: 76,48 m

347. — A hipotenusa de um triângulo retângulo ABC mede 25 dm e um ângulo agudo, 60°. Sôbre os lados dêsse triângulo constroem-se exteriormente: 1.º) sôbre a hipotenusa o quadrado $BCHJ$; 2.º) sôbre os catetos os triângulos equiláteros ACG e ABF. Calcular a área do polígono não convexo $AGCHJBF$.

Resp.: 10,61 m^2





348. — Num triângulo isósceles ABC, a base BC mede 10 *cm* e os ângulos B e C, 30° cada um. Sôbre os lados AB e AC constroem-se externamente os quadrados $ABFG$ e $ACJH$. Une-se G a H. Calcular a área do polígono $BCJHGF$.

Resp.: 95,53 m^2

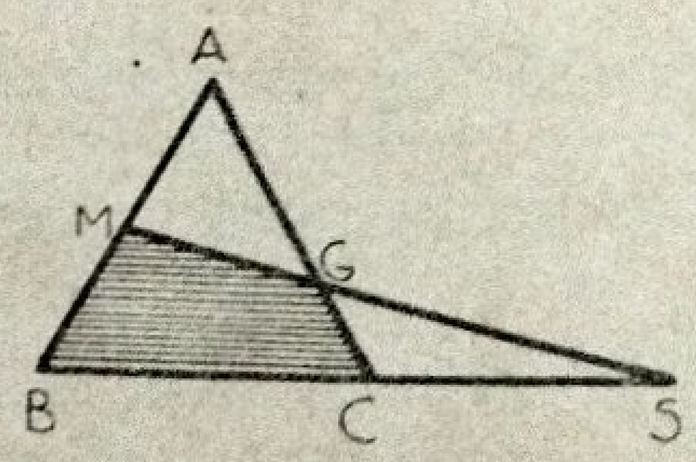
349. — Os lados de um triângulo medem 10 *m*, 17 *m* e 21 *m*, respectivamente. Calcular as áreas das duas partes em que o triângulo fica dividido pela bissetriz interna do maior ângulo.

Resp.: 31,11 m^2 e 52,88 m^2

350. — A base de um triângulo mede 120 *m* e a altura, 40 *m*. Calcular a área de um quadrado inscrito nêsse triângulo, sabendo-se que um dos lados do quadrado está apoiado sôbre a base do triângulo.

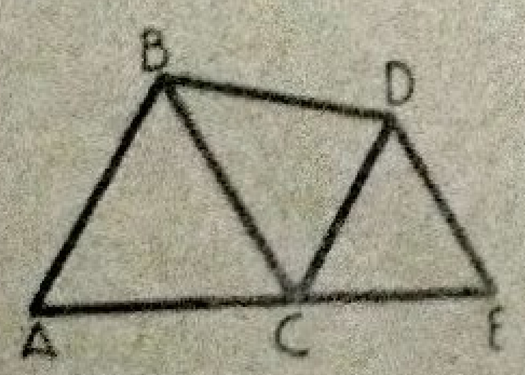
Resp.: 900 m^2

351. — Um triângulo equilátero ABC tem 60 *m* de perímetro. Prolonga-se a base BC e sôbre êsse prolongamento toma-se $CS = 12$ *m*. Une-se o ponto S ao meio M do lado AB. Calcular a área do quadrilátero $BCGM$.



Resp.: 110,21 m^2

352. — Os lados de dois triângulos equiláteros ABC e CDE medem 4 *m* e 6 *m*, respectivamente. Colocam-se êsses dois triângulos de modo que o vértice C de um coincida com o vértice C do outro e as bases AC e CE fiquem em linha reta. Unem-se os vértices B e D. Calcular a área do quadrilátero $AEDB$.



Resp.: 32,9080 m^2

353. — Calcular a área de um quadrado inscrito em um triângulo equilátero de 2 *m* de lado.

Resp.: 0,8640 m^2

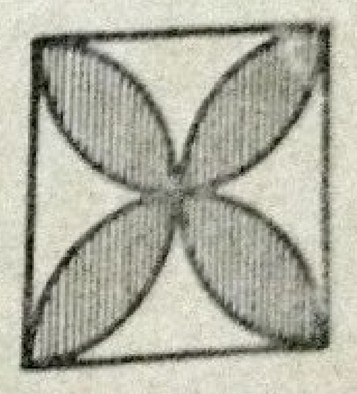
354. — Calcular a área de um triângulo equilátero inscrito em um quadrado de 5 *dm* de lado, devendo um dos vértices do triângulo coincidir com um vértice do quadrado.

Resp.: 11,6025 dm^2

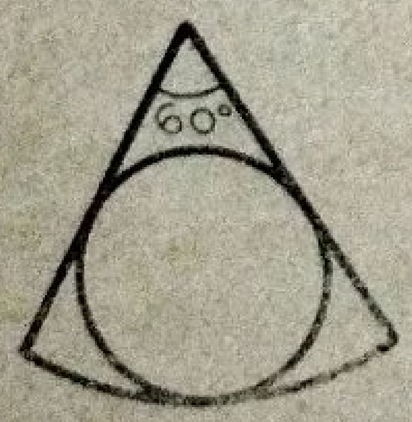
355. — A base de um triângulo mede 120 *m* e a altura, 40 *m*. Calcular a área de um quadrado inscrito nêsse triângulo, sabendo-se que um dos lados do quadrado está apoiado sôbre a base do triângulo.

Resp.: 900 m^2

356. — O lado de um quadrado mede 1 *m*. Fazendo-se centro no meio dos lados e com raio igual à metade do lado, descrevem-se quatro semi-circunferências, que passam pelo centro do quadrado. Calcular a área da rosácea de quatro folhas assim formada.



Resp.: 0,5708 m^2



357. — Calcular a área do círculo inscrito num setor circular de 60°, sabendo-se que o arco do setor mede 3,14 *m*.

Resp.: 3,14 m^2

358. — O raio de um círculo mede 10 *m*. Calcular a área de um segmento circular de duas bases, limitado por um lado do hexágono regular inscrito e por um lado do triângulo equilátero inscrito.

Resp.: 1.ª sol.: 52,36 m^2
2.ª sol.: 243,68 m^2

359. — Um círculo de 18 *m* de diâmetro fica dividido, por duas circunferências concêntricas, em três partes equivalentes. Calcular os raios dessas circunferências.

Resp.: 5,196 *m* e 7,348 *m*

360. — Dois círculos iguais, de 1 *m* de raio, são dispostos de modo que a circunferência de um passa pelo centro do outro. Calcular a área da parte comum aos dois círculos.

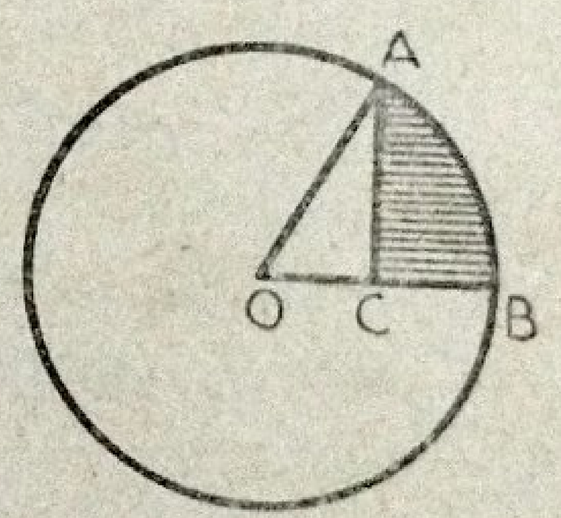
Resp.: 1,2294 m^2

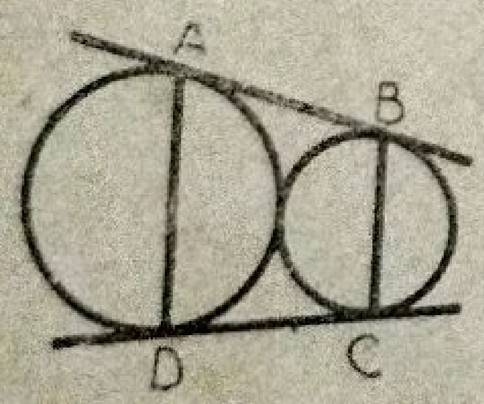
361. — A base de um triângulo isósceles mede 6 *m* e o raio do círculo inscrito, 2 *m*. Calcular a área do círculo circunscrito.

Resp.: 56,07 m^2

362. — Num círculo de 20 *m* de diâmetro, traça-se um ângulo central *AOB* de 30°. Sendo *AC* a perpendicular baixada do ponto *A* sôbre o raio *OB*, calcular a área da parte limitada pelo ângulo *ACB* e pelo arco *AB*.

Resp.: 4,53 m^2





363. — Dois círculos, cujos raios medem 4 *m* e 6 *m*, respectivamente, tangenciam-se externamente. Calcular a área do trapézio *ABCD*, formado pelas tangentes comuns *AB* e *CD* e pelas cordas de contato *AD* e *BC*.

Resp.: 94,0588 m^2

364. — Os centros *C* e *C'* de dois círculos exteriores, cujos raios medem 2 *m* e 6 *m*, respectivamente, distam 10 *m* um do outro. Calcular a área do trapézio formado pelas tangentes comuns exteriores e pelas cordas de contato.

Resp.: 61,58 m^2

365. — Por um ponto *S*, exterior a um círculo de 2 *dm* de raio, traçam-se duas tangentes que formam entre si um ângulo de

60°. Calcular a área da figura limitada pelas tangentes e pelo arco menor AB.

Resp.: 2,7392 dm^2

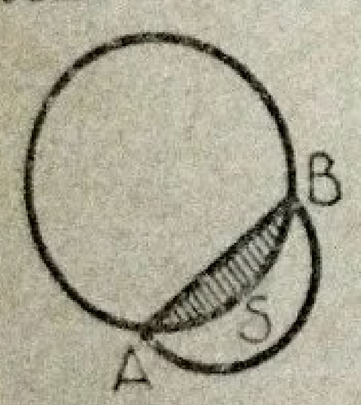
366. — As áreas de dois círculos concêntricos estão entre si na razão $\frac{5}{8}$. A área do trapézio circular de 45° é de 300 m^2. Calcular os raios dêsses dois círculos.

Resp.: 28,2 m e 45,1 m

367. — Três círculos iguais de 1 m de raio tangenciam-se dois a dois. Calcular a área da figura interior compreendida entre os três círculos.

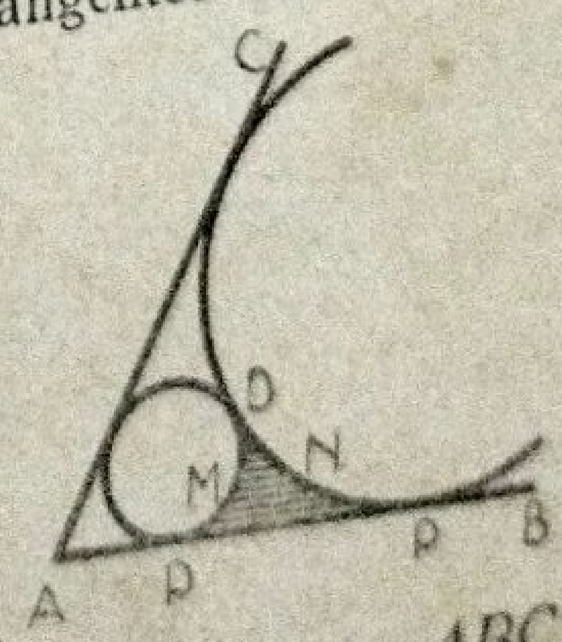
Resp. 0,1612 m^2

368. — O raio de um círculo mede 1,2 m. Sôbre a corda AB de um quadrante como diâmetro, descreve-se uma semi-circunferência. Calcular a área da figura curvilínea limitada por essa semi-circunferência e pelo arco ASB do quadrante considerado.



Resp.: 0,72 m^2

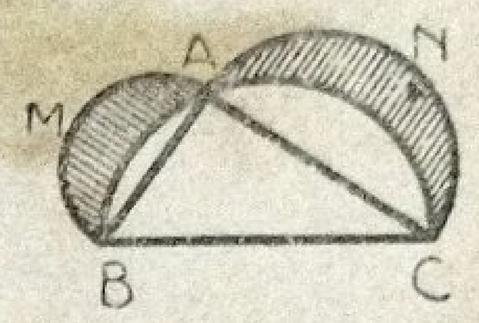
369. — Num ângulo BAC de 60°, inscrevem-se dois círculos tangentes entre si exteriormente no ponto D e tangentes aos lados do ângulo BAC nos pontos P e P'. O raio do círculo menor mede 0,31 m. Calcular a área da figura limitada pela tangente comum PP', pelo arco DMP do círculo menor e pelo arco DNP' do círculo maior.



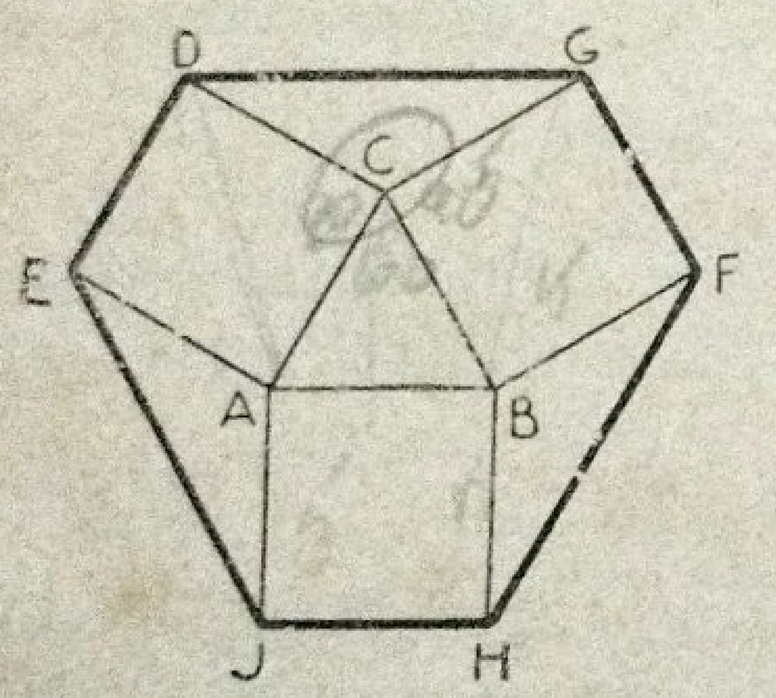
Resp.: 0,1122 m^2

370. — Sôbre os três lados de um triângulo retângulo ABC, descrevem-se as semi-circunferências BAC, BMA e ANC. Calcular a soma das áreas das lúnulas assim obtidas, sabendo-se que a

hipotenusa mede 10 *m* e que as projeções dos catetos sôbre a hipotenusa estão entre si na razão $\frac{9}{16}$.



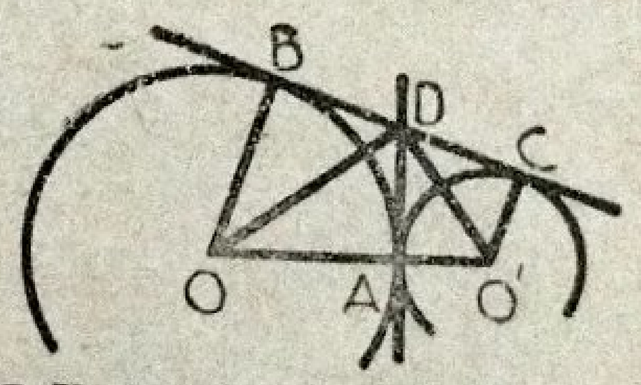
Resp.: 24 m^2



371. — O lado de um triângulo equilátero *ABC* mede 5 *dm*. Sôbre os lados dêsse triângulo, constroem-se exteriormente os quadrados *ACDE*, *BFGC* e *ABHJ*. Unem-se os vértices *D* a G. *F* a *H* e *E* a *J*. Calcular a área do hexágono formado *EDGFHJ*.

Resp.: 118,30 dm^2

372. — Os raios de dois círculos, tangentes exteriormente, medem 2,5 *cm* e 5 *cm*, respectivamente. A tangente comum interna encontra uma das tangentes externas *BC* no ponto *D*. Determinar a área do trapézio *OBCO'* e a área do triângulo *ODO'*.



Resp.: 26,5125 m^2 e 13,2567 m^2

POLIEDROS — TEOREMA DE EULER

373. — Um poliedro convexo tem 15 arestas e 7 vértices. Quantas faces tem ?

Resp.: 10

374. — Um poliedro convexo tem 12 vértices e 8 faces. Quantas arestas tem ?

Resp.: 18

375. — Num poliedro convexo o número de vértices é igual ao número de faces. Calcular o número de faces dêsse poliedro, sabendo-se que êle tem 16 arestas.

Resp.: 9

376. — Um poliedro convexo tem 8 faces, tôdas triangulares. Calcular o número de vértices.

Resp.: 6

377. — Calcular o número de vértices de um poliedro convexo que tem 10 faces, tôdas quadrangulares.

Resp.: 12

378. — Calcular o número de vértices de um poliedro que tem 2 faces triangulares, 1 quadrangular, 2 pentagonais e 3 hexagonais.

Resp.: 13

379. — Num poliedro convexo de 18 arestas, o número de vértices é igual aos $\frac{3}{2}$ do número de faces. Calcular o número de faces.

Resp.: 8

380. — Num poliedro convexo o número de arestas excede o número de vértices de 6 unidades. Calcular o número de faces.

Resp.: 8

381. — Um poliedro convexo tem 16 vértices e apresenta faces triangulares e pentagonais. O número de faces pentagonais é o dôbro do número de faces triangulares. Calcular o número de faces dêsse poliedro.

Resp.: 12

382. — Um poliedro convexo apresenta faces triangulares e pentagonais, sendo 3 o número de faces pentagonais. Calcular o número de faces dêsse poliedro, sabendo-se que o número de arestas é o quádruplo do número de faces triangulares.

Resp.: 6

383. — Um poliedro convexo apresenta faces triangulares e quadrangulares. A soma dos ângulos das faces é igual a 2520°. Determinar o número de faces de cada espécie dêsse poliedro, sabendo-se que êle tem 17 arestas.

Resp.: 6 triang. e 3 quadr.

384. — Um poliedro convexo apresenta faces quadrangulares e pentagonais. Calcular o número de faces de cada espécie, sabendo-se que a soma dos ângulos das faces é igual a 32 retos.

Resp.: 1.ª sol.: 5 quad. e 2 pent.
2.ª sol.: 2 quad. e 4 pent.

384-A. — A soma de todos os ângulos das faces de uma pirâmide P e de um prisma S é igual a 28 retos. Determinar a natureza da pirâmide e do prisma.

Resp.: P — quadrangular; S — triangular.

PRISMA

PARALELEPÍPEDO

385. — Num paralelepípedo retângulo a altura mede 19 *cm* e as dimensões da base medem 32 *cm* e 24 *cm*, respectivamente. Quanto mede a diagonal ?

Resp.: 48,28 *cm* 44,28 cm

386. — Num paralelepípedo retângulo de 3 *m* de altura, o comprimento mede 4 *m* e a largura, 2,5 *m*. Qual é a área total dêsse paralelepípedo ?

Resp.: 59 m^2

387. — A área total de um paralelepípedo retângulo é igual a 3,76 m^2. Calcular as dimensões, sabendo-se que elas são proporcionais a 3, 4 e 5.

Resp.: 0,6 *m*; 0,8 *m*; 1 *m*.

388. — Um paralelepípedo retângulo tem uma área total de 94 m^2 e a soma de tôdas as arestas é igual a 48 *m*. Calcular as dimensões dêsse paralelepípedo, sabendo-se que elas estão em progressão aritmética.

Resp.: 3 *m*; 4 *m*; 5 *m*.

389. — A altura de um paralelepípedo retângulo mede 7 *dm*, a base é um retângulo de 10 *dm* de diagonal e cujas dimensões são proporcionais a 3 e 4. Calcular a área total dêsse paralelepípedo.

Resp.: 292 dm^2

390. — A área total de um paralelepípedo retângulo é igual a 72 m^2; a altura mede 2 m e o comprimento é o dôbro da largura. Calcular a diagonal dêsse paralelepípedo.

Resp.: 7 m

391. — A altura de um paralelepípedo retângulo mede 2 dm e a largura é a metade do comprimento. Calcular o comprimento e a largura dêsse paralelepípedo, sabendo-se que a área lateral é igual á soma das áreas das bases.

Resp.: 3 dm e 6 dm

392. — Um paralelepípedo retângulo tem 1 dm de altura e 40 dm^2 de área total; o comprimento é o triplo da largura. Calcular a diagonal.

Resp.: 6,4 dm

393. — Um paralelepípedo retângulo tem uma área total de 94 dm^2. Calcular as dimensões dêsse paralelepípedo, sabendo-se que elas estão em progressão aritmética e que a soma de tôdas as arestas é igual a 48 dm.

Resp.: 3 dm; 4 dm; 5 dm.

394. — Calcular o volume de um paralelepípedo de 6 dm de altura, sabendo-se que a base é um losango cujas diagonais medem 7 dm e 10 dm, respectivamente.

Resp.: 210 dm^3

395. — Um paralelepípedo retângulo tem um volume de 728 m^3. Calcular as dimensões dêsse paralelepípedo, sabendo-se que elas são proporcionais aos números 5, 3 e 2.

Resp.: 14,45 m; 8,67 m; 5,78 m.

396. — Um paralelepípedo retângulo tem uma área total de 208 m^2; a diagonal da base mede 10 m e a soma das três dimensões é igual a 18 m. Calcular o volume.

Resp.: 192 m^3

397. — Dois paralelepípedos de bases equivalentes têm 7,815 m^3 e 4,450 m^3 de volume, respectivamente; o primeiro tem

2 *m* de altura. Calcular a altura do segundo e as bases de cada um dos dois paralelepípedos.

Resp.: 1,13 *m* e 3,90 m^2

398. — Um paralelepípedo retângulo tem 7 *dm* de altura; a base é um retângulo de 10 *dm* de diagonal e cujas dimensões estão entre si na razão $\frac{3}{4}$. Calcular a diagonal, a área total e o volume dêsse paralelepípedo.

Resp.: 12,2 *dm*; 292 dm^2; 336 dm^3.

399. — As seis faces de um paralelepípedo são losangos iguais de 2 *dm* de lado. Calcular o volume dêsse paralelepípedo, sabendo-se que uma das diagonais da face é igual ao lado.

Resp.: 5,656 dm^3

400. — Num prisma triangular uma face é um paralelogramo cujos lados medem, respectivamente, 9 *dm* e 6 *dm* e formam entre si um ângulo de 60°. A distância dessa face à aresta oposta é de 4 *dm*. Calcular o volume dêsse prisma.

Resp.: 93,528 dm^3

401. — A base de um paralelepípedo retângulo tem uma área de 12 m^2; a soma das 12 arestas é igual a 48 *m* e a soma dos quadrados das arestas que concorrem ao mesmo vértice é igual a 50 m^2. Calcular o volume dêsse paralelepípedo.

Resp.: 60 m^3

CUBO

402. — A aresta de um cubo mede 1,732 *m*. Quanto mede a diagonal ?

Resp.: 3 *m*

403. — Calcular a diagonal de um cubo cuja area total é igual a 96 m^2.

Resp.: 6,928 *m*

404. — A diagonal da face de um cubo mede 1,414 *m*. Calcular a diagonal dêsse cubo.

Resp.: 1,732 *m*

405. — Qual é a área total de um cubo cuja diagonal mede 5 *m* ?

Resp.: 50 m^2

406. — A aresta de um cubo mede 1,5 *m*. De quanto se deve aumentar a diagonal dêsse cubo de modo que a aresta do novo cubo seja igual a 2 *m* ?

Resp.: 0,866 *m*

407. — A área total de um cubo é igual a 24 m^2. Cortar êsse cubo por um plano tal que a secção determinada seja um hexágono regular. Calcular a área dêsse hexágono.

Resp.: 5,1960 m^2

408. — A área total de um cubo é de 54 dm^2. Qual é o volume ?

Resp.: 27 dm^3

409. — Calcular o volume de um cubo cuja diagonal mede 33 *cm*.

Resp.: 6915,876 cm^3

410. — A área total de um cubo é igual a 24 m^2. De quanto se deve aumentar a diagonal dêsse cubo para que o volume aumente de 19 m^3 ?

Resp.: 1,732 *m*

PRISMAS QUAISQUER

411. — A altura de um prisma regular mede 6 *dm*; a base é um quadrado de 25 dm^2 de área. Calcular a área lateral dêsse prisma.

Resp.: 120 dm^2

412. — Um prisma reto, de 12 *dm* de altura, tem para base um losango, cujas diagonais medem 6 *dm* e 8 *dm*, respectivamente. Qual é a área total dêsse prisma ?

Resp.: 288 dm^2

413. — A aresta da base de um prisma hexagonal regular mede 2 *dm*. De quanto se deve diminuir a altura dêsse prisma de modo a se obter um novo prisma que tenha a área total igual à área lateral do prisma dado ?

Resp.: 1,732 *m*

414. — A aresta lateral de um prisma oblíquo mede 3 *m*. A secção reta é um quadrado cuja diagonal mede 1,414 *m*. Calcular a área total dêsse prisma.

Resp.: 14 m^2

415. — Num prisma oblíquo a aresta lateral mede 5 *dm*; a secção reta é um trapézio isósceles cuja altura mede 8 *dm* e as bases 7 *dm* e 19 *dm*, respectivamente. Calcular a área lateral dêsse prisma.

Resp.: 230 dm^2

416. — A aresta lateral de um prisma reto mede 10 *m*; a base é um triângulo retângulo de 300 m^2 de área e cuja hipotenusa mede 50 *m*. Calcular a área lateral dêsse prisma.

Resp.: 1108,27 m^2

417. — A área lateral de um prisma triangular regular de 5 *dm* de altura é igual a 30 dm^2. Calcular o lado da base.

Resp.: 2 *dm*

418. — A aresta lateral de um prisma oblíquo mede 4 *dm*. A secção reta é um triângulo equilátero de 1,7320 dm^2 de área. Calcular a área lateral dêsse prisma.

Resp.: 24 m^2

419. — A altura de um prisma triangular regular mede 6 *m*; a diagonal da face mede 10 *m*. Calcular a área total dêsse prisma.

Resp.: 171,7120 m^2

420. — Num prisma hexagonal regular o lado da base mede 4 *dm;* a altura é o dôbro do lado da base. Calcular a área total.

Resp.: 2,7513 dm^2

421. — Um prisma triangular regular tem a aresta da base igual a 6 *cm*. De quanto se deve aumentar a altura, conservando-se a mesma base, para que a área lateral do novo prisma seja igual à área total do prisma dado ?

Resp.: 1,732 *m*

422. — A aresta da base de um prisma hexagonal regular mede 2 *cm*. De quanto se deve diminuir a altura dêsse prisma de modo a se obter um novo prisma que tenha a área total equivalente à área lateral do prisma dado.

Resp.: 1,732 *cm*

423. — A altura de um prisma reto mede 14 *dm;* a base é um triângulo isósceles cujos lados iguais têm uma soma de 10 *dm* e cujo terceiro lado mede 6 *dm*. Calcular o volume dêsse prisma.

Resp.: 168 dm^3

424. — Calcular o volume de um prisma triangular regular, sabendo-se que o lado da base mede 45 *cm* e que a altura do prisma é o dôbro do lado da base.

Resp.: 52609,500 cm^3

425. — O volume de um prisma de base quadrada é igual a 81 dm^3; a altura dêsse prisma é o triplo do lado da base. Calcular a altura dêsse prisma.

Resp.: 9 *dm*

426. — A base de um prisma é um triângulo equilátero de 6 *dm* de perímetro; a altura do prisma é o dôbro da altura do triângulo da base. Calcular o volume.

Resp.: 6 dm^3

427. — Calcular o volume de um prisma triangular regular de 8 *dm* de altura, sabendo-se que a área lateral excede a área da base de 3,4640 dm^2.

Resp.: 10586 dm^3

428. — A aresta lateral de um prisma oblíquo mede 9 *dm*; dois lados da secção reta medem, respectivamente, 8 *dm* e 10 *dm* e o ângulo compreendido por êsses lados mede 60°. Calcular o volume dêsse prisma.

Resp.: 311,760 dm^3

429. — A aresta lateral de um prisma oblíquo mede 1 *dm*; a secção reta é um paralelogramo no qual dois lados adjacentes medem, respectivamente, 80 *cm* e 54 *cm* e formam entre si um ângulo de 60°. Calcular o volume dêsse prisma.

Resp.: 37,411 cm^3

430. — Um prisma triangular regular tem tôdas as arestas iguais. Calcular o volume dêsse prisma, sabendo-se que a área lateral é igual a 32 m^2.

Resp.: 15,082 m^3

431. — A altura de um prisma hexagonal regular mede 5 *m*; a área lateral é igual ao quádruplo da área da base. Calcular o volume dêsse prisma.

Resp.: 108,250 m^3

432. — Calcular o volume de um prisma oblíquo cuja base é um triângulo equilátero de 15 *cm* de lado e cuja aresta lateral é igual à aresta da base e faz com o plano da base um ângulo de 60°.

Resp.: 1265,625 cm^3

433. — Calcular o volume de alvenaria empregada numa tôrre hexagonal regular de 20 *m* de altura, sabendo-se que a parede tem 0,5 *m* de espessura e que o polígono da base, na parte exterior, tem 4 *m* de lado.

Resp.: 222,714 m^3

434. — Um prisma hexagonal regular tem 4,500 dm^3 de volume e 12 dm^2 de área lateral; calcular a altura dêsse prisma e o lado do hexágono que lhe serve de base.

Resp.: 0,86 *dm* e 2,31 *dm*

435. — A área lateral de um prisma regular é igual a 10 m^2. A base é um dodecágono regular de 1 m de lado. Calcular o volume dêsse prisma.

Resp.: 9,330 m^3

436. — Um prisma triangular reto $ABCA'B'C'$ tem 6 m de altura; sôbre a aresta AA' toma-se $AF = x$; sôbre a aresta BB' toma-se $BG = x + 1,5\ m$ e sôbre a aresta CC' toma-se $CH = x + 3,5\ m$. Pelos pontos F, G e H passa-se um plano, que divide o prisma em dois troncos. Calcular x de modo que êsses dois troncos de prisma determinados sejam equivalentes.

Resp.: 1,333 m

PIRÂMIDE

437. — A altura de uma pirâmide mede 6 *dm*; a base é um quadrado de 12 *dm* de lado. A que distância do vértice se deve passar um plano paralelo à base para se obter uma secção de 121 dm^2 de área ?

Resp.: 5,5 *dm*

438. — A base de uma pirâmide de 6 *m* de altura é um quadrado de 12 *m* de lado. Calcular a área de uma secção feita paralelamente à base, distante 5 *m* do vértice.

Resp.: 100 m^2

439. — A base de uma pirâmide tem 81 m^2 de área; uma secção feita paralelamente à base, a 3 *m* do vértice, tem uma área de 36 m^2. Calcular a altura da pirâmide.

Resp.: 4,5 *m*

440. — Duas pirâmides de alturas iguais assentam-se sôbre o mesmo plano; as bases têm 144 dm^2 e 189 dm^2 de área, respectivamente. Um plano paralelo ao plano das bases determina na primeira pirâmide uma secção de 48 dm^2 de área. Calcular a área da secção determinada na segunda pirâmide por êsse plano.

Resp.: 63 dm^2

441. — A base de uma pirâmide regular é um quadrado cuja diagonal mede 1,414 *m*; o apótema da pirâmide mede 3 *m*. Calcular a área lateral dessa pirâmide.

Resp.: 6 m^2

442. — Uma pirâmide regular tem para base um triângulo equilátero de 1,732 *m* de altura; o apótema da pirâmide mede 5 *m*. Calcular a área total.

Resp.: 16,7320 m^2

443. — A soma das arestas de um tetraedro regular é igual a 12 *m*. Calcular a área total.

Resp.: 6,92 dm^2

444. — Calcular a altura de um tetraedro regular de 6 *m* de altura.

Resp.: 4,898 *m*

445. — A altura de um tetraedro regular mede 2 *dm*; calcular a área total.

Resp.: 10,39 dm^2

446. — Calcular a área total de um octaedro regular de 2 *dm* de aresta.

Resp.: 13,8560 dm^2

447. — A base de uma pirâmide regular é um quadrado de 144 dm^2 de área; a aresta lateral mede 10 *dm*. Calcular a área lateral.

Resp.: 192 dm^2

448. — A base de uma pirâmide regular é um quadrado de 256 dm^2 de área; a altura mede 16 *dm*. Calcular a área total.

Resp.: 576 dm^2

449. — Uma pirâmide regular tem para base um triângulo de 45 *cm* de perímetro; a aresta lateral mede 22 *cm*. Calcular a área total.

Resp.: 560,92 cm^2

450. — Uma pirâmide tem para base um retângulo cujas dimensões medem 1 *m* e 2 *m*, respectivamente; as arestas laterais sao iguais à diagonal da base. Calcular a área total dessa pirâmide.

Resp.: 8,18 m^2

451. — A aresta lateral de uma pirâmide regular mede 28 *cm*; a base é um quadrado de 361 cm^2 de área. Calcular a altura.

Resp.: 25,02 *cm*

452. — A base de uma pirâmide regular é um hexágono de 3 *dm* de lado; a área da base é a décima parte da área lateral. Calcular a altura da pirâmide.

Resp.: 25,85 *dm*

453. — Numa pirâmide triangular *SABC*, o triedro *S* é trirretângulo. As arestas laterais *SA*, *SB* e *SC* medem 75 *dm*, 100 *dm* e 80 *dm*, respectivamente. Calcular a área total.

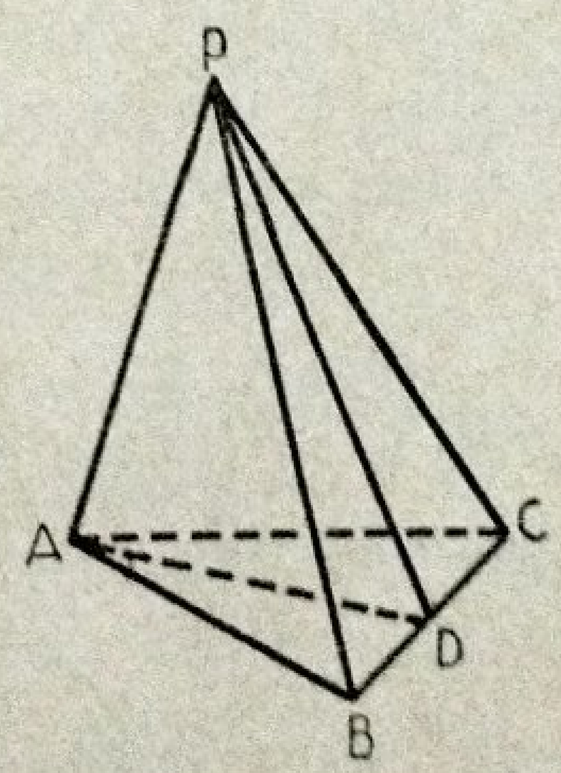
Resp.: 17000 dm^2

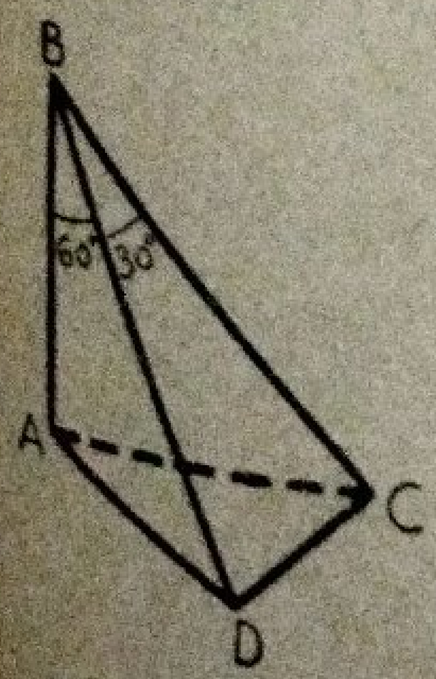
454. — Calcular a área total do octaedro que tem para vértices os centros das faces de um paralelepípedo retângulo cujas dimensões medem 8,2 *dm*, 6,4 *dm* e 5,8 *dm*, respectivamente.

Resp.: 79,96 dm^2

455. — Dada uma pirâmide regular *PABC*, passa-se um plano pela aresta *PA* e a bissetriz da face *BPC*. Calcular a área da secção formada, sabendo-se que o lado do triângulo da base mede 0,4 *m* e a aresta lateral, 0,7 *m*.

Resp.: 0,1154 m^2





456. — Num tetraedro *ABCD* a aresta *AB* é perpendicular à face *ACD* e a aresta *CD* é perpendicular à face *ABC*. Sabendo-se que $AB = 2{,}3$ *dm*, $ABD = 60°$ e $CBD = 30°$, calcular a área total dêsse tetraedro.

Resp.: 16,6920 dm^2

457. — A aresta de um tetraedro regular mede 6 *dm;* calcular o volume.

Resp.: 25,452 dm^3

458. — O volume de um tetraedro regular é de 1,414 m^3. Calcular a aresta.

Resp.: 2,289 *m*

459. — Calcular o volume de um octaedro regular de 3 *dm* de aresta.

Resp.: 12,726 dm^3

460. — Calcular o volume de um octaedro regular cuja diagonal mede 6 *dm.*

Resp.: 36 dm^3

461. — Uma pirâmide de 9 *dm* de altura tem para base um quadrado de 8 *dm* de perímetro. Calcular o volume dessa pirâmide.

Resp.: 12 dm^3

462. — A aresta lateral de uma pirâmide regular mede 20 *cm.* Calcular o volume dessa pirâmide, sabendo-se que a base é um quadrado circunscrito a um círculo de 5 *cm* de raio.

Resp.: 0,623 dm^3

463. — O volume de uma pirâmide hexagonal regular é de 4,200 m^3. Calcular a altura dessa pirâmide, sabendo-se que o perímetro da base é igual a 2,1 *m.*

Resp.: 39,59 *m*

464. — Calcular o volume de uma pirâmide de 0,12 *m* de altura, cuja base é um triângulo equilátero de 1,5 *m* de lado.

Resp.: 21828,716 m^3

465. — A aresta lateral de uma pirâmide regular mede 5 *dm.* A base é um triângulo equilátero de 18 *dm* de perímetro. Calcular o volume dessa pirâmide.

Resp.: 18,732 dm^3

466. — A base de uma pirâmide é um retângulo que tem uma área de 320 dm^2; uma dimensão dêsse retângulo é o quín-

uplo da outra. A altura da pirâmide é igual ao maior lado da base. Calcular o volume dessa pirâmide.

Resp.: 4266,666 dm^3

467. — O apótema de uma pirâmide regular triangular mede 12 *dm*; a base está inscrita num círculo de 10 *dm* de raio. Calcular o volume dessa pirâmide.

Resp.: 475,450 dm^3

468. — A base de uma pirâmide regular é um triângulo circunscrito a um círculo de 4 *dm* de raio; a área lateral dessa pirâmide é o dôbro da área da base. Calcular o volume dessa pirâmide.

Resp.: 192 dm^3

469. — As arestas laterais de uma pirâmide são iguais, medindo cada uma 0,94 *m*; a base é um retângulo, cujas dimensões medem 0,6 *m* e 0,8 *m*, respectivamente. Calcular o volume dessa pirâmide, sabendo-se que a altura cai no centro da base.

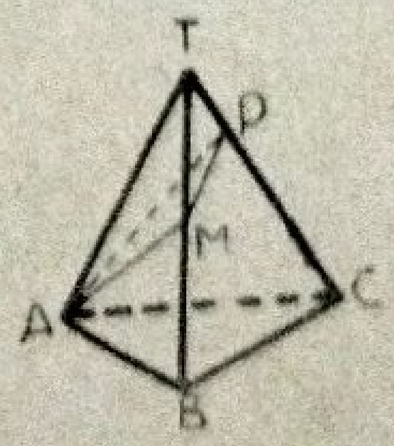
Resp.: 0,127 m^3

470. — O lado da base de uma pirâmide quadrangular regular é a; a área total é T. Determinar o volume V, em função de a e T.

Resp.: $V = \frac{a}{6}\sqrt{T(T - 2a^2)}$

471. — A soma de tôdas as arestas de um cubo é igual a 36 *m*. Corta-se êsse cubo por um plano que passa pelas extremidades de três arestas que concorrem ao mesmo vértice. Calcular o volume da pirâmide assim obtida.

Resp.: 4,500 m^3



472. — A aresta de um tetraedro regular $TABC$ mede 1 *m*. Corta-se êsse tetraedro por um plano que passa pelo vértice A e pelos pontos M e P, situados sôbre as arestas BT e CT, respectivamente. Calcular o volume da pirâmide $ATMP$, sabendo-se que $TM = TP = \frac{1}{4} TB$

Resp.: 0,007 m^3

473. — Calcular o volume de uma pirâmide regular, sabendo-se que a base é um octógono inscrito num círculo de 15 *cm* de raio e que a aresta lateral é igual ao diâmetro do círculo circunscrito à base.

Resp.: 5511,375 m^3

474. — Numa pirâmide triangular *TABC*, o triedro *T* é trirretângulo; as arestas laterais *TA*, *TB* e *TC* medem 6 *dm*, 8 *dm* e 10 *dm*, respectivamente. Calcular o volume e a área lateral dessa pirâmide.

Resp.: 80 dm^3 e 94 dm^2

475. — Numa pirâmide triangular *TABC*, o triedro *T* é trirretângulo. O triângulo *ABC* da base é equilátero de 2 *dm* de lado. Calcular o volume dessa pirâmide.

Resp.: 0,471 m^3

476. — A base de uma pirâmide regular é um triângulo equilátero de 6 *dm* de lado; cada aresta lateral mede 5 *dm*. Calcular o volume dessa pirâmide.

Resp.: 18,732 dm^3

477. — A área lateral de uma pirâmide hexagonal regular é igual a 248,41 dm^2; a perpendicular do centro da base a uma das faces mede 6 *dm*. Calcular o volume dessa pirâmide.

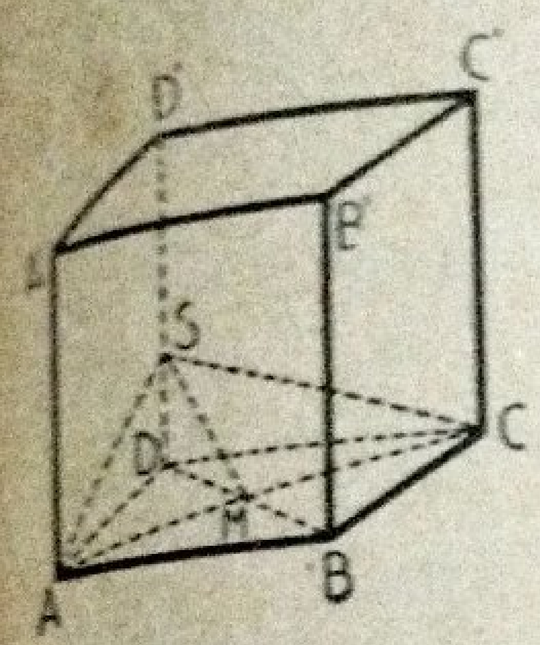
Resp.: 596,82 dm^3

478. — A aresta de um cubo mede 6 *dm*. Cortam-se nêsse cubo oito tetraedros trirretângulos, cujos vértices são os vértices do cubo e cujas bases são triângulos que têm para vértices os meios das arestas do cubo que concorrem ao mesmo vértice. Calcular o volume do poliedro restante.

Resp.: 180 dm^3

479. — A aresta de um hexaedro regular *ABCDA'B'C'D'* mede 3 *dm*. Corta-se êsse hexaedro regular pelos planos *AB'D'*, *CAB'*, *B'D'C'* e *D'AC*. Calcular o volume do tetraedro *D'AB'C*.

Resp.: 9 dm^3

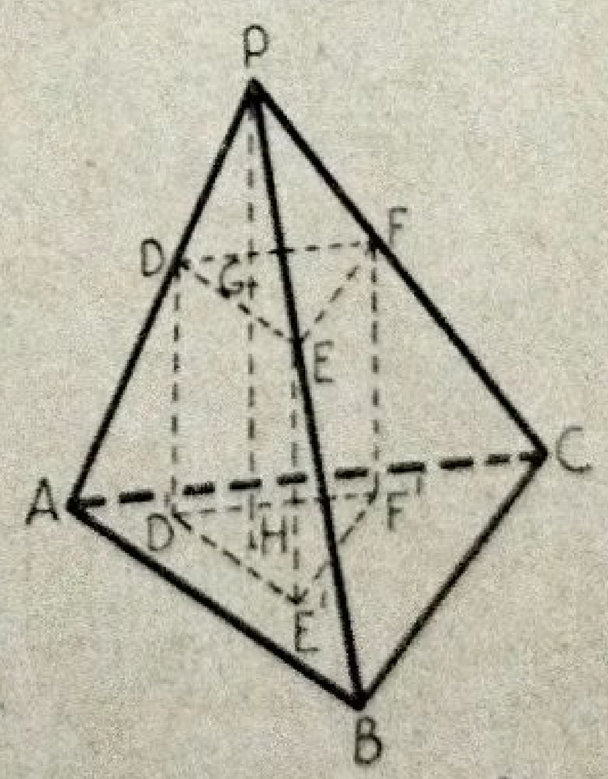


480. — Num cubo $ABCDA'B'C'D'$, de aresta igual a a, passa-se, pela diagonal AC da face $ABCD$, um plano P, fazendo com essa face um diedro de 30° e cortando a aresta DD' no ponto S. Determinar os volumes V_1 e V_s das duas partes do cubo separadas pelo plano P.

Resp.: $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{36}$; $\dfrac{a^3}{36}(36-\sqrt{6})$

481. — Uma pirâmide tem para base um triângulo retângulo ABC, cuja hipotenusa mede $25\ dm$; a diferença entre as projeções dos catetos sôbre a hipotenusa é igual a $7\ dm$. O vértice S da pirâmide está situado sôbre a perpendicular à base, traçada do ponto A, e a uma distância da base igual a $AB + AC$. Calcular o volume e a área total dessa pirâmide.

Resp.: $1750\ dm^3$; $1225\ dm^2$.



482. — Numa pirâmide triangular $PABC$, o triedro P é trirretângulo. Calcular o volume dessa pirâmide, a área da base ABC e a altura PH, sabendo-se que $PA = PB = PC = 6\ dm$.

Sôbre as arestas laterais tomam-se, a partir do vértice, três comprimentos iguais $PD = PE = PF = 2\ dm$ e constroe-se o prisma reto $DEFD'E'F'$, cuja base inferior $D'E'F'$ assenta-se sôbre a base da pirâmide. Calcular a altura GH e a área lateral dêsse prisma.

Resp.: $36\ dm^3$; $PH = 3{,}46\ dm$; $GH = 2{,}30\ dm^2$; $19{,}590\ dm^3$.

TRONCO DE PIRÂMIDE

483. — Um tronco de pirâmide regular tem para bases paralelas dois quadrados cujos lados medem 3 *m* e 5 *m*, respectivamente; o apótema do tronco mede 6 *m*. Calcular a área total dêsse tronco.

Resp.: 130 m^2

484. — A área lateral de um tronco de pirâmide regular é igual a 75 m^2. As bases paralelas são triângulos cujos lados medem 4 *m* e 6 *m*, respectivamente. Calcular o apótema dêsse tronco.

Resp.: 5 *m*

485. — A altura de um tronco de pirâmide de bases paralelas mede 5 *dm;* as bases são dois pentágonos regulares, cujos lados medem 4 *dm* e 2 *dm*, respectivamente. Calcular a área lateral dêsse tronco.

Resp.: 75 m^2

486. — A aresta lateral de um tronco de pirâmide regular mede 20 *dm;* as bases paralelas são hexágonos de 5 *dm* e 2 *dm* de lado, respectivamente. Calcular a soma da área lateral e da área da base menor.

Resp.: 430,3924 dm^2

487. — As faces laterais de um tronco de pirâmide regular de bases hexagonais formam com a base maior um ângulo diedro de 60°. Calcular a área total dêsse tronco, sabendo-se que o lado da base maior mede 6 *dm* e que a altura do tronco é igual ao apótema da base maior.

Resp.: 263,88 dm^2

1,8 *m* de altura, sabendo-se que as bases são quadrados cujos lados medem, respectivamente, 1,2 *m* e 0,9 *m*.

488. — Calcular o volume de um tronco de pirâmide de

Resp.: 1,998 m^3

489. — O apótema de um tronco de pirâmide regular mede 20 *cm*; as bases são quadrados cujos lados medem 40 *cm* e 16 *cm*, respectivamente. Calcular o volume.

Resp.: 13312 cm^3

490. — Um tronco de pirâmide regular tem um volume de 12 m^3; as bases são hexágonos, cujos lados medem 1 *m* e 2 *m*, respectivamente. Calcular a altura dêsse tronco de pirâmide.

Resp.: 1,98 *m*

491. — O volume de um tronco de pirâmide, de 5 *dm* de altura, é igual a 40 dm^3; uma das bases é um quadrado de 4 *dm* de lado. Calcular o lado da outra base.

Resp.: 1,46 *dm*

492. — As bases de um tronco de pirâmide regular são quadrados, cujas diagonais medem 8 *dm* e 14 *dm*, respectivamente. Calcular o volume, sabendo-se que a aresta lateral mede 5 *dm*.

Resp.: 248 dm^3

493. — Num tronco de pirâmide regular, de bases quadradas, a aresta lateral mede 0,9 *m*, o apótema mede 0,7 *m* e o lado da maior base, 2 *m*. Calcular o volume.

Resp.: 0,893 m^3

494. — O volume de um tronco de pirâmide regular, de bases quadradas, é igual a 41,540 dm^3; os lados das bases medem 3,1 *m* e 2,2 *dm*, respectivamente. Calcular a aresta lateral.

Resp.: 5,89 *dm*

495. — As bases de um tronco de pirâmide regular são quadrados, de diagonais iguais a 4 *m* e 8 *m*, respectivamente. A aresta lateral forma com a diagonal da maior base um ângulo de 45°. Calcular o volume dêsse tronco de pirâmide.

Resp.: 54 m^3

496. — A base de uma pirâmide é um quadrado de 1 *m* de lado; as arestas laterais são iguais à diagonal do quadrado da

base. Do centro O da base baixa-se a perpendicular OA' à aresta SA; pelo ponto A' passa-se um plano paralelo à base. Calcular o volume do tronco formado $ABCDA'B'C'D'$.

Resp.: 0,236 m^3

497. — A altura de uma pirâmide mede 0,4 m; a base é um retângulo, cujas dimensões medem 1,2 m e 0,8 m, respectivamente. Corta-se essa pirâmide por um plano paralelo à base e passando pelo meio da altura. Calcular o volume do tronco de pirâmide assim obtido.

Resp.: 0,112 m^3

498. — A altura de uma pirâmide mede 2 m. A que distância do vértice se deve cortar essa pirâmide por um plano paralelo à base para dividí-la em duas partes equivalentes ?

Resp.: 1,586 m

499. — A altura de uma pirâmide mede 3 m. A que distância do vértice se deve cortar essa pirâmide por um plano paralelo à base para dividí-la em duas partes, cujos volumes estejam entre si na razão $\frac{5}{3}$?

Resp.: 2,565 m

500. — Uma aresta de uma pirâmide mede 2 m. Corta-se essa pirâmide por um plano paralelo à base; a razão do volume da pirâmide parcial para o tronco de pirâmide determinado é $\frac{3}{5}$. Calcular os segmentos em que a aresta dada fica dividida por êsse plano.

Resp.: 0,558 m e 1,442 m

501. — Uma aresta PA de uma pirâmide mede 3 m. A partir do vértice P tomam-se, sôbre essa aresta, dois comprimentos PG e PH e pelos pontos G e H passam-se planos paralelos à base, que dividem a pirâmide em três partes, cujos volumes são, res-

pectivamente, proporcionais aos números 2, 3 e 5. Calcular *PG* e *PH*.

Resp.: 1,752 *m* e 2,379 *m*

502. — Uma aresta *PA* de um tronco de pirâmida de bases paralelas mede 5 *m*; dois lados homólogos das bases medem 6 *m* e 4 *m*, respectivamente. Corta-se êsse tronco de pirâmide por um plano paralelo às bases, em duas partes equivalentes. Calcular os segmentos em que a aresta *PA* fica dividida por êsse plano.

Resp.: 2,98 *m* e 2,02 *m*

503. — Uma aresta *PA* de um tronco de pirâmide de bases paralelas mede 7 *dm*; dois lados homólogos das bases medem 6 *dm* e 8 *dm*, respectivamente. Corta-se êsse tronco de pirâmide, por dois planos paralelos às bases, em três partes equivalentes. Calcular os segmentos em que a aresta *PA* fica dividida por êsses planos.

Resp.: 2,80 *dm*; 2,28 *dm*; 1,92 *dm*.

POLIEDROS SEMELHANTES

504. — A aresta de um cubo é igual a a. Determinar, em função de a, a aresta a' de um cubo cujo volume seja o dôbro do volume do cubo dado.

Resp.: $a' = a\sqrt[3]{2}$

505. — Uma pirâmide de 12 *cm* de altura tem para base um quadrado de 25 *cm* de lado. Calcular a altura e o lado da base de uma pirâmide semelhante de 424 cm^3 de volume.

Resp.: $h = 6{,}6\ cm;\ l = 14{,}07\ cm.$

506. — Uma aresta a de um tetraedro de 125 cm^3 de volume mede 11 *cm*. Calcular o volume de um tetraedro semelhante, sabendo-se que a aresta homóloga de a mede 7 *cm*.

Resp.: 32,200 cm^3

507. — A altura de uma pirâmide hexagonal regular mede 36 *dm*; o lado da base mede 6 *dm*. Calcular a altura e o lado da base de uma pirâmide semelhante cujo volume é $\frac{1}{20}$ do volume da pirâmide dada.

Resp.: 13,26 *dm* e 2,21 *dm*

508. — As áreas de dois poliedros semelhantes são iguais a 12 dm^2 e 18 dm^2, respectivamente. O volume do primeiro poliedro é de 54 dm^3. Calcular o volume do segundo poliedro.

Resp.: 99,225 dm^3

509. — Corta-se uma pirâmide por um plano paralelo à base e que divide a altura em duas partes iguais. Estabelecer a razão do volume da pirâmide parcial determinada para a pirâmide primitiva.

Resp.: $\frac{1}{8}$

CILINDRO DE REVOLUÇÃO

510. — O raio de um cilindro mede 1,5 *m* e a altura 1,5 *m*. Calcular a área lateral dêsse cilindro.

Resp.: 18,84 m^2

511. — Calcular a área total de um cilindro de 1,25 *m* de raio, sabendo-se que a altura mede 2,75 *m*.

Resp.: 31,41 m^2

512. — O diâmetro de um cilindro mede 1,2 *m* e a altura, 1,25 *m*. Calcular o volume.

Resp.: 1,414 m^2

513. — A base de um cilindro de 1 *m* de raio é equivalente à secção meridiana. Calcular a altura dêsse cilindro.

Resp.: 1,57 *m*

514. — A altura de um cilindro mede 3,14 *m*. A base é equivalente à secção meridiana. Calcular o raio dêsse cilindro.

Resp.: 2 *m*

515. — A área total de um cilindro de 3 *dm* de raio é igual à terça parte da área de um círculo cujo raio é igual ao semi-perímetro da secção meridiana dêsse cilindro. Calcular a altura dêsse cilindro.

Resp.: 8,19 *dm*

516. — O raio de um cilindro mede 1,2 *m* e a altura, 14,4 *m*. De quanto se deve aumentar o raio, conservando-se constante a altura, para que a área lateral do novo cilindro seja igual à área total do cilindro dado ?

Resp.: 0,1 *m*

517. — Calcular o raio de um cilindro equilátero, sabendo-se que a área lateral excede a área da secção meridiana de $8,5664\ m^2$.

Resp.: $1\ m$

518. — O raio de um cilindro mede $0,5\ m$ e a altura, $4\ m$. Corta-se êsse cilindro por um plano P paralelo ao eixo e distante dêle $0,3\ m$. Calcular a área determinada por êsse plano P.

Resp.: $3,20\ m^2$

519. — Determinar a relação constante entre a área lateral e a área da secção meridiana de um cilindro.

Resp.: π

520. — O raio de um cilindro é igual aos $\frac{3}{5}$ da altura. Calcular a área da base dêsse cilindro, sabendo-se que a área lateral mede $32\ m^2$.

Resp.: $9,60\ m^2$

521. — Um cilindro de $0,5\ m$ de raio está inscrito num prisma quadrangular regular de $4\ m$ de altura. Calcular o excesso da área lateral do prisma sôbre a área lateral do cilindro.

Resp.: $3,43\ m^2$

522. — A altura de um cilindro é o quíntuplo do raio. Calcular a área lateral, sabendo-se que a área total é igual a $12\ m^2$.

Resp.: $10\ m^2$

523. — Um cilindro de raio R e de altura h tem a área lateral igual a 40 vêzes a área de um círculo de raio h. Sendo R igual a $1\ m$, calcular h.

Resp.: $0,05\ m$

524. — A área total de um cilindro de altura h e de raio R é igual à área de um círculo cujo raio é igual à diferença entre h e R. Calcular h, sendo $R = 2\ m$.

Resp.: $8,46\ m$

525. — A diferença entre a área da base de um cilindro de raio R e altura h e a área lateral dêsse mesmo cilindro é igual à área de um círculo cujo raio é h. Calcular R em função de h.

Resp.: $h(1+\sqrt{2})$

526. — A área total de um cilindro C de raio R e altura h é o triplo da área lateral de outro cilindro C' de altura igual a R e de raio igual a h. Exprimir h em função de R.

Resp.: $h = \frac{1}{2} R$

527. — Um cilindro C tem o raio igual a R e a altura igual a h. Determinar a relação que deve existir entre R e h para que a área total dêsse cilindro seja igual ao dôbro da área de um círculo de raio h.

Resp.: $\frac{h}{2}(\sqrt{5}-1)$

528. — O raio da base de um cilindro mede $2\ m$; a altura é igual ao semi-perímetro da base. Calcular o volume.

Resp.: $78{,}95\ m^2$

529. — Calcular o volume de um cilindro equilátero cuja secção meridiana tem $1\ m^2$ de área.

Resp.: $0{,}7854\ m^2$

530. — Calcular o raio de um cilindro equilátero que tem $6{,}282\ m^3$ de volume.

Resp.: $1\ m$

531. — A área lateral de um cilindro é igual a $75{,}36\ m^3$. Calcular o volume, sabendo-se que a diagonal do retângulo gerador mede $5\ m$.

Resp.: 1.ª sol.: $113{,}097\ m^3$
2.ª sol.: $150{,}79\ m^2$

532. — Um cilindro tem $8\ m^2$ de área lateral e $10\ m^3$ de volume. Calcular a altura.

Resp.: $0{,}509\ m$

533. — Um cilindro é equivalente a um prisma quadrangular regular da mesma altura. Determinar a relação entre a área lateral do cilindro e a área lateral do prisma.

Resp.: $\frac{1}{2}\sqrt{\pi}$

534. — Desenvolvendo-se sôbre um plano a superfície lateral de um cilindro obtem-se um retângulo cuja diagonal mede 0,6 *m*. Sabendo-se que a razão entre as dimensões dêsse retângulo é $\frac{3}{2}$, calcular a área total e o volume do cilindro.

Resp.: 0,2050 m^2 e 0,00693 m^3

535. — Num cilindro de 4 *m* de altura e 1 *m* de raio foi inscrito um prisma triangular regular. De quanto o volume do cilindro excede o volume do prisma ?

Resp.: 7,370 m^3

536. — A área lateral de um cilindro é igual à área lateral de um prisma triangular regular da mesma altura. Determinar a razão do volume do cilindro para o volume do prisma.

Resp.: $\frac{3\sqrt{3}}{\pi}$

537. — Os diâmetros de dois cilindros equivalentes estão entre si na razão $\frac{1}{4}$. A altura de um mede 48 *cm*. Calcular a altura do outro.

Resp.: 3 *cm*

538. — As alturas de dois cilindros equivalentes estao entre si na razão $\frac{4}{9}$. O diâmetro de um mede 6 *cm*. Calcular o diâmetro do outro.

Resp.: 4 *cm*

539. — Dois cilindros têm a mesma altura igual a 3,183 m; a diferença entre os raios é igual a 4 m e a diferença entre os volumes é de 360 m^3. Calcular o raio do cilindro de maior volume.

Resp.: 6,5 m

540. — O raio de um cilindro mede 1,41 m e a altura, 8 m. De quanto se deve aumentar a área lateral, conservando-se a altura constante, para que o volume aumente de 6,283 m^3 ?

Resp.: 4,5216 m^2

541. — O raio de um cilindro mede 1 m e altura, 5 m. De quanto se deve aumentar o volume, conservando-se o raio constante, para que a área lateral aumente de 3,14 m^2 ?

Resp.: 1,570 m^3

542. — Estabelecer a razão entre os volumes de dois cilindros que têm áreas laterais equivalentes.

Resp.: $$\frac{V}{V'} = \frac{r}{r'}$$

543. — De uma folha de cartolina deve-se cortar um retângulo de base igual a l e altura h, para se formar a superfície lateral de um cilindro de altura h e volume V. Exprimir l em função de h e V.

Resp.: $$l = \frac{2}{h}\sqrt{\pi V h}$$

544. — Determinar o volume V de um cilindro em função da circunferência c da base e da altura h.

Resp.: $$V = \frac{c^2 h}{4\pi}$$

545. — Determinar o volume V de um cilindro equilátero em função da área total T.

Resp.: $$V = \frac{T}{18\pi}\sqrt{6\pi T}$$

545-A. — A circunferência da base de um cilindro é c e a área total, T. Determinar o volume V.

Resp.: $V = \frac{c}{8\pi^2}(2\pi T - c^2)$

545-B. — Determinar a área total S de um cilindro em função do volume V e da altura h.

Resp.: $S = 2\left(\frac{V}{h} + \sqrt{\pi V h}\right)$

CONE

546. — A altura de um cone mede 4 *m*. A que distância do vértice se deve passar um plano paralelo à base para se obter uma secção que seja a terça parte da base ?

Resp.: 2,309 *m*

547. — A área da base de um cone de 2 *m* de altura é igual a 1 m^2. Calcular a área da secção feita nêsse cone por um plano paralelo à base, a 0,8 *m* do vértice.

Resp.: 0,16 m^2

548. — Uma superfície cônica tem um ângulo de revolução de 30°. A 2 *dm* do vértice passa-se um plano perpendicular ao eixo dessa superfície cônica. Calcular a área da secção formada.

Resp.: 4,1888 dm^2

549. — Num cone, uma secção feita por um plano paralelo à base, a 0,42 *dm* do vértice, tem um raio de 0,5 *dm*. A que distância do vértice se deve passar um plano paralelo à base para se obter uma secção de 2,25 *dm* de raio ?

Resp.: 1,89 *dm*

550. — O raio de um cone mede 3,6 *dm* e a geratriz, 7,2 *dm*. Calcular a área lateral e a área total.

Resp.: 81,43 dm^2; 122,15 dm^2.

551. — A altura de um cone é igual ao diâmetro da base. Calcular a razão da área da base para a área lateral dêsse cone.

Resp.: $\frac{1}{5}\sqrt{5}$

552. — Calcular a área lateral de um cone de 5,2 *cm* de altura, sabendo-se que a circunferência da base mede 12,4 *cm* de comprimento.

Resp.: 34,20 cm^2

553. — Calcular a área lateral de um cone, sabendo-se que a geratriz mede 1,5 *dm* e forma com o eixo um ângulo de 30°.

Resp.: 3,5243 dm^2

554. — A altura de um cone mede 1,2 *dm* e forma com a geratriz um ângulo de 45°. Calcular a superfície total.

Resp.: 10,92 dm^2

555. — O raio de um cone mede 1,6 *dm;* a altura forma com a geratriz um ângulo de 60°. Calcular a área lateral.

Resp.: 9,2863 dm^2

556. — A área lateral de um cone é igual a 2,25 m^2; a circunferência da base mede 3,4 *m*. Calcular a altura.

Resp.: 1,2 *m*

557. — A área lateral de um cone é igual a 4,20 m^2; a altura forma com a geratriz um ângulo de 30°. Calcular a altura, a geratriz e o raio.

Resp.: 1,41 *m;* 1,63 *m;* 0,81 *m*.

558. — Calcular a área total de um cone equilátero cuja geratriz mede 2 *m*.

Resp.: 9,4248 m^2

559. — Num cone a base é equivalente à secção meridiana. Calcular a altura, sabendo-se que o raio mede 1 *dm*.

Resp.: 3,14 *dm*

560. — A base de um cone é equivalente à secção meridiana; a geratriz mede 1,813 *m*. Calcular a área lateral.

Resp.: 3,14 m^2

561. — Instituir a fórmula da área total de um cone equilátero em função: a) da geratriz g; b) da altura h.

Resp.: $St = \frac{3}{4} \pi g^2$; $St = \pi h^2$

562. — Desenvolvendo-se sôbre um plano a superfície lateral de um cone, obtem-se um setor de 135° e 12 *cm* de raio. Calcular a área total dêsse cone.

Resp.: 233,14 cm^2

563. — Um cone tem 0,8 *m* de raio e 1,2 *m* de altura. Calcular o número de graus do setor que se obtem pelo desenvolvimento sôbre um plano da superfície lateral do cone.

Resp.: 199°26'

564. — Calcular o raio e a altura de um cone, sabendo-se que o desenvolvimento da superfície lateral sôbre um plano é uma semi-circunferência de 0,7 *m* de raio.

Resp.: 0,35 *m* e 0,606 *m*

565. — Um cone de raio R e de altura h tem a área total igual à área de um círculo de raio h. Calcular h, sabendo-se que $R = 2$ *cm*.

Resp.: 3,464 *cm*

566. — A área lateral de um cone equilátero excede a área da secção meridiana de 4,5512 dm^2. Calcular o raio.

Resp.: 1 *dm*

567. — Calcular a geratriz de um cone de 2 *dm* de raio, sabendo-se que a área total é um terço da área de um círculo cujo raio é igual ao semi-perímetro da secção meridiana dêsse cone.

Resp.: 4 *dm*

568. — O raio de um cone mede 6 *dm* e a altura, 8 *dm*. Calcular o raio de outro cone da mesma altura e que tenha a área lateral igual à área total do cone dado.

Resp.: 12,72 *dm*

569. — O raio de um cone mede 2 *cm*. A soma da área lateral e da área da base dêsse cone é igual à área de um círculo cujo diâmetro é igual ao dôbro do excesso da geratriz sôbre o raio do cone. Calcular a geratriz.

Resp.: 6 *cm*

570. — O raio de um cone mede 3 *dm* e a altura, 4 *dm*. A que distância do vértice dêsse cone se deve passar um plano paralelo à base para que a área da secção determinada seja igual à diferença entre a área lateral do cone e a área da base?

Resp.: 1,93 *dm*

571. — A altura de um cone mede 0,6 *m* e a geratriz, 1,4 *m*. Calcular o volume.

Resp.: 1,005 m^3

572. — A circunferência da base de um cone mede 6,4 *m* e a geratriz, 2,3 *m*. Calcular o volume.

Resp.: 2,201 m^3

573. — Um cone de 2,4 *m* de altura tem o volume igual a 3,452 m^3. Calcular a geratriz.

Resp.: 2,76 *m*

574. — A geratriz de um cone mede 2,6 *dm* e forma com a altura um ângulo de 45°. Calcular o volume dêsse cone.

Resp.: 2,502 dm^3

575. — Calcular o volume de um cone, sabendo-se que a perpendicular, baixada do centro da base do cone à geratriz, determina, a partir do vértice, segmentos de 9 *dm* e 4 *dm*, respectivamente.

Res.: 588,978 dm^3

576. — A área lateral de um cone é igual a 24 dm^2; a perpendicular à geratriz, baixada do centro da base do cone, mede 6 *dm*. Calcular o volume.

Resp.: 48 dm^3

577. — Calcular o volume de um cone de 4 *dm* de altura, sabendo-se que uma secção feita por um plano paralelo à base, a uma distância de 1 *dm* do vértice tem uma área de 1 dm^2.

Resp.: 21,333 dm^2

578. — Calcular o volume de um cone equilátero, sabendo-se que a área total é igual a 81 dm^2.

Resp.: 45,700 dm^3

579. — A área lateral de um cone equilátero é igual a 6,28 cm^2. Calcular o volume.

Resp.: 1,813 cm^3

580. — Calcular o volume de um cone equilátero, sabendo-se que a secção meridiana tem uma área de 1,7320 m^2.

Resp.: 1,813750 m^3

581. — Um cone tem 31,4160 dm^2 de área lateral; a soma do raio e da geratriz é igual a 7 *dm*. Calcular o volume.

Resp.: 19,185 dm^3

582. — Determinar o volume de um cone equilátero em função da área total S.

Resp.: $\frac{S}{9\pi}\sqrt{\pi S}$

583. — Dados o raio r da base de um cone e a área total S, determinar o volume.

Resp.: $\frac{r}{3}\sqrt{S(S-2\pi r^2)}$

584. — Exprimir o volume V de um cone em função da área total T e da área lateral S.

Resp.: $\frac{1}{3\pi}\sqrt{\pi T(T-S)(2S-T)}$

585. — O raio de um cone mede 2,4 *dm* e a altura, 3,2 *dm*. Calcular o volume do cilindro equilátero inscrito nêsse cone.

Resp.: 5,621 dm^3

586. — A altura de um cone mede 20 *cm*. A área de uma secção feita a 4 *cm* do vértice por um plano paralelo à base é inferior à área da base em 864 cm^2. Calcular o volume dêsse cone.

Resp.: 6 dm^3

587. — Um cone e um cilindro equivalentes têm a mesma altura igual a 12 *dm* e a mesma área total. Calcular os raios das bases dêsse cone e dêsse cilindro.

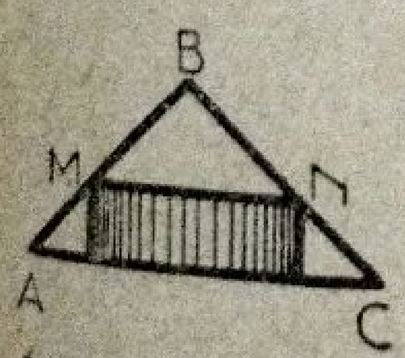
Resp.: 2,19 *dm* e 6,78 *dm*

588. — A altura de um cone é o dôbro do diâmetro da base. Calcular o raio e o ângulo do setor circular que se obtem desenvolvendo-se a superfície lateral dêsse cone, sabendo-se que o volume é igual a 5 dm^3.

Resp.: 1,06 *dm* e 87°22'

589. — Um cone e um cilindro têm a mesma altura igual a 12 *dm*, a mesma área total e o mesmo volume. Calcular os raios do cone e do cilindro.

Resp.: 3,80 *dm* e 2,19 *dm*



590. — O raio de um cone mede 6 *dm* e a geratriz *AB*, 10 *dm*. Inscreve-se nêsse cone um cilindro cuja área lateral é igual à área lateral do cone parcial *BMN*, que tem para base *MN* a base superior do cilindro. Calcular a área lateral dêsse cilindro.

Resp.: 71,38 dm^2

591. — O raio de um cone mede 12 *dm* e a geratriz *AB*, 12 *dm* (v. fig. do probl. anterior). Inscreve-se nêsse cone um cilindro cujo volume é igual ao volume do cone parcial *BMN*, que tem para base *MN* a base superior do cilindro. Calcular o volume dêsse cilindro.

Resp.: 1017,878 dm^3

TRONCO DE CONE

592. — Os raios das bases de um tronco de cone medem 32 *cm* e 18 *cm*, respectivamente. A geratriz forma com a altura um ângulo de 45°. Calcular o volume.

Resp.: 28205,840 cm^3

593. — A geratriz de um tronco de cone mede 10 *dm* e a altura, 6 *dm*. O raio da maior base mede 9 *dm*. Calcular o volume.

Resp.: 571,791 dm^3

594. — O raio da menor base de um tronco de cone mede 5 *dm;* a geratriz mede 7,2 *dm* e forma com a altura um ângulo de 30°. Calcular o volume.

Resp.: 926,928 dm^3

595. — O volume de um tronco de cone é de 159 cm^3; o raio da menor base mede 10 *cm;* a geratriz forma com a altura um ângulo de 60°. Calcular a altura.

Resp.: 0,46 *cm*

596. — O raio da menor base de um tronco de cone mede 1 *dm;* a geratriz forma com a altura um ângulo de 30°. Calcular o raio da maior base, sabendo-se que o volume é de 25 dm^3.

Resp.: 2,5 *dm*

597. — Um cone e um cilindro da mesma altura igual a 20 *dm* assentam sôbre um plano *P;* o raio do cone mede 8 *dm* e o do cilindro, 5 *dm*. A que distância do plano *P* se deve passar um plano *Q* para as partes dos dois sólidos compreendida entre os planos *P* e *Q* sejam equivalentes ?

Resp.: 17,01 *dm*

598. — Um cone tem 6 *dm* de altura e 10 dm^3 de volume. Corta-se êsse cone, a 2 *dm* do vértice, por um plano paralelo à base. Calcular o volume do tronco assim obtido.

Resp.: 21,600 dm^3

599. — A altura de um cone mede 10 *dm* e o raio, 5 *dm*. A que distância do vértice se deve cortar êsse cone por um plano paralelo à base para que o tronco de cone assim obtido tenha um volume de 20 dm^3 ?

Resp.: 0,27 *dm*

600. — Um tronco de cone tem um volume igual a 36 dm^3; a altura mede 2,5 *dm*. Calcular os raios das bases, sabendo-se que sua diferença é igual a 1,5 *m*.

Resp.: 1,3 *dm* e 2,8 *dm*

601. — Os raios das bases de um tronco de cone medem 4 *dm* e 6 *dm*, respectivamente; a área lateral é igual à soma das áreas das bases. Calcular a altura dêsse tronco de cone.

Resp.: 4,8 *dm*

602. — Um tronco de cone e um cilindro têm uma base comum e a mesma altura; a soma dos diâmetros das bases do tronco de cone é igual a 25 *cm;* o volume do cilindro é o dôbro do do tronco de cone. Calcular as áreas das bases do tronco de cone.

Resp.: 35,24 cm^2 e 263,07 cm^2

ESFERA

603. — Calcular a área de uma secção plana feita a uma distância de 4 *dm* do centro, numa esfera de 1 *m* de diâmetro.

Resp.: 28,2744 dm^2

604. — Numa esfera de 2 *m* de raio, uma secção plana tem uma área de 3 m^2. A que distância do centro está essa secção plana ?

Resp.: 1,74 *m*

605. — Os polos de um círculo de um esfera estão a 3 *dm* e 4 *dm* da circunferência dêsse círculo. Calcular a área dessa secção plana.

Resp.: 18,09 dm^3

606. — Uma secção plana de uma esfera, de 6 *dm* de raio, dista 2 *dm* do centro. Calcular a distância polar dêsse círculo da esfera.

Resp.: 6,92 *dm*

607. — Por um ponto P, a uma distância d do centro de uma esfera, pode-se passar uma infinidade de planos. Determinar a diferença entre a área da maior e a área da menor das secções formadas.

Resp.: πd^2

608. — Numa esfera de 0,25 *m* de raio descreve-se um círculo de distância polar igual a 0,8 *m*. Calcular: 1.º) a distância do plano dêsse círculo ao centro da esfera; 2.º) a área dêsse círculo.

Resp.: 0,237 *m* e 0,0195 m^2

609. — Uma esfera tem 2,4 *dm* de raio. A 4 *dm* do centro traçam-se tangentes à esfera. Calcular: 1.º) o comprimento dessas tangentes; 2.º) a distância do centro da esfera ao plano do círculo de contato; 3.º) o raio dêsse círculo.

Resp.: 3,2 *dm*; 1,44 *dm*; 1,92 *dm*.

610. — A área de uma esfera é 3,1416 m^2. Calcular o raio.

Resp.: 0,5 *m*

611. — A área de um círculo máximo é de 3,1416 m^2. Calcular a área da esfera.

Resp.: 4,1888 m^2

612. — O diâmetro de uma esfera é os $\frac{5}{8}$ do diâmetro de outra esfera. Estabelecer a razão entre as áreas dessas duas esferas.

Resp.: $\frac{25}{64}$

613. — A área de uma esfera é de 0,81 m^2. Calcular o diâmetro de uma segunda esfera cuja área é a terça parte da área da primeira esfera.

Resp.: 0,14 *m*

614. — A altura de uma zona mede 8 *cm*; os raios das bases medem 6 *cm* e 10 *cm*, respectivamente. Calcular a área dessa zona.

Resp.: 502,85 cm^2

615. — Calcular a área de uma esfera em que uma zona de 5 *cm* de altura tem uma área de 128 cm^2.

Resp.: 208,60 cm^2

616. — O raio de uma esfera mede 0,35 *m*. Calcular a de uma zona cujas bases têm para distâncias polares 0,12 *m* e 0,28 *m*, respectivamente.

Resp.: 0,20 m^2

617. — Uma zona de 140 cm^2 de área pertence a uma esfera de 18 *cm* de raio. Calcular o comprimento da circunferência da menor base dessa zona, sabendo-se que a base maior dista 7 *cm* do centro da esfera.

Resp.: 100,53 *cm*

618. — Calcular a área de uma calote esférica de 15 *cm* de altura, sabendo-se que o raio da base mede 54 *cm*.

Resp.: 9867,76 cm^2

619. — O raio da base de uma calote esférica, pertencente a uma esfera de 0,56 *m* de raio, mede 0,12 *m*. Calcular a área dessa calote.

Resp.: 0,0423 m^2

620. — O raio da base de uma calote esférica de 15 *cm* de altura mede 54 *cm*. Calcular a área.

Resp.: 9867,76 cm^2

621. — Um plano determina sôbre uma superfície esférica duas calotes cujas áreas estão entre si na razão $\frac{3}{4}$. A corda do arco gerador da menor calote mede 0,8 *m*. Calcular o raio da esfera.

Resp.: 0,6 *m*

622. — Calcular o raio de uma esfera de 567 m^2 de área.

Resp.: 6,78 *m*

623. — Uma esfera tem 45 dm^2 de área. Calcular a circunferência de um círculo máximo.

Resp.: 11,8 *dm*

624. — Calcular a área de uma esfera em que uma zona de 5 *cm* de altura tem 128 cm^2 de área.

Resp.: 208,60 cm^2

625. — O raio de uma esfera mede 0,35 *m*. Calcular a área de uma zona cujas bases têm para distâncias polares 0,12 *m* e 0,28 *m*. respectivamente.

Resp.: 0,2010 m^2

626. — O raio de uma esfera mede 18 *cm*. Uma zona, pertencente a essa esfera, tem uma área de 140 cm^2. Calcular a circunferência da menor base dessa zona, sabendo-se que a base maior dista 7 *cm* do centro da esfera.

Resp.: 100,5 *cm*

627. — Calcular a área de um fuso de 40°, pertencente a uma esfera de 0,5 *m* de raio.

Resp.: 0,3490 dm^2

628. — Calcular o raio de uma esfera em que um fuso de 30° tem uma área de 108 dm^2.

Resp.: 10,15 *dm*

629. — Uma zona esférica de 5 *dm* de altura é equivalente a um fuso de 45°, pertencente à mesma esfera. Calcular o raio da esfera.

Resp.: 20 *dm*

630. — Uma esfera de 4 *dm* de raio está inscrita numa superfície cônica em que a geratriz forma com o eixo um ângulo de 30°. Calcular a área da menor calote determinada pelo círculo de contato das duas superfícies.

Resp.: 50,2656 dm^2

631. — Calcular a área de um fuso de 60°, pertencente a uma esfera de 0,5 *m* de raio.

Resp.: 0,5236 m^2

632. — Um fuso de 30° tem uma área de 108 dm^2. Calcular o raio da esfera.

Resp.: 10,15 *dm*

633. — A área de um fuso de 60° é igual à diferença entre a área da esfera e a área de uma zona de 5 *cm* de altura. Calcular o raio da esfera.

Resp.: 3 *cm*

634. — Um fuso esférico de 45° é equivalente a uma zona de 5 *cm* de altura, na mesma esfera. Calcular o raio da esfera.

Resp.: 20 *cm*

635. — Os raios de duas esferas medem 8 *cm* e 6 *cm*, respectivamente. Quantos graus deve ter um fuso da primeira para ser equivalente a um fuso de 56° da segunda ?

Resp.: 31°30'

636. — Um fuso de 4° de uma esfera é equivalente a um fuso de 25° de outra esfera. Calcular os raios dessas esferas, sabendo-se que sua soma é igual a 14 *cm*.

Resp.: 4 *cm* e 10 *cm*

637. — A área de uma esfera, diminuída da área de uma zona de 5 *cm* de altura, é igual à área de um fuso de 60°. Calcular o raio da esfera.

Resp.: 3 *m*

638. — Um fuso de 10° de uma esfera de 1 *cm* de raio é equivalente a uma secção plana dessa mesma esfera. Calcular a distância dessa secção ao centro.

Resp.: 0,94 *cm*

639. — Um plano divide a superfície de uma esfera de raio r em duas calotes tais que a área da maior é a média proporcional entre a área da esfera e a área da menor calote. Determinar a distância dêsse plano ao centro da esfera.

Resp.: $r(\sqrt{5}-2)$

640. — Uma esfera de raio r é cortada por dois planos paralelos, equidistantes do centro. A área da zona determinada por

ases planos é igual à soma das áreas de suas bases. Determinar a distância dêsse plano ao centro.

Resp.: $r(\sqrt{2}-1)$

641. — Um arco de 30°, pertencente a uma circunferência de raio r, gira em tôrno de um diâmetro que passa por uma de suas extremidades. Determinar a área da calote gerada.

Resp.: $\pi r^2(2-\sqrt{3})$

642. — Calcular a área da porção da superfície terrestre que seria vista por um aviador que se elevasse a uma altura igual ao raio da Terra.

Resp.: $\frac{1}{4}$

643. — A que altura se deve elevar um aviador para ver um sexto da superfície da Terra ?

Resp.: $\frac{1}{2}$ do raio da Terra.

644. — Calcular o volume de uma esfera de 196 cm^2 de área.

Resp.: 261,411 cm^3

645. — Determinar o volume V de uma esfera em função da circunferência C de um círculo máximo.

Resp.: $V = \frac{C^3}{6\pi^2}$

646. — Uma esfera está inscrita num cubo de 6 m^2 de área total. Calcular o volume dessa esfera.

Resp.: 0,524 dm^3

647. — Calcular o volume de uma esfera circunscrita a um cubo de 27 dm^3 de volume.

Resp.: 73,456891 dm^3

648. — Calcular a área de uma secção plana feita a 0,3 m do centro de uma esfera de 1 m^3 de volume.

Resp.: 0,93 m^2

649. — Uma secção plana feita a 2 dm do centro de uma esfera tem uma área de 80 dm^2. Calcular o volume dessa esfera.

Resp.: 665 dm^3

650. — Calcular o volume de uma esfera inscrita num cilindro de 6,284 m^3 de volume.

Resp.: 4,189 m^3

651. — Uma esfera de chumbo, de 6 cm de diâmetro, deve ser transformada num cilindro equivalente com o mesmo diâmetro. Qual deve ser a altura do cilindro ?

Resp.: 4 cm

652. — Um cubo de chumbo, de aresta igual a a, foi transformado numa esfera. Exprimir o raio da esfera em função de a.

Resp.: $\frac{a}{4\pi}\sqrt[3]{48\pi^2}$

653. — Uma esfera de chumbo de raio igual a r foi transformada num cubo. Exprimir a aresta do cubo em função de r.

Resp.: $\frac{r}{3}\sqrt[3]{36\pi}$

654. — Um cone é equivalente a um hemisfério de 8 cm de diâmetro. Calcular a altura do cone, sabendo-se que êle tem a mesma base que o hemisfério.

Resp.: 8 cm

655. — Os raios de duas esferas são r e r'. Determinar o raio da esfera equivalente à soma dessas duas esferas.

Resp.: $\sqrt[3]{r^3 + r'^3}$

656. — O raio de uma esfera mede 7 cm. Qual é o volume de uma cunha de 36°, pertencente a essa esfera ?

Resp.: 143,733 cm^3

657. — Calcular o volume de um setor esférico, pertencente a uma esfera de 1 m de raio, sabendo-se que a zona que limita o setor tem uma área de 3 dm^2.

Resp.: 1 dm^3

658. — O volume de um setor esférico é igual a 0,480 dm^3 e o raio da esfera, 2 dm. Calcular a área da zona que limita êsse setor.

Resp.: 0,72 dm^2

659. — Um segmento esférico de uma base tem um volume de 31,416 dm^3; a altura mede 2 dm. Calcular o raio da esfera a que pertence êsse segmento.

Resp.: 3,16 m

660. — Calcular o volume de um segmento esférico de 4 m de altura, sabendo-se que os diâmetros das bases são iguais, medindo cada um 8 m.

Resp.: 234,666 m^3

661. — Uma esfera de 7 dm de raio é cortada por dois planos paralelos P e Q, que distam 3 dm e 5 dm, respectivamente, do centro. Calcular o volume do segmento esférico compreendido entre os dois planos, que estão do mesmo lado do centro da esfera.

Resp.: 205,333 dm^3

662. — Uma secção plana de uma esfera de raio igual a R serve de base a dois cones cujos vértices coincidem com os polos da secção. Calcular a distância dessa secção ao centro, sabendo-se que a soma dos volumes dos cones é igual a $\frac{1}{6}$ do volume da esfera.

Resp.: $\frac{1}{8} R \sqrt{6}$

663. — O raio R de uma esfera mede 12 cm. Calcular o raio R' de outra esfera, cujo volume seja 8 vêzes maior.

Resp.: 24 cm

664. — Calcular o volume de um tronco de cone circunscrito a uma esfera, sabendo-se que os raios das bases medem 4,2 *dm* e 2,4 *dm*, respectivamente.

Resp.: 222,273 dm^3

665. — Um tronco de cone está inscrito numa esfera de 2 *dm* de raio. O raio de uma base dêsse tronco é o quádruplo do raio da outra base. Calcular o volume dêsse tronco de cone.

Resp.: 87,964 dm^3

666. — Numa esfera de raio R está circunscrito um tronco de cone cuja geratriz é g. Calcular o volume V e a área total S dêsse tronco de cone, em função de R e g.

Resp.: $V = \frac{2}{3}\pi R(g^2 - R^2)$;

$$S = 2\pi(a^2 - R^2)$$

667. — Um cone de 54 *cm* de raio e 72 *cm* de altura tem para vértice o centro de uma esfera de 32 *cm* de raio. Calcular o volume da porção comum a êsses dois sólidos.

Resp.: 13727,779 cm^3

668. — Uma esfera de 5 *dm* de raio e um cone do mesmo raio e de altura igual ao diâmetro da esfera assentam-se sôbre um plano P. A 6 *dm* dêsse plano P passa-se um plano M paralelo ao plano P. Calcular as áreas das secções determinadas na esfera e no cone.

Resp.: 12,5664 dm^2; 75,3984 dm^2.

669. — Numa superfície cônica a geratriz forma com o eixo um ângulo de 30°. Inscreve-se nessa superfície cônica uma esfera de 4 *dm* de raio. Calcular a área da menor das calotes determinadas pelo círculo de contato da superfície cônica com a esférica.

Resp.: 50,26 dm^2

670. — Num tetraedro regular, de aresta igual a a, inscreve-se uma esfera de raio igual a r. Determinar a área e o volume dessa esfera.

Resp.: $S = \frac{\pi a^2}{6}$; $V = \frac{\pi a^3}{72}\sqrt{\frac{2}{3}}$

671. — Num tetraedro regular, de aresta igual a a, circunscreve-se uma esfera de raio igual a R. Determinar a área e o volume dessa esfera.

Resp.: $S = \frac{3\pi a^2}{2}$; $V = \frac{3\pi a^3}{8}\sqrt{\frac{2}{3}}$

672. — Uma esfera está inscrita num cone de 1,41 dm de raio e 4 dm de altura. Calcular o volume da porção do cone compreendida entre a esfera e a base do cone.

Resp.: 2,792526 dm^3

673. — Estabelecer a razão entre a área S de uma esfera e a área total S' do cone equilátero circunscrito. Estabelecer também a razão entre os volumes V e V'.

Resp.: $\frac{4}{9}$. $\frac{4}{9}$

674. — Num cone inscrevem-se duas esferas O e O', de raios respectivamente iguais a r e r' e tangentes entre si. Conhecendo-se o raio r da esfera maior, calcular r' de modo que a porção do volume do cone compreendida entre as duas esferas e a superfície cônica seja equivalente à esfera O'.

Resp.: $r' = \frac{r}{2}(\sqrt{5} - 1)$

675. — Os raios de duas esferas concêntricas são r e r'. Determinar o volume compreendido entre as duas esferas e dois planos paralelos, que passam do mesmo lado do centro e a distâncias respectivamente iguais a d e $d + d'$, sendo $d + d' < r'$.

Resp.: $\pi d'(r^2 - r'^2)$

SUPERFÍCIES E SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

676. — As dimensões de um retângulo medem 1,5 *m* e 2 *m*, respectivamente. Êsse retângulo gira em tôrno do maior lado. Calcular a área gerada pelo lado oposto.

Resp.: 18,84 m^2

677. — O lado de um triângulo equilátero mede 0,92 *m* Êsse triângulo gira em tôrno de um de seus lados. Calcular a área do sólido gerado.

Resp.: 4,61 m^2

678. — As dimensões AB e AD de um retângulo $ABCD$ são expressas por $2a$ e $2b$, respectivamente. Êsse retângulo gira em tôrno de um eixo xy paralelo a AD, exterior ao retângulo e situado a uma distância do centro do retângulo igual a d. Exprimir, em função de a, b e d, a área total do sólido gerado.

Resp.: $8\pi d(a + b)$

679. — Um segmento AB de 5 *cm* gira em tôrno de um eixo situado no mesmo plano; as extremidades A e B dêsse segmento distam 3 *cm* e 4 *cm*, respectivamente, do eixo. Calcular a área da superfície gerada.

Resp.: 109,95 cm^2

680. — Num triângulo equilátero inscreve-se um círculo. Faz-se êsse triângulo girar em tôrno de uma de suas alturas. Esta-

belecer a razão entre a área gerada pelo cone e a área gerada pelo círculo inscrito no triângulo.

Resp.: $\frac{3}{2}$

681. — Um triângulo equilátero de lado igual a a gira em tôrno de um de seus lados. Calcular a área e o volume do sólido gerado.

Resp.: $S = \pi a^2 \sqrt{3}$; $V = \frac{\pi a^3}{4}$

682. — Um triângulo equilátero de lado igual a a gira em tôrno de um eixo paralelo a um dos lados e que passa pelo vértice oposto. Calcular o volume do sólido gerado.

Resp.: $V = \frac{\pi a^2}{2}$

683. — A base de um triângulo isósceles mede 6 *cm* e um dos lados iguais, 9 *cm*. Êsse triângulo gira em tôrno de um eixo paralelo à base e que passa pelo vértice oposto. Calcular o volume do sólido gerado.

Resp.: $216\pi\ cm^3$

684. — O lado de um triângulo equilátero é igual a a. Êsse triângulo gira em tôrno de um eixo perpendicular a um dos lados e que passa por uma extremidade dêsse lado. Determinar o volume do sólido gerado.

Resp.: $V = \frac{1}{4} \pi a^3 \sqrt{3}$

685. — O lado de um triângulo equilátero é igual a a. Êsse triângulo gira em tôrno de um eixo paralelo a um dos lados e a uma distância d dêsse lado. Determinar o volume do sólido gerado.

Resp.: $V = \frac{1}{4} \pi a^2 (a + 2d\sqrt{3})$

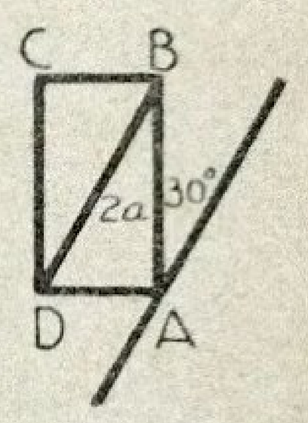
686. — Um quadrado de lado igual a a gira em tôrno de um eixo que passa pela extremidade de uma diagonal e é perpendicular a essa diagonal. Determinar a área e o volume do sólido gerado.

Resp.: $S = 4\pi a^2 \sqrt{2}$; $V = \pi a^3 \sqrt{2}$

687. — As dimensões de um retângulo são, respectivamente, iguais a a e b. Determinar, em função de a e b, o volume gerado por êsse retângulo quando êle girar em tôrno de um eixo que passa por um vértice e é perpendicular à diagonal traçada dêsse vértice.

Resp.: $V = \pi ab \sqrt{a^2 + b^2}$

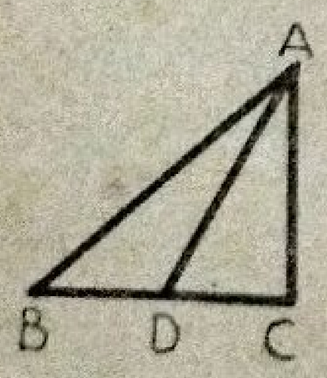
688. — A diagonal BD de um retângulo $ABCD$ é igual a $2a$. Êsse retângulo gira em tôrno de um eixo xy, que é paralelo à diagonal BD e forma com o lado AB um ângulo de 30°. Determinar, em função de a, o volume gerado.



Resp.: $V = 3\pi a^3$

689. — Num semi-círculo de raio R, traça-se uma corda CD paralela e igual à metade do diâmetro AB. Faz-se êsse semi-círculo girar em tôrno de AB. Determinar a área total do sólido gerado pelo segmento circular limitado pela corda CD.

Resp.: $S = \pi R^2 (2 + \sqrt{3})$

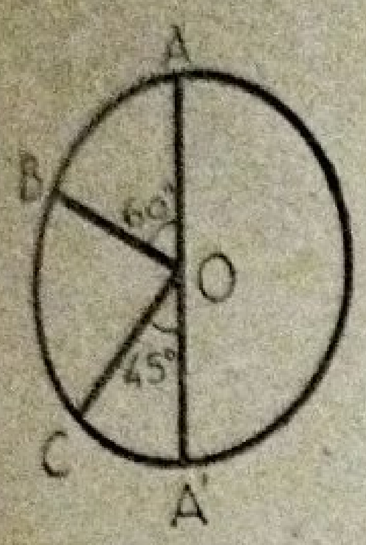


690. — Num triângulo ABC traça-se a mediana AD; faz-se o triângulo ABC girar em tôrno do lado AC. Determinar a razão do volume gerado pelo triângulo ACD para o volume gerado pelo triângulo ABD.

Resp.: $\frac{1}{3}$

691. — Um semi-hexágono regular, inscrito em um semi-círculo de 3,2 dm de raio, gira em tôrno do diâmetro que o limita. Calcular o volume do sólido gerado.

Resp.: 823,551 dm^3



692. — Um setor circular BOC, pertencente a um círculo de raio R, gira em tôrno do diâmetro AOA'. Determinar o volume do sólido gerado, sabendo-se que o raio OB forma com o diâmetro AOA' um ângulo de 60° e que o raio OC forma com o mesmo diâmetro um ângulo de 45°.

Resp.: $V = \frac{1}{3}\pi R^3(1 + \sqrt{2})$

693. — Num círculo de raio R, inscreve-se um hexágono regular; faz-se o círculo girar em tôrno de um diâmetro que passa por dois vértices do hexágono. Determinar a razão dos volumes gerados pelo círculo e pelo hexágono.

Resp.: $\frac{4}{3}$

694. — Num círculo de raio R, inscreve-se um hexágono regular; faz-se o círculo girar em tôrno de um diâmetro que passa pelos meios de dois lados paralelos do hexágono. Determinar a razão entre os volumes gerados pelo círculo e pelo hexágono.

Resp.: $\frac{16\sqrt{3}}{21}$

695. — O raio de um círculo mede 2 *dm*. Por um ponto A, situado a 3 *dm* do centro, traçam-se duas tangentes, que tocam o círculo nos pontos B e C. Traça-se a corda BC. Faz-se o triângulo ABC girar em tôrno do diâmetro paralelo a BC. Calcular o volume gerado.

Resp.: 29,486 dm^3

BORSOI — Imp.
Ester de Melo, 38 — Benfica