# vivendo a matemática

# descobrindo o teorema de pitágoras

luiz márcio imenes

editora scipione

vivendo a
matemática

LIVRARIA
DO
CHAIN
Rua Gen. Carneiro, 441
Fone: 264-3484
80060 - Curitiba - Pr.
CÓDIGO DO LIVRO
II Descobrindo o Teorema de Pitágoras
PREÇO Cz$ SCP

# descobrindo o teorema de pitágoras

ITO PEDRO
DE SOUZA
DATA: 16-01-91
N.º: M 129 / 1754

luiz márcio imenes

3.ª edição

editora scipione

RESPONSABILIDADE EDITORIAL
Luiz Esteves Sallum
COORDENAÇÃO E EDIÇÃO DE TEXTO
Mizue Jyo
M. Beatriz de Campos Elias
ASSESSORIA DIDÁTICA
Valdemar Vello
PREPARAÇÃO DE TEXTO
Célia M. Delmont de Andrade
REVISÃO DE TEXTO
Adriana Lichtenfels Riccio
Márcia Copola
Ricardo Abílio da Silva
DIREÇÃO DE ARTE
M. Beatriz de Campos Elias
PROGRAMAÇÃO VISUAL E CAPA
Sylvio Ulhôa Cintra Filho
ILUSTRAÇÕES
João Passos
M. Ângela Haddad Villas
FOTOS
Mizue Jyo
COMPOSIÇÃO E ARTE
Diarte Composição e Arte Gráfica
coordenação geral: Nelson S. Urata
coordenação de arte-final: Silvio Vivian
composição: Kiyoko Konishi
arte-final: João Passos

*Aos que acompanhei neste trabalho*

*Tal livro é de fulano — e cita-se o nome do autor. Não há como negar esta paternidade, mas um livro tem outros pais e mães. Quantas pessoas participam de sua construção! Plantam e derrubam árvores, respiram poluição fabricando o papel, compõem, desenham, imprimem, comercializam.*

*Neste trabalho esta cooperação foi mais longe. Bia, Mizue e Vello modificaram profundamente meu projeto inicial. Isto foi tão bom! Mudamos, cortamos, acrescentamos, demos outro enfoque, redigimos novamente o texto (nem sei mais quantas vezes). Sou suspeito para falar das qualidades do produto final, mas quero registrar o enorme contentamento pelo trabalho conjunto. Este filhote é de todos nós!*

Luiz Márcio

**editora scipione ltda.**

Praça Carlos Gomes, 46 - CEP 01501
Caixa Postal 65.131
Tel. 37-4151
1988

**divulgação**
Rua Fagundes, 121 - CEP 01508
Caixa Postal 65.131
Tel. 37-4151

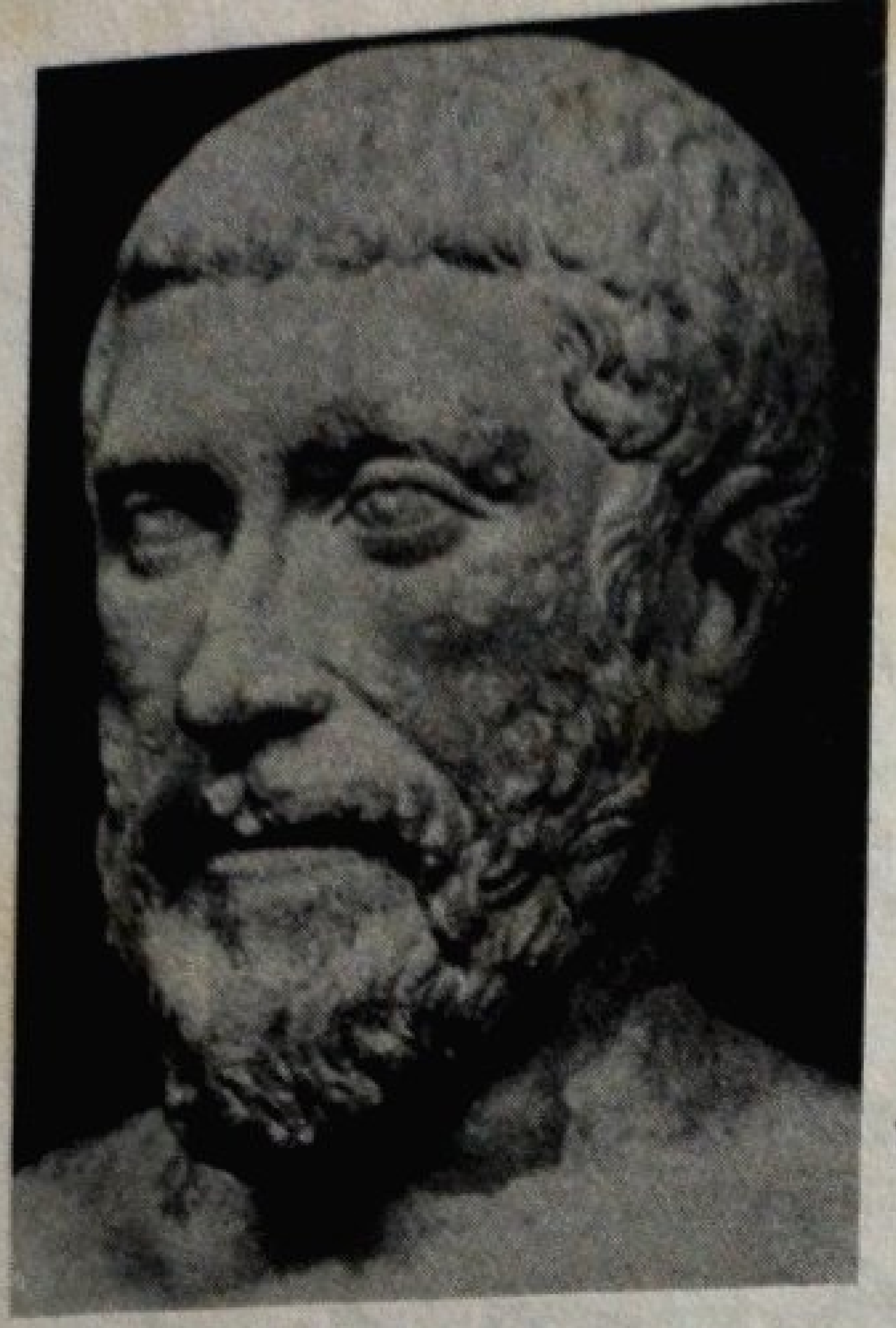
ISBN 85-262-1010-6

*Caro leitor*

*Algumas pessoas gostam de dançar, outras não. Há quem vibre ao dirigir automóveis e quem sinta sono na direção. Como tudo na vida, há quem goste de Matemática e quem não a veja com bons olhos. Mas, para gostar de alguma coisa, é preciso conhecê-la. É preciso experimentá-la e ter a chance de sentir algum prazer neste contato.*

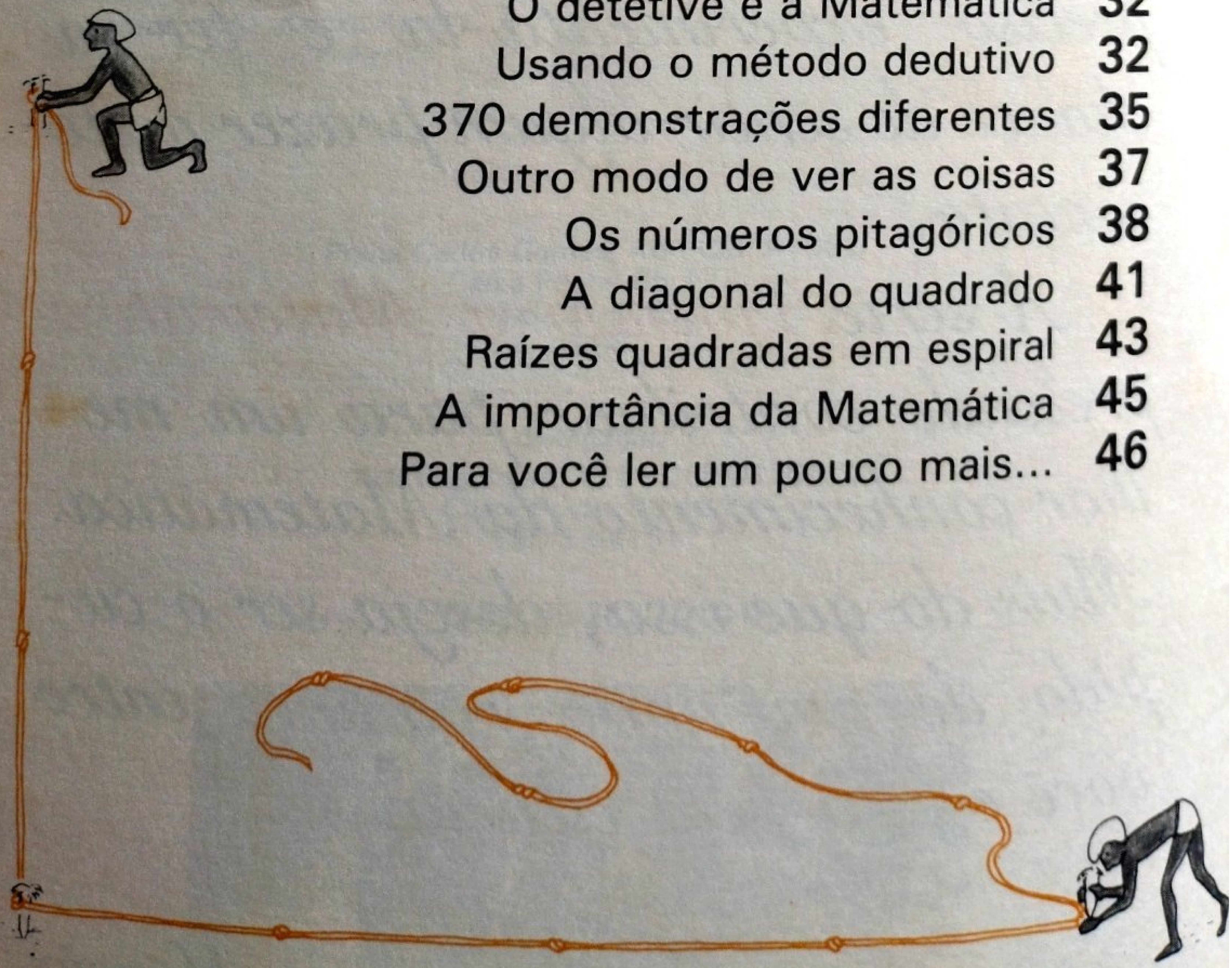
*A série Vivendo a Matemática pretende contribuir para um melhor conhecimento da Matemática. Mais do que isso, deseja ser o cupido de um novo romance entre você e esta bela ciência.*

*Luiz Márcio*



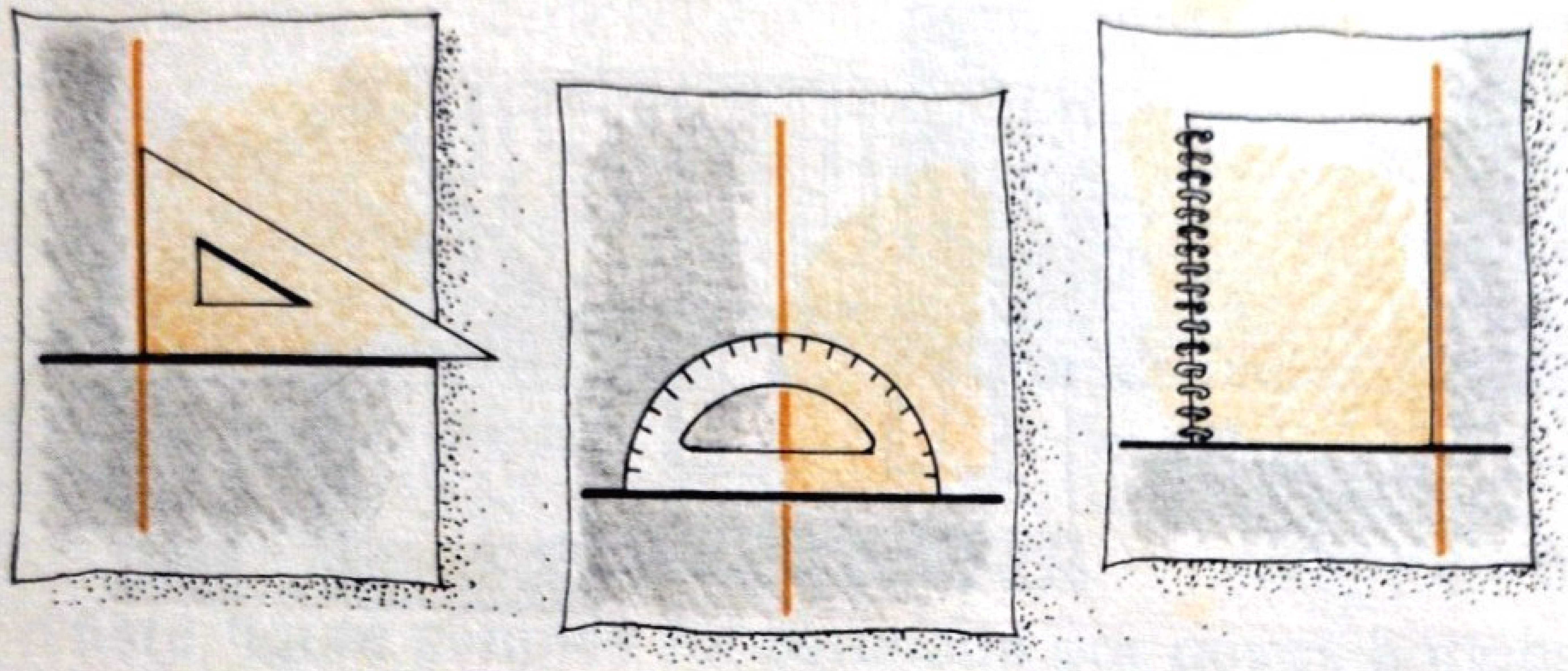
# ÍNDICE



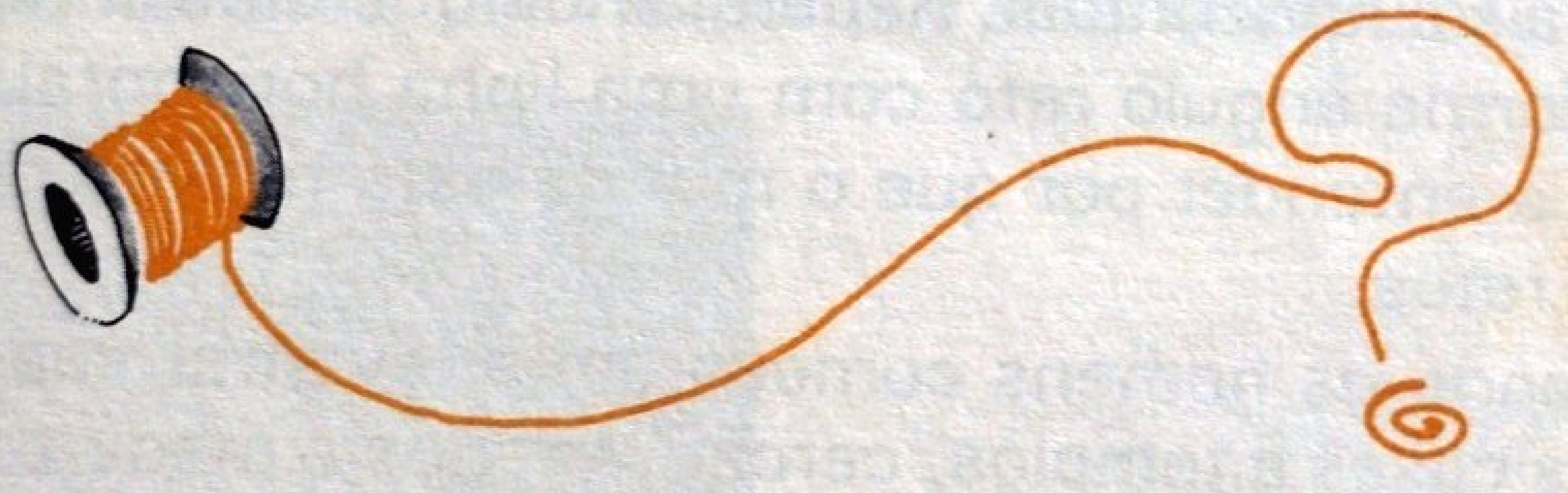


# O PRIMEIRO BATE-PAPO

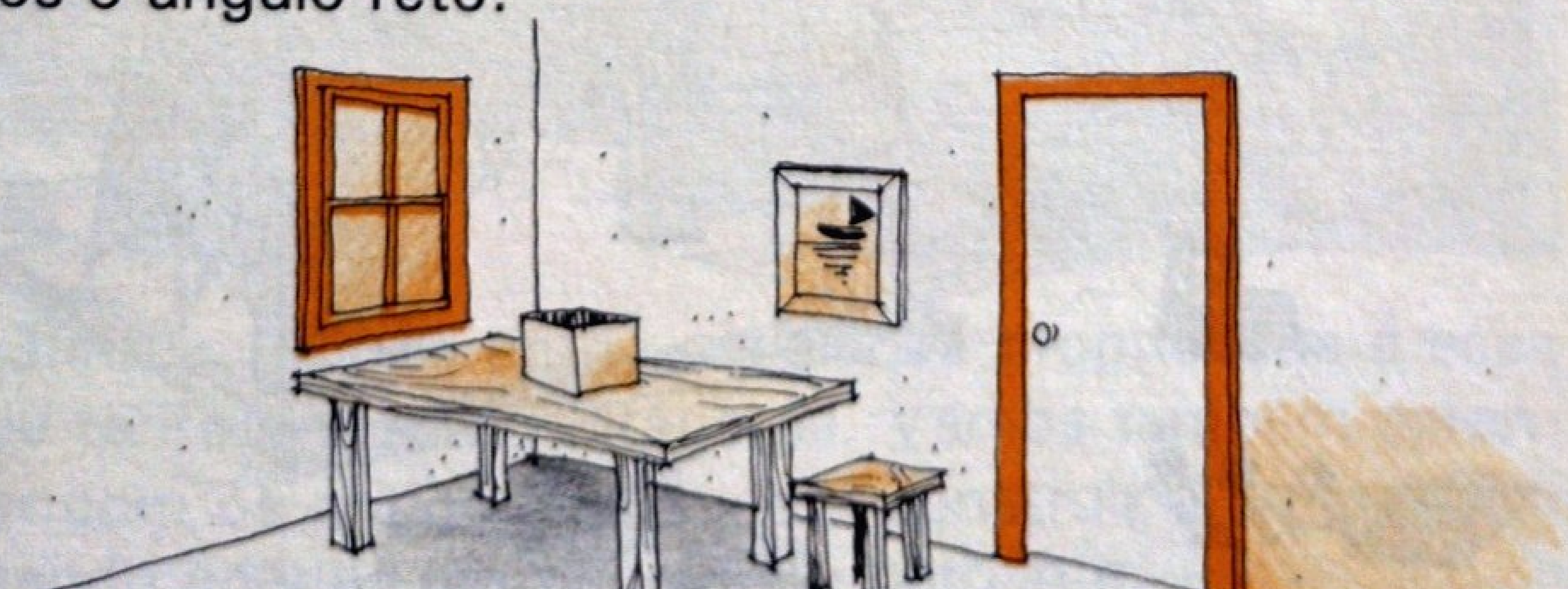
Ao fazer um desenho ou resolver um exercício de Geometria, muitas vezes você tem de desenhar um ângulo reto. Isso é fácil, não é mesmo? Basta você usar o esquadro, o transferidor, ou até mesmo a capa do seu caderno.



E se você dispusesse apenas de um pedaço de barbante? Como faria para conseguir um ângulo reto?



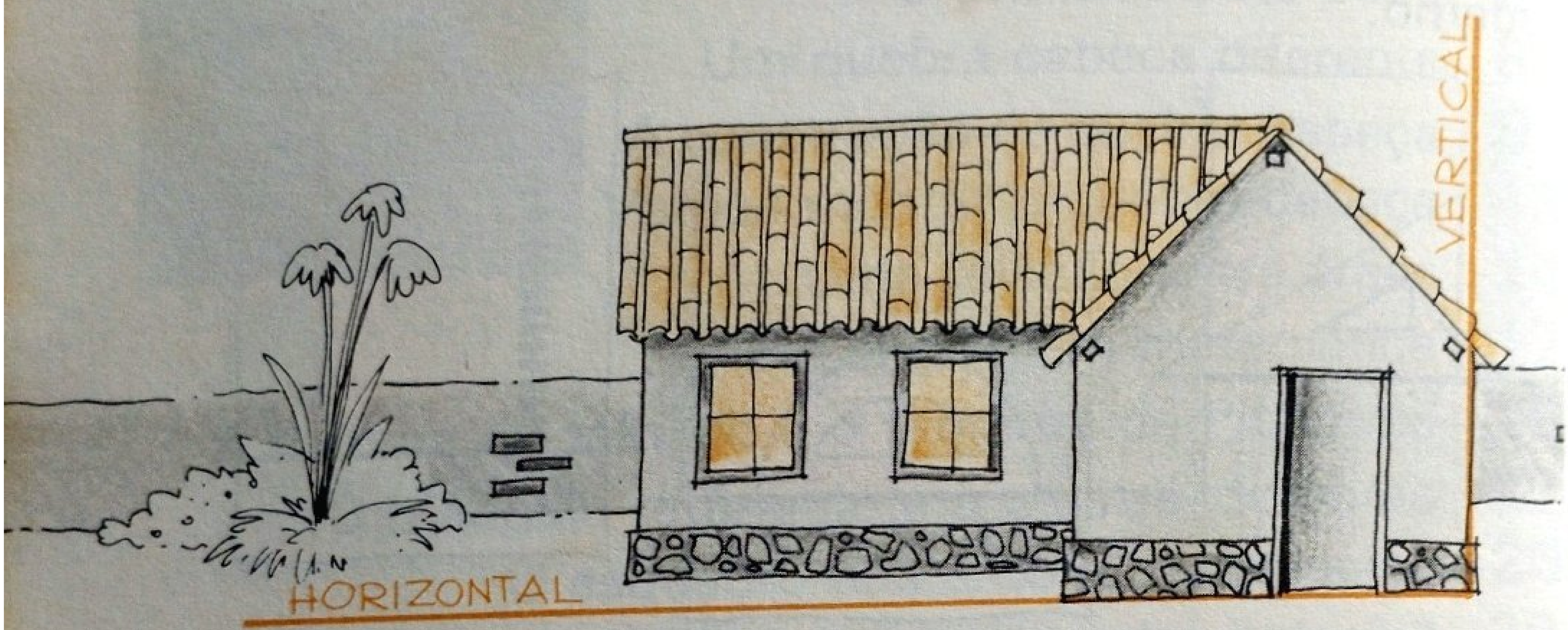
O mundo que o rodeia está cheio de ângulos retos. Preste atenção e veja que eles aparecem nas vidraças, portas, mesas, armários, nas paredes das casas, nas molduras dos quadros, nos livros, nas caixas usadas para embalagens. Em quase tudo o que nos cerca notamos o ângulo reto.



Por que o ângulo reto é tão comum?

Para responder a essa pergunta, pense na importância que têm para nós as linhas verticais e as linhas horizontais.

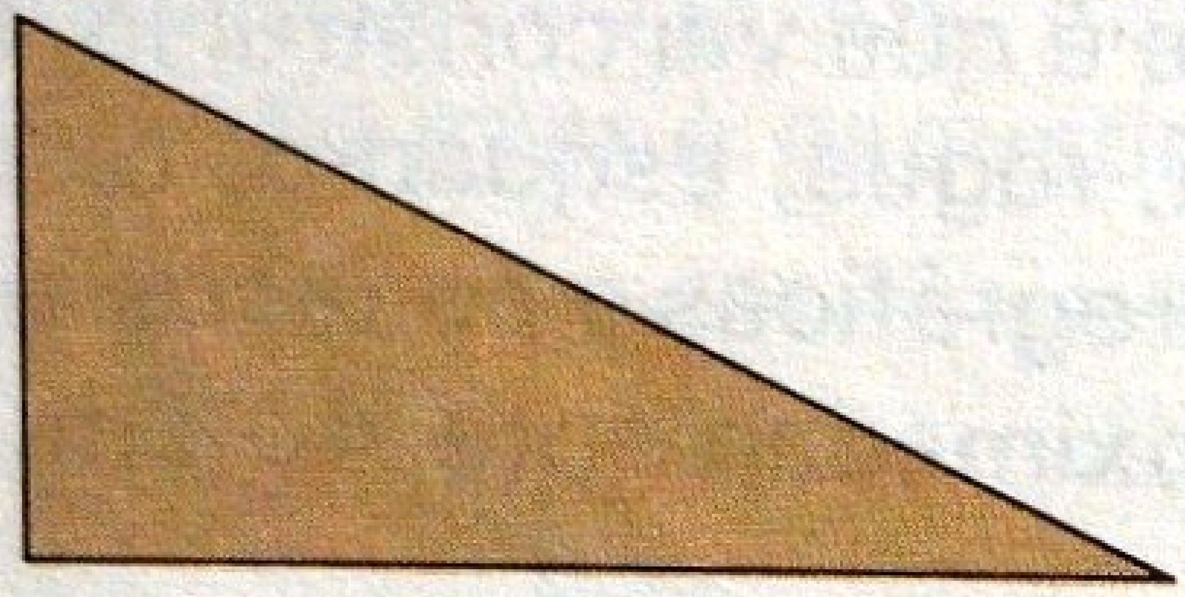
O batente da porta e a parede da casa são verticais. O parapeito da janela e o chão da casa são horizontais.



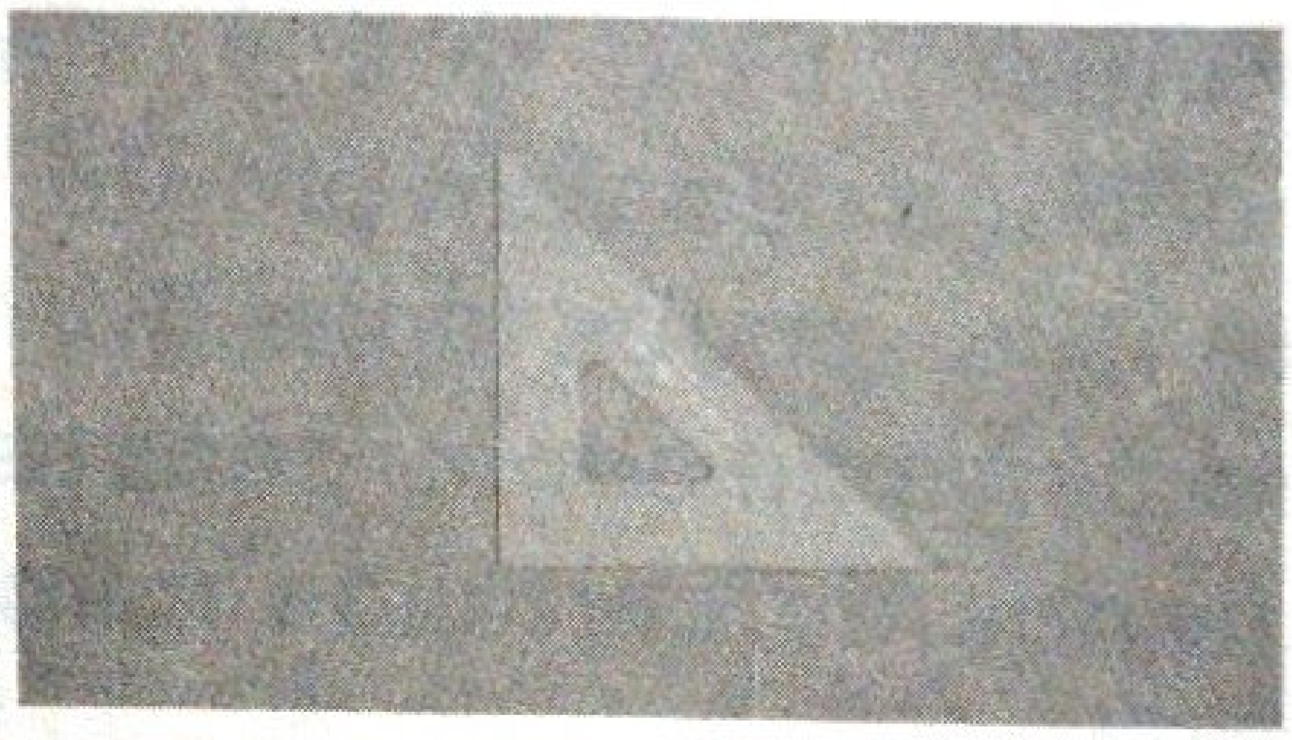

Observe como ao seu redor há uma porção de linhas verticais e horizontais. Repare ainda que uma linha vertical forma ângulo reto com uma linha horizontal. Isto ajuda a entender por que o mundo está repleto de ângulos retos.

Quando os homens começaram a levantar suas primeiras casas e templos, cercar terrenos e medir terras, surgiu a necessidade de aprenderem a construir ângulos retos.

Na edificação das pirâmides egípcias, dos palácios orientais, dos templos gregos, das cidades incas, arquitetos e construtores usaram uma figura que se tornou famosa: o triângulo retângulo. Por ter um ângulo reto, ele tem sido utilizado como esquadro para se obterem linhas perpendiculares.

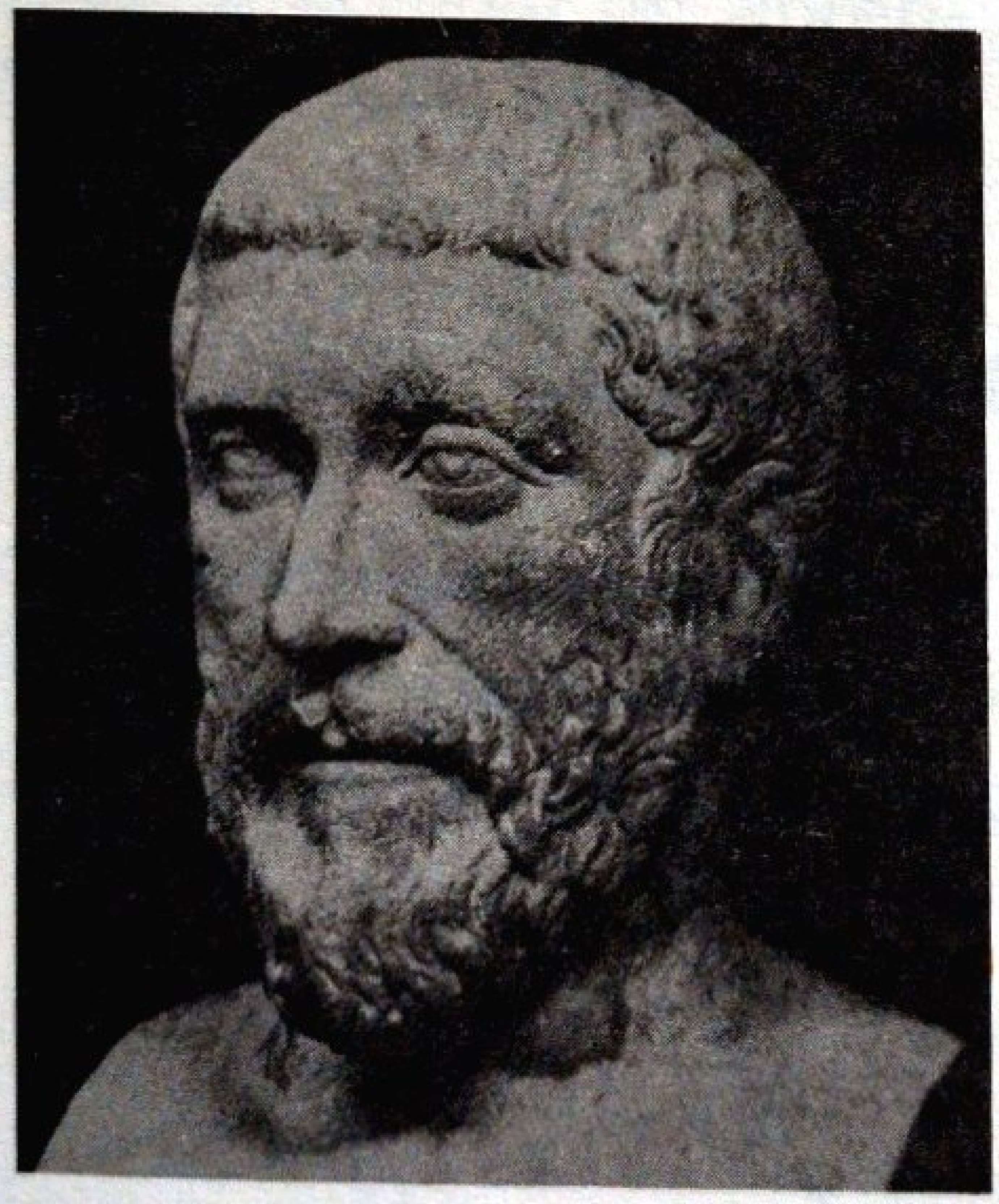


*triângulo retângulo*



*esquadro*

Esta figura simples foi estudada por povos antigos, que perceberam suas interessantes propriedades. A mais importante delas foi descoberta na Grécia, há mais de dois mil anos, por Pitágoras e seus discípulos.



*Pitágoras nasceu na Ilha de Samos, no mar Egeu.*


Juntos, vamos então saber que propriedade é essa que tanto encantou Pitágoras. Vamos também aprender com os antigos egípcios a construir o ângulo reto usando apenas um pedaço de barbante.

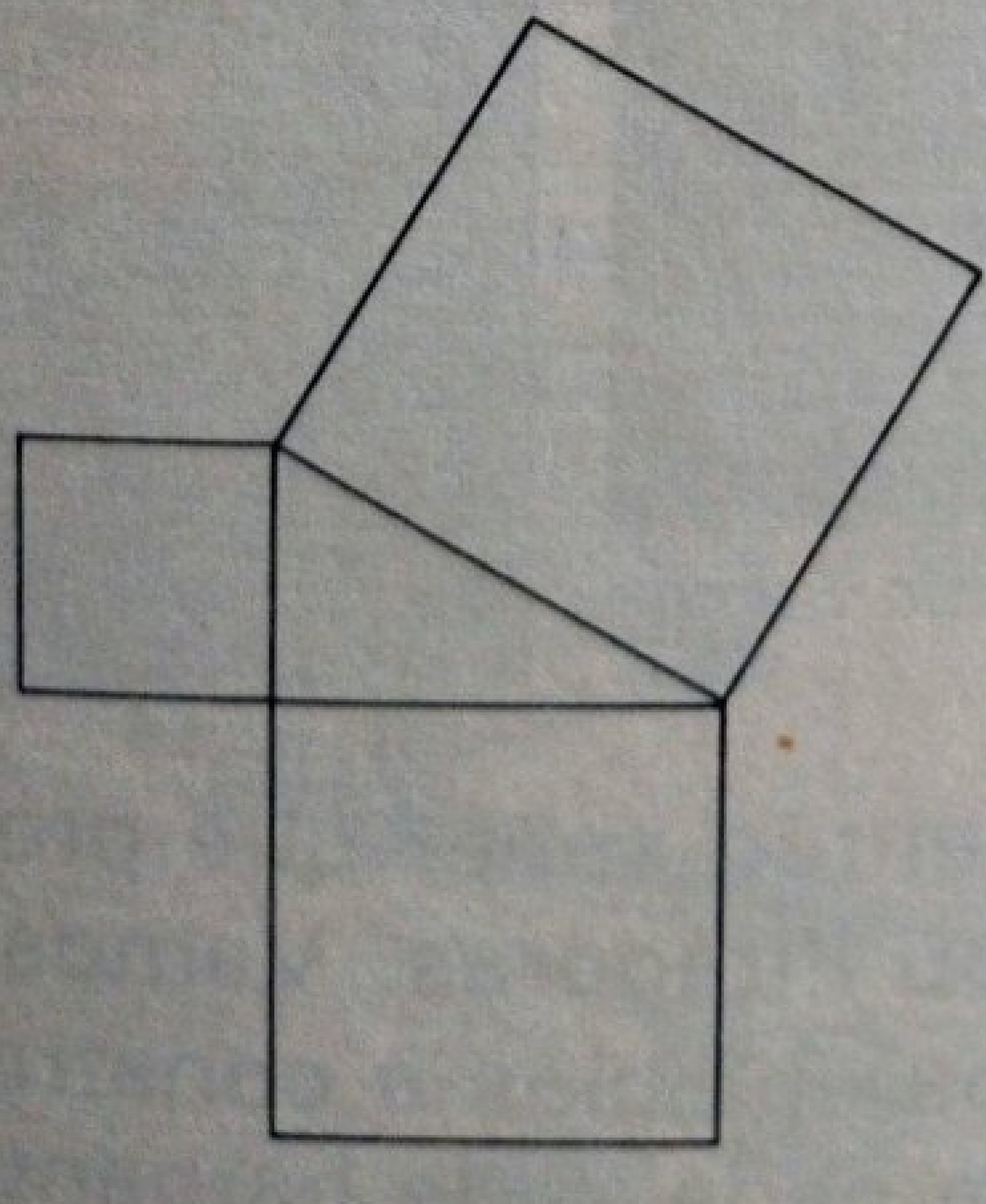
# UM QUEBRA-CABEÇA DIFERENTE

Você certamente já deve ter montado um quebra-cabeça: foi só abrir a caixa, espalhar as peças e começar a brincadeira, não foi? Agora você vai montar um quebra-cabeça diferente dos que você conhece, pois, brincando com ele, aprenderá um pouco mais de Matemática. E, o que é mais interessante, este quebra-cabeça não vem pronto. Você é que vai construí-lo. Para isso, pegue lápis, borracha, régua, esquadro, tesoura, lápis de cor ou canetas hidrográficas e pedaços quadrados de cartolina com aproximadamente 40 cm de lado.

As peças de um quebra-cabeça devem se encaixar direitinho. Assim, cada figura precisa ser feita com muito capricho. Usando seu material de desenho, isso fica fácil.

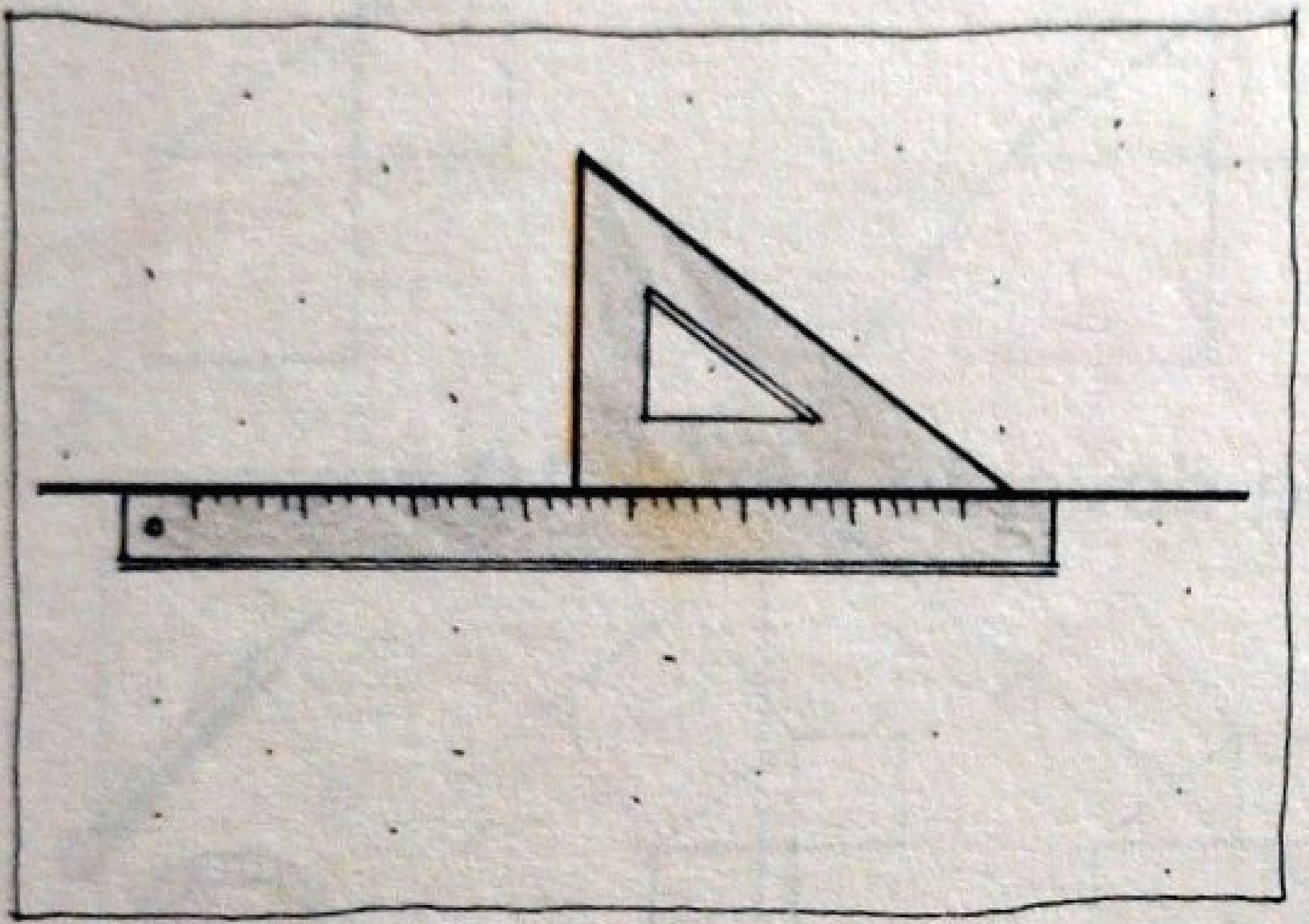
## A CONSTRUÇÃO DO QUEBRA-CABEÇA

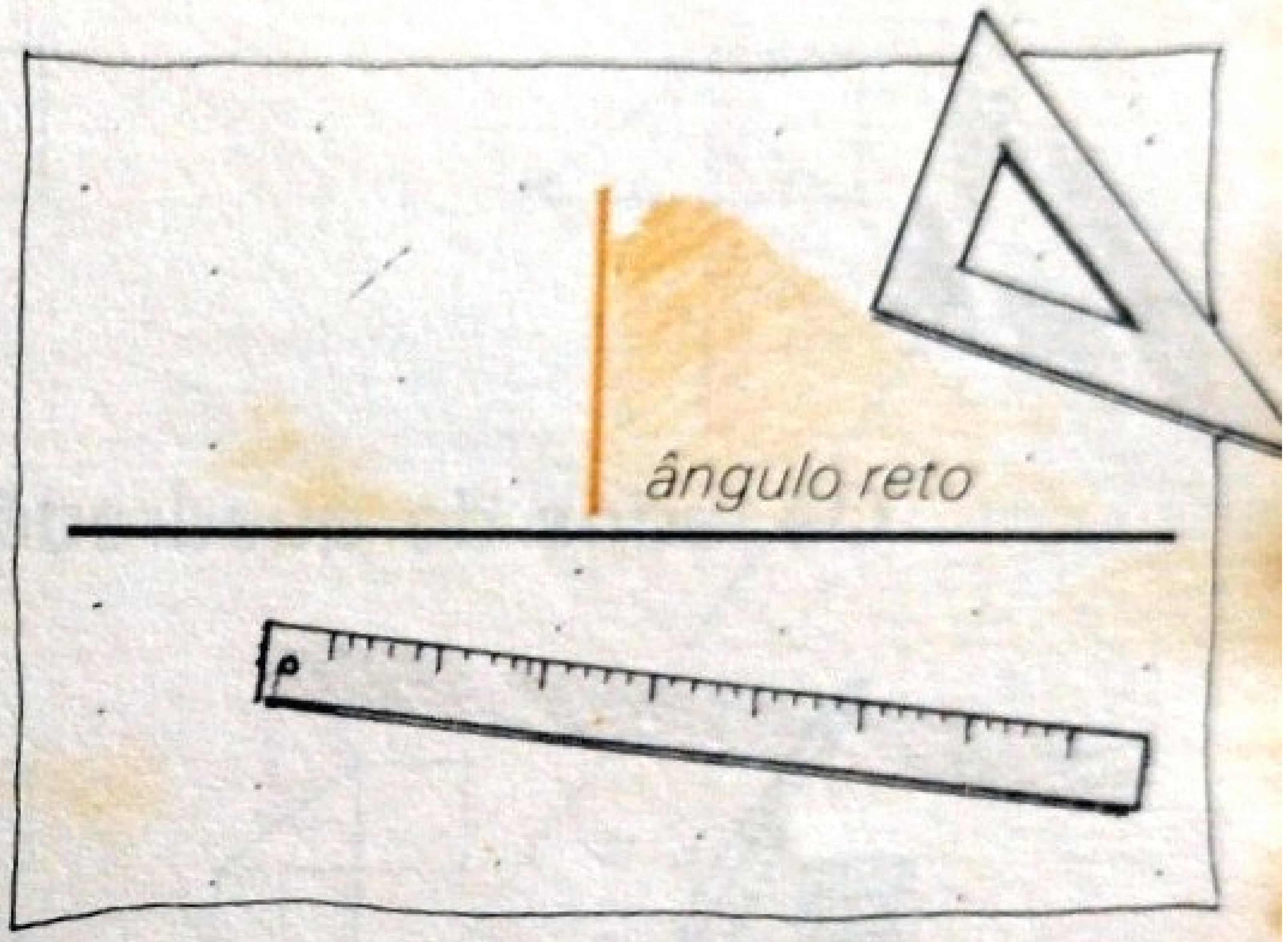
No centro de uma das cartolinas, você vai desenhar com um lápis uma figura como esta:



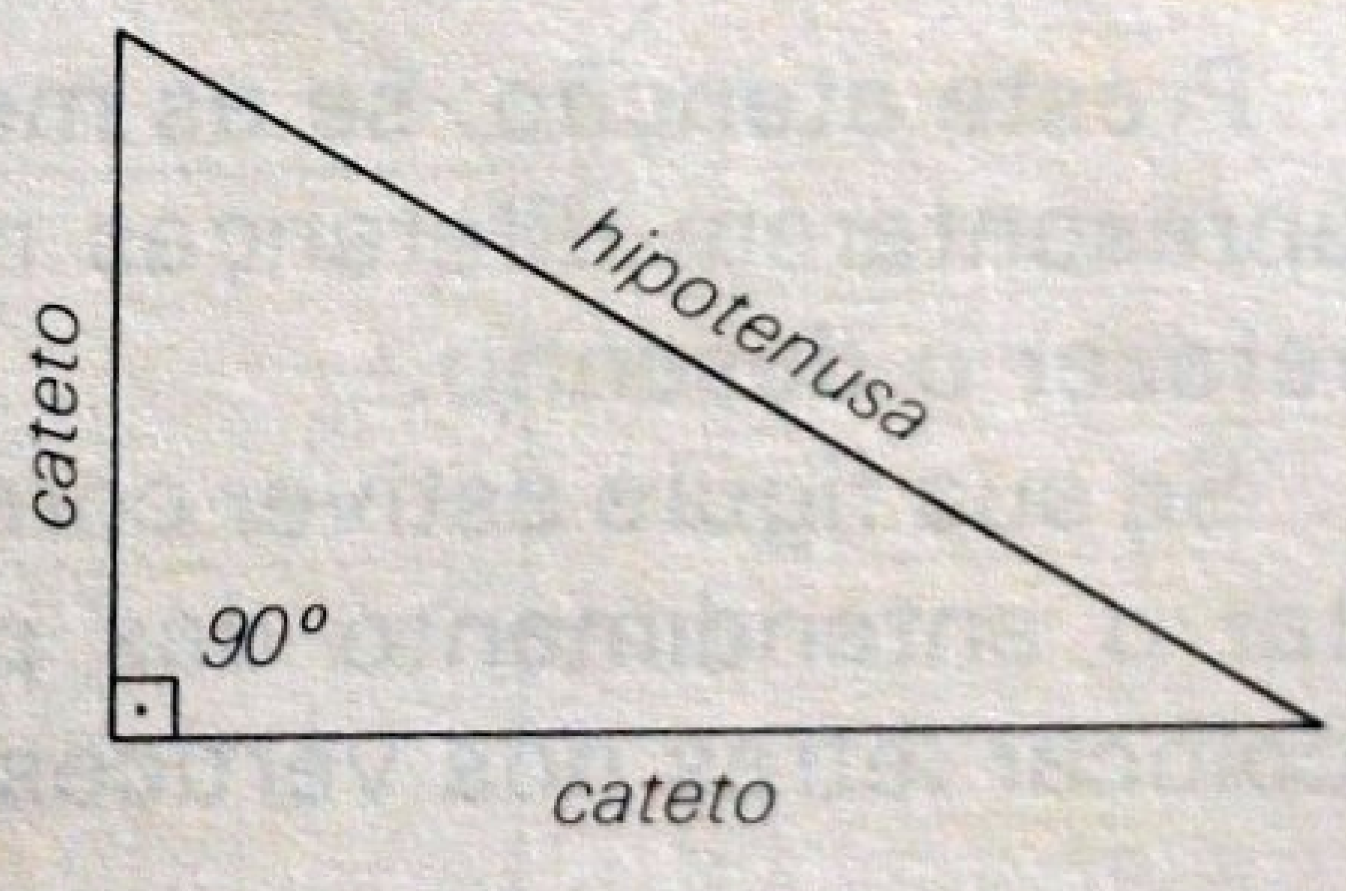
Só que, na sua figura, as medidas dos lados deverão ser um pouco maiores.

Mas espere, não comece ainda! É preciso seguir algumas instruções, senão as peças do quebra-cabeça não se encaixam. Primeiro olhe bem o desenho. Nele vemos um triângulo e três quadrados. Inicie a figura pelo triângulo. Observe que ele é de um tipo especial: trata-se de um triângulo retângulo. Um de seus ângulos é reto: mede 90 graus. Para construir esse ângulo reto, você pode usar o esquadro e a régua:

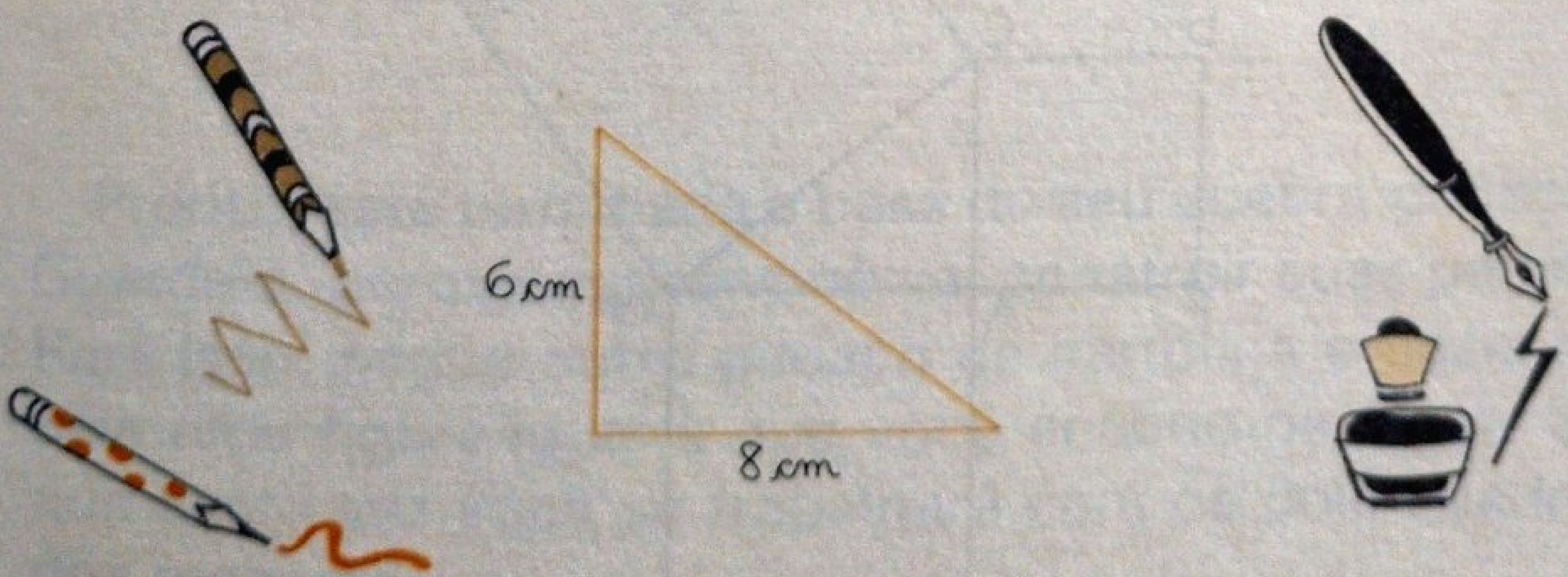




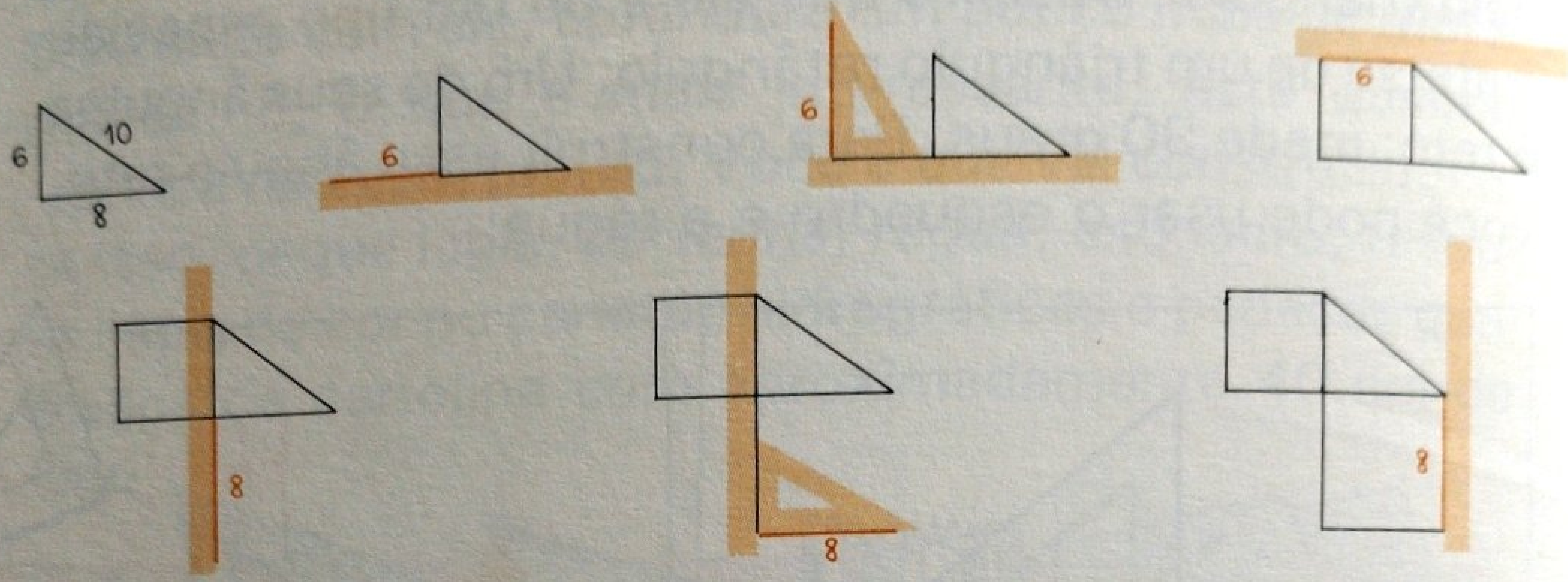

Você já deve ter aprendido que num triângulo retângulo o lado maior, aquele que está diante do ângulo reto, chama-se **hipotenusa**. Os outros dois lados chamam-se **catetos**.



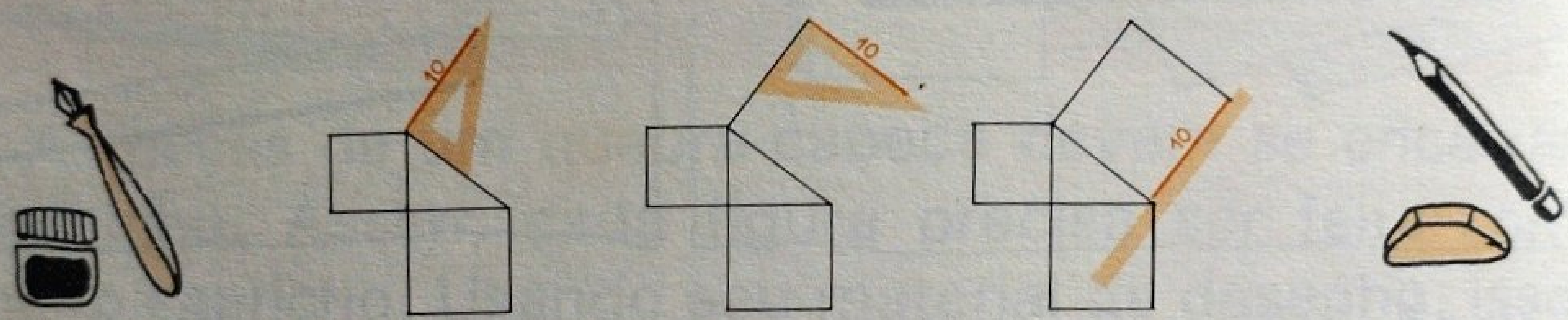

Para que o seu quebra-cabeça fique com um tamanho bom, desenhe os catetos com 6 cm e 8 cm.



Passemos agora aos quadrados. Capriche nas medidas: é preciso que todos os ângulos meçam 90 graus. Além disso, se os catetos do triângulo retângulo medem 6 cm e 8 cm, então os quatro lados do quadrado menor deverão medir 6 cm, e os quatro lados do quadrado médio, 8 cm.

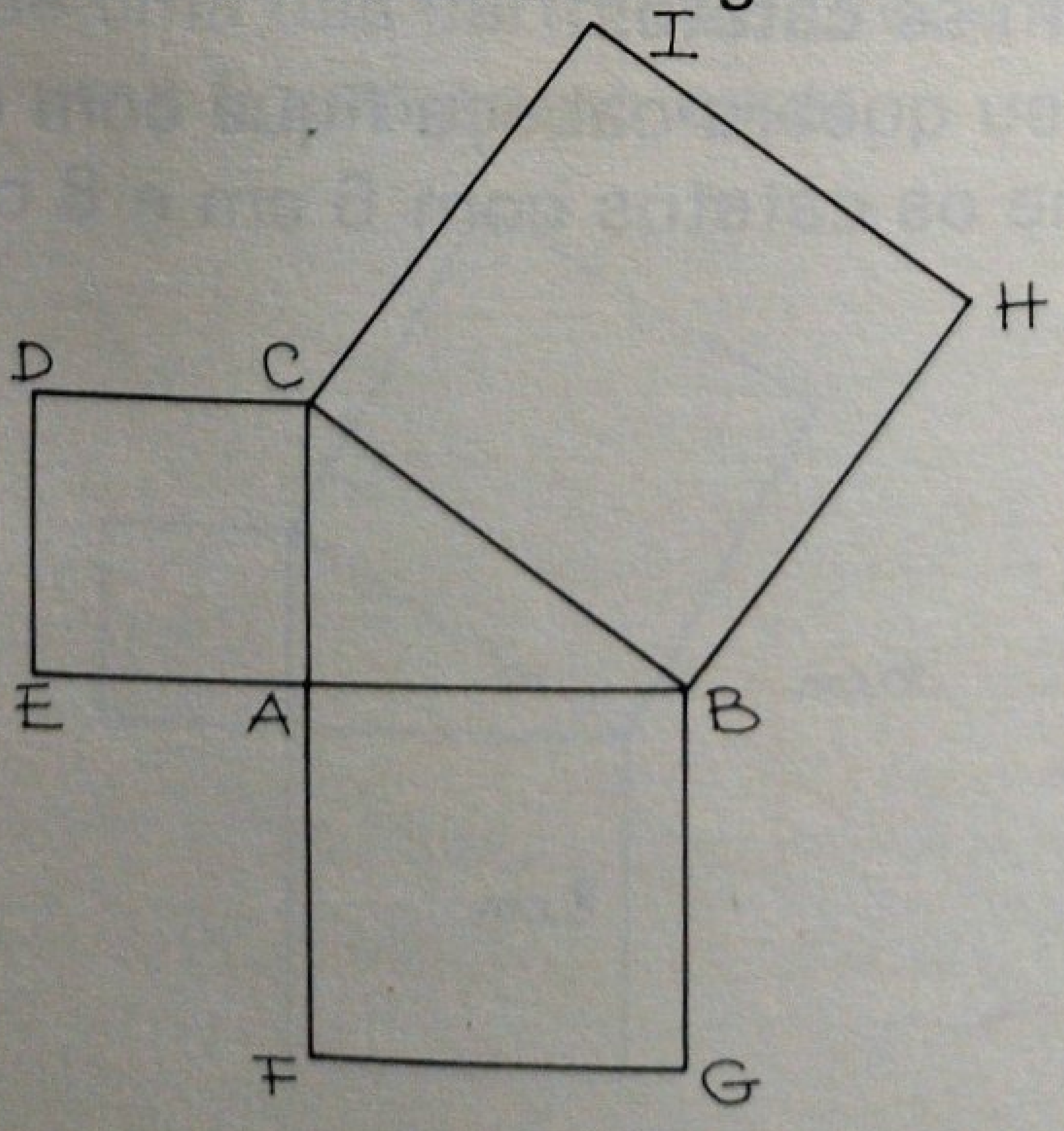



Os lados do quadradão deverão medir 10 cm.

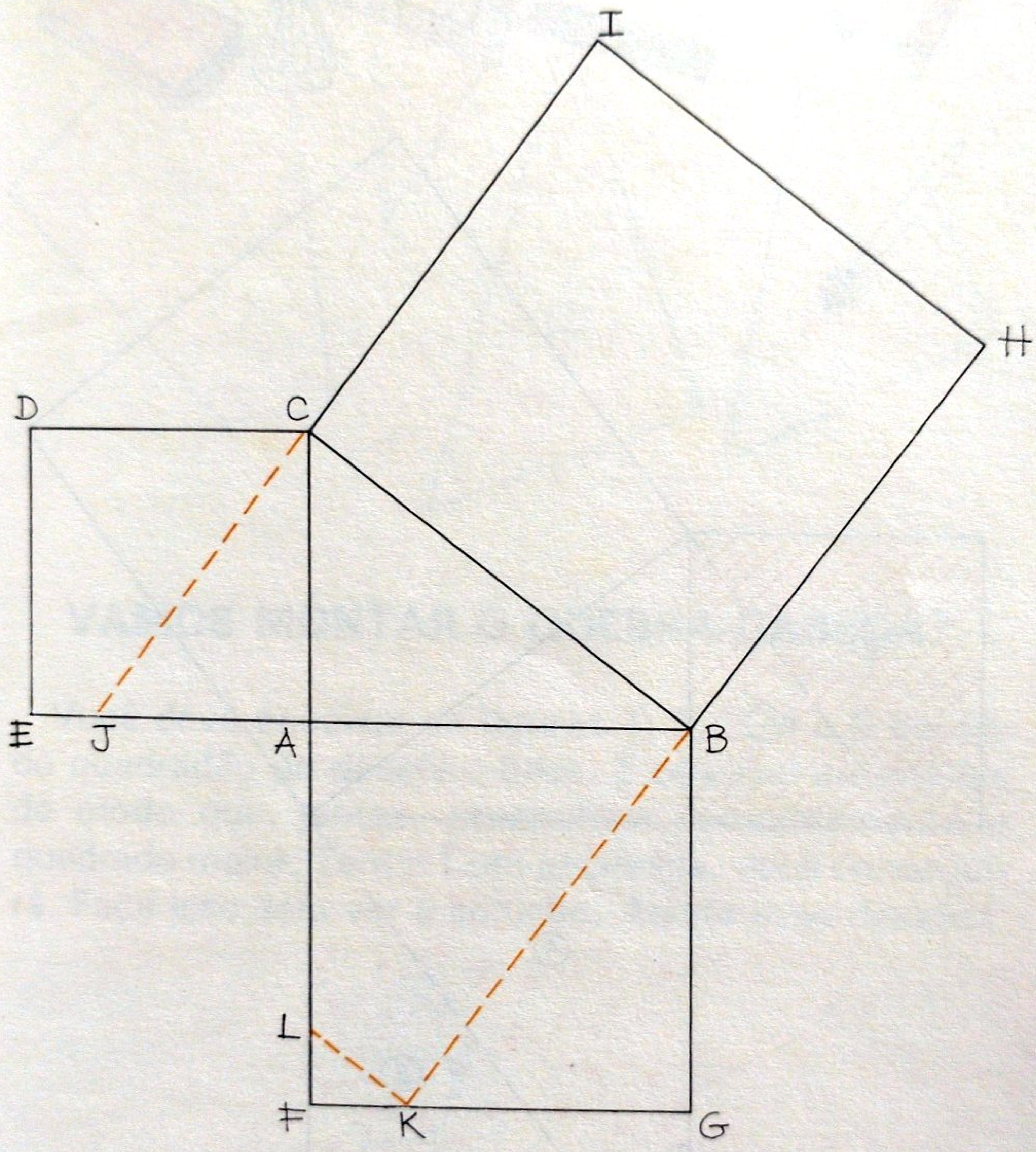



Preste atenção: se as medidas dos lados aas figuras apresentarem diferenças maiores que 1 mm, convém refazer o desenho.

Se sua figura estiver correta, siga adiante. Para facilitar o entendimento das próximas instruções, vamos colocar letras nos vértices das figuras:

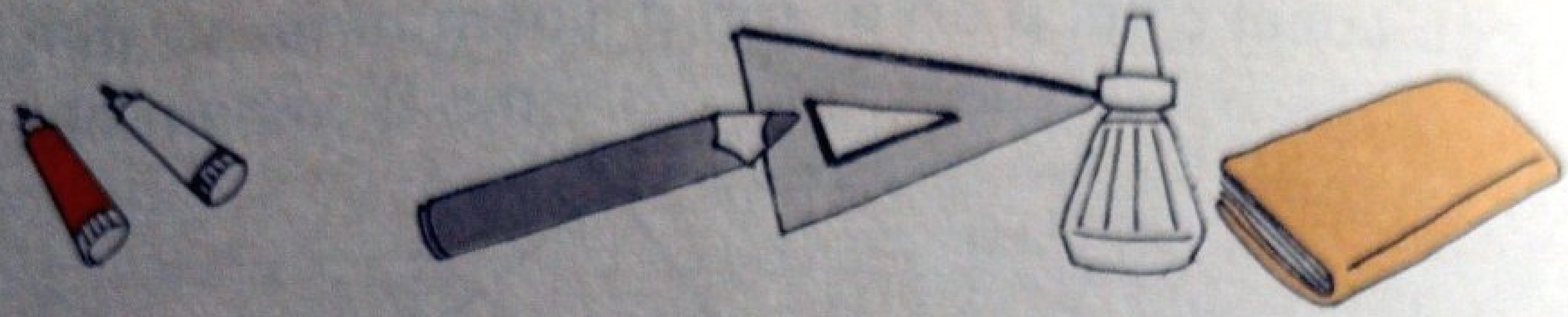


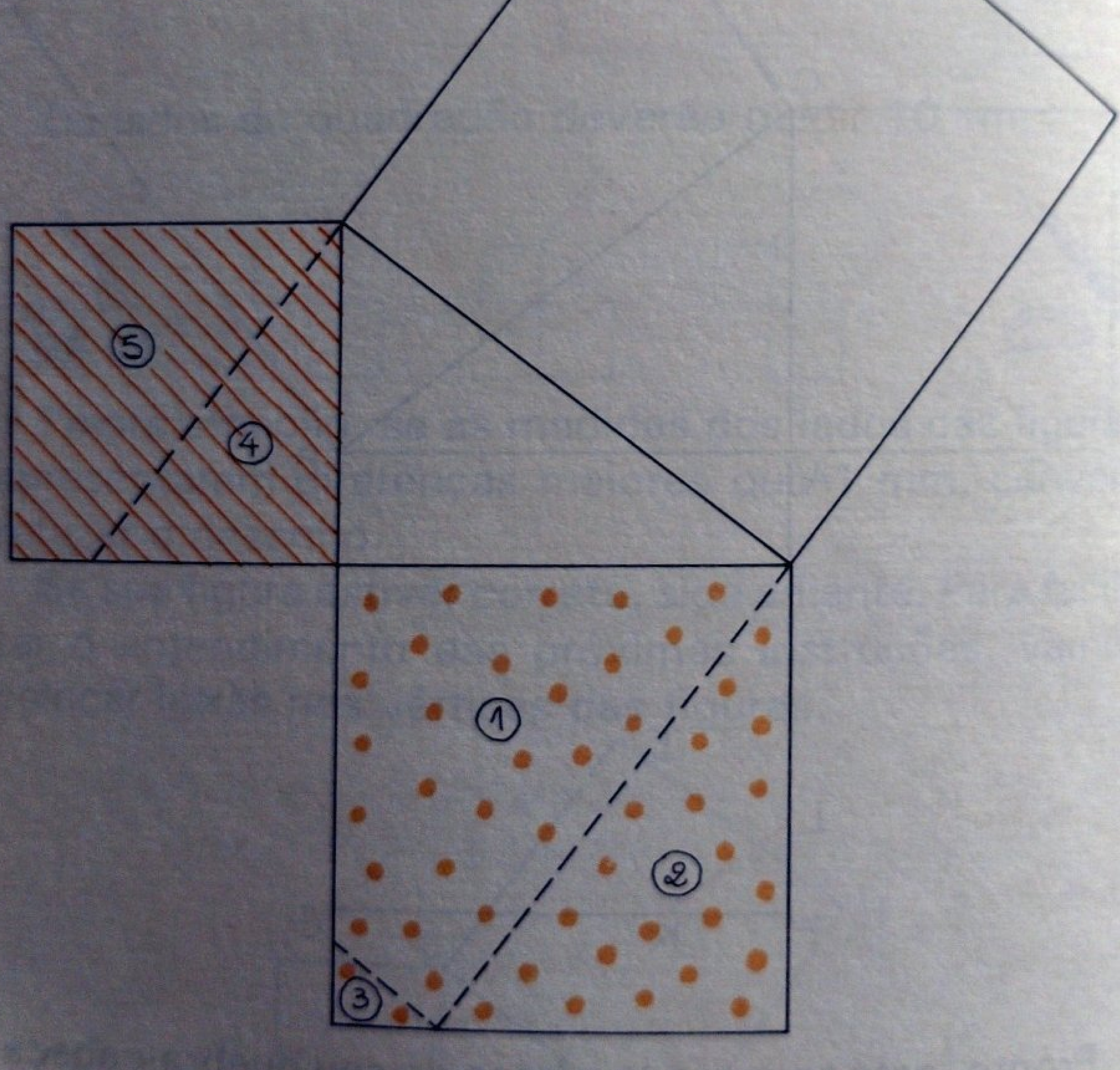
Agora, usando régua e lápis, prolongue a linha IC até ela encontrar a linha EA no ponto J. Prolongue também a linha HB até ela encontrar FG no ponto K. Depois, desenhe a linha KL, que faz ângulo reto com BK.

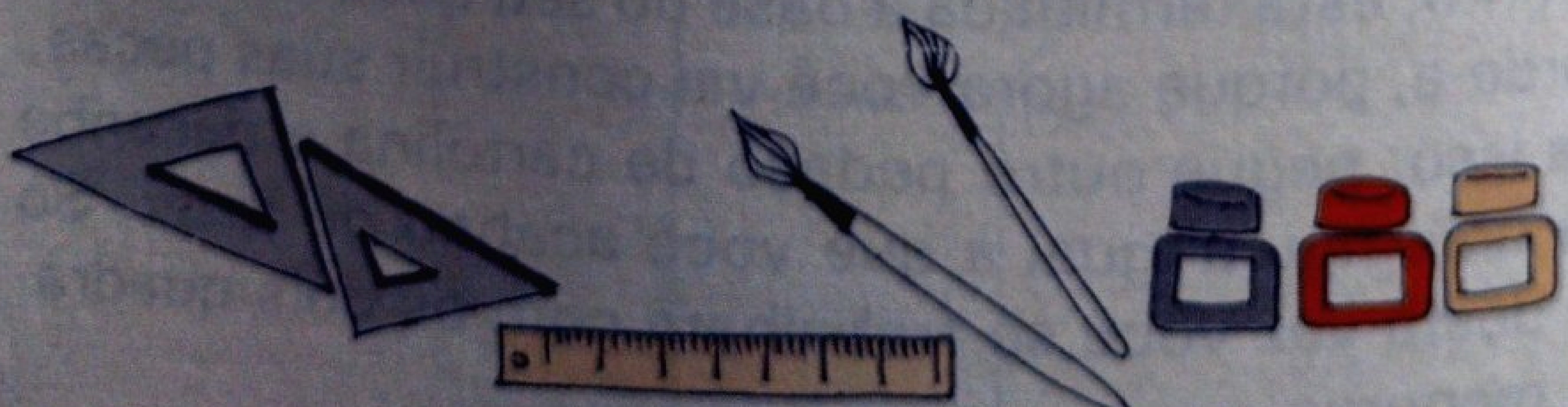



Pronto, está terminada a base do seu quebra-cabeça. Guarde-a, porque agora você vai construir suas peças. Para isso, pegue outro pedaço de cartolina e desenhe nele uma figura igual à que você acabou de fazer. Só que desta vez você só trabalhará com os dois quadrados menores.

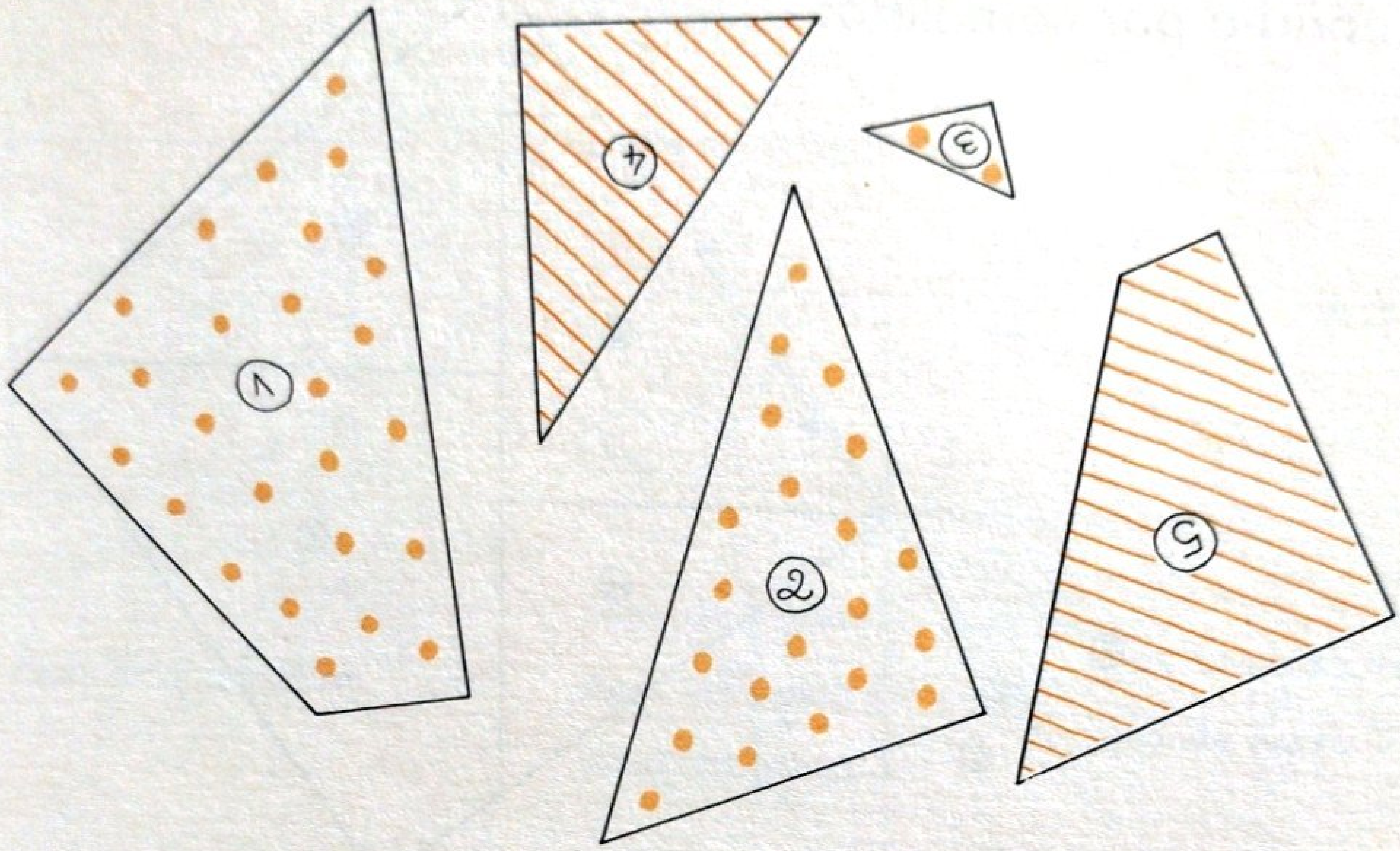
Numere as partes dos quadrados menores e faça desenhos nelas: pinte bolinhas no quadrado médio e trace listras no menor. (Você pode também escolher cores diferentes para pintar cada quadrado.)





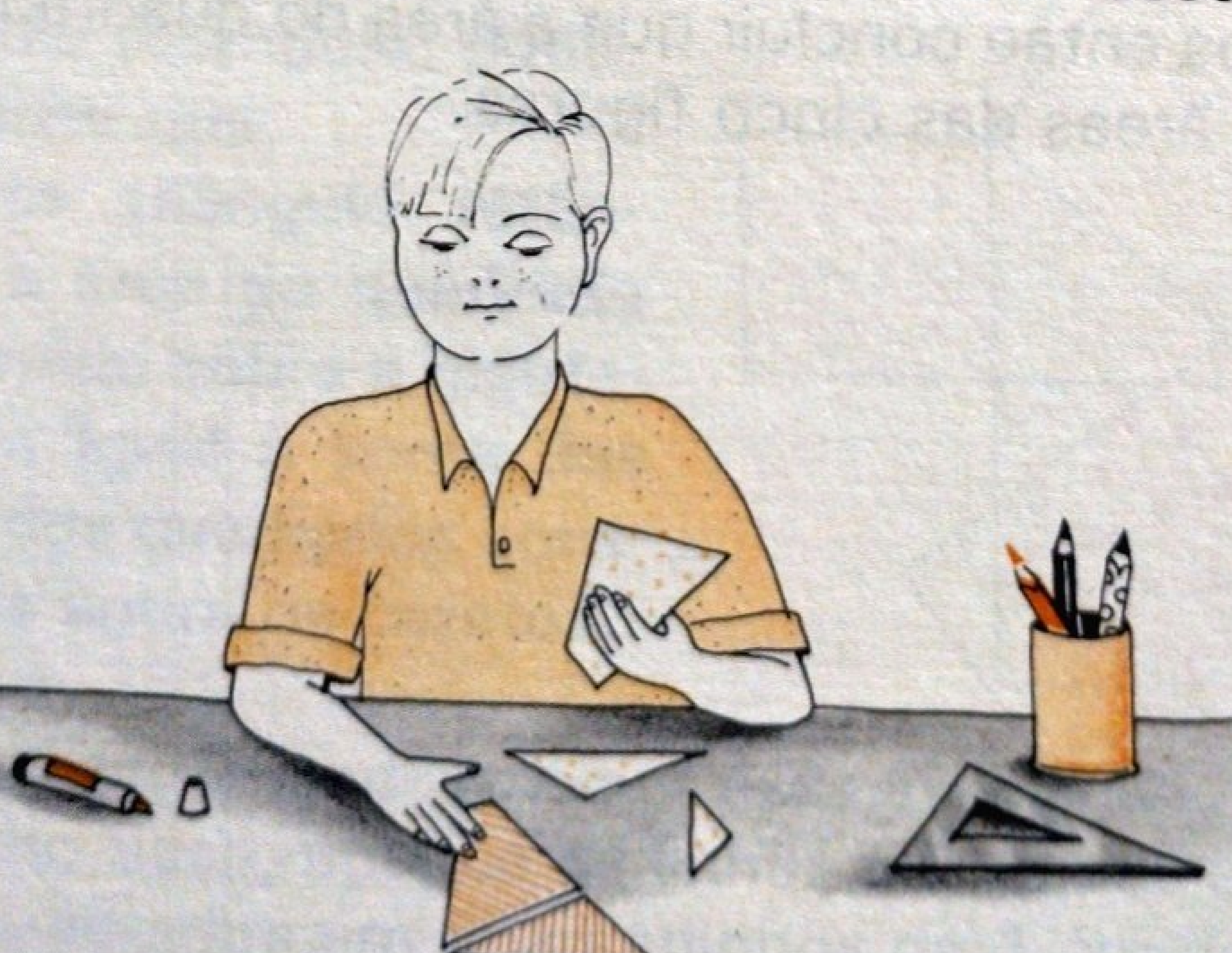



Agora, reforce as linhas tracejadas e as linhas cheias usando lápis ou caneta esferográfica preta. Por fim recorte cada uma das partes numeradas.



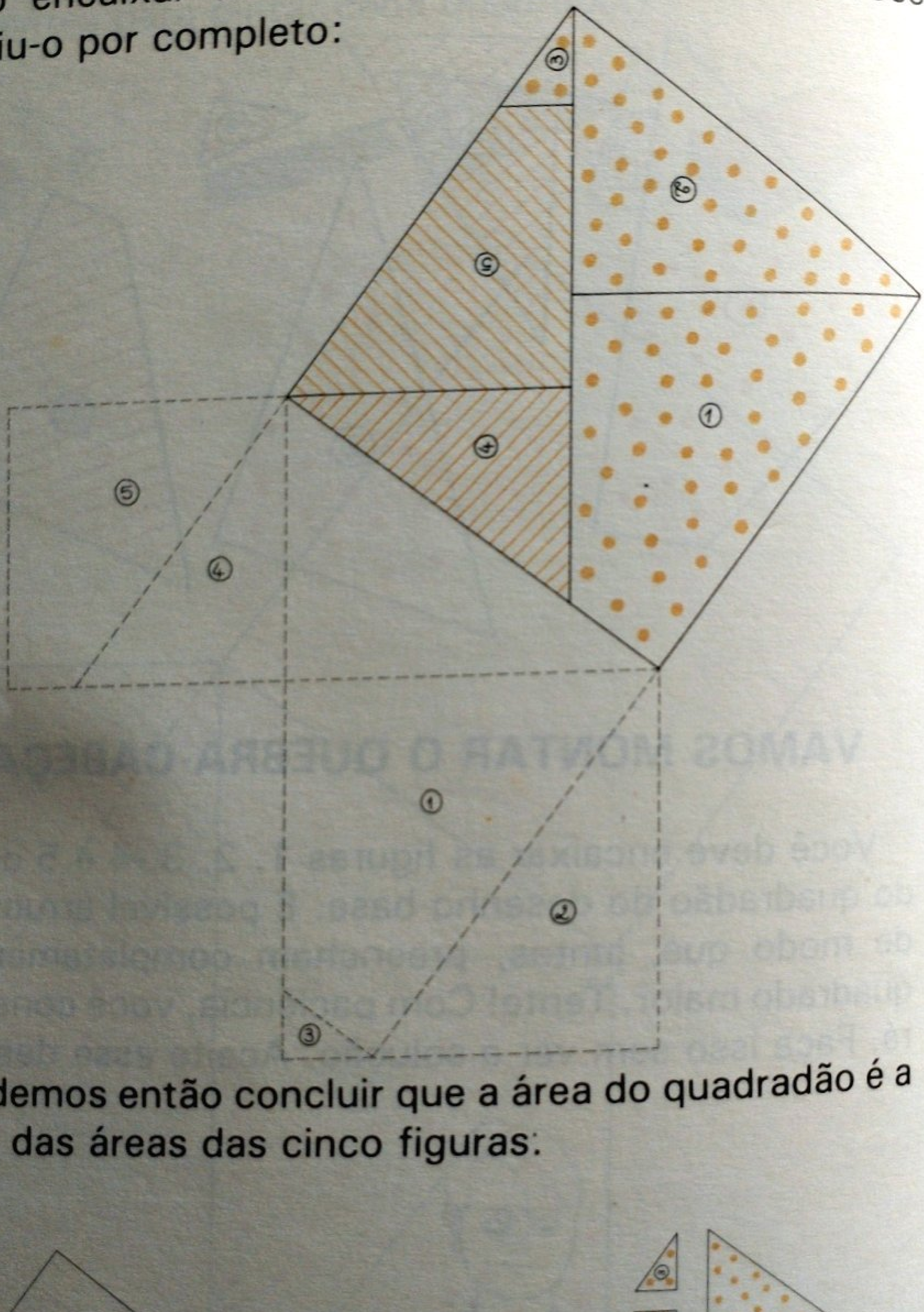

## VAMOS MONTAR O QUEBRA-CABEÇA?

Você deve encaixar as figuras 1, 2, 3, 4 e 5 dentro do quadradão do desenho-base. É possível arrumá-las de modo que, juntas, preencham completamente o quadrado maior. Tente! Com paciência, você conseguirá. Faça isso sem ver a solução. Aceite esse desafio!

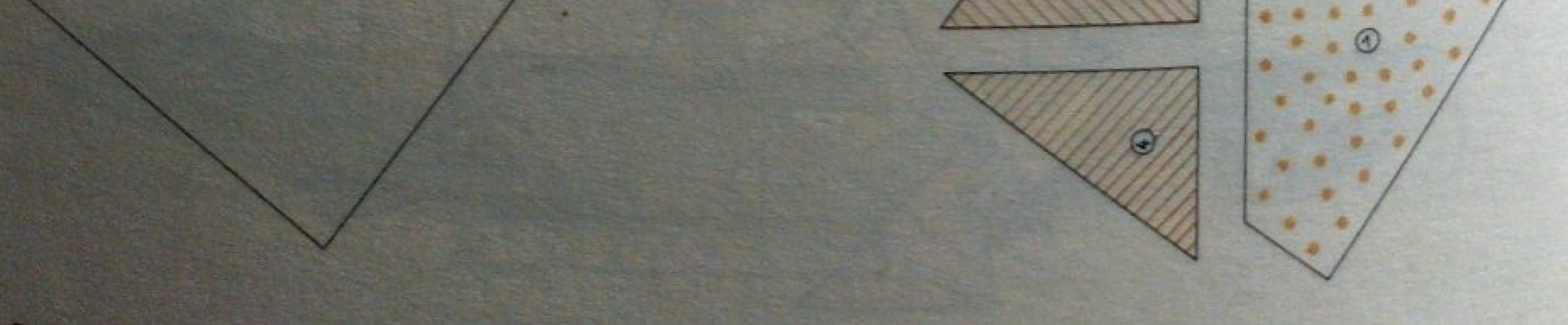


# UMA RELAÇÃO ENTRE ÁREAS

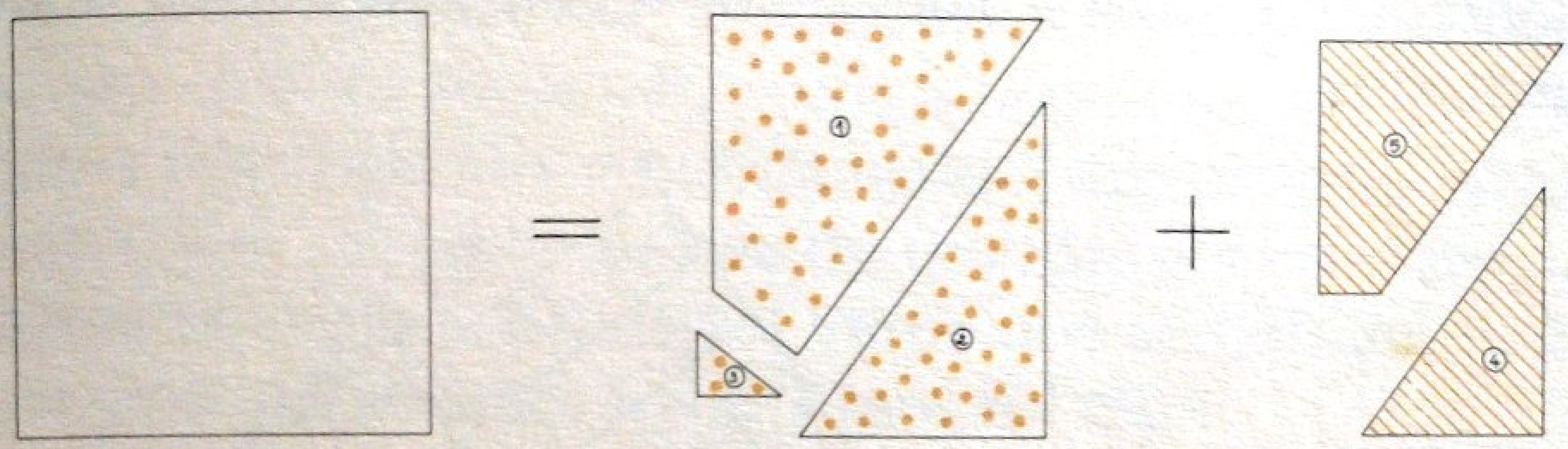
Ao encaixar as cinco peças no quadradão, você cobriu-o por completo:




Podemos então concluir que a área do quadradão é a soma das áreas das cinco figuras:



Repare que as figuras 1, 2 e 3 formam o quadrado médio e que as figuras 4 e 5 formam o quadrado pequeno.



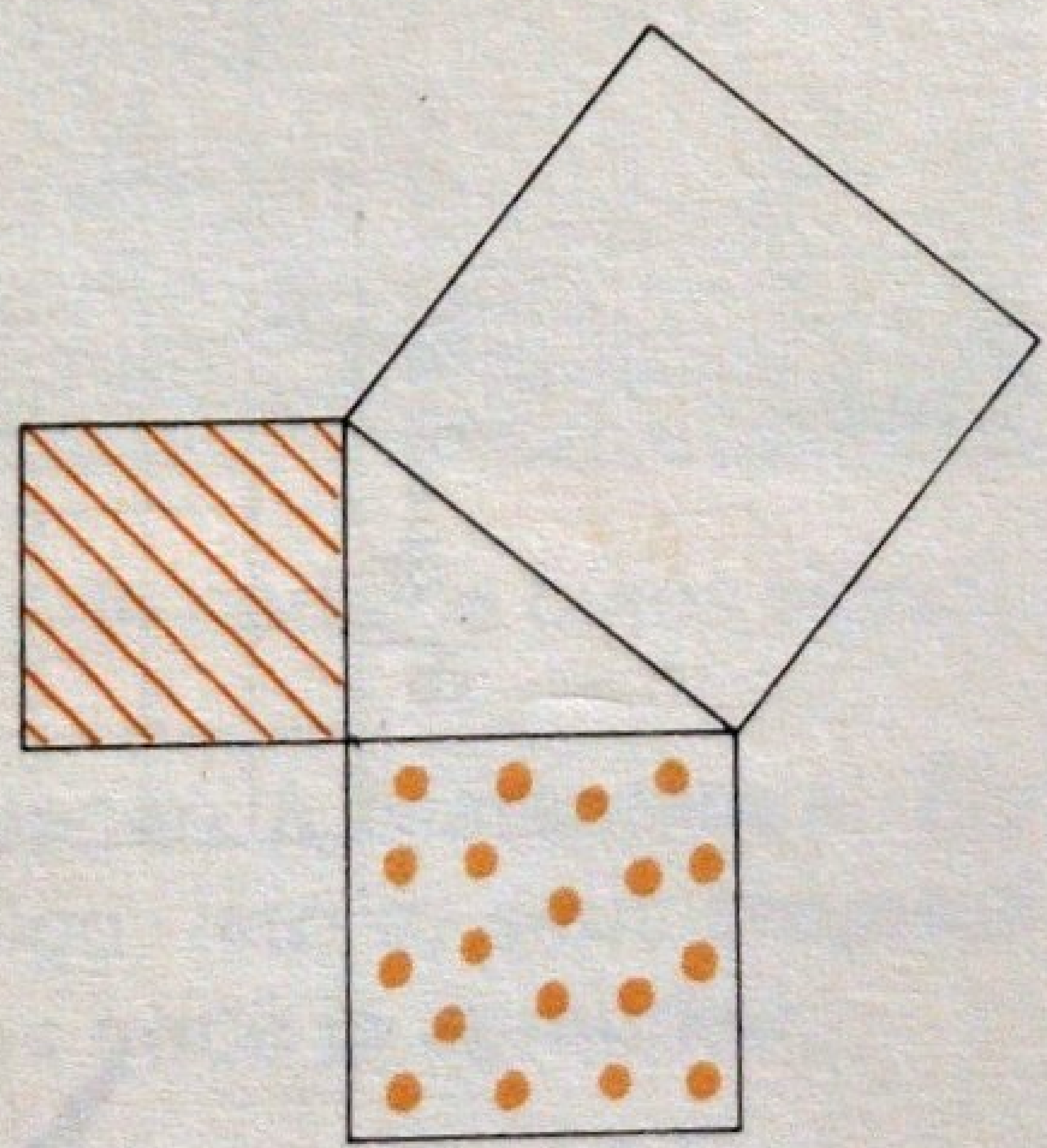
área do quadradão = área da figura 1 + área da figura 2 + área da figura 3 + área da figura 4 + área da figura 5

ou

área do quadradão = área do quadrado médio + área do quadrado pequeno

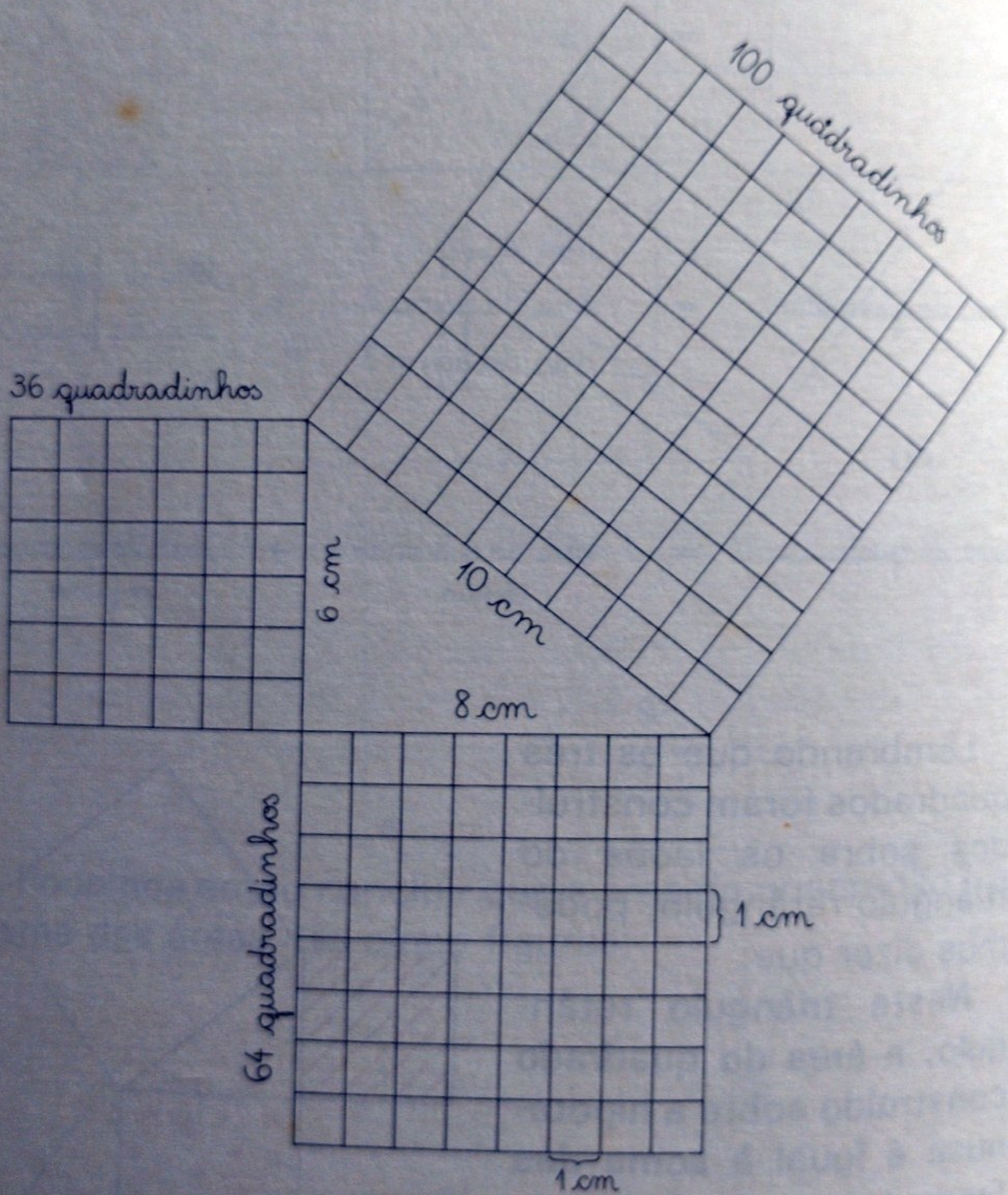
Lembrando que os três quadrados foram construídos sobre os lados do triângulo retângulo, podemos dizer que:

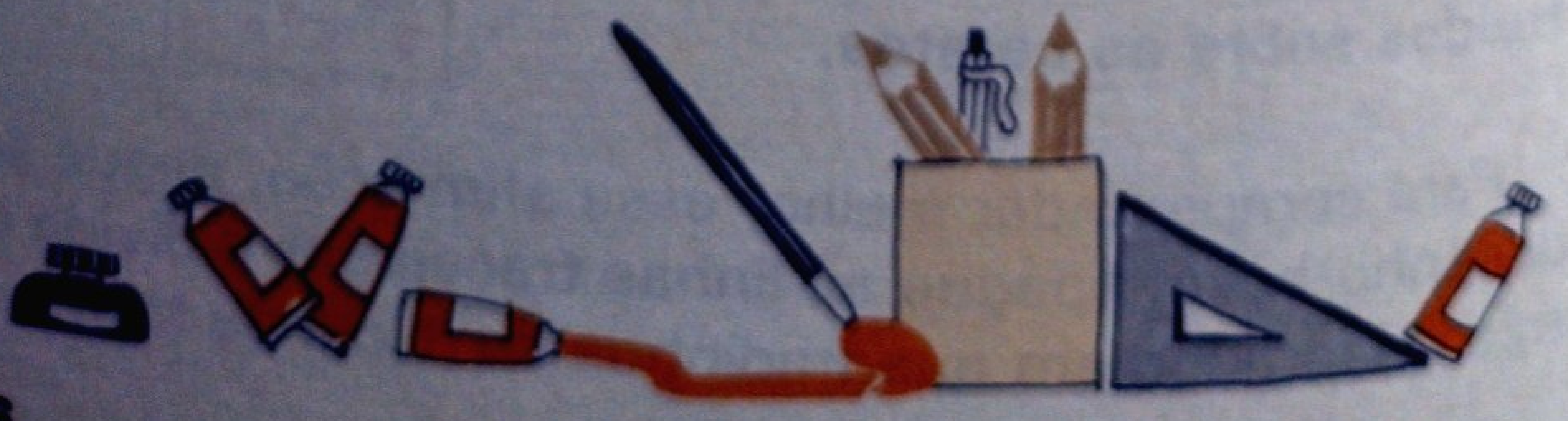
**Neste triângulo retângulo, a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos.**



Para compreender melhor essa afirmação, pegue seu desenho-base, apague as linhas tracejadas e divida os três quadrados em quadradinhos de 1 cm de lado.

Dentro do quadradão cabem $10 \times 10 = 100$ quadradinhos de 1 cm de lado; logo, a área do quadradão é igual a 100 $cm^2$. A área do quadrado menor é igual a 36 $cm^2$. A área do outro quadrado é igual a 64 $cm^2$. Veja só: 100 $cm^2$ = 36 $cm^2$ + 64 $cm^2$, ou seja, a área do quadradão é igual à soma das áreas dos outros dois quadrados.



# EM LINGUAGEM MATEMÁTICA

As pessoas se comunicam falando, gesticulando, escrevendo ou mesmo desenhando. A palavra falada ou escrita, o gesto, são códigos convencionais que utilizamos para nos comunicar. Alguns desses códigos possuem alcance nacional, como a língua de um país. Alguns são regionais e outros, ainda, valem em qualquer lugar. Em todos os países do mundo, por exemplo, as luzes vermelha, amarela e verde dos semáforos têm o mesmo significado: Pare! Atenção! Siga!

Observe nas ruas a enorme quantidade de sinais de trânsito empregados: as faixas para a travessia de pedestres, as placas de mão e de contramão, as de estacionamento proibido, as placas de orientação, etc.

Enfim, estamos sempre usando códigos cujos significados precisamos conhecer.

O mesmo acontece em relação à Matemática. Ela também tem seu próprio código, isto é, seus próprios sinais e símbolos. Muitos deles você já aprendeu:

${}^{2+3}$ $5$ $\sqrt{49}$ $7$ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\text{MMC}(2,7) = 14$ $\frac{4}{7}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ $15 : 3 = 5$

A linguagem matemática é universal: em todos os países do mundo os códigos matemáticos têm o mesmo significado. Para os japoneses, por exemplo, $2 + 3 = 5$ significa o mesmo que para nós.

Outro aspecto importante da linguagem matemática é que ela é econômica. Compare:

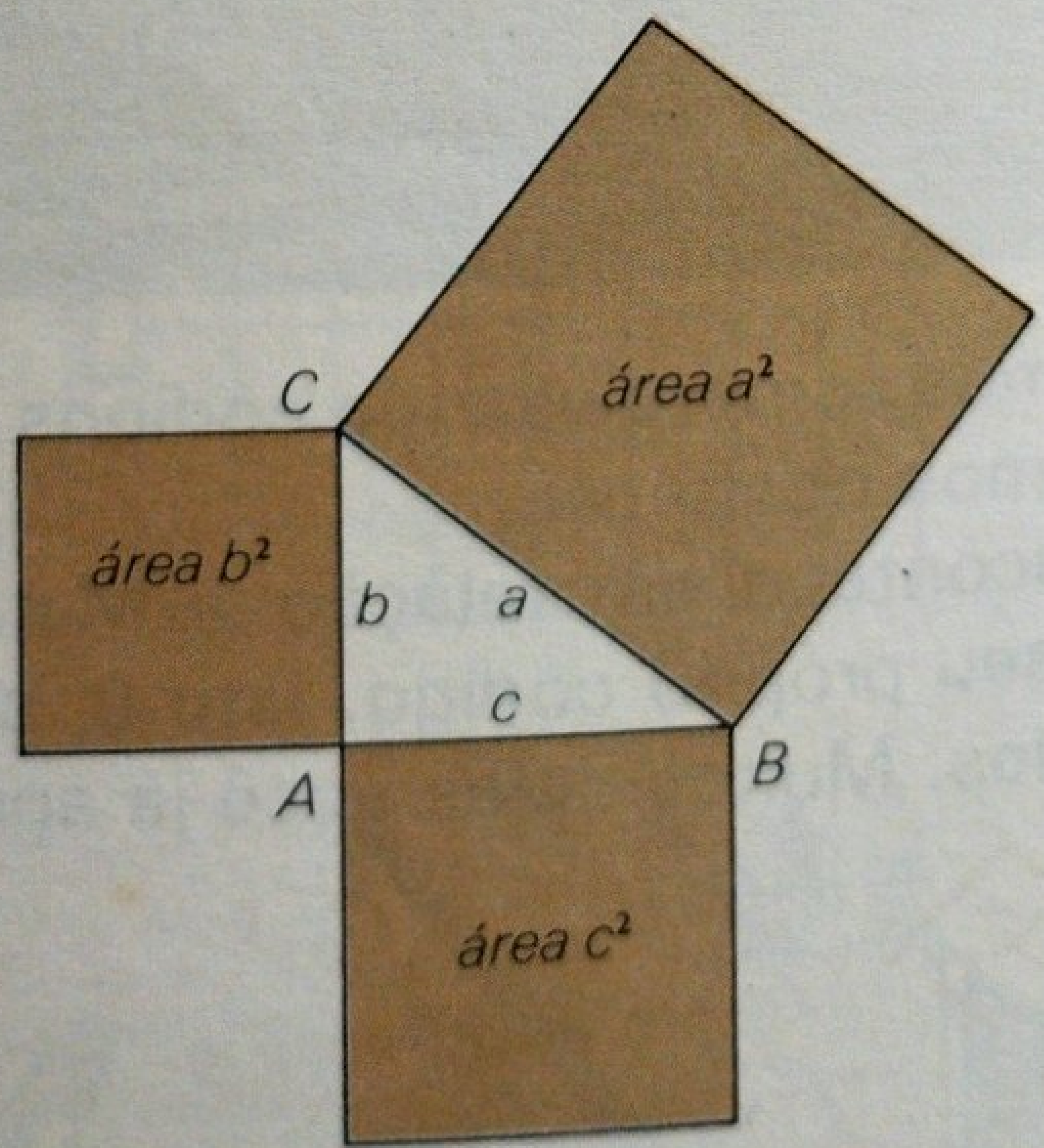
$2 + 3 = 5$ com dois mais três é igual a cinco

Pois bem. Daqui para a frente usaremos cada vez mais a linguagem matemática.

Já dissemos que, **num triângulo retângulo, a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos.**

Com a linguagem matemática podemos ''encolher'' essa frase e escrevê-la de um modo que a torne compreensível em qualquer país do mundo.

Para isso, vamos representar pela letra **a** a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo. Assim, a área do quadrado construído sobre a hipotenusa será $a^2$. Representando-se as medidas dos catetos por **b** e **c**, as áreas dos quadrados construídos sobre eles serão iguais, respectivamente, a $b^2$ e $c^2$.



Logo, podemos afirmar que:

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

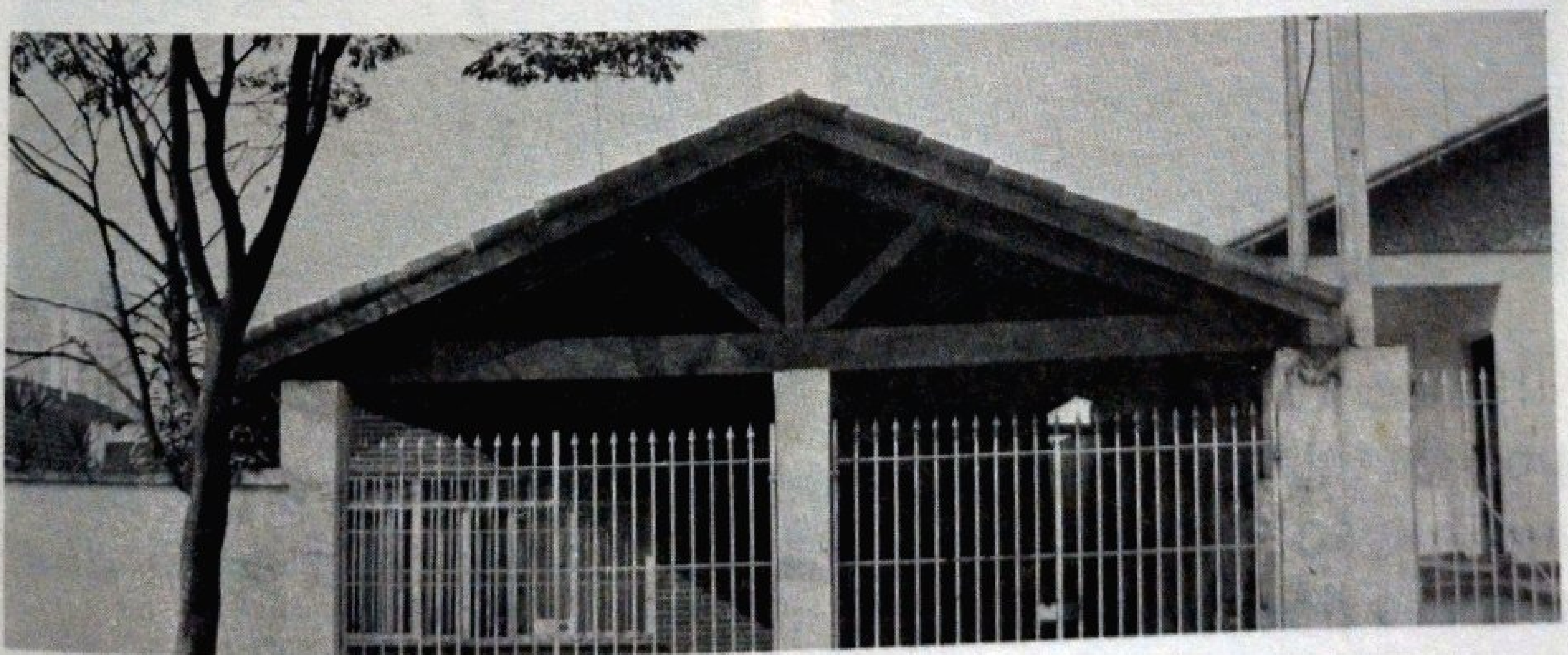
Essa fórmula simples, ''enxuta'' e universal sintetiza todas as conclusões que tiramos até aqui. Para compreendê-la, é preciso não perder de vista o significado das letras **a**, **b** e **c**: elas representam as medidas dos lados de um triângulo retângulo, sendo **a** a medida da hipotenusa e **b** e **c** as medidas dos catetos. Por isso, a fórmula $a^2 = b^2 + c^2$ pode ser lida do seguinte modo:

**Em um triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.**

Essa é a propriedade mais importante dos triângulos retângulos. Por isso, podemos chamá-la de **propriedade fundamental dos triângulos retângulos**. Ela é também conhecida como **teorema de Pitágoras**.

## A TESOURA DO TELHADO E O TEOREMA DE PITÁGORAS

Na construção do telhado de uma casa, os carpinteiros fazem uma estrutura de madeira que tem o seguinte formato:

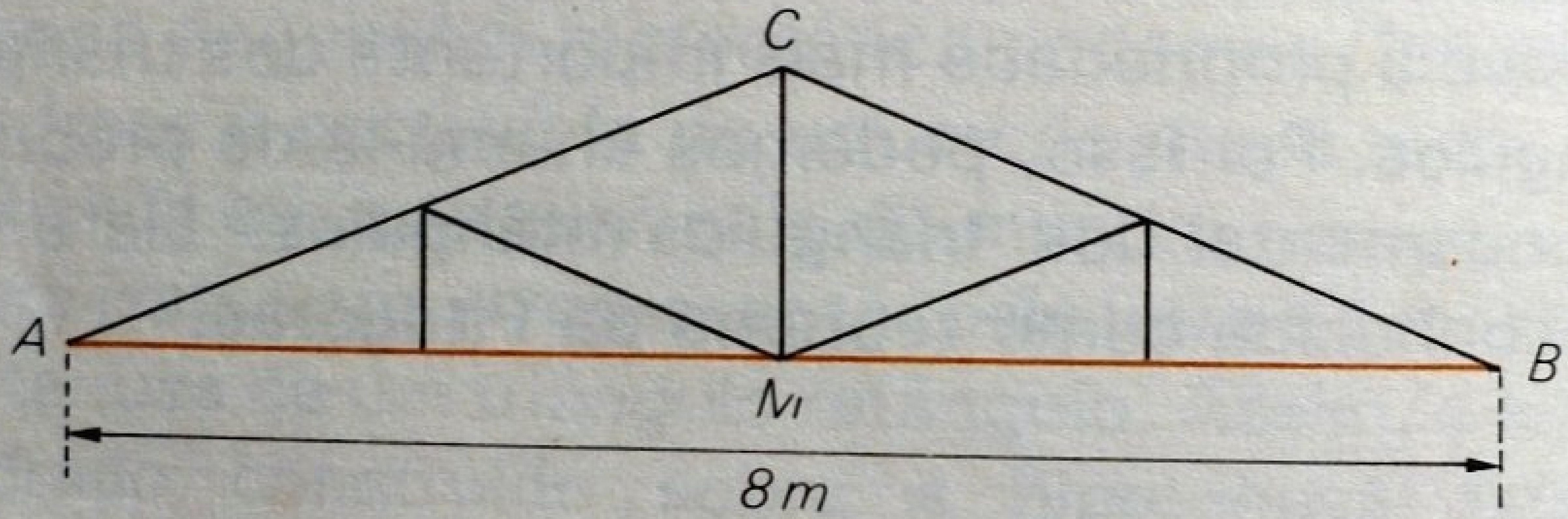


Em geral, a madeira usada é a peroba, por ser muito resistente. Veja só quantos triângulos as vigas de peroba estão formando. Muitos deles são triângulos retângulos.

Os carpinteiros e engenheiros chamam essa estrutura de tesoura do telhado.

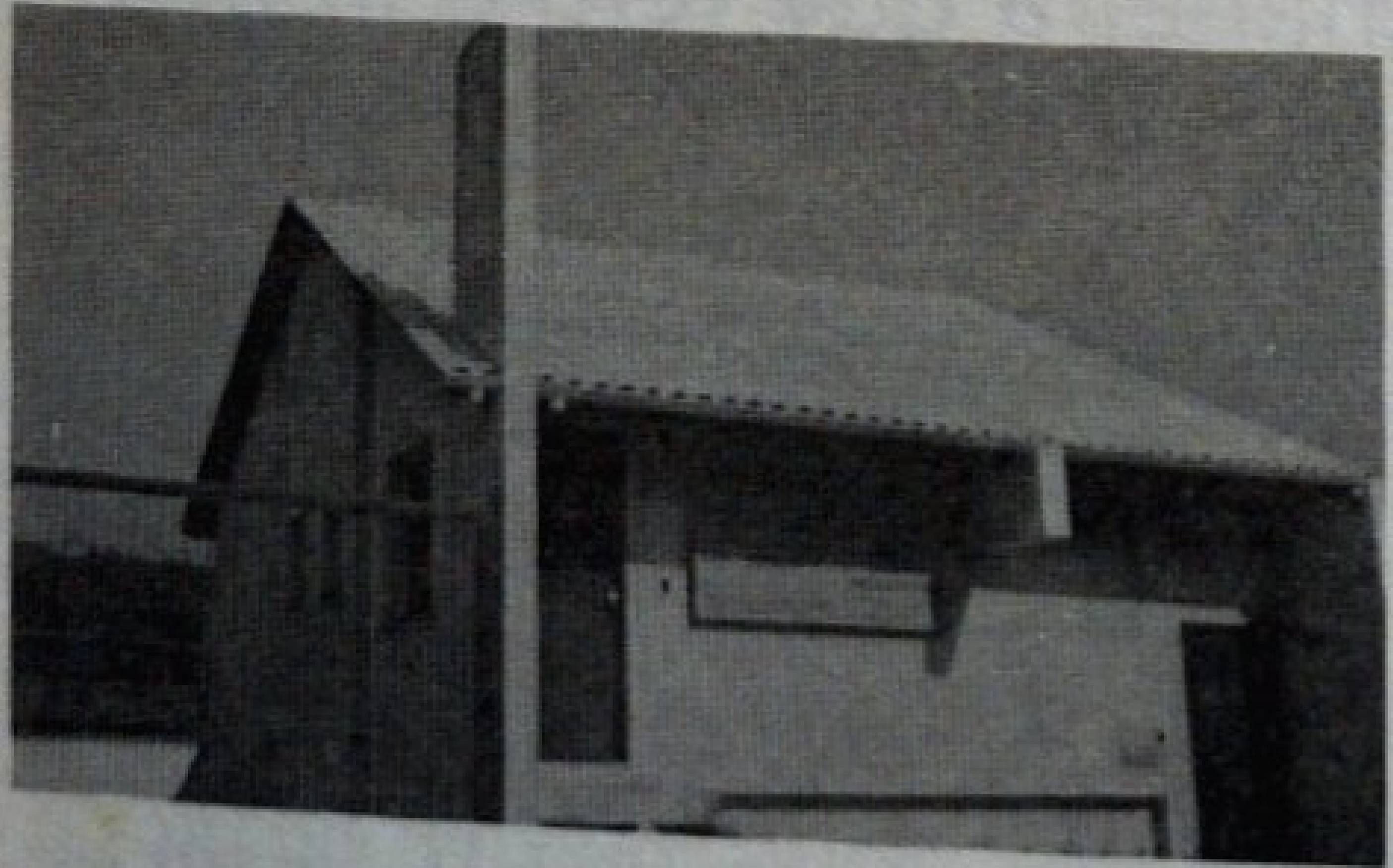
Ao construir a tesoura de um telhado, o carpinteiro se vê diante do seguinte problema: com que comprimento deve serrar cada viga?

Pois bem. O comprimento das vigas depende da largura da casa e da inclinação do telhado. Se a casa tiver 8 m de largura, a viga AB da tesoura terá 8 m de comprimento.

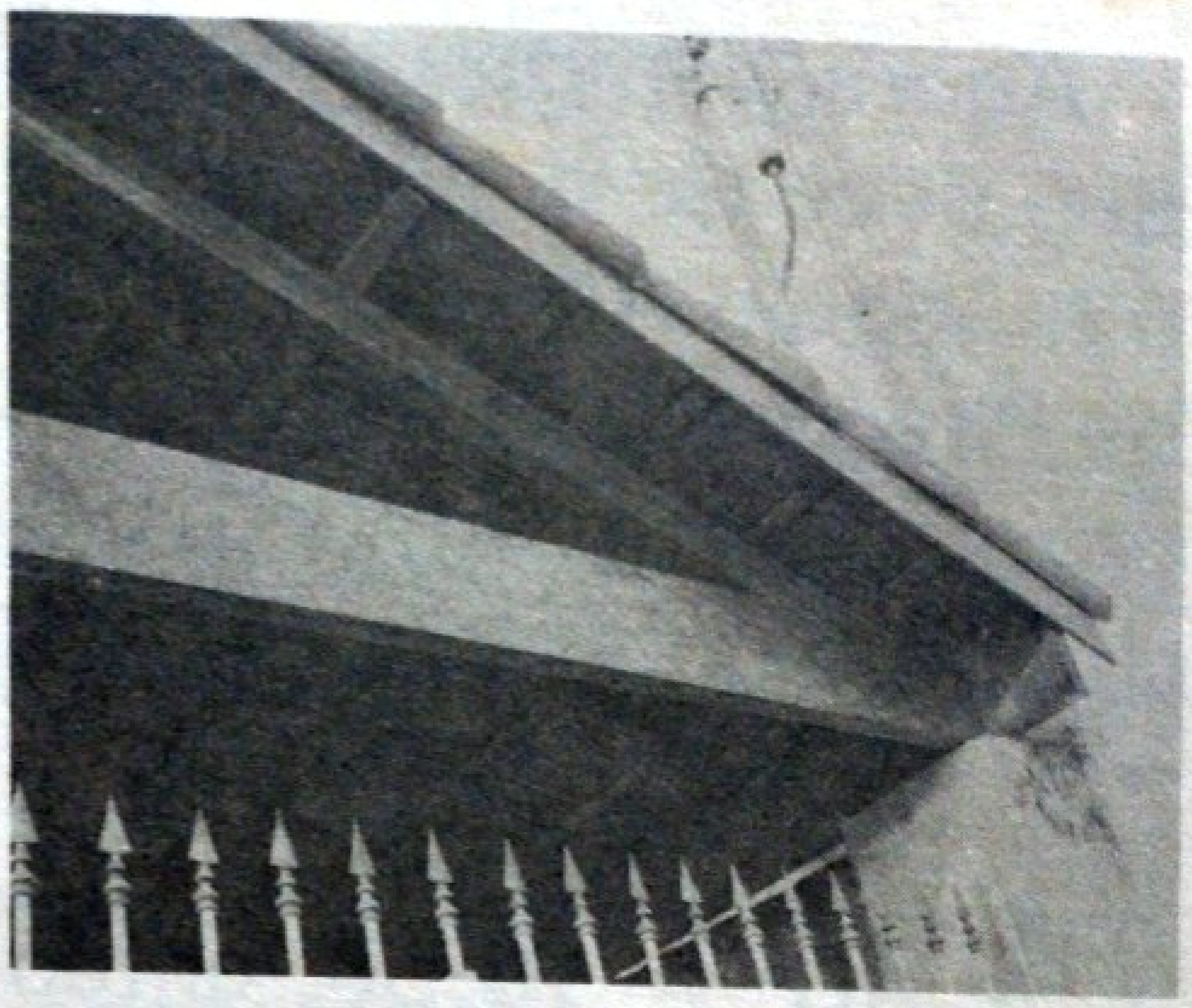



O comprimento da viga CM depende da inclinação do telhado. Quanto mais inclinado for o telhado, maior será a viga CM.

A inclinação do telhado, por sua vez, depende do tipo de telha que se pretende usar na cobertura.



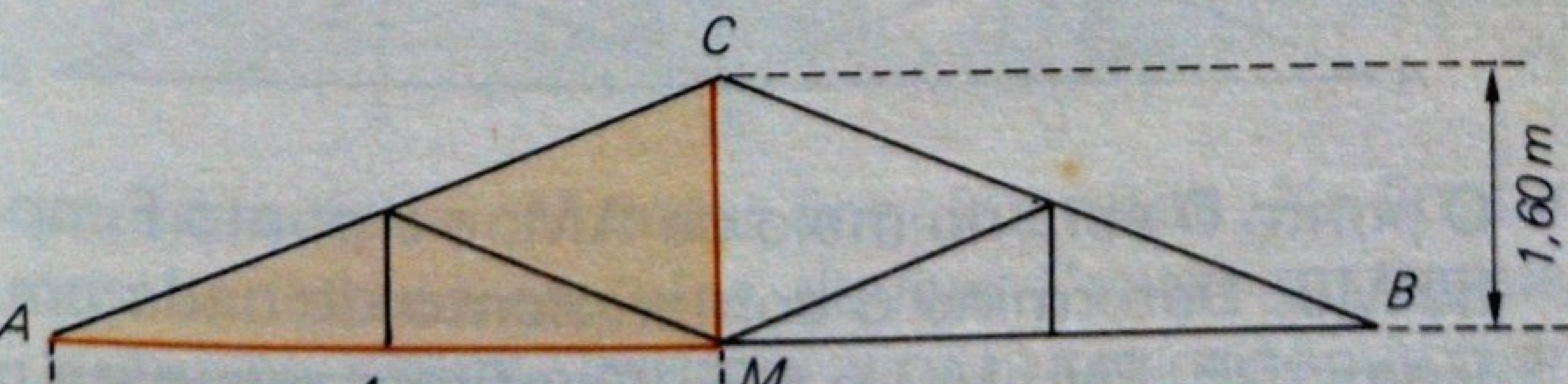
Observe alguns telhados. Note que existem vários tipos de telha. A telha francesa, por exemplo, exige uma inclinação de pelo menos 40%, para que a água das chuvas possa escoar-se.



Essa inclinação de 40% é obtida assim: partindo da extremidade para o topo do telhado, para cada metro (100 cm) na horizontal, subimos 40% de metro na vertical, ou seja, 40 cm.


No exemplo dado, como AM mede 4 m, a vertical CM terá de medir 40% de 4 m, isto é:

$$CM = \frac{40}{100} \times 4 \text{ m} = \frac{160}{100} \text{ m} = 1{,}60 \text{ m}$$



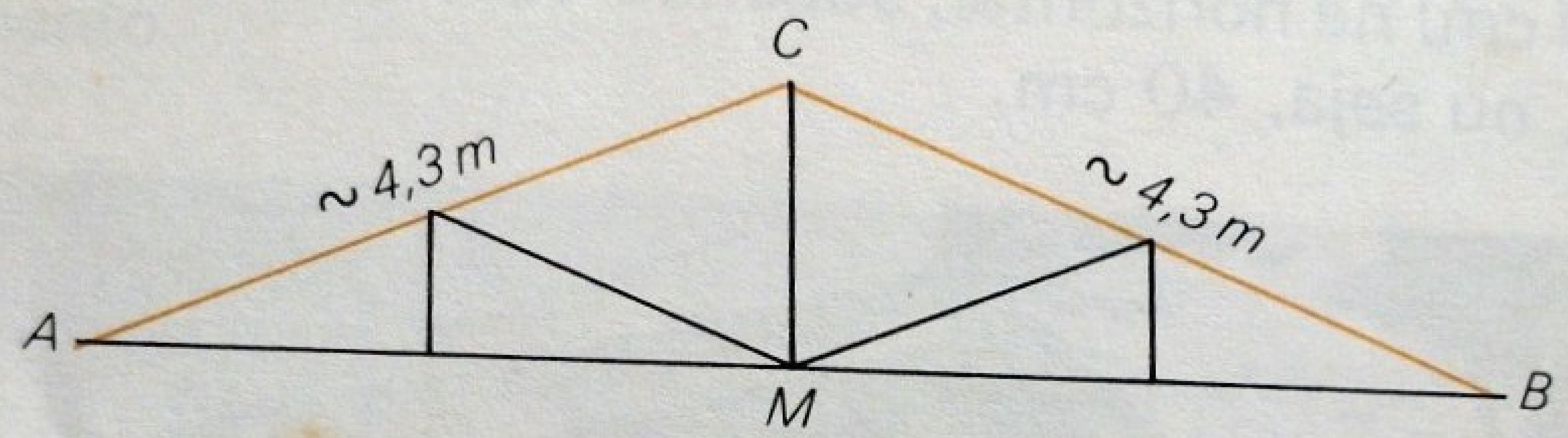
Agora vamos calcular o comprimento da viga AC, que deve ter o mesmo comprimento da viga CB. Como o triângulo AMC é retângulo, podemos usar o teorema de Pitágoras. Já sabemos que AM e CM, que são os catetos, medem 4 m e 1,6 m, respectivamente. Para calcular a hipotenusa AC, escrevemos:

$$AC^2 = 4^2 + 1{,}6^2 = 16 + 2{,}56 = 18{,}56$$

Se $AC^2 = 18{,}56$, então $AC = \sqrt{18{,}56}$.

Calculando a raiz quadrada, obtemos:

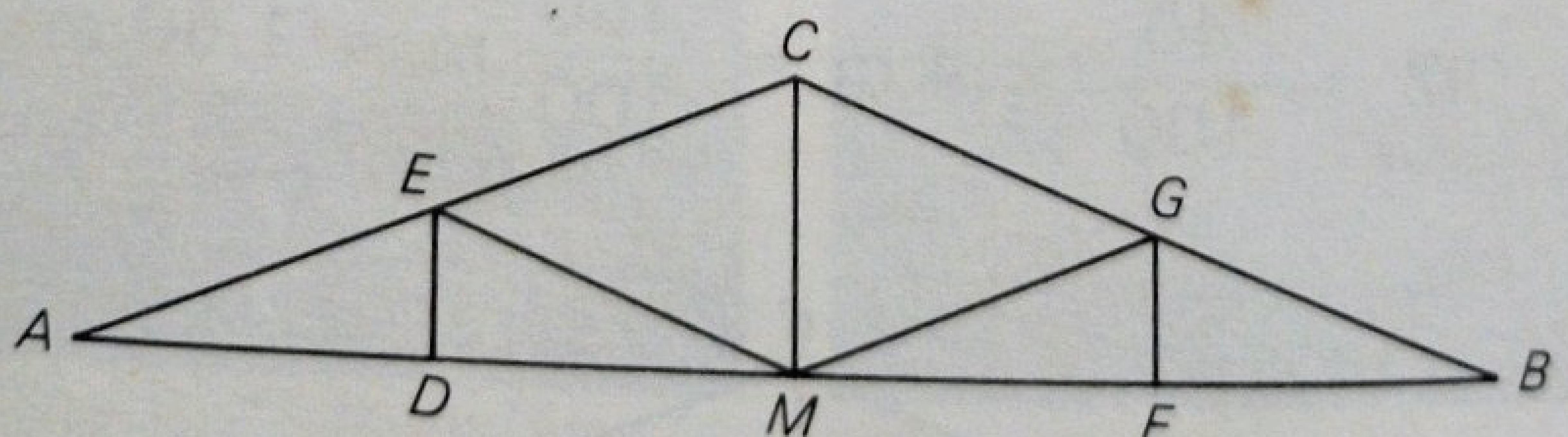
$$AC \cong 4{,}3 \text{ m}$$




Esse exemplo mostra que a Matemática também é um instrumento útil na resolução de problemas práticos. Não estamos afirmando, no entanto, que todos os carpinteiros usam o teorema de Pitágoras para calcular o comprimento das vigas da tesoura de um telhado. Esse mesmo comprimento pode ser obtido empregando-se processos mais simples. Você imagina algum?

Tente agora resolver a seguinte questão:

- Já conhecemos o comprimento de cada uma das vigas AB, CM e AC da tesoura do telhado.

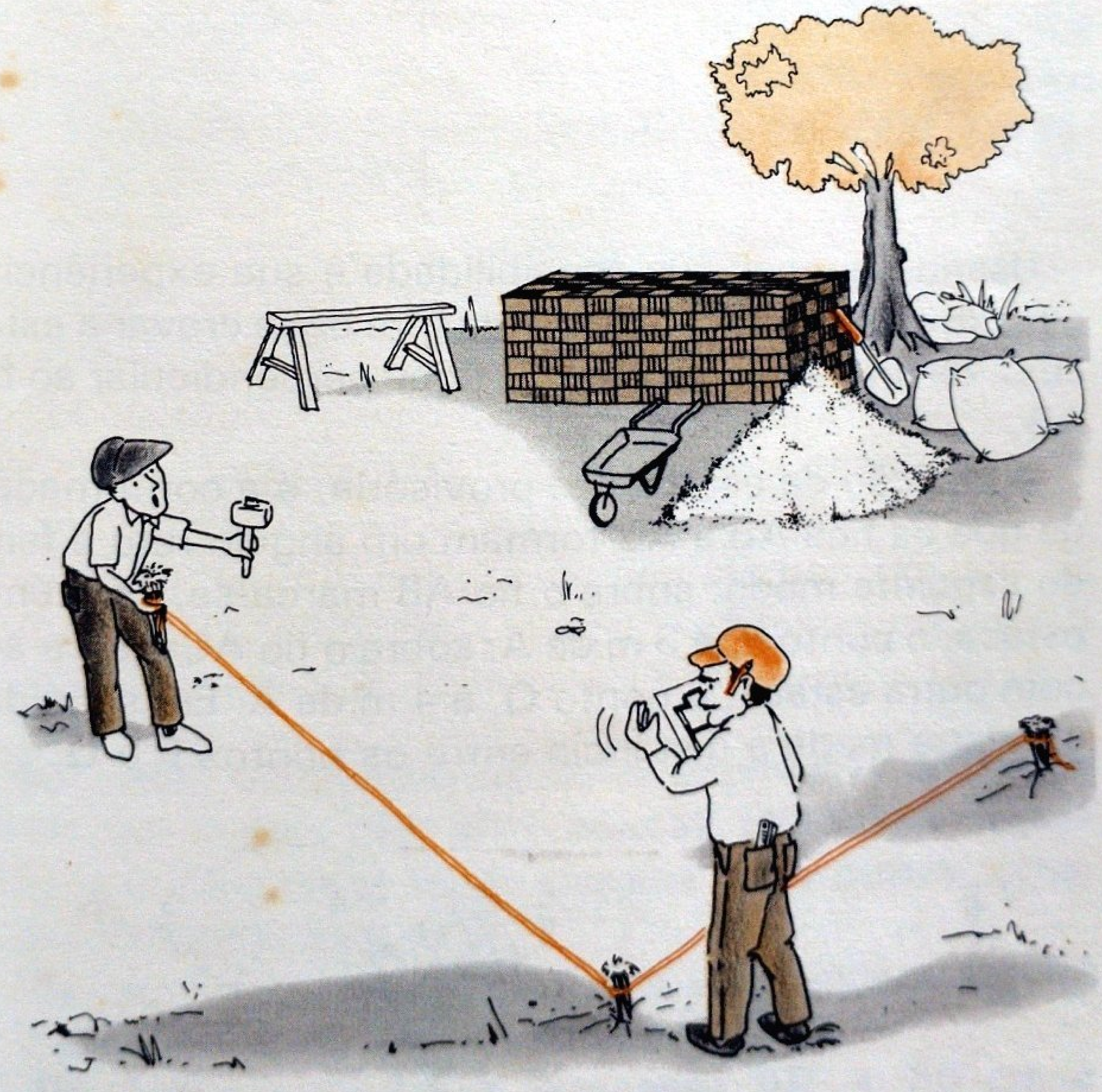



O ponto D está no meio de AM, e o ponto F, no meio de MB. Determine o comprimento de cada uma das vigas: DE, EM, MG e GF. (Confira a resposta na página 26.)

# O TRIÂNGULO RETÂNGULO E O MESTRE-DE-OBRAS

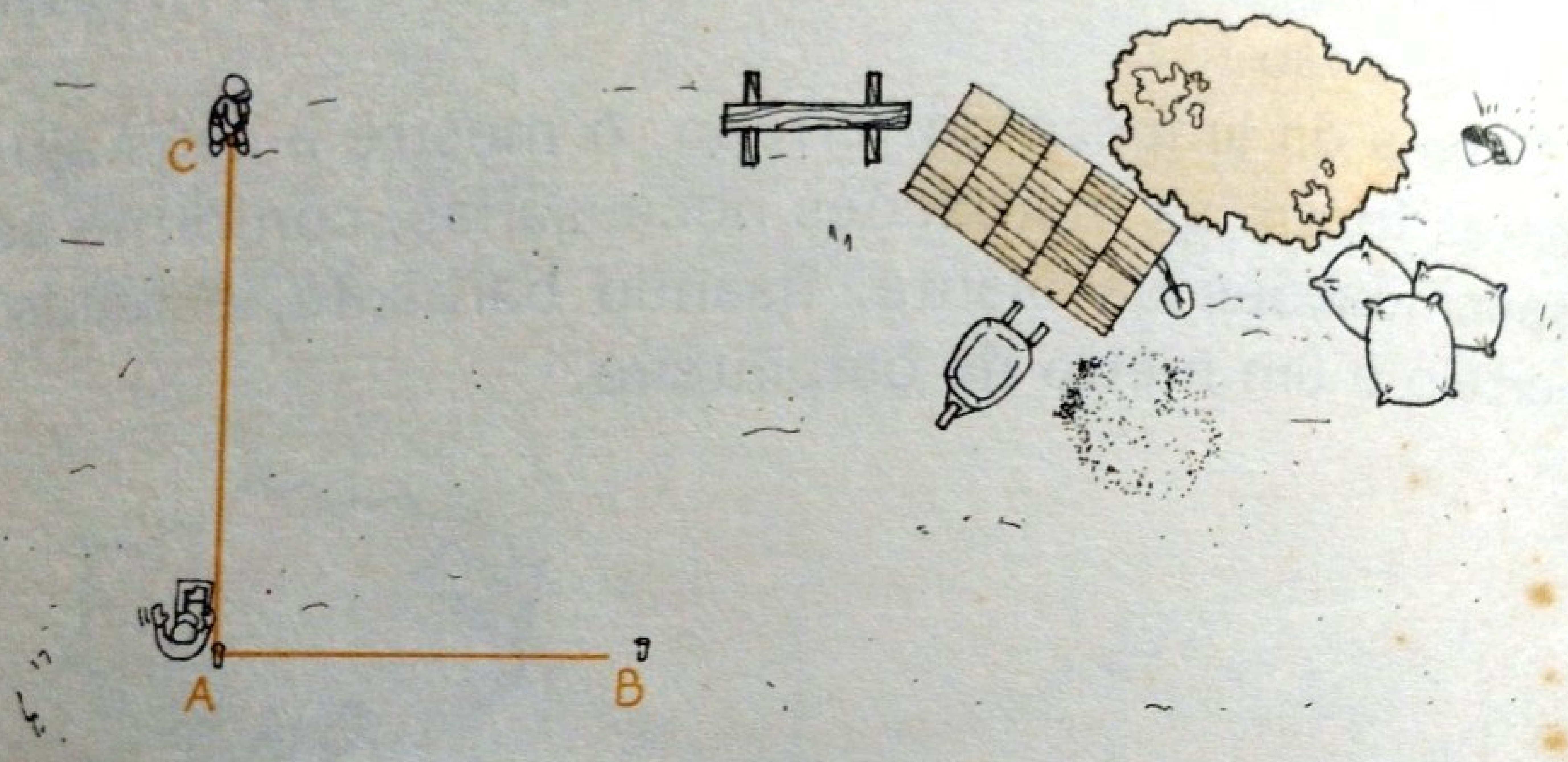
Para construir uma casa, é preciso, antes, projetá-la e desenhá-la. Terminado o projeto, a planta é entregue ao mestre-de-obras, que se encarrega de supervisionar a construção.

Depois da limpeza do terreno, o mestre e seus ajudantes fazem as marcações necessárias, conforme as especificações da planta, usando barbante, estacas, martelo e um metro de carpinteiro.



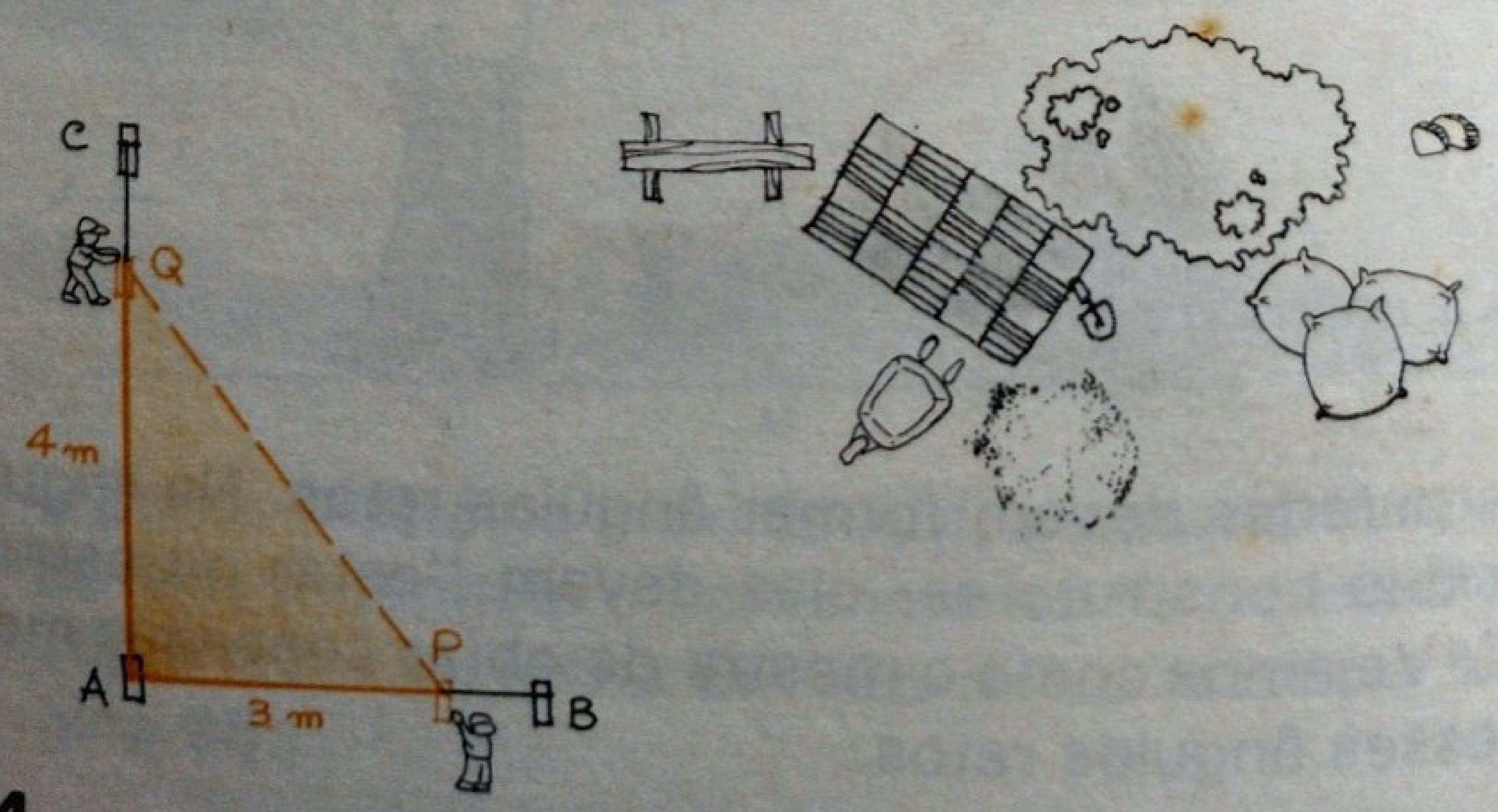
As paredes devem formar ângulos retos. Na linguagem dos construtores, elas devem "estar no esquadro". Vejamos como o mestre-de-obras consegue marcar esses ângulos retos.

Inicialmente, ele estica um fio entre duas estacas, A e B, cravadas no chão. Depois, amarra um outro fio na estaca A e prende sua extremidade a uma terceira estaca, C. O ajudante segura essa terceira estaca, ainda sem cravá-la na terra, procurando manter o fio AC esticado.




Usando apenas sua sensibilidade e sua experiência, o mestre determina onde o ajudante deve cravar a estaca C, de maneira que o fio AC fique perpendicular ao fio AB.

A posição da estaca C é provisória, e a confirmação de que os fios AB e AC formam um ângulo reto é feita do seguinte modo: sobre o fio AB marca-se, com uma estaca, o ponto P, a 3 m de A; sobre o fio AC marca-se, com outra estaca, o ponto Q, a 4 m de A. Em seguida, o mestre mede a distância entre os pontos P e Q.

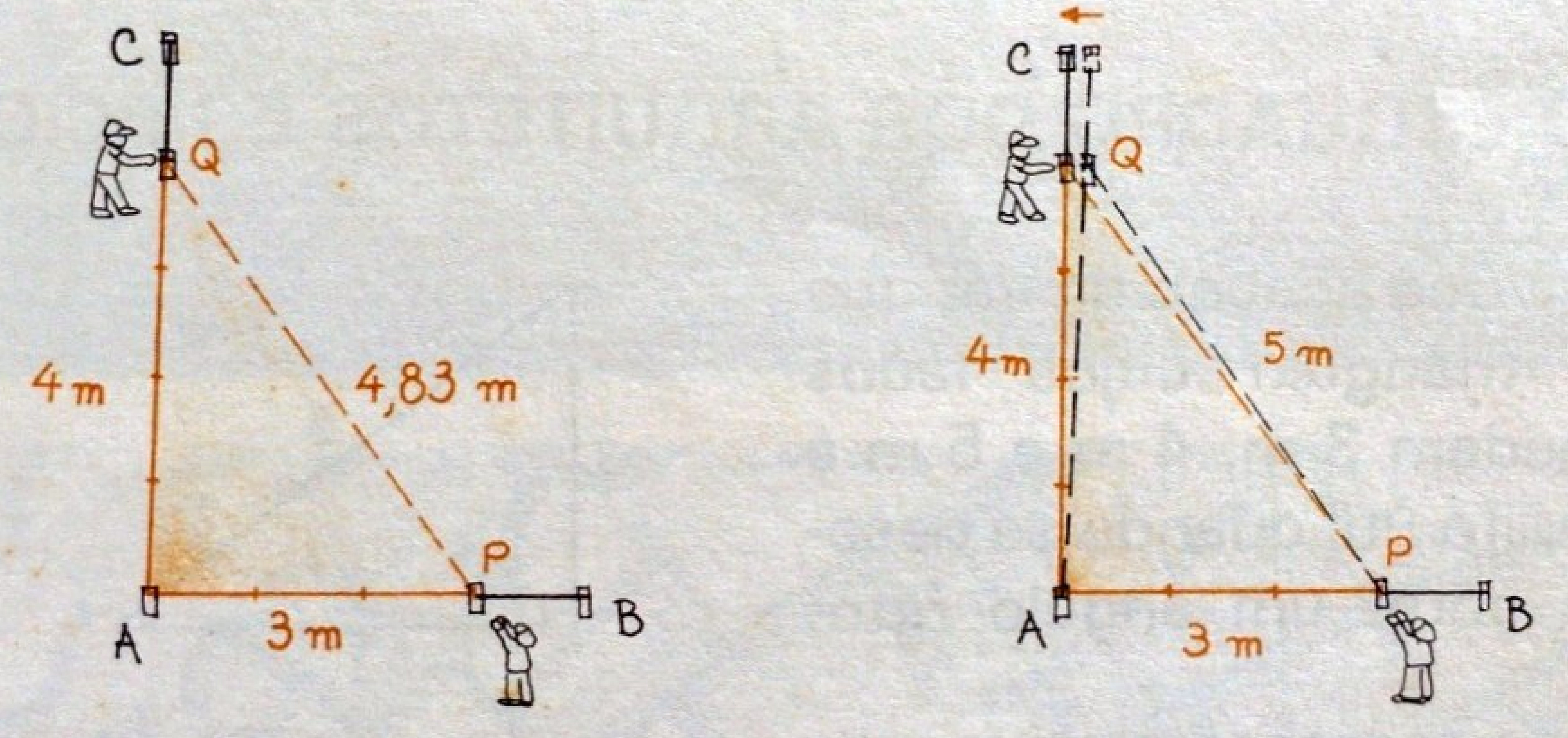


Se essa distância medir exatamente 5 m, é sinal de que o mestre acertou na primeira! O ângulo formado pelos fios AB e AC mede precisamente 90°. Portanto as paredes que serão construídas em AB e AC ''estarão no esquadro''.

Você já percebeu por que isso ocorre?

**É porque o triângulo de lados 3 m, 4 m e 5 m, que foi marcado no terreno, é um triângulo retângulo, uma vez que $5^2 = 3^2 + 4^2$.** Faça as contas e comprove!

Mas nem sempre o mestre acerta na primeira. Pode acontecer que, medindo PQ, ele obtenha 4,83 m. Isto significa que o ângulo formado pelos fios AB e AC mede menos de 90°. O mestre faz, então, uma segunda tentativa, abrindo um pouco mais o ângulo. Para isso, seu ajudante deve mudar a posição da estaca C. Em seguida, o mestre repete o processo.




Em geral, um mestre-de-obras experiente consegue obter um ângulo reto com poucas tentativas. Nesse processo, ele pode ainda deparar com outras situações. Pense nestas:

- Se, ao medir a distância PQ, o valor encontrado for superior a 5 m, como proceder?
- Se o mestre-de-obras marcasse AP = 50 cm e AQ = 120 cm, qual deveria ser a medida de PQ para que os fios AB e AC formassem um ângulo reto?

Resolva essas questões. Você pode conferir as respostas no quadro a seguir.

ITO PEDRO
DE SOUZA

Respostas das questões propostas

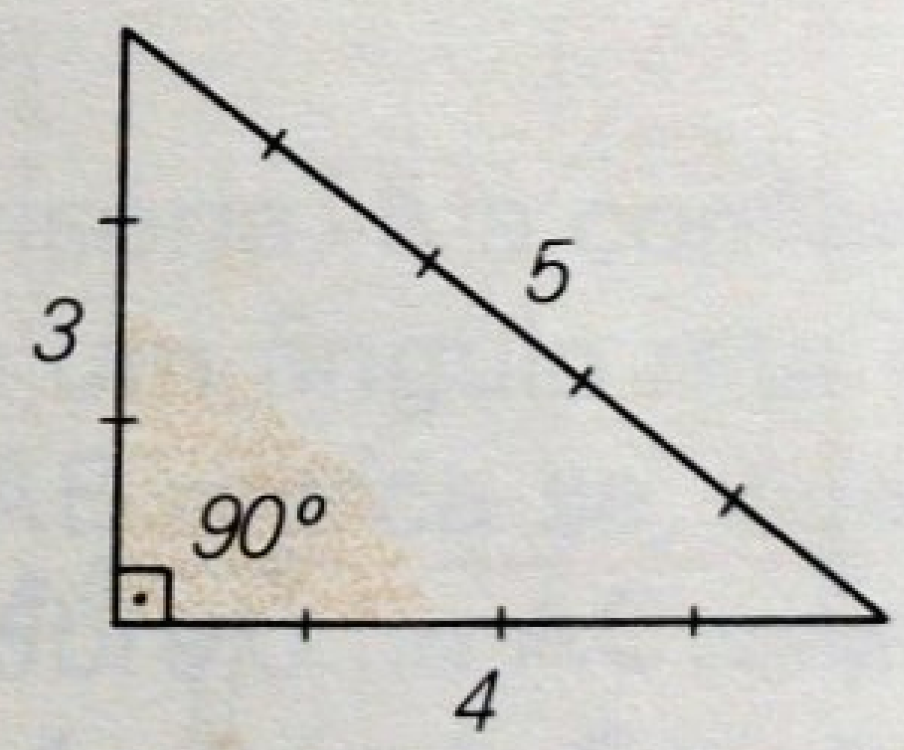
- $DE = GF = \dfrac{MC}{2} = \dfrac{1{,}6}{2} = 0{,}8 \text{ m} = 80 \text{ cm}$

$EM = MG = AE = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{4{,}3}{2} = 2{,}15 \text{ m} =$
$= 215 \text{ cm}$

- Será preciso fechar um pouco o ângulo formado pelas linhas AB e AC e repetir o processo.
- Devemos ter $PQ^2 = 50^2 + 120^2 = 2\,500 + 14\,400 = 16\,900$. Portanto PQ deverá medir 130 cm, pois $130^2 = 16\,900$.

## O ESQUADRO DOS ARQUITETOS EGÍPCIOS

Você acabou de ver que o triângulo cujos lados medem 3 m, 4 m e 5 m é muito útil quando se deseja obter um ângulo reto.

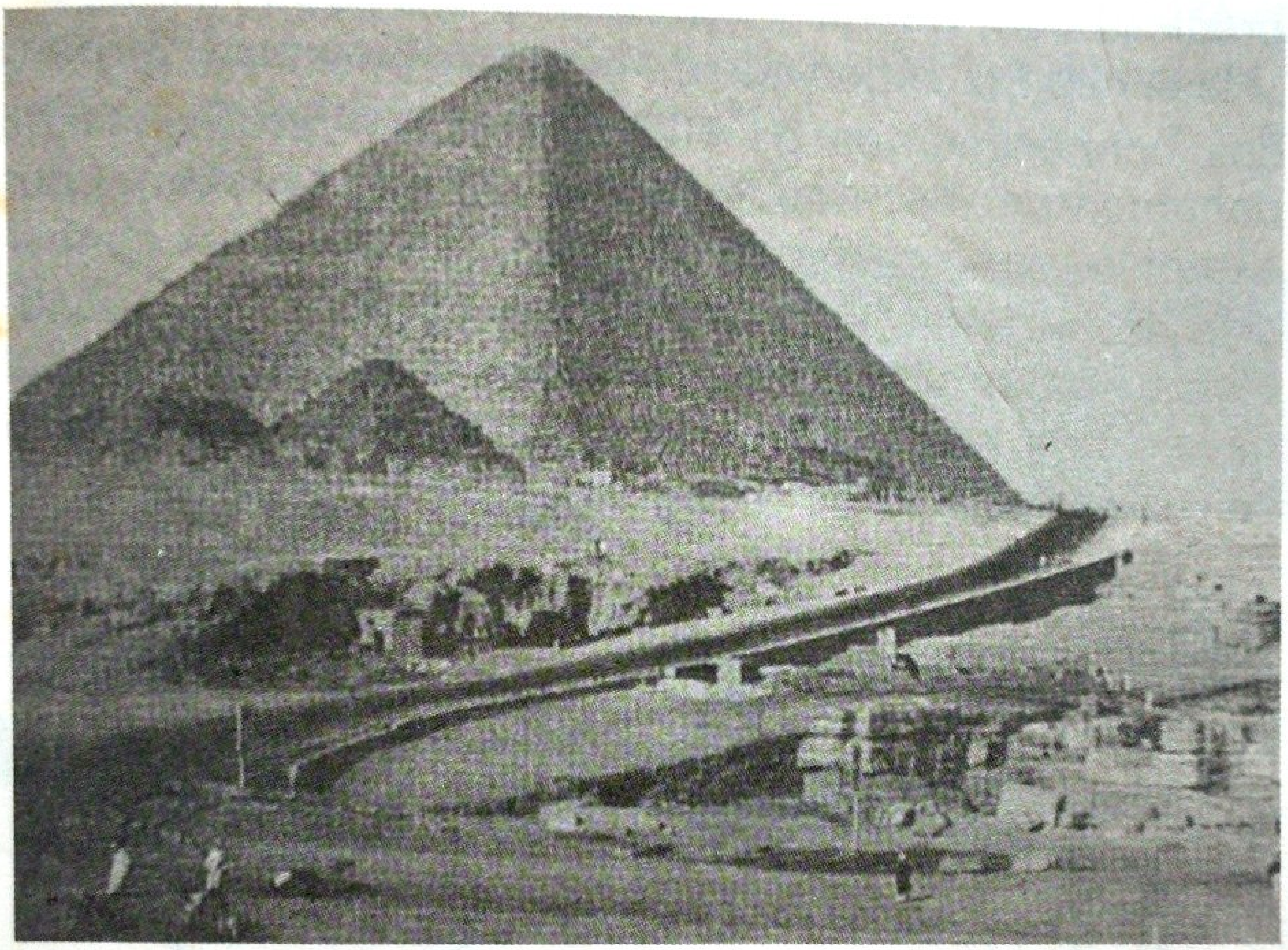


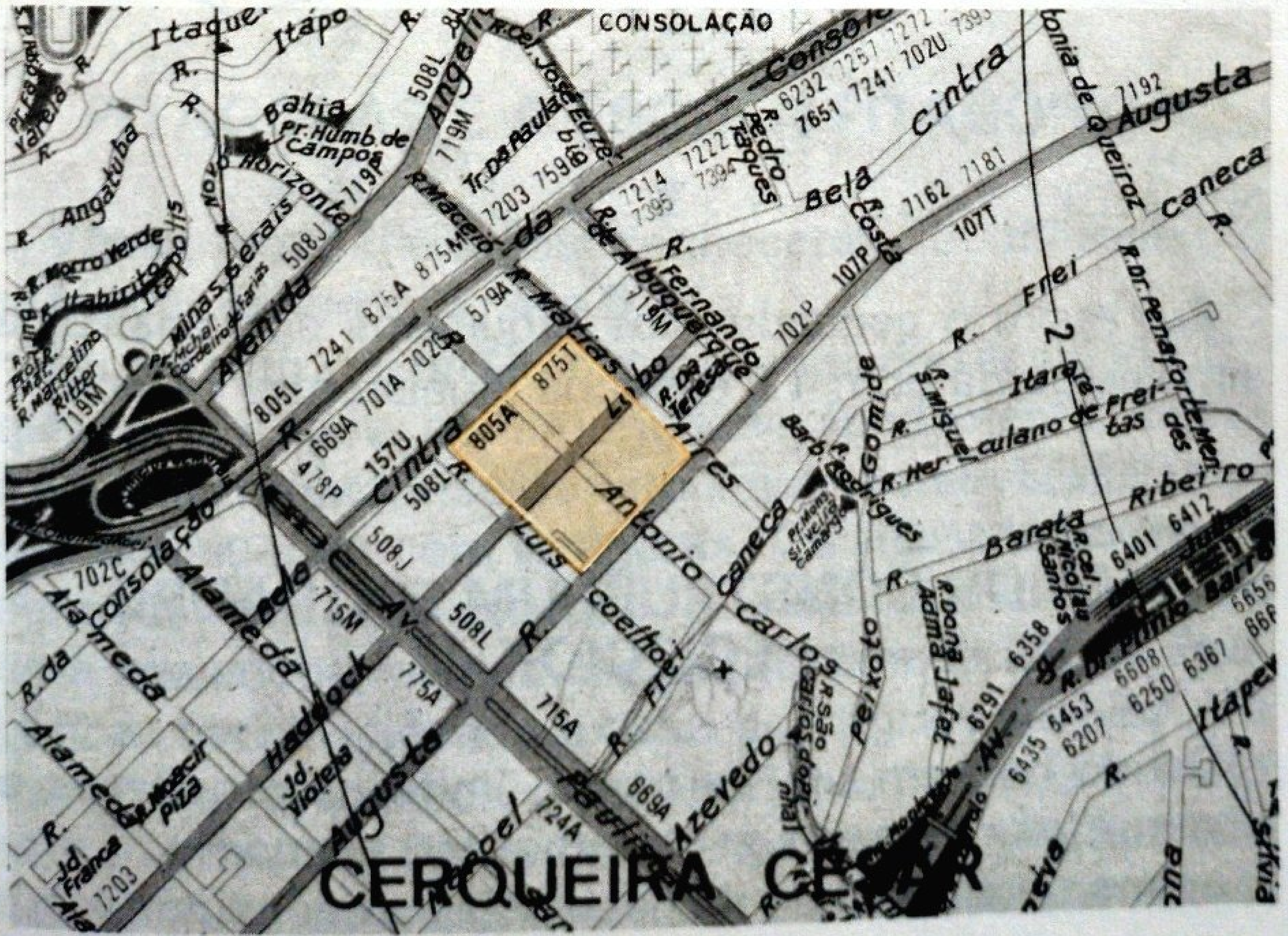

Isso acontece porque, se os lados de um triângulo têm essas medidas, ele certamente possui um ângulo reto.

Este não é o único triângulo a partir do qual se obtêm ângulos retos, mas com certeza é o mais conhecido — há muitos séculos é utilizado pelos construtores. Você já deve ter ouvido falar das pirâmides egípcias. São enormes monumentos de pedra, construídos no Egito, na Antigüidade.

A maior delas, conhecida como Grande Pirâmide ou Pirâmide de Quéops, foi erigida na época do faraó Quéops, há cerca de 4500 anos. Sua base é um gigantesco quadrado, cujos lados medem aproximadamente

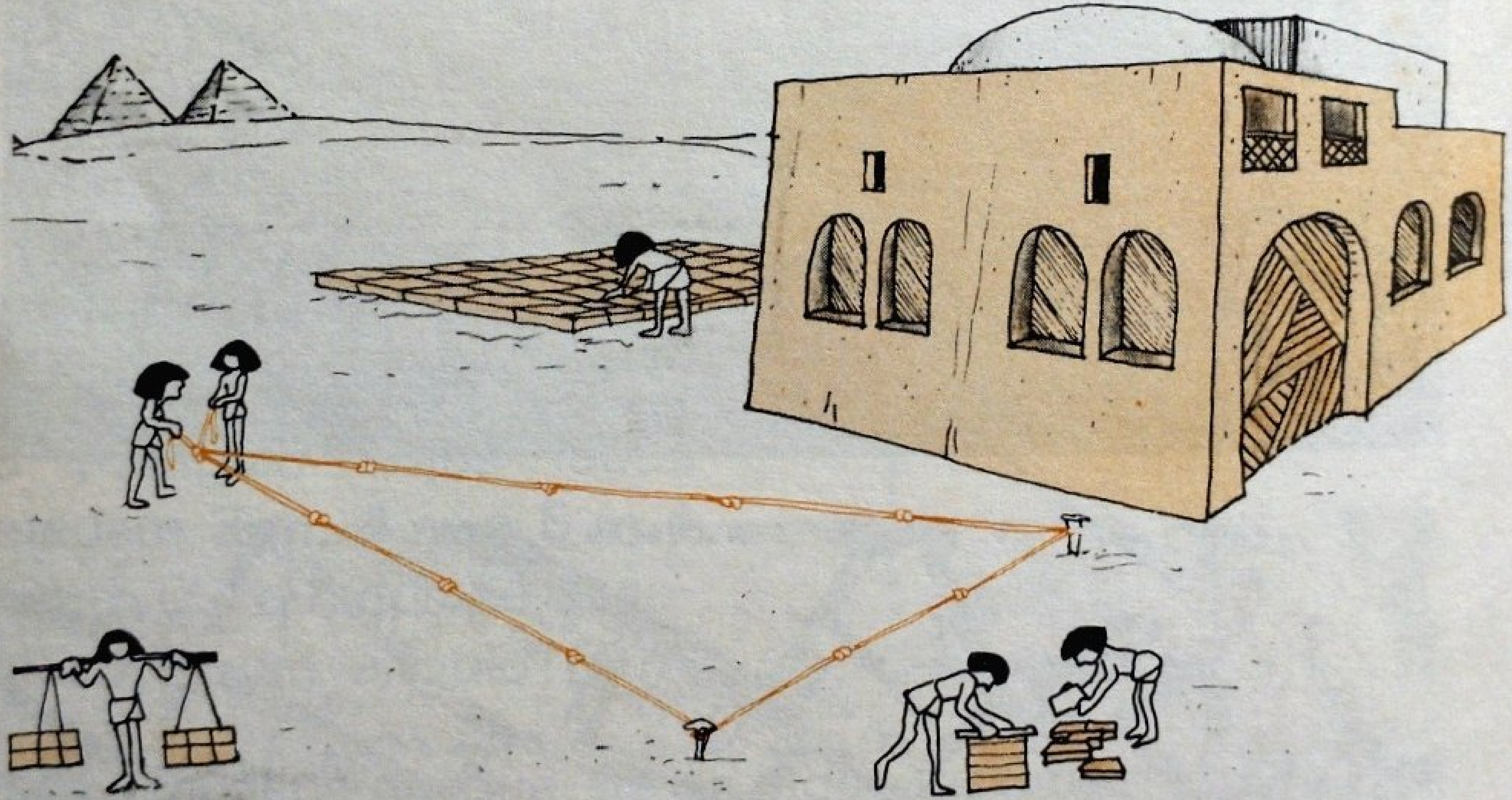
230 m. Para ter uma idéia do que representa essa dimensão, compare-a com a medida dos quarteirões de nossas cidades, que tem cerca de 100 m de lado. Pois bem: no interior da base dessa pirâmide há espaço para quatro quarteirões!





O quadrado da base da Grande Pirâmide é quase perfeito: as diferenças entre as medidas de seus lados são muito pequenas e seus ângulos são praticamente iguais a 90°. Cientistas, historiadores, arqueólogos e arquitetos têm-se impressionado com o alto grau de precisão com que as pirâmides foram construídas.

Isso nos faz supor que os egípcios possuíam profundos conhecimentos de Geometria. De fato, diversos documentos escritos naquela época revelam, por exemplo, que o triângulo de lados 3, 4 e 5 já era conhecido dos arquitetos e construtores egípcios. Tais documentos mostram que eles usavam uma corda, na qual davam nós a intervalos de igual distância, formando com ela esse tipo de triângulo.

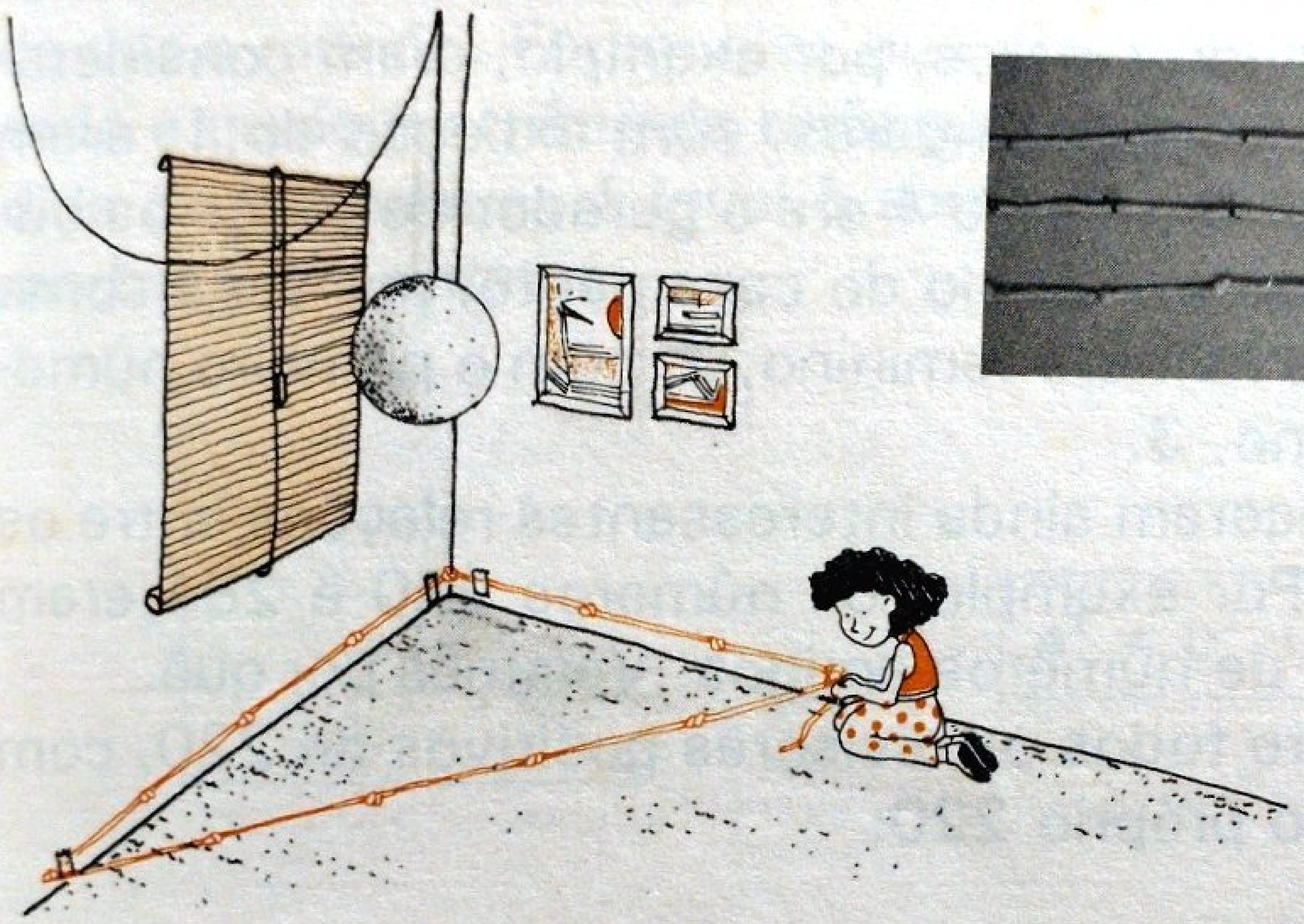


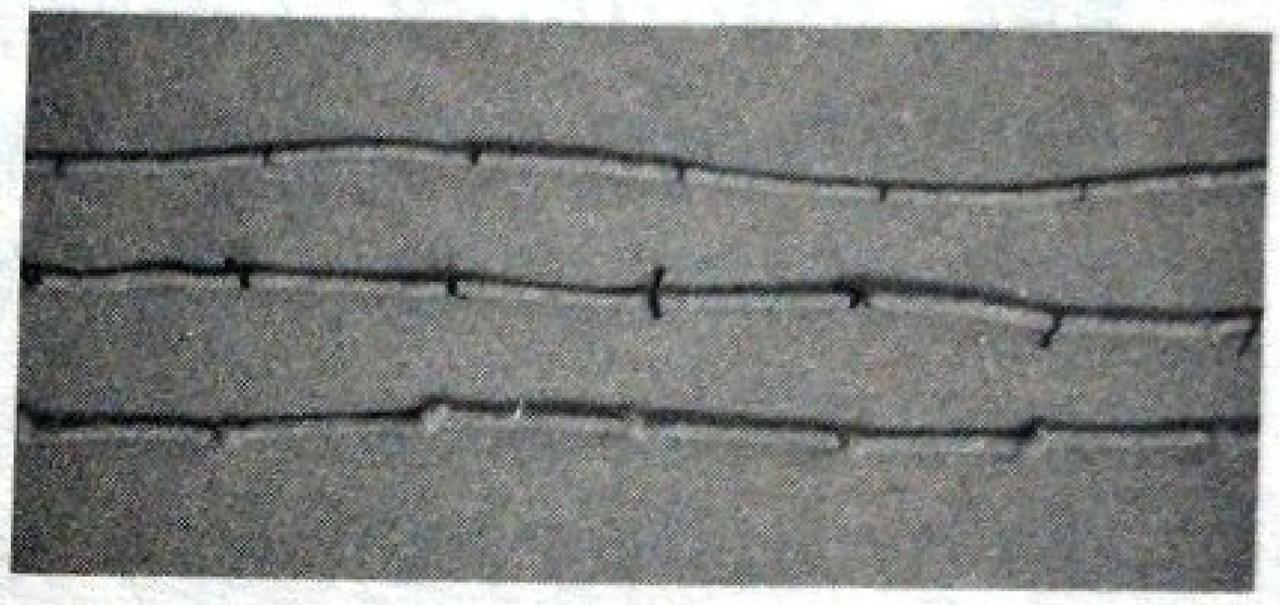
Era assim o esquadro dos arquitetos egípcios: uma simples corda com 12 espaços iguais entre os nós.

## VAMOS CONSTRUIR UM ESQUADRO EGÍPCIO?

Dando nós em um barbante, imite os arquitetos e construtores egípcios e obtenha seu esquadro. É preciso apenas um pouco de paciência ao dar os nós, para que os espaços entre eles fiquem exatamente iguais. Se preferir, em vez de dar nós no barbante, amarre nele pequenas fitas, ou faça quaisquer outras marcas, sempre a intervalos iguais. Cuide somente de que os espaços sejam todos do mesmo tamanho.

Depois de construir seu esquadro de barbante, use-o para verificar se as paredes de sua casa, ou da escola, estão realmente ''no esquadro''.





## PITÁGORAS E A ESCOLA PITAGÓRICA

Vários povos antigos conheceram e utilizaram o triângulo de lados 3, 4 e 5.

No entanto, foi na Grécia, por volta do século VI a.C., que os estudos da propriedade fundamental desse triângulo tornaram-se de fato importantes. Esses estudos começaram com Pitágoras. De sua vida pouco se conhece. Sabe-se, contudo, que ele foi o fundador de uma sociedade mística secreta, chamada Escola Pitagórica. Esta sociedade existiu por alguns séculos. Os membros dessa seita, os pitagóricos, pensavam muito sobre o mundo, tentando explicá-lo. Em sua filosofia de vida, os números tinham importância fundamental.

Um dos mais destacados membros da Escola Pitagórica, Filolau, dizia que todas as coisas têm um número e que sem os números nada se pode conceber ou compreender. Para os pitagóricos, a harmonia do Universo, o movimento dos planetas, a vida animal e a vegetal, o som, a luz, tudo isso só podia ser explicado através dos números.

Os pitagóricos eram tão fascinados pelos números, que chegaram a lhes atribuir qualidades muito curiosas. Os números pares, por exemplo, eram considerados femininos e os ímpares, com exceção do 1, eram masculinos. O número 1 era o gerador de todos os outros. O 5 era o símbolo do casamento, por ser a soma do primeiro número feminino, 2, com o primeiro número masculino, 3.

Estabeleceram ainda interessantes relações entre os números. Por exemplo, os números 220 e 284 eram chamados de números amigos. Vejamos por quê.

Considere todos os divisores positivos de 220, com exceção do próprio 220:

1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 e 110

A soma desses divisores de 220 é igual a 284. Faça as contas e comprove!

Considere agora os divisores positivos de 284, com exceção do próprio 284:

1, 2, 4, 71 e 142

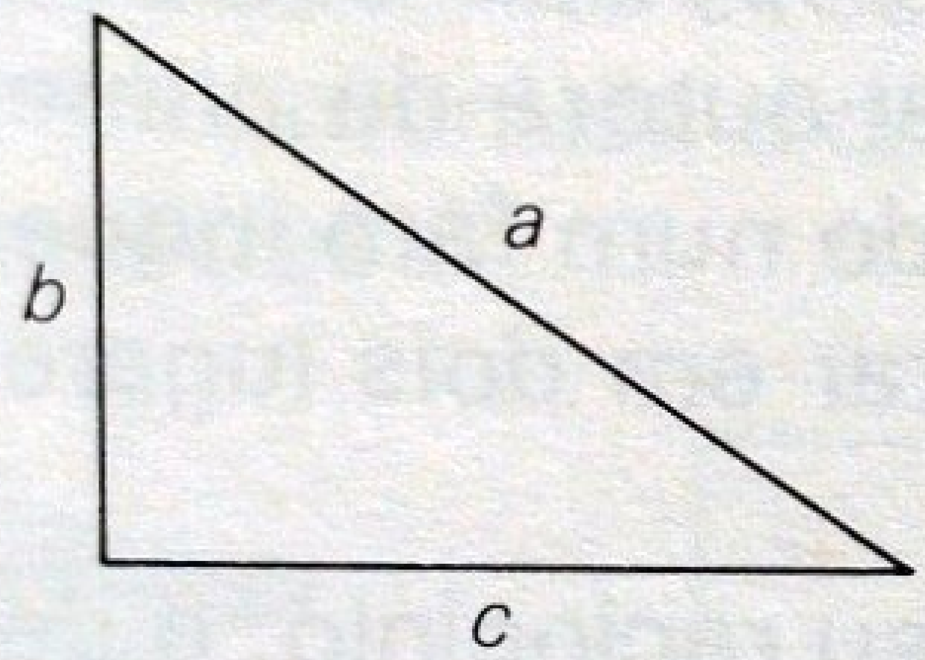
A soma desses divisores de 284 é igual a 220. Faça as contas e comprove!

É por isso que os pitagóricos diziam que o 220 e o 284 eram números amigos.

O misticismo em torno dos números não é exclusivo dos pitagóricos. Até hoje as pessoas vêem neles qualidades sobrenaturais: 7 é conta de mentiroso, 13 é dia de azar... Essa crença deu origem à numerologia. Algumas pessoas acreditam que os números influenciam nossas vidas.

## A GENIALIDADE DOS PITAGÓRICOS

Os pitagóricos levaram a extremos sua adoração pelos números, baseando neles sua filosofia e seu modo de ver o mundo. Foram eles que descobriram que, **em todo e qualquer triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos:**




$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

Poderia haver relação numérica mais simples e elegante do que essa, envolvendo os lados de um triângulo retângulo? A harmonia do triângulo retângulo só podia ser compreendida através de números! Era assim que pensavam os pitagóricos.

O grande mérito desses estudiosos foi justamente esse: terem descoberto que essa propriedade é geral e aplicável, sem exceção, a **todos** os triângulos retângulos.

Você deve estar curioso para saber como isso é possível. Se há infinitos triângulos retângulos, como afirmar, com absoluta certeza, que tal propriedade é válida para **todos** eles?

A genialidade dos pensadores gregos é notável justamente porque eles desenvolveram um método de raciocínio, chamado **método dedutivo**, por meio do qual se pode provar a verdade de um fato. O método dedutivo não é usado apenas na Matemática; ele foi e continua sendo muito importante para o desenvolvimento de todas as ciências.

## O DETETIVE E A MATEMÁTICA

Como dissemos, o método dedutivo consiste em **provar**, através de argumentos lógicos, que alguma coisa é verdadeira.

Um detetive, por exemplo, usa o método dedutivo para provar quem é o autor de um crime que investiga. Se suspeita de uma certa pessoa, mas descobre que na hora do crime ela estava em outro local, o detetive deixa de considerá-la como possível autora do crime. Ao raciocinar assim, está se baseando num fato inquestionável: uma pessoa não pode estar em dois lugares ao mesmo tempo.

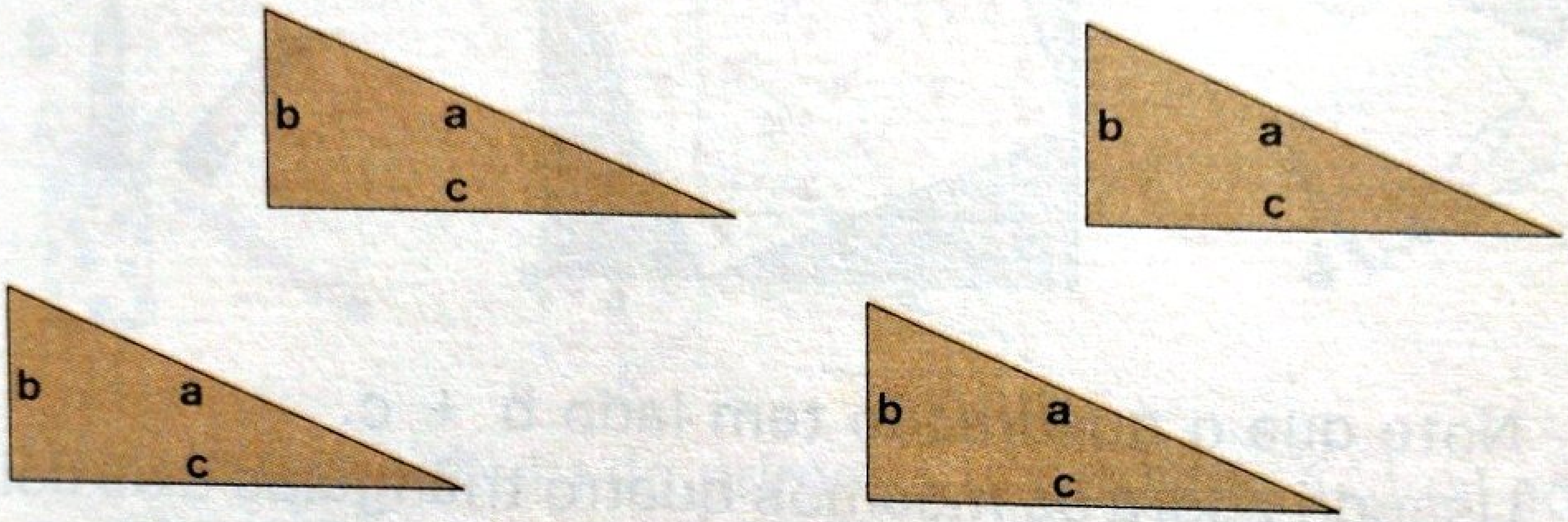
Entretanto, para arquitetar o seu raciocínio, o detetive não parte do nada. Ele analisa muitos elementos ligados ao crime: impressões digitais, fios de cabelo, ligações amorosas entre os suspeitos e a vítima, e tudo o mais que vemos nos filmes e romances policiais.

Enfim, pelo método dedutivo, ou seja, partindo de alguns conhecimentos, pensando, raciocinando, utilizando as regras da Lógica, concluímos que certos fatos são verdadeiros. Matemáticos e detetives usam e abusam desse modo de raciocinar.

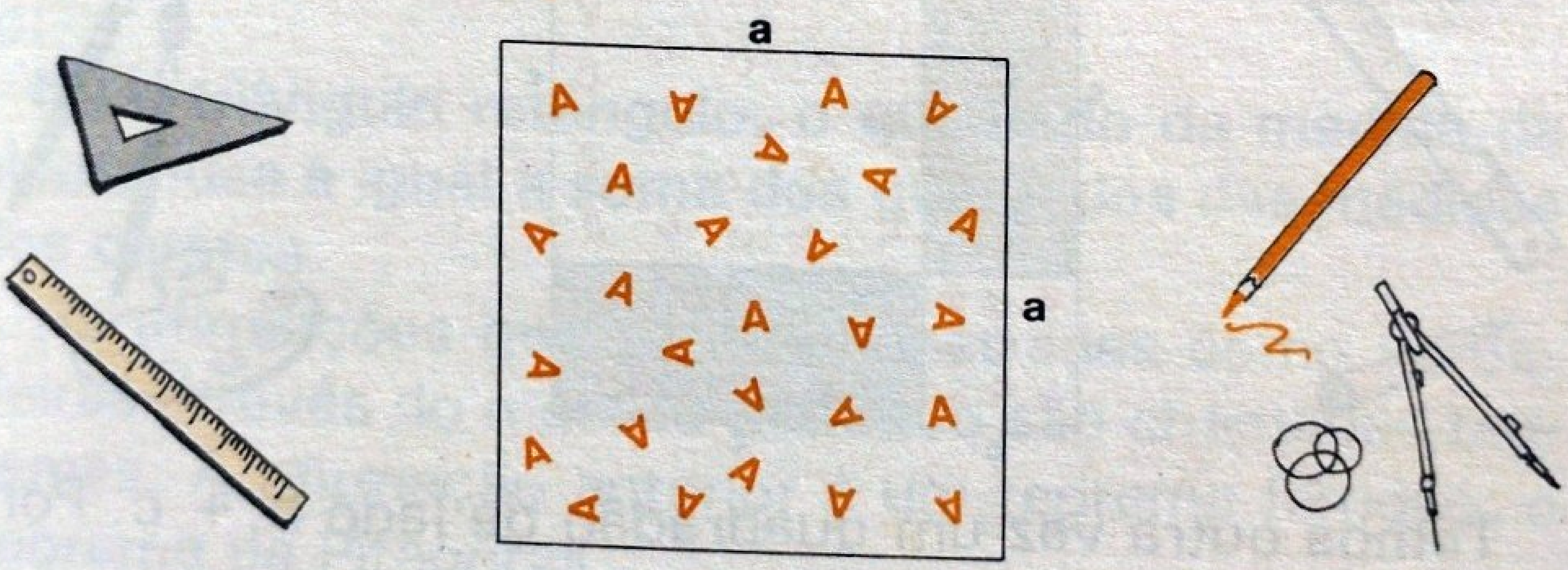
## USANDO O MÉTODO DEDUTIVO

Vamos provar, dedutivamente, que, **em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.**

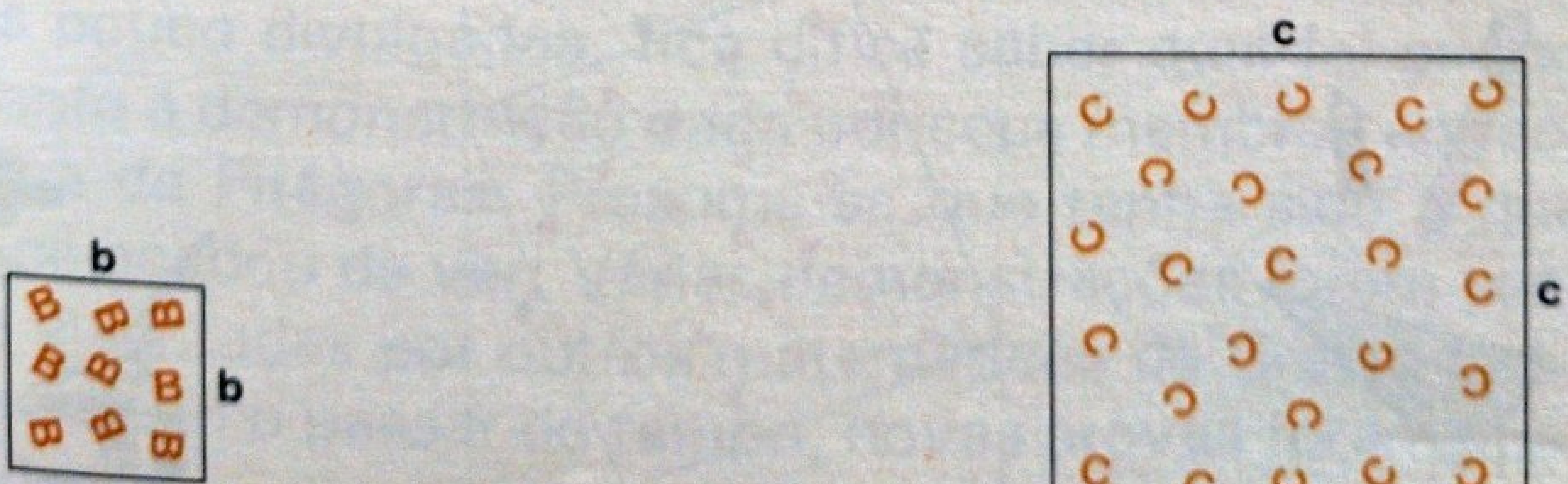
Você acompanhará melhor esse raciocínio se construir algumas figuras em cartolina. Comece desenhando e recortando um triângulo retângulo qualquer. Não importam as medidas de seus lados. Vamos representá-las por letras: **a** é a medida da hipotenusa; **b** e **c** são as medidas dos catetos. Em seguida, recorte outros três triângulos iguais ao primeiro.



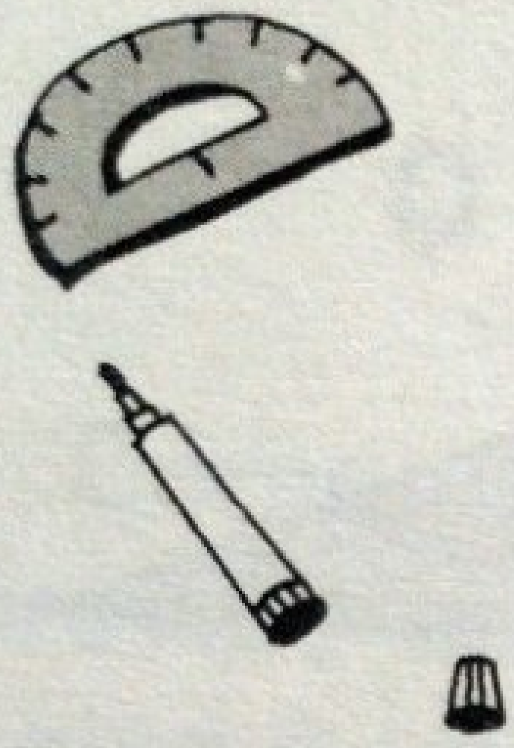
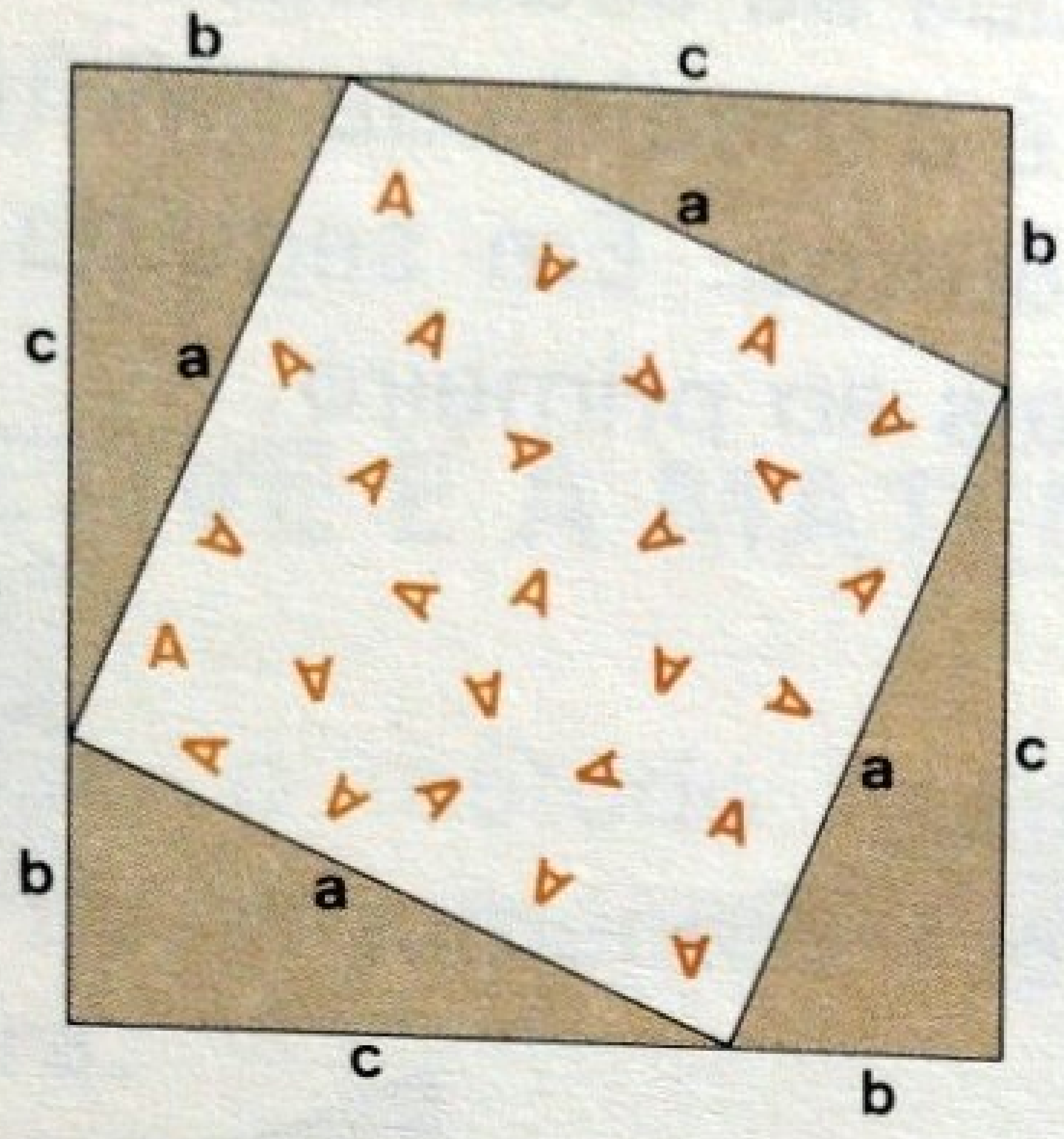

Agora desenhe e recorte um quadrado, cujo lado seja igual à hipotenusa **a** dos triângulos retângulos. Enfeite-o com letras A.

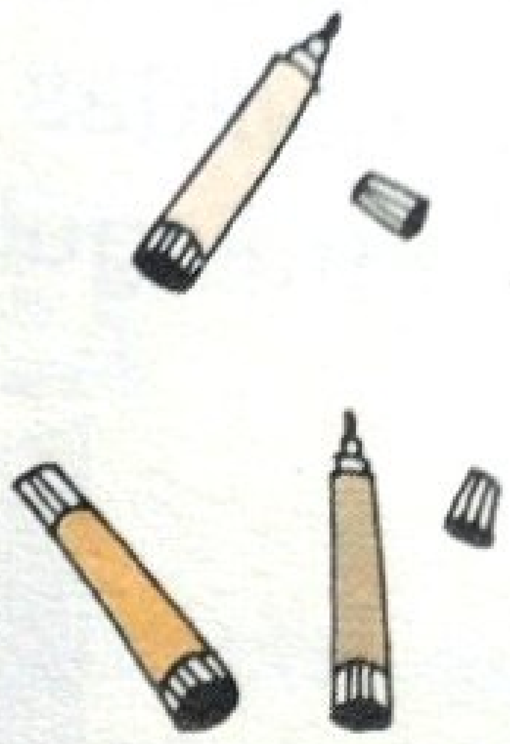



Finalmente, desenhe e recorte mais dois quadrados: um de lado **b** e outro de lado **c**. Enfeite-os com letras B e C, respectivamente.



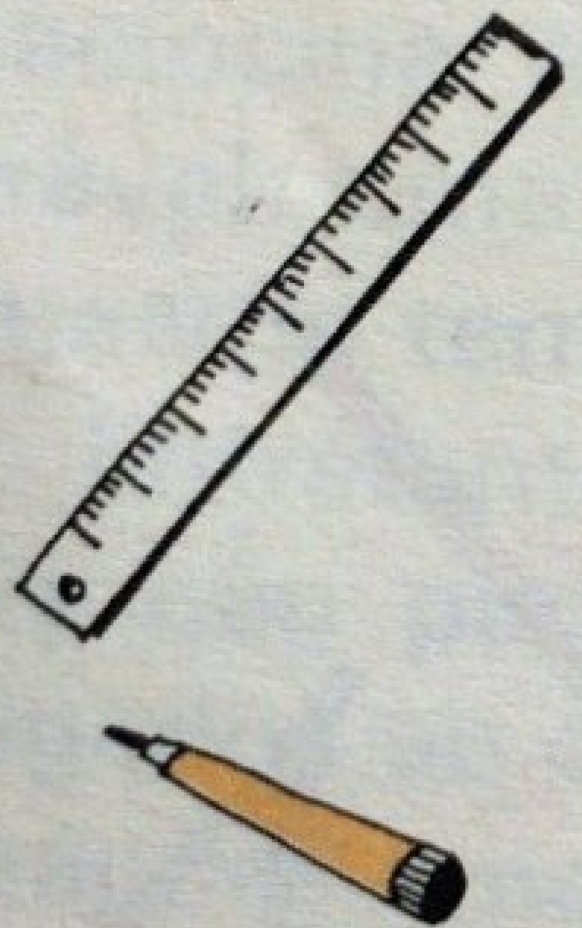
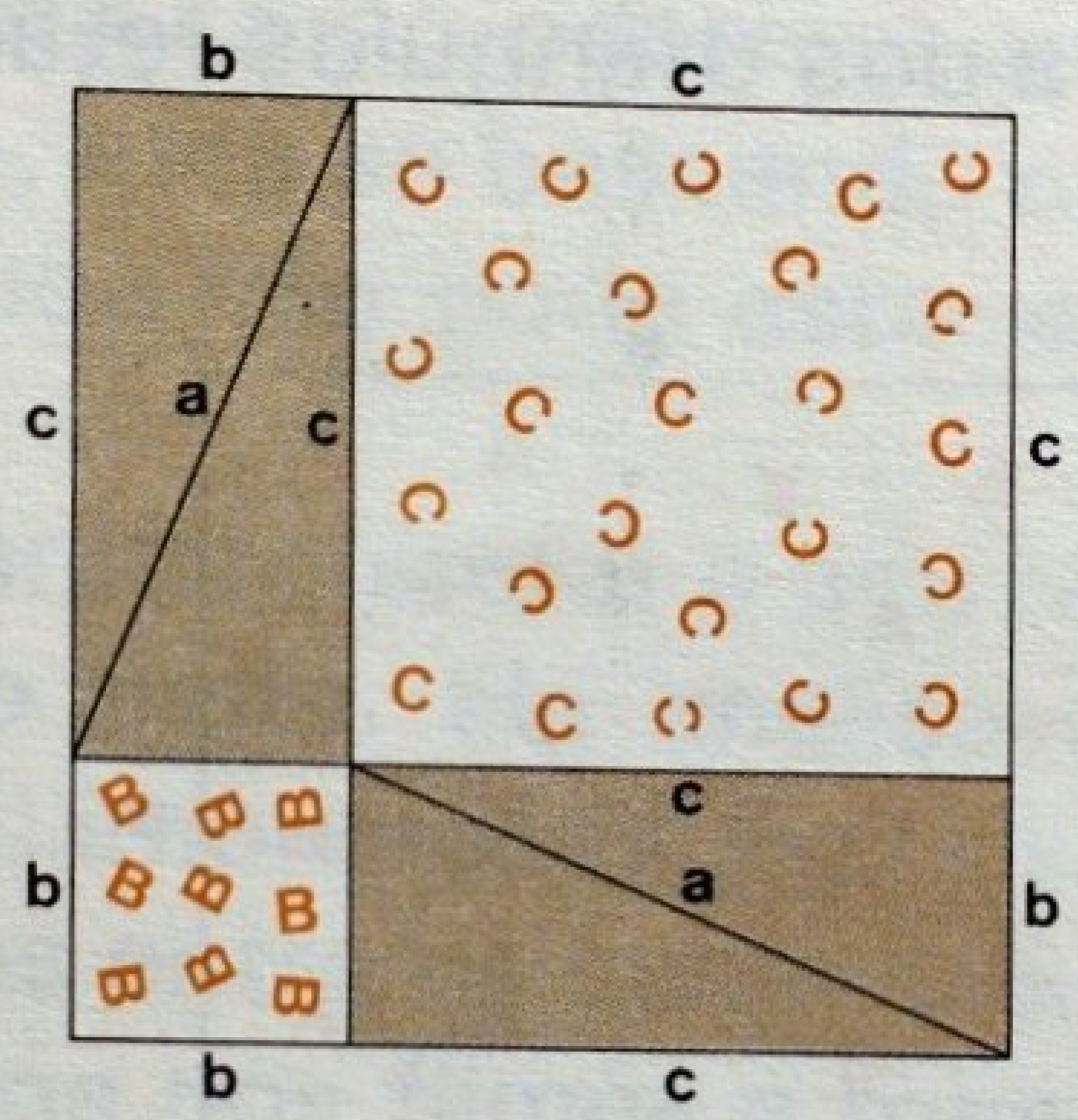
Com o quadrado de lado **a** e os quatro triângulos, você pode formar um quadradão:



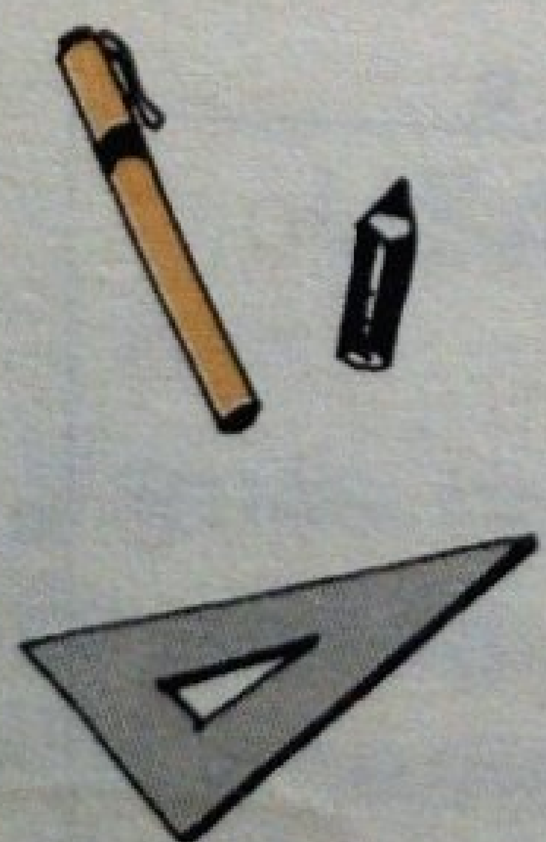
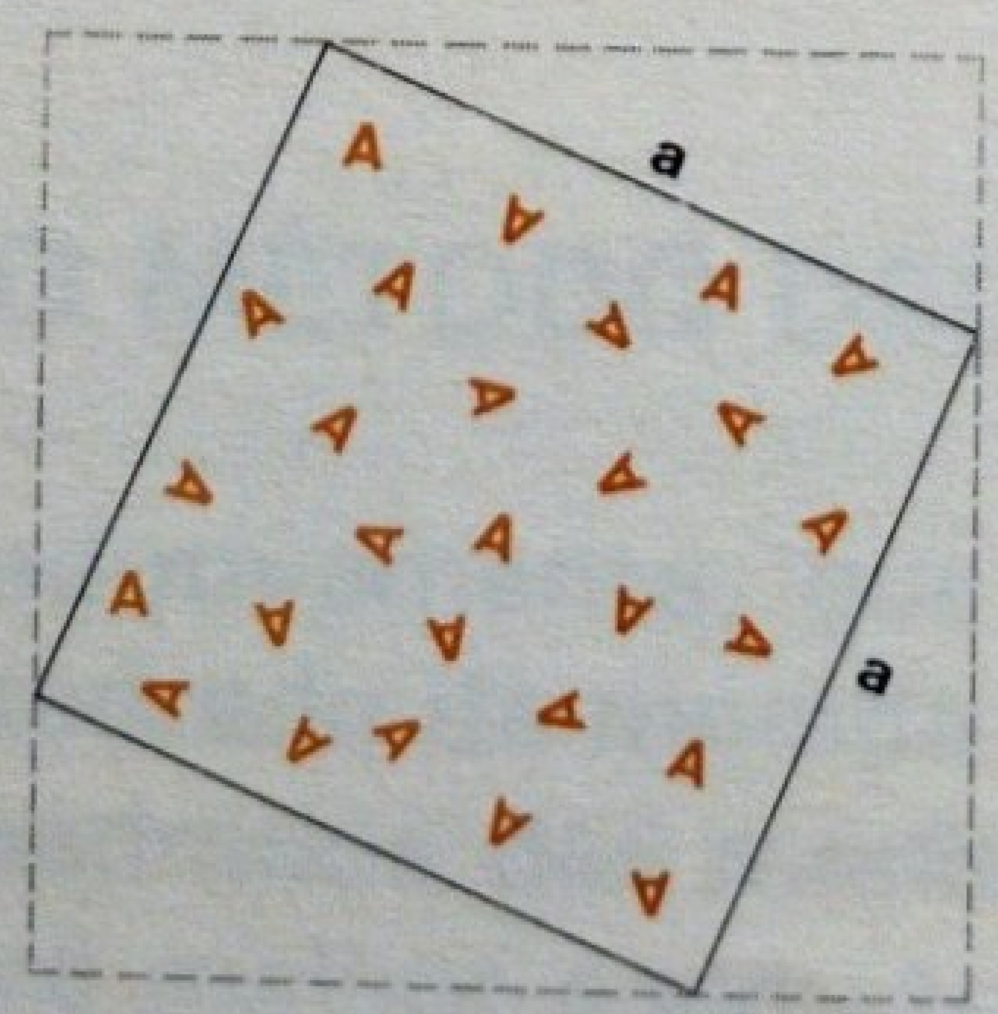
Note que o quadradão tem lado b + c.

Usando agora os mesmos quatro triângulos e os dois quadrados de lados **b** e **c**, você pode construir a seguinte figura:

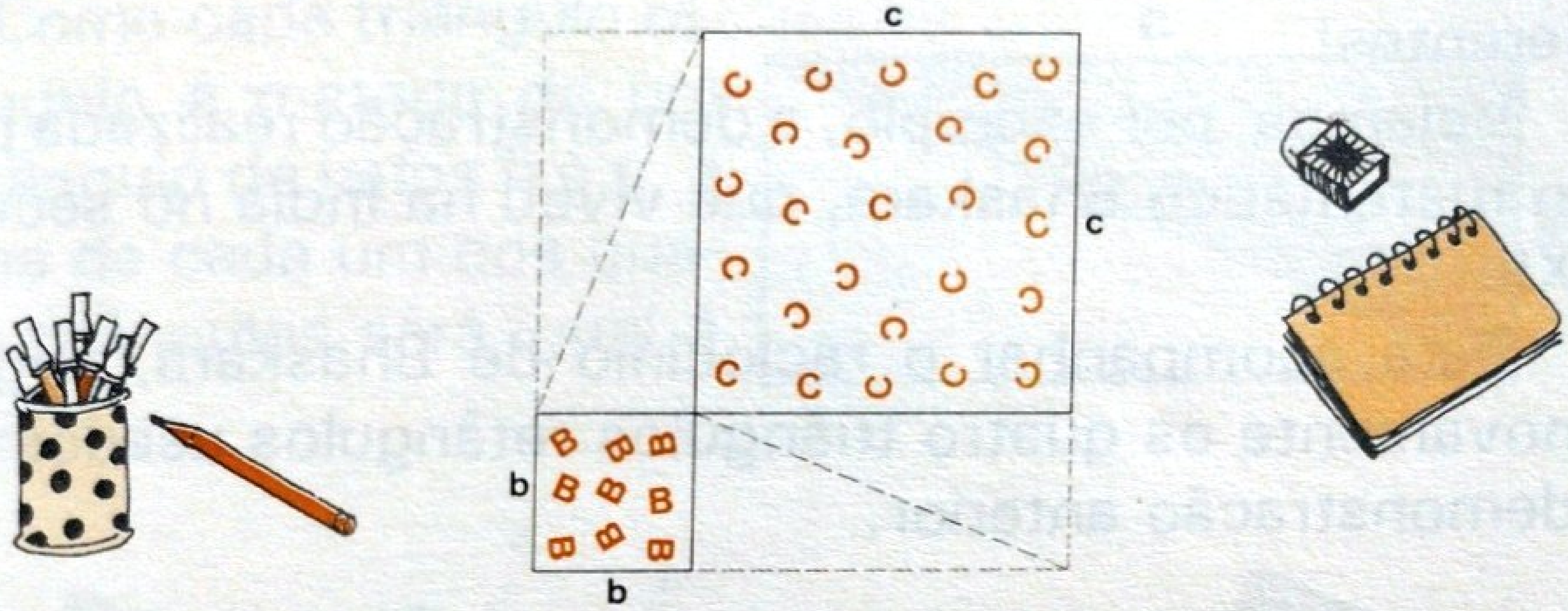



Temos outra vez um quadradão de lado b + c. Portanto os dois quadradões são iguais.

Se do primeiro quadradão você eliminar os quatro triângulos, sobrará o quadrado de lado **a**, cuja área é igual a $a^2$.

Se do segundo quadradão, que é igual ao primeiro, você eliminar os mesmos quatro triângulos, sobrarão dois quadrados de lados **b** e **c** que, juntos, têm área igual a $b^2 + c^2$.




Logo, o que sobrou do primeiro quadradão é igual ao que sobrou do segundo quadradão:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Provamos, assim, aquilo a que nos havíamos proposto:

**Num triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.**

As afirmações que são demonstradas como verdadeiras através do método dedutivo são chamadas **teoremas**. A afirmação anterior é um teorema famoso: o teorema de Pitágoras.

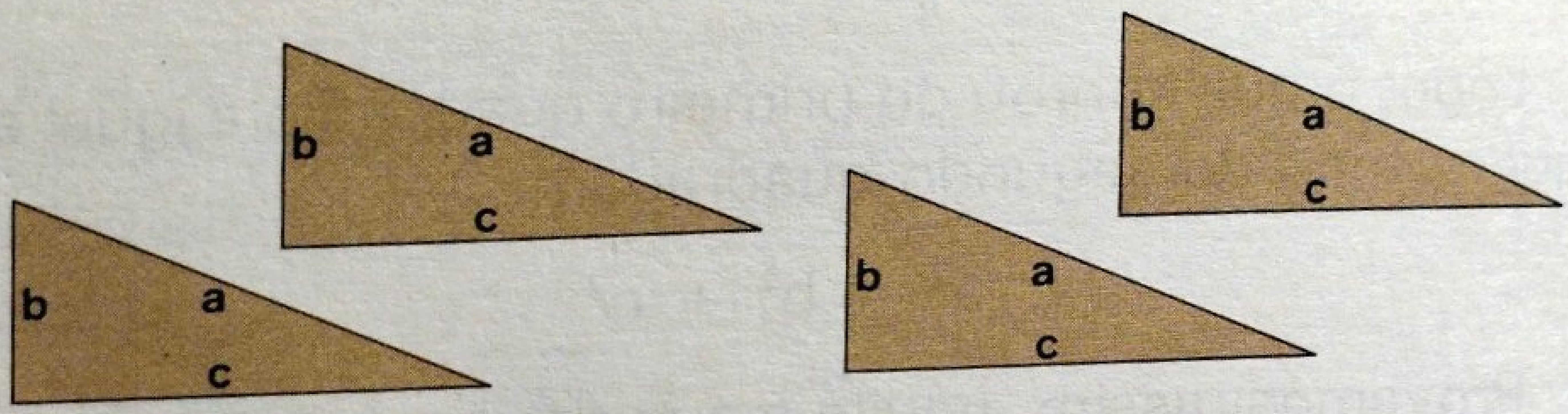
## 370 DEMONSTRAÇÕES DIFERENTES!

Como a seita pitagórica era secreta e suas descobertas pouco divulgadas, fica difícil saber qual foi exatamente a demonstração dada por seus membros ao teorema de Pitágoras. Presume-se que tenha sido a que você acabou de ver. Várias demonstrações foram sendo elaboradas por outros matemáticos da Grécia Antiga e, com o passar do tempo, novas provas foram aparecendo.

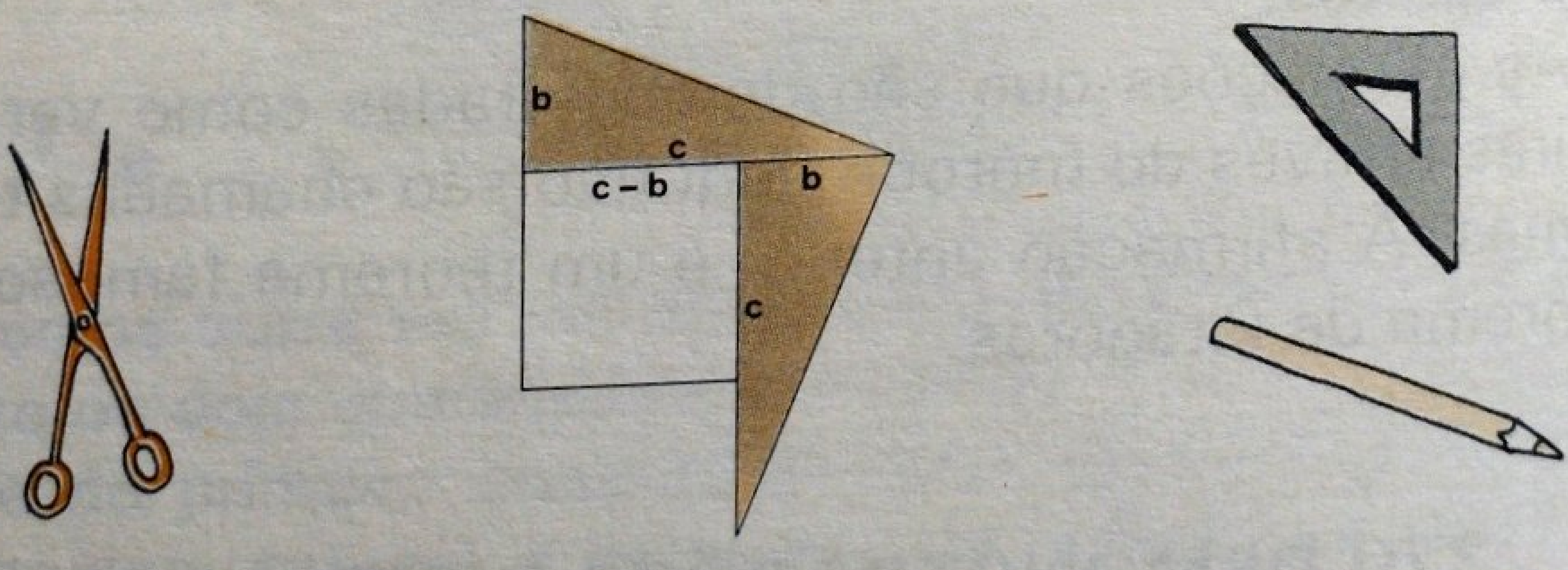
Um professor de Matemática americano chamado Elisha Scott Loomis colecionou, durante muitos anos, demonstrações do teorema de Pitágoras. Desse trabalho resultou um livro contendo 370 demonstrações diferentes!

Vejamos, por exemplo, a demonstração realizada pelo matemático Bhaskara, que viveu na Índia no século XII.

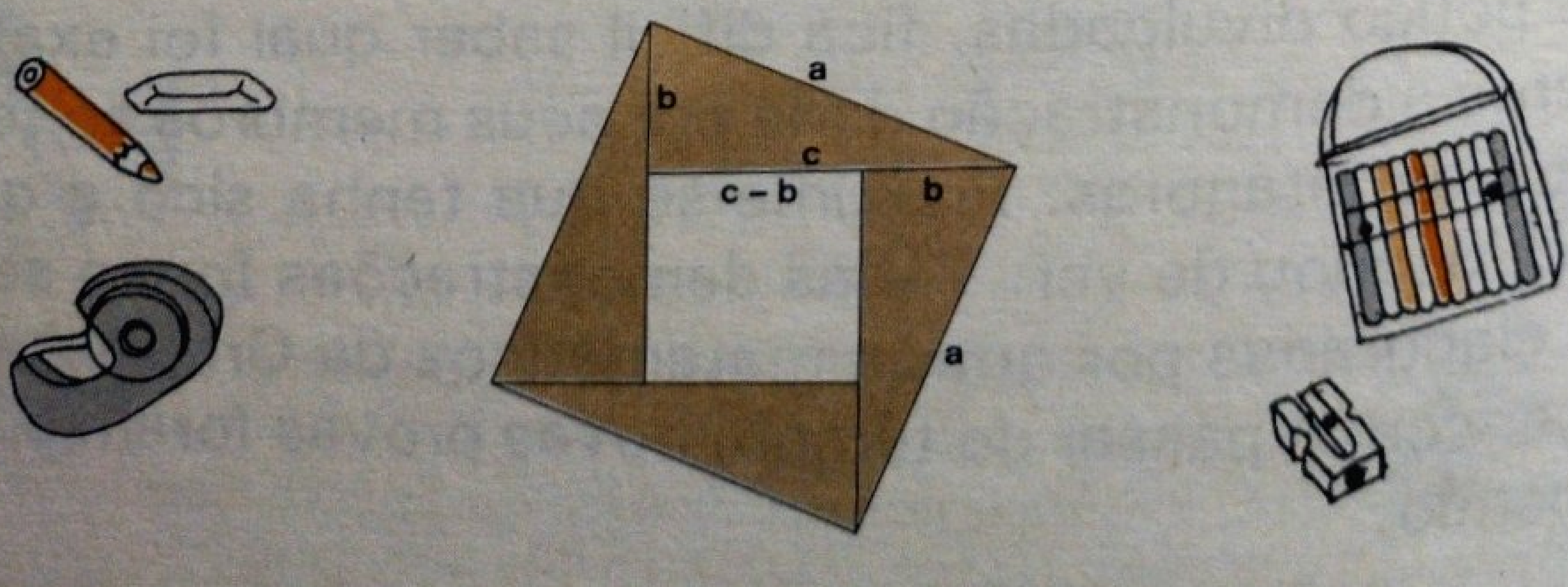
Para acompanhar o raciocínio de Bhaskara, pegue novamente os quatro triângulos retângulos usados na demonstração anterior.




Desenhe e recorte um quadradinho cujo lado seja igual à diferença entre os catetos do triângulo retângulo, isto é, o lado do quadradinho deve ser igual a c – b.

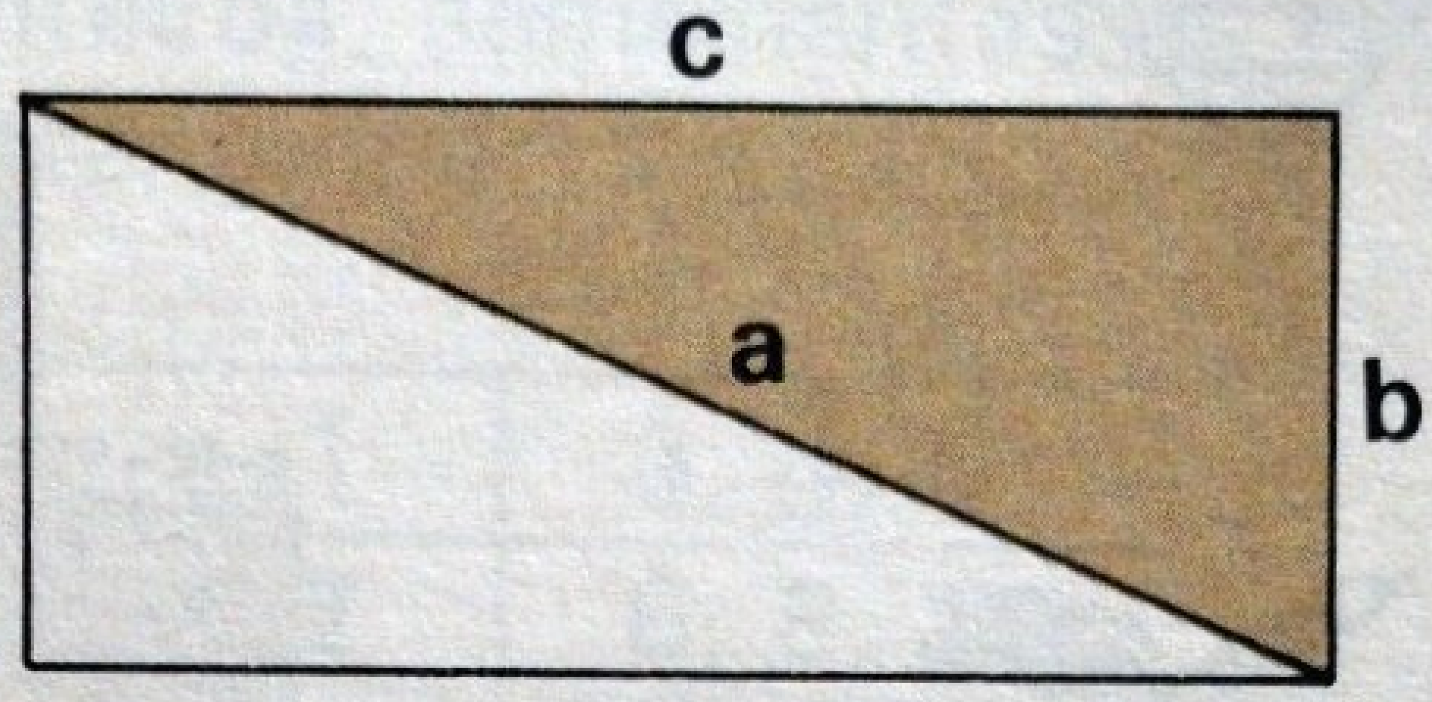


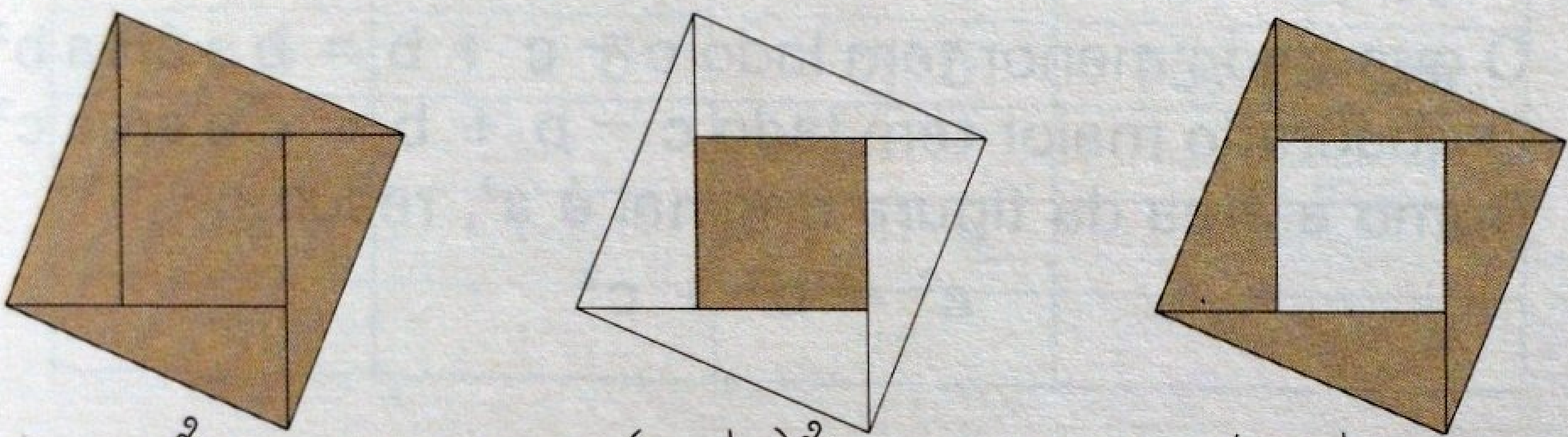

Com os quatro triângulos e esse quadradinho, monte este quadradão de lado **a**:



A área da figura toda é igual à soma das áreas das partes em que ela foi dividida, isto é, a área do quadradão de lado **a** é igual à área do quadradinho de lado c − b mais as áreas dos quatro triângulos.

Como cada triângulo retângulo é metade de um retângulo de lados **b** e **c**, a área de cada um dos quatro triângulos será igual a $\frac{bc}{2}$.



$$a^2 = (c-b)^2 + 4 \times \frac{bc}{2}$$

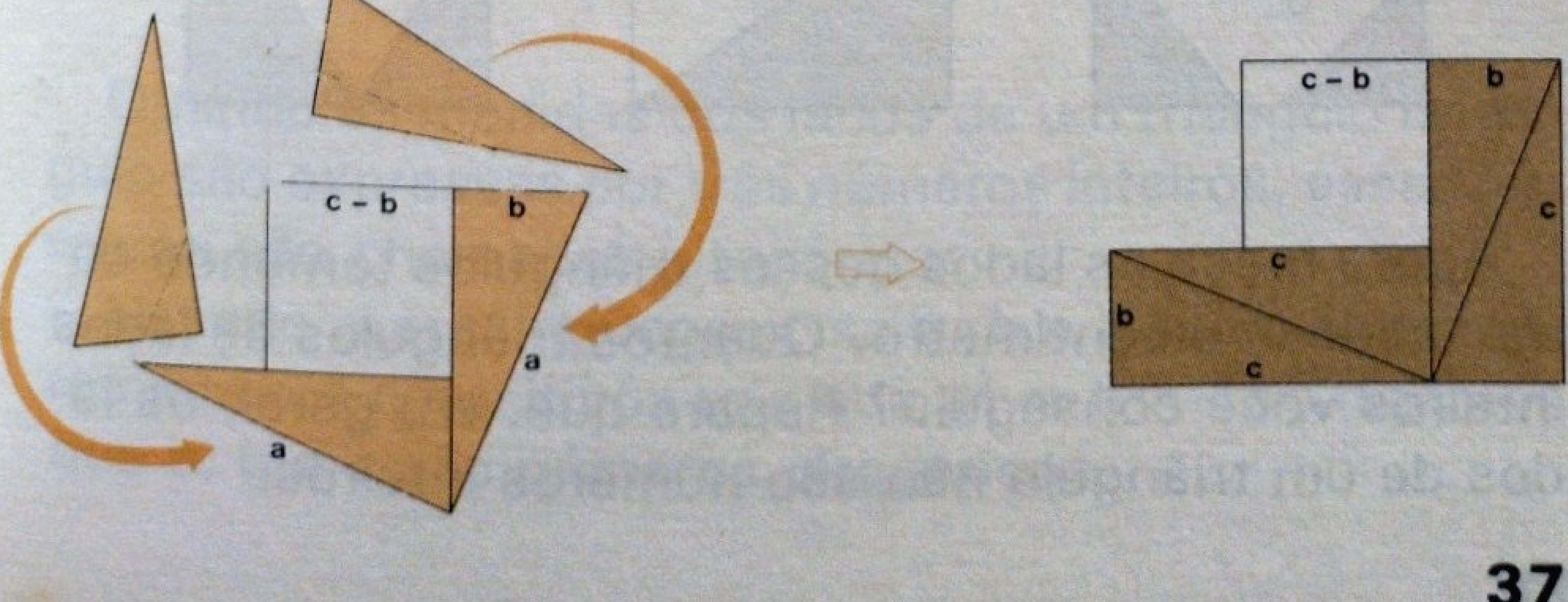
Efetuemos, agora, o cálculo:

$$a^2 = c^2 - 2\cancel{b}c + b^2 + 2\cancel{b}c$$

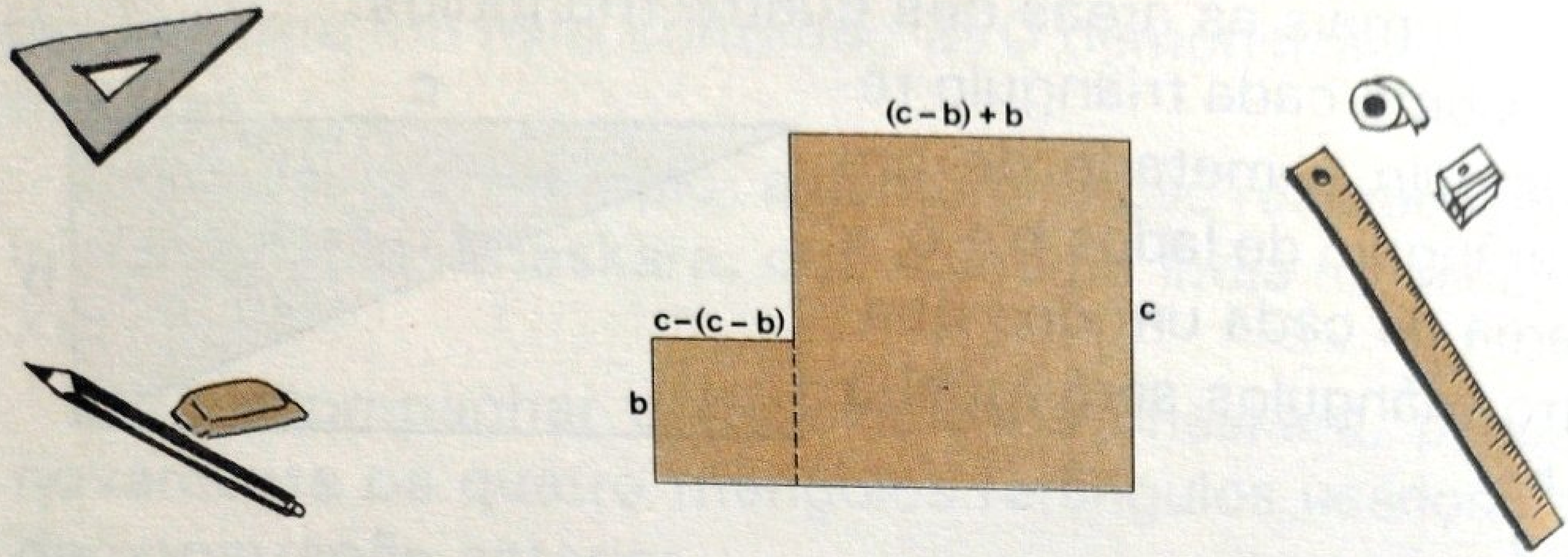
Simplificando, obtemos: $a^2 = b^2 + c^2$.

## OUTRO MODO DE VER AS COISAS

Com as mesmas peças, apenas mudando de lugar dois triângulos, monte esta figura:



Observe que a figura formada pode ser dividida em dois quadrados de lados **b** e **c**.

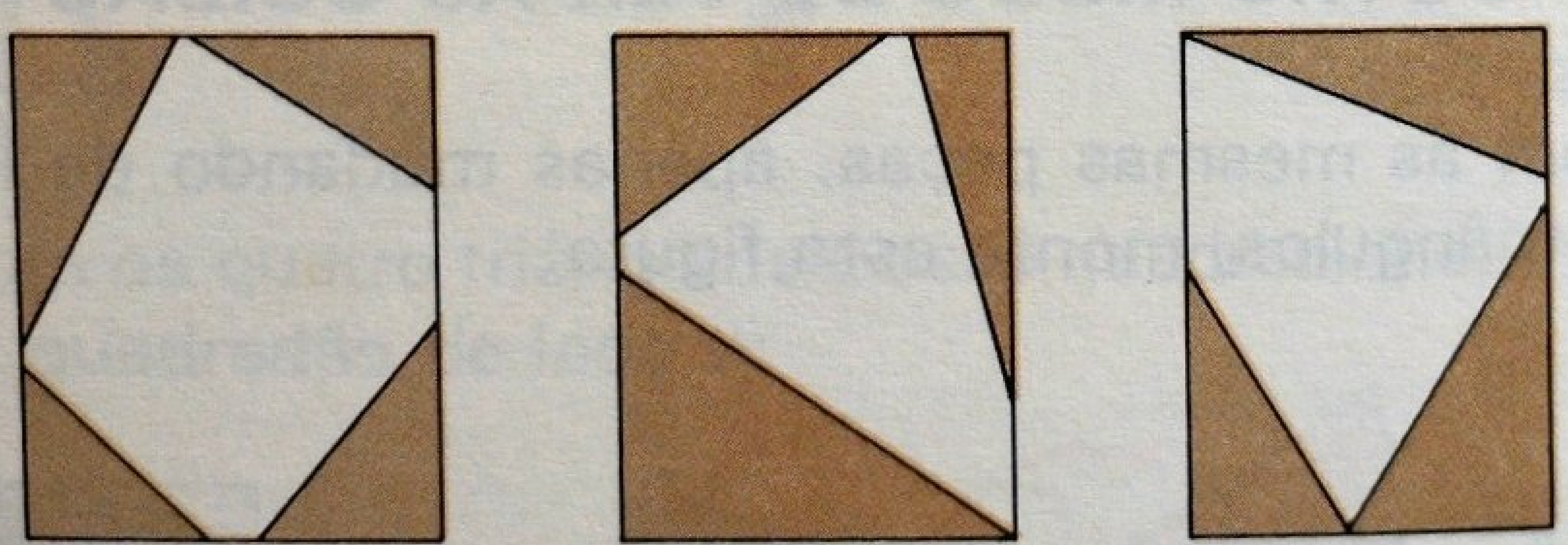



O quadrado menor tem lado $c - c + b = b$ e área $b^2$.
O quadrado maior tem lado $c - b + b = c$ e área $c^2$.
Como a área da figura original é $a^2$, resulta:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

## OS NÚMEROS PITAGÓRICOS

Você já conhece alguns triângulos retângulos cujos lados são números inteiros. Porém, nem sempre isso acontece. Experimente obter, sem medir, vários triângulos retângulos recortando quinas de folhas de papel.

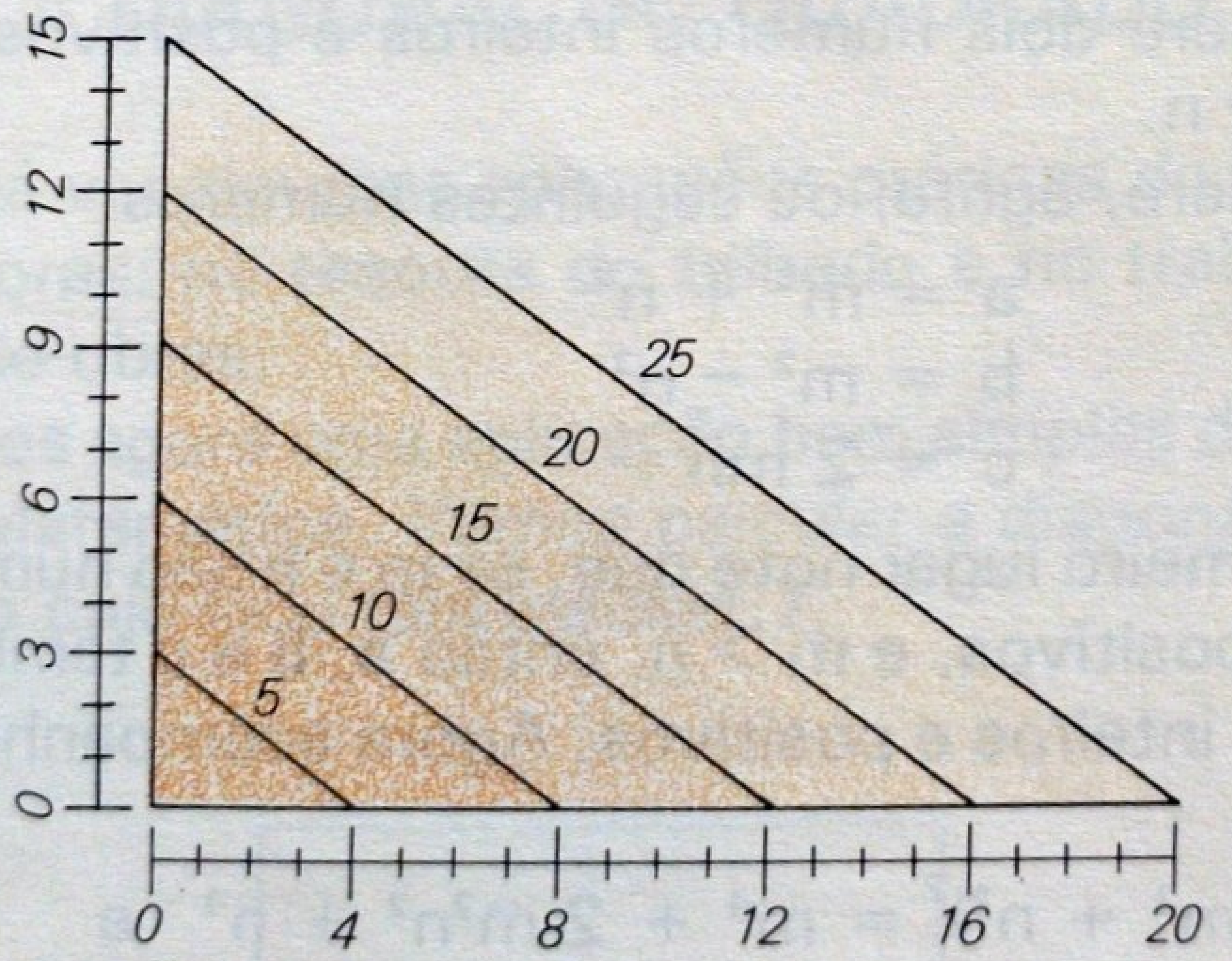


Agora meça os lados desses triângulos tomando como unidade o centímetro. Quantos triângulos de lados inteiros você conseguiu? Repare que, em geral, os lados de um triângulo não são números inteiros.

Nós conhecemos um triângulo retângulo cujos lados são números inteiros: é o triângulo de lados 3, 4 e 5. Multiplicando essas medidas por 2, 3, 4, 5, 6,... sucessivamente, conseguimos uma infinidade de triângulos cujos lados são números inteiros, semelhantes ao primeiro e portanto também retângulos:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 × 1 | 4 × 1 | 5 × 1 | 3, 4, 5 |
| 3 × 2 | 4 × 2 | 5 × 2 | 6, 8, 10 |
| 3 × 3 | 4 × 3 | 5 × 3 | 9, 12, 15 |
| 3 × 4 | 4 × 4 | 5 × 4 | 12, 16, 20 |
| 3 × 5 | 4 × 5 | 5 × 5 | 15, 20, 25 |
| ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... |

Observe esses triângulos sobrepostos:




Quando as medidas dos lados de um triângulo retângulo são expressas por três números inteiros, esses números são chamados pitagóricos.

Usando outra linguagem, se **a**, **b** e **c** são três números inteiros e positivos tais que $a^2 = b^2 + c^2$, dizemos que **a**, **b** e **c** são **números pitagóricos**.

Você já conhece estas trincas pitagóricas:

3, 4, 5     6, 8, 10     9, 12, 15

12, 16, 20     15, 20, 25

Veja mais estes exemplos:

- 5, 12 e 13 **são** números pitagóricos, uma vez que $13^2 = 5^2 + 12^2$. Confira!
- 8, 15 e 17 também **são** números pitagóricos, pois $17^2 = 8^2 + 15^2$. Confira!
- 4, 5 e 6 **não são** números pitagóricos, pois obtemos $6^2 \neq 4^2 + 5^2$. Confira!

Invente outros exemplos de trincas pitagóricas e de trincas não-pitagóricas.

Os membros da Escola Pitagórica conheciam um interessante processo para obter esses números. Acompanhe:

Considere dois números inteiros e positivos **m** e **n**, com $m > n$.

Considere, agora, os seguintes números:

$$a = m^2 + n^2$$
$$b = m^2 - n^2$$
$$c = 2\,mn$$

Em primeiro lugar note que, se **m** e **n** são números inteiros e positivos, e $m > n$, então **a**, **b** e **c** também são números inteiros e positivos. Agora acompanhe os cálculos:

$$a^2 = (m^2 + n^2)^2 = m^4 + 2\,m^2n^2 + n^4 \quad \text{e}$$
$$\begin{aligned} b^2 + c^2 &= (m^2 - n^2)^2 + (2\,mn)^2 = \\ &= m^4 - 2\,m^2n^2 + n^4 + 4\,m^2n^2 = \\ &= m^4 + 2\,m^2n^2 + n^4 \end{aligned}$$

Logo:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Isto mostra que os números **a**, **b** e **c** são pitagóricos.

Na tabela seguinte você pode ver, além dos já conhecidos, mais alguns exemplos de números pitagóricos:

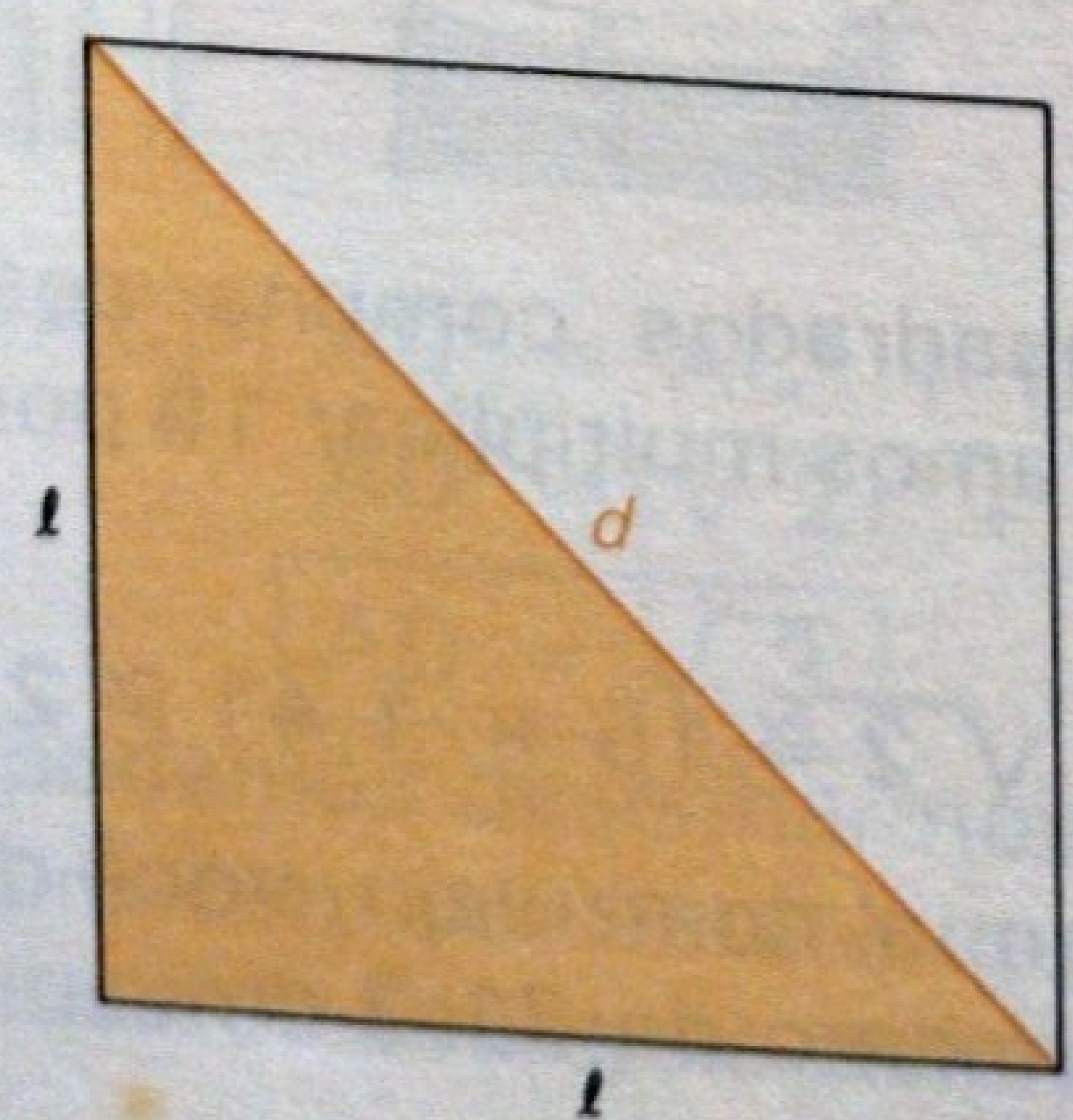
| m | n | a | b | c | $a^2 = b^2 + c^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 5 | 3 | 4 | $5^2 = 3^2 + 4^2$ |
| 3 | 1 | 10 | 8 | 6 | $10^2 = 8^2 + 6^2$ |
| 3 | 2 | 13 | 5 | 12 | $13^2 = 5^2 + 12^2$ |
| 4 | 1 | 17 | 15 | 8 | $17^2 = 15^2 + 8^2$ |
| 4 | 2 | 20 | 12 | 16 | $20^2 = 12^2 + 16^2$ |
| 4 | 3 | 25 | 7 | 24 | $25^2 = 7^2 + 24^2$ |
| 5 | 1 | 26 | 24 | 10 | $26^2 = 24^2 + 10^2$ |

Atribuindo novos valores a **m** e **n**, você pode obter outras trincas pitagóricas.

## A DIAGONAL DO QUADRADO

Você já viu algumas aplicações práticas do teorema de Pitágoras: na tesoura do telhado e no trabalho do mestre-de-obras.

Vejamos agora uma aplicação bem simples dentro da própria Matemática. Vamos calcular a diagonal de um quadrado cujo lado tem medida $\ell$.



A diagonal divide o quadrado em dois triângulos retângulos iguais, cujos catetos medem $\ell$ e cuja hipotenusa é igual à diagonal **d** do quadrado. Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$$d^2 = \ell^2 + \ell^2 \Rightarrow d^2 = 2\ell^2 \Rightarrow d = \sqrt{2\ell^2}$$

$$\boxed{d = \ell\sqrt{2}}$$

Veja que a diagonal de um quadrado é igual ao lado do quadrado multiplicado por $\sqrt{2}$.

Experimente medir com a régua a diagonal e o lado de um azulejo de forma quadrada.

Os azulejos quadrados comuns costumam medir 15 cm de lado. Vamos multiplicar 15 por $\sqrt{2}$, fazendo $\sqrt{2} \cong 1{,}41$:

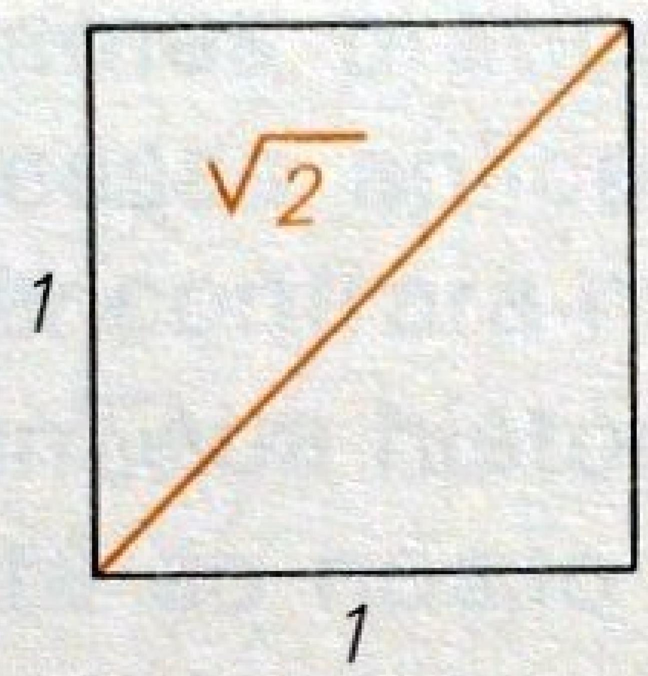
$$15 \times \sqrt{2} \cong 15 \times 1{,}41 \cong 21{,}2$$

Medindo a diagonal do azulejo, você deve ter encontrado um valor próximo de 21,2 cm.

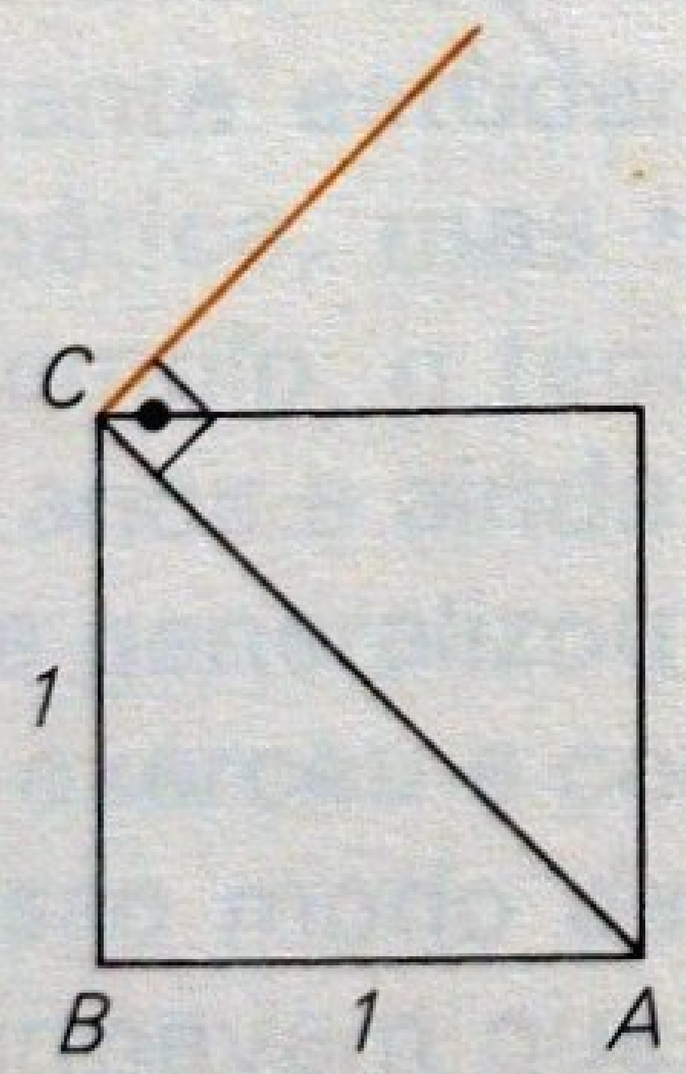
# RAÍZES QUADRADAS EM ESPIRAL

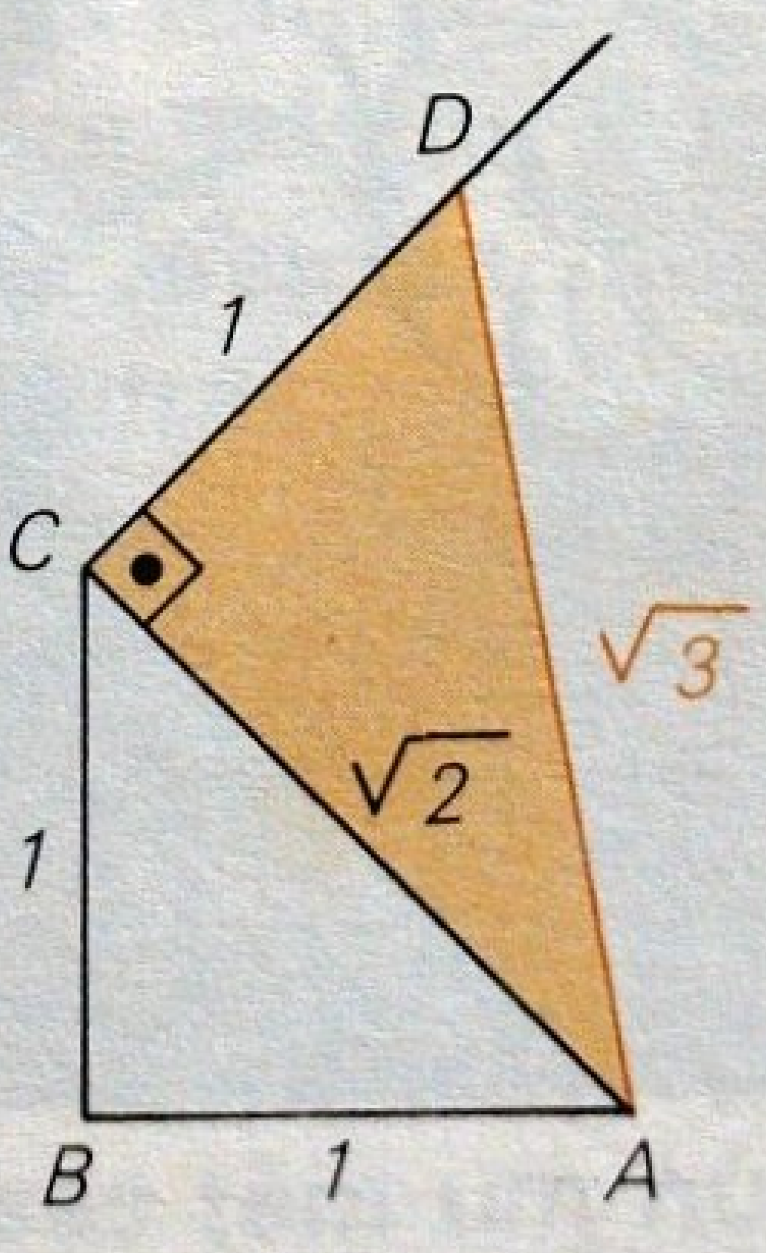
Você viu que, se um quadrado tem lado $\ell$, sua diagonal vale $\ell \times \sqrt{2}$. Logo, se o lado de um quadrado é igual a 1, sua diagonal é igual a $\sqrt{2}$. Com base nesse fato, que é conseqüência do teorema de Pitágoras, podemos construir um segmento de reta que representa, graficamente, a raiz quadrada de 2.

$\sqrt{2}$ é a própria diagonal de um quadrado de lado 1.




Agora vamos obter um segmento de reta de medida $\sqrt{3}$:



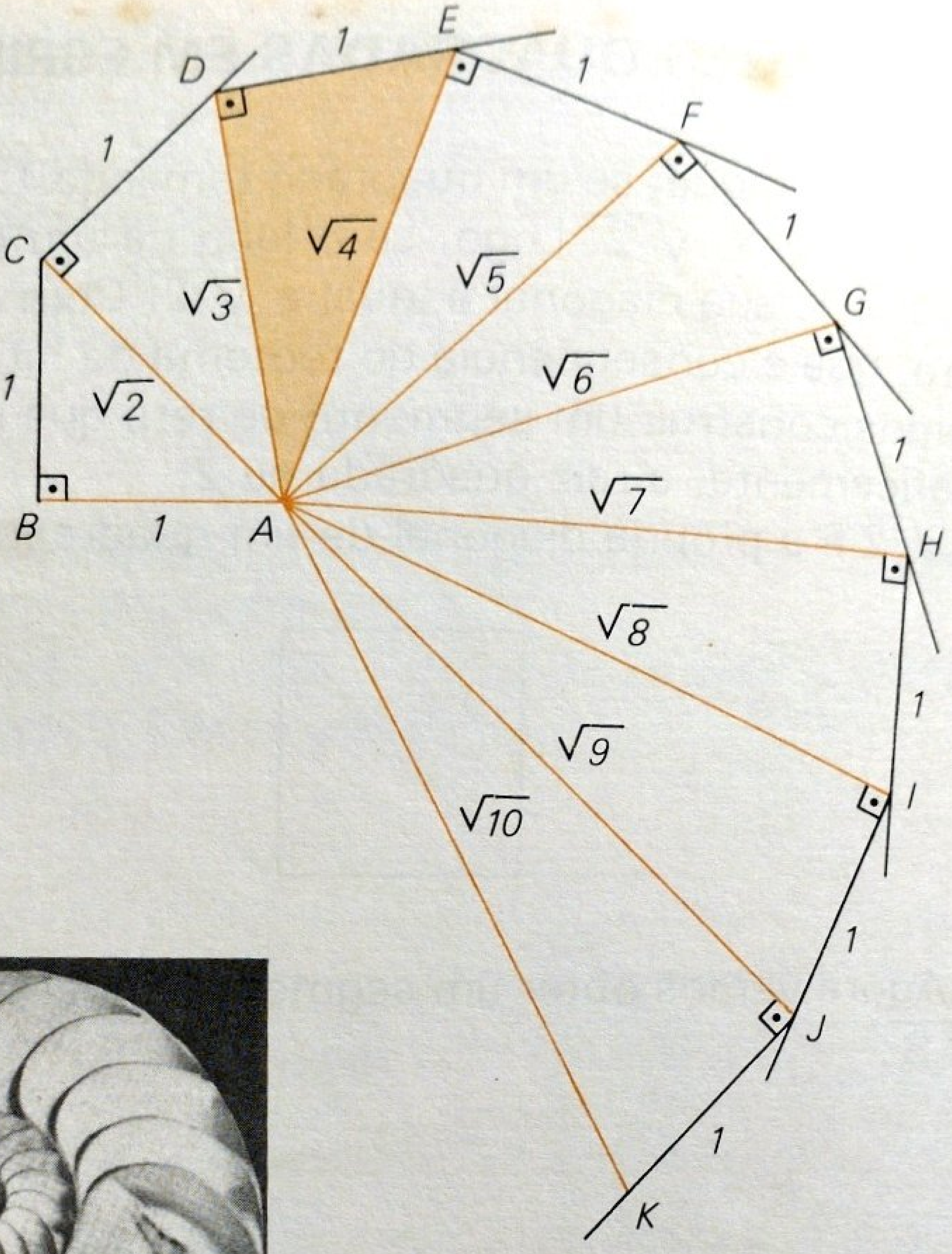



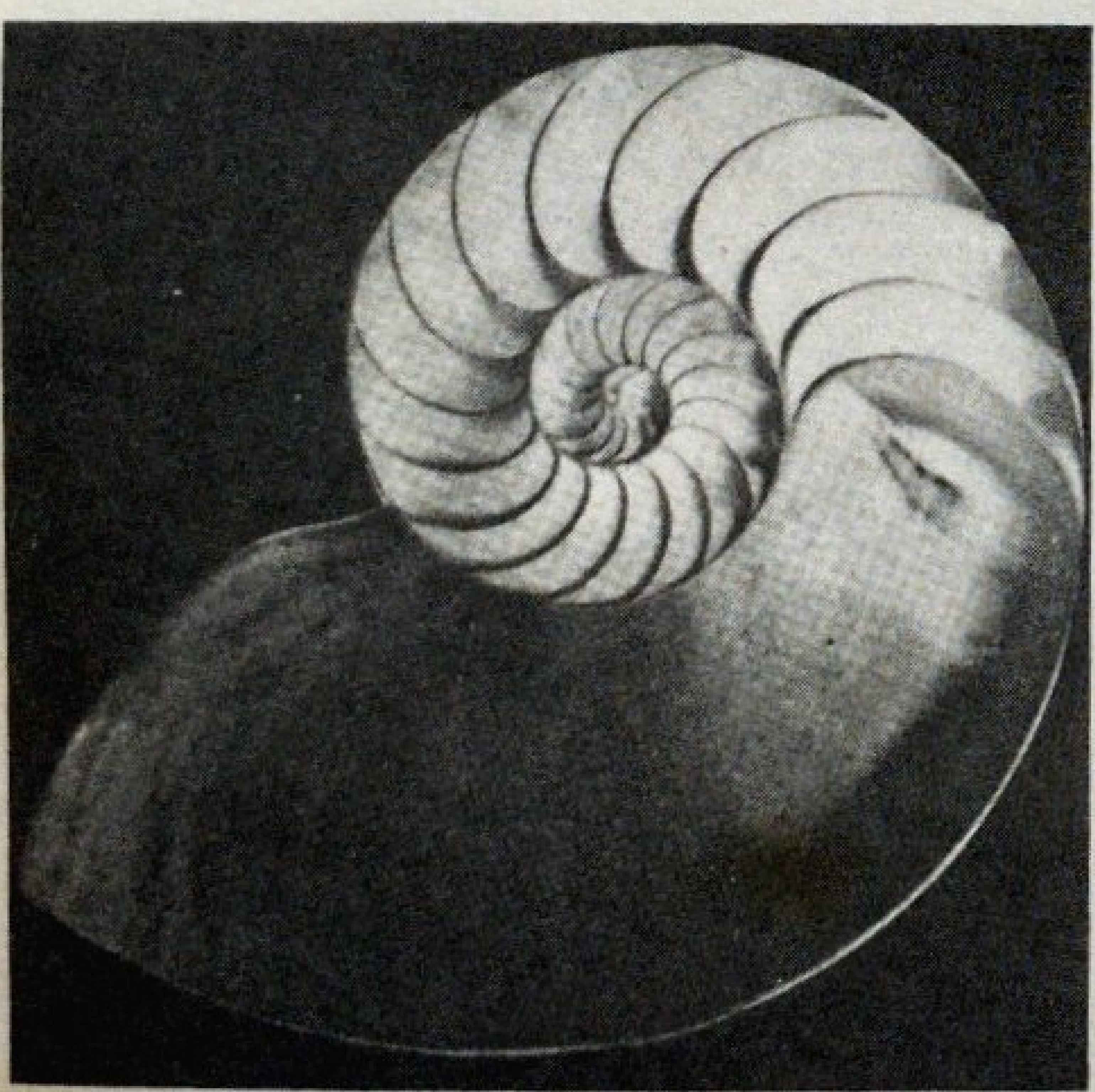

No triângulo ACD: $AD^2 = AC^2 + CD^2$

$$AD^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 = 2 + 1 = 3$$

$$\boxed{AD = \sqrt{3}}$$

A partir daí podemos desenhar novos triângulos retângulos, sempre com um cateto igual a 1 e o outro igual à hipotenusa do triângulo anterior.



No triângulo ADE temos: $AE^2 = AD^2 + DE^2$

$$AE^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2 =$$
$$= 3 + 1 = 4$$
$$AE = \sqrt{4} = 2$$

Faça os cálculos para os outros triângulos e verifique que $AF = \sqrt{5}$, $AG = \sqrt{6}$, $AH = \sqrt{7}$, etc. Veja que, prosseguindo nessas construções em forma de espiral, obtemos um segmento de reta que representa a raiz quadrada de qualquer número inteiro e positivo.

# A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA

Até aqui, você aceitou desafios, brincou com a Matemática, divertiu-se com ela. Viu também que a Matemática tem aplicações práticas, sendo um instrumento útil ao homem na resolução de diversas questões que a vida lhe coloca. Os triângulos retângulos e o teorema de Pitágoras, por exemplo, são empregados na solução de inúmeros problemas práticos. Mostramos a você apenas algumas dessas aplicações. E, se prosseguir em seus estudos, encontrará muitas outras.

A Matemática tem sua história! Todo esse conhecimento que hoje está ao nosso alcance foi sendo acumulado ao longo do tempo por nossos antepassados e cedido a cada um de nós como uma fabulosa herança cultural. Entretanto, como não participamos de seu processo de criação, muitas vezes temos a impressão de que esse conhecimento sempre existiu. Por isso, é importante estudar um pouco da história, não só da Matemática, mas também das outras ciências. Veja, por exemplo, o teorema de Pitágoras. Ele tem mais de 2 000 anos e ainda hoje é estudado. A Escola Pitagórica, que generalizou a propriedade dos triângulos retângulos, exerceu e continua exercendo grande influência em nosso modo de pensar. Os matemáticos pitagóricos afirmavam que todas as coisas têm um número e sem ele nada se pode compreender. Reflita sobre isso e sobre a enorme importância dos números no mundo atual. Eles são essenciais em todos os meios de comunicação. Aparecem nos relatórios, nas reportagens, nos vários tipos de loteria, nas estatísticas, em quase todas as ciências e até mesmo nas artes. Enfim, o número está presente em tudo que envolve alguma preocupação com a quantificação. Pensando assim, não lhe parece profético o pensamento dos pitagóricos?

É impossível conceber o mundo sem a Matemática, e vice-versa. Ela pode nos ajudar a organizar o pensamento, contribuindo para desenvolver, em cada um de nós, a capacidade de pensar de modo abstrato e de elaborar argumentos lógicos.

## PARA VOCÊ LER UM POUCO MAIS...

Para complementar tudo o que você aprendeu até aqui e para estimulá-lo a aprender ainda mais, queremos recomendar-lhe alguns livros. Neles você encontrará numerosas referências aos pitagóricos e ao teorema de Pitágoras. Também descobrirá muitas outras coisas interessantes sobre a Matemática. Alguns desses livros estão esgotados, mas você poderá encontrá-los em bibliotecas ou em lojas de livros usados.

- TAHAN, Malba. *O homem que calculava*. Rio de Janeiro, Record, 1980.
  Este livro conta a história de um viajante — o homem que calculava — que, atravessando desertos, vai se defrontando com diversos problemas matemáticos, resolvendo todos eles.

- TAHAN, Malba. *As maravilhas da Matemática*. Rio de Janeiro, Bloch, 1972.
  É um livro em que o leitor aprende Matemática se divertindo. Apresenta pequenos episódios, problemas pitorescos e curiosidades, e um pouco da história da Matemática.

- PERELMAN, Iakov. *Aprenda Álgebra brincando*. São Paulo, Hemus, 1970.
  Neste livro você se divertirá com problemas curiosos, quebra-cabeças e várias brincadeiras que envolvem a Matemática.

- SOLOMON, Charles. *Matemática*. São Paulo, Melhoramentos/EDUSP, 1975
  É um pequeno livro, em que os temas são apresentados ao leitor de maneira a atrair sua simpatia e enfatizar o prazer que o estudo da Matemática pode oferecer. Contém curiosidades e divertimentos matemáticos.
- DANTZIG, Tobias. *Número: a linguagem da ciência*. Rio de Janeiro, Zahar, 1970.
  Este livro conta, de forma simples, original e inteligente, a história dos números. Einstein teria dito tratar-se do livro mais interessante que conhecia sobre a evolução da Matemática.
- KARLSON, Paul. *A magia dos números: a Matemática ao alcance de todos*. Porto Alegre, Globo, 1961.
  Este livro procura apresentar a Matemática de modo atraente, principalmente para as pessoas que não têm muito contato com ela. Contém grande parte da matéria ensinada no 2.º grau.
- GARDNER, Martin. *Divertimentos matemáticos*. São Paulo, IBRASA, 1976.
  Este livro apresenta problemas, curiosidades e quebra-cabeças relacionados com a Matemática. São questões interessantes que certamente vão desafiar você.
- CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa, Livraria Sá da Costa, 1984.
  A obra relaciona a Matemática com a Filosofia. Mostra como os conceitos matemáticos estão integrados no contexto social.
- BOYER, Carl B. *História da Matemática*. São Paulo, Edgard Blücher, 1974.
  É um livro bastante completo e detalhado sobre a história da Matemática, apresentando exercícios de interesse para alunos de 2.º grau e de nível superior.

# VIVENDO A MATEMÁTICA

*Cada volume desta coleção aborda um tema específico da Aritmética, da Álgebra ou da Geometria, complementando os conteúdos habituais apresentados nos livros didáticos.*


**BRINCANDO COM NÚMEROS**
Luiz Márcio Imenes


**GEOMETRIA DOS MOSAICOS**
Luiz Márcio Imenes


**MEDINDO COMPRIMENTOS**
Nílson José Machado

PARÂMETRO: impressão e acabamento

O menino Luiz Márcio adorava brincar com madeira, pregos e martelo. Por isso, todo mundo achava que ele seria engenheiro. Mas, quando terminou o curso de engenharia civil pela Escola Politécnica da USP, Luiz Márcio descobriu que queria ser professor de Matemática. De lá para cá, deu aulas em colégios, cursinhos, escreveu e apresentou o curso de Matemática do Telecurso 1.º grau. Atualmente, ele faz mestrado em Educação Matemática em Rio Claro (UNESP), trabalha na *Revista de Ensino de Ciências* da FUNBEC e dá aulas (de Matemática, é claro!). E nas horas de folga, este paulistano de 41 anos ainda brinca com madeira, pregos e martelo, na casa que ele mesmo construiu com a ajuda da mulher, dos dois filhos e alguns amigos.


## DISTRIBUIDORES

**ACRE**
RIO BRANCO
Av. Ceará, 1240 - CEP 69900
Tel. (068)* 224-4540

**ALAGOAS**
MACEIÓ
Rua Cons. Lourenço Albuquerque, 197 (antiga Rua Boa Vista) - CEP 57020
Rua Joaquim Távora, 19 e 263
Tel. (082)* 221-2451, 223-3691, 221-7461 e 221-8337

**AMAZONAS**
MANAUS
Rua Henrique Martins, 453
CEP 69007
Tel. (092)* 234-1691 e 234-1939
Telex: 92 - 2471 - CECI-BR

**BAHIA**
SALVADOR
Vendas: Av. Dorival Caymmi, 1080
2.ª Rótula do Aeroporto
CEP 41600 - Tel. (071)* 249-2103
Telex: 71 - 3239 - DLBH-BR
Publicidade: Av. Sete de Setembro, 907
Mercês - CEP 40115
Tel. (071)* 247-4500

**CEARÁ/PIAUÍ**
FORTALEZA
Rua Floriano Peixoto, 1019/21
CEP 60025 - Caixa Postal 474
Tel. (085)* 226-8911, 226-8910 e 221-6498

**DISTRITO FEDERAL**
BRASÍLIA
SIGS - Quadra 1, n.º 725
CEP 70610 - Caixa Postal 142 153
Tel. (061)* 223-7688 e 224-9018

**ESPÍRITO SANTO**
VITÓRIA
Rua Duque de Caxias, 115
CEP 29010
Tel. (027)* 223-4066 e 222-2267

**GOIÁS**
GOIÂNIA
Rua 70, n.º 314 - Setor Central
CEP 74000 - Caixa Postal 10 095
Tel. (062)* 223-6329 e 225-4847

**MARANHÃO**
SÃO LUÍS
Rua Joaquim Távora, 353
CEP 65010 - Caixa Postal 398
Tel. (098)* 222-5653, 222-0107, 221-4504, 221-3994 e 222-8388
Telex: 98 - 2587 - CYMA-BR

**MATO GROSSO**
CUIABÁ
Rua Almirante Pedro Álvares Cabral, 122 - Jardim Cuiabá
CEP 78030 - Caixa Postal 864
Tel. (065)* 321-0160

**MATO GROSSO DO SUL**
CAMPO GRANDE
Rua Pedro Celestino, 2355
CEP 79015 - Tel. (067)* 383-6833

**MINAS GERAIS**
BELO HORIZONTE
Rua Carlos Turner, 374
Bairro Silveira - CEP 31130
Tel. (031)* 467-1144

JUIZ DE FORA
Editora Ática S.A.
Rua Espírito Santo, 666
CEP 36013 - Tel. (032)* 213-6701

TRIÂNGULO MINEIRO
**Distr. Ribeirão Preto - SP**
Rua Floriano Peixoto, 83 - CEP 14010
Tel. (016)* 634-7541 (PABX)

**PARÁ/AMAPÁ**
BELÉM
Rua dos Tamoios, 1592 - CEP 66010
Tel. (091)* 222-7286 e 222-7203

**PARAÍBA**
JOÃO PESSOA
Rua da Areia, 578 - Centro
CEP 58010 - Tel. (083)* 221-0956

**PARANÁ**
CURITIBA
Rua Mal. Floriano Peixoto, 1530
CEP 80230 - Tel. (041)* 223-9257
Telex: 41 - 5391 - LLDC-BR

LONDRINA
Rua Porto Alegre, 665 - CEP 86070
Tel. (0432)* 23-4277 e 23-4845

**PERNAMBUCO**
RECIFE
Rua Corredor do Bispo, 185
Bairro Boa Vista - CEP 50050
Tel. (081)* 222-4378, 231-0090 e 231-0091

**RIO DE JANEIRO**
RIO DE JANEIRO
Rua Barão de Ubá, 173
Bairro Praça da Bandeira - CEP 20260
Tel. (021)* 273-1997
Telex: 21 - 30516 - EDAT-BR

CAMPOS
Rua Caldas Viana, 42 (Prolongamento R. Saldanha Marinho) - CEP 28015
Tel. (0247)* 22-5034 e 22-5634

**RIO GRANDE DO NORTE**
NATAL
Distribuidora Capibaribe de Livros Ltda.
Rua Sílvio Pélico, 244
Bairro Alecrim
Tel. (084)* 222-5769

**RIO GRANDE DO SUL**
PORTO ALEGRE
Av. Ceará, 1360 - CEP 90240
Caixa Postal 2315
Tel. (0512)* 43-1119 - Publicidade
42-7686 - Vendas

**RONDÔNIA**
PORTO VELHO

**SANTA CATARINA**
FLORIANÓPOLIS
Rua Conselheiro Mafra, 47
CEP 88010 - Caixa Postal 795
Tel. (0482)* 22-4766 (PBX)
Telex: 48 - 1044 - LDCT-BR

**SÃO PAULO**
ARARAQUARA
Av. Sete de Setembro, 371-A
CEP 14800 - Tel. (0162)* 32-2711

BAURU
Av. Aureliano Cardia, 636
Centro - CEP 17013
Tel. (0142)* 23-4587

OURINHOS
Praça Melo Peixoto, 41 - CEP 19900
Caixa Postal 101
Tel. (0143)* 22-4080

PRESIDENTE PRUDENTE
Rua Washington Luiz, 119
CEP 19010 - Caixa Postal 99
Tel. (0182)* 22-1447

RIBEIRÃO PRETO
Rua Floriano Peixoto, 83 - CEP 14010
Tel. (016)* 634-7541 (PABX)

SANTOS
Av. Campos Sales, 112/114
CEP 11013 - Tel. (0132)* 32-8617

SÃO JOSÉ DO RIO PRETO
Rua Oswaldo Aranha, 1422
CEP 15025 - Tel. (0172)* 32-2405

SÃO PAULO
Rua Fagundes, 121 - CEP 01508
Caixa Postal 65 131
Tel. (011)* 37-4151
Telex: 11 - 32969 - EDAT-BR

**SERGIPE**
ARACAJU
Rua das Laranjeiras, 38 e 53
CEP 49010
Tel. (079)* 224-1495 e 224-3662

* Código DDD

**MATRIZ:** Rua Fagundes, 121 - CEP 01508 - São Paulo - Capital - Caixa Postal 65 131 - Tel. (011)* 37-4151 - Telex: 11-32969 - EDAT-BR

ISBN 85-262-1010-6

editora scipione