

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

RUTH EDITE COSME

ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL COM NÚMEROS RACIONAIS: UM OLHAR
SOBRE A *EXPERTISE* PROFISSIONAL DE CECILIA PARRA

PALOTINA

2024

RUTH EDITE COSME

ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL COM NÚMEROS RACIONAIS: UM OLHAR
SOBRE A *EXPERTISE* PROFISSIONAL DE CECILIA PARRA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas, Universidade Federal do Paraná, Setor Palotina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Linha de pesquisa: Filosofia, História e Sociologia da Educação em Ciências e Educação Matemática

Orientador(a): Prof(a). Dr(a). Danilene Gullich Donin Berticelli.

PALOTINA

2024

Universidade Federal do Paraná. Sistemas de Bibliotecas.
Biblioteca UFPR Palotina.

C834 Cosme, Ruth Edite
Estratégias de cálculo mental com números racionais:
um olhar sobre a *expertise* profissional de Cecilia Parra
/ Ruth Edite Cosme. – Palotina, PR, 2024.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná,
Setor Palotina, PR, Programa de Pós-Graduação em Educação
em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas.
Orientadora: Prof(a). Dr(a). Danilene Gullich Donin Berticelli.

1. Cálculo mental. 2. Educação matemática – história.
3. Números racionais. I. Berticelli, Danilene Gullich Donin.
II. Universidade Federal do Paraná. III. Título.

CDU 510.2

Bibliotecária: Aparecida Pereira dos Santos – CRB 9/1653



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR PALOTINA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS
EDUCATIVAS - 40001016174P1

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS EDUCATIVAS da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da dissertação de Mestrado de RUTH EDITE COSME intitulada: **Estratégias de cálculo mental com números racionais: um olhar sobre a expertise profissional de Cecília Parra**, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestra está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Palotina, 18 de Junho de 2024.

Assinatura Eletrônica
27/06/2024 08:09:35.0

DANILENE GULLICH DONIN BERTICELLI
Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica
27/06/2024 08:39:13.0

NEUZA BERTONI PINTO
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO)

Assinatura Eletrônica
09/07/2024 13:42:17.0

MARILIZA SIMONETE PORTELA
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ -)

Assinatura Eletrônica
27/06/2024 09:50:58.0

BARBARA WINIARSKI DIESEL NOVAES
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO
PARANÁ)

Para meus pais e para Pedro, minhas maiores inspirações.

AGRADECIMENTOS

Sou grata a Deus por chegar até aqui. Agradeço ao meu pai, que mesmo não estando mais conosco, continua sendo meu maior incentivo em continuar.

Gratidão à minha mãe, que me impulsiona a não desistir e sempre reza por mim.

Gratidão ao Pedro Luis Rech, alguém que Deus colocou em meu caminho, no momento em que eu mais precisava. Registro aqui as suas palavras: “Ruth, não vou te desejar ‘boa sorte’. Quem a tem são aqueles que não se esforçam. Você se esforçou, chegou até aqui pela sua resiliência e ousadia de tentar. Então, apenas continue seguindo em frente. Você é capaz!”.

Gratidão às professoras doutoras, Danilene e Sabrina, que me cativaram no curso de cálculo mental, me permitindo ver a matemática de uma forma prazerosa, percebendo que vale a pena!

Gratidão às professoras doutoras Barbara e Danilene, que no dia da entrevista que fizeram para que eu pudesse ingressar no mestrado, me disseram “sim”, dando-me a chance de poder fazer essa trajetória cativante pela História da educação matemática.

Gratidão aos meus colegas de mestrado, com quem tive muitas experiências e momentos que vou levar para a vida!

Gratidão aos coordenadores do PPGECEMTE, professores doutores Roberta e Robson, que acreditaram na minha capacidade de seguir adiante.

Gratidão à minha querida orientadora, professora Danilene, paciente, dedicada, inteligente, me levou por caminhos que eu nunca imaginei trilhar, minha inspiração!

Gratidão à banca, professoras doutoras Neuza, Barbara e Mariliza, pela minuciosa leitura deste trabalho e pelas pertinentes sugestões, presenteando-me com inúmeras possibilidades de crescimento.

A formação é assim uma abertura para o reconhecimento da alteridade, fazendo com que sejamos capazes de dar sentido àquilo que vem de fora de nós, o que significa compreender o outro e o saber cultural.

Nadja Hermann

RESUMO

Esta pesquisa traz como objetivo central compreender a *expertise* profissional de Cecilia Parra, autora argentina, referência na didática da matemática sobre cálculo mental com números racionais, convidada pelo Governo da Cidade de Buenos Aires para trabalhar em documentos curriculares, no final do século XX e início do século XXI. Para tal, utilizamo-nos da história cultural, com os autores Burke (2016); Certeau (1985); Chartier (2002, 2011); Chervel (1990); Julia (2001); Pinto (2007, 2014); Valente (2020), trazendo contribuições da mesma para analisar documentos curriculares argentinos (Buenos Aires, 2004, 2006). Estes foram elaborados por Cecilia Parra, onde são apresentadas atividades e orientações para docentes. Trilhamos uma parte da trajetória desta pesquisa pelos bastidores da elaboração curricular brasileira, para perscrutar de que forma o cálculo mental com números naturais e racionais foi articulado na época analisada, que corresponde do ano de 2004 a 2010. Para melhor compreender os saberes presentes no material, fizemos uma discussão sobre o cálculo mental na educação básica entre os autores Berticelli (2017); Berticelli e Zancan (2017); Conceição (2021); Frana (2023), Berticelli e Novaes (2023); Parra (1996), Thompson (2010), em um paralelo com pesquisas realizadas dentro desta temática, sobre o cálculo mental no ensino de números naturais e destes articulados aos racionais. Com a intenção de entender alguns conceitos destes últimos, utilizamos Walle (2019), Romanatto (1997), Boyer (1974), Gomes (2010) e Bertoni (2009). Além disso, apresentamos uma entrevista realizada com Cecilia Parra, que nos abriu novas perspectivas, relacionadas às teorias de Guy Brousseau (2008) e Gérard Vergnaud (1996, 2007, 2009), presentes nos materiais argentinos. Os autores Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017); Morais (2019); Morais, Bertini e Valente (2021); Morais e Valente (2020) foram basilares na compreensão da *expertise* de Parra analisada nestes materiais. Concluímos que a autora é uma *expert* neste quesito, visto que cumpriu uma demanda do estado, trabalhando na elaboração do documento curricular, concomitante ao manual analisado, sendo estes ricos em conhecimentos e estratégias de cálculo mental no ensino de números racionais.

Palavras-chave: Cálculo mental; Cecilia Parra; *Expertise*; História da educação matemática; Números racionais.

ABSTRACT

The main objective of this research is to understand the professional *expertise* of Cecilia Parra, an Argentine author and a reference in mathematics didactics on mental calculation with rational numbers, who was invited by the Government of the City of Buenos Aires to work on curriculum documents at the end of the 20th century and the beginning of the 21st century. To do this, we used cultural history, with the authors Burke (2016); Certeau (1985); Chartier (2002, 2011); Chervel (1990); Julia (2001); Pinto (2007, 2014); Valente (2020), bringing contributions from it to analyze Argentine curriculum documents (Buenos Aires, 2004, 2006). These were drawn up by Cecilia Parra, presenting activities and guidelines for teachers. We followed part of the path of this research through the backstage of Brazilian curriculum development, in order to see how mental calculation with natural and rational numbers was articulated during the period analyzed, which corresponds to 2004-2010. In order to better understand the knowledge present in the material, we discussed mental calculation in basic education among the authors Berticelli (2017); Berticelli and Zancan (2017); Conceição (2021); Frana (2023), Berticelli and Novaes (2023); Parra (1996), Thompson (2010), in parallel with research carried out within this theme, on mental calculation in the teaching of natural numbers and these articulated with rational numbers. In order to understand some concepts of the latter, we used Walle (2019, Romanatto (1997), Boyer (1974), Gomes (2010) and Bertoni (2009). In addition, we presented an interview with Cecilia Parra, who opened up new perspectives related to the theories of Guy Brousseau (2008) and Gérard Vergnaud (1996, 2007, 2009), present in the Argentinian materials. The authors Hofstetter, Schneuwly and Freymond (2017); Morais (2019); Morais, Bertini and Valente (2021); Morais and Valente (2020) were key to understanding Parra's *expertise* analyzed in these materials. We conclude that the author is an *expert* in this regard, since she fulfilled a demand from the state, working on the preparation of the curriculum document, concomitant with the analyzed manual, which are rich in knowledge and mental calculation strategies in the teaching of rational numbers.

Keywords: Mental calculation; Cecilia Parra; *Expertise*; History of mathematics education; Rational numbers.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Materiais argentinos – manuais de estudos – matemática	30
FIGURA 2 – Imagem da autora Cecilia Parra	33
FIGURA 3 – Imagem com Cecília Parra	91
FIGURA 4 – Capas dos materiais argentinos.....	100
FIGURA 5 – Capa dos documentos curriculares de Buenos Aires	111
FIGURA 6 – Exemplo de atividades com frações	112
FIGURA 7 – Problemas de medição	114
FIGURA 8 – Exemplo de estratégias de cálculo mental implícitas.....	116
FIGURA 9 – Capa do manual argentino analisado	120
FIGURA 10 – Índice – Tópico I – Cálculo mental com frações.....	125
FIGURA 11 – Índice – Tópico II – Cálculo mental com frações.....	125
FIGURA 12 – Situação envolvendo frações equivalentes.....	133
FIGURA 13 – Situação envolvendo equivalência de frações	134
FIGURA 14 – Equivalência de frações para resolver usando algoritmos.....	137
FIGURA 15 – Exemplo de atividade – equivalência de frações	137
FIGURA 16 – Atividade de comparação de frações.....	139
FIGURA 17 – Soma e subtração de frações	140
FIGURA 18 – Multiplicação de números inteiros por frações.....	144
FIGURA 19 – Atividade: fração de uma coleção de objetos.	145
FIGURA 20 – Cálculo mental com porcentagem.....	146
FIGURA 21 – Multiplicação de números decimais	149

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – Referências dos materiais argentinos.....	30
QUADRO 2 – Estratégias e conhecimentos de cálculo mental com números naturais	50
QUADRO 3 – Conhecimentos básicos de cálculo mental.....	51
QUADRO 4 – Pesquisas históricas de cálculo mental com números naturais.....	55
QUADRO 5 – Pesquisas históricas de cálculo mental com números racionais.....	62
QUADRO 6 – Linha do tempo - elaboração curricular brasileira.....	71
QUADRO 7 – Exercícios com números racionais.....	80
QUADRO 8 – Encaminhamentos metodológicos do documento curricular paranaense.....	84
QUADRO 9 – Especializações Cecilia Parra.....	91
QUADRO 10 – Participação de Cecilia em autoria e coautoria de documentos curriculares.....	95
QUADRO 11 – Materiais onde Cecilia aparece na elaboração curricular.....	96
QUADRO 12 – Materiais argentinos.....	99
QUADRO 13 – Atividades de equivalência de frações.....	135
QUADRO 14 – Subtração com números decimais - algoritmos.....	142
QUADRO 15 – Subtração com números decimais.....	142

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

PPGECEMTE	- Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas
GHEMAT	- Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática
CalMe Pro	- Cálculo mental para professores
ERHISE	- Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação
CAPES	- Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
PCN	- Parâmetros Curriculares Nacionais
MEC	- Ministério da Educação e Cultura
BNCC	- Base Nacional Comum Curricular
PNAIC	- Pacto Nacional na Idade Certa
VORPAGEL	- Revista Destaques Acadêmicos
GPT	- <i>Generative Pre-Trained Transformer</i>
G.C.B.A.	- <i>Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires</i>
E.G.B.	- <i>Educación General Básica</i>
D.G.P.L.	- <i>Dirección General de Planeamiento</i>
CINVESTAV	- <i>Centro de Investigación y de Estudios Avanzados</i>
NNS	- <i>National Numeracy Strategy</i>
U.B.A.	- Universidad de Buenos Aires
UNSAN	- <i>Universidad Nacional de San Martín</i>
INFOD	- <i>Instituto Nacional de Formación Docente</i>
FOMECE	- <i>Fondo para el Mejoramiento de la Ciudad Universitaria</i>
CBC	- Ciclo Básico Comum
MCBA	- <i>Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires</i>
MMM	- Movimento da Matemática Moderna

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	16
1 DIFERENTES OLHARES SOBRE O CÁLCULO MENTAL	43
1.1 Cálculo mental com números naturais: o que dizem as pesquisas?	53
1.2 Cálculo mental com números racionais: o que dizem as pesquisas?	58
2 CÁLCULO MENTAL NO ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS.....	65
2.1 Um olhar histórico para as diretrizes curriculares brasileiras	65
3 A <i>EXPERTISE</i> PROFISSIONAL DE CECILIA PARRA NO ENSINO DE CÁLCULO MENTAL COM NÚMEROS RACIONAIS.....	88
3.1 Quem é Cecilia Parra: trajetória profissional	91
3.2 Um olhar para a expertise profissional de Cecilia Parra	98
3.3 Cálculo mental no ensino de números racionais nas diretrizes curriculares de Buenos Aires	110
3.4 Um olhar sobre a expertise profissional de Cecilia Parra em um panorama dos materiais argentinos: dialogando com Guy Brousseau e Gérard Vergnaud	117
CONSIDERAÇÕES FINAIS	151
REFERÊNCIAS.....	155
APÊNDICE 1 – ROTEIRO DA ENTREVISTA.....	164
APÊNDICE 2 – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA.....	167

1 INTRODUÇÃO

Apresento essa trama com uma citação de Peter Burke (2016), afirmando que “os historiadores gostam de ressaltar que, se existe algo certo sobre o futuro, é que ele será diferente de todas as previsões feitas sobre ele” (p. 177). Como historiadora, não posso negligenciar uma das partes fundamentais dessa trajetória: o início. Para melhor compreensão, descrevo minha trajetória profissional, como professora e pesquisadora.

Sou pedagoga e alfabetizadora há 22 anos e atualmente faço parte do quadro docente da rede pública do município de Palotina. Dedico-me a esta profissão, visto que sinto prazer em ensinar. Há dois anos, a via como uma missão que me foi designada em minha passagem por esta vida. Hoje percebo que não tenho somente “uma” missão. Além de ser educadora, tive a oportunidade de entrar em contato com a pesquisa científica, conhecer sobre a História da educação matemática e as inúmeras direções pelas quais tenho o privilégio de seguir.

Como pesquisadora, cabe-me apresentar a gênese desta trajetória. A escola onde atuo recebeu um convite, direcionado aos docentes, para participar de um curso de cálculo mental, o CalMe Pro¹, com o objetivo de formar professores para trabalharem estratégias de cálculo mental em sua prática. Até então, eu pensava que sabia fazer cálculo mental. No entanto, este curso foi como uma espécie de gatilho, que me levou a refletir sobre a minha própria prática. Foi quando saí da minha zona de conforto, devido aos conflitos internos que me foram despertados. Pensei: o que tenho feito para melhorar minha forma de ensinar? O que tenho buscado para melhor atender os meus alunos? O que eu preciso saber para ensinar matemática aos meus alunos? Desperta aqui uma reflexão sobre do ensino de matemática, quando Valente (2017, p. 207) questiona: “Que saberes deveriam possuir os profissionais da docência?”

Durante a realização do CalMe Pro, fui instigada a pesquisar, quando convidada a cursar um mestrado na área de matemática. Pensei em todas as inquietações que, de forma positiva, me conduziram a refletir sobre minha prática,

¹O CalMe Pro – Curso de Cálculo Mental para Professores, é um curso direcionado aos docentes, do Ensino Fundamental e Médio, e para interessados que desejam aprender cálculo mental. Esta formação tem por objetivo desenvolver o raciocínio lógico, memória, rapidez e exatidão na resolução de problemas (Berticelli e Zancan, 2021).

após o contato com o cálculo mental, por meio do curso. Não posso deixar de concordar com Berticelli (2017) quando diz que “O ensino primário, por caracterizar a porta de entrada dos alunos para a vida escolar, tem um papel importante na construção dos conceitos, em especial matemáticos” (p. 9). E é na educação básica que eu atuo, por isso a importância do meu papel na vida escolar dos meus alunos.

Após vencer as etapas para matricular-me no mestrado, mais uma vez me deparei com novas possibilidades. Voltando à frase inicial, de Peter Burke (2016), sobre possíveis mudanças, recordo-me que a princípio, minha proposta de pesquisa era um trabalho sobre a prática dos professores. No entanto, novos rumos foram se desenhando, e o cálculo mental foi ocupando um lugar de maior destaque na minha intenção de pesquisa. Mas, como ensinar matemática, sem conhecer um pouco sobre as transformações da matemática do ensino ao longo do tempo? Como compreender as falhas e acertos do presente, sem entender como se deu o passado e suas representações? Era necessário conhecer mais sobre o cálculo mental, em uma perspectiva histórica, para responder minhas perguntas.

Desta forma a pesquisa foi conduzida sob a perspectiva da história cultural, que se caracteriza pela forma de construção da intelectualidade e a realidade que circunda o sujeito, oportunizando a identificação da diversidade na evolução social de acordo com as épocas e séculos (Chartier, 1990).

O autor aponta dois conceitos fundamentais para o uso da história cultural em uma investigação: a representação e a apropriação. A representação está conectada à forma como o sujeito constrói o mundo, dando sentido e significado a este. A apropriação ocorre de acordo com a maneira que o sujeito recebe ou interpreta as fontes ou se situa historicamente, dando sentido ao que está lendo, de acordo com sua atuação, seja imagem ou texto (Chartier, 1990).

Cabe aqui acordar com Berticelli (2017), quando afirma que os objetivos educacionais que surgem da sociedade transformam-se com as épocas e séculos. Partindo do curso, que me abriu inúmeras possibilidades para o ensino com o cálculo mental e do mestrado, que me mostrou o deleite em pesquisar, tomando como princípio as indagações que emergiram sobre o meu saber matemático, outros questionamentos foram surgindo ao longo do trajeto, fazendo aflorar reflexões no que diz respeito ao que eu havia aprendido sobre o cálculo mental.

As leituras iniciais do estudo me levaram a perceber o quanto a matemática, em específico o cálculo mental, está presente na vida do indivíduo, que a utiliza de

várias formas, em diversos contextos, lugares e situações mesmo que de forma implícita, ela está lá. Para além, a importância que devo dar ao meu trabalho como educadora se desenhava ainda mais, visto que, de acordo com Berticelli (2017, p. 37), “É necessário que o aluno sinta que a Matemática é útil na vida, fazendo parte da sua vivência em todo o ambiente que o cerca”. E quando se entra em contato com a história, no caso deste estudo, com a História da educação matemática, por meio de representações históricas, analisando as diversas culturas que a permeiam, culturas que vão se modificando conforme as necessidades de cada época, percebe-se a crescente imprescindibilidade de aprofundamento, pesquisa, investigação, para compreendê-la de forma ampla.

O historiador francês Michel de Certeau (2013, p. 45) nos traz alguns questionamentos que nos levam a refletir sobre a escrita da história: “O que fabrica o historiador quando ‘faz história?’ Para quem trabalha? Que produz?” Escrever historicamente sobre algo não é tão simples quanto parece, particularmente em se tratando do que foi vivenciado em determinada época, lugar e cultura. O investigador, quando analisa dados do passado, tem em suas mãos uma relevante tarefa, a de reproduzir da forma mais real possível, por meio de representações, o objeto de sua investigação, visto que sua missão, ao “encarar a história” é, de acordo com Certeau (2013, p. 46-47), sob o conceito de Karl Marx, “[...] admitir que ela faz parte da ‘realidade’ da qual trata e que essa realidade pode ser apropriada ‘enquanto atividade humana’, ‘enquanto prática’”.

Durante o mestrado, fui convidada a participar do grupo de pesquisa, intitulado GHEMAT – PR², da qual faço parte, sendo este um esteiro do GHEMAT – Brasil³, cujas pesquisas são voltadas para a História da educação matemática. Ali, tive contato com diversos autores, pesquisadores, historiadores que me fizeram ter outro panorama relacionado à história, em uma perspectiva histórica da educação

²Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática – Paraná (GHEMAT-PR), que faz estudos aprofundados sobre a História da Educação Matemática e suas diversas vertentes. Foi fundado em 2017, com sede na Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Toledo (UTFPR-TD), integra o GHEMAT-PR, pesquisadores de várias regiões do estado. Conta com a colaboração de vários doutores, pesquisadores nesta área de conhecimento científico, entre eles as professoras doutoras Danilene Gullich Donin Berticelli (orientadora desta pesquisa) e Neuza Bertonni Pinto, cuja coordenação fica a cargo da Prof. Dra. Barbara Winiarski Diesel Novaes e Prof. Dra. Mariliza Simonete Portela.

³Com início no ano de 2000, o Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática contém associados, pesquisadores de vinte universidades brasileiras, entre eles mestres e doutores, que investigam a História da educação matemática. Este grupo tem como presidente o prof^o. Dr. Wagner Rodrigues Valente e vice-presidente a Profa. Dra. Neuza Bertonni Pinto.

matemática. Concomitante à participação no grupo de pesquisa, iniciei os estudos pela Disciplina em Rede⁴, oferecida pelo programa de mestrado, com a participação de estudantes de programas de pós-graduação, do Brasil e de outros países. Por meio desta, tive contato com os pesquisadores do GHEMAT – Brasil, que me permitiram um aprofundamento com os estudos da História da educação matemática.

Cada vez mais o cálculo mental foi se consolidando como nosso objeto de pesquisa e com isso a necessidade de aprofundamento histórico sobre nosso tema.

Percebe-se um crescimento de pesquisas relacionadas ao cálculo mental, em diversos contextos, no Brasil e em outros países. Essas pesquisas, geralmente abordam o cálculo mental com números naturais, seja numa perspectiva didática ou histórica. Dentre os estudos, destacamos Berticelli (2017) que analisou as finalidades do cálculo mental, em um contexto histórico e suas contribuições para a educação; Zancan (2017) apresentou uma proposta didática com objetivo de aprimorar o ensino e aprendizagem de cálculo mental no Ensino Fundamental I, Berticelli e Zancan (2021, 2023) fizeram um estudo das estratégias didáticas e apresentaram os conhecimentos essenciais para o ensino e aprendizagem de cálculo mental no Ensino Fundamental I; Conceição (2021) traz o cálculo mental como ferramenta de trabalho do professor; Parra (1996) destaca a importância do ensino de cálculo mental no Ensino Fundamental I; Threlfall (2002, 2009), Thompson (1999, 2010) apresentam estratégias de cálculo mental com números naturais para adição e subtração, que servirão de base para o ensino dos racionais; Boaler (2018, 2020) destaca a relevância de trabalhar com o cálculo mental para desenvolver o pensamento flexível e o senso numérico; Frana (2023) realizou um estudo sobre estratégias de adição e cálculo mental.

Esses estudos nos revelam que há uma diversidade de concepções sobre o cálculo mental. Para alguns autores, se caracteriza pela rapidez ao desenvolvê-lo (Conti e Nunes, 2019), para outros pelo não uso de lápis ou papel (Parra, 1996), e

⁴ Disciplina ministrada por professores especialistas em História da educação matemática, vinculados à pesquisa e pós-graduação, responsáveis por ministrar sobre as temáticas. É totalmente remota com encontros síncronos via plataforma Meet e a outra metade assíncrona via atividades em plataformas. Para um Programa de Pós-graduação fazer parte da rede deve aprovar a disciplina no colegiado. Deste modo as matrículas, avaliações e frequências ficam a cargo dos professores responsáveis pela disciplina nos diferentes programas, respeitando a autonomia de cada um. Informações disponíveis em: <https://ghemat-brasil.com.br/posemrede/>. Acesso em 8 de julho, 2024.

há, ainda, os que o concebem como aquele resolvido exclusivamente “de cabeça” (Mendes, 2012).

No entanto, percebe-se que o cálculo mental envolve muito mais do que um simples contar de cabeça. Envolve conhecimentos, estratégias e o envolvimento do aluno e do professor.

Em um desses estudos, fizemos a leitura do capítulo de um livro, publicado em 1996, que se destaca em estudos de cálculo mental, tendo como uma de suas organizadoras a autora argentina Cecilia Parra, intitulado “Didática da Matemática – Reflexões psicopedagógicas” (Parra, 2009)⁵, sendo essa autora uma referência para os estudos no Brasil.

A leitura do capítulo do livro “Didática da Matemática” nos apresentou manuais pedagógicos argentinos⁶, indicando a presença do cálculo mental no ensino de números racionais, algo peculiar para nós, diferente do que os materiais geralmente apresentam e dos estudos que tivemos contato. Como se daria o ensino de cálculo mental com números racionais? Quais as estratégias e conhecimentos relacionados ao ensino de cálculo mental com números racionais? Essas perguntas nos moveram na busca de estudos relacionando esses temas: números racionais e cálculo mental. Essas inquietações nos indicaram a necessidade de entrar em contato com a autora do capítulo, Cecília Parra e solicitar esses manuais na busca pelas respostas⁷.

De posse dos materiais, iniciou-se a fase de “enamorar”, aquela que nos desperta certo encantamento pelo “novo”, algo que poderia se tornar um objeto de pesquisa. Em um primeiro momento queríamos entender: como se dão as estratégias de cálculo mental no ensino de frações e decimais? Será que

⁵ A primeira edição do livro foi publicada em 1996. Utilizamos a reimpressão de 2009.

⁶ No capítulo 7 do livro, precisamente na página 211 (reimpressão de 2009), a autora Cecilia Parra cita sobre a oportunidade que teve, junto a uma equipe, de levar adiante o projeto de Desenvolvimento Curricular. “Tivemos oportunidade, no contexto da direção de *Curriculum* da Secretaria de Educação do Município da Cidade de Buenos Aires, de levar adiante o projeto de Desenvolvimento Curricular de Matemática – Primeiro ciclo”. O produto deste trabalho, do qual participaram 20 professores do município e no qual fomos acompanhados por Adriana Castro e Haydeé Mosciaro, foi publicado em Parra. C. e Saiz, I., *Los niños, los maestros y los números*” (Parra, 1996, p. 211, grifos da autora).

⁷ Cecilia Parra é uma pesquisadora argentina. Tentamos de diversas formas descobrir o e-mail da autora. Conseguimos o mesmo por meio de uma pesquisadora argentina que faz parte do Ghemat Brasil, Alejandra Deriard. Esta passou nosso contato e nossa intenção para Cecília, que imediatamente nos escreveu para dar início a uma conversa. A partir disso, explicamos sobre nossa pesquisa e solicitamos os manuais argentinos. Em seguida recebemos diversos materiais, que serão apresentados ao longo do texto.

mobilizamos estratégias de cálculo mental de números naturais para resolver operações que envolvem números racionais? É possível realizar procedimentos de cálculo mental em atividades com decimais? E a porcentagem? Há alguma forma de compreendê-la utilizando estratégias de cálculo mental? Diversos questionamentos surgiram a partir do contato com os manuais argentinos. Estes, cujas referências encontramos no capítulo lido, nos apontam um caminho na busca pelas respostas. Foi o que nos levou a investigar historicamente este tipo de relação, sendo este o cerne da nossa investigação. Concordando com Certeau (2013), encontramos o “lugar” da nossa investigação, que está na história da educação matemática, sendo uma história cultural focalizada na matemática do ensino e da formação.

Ao mesmo tempo que folheávamos os manuais, buscamos compreender o cálculo mental no ensino de números racionais, no Ensino Fundamental I, sob uma perspectiva histórica, pois este tema se configurava como um novo caminho a ser trilhado, visto que muitas pesquisas que envolvem o cálculo mental encontram-se no campo dos números naturais.

Até o momento, estávamos lidando com muitas informações advindas do início da pesquisa. Para que o estudo se consolidasse como uma investigação na perspectiva da história cultural, era necessário compreender ou interpretar claramente as informações que estávamos recebendo, transformando-as em conhecimento. No entanto, este processo não pode ser considerado como elementar.

Para compreender como transformar a informação em conhecimento, recorreremos a Peter Burke, historiador inglês que afirma que antes da informação recebida se tornar conhecimento, ela necessita de um longo e criterioso processo.

Neste sentido, o que difere o conhecimento da informação? Se, de acordo com o autor, o “termo ‘conhecimento’ venha a ser usado às vezes para se referir a ambos os elementos” (p. 19), como distingui-los? Burke traz um conselho:

Já para os historiadores, aconselha-se fortemente que ampliem o conceito de conhecimento a fim de abarcar tudo aquilo que os indivíduos e os grupos-alvos de seus estudos consideram como conhecimento (Burke, 2016, p. 19).

O autor busca na história a respeito dos questionamentos, mostrando transformações relevantes para a ciência e para a sociedade, trazendo à tona

retornos em diversos espaços e concepções. De acordo com Burke (2016, p. 18), “o que é conhecimento”?

Antes de tentar responder a essa pergunta, é importante observar que alguns historiadores, sobretudo nos Estados Unidos, preferem falar em “informação”, como no caso de livros como *A Nation Transformed by Information ou When Information Came of Age*. Analogamente, duas sessões da conferência anual de 2012 da *American Historical Association* tinham como título “Como escrever uma História da Informação” e “Informação de Segredo de Estado”. A escolha do termo “informação” em vez de “conhecimento” ilustra a cultura empirista dos Estados Unidos, em particular contraste com a atenção dada pelos alemães à teoria e à *Wissenschaft*, termo muitas vezes traduzido como “ciência”, mas que se refere, de maneira mais abrangente, a formas diferentes de conhecimento organizado de modo sistemático (Burke, 2016, p.18).

Para Burke, o “cru” e o “cozido” podem ser úteis, no entanto, para compreendermos o cálculo mental com números racionais no contexto deste estudo, é necessário distingui-los.

Segundo o autor, às vezes se escuta “Estamos afogando em informações”, porém, “famintos por conhecimento” (p. 18). A forma de fazê-lo é clara, de acordo com o autor, uma vez que utiliza de uma metáfora que está bem próxima da realidade social: os termos “cru” e “cozido”. Burke (2016) traz dois exemplos: o primeiro se trata de T. S. Eliot em uma peça, intitulada “A rocha” (1934), que trazia essas indagações, como “Onde está a sabedoria que perdemos no conhecimento?” Ou “Onde está o conhecimento que perdemos na informação?”. Este é relacionado ao que fazemos com as informações que recebemos para transformá-las em conhecimento.

No segundo exemplo, Burke apresenta a metáfora de Claude Lévi-Strauss, trazendo a “informação como algo cru” e o “conhecimento como algo ‘cozido’” (p. 18). Neste ele compara a informação como o que ainda está cru e necessita de cozimento e, após o cozimento, a mesma se torna conhecimento (Burke, 2016). Consideramos o destaque de Valente, Bertini e Morais (2017), que ressaltam o conhecimento como saber, quando se referem ao profissional da docência, saber que é “[...] parte do processo formativo, colocando em evidência diferentes saberes (em realidade, conhecimentos) que deveriam participar da formação profissional dos professores” (p. 3).

No primeiro exemplo dado por Burke (2016), embasado em T. S. Eliot, quando trata da sabedoria que se perde no conhecimento e do conhecimento que se

perde na informação, percebemos que é importante considerar o cálculo mental na educação básica, sem deixar que o “saber cálculo mental” venha a desestimular qualitativamente a aprendizagem. Para que isso não aconteça, cabe neste contexto ressaltar a conduta do educador, com ações que permitam ao estudante o sentimento de desafio, instigando-o a conhecer este tipo de cálculo. Valente (2022) reforça esta reflexão, visto que estamos tratando de um estudo sob a perspectiva histórica da educação matemática, onde buscamos entender a essencialidade do cálculo mental e seus entornos, em determinado período, uma missão pertinente do pesquisador. O autor traz elementos fundamentais que é importante destacar:

Por entre leis de ensino, documentos escolares, livros didáticos, arquivos de professores, revistas pedagógicas etc. de outros tempos, o historiador da educação matemática constrói uma narrativa para entendermos, ao fim e ao cabo, por que ensinamos a matemática que ensinamos (Valente, 2022, p. 12).

É importante continuarmos o diálogo dessas intrigantes comparações com o tema da nossa pesquisa, olhando a matemática com uma visão histórica, no que diz respeito ao cálculo mental no ensino de números racionais, a relevância em ser utilizado efetivamente nas séries iniciais do ensino fundamental e a importância do aprofundamento histórico relacionado à sua utilização. De acordo com Berticelli (2017):

O cálculo mental e o cálculo escrito⁸ são ambos muito importantes no ensino da aritmética, e para resolver um cálculo escrito, faz-se necessário o uso de um raciocínio mental e por isso a importância de desenvolver essa habilidade com os alunos desde cedo (p. 20).

Com o intuito de captar sobre esses dois conceitos, conhecimento e informação, relevantes para o estudo e tentar compreender por onde perpassa a informação, antecedentes à sua transformação em conhecimento, destacamos quatro estágios (Burke, 2016): coleta, análise, disseminação e utilização/aplicação do conhecimento.

⁸ Nos referimos aos dois tipos de cálculo, mental e escrito. Ambos podem ser compreendidos ou utilizados, de forma articulada, em alguns momentos, sendo necessário recorrer à escrita para concretizar um cálculo mental em uma situação, podendo ser articulados ou utilizados de forma distinta.

Iniciamos pelo que Burke intitula como “coleta”, estágio relevante para a transformação da informação em conhecimento, em saberes. Segundo o autor, quando se trata de conhecimento, “não se limita a colher flores ou catar conchinhas, mas se estende à observação, ao questionamento ou, mais genericamente, à escuta dos relatos das pessoas” (Burke, 2016, p. 76).

Para distinguir esses saberes, de acordo com Burke (2016), é interessante nos apropriarmos da “coleta⁹” de dados, citada aqui anteriormente, dentro de um outro contexto, que se compõe de problemáticas e percepções, visto que de acordo com o autor, a “[...] aquisição de informações inclui “coletar” (p. 75). Podemos compreender a coleta feita pelo historiador como a parte do “processo de transformação do ‘cru’ para o ‘cozido’” (p. 75) que se inicia a partir dessa ação.

A nossa coleta, de acordo com o autor, iniciou quando começamos o aprofundamento histórico sobre cálculo mental, partindo para estudos teóricos, em contato com os estudos de Parra (1996), já apresentados no início desta trama. Na leitura, percebemos que a autora se refere a outros materiais e cita sua colaboração junto ao Governo da Cidade de Buenos Aires na produção de materiais para o setor educacional. A partir desta coleta, e já de posse dos manuais, realizamos uma análise prévia do material.

Já no segundo exemplo apontado pelo autor, baseado na metáfora de Claude Lévi-Strauss (Burke, 2016), onde vê a informação comparada ao “cru” e o conhecimento associado ao “cozido”, observamos que o cálculo mental, “iniciado”, e não sistematizado¹⁰ na educação básica, permanece inerte, vazio, sem continuidade, objetivo ou aprofundamento, visto que este tipo de cálculo, quando não há o domínio das estratégias necessárias, não pode ser afirmado como cálculo mental.

Com o cálculo mental sistematizado, o aluno é capaz de descobrir suas próprias maneiras de chegar ao resultado de uma operação. O professor, quando

⁹ Primeiro estágio da “sequência da obtenção ao uso da informação”, citado por Burke (2016, p. 75).

¹⁰ Entendemos por cálculo mental não sistematizado aquele que não se ancora em estratégias, em que o sujeito apenas decora o resultado das operações, como no exemplo $4 + 8 = 12$, memorizando este resultado, mas, nem sempre compreendendo o que está sendo efetuado. No exemplo dado, o aluno não entende que é possível realizar a mesma operação utilizando estratégias de cálculo mental. Como por exemplo: $4+8 = 4+6+2 = 12$ ou $4+8 = 8+2+2 = 12$. Nestes dois casos, utilizou-se estratégias de cálculo mental, com a ideia de completar a dezena e somar o que sobrou. O cálculo mental, aprendido e aprofundado é aquele em que o sujeito faz uso de estratégias, efetuando operações com flexibilidade e criatividade.

trabalha em sala de aula os conhecimentos necessários de cálculo mental, abre possibilidades para o estudante realizar por meio de seus próprios métodos, não permitindo que perca sua essência, pois, é “[...] fundamental que o aluno descubra o caminho, ou seja, a estratégia, para que esta passe a fazer sentido na resolução da operação” (Berticelli e Novaes, 2021, p. 13).

Se isso não ocorre, o cálculo mental que não foi consolidado, aprofundado, aprendido, é comparado a apenas “informação”, algo ainda “cru”, sem aproveitamento, superficial. Burke (2016) afirma que “[...] a informação é apenas relativamente crua, na medida em que os ‘dados’ não são de maneira alguma fornecidos” (p. 19).

Em meio à transformação, quando o professor lança ao aluno, não as respostas ou formas de chegar às mesmas, mas desafios para que o próprio estudante desenvolva estratégias para obter o resultado, ocorre o que Burke (2016) ressalta no exemplo dado, no que tange ao processo de “cozimento”. A informação passa do estágio de “crua” e vai se fortalecendo, à medida que seus “elementos” são “descobertos, analisados, ‘cozidos’ ou ‘processados’, e então transformados em conhecimento” (p. 71), a partir das construções do aluno.

Esta perspectiva nos leva ao questionamento: o que o professor precisa saber para ensinar cálculo mental, para que o aluno compreenda e processe as informações necessárias à obtenção de conhecimento suficiente para o processo de cozimento?

Estes nos conduzem para a compreensão dos saberes para ensinar cálculo mental no contexto dos números racionais. Nesta perspectiva, concordemos com Valente (2010), quando afirma que:

Há questões de representação do passado do ofício do professor de matemática que estão consolidadas e que, certamente, constituem entrave ao bom desempenho das atividades profissionais dos professores. Questões originadas pelo desconhecimento da história da educação matemática. Uma delas diz respeito diretamente às heranças profissionais. (Valente, 2010, p. 134).

O trecho acima nos leva a pensar sobre os saberes que concernem ao professor em uma fase tão relevante para a educação, a dos primeiros anos escolares. De acordo com Valente (2017) a discussão sobre a formação de professores que ensinam matemática envolve a compreensão dos “saberes

específicos para a profissão de ensinar” (p. 207). O autor complementa que a análise sobre a organização dos saberes profissionais do professor tem sido sistematizada pela Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação (ERHISE¹¹) da Universidade de Genebra, na Suíça, revelando que a constituição desses saberes ligam-se à compreensão de como se articulam de um lado os saberes *a ensinar*, que é objeto de ensino, aquele que o professor precisa dominar, sabendo o que irá ensinar, saberes emanados dos campos disciplinares de referência produzidos pelas disciplinas universitárias. Já os saberes *para ensinar* - constitutivos do campo profissional, onde o professor precisa conhecer as ferramentas apropriadas para o trabalho, a forma de ensinar, e neste caso, as estratégias para ensinar o cálculo mental na aprendizagem dos números racionais. Nesta conexão surge um saber profissional (Valente, 2017).

De acordo com Bertini, Morais e Valente (2017), “[...] a referência profissional, a especialidade do professor dos primeiros anos escolares, do professor primário, no decorrer da história, liga-se diretamente aos *saberes para ensinar*” (p. 25). Que saberes seriam estes? Para nós, ter compreensão das estratégias de cálculo mental para o ensino das quatro operações, seria o “saber *para ensinar*”, compondo o conhecimento apontado por Burke (2016).

Os autores destacam que os saberes *para ensinar* estão agregados à docência, “[...] ligam-se àqueles saberes próprios para o exercício da profissão docente” (p. 11). São saberes que se vinculam aos estudos pedagógicos, segundo os autores, “[...] onde vivamente participam as ciências da educação” (p. 16). Os *saberes para ensinar* surgem do próprio contexto do *saber a ensinar*. Estes trazem uma lógica que autentica a competência dos professores das disciplinas, sendo basilar para a formação docente.

Nesta ótica, o cálculo mental também pode ser considerado um saber *a ensinar*, um conteúdo que deve ser trabalhado nos primeiros anos escolares, nos

¹¹ A equipe de investigação de História Social da Educação (ERHISE), liderada por Rita Hofstetter com a colaboração de Joëlle Droux e Damiano Matasci, está implantada numa diversidade de áreas de investigação específicas da história do campo educativo. Abrangendo tanto a história dos sistemas educativos como as suas relações com as sociedades e culturas em que estão enraizados, a investigação realizada pela ERHISE pretende também variar a escala de observação destes fenômenos. As investigações centram-se em vários contextos locais, nacionais, regionais e internacionais (Genebra, Suíça, locais significativos na Europa e em todo o mundo), combinando abordagens monográficas, análises comparativas e perspectivas transnacionais. Informações disponíveis em <https://www.unige.ch/fapse/erhise/accueil>. Acesso em 4 de maio, 2023.

primeiros contatos com a aritmética. Mas esse saber precisa estar articulado com as estratégias – os saberes *para ensinar*, de modo que seja compreendido e sistematizado. Mas de que forma se pode expandir estes saberes, ampliando-os até a escola se, de acordo com Moraes, Bertini e Valente (2021), “[...] a escola não constitui lugar unicamente de transmissão de saber, mas também de sua criação” (p. 15)?

Valente e Bertini (2022) consideram que o saber é caracterizado pela profissão docente, sendo o saber profissional do educador advém da articulação entre a matemática “a” e “para” ensinar. Sendo a primeira referente ao objeto de trabalho do professor e a segunda, à ferramenta de trabalho docente, ambas, ao se conectarem constituem a “matemática do ensino”, que caracteriza o saber profissional do docente que ensina matemática.

Dessa forma, observamos a pertinência do historiador na busca por conhecer tais saberes de forma distinta, porém, sem dissociar um do outro. Referimo-nos aos saberes *a* e *para ensinar* matemática, no caso deste estudo, para ensinar o cálculo mental articulado aos números racionais.

No que se refere ao cálculo mental, este perpassa pelos dois saberes, *a* e *para ensinar*. Nos *saberes a ensinar*, compreendemos, por exemplo, o processo de adição e não nos ancoramos no algoritmo ou contagem. Os *saberes a ensinar* são evidenciados quando nos apropriamos dos conhecimentos essenciais de cálculo mental, quando conseguimos realizar operações, com um olhar para a amplitude do número, utilizando estratégias. Por sua vez, as estratégias são *saberes para ensinar* a adição, visto que por meio de diferentes estratégias podemos encontrar a resposta para uma operação.

Em concordância com Valente (2017), os saberes *a ensinar* não deixam de ser significativos na formação dos educadores, “[...], mas tal aspecto da formação não é identitário do educador matemático. A natureza dessa profissão filia-se mais intimamente aos saberes *para ensinar* matemática” (p. 226). Com base em Moraes, Bertini e Valente (2017) e Valente (2017), entendemos a relevância dos dois saberes, uma vez que os saberes *a ensinar* seriam o objeto com o qual o professor trabalha, em outros termos, o que ele precisa ensinar. Em se tratando dos saberes *para ensinar*, estes estariam centrados no campo profissional da docência, relacionado ao modo de trabalho do professor e à sua formação, sendo mais referenciado como ferramentas apropriadas para ensinar o referido objeto.

Morais, Bertini e Valente (2021) reforçam os conceitos, quando evidenciam que esses saberes “[...] são produtos próprios da cultura escolar”, visto que “[...] a escola tem papel fundamental na criação de saberes que ela mesma fabrica ao longo do tempo” (p. 9).

À vista disso, os autores ressaltam que “[...] há uma matemática elaborada historicamente pelo meio escolar que serve às diferentes finalidades postas para o ensino nas diversas épocas que se exercem as práticas pedagógicas. A esta matemática chamaremos ‘matemática do ensino’” (Morais, Bertini e Valente, 2021, (p. 9-10). Os autores afirmam que esta vai além dos saberes *a* e *para* ensinar, porém, sem deixar de tê-los como a base que sustenta esta matemática, uma vez que “[...] a *matemática do ensino* interessa-se prioritariamente por questões epistemológicas [...]”, onde podemos perceber os saberes para ensinar. Porém, concomitante a isto, a matemática do ensino “[...] analisa processos e dinâmicas de constituições dos saberes escolares, da matemática presente na escola [...]” (p. 17). Refere-se à matemática *a ensinar*, também produzida pela cultura escolar (Julia, 2001).

Por conseguinte, é possível compreender mais claramente sobre esses saberes, *a* e *para*, se eles são intrínsecos, no sentido de pertencentes, ou se podem ser considerados separadamente. É possível observar também o quanto os saberes *a ensinar* estão conectados com a cultura escolar, visto que em concordância com Julia (2001), entender a cultura escolar é enxergá-la como objeto histórico: “(...) interessar-se pelas normas e pelas finalidades que regem a escola; avaliar o papel desempenhado pela profissionalização do trabalho do educador; interessar-se pela análise dos conteúdos ensinados e das práticas escolares” (Julia, p. 9).

Compreender a cultura escolar engloba interpretar a história, especificamente no que tange à esfera educacional, para tentar compreender sobre o cálculo mental no ensino de números racionais, nos concerne construir de forma mais real possível, de acordo com Chartier (1990), as representações sobre o passado, visto que, conforme Pinto (2007), cabe ao historiador da História da educação matemática um grande desafio, o de “estar inserido num campo interdisciplinar que envolve Educação, Matemática e História” (p. 109). A autora ainda resalta que ao investigador da educação matemática na perspectiva histórica cabe “aprender o sentido do fazer historiográfico” (p. 110), considerando que não pode se perder “das ligações do seu objeto de estudo com as diferentes práticas culturais” (p. 112).

Nessa construção o historiador necessita considerar todos os detalhes que lhe são apresentados, uma tarefa carregada de competências e significados, cuja operação é fundamental na condução da pesquisa. Certeau (2013) afirma que “[...] a operação histórica se refere à combinação de um lugar social, de práticas ‘científicas’ e de escrita” (p. 47).

Entendemos que a combinação citada por Certeau (2013), do lugar social, prática e escrita, ocorre no momento em que tentamos aprofundar os estudos, partindo para outro passo da investigação, entrando em contato com a autora Cecilia Parra. Essas ações nos levaram para o “lugar” mais real possível em seu objeto de investigação. Em concomitância à reflexão feita por Certeau (2013), precisávamos entender sobre a possibilidade de articulação com a sociedade e cultura escolar deste lugar de investigação. Quais são as particularidades que o tornam um “ambiente” que possibilite o avanço do processo investigativo, já que, “Toda pesquisa historiográfica se articula com um lugar de produção socioeconômico, político e cultural” (Certeau, 2013, p. 47)?

Este lugar, enfatizado por Certeau (2013), não deixa de ser também o ambiente onde se constitui a cultura escolar, onde a matemática está inserida e o cálculo mental se faz presente. O autor salienta que “[...] o gesto que liga as ‘ideias’ aos lugares é, precisamente, um gesto de historiador” (p. 45). O ambiente da escola não se restringe somente à instituição escolar como espaço de conhecimento, visto que, como já foi citado anteriormente, há sempre a troca entre a escola e a sociedade em seu entorno. E para atingir seus objetivos, o condutor investigativo precisa se atentar para a história que permeia o ambiente. Acordando com Certeau (2013, p. 64), “Levar a sério seu lugar não é ainda explicar a história. Mas é a condição para que alguma coisa possa ser dita sem ser nem legendária (ou ‘edificante’), nem atópica (sem pertinência)”.

Tendo ciência do conceito de interpretação do lugar que Certeau evoca, iniciamos a busca pelos materiais argentinos. Conseguimos contato com a organizadora do livro e autora do capítulo intitulado “Cálculo mental na escola primária”, Cecília Parra, que prontamente nos enviou os manuais, apresentados nas imagens e no quadro abaixo.

Figura 1: Materiais argentinos – manuais de estudos – matemática



Fonte: A autora (2023)

De posse dos materiais, realizamos uma primeira análise (Burke, 2016), a qual apresentamos no quadro 1, evidenciando o título do material, quem produziu, os autores e ano de publicação.

Quadro 1: Referências dos materiais argentinos

Título	Produção	Organização Coordenação Direção de Currículo	Ano
Apuntes para la enseñanza – Matemática – Fracciones y números decimales – 4º grado ¹²	Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires – Ministerio de Educación	Cecilia Parra Susana Wolman Adriana Casamajor Patricia Sadovsky	2005
Apuntes para la enseñanza – Matemática – Fracciones y números decimales – 5º grado	Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires – Ministerio de Educación	Cecilia Parra Susana Wolman Adriana Casamajor Patricia Sadovsky	2005

¹² A divisão de séries/anos escolares na Argentina é em 7 séries ou anos chamadas de educação *primaria* (nas séries iniciais do ensino fundamental. Utiliza-se o nome *grado*. Por exemplo, 6º grado corresponde a 6ª série) e são 5 séries chamadas de educação *secundaria* (no ensino médio. Utiliza-se o nome *año*. Por exemplo, 5º año). Somam-se 12 anos, tal como no Brasil, sendo 9 anos no ensino fundamental (séries iniciais e finais) e 3 anos no ensino médio. Disponível em: <https://espacioteca.com/2020/05/12/estructura-del-sistema-educativo-de-la-pcia-de-buenos-aires-ley-13-688/>. Acesso em 20 fev., 2023.

Apuntes para la enseñanza – Matemática – Fracciones y números decimales – 6º grado	Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires – Ministerio de Educación	Cecilia Parra Susana Wolman Adriana Casamajor Patricia Sadovsky	2005
Segundo ciclo – Matemática – Cálculo mental con números racionales – Aportes para la enseñanza – Escuela Primaria	Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires – Ministerio de Educación	Gabriela Polikowski Patricia Sadovsky Susana Wolman Adriana Casamajor	2010
Apuntes para la enseñanza – Matemática – Cálculo mental con números racionales	Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires – Ministerio de Educación	Cecilia Parra Susana Wolman Adriana Casamajor Patricia Sadovsky	2006

Fonte: A autora (2023)

Nesta parte do estudo, ao nos apropriamos do segundo estágio – a análise - Burke (2016), iniciamos a etapa da mudança da informação para conhecimento por meio da descrição, quantificação, classificação e verificação. Num primeiro momento somos tentadas a querer analisar todos os materiais que recebemos. Mas, faz-se necessário um estudo inicial para o estabelecimento de critérios e escolha dos materiais que pudessem conduzir a nossa pesquisa.

Partindo desta primeira análise, surgiu o recorte temporal desta investigação, de 2004¹³ a 2010, época correspondente aos manuais enviados. Em um primeiro olhar para os manuais, percebemos a riqueza em relação à articulação do cálculo mental com números racionais e a necessidade de uma conversa com a autora para compreender sobre as bases teóricas, articuladas ao cálculo mental, que constituem o material.

A necessidade da conversa nos levou a tentar compreender historicamente o cálculo mental no ensino de números racionais, sendo fundamental a atenção para as competências do historiador diante do compromisso investigativo. De acordo com Chartier (2002, p. 9), “[...] a tarefa dos historiadores não é profetizar a história”. Neste sentido, é função do pesquisador buscar nas representações do passado as respostas ou reflexões para compreender o contexto em que se encontra inserido. Chartier (2013) afirma que:

¹³ Fizemos nosso recorte temporal devido à vigência dos materiais, estipulada pelo governo da cidade de Buenos Aires, corresponder do período de 2004 a 2010, conforme registro nos mesmos.

Para que possam exercer-se de maneira adequada a “função crítica que é inerente à história”, os historiadores precisam se libertar das representações ilusórias ou manipuladoras do passado e estabelecer a realidade do que foi (p. 45).

A entrevista¹⁴ nos trouxe alguns esclarecimentos, nos auxiliando na interpretação do que estávamos estudando, respondendo muitas indagações sobre a origem do material, nos trazendo detalhes históricos relevantes. Quando se refere às informações que emergem dos detalhes, é importante que ocorra esse movimento, dentro de uma perspectiva metodológica da história cultural que trabalha com os aspectos históricos de uma pesquisa, de um estudo, ou ainda, da postura de um historiador diante das fontes que se mostram a ele. Se não houver compreensão a respeito das transformações culturais, o conhecimento sobre os acontecimentos e situações se torna insuficiente.

Esses elementos se consolidam na afirmação de Chartier (1990), em relação a história cultural, quando diz que

(...) é preciso pensá-la como análise do trabalho de representação, isto é, das classificações e das exclusões que constituem, na sua diferença radical, as configurações sociais e conceituais próprias de um tempo ou de um espaço (Chartier, 1990, p. 23).

Ademais, abriu-nos outras possibilidades de aprofundamento na investigação, visto que a autora nos apontou para os referenciais teóricos que embasaram a elaboração dos materiais, com contribuições de Guy Brousseau e Gérard Vergnaud, apontando para algumas particularidades dos estudos realizados por esses autores como a base para as estratégias de cálculo mental no ensino de números racionais. A prática investigativa, que de acordo com Burke (2016), amparada e construída pela cultura material, em especial pelo que se convencionou chamar de “ferramentas de conhecimento”, nos mostrou a necessidade de refletir sobre o envolvimento da autora, Cecília Parra, com as políticas públicas do seu país, especificamente da cidade de Buenos Aires, cujo material estava em vigor.

Cecilia Parra é professora de Educação Primária, formada pela *Escuela Normal N° 1 de Profesores Roque Saenz Peña*, desde 1974; se formou em 1978

¹⁴ Detalhamentos sobre a entrevista serão apresentados no Capítulo 3.

como professora de educação pré-escolar, pelo Instituto Nacional de Treinamento de professores *Seara C. de Eccleston*.

Figura 2: Imagem da autora Cecilia Parra



Fonte: Imagem Coletada do site Academia¹⁵, 2023.

No ano de 1987 se tornou graduada em Ciências da Educação e Faculdade de Filosofia e Letras, pela *Universidad de Buenos Aires*. Para além, é especialista em Políticas Educacionais desde 2007, pela *Universidad Torcuato Di Tella*. A autora trabalhou na elaboração de documentos curriculares da cidade de Buenos Aires e na produção de materiais para a formação docente, com base nas diretrizes, no final da década de 1980 até os anos 2000¹⁶ (Parra, 2023).

O diálogo com Cecília Parra nos apontou pontos que fizeram emergir mais inquietações, relacionadas à forma como o cálculo mental poderia ser mobilizado, quais atividades tornariam possível conectá-lo aos números racionais. Inquietações que foram tomando forma, sobre a finalidade do trabalho desenvolvido por ela e sua relação com o material analisado. A entrevista nos apontou para um convite direcionado a Parra, feito pelo governo de Buenos Aires. Este nos leva a uma possível *expertise* de Parra com relação ao que foi produzido.

¹⁵ Disponível em: <https://independent.academia.edu/ParraCecilia>. Acesso em 25 de julho, 2023.

¹⁶Dados adquiridos por meio da entrevista e afirmados no site *Hacer Matemática*: <http://www.hacermatematica.com.ar/wp-content/uploads/2014/02/WebHM13-autor-bio.jpg> Acesso em 25 de julho, 2023.

Sobre o conceito de *expertise* e *expert*¹⁷, Peter Burke (2016) salienta que o termo surgiu no século XIX, dentro do contexto da medicina, “[...] em uma época em que se multiplicavam as especialidades médicas, mas que logo passou a ser empregado de forma mais abrangente” (p. 52). Aqui, compreendemos que a abrangência deste termo permitiu aos outros campos observar a *expertise* de seus especialistas, de acordo com a atuação de cada um, em determinado campo científico, alcançando o âmbito escolar.

Isso nos leva até Michel de Certeau (2013), em se tratando da relevância de atentarmos para a articulação cultural e social, representados pela história. É importante que o pesquisador mantenha uma atenção minuciosa para esses fatores, visto que uma de suas funções é trazer à tona os elementos analisados historicamente, fazendo emergir os fatos, por meio de representações. Neste contexto, sobre a história, Certeau afirma que:

É preciso encarar como ela trata os elementos “naturais” para transformá-los em um *ambiente* cultural [...]. De resíduos, de papéis, de legumes, até mesmo de geleiras e das “neves eternas”, o historiador, *faz outra coisa*: faz deles a história. [...] Suas técnicas o situam, precisamente, nessa articulação. Colocando-se no nível dessa prática, não mais se encontra a dicotomia que opõe o *natural* ao *social*, mas a conexão entre uma socialização da natureza e uma “naturalização” (ou materialização) das relações sociais (Certeau, 2013, p. 67).

O autor nos auxilia no entendimento da interpretação de representações que emergem conforme aprofundamos a investigação. Por exemplo, compreender o contexto de *expert* da autora Cecilia, e quais intervenções sua *expertise* provocou no contexto escolar investigado. Para interpretar mais claramente esses conceitos, *expert* e *expertise*, evocamos, entre outros autores, Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), quando afirmam que no século XIX o Estado passou a se responsabilizar pela educação, “[...] implicando na existência de um corpo de profissionais cada vez mais numerosos ao qual lhes é confiado o direito e o dever de organizar um sistema escolar público coerente e completo, sob sua direção e financiamento” (p. 61).

No excerto acima os autores trazem estudos realizados em Genebra, na Suíça, sendo ali o início da institucionalização dos conceitos aqui citados, visto que,

¹⁷ Estes conceitos serão detalhados no capítulo 3 deste estudo.

de acordo com os autores, pesquisadores e educadores renomados passavam por lá, sendo que a educação em Genebra influenciava a educação do século XX, de uma forma abrangente (Hofstetter, Schneuwly e Freymond, 2017).

A partir do diálogo com a autora, esta nos mostrou os apontamentos que serão detalhados a seguir, fazendo emergir a questão norteadora deste estudo. Levando em consideração que nosso objetivo emerge na investigação sobre o ensino de cálculo mental no ensino de números racionais, fortemente apontado nos materiais argentinos, eis a questão: **Como se caracteriza a *expertise professional* de Cecília Parra no ensino de cálculo mental com números racionais presente no material argentino, no período de 2004 a 2010?**

Dentre os pontos apresentados na entrevista com Parra, queríamos compreender como foi o trabalho da autora relacionado à elaboração dos materiais argentinos. Por conseguinte, surge a necessidade de interpretar sobre a instituição escolar, o que era ensinado na disciplina de matemática, qual finalidade do ensino por meio do material que foi produzido.

André Chervel (1990) destaca que “A instituição escolar é em cada época, tributária de um complexo de objetivos que se entrelaçam e se combinam [...]” (Chervel, 1990, p. 188). A palavra “tributária”, utilizada por Chervel, nos remete a uma reflexão sobre o que era levado em consideração em relação ao cálculo mental com números racionais: quais as finalidades do mesmo, inserido no ensino de matemática na época investigada? Como era incorporado na disciplina de matemática? O contexto desta pesquisa não tem como foco aprofundar o conceito de disciplina, propriamente dito, mas cabe-nos refletir sobre as finalidades do ensino escolar e o papel da escola. Concordemos com Chervel quando salienta que

[...] o papel da escola não se limita ao exercício das disciplinas escolares. A educação dada e recebida nos estabelecimentos escolares é a imagem das finalidades correspondentes, um conjunto complexo que não se reduz aos ensinamentos explícitos e programados (Chervel, 1990, p. 188?).

O segundo ponto, destacado por meio do diálogo com Cecilia, está na possibilidade crescente de operar com números racionais utilizando estratégias de cálculo mental. Como se dá essa relação entre cálculo mental e números racionais? Se é possível mobilizar conhecimentos de cálculo mental relacionado aos números naturais para resolver situações que envolvem o cálculo mental com números

racionais? O que as pesquisas apontam sobre o ensino de números racionais com cálculo mental?

O contato inicial com as fontes e a entrevista com Parra nos indicou que, no período delimitado (2004-2010) houve um esforço do setor educacional em produzir materiais para trabalhar conteúdos vistos como “difíceis” pelos alunos, nesse rol de conteúdos está o ensino de números racionais com cálculo mental. E no Brasil? O que dizem as pesquisas sobre o ensino de cálculo mental com números racionais?

Sentimos a necessidade de compreender de que forma o cálculo mental, seus conhecimentos e estratégias, foram interpretados, debatidos ou aplicados em trabalhos publicados. Percebemos que os estudos sobre cálculo mental com números naturais são diversos. Porém, percebemos que estudos vinculados ao cálculo mental com números racionais ainda são escassos, especialmente no Brasil, indicando que o tema é algo novo e que merece nosso aprofundamento.

Sabe-se que o cálculo mental é a base para a construção de estratégias que objetivam chegar ao resultado de maneira rápida, com eficiência e sem a utilização de calculadora. Nas conjunturas atuais pouco se utiliza o cálculo mental devido ao acesso fácil à tecnologia. Isso causa o afastamento dos indivíduos às possibilidades e estratégias para calcular, tornando-se dependentes da calculadora (Berticelli e Zancan, 2021). Segundo as autoras, a sociedade está sem tempo de gerar memórias no que diz respeito a estratégias de cálculo, visto que a construção de novos conhecimentos se dá por meio da utilização de estratégias, que trazem os resultados mais facilmente à memória (Berticelli e Zancan, 2021), uma vez que, construir estratégias demanda tempo.

Ambas as pesquisas, tanto de números naturais quanto racionais foram feitas por meio de inventários (Valente, 2007). O autor afirma que “Os fatos históricos são constituídos a partir de traços, de rastros deixados no presente pelo passado. Assim, o trabalho do historiador consiste em efetuar um trabalho sobre esses traços para construir os fatos” (p. 31). Nossa intenção neste estudo caminha por entre a compreensão, de como se constitui, na história, o processo de escolarização dos saberes matemáticos, relacionados ao cálculo mental no ensino de números racionais, partindo de uma ferramenta teórica-metodológica utilizada por historiadores (Valente, 2007).

Em uma seção mais adiante, faremos uma breve discussão sobre os resultados alcançados por meio inventário dos trabalhos publicados, que tratam da

temática cálculo mental no ensino de números racionais. O inventário apresentou 7 trabalhos com cálculo mental em seu conteúdo, vinculado aos números racionais. Porém, apenas três publicações apresentam essas duas temáticas sob uma perspectiva histórica.

Percebemos, por meio do inventário, que os estudos que envolvem cálculo mental e números naturais estão evoluindo, com pesquisas cada vez mais emergentes. No entanto, os estudos com a temática cálculo mental no ensino de números racionais ainda são escassas no Brasil, especificamente no que diz respeito aos conhecimentos e estratégias utilizadas para tal ensino.

Pesquisas científicas, realizadas por meio de estudos em bibliografias, experiências em sala de aula, investigações sobre a cultura escolar e em situações que envolvem aprendizagem matemática comprovam a relevância da sistematização do cálculo mental, por este ser essencial para que o estudante, além de adquirir e consolidar conhecimentos advindos deste tipo de cálculo, tenha noção e estabeleça estimativas, adquirindo, desta forma, a prática em atividades do dia a dia, somada ao aperfeiçoamento das habilidades matemáticas necessárias, desde os seus primeiros contatos com a escola.

Essa afirmação pode ser comprovada com base em autores que fundamentam este estudo. Neste cenário, as ações do professor, presente na sala de aula, são indispensáveis para a consolidação dos conhecimentos, uma vez que “O cálculo mental representa uma ferramenta pedagógica que permite ao professor saber se o aluno está ou não compreendendo o que está sendo ensinado” (Berticelli, 2017, p. 146).

Ainda se tratando do diálogo com Cecilia Parra, citado anteriormente, destacamos outro ponto que contribuiu para a continuidade do nosso estudo. A entrevista fez emergir o convite, citado anteriormente, que a autora recebeu do governo da cidade de Buenos Aires para trabalhar na elaboração de documentos curriculares¹⁸. Se a autora foi convidada para trabalhar em prol de transformações

¹⁸ Em nossas análises, percebemos que a autora foi diretora de currículo, de acordo com o que consta no documento curricular de Buenos Aires (2004), e trabalhou na elaboração de todo o conteúdo da área de Matemática. O manual pedagógico analisado, produzido pelo Governo da Cidade de Buenos Aires, em paralelo ao documento curricular, cuja área da matemática foi coordenada por Patricia Sadovsky (autora argentina), é permeado de atividades que aparecem também no documento e que, por sua vez, foi elaborado por Cecilia Parra junto a uma equipe, cujos nomes serão citados ao longo desta trama.

educacionais da cidade, sem sombra de dúvidas foi devido a algo que precisava ser feito relacionado ao ambiente da escola, que envolve toda a comunidade escolar. Isto nos remete a outros questionamentos relacionados às práticas que precisavam ser transformadas, à utilização do cálculo mental nas atividades com números racionais; sobre os saberes necessários ao professor para ensinar cálculo mental com números naturais e racionais; a maneira de compreensão desses conceitos no seio da acultura escolar; em que medida seria a contribuição de Parra na constituição dos saberes profissionais do professor que ensinava matemática.

O convite recebido por Cecilia nos levou a refletir sobre quais quesitos são necessários para um profissional trabalhar favorecendo o setor educacional, feito especificamente pela parte governamental que rege as políticas públicas educacionais de determinado lugar. Estes profissionais denominam-se *experts*, de acordo com Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), que apresentam a *expertise*, relacionada ao especialista em educação, como um “[...] fenômeno concomitante à entrada em cena do Estado encarregado da instrução pública [...]” (p. 56).

Estas considerações nos levam à questionamentos que os autores fazem mais adiante: quais modalidades e contextos de tal solicitação e produção? “Quem são os principais protagonistas desse domínio e quais são as relações mantidas entre eles? Quais são os novos saberes produzidos e quais usos se faz deles?” (Hofstetter, Schneuwly e Freymond, 2017, p. 57-58). São questões que procuraremos discutir no terceiro capítulo deste estudo.

É importante compreender a cultura escolar como um conjunto de significados, onde emerge a interação entre os protagonistas sociais, participantes na estrutura do cotidiano escolar. No que concerne ao cálculo mental no ensino de números racionais, é imprescindível que se considere a trajetória pela qual o cálculo mental tem perpassado ao longo da história, visto que é necessário saber sobre as representações culturais do passado para encontrar respostas ou reflexões que dialoguem com as concepções da cultura atual. É essencial que o pesquisador tenha ciência dos conceitos que envolvem as representações e a cultura que as permeiam. Chartier (2011) afirma que

Representar é, pois, fazer conhecer as coisas mediante ‘pela pintura de um objeto’ ‘pelas palavras e gestos’, ‘por algumas figuras, por marcas’ – como os enigmas, os emblemas, as fábulas, as alegorias. Representar no sentido jurídico e político é também ‘manter o lugar de alguém, ter em mãos sua autoridade’ (p. 17).

Queremos compreender como o cálculo mental com números racionais era mobilizado no ambiente investigado e qual a sua relevância para o ensino. Com base em Julia (2001), nossa conversa com Cecilia e os materiais que ela nos disponibilizou nos ajudarão a interpretar a escola e o seu entorno na época.

Para isso, é necessário entender que tipo de cultura permeava a escola naquele período. De acordo com Julia (2001, p. 10), “[...] a cultura escolar não pode ser estudada sem a análise precisa das relações conflituosas ou pacíficas que ela mantém”. No que diz respeito a um de seus amplos campos, ela pode ser concebida como uma conexão de significados, em que o historiador, diante da investigação, necessita considerar todos os elementos envolvidos no contexto histórico que permeia a investigação, entre eles conteúdos, ambientes, situações, agentes internos e externos, visto que todos esses elementos interferem nessa cultura, conforme as necessidades sociais de cada época. Sobre o conceito de cultura escolar, Julia (2001) afirma que:

Para ser breve, poder-se-ia descrever a cultura escolar como um conjunto de *normas* que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de *práticas* que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas (Julia, 2001, p. 10, grifos do autor).

Nossa conversa com Cecilia nos mostrou a importância do seu trabalho, do convite que foi feito a ela, o reflexo deste na cultura escolar, bem colocado por Julia (2001). Um dos capítulos deste estudo, irá nos conduzir à investigação da *expertise*¹⁹ profissional da autora, buscando a compreensão com pesquisadores que tratam deste conceito, levando-nos a fazer um percurso histórico sobre sua trajetória na Argentina, como uma *expert*.

Nosso estudo tem como **objetivo** compreender a *expertise* profissional de Cecilia Parra presente nas atividades que compõem o material analisado, em que percebemos a presença do cálculo mental, tanto nas orientações curriculares e materiais direcionados para os docentes quanto no que foi disposto para os alunos,

¹⁹ Os autores Hoffstetter, Schneuwly e Freymond (2017) destacam sobre este conceito que surge a partir do momento em que um estudioso é convidado ou convocado pelo Estado para trabalhar no setor responsável pela educação de determinado local, no caso desta pesquisa, na elaboração de documentos curriculares, para assim, atender a uma demanda do estado. Este conceito será tratado com amplitude no capítulo 3 deste estudo.

em atividades propostas, relacionadas ao ensino de números racionais com cálculo mental. Este objetivo partiu das informações do convite recebido pela autora para trabalhar na elaboração curricular na cidade de Buenos Aires.

À vista disso, os nossos **objetivos específicos** buscam identificar os conhecimentos de cálculo mental com números racionais no manual analisado; analisar as diretrizes curriculares argentinas de modo a identificar os conhecimentos de cálculo mental com números racionais; verificar as aproximações ou afastamentos dos conhecimentos relacionados ao cálculo mental no manual e nas diretrizes; caracterizar a matemática do ensino que compõe a *expertise* profissional de Cecilia Parra por meio das atividades apresentadas no material e nas diretrizes curriculares.

Com a finalidade de compreender como se deu o processo investigativo, discorreremos sobre a estrutura deste estudo. No **capítulo inicial** apresentamos uma discussão no que concerne ao cálculo mental e sua relevância na educação básica, em uma perspectiva histórica e atual, apresentando o que trazem as pesquisas sobre o cálculo mental com números naturais e racionais, com uma reflexão sobre os benefícios deste tipo de cálculo no enfrentamento de problemas; os conhecimentos necessários para este, de que forma deve ser consolidado, para que possa surtir efeitos úteis e duradouros na vida acadêmica e social do indivíduo.

Para isso, faremos uma discussão sobre pesquisas de cunho histórico realizadas no Brasil, relacionadas ao cálculo mental no ensino de números naturais e racionais, por meio de um inventário. Para este fim, iremos expor um levantamento de trabalhos publicados com esta temática. Outrossim, será desenvolvido um diálogo com pesquisadores que tratam da temática cálculo mental, cuja teoria fez parte dos nossos estudos iniciais (Berticelli, 2017; Zancan, 2017; Berticelli e Zancan, 2021, 2023; Conceição, 2021; Parra, 1996; Frana, 2023; Threlfall, 2002, 2009; Thompson, 1999, 2010; Boaler, 2018, 2020; Humphreys, 2019).

É relevante considerar sobre o nível de importância dada pelos representantes do setor educacional da época estudada, ao ensino de cálculo mental com números racionais. Para isso, no **segundo capítulo**, trataremos uma discussão referente às diretrizes curriculares brasileiras em uma perspectiva histórica, trazendo alguns detalhes importantes dos bastidores de sua produção (Brasil, 1997, 1998; Moreira et. al., 2012; Coll, 1998; Goodson, 1995; Valente et al., 2023, Metz e Silva; Duarte, 2023), além de explicar sobre o que dizem as diretrizes

no quesito cálculo mental e números racionais. Exporemos o que apresenta o Currículo Básico²⁰ para a Escola Pública do Estado do Paraná, tendo sua primeira impressão em 1990, a segunda em 1992, em 1997 e a versão eletrônica em 2003. Este corresponde às diretrizes curriculares estaduais, dentro do recorte temporal utilizado para o estudo, condizentes com o estado onde resido e atuo como docente.

O **terceiro capítulo** deste estudo trará uma discussão sobre a *expertise* profissional de Cecilia Parra no que diz respeito ao cálculo mental no ensino de números racionais. Os autores Walle (2019), Romanatto (1997), Boyer (1974), Gomes (2010), Bertoni (2009) destacam sobre os conceitos que envolvem números racionais e sua finalidade no ensino fundamental.

Iremos apresentar a autora e o que a caracteriza como *expert*, com uma descrição do material enviado por ela, caracterizando sua *expertise* com base nos autores Valente (2020, 2021); Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), Morais (2019), Morais e Valente (2020), Valente *et al.* (2021). Por meio da entrevista²¹ realizada com a autora, faremos um diálogo com as bases teóricas utilizadas na elaboração/produção do material, com os autores Guy Brousseau (2008), trazendo a teoria das situações didáticas e Gérard Vergnaud (1996, 2007, 2009), com a teoria dos campos conceituais.

Apresentaremos situações que envolvem cálculo mental com números racionais nas diretrizes curriculares argentinas, concomitantes ao material elaborado para os docentes. A discussão trará o que os documentos curriculares da Cidade de Buenos Aires trazem, concomitante à detalhes sobre a *expertise* profissional de Cecilia Parra e como se deu, historicamente, seu envolvimento na elaboração dos documentos curriculares e manuais argentinos direcionados para a formação de professores, de 2004 a 2010.

Daremos ênfase à análise de um manual pedagógico argentino, elaborado com base nas diretrizes curriculares argentinas, no que diz respeito ao ensino de cálculo mental com números racionais (Buenos Aires, 2006). Este, produzido com

²⁰ Como realizamos uma análise de um documento que se refere à cidade de Buenos Aires, utilizamos o Currículo Básico para a Escola Pública do Estado do Paraná com a intenção de analisar um documento que não fosse um parâmetro nacional, como os Parâmetros Curriculares Nacionais, por ser regional do estado do Paraná, que é onde resido, sendo próximo da minha realidade profissional.

²¹ Refinamos a tradução do diálogo com a autora Cecilia Parra, com a intenção de clarear o texto para o leitor, tomando o cuidado para não interferir no contexto do estudo. Esta última etapa foi realizada após a banca de defesa do trabalho.

base nas diretrizes curriculares, coordenado por Patrícia Sadovsky²², traz Cecilia Parra como diretora de currículo, além de apresentar conceitos, conteúdos e exemplos de atividades também presentes no documento curricular. No manual, Cecilia Parra mobiliza as teorias dos autores Brousseau e Vergnaud. Analisaremos em que contexto essas teorias se articulam no ensino de números racionais com cálculo mental, por meio das atividades do manual. Promoveremos um paralelo entre a entrevista com a autora, que em muito contribuiu para darmos continuidade aos nossos estudos, e os demais apontamentos realizados no capítulo.

²² Argentina, professora de matemática, foi integrante da equipe de Matemática da Direção de Capacitação da Prefeitura da Cidade de Buenos Aires e da equipe de pesquisa em Didática da Matemática na Faculdade de Ciências Exatas, UBA - Universidade de Buenos Aires. Fonte: Parra e Saiz, (1996, reimpressão de 2009).

1. DIFERENTES OLHARES SOBRE O CÁLCULO MENTAL

O cálculo mental vem sendo estudado com mais profundidade na atualidade. Percebemos que as pesquisas relacionadas a este tipo de cálculo articulado aos números naturais estão em crescimento. No início de nossos estudos, havia a necessidade de compreender sobre conhecimentos, estratégias, conceitos, situações que envolvem a utilização do cálculo mental e quais saberes são mobilizados, quando incorporado à prática docente, e os saberes que competem ao aluno sistematizar, para lidar com circunstâncias do cotidiano, tanto na escola quanto fora dela. Estendemos esta reflexão aos números racionais, sistematizados nos anos finais do ensino fundamental, com a intenção de observar a possibilidade da utilização do cálculo mental no ensino destes conceitos.

Partindo deste propósito, realizamos uma busca para compreender a presença do cálculo mental na educação básica, relacionando-o tanto ao ensino de números naturais quanto ao ensino de números racionais, com a finalidade de analisar como se deu essa relação e de que maneira os conhecimentos de cálculo mental são abordados.

Na análise descrita por Burke (2016), ocorrem quatro práticas, para auxiliar no processo de transformação da informação em conhecimento: “descrição, quantificação²³, classificação e verificação”, sendo três delas, discutidas a seguir, essenciais para o alcance dos objetivos instituídos em um estudo histórico (descrição, classificação e verificação). Dessa forma, ocorre o que ele chama de “cozimento” das informações (p. 89). Concordamos com Valente (2019), quando destaca que “[...] os saberes mostram-se como discursos sistematizados, prontos para serem mobilizados, com capacidade para circularem. São comunicáveis de modo a que se possa deles fazer uso e apropriação em diferentes contextos” (p. 10).

Pretendemos descrever sucintamente cada uma das práticas, fazendo uma conexão com os saberes docentes que envolvem a nossa temática.

Para haver a compreensão histórica desses saberes, levando em consideração a cultura que os permeia, o historiador descreve as fontes analisadas, visto que, de acordo com Burke (2016), “uma descrição minuciosa do que foi

²³ De acordo com Burke (2016), esta prática se refere à exatidão das descrições, inclusas “medidas e outros números”, ou mesmo “tabelas numéricas”, com a utilização do termo “estatística” (p. 89-90). Não faremos discussão sobre esta prática, visto que nossa pesquisa não é quantitativa, e sim, de cunho histórico.

observado é uma etapa indispensável no processo analítico”, podendo ser “exata, sistemática e especializada” (p. 89-90). Isto decorre dentro do que Burke (2016) chama de “análise”. Essas discussões nos levam a comparar a transformação da informação em conhecimento, ou seja, em “saber” (Valente, 2018). Nos remetem a outra inquirição, ainda nas palavras deste, relacionadas à análise histórica: é possível fazê-lo com os “processos de elaboração do saber profissional do professor que ensina matemática?” (p. 379).

Berticelli (2017) nos auxilia na interpretação deste questionamento, quando afirma que precisamos olhar para o passado, saindo do lugar e do tempo em que estamos, “[...] tentando compreendê-lo da forma que ocorreu, tentando compreender o que pensavam e quais eram as necessidades das pessoas naquele momento [...]” (p. 14).

Aqui destacaremos a respeito da análise histórica, concordando com o autor quando afirma que esta “[...] depende da síntese, a combinação de informações como peças de um quebra-cabeça com o objetivo de elaborar explicações de eventos e tendências” (Burke, 2016, p. 88). Para além, nossa análise contempla um levantamento relacionado aos estudos já publicados sobre cálculo mental com números naturais e racionais. Neste capítulo, o objetivo principal é trazer um panorama de pesquisas relacionadas ao cálculo mental.

Nossos estudos iniciais nos apresentaram autores (Berticelli, 2017; Conceição, 2021; Frana, 2021) que trabalham com cálculo mental na perspectiva histórica ou que servem de referência para o ensino de estratégias de cálculo mental. Berticelli (2017) reitera sobre o cálculo mental como uma importante ferramenta de ensino na matemática, trazendo apontamentos sobre a conexão do educador e do aluno neste processo. Thompson (2010) trata do conhecimento do professor, apontando quais conhecimentos necessita ter para estimular o aluno a enriquecer suas estratégias de cálculo, sendo estas, base para o ensino de cálculo mental com números racionais. Conceição (2021) traz apontamentos sobre os saberes para ensinar cálculo mental. Zancan (2017) contribui para este estudo tratando de questões pertinentes de conhecimentos de cálculo mental para resolução de atividades e situações problemas. Frana (2023) traz apontamentos com foco na relevância do cálculo representado historicamente.

Berticelli e Zancan (2021, 2023) reiteram sobre a importância de conhecer as estratégias de cálculo mental, tanto para o educador quanto para o estudante, cada

um dentro do que lhe compete. Parra (1996) destaca a importância do cálculo mental na educação básica.

É necessário compreendermos de que forma o cálculo mental com números naturais está sendo considerado nas pesquisas, visto que é preciso iniciar o aprofundamento deste tipo de cálculo nos anos iniciais do ensino fundamental, desde os primeiros anos, onde os alunos ainda não têm conhecimento dos racionais. Zancan (2017) afirma que para a criança conseguir compreender o conceito de número e os contextos que o envolve, incluindo o cálculo mental, necessita de contato com o mesmo desde cedo, visto que a compreensão da matemática exige tempo, esforço e conhecimento.

Os conhecimentos de cálculo mental devem ser adquiridos no início do ensino fundamental, para dessa forma, auxiliar na aquisição dos saberes requeridos nos níveis posteriores. Esta afirmação pode ser embasada por Zancan (2017), quando reitera, no que diz respeito ao início do ensino fundamental, que:

Neste período as crianças aprendem a ler, escrever, contar, entre outras habilidades que as acompanharão ao longo da vida. No entanto, embora pareça fácil para os adultos, aprender a contar e operar com os números não é uma tarefa fácil para as crianças, necessita de muito conhecimento (Zancan, 2017, p. 19-20).

Percebemos que as pesquisas de cunho histórico e didático relacionadas ao cálculo mental no ensino de números naturais têm tomado proporções maiores, à medida que se percebe a crescente dificuldade dos estudantes, ao longo de sua vida escolar e acadêmica, no que tange a conhecimentos matemáticos. Dificuldades que crescem gradativamente, se estendendo até o ensino superior. Concordamos com Zancan (2017) quando afirma sobre o sucesso do estudante com relação à matemática: “Contudo, para que os alunos obtenham sucesso em Matemática, a base desta construção precisa ser sólida e prosseguir de forma gradativa ao longo dos demais anos, respeitando e superando cada um dos níveis” (Zancan, 2017, p. 12).

Grande parte deste sucesso advém dos conhecimentos de cálculo fortalecidos ao longo da vida escolar, e quando se trata de cálculo, o aluno precisa conhecer os números e o sentido que cada um possui em cada situação apresentada. De acordo com Frana, Berticelli e Novaes (2023), os conhecimentos e

estratégias de cálculo mental auxiliam no processo de desenvolvimento do sentido de número.

Conceição (2021) realizou uma análise do cálculo mental que foi sistematizado por Maria do Carmo Santos Domite para a formação docente, nas décadas de 80 e 90. A autora destaca sobre o papel do professor da época analisada, diante de tamanho desafio, adotando uma mudança de postura, deixando de ser aquele que resolve os cálculos de forma mental, sem utilizar nenhum tipo de recurso para ensinar este tipo de cálculo, para articular, trazendo conhecimentos sobre as propriedades do sistema de numeração, não de maneira a expor os estudantes, mas fazendo surgir situações que “[...] tornassem possíveis aos alunos a construção de fatos fundamentais das operações, desenvolvendo as relações mentais necessárias para a construção e compreensão das técnicas operatórias” (Conceição, 2021, p. 44). A autora ressalta ainda, sobre o professor tomar posse de um saber para ensinar cálculo mental, isso exige saberes singulares para o ensino.

Os conhecimentos necessários para o cálculo mental incluem o conceito de número. A criança necessita ter esse conceito bem estruturado e assim, ser capaz de construir suas próprias estratégias, partindo das que conseguiu compreender. O conceito e sentido de número se aproximam, se concordarmos com Frana, Berticelli e Novaes (2023), destacando que os conhecimentos e estratégias de cálculo mental auxiliam no processo de desenvolvimento do sentido de número.

Berticelli (2017) salienta que a cada contexto em que o aluno se envolve, ele consegue conectar-se com os conhecimentos que já possui:

O desenvolvimento mental se dá a cada situação em que a criança consegue fazer uma integração de um conhecimento que já possui, reconstruir e ultrapassar para uma dimensão mais ampla, mais aprofundada, gerando um novo conhecimento (p. 25).

É importante ressaltar que o termo “cálculo mental” não surgiu aleatoriamente. De acordo com Thompson (2010), na década de 1990, no contexto americano, era utilizado o termo “aritmética mental”, por ser respeitoso e tradicional. Mas esta expressão fazia emergir negatividade entre os adultos, devido ao entendimento equivocado, adquirido quando crianças, em sua fase escolar. Partindo

disso, decidiu-se pelo uso do termo “cálculo mental”, por sugerir o cálculo de cabeça e aparentemente, parecer mais aceitável. O autor afirma que:

[...] foi decidido que o *National Numeracy Strategy*²⁴ (NNS) (tradução nossa) usaria uma frase diferente, com um tom mais positivo. Consequentemente, o 'cálculo mental', com sua sugestão de calcular ou resolver algo em sua cabeça, passou a ser visto como uma descrição mais precisa da aritmética mental dos anos 1990. Dado que você não pode realmente calcular a menos que tenha algo com que calcular, a frase 'cálculo mental' foi vista como encapsulando os dois aspectos importantes do trabalho mental, ou seja, memória e métodos estratégicos (Thompson, 2010, p. 164, tradução nossa).

Esta decisão permitiu que a confiança voltasse para as salas de aula, uma vez que proporcionou mais aproximação dos alunos com a matemática, surgindo “cálculo mental” como um termo considerado menos imposto e mais receptível.

Estudos mostram que o cálculo mental, quando bem estruturado, se torna um instrumento importante, que pode ser utilizado para o pensamento enriquecer por si, como autônomo, visto que o aluno pode utilizar das estratégias que ele mesmo construiu, baseadas em conhecimentos anteriores, ou fatos básicos memorizados (Berticelli e Zancan, 2023) para obtenção de resultados, traçando diversos caminhos para chegar a este. Berticelli (2017) salienta sobre o cálculo mental ser uma ferramenta e por meio dela é possível que o aluno tenha autonomia de intelecto, do pensar, visto que este tem em suas mãos a oportunidade de efetuar uma operação de forma livre, escolhendo de que forma vai fazê-lo, “[...] considerando que devemos levar o aluno a aprender por si próprio” (Berticelli, 2017, p. 27).

Não obstante, é importante considerar o professor neste processo, sendo que este possui condições de se conscientizar dos erros e dos acertos que surgem a partir da resolução de uma operação, “[...] de interferir no momento em que isso está acontecendo e buscar novas estratégias de ensino para suprir as necessidades do aluno” (Berticelli, 2017, p. 27).

Nesta perspectiva, há a necessidade do educador tomar conhecimento das estratégias necessárias, compreender de que forma pode contribuir para agregar conhecimento àquilo que o aluno já domina. O conhecimento demanda formação docente. De acordo com Berticelli e Zancan (2021), o professor é considerado “[...]”

²⁴ Estratégia Nacional de Alfabetização Numérica (Tradução nossa).

um dos protagonistas da sala de aula” (p. 2), e possui papel indispensável, uma vez que pode “[...] criar ambientes matemáticos estimuladores, despertar a curiosidade Matemática, passar uma ideia positiva e despertar o interesse dos alunos por esta ciência” (p. 2).

Vale reiterar que cabe ao professor a compreensão da relevância presente na base da matemática, que segundo Parra (1996), é a resolução de problemas. Berticelli (2017) contribui com este pensamento, sob a vertente de Piaget (1975, 2014), quando evidencia que o professor, quando foca no pensamento que a criança desenvolveu, consegue visualizar o momento em que ela apresenta a resposta de uma situação-problema, percebe as transformações emocionais que ocorrem neste processo e a auxilia a administrar as emoções “[...] que desencadeiam ações e reações, as quais darão as respostas para os problemas propostos” (p. 24).

Se o professor é um dos protagonistas do ensino, atuando como mediador no quesito conhecimento para o aluno, cabe a ele inspirar confiança nos estudantes. Confiança no sentido de tratar de forma segura os conhecimentos necessários para instigar o cálculo mental. Para isso, recomenda-se que ele, primordialmente, entre em contato com esses conhecimentos, tomando-os para si, para depois agir no ambiente da sala de aula, provocando situações, desafiando seus alunos a pensar, testar seus limites, criar seus próprios meios de chegar ao resultado ou à resposta de um problema. De acordo com Thompson (2010):

Um ingrediente importante, mas negligenciado, no uso da estratégia mental é a confiança. As crianças podem ter todos os tipos de fatos e habilidades na ponta dos dedos, mas se não tiverem confiança para "tentar" ou assumir riscos, é improvável que usem esses fatos e habilidades para gerar uma estratégia apropriada. É de se esperar que uma ênfase no ensino do cálculo mental afete uma mudança na atitude de crianças e adultos em relação à matemática (p. 170, tradução nossa).

O autor segue ressaltando sobre a falta de estímulo ao aluno no momento em que surge um desafio ou uma dificuldade maior do que ele supõe conseguir superar. Aqui entra a atuação do professor, provocando uma reação diferente frente a um desafio.

Um ethos²⁵ precisa ser desenvolvido onde as pessoas não tenham mais a atitude de 'não consigo me lembrar do método, então não posso resolver o

²⁵ Consideramos a palavra “ethos”, utilizada pelo autor, com o significado de “postura”.

problema' - discutido no Relatório Cockcroft (Mathematics Counts) (DES 1982) - mas, em vez disso, adote a atitude mais positiva atitude de 'não me lembro como meu professor fez isso, mas se eu...' (Thompson, 2010, p. 170, tradução nossa).

O posicionamento do professor é significativo neste processo. No entanto, quais saberes, ou quais conhecimentos ele necessita para assumir seu papel de maneira favorável? Segundo Thompson (2010, p. 170), há a necessidade de “[...] um requisito mínimo para que as crianças sejam calculadoras mentais bem-sucedidas [...]”. Quais itens embasariam este requisito? O autor salienta quatro principais pontos, importantes para os alunos e docentes.

O primeiro ponto se trata do conhecimento eficiente de fatos numéricos. O segundo ponto se baseia na ciência do sistema numérico, sua forma de funcionamento, operações que são ou não possíveis de desenvolver, para que haja combinação de fatos por meio de operações apropriadas, possibilitando a resolução de outros fatos. O terceiro ponto relevante é o domínio de habilidades embasadas nos conhecimentos e as possíveis soluções. O último ponto destacado pelo autor e não menos importante é utilizar a segurança que o conhecimento proporciona, baseado nos conhecimentos adquiridos (Thompson, 2010).

Simultaneamente, emerge o professor, exercendo seu papel, conduzindo os alunos rumo àquela curiosidade que conduz ao conhecimento, cujo trabalho com os estudantes é, de acordo com Thompson (2010), fazer com que esses aspectos sejam relevantes na sua forma de ensinar. É pertinente que o professor conheça as estratégias mentais que sejam comuns, utilizadas pelas crianças, para que consigam se conectar a elas, apoiando-as no aperfeiçoamento de suas próprias estratégias.

Dessa forma, o educador pode auxiliar no desenvolvimento de métodos menos elementares e cada vez mais sofisticados. Por isso é extremamente relevante que o professor tenha conhecimento das estratégias.

No reforço deste pensamento, Berticelli e Zancan (2017) reiteram sobre o cálculo mental, que auxilia no desenvolvimento do senso numérico dos estudantes, permitindo maleabilidade com os números, deixando-os livres para tentar chegar ao resultado sem se prender a algoritmos. No entanto, segundo as autoras, “[...] na perspectiva do professor como mediador do processo educativo, é necessário que

ele compreenda a importância do cálculo mental e, tendo domínio das estratégias, esteja preparado para estimular seus alunos” (Berticelli e Zancan, 2021, p. 3).

Quando se trata do cálculo mental na educação básica, uma contribuição essencial para o processo de “cozimento” (Burke, 2016) está sob a responsabilidade do professor, que tem a capacidade de trazer para a sala de aula a motivação para seu aluno relacionada ao ensino de matemática, como afirma Berticelli (2017), quando diz que “A aprendizagem depende, dentre outros fatores, da motivação que o professor proporciona aos alunos [...]” (p. 24). No entanto, cabe ao educador ter clareza sobre quais conhecimentos são necessários para ensinar o cálculo mental, uma vez que, a motivação, quando desprovida de conhecimento, não agrega saber, interrompendo o processo de sistematização. Nesse sentido, concordamos com a autora quando afirma que ao professor concerne “[...] conhecer sobre o cálculo mental e saber de que forma explorar essa habilidade (Berticelli, 2017, p. 91). Ou seja, um dos primeiros passos a serem dados rumo ao cozimento é o professor ter o conhecimento necessário para conduzir o ensino.

Vale considerar que “entender cálculo mental” não é o mesmo que afirmar ter a habilidade de fazer cálculos com a mente. É necessário dominar estratégias específicas, além de um tempo determinado para a assimilação desses conhecimentos. Berticelli e Zancan (2023), com base em estudos realizados, contribuem para esta pesquisa, trazendo alguns conhecimentos básicos necessários para a solidificação do cálculo mental, essencial no ensino básico.

As autoras ressaltam que os conhecimentos de cálculo mental são essenciais, uma vez que o mesmo “[...] se desenvolve por meio de estratégias, que são debatidas historicamente e apresentadas por diferentes autores [...]” (Berticelli e Zancan, 2023, p. 2), sendo que as mesmas utilizam como base os autores Thompson (1999a) e Beishuizen (1993) para apresentá-las, destacando várias estratégias de adição, importantes para solidificar o cálculo mental.

Quadro 2: Estratégias e conhecimentos de cálculo mental com números naturais²⁶

Estratégias de cálculo mental	Conhecimentos básicos
Thompson (1999a) Completar o 10 – pode ser decomposto.	Decomposição do número 10: $1+9 = 2+8 = 3+7 = 4+6 = 5+5 = 6+4 = 7+3 = 8+2 = 9+1$

²⁶ Algumas estratégias que são utilizadas para números inteiros também podem ser aplicadas em atividades com números racionais, como veremos mais adiante neste estudo.

Ex.: $8 + 6 = 8 + 2 + 4 = 14$	Saber decompor o $6 = 1+5 = 2+4 = 3+3 = 4+2 = 5+1$ Composição e decomposição numérica.
Thompson (1999a) Memória de dobros Ex.: $7 + 6 = 6 + 1 + 6 = 6 + 6 + 1 = 13$	Baseada no conhecimento das memórias dos dobros dos números e na decomposição numérica.
Beishuizen (1993) Decomposição numérica Ex.: $15 + 14 = 10 + 5 + 10 + 4 = 10 + 10 + 5 + 4 = 20 + 9 = 29$	Decomposição e composição de dezenas e unidades associadas a memórias de alguns resultados de adição e senso numérico.
Beishuizen (1993) Decomposição em dezenas e unidades de uma das parcelas, denominada de N10 pelo autor Ex.: $16+13 = 16+10+3 = 26+3 = 29$	Compreender as composições numéricas e saber que $23+6 = 29$ ou $26+3 = 29$ Compreender que $19+1=20$ e $19=20-1$
Thompson (1999a) Arredondamento para a dezena mais próxima Ex.: $26 + 19 = 26 + 20 - 1 = 46 - 1 = 45$	Memórias de resultados de adição com múltiplos de 10 ($26+20$) Saber que $19=20-1$ Ter senso numérico para saber que $26+19=26+20-1$

Fonte: A autora (2023), com base em Thompson (1999a) e Beishuizen (1993)

As autoras realizaram um estudo das estratégias de cálculo mental e categorizaram quatro conhecimentos considerados básicos para a compreensão e elaboração destas estratégias:

Quadro 3: Conhecimentos básicos de cálculo mental

Conhecimento	Definição	Exemplo:
Fatos básicos	Operações de adição ou subtração, cujo resultado não ultrapassa a dezena. O momento em que o aluno sinaliza que domina é aquele onde ele consegue compreender que $2+5=7$ e $12+5=17$, sem necessidade de contagem.	$2+3 =$ $3+4 =$ $6+2 =$ $12+5 =$ $25+3 =$
Decomposição	É a memorização de todas as possibilidades de decomposições aditivas, dos números menores que uma dezena, construída em combinações. Quando domina este conhecimento, o aluno consegue visualizar os movimentos dos números na reta numérica de forma clara e precisa.	$2= 1+1$ $3= 1+2$ $4= 1+3= 2+2$ $5= 1+4= 2+3$ $6= 1+5= 2+4= 3+3$ $7= 1+6= 2+5= 3+4$ $8= 1+7= 2+6= 3+5= 4+4$ $9= 1+8= 2+7= 3+6= 4+5$
Memória de Dobros	Quando o aluno consegue visualizar a possibilidade de utilizar o dobro de um número, em soma ou subtração, como caminho para chegar ao resultado de uma operação. Algumas estratégias requerem este tipo de memória. O uso frequente se concentra nos dobros dos números de 1 a 20.	$12+12=24$ $24-12=12$ $15+15=30$ $30-15=15$ $12+13= 12+12+1=24+1=25$ $19+20= 20+20-1= 40-1=39$
Rede de	Neste conhecimento se encaixam	$10= 1+9= 2+8= 3+7= 4+6= 5+5$

Relações Numéricas do 10 (RRN10)	todas as combinações que envolvem o 10 nas parcelas ou resultados e nos múltiplos de 10. É quando o aluno consegue visualizar que $8+5=13$, se jogar 2 da quantidade 5 com o 8, para formar 10, juntando com os 3 restantes para chegar ao 13.	$10-1=9$; $10-2=8$; $10-3=7$; ... $19-9=1$ $10= 11-1$; $12-2$; ... $19-9$ $20+1=21$; $20+2=22$; $20+9=29$
----------------------------------	---	--

Fonte: A autora (2024, com base em Berticelli e Zancan, 2023, p. 6-7)

Partindo do momento em que o educador percebe a importância de conhecer e aprofundar os conhecimentos e estratégias, o mesmo passa a se conscientizar do que erra e acerta “[...] na resolução de uma operação, de interferir no momento em que isso está acontecendo e buscar novas estratégias de ensino para suprir as necessidades do aluno” (Berticelli, 2017, p. 27).

As autoras Berticelli e Zancan (2023) salientam sobre a necessidade de considerar aspectos essenciais no que se refere aos benefícios e possibilidades que a utilização do cálculo mental pode proporcionar a estudantes e professores. É importante destacar, segundo as autoras, sobre as possibilidades de o cálculo mental ser um diferencial no enfrentamento de problemas e o que é necessário saber para formular uma estratégia.

Para este tipo de cálculo ser característico, não pode ser confundido com rapidez. Frana (2023) enfatiza sobre a relevância deste tipo de cálculo quando afirma que o cálculo mental “[...] está mais ancorado em conhecimentos, elaboração de estratégias, do que em velocidade propriamente dita (p. 39).

A autora afirma que muitos fazem relação do cálculo mental com a falta de uso do lápis e papel. Se estes não fossem usados, seria um empecilho para o registro das etapas para chegar à resposta, etapas que permitem a organização de raciocínio. Destaca ainda que o cálculo escrito faz parte da construção dos conhecimentos para o cálculo mental, visto que, “[...] durante o desenvolvimento do seu raciocínio, a criança pode-se utilizar de pequenos registros para apoiar a construção de estratégias de cálculo” (Frana, 2023, p. 39).

Nesse contexto, Conceição (2021), reforça a importância do desenvolvimento do cálculo mental nos anos iniciais do ensino fundamental, quando afirma que o mesmo ultrapassa as habilidades que os alunos deveriam desenvolver, indo superando o saber a ser ensinado, sendo responsável por um papel importante na aprendizagem matemática “[...] com respeito ao sistema de numeração, suas

propriedades e operações, além de proporcionar um ensino baseado na autonomia do aluno e em seus processos espontâneos” (Conceição, 2021, p. 90).

A partir do momento em que o estudante compreende as estratégias de cálculo mental articuladas aos números racionais, sem sombra de dúvidas, estará preparado para as equações, expressões numéricas, mínimo múltiplo comum e outros conceitos matemáticos, à medida que vai atingindo níveis escolares mais avançados, e futuramente, níveis de graduação. Para afirmar esta reflexão, temos como base os estudos realizados no que tange ao cálculo mental com números naturais.

Partindo disso, tem-se a necessidade de sistematização do cálculo mental nos anos iniciais do ensino fundamental, neste contexto visando as atividades com os números racionais, visto que, acordando com Parra (1996, p. 199), “uma aprendizagem muito tardia faz perdurar procedimentos onerosos e inoportunos e por esta razão recomenda a inclusão da aprendizagem de procedimentos de cálculo mental na escola”.

1.1 Cálculo mental com números naturais: o que dizem as pesquisas?

O que foi apresentado até o momento são os estudos iniciais que realizamos, para compreender sobre a relevância do cálculo mental nos primeiros anos do ensino fundamental. Nesta parte da trama faremos uma descrição da forma como vamos conduzir um dos pontos relevantes para a nossa investigação: a pesquisa relacionada ao que se tem publicado sobre o cálculo mental no ensino de números naturais na perspectiva histórica. Para isso, foi necessário fazer uma análise de trabalhos publicados, que apresentam o cálculo mental em uma perspectiva histórica.

No estágio nomeado “análise”, descrito por Burke (2016), ocorre o que chama de “classificação”, que segundo o autor, pode ser entendida como uma forma de reorganização de um sistema, desde que tenha por auxílio a descrição em sua forma “exata”. Para clarear o entendimento desta prática, Burke cita vários exemplos, dentre eles o de Francis Bacon (p. 94), que inclusive foi aceito pela Enciclopédia francesa. De acordo com Burke (2016), Bacon

(...) defendia uma divisão dos conhecimentos em três seções principais, cada uma associada a uma das três “faculdades” mentais: memória (incluindo história), razão (incluindo matemática e direito) e imaginação (incluindo arte) (p. 94).

Iremos classificar trabalhos publicados sobre a temática estudada nesta investigação, organizando quantos, o que/de que forma trazem sobre a temática, iniciando com uma breve reflexão.

Muitos estudos têm surgido, com pesquisas relacionadas à educação matemática e alguns campos que a envolvem, desde a História da educação matemática, trajetória cultural que a permeia, os saberes necessários para os docentes que ensinam matemática, entre outros estudos, visto que de acordo com Berticelli (2017), “Não é de hoje que o Ensino da Matemática é foco de estudiosos e pesquisadores” (p. 9).

O que percebemos é uma crescente preocupação, por parte dos historiadores, educadores, órgãos envolvidos no processo educativo, sobre a ciência que envolve a matemática e todos os seus agentes. Diante do exposto, concordamos com Zancan (2017), quando afirma que “O ensino e a aprendizagem de matemática sempre foram desafiadores para professores e alunos” (Zancan, 2017, p. 5).

Para nosso estudo, percebemos a relevância de realizar um inventário para conhecer outros resultados de pesquisas na perspectiva histórica. Pesquisamos sobre trabalhos publicados no Brasil concernentes ao ensino de cálculo mental com números naturais e racionais, sendo esta primeira parte direcionada aos naturais.

Para a comunidade acadêmica é relevante produzir este tipo de pesquisa, visto que é por meio desta que o pesquisador se torna ciente de publicações relacionadas ao que ele deseja pesquisar, desde a pertinência do tema para sua prática na pesquisa, estendendo-se para a relevância do mesmo para as áreas afins, para a sociedade e para verificar em que pontos a pesquisa pode avançar, focando no que ainda não foi pesquisado. Concordamos com Valente (2007) quando afirma que a tarefa mais importante do historiador não está em explicar os fatos coletados de outros trabalhos, mas na forma de utilização dos dados para produzir novos fatos.

No entanto, não se pode realizar este tipo de pesquisa de forma aleatória²⁷. Um inventário²⁸ exige critérios para que seja denominado como tal. Valente (2007) salienta que realizar levantamentos bibliográficos, construindo objetos históricos, implica que a tarefa do historiador não se detém somente na construção de um relato ou discurso. Ela influi na “[...] identificação e construção de fontes, de modos mais diversos (estatístico, microhistórico, etc.) que sofrerão processos interpretativos e que darão consistência ao objeto histórico em construção” (p. 36).

Listamos 6 trabalhos que trazem uma temática a respeito do cálculo mental no ensino de números naturais. Estes contemplam o estudo, onde apresentam alguma relação histórica em suas temáticas. Estes contemplam estudos na perspectiva histórica, como apresentaremos na sequência do quadro.

Quadro 4: Pesquisas históricas de cálculo mental com números naturais

Ano	Título	Autores	Revista
2017	As operações de adição e subtração nas Aritméticas editadas para as Escolas Paroquiais Luteranas do século XX no Rio Grande do Sul	Kuhn e Bayer	Jornal Internacional de estudos em Educação Matemática - JIEEM
2018	Cálculo mental no ensino fundamental: concepção dos professores que ensinam matemática	Marciano e Almouloud	Revista de Produção Discente em Educação Matemática
2021	Como os estudos de Piaget e Kamii podem ser percebidos nos objetos de conhecimento apresentados na BNCC?	Richter e Ribeiro	Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT
2021	Cálculo mental nos anos iniciais do Ensino Fundamental: um olhar para os documentos curriculares nacionais brasileiros	Oliveira	Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática - REVISEM
2021	CÁLCULO MENTAL E O SABER PROFISSIONAL: uma caracterização possível	Conceição	Revista de História da Educação Matemática - HISTEMAT
2023	Fenômeno de vulgata em atividades de matemática que envolvem os conhecimentos básicos do cálculo mental	Salla e Berticelli	Revista de História da Educação Matemática - HISTEMAT

Fonte: A autora (2023)

²⁷ Utilizamos a Plataforma Sucupira, que está inserida na Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e o indexador Google Acadêmico para a realização do levantamento. Esses critérios se firmam no fato das ferramentas de pesquisa citadas serem relevantes para a comunidade acadêmica e serão apresentados ao longo desta parte do estudo.

²⁸ Esta parte do trabalho é fruto de uma disciplina cursada em 2022/2023 (Fundamentos da Educação Matemática), sendo de nossa pretensão uma possível publicação futura, já que a mesma traz um panorama sobre pesquisas de cálculo mental.

Kuhn e Bayer (2018) abordam o termo cálculo mental no resumo e ressaltam sobre as operações de adição e subtração com números naturais nas Aritméticas editadas pela Igreja Evangélica Luterana do Brasil, por meio da Casa Publicadora Concórdia de Porto Alegre no século XX no Rio Grande do Sul.

Para além, destacam uma análise da Primeira Aritmética da Série Ordem e Progresso, da Série Concórdia em duas edições, percebendo propostas baseadas no método intuitivo; na tradição pedagógica da memorização, enfatizando habilidades para o cálculo mental e escrito, com foco e precisão nos algoritmos e procedimentos de cálculo das operações de adição e subtração (Kuhn e Bayer, 2018).

Os autores Marciano e Almouloud (2018) apresentam, por meio de uma pesquisa de mestrado que, no momento da publicação estava em desenvolvimento, um estudo sobre os diversos sentidos conferidos ao cálculo mental, fazendo uma relação com o contexto histórico do ensino de matemática. Os pesquisadores citam Cecília Parra (1996), Gomes (2005), Fontes (2010), além de outros autores, que trazem reflexões sobre o conceito de cálculo mental.

Além de discutir de forma pertinente os conceitos de cálculo mental, os autores perceberam que há uma consonância relacionada à importância atribuída ao ensino de cálculo mental e a necessidade deste no ensino escolar (Marciano e Almouloud, 2018).

Richter e Ribeiro (2021) discutem, por meio de uma análise bibliográfica e documental, se existe relação entre as teorias de Jean Piaget (1972, 1975, 2013), Constance Kamii (1992, 1993, 1995) e a BNCC (2017). Ressaltam que Kamii percebeu o prejuízo causado pelos algoritmos no desenvolvimento do senso numérico dos alunos. Destacam ainda que os objetos de conhecimento da BNCC (2017) concordam com as concepções construtivistas de Piaget e Kamii em relação aos algoritmos no 1º ano do ensino fundamental.

De acordo com os autores, Kamii observou que a autonomia intelectual na matemática é pertinente e que quando se dá a devida atenção ao cálculo mental, pode-se usar o algoritmo, desde que se priorize autonomia dos alunos em usar suas estratégias pessoais, sem se prender a regras (Richter e Ribeiro, 2021).

Oliveira (2021) analisa os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), o Pacto Nacional na Idade Certa (PNAIC) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC),

destacando o que cada documento curricular traz sobre cálculo mental. Afirma que nos PCNs há uma exposição limitada sobre cálculo mental, visto que evidencia a falta de registros e instrumentos (Oliveira, 2021).

Sobre o PNAIC, ressalta que o mesmo apresenta evolução do cálculo mental na forma de pensar nas aulas dos anos iniciais, trazendo foco na compreensão do número e no leque de estratégias, apresentando o cálculo mental como uma forma de compreensão dos números, propriedades dos mesmos e outras características (Oliveira, 2021).

Oliveira (2021), a respeito da BNCC, afirma que o cálculo mental aparece do 1º ao 7º ano do ensino fundamental, em diversas habilidades das unidades temáticas. Por meio destas, é possível perceber uma ausência da forma de compreensão do cálculo mental, reportando ainda aos PCNs. Segundo a autora, o documento não explora as características, no entanto, traz como relevante o trabalho com cálculo mental em todos os anos iniciais (Oliveira, 2021).

O artigo de Conceição (2021) aborda uma análise do conceito de cálculo mental sob a visão de Maria do Carmo dos Santos Domite Mendonça e Marcelo Lellis, tratando de verificar se poderia se considerar os saberes a ensinar e para ensinar na concepção da educadora.

As autoras Salla e Berticelli (2023), sob uma visão da História da educação matemática, apresentam uma proposta de pesquisa de mestrado, que traz como análise livros didáticos de matemática, com imagens em atividades que apresentam estrutura correspondente a uma atividade aplicada em cursos de cálculo mental para professores (Salla e Berticelli, 2023).

Percebemos que as pesquisas que envolvem o cálculo mental com números naturais estão surgindo, trazendo temáticas que abordam este tipo de cálculo. No inventário que fizemos, conseguimos classificar os seis trabalhos apresentados que mostram alguma articulação com a temática deste estudo. Observamos também que os trabalhos analisados não citam especificamente sobre a vertente da história cultural que utilizamos neste estudo, porém, nos mostram algumas facetas históricas que trazem contribuições para a História da educação matemática.

Em nenhuma das publicações analisadas aparecem os conhecimentos e estratégias de cálculo mental. Apenas no artigo de Salla e Berticelli (2023) aparece menção aos conhecimentos básicos, onde as autoras citam o trabalho onde aparecem estes conhecimentos explicitados.

Nas outras publicações, o cálculo mental é mencionado, no entanto, sem explorar ou exemplificar as estratégias, nomeadas ou não, e os conhecimentos necessários para desenvolver atividades de cálculo mental.

Como o cálculo mental no ensino de números racionais está fortemente presente neste estudo, fez-se necessário inventariar a produção de trabalhos que relacionam esses dois temas. Este inventário será apresentado a seguir.

1.2 Cálculo mental com números racionais: o que dizem as pesquisas?

Quando se trata de números racionais, dúvidas e inquietações surgem sobre o quão complexo pode ser o entendimento sobre estes conceitos. Gomes (2010) afirma que as dificuldades que alunos e professores enfrentam quando se trata de números racionais é fato, devido à complexidade dos conceitos que os envolvem.

Com relação aos resultados alcançados nesta parte da nossa investigação, concordamos com Malozze (1999), destacando que a publicação de resultados tem como função, o registro oficial e público da ciência. Assim, a divulgação científica mostra a existência de novos conceitos relativos a diversas áreas do conhecimento e/ou proporciona a resolução de problemáticas relevantes para a sociedade, assim como, trabalha em cima de conceitos já sabidos, todavia, pouco falados.

Com base em Caraça (1952), Gomes (2010) destaca o surgimento dos números racionais como uma solução encontrada pelo ser humano para “[...] comparar grandezas, quando a habilidade de contar, que o homem já dominava, não foi suficiente para responder à questão de quantas vezes uma grandeza era maior que outra” (Gomes, 2010, p. 25).

De acordo com Roque (2012), há uma noção de números racionais que surgiram com os antigos egípcios, relacionada às frações, com numerador unitário. As frações unitárias correspondiam ao que conhecemos hoje como $\frac{1}{n}$, ou seja, frações que possuem um numerador unitário.

Romanatto (1997) afirma que os alunos veem os números racionais como uma barreira para o entendimento. Para ele, isso se justifica no fato dos números racionais precisarem ser vistos como um arranjo de relações onde conhecimentos matemáticos vão sendo construídos e sistematizados por meio de diversos contextos.

Compreendemos que é relevante conhecer de forma aprofundada os números naturais e suas propriedades, incluindo o cálculo mental, para posteriormente, entender os números racionais e suas propriedades, dentre estes contextos, de acordo com Romanatto (1997), estão as relações como o que chamamos por medida, o que opera a multiplicação, situações que envolvem probabilidade e número, sendo estas peculiaridades assumidas pelos números racionais, cuja representação é por meio da forma a/b , decimais e porcentagem. De acordo com o autor, os números racionais estão “[...] presentes em contextos nos quais fazem parte as ideias de: quociente, medida, operador multiplicativo, razão e probabilidade” (p. 59).

A atuação do professor é fundamental no processo de aprendizagem, tomando conhecimento das várias maneiras de provocar o aluno para que este compreenda os conceitos, de modo a lidar com as situações-problemas, não só do que lhe é proposto na escola, lidando com o que surgir no seu cotidiano.

Romanatto (1997) destaca que nós usamos várias ideias matemáticas para resolver situações-problemas do cotidiano. Por essa razão, é importante que o professor faça essa conexão, do social com o escolar, para que o aluno efetive seus conhecimentos matemáticos.

Como exemplo, podemos tomar a ideia de chance ou probabilidade. Essa ideia faz parte das mais variadas atividades cotidianas, tais como um investimento, um seguro contra roubo ou até jogos de azar (p. 59).

No entanto, são conceitos complexos que descontroem a ideia do número inteiro como peculiar, abrindo possibilidades de compreensão de qual quantidade há entre um inteiro e outro, ou o que falta para chegar ao próximo inteiro.

Os números racionais caracterizam-se com relevância na matemática que se desenvolve no contexto escolar. De acordo com Caraça (1952), estes possuem dois princípios que orientam a construção da matemática. O primeiro deles é o princípio da extensão, que conecta o conhecimento que já existe com os novos e os mantém. O segundo princípio é o da economia, onde o que se utiliza para realizar operações e resolver situações-problemas continua valendo para resolver situações semelhantes. Isto significa que as formas de operar já utilizadas, ou o mesmo princípio, podem ser aplicadas para resolver outros problemas em situações novas.

Para compreender os números racionais, segundo Romanatto (1997), os estudantes precisam passar por uma transição e entender o que ocorre nas entrelinhas dos inteiros, abrindo a possibilidade de descobrirem quantidades escondidas entre um inteiro e outro. Destaca também a atuação do professor nesse momento crucial de transição do aluno, do mais simples para o complexo. O autor ressalta a complexidade destes números ser uma tarefa desafiadora para os estudantes. Ao mesmo tempo, de acordo com o autor,

[...] as “personalidades”, as ideias ou os constructos presentes no estudo dos números racionais tem importância tanto no âmbito da matemática quanto no de outras ciências e um ensino diferenciado, com esse conteúdo, visando uma aprendizagem compreensiva. É uma tarefa do professor, essencial e urgente (Romanatto, 1997, p. 69).

É importante destacar alguns conceitos ou interpretações, dentro dos números racionais. A primeira interpretação é relacionada às frações, podendo ser “comparadas, somadas, subtraídas, etc.”.

A segunda são os decimais, que “formam uma extensão natural (via nosso sistema de numeração decimal) para os naturais”. A terceira interpretação dos números racionais são as “classes de equivalência de frações”, por exemplo., “ $1/2$, $2/4$, $3/6$; $2/3$, $4/6$, $6/9$ são números racionais”.

A quarta interpretação evocada por Romanatto (1997), com base em Kieren (1975) é a de que os números racionais são “números da forma p/q , onde p e q são inteiros e que $q \neq 0$. Dessa forma os números racionais são números relacionais”. A quinta interpretação é ver os números racionais como “operadores multiplicativos (por exemplo, estreitadores, alongadores, etc.)”.

A sexta interpretação está no fato dos números racionais serem “elementos de um campo quociente ordenado e infinito. Há números da forma $x = p/q$, onde x satisfaz a equação $qx = p$ ”. A última interpretação que Romanatto traz, tendo Kieren (1975) como basilar, é a de que “os números racionais são medidas ou pontos sobre a linha ou reta numerada” (Romanatto, 1997, p. 69-70).

Os conceitos que envolvem os números racionais, quando compreendidos, melhoram as possibilidades de dividir, oportunizando o entendimento e manejo das situações-problemas, não só na escola, nas aulas de matemática, mas as que são reais no cotidiano fora da escola. São conceitos complexos, porém, quando entendidos, possibilitam uma riqueza no desenvolvimento e expansão mental,

proporcionando continuidade no desenvolvimento do intelecto. Além disso, a compreensão dos números racionais é basilar para a iniciação algébrica. É o que compreendemos por meio dos estudos dos autores aqui apresentados.

Pelas razões destacadas até o momento, baseadas no que os autores apresentam, entendemos que é pertinente trazer algumas reflexões sobre como os números racionais são visados historicamente. De fato, se conhece seus reais conceitos? Como questionam Moraes, Bertini e Valente (2021), como os professores viam a matemática do ensino dos números racionais? De que forma eles chegavam aos alunos? Era possível relacioná-los ao ensino de cálculo mental com números naturais? Como era vista essa relação?

Com a finalidade de refletir sobre estes questionamentos, em especial no que diz respeito ao ensino de cálculo mental com números naturais conectados aos racionais²⁹, realizamos um inventário, assim como o fizemos com o cálculo mental e números naturais.

Esta etapa da pesquisa consistiu em investigar pesquisas históricas, publicadas em revistas, no ensino de matemática e áreas afins³⁰, no que diz respeito ao cálculo mental com números naturais e racionais, vistos como continuação dos conceitos que envolvem números, iniciados nos primeiros anos escolares (Romanatto, 1997).

Buscamos trabalhos com a temática cálculo mental no ensino de números racionais. Das 27 revistas selecionadas, foram encontradas 7 publicações trazendo a temática cálculo mental e números racionais, publicadas em 4 revistas. No entanto, apenas 3 publicações abordam articulação de cunho histórico.

Quadro 5: Pesquisas históricas de cálculo mental com números racionais

Ano	Título	Autores	Revista
2017	Um levantamento de questionamento(s) sobre o método intuitivo a partir de programas de ensino de Sergipe (1917 e 1931) e	Santos e Santos	Caminhos da Educação Matemática em Revista

²⁹ Recorremos aos mesmos critérios, aplicados em pesquisa realizada anteriormente, fazendo uma busca na Plataforma Sucupira e no indexador Google Acadêmico, neste último, buscando revistas que o trazem em comum. Utilizamos as mesmas revistas encontradas para a pesquisa do cálculo mental com os números naturais no inventário de pesquisas com cálculo mental e números racionais.

³⁰ Fizemos uma busca por revistas cadastradas na Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES e no Google Acadêmico (este último como indexador em comum para as revistas selecionadas).

	do manual de Aritmética Elementar Ilustrada de Antonio Trajano		
2021	Currículo prescrito para o ensino de frações no ensino fundamental	Lima e Garcia	Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática – JIEEM
2023	Reflexões Sobre uma Aritmética do 4º Ano Primário Editada por uma Irmã Franciscana do RS, para o Público Feminino dos Colégios da Ordem	Brito e Kuhn	Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática – JIEEM

Fonte: A autora (2023)

O artigo de Santos e Santos (2017) menciona o cálculo mental em apenas um momento³¹. Traz por objetivo analisar os programas de ensino de 1917 e 1931 e o manual Aritmética Elementar Ilustrada de Antonio Trajano. São dois programas, um datado de 1917 e o outro de 1931. O estudo traz análise voltada para o 3º e 4º ano do ensino primário em Sergipe (região nordeste do Brasil), dentro dos dois programas.

O programa de ensino de 1917, para o 3º ano, segundo os autores Santos e Santos (2017), apresentava sequências que nos levam a compreender que o foco era que o aluno aprendesse a somar, diminuir, multiplicar e dividir inteiros. Quanto às frações, sugeria-se ensinar frações ordinárias, próprias, impróprias, mistas, decimais. Não menciona o cálculo mental. Para o 4º ano, sugere-se a recapitulação do 3º ano, operações e problemas sobre inteiros, frações e decimais, sem mencionar cálculo mental.

O programa de 1931 apresenta uma sequência, conforme mostram Santos e Santos (2017), no 3º ano, que mostra aritmética com revisão do 2º ano; frações, decimais, medições, uma quantidade frequente de exercícios de cálculo mental; juros e descontos simples utilizando cálculo mental. Nos conteúdos de 4º ano sugere-se o mesmo programa do 3º ano, com as matérias mais desenvolvidas, porém, não apresenta as formas de aperfeiçoamento das atividades. Este é o único momento no estudo em que o cálculo mental é mencionado no texto.

Lima e Garcia (2021), usando como base Sacristán (2020), apresentam uma análise curricular relacionada ao que este expõe no tocante aos significados da

³¹ Para acessar o texto foi necessário reportar ao Repositório Institucional da UFSC (Universidade Federal de Santa Catarina), pois ao tentar acessar dentro da própria revista, aparece uma página escrito “arquivo não encontrado”. Devido a este fato, nas referências citamos o endereço de acesso do Repositório da UFSC.

representação de frações no ensino fundamental. Utilizaram os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) e a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) para análise.

Nos dois documentos, segundo as autoras, o estudo sobre fração está presente desde cedo na vida escolar dos estudantes. Nos PCNs a menção à fração ocorre no 2º ciclo (3ª e 4ª séries). Na BNCC as habilidades que trazem o contexto de fração se desenvolvem a partir do 5º ano (referente à 4ª série) (Lima e Garcia, 2021).

Constata-se ainda que nos anos posteriores, do 7º para adiante, não há mais referência ao significado de frações. O artigo traz as habilidades presentes na BNCC relacionadas à porcentagem, decimais e o termo “racionais”, relacionados com o cálculo mental, algoritmos, estratégias pessoais e estimativas, no entanto, as autoras não trazem mais discussões sobre conhecimentos ou estratégias de cálculo mental (Lima e Garcia, 2021).

Brito e Kuhn (2023) objetivam mostrar aspectos a serem destacados em uma Aritmética do 4º ano primário, aritmética editada pela irmã franciscana Valesca Volkmer.

No artigo aparece menção ao cálculo mental apenas uma vez, em um quadro apresentado no artigo, que mostra um trecho da obra analisada apresentando nas instruções o cálculo mental envolvendo operações com números de três ordens. Porém, não envolve números racionais neste momento, sendo que os mesmos aparecem em outro trecho do texto, em instruções para o 4º ano primário, mas sem envolver cálculo mental (Brito e Kuhn, 2023).

Os números racionais foram abordados nas publicações analisadas, porém sem conexão com o cálculo mental, de modo que o ensino de números racionais com cálculo mental não foi evidenciado em nenhum dos estudos analisados. Esta etapa da investigação nos faz perceber a relevância do nosso estudo, uma vez que pretendemos apresentar conhecimentos e estratégias de cálculo mental, presentes em atividades com números racionais.

Percebemos que são escassos os trabalhos que especificam estratégias de cálculo mental no ensino de números racionais, com base em autores, mostrando como e quando usá-las. As publicações que analisamos não possuem foco em aspectos históricos, especificamente, indicando uma carência nesse aspecto.

Os resultados nos mostram que ainda falta muito a percorrer quando o assunto é relacionado a estratégias de cálculo mental com números racionais. Aqui

concordamos com Chartier (1990) quando ressalta que para conhecer, é preciso aprofundar. Esta afirmação é válida para todos os campos, incluindo a história cultural, onde, por entre suas vertentes, também permeiam as práticas e representações do passado. Cabe a nós compreender o contexto histórico do cálculo mental inserido nas diversas culturas em meio ao ambiente escolar, no caso desta investigação, ligado aos números racionais.

A constatação de que existem poucas pesquisas que relacionam o cálculo mental com números racionais nos indica a relevância de aprofundarmos os estudos sobre essa temática, partindo dos materiais argentinos que constituem-se como fontes para essa pesquisa.

2 CÁLCULO MENTAL COM NÚMEROS RACIONAIS

Iniciamos neste capítulo a parte da trama que nos conduzirá à descrição do objetivo central desta pesquisa, que consiste em compreender a *expertise* profissional de Cecilia Parra presente em um manual argentino, estando esta como diretora de currículo da Cidade de Buenos Aires, tendo atividades e orientações presentes no documento curricular apresentados e também no manual pedagógico utilizado como fonte de análise no nosso estudo.

Compreendemos que, para caracterizar um estudioso/especialista como *expert*, há alguns critérios que precisam ser adotados pelo pesquisador, de acordo com os autores Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017). Estes critérios se firmam na atuação do especialista em ações para o Estado, direcionadas, no caso deste estudo, para o setor educacional. E quando a convocação ou convite parte do Estado, é relevante destacar sobre as diretrizes curriculares no qual o Estado está centrado, visto que as mudanças ocorrem no documento para depois serem colocadas em ação.

Por esta razão, faremos uma reflexão sobre as diretrizes curriculares brasileiras, trazendo um panorama histórico relacionado aos bastidores dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (1997, 1998), vigentes no Brasil, dentro do recorte temporal do nosso estudo, paralela à análise da presença do cálculo mental nos mesmos, articulado aos números naturais e racionais, com a intenção de compreender de que forma o cálculo mental era estruturado dentro do documento.

Em complemento, apresentaremos uma análise do Currículo Básico para a Escola Pública do Estado do Paraná (1990-2003), que condiz com o recorte temporal da pesquisa e com o local onde a autora da mesma reside e atua como docente.

2.1 Um olhar histórico para as diretrizes curriculares brasileiras

A história apresenta uma série de acontecimentos que trazem à tona os conflitos gerados no decorrer da construção curricular. Pinto (2020) afirma que “[...] o currículo quando visto historicamente, é uma caixa preta que precisamos abrir” (p. 25). À vista disso, é possível conhecer o sentido dos bastidores presentes em escritos tomados pela essência dos sujeitos. A autora enfatiza que as razões e

objetivos genuínos de uma proposta curricular estão “[...] em espaço especial da escola, o espaço da cultura escolar, lugar onde novas finalidades são incorporadas aos conteúdos e métodos de ensino” (Pinto, 2020, p. 25).

Goodson (1999) afirma que a escola e suas questões estão em constantes conflitos, em especial, no caso deste estudo, quando se trata de questões curriculares. Segundo ele, “[...] os conflitos em torno da definição de currículo escrito proporcionam uma prova visível, pública e autêntica da luta constante que envolve as aspirações e objetivos de escolarização” (p. 17). O autor finaliza a fala dizendo ser essa mais uma razão para compreender as questões que envolvem o currículo.

E como no caso deste estudo tratamos de questões que envolvem contextos curriculares que dizem respeito à educação matemática e História da educação matemática, nos cabe compreender ou interpretar os fatos históricos relacionados a este âmbito cuja importância dada a ele é crucial para a educação.

O desenvolvimento do ensino de matemática requer uma abordagem que possa manifestar ou fazer emergir interesse e desejo de aprender os conteúdos apresentados e a forma de sua introdução àqueles que têm contato com ela. Para apresentarmos o que foi proposto no capítulo, nos cabe lembrar sobre os quatro estágios (coleta, análise, disseminação e aplicação) que compõem o processo de transformação da informação em conhecimento, nomeado assim por Burke (2016), ou saber, conforme Bertini, Morais e Valente (2017).

O segundo estágio se subdivide em descrição, quantificação, classificação e verificação. Descrevemos, conforme Burke (2016) como se deu o processo da nossa investigação.

A quarta etapa do estágio de análise, que Burke nomeia como verificação perpassa nossa investigação desde o momento em que tivemos contato com o material argentino a ser analisado e todos os questionamentos que dele fez emergir. De acordo com o autor, essa prática é de grande valor para a pesquisa histórica, tal como as outras expostas anteriormente. Burke a apresenta através de questionamentos que levam o pesquisador matemático a considerar seus conhecimentos diante das fontes:

Como saber se nosso conhecimento é confiável? O que vale como prova ou evidência? (...) os métodos de verificação possuem uma história, cujo estudo é conhecido como “epistemologia histórica”, concentrada nas justificações da crença e nos métodos de aquisição de conhecimento (Burke, 2016, p. 99).

Uma das maneiras de descobrir a veracidade das informações colhidas em uma investigação perpassa pela “verificação”, por meio da qual o historiador trata de validar sua coleta de informação, analisando-a epistemologicamente, fazendo uma conexão crítica das fontes escritas e relatos, para dessa forma, permitir que as “informações” adquiridas tomem forma, passando pelo processo de “cozimento” (Burke, 2016), transformando-se em “conhecimento”. Esta etapa nos aproxima ainda mais dos saberes.

O processamento da informação em conhecimento tem relação com os saberes, quais são necessários para compreendermos o contexto desta investigação: os saberes que envolvem o cálculo mental com números racionais. Estes estão ligados à escola, ao ambiente e cultura que a permeia. Amplos e conectados, de modo que a cultura escolar poderia atuar como uma ponte, fazendo com que o historiador entre em contato com os saberes que se desenrolam em meio à época a ser investigada, visto que a cada transição cultural, os mesmos vão sendo transformados, convergentes com as diversas culturas que perpassam pela sociedade.

Todos esses aspectos interferem no processo investigativo, que na perspectiva histórica, envolve diversos tipos de representação. No que tange a este estudo, Pinto (2014) afirma que:

Tomando como exemplo a matemática escolar, uma forte representação ainda presente na sociedade é ser considerada por muitos como um saber para poucos, aos que nascem com “dom” para matemática, representação, em geral reforçada nos meios escolares (p. 129).

Ainda segundo Pinto (2014), assim surge a relevância de um trabalho desenvolvido e fundamentado na história cultural para compreender os seus diversos termos ou sentidos, dentre eles a “tradição³²”, “representação³³”, “apropriação³⁴”, “cultura escolar³⁵”, e outros.

³² A tradição, de acordo com Hobsbawm (1997) se valida perante os rituais e símbolos que se mostram por meio das escolhas e construção de valores e regras comportamentais, conduzindo a um conhecimento oportuno, permanente e contínuo, tornando-se distinto de costumes e crenças.

³³ Chartier (1990) define a “representação” como a maneira do sujeito construir sua realidade de forma intelectual. Ela não é única, visto que se modifica conforme a posição social ocupada pelo sujeito, sendo conectada às necessidades sociais e existentes.

³⁴ Ainda de acordo com Chartier (1990), a apropriação é uma atribuição ativa do sujeito, e o sentido que este dá ao texto é resultado da sua própria atuação como leitor. A interpretação ocorre entre os dois, leitor e texto, envolvendo práticas específicas.

Em se tratando dos saberes, com base em (Valente, 2017), objetiva-se distinguir quais são cruciais para entender de que forma as finalidades do cálculo mental foram mobilizadas no processo de ensino dos números racionais, o que impende ao educador atentar-se para a relevância dos saberes que lhe competem como professor que sabe matemática ou como educador que ensina matemática.

Esta asserção nos remete a refletir sobre os saberes necessários para entender o contexto sobre o ensino de cálculo mental com números racionais; sobre que saberes o professor necessita para ensinar números racionais com cálculo mental; sobre quais conhecimentos os alunos precisam ter consolidados no processo de aprender as estratégias que permeiam o cálculo mental; sobre a necessidade de conhecer as estratégias de cálculo mental com números naturais para chegar aos conceitos que envolvem os racionais.

Sabe-se que, para a obtenção de um efeito positivo e duradouro no ensino, o papel do professor é fundamental neste processo. Em provocação a esta reflexão, Valente (2017) questiona sobre a formação do professor, como deve ser e qual matemática deve ser considerada na sua formação profissional. “E mais: o que tais indagações tem a ver com formação de educador matemático?” (p. 202).

As reflexões continuam quando pensamos a respeito do saber que o docente necessita quando se depara com os desafios diários que a sala de aula lhe apresenta. É relevante que ele faça a distinção de quais saberes necessita para seu autoconhecimento e quais são importantes para habilitá-lo a ensinar, saberes *a* ou *para*? É possível desvencilhar-se de qualquer um dos dois ou compreendê-los de forma separada, sem que estejam articulados? Quando olhamos para estes saberes, percebemos sua relação com as práticas e atuações advindas de uma cultura escolar. Ainda no que concerne a esses saberes,

[...] parece possível definir dois tipos constitutivos de saberes referidos a essas profissões [as do ensino e da formação]: os **saberes a ensinar**, ou seja, os saberes que são os ‘objetos’ do seu trabalho; e os **saberes para ensinar**, em outros termos, os saberes que são as ferramentas de seu trabalho. (Hofstetter; Schneuwly, 2017, p. 132, grifo nosso).

A matemática, em uma visão de disciplina e de articulação de saberes, se caracteriza para a formação do sujeito, permitindo o contato com o conhecimento

³⁵ Julia (2001) define cultura escolar como evidência de que a escola é um ambiente de transmissão de conhecimentos e vai além, se tornando um lugar onde se apresenta ou se recomenda hábitos e comportamentos, de acordo com a necessidade social do entorno escolar.

dos conceitos matemáticos, servindo de base para o estudante diante das transformações que compõem seu entorno. Essa base será crucial nos momentos em que o estudante se deparar com as situações-problemas, como cidadão, inserido na sociedade como sujeito presente no ambiente da escola.

Quando se trata de cálculo mental, de acordo com estudos de autores levantados neste trabalho, o processo de aquisição de conhecimento se torna ainda mais duradouro e presente, visto que o estudante o utiliza não somente na escola, mas ao longo de sua vida (Berticelli, 2017).

Para compreender sobre cálculo mental em uma visão da matemática como disciplina, é importante estudar sobre pontos relevantes na história da sua construção, ação essencial para este processo. No caso deste estudo, buscamos compreender de que forma o cálculo mental no ensino de números racionais foi apresentado, no contexto deste estudo.

No entanto, é relevante considerar como se deu parte da consolidação do currículo, no setor da educação matemática e sua relevância, visto que traz “referências para o ensino e/ou para a formação de professores, em qualquer nível governamental (município, estado ou país)” (Valente et al., 2023, p. 8).

Partiremos para uma viagem histórica aos bastidores da construção curricular, documento importante que valida os saberes que devem ser inseridos e compreendidos na escola e em todo o contexto que envolve a educação. Cesar Cool (1987) afirma que o currículo “[...] é um elo entre a declaração de princípios gerais e sua tradição operacional, entre a teoria e a prática pedagógica, entre o planejamento e a ação, entre o que é prescrito e o que realmente sucede nas salas de aula” (p. 34). O autor traz reflexões importantes sobre currículo, ressaltando que é interessante que nos interroguemos sobre “[...] as funções que ele deve desempenhar e, para identificá-las, convém recordar e ampliar o que dissemos anteriormente a propósito da natureza das atividades educativas escolares” (p. 43).

Este capítulo trata especificamente da produção curricular brasileira. O professor Antonio José Lopes³⁶ (Bigode)³⁷ em muito contribuiu para essa produção,

³⁶ O professor Antonio José Lopes (Bigode) participou da Mesa Redonda que ocorreu no XX Seminário Temático Internacional do GHEMAT Brasil, realizado em maio de 2022, que trazia como título “Sobre os currículos de matemática: os bastidores de sua produção”. A atividade foi coordenada por Regina Pavanello e ainda trouxe a participação de Antonio Miguel (Metz e Silva, 2023, p. 113).

visto que esteve presente no início desta, sendo sua participação relevante para nossa investigação.

Segundo Metz e Silva (2023), a época marcante para a estruturação de programas curriculares no Brasil foi no século XIX, precisamente no colégio Dom Pedro II.

Ainda de acordo com os autores, basicamente não aparecia, no que estava sendo proposto, a disciplina chamada “matemática”. Na proposta aparecia aritmética, álgebra geometria e trigonometria. Isto permaneceu até os primeiros vinte anos do século XX³⁸.

Metz e Silva (2023) afirmam, de acordo com Dassie e Rocha (2003), que a proposta da matemática surgir como disciplina ocorreu em 1920, promulgada pelo Decreto nº 18.564 de julho de 1929. Esse feito ocorreu durante a Reforma Francisco Campos, uma das tentativas mais significativas de organização educacional no Brasil. Os autores ressaltam que “Naquela época, o que referenciava o ensino de matemática era uma lista de conteúdos denominada ‘Programas’” (Metz e Silva, 2023, p. 114). Abaixo vão alguns acontecimentos que marcaram o início da produção curricular brasileira.

Quadro 6: Linha do tempo - elaboração curricular brasileira.

Ano	Acontecimentos marcantes
1932	<ul style="list-style-type: none">• Ensino secundário dividido em dois cursos seriados: fundamental de cinco anos e complementar de dois anos• Ampliação da ideia de currículo
1934	<ul style="list-style-type: none">• Determinação da criação do Plano Nacional de Educação, sob responsabilidade do Conselho Nacional de educação
1942	<ul style="list-style-type: none">• Lei Orgânica no Governo Getúlio Vargas que organizou o Ensino secundário com duração de sete anos em dois ciclos: ginásial, de quatro séries e o segundo ciclo em três séries com duas modalidades (curso clássico e científico)• Reforma Gustavo Capanema, que vigorou até 1961
1961	<ul style="list-style-type: none">• Aprovação da Lei 4.024, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB)• Partindo da Lei, houve a duração dos ciclos, com o segundo ciclo sendo chamado de colegial
1930-1945	<ul style="list-style-type: none">• Era Vargas: complementação das competências do Ensino Médio• Época de desenvolvimento científico, econômico e tecnológico
1950	<ul style="list-style-type: none">• Início da Matemática Moderna no Brasil: mudanças e renovação no ensino de matemática no Brasil e em diversos países• Surgimento de uma nova seara profissional e de pesquisa
1970-1990	<ul style="list-style-type: none">• Educação Matemática surgiu como um novo campo disciplinar e

³⁷ De acordo com Vasconcelos (2021, apud Metz e Silva, 2023), Antonio José Lopes passou a ser apelidado ou conhecido como “Bigode” quando a comunidade de Educadores Matemáticos passou a chamá-lo assim. Isso ocorreu no início de sua carreira quando atuava como autor de livros didáticos, apelido ainda utilizado pelos colegas até o momento (Metz e Silva, 2023, p. 113).

³⁸ Ver Valente (1999); Dassie, Rocha (2003); Morales *et al.*, 2003).

	profissional, produção de novos saberes, para o ensino e formação de professores <ul style="list-style-type: none"> • Partindo da Lei, houve a duração dos ciclos, com o segundo ciclo sendo chamado de colegial • A organização curricular brasileira foi influenciada pelo Guia Curricular do estado de São Paulo, sendo os “Programas” substituídos pelos “Guias”
1990	<ul style="list-style-type: none"> • No final de 1990, os Guias foram substituídos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais • Elaborados com o objetivo de constituir uma proposta de reorientação curricular para as secretarias municipais e estaduais de educação e escolas
1993-2003	<ul style="list-style-type: none"> • O Ministério da Educação – MEC coordenou a elaboração do Plano Decenal de Educação para Todos, sendo este um documento que reafirma a obrigação do Estado de elaborar os parâmetros curriculares nacionais

Fonte: A autora (2023), com base em Metz e Silva³⁹ (2023).

Segundo os autores Metz e Silva (2023), baseando-se em Lessa (2012), a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs foi uma forma encontrada “[...] pelo governo brasileiro para melhorar os resultados da educação e o desempenho brasileiro no cenário internacional” (p. 121), sendo gratuito, distribuído para os profissionais da rede pública de ensino.

Quando se trata de aperfeiçoar os resultados da aprendizagem, Cool (1987) ressalta que na década de 1950 ocorreu uma convergência de relevância histórica entre duas vertentes: a ideia de focar as intenções educativas partindo de resultados almejados relacionados à aprendizagem, já presente em propostas educacionais desde o início do século e o esclarecimento do comportamento educacional. Este é responsável, segundo o autor, por identificar a aprendizagem com a “[...] mudança da execução comportamental, prescindindo dos processos cognitivos encobertos, e insistindo na necessidade de definir operacionalmente a execução comportamental para poder medir a aprendizagem” (Cool, 1987, p. 71).

A parte dos PCNs direcionada à matemática foi protagonizada por Maria Tereza Lopes Soares, tendo na equipe de coordenação as professoras Maria Amábile Manssutti e Célia Maria Carolino Pires, assessoradas por Antonio José Lopes (Metz e Silva, 2023). A professora Maria Tereza era dotada de experiência em sala de aula e com formação docente, da rede municipal de educação de

³⁹ Quadro 6: Em seu texto, Metz e Silva (2023) citam os seguintes autores como base: Dassie, Rocha (2003); Soares; Dassie; Rocha (2004); Pires (2008); Silva (2021b); Baraldi, Gaertner (2010); Valente (2020); Godoy; Santos (2012); Duarte e Soares (2014); Brasil (1997); Macedo Neto (2009).

Jundiaí, em São Paulo. A professora pedagoga Maria Amábile é considerada *expert* em educação, uma vez que atuou na constituição “[...] de uma nova organização do currículo de oito anos, mais especificamente, na produção de novos saberes relativos à matemática das primeiras séries escolares do Ensino do 1º grau” (Metz e Silva, 2023, com base em Silva, 2021a). O primeiro ciclo é composto pela 1ª, 2ª, 3ª, e 4ª série; o segundo ciclo é formado pela 5ª, 6ª, 7ª e 8ª série, ambos compondo o ensino Fundamental.

O terceiro e quarto ciclos foram publicados⁴⁰ em 1998, com apresentação feita pela Secretaria de Educação Fundamental, com o objetivo de construir um referencial de orientação da prática escolar, possibilitando aos estudantes a inserção no mercado de trabalho (Brasil, 1998 apud Metz e Silva, 2023). O terceiro e quarto ciclos (5ª a 8ª séries) tiveram a participação de educadores matemáticos como Célia Maria Carolino Pires e Ruy César Pietropaolo na sua elaboração⁴¹.

Célia Pires, uma das responsáveis pela área de matemática no currículo, citada por Metz e Silva (2023), destaca que os PCNs de matemática do 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental tiveram outros países como referência. De acordo com Lopes (Bigode), durante uma discussão na Mesa Organizada pelo Ghemat-Brasil no XX Seminário Temático Internacional, os PCNs tiveram uma forte influência do construtivismo internacional, iniciado na Espanha (Metz e Silva, 2023).

Como citamos no início desta seção, Antonio José Lopes, conhecido como Bigode, teve uma colaboração fundamental nos bastidores aqui discutidos. Sua participação no Seminário Temático Internacional abriu possibilidades para uma reflexão concernente ao que ocorreu nos bastidores da produção curricular no Brasil.

Os autores Metz e Silva citam participações de Bigode em outros eventos, participações que são importantes para a discussão. Bigode cita⁴² a repercussão da coleção de livros didáticos “*Matemática Atual*”, sendo esta uma referência para os PCNs. Afirma que o Ministério da Educação o convidou (em 1995) para integrar a

⁴⁰ O primeiro e segundo ciclos foram publicados em 1997, pela Secretaria de Educação Fundamental vinculada ao Ministério da Educação e do Desporto, tendo como organizadoras Ana Rosa Abreu, Maria Cristina Ribeiro Pereira, Maria Tereza Perez Soares e Neide Nogueira, contando com a assessoria de César Cool e Délia Lerner de Zunino, mais 32 colaboradores (Metz e Silva, 2023, p. 119-121).

⁴¹ Essa é uma fala da professora e pesquisadora Elisabete Búrigo (2021, p. 1519) apud Metz e Silva (2023).

⁴² Em entrevista a VORPAGEL (Metz e Silva, 2023).

primeira equipe de consultores dos PCNs, onde já participavam César Cool e Délia Lerner (Metz e Silva, 2023).

Bigode comenta sobre seus conhecimentos adquiridos por meio da “[...] Psicologia, Epistemologia, História de Matemática e didática”, quando trabalhou no processo de planejamento da coleção de livros didáticos, e que “[...] na escolha de conteúdos considerou a Psicologia Cognitiva pela explicação referente aos processos de aprendizagem” (Metz e Silva, 2023, p. 128). Ele cita outra coleção em que trabalhou (*Matemática Hoje é Feita Assim*). Em uma entrevista com Juliana Resende⁴³, fala novamente que foi um dos consultores do documento e que poderiam ter avançado mais, porém, o texto (dos PCNs) atual, da época, apresenta um grande avanço (Metz e Silva, 2023).

É interessante destacar um trecho de Cool (1987) relacionado ao que permeia a elaboração curricular, desde projetos até chegar ao documento propriamente dito.

Ele salienta que a primeira ligação dos inevitáveis problemas que se enfrenta na elaboração de um Projeto Curricular, por exemplo, são suas fontes. “Onde buscar a informação necessária para definir as intenções – objetivos e conteúdos – e o plano de ação a seguir na educação escolar?” (Cool, 1987, p. 47).

[...] a primeira faz referência ao destaque de um outro campo científico, a Psicologia Cognitiva, como participante e colaborador nas propostas do documento no que se refere à disposição de conteúdos e abordagem metodológica; a segunda relaciona-se à posição de fala de Bigode como escritor de livros didáticos⁴⁴, sua fala toma como base e é mais centrada em suas produções didáticas e os estudos sobre aprendizagem; a terceira ocorre quando Bigode argumenta que os PCN são reflexos do que era discutido por educadores em momentos anteriores, em especial entre os anos 40 e 60 (Metz e Silva, 2023, p. 129-130).

Diante dos depoimentos e participações de Bigode na elaboração curricular brasileira, na área de matemática, os autores Metz e Silva (2023) afirmam que sua participação “[...] fica sugestiva a uma *expertise* relacionada à especialidade em currículo e à produção de livros didáticos [...]” (p. 131). Segundo os autores, o autor inspirou a incorporação de muitas temáticas para o ensino de matemática, partindo do que vivenciou e de propostas consolidadas em produções didáticas.

⁴³Alguns detalhes da entrevista são mencionados no rodapé da página 129 (Metz e Silva, 2023), incluindo a disponibilidade de acesso à entrevista.

⁴⁴ Ver Metz e Silva, 2023, p. 129, em nota de rodapé.

Duarte (2023) também traz discussões pertinentes para o tema discutido nesta seção, com a participação de Ruy César Pietropaolo, que teve a incumbência de encerrar o XX Seminário Temático Internacional, no ano de 2022, já citado anteriormente neste estudo. Pietropaolo colaborou na elaboração da Base Nacional Comum Curricular – BNCC, envolvido em ações curriculares desde 1976 (Duarte, 2023).

Ruy atuou na elaboração dos PCNs, com Célia Maria Carolino Pires, Maria Amábile Manssutti, Lydia Lamparelli como responsáveis pela elaboração do documento direcionado aos anos iniciais. Os PCNs para o Ensino Fundamental o tiveram como direcionador, junto a Maria Amábile Manssutti, coordenados por Maria Célia Carolino Pires (Duarte, 2023).

A partir de 2008, de acordo com Pietropaolo (2022), surgiram mudanças curriculares que a Secretaria de Estado da Educação de São Paulo anunciou, sendo a “Nova Proposta Curricular para o Ensino Fundamental – Ciclo II e Médio do Estado de São Paulo” (Duarte, 2023, p. 65-66). Os materiais de instrução, publicados nesta reforma, “Caderno do Professor” e “Caderno do Aluno” tiveram sua colaboração (p. 66), além do professor fazer parte da equipe de formulação da Base Nacional Comum Curricular – BNCC.

O professor Pietropaolo relata, em um de seus comentários (Duarte, 2023), que:

O currículo decorre de uma tradição seletiva, ou seja, é fruto da seleção realizada por pessoas que têm uma determinada visão do que seja conhecimento. É produto de tensões, conflitos e concessões culturais, políticas e econômicas (Pietropaolo, 2022, apud Duarte, 2023, p. 72).

Esta fala nos remete a Certeau (1986, 2009), quando afirma que os conflitos são compreendidos no desenrolar das tensões, podendo ser revistos ou considerados, ou mesmo entendidos conforme outros vão se configurando. Compreendemos que este fenômeno ocorre quando se trata de produção de novos saberes, neste caso, de inovações curriculares, gerando personagens fundamentais para uma interpretação da história do currículo no Brasil.

Aqui o autor Cool nos auxilia na compreensão do cenário do histórico curricular, ressaltando que “A primeira função do currículo, sua razão de ser, é a de

explicitar o projeto – as intenções e o plano de ação – que preside as atividades educativas escolares” (Cool, 1987, p. 43-44).

Cool (1987) destaca o agrupamento de quatro capítulos essenciais para a constituição de um currículo, no cumprimento de suas funções. O primeiro é aquele que “Proporciona informações sobre *o que ensinar*”, composto pelos conteúdos e objetivos. O segundo capítulo traz “informações sobre *quando ensinar*”, a forma de sequenciar os conteúdos e sua ordem. O terceiro “proporciona informações sobre *como ensinar*”, a forma de estruturação das atividades de “ensino/aprendizagem”. O quarto capítulo apresenta “informações sobre *que, como e quando avaliar*. Na medida em que o projeto corresponde a certas intenções, a avaliação é um elemento indispensável (...)”. Desta maneira, as ações pedagógicas podem responder, segundo Cool (1987), “(...) adequadamente às mesmas e introduz as correções oportunas em caso contrário” (Cool, 1987, p. 44-45, grifos do autor).

Entendemos, com base no que estudamos até o momento, que o documento curricular se caracteriza pelo que a sociedade tem como necessidade para que os estudantes aprendam ao longo de sua vida na escola.

As decisões que envolvem a constituição de um documento curricular exigem diversas formulações, ideias de mundo, sociais, culturais, as maneiras de produção de conhecimento, de que forma é difundido e qual seria sua função na vida dos sujeitos sociais. Por isso a preocupação com sua elaboração, seus bastidores, seus personagens, aqueles que colaboram e os que protagonizam.

Cool (1987) afirma, sob o ponto de vista de R. Tyler (1949), que é necessário olhar para as fontes dos objetivos educativos, sendo essencial realizar uma análise minuciosa de forma sociológica, psicológica e epistemológica. A primeira, sociológica, “(...) permite, entre outras coisas determinar as formas culturais ou conteúdo – conhecimentos, valores, habilidades, normas, etc. – que o aluno deve assimilar (...)”.

A segunda, psicológica, auxilia com “(...) informações relativas aos fatores e processos que intervêm no crescimento pessoal do aluno (...)”. A última, epistemológica, é realizada com uma visão mais ampla sobre as disciplinas, contribuindo “(...) para separar os conhecimentos essenciais dos secundários, para buscar sua estrutura interna e as relações entre eles (...)”, possibilitando “(...) sequências de atividades de aprendizagem que facilitem ao máximo a assimilação significativa” (Cool, 1987, p. 48). Após expor essas três análises, o autor apresenta

uma quarta análise, relacionada à prática pedagógica. É relevante ter ciência de uma análise bem situada.

A partir deste panorama, considerando a importância de compreender parte da trajetória que compõe a produção curricular brasileira, apresentaremos de que forma os PCNs abordam o cálculo mental, partindo dos números naturais, nos anos iniciais do ensino fundamental, até alcançar os anos finais, articulado aos números racionais.

O cálculo mental é referenciado na parte em que são apresentados os Blocos de conteúdos, especificamente no conteúdo de Números e Operações.

Com relação às operações, o trabalho a ser realizado se concentrará na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre elas e no estudo reflexivo do cálculo, contemplando diferentes tipos – exato e aproximado, mental e escrito (Brasil, 1997, p. 39).

Aparece no documento dentre os onze objetivos de Matemática para o primeiro ciclo “Desenvolver procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados” (Brasil, 1997, p. 47).

Nos PCNs, espera-se que no primeiro ciclo sejam exploradas a adição e a subtração. Neste momento de aprendizagem, o documento recomenda que os alunos construam os fatos básicos das operações (cálculos com dois termos, ambos menores do que dez), o que se constitui como um repertório que dá suporte ao cálculo mental e escrito (Brasil, 1997).

Na apresentação dos conteúdos, o cálculo mental é indicado em Operações com Números Naturais: “Utilização da decomposição das escritas numéricas para a realização do cálculo mental exato e aproximado” (Brasil, 1997, p. 51).

Dentre os objetivos no Ensino de Números Naturais apresentados nos PCNs, destacamos: (a) Construção dos fatos básicos das operações a partir de situações-problema, para constituição de um repertório a ser utilizado no cálculo, (b) Organização dos fatos básicos das operações pela identificação de regularidades e propriedades, (c) Cálculos de adição e subtração, por meio de estratégias pessoais e algumas técnicas convencionais, (d) Cálculos de multiplicação e divisão por meio de estratégias pessoais, (e) Utilização de estimativas para avaliar a adequação de

um resultado e uso de calculadora para desenvolvimento de estratégias de verificação e controle de cálculos.

Percebe-se que o documento traz o cálculo mental de forma implícita e que, para compreender essas implicações ao cálculo mental por meio dos fatos básicos, das propriedades, das estratégias pessoais, é necessário um vasto conhecimento sobre esse tema. Um professor que não tem contato com esses saberes na sua formação, dificilmente poderá compreender os aspectos citados no parágrafo anterior. Geralmente este professor, compreende esses aspectos relacionando ao algoritmo, e não percebe a presença de conhecimentos de cálculo mental.

Nota-se uma lacuna presente nos documentos curriculares brasileiros, datados no período correspondente ao nosso recorte. A lacuna está no fato do documento não especificar quais conhecimentos seriam necessários para sistematizar o cálculo mental, deixando estes implícitos. Thompson (2010) destaca a importância de os professores conhecerem e aprofundarem as estratégias de cálculo mental, visto que: “A consciência dessas estratégias os ajudará a entender melhor as explicações das crianças e fornecerá suporte adequado para desenvolver, quando apropriado, estratégias mais eficientes” (p. 167).

Ora, seria possível o professor distinguir esses conhecimentos subentendidos, desde que o mesmo já os dominasse. Zancan (2017) corrobora com esta afirmação, quando diz que: “Na perspectiva do professor como mediador do processo educativo é necessário que o professor entenda a importância do cálculo mental e esteja preparado para incluí-lo em seu planejamento” (p. 48).

Há duas razões que se destacam, contribuindo com tal lacuna. Sabemos que as orientações curriculares são direcionadas aos docentes, uma vez que é de sua responsabilidade fazer com que os conhecimentos presentes no currículo cheguem até o estudante, por meio de uma metodologia que seja direcionada para tal fim. A primeira razão está no fato de haver poucas informações explícitas no sentido metodológico, didático. A segunda razão, dentre outras, é mencionada por Zancan (2017), visto que é nos anos iniciais que se deve iniciar o trabalho com cálculo mental (Parra, 1996).

[...] os profissionais que atuam no Ensino Fundamental, anos iniciais, são professores polivalentes, normalmente Licenciados em Pedagogia ou com Magistério, que não têm um conhecimento específico de cada uma das áreas, mas é de suas alçadas a responsabilidade de ensinar um pouco de cada uma delas (Zancan, 2017, p. 10).

De acordo com os PCNs, espera-se que no primeiro ciclo, dentre os conteúdos atitudinais, o estudante seja capaz de despertar o “Interesse e curiosidade por conhecer diferentes estratégias de cálculo” (p. 52). Observa-se que, novamente o cálculo mental não está explícito nesta atitude, porém, nossos estudos nos permitem afirmar que, para conhecer uma diferente estratégia de cálculo, o estudante deve ter tido experiências com o cálculo mental, tornando-o hábil em conhecer e elaborar uma estratégia de cálculo mental.

No segundo ciclo, dentre os objetivos, destacamos os que se referem especificamente ao ensino do cálculo mental: “Ampliar os procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pelo conhecimento de regularidades dos fatos fundamentais, de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados” (Brasil, 1997, p. 56).

Na apresentação dos conteúdos de Matemática para o segundo ciclo, observamos que o documento propõe “Os recursos de cálculo são ampliados neste ciclo pelo fato de o aluno ter uma compreensão mais ampla do sistema de numeração decimal, além de flexibilidade de pensamento para construção do seu cálculo mental” (Brasil, 1997, p. 57). Nota-se o cálculo mental sendo valorizado por meio da flexibilidade do pensamento na elaboração de estratégias de cálculo mental.

O cálculo mental é mencionado nos Conteúdos Conceituais e Procedimentos, especialmente na parte que trata de “Operações com Números Naturais e Racionais”. Analisando o documento é possível observar o que se espera que seja trabalhado ao abordar o conteúdo de operações com números naturais e racionais.

Considerando os objetivos que envolvem o ensino de cálculo mental, observa-se que se resumem em apenas três: (a) Ampliação do repertório básico das operações com números naturais para o desenvolvimento do cálculo mental e escrito; (b) Desenvolvimento de estratégias de verificação e controle de resultados pelo uso do cálculo mental e da calculadora; (c) Decisão sobre a adequação do uso do cálculo mental – exato ou aproximado – ou da técnica operatória, em função do problema, dos números e das operações envolvidas.

Após a apresentação dos conteúdos a serem trabalhados no primeiro e segundo ciclos, os PCNs apresentam a seção “Orientações Didáticas” uma seção que busca “contribuir para a reflexão a respeito de como ensinar, abordando aspectos ligados às condições nas quais se constituem os conhecimentos

matemáticos” (Brasil, 1997, p. 65). Aqui compreendemos que seria uma abordagem dos saberes *para ensinar* (Bertini, Morais e Valente, 2017) os conhecimentos matemáticos, objetivando construir, por meio desses saberes, a matemática do ensino desses conhecimentos (Morais, Bertini e Valente, 2021).

Há indícios do ensino de conhecimentos de cálculo mental no ensino de Números Naturais, no momento que o documento recomenda o uso de “[...] diferentes estratégias como (...) o pareamento, a estimativa, o arredondamento e, dependendo da quantidade, até a correspondência de agrupamentos” (p. 66). Porém não se percebe nenhuma menção específica ao cálculo mental nestas orientações didáticas para o ensino de Números Racionais.

Nas orientações didáticas para o ensino de Números Racionais o cálculo mental não é mencionado, ou seja, não há nenhuma possível articulação no ensino de Números Racionais com cálculo mental. Há dois exemplos que envolvem os Números Racionais⁴⁵:

Quadro 7: Exercícios com Números Racionais

O que o documento apresenta?	O que concluímos?
<p>“Qual o valor do perímetro de uma figura retangular que mede 13,2 cm de um lado e 7,7 cm de outro?”</p> <p>O aluno pode recorrer a um procedimento por estimativa, calculando um resultado aproximado ($2 \times 13 + 2 \times 8$), que lhe dará uma boa referência para conferir o resultado exato, obtido por meio de um procedimento de cálculo escrito (p. 80).</p>	<p>Neste caso os PCNs recomendam a estimativa como forma de resolver esta operação, apostando que, a partir dela o aluno poderá acionar outros procedimentos de cálculo para chegar na resposta exata. Porém, não indica que outros procedimentos são estes. Espera-se que o aluno tenha esta habilidade.</p>
<p>Partindo de um trabalho em que o aluno compreende o significado da expressão “dez por cento”, ele pode, por exemplo, calcular 35% de 120, achando 10% de 120 (12), 5% de 120 (metade de 12) e adicionando as parcelas $12 + 12 + 12 + 6 = 42$ (p. 81).</p>	<p>Neste caso envolvendo porcentagem, o documento indica “quebrar” o número 35 em $10 + 10 + 10 + 5$ e pensar em 10% e 5%, com a ideia de que 5% é a metade de 10%. Ressalta-se que o aluno terá condições de realizar esse pensamento apenas se tiver sido treinado, ou melhor, tido contato com exercícios que o levem a esta solução.</p>

Fonte: Brasil (1997, p. 80-81)

No terceiro e quarto ciclos, dentre os objetivos gerais dos PCNs para o ensino fundamental, observamos que nenhum está diretamente relacionado ao cálculo mental, sendo que o objetivo que mais se aproxima seria o de

⁴⁵ No documento curricular brasileiro há uma menção relacionada a procedimentos de cálculo com números naturais, que estes podem ser empregados “[...] como recursos para realizar cálculos envolvendo números decimais (Brasil, 1997, p. 80).

[...] resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis (BRASIL, 1998, p. 48).

Neste objetivo podemos perceber algumas características que remetem ao cálculo mental, por exemplo validar estratégias e trabalhar com estimativas. Porém, chama-se a atenção que não mencionam o cálculo mental de forma direta e, para que se percebam essas características, é necessário ter conhecimento sobre o tema. Caso contrário, essas características recaem ao algoritmo.

O Cálculo mental aparece na parte dos conteúdos de Números e Operações, recomendando-se um trabalho centrado na compreensão dos diferentes significados das operações, nas relações entre elas e no estudo do cálculo, contemplando diferentes tipos – exato e aproximado, mental e escrito.

Para o terceiro ciclo, dentre os objetivos, espera-se “selecionar e utilizar procedimentos de cálculo (exato ou aproximado, mental ou escrito) em função da situação-problema proposta” (Brasil, 1998, p. 64). Este é o único objetivo do terceiro ciclo que menciona o cálculo mental.

Nos Conceitos e Procedimentos para o terceiro ciclo, em Números e operações destacamos

Cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) envolvendo operações – com números naturais, inteiros e racionais -, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos, utilizando a calculadora para verificar e controlar resultados (Brasil, 1998, p. 71-72).

No quarto ciclo, dentre os objetivos observamos que nenhum remete ao cálculo mental de forma direta ou indireta. Nos Conceitos e Procedimentos relacionados aos conteúdos de Números e Operações, novamente não há menção ao cálculo mental, sendo que, para muitos cálculos sugere-se o uso da calculadora como recurso para resolver ou validar uma situação.

Na apresentação do trabalho com Números Racionais observamos uma menção ao cálculo mental, sugerindo o trabalho com estimativas:

(...) é importante que as atividades com números decimais estejam vinculadas a situações contextualizadas, de modo que seja possível fazer

uma estimativa ou enquadramento do resultado, utilizando números naturais mais próximos. Como ao tentar encontrar o valor da área de uma figura retangular que mede 7,9 cm por 5,7 cm o aluno pode recorrer à estimativa calculando mentalmente um resultado aproximado (8x6) que lhe pode dar uma razoável referência para conferir o resultado exato, obtido por um procedimento de cálculo escrito (Brasil, 1998, p. 103).

As demais sugestões estão todas relacionadas ao desenvolvimento com algoritmo. Observa-se que os cálculos - mental, escrito, exato e aproximado - no terceiro e quarto ciclos tem como objetivo fazer com que os alunos construam e selecionem procedimento adequados à situação-problema, aos números e às operações nela envolvidas. O documento recomenda que para mais informações sobre cálculo com números naturais deve-se fazer a leitura das orientações didáticas apresentadas nos PCNs de Matemática para o primeiro e segundo ciclos, comprovando a ideia de que o cálculo mental é mais valorizado nestes ciclos.

É pertinente apresentar o que percebemos no que tange à temática deste capítulo, referente aos saberes presentes nos conhecimentos e estratégias de cálculo mental, sua relevância para a formação do professor e os benefícios que pode trazer ao estudante que entra em contato com o mesmo desde o início da escolarização, sobre a produção e elaboração do documento curricular e sobre como os documentos o abordam.

Entendemos que seja relevante interpretar a história por trás dos bastidores desta importante produção. No caso do nosso estudo, compreender sobre as representações que este cenário nos mostra, em uma perspectiva da história cultural. Chartier (2011) salienta que representar é conhecer as coisas interpretando a pintura de um objeto, palavras ou gestos, figuras ou marcas, interpretando fábulas e alegorias. “Representar no sentido jurídico e político é também ‘manter o lugar de alguém, ter em mãos sua autoridade’ (p. 17).

Com a intenção de interpretar de forma ainda mais próxima, buscou-se compreender como os documentos curriculares do estado do Paraná abordaram o cálculo mental em suas diretrizes, tanto o ensino de números naturais quanto no ensino dos racionais. Isto se deu por razão de ser o estado em que resido e atuo como docente. Com esta finalidade, realizamos uma análise do Currículo Básico da Escola Pública do Estado do Paraná, que teve sua primeira impressão em 1990, segunda em 1992, terceira em 1997 e uma quarta versão, esta última de forma eletrônica, no ano de 2003.

Na história do currículo, o contexto educacional, sob a ótica sociopolítica, nas décadas de 20 e 30 do século XX, sobressaiu-se como uma época marcada por “[...] transferências de teorizações americanas, no qual se realizou um primeiro esforço de sistematização do processo curricular no Brasil, com as reformas voltadas ao ensino primário”, de acordo com Portela, Novaes e Pinto (2022, p. 3).

As autoras consideram que a análise de um currículo implica ampliar a visão para as disciplinas, com o objetivo de compreender os saberes mobilizados, as bases teóricas, buscando “[...] pelas dinâmicas escolhidas para abordar os conteúdos, pelos dispositivos utilizados para avaliar o desempenho dos alunos” (Portela, Novaes e Pinto, 2022, p. 4).

O Currículo Básico da Escola Pública do Estado do Paraná foi publicado em outubro de 1990, no período de governo de Álvaro Dias, com Gilda Poli Rocha Loures como Secretária de Estado da Educação. A proposta ressalta a preocupação com a melhoria do ensino “[...] no sentido de responder às necessidades sociais e históricas, que caracterizam a sociedade brasileira de hoje” (Paraná, 1990, p. 12). O documento traz Cleusa Maria Richter como diretora do departamento de ensino de 1º grau e Carmen Lúcia Gabardo como chefe da assessoria técnico-pedagógica.

O trabalho com a proposta curricular iniciou-se em 1987, envolvendo educadores “[...] das escolas, das equipes de ensino dos Núcleos Regionais e da equipe de ensino do Departamento de Ensino de 1º Grau da Secretaria de Estado da Educação do Paraná” (Paraná, 1990, p. 12).

Sua versão preliminar foi publicada em novembro de 1989, rediscutida e publicada em 1990, em uma redação final do Pré a 8ª série, para o Estado do Paraná.

Os responsáveis pela elaboração da área da matemática foram Carlos Roberto Vianna, Maria Tereza Carneiro Soares, Regina Luzia Cório de Buriasco e Regina Maria Michelotto.

Na primeira parte do documento, relacionada à Matemática, intitulada “Pressupostos Teóricos”, há considerações sobre a escola como a responsável pela ampliação do saber científico, os profissionais envolvidos com as questões escolares recebendo a incumbência de possibilitar o incentivo constante do aperfeiçoamento docente em conteúdos e metodologias, permitindo aos professores desenvolver maneiras de trabalhar com os estudantes, estas condizentes com um

conceito de Matemática e de ensino, objetivando que os mesmos se apropriem do conhecimento matemático (Paraná, 1990).

Na parte intitulada “Encaminhamentos Metodológicos”, os autores destacam sobre a construção de conceitos matemáticos serem iniciados por meio de situações “reais” que dão a possibilidade para o aluno se conscientizar de que já sabe algo sobre o assunto. “[...] a partir desse saber é que a escola promoverá a difusão do conhecimento matemático já organizado” (Paraná, 1990, p. 58).

Os autores fazem uma crítica à matemática predominante no momento, se referindo à realização de exercícios com base “em modelos previamente estabelecidos”, afirmando que este tipo de procedimento

[...] mascara a aquisição dos conceitos pelo aluno que, por um lado, dá respostas certas que pode determinar a que tipo de modelo pode recorrer e, por outro lado, mostra-se impotente quando se encontra diante de um “problema” ou exercício escrito de forma diferente, ainda que esta dificuldade não seja maior que a dos “problemas” ou exercícios anteriormente resolvidos (Paraná, 1990, p. 59, grifos dos autores).

Mesmo com a crítica, afirmam que não se deve descartar totalmente os exercícios, já que a aprendizagem também depende da memorização, sendo este um processo, segundo eles, que auxilia na automatização de um conhecimento já construído (Paraná, 1990).

Sobre a listagem dos conteúdos, começam com algumas considerações sobre os encaminhamentos metodológicos da matemática na pré-escola. De acordo com o documento, as crianças já aprendem, em sua prática social, noções de representações matemáticas, antes do seu primeiro contato com a escola (Paraná, 1990).

Essas noções de representações estão relacionadas a contagem (cantarolando os números até 10, contando a quantidade de irmãos, utilizando os dedos), medida (comparando partes de seu próprio corpo, comparando com o corpo de pessoas de seu convívio, comparando objetos) e forma (as formas das coisas naturais com o que foi produzido pelo ser humano, reconhecendo objetos, superfícies planas ou não) (Paraná, 1990).

De acordo com os autores, o trabalho realizado na pré-escola será o de organizar e aprofundar a compreensão dessas ideias que a crianças apresenta “[...] em interação com o saber sistematizado expresso nos conteúdos escolares

propostos, buscando o significado concreto desses conteúdos básicos” (Paraná, 1990, p. 60).

O documento considera o número, a medida e a geometria como os três eixos básicos nos quais os conteúdos foram agrupados. Abaixo, destacaremos o que cada subtítulo sugere, dentro dos encaminhamentos metodológicos.

Quadro 8: Encaminhamentos metodológicos do documento curricular paranaense

Subtítulo	O que o documento sugere
Classificação e Seriação	São fundamentais, presentes nos eixos número, medidas e geometria. Noções de: pertinência, inclusão, igualdade, desigualdade, reunião, intersecção, negação, conjunção, disjunção, partes, sequências e grupos formados em torno do mesmo critério. Atividades de classificação, relação entre elementos, identificação, agrupamentos e sequências.
Contagem	Comparação entre duas ou mais quantidades. Por exemplo: o que tem 7 elementos obrigatoriamente tem 5, pois 7 contém 5. Registro de quantidades por meio de risquinhos, quadrículas, etc.
Sistema de Numeração e Operações	Adota-se o princípio posicional, o valor de cada algarismo se altera de acordo com a posição que ele ocupa. Sugestão de jogos e brincadeiras para agrupamentos e trocas (por exemplo, 5 palitos brancos são trocados por um vermelho; 2 palitos vermelhos são trocados por 1 azul, e assim por diante). Sugere o cartaz de pregas, palitos ou canudos coloridos, agregados ao ábaco.
Operações Fundamentais no Sistema de Numeração Decimal	Sugere situações-problemas presentes na realidade e nas experiências das crianças. Traz a sugestão de estimativas sobre cálculos a serem efetuados nas operações, para verificar os resultados após efetuá-los. Para fazer essa verificação, o documento sugere algoritmos.
Adição	Ideia de juntar, dentro de situações-problemas, representado por registros a partir de desenhos ou do trabalho com o cartaz de pregas, até a representação do algoritmo padrão. Enfatiza a construção do processo da adição, mostrando o algoritmo somente depois de apresentar os materiais, por exemplo, o cartaz de pregas.
Multiplicação	Enfatiza o trabalho com a palavra “vezes”, bem antes de apresentar o conceito de multiplicação. Sugere o papel quadriculado como material para a construção do processo multiplicativo. Enfatiza que não se inicia esse processo pelo algoritmo e sim, pelo registro das próprias crianças.
Subtração	Conceitos de tirar, comparar e completar. Partindo da ideia de tirar que outras ideias se desenvolvem, com a utilização de algum material, cita novamente o cartaz de pregas. Mais tarde apresentar o algoritmo tradicional.
Divisão	Conceito de repartição equitativa e de medida. Repartir em partes iguais na ideia de repartição. Na ideia de medida, descobrir quantas vezes uma certa quantidade cabe em outra ou pode ser retirada dela.
Medidas	Utilizada como elemento de ligação entre os conteúdos de Numeração e os de Geometria. A ideia de medir é o mesmo que comparar. Classificar objetos por tamanho, longe, perto. Quantas vezes o seu pé ou mão cabem no objeto, até que uma unidade padrão seja apresentada. Medir a duração do tempo.
Geometria	Exploração do espaço, posição dos objetos, manipulação dos mesmos. Fazer relação dos objetos com as formas geométricas, realizando a planificação da figuras.

Fonte: Paraná (1990, p. 60-64).

Percebemos que na parte do documento que trata dos encaminhamentos metodológicos, relacionados à matemática, o cálculo mental não é citado em nenhum momento.

Na parte dos conteúdos, o documento é dividido em “Pré-escola”, “Ciclo Básico de Alfabetização”, este corresponde à 1ª e 2ª série, 3ª, 4ª, 5ª, 6ª, 7ª e 8ª Séries. Nos conteúdos direcionados à Pré-escola não há menções ao cálculo mental.

Os conteúdos do Ciclo Básico de Alfabetização são divididos em “Classificação e Seriação de Números”, “Medidas” e “Geometria”. Na parte de “Classificação, Seriação e números”, o cálculo mental não é mencionado, sendo o enfoque na “[...] construção de algoritmos. Cálculo de metades e dobro” (Paraná, 1990, p. 65). Não há menções ao cálculo mental, alguma estratégia subentendida ou conhecimentos do mesmo. Nas outras divisões de conteúdos também não há menções ao cálculo mental ou outros tipos de cálculos.

Os conteúdos direcionados, da 3ª série até a 8ª série são divididos em “Números: Classificação e Seriação”, “Operações”, “Medidas”, “Geometria”. Na 3ª série há menção de “Números racionais e medidas, relações entre frações do inteiro, [...] contagens de meios, quartos, etc., registros de frações [...], números mistos, registro de frações decimais com o uso da vírgula” (Paraná, 1990, p. 65). Não há menções ao cálculo mental. Na parte de “Operações”, o enfoque é no algoritmo, sem referência ao cálculo mental.

Nos conteúdos direcionados à 4ª, 5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries há destaque para o trabalho com números racionais, no entanto, o cálculo mental não é citado.

Na parte do documento direcionada à “Avaliação”, dentro da área da matemática, o cálculo mental é citado. Os autores afirmam que o professor precisa explorar os conceitos e algoritmos, “[...] de forma a permitir o questionamento e alargamentos das ideias, [...] oportunizando a fixação e a automação de elementos já dominados” (Paraná, 1990, p. 68).

O cálculo mental é citado quando o documento ressalta sobre as propriedades formais, dentro da parte direcionada à “Avaliação”, colocando um exemplo: “ao usar o cálculo mental para dar o resultado de uma multiplicação, o aluno frequentemente, adota o seguinte procedimento: $35 \times 12 = 35 \times 10 + 35 \times 2 = 350 + 70 = 420$ ” (Paraná, 1990, p. 68). Percebemos a utilização da estratégia da decomposição (Berticelli e Zancan, 2021) presente neste exemplo. Os autores do documento se referem ao “[...] uso da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, além de envolver a partição de uma quantidade em duas partes complementares (frequentemente sendo uma delas a DEZENA)” (p. 68).

Ainda nesta parte, os autores enfatizam que o processo de construção do aluno para chegar aos resultados deve ser considerado, no entanto, não se menciona estratégias, conhecimentos ou termos relacionados ao cálculo mental.

Percebemos que o documento enfatiza, em todas as séries, a utilização do algoritmo, em procedimentos de contagem, após o primeiro contato do aluno, dentro do ambiente escolar, com as noções matemáticas.

Na parte da “Avaliação”, direcionada à 3ª série, percebemos uma ênfase aos algoritmos, quando os autores ressaltam que

São acrescentados, como elementos fundamentais, a construção e utilização de algoritmos para multiplicar e para dividir, a correta representação do resultado de medidas usando notação fracionária, a interpretação deste tipo de notação em problemas e a sua relação com a notação decimal (Paraná, 1990, p. 69).

Da 4ª a 8ª séries, os mesmos critérios citados acima são enfatizados, não havendo, desta forma, a menção à sistematização do cálculo mental, suas estratégias e conhecimentos na aplicação dos conteúdos.

Buscamos interpretar produções, por meio de fontes ou personagens que fizeram parte do cenário curricular, que estavam lá, cuja visão tivemos o privilégio de “ver” (Chartier, 2011).

Tivemos a oportunidade de aprofundar sobre as fontes, incluindo os materiais analisados, os documentos curriculares brasileiros, as diretrizes que os norteiam, questões disciplinares e curriculares que envolvem as fontes, por serem de âmbito educacional, conteúdos relacionados e sua forma de apropriação, considerando todas as informações obtidas, utilizando o conhecimento e saberes sobre as práticas de pesquisa histórica ou práticas historiográficas. Para isso, nos remetemos novamente à cultura que rege a escola, ou como Julia (2001) chama de cultura escolar. De acordo com Pinto (2014, p. 126), em se tratando desta, é uma cultura que “molda um tipo de saber, o saber escolar”.

O panorama relatado neste capítulo nos indicou que os Parâmetros Curriculares Nacionais e o Currículo Básico da Escola Pública do Paraná apresentam uma lacuna no que tange ao cálculo mental no ensino de números racionais, mais uma vez apontando a relevância do estudo dos materiais argentinos, bem como das diretrizes curriculares deste país.

3 A EXPERTISE DE CECILIA PARRA NO ENSINO DE CÁLCULO MENTAL COM NÚMEROS RACIONAIS

Iniciamos o capítulo com questionamentos que dão continuidade às reflexões sobre as transformações que emergiram ao longo desta investigação. Transformações de informações, a princípio “cruas”, que à medida que foram sendo processadas, ao mesmo tempo foram se modificando, “cozinhando” e se tornando conhecimento (Burke, 2016). Quem nos auxilia nesta compreensão é a autora Pinto (2023), quando afirma que a história não é escrita em linha reta. “É o seu permanente vai e vem documentado que nos permite compreender aspectos que, em outros campos de conhecimento permanecem ausentes” (Pinto, 2023, p. 13).

Valente e Bertini (2023) corroboram com o pensamento de Burke (2016) e Pinto (2023), quando afirmam que as informações passam pela coleta, organização e se tornam objeto de análise, sendo comparadas, classificadas, interpretadas. Partindo disso, somado ao registro que surge por meio das análises, tem-se, de acordo com os autores, o processo de disseminação quando as ideias estão circulando, por intermédio de pessoas, textos, fontes e na apropriação de todos esses movimentos. “Tais apropriações configuram a etapa de utilização, momento no qual o saber passa a ser mobilizado por diferentes atores em seus diferentes espaços de atuação” (Valente e Bertini, 2023, p. 26).

Quando se trata de conhecimento, saber, envolve experiências do sujeito, do caminho traçado por este, do que viveu, experiências válidas e caracterizadas de maneira própria e peculiar (Valente e Bertini (2023). O saber, produto de sistematizações que objetivam validar mais que determinado contexto em que é produzido, almeja circular e validar-se em diversos espaços. “Da informação, do cru, da sua interpretação pelo sujeito num dado contexto, à sistematização como saber, do cozido, processos complexos são desenvolvidos. Burke traz contribuição fundamental para esse entendimento” (Valente e Bertini, 2023, p. 27).

Mas o processo de cozimento ainda não terminou, visto que a cada visita que fizemos aos diversos cenários que se desenharam ao longo desta pesquisa, mais conflitos, tensões e inquietações foram surgindo, possibilitando-nos o acesso a novos conhecimentos (Certeau, 1985).

A pesquisa se trata de compreender diversas temáticas, além do objetivo central, sobre a *expertise* profissional de Cecilia Parra no ensino de cálculo mental

com números racionais. Como se deu o processo dos estudos sobre cálculo mental no ensino de números racionais? Houve transformações nesse trajeto histórico? Houve avanços ou rupturas em meio às transições de cultura entre uma época e outra? E sobre o educador (matemático) trabalhando na base, que, acordando com Valente (2017, p. 206), seria “[...] o docente polivalente dos primeiros anos escolares”? Algumas questões já foram respondidas ao longo da investigação. Outras nos provocam a continuar.

No que se refere a este estudo, dentro da perspectiva histórica, é interessante que o pesquisador esteja atento ao seu objeto de investigação. Para distinguir os diversos processos de transformações ocorridos no decorrer da história e entender melhor o cálculo mental com números racionais e seus efeitos sobre o processo de desenvolvimento escolar, compete-lhe discernir sobre a história cultural que traz marcas culturais adquiridas nas transições de épocas.

Valente (2022, p. 11) afirma que “[...] os estudos sobre o passado da educação matemática alargam, ampliam, a participação de atores envolvidos na discussão sobre o ensino e a aprendizagem de matemática”. Para isso, o sujeito que investiga, o historiador, precisa estar atento à riqueza de detalhes que a história apresenta.

Quando se trata do cálculo mental no ensino de números racionais, os apontamentos sobre a historicidade continuam relevantes, uma vez que, por se tratar de um estudo histórico, implica uma série de procedimentos, posturas, atribuições que um historiador precisa adotar. Valente (2022) reforça tal importância, relacionada à pesquisa nesta área e todos os atores que a envolvem, quando afirma que

Por meio dos estudos elaborados pelos historiadores da educação matemática, autoridades educacionais, professores e alunos de outros tempos são trazidos à cena presente para darem a sua colaboração na complexa discussão de como tratar a matemática na escola (Valente, 2022, p. 11).

Os estudos históricos nos permitem entender sobre os processos culturais resultantes das transformações sociais, considerando a cultura escolar. No que se refere à cultura e com relação às diversas tarefas que são atribuídas ao historiador, cabe destacar alguns apontamentos relevantes para embasar a investigação. Para

estudar sobre a história, cultura, representações de determinada época, espaço ou situação, o conhecimento é fundamental nesse movimento.

Nos quesitos ensino, educação, cultura escolar, escolarização, a complexidade aumenta, fazendo com que haja outros tipos de necessidades sociais. Parra (1996) ratifica nossas reflexões, quando diz que “[...] a capacidade para desenvolver problemas, tomar decisões, trabalhar com outras pessoas, usar recursos de modo pertinente, fazem parte do perfil reclamado pela sociedade [...]” (p. 193).

Ora, se a sociedade está em fase de requerer respostas e soluções rápidas, dos conflitos e desafios enfrentados diariamente, com a facilidade tecnológica lhe propiciando o que, talvez, demandaria mais tempo, com uma situação de cobrança em relação ao setor educacional, onde se encaixa a afirmação de que o ensino de cálculo mental favorece o desenvolvimento do indivíduo, em inúmeras proporções (Berticelli, 2017)?

Com o objetivo de refletir e compreender a importância dos conhecimentos de cálculo mental, no caso deste estudo, no ensino de números racionais, daremos continuidade a esta discussão atentando para o que Burke (2016) afirma sobre os saberes, cuja afirmação consideramos nas conjunções atuais: “[...] sabemos muito mais do que jamais soubemos, porém individualmente todos nós enfrentamos a crescente dificuldade de enxergar o panorama completo” (p. 140). Os saberes estão articulados com a matemática do ensino, permitindo a possibilidade de elaboração desta como um objeto teórico de pesquisa (Valente e Bertini, 2023).

Percebemos que os estudos relacionados ao cálculo mental tanto históricos quanto atuais, têm-se voltado para o ensino com números naturais, algo presente nos currículos e diretrizes que regem as séries iniciais do ensino fundamental. Enquanto os estudos relacionados ao cálculo mental com números racionais são escassos.

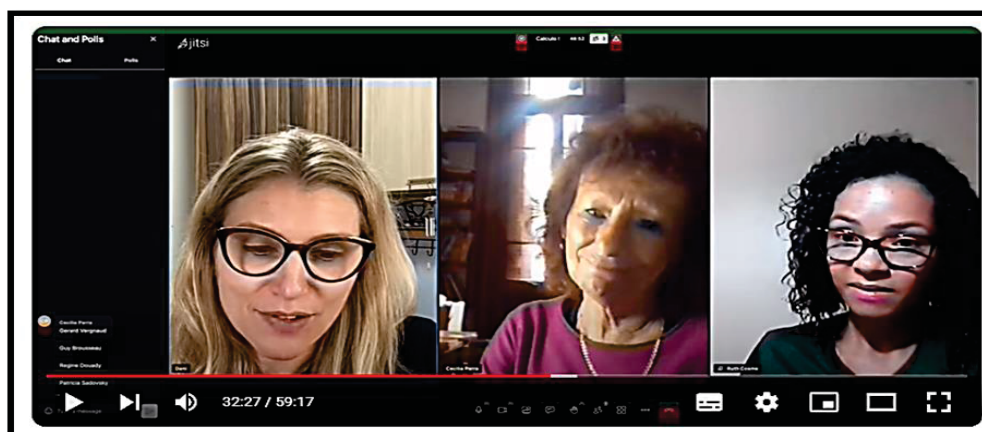
À vista disso, e pelo fato de Cecilia Parra nos ter apresentado possibilidades relacionadas ao cálculo mental com números racionais, por meio do trabalho que desenvolveu, na próxima seção, faremos uma discussão sobre a autora, sua trajetória profissional, formação e contribuições para o ensino de matemática da Cidade de Buenos Aires.

Apresentaremos de que maneira e que conceitos utilizamos como base para caracterizar sua *expertise* no que diz respeito ao cálculo mental no ensino de

números racionais. Paralelamente, apresentaremos sobre a entrevista realizada com Cecilia e as contribuições que esta trouxe para nosso estudo.

3.1 Quem é Cecilia Parra: trajetória profissional

Figura 3: Imagem com Cecília Parra



Fonte: A autora (2023)

Cecilia Parra é argentina, natural de Bolivar, Província de Buenos Aires. Atualmente reside em *Francisco Acuña*, em Buenos Aires. É licenciada para lecionar na Educação Primária (educação básica), graduada na *Escuela Normal Nacional de Profesores Roque Saenz Peña* desde 1974. Em 1978 graduou-se como Professora de Educação Pré-escolar, pelo instituto Nacional Superior de Profesores *Sara C. de Ecleston*. No ano de 1991, graduou-se em Ciências da Educação, cursando Faculdade de Filosofia e Letras pela Universidade de Buenos Aires. Especializou-se em Políticas Educativas pela Universidade *Torcuato Di Tella*, em Caba, na Argentina, em 2007.

Possui diversas especializações na área da Didática da Matemática, conforme apresentamos no quadro 9.

Quadro 9: Especializações Cecilia Parra

Especialização	Local/Evento/Ministrantes	Ano
Escola de Inverno em Didática da Matemática	Universidad Nacional de San Martín - UNSAM	2007
Reflexões sobre o papel do professor do ponto de vista da escola francesa de didática da matemática.	Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, U.B.A – Universidade de Buenos Aires	1995

VIII Escola de Verão de Didática da Matemática	França	1995
A geometria como um veículo no desenvolvimento do raciocínio	Com Patrícia Sadovsky e Dr. C. Sessa Facultad de Ciencias Exactas y Naturales U.B.A – Universidade de Buenos Aires	1994
Explorando a geometria com o computador	XVII Reunión de Educación Matemática, Unión Matemática Argentina	1994
Seminário de Pesquisa em Didática da Matemática	Com Dr. Guy Brousseau Faculdade de Ciências Exatas U.B.A – Universidade de Buenos Aires	1994
Didática da Matemática	Com Guy Brousseau Ministerio de Educación de Chile y la Embajada de Francia	1993
Didática da matemática. Fundamentos e métodos. Ensino de matemática na escolaridade obrigatória	Com Guy Brousseau I Seminario Taller Iberoamericano de Matemática en la Educación Organización de Estados Iberoamericanos, Argentina	1991
Seminários sobre didática da matemática em escolas primárias	Com Irma Saiz Centro de Estudios Didácticos	1990, 1991, 1992
Técnicas de pesquisa em psicologia genética	Com Emilia Ferreiro Departamento de Investigaciones de la Facultad de Psicología U.B.A – Universidade de Buenos Aires	1984

Fonte: Acervo pessoal da autora (2023, tradução nossa)

No período de 2006 e 2007 participou de doze Seminários realizados no curso de Especialização em Políticas Educacionais, voltados para a educação, políticas públicas, pesquisas em educação, gestão educacional, Planejamento estratégico de sistemas educacionais, financiamento educativo, novas tecnologias, política e educação, além de analisar o ensino da política de livros escolares.

Trabalhou com crianças “*a nível terciário*” durante 10 anos, de 2000 a 2010, como professora de matemática na educação inicial e no Ensino de Problemas de Didática Especial (Matemática) no Bacharelado em Ciências e Educação, Universidade Nacional de Villa María, em Córdoba, Argentina.

Atuou por 18 anos como professora do nível infantil, em diversos níveis, de 1975 a 2003. Durante este período foi coordenadora pedagógica (1985-2003); professora da Games Workshop (1980-1984); consultora matemática de 1990 a 1993 no *Colégio Cristófolo Colombo* (Buenos Aires Argentina).

Cecilia foi fundadora e diretora do *Jardín de Infantes Mundo Nuevo*, de 1997 a 2000, com nível escolar inicial e consultora desta, de 2001 a 2003. Foi consultora matemática no *Colégio Cristófolo Colombo* em 1993 e 1994.

Atuou como docente de pós-graduação de 1985 a 1989, em Psicogênese do cálculo, Buenos Aires; professora responsável pelo seminário de pós-graduação de

Atividade matemática no nível inicial, Universidade de Buenos Aires, em 1994; professora membro da equipe do curso de Pós-Graduação em Ensino de Matemática no Segundo Ciclo, em 2007 e 2008, pelo Governo da Cidade de Buenos Aires.

Para além, foi formadora docente em diversos momentos de sua carreira profissional. Esteve como coordenadora, juntamente com Patricia Sadovsky⁴⁶, do Ciclo de Desenvolvimento Profissional Análise das práticas de ensino de matemática na escola primária, INFOD, em 2011 (até o momento da entrevista).

Em 1995 trabalhou com Matemática na EGB I e II (Educação Geral Básica I e II), na Rede Federal de Formação Continuada de Professores, em Chubut, Argentina, de 2001 a 2003. Trabalhou sobre “A resolução de problemas e o aprendizado de aritmética na sala de aula de 5º ano e no primeiro ciclo do ensino fundamental”, em 1995, no *Cuestionario de evaluación de factores psicosociales*. Palestrou em diversos momentos, de 1993 a 2011, dentre os cursos ministrados, um especificamente sobre cálculo mental: “Cálculo racional: uma redefinição do cálculo mental em uma estrutura construtivista”, em 1993, na Universidade Nacional de San Luis, Argentina, na *Escuela Normal* “Juan Pascual Pringles”.

Seu currículo profissional apresenta várias atividades de pesquisa, relacionados à aprovação de livros didáticos, como consultora externa e Especialista em Políticas para o fornecimento de materiais educacionais para a DINIECE⁴⁷ no

⁴⁶ Patrícia Sadovsky é argentina, nascida em Buenos Aires, doutora em Didática da Matemática pela universidade de Buenos Aires. Entre suas obras, há uma publicação, onde escreveu um capítulo do livro que celebra 30 anos da “Escola da Vila”, em São Paulo, no ano de 2010, com o título “Explicar na aula de matemática, um desafio que as crianças enfrentam com prazer”. A Escola da Vila iniciou-se em 1980, onde um grupo de educadoras resolveu fundar uma escola para oferecer uma pedagogia ativa, que fosse capaz de possibilitar uma formação crítica, baseando-se na teoria construtivista. Criaram um centro de estudos na Vila Madalena (SP), por isso o nome Escola da Vila. No capítulo, Sadovsky destaca a importância de permitir que as crianças argumentem, que tentem, que atestem seus conhecimentos e suas próprias capacidades. Afirma que com a produção de argumentos, o aluno tem a possibilidade de elaborar novas relações (Sadovsky, 2010). Além desta, outra obra da autora que se destaca é o livro intitulado “O ensino de matemática hoje – Enfoques, sentidos e desafios” (2007), onde apresenta um alerta para a necessidade urgente de se avaliar, questionar e repensar os métodos de ensino da disciplina de matemática, considerando as dificuldades e condições adversas do meio escolar (Sadovsky, 2007).

⁴⁷ A Diretoria Nacional de Informação e Avaliação da Qualidade Educacional (DINIECE), subordinada à Subsecretaria de Planejamento Educacional, é a unidade do Ministério da Educação responsável pelo desenvolvimento e sustentabilidade do Sistema Federal de Informações Educacionais. Sua missão é fornecer informações oportunas e de qualidade para o planejamento, a gestão e a avaliação da política educacional e facilitar o acesso à informação pública de acordo com as disposições do Regulamento de Acesso à Informação Pública estabelecido no Decreto 1172/03. Disponível em http://www.bnm.me.gov.ar/redes_federales/snie/institucional/acciones/diniece/. Acesso em 16 fev. 2024.

estudo destinado a observar o uso de livros enviados às jurisdições no âmbito dos programas implementados pelo Ministério da Educação (2009); membro da Equipe de Pesquisa para Educação Matemática na Formação de Professores, INFOD, (2008- 2009); diretora do projeto "Pesquisa Didática Focada". Área: Matemática. Nível: 1º e 2º graus" na Direção Geral de Planejamento Educacional, Secretaria de Educação da M.C.B.A. Supervisão acadêmica: Licenciada Irma Saiz. (1991 1993); bolsista do Conselho Nacional de Pesquisa Científica e Técnica, Bolsa de Iniciação para trabalhar em: "Aspecto cognitivo do jogo. Projetos para a integração do brincar na escola", sob a direção da Professora N. Elola, no período de 1983-1984; assistente de pesquisa no Instituto de Ciências Educacionais, Faculdade de Filosofia e Artes (1981-1983).

Trabalhou nos Projetos curriculares de treinamento de professores em vários períodos: Coordenadora Geral da equipe de Formação de Professores da Diretoria de Currículo, responsável pela elaboração das Diretrizes Curriculares para Formação de Professores na jurisdição da Cidade de Buenos Aires (1999-2003); Consultora técnica para ajustes e revisão do Currículo da Carreira Docente para o Primeiro e Segundo Ciclo da EGB e para a Formação Inicial, Universidad Nacional de la Patagonia Austral (2001); Consultora na Área de Didática e Prática de Ensino, Projeto de Melhoria da Qualidade de Ensino na Graduação para a EGB, FOMECE, Universidad Nacional de La Patagonia Austral (2000); Membro da equipe de especialistas em Matemática (junto com Patricia Sadovsky e Irma Saiz), autora dos documentos curriculares *Número y sistema de Numeración para los Profesorados*, *Programa para la Transformación de la Formación Docente*, *Ministerio de Cultura y Educación* (1993-1995); Autora do documento curricular do módulo *Número, Espacio y Medida para profesores de nivel inicial*, programa de transformação da formação docente, Ministério da Cultura e Educação (1994 - 1995).

Atuou em Projetos e desenvolvimento de currículo, como Diretora de Currículo, Diretoria Geral de Planejamento, Secretaria de Educação, Governo da Cidade de Buenos Aires - G.C.B.A. (2004 - 2006); Coordenadora da Área de Matemática em vários projetos da Diretoria de Currículo, Secretaria de Educação, G.C.B.A. (1990, 1999). Projetos: Contextualização do Desenho Curricular, Desenvolvimento Curricular para a primeira e segunda série, Análise do Desenho Curricular e do CBC: condições

para uma transformação. Elaboração do Desenho Curricular do G.C.B.A.: Documento Geral e Documento de Trabalho para o primeiro ciclo (1995) Documento Nº 4 de Atualização Curricular (1996) Documento Nº 5 (1997) Pré-Desenho do Marco Geral (1999) Pré-Desenho do Primeiro Ciclo e Pré-Desenho do Segundo Ciclo da Área de Matemática (1999); Assessora na elaboração do Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil, Ministério da Educação Fundamental e do Desporto, Brasil (1998).

Com relação ao desenvolvimento de materiais, Cecilia foi Coordenadora do Programa de Materiais Educacionais, sob o D.G.P.L., Ministério da Educação, G.C.B.A. (2006-2007) Responsável pela elaboração de materiais educacionais correspondentes ao Plano Plurianual para a Melhoria do Ensino, 11 títulos para professores e alunos, 100.000 cópias; Responsável pela Diretoria de Currículo e pela elaboração de materiais educacionais correspondentes ao Plano Plurianual para a Melhoria do Ensino, Ministério da Educação, G.C.B.A. (2005), 21 títulos para professores e alunos, 200.000 cópias.

A autora publicou vários materiais, alguns deles em conjunto com Irma Saiz. No seu currículo cita 16 obras, incluindo livros didáticos direcionados a docentes, com exemplares para alunos; além da participação em 48 congressos listados, variando entre participante, coordenadora ou assistente (Acervo da autora, 2023, tradução nossa).

É importante destacar sua participação em publicações institucionais, a convite do Governo da Cidade de Buenos Aires.

Quadro 10: Participação de Cecilia em autoria e coautoria de documentos curriculares

Título	Função/Coautoria	Ano
DISEÑO CURRICULAR PARA LA ESCUELA PRIMARIA Primero y Segundo ciclo, Dirección de Currícula G.C.B.A	Coautora da seção de Matemática, juntamente com P. Sadovsky, C. Broitman y H. Itzcovich	2004
Lineamientos curriculares para la formación docente de Educación Inicial, Dirección de Currícula, G.C.B.A	Responsável pela elaboração em conjunto com a equipe de treinamento de professores	2001
Lineamientos curriculares para la formación docente de Nivel Primario, Dirección de Currícula, G.C.B.A.	Responsável pela elaboração em conjunto com a equipe de treinamento de professores	2001
PREDISEÑO MATEMÁTICA MARCO GENERAL, PRIMER CICLO Y SEGUNDO CICLO EGB Dirección de Currícula G.C.B.A	Coautora juntamente com P. Sadovsky, C. Broitman y H. Itzcovich	1999
MATEMÁTICA Actualización curricular. Documento de trabajo nº5 Geometría en el segundo ciclo Dirección de Currícula,	Coautora juntamente com P. Sadovsky, C. Broitman y H. Itzcovich	1998

G..C.B.A		
MATEMATICA Actualización curricular. Documento de trabajo nº 4 Multiplicación, división y fracciones en el segundo ciclo Dirección de Currícula G.C.B.A	Coautora juntamente com P. Sadovsky, C. Broitman y H. Itzcovich	1996
MATEMATICA Actualización curricular. Documento de trabajo nº1 y nº2 Dirección de Currícula, M.C.B.A	Coautora juntamente com C. Broitman y H. Itzcovich	1995/1996
“Matemática y su enseñanza.Documento Curricular”	Coautora juntamente com P. Sadovsky e I. Saiz. Para o Programa de treinamento de professores, Ministério da Cultura e Educação.	1994
“Número y sistema de numeración. Documento Curricular”	Coautora juntamente com P. Sadovsky e I. Saiz. Para o Programa de treinamento de professores, Ministério da Cultura e Educação.	1994
Número, espacio y medida. Documento Curricular” 1ª parte	Cecilia Parra Para o Treinamento Inicial de Professores, Programa para a Transformação do Treinamento de Professores, Ministério da Cultura e Educação.	1994
“Los Niños, los maestros y los números”. Desarrollo Curricular, Matemática, 1º y 2º grado.	Autora do documento com a colaboração de Irma Saiz, Dirección de Currícula, Secretaría de Educación, M.C.B.A., 133 páginas.	1992/1996

Fonte: Acervo pessoal da autora (2023, tradução nossa)

Em uma conversa, realizada por meio de *e-mails*, a autora nos enviou partes dos materiais relacionados ao convite que recebeu do Governo da Cidade de Buenos Aires, impressos e publicados entre 1994 e 2006. Um deles, *Cálculo mental com números racionales - Apuntes para la enseñanza*, é o que utilizamos para análise, visto que foi um dos primeiros materiais que ela nos enviou.

Quadro 11: Materiais onde Cecilia aparece na elaboração curricular

Título	Ano	Função exercida por Cecilia
Profesorado de Enseñanza Básica – Matemática y su Enseñanza – Documento Curricular	1994	Produção
Matemática Fracciones y números decimales 4 – Apuntes para la enseñanza	2005	Diretora de currículo
Matemática Fracciones y números decimales 6 – páginas para el alumno	2005	Diretora de currículo
Matemática Fracciones y números decimales 6 - Apuntes para la enseñanza	2005	Diretora de Currículo
Matemática Fracciones y números decimales 7 - Apuntes para la enseñanza	2005	Diretora de currículo
Cálculo mental com números naturales – Apuntes para la enseñanza	2006	Diretora de currículo

Cálculo mental com números racionais – Apuntes para la enseñanza	2006 ⁴⁸	Diretora de currículo
Matemática Fracciones y números decimales 4 – páginas para el alumno	2006	Diretora de currículo
Matemática Fracciones y números decimales 5 – páginas para el alumno	2006	Diretora de currículo

Fonte: A autora (2024)

Para mais, é citada em um texto escrito por Alejandra Deriard (2017), junto com outros autores, explicitando em que período a didática francesa⁴⁹ baseada em Brousseau, Chevalard e Vergnaud foi introduzida na Argentina. Deriard (2017) ressalta que um texto fundamental inserido na formação de professores da época foi o livro “*Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*⁵⁰”, organizado por Cecilia Parra e Irma Saiz, editado pela primeira vez em 1994.

Em 1993, Cecilia Parra e Ana Dujovney traduzem um texto de Regine Douady e Marie Jeanne Perrin Glorien, intitulado “*Investigaciones en didáctica de matemáticas: áreas de superficies planas*” (Deriard, 2017, p. 2). Deriard (2017) traz indicações de que a didática francesa entrou para a Argentina neste período.

Essa breve trajetória histórica de Cecilia Parra, indicando o quanto ela contribuiu para o avanço da educação em Buenos Aires durante sua vida profissional, vai caracterizando-a como uma *expert*, detentora de uma *expertise* sobre cálculo mental, tanto com números naturais quanto com números racionais. A autora é uma referência na Argentina, no Brasil e em outros países quanto ao ensino de matemática. Nesse sentido, retomamos à nossa pergunta sincera: **Como se caracteriza a *expertise* profissional de Cecília Parra no ensino de cálculo mental com números racionais presente no material argentino?**

3.2 Um olhar para a *expertise* profissional de Cecilia Parra

⁴⁸ Utilizamos este para pesquisa. Um dos primeiros manuais pedagógicos enviados pela autora. O fato da mesma ter enviado este manual novamente se concretiza devido a termos feito o pedido, via e-mail, após a entrevista, de documentos que comprovassem a atuação de Parra em ações para o governo de Buenos Aires.

⁴⁹ De acordo com Deriard (2017), há indícios da chegada da matemática francesa na Argentina na década de 90, quando foi publicado o livro “*Didáctica da Matemática – Reflexões psicopedagógicas*”, organizado por Cecilia Parra e Irma Saiz, tendo sua primeira versão em 1994, e outras posteriores, em outros países, incluindo o Brasil. De acordo com Parra e Saiz (1996), na França se formulou o principal aporte teórico, reconhecido mundialmente. As autoras ainda afirmam que a “*Didáctica da Matemática* nasceu na França no contexto de um amplo movimento do ensino científico nos anos 60 [...]” (Parra e Saiz, 1996, p. 10).

⁵⁰ *Didáctica da Matemática – Reflexões Psicopedagógicas*, com Cecilia Parra e Irma Saiz como organizadoras, tendo sua tradução feita em 1996, por Juan Acuña Llorens.

Partindo do que foi discutido, apresentaremos a entrevista realizada com a autora, da qual foi possível observar diversos apontamentos que dizem respeito ao trabalho desenvolvido por ela na cidade de Buenos Aires. Sua colaboração foi direcionada ao setor educacional, ligada às diretrizes curriculares de Buenos Aires, estas concomitantes aos manuais pedagógicos produzidos, dentre eles o que utilizamos para análise, referente ao cálculo mental no ensino de números racionais.

Buscamos interpretar a entrevista por meio da história cultural, que tem permeado todo nosso estudo e nos auxiliado no processo de “cozimento” das informações (Burke, 2016), transformando as representações culturais e sociais a qual tivemos contato (Chartier, 2002), em saberes, mostrando-nos de que forma poderíamos assimilar quais saberes (Valente, 2017) permeiam o ensino de cálculo mental com números racionais, nos revelando visões diversificadas do saber escolar (Pinto, 2014).

Os autores Valente e Bertini (2023) nos auxiliam na compreensão destes conceitos, quando ressaltam, sob a base de Hofstetter e Schneuwly⁵¹, que colaboram

[...] para a matemática do ensino no sentido de que ao considerarmos a matemática a ensinar, objeto de trabalho do professor, e a matemática para ensinar, ferramenta do trabalho docente, há a possibilidade de caracterização da matemática do ensino como uma relação entre formação e ensino, algo imperativo para o tratamento do saber profissional (Valente e Bertini, 2023, p. 28).

Dessa maneira, a matemática do ensino se revela pela conexão ferramenta-objeto, concedida por saberes de naturezas distintas, no entanto, vinculados (Valente e Bertini, 2023).

Inquietações sobre esses saberes foram emergindo à medida em que lemos o capítulo do livro “Didática da Matemática – Reflexões Psicopedagógicas”, apresentado na introdução deste estudo. Percebemos uma particularidade que se destacou - o ensino de cálculo mental com números racionais, de uma forma peculiar - algo que ainda não tínhamos percebido em nossos estudos ou materiais no Brasil.

⁵¹ Ver Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017).

Para além, observamos que a autora faz referências a materiais didáticos argentinos, despertando nossa curiosidade em conhecê-los. Em contato com a mesma, prontamente nos enviou materiais didáticos de cálculo mental, em que ela participou como autora. Num primeiro contato recebemos os seguintes materiais:

Quadro 12: Materiais argentinos

Título	Descrição	Ano
Así aprendemos Matemática 4	Capítulo 5 de uma obra envolvendo o ensino de números decimais	Sem ano
Matemática Cálculo mental con números naturales	Aportes para la enseñanza. Escuela Primaria. Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza 2004-2007. Cecilia Parra é referenciada	2010
Matemática Cálculo mental con números racionales	Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza 2004-2007 Cecilia Parra aparece como diretora de currículo	2006
Matemática Cálculo mental con números racionales	Reedición de Cálculo mental con números racionales, título publicado en la serie Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza 2004-2007 Cecilia Parra é referenciada	2010
Hacer matemática en 4º Guía Docente	Obra de Irma Saiz y Cecilia Parra	2011

Fonte: A autora (2023)

Figura 4: Capas dos materiais argentinos



Fonte: A autora (2023)

Em uma análise prévia dos materiais, percebemos uma ênfase no cálculo mental articulado aos conteúdos presentes no material, incluindo os números racionais. Notamos que em todas as obras Cecilia Parra aparece de alguma maneira, ora como autora, ora como referência, em notas de rodapé, citada em materiais também direcionados para professores e produzidos pelo governo da cidade de Buenos Aires, ora como diretora de currículo.

Para esse estudo, escolhemos o manual que contempla o ensino de cálculo mental com números racionais, no qual Cecilia Parra foi diretora do Currículo.

Percebemos que as obras *Matemática – Cálculo mental con números racionales* eram semelhantes, pois a de 2010 se trata de uma reedição da obra de 2006. Nosso estudo então, tomou como principal fonte de pesquisa a obra datada de 2006.

Conforme fizemos a leitura do material enviado por Parra, provocações foram surgindo sobre o mesmo. Parra gentilmente nos concedeu seu tempo e, após a entrevista, outras particularidades emergiram para enriquecer nossos estudos,

dentre estas, duas se destacaram. Uma delas está nas bases teóricas utilizadas por Parra, em que destaca os autores Guy Brousseau (2008), com a teoria das situações didáticas e Gérard Vergnaud (1996, 2007, 2009), com a teoria dos campos conceituais, ambos trazem para o material a didática francesa.

A outra via de destaque na entrevista, refere-se o trabalho realizado por Parra e outros pesquisadores, em serviços prestados ao governo da cidade de Buenos Aires, quanto ao cálculo mental no ensino de números naturais e racionais. A conversa com a autora nos confirmou novos rumos, indicando que Parra possui uma *expertise* em relação ao cálculo mental e, com isso, novos questionamentos surgiram, sendo o principal deles o que embasa esta pesquisa, já citado. As novas possibilidades nos causaram conflitos que fizeram emergir o anseio de compreender historicamente sobre sua *expertise*.

Sabe-se que a história precisa ser construída, perscrutada, esquadrihada, para assim haver a possibilidade de chamar de estudo histórico, visto que, de acordo com Chartier (2002), não se pode profetizar sobre a história. Nesta pesquisa buscamos promover uma reflexão relacionada aos estudos que permeiam o cálculo mental no ensino de números racionais, com um olhar particular para a competência de Cecilia Parra, como diretora de currículo, coordenadora da equipe de matemática e produtora de materiais direcionados aos docentes.

Chartier (2002) aponta alguns conceitos da história cultural, que salientam formas de construção de uma sociedade a partir de diversos lugares e situações. Partindo desta concepção, como podemos compreender o contexto do cálculo mental com números racionais, analisados no material argentino, na época em que foi elaborado, considerando que é necessário estudar sobre uma época distinta da atual? De que forma podemos representar este contexto, sem distanciarmos do real?

Atentemo-nos para as peculiaridades de cada situação, lugar, ambiente social, tentando identificar as diferenças entre o que foi cogitado no momento de elaboração do material produzido e sua execução, ao mesmo tempo, olhar para as interpretações obtidas partindo dos diversos atores envolvidos neste processo de construção. Isso pode ser feito por meio de análises das representações do passado. Estas nos levam a informações (o “cru”), que devidamente processadas, transformam-se em conhecimento, saber (“o cozido”).

Burke (2016) nos apresentou quatro estágios do processo de transformação da informação para o conhecimento. Interpretamos dois estágios até o momento, por meio dos cenários desta investigação.

O primeiro foi o da “coleta”, estágio pelo qual perpassamos, apresentando como se deu a nossa coleta nesta pesquisa. O segundo foi o da “análise”, dentro deste há quatro etapas, cuja utilização nesta trama foi de três delas (descrição, classificação e verificação). Utilizamo-nos dessas três, uma vez que descrevemos sobre os caminhos percorridos, por meio de diversas interpretações históricas e culturais; classificamos as fontes que usaríamos nesta pesquisa, mesmo estando cativadas por todo o material ao qual tivemos acesso; verificamos as fontes e suas procedências, fizemos uma entrevista com Cecilia Parra, atuante na produção dos materiais que recebemos e analisamos (Burke, 2016).

O terceiro estágio Burke (2016) chama de “disseminação”. Neste, trata da importância da oralidade histórica, onde afirma que “[...] o conhecimento recebido não é igual ao conhecimento emitido” (p. 113), sendo este um dos estágios imprescindíveis na construção do conhecimento.

Neste se considera analisar e valorizar o relato oral, que pode ser utilizado como “disseminação do conhecimento”, desde que seja embasado cientificamente, como também, no caso deste estudo, historicamente. A entrevista que fizemos, realizada via plataforma Google Meet, nos possibilitou entrar em contato com este conhecimento, quando conversamos com Cecilia Parra, visto que de acordo com o autor,

[...] a disseminação é por vezes descrita, sobretudo no caso da tecnologia, como “transferência”, enfatizando o movimento em uma direção. Outros estudiosos preferem o termo “circulação” de conhecimento (Burke, 2016, p. 113).

Este é um estágio em que se torna importante a pertinência do pesquisador, visto que oferece a possibilidade de ampliar as informações. De acordo com o autor, é possível obter “mais e mais conhecimento, alcançando mais e mais pessoas graças aos métodos de comunicação cada vez mais eficientes – escrita, veículo impresso, rádio, televisão e internet” (p. 114).

No entanto, um cuidado essencial deve ser observado, pois o excesso de informações, segundo o autor, pode gerar um acúmulo a ponto de não ser possível

ocorrer o “cozimento”, para se transformar em conhecimento. Esse acúmulo, segundo ele, tem um preço, uma vez que a sobrecarga gera acúmulo e o acúmulo acontece de forma mais rápida do que a nossa capacidade de processar as informações e transformá-las em conhecimento (Burke, 2016). Concordemos com Valente (2021) quando afirma que “Curiosidade só, leva a acúmulo de informações sobre o passado. Problematização possibilita avanços no conhecimento histórico do passado” (p. 153).

Atentando-se a isto, dentre outros fatores, utilizando os dados da entrevista, somados à perspectiva da história cultural, que nos auxiliaram na interpretação das fontes, apresentamos nesta trama o diálogo que tivemos com a autora e toda a riqueza que foi possível entrever até o momento, em uma soma de tudo que investigamos.

A parte de destaque deste capítulo é a *expertise* de Cecilia. Esta característica, além de ter relação com o envolvimento da autora em ações a pedido de órgãos públicos, é relacionada também à docência, visto que Bertini, Morais e Valente (2017) chamam de *expertise* profissional, que caracteriza a profissão do professor, este de posse dos saberes *a* e *para* ensinar, já discutidos neste estudo. Os autores afirmam que estes saberes, relacionados à *expertise*, são específicos para a profissão de ensinar. Cecilia Parra recebeu a incumbência de “ensinar” professores a ensinar matemática, por meio dos materiais que ela elaborou.

A entrevista com a autora (2023) nos permitiu interpretar as representações culturais da época, observando a cultura escolar e os protagonistas que contribuíram ativamente com todas essas transformações. Ela nos contou sobre os motivos que despertaram o interesse pela pesquisa em Matemática.

Quando me formei como professora, o ensino de matemática me interessou muito, mas, naqueles anos, isso era em 1973, estava na reforma da Matemática Moderna, tinha os conjuntos, ou seja, era a época dessa reforma, de modo que eu comecei entrando nessa transformação (Parra⁵², 2023, tradução nossa).

Parra (2023) afirma que iniciou sua profissão como professora da escola primária, assim denominada na época, em meio às transformações geradas pela

⁵² Vamos usar a escrita itálica sempre que for um relato da entrevista de Parra.

Matemática Moderna⁵³. No entanto, em seu contato com a sala de aula, percebeu que a ideia de cálculo mental foi se modificando conforme as transições culturais. Naquele momento, o que se tinha em sala de aula “[...] *era a ideia de repertórios, conhecer o repertório aditivo e multiplicativo. [...] depois disso, foi depreciado, porque na reforma da Matemática Moderna não tinham valor*” (Parra, 2023, tradução nossa).

Na busca pela melhoria na qualidade do ensino de Matemática, os órgãos públicos, responsáveis pelo setor educacional da cidade de Buenos Aires, produziram um material para professores, da série “Apuntes para la enseñanza”, que fez parte do “Plan plurianual para el mejoramiento de la enseñanza 2004-2007”. Neste material, do qual Parra foi diretora de currículo, notamos a articulação do cálculo mental com o ensino de números racionais. Ao mesmo tempo, produziu-se um material, concomitante a este, direcionado para os estudantes.

Tanto o material de cálculo mental natural quanto o racional saem dentro deste plano voltado para professores, mas também foram feitos livrinhos⁵⁴ [...] para o aluno, e o material para o professor orientar o trabalho que foi feito no caderno para o aluno, tudo fazia parte do plano plurianual, que tinha muitos aspectos, e esse foi um (Parra, 2023, tradução nossa).

Paralelo a isso, os educadores recebiam formação docente, a pedido dos responsáveis pelo setor de ensino, com o intuito de compreender de que forma o conteúdo deveria ser aplicado em sala de aula, cujo direcionamento da referida formação era feito por Cecília Parra e sua equipe de colaboradores. Bertini, Morais e Valente (2017) afirmam que a forma direta de atuação do *expert* leva à institucionalização e normatização de novos saberes. De acordo com Cecilia, os

[...] professores precisam de oportunidades em sua formação inicial e na sua formação contínua, e no seu trabalho nas escolas [...] para poderem levar a cabo esta forma de ensino, precisam de oportunidades, para rever quais foram suas experiências, entrar em outra forma de fazer matemática,

⁵³ As primeiras características do Movimento da Matemática Moderna (MMM) foram o pensamento axiomático, maior grau de generalização, alto grau de abstração, maior rigor lógico, uso de nomenclatura moderna, precisão da linguagem, método dedutivo e apropriação das teorias estruturalistas (Novaes, 2012, p. 53). De acordo com Silva (2006), o ensino de Matemática no Brasil foi fortemente influenciado pela MMM, com propostas definidas com ênfase nas estruturas algébricas, teoria dos conjuntos, topologia, transformações geométricas e outras. As primeiras discussões sobre o MMM no Brasil, surgiram em 1957, porém, somente em 1959 é que se iniciaram as primeiras experiências relacionadas ao movimento incutido na educação.

⁵⁴ No quadro 1, página 31 deste estudo, a autora faz referência a estes materiais, produzidos para os alunos.

para eles próprios poderem produzir, serem capazes de produzir caminhos, serem capazes de produzir soluções, reconectar-se com a matemática (Parra, 2023, tradução nossa).

Analisando os aspectos do material e os relatos da entrevista, percebemos que eles vão nos sinalizando um serviço prestado por Parra ao setor educacional, mobilizando sua *expertise* a favor das demandas do estado. Segundo Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), a *expertise* está ligada a “[...] uma instrução pública orgânica e juridicamente ligada ao poder público” (p. 57).

É importante destacar que quando se analisa documentos históricos, em busca de métodos, didáticas, orientações pedagógicas, à medida que vão sendo processados, se transformam em saberes objetivados e conduzem “[...] a um movimento de institucionalização de *saberes para ensinar* referenciados em *saberes a ensinar*” (Bertini, Morais e Valente, 2017, p. 25, grifo dos autores).

Por meio da institucionalização desses saberes, disciplinas são criadas, normativas são constituídas, materiais didáticos são produzidos atendendo às normas, se configurando em saberes a ser trabalhados no ambiente escolar (Bertini, Morais e Valente, 2017). Para além, ainda segundo os autores, quando este processo perpetua, outros aspectos se responsabilizam pela promoção e sustentação da *expertise*, fazendo emergir novos *experts*.

Nesta perspectiva, compreendemos a elaboração minuciosa, ou a *expertise*, do material argentino que analisamos, realizada pela autora, como um trabalho de especialista, ou, sob a vertente dos autores, um trabalho desenvolvido por uma *expert*. Esse conceito possui uma atribuição ampla, por se tratar de estudiosos que são especialistas em educação. Os autores evocam a *expertise* como:

[...] uma instância, em princípio reconhecida como legítima, atribuída a um ou vários especialistas [...] distinguidos pelos seus conhecimentos, atitudes, experiências, a fim de examinar uma situação, de avaliar um fenômeno, de constatar fatos. Esta *expertise* é solicitada pelas autoridades do ensino tendo em vista a necessidade de tomar uma decisão (Hofstetter, Schneuwly e Freymond, 2017, p. 57).

O material indicou que Cecília Parra possui um vasto conhecimento no ensino de cálculo mental com números racionais, cujo embasamento teórico vem da didática francesa. Somado a isto, a autora trabalhou em escolas, com experiências em salas de aula e formação docente. A mesma relata que desenvolveu um trabalho

no que tange à formação docente em parceria com Irma Saiz⁵⁵, que possui ampla experiência no campo de pesquisa.

[...] como professora, eu estava fazendo muitas experiências em sala de aula. E no ano de 1984 conheci a Irma Saiz, que é minha colega, com a qual só fizemos isso juntas. Ela é formada em Matemática. Quando nos conhecemos, ela já havia estado na França e havia treinado com esses professores. E ela esteve no México, investigando na Cinvestav⁵⁶ (Parra, 2023, tradução nossa).

O envolvimento da autora nos estudos, pesquisas e experiências relacionadas ao cálculo mental no ensino de números racionais foi de grande valia para o sistema de ensino argentino, uma vez que foi convidada a trabalhar na elaboração do “Plan plurianual para el mejoramiento de la enseñanza, 2004-2007”, da qual foi diretora de currículo, tendo uma reedição em 2010, não mais tendo a autora como diretora curricular, no entanto, sendo utilizada novamente toda a construção dos saberes presentes na edição anterior.

Percebemos, pela análise do material, que a colaboração como diretora de currículo novamente comprova sua atuação, como *expert*, visto que “A documentação pode nos possibilitar a análise de processos e dinâmicas de constituição do saber profissional do professor pela via de *experts* em educação” (Morais e Valente, 2020, p. 8). Concomitantemente, buscamos observar as convergências entre o manual pedagógico analisado e os documentos curriculares argentinos, referentes ao cálculo mental no ensino de números racionais.

Compreendemos, por meio da análise que fizemos no manual argentino, que em toda a sua composição há a presença de situações problematizadas pelos autores do mesmo. Bertini, Morais e Valente (2017) destacam a resolução de problemas, discutidas desde a primeira metade do século XX, como caminho para legitimar teorias de aprendizagem, aproximando-se do cotidiano dos alunos.

⁵⁵ Argentina, licenciada em Matemática, mestre em Ciências na especialidade de Matemática Educativa, México. Junto com Cecília Parra, foi responsável por organizar a obra “Didática da Matemática – Reflexões Psicopedagógicas” – Editora Artmed, 1996. Trabalhou com Cecilia como autora em materiais didáticos, incluindo um dos que nos foi enviado.

⁵⁶ A Cinvestav foi criada em 1961 por decreto presidencial, como um órgão público descentralizado, com personalidade jurídica e patrimônio próprios. Seu diretor fundador, Dr. Arturo Rosenblueth, promoveu uma exigência acadêmica que resultou no sucesso da instituição. Existem vinte e oito departamentos de pesquisa distribuídos entre os nove campi da República Mexicana. Informações disponíveis em: <https://www.cinvestav.mx/>. Acesso em 27 de junho, 2023.

Nesta perspectiva, seguimos com a investigação dos dados fornecidos por Parra (2023), cujas informações vão sendo historicamente interpretadas e processadas, considerando a época, situações, manifestações culturais, tudo isso permeando o espaço que protagoniza todas essas transformações: o ambiente, a cultura escolar. Concordando com Julia (2001, p. 10), “[...] a cultura escolar não pode ser estudada sem a análise precisa das relações conflituosas ou pacíficas que ela mantém”.

As relações evocadas por Julia (2001), transportadas para o contexto do nosso estudo, referem-se aos problemas gerados por muitos fatores, incluindo a falta de experiência docente, em sala de aula, no ensino de matemática, no que concerne ao cálculo mental com números racionais. “[...] *entendemos o conhecimento matemático como uma prática em sala de aula [...] e na nossa capacidade de levar propostas, discutir com os professores e experimentar. E foram anos de muita experiência em sala de aula*” (Parra, 2023, tradução nossa).

À vista disso, por meio de sua *expertise*, Cecília Parra foi chamada na década de 1990 para participar da elaboração do referido plano. “*Nos anos 90 nos chamaram para participar dos Planos de Formação de Professores. E para participar, desde o ano de 89 já comecei a trabalhar dentro do planejamento educacional da cidade de Buenos Aires*” (Parra, 2023, tradução nossa).

Neste contexto, quando se trata dos problemas relacionados à falta de experiência docente em relação à sala de aula, é pertinente destacar que os *experts* são convidados a trabalhar em prol do sistema educacional de ensino, por meio do órgão público responsável, a partir do momento em que se percebe problemas emergentes.

Vale concordar com Morais e Valente (2020), quando reiteram que há três pontos relevantes para que haja uma convocação ou um convite do Estado à função do *expert*: “[...] (1) uma demanda do Estado; (2) a convocação da *expertise*; (3) a resolução de um problema prático” (Morais e Valente, 2020, p. 8).

Corroborando com tais afirmações, destacamos a *expertise* de Parra no campo pedagógico, segundo os autores Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), quando afirmam que “A solicitação de *expertise* [...] participa decisivamente da produção de novos saberes no campo pedagógico” (p. 57).

O trabalho pedagógico, que envolve os docentes, é de fundamental relevância para um ensino qualitativo. Parra trabalhava dentro da Secretaria da

cidade de Buenos Aires, no planejamento educacional, precisamente na direção curricular, dentro da equipe de matemática. Concomitante a isso, Parra realizava trabalhos na escola, com os docentes, junto com Irma Saiz e outros colegas de equipe. A autora afirma que desenvolveu um trabalho voltado para os docentes, cumprindo assim uma demanda do governo de Buenos Aires. A mesma começou a fazer “*experiências com professores da escola do Estado da cidade de Buenos Aires*” e passou a “*produzir materiais destinados a professores iniciantes*” (Parra, 2023, tradução nossa). Esta é uma das competências dos *experts*. Segundo Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), “A *expertise* é, portanto, realizada por pessoas do meio escolar, isto é, pela profissão docente” (p. 67), quando há o cumprimento de uma demanda do estado. Em meio a essas experiências, iniciou-se um trabalho na produção do manual pedagógico analisado neste estudo.

Entretanto, cabe destacar que, de acordo com Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), há três tipos de serviços de *expertise*, nos quais todos contribuem para “[...] o aumento do rendimento do ensino” (p. 100). O primeiro, segundo os autores, é relacionado aos fatores que interferem no rendimento escolar dos alunos, que envolvem o meio social dos mesmos e suas necessidades. O segundo é concernente à observação sobre o rendimento escolar, no que tange à transmissão de conhecimentos feita pela escola. O último serviço de *expertise*, segundo os autores, é relacionado ao “desenvolvimento e acompanhamento de reformas de ensino em vista de uma melhor aquisição pelos alunos de conhecimentos escolares” (p. 102).

À *expertise* de Cecília Parra compete este último, visto que a autora foi convidada a contribuir na elaboração de um plano curricular, cujas intenções dos responsáveis pelo sistema educacional era melhorar a qualidade do ensino, para desta forma, proporcionar qualitativamente a aquisição dos conhecimentos escolares.

Vale reiterar que, para alcançar o lugar de *expert*, é necessário um longo processo, no qual se adquire a *expertise*, no caso deste estudo, por meio de uma participação direta na elaboração curricular, articulada ao trabalho com o corpo docente. Paralelo a isso, o aprofundamento histórico, metodológico, científico e didático é imprescindível para se atingir os níveis de *expertise*.

Podemos comparar esses níveis aos saberes necessários para que se consolide este quesito. Segundo Morais e Valente (2020), denomina-se “[...]expert em educação”, profissionais docentes

[...] que, por demanda do Estado responsável pelo ensino, produziram, sistematizaram e objetivaram tais saberes. Saberes como ‘objetos’ e como instrumentos do trabalho da formação e do ensino, com olhar mais acurado à formação de professores que ensinam matemática (Morais e Valente, 2020, p. 4).

Faz parte deste processo as inúmeras transformações das informações em conhecimento (histórico, científico, didático), erigidas de diversas maneiras, adquiridas ao longo do processo. Para tratar de conceitos sobre informação e conhecimento, evocamos novamente Burke (2016), com suas considerações sobre a transformação da informação em conhecimento ou saber (Valente, 2022), relevantes nesse processo de transformação.

É pertinente compreender essas comparações no contexto estudado, sobre o cálculo mental no ensino de números racionais, visto que de acordo com Berticelli (2017), há uma crescente responsabilidade sobre os conhecimentos do cálculo mental e escrito. A autora ressalta que ambos fazem parte do conjunto de conhecimentos necessários para a solidificação do conceito de aritmética e são extremamente relevantes para enriquecer o raciocínio mental.

Considerando a vertente de Burke (2016), nos primeiros anos escolares, os estudantes recebem a informação. Utilizando sua vivência no meio social e familiar e os conhecimentos advindos dessas relações, somados ao que lhe é “provocado” pelo professor, como mediador, conseguem “processar” as informações, “cozinhá-las” por meio da articulação feita pelo educador, para transformá-las em conhecimento. Dessa forma, concordando com Berticelli (2017), o desenvolvimento dos conhecimentos de cálculo é fundamental, desde os primeiros anos escolares.

O trabalho de Cecilia em muito contribuiu para o setor educacional da cidade de Buenos Aires, nas produções curriculares, a pedido do governo, e na produção de materiais para professores. Atualmente, a autora está aposentada, mas afirma que produziu livros didáticos por muitos anos e continua contribuindo até hoje.

Fazemos livros didáticos há 25 anos, de primeira a sexta série do ensino fundamental, dentro da editora Estrada. E aqueles livros que são livros didáticos são para a sala de aula. Fazemos isso renovando 5 ou 6 vezes.

Agora estamos renovando novamente porque são fundamentais (Parra, 2023, tradução nossa).

Encerramos esta parte do estudo com Moraes, Bertini e Valente (2021), que reiteram sobre os processos que caracterizam a produção da matemática que está presente no ambiente da escola, paralelo àqueles conectados à formação docente. A tarefa destes últimos é ensinar matemática, estarem articulados por meio de configurações que se transformam, variando conforme os anos, sendo, dessa forma, históricos.

Cecilia Parra, na nossa trajetória até aqui, e, com base nos autores que estudamos, tem validado sua *expertise*, cumprindo uma demanda do Estado, colaborando na produção de material para formação docente e na produção curricular.

Discutiremos sobre a *expertise* da autora por meio da análise das diretrizes curriculares de Buenos Aires⁵⁷ (2004), trazendo como base os conceitos articulados à *expertise*, presentes no documento. Para além, apresentaremos sobre os dois autores apresentados por Parra, Guy Brousseau e Gérard Vergnaud, cujo embasamento teórico foi utilizado para a produção do documento curricular e do manual pedagógico argentino, produzido também para a cidade de Buenos Aires.

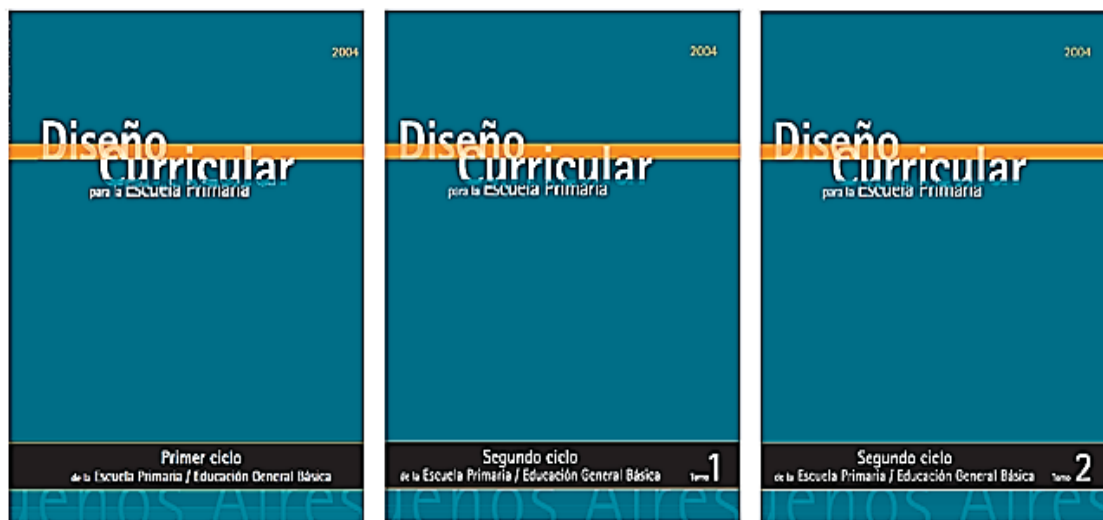
3.3 Cálculo mental no ensino de números racionais nas diretrizes curriculares de Buenos Aires

Paralelo aos estudos, fomos em busca das diretrizes curriculares argentinas, específicas de Buenos Aires, que eram vigentes na mesma época do material analisado, no intuito de compreender como os órgãos competentes fizeram a articulação do material elaborado por Parra. Constatamos que neste documento, *Diseño Curricular para la Escuela Primaria, Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires*, datado de 2004⁵⁸, Cecilia Parra aparece como *Directora de Currícula*.

⁵⁷ As diretrizes curriculares argentinas utilizadas para análise neste estudo, foram produzidos pelo Governo da Cidade de Buenos Aires (município desde 1994) e se aplicam a esta jurisdição.

⁵⁸ O nosso recorte temporal corresponde de 2004 a 2010, época em que as diretrizes curriculares e o material analisado estavam vigentes.

Figura 5: Capas dos documentos curriculares de Buenos Aires



Fonte: A autora (2023)

No *Diseño Curricular para la Escuela Primaria*⁵⁹, identificamos a articulação do cálculo mental presente em todas as bases de conteúdos matemáticos que envolvem qualquer tipo de cálculo, iniciando desde o primeiro ciclo⁶⁰ até o final do segundo ciclo⁶¹.

A Secretaria de Educação desenvolveu a elaboração do “Diseño Curricular para la Escuela Primaria” para a cidade de Buenos Aires

[...] em um processo que manteve a validade do Desenho Curricular Comum para a Educação Primária de 1986, ao mesmo tempo em que promoveu sua revisão e atualização, e que deu origem, entre 1995 e 1999, à publicação, primeiro, de documentos de atualização e, depois, dos Desenhos Pré-curriculares (Buenos Aires, 2004, p. 21, tradução nossa).

Após esta elaboração, foi aprovada uma normativa comum para o ensino público, incluindo o Estado e a gestão privada, gerando alguns anos de modificação, até chegar aos *Diseños* utilizados como análise neste estudo⁶². Iniciando pelo

⁵⁹ Documento curricular argentino, Governo da Cidade de Buenos Aires, 2004.

⁶⁰ Na Argentina, o primeiro ciclo corresponde ao primeiro, segundo e terceiro grado (ano) (Buenos Aires, 2004).

⁶¹ O Segundo ciclo corresponde ao quarto, quinto, sexto e sétimo grado (ano) (Buenos Aires, 2004).

⁶² Trata-se de um marco importante no esforço sistemático do Estado para integrar e consolidar o Sistema Educacional da Cidade, abrindo uma nova etapa na qual, uma vez incorporadas as modificações resultantes de um período de difusão de vários anos, a Secretaria de Educação transformará os Projetos Pré-curriculares em Projetos Curriculares. O Pré-Desenho Curricular para a Educação Geral Básica (Educação Primária e Média, segundo a denominação atual), Primeiro

primeiro ciclo, percebemos que o cálculo mental está fortemente presente na elaboração dos conteúdos, tendo como base o fato de que, para atingir os objetivos propostos no segundo ciclo, onde consta o cálculo mental no ensino de números racionais, é necessário que o estudante tenha consolidado os conteúdos contemplados no primeiro ciclo, dado que

Todos os conteúdos das áreas estipuladas para o primeiro ciclo são considerados importantes para abordar um processo formativo de longo prazo [...]. Essas notas constituirão a base das experiências formativas nas diferentes áreas sobre as quais se basearão as novas e gradualmente mais complexas propostas dos anos seguintes (Buenos Aires, 2004, p. 29, tradução nossa).

No documento curricular argentino, primeiro ciclo, percebemos o cálculo mental presente na parte intitulada *Números y Operaciones*, direcionada para o *Tercer grado*⁶³, como base para as atividades de resolução de problemas.

Quando se trata de frações⁶⁴, nesta mesma parte, não está diferente. Há indícios percebidos pela forma de apresentação das situações expostas nas atividades. Vejamos:

Figura 6: Exemplos de atividades com frações

FRACCIONES
Resolución de problemas en los que se utilicen $1/2$; $1/4$; $1/8$, donde intervengan longitudes, distancias, pesos y capacidades, expresados en metros, kilos y litros.
Por ejemplo:
- ¿Cuántos paquetes de café debemos llevar si queremos 1 kilo y sólo quedan paquetes de $1/4$?
► Lectura y escritura de las fracciones más usuales (por ejemplo: $1/4$; $1/2$; $3/4$; $1 + 1/2$).
► Resolución de problemas que involucren la determinación de fracciones complementarias de la unidad.
Por ejemplo:
- ¿Cuánto le falta a $1/2$ litro para llegar al litro?
- ¿Cuánto le falta a $3/4$ kilo de galletitas para alcanzar un kilo?

Frações
Resolver problemas usando $1/2$; $1/4$; $1/8$, envolvendo comprimentos, distâncias, pesos e capacidades, expressos em metros, quilos e litros.
Por exemplo:
- Quantos pacotes de café devemos tomar se quisermos 1 quilo e só restarem $1/4$ de pacotes?
Ler e escrever as frações mais comuns (por exemplo: $1/4$; $1/2$; $3/4$; $1+1/2$)
Resolver problemas que envolvam a determinação de frações unitárias.
Por exemplo:
- Quanto falta para $1/2$ litro chegar a um litro?
- Quanto falta para $3/4$ de quilo de biscoitos chegar a um quilo?

Ciclo (1999), transforma-se, assim, em Desenho Curricular para a Escola Primária, Primeiro Ciclo (2004) (Buenos Aires, 2004, p. 21, tradução nossa).

⁶³ Terceiro grau ou terceiro ano.

⁶⁴ Nosso estudo não foi voltado especificamente para as frações. Analisamos de que forma o cálculo mental pode contribuir no processo de comparação e equivalência, para posteriormente o aluno sistematizar a propriedade. É possível que em um estudo próximo avancemos neste sentido.

Fonte: Buenos Aires (2004, p. 332, tradução nossa)

As situações problemas da figura nos apontam para o uso de uma estratégia, onde se apresenta o resultado e o estudante necessita encontrar caminhos para este por meio da rede de relações numéricas, por exemplo, $10 + \underline{\quad} = 18$ (Berticelli e Zancan, 2023). Mobiliza a ideia de “completar” para chegar em um número, neste caso com números racionais. A estratégia de completar aparece de duas maneiras diferentes, na primeira e na terceira situação, ambas apresentadas na figura 21. A segunda situação exposta na figura apresenta a leitura e escrita de frações comuns, para facilitar no momento de completar.

No segundo ciclo, volume 1 e 2, direcionado para o quarto, quinto, sexto e sétimo ano, os conteúdos são permeados de estratégias de cálculo mental, tanto com números naturais quanto com racionais, com algumas considerações direcionadas ao primeiro ciclo, onde se espera que os conhecimentos de cálculo mental sejam consolidados.

O objetivo é fazer com que os estudantes consigam compreender conhecimentos mais complexos, partindo do que foi sistematizado no primeiro ciclo, utilizando cálculo mental. Esta meta a ser cumprida no segundo ciclo é um desafio, visto que

[...] as crianças enfrentarão uma ruptura essencial: muitas certezas construídas no estudo dos números naturais serão questionadas com a introdução das frações. A superação dos obstáculos à compreensão dos números racionais (obstáculos que são gerados a partir do conhecimento que possuem sobre os números naturais) exige uma gestão do ensino que assuma o questionamento das concepções prévias como parte da aprendizagem (Buenos Aires, 2004, p. 546, tradução nossa).

Nesta perspectiva, a necessidade dos conhecimentos advindos do primeiro ciclo se torna bastante pertinente. Na parte em que trata especificamente dos números racionais⁶⁵, há diversas indicações de atividades com cálculo mental, pela forma como os exemplos são apresentados. O documento propõe que, antes de partir para uma forma padrão de resposta, os estudantes aprendam a desenvolver estratégias, partindo do conhecimento já adquirido, para obter um resultado, e,

⁶⁵ Qualquer número que possa ser expresso como o quociente de dois números inteiros (com o divisor diferente de zero) é um número racional. A forma fracionária ou decimal poder ser usada para escrever esse número (Buenos Aires, 2004, p. 570, tradução nossa).

somente depois, apresentar aos mesmos uma forma padrão de resolução, como exposto na figura 22.

Figura 7: Problemas de medição

Es interesante proponer a los alumnos la experiencia de realizar mediciones con una unidad dada y en la que se vean enfrentados a la necesidad de tomar decisiones cuando la cantidad a medir no contiene un número entero de veces a la unidad. La complejidad de la tarea será función de la relación entre la unidad y el objeto a medir y, al proponer distintos casos, los niños tendrán la oportunidad de ampliar el repertorio de fracciones que utilizan. Como en el caso de las situaciones de reparto, actividades de este tipo pueden ser fuente de nuevos interrogantes y relaciones. Los alumnos podrán expresar, por ejemplo: "Con cuartos puedo armar medios, pero con tercios no puedo, ¿no?"; "Para armar medio con tercios tengo que hacer un tercio más medio tercio"; "¿Qué fracción es la mitad de $1/3$?"; "¿Cuánto es $1/2 + 1/4$?"; "¿Y $1/4$ más $1/3$?". Las respuestas a estas preguntas, elaboradas como producto de la actividad, permiten también atribuir un sentido a la suma de fracciones y elaborar estrategias de cálculo antes de proponer un algoritmo general de adición de fracciones.

É interessante propor aos alunos a experiência de fazer medições com uma determinada unidade e na qual eles são confrontados com a necessidade de tomar decisões quando a quantidade a ser medida não contém um número inteiro de vezes na unidade. A complexidade da tarefa será uma função da relação entre a unidade e o objeto a ser medido e, ao propor diferentes casos, as crianças terão a oportunidade de ampliar seu repertório de frações. Como no caso das situações de fração, atividades desse tipo podem ser uma fonte de novas perguntas e relações. Os alunos podem expressar, por exemplo: "Com quartos posso fazer metades, mas não posso fazer terços, posso? Com terços eu tenho que fazer um terço mais metade de um terço"; "Que fração é metade de $1/3$?"; "Quanto é $1/2 + 1/4$?"; "É $1/4$ mais $1/3$?". As respostas a essas perguntas, elaboradas como produto da atividade, também possibilitam atribuir um significado à soma de frações e desenvolver estratégias de cálculo antes de propor um algoritmo geral de adição de frações.

Fonte: Buenos Aires (2004, p. 571, tradução nossa)

No quarto grau, na parte intitulada *Relaciones entre fracciones*⁶⁶, há propostas de cálculo mental para o estudante encontrar o resultado quando se pede para efetuar "Cálculo da metade, da terça parte, da quarta parte, etc., de $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/6$, etc., a partir do estabelecimento de relações com a unidade. Cálculo mental relacionado a essas questões" (Buenos Aires, 2004, p. 580, tradução nossa).

Ainda neste nível de ensino, há propostas centradas na utilização de cálculo mental para determinar a fração que se soma a outra para chegar a um inteiro, por exemplo,

[...] $2/5 + \dots = 1$; $2/5 + \dots = 2$; $7/3 + \dots = 3$, etc. Resolver problemas envolvendo adição e subtração de frações, usando diferentes procedimentos: decomposições aditivas, cálculo mental, equivalências, gráficos. (A exigência do algoritmo convencional de adição de frações ainda não foi considerada) (Buenos Aires, 2004, p. 582, tradução nossa).

⁶⁶ Relações entre frações (Buenos Aires, 2004, p.580, tradução nossa).

No quinto grado, percebe-se a presença de cálculo mental explícita e subentendida nas sugestões de atividades. Na parte de “Operações com frações”, sugere-se a elaboração de recursos de cálculo mental para encontrar a parte de um inteiro. Por exemplo, “[...] $\frac{1}{4}$ de 28 é metade da metade de 128, ou seja, metade de 64, ou seja, 32” (Buenos Aires, 2004, p. 585, tradução nossa).

A elaboração de recursos de cálculo mental também aparece na reconstrução de uma fração ou de um número inteiro, quando o documento diz para desenvolver possibilidades de cálculo mental para refazer uma fração ou um inteiro utilizando frações de certa classe ou classes. “Por exemplo: formar $\frac{3}{4}$ usando apenas metades e oitavos, formar $\frac{13}{6}$ usando metades e duodécimos, formar $\frac{14}{9}$ usando terços, sextos e duodécimos, etc. obter $\frac{13}{5}$ como uma soma de decimais” (Buenos Aires, 2004, p. 583).

Nos “Cálculos em expressões decimais”, as propostas para o quinto grado são situações de cálculo mental para resolver notações, envolvendo a organização decimal. Por exemplo:

Propor somas cujo resultado seja 1; 0,1; 0,01, etc.; somar 0,1 a cada um dos seguintes números: 2,342; 4,9; 7,93; 6,921; etc.; Subtraia 0,1 dos seguintes números: 1,345; 12; 3,05; etc. [...] cálculo exato e aproximado de adições e subtrações de expressões decimais por meio de vários procedimentos de aritmética mental, com uma calculadora e usando algoritmos convencionais (Buenos Aires, 2004, p. 589, tradução nossa).

Este último exemplo também contempla o sexto grado, que aponta diversos recursos para comparar frações, com ideia de cálculo mental:

Figura 23: Comparação de frações

Por ejemplo:
 $\frac{5}{6}$ es mayor que $\frac{3}{4}$ porque a $\frac{5}{6}$ le falta $\frac{1}{6}$ para 1, y a $\frac{3}{4}$ le falta $\frac{1}{4}$, y $\frac{1}{4}$ es mayor que $\frac{1}{6}$;
 $\frac{2}{7}$ es menor que $\frac{3}{8}$ porque a $\frac{2}{7}$ le falta más de $\frac{1}{7}$ para llegar a $\frac{1}{2}$, y a $\frac{3}{8}$ le falta $\frac{1}{8}$ para llegar a $\frac{1}{2}$, y $\frac{1}{8}$ es menor que $\frac{1}{7}$.

Por exemplo:
 $\frac{5}{6}$ é maior do que $\frac{3}{4}$ porque $\frac{5}{6}$ é $\frac{1}{6}$ menor do que 1 e $\frac{3}{4}$ é $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{4}$ é maior que $\frac{1}{6}$;
 $\frac{2}{7}$ é menor que $\frac{3}{8}$ porque $\frac{2}{7}$ é mais que $\frac{1}{7}$ menor que $\frac{1}{2}$, e a $\frac{3}{8}$ é $\frac{1}{8}$ a menos que $\frac{1}{2}$, e $\frac{1}{8}$ é menor que $\frac{1}{7}$.

Fonte: Buenos Aires (2004, p. 582, tradução nossa)

Para além, no sexto grado, há exemplos de atividades com adições ou subtrações de números fracionários com cálculo mental. “Por exemplo, $1 + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$; $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$, etc.” (Buenos Aires, 2004, p. 582, tradução nossa).

No sétimo grado não há a expressão “cálculo mental” de forma explícita, na parte dos conteúdos “Números e operações”. No entanto, em todas as sugestões dadas, o cálculo mental está implícito, baseado nos conhecimentos adquiridos no quarto, quinto e sexto grado. Na parte das “Ordem das expressões decimais - representação na linha reta” (tradução nossa), o documento sugere resoluções de problemas ordenando expressões decimais sem o uso da calculadora e sem realizar operações algorítmicas. Vejamos:

Figura 8: Exemplo de estratégias de cálculo mental implícitas:

► Resolución de problemas que exijan ordenar expresiones decimales y fraccionarias.
Por ejemplo:
- Sin usar la calculadora, comparar:
9/20 y 0,451
729/170 y 0,729
729/17 y 7, 29
729/17 y 72, 9
5/12 y 0,5
- Colocar <, >, o = según corresponda, sin realizar la operación:
2/5 x 1/2 1/2
4 x 1/3 1/3
2,5 x 3/7 2,5

Resolver problemas que exijam ordenar expressões decimais e fracionárias.
Por exemplo:
- Sem usar uma calculadora, comparar:
9/20 e 0,451
729/170 e 0,729
729/17 e 7, 29
729/17 e 72, 9
5/12 e 0,5
- Insira <, > ou = conforme apropriado, sem executar a operação:
2/5 x 1/2 1/2
4 x 1/3 1/3
2,5 x 3/7 2,5

Fonte: Buenos Aires (2004, p. 586, tradução nossa)

Nos *Diseños Curriculares para la Escuela Primaria* (Buenos Aires, 2004), percebemos que o cálculo mental no ensino de números racionais está presente em todos os níveis de ensino básico, elaborados pela parte do governo responsável pelo sistema de ensino básico da cidade de Buenos Aires, cuja *directora de currícula* foi Cecília Parra, sendo também uma das coordenadoras da equipe de matemática.

Comprovamos, por meio das análises realizadas nas diretrizes curriculares argentinas e no material produzido para os professores, a experiência, competência e habilidades de Cecília Parra, relacionada ao cálculo mental no ensino de números racionais, presente na elaboração de ambos os materiais, visto que a mesma contribuiu com a elaboração das diretrizes curriculares argentinas, por meio de seu amplo conhecimento sobre cálculo mental no ensino de números racionais.

A experiência adquirida por meio da interpretação histórica que fizemos até o momento, da análise das fontes, da entrevista e das possibilidades que esta nos proporcionou, mostra que o conhecimento apreendido pelo educador necessita ser sistematizado, sempre que necessário, este buscando inovar suas maneiras de ensinar, embasado por aprofundamentos científicos que lhe tragam solidez, em se tratando de conhecimentos matemáticos, dentre eles os conhecimentos de cálculo mental, que irão acompanhar o aluno pela vida, tanto no meio escolar, acadêmico, quando no quesito social e familiar.

3.4 Um olhar sobre a *expertise* de Cecilia Parra em um panorama dos materiais argentinos: dialogando com Brousseau e Vergnaud

Os conhecimentos matemáticos, dentre eles o cálculo mental, são essenciais para a vida social dos indivíduos, uma vez que eles auxiliam na resolução de problemas cotidianos. Para Berticelli e Zancan (2021), esses conhecimentos, quando bem estruturados no ensino fundamental, auxiliam na formação, oportunizando ao indivíduo decifrar “operações de forma mental”, permitindo a este “resolver questões em qualquer outra área, aprimorando seu raciocínio, seu pensamento, sua capacidade de estabelecer conexões” (p. 16-17).

De acordo com as autoras Berticelli e Novaes (2021), estabelecer conexões numéricas significa considerar o cálculo mental como um instrumento. É relevante que o aluno conheça o caminho por onde vai trilhar para resolver uma operação, cujo conhecimento adquirido neste processo vai além do que apenas chegar à resposta pelo meio mais rápido, que conhecemos como algoritmo. “Ou seja, faz-se necessário levar o aluno a descobrir as diferentes estratégias de resolução de uma mesma operação aritmética, para que escolha para si, aquele caminho que lhe faz maior sentido” (Berticelli e Novaes, 2021, p. 13).

É interessante compreender que essas conexões, quando conduzidas ao longo da vida escolar, auxiliam não somente em situações que envolvem números naturais, mas se estende a outras situações, como por exemplo, em contextos que envolvem os números racionais, que é o caso deste estudo.

Inquietações, debates pedagógicos e discussões no campo da educação matemática, em especial sobre a forma como o cálculo mental vem sendo considerado e compreendido em meio às transformações culturais, têm produzido questionamentos sobre a relevância que envolve este tipo de cálculo, em que se pretende entender paradigmas, moldes disciplinares, ou sobre sua finalidade.

Uma das formas de compreender estas inquietações e transformações que ocorreram no ensino de matemática e tentar interpretar as razões do presente despontar da forma como se apresenta, é olhar os acontecimentos históricos que envolvem o cálculo mental no ensino de números naturais e racionais sob uma perspectiva da história cultural, tentando perceber o porquê de determinados procedimentos e metodologias serem adotados em ambientes educacionais, a razão de certas ações em meio a determinada sociedade. Certeau (1982) nos auxilia nesta percepção quando ressalta que o pesquisador precisa se aprofundar na história, uma vez que, “Antes de saber o que a história diz de uma sociedade, é necessário saber como funciona dentro dela” (p. 63).

Chervel (1990) nos leva a refletir quando questiona: “[...] a observação histórica permite resgatar as regras de funcionamento, ver um ou vários modelos disciplinares ideais, cujo conhecimento e exploração poderiam ser de alguma utilidade nos debates pedagógicos atuais ou do futuro?” (p. 177).

Guy Brousseau (2008), pesquisador da didática francesa, afirma que a maneira como uma sociedade se comporta racionalmente não está apenas nas características únicas de cada sujeito, de sua genética ou de seus costumes familiares. Sua racionalidade também parte de uma prática social e cultural que é ensinada na escola. O autor destaca que “[...] o ensino” necessita ser visto como “[...] uma atividade que concilia dois processos: um, de *aculturação*, e outro, de *adaptação independente*” (Brousseau, 2008, p. 18, grifos do autor).

As considerações aqui discutidas, que evoluem a matemática presente nos conhecimentos de cálculo mental, nos levam a refletir sobre a utilização dos conhecimentos deste tipo de cálculo com números naturais. Partindo das observações e estudos realizados sobre os benefícios advindos dos conhecimentos

citados, refletimos mais ousadamente, alcançando os números racionais: de que forma se ensina as frações, porcentagens e decimais na escola? Como o cálculo mental poderia ser mobilizado nestas situações, há articulações nestes conhecimentos? Concordando com os autores Moraes, Bertini e Valente (2021), como compreender a *matemática do ensino* de frações, decimais e porcentagens de uma determinada cultura escolar, estes articulados com o cálculo mental?

Com base nessas reflexões, faremos uma discussão sobre a finalidade do cálculo mental, em diversas situações, envolvendo o ensino de números racionais (frações, decimais e porcentagens). Esta se dará por meio de um diálogo entre dois autores: Guy Brousseau (2008), e Gérard Vergnaud (1996, 2009, 2019), em convergência com os conhecimentos e estratégias de cálculo mental presentes no manual argentino, produzido pelo Governo da Cidade de Buenos Aires. Utilizaremos a entrevista realizada com a autora (Parra, 2023) que nos auxilia na interpretação do que está sendo proposto.

Apresentaremos atividades desenvolvidas no manual, que traz como título “*Matemática – Cálculo mental com números racionales – Apuntes para la Enseñanza*”, produzido pelo Governo da Cidade de Buenos Aires – Secretaria da Educação, que traz como *Directora de Currícula* a autora Cecilia Parra, além de vários colaboradores: Susana Wolman (Coordenação na área da Educação Primária); Adriana Cajamajor (colaboradora na área da Educação Primária); Patricia Sadovsky (Coordenação autoral e da área de Matemática); María Emilia Quaranta e Héctor Ponce na elaboração do material.

Conscientizamo-nos de que, sem uma perspectiva histórica, neste caso, embasada na história cultural, seria pouco provável investigar o material originado de Buenos Aires, Argentina, datado de 2004 a 2007, que este estudo se baseia. Os procedimentos de pesquisa são fundamentais neste processo, uma vez que, de acordo com Chartier (2013),

[...] asseguram o funcionamento reflexivo da representação: nos quadros, a moldura, o enfeite, a decoração; para os textos, o conjunto dos dispositivos discursivos e materiais que constituem o aparato formal da enunciação (p. 16).

No caso desta investigação, a representação está no manual argentino, cuja elaboração foi realizada pela autora Cecilia Parra, que se fundamentou na didática

francesa de Guy Brousseau (2008) e Gérard Vergnaud (1996, 2009, 2019), tendo suas teorias apresentadas ao longo do estudo.

Figura 9: Capa do manual argentino analisado



Fonte: A autora (2023)

O manual é uma apostila que faz parte do projeto "Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza 2004-2007". Na apresentação do material, há explicação sobre os planos do governo:

A Secretaria de Educação do Governo da Cidade de Buenos Aires pretende, no âmbito de sua política educacional, implementar uma série de ações para promover a melhoria do ensino no nível primário. Com esse objetivo, para o período 2004-2007, lançou o "Plano Plurianual para a Melhoria do Ensino no Segundo Ciclo do Nível Primário" nas escolas da Cidade de Buenos Aires. Entre as ações previstas, está o compromisso de fornecer recursos e materiais didáticos para professores e alunos (Buenos Aires, 2006, p. 7, tradução nossa).

Este material nos trouxe diversos questionamentos: Quais os conhecimentos necessários para o ensino de números racionais com cálculo mental? Quais os saberes profissionais do professor que ensina cálculo mental com números racionais? Que estratégias são mobilizadas no ensino de números racionais com cálculo mental? Como ocorreu a articulação dos documentos curriculares e o manual pedagógico argentino?

O material analisado possui uma apresentação, onde os autores ressaltam as ações desenvolvidas pela Secretaria de Educação do Governo da Cidade de Buenos Aires para aperfeiçoamento do ensino em nível primário. O material faz

parte do *Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza em el Segundo Ciclo del Nivel Primário* das escolas da cidade, plano desenvolvido para o período de 2004 a 2007.

Ainda na Apresentação há também informações sobre a coleção, que é composta por materiais nas áreas de Matemática e Linguagem. Em Matemática temos os seguintes títulos: *Matemática. Fracciones y números decimales. Apuntes para la enseñanza de 4º a 7º y Páginas para el alumno de 4º a 6º*; *Matemática. Cálculo mental con números naturales. Apuntes para la enseñanza*; *Matemática. Cálculo mental con números racionales. Apuntes para la enseñanza*.

Estes materiais são direcionados para os docentes, de modo que se apropriem dos comentários e sugestões e busquem um melhoramento no processo de ensino de Matemática. *Matemática – Cálculo mental con números racionales (Apuntes para la enseñanza)* é uma referência para professores do segundo ciclo, sendo que o material que faz referência aos números naturais se enquadra nos conteúdos de 4º e 5º anos e o material relativo aos números racionais está orientado ao 5º, 6º e 7º *grados*.

Apresenta uma introdução teórica sobre a concepção de cálculo mental, as diferentes relações entre o cálculo mental e o algoritmo, reflexões que se referem à gestão da sala, sequências de atividades para o ensino de cálculo mental e análise de alguns procedimentos frequentemente utilizados pelos alunos.

Ainda na parte inicial, há diversos exemplos como possibilidades de trabalhar os números racionais por meio de conhecimentos de cálculo mental. Por exemplo: “Quanto é $11 - 1,9$?” Num primeiro momento sugere responder apelando ao algoritmo, “armando e efetuando”. Em seguida traz situações de resolução por meio de cálculo mental: (a) Calcular o complemento de 1,9 a 11 “chegando” primeiro a um número natural $\rightarrow 1,9 + 0,1 = 2$ e $2 + 9 = 11$, então se soma $0,1 + 9 = 9,1$; (b) Retirar 2 de 11 para em seguida somar 0,1 $\rightarrow 11 - 2 = 9$ e $9 + 0,1 = 9,1$.

Observamos que na primeira solução, utiliza-se a ideia de completar um número menor para chegar a um número maior. É um conhecimento básico que utiliza o cálculo mental na solução de operações. No segundo, aproxima-se o 1,9 da dezena mais próxima e compensa retirando o que foi somado a mais. É uma estratégia de cálculo mental, que para os números naturais é conhecida como “compensar” (Berticelli e Zancan, 2023).

Os autores abordam a importância do cálculo mental sistematizado neste ciclo, retratando a distinção entre cálculo com algoritmos e cálculo mental. Ressaltam que a ideia de se utilizar o cálculo mental é relevante, uma vez que abre um leque de possibilidades para o aluno encontrar uma resposta, utilizando diversos caminhos, algo que o algoritmo não permite. Quanto à relevância do cálculo mental envolvendo números racionais, afirmam que o objetivo é estabelecer uma prática que possa gerar estratégias diversas baseadas nas propriedades das operações. “Ao implementar essas estratégias em uma situação específica, torna-se possível analisar as relações envolvidas nelas” (Buenos Aires, 2006, p. 12, tradução nossa).

Nesta parte do material, eles indicam o que entendem por cálculo mental, sendo este um

[...] conjunto de procedimentos que, analisando os dados por tratar, se articulam sem recorrer a um algoritmo preestabelecido, para obter resultados exatos ou aproximados (...) se caracteriza pela presença de uma diversidade de técnicas que se adaptam aos números em jogo e aos conhecimentos (ou preferências) do sujeito que as utilizam (Buenos Aires, 2006, p. 11, tradução nossa).

Em contrapartida, os autores consideram os cálculos algoritmizados como aqueles que consistem em uma série de regras aplicadas em uma ordem determinada, sempre do mesmo modo, independente dos dados, que garantem alcançar o resultado com base em um número finito de passos. Geralmente recorrem a uma única técnica para uma operação dada. Por exemplo, no cálculo de frações equivalentes por meio do algoritmo, costuma-se multiplicar ou dividir o numerador e o denominador por um mesmo número. Por outro lado, eles exemplificam que, com o uso de estratégias de cálculo mental, existem outras possibilidades que exigem a reflexão do aluno no trabalho com frações equivalentes.

Esses questionamentos nos motivaram a aprofundar nossos estudos, inicialmente buscando compreender quais os conhecimentos ou saberes necessários para o ensino de cálculo mental com números racionais.

Nossa intenção, nesta parte da trama, é apresentar o manual pedagógico e o documento curricular argentino, da Cidade de Buenos Aires, com a pretensão de promover um movimento com o que está sendo proposto no documento, as teorias dos autores utilizados para seu embasamento e as atividades desenvolvidas no manual pedagógico.

Cecilia Parra trabalhou na elaboração do manual pedagógico argentino, juntamente com o documento curricular, além de outros materiais didáticos, promovendo uma conexão entre os conhecimentos de cálculo mental com números naturais, alcançando os racionais, mobilizando os conceitos de Brousseau (2008) com a teoria das situações didáticas e Vergnaud (1996, 2009, 2019) com a teoria dos campos conceituais.

As situações aqui expostas, chamadas de didáticas, são apresentadas sob a vertente de Guy Brousseau (2008), que aponta diversos procedimentos ou movimentos, importantes para a elucidação da aprendizagem, em situações de ação, validação, formulação e institucionalização. Por meio destas situações, o estudante consegue sistematizar os conhecimentos adquiridos e utilizados durante o processo, passando por cada tipo de situação.

Para que estes conhecimentos se tornem permanentes, é necessário que o aluno tenha condições suficientes para compreender os conceitos que lhes são apresentados, diante das mais diversas situações, conceitos que necessitam estar conectados entre si. Para melhor compreendê-los, Gérard Vergnaud (1996, 2009, 2019) traz apontamentos sobre a construção destes conhecimentos por meio do que ele estabelece como campos conceituais.

Faremos um estudo sobre de que forma algumas atividades que envolvem números racionais, dentro de uma determinada época, sociedade e contexto, são organizadas no que diz respeito a estes conceitos.

Parra, por meio da entrevista, destaca sobre a importância do cálculo mental no ensino de racionais quando se trata de equivalência, ressaltando que este rico terreno é muito “[...] fértil para resolver por equivalências, resolva tudo por equivalências, pensando nas equivalências sem precisar ser com algoritmo” (Parra, 2023, tradução nossa). Ela segue refletindo sobre como fica a concepção compreendida pelo aluno quando se resolve fração sem noção de cálculo mental, ou do que ele proporciona. Segundo a autora, o aluno questiona:

[...] era que tinha que ser feito o de cima pelo debaixo eu coloco acima e o de baixo pelo de cima, onde o coloco? Isso não tem sentido no Mundo de hoje, não tem sentido treinar os alunos. Então sim frações. Está no projeto. Para chegar mais perto. Conceitualmente. Este novo universo de racionais. O que é feito para operar deixe ir na mesma direção da construção de significado (Parra, 2023, tradução nossa).

A autora ainda ressalta que, se o objetivo da sistematização do cálculo mental não estiver bem solidificado, não agregará conhecimento. O aluno irá entender que este tipo de cálculo com números naturais, no primeiro momento, dará a impressão de que não servirá para trabalhar com racionais, não funcionando para eles. Ela reitera que se deve trabalhar com “[...] *relações, não com algoritmos. Porque relações são conceituais, relações contribuem para a conceituação*” (Parra, 2023, tradução nossa).

O manual aponta a amplitude nas discussões sobre questões que envolvem o ensino de cálculo mental nas operações com frações, decimais e porcentagens. Compreendemos, por meio da História cultural, na vertente de Chartier (1990) sobre o conceito de representação, neste caso, fracionária, decimal e porcentagem. De acordo com o autor, a representação tem a ver com a forma como o sujeito constrói o mundo, dando sentido e significado a este. No caso deste estudo, há um sentido maior na representação de frações, decimais e porcentagens, articuladas ao cálculo mental.

Com relação aos algoritmos, afirmam que eles “[...] usam uma única técnica para uma determinada operação, que é sempre a mesma, independentemente dos números envolvidos” (Buenos Aires, 2006, p. 11, tradução nossa).

Os autores fazem uma análise dos algoritmos para resultar equivalência de frações, utilizando a multiplicação ou divisão do numerador e denominador pelo número em comum, a divisão de frações por meio de algoritmos; “[...] o algoritmo para dividir um número decimal por outro número decimal; e assim por diante (Buenos Aires, 2006, p. 11, tradução nossa). Destacam que estes também são importantes, desde que o aluno tenha domínio do cálculo mental, anteriormente, para utilizá-lo no algoritmo, ambos se alimentando de forma recíproca. “O fato de a aritmética mental se distinguir da aritmética algorítmica não significa que se oponha a ela; pelo contrário, o conhecimento acumulado sobre um tipo de cálculo e outro se alimentam mutuamente” (Buenos Aires, 2006, p. 12, tradução nossa).

Apresenta dois tópicos que envolvem o cálculo mental. Cálculo mental com frações e neste tópico traz cinco atividades: (1) Comparação de frações, (2) Frações: somas e subtrações, (3) Multiplicação e divisão de uma fração por um número natural, (4) Frações de uma coleção de objetos, (5) Frações decimais. Em seguida traz Cálculo mental com números decimais com 11 atividades: (1) Números decimais e frações decimais, (2) Relações de ordem nos números decimais, (3) Somas e

subtrações: uma oportunidade para analisar escritas decimais, (4) Enquadrar e intercalar números decimais, (5) Os números decimais e a multiplicação e divisão por 10, 100 e 1000, (6) Multiplicar e dividir por 0,1; 0,01; 0,001, (7) Multiplicação de um número decimal por um número natural, (8) Multiplicação de números decimais entre si, (9) Algumas multiplicações particulares, (10) Estimativas e (11) Porcentagem.

Figura 10: Índice – tópico I – Cálculo mental com frações

■ Cálculo mental con fracciones	21
ACTIVIDAD 1. Comparación de fracciones	21
ACTIVIDAD 2. Fracciones: sumas y restas	26
ACTIVIDAD 3. Multiplicación y división de una fracción por un número natural	29
ACTIVIDAD 4. Fracción de una colección de objetos	33
ACTIVIDAD 5. Fracciones decimales	35

Fonte: Buenos Aires, 2006, p. 5

Figura 11: Índice – tópico II – Cálculo mental com números decimais

■ Cálculo mental con números decimales	37
ACTIVIDAD 1. Números decimales y fracciones decimales	37
ACTIVIDAD 2. Relaciones de orden en los números decimales	39
ACTIVIDAD 3. Sumas y restas: una oportunidad para analizar escrituras decimales	42
ACTIVIDAD 4. Encuadrar e intercalar números decimales	51
ACTIVIDAD 5. Los números decimales y la multiplicación y la división por 10, 100 y 1.000.....	55
ACTIVIDAD 6. Multiplicar y dividir por 0,1; 0,01; 0,001.....	62
ACTIVIDAD 7. Multiplicación de un número decimal por un número natural	64
ACTIVIDAD 8. Multiplicación de dos números decimales entre sí	65
ACTIVIDAD 9. Algunas multiplicaciones particulares	67
ACTIVIDAD 10. Estimaciones.....	67
ACTIVIDAD 11. Porcentajes	69

Fonte: Buenos Aires, 2006, p. 5

Utilizaremos atividades de comparação de frações; com soma e subtração; atividades de multiplicação e divisão de frações, soma e subtração de números decimais, analisando os conceitos de Vergnaud (1996, 2019) e Brousseau (2008)

presentes nas mesmas, procurando contemplar um exemplo de cada situação exposta no manual (fração, decimal e porcentagem).

Para este fim, é necessário discutirmos sobre os conceitos estudados, com intuito de refletir sobre questionamentos que surgem conforme análise das atividades, como por exemplo, de que forma as atividades foram elaboradas, partindo de quais princípios? Como se dá o desenvolvimento do estudante diante dos desafios que lhe são apontados em atividades que envolvem cálculo mental com números racionais? Ou nas palavras de Vergnaud (2019), “O desenvolvimento é um processo importante; mas o que é que se desenvolve?” (p. 5).

Nesta perspectiva, é relevante compreendermos a definição de situação⁶⁷, na ótica de Brousseau (2008). Para ele, uma *situação* é:

[...] o modelo de interação de um sujeito com um meio específico que determina um certo conhecimento, como o recurso de que o sujeito dispõe para alcançar ou conservar, nesse meio, um estado favorável. Algumas dessas *situações* requerem a aquisição “anterior” de todos os conhecimentos e esquemas necessários, mas há outras que dão ao sujeito a possibilidade de construir, por si mesmo, um conhecimento novo em um processo de gênese artificial (p. 19-20, grifos do autor).

Cecilia Parra ressalta sobre o processo de construção de conhecimento, explicitado pelo autor, destacando sua importância no ensino de matemática:

Guy Brousseau propunha desenvolver situações que funcionem na escola. Para que, funções pelas quais as crianças podem se apropriar do conhecimento, desenvolver respostas para os problemas que foram levantados, digamos, e ele o foi muito bem em nosso quadro (Parra, 2023, tradução nossa).

Neste sentido, para que a situação seja sistematizada, é essencial passar por três momentos, relevantes para esse processo. O primeiro deles é quando os alunos aprendem a criar estratégias, partindo de algo aleatório que eles próprios criaram, e não do que veio do educador. No contexto do cálculo mental dentro de situações

⁶⁷ É importante salientar que há uma diferença entre Brousseau e Vergnaud quanto à definição de situação. Moreira (2002) ressalta que o conceito de situação utilizado por Vergnaud não se encaixa no de situação didática, conceituado por Brousseau, no entanto, há um diálogo interessante e pertinente entre os dois conceitos. Segundo o autor, Vergnaud traz a situação como “tarefa”, não como uma tarefa comum ou mesmo isolada. Segundo Moreira (2002), embasado por Vergnaud (1990, 1993), “[...] toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, para as quais é importante conhecer suas naturezas e dificuldades próprias” (p. 11).

com números racionais, por exemplo, percebem que “responder aleatoriamente não é a melhor estratégia” (Brousseau, 2008, p. 23). Após perceberem que necessitam de estratégias, é fundamental que avancem para a segunda fase, onde “[...] descubrem a importância de discutir e definir estratégias” (p. 24). Nesta, percebem o valor contido no diálogo e na discussão sobre o que podem desenvolver para vencer os desafios. A terceira fase para solidificar uma situação se firma na demonstração da verdade em uma determinada circunstância (Brousseau, 2008).

Partindo desta concepção, Cecilia Parra aponta para alguns questionamentos sobre a importância de se obter os conhecimentos de cálculo mental. Nos anos de 1960 e 1970, por exemplo, utilizava-se o cálculo mental para fazer o troco em uma compra, ou para realizar um negócio, venda, compra, enfim, a utilidade do cálculo mental era voltada para os negócios (Berticelli, 2017). Mas nas conjunturas atuais, de acordo com Cecilia,

Qual é o significado? Qual é o objetivo de aprender cálculo? Hoje, 2023, tem o CHAT GPT⁶⁸ [...], qual é o sentido de que tipo de cálculo, para que? Quando fazemos essas perguntas, é no âmbito dessas questões que demos força ao cálculo mental. Mais por razões educacionais do que por razões práticas (Parra, 2023, tradução nossa).

Entendemos que Parra enfatiza que os benefícios do cálculo mental não são apenas para melhorar a aprendizagem matemática, ou para resolver problemas por meio de estratégias. Isso seria prático. O cálculo mental traz benefícios educacionais, que gera conhecimento não somente para a escola, mas para a vida do indivíduo.

No contexto aqui apresentado, o estudante apresenta “as estratégias descobertas”, na sua maneira de realizar um cálculo de forma mental, dentro de um contexto fracionário, com o objetivo de “demonstrar a veracidade dos enunciados propostos ou criticá-los e eventualmente provar que a estratégia adversária é falsa” (Brousseau, 2008, p. 24). Isto significa que cada parte tentará validar sua estratégia.

⁶⁸ O chat GPT foi criado pela OpenAI, uma empresa de pesquisa e implantação de inteligência artificial, cuja missão é garantir que a inteligência artificial geral beneficie toda a humanidade. O chat OpenAi é um sistema de conversação baseado em inteligência artificial (IA) que utiliza a tecnologia do modelo GPT (Generative Pre-trained Transformer, ou transformador gerador pré-treinado), que gera respostas em conversas textuais com usuários. GPT é treinado em uma grande quantidade de texto de diversas fontes, como livros, artigos, páginas da web, etc. Mais informações disponíveis em: <https://openai.com/about>. Acesso em 15 de julho, 2023.

Nas diferentes situações apontadas por Brousseau (2008), há o que chamamos de ação, validação e formulação, processo necessário para a estruturação do conhecimento. Cecilia Parra destaca na entrevista que a teoria de Brousseau é complexa, mas “[...] *aprender e ensinar matemática na sala de aula é um fenômeno específico [...]*”, sendo possível compreendê-lo por meio dos apontamentos de Brousseau (2008), que segundo a autora, “[...] *distingue que as práticas que são desenvolvidas em relação ao conhecimento são as práticas de ação, de formulação, de validação [...]*” (Parra, 2023, tradução nossa).

Antes de adentrarmos na análise mais profunda das atividades presentes no manual, é necessário interpretarmos as situações, assim chamadas por Brousseau (2008), e quais articulações destas é possível compreender dentro dos campos conceituais destacados por Vergnaud (1996, 2007, 2009).

Dentro de um determinado contexto, é necessário que os envolvidos analisem a situação e tomem a decisão, propondo algo (um número, uma situação problema ou uma adição/subtração fracionária, onde seja necessário usar estratégias de cálculo mental). Após algumas tentativas, percorrendo alguns caminhos, chega-se a um resultado, correto ou falso⁶⁹ (Brousseau, 2008).

À medida que o aluno vai desenvolvendo maneiras de obter os resultados, utilizando estratégias de cálculo mental, percebe que, por meio do processo já obtido para chegar à resposta, consegue enriquecer as técnicas de alcançar o objetivo, diversificando as estratégias de cálculo, realizando de uma forma diferente do que já fez (Brousseau, 2008). Aqui cabe o conceito introduzido por Gérard Vergnaud, chamado de “*teorema-em-ato*” (Brousseau, 2008, p. 25). Em outras palavras, quando se trata de um jogo, por exemplo, “são necessárias várias partidas, até que cada aluno seja capaz de formular uma tática, justificá-la e, finalmente, tirar conclusões” (p. 25).

Ao exposto acima, Brousseau (2008) chama de “situação de ação”, onde, segundo o autor:

Em geral, adota-se uma estratégia descartando, intuitiva ou racionalmente, uma anterior. Submetida à experiência, a nova estratégia pode ser aceita ou não, conforme a apreciação que o aluno faça de sua eficácia. A sucessão

⁶⁹ É interessante observar a forma como Brousseau (2008, p. 22-24) conduz o texto, apresentando um jogo, intitulado “Quem vai dizer 20?”, onde descreve os conceitos abordados no contexto deste estudo, exemplificando, no decorrer do jogo, as diversas situações (ação, formulação, validação).

de situações de ação constitui o processo pelo qual o aluno vai aprender um método de resolução de um problema (p. 25).

Relacionando determinadas situações às estratégias de cálculo mental condizentes no contexto dos números racionais, quando o estudante não se dá conta de que está construindo relações e constituindo regras, Brousseau considera como “*modelo implícito* esse conjunto de relações ou regras segundo as quais o aluno toma suas decisões sem ter consciência delas e depois de formulá-las” (p. 25).

Parra trata deste tipo de situação, chamada de “ação” colocando a diferença desta para as outras situações, afirmando que “[...] *agir resolvendo um problema não é o mesmo que poder escrever, explicar ou ser capaz de escrever um cálculo que recupere e identifique os dados que foram processados [...]*” (Parra, 2023, tradução nossa).

Entendemos que o processo de amadurecimento é fundamental para a solidificação das estratégias, visto que, na visão de Vergnaud (1996), este permite que o aluno adquira mais conhecimento, partindo daquilo que ele já consegue compreender⁷⁰.

Na situação de formulação⁷¹, de acordo com Brousseau (2008), seguida do amadurecimento vindo da ação, há o envolvimento do *meio* onde o estudante está inserido. O conceito de *meio*, nesta condição, se refere ao conjunto de situações que envolvem todo o processo de construção das estratégias realizadas até o momento.

No contexto de uma atividade de cálculo mental com adições, por exemplo, com base no conceito de Brousseau (2008), enquanto um aluno apresenta sua estratégia de cálculo, os outros vão formulando e apresentando as suas próprias (em situação de ação), partindo do que já está sendo exposto. O meio é construído pelo conjunto de estratégias, que envolvem a comunicação entre os participantes, por exemplo: um aluno, para chegar ao resultado 12, propõe a soma $4+4+4$, enquanto outro estudante, partindo da soma, consegue formular uma multiplicação, apresentando 3×4 .

⁷⁰ Para melhor compreensão, Vergnaud (1996) traz o exemplo de uma criança de 5 anos em contato com alguns conceitos matemáticos. Depois, esta mesma criança, com idade de sete anos, apresentando os mesmos conceitos, porém, com as características bem desenvolvidas do que aprendeu quando tinha 5 anos (p. 14).

⁷¹ Brousseau (2008, p. 26) traz o conceito “situação de formulação” inserido na segunda fase do jogo “Quem vai dizer 20?”.

Neste ínterim, outro já aciona a memória de dobros (Berticelli e Zancan, 2023), trazendo 6+6. Comunicando entre si, são capazes de encontrar mais formas de se chegar resultado. Parra (2023) afirma, com base neste conceito, que formular é “[...] *ser capaz de explicar um procedimento que é usado, resolver algo, isso é formular, e isso é outra coisa*” (tradução nossa).

Na formulação, a comunicação é fundamental para fortalecer o processo de aprendizagem. De acordo com Brousseau (2008, p. 26), “[...] a mera formulação não tinha influência alguma sobre os conhecimentos e as convicções dos alunos, mas impedia o desaparecimento dos teoremas-em-ação” (p. 26). Isto significa que, sem essa etapa, o processo não seria assertivo, uma vez que, por meio desta, o aluno conseguirá chegar a uma teoria sobre a melhor maneira de encontrar um resultado que seja satisfatório, e desta forma, passar para a próxima etapa, chamada por Brousseau (2008) de “validação”.

A situação de validação é o momento em que o estudante, por meio de uma teoria, tenta legitimar suas estratégias, utilizadas como forma de obtenção dos resultados. Segundo Brousseau (2008), neste tipo de situação, “os alunos organizam enunciados em demonstrações, constroem teorias [...]” (p. 27). Os estudantes afirmam seus resultados, suas teorias, nesta etapa e em conformidade com o autor, na qual as mesmas são “[...] elucidadas, construídas, testadas, debatidas e acordadas. O aluno não só deve comunicar uma informação, como também precisa afirmar que o que diz é verdadeiro dentro de um sistema determinado” (p. 27).

Parra corrobora com o autor, quando diz que validar, basicamente e expressando de forma simples, é “[...] *achar duvidoso o que foi feito, se está correto ou não, se funciona ou não, se sustenta, é outro tipo de prática*” (Parra, 2023, tradução nossa).

Após estas três fases, complexas, porém, muito relevantes para a concretização da aprendizagem matemática, Brousseau trata da “institucionalização das situações”, sendo esta de igual relevância neste processo de ensino. Segundo o autor, enquanto fazia experiências em determinada escola francesa, percebeu que “[...] os professores, depois de certo tempo, precisavam ordenar um espaço. Não queriam passar de uma lição à seguinte, queriam parar para ‘rever’ o que já haviam feito” (Brousseau, 2008, p. 31).

Nesta lógica, o professor, em experiências na sala de aula, necessita verificar, após certo período de sistematização de determinado conteúdo, qual nível de conhecimento seus alunos conseguiram alcançar em relação ao que foi trabalhado. Brousseau afirma que, em meio à experiência na escola francesa, percebeu que os educadores precisavam de tempo para realizar a conferência do que foi sistematizado.

Demoramos a perceber que os professores realmente eram obrigados a “fazer alguma coisa”: tinham que dar conta da produção dos alunos, descrever os fatos observados e tudo que estivesse vinculado ao conhecimento em questão; conferir um *status* aos eventos da classe vistos como resultados dos alunos e do processo de ensino; determinar um objeto de ensino e identificá-lo; aproximar as produções dos conhecimentos de outras criações [...] e indicar quais poderiam ser reutilizadas (Brousseau, 2008, p. 31).

Ao que foi exposto acima, Brousseau (2008) denomina como “institucionalização das situações”, que junto à “argumentação”, confere o saber, mostrando ser necessário considerar as fases discutidas anteriormente. Parra (2023) destaca sobre esta importante etapa do processo aqui discutido, que não se pode deixar de atentar para nenhuma delas.

[...] a teoria das situações [...] distingue entre ação, formulação, validação e depois colocam também institucionalizações para dizer o quanto o conhecimento já é considerado e nomeado, inicializado na sala de aula, na escola, na sociedade, enfim [...] (Parra, 2023, tradução nossa).

Percebemos que são vários os pontos a serem considerados para que uma situação seja conceituada como tal. Vergnaud chama de um conjunto de conceitos, situações, problemas, relações, procedimentos de pensamento, ligados uns nos outros e entre si, no decorrer do processo de aquisição de conhecimento (1996).

Na perspectiva deste conceito, consideramos que os campos conceituais não se definem em uma simples situação ou por meio de uma metodologia ou ação do educador ou do meio onde o aluno está inserido. Para compreender a complexidade desses campos, é preciso, de acordo com Vergnaud (1996) “[...] dar à criança a oportunidade de construir o conhecimento. Isso quer dizer que o processo de conceptualização não se faz apenas por simples generalização” (p. 15). Esse processo de conhecimento, corroborando com a ideia de Vergnaud, Parra reitera a

sistematização contínua, sem rupturas, para que o mesmo se consolide, quando afirma que:

É preciso que o que se faz na segunda série tenha a ver com o que se fez na primeira e o que se faz na terceira tenha a ver com o que se fez na segunda. Que haja uma continuidade de trabalho é essencial. Para tudo, e para cálculo mental é importante (Parra, 2023, tradução nossa).

Quando se trata de proporcionar a oportunidade para o aluno aprender, não se pode deixar de considerar a tarefa do professor, primordial neste processo, como mediador em algumas situações e provocador em outras. Em relação ao cálculo mental levar em conta que, os conhecimentos adquiridos no ensino básico, serão passados para os níveis posteriores, sempre articulados às situações problemas condizentes com o que é exigido nos outros níveis.

Esses outros níveis irão requerer conhecimentos em atividades com números racionais, por exemplo, em frações. Parra (2023) faz considerações pertinentes, trazendo a historicidade contida na sua experiência para os dias atuais, época em que muito se questiona sobre a utilização do cálculo mental, para quê? Sobre esse questionamento, reforça:

[...] cálculo para quê? O cálculo mental permite um tipo de relação para buscar alternativas, estabelecer relações, raciocinar, e isso é matematicamente formativo, e esse é o principal motivo. Há uma parte de razão prática, se é uma relação que é bom que estabeleçam alguns repertórios para dominar, mas o principal é que permite refletir sobre os números, sobre as operações e é assim que podemos pensar (Parra, 2023, tradução nossa).

No que tange ao cálculo mental com números racionais, a autora destaca que *“As propriedades de sistemas de numeração, de operações...já respondemos a isso como cálculo mental. Depois, a questão se renova para os números racionais, especialmente para as frações”* (Parra, 2023, tradução nossa).

Em relação ao professor, Parra (2023) ressalta que é importante os professores terem experiências diversas de cálculo mental com os alunos, que possam ver e analisar as aulas, verificar como o trabalho poderia ser feito, analisando as práticas, *“[...] o que é muito importante porque senão, como você aprende a administrar a aula quando o que está sendo discutido é uma estratégia de cálculo, não é?”* (Parra, 2023, tradução nossa).

Evoquemos algumas reflexões feitas no início desta pesquisa, no tocante à relevância deste estudo. Parra destaca sobre as razões de se ensinar cálculo mental nas conjunções atuais. Ela destaca também a relevância no trabalho com frações. Podemos observar o embasamento de Vergnaud (1990) em sua fala, relacionada às combinações que devem ser feitas para estabelecer relações entre os campos e chegar a um conceito, dentro dos diversos conceitos que emergem conforme os conhecimentos tomam forma.

Neste ínterim, Parra afirma que, partindo dos conhecimentos de cálculo mental adquiridos na base, com números naturais, virá o alicerce das operações, que posteriormente, “[...] *não podem ser resolvidas no campo natural*[...]”, mas fazem sentido no trabalho com frações.

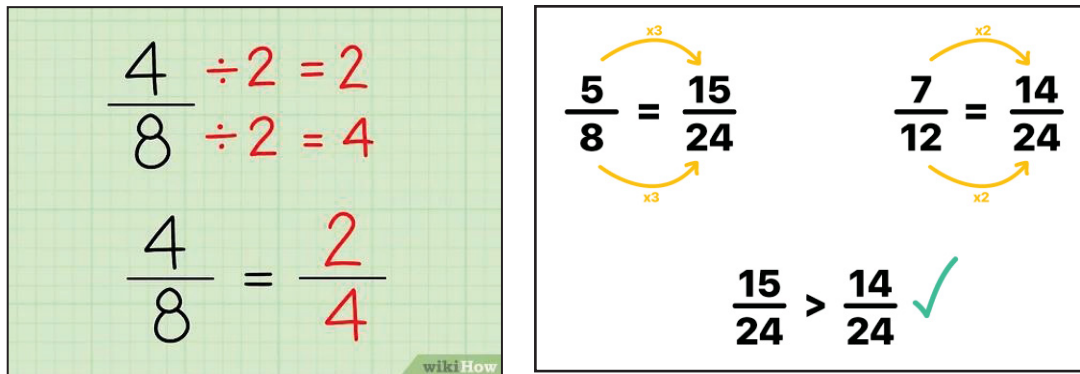
Porque no mundo dos racionais, seremos capazes de dar muito sentido do significado dos racionais do lado das frações, do trabalho das frações, da medição, dos problemas que não podem ser resolvidos. [...] operar com frações para que no mundo de hoje? Quando operar com frações [...] que não seja a simples questão de me sobrar $\frac{3}{4}$ kg de doce sem uso e preciso de $\frac{1}{2}$? [...] há um terreno, ele se deixa absolutamente ser tratado pelo lado do cálculo mental sem a necessidade de algoritmos (Parra, 2023, tradução nossa).

Realizamos uma reflexão sobre as teorias de Guy Brousseau e Gérard Vergnaud em um paralelo com os dados da entrevista com Parra, com o objetivo de ampliar a concepção da forma como as atividades foram desenvolvidas.

Entendemos que nenhuma situação pode ser compreendida sem requerer um mínimo de conhecimento prévio. Algumas requerem mais, outras menos. Desta forma, apresentamos duas situações, a partir da definição de Brousseau (2008).

A figura 8 apresenta uma situação em que o professor mostra para o aluno duas frações, explicando a equivalência, neste primeiro momento oferecendo a ele uma maneira de verificar se as frações são ou não equivalentes. Esta é uma situação muito comum em livros didáticos envolvendo a equivalência de frações:

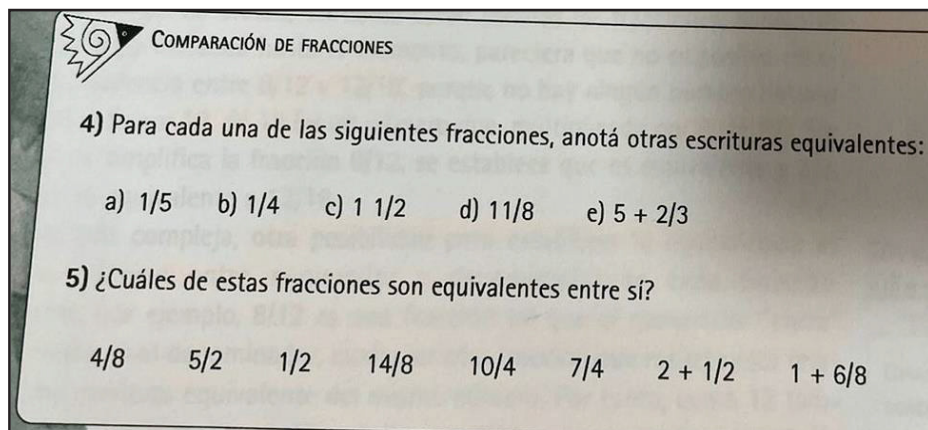
Figura 12: Situações envolvendo frações equivalentes



Fonte: Retiradas da internet⁷² (2024)

Nesta situação, a equivalência de frações é ensinada por meio da propriedade em que o aluno necessita memorizar o macete para encontrar a resposta. Tem que ter domínio do conhecimento prévio que é a ideia de multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo número. A seguir vemos outra proposta no ensino de equivalência de frações, em que se espera que o estudante descubra frações equivalentes com base nos conhecimentos que possui, sem recorrer ao macete.

Figura 13⁷³: Situação envolvendo frações equivalentes



Fonte: Buenos Aires, 2006, p. 22

Para este tipo de atividade, há uma explicação do que se espera que seja feito, ou de que forma se deve conduzir o pensamento:

⁷²Imagens disponíveis em: <https://pt.wikihow.com/Fazer-Fra%C3%A7%C3%B5es-Equivalentes>; <https://blog.professorferretto.com.br/fracoes-equivalentes-e-simplificacao/>. Acesso em 8 de maio, 2024.

⁷³4) Para cada uma das frações seguintes, anote outras frações equivalentes. 5) Quais das frações abaixo são equivalentes entre si? (Buenos Aires, 2006, p. 22, tradução nossa).

Por exemplo, como $\frac{1}{8}$ é uma fração, você precisa de 8 dessa quantidade para ter um número inteiro, para ter $\frac{1}{2}$ faltam 4 de $\frac{1}{8}$, quer dizer, $\frac{4}{8}$. Por tanto, $\frac{4}{8}$ e $\frac{1}{2}$ são equivalentes; ou seja $\frac{7}{4}$ e $\frac{14}{8}$ são equivalentes porque $\frac{1}{8}$ é a metade e $\frac{1}{4}$, então $\frac{1}{4}$ equivale a $\frac{2}{8}$, assim $\frac{7}{4}$ equivale a $\frac{14}{8}$, etc. (Buenos Aires, 2006, p. 22, tradução nossa).

Partindo desse raciocínio, o aluno analisa a relação entre o numerador e o denominador e, a partir dessa relação constrói uma rede de frações equivalentes com significado, ou seja, constrói um novo conhecimento, conforme observamos em Brousseau (2008).

A ação do professor, como provocador, proporcionando momentos de discussão sobre os desafios advindos da resolução de determinada atividade ou situação problema, é essencial para a elucidação dos conhecimentos adquiridos por meio das diversas situações. Todo o conjunto que envolve esse complexo processo é considerado como meio. Brousseau (2008) afirma que “Uma ‘situação’ é um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado” (p. 21). Dentro deste meio, as atividades precisam ser consideradas.

Entendemos que, para resolver uma atividade envolvendo frações equivalentes como proposto na segunda Situação 2 (Figura 11), é necessário, previamente, trabalhar com conhecimentos que permitam essa construção. Mostrar essa relação entre numerador e denominador, levar os alunos a construírem as respostas de forma gradativa, respondendo positivamente ao meio.

Para que o aluno se sinta parte deste meio, é essencial que se encaixe nas situações propostas, em uma posição de aceitação, não de forma passiva, mas aceitar os desafios propostos pelo meio organizado pelo professor. Com relação a essa aceitação, Vergnaud (2009, p. 13) ressalta que “Conhecimento é adaptação”. O aluno necessita da mesma para dar oportunidade a si mesmo de adquirir e solidificar o conhecimento.

O autor questiona: “A que nos adaptamos e quem se adapta?”. De acordo com Vergnaud (2009), o aluno se adapta “[...] por meio de uma evolução da organização de sua atividade que ele se adapta” (p. 13).

Num primeiro momento, no material, é dada uma fração e pede-se que o aluno encontre outras frações equivalentes, por meio da relação entre o numerador e o denominador.

Quadro 13: Atividades de equivalência de frações

6) Complete as seguintes frações para torná-las equivalentes em cada caso:	$\frac{2}{3} = \frac{\quad}{6}$ $\frac{3}{4} + \frac{21}{\quad}$ $\frac{5}{7} = \frac{25}{\quad}$ $\frac{3}{18} = \frac{\quad}{54}$
7) Discuta em conjunto se as frações a seguir são equivalentes ou não:	a) $\frac{8}{12} = \frac{12}{18}$

Fonte: Buenos Aires, 2006, p. 22-23, tradução nossa.

Nesta sequência de exercícios apresentados (figura 13 e quadro 13), observamos a adaptação na evolução da atividade, conforme sugere Vergnaud (2009). No exercício 7, exposto na tabela anterior, por exemplo, os alunos podem tentar ver quantas vezes o numerador caberia dentro do denominador. Se eles compreenderem que a mesma quantidade de vezes que cabem em um, se couberem da mesma forma no outro, torna possível a equivalência (Buenos Aires, 2006).

Em se tratando do meio onde as situações são adaptadas e sistematizadas, é relevante trazer o apontamento de Vergnaud (1996), afirmando que, para ocorrer o aproveitamento do que é proposto no meio descrito neste contexto, é necessário organizar as atividades “[...] e essa forma de organização [...] concerne a vários registros dessa atividade” (p. 11).

Entendemos que é possível absorver os conhecimentos, de várias formas diferentes, por meio da conectividade dos diversos conceitos, em uma mesma situação. Em se tratando de situação, o autor afirma que se o professor objetiva criar situações de aprendizagem, “[...] é preciso se dedicar a dar a essas situações características semelhantes àquelas que conduzem normalmente os indivíduos a desenvolver novas formas de atividades, sozinhos ou com ajuda” (Vergnaud, 2009, p. 14).

Todas as situações apresentadas até o momento requerem o preparo e organização do meio descrito no contexto deste estudo. Não se trata somente do ambiente onde o aluno está inserido. Refere-se também à forma como as atividades são apresentadas, em quais momentos e em determinados contextos. Tudo isto faz parte do meio. De acordo com Freitas (2010), embasado por Brousseau, “O meio é

onde ocorrem as interações com o sujeito, é o sistema antagonista no qual ele age” (p. 79).

Compreendemos como sistema antagonista aquele em que o professor, ao invés de facilitar o trajeto do aluno até determinado resultado ou resposta a uma situação problema, por exemplo, ele intervém com mais questionamentos, fazendo o aluno refletir sobre qual seria o melhor caminho para a resposta. O autor afirma que tudo acontece no meio, é lá “[...] que se provocam mudanças visando desestabilizar o sistema didático e o surgimento de conflitos, contradições e possibilidades de aprendizagem de novos conhecimentos” (Freitas, 2010, p. 79).

Neste caso, percebemos uma diferença grande entre dois exercícios que envolvem equivalência de frações:

Figura 14: Equivalência de frações para resolver usando algoritmos

$$\frac{4}{8} \quad \times \quad \frac{8}{16}$$
$$4 \times 16 = 8 \times 8$$
$$64 = 64$$

Fonte: Retirada da internet⁷⁴ (2024)

A figura 14 nos mostra um exemplo de atividade em que o material sugere que o estudante tente descobrir se as frações são equivalentes, disponibilizando uma dica e uma maneira de obter os resultados utilizando um macete, neste caso, mostrando que se pode chegar à resposta por meio de múltiplos, apresentando previamente uma forma de resolução, não deixando espaço para o aluno traçar uma estratégia própria, com base em conhecimentos de cálculo mental já adquiridos.

⁷⁴ Imagem disponível em: <https://pt.wikihow.com/Fazer-Fra%C3%A7%C3%B5es-Equivalentes>. Acesso em 8 de maio, 2024.

Figura 15⁷⁵ : Exemplo de atividade – equivalência de frações

La misma tarea se puede plantear para otros pares de fracciones; por ejemplo:

$$6/4 = 15/10$$
$$12/4 = 45/15$$

Fonte: Buenos Aires, 2006, p. 23.

Na figura 15, o manual apresenta que é possível ampliar o leque de opções que o aluno tem ao se deparar com duas frações para relacioná-las e descobrir se são ou não equivalentes. Há uma sugestão de que o pensamento seja de verificar quantas vezes um número cabe dentro do outro ou quantas vezes um número é maior do que o outro. Neste caso ao analisar a $6/4$ é possível perceber que o 6 é uma vez e meia maior do que o 4 e, da mesma forma, na fração $15/10$, o 15 é uma vez e meia maior do que o 10, portanto as frações são equivalentes. Os autores do manual acreditam que um procedimento como este “ilumina” aspectos e relações que não são visíveis com regras e macetes.

Segundo os autores, “[...] é interessante que o professor a aponte como uma forma de ampliar o horizonte de relações com as quais as crianças podem contar” (Buenos Aires, 2006, p. 23, tradução nossa). Para que o estudante consiga vencer os desafios propostos pela utilização do cálculo mental em atividades que envolvem números racionais, ele necessita conhecer as estratégias de cálculo mental com números naturais, dessa forma, passando pelas etapas necessárias para sistematizar o conhecimento adquirido durante a resolução das atividades.

Parra, durante a entrevista, discute quanto à dúvida sobre a utilização de cálculo mental com frações, no quesito comparação, quando os alunos acham que não vão utilizá-lo neste novo terreno que os números racionais fazem emergir, a autora ressalta:

Mas o que vamos fazer para que eles comparem frações? Algoritmos? Ou raciocinando dentro do possível para que resolvam raciocinando, se 1 é maior que um inteiro e o outro menor que ele, mas já tenho certeza de qual

⁷⁵ A mesma tarefa pode ser proposta para outros pares de frações; por exemplo: (Buenos Aires, 2006, p. 23, tradução nossa).

é maior se 1 está mais próximo, a distância que tem com o todo é menor, então é maior, ou seja, existe um conjunto de relações pelas quais eles serão capazes de produzir, ordem, que são relações conceituais, que estão alimentando o aprendizado (Parra, 2023), tradução nossa).

No que tange ao material, concomitante ao que Parra relata, apresentamos atividades que trabalham a comparação de frações:

Figura 16⁷⁶: Atividade de comparação de frações

The image shows a worksheet titled "Cálculo mental con fracciones" with a sub-section "Comparación de fracciones". The activity is labeled "Actividad 1". The instructions are: "1) Para cada una de las siguientes fracciones, decíd si son mayores o menores que 1. En cada caso, anotá también cuánto le falta o cuánto se pasa de 1." The fractions listed are: a) 1/4, b) 3/2, c) 3/5, d) 3/7, e) 14/23, f) 23/14.

Fonte: Buenos Aires (2006, p. 21)

Observa-se que na primeira atividade é proposto que o aluno decida se as frações são maiores ou menores do que 1. Em cada caso, anotar quanto falta para completar um e quanto passa de um. Em seguida explica-se a ideia da atividade:

Espera-se que os alunos possam retomar e apoiar-se na ideia básica que: n vezes $1/n$ equivale a 1. Busca-se que se considerem o inteiro expressado como uma fração conveniente que facilite o estabelecimento de relações. Por exemplo $3/3$ equivale a 1; então $4/3$ é igual a $1+1/3$ (Buenos Aires, 2006, p. 21, tradução nossa).

A consequência dessa análise leva o estudante a estabelecer e recordar que uma fração é maior do que 1 quando o numerador é maior do que o denominador, e menor do que 1 quando o numerador é menor do que o denominador.

⁷⁶ 1) Para cada uma das frações a seguir, decida se elas são maiores ou menores que 1. Em cada caso, escreva também o quanto elas são menores ou maiores que 1 (Buenos Aires, 2006, p. 21, tradução nossa).

Para que o estudante consiga estabelecer todas essas relações, ele necessita passar pelas etapas que permeiam as situações didáticas. Brousseau (2008) apresenta o que acontece no meio descrito neste estudo em quatro estágios (ação, formulação, validação, sendo a última, chamada pelo autor de institucionalização, a etapa onde o professor coloca em debate os conhecimentos e conceitos adquiridos durante os três estágios anteriores), visto que “[...] a situação didática é todo o contexto que cerca o aluno, nele incluídos o professor e o ambiente educacional” (p. 21).

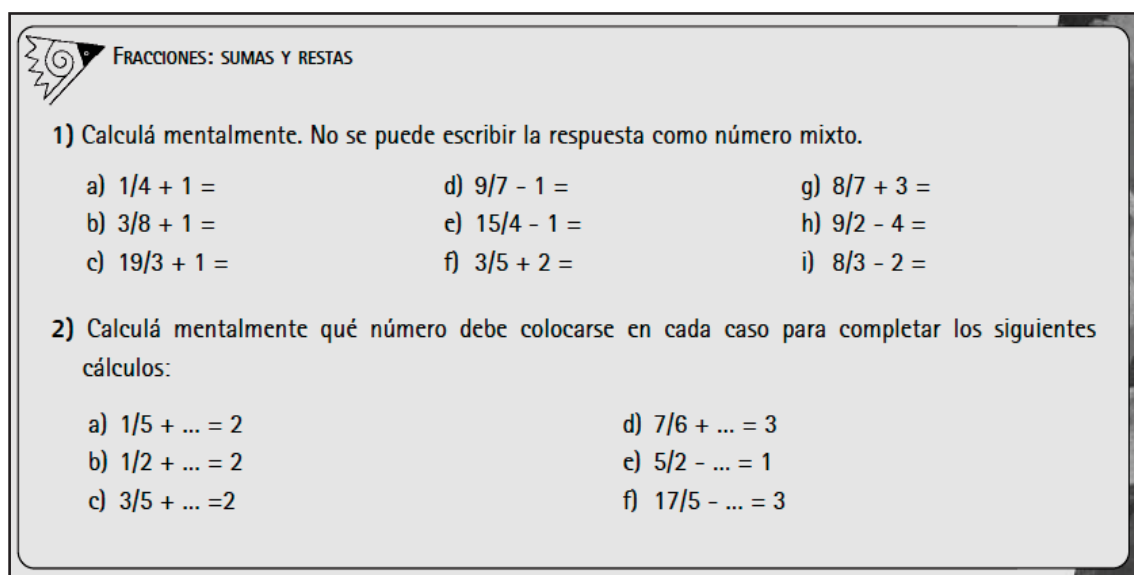
Para que a situação seja enriquecida e o conhecimento se consolide, é essencial passar por estes três momentos, relevantes para esse processo, uma vez que “Os conhecimentos se manifestam essencialmente como instrumentos de controle das situações” (p. 22).

A situação acontece quando os alunos aprendem a criar estratégias, partindo de algo aleatório que eles próprios criaram, e não do que veio do educador. No contexto do cálculo mental dentro de situações com números racionais⁷⁷, por exemplo, percebem a resposta aleatória não é a mais indicada (Brousseau, 2008).

Isto também é perceptível quando se trata de somar ou subtrair mentalmente uma fração de outra, cujo numerador é maior, para chegar ao inteiro, na qual os alunos remetem a estratégias de cálculo mental para chegar a determinado resultado.

⁷⁷Para consolidar este exemplo, utilizamos os conhecimentos de cálculo mental no ensino de números racionais contidos em documentos curriculares argentinos, que comprovam essa possibilidade (Buenos Aires, 2004).

Figura 17⁷⁸: Soma e subtração de frações



FRACCIONES: SUMAS Y RESTAS

1) Calcúlalo mentalmente. No se puede escribir la respuesta como número mixto.

a) $1/4 + 1 =$	d) $9/7 - 1 =$	g) $8/7 + 3 =$
b) $3/8 + 1 =$	e) $15/4 - 1 =$	h) $9/2 - 4 =$
c) $19/3 + 1 =$	f) $3/5 + 2 =$	i) $8/3 - 2 =$

2) Calcúlalo mentalmente qué número debe colocarse en cada caso para completar los siguientes cálculos:

a) $1/5 + \dots = 2$	d) $7/6 + \dots = 3$
b) $1/2 + \dots = 2$	e) $5/2 - \dots = 1$
c) $3/5 + \dots = 2$	f) $17/5 - \dots = 3$

Fonte: Buenos Aires, 2006, p. 27.

Na figura 14, o manual sugere que os estudantes preencham o que falta até o inteiro mais próximo, utilizando adição ou subtração, para conseguir chegar à resposta, adicionando o que está faltando ou subtraindo o que está sobrando (Buenos Aires, 2006, p. 27). Conforme os alunos vão realizando as atividades, percebem que nas primeiras necessitam de várias tentativas, mas no decorrer da realização, o aluno já consegue visualizar uma parcela para chegar à resposta. Concordando com Brousseau (2008), a maneira aleatória não leva ao resultado, mas resolvendo gradativamente, apoiando-se nas primeiras atividades realizadas.

Após perceberem que necessitam de estratégias, é fundamental que avancem para a segunda etapa, chamada de situação de formulação, onde “[...] descubrem a importância de discutir e definir estratégias” (Brousseau, 2008, p. 24). Nesta fase, percebem o valor contido no diálogo e na discussão sobre o que podem desenvolver para vencer os desafios.

A terceira fase para solidificar uma situação, chamada por Brousseau de validação, se firma na demonstração da verdade em uma determinada circunstância.

A quarta fase acontece quando o professor promove um debate com os resultados encontrados pelos alunos, o grau de veracidade, as formas variadas de se encontrar um mesmo resultado e, finalmente, uma explanação dos conceitos que

⁷⁸ 1) Calcule mentalmente. Você não pode escrever a resposta como um número misto. 2) Calcule em sua mente qual número deve ser colocado em cada caso para completar os seguintes cálculos: (Buenos Aires, 2006, p. 27, tradução nossa).

envolvem a situação, institucionalizando o que foi produzido e aprendido até o momento (Brousseau, 2008). Podemos observar que as autoras Humphreys e Parker (2019), com base em Brousseau (2008), destacam como conversas numéricas. Quando o professor, de acordo com as autoras, promove um momento de troca de estratégias, com o aluno fazendo mentalmente o processo para chegar à resposta e compartilhando como o que fez. Percebemos que é muito mais proveitoso um exercício comentado do que uma lista deles que traz como objetivo repetir conhecimentos.

Por exemplo, ao trabalhar com subtração com números decimais, temos dois caminhos. No primeiro o professor dá uma lista de atividades com vários exercícios, conforme a figura abaixo e espera que seja resolvido por meio do algoritmo:

Quadro 14: Subtração com números decimais - algoritmos

Resolva as subtrações:				
11 -1,9	15 -0,7	18,8 -1,9	24,7 -6,5	19,9 -11,4

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

No segundo, é sugerido apenas um exemplo onde os alunos que são convidados a resolver de formas diferentes, apoiando-se em estratégias de cálculo mental:

Quadro 15: Subtração com números decimais

Resolva as subtrações por métodos diferentes:				
11 -1,9=	11 -1,9=	11 -1,9=	11 -1,9=	11 -1,9=
11-1,9=0,1+9 Calculou o que faltava para chegar no 2. Depois o que faltava para chegar no 11. Usou a ideia de completar ⁷⁹ .	11-1,9=11-2+0,1 Arredondou o 1,9 para 2 e depois somou 0,1 que é a diferença entre 1,9 e 2.	11-1,9=11-1-0,9 Usou a decomposição do 1,9 em 1+0,9. Subtraiu o inteiro e depois o decimal.	11-1,9=11,1-2=9,1 Usou o balanceamento ⁸⁰ , ou seja somou 0,1 nos dois números e depois subtraiu.	11 - 1,9 = 10 - 1,9 = 8,1 8,1 + 1 = 9,1 Decompôs o 11 em 10 + 1, utilizando a dezena mais próxima.

Fonte: Elaborado pela autora (2023)

⁷⁹ Berticelli e Zancan, embasadas por Backheuser (1946), destacam a estratégia que transforma a subtração em adição para chegar à resposta, chamado de método austríaco, considerado como uma estratégia para a subtração (Berticelli e Zancan, 2023, no prelo).

⁸⁰De acordo com Berticelli e Zancan (2023, no prelo), com base em Thompson (1999a), o balanceamento é a retirada de uma quantidade ou parcela para acrescentar na outra, “[...] como pensar que $9 + 7 = 10 + 6$ ” (Berticelli e Zancan, 2023, p. 4).

Em que situação estamos trabalhando de acordo com os pressupostos de Brousseau? Na primeira (quadro 14), memorizamos o algoritmo e repetimos esse conhecimento em todos os exercícios. Na segunda (quadro 15), oferecemos apenas uma situação e solicitamos diversas respostas diferentes, em que cada aluno responde de acordo com seus conhecimentos prévios.

Certamente, ao abordar a subtração com decimais, envolvendo a Situação 2 (quadro 15), estaríamos promovendo uma aula muito mais rica, onde a criatividade seria valorizada, proporcionando ao aluno uma relação muito melhor com a Matemática, por meio do cálculo mental.

O fato de estar correto ou falso, nos remete à possibilidade do erro, que segundo Berticelli e Zancan (2023), no contexto do cálculo mental, pode ser “erro por distração” ou “erro conceitual”. O primeiro acontece quando o aluno conhece, entende o conceito, no entanto, erra ao elaborar uma resposta por se distrair com outras situações. O segundo é aquele onde o aluno mostra que não conhece ou não compreende os conceitos, visto que, quando refaz, realiza de forma errada (Berticelli e Zancan, 2023).

Ainda dentro da situação de ação, Brousseau (2008) ressalta que “A aprendizagem é o processo em que os conhecimentos são modificados”. O autor destaca que as representações que fazemos dos conhecimentos podem acontecer por meio de exposições estratégicas, “[...] que o indivíduo parece seguir ou pelas declarações daquilo que parece levar em consideração [...]” (p. 28). Entendemos que, nesta fase, o aluno toma suas primeiras iniciativas, entra em contato direto com a situação e com o que ela provoca, construindo seus conhecimentos de forma instrumental.

Este tipo de situação acontece quando o aluno está passando pelo aprofundamento daquilo que conseguiu captar para tentar resolver, chamada de formulação (Brousseau, 2008), quando consegue evidenciar suas estratégias de forma mais elaborada do que quando a situação lhe foi apresentada, porém, ainda sem chegar a um resultado definitivo, levantando hipóteses cada vez mais próximas da lógica da situação.

Podemos exemplificar esta etapa em mais uma situação, quando o aluno precisa calcular mentalmente uma multiplicação fracionária por um número natural que chamamos de inteiro; ou quando precisa saber quanto é necessário multiplicar com determinada fração para chegar a um inteiro, ou dois inteiros, assim por diante.

Como podemos observar na figura 18, o manual apresenta, na “segunda parte”, uma forma de aproximação ou aprofundamento na multiplicação de frações, mostrando maneiras de se chegar a um inteiro, utilizando um número fracionário.

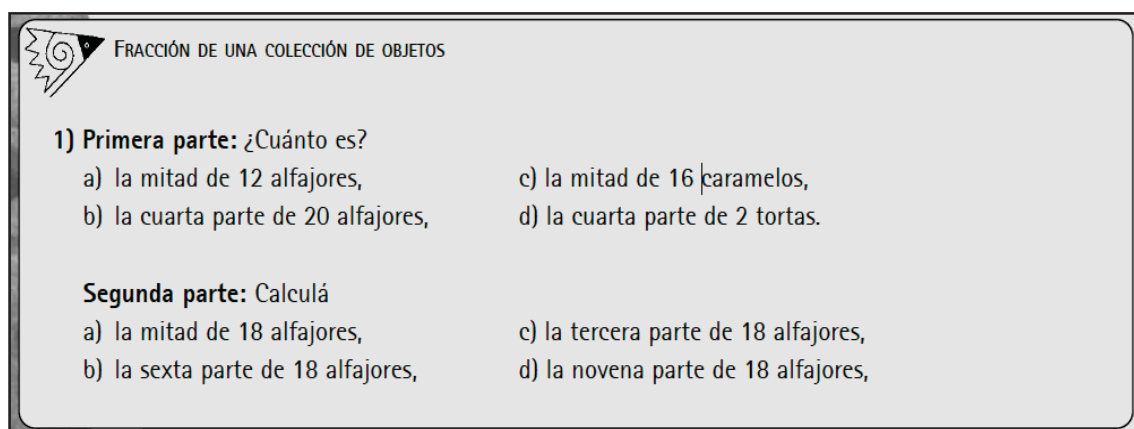
A atividade 2, compartilhada na mesma figura, vai além do que foi proposto na segunda parte, levando o aluno a encontrar o número a que se deve multiplicar a fração apresentada para chegar a um resultado que seja maior que um inteiro. Neste exemplo percebemos que a atividade mobiliza conhecimentos já trabalhados e adquiridos, ou nas palavras de Vergnaud (1990), os teoremas-em-ato, como na primeira parte do exercício, conduzindo-os a descoberta de novos conhecimentos.

Esses conceitos foram vistos em diversas situações anteriormente. Moreira (2002), fundamentado em Vergnaud (1988, 1990), afirma que, “[...] as situações e não os conceitos constituem a principal entrada de um campo conceitual. Um campo conceitual é, em primeiro lugar, um conjunto de situações [...] cujo domínio requer o domínio de vários conceitos de naturezas distintas” (Moreira, 2002, p. 11).

Vale ressaltar que as situações acontecem e são solidificadas no que diz respeito ao conhecimento propriamente adquirido quando, segundo Moreira (2002), amparado por Vergnaud (1988, 1990), quando envolvem vários campos.

Podemos utilizar como exemplo uma atividade que envolve frações de determinada coleção de objetos (quanto é a metade de um pacote de 18 pirulitos?; ou quanto é a oitava parte de 16 bolas de gude?) Neste exemplo os alunos podem trocar respostas entre si, cada um procurando ratificar a forma com que obteve um possível resultado correto. Aqui o estudante procura explicar como chegou à resposta, de forma que o aluno ouvinte compreenda sua forma de resolução, validando assim sua resposta (Brousseau, 2008). Vejamos:

Figura 19⁸²: Atividade: Fração de uma coleção de objetos



FRACCIÓN DE UNA COLECCIÓN DE OBJETOS

1) Primera parte: ¿Cuánto es?

a) la mitad de 12 alfajores, c) la mitad de 16 caramelos,
b) la cuarta parte de 20 alfajores, d) la cuarta parte de 2 tortas.

Segunda parte: Calculá

a) la mitad de 18 alfajores, c) la tercera parte de 18 alfajores,
b) la sexta parte de 18 alfajores, d) la novena parte de 18 alfajores,

Fonte: Buenos Aires, (2006, p. 34).

Na figura acima os autores objetivam trazer a compreensão de relações a cálculos de frações com numeradores maiores que o inteiro, fazendo com que o aluno compreenda que “[...] $2/3$ é duas vezes $1/3$, $4/3$ é quatro vezes $1/3$ e assim por diante. Assim, se $1/3$ de 9 doces é 3 doces, $2/3$ de 9 doces é 6 (o dobro)” (Buenos Aires, 2006, p. 34, tradução nossa). Percebemos que, neste exemplo, o aluno pode discutir as possibilidades que utilizou para encontrar a metade, quarta, sexta ou nona parte, utilizando diversos caminhos até conseguir um resultado que esteja condizente com o que a situação exige.

É pertinente que haja interação entre os alunos, o professor e o meio, ao mesmo tempo, para que as situações dialoguem, acontecendo a troca de conhecimentos, compreensão de conceitos, surgimento de novos conflitos, que vão gerar novas discussões e conseqüentemente, mais profundidade na aprendizagem. O controle sobre o meio não pode ficar somente sob a responsabilidade do professor e nem atribuído unanimemente ao aluno. Brousseau afirma que “Quando um sujeito tenta controlar seu entorno, nem todas as suas ações manifestam da mesma maneira seus conhecimentos [...]” (2008, p. 27).

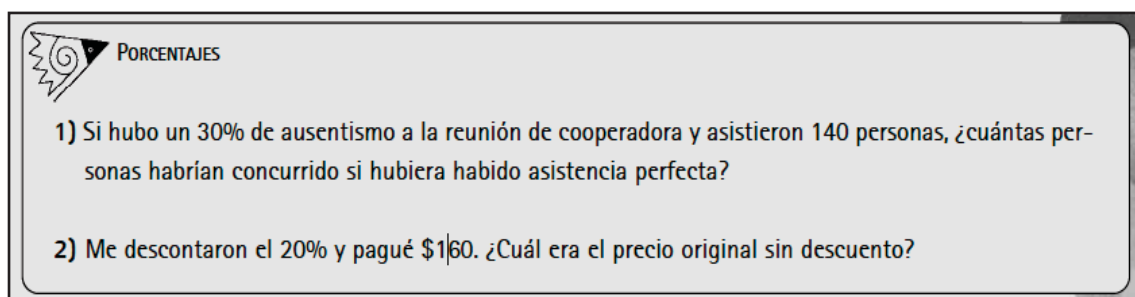
Aqui podemos exemplificar utilizando situações envolvendo porcentagem, apresentados no manual argentino. Neste os autores afirmam que o conceito de porcentagem adquire importância por meio de seu uso social propagado de forma ampla. Isto requer um conhecimento básico, onde o aluno necessita saber, depois

⁸² 1) Parte 1: Quanto é? a) metade de 12 doces, c) metade de 16 doces, b) um quarto de 20 doces, d) um quarto de 2 bolos. Parte 2: Calcule a) metade de 18 doces, c) um terço de 18 doces, b) um sexto de 18 doces, d) um nono de 18 alfajores (Buenos Aires, 2006, p. 34, tradução nossa).

de conhecer previamente o conceito, partindo do que aprendeu sobre frações e decimais, que 25% é $\frac{1}{4}$ de determinada quantidade, assim como 50% é $\frac{1}{2}$ e 10% é a décima parte de determinada quantidade (Buenos Aires, 2006).

O aluno, partindo do que já domina sobre cálculo mental envolvendo frações e decimais, poderá apresentar sua teoria no que concerne a possíveis resultados, por exemplo, para as situações abaixo.

Figura 20⁸³: Cálculo mental com porcentagem.



Fonte: Buenos Aires, 2006, p. 69.

A figura 18 apresenta duas situações em que o aluno tentará, por meio do que aprendeu previamente, e em discussão com os colegas, validar as estratégias utilizadas para obter uma possível resposta, conforme atentamos em Brousseau (2008).

Compreendemos que nas situações descritas no contexto deste estudo, é necessário que haja interações diversas, para dessa forma, o aluno passar pelas três categorias das relações do mesmo com o meio onde ele está inserido:

- Troca de informações não codificadas ou sem linguagem (ações e decisões);
- Troca de informações codificadas em uma linguagem (mensagens);
- Troca de opiniões (sentenças referentes a um conjunto de enunciados que exercem o papel de teoria) (Brousseau, 2008, p. 27).

O processo de aprendizagem matemática é complexo e exige esforço de ambos os lados, tanto do educador, que deixa de ser um facilitador para atuar como mediador em alguns momentos e provocador em outros, quanto do aluno, que em diversas circunstâncias, carece de desconstruir ou transformar um conceito para

⁸³ 1) Se houve uma ausência de 30% na reunião da cooperativa e 140 pessoas compareceram, quantas pessoas teriam comparecido se o comparecimento fosse total? 2) Recebi um desconto de 20% e paguei US\$ 160. Qual era o preço original sem o desconto? (Buenos Aires, 2006, p. 69, tradução nossa).

construir outros. Na visão de Brousseau (2008), “A aprendizagem é o processo em que os conhecimentos são modificados” (p. 27).

O autor ressalta que o meio, contextualizado neste estudo como lugar de interação entre o professor, aluno e as diversas situações, é o ambiente onde ocorrem as mudanças que desordena o sistema, trazendo conflitos e contraposições ao invés de antecipações, fazendo com que o aluno atue a favor da aprendizagem de conhecimentos novos. Brousseau destaca que:

Para um sujeito “atuar” consiste em escolher diretamente os estados do *meio* antagonista em função de suas próprias motivações. Se o meio reage com certa regularidade, o sujeito pode relacionar algumas informações às suas decisões (feedback), antecipar suas respostas e considerá-las em suas futuras decisões. Os conhecimentos permitem produzir e mudar essas “antecipações” (p. 28).

Após as três etapas discutidas (ação, formulação e validação), é necessário compreender sobre a institucionalização. Esta última é fundamental para a consolidação do conhecimento adquirido durante a realização das três etapas anteriores. Nesta fase há o envolvimento direto do professor, que nas etapas anteriores atuou como provocador, fazendo ingerências no meio, permitindo ao aluno entrar em conflito consigo e com os outros, para agir sobre o meio, formular estratégias de resoluções e provar suas próprias teorias, assertivas ou não.

O professor, no momento da institucionalização, passa de provocador para mediador, com uma linguagem mais formal, trazendo à tona conhecimentos matemáticos dentro das situações apresentadas. Freitas (2010) destaca que esta etapa é “[...] caracterizada pela sistematização por meio da apresentação de definições, propriedades e teoremas, em linguagem matemática mais formalizada, onde deve ocorrer uma socialização [...]” (p. 103). O autor ressalta o diálogo entre professor e alunos sobre os diversos conhecimentos matemáticos inseridos no meio.

É interessante destacar que as diversas situações apresentadas, de acordo com Brousseau, acontecem por meio de esquemas, que segundo ele, envolvem o meio, a aprendizagem promovida pelo meio, as antecipações do aluno perante possíveis resoluções para os desafios que as situações apresentam (situação de ação); envolvem a capacidade de retomada do conhecimento e de sua reconstrução, o envolvimento de outro sujeito, diversos repertórios linguísticos (situação de formulação); envolvem a correção, empírica ou culturalmente, a busca

da verdade, a interação de uma possível teoria formada durante a situação com um campo de saberes já sistematizados (situação de validação) (Brousseau, 2008).

A institucionalização tem como uma das suas principais funções garantir a contextura do conhecimento, visto que os conhecimentos adquiridos nas três etapas de uma situação nunca são compreendidos da mesma maneira em outra situação e não funciona igualmente para todos os sujeitos, visto que, de acordo com Brousseau (2008), “[...] o funcionamento dos conhecimentos não é igual ao dos saberes, tanto nas relações entre as instituições quanto na atividade isolada dos sujeitos” (p. 32).

O manual argentino apresenta várias formas de intervenção do professor, quando o aluno passa pelas três etapas anteriores (ação, formulação, validação). Essa intervenção, chamada por Brousseau (2008) de institucionalização, não envolve somente o ambiente onde o aluno está resolvendo as situações propostas pelo professor. Envolve também o conhecimento adquirido, neste caso, conhecimento matemático, construído historicamente, ou seja, dando oportunidade ao aluno de compreender de que forma este conhecimento pode ser propagado, utilizado, sistematizado em outros ambientes, épocas e situações. Compreendemos que se acontecem essas quatro etapas, o conhecimento está sendo construído historicamente. Vejamos um exemplo de institucionalização (Brousseau, 2008) presente no manual argentino.

Figura 21⁸⁴: Multiplicação de números decimais

MULTIPLICACIÓN DE DOS NÚMEROS DECIMALES ENTRE SÍ

1) En varios de los problemas anteriores usaste que

- 0,4 puede pensarse como $4 \times 0,1$
- 0,05 puede pensarse como $5 \times 0,01$
- 3,6 puede pensarse como $36 \times 0,1$
- etcétera.

¿Cómo podrías usar eso que sabés para resolver estas multiplicaciones?

- a) $0,8 \times 0,6 =$
- b) $0,5 \times 0,5 =$
- c) $0,3 \times 0,08 =$
- d) $0,05 \times 0,2 =$
- e) $0,004 \times 0,7 =$
- f) $2,4 \times 0,2 =$
- g) $1,25 \times 0,2 =$

Fonte: Buenos Aires, 2006, p. 66.

⁸⁴ 1) Em vários dos problemas anteriores, você usou: 0,4 pode ser considerado como $4 \times 0,1$; 0,05 pode ser considerado como $5 \times 0,01$; 3,6 pode ser considerado como $36 \times 0,1$ - e assim por diante (Buenos Aires, 2006, p. 66, tradução nossa).

Logo abaixo da atividade apresentada na figura 19, o manual esclarece como o professor pode intervir, para que o aluno utilize os conhecimentos adquiridos nas diversas situações apresentadas anteriormente, relacionadas à multiplicação e divisão por 0,1, 0,01, 0,001, multiplicação de um número decimal por um natural (Buenos Aires, 2006), tendo compreendido frações e decimais. Os autores destacam que, para dar continuidade ao que foi sistematizado, continuando as análises realizadas nas atividades anteriores,

[...] será possível generalizar essas relações para qualquer multiplicação com decimais. A atividade é uma oportunidade de abordar explicitamente em sala de aula a relação entre a regra de multiplicação de decimais e as decomposições dos números que foram feitas (Buenos Aires, 2006, p. 66, tradução nossa).

Destacam ainda que a atividade apresentada na figura 19 serve para quebrar o paradigma dos alunos de que a multiplicação torna os números maiores, ocorrendo o contrário quando se multiplica um número por outro que seja menor que um inteiro (Buenos Aires, 2006).

Durante a análise realizada no manual argentino cuja colaboração como docente e diretora de currículo foi a autora Cecília Parra, na qual utilizou como base a teoria das situações didáticas (Brousseau, 2008) e a teoria dos campos conceituais (Vergnaud, 1996, 2009, 2019), percebemos que são vários os pontos a serem considerados para que uma situação seja conceituada como tal, conforme os autores.

Observamos que os campos conceituais não se definem em uma simples situação ou por meio de uma metodologia ou ação do educador ou do meio onde o aluno está inserido. Para compreender a complexidade desses campos, é preciso, de acordo com Vergnaud (1996) “[...] dar à criança a oportunidade de construir o conhecimento. Isso quer dizer que o processo de conceitualização não se faz apenas por simples generalização” (p. 15).

O processo que envolve o conhecimento propriamente dito e solidificado, possibilitando o acesso a novas estratégias, mensagens e teorias, é complexo e necessita de todas as suas etapas consolidadas, para que, em situações futuras não haja rupturas no que diz respeito, dentro do contexto aqui exposto, aos conhecimentos matemáticos, e conseqüentemente, na vida social do indivíduo.

Nosso estudo mostra que o manual pedagógico está fortemente relacionado às diretrizes curriculares produzidas pelo Governo da Cidade de Buenos Aires. Compreendemos que o manual contempla as indicações presentes nas diretrizes curriculares, no que diz respeito ao ensino de cálculo mental com números racionais, sendo que a expertise de Parra está articulada nos documentos oficiais e no manual pedagógico.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Todo processo de aquisição de conhecimento demanda tempo, esforço, aprofundamento científico, histórico, didático, dedicação. Na pesquisa realizada e descrita nesta trama, o processo não foi diferente. Encerramos esta etapa da pesquisa, sim, etapa, uma vez que a investigação é interrompida somente quando não há mais conflitos a serem analisados. No caso deste estudo, compreendemos sobre muitos aspectos relevantes, que poderão levar esta investigação a um novo patamar.

No decorrer desta trama fizemos diversos movimentos dentro da história cultural, para conseguirmos interpretar o que o passado nos mostrou. O historiador Peter Burke (2016) também contribuiu para este feito, visto que nos mostrou o processo de transformação da informação em conhecimento, saber. Este processo acontece por meio de quatro estágios. Em várias seções deste estudo apresentamos três deles, em meio às interpretações dos dados coletados, das fontes analisadas e da trajetória investigativa até chegar aqui.

Apresentamos o último estágio do processo de transformação da informação em conhecimento, nomeado por Burke (2016) como utilização ou “aplicação” do conhecimento. O autor traz uma reflexão sobre a utilidade do conhecimento, aplicado para “diferentes finalidades” (p. 141).

Concluimos, com base em Valente e Bertini (2022) que o conhecimento de cálculo mental no ensino de números racionais, devidamente “cozido” e “processado” (Burke, 2016), estão articulados aos saberes *a ensinar*, que são o objeto de trabalho do professor, e os *saberes para ensinar*, estes sendo a ferramenta de trabalho docente. Estes constituem a matemática do ensino, que considera os processos dinâmicos de elaboração, em meio às tensões presentes nas práticas educacionais docentes.

Consideramos sobre o estágio chamado “aplicação” algo importante para uma pesquisa, a conduta do historiador, diante do “poder” que as informações adquiridas, processadas e transformadas em conhecimento e saber podem gerar. Cabe a este se atentar para não se apropriar de forma errônea do poder emanado do conhecimento absorvido, visto que, de acordo com Burke (2016, p. 142), “o conhecimento é muitas vezes empregado a serviço do controle, questão enfatizada por Foucault em sua famosa declaração (...): ‘O conhecimento induz constantemente

a efeitos de poder””. Almejamos que tudo que foi interpretado e compreendido nesta investigação possa colaborar científica, didática e historicamente para provocações futuras. Que este estudo possa gerar conflitos, para que assim, o processo de cozimento tenha seguimento, permitindo o acesso a novos saberes.

Um aspecto relevante que consideramos, sob a vertente de grandes historiadores, foi no que tange aos conhecimentos que o historiador, quando investiga, necessita entender, interpretando o passado, com todas as representações que são possíveis fazer surgir, trazendo-o o mais próximo do real (Chartier, 1990), sem lhe tirar a beleza, veridicidade e realidade das fontes analisadas, sem esquecer do contexto cultural que envolve o passado e seu próprio tempo. Em se tratando da matemática, foi relevante perscrutar sobre o momento da história em que o cálculo mental se tornou relevante, não para atender somente à necessidade social, como também objeto de reflexão de futuro.

Outro aspecto importante foi compreender sobre os conhecimentos de cálculo mental no ensino de números naturais, com estudos crescentes. Perspectivas que nos levaram a refletir sobre a continuidade desses conhecimentos em níveis posteriores, abrindo possibilidades não somente para aprendizagens com os naturais, como também expandindo o cálculo mental para outros horizontes.

Esta investigação nos aponta inúmeras possibilidades relacionadas à utilização de estratégias e conhecimentos de cálculo mental com números naturais, articulados aos racionais. Nossa proposta inicial era encontrar a *expertise* de Cecilia Parra presente nos materiais analisados.

Para auxiliar essa compreensão, fizemos uma caminhada pelas diretrizes curriculares brasileiras, em paralelo, analisamos as diretrizes curriculares paranaenses, vigentes na década de 90 até os anos 2000, por ser nosso local de residência e atuação profissional. Nesta caminhada, percebemos referências tímidas relacionadas ao cálculo mental com números racionais nestas diretrizes. Esta discussão nos indicou uma potencialidade nos materiais argentinos.

Na análise dos documentos curriculares de Buenos Aires, percebemos a incidência do ensino de cálculo mental permeando as orientações, focando neste, e não nos algoritmos, trazendo estes últimos após trabalhar com o estudante formas diversas de encontrar o resultado, para desta maneira, saber lidar com o algoritmo com mais leveza.

As orientações e os exemplos de atividades presentes, tanto no documento oficial quanto no manual pedagógico são fortemente embasadas na teoria das situações didáticas de Brousseau e nos campos conceituais de Vergnaud, com o enfoque voltado para o estudante, por exemplo, na equivalência de frações, partir de situações mais simples, avançando para as mais complexas.

Há destaque para a valorização do meio onde o aluno está inserido (Brousseau, 2008), que interfere diretamente na aprendizagem do estudante. Observamos isso nas atividades do manual e nas orientações do documento. Estes trazem orientações e exemplos de atividades onde o aluno precisa se atentar para o meio onde está inserido, nas situações propostas pelo professor, para que consiga estabelecer relações, agindo e tentando formular hipóteses de resolução, resolvendo passo a passo e tomando como apoio as atividades mais simples, realizadas anteriormente (Brousseau, 2008).

Ressaltamos que o documento curricular de Buenos Aires e o manual pedagógico trazem a possibilidade do estudante compreender diversos conceitos, sendo estes um conjunto de situações, de naturezas diferentes, presentes em um único meio (Vergnaud, 1988, 1990), no que diz respeito ao cálculo mental com números racionais. Os materiais analisados enfatizam para que o professor ofereça oportunidades ao aluno para construir o conhecimento, neste processo complexo de conceituação, dentro de determinadas situações.

O estudo nos mostrou que para o estudante ampliar seus conhecimentos sobre os conceitos presentes no ensino de números racionais, necessita ter conhecimentos de cálculo mental com números naturais, estes bem construídos nos anos iniciais do ensino fundamental, conhecendo e compreendendo a elaboração e utilização de uma estratégia.

O material analisado, tanto o documento curricular quanto o manual pedagógico, ambos elaborados pelo Governo da Cidade de Buenos Aires, tendo Cecilia Parra como diretora de currículo e colaboradora na construção dos materiais, é permeado de conhecimentos e estratégias de cálculo mental com números naturais, articulados aos números racionais. Este feito nos remete ao nosso principal objeto de pesquisa deste estudo: a caracterização da *expertise* profissional de Cecilia Parra.

Ora, os questionamentos surgiram neste estudo, e junto com eles, oportunidades de “transformar as informações em conhecimento”. Este fato se deu

durante todo o processo investigativo desta pesquisa, incluindo o momento em que Cecilia Parra nos concedeu seu tempo em uma entrevista, sendo esta extremamente importante para a continuação da nossa trajetória e que trouxe novos conflitos fazendo emergir situações que nos fizeram aprofundar nossos estudos, como também, compreender sobre as habilidades e competências que competem a um especialista denominado *expert*, assim denominado por ser chamado pelo governo para atender a demandas públicas, no caso deste estudo, dentro do setor educacional. Consideramos Cecilia como *expert* devido ao convite que a mesma recebeu para atender a uma demanda do estado, enfatizando sua *expertise* no ensino de cálculo mental com números naturais e racionais.

Retornemos à pergunta cerne do estudo: **Como se caracteriza a *expertise profissional* de Cecília Parra no ensino de cálculo mental com números racionais presente no material argentino?**

Podemos concluir que a autora pode ser considerada uma *expert*, visto que é detentora de uma *expertise* relacionada ao ensino de cálculo mental e cumpriu uma demanda do Estado, atendendo ao convite do Governo da Cidade de Buenos Aires para trabalhar na elaboração curricular e na produção dos manuais pedagógicos, direcionados aos docentes, produzindo também, materiais para os alunos.

A autora apresenta conhecimentos de cálculo mental, algo comum e presente nos currículos. No entanto, traz como especificidade conhecimentos que articulam o ensino de cálculo mental com números racionais, indicando que os saberes *a* e *para ensinar* números racionais com cálculo mental se articulam, constituindo a matemática do ensino de cálculo mental.

Reiteramos que esta pesquisa não nos parece chegar ao fim, visto que um amplo campo de estudos se abre a partir da possibilidade, comprovada por nossas análises, dos conhecimentos de cálculo mental no ensino de números naturais articulado com os números racionais. Esta elucidação, além de emergir como resposta à pergunta que deu continuidade aos estudos até este momento, nos faz refletir, provocando-nos a continuar a busca rumo ao vasto e rico caminho que o cálculo mental no ensino de números racionais nos incita a trilhar.

REFERÊNCIAS

- BEISHUIZEN, M. (1993). **Mental strategies and materials or models for addition and subtraction up to 100 in Dutch second grades**. Journal for Research in Mathematics Education, 24(4), pp. 294-323.
- BERTICELLI, D. G. D. **Cálculo mental no ensino primário (1950-1970) – um olhar particular para o Paraná**. 2017. 157f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2017.
- BERTICELLI, D. G. D.; NOVAES, B. W. D. (2021). **Elementos do cálculo mental presentes em trabalhos do Cihem**. In: Memórias del VI Cihem, Venezuela.
- BERTICELLI, D. G. D.; ZANCAN, S. **CalMe Pro — Cálculo mental para professores**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, [S. l.], v. 12, n. 4, p. 1–21, 2021. DOI: 10.26843/rencima. v12n4a08. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2982> . Acesso em: 20 mar. 2023.
- BERTICELLI, D. D., & ZANCAN, S. (2023). **ARITMÉTICA COM CÁLCULO MENTAL: “Como você fez?”**. Revista De História Da Educação Matemática, 9, 1–15. Disponível em: <https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/551>. Acesso em 14 nov. 2023.
- BERTICELLI, D. D. G., ZANCAN, S. **Conhecimentos e atividades para potencializar o cálculo mental**, In: Acta Scientiarum Education, 2023 (no prelo).
- BERTINI, L.F.; MORAIS, R.S.; VALENTE, W.R. (2017). **A Matemática a ensinar e a Matemática para ensinar: novos estudos sobre a formação de professores**. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- BETTENCOURT, A. M. S. (2009). **A Pré-História do Minho: Do Neolítico à Idade do Bronze**. Disponível em: https://www.oasisbr.ibict.br/vufind/Record/RCAP_9f36c5a4d065449c7989e2f912c0734b. Acesso em 18 jan., 2023.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Primeiro e segundo ciclo. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/pnld/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12640-parametros-curriculares-nacionais-1o-a-4o-series>. Acesso em 19 de junho, 2023.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/expansao-da-rede>

[federal/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12657-parametros-curriculares-nacionais-5o-a-8o-series](https://www.gov.br/educacao/pt-br/assuntos/secretarias/112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12657-parametros-curriculares-nacionais-5o-a-8o-series). Acesso em 19 de junho, 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRITTO, S. L. M., & KUHN, M. C. (2023). **Reflexões Sobre uma Aritmética do 4º Ano Primário Editada por uma Irmã Franciscana do RS, para o Público Feminino dos Colégios da Ordem**. *Jornal Internacional De Estudos Em Educação Matemática*, v. 16(1), 21–31. Disponível em: <https://jjeem.pgsscogna.com.br/jjeem/article/view/10478>. Acesso em 15 jan., 2024.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

BUENOS AIRES. **Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Primer ciclo**. *Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires*, 2004.

BUENOS AIRES. **Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Segundo ciclo**. *Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires*, 2004.

BUENOS AIRES. *Ministério da Educação de la Ciudad de Buenos Aires. Dirección de Curricula y Enseñanza. Matemática: cálculo mental con números racionales. 1 ed. Buenos Aires*, 2006.

BUENOS AIRES. *Ministério da Educação de la Ciudad de Buenos Aires. Dirección de Curricula y Enseñanza. Matemática: cálculo mental con números racionales. 2 ed. Buenos Aires*, 2010.

BURKE, P. **O que é história do conhecimento?** Tradução Cláudia Freire (1 ed.). São Paulo: Editora UNESP, 2016.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática – Tipografia Matemática**, Lisboa, 1952.

CATTO, G. G. **Registros de representação e o número racional: uma abordagem em livros didáticos**. 2000. 168 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/18489>. Acesso em 19 jan., 2023.

CEBOLA, G., BROCARD, J. **Estratégias, Representações e Flexibilidade na Resolução de Tarefas de Comparação Multiplicativa**. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*. V. 33, n. 64, p. 568-590, ago. 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/Sjnb6vB9dF7yCZRzNgtQvTy/?lang=pt>. Acesso em 5 jan., 2024.

CERTEAU, M. de. **A Operação Historiográfica**. In: **A escrita da História**. Tradução de Maria de Lourdes Menezes. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982. p.65-119.

CERTEAU, M. de. **Teoria e método no estudo das práticas cotidianas**. In: SZMRECSANYI, M. I. (Org.). **Cotidiano, cultura popular e planejamento urbano**. São Paulo: FAU/USP, 1985. p. 3-19. Anais do Encontro.

CERTEAU, M. de. **Fazer com: usos e táticas**. In: CERTEAU, M. de. **A invenção do cotidiano: artes de fazer**. v. 1. 15. ed. Petrópolis: Vozes, 2009. p. 91-108.

CHARTIER, R. **Por uma sociologia histórica das práticas culturais**. In: A História Cultural. Lisboa: DIFEL, 1990.

CHARTIER, R. **Os desafios da escrita**. Trad: MORETTO, F. M. L. São Paulo, UNESP, 2002.

CHARTIER, R. **Defesa e ilustração da noção de representação**. In: Fronteiras, v. 13, n. 24, 17 dez. 2011.

CHERVEL, A. **História das disciplinas escolares: reflexão sobre um campo de pesquisa**. Teoria & Educação. n.2, p. 177-229, Porto Alegre, 1990.

COLL, C. **Psicologia e currículo: uma aproximação psicopedagógica à elaboração do currículo escolar**. São Paulo: Ática, 1997.

CONCEIÇÃO, A. R. C. **O cálculo mental para ensinar: uma análise de produções de Maria do Carmo Santos Domite, 1980-1995**. 2021. 98 f. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2021. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFSP_0c7bf6deed8e0f6196c7fdc6a68e98b7. Acesso em 12 out, 2023.

CONTI, K.; NUNES, L. **Cálculo mental em questão: fundamentação teórica e reflexões**. Revemop. Ouro Preto, MG, v. 1, n. 3, p. 361-378, set./dez. 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufop.br/revemop/article/view/1784>. Acesso em 23 dez. 2023.

DANTE, L. R. **Ápis Matemática, 5º ano, Ensino Fundamental, anos iniciais**. 3. Ed. São Paulo, Ática, 2017.

DERIARD, A. **Así aprendemos matemática o el ingreso de las ideas de la Escuela Francesa en Argentina en 1984**. XIX Coloquio de la Sociedad Española de Historia de la Educación (SEDHE2017), 2017.

DUARTE, A. R. S. **Bastidores da elaboração dos PCN: conversas Ruy Cesar Pietropaolo**. In: VALENTE, W. R., COSTA, D. A., FISCHER, M. C. B. **Bastidores da produção curricular em Matemática**. 1 ed., p. 61-86. São Paulo: Livraria da Física, 2023.

FRANA, A. P., BERTICELLI, D. G. D., NOVAES, B. W. D. **Da teoria de Piaget à construção de estratégias de cálculo mental para adição na obra Lógica do Cálculo**. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia. Ponta Grossa, v. 16,

p. 1-22, 2023. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/15853>. Acesso em 15 dez., 2023.

FRANA, A. P. **O cálculo mental da adição e subtração na obra lógica do cálculo 2: fundamentos e estratégias**. 2023. 127f. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor Palotina, Programa de Pós-Graduação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas. 2023. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/249173?show=full>
Acesso em 22 jan., 2023.

FREITAS, J. L. M. **Teoria das Situações Didáticas**. In: MACHADO, Silvia Dias Ancântara (Org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3 ed. Revisada. São Paulo: EDUC, 2010. p. 77-111.

GUERREIRO, H. G., SERRAZINA, M. L. **A Aprendizagem dos Números Racionais com Compreensão Envolvendo um Processo de Modelação Emergente**. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática. V. 31, n. 57, p. 181 - 201, abr. 2017. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/5NWQwbZMS9ncYPhvGbbRQvs/?lang=pt>. Acesso em 5 jan., 2024.

GOMES, R. Q. G. **Saberes docentes de professores dos anos iniciais sobre frações**. 2010. 112 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010. Disponível em: <https://pemat.im.ufrj.br/index.php/pt/producao-cientifica/dissertacoes/2010/90-saberes-docentes-de-professores-das-series-iniciais-sobre-fracoes>. Acesso em 18 jan., 2024.

GOODSON, I. F. **Currículo: teoria e história**. Tradução de Atílio Brunetta. Petrópolis, RJ: 3 ed. Vozes, 1999.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B.; FREYMOND, M. de. **“Penetrar na verdade da escola para ter elementos concretos de sua avaliação” – A irresistível institucionalização do expert em educação (século XIX e XX)**. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (org.). **Saberes em (trans) formação: tema central a formação de professores**. 1. ed. São Paulo: Editora da Física, 2017. p. 55-112.

HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (org.). **Saberes em (trans) formação: tema central a formação de professores**. 1. ed. São Paulo: Editora da Física, 2017.

HUMPHREYS, C. & PARKER, R. (2019) **Conversas Numéricas: estratégias de cálculo mental para uma compreensão profunda da matemática**. Tradução: Sandra Maria Mallmann da Rosa. Porto Alegre: Penso.

JULIA, D. **A cultura escolar como objeto histórico**. In: Revista Brasileira de História da Educação. Campinas: Editora Autores Associados, nº 1, Janeiro/Junho, 2001. p. 9-43.

LIMA, M. de F. R. A., & da Fontoura Garcia SILVA, A. (2021). **Currículo Prescrito para o Ensino de Frações no Ensino Fundamental**. *Jornal Internacional De Estudos Em Educação Matemática*, v.14(3), 365–374. Disponível em: <https://jjeem.pgsscogna.com.br/jjeem/article/view/8457>. Acesso em 15 jan., 2024.

MENDES, M. (2012). **A aprendizagem da multiplicação numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número: um estudo com alunos do 1º ciclo**. *Doutoramento em Educação – didática da Matemática*. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/5893>. Acesso em 23 dez., 2023.

METZ, L. I., SILVA, S. A. **Bastidores da elaboração dos PCN: conversas com Antonio José Lopes (Bigode)**. In: VALENTE, W. R., COSTA, D. A., FISCHER, M. C. B. **Bastidores da produção curricular em Matemática**. 1 ed., p. 113-142. São Paulo: Livraria da Física, 2023.

MORAIS, R. dos S.; VALENTE, W. R. **Os Experts e o saber Profissional do Professor que Ensina Matemática**. *CIÊNCIA & EDUCAÇÃO*, v. 26, 2020. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/PGtgDXQBsQk88TVyVmGGPqh/?lang=pt> Acesso em: 20 de junho, 2023.

MORAIS, R. S., BERTINI, L. F., VALENTE, W. R. **A matemática do ensino de frações: do século XIX à BNCC**. 1 ed. – São Paulo, Livraria da Física, 2021.

MORAIS, R. dos S. **'Intellectual? No,' expert**. *Revista ACTA SCIENTIAE*, v. 21, p. 3-12, 2019. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/5169/pdf> . Acesso em: 20 de junho, 2023.

MOREIRA, M. A. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área**. *Investigações em Ensino de Ciências*. v.7, n.1, 2002, p. 7-29. Disponível em http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID80/v7_n1_a2002.pdf. Acesso em: 22 out. 2023.

NOVAES, B. W. D. **O movimento da matemática moderna em escolas técnicas industriais do Brasil e de Portugal: impactos na cultura escolar**. 2012. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2012. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/189998> Acesso em 20 de junho, 2023.

NOVAES, B. W. D.; PINTO, N. B. **Estudos recentes sobre frações no campo da História da Educação Matemática: avanços e desafios**. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)*, v. 12, p. 1-20, 2021.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, C., SAIZ, S. (orgs) **Didática da Matemática: reflexões Psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 1996, reimpressão em 2009.

PARRA, C., SAIZ, S. (orgs) **Didática da Matemática: reflexões Psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 1996, reimpressão em 2009.

PARRA, C. **Diálogo com Cecília Parra**. Entrevista cedida a Danilene Gullich Donin Berticelli e Ruth Edite Cosme. Google Meet, maio/2023.

PINTO, N. B. **O fazer histórico-cultural em educação matemática: as lições dos historiadores**. ANAIS do VII Seminário de História da Matemática. Guarapuava/Pr: Editora da Universidade do Centro-Oeste – UNICENTRO, 2007.

PINTO, N. B. **História das disciplinas escolares: reflexão sobre aspectos teóricos-metodológicos de uma prática historiográfica**. Rev. Diálogo Educ., Curitiba, v. 14, n. 41, pág. 125-142, jan./abr. 2014. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/269746482_Historia_das_disciplinas_escolares_reflexao_sobre_aspectos_teorico-metodologicos_de_uma_pratica_historiografica . Acesso em: 23 de junho, 2023.

PINTO, N. B. (2020). **O Currículo escolar sob olhar da história cultural e a modernização do ensino da aritmética na escola primária paranaense no início do século XX**. Revista História da Educação (Online). 24: Santa Maria. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/asphe/article/view/99392>. Acesso em 3 abr., 2024.

PIRES, C. M. C.; FIGUEIREDO, T. M. F. Q. **Competências de cálculo mental e iniciação algébrica: algumas relações**. Amazônia – Revista da Educação em Ciências e Matemática. V.11 (21) Jul-Dez 2014. p.16-30. Disponível em: <https://www.periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/2366>. Acesso em 15 dez., 2023.

PONTE, J. P. da; QUARESMA, M. **Representações e Processos de Raciocínio na Comparação e Ordenação de Números Racionais numa Abordagem Exploratória**. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática. V. 28, n. 50, p. 1464-1484, dez. 2014. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/gtn5MQ8fSP79DbXXt5DsPpg/?lang=pt>. Acesso em 6 jan., 2024.

ROMANATTO, M. C. **Número racional: relações necessárias a sua compreensão**. 1997. 158f Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <https://hdl.handle.net/20.500.12733/1585799>. Acesso em: 18 jan. 2024.

ROQUE, T. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SADOVSKY, P. **Explicar na aula de matemática, um desafio que as crianças enfrentam com prazer**. In: **ESCOLA DA VILA (Org.) 30 olhares para o futuro**. São Paulo: Escola da Vila, 2010, p. 233-241. Disponível em: <https://cfvila.com.br/publicacoes/>. Acesso em 20 fev., 2023.

SANTOS, D. S.; SANTOS, I. B. **Um levantamento de questionamento (s) sobre o método intuitivo a partir de programas de ensino de Sergipe (1917 e 1931) e do manual Aritmética Elementar Ilustrada de Antônio Trajano.** Caminhos da Educação Matemática em Revista. v.7, n.1, p. 163-177, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/177616?show=full>. Acesso em 14 jan., 2024.

SILVA, M. C. L. da. **MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA - POSSÍVEIS LEITURAS DE UMA CRONOLOGIA** Revista Diálogo Educacional, vol. 6, núm. 18, mayo-agosto, 2006, pp. 49-63 Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Paraná, Brasil. Disponível em: <https://periodicos.pucpr.br/dialogoeducacional/article/view/3235>. Acesso em 5 de maio, 2024.

THOMPSON, I. (1999a). **Mental calculation strategies for addition and subtraction.** *Mathematics in school*, London, v. 28, n. 5, p. 3.

THOMPSON I. **Issues in teaching numeracy in primary schools.** Second edition. Open University Press, New York, USA, 2010.

VALENTE, W. R. **Os saberes para ensinar matemática e a profissionalização do educar matemático.** *Diálogo Educacional*. v.17,n.51,p.201-222,jan./mar.2017. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/174494> . Acesso em 14 jun., 2023.

VALENTE, W. R.(2007).**História da Educação Matemática: interrogações metodológicas.** REVMAT –Revista Eletrônica de Educação Matemática. Florianópolis, SC. V2.2, p. 28-49, UFSC. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12990>. Acesso em 18 fev., 2023.

VALENTE, W. R. **Processos de investigação histórica da constituição do saber profissional do professor que ensina matemática.** REVISTA ACTA SCIENTIAE, v. 20, p. 377-385, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/189543?show=full> . Acesso em 14 junho, 2023.

VALENTE, W. R. **A aritmética intuitiva como uma matemática a ensinar, 1870-1920.** Educação Matemática em Revista, v. 24, p. 54-66, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/197221?show=full> .Acesso em 14 de junho, 2023.

VALENTE, W. R. **A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: os saberes para a formação do educador matemático.** In R. Hofstetter & W.R. Valente (Org.). **Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores** (pp. 201-228). São Paulo: Editora da Física, 2017.

VALENTE, W. R. **História e cultura em educação matemática: a produção da matemática do ensino.** REVISTA DE MATEMÁTICA, ENSINO E CULTURA, v. 15, p. 164-174, 2020. Disponível em:

<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/222219?show=full> . Acesso em 20 de junho, 2023.

VALENTE, W. R., BERTINI, L. F., & MORAIS, R. S. **Saber profissional do professor que ensina matemática: discussões teórico-metodológicas de uma pesquisa coletiva em perspectiva histórica.** (2021). *Revista Brasileira de História da Educação*, 21. DOI: <http://dx.doi.org/10.4025/rbhe.v21.2021.e161> . Disponível em <https://www.scielo.br/j/rbhe/a/TzzfSnHMP86ZSQKRXs3GWVd/>. Acesso em 10 de julho, 2023.

VALENTE, W. R.; MACIEL, C. M. L. A. COSTA, D. A. da; ALMEIDA, L. I. M. V. de. (Org.). **Experts: saberes para o ensino e para a formação de professores.** 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2021.

VALENTE, W. R. **Os Experts e os Currículos de Matemática.** REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, [S. l.], v. 9, n. 3, p. e21090, 2021. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/13033> . Acesso em: 12 jul. 2023.

VALENTE, W. R. **História da formação do professor que ensina matemática: etapas de constituição da matemática para ensinar.** Boletim Online de Educação Matemática, v. 10, p. 10-24, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.5965/2357724X10192022010> . Acesso em: 20 de junho, 2023.

VALENTE, W. R.; BERTINI, L. F.; MORAIS, R. S. **Novos aportes teórico-metodológicos sobre os saberes profissionais na formação de professores que ensinam Matemática.** REVISTA ACTA SCIENTIAE, v. 19, p. 224-235, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/185666?show=full>. Acesso em 4 de maio, 2024.

VALENTE, W. R., & BERTINI, L. F. (Eds.). (2022). **A Matemática do Ensino: por uma história do saber profissional 1870 -1960.** São Paulo: Universidade Federal de São Paulo, Coleção Educação e Saúde, Vol. 1.

VALENTE, W. R. **Saber objetivado e formação de professores: reflexões pedagógico-epistemológicas.** Revista História da Educação, Online, v. 23, p. 1-22, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/197222>. Acesso em: 4 mai. 2024

VERGNAUD, G. **A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos.** Revista do GEMPA, Porto Alegre, Nº 4, 1996.

VERGNAUD, G. **Qu'est-ce qu'apprendre.** In: COLLOQUE IUFM DU POLE NORD-EST DES IUFM. Les effets des pratiques enseignantes sur les apprentissages des élèves. Anais, Besançon, 2007.

VERGNAUD, G. **A Criança, a Matemática e a Realidade: Problemas do Ensino da Matemática na Escolar Elementar.** Tradução de Maria Lucia Faria Moro; Revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. **Quais questões a Teoria dos Campos Conceituais busca responder?** Caminhos Da Educação Matemática em Revista (Online). V. 9, n. 1, 2019. Disponível em: https://periodicos.ifs.edu.br/periodicos/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/296. Acesso em 15 de outubro, 2023.

ZANCAN, S. **Método Líquen: uma proposta para auxiliar o ensino de aritmética nos anos iniciais.** 2017. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

ZANCAN, S., BERTICELLI, D. D. G. **Número do Dia: Uma atividade para potencializar o cálculo mental.** *International Journal of Latest Research in Engineering and Management (IJLREM)*. www.ijlrem.org || Volume 07, Issue 01 || January 2023 || PP. 01-13 <https://docplayer.com.br/231726484-Numero-do-dia-uma-atividade-para-potencializar-o-calculo-mental.html>. Acesso em 12 de julho, 2023.

APÊNDICE 1 – ROTEIRO DA ENTREVISTA

Mestranda: Ruth Edite Cosme

Orientadora: Danilene Donin Berticelli

Entrevistada: Cecília Parra

Objetivos: Compreender as estratégias de cálculo mental, utilizadas pela autora Cecília Parra no “Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza – Matemática, Fracciones y números decimales”, 4º e 5º grado (2004-2007); Matemática, Cálculo mental con números racionales” (2004-2007). Entender como se deu o processo de elaboração da reedição do manual intitulado “Matemática, Cálculo mental con números racionales”, reedição da série publicada no “Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza”, 2010.

1) Informações pessoais sobre a autora:

- a. Data de nascimento:
- b. Local de nascimento:
- c. Formação:

2) Carreira profissional:

- a. Onde atua/atuou, quando iniciou.
- b. A respeito do cargo de Diretora de Currículo: como se deu esse processo?

3) Sobre a matemática:

- a. O que a levou a escolher a matemática como objeto de estudo?
- b. De onde partiram as ações relacionadas ao trabalho acerca do cálculo mental na educação básica?
- c. Qual a relevância de ensinar cálculo mental nos dias atuais? Tendo em vista, por exemplo, que as pessoas não mexem com dinheiro, troco como acontecia antigamente.
- d. Qual a dificuldade latente acerca da aversão dos estudantes pela matemática? Onde está a lacuna que causa essa aversão?

4) Sobre suas obras:

- a. Como se deu o início do seu envolvimento no processo de elaboração dos manuais curriculares argentinos?

- b. Sobre a obra “Didática da Matemática – Reflexões Psicopedagógicas”? Conte-nos mais sobre ela!
- c. Fale-nos sobre o início de suas relações (obras escritas) com a escritora Irma Saiz.

5) Sobre o conteúdo da obra em estudo:

- a. Você se embasa em algum autor, acerca das estratégias de cálculo mental utilizadas nos manuais argentinos e nas suas obras? Quem são esses autores? Ou são inspirações que provém de suas vivências? O que está presente nas obras que estamos analisando seria o resultado dos dois questionamentos acima? Fale-nos sobre isso!
- b. Conte-nos sobre sua obra “Didática da Matemática – Reflexões Psicopedagógicas” e o impacto da mesma em sua formação profissional.
- c. Qual foi seu objetivo inicial ao colaborar com a elaboração das edições da série “Plan Plurianual para el mejoramiento de la Enseñanza” de 2004 a 2007? O objetivo foi alcançado? Conte-nos sobre isso.
- d. A respeito do manual intitulado “Matemática, Cálculo mental com números racionales, reedição da série publicada no “Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza, 2010: nele não vemos sua participação direta, porém, percebemos muitas estratégias apresentadas por você presentes neste manual. Quem foi o responsável pela área de Matemática que participou na elaboração deste manual. Conte-nos sobre isso!
- e. Estes manuais são direcionados para docentes ou para estudantes?
- f. Quando você iniciou seus estudos acerca do cálculo mental na escola primária, a respeito das estratégias utilizadas, você encontrou alguma resistência na utilização dessas estratégias? Conte-nos como foi o processo de adaptação do cálculo mental inserido nos manuais que estamos estudando, citados no início deste roteiro.
- g. O nosso estudo tem por principal objetivo analisar nos manuais intitulados “Fracciones y números decimales – Apuntes para la enseñanza”, do 4º e 5º ano, dirigidos por Cecília Parra (2005) e no manual “Matemática, Cálculo mental com números racionales, reedição da série publicada no “Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza, 2010, as estratégias de cálculo mental utilizadas na resolução de atividades com frações e decimais. Percebemos que os manuais possuem estratégias de cálculo mental com números racionais, direcionados ao professor. Conte-nos qual deve ser o

procedimento do professor que ensina matemática e não tem conhecimento suficiente acerca das estratégias apresentadas.

- h. O cálculo mental, geralmente está associado à resolução de operações com números naturais. No material por você coordenado, percebemos a articulação do cálculo mental com números racionais. No estudo buscamos compreender como se dão as construções de estratégias de cálculo mental com números racionais. Você já fez um estudo neste sentido? Consegue perceber estratégias nesta articulação?

- i. Temos uma problemática a respeito da dificuldade dos docentes que ensinam matemática na escola primária: muitos se apegam aos cálculos realizados por meio de algoritmos e resistem quanto ao uso do cálculo mental e operações realizadas no formato horizontal. Isso acaba ocasionando uma grande lacuna no ensino, visto que, em um determinado nível, o professor que está familiarizado com o cálculo mental trabalha de acordo com o que este tipo de cálculo propõe, porém, em um nível seguinte, o aluno é obrigado a desconstruir o processo mental realizado anteriormente para acompanhar a proposta do próximo docente, na sua concepção de operações com algoritmos. Qual seria sua explanação acerca da resistência por parte dos docentes quanto à aplicação deste método na escola básica?

APÊNDICE 2 – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA

No dia 02 de maio de 2023, às 14 horas reuniram-se através do Google Meet (<https://meet.google.com/zch-rsxp-dqo>) a mestrandia Ruth Edite Cosme, sua orientadora, a Prof(a). Dr(a). Danilene Gullich Donin Berticelli e a convidada para a entrevista, Cecília Parra, cujo roteiro a mesma recebeu antecipadamente.

Após o acesso à sala, a Prof. Danilene iniciou a entrevista, agradecendo a autora por disponibilizar de seu tempo para atender ao convite. Após a professora Danilene se apresentar, o fez também pela mestrandia Ruth, falando sobre o seu projeto de pesquisa. Passado este momento, foi dada abertura para a autora Cecília Parra, no qual a entrevista passou a ser registrada por meio de gravação.

Entrevista:

Cecilia: *Bem, me chamo Cecília Parra, me formei como professora, ou seja, para ser professora de escola primária. Ao mesmo tempo, concluí meu bacharelado em Educação na Universidade. E quando me formei como professora, o ensino de matemática me interessou muito, mas naqueles anos, isso era em 1973, estava na reforma da matemática moderna, tinha os conjuntos, ou seja, era a época dessa reforma, de modo que eu comecei entrando nessa transformação. Mas logo na vivência da sala de aula e com a aproximação de outros textos, a gente começou a rever o que estava acontecendo, o que estava acontecendo na sala de aula com aquelas ideias e aquelas intenções. Eu tive a oportunidade aqui em Buenos Aires de me formar com pessoas que nos ensinaram muito sobre psicologia genética, como o Castorina, José Antonio Castorina. Essas contribuições foram assim, não da reforma da matemática moderna, da psicologia genética. Mas vieram contribuições muito importantes que podemos colocar como o surgimento da didática da matemática, específica como disciplina. Muito nutrida pelas contribuições que estavam sendo desenvolvidas na França. Especialmente nas contribuições do Dr. Brousseau, Guy Brousseau. E depois, Gérard Vergnaud, como se chama na didática da matemática, aqui na Argentina costuma ser chamado de francesa, mas bem, como professora eu estava fazendo muitas experiências em sala de aula. E no ano de 84 conheci a Irma Saiz, que, que é minha colega com a qual só fizemos isso juntas. Ela é formada em matemática. Quando nos conhecemos, ela já havia estado na França e havia*

treinado com esses professores. E ela esteve no México investigando no CINVESTAV. Então, ela veio para a Argentina. Com muito estudo e experiência de pesquisa. E tive a oportunidade de conhecê-la. E começamos a trabalhar com ela. Ela viveu e vive na província de Corrientes, que fica a 1000 km da cidade de Buenos Aires. E agora posso me comunicar o tempo todo como estamos fazendo agora, mas naquele momento tudo era com mais esforço e criamos um vínculo muito produtivo, em que começamos a experimentar em sala de aula muitas propostas. Ou seja, tivemos muitos anos trabalhando com professores porque eu já naquela época era conselheira, não era mais professora, mas era assim, orientadora, em lugares diferentes e eu estava trabalhando com professores e assim começamos a desenvolver muita experiência em sala de aula. Para trabalhar com esta nova concepção. Que integrado, digamos, que entendemos o conhecimento matemático como uma prática em sala de aula, muito apoiada na teoria das situações de Guy Brousseau e na teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud. E na nossa capacidade de levar propostas e discutir com os professores e experimentar. E foram anos de muita experiência em sala de aula. Você queria me perguntar algo?

Danilene: Muito bom, aqui estamos, já estamos sinalizando algumas coisas aqui. A teoria que você fala, da didática francesa é de quem?

Cecilia: *Campos conceituais, Gérard Vergnaud. E a teoria das situações, Guy Brousseau. E também outros autores, justamente na área do cálculo mental que ele trabalhou muito: Regine Douady. Bem, existem outros, mas esses autores nós os estudamos muito porque, em particular, Guy Brousseau propunha desenvolver situações que funcionem na escola. Para que, funções pelas quais as crianças podem se apropriar do conhecimento, desenvolver respostas para os problemas que foram levantados, digamos, e ele o foi muito em nosso quadro. E então, vou tentar não, não estender muito. Nos anos 90, porque o que eu estou falando é que nos anos 80 a gente tinha muita experiência em sala de aula. Nos anos 90 eles nos chamaram para participar dos Planos de Formação de professores. E para participar desde o ano de 89 já comecei a trabalhar dentro do planejamento educacional da cidade de Buenos Aires.*

Danilene: O convite foi feito pelo governo?

Cecilia: *Sim, meu trabalho era principalmente dentro da Secretaria da cidade de Buenos Aires. Entende-se que as coisas também aconteceram no nível do governo nacional, mas participei do planejamento. Sempre na cidade, embora algumas ações digam nação, mas a formação de professores, então lá pelos anos 90 eu já estou trabalhando, ainda estou trabalhando na escola, ainda estou trabalhando com professores, mas estou trabalhando no planejamento educacional, na direção do currículo, dentro da equipe de matemática. E lá começamos a fazer com Irma e outras colegas, experiências com professores da escola do Estado da cidade de Buenos Aires. E começamos a produzir materiais, destinados a professores iniciantes.*

Danilene: Então esse material que você passou para mim, ele é sempre dirigido para os professores?

Cecilia: *Claro, mas, então, para localizar um pouco os anos 90 para cobrir um pouco, nos anos 90 é que escrevemos o livro que você mostrou pela primeira vez, é o “Didática da matemática”. Esse saiu em 1994. E eles começaram a fazer os desenhos curriculares da cidade de Buenos Aires. Isso também se refletiu em nível nacional. E aí ele já tem presença de cálculo mental. Como é publicado no livro também está no desenho curricular, isso já acontece nos anos 90, mas esse desenho está oficializado, já começamos em 2003. Ou seja, isso, as coisas estão sendo elaboradas, mas foi já em 2003 ou 2004 que se tornou oficial, você sabe, oficial em projeto curricular, que inclui essa concepção de cálculo mental. E nesse momento eu assumo a direção curricular, isto é, já havia cursado matemática para formação de professores, mas assumo a direção curricular. Como diretora de currículo, impulso o Plano Plurianual de melhoria do ensino. É no contexto desse plano, foi um plano que nós o encaminhamos para o segundo ciclo do ensino fundamental porque ele tinha recebido menos atenção. E foi um plano que elaboramos junto com os supervisores, com os diretores, foi uma ação que apontava para que as escolas pudessem funcionar. As equipes de professores com os diretores têm reuniões de trabalho. E para apoiar isso, pegamos os materiais, tanto o material específico da aritmética mental.... Não dá para acreditar nisso, se o computador foi desligado e a luz apagou (risadas). Tanto o material de cálculo*

mental natural quanto o racional saem dentro deste plano voltado para professores, mas também foram feitos livrinhos que acho que os mostrei, a ver, mas vou te mostrar... bem... porque a capa foi trocada, mas devemos saber que eles são, isso está na internet, isso se encontra e acho que já tinham feito para a quarta, quinta, sexta. Alguns cadernos para o aluno, e o material para o professor orientar o trabalho que foi feito no caderno para o aluno, tudo fazia parte do plano plurianual que tinha muitos aspectos, e este foi um.

Danilene: Então, em todo esse material tinha um material voltado para o aluno e um material que servia como guia para o professor?

Cecilia: *Sim.*

Danilene: E além disso, professora Cecília, vocês precisavam fazer formação com esses professores? Para eles usarem esse material, ou não?

Cecilia: *Sim, claro, por que para algumas das coisas que você pergunta, eu, todos nós, compartilhamos a convicção de que professores e professoras, eles precisam de oportunidades em sua formação inicial e na sua formação contínua, e no seu trabalho nas escolas, trabalhar muito essas questões. Para poderem levar a cabo esta forma de ensino precisam de oportunidades, para rever quais foram suas experiências, entrar em outra forma de fazer matemática, para eles próprios poderem produzir, serem capaz de produzir caminhos, serem capaz de produzir soluções. Reconectar-se com a matemática. E aí ter acompanhamento quando eles estão fazendo isso na sala de aula, porque muitas coisas acontecem porque vai bem, os alunos vão mal, eles entram, eles não entram... naquela época, quando fizemos esse plano, tentamos dar oportunidades variadas. Ainda hoje aqui na cidade de Buenos Aires existem oportunidades, mas devemos reconhecer que se um olhar, numa perspectiva ampla, não há muitos casos em que os professores não tiveram essas oportunidades e não as têm. E se não tiveram e não têm, não há condições de o poderem fazer, porque este ou qualquer professor que o queira fazer acolher. Mas para que isso possa fazer algo que os alunos realmente possam se apropriar e que faça parte de uma bagagem própria, ter condições que são necessárias mesmo, condições nas instituições. É preciso que o que se faz na segunda série tenha a ver*

com o que se fez na primeira e que o que se faz na terceira tenha a ver com o que se fez na segunda. Que haja uma continuidade de trabalho é essencial. Para tudo, e para o cálculo mental é muito importante. Desse ponto de vista, não muito foi alcançado no sentido de que, como condições de trabalho. E as condições culturais não são muito favoráveis. Essa proposta não está vivendo muito nas salas de aula. Residir em locais que reúnam essas condições em instituições onde os professores são acompanhados, onde eles têm oportunidades de treinamento, acontece lá e é muito bom. Mas muitos lados se torna muito difícil.

Danilene: Me parece, então, que vocês têm a mesma situação que nós temos aqui no Brasil, que o material didático traz cálculo mental, os livros contemplam, mas o que a gente tem visto aqui é que os professores não sabem, porque não tiveram a oportunidade de aprender, não tiveram contato, nem na formação inicial e nem numa formação continuada, então, me parece que a gente tem os mesmos embates, os livros trazem, mas o professor tem essa dificuldade... e é por isso que a gente também tem atuado um pouco nesse sentido, com curso de formação para professores, para eles aprenderem cálculo mental pra poder ensinar, a gente está um pouco nessa linha de trabalho também... mas eu queria saber, eu e a Ruth, eu acho que a gente vai tentando, já contou um pouco pra nós de como se deu a construção desse material, esse material ainda está vigente aí pra vocês, como que está isso?

Cecilia: *Sim, porque o projeto curricular, todos os materiais eles são baseados no projeto curricular vigente na cidade. A concepção, tudo isso é suportado, os livros didáticos contêm muito disso. Quer dizer, isso é válido, usar o que está em sala de aula depende de outras coisas, mas é atual.*

Danilene: E assim, professora Cecília, eu e a professora Ruth, observamos algo que chamou mais a atenção no seu material, porque a gente sempre tinha visto essa articulação do cálculo mental com números naturais, as estratégias, se a gente for pegar alguns autores americanos que trazem também estratégias, assim como você traz no teu livro, geralmente é com números naturais. E aí, eu fiquei muito surpresa com todo esse material que você mandou para nós, com números racionais. Isso para nós é uma novidade, eu nunca tinha visto nada aqui no Brasil, desse trabalho

articulando com números racionais. Então, eu gostei muito, acho que a gente aprendeu muito com o seu material, mas eu queria saber de onde que veio isso, se foi você e a professora Irma, ou se foi mesmo usando os preceitos aqui de Vergnaud, de Brousseau, quem que trouxe essas ideias dessa articulação entre o cálculo mental com os números racionais?

Cecilia: *Eu quero colocar o nome dela, vou escrever ele aqui embora ela tenha o nome lá, mas tem uma colega muito importante, que, que ela coordenou a equipe de matemática que eu tinha que ir, ela já fez muitas coisas com a Irma e comigo que é a Patricia Sadovsky, que ela também é autora de uma das investigações que estão no livro de Paidós. Patrícia, você sabe quem é, uma figura muito importante que contribuiu e contribui muito hoje. Então eu quero que fique registrado aqui e junto com todos nós, mas me parece muito importante esse ponto que estão levantando, Danilene, porque... a questão que sempre nos norteou quando estávamos fazendo o trabalho curricular e também quando estávamos decidindo as coisas para a sala de aula, é: o que os alunos têm que aprender para isso? Qual é o significado? Qual é o objetivo de aprender cálculo? Hoje, 2023, CHAT GPT, ou seja, mas qual é o sentido de que tipo de cálculo, para quê? Quando fazemos essas perguntas... E é no âmbito dessas questões que demos força ao cálculo mental. Mais por razões educacionais do que por razões práticas. Porque por razões práticas todos nós temos este como diz uma das minhas filhas, um cérebro na mão, uma parte do nosso cérebro é o que está na nossa mão quando estamos com o celular, que já é uma parte do nosso cérebro, nosso cérebro se acostumou com o fato de que existe uma parte do cérebro que tem em sua mão. Então, nós consideramos, cálculo para quê? O cálculo mental permite um tipo de relação para buscar alternativas, estabelecer relações, raciocinar, e isso é matematicamente formativo, e esse é o principal motivo. Há uma parte de razão prática, se é uma relação que é bom que se estabeleçam alguns repertórios para dominar, mas o principal é que permite refletir sobre os números, sobre as operações e é assim que podemos pensar. As propriedades, de sistemas de numeração, de operações... já respondemos isso para cálculo mental. Depois, a questão se renova para os números racionais, especialmente para as frações. Temos que ensinar frações na escola primária? Muitos países respondem que não, somente decimais. E nós consideramos isso ligado à medida. Em outras palavras, está ligada a algumas operações que não*

podem ser resolvidas no campo natural, mas e se fizer sentido trabalhar com frações. Porque no mundo dos racionais, seremos capazes de dar muito do significado dos racionais do lado das frações, do trabalho das frações, da medição, dos problemas que não podem ser resolvidos. No campo da natureza, aos poucos ela dará sentido e aporte a essa enorme complexidade, que é um novo campo numérico, que funciona de forma bem diferente dos racionais. Dentro disso, a decisão que as frações, elas têm sentido, então, os alunos podem fazer isso. Essa transformação do seu pensamento, que está entrando nos racionais. Há também o tema operar com frações, para que, no mundo de hoje? Quando operar com frações no mundo de hoje, que não seja a simples questão de me sobrar $\frac{3}{4}$ kg de doce sem uso e preciso de 1 e meio? Ou seja, há um terreno no qual se é operado. Mas quê? Ele se deixa absolutamente ser tratado pelo lado do cálculo mental sem a necessidade de algoritmos. Porque esse terreno vinculado à extensão, vinculado a uma operação mais ou menos simples, é um terreno fértil para resolver por equivalências, resolva tudo por equivalências pensando nas equivalências sem precisar ser com o algoritmo... era que tinha que fazer o de cima pelo de baixo eu coloquei... e o de baixo pelo de cima, onde coloco? Isso não faz sentido no mundo de hoje, não faz sentido treinar os alunos. Então sim, frações está no projeto para chegar mais perto conceitualmente, este novo universo de racionais. O que é feito para operar deixe ir na mesma direção da construção de significado. E trabalhe com relações, não com algoritmos. Porque relações são conceituais, relações contribuem para a conceituação. Qual é a função que a gente espera ter esse conhecimento? Eu vou dar outro exemplo. A comparação: a comparação entre frações é bem diferente da comparação como os alunos fizeram nos naturais. Então você tem que assumir como um assunto que vai ser complexo porque as mesmas ideias que eles tiveram não servem para eles. Na verdade, os alunos primeiro aprovam o uso das ideias que tiveram dos números naturais e isso não funciona para eles. Mas o que vamos fazer para que eles comparem frações? Algoritmos? Ou raciocinando dentro do possível para que resolvam raciocinando, se 1 é maior que um inteiro e o outro menor que ele, mas já tenho certeza de qual é maior se 1 está mais próximo, a distância que tem com o todo é menor então é maior, ou seja, existe um conjunto de relações pelas quais eles serão capazes de produzir, ordem, que são relações conceituais, que estão alimentando o aprendizado. Então, eu também coloquei como exemplo de que com a mesma concepção de cálculo mental que é heurística, não

são regras gerais, não abrangem todos os casos, não é algorítmico. Mas me permite aprender sobre o que estou fazendo ao mesmo tempo em que o faço, entendem?

Danilene: Muito boa sua explicação, eu acho fantástica essa tua visão, é muita parecida com o que a gente entende também, com o trabalho de cálculo mental, fugindo completamente do algoritmo, e trazendo o aluno para o centro desse processo, pra ele construir, pra ele pensar numa estratégia, então, quando você foi falando dessas ideias com as frações, eu consegui ir visualizando um pouco isso e eu acho que é bem nessa linha que a gente está pensando em trabalhar um pouco... e você já respondeu uma outra pergunta que eu tinha feito aqui com a Ruth... por que ensinar o cálculo mental nos dias atuais? Você já trouxe isso agora, nessa sua discussão... a gente teve tantas mudanças, mas ele ainda é surpreendentemente importante nessa base bem sólida que vamos construindo em sala de aula, para poder vir com uma matemática mais aprofundada. Então eu acho que você já trouxe para nós um pouco do que nós queríamos. Queria saber ainda, professora, se você pode contar para nós, além desse livro aqui (Didática), que você traz uma base para a gente entender um pouco o cálculo mental, você tem mais algum livro, alguma obra que você escreveu, sobre o cálculo mental, que a gente pudesse utilizar?

Cecilia: *Talvez não, especificamente sobre cálculo mental, não... Bem um pouco depois são os colegas que continuaram a fazer as coisas e também as coisas que fizemos com Irma. Fazemos livros didáticos há 25 anos, de primeira a sexta série do ensino fundamental, dentro da editora Estrada. E aqueles livros que são livros didáticos são para a sala de aula. Fazemos isso renovando 5 ou 6 vezes. Agora estamos renovando-os novamente porque são fundamentais. E nós consideramos que são atrelados à medida. Então, isso também fez bem, uma boa parte da nossa energia é colocada nisso e além disso, no meu caso, eh...como você viu, assumi muitas responsabilidades públicas e não me dediquei à vida acadêmica. Então eu não tive a situação dos colegas que estão na Universidade, eles têm que escrever.*

Danilene: Entendo, isso era uma pergunta que nós tínhamos para você, se você estava atuando na universidade ou não... então você está mais voltada ao trabalho junto a cargos públicos?

Cecilia: *Eu estava... Porque sou aposentada e porque o que acontece também com o cargo público é isso. Certamente no Brasil também acontecem mudanças políticas que felizmente os desenhos e ideias curriculares permitiram que continuassem, mas como equipes que sim, não, sim, não....*

Danilene: E esse material que você fez, esses livros de texto com a Irma, são direcionados para o ensino fundamental?

Cecilia: *Sim, isso, uma editora que se chama Editorial Estrada, nunca te mandei o link de nenhum? Eu não me lembro...*

Danilene: Acho que não...

Cecilia: *Eu posso ver... Porque talvez eu possa compartilhá-los no drive. Acho que compartilhei, mas podemos olhar.*

Danilene: Eu não me lembro de você ter me mandado esses, porque eu e a Ruth acabamos imprimindo quase tudo que você me mandou para estudar...

Cecilia: *Bom, então vou ver, deixa eu ver, acho que tenho no drive e se não posso colocar. Sim, daqui a pouco compartilho com vocês uma pasta, no qual poderão ver o PDF dos livros, que eles estão em vigor, que estamos mudando, mas para você ver ou seja, não tem problema, estamos dentro disso mesmo, então vou compartilhar uma pasta.*

Danilene: Ótimo... eu vou pôr o meu e-mail aqui pra você lembrar, pra você poder compartilhar...

Cecilia: *Sim.*

Danilene: Cecília, eu queria te perguntar mais uma coisa... quando você falou que desenvolveu esses materiais especialmente no período da matemática moderna, na verdade, tenho duas coisas, mas essa é uma pergunta agora: quando eu fiquei um tempo ali nos Estados Unidos fazendo minha pesquisa de pós-doutorado, eu

percebi, e assim acontece no Brasil, que a gente teve um período que o cálculo mental foi bastante negligenciado nas escolas, por causa dessa falta mesmo, de conhecimento dos professores... então, lá no início do século, a gente percebe que as pessoas eram ensinadas, aprendiam o cálculo mental, então, todo mundo que você conversa tem alguém mais de idade, que você conhece que era bom no cálculo mental, e aí nós tivemos um período na história que ficou uma lacuna, e agora, a gente vê esse esforço, por parte dos pesquisadores, a gente tem vocês e aqui no Brasil a gente já vai percebendo essa luta pra retomar esse cálculo mental. Vocês também perceberam isso aí na Argentina, esse vazio num determinado período de tempo, especialmente no período da matemática moderna?

Cecilia: *A ver, porque isso, quando você fala que houve um tempo em que se trabalhavam cálculos mentais, eles estão falando de um tempo bastante passado e talvez a ideia de cálculo mental não fosse a mesma. Era a ideia de repertórios, conhecer o repertório aditivo e multiplicativo. E é verdade que foi conseguido, não houve problema nisso. Também é verdade, depois disso, foi depreciado, porque a reforma da matemática moderna, ou seja, não tinham valor. Conhecer os resultados não tinha valor. Em todo caso, na reforma da matemática moderna, muito que dizemos nas salas de aula, na Argentina, nunca teve grande impacto. Foi uma coisa que aconteceu no começo do ano, um pouquinho, um capítulo dos livros, não muito mais. Mas, mas é verdade que se desvalorizou o cálculo e se desvalorizou saber os resultados de cor, algo que antes valia, deixou de sê-lo. O que acontece é que quando nos perguntamos novamente, quando fazemos uma revisão crítica do que foi alcançado na sala de aula, das intenções da matemática moderna, você se perguntou novamente, bem, o que deveria haver nas salas de aula, então? Bem, deve haver problemas porque uma grande ausência também. Na época da reforma da matemática moderna, se foi tomada literalmente, também não houve problemas de contexto, houve poucos problemas... Bem, justamente, Guy Brousseau, que produziu a teoria das situações, na década de 70 começou seu trabalho, fazendo uma análise em sala de aula do que estava acontecendo com as intenções da matemática moderna que as intenções daquela reforma foram muito boas. As intenções foram muito boas para aproximar os conhecimentos mais elaborados das crianças. Se tivesse sido alcançado, estaríamos todos felizes. A questão é que isso não aconteceu, ou seja, não aconteceu que as crianças se apropriassem de alguns*

conceitos muito complexos. O pesquisador, aquele que tinha o conhecimento elaborado, sabia o que estava por trás daquilo, mas as crianças não, ele nem sabia, bom... Mas voltando à questão da lacuna, sim, com certeza houve um momento de desvalorização. Mas depois o que eu colocaria é se perguntar novamente e o que começou a ser promovido não foi voltando ao básico, voltando a ideia dos anos 50, era uma concepção diferente de cálculo mental, então, em algum ponto, sei lá, não está voltando a um ponto que estava. É rever o que aconteceu. E olhar o que faz sentido hoje.

Danilene: Perfeito, Cecília, eu acho que é isso mesmo, mirar no que passou e ver o que tem sentido hoje, acho que é mais ou menos nesse sentido que a gente tem trabalhado. Eu não conheço muito essa teoria do Brousseau, que você colocou para nós, eu acho que a gente vai ter que estudar um pouquinho sobre isso, mas eu imagino que nela, vamos entrar um pouco nesse referencial teórico que vocês usaram nos materiais de vocês... eu pergunto isso porque temos alguns materiais aqui no Brasil que trabalham um pouco da ideia do cálculo mental e a lógica, e tudo mais, que tem como embasamento a teoria psicológica de Piaget. Então, encontramos muito de Piaget nesses materiais do Brasil. E minha pergunta é se vamos conseguir encontrar em Brousseau ou Vergnaud essas bases psicológicas que que você coloca para nós, que vocês utilizaram, você e a Irma Saiz.

Cecilia: *Na verdade, apenas no que você pode identificar é o que no início dos anos 80 nós tivemos como a matemática, bem, mesmo com a reforma moderna, mas o que queríamos ensinar sobre matemática e as enormes e maravilhosas contribuições piagetianas, mas não foram unidos, ou seja, a didática da matemática, como se desenvolveu... acabou produzindo uma coisa, ou seja, ensinar e aprender matemática na sala de aula é um fenômeno específico. Exige a abordagem desde a construção do conhecimento específico até a compreensão dessa realidade e poder produzir propostas nesse quadro, mas integrando, ou seja, se tem contribuições piagetianas, mas não é que ele dá uma mão, ele tem matemática de outra mão, ele tem Piaget e com isso foi preciso produzir teorias como as de Brousseau, de Vergnaud, que procuraram entender isso que é específico, que não se deixa reduzir, olhar a matemática pelo seu lado, nem a didática geral nem a psicologia em si. Em vez disso, procura abordar a partir da didática da matemática que busca integrá-la*

em um quadro o mais integrado possível. Eu não sei o que te dizer porque, bem, no nosso caso nós fomos juntos para nos apropriarmos dessas teorias, que têm complexidade, em particular a teoria de Brousseau, que já tem muitos anos... Essa teoria de situações que nem vou tentar sintetizar, porque você tem que estudar. Basicamente distingue que as práticas que são desenvolvidas em relação ao conhecimento são as práticas de ação, de formulação, de validação, que agir resolvendo um problema não é o mesmo que poder escrever, explicar ou ser capaz de escrever um cálculo que recupere e identifique os dados que foram processados e o que foi encontrado, ou ser capaz de explicar, um procedimento que é usado, resolver algo, isso é formular e isso é outra coisa. E validar, achar duvidoso o que foi feito, se está correto ou não, se funciona ou não, se sustenta, é outro tipo de prática. Digo muito grosseiramente a teoria das situações, mas ela distingue entre ação, formulação, validação e depois colocam também institucionalizações para dizer quando o conhecimento já é reconhecido e nomeado, inicializado na sala de aula na escola, na sociedade, enfim, eu não posso te dizer. Com certeza, espero que no Brasil com certeza tem gente com quem você possa estudar isso... O Brasil tem muita influência da bibliografia anglo-saxônica, e menos da francesa. Sempre procurei estar atenta à produção anglo-saxônica, ou seja, não combinava nada comigo, presa à Paris. Mas isso, deveras... E ainda mais porque minha experiência tem sido mais de atuação em escolas, na formação de professores, elaboração... sabe que não existe uma teoria que resolva tudo para você. Então eu recomendo isso, que procure em seu ambiente com quem estudar, precisamente o campo dos racionais e dos decimais. Brousseau o estudou profundamente. Então tem muito o que estudar dele e de muita gente que produziu sobre ele ao longo destes anos, então tem muito o que estudar sobre isso, mas procure um acompanhamento brasileiro.

Danilene: É, eu acho que nós temos muito para estudar, porque você já foi sinalizando bastante aqui para nós. Eu não sei quem poderia nos ajudar aqui no Brasil, mas eu e a Ruth vamos descobrir quem pode nos ajudar nesse estudo. Mas eu acho que você já foi identificando para nós muitas coisas que queríamos entender sobre a produção desse material, não é, Ruth? Como você participou... vimos que o primeiro você era diretora de currículo e a versão mais recente você não está como diretora, não sei se você chegou a participar da última?

Cecilia: *Não, anos atrás, faz anos que não.*

Danilene: Embora o material sempre cita, traz citações do seu material, no decorrer do que a gente encontra aqui, percebemos que você já não estava como diretora na versão mais atualizada...Ruth, você quer perguntar mais alguma coisa que a gente tenha esquecido?

Ruth: Vocês estão me ouvindo agora?

Danilene: Agora sim.

Ruth: Professora Cecília, é um prazer ter você aqui conosco nesta entrevista, amo teu trabalho, cálculo mental tem sido instrumento de estudo para nós, eu sou professora também, do ensino primário, e desde que eu tive contato com o cálculo mental, através da professora Danilene, eu tenho aplicado tudo que aprendo...

Cecilia: *Espere um momento, vou colocar meus fones de ouvido, porque não estou conseguindo te entender muito bem, fale mais devagar (risadas).*

Ruth: Eu tenho aplicado tudo que tenho aprendido com a professora Danilene desde que eu tive contato com o cálculo mental, tenho aplicado na minha sala de aula, com os meus alunos. Então, é algo que para nós é muito importante para gente continuar a estudar e passar isso para outras pessoas para que outros professores, outros formadores possam também mudar a concepção sobre cálculo mental, pra gente conseguir mudar isso no Brasil. Eu acho que é isso, não, prof. Dani?

Danilene: Eu acho que é isso... Cecília, agora eu e a Ruth vamos transcrever a sua entrevista, depois vou mandar ela escrita para você ver se nos autoriza a usar o que você nos falou, vamos seguir também estudando um pouquinho esse referencial teórico que você nos passou, acho que já abriu várias portas para nós, e se a gente ficar com alguma pendência, eu volto a te chamar e a gente marca mais um horário para conversar, pode ser assim?

Cecilia: *Eu gostaria que você ainda pudesse ter um minuto?*

Danilene: Tenho, claro!

Cecilia: *Ruth, aulas para que série?*

Ruth: Eu trabalho, eu sou professora alfabetizadora, e trabalhei com cálculo mental no primeiro ano e segundo ano...

Cecilia: *Que bom...*

Ruth: Seis e sete anos.

Cecilia: *E outra pergunta: aproveitando e trabalhando com cálculo mental, primeiro e segundo, ah que bom... E outra pergunta sobre por que vocês, como a conexão que vem através de Alejandra, porque você está inclinada a estudar história, mais do que as propostas, ou seja, seu trabalho tem a ver com tentar ver algo histórico?*

Danilene: Sim, nós estudamos um pouco na linha da História da educação matemática, então a Ruth vai fazer essa pesquisa olhando para o seu material e como foram essas transformações e permanências do ensino do cálculo mental nesse período que você escreveu esse material, os aportes para o ensino. Então vamos fazer um olhar histórico desse material, buscando também essas bases que você utilizou nessa construção.

Cecilia: *De acordo.*

Danilene: Mas, Cecília, a gente também trabalha, eu faço pesquisas históricas, inclusive o meu supervisor, do último estudo que fiz, é o professor Wagner Valente, acho que você deve conhecer ele, ou pelo menos já ter ouvido falar...

Cecilia: *Ahram... sim...*

Danilene: Mas eu também faço um trabalho de formação de professores aqui no Brasil, junto com uma colega de Santa Maria, e foi assim que eu conheci a Ruth. Nós damos curso de formação de professores voltado para o cálculo mental. A gente ensina os conhecimentos de cálculo mental para os professores, depois a gente ensina as estratégias e quando o professor aprende, ele tem condições de olhar para o livro didático, entender a estratégia, o intuito do livro e ensinar o cálculo mental na sala de aula. E foi aí que nós percebemos essa lacuna, essa necessidade do professor em aprender o cálculo mental, porque hoje em dia ele está na sala e ele não sabe ensinar esse conhecimento para os estudantes.

Cecilia: *Bem, isso que me deu a conhecer, sobre da formação de professores, me faz pensar. O que seria bom, veja, aqui na Argentina tem algo chamado, vou escrever informações aqui, é o Instituto Nacional de Formação de Professores. Realmente a nação não tem instituto, não tem instituto de formação de professores, mas tem responsabilidades, em pautas para todo o país. E este instituto, INFOD, ele dá cursos de formas virtuais, eles dão cursos para professores, mais virtualmente. E eles têm dado muitos cursos sobre cálculo mental, virtual e as pessoas que montam os cursos são colegas muito experientes, com muito conhecimento que montam os cursos com muito material de exemplos de sala de aula, das crianças trabalhando, com o qual talvez vocês pudessem, eu não sei, vou tentar achar, se vocês puderem ser oficialmente vinculadas a quem eles poderiam escrever do Instituto Nacional de Formação de Professores, vamos ver se eles conseguem aproximá-las, não sei como fazer contato. Não sou coordenadora dessas equipes, não sou, ou seja, não tenho vínculo oficial, conheço uma das pessoas que fez os cursos. Então, senão posso escrever para ela, para que entrem em contato com ela.*

Danilene: Com certeza, com certeza! Seria muito bom!

Cecilia: *Mas, bem, vou perguntar por que sempre e quanto mais institucionais as relações, melhor.*

Danilene: Sim.

Cecilia: *Mas... eu tenho notícias de que eles fizeram muito, especialmente para o início da escola primária, para a primeira e segunda série, isso é o que eles fizeram muito, e eles fazem com essa concepção que os professores possam ver as aulas, analisá-las, ver como fazer o trabalho, com muitas análises práticas em sala de aula, o que é muito importante porque senão, como você aprende a administrar a aula quando o que está sendo discutido é uma estratégia de cálculo?*

Danilene: Sim, isso... nós também trabalhamos um pouco com este tipo de situação, como trabalhar com a turma, com diferentes estratégias de cálculo. Hoje a gente percebe que o professor não faz isso, porque ele não sabe, ele tem medo, porque é um conhecimento que ele não sabe. Então, a gente precisa levar esse conhecimento para o professor. Mas eu acho, Cecília, que seria muito legal se você colocasse a gente em contato com alguém responsável pra gente fazer essa troca mesmo...

Cecilia: *Sim, sim, vou buscar para colocá-las em contato, sim.*

Danilene: Isso, e aí, Cecília, se você puder, então, colocar aquele material, se você já conseguiu até colocar ali no drive, para gente, pode ser depois...

Cecilia: *Sim, eu tenho ele ali no drive, sim!*

Danilene: Isso, e aí a gente vai observando, porque eu e a Ruth estamos olhando com muito carinho para este material, para fazer a nossa análise. Eu e a minha amiga, escrevemos um artigo que vai ser publicado agora, onde estudamos todas as estratégias de cálculo mental e elencamos as categorias de conhecimento que a pessoa precisa saber para elaborar uma estratégia. Então vamos tentar fazer essa análise no seu material, olhando para essas categorias que a gente escreveu, porque acho que isso tudo está por trás desse material que você está colocando ali.

Cecilia: *Bem, o que escreverem, me enviem (risadas)!*

Danilene: Ah, sim, ele vai ser publicado agora em 2023, aí eu mando para você ver como que a gente trabalhou, inclusive, a gente cita sempre o seu trabalho, por isso que falo que somos suas fãs, estamos sempre usando esse teu material.

A partir deste ponto, a professora Danilene agradeceu a Cecilia por ter aceitado o convite para a entrevista. Após os agradecimentos, feitos também pela mestrandia Ruth, a entrevista foi encerrada. Não foi possível transcrever esta última parte, visto que o dispositivo acionado para a gravação havia parado de gravar na última fala aqui registrada, feita pela professora Danilene.