

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE  
CURSO DE ENGENHARIA AEROESPACIAL

SHERON FERNANDES COSTA

VALIDAÇÃO DE MODELOS NUMÉRICOS DE TURBULÊNCIA NO OPENFOAM PARA  
O AEROFÓLIO NACA 4412 COM BASE EM DADOS DE ENSAIO EM TÚNEL DE  
VENTO

Joinville  
2024

SHERON FERNANDES COSTA

VALIDAÇÃO DE MODELOS NUMÉRICOS DE TURBULÊNCIA NO OPENFOAM PARA  
O AEROFÓLIO NACA 4412 COM BASE EM DADOS DE ENSAIO EM TÚNEL DE  
VENTO

Trabalho apresentado como requisito  
para obtenção do título de bacharel  
em Engenharia Aeroespacial do  
Centro Tecnológico de Joinville da  
Universidade Federal de Santa Catarina.

Prof. Juan Pablo de Lima Costa Salazar, Ph. D.

Joinville  
2024

SHERON FERNANDES COSTA

VALIDAÇÃO DE MODELOS NUMÉRICOS DE TURBULÊNCIA NO OPENFOAM PARA  
O AEROFÓLIO NACA 4412 COM BASE EM DADOS DE ENSAIO EM TÚNEL DE  
VENTO

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Aeroespacial, na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville (SC), 12 de dezembro de 2024.

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Juan Pablo de Lima Costa Salazar, Ph. D.  
Orientador  
Presidente

---

Prof. Dr. Filipe Dutra da Silva  
Membro  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Diogo Nardelli Siebert  
Membro  
Universidade Federal de Santa Catarina

Dedico este trabalho à memória de minha amada mãe, que com muito amor, sempre me impulsionou a buscar conhecimento e a alcançar meus objetivos.

## **AGRADECIMENTOS**

Durante minha graduação e na construção deste trabalho, tive a sorte de contar com o apoio de muitas pessoas. Aprendi que o sucesso é fruto de um esforço coletivo e que nunca alcançamos nada sozinhos.

Em primeiro lugar, gostaria de expressar minha profunda gratidão à minha família. Meus pais, Almir e Iraide, e minhas irmãs, Karen e Amanda, que sempre me incentivaram a seguir meus sonhos. A minha mãe, em especial, que foi meu porto seguro em momentos de desafios e sempre me impulsionou a ser forte. Seu amor e amparo foram constantes até seu último dia.

Agradeço à minha avó, tias e primas, que me acolheram e apoiaram de forma incondicional após o falecimento da minha mãe, me auxiliando a continuar o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Lucas, deixo meus sinceros agradecimentos por todo o carinho e apoio. Sua presença foi fundamental para superar as dificuldades e encontrar forças para seguir em frente.

Agradeço aos meus amigos da graduação, que se tornaram minha segunda família. Ana Carolina, Atilio, Caio, Lara, Larissa, Lídia, Marcela, Stella, Thayse e Thomas, fizeram parte de cada etapa dessa jornada, celebrando minhas conquistas e me confortando nos momentos de dificuldade. Sem eles, com certeza não teria chegado onde cheguei e levarei para sempre no meu coração.

Meus agradecimentos a equipe Nisus Aerodesign, que me proporcionou a oportunidade de aplicar meus conhecimentos teóricos na prática e de desenvolver um profundo amor pela aeronáutica. A bateria NotaCem, por sua vez, que me ensinou valores sociais, a importância do trabalho em equipe, e me proporcionou o contato com a música, gerando descontração nos muitos momentos de estresse da graduação.

Agradeço à Embraer pela oportunidade de estágio em áreas onde pude aplicar o conhecimento adquirido e desenvolver habilidades interpessoais. A empresa também me deu acesso a inúmeras pessoas que são referências no mundo aeronáutico, onde pude me inspirar e aprender ainda mais. Aos times, onde passei e faço parte atualmente, que são profissionais de uma humanidade indescritível, toda a minha gratidão.

Agradeço aos docentes e servidores da universidade, que dedicam suas vidas à educação e transformam a sociedade. Também à PRAE, por proporcionar a oportunidade de estudar em uma instituição pública, em um curso de graduação de ponta. Graças à bolsa estudantil e ao auxílio-moradia, pude me dedicar integralmente aos estudos e realizar um sonho que transformou não apenas a minha vida, mas também a da minha família.

Agradeço ao meu orientador, Juan Pablo de Lima Salazar, por sua paciência e orientação precisa e constante, que me guiou durante todo o processo de pesquisa e me auxiliou a superar os desafios encontrados.

E por fim, agradeço a Marcela Marques da Cruz Pellegrini, engenheira de desenvolvimento de produtos da Embraer, que no momento mais crucial, me ofereceu o suporte necessário para a conclusão deste trabalho.

Que este trabalho seja apenas o início de uma longa jornada repleta de realizações.

Agradeço a todos que iluminaram meu caminho até aqui.

"N3o h3a nada a temer na vida, apenas tratar de compreender."  
Marie Curie

## RESUMO

Este trabalho apresenta a validação de modelos de turbulência RANS implementados no OpenFOAM para o aerofólio NACA 4412, com base em dados experimentais obtidos em túnel de vento e em simulações de referência do software CFL3D. O problema estudado envolve a necessidade de avaliar a acurácia de modelos numéricos em escoamentos turbulentos ao redor de aerofólios operando em altos ângulos de ataque, em condições de separação do escoamento na região do extradorso, próximo ao bordo de fuga. A justificativa baseia-se na importância de ferramentas confiáveis e acessíveis para a análise aerodinâmica, que permitam a redução de custos experimentais. Os objetivos abrangem a caracterização de variáveis, como coeficientes de pressão, sustentação, arrasto, energia cinética turbulenta e perfis de velocidade, além de comparar os resultados obtidos por diferentes modelos de turbulência, como k-epsilon, k-omega SST e Spalart-Allmaras. A metodologia utilizou uma malha computacional estruturada, condições iniciais e de contorno baseadas no experimento e configurações específicas para cada modelo. Os resultados indicaram que os modelos de turbulência do OpenFOAM conseguem reproduzir fenômenos aerodinâmicos com boa concordância em relação aos dados experimentais, destacando sua aplicabilidade como ferramenta para estudos na engenharia aeronáutica.

**Palavras-chave:** Modelos de turbulência. Validação numérica. Fluido dinâmica computacional. Tensões turbulentas.

## ABSTRACT

This study presents the validation of RANS turbulence models implemented in OpenFOAM for the NACA 4412 airfoil, based on experimental data obtained from wind tunnel tests and reference simulations using the CFL3D software. The investigated problem involves the need to assess the accuracy of numerical models in turbulent flows around airfoils operating at high angles of attack, under flow separation conditions in the suction side region near the trailing edge. The justification is based on the importance of reliable and accessible tools for aerodynamic analysis that allow for the reduction of experimental costs. The objectives include the characterization of variables such as pressure coefficients, lift, drag, turbulent kinetic energy, and velocity profiles, as well as the comparison of results obtained using different turbulence models, such as k-epsilon, k-omega SST, and Spalart-Allmaras. The methodology employed a structured computational mesh, initial and boundary conditions based on the experiment, and specific configurations for each model. The results indicated that OpenFOAM's turbulence models are capable of reproducing aerodynamic phenomena with good agreement relative to experimental data, highlighting its applicability as a tool for studies in aerospace engineering.

**Keywords:** Turbulence models. Numerical validation. Computational fluid dynamics. Turbulent stresses.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tipos de discretização de volumes finitos . . . . .	18
Figura 2 – Balanço de propriedade no volume finito . . . . .	19
Figura 3 – Tensões sobre um elemento de fluido na direção x . . . . .	21
Figura 4 – Decomposição de Reynolds para o escoamento turbulento. . . . .	22
Figura 6 – Comparação de $C_l$ x $\alpha$ para o aerofólio EPPLER423 . . . . .	39
Figura 7 – Veículo Formula SAE . . . . .	39
Figura 8 – Formato malha e condições de contorno . . . . .	41
Figura 9 – Malha estruturada . . . . .	42
Figura 10 – Malha estruturada em torno do aerofólio . . . . .	42
Figura 11 – Vista lateral do experimento com a anemometria à fio quente . . . . .	43
Figura 12 – Posições x/c para aquisição de dados ao longo das linhas de corrente	47
Figura 13 – Comparações para o modelo k-epsilon . . . . .	49
Figura 14 – Comparações para o modelo RNG k-epsilon . . . . .	51
Figura 15 – Comparações para o modelo k-epsilon- $\mu$ -f . . . . .	53
Figura 16 – Comparações com o modelo k-omega SST . . . . .	54
Figura 17 – Comparações para modelo k-omega SSTLM . . . . .	56
Figura 18 – Comparações para modelo Spallart-Allmaras . . . . .	58

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Configuração dos esquemas de discretização . . . . .	45
---	----

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores iniciais para as variáveis turbulentas . . . . .	43
Tabela 2 – Comparação $c_l$ e $c_d$ para diferentes modelos de turbulência no OpenFOAM . . . . .	59

## LISTA DE SÍMBOLOS

$k$	Energia cinética turbulenta [ $\text{m}^2/\text{s}^2$ ]
$\epsilon$	Taxa de dissipação de energia turbulenta [ $\text{m}^2/\text{s}^3$ ]
$\omega$	Frequência específica da turbulência [1/s]
$\nu$	Viscosidade cinemática [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]
$\rho$	Densidade do fluido [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]
$\mu$	Viscosidade molecular [ $\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}$ ]
$\mu_t$	Viscosidade turbulenta [ $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ]
$S_M$	Termo fonte
$\mathbf{u}$	Vetor de velocidade com componentes $x$ , $y$ e $z$ .
$u$	Componente da velocidade na direção $x$
$v$	Componente da velocidade na direção $y$
$w$	Componente da velocidade na direção $z$
$u'$	Componente flutuante da velocidade na direção $x$
$v'$	Componente flutuante da velocidade na direção $y$
$w'$	Componente flutuante da velocidade na direção $z$
$p'$	Componente flutuante da pressão
$U$	Valor médio da velocidade na direção $x$
$V$	Valor médio da velocidade na direção $y$
$W$	Valor médio da velocidade na direção $z$
$P$	Valor médio da pressão
$\tau_{ij}$	Tensões turbulentas
$\varphi$	Propriedade do fluido
$\Phi$	Valor médio da propriedade do fluido

$S_{ij}$	Tensor da taxa de deformação média de Reynolds
$C_\mu$	Constante empírica do modelo k-epsilon
$\sigma_k$	Número de Prandtl turbulento para $k$
$\sigma_\epsilon$	Número de Prandtl turbulento para $\epsilon$
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker
$T_i$	Intensidade turbulenta [%]
$U_{ref}$	Velocidade do escoamento livre [m/s]
$L$	Comprimento característico turbulento [m]
$c_l$	Coefficiente de sustentação
$c_d$	Coefficiente de arrasto
$c_p$	Coefficiente de pressão

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>15</b>
1.1	Objetivo	16
<b>1.1.1</b>	<b>Objetivo Geral</b>	<b>16</b>
<b>1.1.2</b>	<b>Objetivos Específicos</b>	<b>16</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>18</b>
2.1	Método dos volumes finitos	18
2.2	Equações de Navier-Stokes	20
2.3	Equações Médias de Reynolds	22
2.4	Modelos de turbulência	24
<b>2.4.1</b>	<b>Hipótese de Boussinesq</b>	<b>25</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Modelo k-epsilon</b>	<b>25</b>
2.4.2.1	Modelo RNG k-epsilon	27
2.4.2.2	Modelo k-epsilon- $\phi$ -f	29
<b>2.4.3</b>	<b>Modelo k-omega Shear Stress Transport</b>	<b>31</b>
2.4.3.1	Modelo Langtry-Menter k-omega Shear Stress Transport	33
<b>2.4.4</b>	<b>Modelo Spalart-Allmaras</b>	<b>35</b>
<b>3</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>37</b>
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>40</b>
4.1	Malha computacional	40
4.2	Condições de contorno e iniciais	41
4.3	Métodos computacionais	43
<b>4.3.1</b>	<b>Esquemas de discretização</b>	<b>43</b>
<b>4.3.2</b>	<b>Solução de sistemas lineares</b>	<b>44</b>
4.3.2.1	Solver	44
4.3.2.2	SIMPLE Algorithm	46
4.3.2.3	Fatores de relaxamento	46
4.4	Pós-processamento	46
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>48</b>
5.1	Perfis de velocidade, pressão e tensões turbulentas	48
<b>5.1.1</b>	<b>Modelo k-epsilon</b>	<b>48</b>
5.1.1.1	Modelo RNG k-epsilon	50
5.1.1.2	Modelo k-epsilon- $\phi$ -f	51
<b>5.1.2</b>	<b>Modelo k-omega Shear Stress Transport</b>	<b>53</b>

5.1.2.1	Modelo Langtry-Menter k-omega Shear Stress Transport . . . . .	55
<b>5.1.3</b>	<b>Modelo Spallart-Allmaras . . . . .</b>	<b>56</b>
5.2	Coeficientes de sustentação e arrasto . . . . .	57
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>60</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>62</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Atualmente, a dinâmica dos fluidos computacional (CFD) tem se consolidado como uma ferramenta essencial nos ambientes acadêmicos e industriais. Essa tecnologia desempenha um papel fundamental na análise e otimização de escoamentos e fenômenos fluidodinâmicos, impactando áreas como engenharia aeronáutica, automotiva e de energia (MALISKA, 1995).

A principal vantagem do CFD está na possibilidade de realizar a caracterização de escoamentos de maneira numérica, reduzindo a dependência de ensaios com protótipos físicos, que são caros e demandam tempo significativo para planejamento e execução (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Na sua essência, o CFD opera a partir de condições de contorno precisas e de um domínio adequadamente discretizado, composto por elementos que formam uma malha computacional (MALISKA, 1995). Nessa malha, métodos numéricos resolvem as equações governantes que descrevem o fenômeno em estudo, permitindo uma caracterização detalhada de escoamentos, sejam eles externos ou internos, nos objetos de interesse.

Nesse contexto, os modelos baseados nas Equações de Navier-Stokes Médias de Reynolds (RANS) são os mais empregados na engenharia, devido à sua eficiência e flexibilidade para simular uma ampla gama de escoamentos incompressíveis (JUNGBECKER; VEIT, 2012).

Segundo Jungbecker e Veit (2012), as equações RANS não detalham as estruturas turbulentas em relação ao tempo e espaço, mas modelam os parâmetros relevantes com base na abordagem de energia cinética turbulenta. Isto torna o método vantajoso por oferecer um custo computacional relativamente baixo e resultados satisfatórios na maioria dos casos.

Entre os softwares de CFD disponíveis, o OpenFOAM se destaca por ser gratuito e de código aberto, possibilitando a democratização do estudo da dinâmica de fluidos computacional. O software oferece uma variedade de algoritmos, abrangendo diferentes condições de escoamento, e é amplamente utilizado em aplicações acadêmicas e industriais (OPENFOAM, 2022).

Segundo Stern et al. (1999), para garantir que as simulações representem corretamente os fenômenos físicos, é imprescindível avaliar a qualidade da malha, a adequação dos modelos numéricos e a consistência das equações empregadas.

O objetivo principal deste trabalho é validar os principais modelos de turbulência RANS, para o caso de um escoamento externo com o número de Reynolds de  $1,5 \times 10^6$  e Mach de 0,09 sobre um aerofólio, implementados no OpenFOAM. Para isso, será

realizada uma comparação entre os dados simulados em 2D no OpenFOAM para o aerofólio NACA4412, com os resultados obtidos pelo software CFL3D no estudo da NASA (RUMSEY, 2021), que utilizou modelos similares, e os dados experimentais de ensaio em túnel de vento (COLES; WADCOCK, 1978).

O ensaio foi conduzido com o aerofólio em um ângulo de ataque elevado, com separação do bordo de fuga na superfície superior do aerofólio, uma configuração ideal para a validação de modelos numéricos de turbulência (RUMSEY, 2021). A avaliação será baseada na comparação das curvas de distribuição de coeficientes de pressão, perfis de velocidade e energia cinética turbulenta, coeficiente de sustentação e arrasto, entre os dados obtidos via CFD e ensaio experimental.

Os modelos RANS implementados no OpenFOAM são classificados em três categorias: lineares de viscosidade turbulenta, não lineares de viscosidade turbulenta e de transporte de tensor de Reynolds (OPENFOAM, 2022). Este trabalho concentra-se nos modelos da primeira categoria, pois os modelos não lineares de viscosidade turbulenta incluem termos adicionais ou formas não lineares para descrever as tensões de Reynolds, e os modelos de transporte de tensor de Reynolds resolvem os tensores diretamente por equações de transporte, não sendo o foco deste trabalho, pois a hipótese de Boussinesq é empregada para essa finalidade.

## 1.1 OBJETIVO

Para realizar a validação dos modelos de turbulência RANS para escoamentos incompressíveis implementados no software OpenFOAM, propõe-se neste trabalho os seguintes objetivos.

### 1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral é comparar e validar os modelos numéricos de turbulência RANS implementados no OpenFOAM, por meio da simulação do aerofólio NACA 4412, para um número de Reynolds de  $1,5 \times 10^6$  e Mach de 0,09, utilizando como referência os dados gerados pelo software CFL3D, empregados pela NASA nas mesmas condições (RUMSEY, 2021), e os resultados experimentais obtidos através de ensaios em túnel de vento (COLES; WADCOCK, 1978).

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são:

- definir as condições de contorno iniciais necessárias para cada modelo de turbulência, visando a comparação dos resultados obtidos por CFD e dados experimentais;

- caracterizar os seguintes parâmetros obtidos nas simulações para os modelos de turbulência k-epsilon, k-epsilon RNG, k-epsilon- $\phi$ -f, k-omega SST, k-omega SSTLM e Spallart-Allmaras: perfis de velocidade e energia cinética turbulenta, distribuição de pressão, coeficientes de sustentação e arrasto;
- avaliar e comparar os resultados obtidos pelo OpenFOAM com os dados gerados pelo software CFL3D e os dados experimentais.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

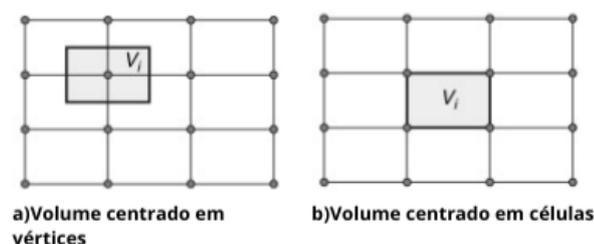
As seções deste capítulo apresentam a fundamentação teórica necessária para a comparação dos modelos de turbulência implementados no OpenFOAM com os resultados do software CFL3D e de ensaios experimentais em túnel de vento. Primeiramente, serão abordados o método dos volumes finitos, as equações de Navier-Stokes e as equações RANS, que formam a base matemática e numérica das simulações. Em seguida, uma revisão da literatura sobre estudos similares feitos com o OpenFOAM. O tópico sobre modelos de turbulência descreve as formulações a serem validadas e sua implementação no OpenFOAM. E por fim, é apresentado um contexto sobre o software OpenFOAM, detalhando sua estrutura para a realização das análises.

### 2.1 MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

O método dos volumes finitos (MVF), é uma forma de discretização para solução numérica de problemas na engenharia, como transferência de calor e massa, e dinâmica de fluidos. No MVF, equações diferenciais parciais obtidas através de balanços de conservação das propriedades (massa, quantidade de movimento, energia) são solucionadas por meio da discretização das mesmas em equações algébricas lineares (MALISKA, 1995).

A discretização de um domínio arbitrário, parte da divisão do mesmo em volumes finitos de controle formando uma malha computacional. Segundo Aleksendric e Carlone (2015), esses volumes podem ser definidos com uma abordagem centrada nos vértices, onde o nó é o centro de um volume finito cujas fronteiras são determinadas pela conexão entre os centroides de cada elemento e os pontos médios de suas arestas. Em contraste, com a abordagem centrada nas células, os volumes de controle coincidem com os elementos. A representação dos tipos de volumes é apresentada na Figura 1.

Figura 1 – Tipos de discretização de volumes finitos

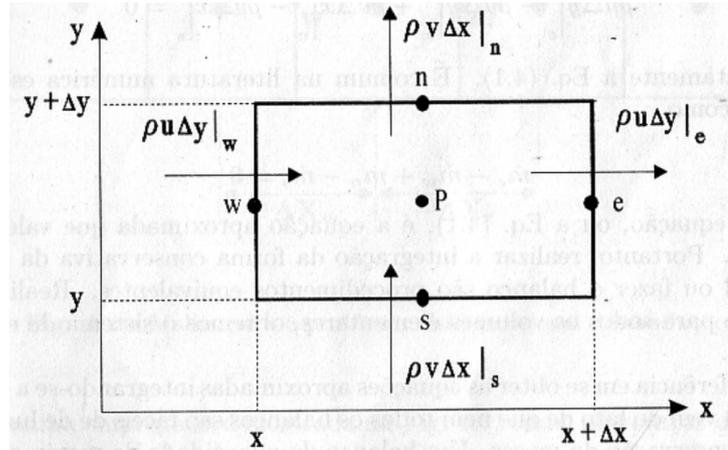


Fonte: Aleksendric e Carlone (2015).

Segundo Maliska (1995), a obtenção das equações aproximadas no MVF pode

ser realizada através do balanço da propriedade de interesse em um volume de controle ou por meio de integração conservativa (garante que os fluxos das grandezas físicas através das interfaces de um volume de controle sejam contabilizados corretamente) da equação diferencial, sendo os métodos equivalentes entre si. Na Figura 2, pode-se observar um exemplo para balanço de massa em um caso bidimensional, no regime permanente.

Figura 2 – Balanço de propriedade no volume finito



Fonte: Maliska (1995).

As letras n, s, e, w representam as faces do volume de controle, correspondendo aos pontos cardeais norte, sul, leste e oeste. Além disso, as letras u e v indicam os vetores de velocidade nas direções x e y, respectivamente. Fazendo o balanço da massa obtém-se a Equação 1,

$$\rho u \Delta y|_e - \rho u \Delta y|_w + \rho v \Delta x|_n - \rho v \Delta x|_s = 0. \quad (1)$$

Ao aplicar o limite e integrar a Equação 1 na sua forma diferencial, obtém-se novamente a Equação 1, justificando a equivalência dos métodos do balanço de propriedades e integração da equação diferencial. Reescrevendo a Equação 1 na forma numérica, tem-se a Expressão 2,

$$\dot{m}_e - \dot{m}_w + \dot{m}_n - \dot{m}_s = 0. \quad (2)$$

A Equação 2 é um exemplo de obtenção da expressão algébrica genérica em um volume de controle interno bidimensional para o fenômeno de fluxo de massa em regime permanente, onde  $\dot{m}$  se refere a vazão mássica. A dedução para os casos unidimensionais ou tridimensionais, em regime transiente ou não, é similar. E para completar a definição dessas equações, é crucial estabelecer as condições de contorno tanto nas regiões internas do domínio quanto em suas fronteiras (PATANKAR, 1980).

Após a discretização do domínio, dependendo da natureza do escoamento que está sendo estudado, o sistema de equações obtido pode ser linear ou não linear.

Quando linear, o sistema forma uma matriz com coeficientes constantes, que pode ser solucionado através de métodos diretos ou iterativos (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Os métodos diretos, que são exemplificados pela Regra de Cramer e a Eliminação Gaussiana, resolvem o sistema diretamente em um número finito de operações matemáticas, sem precisar iterar (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). O número de operações necessárias para resolver um sistema de  $N$  equações com  $N$  incógnitas usando um método direto é tipicamente da ordem de  $N^3$  e é exigido o armazenamento simultâneo de todos os coeficientes  $N^2$  do conjunto de equações na memória principal (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Por outro lado, os métodos iterativos se baseiam em algoritmos que aproximam progressivamente a solução e convergem, em geral, ao cumprimento de critérios previamente estabelecidos, como limites de tolerância (MALISKA, 1995). O número total de operações não pode ser determinado a priori, pois depende do número de iterações necessárias para a convergência, o que está relacionado ao método utilizado, às propriedades do sistema e à estrutura da matriz.

A principal vantagem dos métodos de solução iterativa é que apenas os coeficientes não nulos das equações precisam ser armazenados na memória principal. Os métodos de Jacobi e Gauss-Seidel são exemplos de métodos iterativos (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

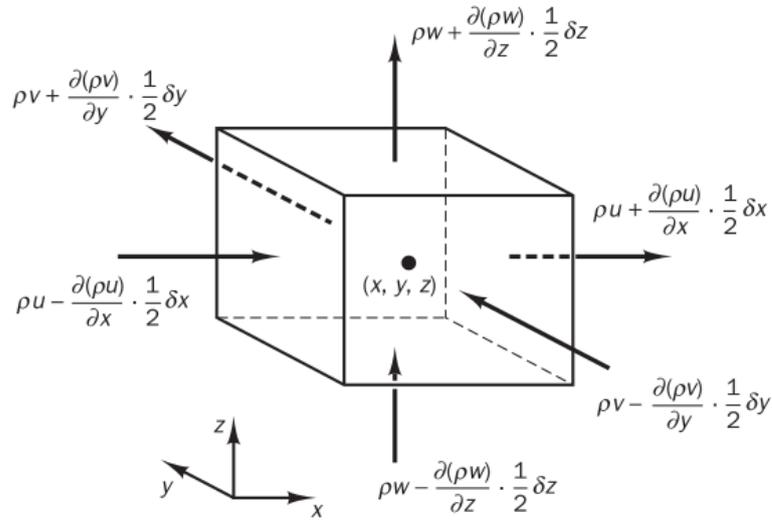
De acordo com Maliska (1995), em sistemas de equações não lineares, a matriz contém coeficientes dependentes que requerem atualização ao longo das iterações. Normalmente, empregam-se métodos iterativos para resolver esse tipo de sistema. Ao contrário de sistemas lineares, onde apenas uma iteração é necessária para atualizar a matriz de coeficientes, sistemas não lineares exigem um nível adicional de iteração. Quanto à convergência, esta tende a ser mais lenta (MALISKA, 1995).

## 2.2 EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES

As equações de Navier-Stokes são equações diferenciais parciais não-lineares que compõe um modelo para descrever o movimento de um fluido, permitindo calcular campos de velocidade e pressão. As aplicações dessas equações envolvem estudos do fluxo de diversas naturezas, como escoamentos em aerofólios, correntes oceânicas e dispersão de poluição atmosférica (SOUZA, 2013).

Para desenvolver essas equações, parte-se da aplicação da segunda Lei de Newton em um elemento de fluido newtoniano, onde considera-se as tensões atuando sobre o mesmo em termos de gradientes de velocidade e de propriedades dos fluídos (FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2010). Um exemplo de diagrama de forças aplicado a um elemento de fluido tridimensional para obtenção das equações de movimento em

Figura 3 – Tensões sobre um elemento de fluido na direção x



Fonte: Versteeg e Malalasekera (2007).

coordenadas retangulares, pode ser visualizado na Figura 3.

Ao aplicar as tensões nas equações diferenciais do movimento, obtém-se as equações de Navier Stokes apresentadas nas Equações 3, 4 e 5,

$$\begin{aligned} \rho \frac{Du}{Dt} &= \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + S_{Mx}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{Dv}{Dt} &= \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + S_{My}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{Dw}{Dt} &= \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \right] + S_{Mz}, \end{aligned} \quad (5)$$

Onde  $D/Dt$  é a derivada material, as variáveis  $u$ ,  $v$  e  $w$  são as componentes do escoamento para as direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ ,  $\rho$  é a densidade do fluido,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica e  $S_M$  se refere ao termo fonte.

Na prática, as equações de Navier-Stokes só podem ser resolvidas de forma analítica em cenários simplificados, nos quais os termos convectivos não lineares são desprezíveis. Contudo, na aplicação dessas equações a problemas mais complexos, por

meio de softwares de dinâmica dos fluidos, a principal dificuldade reside no tratamento desses termos convectivos não lineares, que introduzem características intrinsecamente não lineares ao sistema.

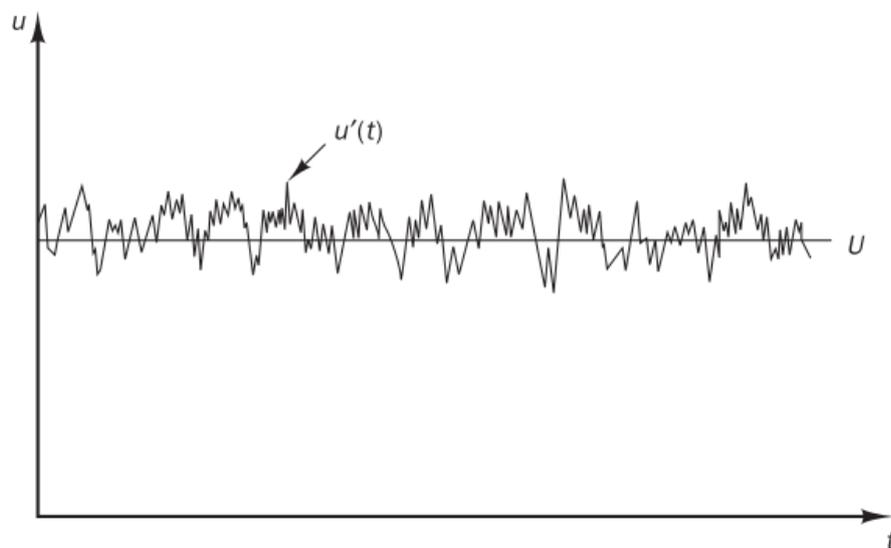
Para superar essa dificuldade, é comum utilizar a estratégia de linearizar as equações em torno de uma solução inicial estimada e, em seguida, iterar até que os critérios de convergência, como a redução do erro residual a uma tolerância predefinida, sejam atendidos. Essa abordagem é amplamente empregada em métodos implícitos, permitindo que os problemas não lineares sejam resolvidos iterativamente com maior estabilidade. (FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2010).

### 2.3 EQUAÇÕES MÉDIAS DE REYNOLDS

Os escoamentos turbulentos são caracterizados por movimentos irregulares e complexos, envolvendo a geração de vórtices de diferentes escalas espaciais e temporais. Resolver diretamente as equações de Navier-Stokes para escoamentos turbulentos (por exemplo, usando simulação numérica direta, DNS) é inviável na maioria das aplicações práticas devido aos altos custos computacionais associados. Nesse contexto, surgem os modelos baseados na Equações Médias de Reynolds (RANS - Reynolds Averaged Navier-Stokes), que são amplamente utilizados em simulações fluido-computacionais.

Nos modelos RANS, as variáveis das equações de Navier-Stokes são decompostas em uma componente média e outra flutuante, utilizando a chamada *decomposição de Reynolds*. Essa abordagem permite capturar o comportamento médio do escoamento turbulento, simplificando sua análise e solução.

Figura 4 – Decomposição de Reynolds para o escoamento turbulento.



Fonte: (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Por exemplo, ao considerar a componente de velocidade  $u(t)$ , a decomposição de Reynolds a separa em  $U$ , que representa o valor médio da velocidade, e  $u'(t)$ , que corresponde à componente flutuante (Figura 4). A superimposição dessas componentes resulta em:

$$u(t) = U + u'(t). \quad (6)$$

Ao aplicar essa decomposição nas equações de Navier-Stokes para um escoamento incompressível com viscosidade constante, as propriedades comutativas permitem a dedução das equações médias conhecidas como as Equações de Médias de Reynolds. Para um vetor de velocidade  $\mathbf{u}$ , com componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$ ,

$$\mathbf{u} = \mathbf{U} + \mathbf{u}', \quad u = U + u', \quad v = V + v', \quad w = W + w',$$

obtêm-se as Equações 7, 8 e 9 (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot (U\mathbf{U}) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \nabla \cdot (\nabla U) \\ &+ \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial(-\overline{\rho u'^2})}{\partial x} + \frac{\partial(-\overline{\rho u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(-\overline{\rho u'w'})}{\partial z} \right], \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + \nabla \cdot (V\mathbf{U}) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \nabla \cdot (\nabla V) \\ &+ \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial(-\overline{\rho u'v'})}{\partial x} + \frac{\partial(-\overline{\rho v'^2})}{\partial y} + \frac{\partial(-\overline{\rho v'w'})}{\partial z} \right], \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} + \nabla \cdot (W\mathbf{U}) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \nabla \cdot (\nabla W) \\ &+ \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial(-\overline{\rho u'w'})}{\partial x} + \frac{\partial(-\overline{\rho v'w'})}{\partial y} + \frac{\partial(-\overline{\rho w'^2})}{\partial z} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Neste processo, é feito o cálculo da média de ensemble, que introduz os novos termos chamados de *tensões de Reynolds*. Esses termos representam a média das velocidades flutuantes e estão associados à transferência de quantidade de movimento convectivo devido aos vórtices turbulentos (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Eles são classificados em tensores normais, apresentados nas Equações 10, e tensores cisalhantes, mostrados nas Equações 11,

$$\tau_{xx} = \overline{\rho u'^2}, \quad \tau_{yy} = \overline{\rho v'^2}, \quad \tau_{zz} = \overline{\rho w'^2}, \quad (10)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \overline{\rho u'v'}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = \overline{\rho u'w'}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = \overline{\rho v'w'}. \quad (11)$$

As tensões normais correspondem às variâncias das flutuações de velocidade nas direções x, y e z. Já as tensões cisalhantes representam o fluxo da quantidade de movimento associada à correlação entre diferentes componentes de velocidade. Ambos são diferentes de zero: os normais, devido ao quadrado das velocidades flutuantes, e os cisalhantes, por correlacionarem diferentes componentes de velocidade causadas pelas estruturas turbulentas (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Para complementar as Equações de Reynolds, são aplicadas as Equações da Continuidade (Equação 12) e de Transporte Médio no Tempo para o escalar  $\varphi$  (Equação 13), para fechar o conjunto de equações RANS. A aplicação da decomposição de Reynolds nessas equações resulta em expressões modificadas, que incluem novos termos na equação de transporte médio ( $\overline{u'\varphi'}$ ,  $\overline{v'\varphi'}$  e  $\overline{w'\varphi'}$ ) (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007),

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\Phi \mathbf{U}) = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\Gamma_{\Phi} \nabla \Phi) + \left[ -\frac{\partial \overline{u'\varphi'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{v'\varphi'}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{w'\varphi'}}{\partial z} \right]. \quad (13)$$

Por fim, para resolver escoamentos turbulentos utilizando as equações RANS, é essencial desenvolver modelos de turbulência que possam as tensões de Reynolds e os termos de transporte escalar, fechando o sistema e permitindo a solução das equações modificadas.

## 2.4 MODELOS DE TURBULÊNCIA

A turbulência provoca o surgimento de estruturas no escoamento, abrangendo uma ampla gama de escalas de comprimento e tempo que interagem de maneira dinâmica. Dado seu impacto significativo em aplicações de engenharia, um grande esforço de pesquisa tem sido dedicado ao desenvolvimento de métodos numéricos capazes de capturar os efeitos importantes da turbulência, implicando no surgimento de diferentes modelos (YAKHOT et al., 1992).

Na prática, o conhecimento da média das propriedades através das equações RANS, já é o suficiente para uma grande parte dos estudos de engenharia. No entanto, para resolver essas equações, é necessário prever os valores das tensões de Reynolds e dos termos de transporte escalar, o que é feito utilizando modelos de turbulência.

Para simulações fluidodinâmicas, esse modelos devem ser capazes de promover resultados precisos, com baixo custo computacional e ampla gama de aplicação. Neste capítulo, serão apresentados os modelos de turbulência baseados

nas equações RANS, com ênfase nos modelos implementados no OpenFOAM, que serão detalhados nos subcapítulos subsequentes.

### 2.4.1 Hipótese de Boussinesq

A hipótese de Boussinesq, também conhecida como hipótese da viscosidade das tensões turbulentas, assume que as tensões cisalhantes turbulentas dependem linearmente da taxa média de deformação, servindo de base para diversos modelos de turbulência, como o k-epsilon. Para um escoamento incompressível de Reynolds, essa hipótese é representada pela Equação 14 (BLAZEK, 2005),

$$\tau_{ij}^R = -\rho \overline{v'_i v'_j} = 2\mu_t \overline{S_{ij}} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij}. \quad (14)$$

No lado direito da equação, o tensor de Reynolds é calculado pelas respectivas variáveis:

- $\mu_t = \nu_t \rho$  refere-se a viscosidade turbulenta, onde  $\nu_t$  é a viscosidade cinemática turbulenta,
- $\overline{S_{ij}}$  é o tensor da taxa de deformação média de Reynolds,
- $k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$  é a energia cinética turbulenta e
- $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker, definido como  $\delta_{ij} = 1$ , para  $i = j$ , e  $\delta_{ij} = 0$  para  $i \neq j$ .

A hipótese de viscosidade turbulenta é fundamental em modelos de turbulência RANS, pois fornece uma aproximação simplificada para descrever o comportamento dos escoamentos turbulentos, conectando as propriedades médias do escoamento aos efeitos das flutuações turbulentas. Essa simplificação permite resolver problemas complexos com maior eficiência computacional (BLAZEK, 2005).

### 2.4.2 Modelo k-epsilon

O modelo k-epsilon é amplamente utilizado em simulações fluidodinâmicas e baseia-se na solução de duas equações diferenciais. As variáveis dessas equações são: a energia cinética turbulenta  $k$  e a taxa de dissipação de energia turbulenta  $\epsilon$ .

O modelo padrão, proposto por Launder e Spalding (1974), é descrito pelas Equações 15, 16 e 17 para  $\mu_t$ ,  $k$  e  $\epsilon$ , respectivamente,

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \mathbf{U}) = \nabla \cdot \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_k} \nabla k \right] + 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - \rho \epsilon, \quad (16)$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \epsilon \mathbf{U}) = \nabla \cdot \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \nabla \epsilon \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k}. \quad (17)$$

A Equação 15 define a viscosidade turbulenta, onde  $C_\mu$  é uma constante empírica. As Equações 16 e 17, indicam que a soma da taxa de variação temporal de  $k$  ou  $\varepsilon$ , com o transporte dessas variáveis por convecção, é igual à soma do transporte por difusão com a taxa de produção e subtração da taxa de destruição (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

As constantes  $C_\mu$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $C_{1\varepsilon}$  e  $C_{2\varepsilon}$ , podem ter seus valores ajustados conforme o caso. Porém, foram definidos valores padrões através de dados experimentais com escoamentos turbulentos, sendo eles  $C_\mu = 0,09$ ,  $\sigma_k = 1$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1,3$ ,  $C_{1\varepsilon} = 1,42$ ,  $C_{2\varepsilon} = 1,92$ .

Os termos de transporte turbulento nas equações para  $k$  e  $\varepsilon$  são modelados com base na hipótese de difusão por gradiente. Os números de Prandtl,  $\sigma_k$  e  $\sigma_\varepsilon$ , relacionam as difusividades de  $k$  e  $\varepsilon$  à viscosidade turbulenta  $\mu_t$ .

A modelagem da Equação 17 para  $\varepsilon$  assume que os termos de produção e destruição de  $\varepsilon$  são proporcionais aos de  $k$  (Equação 16). Essa relação garante que  $\varepsilon$  aumente rapidamente caso  $k$  cresça de forma acelerada, e também diminua  $\varepsilon$ , nos casos de queda de  $k$  para evitar valores não físicos, como energia cinética turbulenta negativa (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

As constantes  $C_{1\varepsilon}$  e  $C_{2\varepsilon}$  ajustam a proporcionalidade correta entre os termos nas equações de  $k$  e  $\varepsilon$ . Por fim, para obter as tensões de Reynolds é aplicada a hipótese de Boussinesq (Equação 14).

As condições iniciais e de contorno necessárias para este modelo, inclui a definição do comportamento e os valores iniciais para as variáveis turbulentas ( $k$  e  $\varepsilon$ ), e para os campos de velocidade e pressão, nas regiões de entrada e saída do domínio, fronteiras e paredes. As Equações 18 e 19 fornecem valores aproximados para definir as condições iniciais para  $k$  e  $\varepsilon$  (FOUNDATION, 2024b). Sendo  $U_{ref}$  a velocidade do escoamento livre,  $T_i$  a intensidade turbulenta,  $\mu_r$  a razão da viscosidade turbulenta e  $\mu$  viscosidade molecular, têm-se:

$$k = \frac{2}{3} (U_{ref} T_i)^2, \quad (18)$$

$$\varepsilon = \frac{C_\mu k^2}{\mu \mu_r}. \quad (19)$$

Segundo Versteeg e Malalasekera (2007), o uso de função parede é essencial para correlacionar a tensão de cisalhamento na superfície do objeto de estudo a regiões mais afastadas do escoamento. Para números de Reynolds altos com o  $y^+$  na faixa de  $30 < y^+ < 500$ , a função parede (Equações 20) faz essa correlação através da velocidade de fricção ( $u_\tau$ ), nas propriedades de velocidade média, energia cinética turbulenta e taxa de dissipação.

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+), \quad k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}}, \quad \varepsilon = \frac{u_\tau^3}{\kappa y}, \quad (20)$$

onde  $\kappa = 0,41$  é a constante de Von Karman's e  $E = 9,8$  é a rugosidade da parede, para paredes lisas.

Em escoamentos com baixo número de Reynolds, a função parede segue uma abordagem diferente, pois a lei logarítmica não é mais válida, sendo necessário o uso de funções paredes amortizadas  $f_u, f_1, f_2$ . A alteração das equações também inclui a contribuição viscosa molecular ( $\mu$ ) nos termos difusivos,

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (21)$$

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \mathbf{U}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - \rho \varepsilon, \quad (22)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \varepsilon \mathbf{U}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{1\varepsilon} f_1 \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - C_{2\varepsilon} f_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \quad (23)$$

De acordo com Versteeg e Malalasekera (2007), as principais vantagens do modelo k-epsilon padrão incluem:

- modelo de turbulência mais simples, para o qual apenas as condições iniciais e/ou de contorno precisam ser fornecidas;
- bom desempenho em regiões do escoamento afastados de paredes;
- modelo de turbulência amplamente conhecido.

E as principais desvantagens são:

- desempenho ruim em uma variedade de casos importantes: escoamentos não confinados, escoamentos com grandes cisalhamentos (como em camadas limites curvas e escoamentos com vórtices), escoamentos rotativos e escoamentos impulsionados pela anisotropia das tensões normais de Reynolds.

#### 2.4.2.1 Modelo RNG k-epsilon

O modelo turbulência do grupo de renormalização (RNG) k-epsilon, foi proposto por Yakhot et al. (1992) e tem como objetivo renormalizar as equações de Navier-Stokes para considerar os efeitos das menores escalas de movimento. Ele aborda de forma detalhada a turbulência em escoamentos cisalhantes, utilizando a técnica de expansão dupla baseada no RNG.

No modelo k-epsilon padrão, a viscosidade turbulenta é determinada a partir de uma única escala de comprimento de turbulência, então a difusão turbulenta calculada é aquela que ocorre apenas na escala especificada, enquanto na realidade todas as escalas de movimento contribuirão para a difusão turbulenta.

A abordagem RNG, que é uma técnica matemática que pode ser usada para deduzir um modelo de turbulência semelhante ao k-epsilon, resulta em uma forma modificada da equação para  $\epsilon$  que tenta contabilizar as diferentes escalas de movimento por meio de mudanças no termo de produção. São obtidas as Equações 24 e 25 para  $k$  e  $\epsilon$ , respectivamente (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995).

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \mathbf{U}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \rho \epsilon, \quad (24)$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \epsilon \mathbf{U}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right] + C_{1\epsilon}^* \frac{\epsilon}{k} P_k - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k}, \quad (25)$$

onde  $C_{1\epsilon}^*$  é dada na Equação 26:

$$C_{\epsilon 1}^* = C_{1\epsilon} - \frac{\eta(1 - \eta/\eta_0)}{1 + \beta\eta^3}, \quad \eta = \frac{k}{\epsilon} \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad \eta_0 = 4,377, \quad \beta = 0,012, \quad (26)$$

onde  $P_k = 2\mu_t S_{ij}S_{ij}$  é o termo de produção. Sendo  $\beta$  a única constante ajustável, o valor na Equação 26 é calculado a partir de dados de turbulência próximo à parede. Todas as outras constantes são explicitamente definidas no processo RNG.

De acordo com Yakhot et al. (1992), as principais vantagens são:

- o modelo utiliza uma base teórica sistemática e estruturada para derivar suas equações de transporte, enquanto muitos outros modelos (como o clássico k-epsilon) dependem de ajustes empíricos e argumentos heurísticos, que muitas vezes carecem de fundamentação matemática rigorosa;
- o RNG prevê com acurácia o crescimento exponencial de  $k$  em escoamentos com cisalhamento homogêneo;
- o modelo também incorpora os efeitos de tensões anisotrópicas, oferecendo previsões mais realistas do comportamento turbulento em comparação ao k-epsilon;
- em geometrias com descontinuidade geométrica, onde há região de recirculação, o modelo possui um bom desempenho em prever o ponto de recolamento do escoamento;
- as distribuições de intensidade turbulenta e tensões de cisalhamento também foram bem reproduzidas, indicando que o modelo RNG consegue capturar as interações complexas entre a separação e o recolamento do escoamento.

E as desvantagens são:

- o modelo atual não incorpora adequadamente os efeitos de rotação, limitando sua aplicação em escoamentos envolvendo curvatura ou sistemas rotativos;
- embora as constantes sejam derivadas teoricamente, a acurácia do modelo em certas aplicações ainda depende de calibração com base em dados experimentais, como a constante de von Kármán;

- o modelo foi testado e validado apenas para fluxos simples de cisalhamento. Casos mais complexos podem exigir extensões adicionais ou adaptações específicas.

#### 2.4.2.2 Modelo $k$ -epsilon- $\overline{v^2}$ - $f$

O modelo  $k$ -epsilon- $\overline{v^2}$ - $f$ , proposto por Laurence, Uribe e Utyuzhnikov (2005), é baseado no modelo  $\overline{v^2} - f$  desenvolvido por Lien e Durbin (1996). Este modelo parte das equações RANS e inclui quatro equações: uma para o fator de relaxamento elíptico ( $f$ ) e três equações de transporte, sendo uma para energia cinética turbulenta ( $k$ ), outra para dissipação ( $\varepsilon$ ), e uma terceira para o parâmetro ( $\overline{v}$ ), que representa a componente normal à parede do tensor de Reynolds.

No caso do modelo original  $\overline{v^2} - f$ , o sistema de equações para as componentes dos tensores de Reynolds é substituído por uma equação de transporte para  $\overline{v^2}$  e uma equação elíptica para a função escalar ( $f$ ), que está relacionada à distribuição de energia turbulenta na equação de  $\overline{v}$ . Em regiões de escoamento livre, o escoamento é considerado isotrópico, e o modelo  $k - \varepsilon$  é aplicado (LIEN; DURBIN, 1996), resultando nas seguintes equações,

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \mathbf{U}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \rho \varepsilon, \quad (27)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \varepsilon \mathbf{U}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{C_{1\varepsilon} P_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}}{T}, \quad (28)$$

$$\frac{\partial(\rho \overline{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \overline{v} \mathbf{U}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \overline{v} \right] + k f - v^2 \frac{\varepsilon}{k}. \quad (29)$$

Na Equação 29, o termo pressão-deformação associado ( $k f$ ) é definido como  $k f = \phi_{22} - \varepsilon_{22} + \frac{\overline{v^2}}{k} \varepsilon$ , onde  $\phi_{22}$  e  $\varepsilon_{22}$  representam as componentes normais dos tensores de pressão-deformação e dissipação na parede, respectivamente. Em escoamentos de cisalhamento paralelo, ( $k f$ ) redistribui a energia cinética turbulenta da componente do escoamento livre para a componente normal à parede. A Equação 30 apresenta a função auxiliar de relaxação elíptica, que é resolvida para  $f$ ,

$$L^2 \nabla^2 f - f = \frac{1}{T} (C_1 - 1) \left( \frac{\overline{v^2}}{k} - \frac{2}{3} \right) - C_2 \frac{P_k}{k}. \quad (30)$$

As escalas de tempo ( $T$ ) e comprimento ( $L$ ) turbulento são definidas nas Equações 31,

$$T = \max \left( \frac{k}{\varepsilon}, 6 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \right), \quad L = C_L \max \left( \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}, C_\eta \frac{\mu^{3/4}}{\varepsilon^{1/4}} \right). \quad (31)$$

As constantes do modelo possuem os valores apresentados na Equação 32,

$$\begin{aligned}
 C_\mu &= 0,19, \quad \sigma_k = 1, \quad \sigma_\varepsilon = 1,3, \\
 C_{\varepsilon 1} &= 1,4 \left( 1 + 0,045 \sqrt{\frac{k}{\bar{v}^2}} \right), \quad C_{\varepsilon 2} = 1,9, \\
 C_1 &= 1,4, \quad C_2 = 0,3, \quad C_L = 0,3, \quad C_\eta = 70.
 \end{aligned} \tag{32}$$

Embora o modelo  $\bar{v}^2 - f$  seja mais preciso que o k-epsilon, ele enfrenta desafios numéricos relacionados às condições de contorno singulares, que surgem devido à forma como as variáveis turbulentas se comportam quando  $y \rightarrow 0$  ( $y$  é a distância normal à parede). Para superar esse problema, Laurence, Uribe e Utyuzhnikov (2005) introduziram  $\phi = \bar{v}^2/k$  no lugar de  $\bar{v}^2 - f$ .

Essa reformulação reduz a ordem da singularidade das variáveis turbulentas que possuem uma dependência de  $y^4$  próximo à parede para  $y^2$ , tornando-as homogêneas (zero na parede). Essa alteração é essencial, pois uma menor ordem de singularidade reduz a 'rigidez' das condições de contorno e diminui a sensibilidade dessas aos erros de truncamento, facilitando a solução numérica e aumentando a robustez do modelo (LAURENCE; URIBE; UTYUZHNIKOV, 2005).

A partir das Equações 29 e 30, aplicando o conceito da nova variável, obtêm-se as Equações 33, 34 e 35,

$$\frac{D\varphi}{Dt} = \tilde{f} - P_k \frac{\varphi}{k} + \frac{2\mu_t}{k\sigma_k} \nabla \varphi \cdot \nabla k + \nabla \cdot \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \nabla \varphi \right), \tag{33}$$

$$L^2 \nabla^2 \tilde{f} - \tilde{f} = \frac{1}{T} (C_1 - 1) \left( \varphi - \frac{2}{3} \right) - C_2 \frac{P_k}{k} - 2 \frac{\mu_t}{k} \nabla \varphi \cdot \nabla k - \mu \nabla^2 \varphi, \tag{34}$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1,4 \left( 1 + 0,05 \sqrt{\frac{1}{\varphi}} \right). \tag{35}$$

Os valores das constantes do modelo, segundo Laurence, Uribe e Utyuzhnikov (2005), foram calibradas para corresponder às estatísticas de escoamentos em canais planos com paredes lisas, onde os mesmos são:

$$\begin{aligned}
 C_\mu &= 0,22, \quad \sigma_k = 1, \quad \sigma_\varepsilon = 1,3, \\
 C_{\varepsilon 2} &= 1,9, \quad C_\eta = 110, \\
 C_1 &= 1,4, \quad C_2 = 0,3, \quad C_L = 0,25.
 \end{aligned} \tag{36}$$

As principais vantagens com relação a este modelo são (LAURENCE; URIBE; UTYUZHNIKOV, 2005):

- eficaz para corpos rombudos, impactos de jatos e separação de fluxo, pois considera o comportamento anisotrópico da turbulência próximo à parede e longe dela, permitindo previsões mais precisas das características do escoamento, como separação e reanexação;
- oferece melhores previsões para casos de transferência de calor pois modela a redistribuição de energia turbulenta de forma mais precisa, especialmente perto de superfícies onde há grandes variações térmica;
- melhores previsões em comparação ao modelo k-epsilon;
- é mais estável numericamente em comparação ao modelo  $v^2$ -f, permitindo maior robustez sem comprometer a solução.

E as desvantagens:

- o modelo negligencia certos termos associados a  $\nabla^2(\phi_t \varepsilon / k^2)$  na equação de  $f$ , considerados pequenos na subcamada viscosa, o que pode levar a imprecisões fora dela, embora menos significativas do que em outras versões simplificadas;
- a versão ainda depende de ajustes empíricos das constantes do modelo para diferentes casos, como geometrias específicas ou regimes turbulentos, o que reduz a aplicabilidade universal do modelo exigindo calibração cuidadosa para diferentes problemas;
- pode apresentar ligeira redução na precisão de fenômenos muito dependentes da redistribuição de energia turbulenta fora da camada próxima à parede;
- o modelo requer um refino acurado nas regiões de  $y^+$  entre 1 e 2, para capturar corretamente a física turbulenta.

### 2.4.3 Modelo k-omega Shear Stress Transport

O k-omega é um modelo de turbulência baseado em duas equações diferenciais de transporte, uma para a energia cinética turbulenta ( $k$ ) e outra para a dissipação específica de energia cinética turbulenta ( $\omega$ ), que é definida como  $\omega = \varepsilon/k$ .

Este modelo não requer funções parede para modelar o comportamento na camada limite, porém o  $\omega$  é muito sensível aos valores especificados nas fronteiras, e fora da camada limite ele pode superestimar a dissipação de turbulência, resultando em soluções imprecisas.

O modelo k-omega SST foi criado para superar as limitações dos modelos de turbulência tradicionais, como k-epsilon e k-omega, especialmente em cenários que possuem altos gradientes de pressão adversos e separação do escoamento turbulento.

Segundo Menter, Kuntz e Langtry (2003), o mesmo combina as vantagens do k-omega, para descrever escoamentos próximos à parede, e k-epsilon, para descrever o escoamento em regiões mais afastadas, através de funções de mistura (ou "blending functions") para alternar entre os dois modelos.

A principal complexidade adicional na formulação do modelo em comparação

com os modelos padrões reside na necessidade de calcular a distância da parede, que é necessária nas funções de mistura. A formulação do modelo é apresentada nas Equações 37, 38 e 39 (MENTER, 1992),

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} k) = \tilde{P}_k - \beta^* \rho \omega k + \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right], \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \omega) &= \frac{\gamma}{\mu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \nabla \omega \right] \\ &+ (1 - F_1) 2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega \end{aligned} \quad (38)$$

$$P_k = \tau_{ij} \frac{\partial U}{\partial x}, \quad \tilde{P}_k = \min(P_k; c_1 \varepsilon), \quad \mu_t = \rho \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; S \cdot F_2)}. \quad (39)$$

A variável  $F_1$  na Equação 38 é a função de mistura,

$$F_1 = \tanh \left\{ \left[ \min \left( \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500 \mu}{y^2 \omega} \right), \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right) \right]^4 \right\}. \quad (40)$$

$F_1$  é igual a zero longe da parede (k-epsilon) e muda  $F_1$  para um dentro da camada limite (k-omega) (MENTER, 1992). Na Equação 40,  $y$  se refere a distância mais próxima da parede e  $CD_{k\omega}$  é dado por,

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega, 10^{-10} \right). \quad (41)$$

Na viscosidade turbulenta (Equação 39), surge um termo  $S$  que é a medida invariante da taxa de deformação e  $F_2$  que é uma segunda função de mistura, definida pela Equação 42 (MENTER, 1992),

$$F_2 = \tanh \left\{ \left[ \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500 \mu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right\} \quad (42)$$

A variável  $\tilde{P}_k$  (Equação 39) serve como limitador de produção de turbulência, e é usada no modelo SST para evitar o acúmulo de turbulência em regiões de estagnação.

Por fim, todas as constantes do SST são calculadas por uma combinação entre as constantes dos modelos k-omega e k-epsilon, via expressão  $x = x_1 F_1 + x_2 (1 - F_1)$ , onde  $x$  representa a constante interpolada, e  $x_1$  e  $x_2$  se referem as constantes interna e externa, os valores correspondentes das mesmas são apresentados na Equação 43 (MENTER, 1992),

$$\begin{aligned} \beta^* &= 0,09, \quad \gamma_1 = 0,55, \quad \beta_1 = 0,0750, \quad \sigma_{k1} = 0,85, \quad \sigma_{\omega 1} = 0,5, \\ \gamma_2 &= 0,44, \quad \beta_2 = 0,0828, \quad \sigma_{k2} = 1, \quad \sigma_{\omega 2} = 0,856, \quad a_1 = 0,31. \end{aligned} \quad (43)$$

O valor de condição inicial para  $k$  é definido pela mesma Equação 18 para  $k$  no modelo k-epsilon. E para  $\omega$  a seguinte Equação 44,

$$\omega = \frac{\varepsilon}{k\beta^*}. \quad (44)$$

Segundo Menter (1992), as principais vantagens do modelo são:

- o modelo SST foi projetado para prever com precisão separações de escoamento em condições de gradientes adversos de pressão;
- inclui um tratamento de parede avançado, que permite maior flexibilidade no espaçamento da malha próxima à parede. Isso reduz a dependência da qualidade da malha e melhora a precisão para fluxos industriais complexos;
- validado em geometrias desafiadoras, como perfis de asas e turbinas, mostrando excelente concordância com dados experimentais.

E as desvantagens são:

- a equação para  $\omega$  apresenta sensibilidade aos valores de entrada no escoamento livre (freestream), o que pode levar a resultados inconsistentes em algumas simulações;
- em alguns casos, o modelo pode superestimar o tamanho das regiões de separação do fluxo, particularmente em configurações com recuperação lenta de fluxo após a separação.

#### 2.4.3.1 Modelo Langtry-Menter k-omega Shear Stress Transport

O modelo de transição Langtry-Menter SST, proposto por Langtry e Menter (2009), é uma solução avançada para a previsão de transições laminar-turbulenta em simulações de CFD. Este modelo combina a robustez do modelo k-omega SST com equações adicionais que capturam os efeitos complexos associados ao processo de transição.

O mesmo também inclui extensões específicas para transições induzidas por separação, incorporando ajustes nas constantes empíricas para prever a transição em condições de gradiente de pressão adverso. Sua formulação é independente do sistema de coordenadas, sendo adequado para escoamentos tridimensionais.

Duas equações adicionais são incluídas junto ao modelo padrão k-omega-SST. A primeira refere-se à intermitência ( $\gamma$ ), apresentada na Equação 45. Este parâmetro controla a transição ao ativar a produção de energia cinética turbulenta ( $k$ ) nas regiões apropriadas. Na equação,  $P_\gamma$  representa a fonte de transição, enquanto  $E_\gamma$  a fonte de destruição ou relaminarização (LANGTRY; MENTER, 2009),

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{U}\gamma) = P_\gamma - E_\gamma + \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \nabla \gamma \right]. \quad (45)$$

A segunda equação adicional refere-se à equação de transporte para o número de Reynolds da espessura da quantidade de movimento de transição ( $\tilde{Re}_{\theta t}$ ), que captura efeitos não locais, como intensidade turbulenta no escoamento livre. A mesma é apresentada na Equação 46, em que  $P_{\theta t}$  (Equação 47) é o termo fonte que força o escalar  $\tilde{Re}_{\theta t}$  transportado a se ajustar ao valor local de  $Re_{\theta t}$ .

A escala de tempo ( $T$ ) é dada na Equação 48, e a função mistura ( $F_{\theta t}$ ) é usada para desativar o termo fonte na camada limite e permitir que o escalar ( $\tilde{Re}_{\theta t}$ ) se difunda na corrente livre. O valor inicial de  $Re_{\theta t}$  é determinado pela correlação empírica apresentada na Equação 49,

$$\frac{\partial(\rho\tilde{Re}_{\theta t})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{U}\tilde{Re}_{\theta t}) = P_{\theta t} + \nabla \cdot [\sigma_{\theta t}(\mu + \mu_t) \nabla \tilde{Re}_{\theta t}], \quad (46)$$

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{T} (Re_{\theta t} - \tilde{Re}_{\theta t}) (1, 0 - F_{\theta t}), \quad (47)$$

$$T = \frac{500\mu}{\rho U^2}, \quad (48)$$

$$Re_{\theta t} = \begin{cases} (1173, 51 - 589, 428 Tu + \frac{0,2196}{Tu^2}) F(\lambda_{\theta}), & Tu \leq 1, 3, \\ 331, 50 (Tu - 0, 5658)^{-0,671} F(\lambda_{\theta}), & Tu > 1, 3. \end{cases} \quad (49)$$

A calibração do modelo é baseada em correlações experimentais e pode ser ajustada para atender a condições específicas, como superfícies rugosas ou instabilidades de escoamento cruzado.

De acordo com Langtry e Menter (2009), as principais vantagens do modelo são:

- o mesmo não requer operações não locais, como integrações ao longo de linhas ou cálculos de espessura de camada limite, que são comuns em outros modelos de transição,
- pode ser utilizado em geometrias tridimensionais complexas sem a necessidade de adaptações específicas para a topologia da malha;
- inclui correlações empíricas para capturar transição natural, transição por bypass, e transição induzida por separação, permitindo lidar com uma ampla gama de condições de escoamento;
- o modelo se acopla diretamente ao modelo de turbulência k-omega SST ativando a produção de energia cinética turbulenta após o ponto de transição;
- validação com experimentos demonstrou que o modelo prevê com acurácia os efeitos da intensidade turbulenta e gradientes de pressão na localização e comprimento da transição.

E as desvantagens são:

- o modelo atual não inclui correlações para instabilidade de fluxo cruzado, limitando sua aplicação em certos tipos de escoamento tridimensional;
- a acurácia do modelo depende fortemente de parâmetros como intensidade turbulenta de entrada e condições de gradiente de pressão, que podem variar significativamente entre os casos;
- o modelo foi desenvolvido principalmente para escoamentos subsônicos e de baixas velocidades supersônicas. Fenômenos de transição em regimes hipersônicos não são tratados diretamente;
- apesar de ser baseado em transporte local, o modelo ainda depende de correlações empíricas que precisam ser ajustadas para condições específicas de fluxo ou experimentos,
- em geometrias complexas, como turbomáquinas ou perfis aerodinâmicos com curvatura acentuada, o modelo pode não capturar adequadamente o início da separação ou o tamanho da bolha de transição.

#### 2.4.4 Modelo Spalart-Allmaras

O modelo de turbulência Spalart-Allmaras foi desenvolvido como uma solução simplificada e eficiente para modelar escoamentos turbulentos em simulações de CFD (SPALART; ALLMARAS, 1992). Este modelo de uma equação é particularmente adequado para aplicações aerodinâmicas, incluindo superfícies externas de aeronaves, turbinas eólicas e veículos terrestres. Sua simplicidade matemática reduz os custos computacionais, tornando-o ideal para malhas estruturadas e execuções em ambientes de computação com recursos limitados.

O modelo baseia-se em uma única equação de transporte, apresentada na Equação 50, que descreve a evolução da variável turbulenta modificada  $\tilde{\nu}$ . Essa variável representa uma aproximação para a viscosidade cinemática turbulenta, sendo essencial para capturar os efeitos do escoamento turbulento:

$$\frac{D}{Dt}(\rho\tilde{\nu}) = \nabla \cdot (\rho D_\nu \nabla \tilde{\nu}) + \frac{C_{b2}}{\sigma_\nu} \rho |\nabla \vec{V}|^2 + C_{b1} \rho \tilde{\nu} (1 - f_{t2}) - \left( C_{w1} f_w - \frac{C_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right) \frac{\rho \tilde{\nu}^2}{d^2} + S_\nu, \quad (50)$$

Onde  $S_\nu$  é o termo fonte, que é utilizado para incorporar contribuições adicionais ao transporte da viscosidade turbulenta modificada. Os coeficientes  $C$  são constantes empíricas que foram calibradas durante o desenvolvimento do modelo para refletir adequadamente a física dos escoamentos turbulentos. Os termos  $f$  são funções de amortecimento, usadas para modular diferentes contribuições ao modelo de acordo com a situação física local (SPALART; ALLMARAS, 1992).

A viscosidade cinemática turbulenta  $\tilde{\nu}$  é dada pela Equação 51,

$$\tilde{\nu} = \frac{\mu_t}{\rho f_{\nu 1}}, \quad f_{\nu 1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{\nu 1}^3}, \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}. \quad (51)$$

As expressões que descrevem a função  $f_w$ , são apresentadas na Equação 52. Onde  $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$  é a magnitude da vorticidade,  $d$  a distância mais próxima da parede,  $g$  e  $r$  são variáveis intermediárias,

$$f_w = g \left( \frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right)^{1/6}, \quad g = r + c_{w2}(r^6 - r), \quad r \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 d^2}, \quad (52)$$

$$\tilde{S} = S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{\nu 2}, \quad f_{\nu 2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{\nu 1}},$$

Segundo Spalart e Allmaras (1992), as principais vantagens do modelo são:

- bom desempenho em escoamentos com gradientes moderados de pressão e em condições de escoamento em velocidades subsônicas e transônicas;
- menos sensível ao refinamento da malha em comparação a modelos mais complexos, sendo útil em análises preliminares de engenharia;
- é um modelo de turbulência de uma única equação de transporte, o que reduz a complexidade computacional em relação a modelos mais avançados;
- foi projetado especificamente para aplicações aeronáuticas, apresentando bom desempenho em escoamentos com camadas-limite adjacentes a superfícies sólidas.

E as desvantagens são:

- dificuldades em prever com precisão escoamentos que envolvem separações severas, como bolhas de separação ou regiões de recirculação;
- embora funcione bem em escoamentos adjacentes a superfícies sólidas, não é ideal para escoamentos altamente tridimensionais ou isotrópicos, como jatos livres ou escoamentos turbulentos fora da camada-limite;
- em condições de gradientes de pressão elevados ou em escoamentos de alta curvatura, o modelo pode subestimar os efeitos turbulentos;
- em escoamentos com intensidades turbulentas muito altas, o modelo pode apresentar previsões imprecisas;
- depende de constantes calibradas empiricamente, limitando sua aplicabilidade a condições de escoamento para as quais foi calibrado.

### 3 REVISÃO DA LITERATURA

O OpenFOAM é um software de dinâmica dos fluidos computacional, gratuito, de código aberto, utilizado como uma ferramenta numérica para desenvolvimento de pesquisa e projetos em engenharia. Ele é propriedade da OpenFOAM Foundation e está disponível sob a Licença Pública Geral (GPL), permitindo que os usuários modifiquem e redistribuam o software, garantindo acesso contínuo e gratuito (OPENFOAM, 2022).

O software oferece uma gama de recursos para simular diversos cenários de escoamentos, além de fornecer ferramentas para geração de malhas com base em geometrias de diferentes complexidades, processamento e visualização de dados. Sua estrutura geral é dividida em bibliotecas em C++ que são utilizadas para criar ferramentas executáveis para o pré-processamento, solucionadores e pós-processamento (OPENFOAM, 2022).

O OpenFOAM é amplamente utilizado para simulações de escoamentos em torno de objetos aerodinâmicos, com estudos que validam seus resultados por meio de comparações com dados experimentais e outros softwares comerciais. Sua versatilidade e código aberto tornam-no uma ferramenta atraente para análises aerodinâmicas.

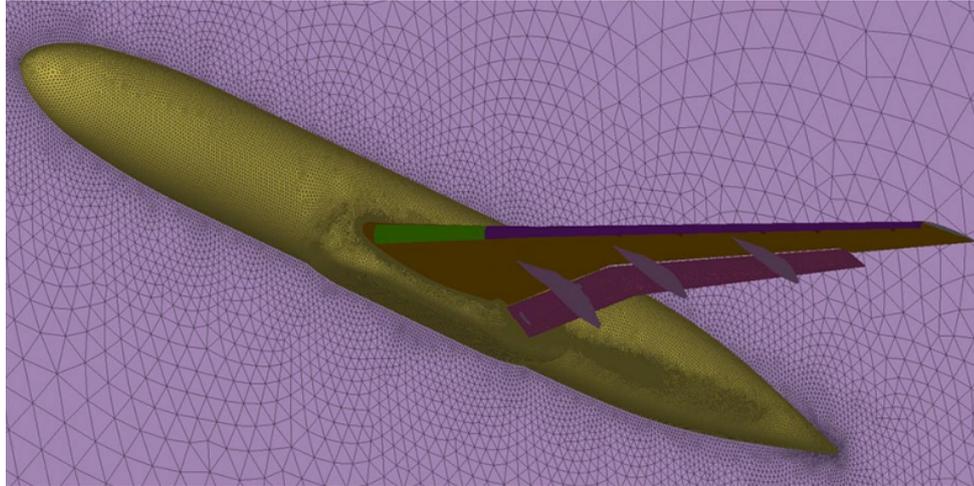
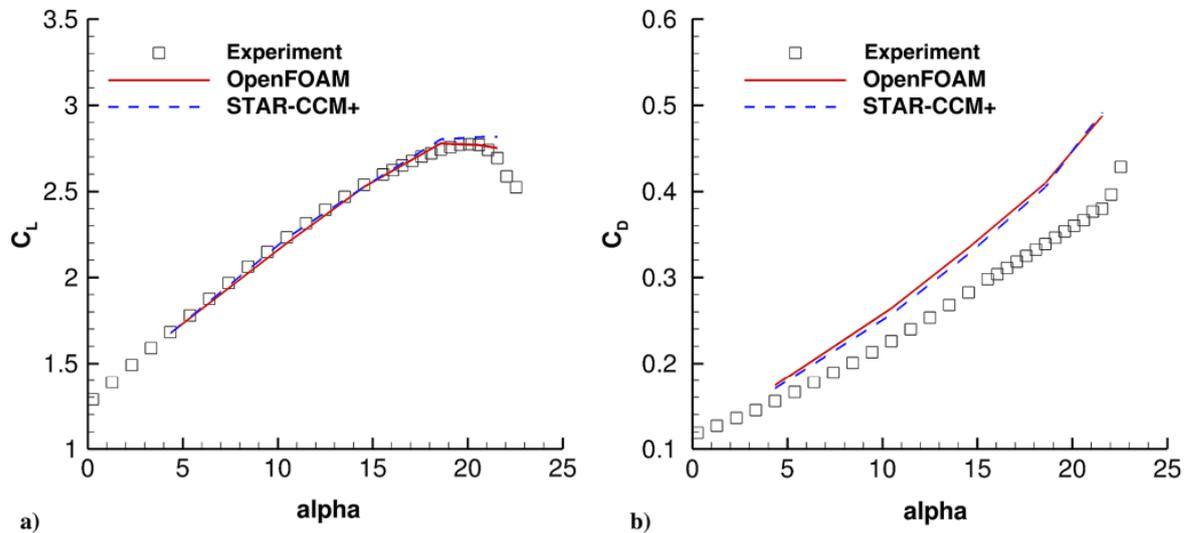
A documentação oficial do OpenFOAM apresenta o caso de validação para o escoamento turbulento sobre o aerofólio NACA0012, onde as previsões numéricas são comparadas a conjuntos de dados de ensaio em túnel para o modelo de turbulência Spalart-Allmaras, e mostrou uma boa concordância (FOUNDATION, 2024c).

Uma investigação detalhada por Ashton e Skaperdas (2019) sobre o desempenho do OpenFOAM em simulações de escoamentos em aeronaves de alta sustentação (Figura 5a), utilizando o modelo Spalart-Allmaras. Os resultados demonstram uma boa concordância com o software comercial STAR-CCM+ e com os dados experimentais (Figura 5b), reforçando a confiabilidade do OpenFOAM em capturar fenômenos associados a altas condições de sustentação (ASHTON; SKAPERDAS, 2019).

Além disso, o estudo apresentado por Robertson et al. (2015) avalia a acurácia dos métodos numéricos e modelos de turbulência do OpenFOAM em escoamentos incompressíveis ao redor de corpos rombudos. Simulações realizadas em torno de cilindros e do modelo de Ahmed mostram boa correlação com dados experimentais, destacando a importância da configuração dos modelos de turbulência para a precisão dos resultados.

Já no contexto acadêmico brasileiro, em competições estudantis universitárias,

(a) Japan Aerospace Exploration Agency's Standard Model High-Lift Aircraft

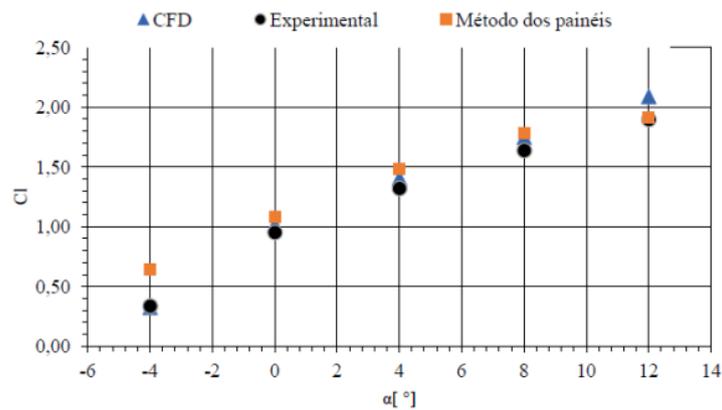
(b) Comparação de  $C_L$  e  $C_D$  x  $\alpha$  do modelo

Fonte: Ashton e Skaperdas (2019).

Calixtrato, Nascimento e Mariano (2023) realizaram simulações de escoamentos turbulentos nos aerofólios NACA 4415 e EPPLER423 para aplicação em competições de aerodesign, validando o desempenho do OpenFOAM na previsão de coeficientes aerodinâmicos e características do escoamento. O estudo enfatiza a comparação com dados experimentais e outros softwares, ressaltando a importância de uma malha bem configurada para a qualidade dos resultados.

Também em competições como o Fórmula SAE, os autores Nunes, Freire e Ansoni (2022) utilizaram o software OpenFOAM para analisar os efeitos aerodinâmicos no design externo de um veículo tipo Fórmula SAE (Figura 7), com ênfase em otimizar os coeficientes de arrasto e sustentação para melhorar a eficiência e estabilidade do veículo. O modelo de turbulência utilizado foi o k-omega SST, onde a partir dos resultados, foi sugerido modificar o design da frente do veículo, reduzindo custos e

Figura 6 – Comparação de  $C_l$  x  $\alpha$  para o aerofólio EPPLER423



Fonte: Calixtrato, Nascimento e Mariano (2023).

mantendo a integridade estrutural.

Figura 7 – Veículo Formula SAE



Fonte: Nunes, Freire e Ansoni (2022).

A partir de comparações entre diferentes modelos de turbulência para análises de escoamento em torno de aerofólios, o estudo de Fernandes, Rocha e Carneiro (2010) analisou o comportamento dos coeficientes de sustentação e arrasto sobre o perfil aerodinâmico NACA 2410 para diferentes ângulos de ataque. Os modelos foram k-epsilon, k-omega SST e Spalart-Allmaras do OpenFOAM, onde seus resultados foram comparados com dados experimentais. Segundo os autores, foi percebido para os três modelos uma superestimação do arrasto aerodinâmico sobre o perfil e para a sustentação valores mais coerentes com o experimental.

Com base nos estudos apresentados, é evidente que o OpenFOAM se destaca como uma ferramenta versátil para simulações de escoamentos em torno de aerofólios e corpos aerodinâmicos. No entanto, desafios permanecem, especialmente na captura de fenômenos de transição e pós-estol. Esses pontos destacam a importância de estudos contínuos que não apenas validem a ferramenta, mas também contribuam para aprimorar sua robustez e estabilidade, ampliando seu alcance em aplicações complexas na engenharia aeronáutica.

## 4 METODOLOGIA

Neste capítulo, apresenta-se a metodologia utilizada para a validação dos modelos de turbulência no OpenFOAM. A estrutura do capítulo está dividida em três etapas principais: inicialmente é apresentada a malha computacional gerada no estudo da NASA, a qual será utilizada como base para testar os modelos de turbulência. Em seguida, descrevem-se as configurações de simulação, abrangendo condições iniciais e de contorno, os solucionadores (*solvers*), esquemas de discretização e métodos de solução de sistemas lineares configurados no OpenFOAM. Por fim, são detalhadas as etapas de pós-processamento das simulações, incluindo os métodos de análise e tratamento dos resultados obtidos.

### 4.1 MALHA COMPUTACIONAL

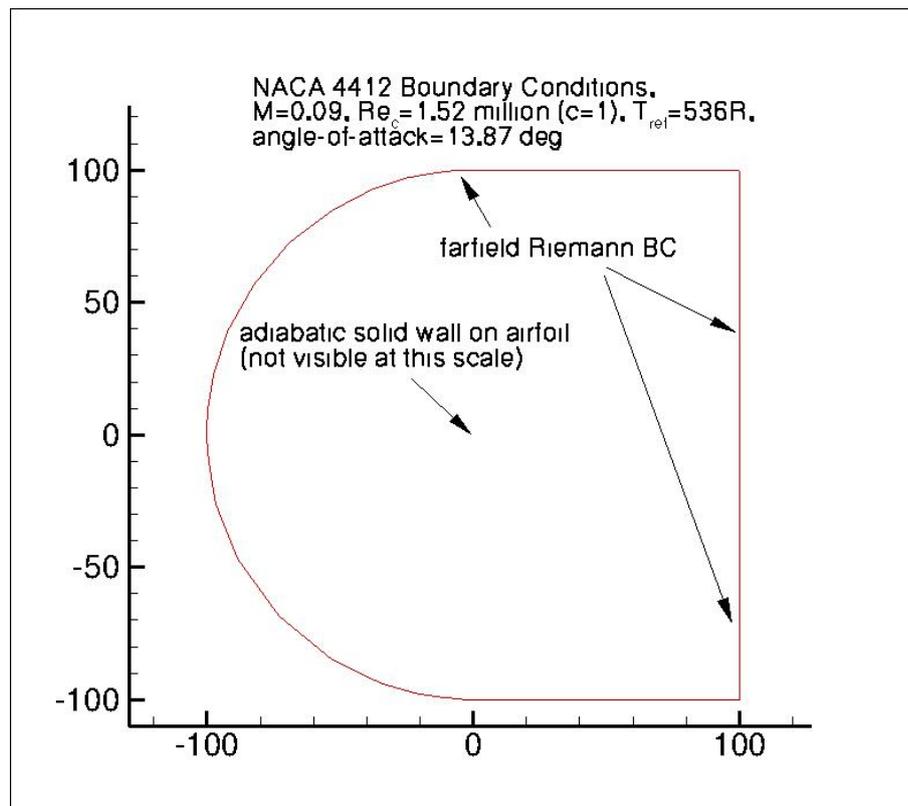
Este estudo utiliza como referência um trabalho da NASA que validou os modelos de turbulência implementados no software CFL3D com base em dados experimentais (RUMSEY, 2021), disponibilizando a malha utilizada nesse processo.

O objetivo principal deste trabalho é validar os modelos de turbulência do OpenFOAM para um número de Reynolds de  $1,52 \times 10^6$ , aplicado a um escoamento em torno de um aerofólio em alto ângulo de ataque. Para isso, os dados do OpenFOAM são comparados com os dados experimentais, e aos resultados obtidos pelo CFL3D para modelos de turbulência equivalentes. A fim de garantir uma comparação consistente com o CFL3D, foi adotada a mesma malha do estudo da NASA (RUMSEY, 2021), com 897x257 pontos, sendo 513 na superfície do aerofólio.

A malha, embora tridimensional, tem espessura de uma única célula na direção  $z$ , o que permite tratá-la como bidimensional para fins de análise no OpenFOAM. Ela possui uma topologia conhecida como "malha em C", apresentada na Figura 8, que se estende da superfície do aerofólio até o escoamento livre, cobrindo uma distância de  $100c$ . Trata-se de uma malha estruturada com 229.376 elementos, a qual, para o número de Reynolds estudado, resulta em um valor de  $y^+$  em torno de 0,5 (Figuras 9 e 10).

De acordo com Rumsey (2021), o autor do estudo da Nasa, não foram realizados estudos completos de sensibilidade de malha para casos de validação como este. Contudo, houve esforço para garantir uma qualidade de malha razoável, apesar da possibilidade de pequenos erros de discretização.

Figura 8 – Formato malha e condições de contorno



Fonte: Rumsey (2021).

#### 4.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO E INICIAIS

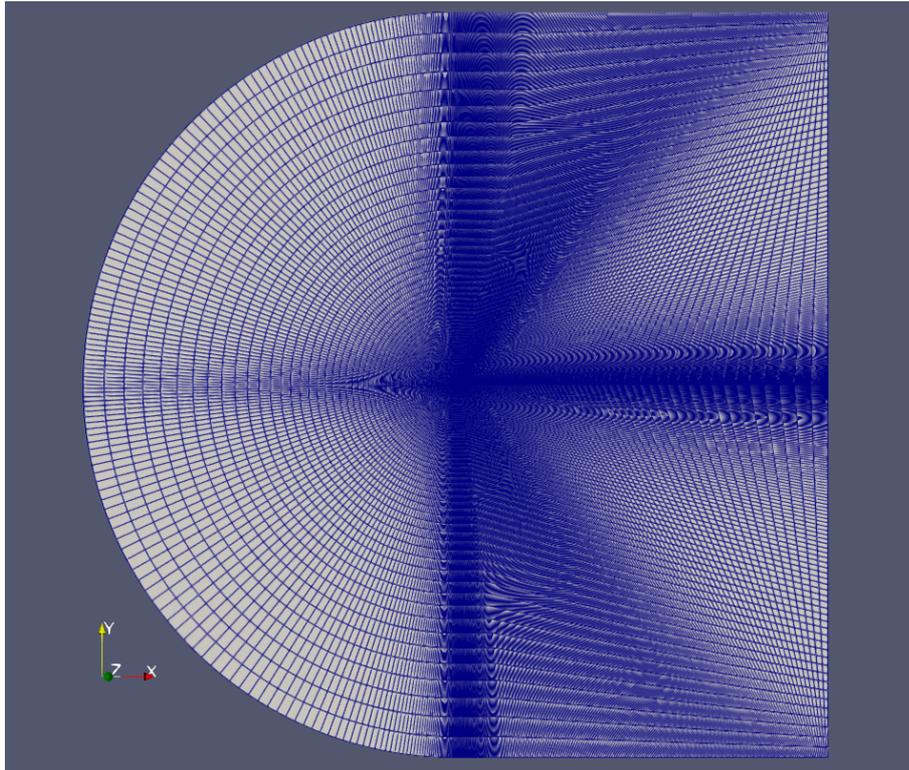
As condições do escoamento foram estabelecidas conforme o experimento original (COLES; WADCOCK, 1978). O mesmo consiste de obter dados na região de separação do escoamento e na esteira do aerofólio, através de anemometria à fio quente, para o desenvolvimento de modelos de turbulência Figura 11.

No experimento, foi utilizada uma velocidade de 27,13 m/s, viscosidade cinemática ( $\nu$ ) de  $1,605 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s, densidade de 1,14 kg/m<sup>3</sup>, intensidade turbulenta ( $T_u$ ) de 0.082% e um número de Reynolds de  $1,52 \times 10^6$ . O aerofólio foi posicionado em um ângulo de ataque de 13,87 graus.

As extremidades da malha representam a região de escoamento livre. No OpenFOAM, a condição de contorno para velocidade e pressão nessa região é definida como "freestream", alternando entre valor fixo para o escoamento livre e gradiente zero, dependendo do sentido do escoamento (OPENFOAM, 2022).

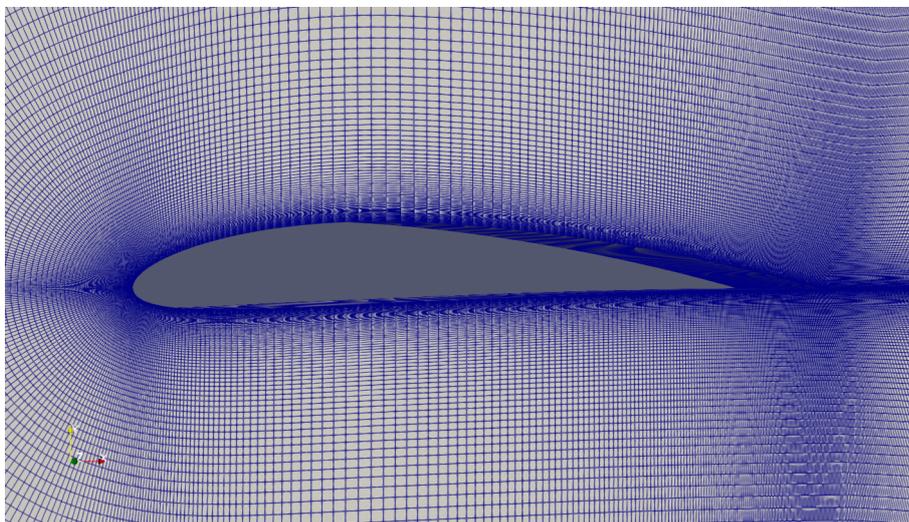
Na superfície do aerofólio, aplicou-se a condição de não escorregamento para a velocidade, fixando-a como zero, refletindo a interação viscosa com a parede. Para as variáveis turbulentas  $k$ ,  $\epsilon$ ,  $\omega$  e  $\mu_t$ , foram utilizadas as respectivas funções paredes  $kqRWallFunction$ ,  $\epsilonpsilonWallFunction$ ,  $\omega\omega WallFunction$  e  $nutUSpaldingWallFunction$ . Já para a pressão, foi utilizada uma condição de gradiente

Figura 9 – Malha estruturada



Fonte: Autora (2024).

Figura 10 – Malha estruturada em torno do aerofólio

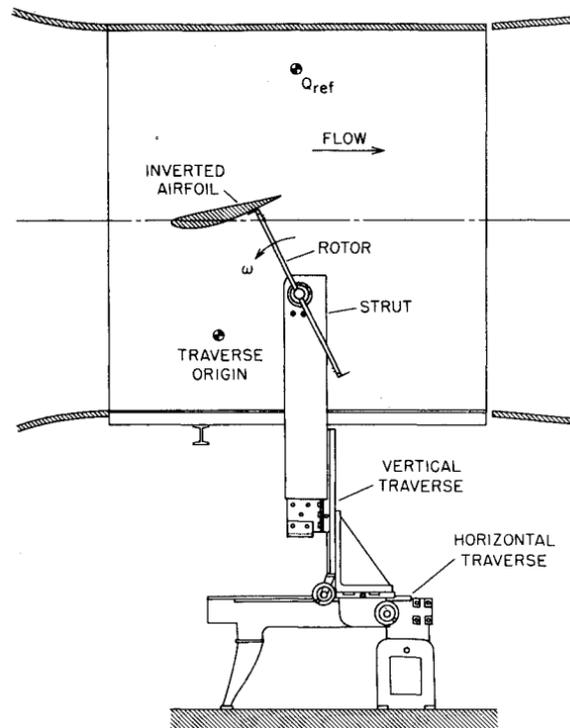


Fonte: Autora (2024).

zero, garantindo continuidade entre o campo interno e as extremidades do domínio (OPENFOAM, 2022).

Para as condições iniciais das variáveis turbulentas, foram feitas estimativas a partir de correlações empíricas que foram detalhadas na fundamentação teórica deste trabalho e a partir de sugestões dos autores, sendo elas compiladas e referenciadas na Tabela 1.

Figura 11 – Vista lateral do experimento com a anemometria à fio quente



Fonte: COLES e WADCOCK (1978).

Tabela 1 – Valores iniciais para as variáveis turbulentas

Variável turbulenta	Valor
$k$ (Eq. 18)	0,00082 m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
$\varepsilon$ (Eq. 19)	0,0037 m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>
$\omega$ (Eq. 44)	50,9 1/s
$Re_{\theta t}$ (Eq.49)	602,9 m <sup>2</sup> /s
$\gamma_{int}$ (LANGTRY; MENTER, 2009)	1
$\tilde{\nu}$ (COLES; WADCOCK, 1978)	$6,42 \times 10^{-5}$ m <sup>2</sup> /s
$\phi_t$ (FOUNDATION, 2024a)	0,66
$f$ (FOUNDATION, 2024a)	1

Fonte: Autora (2024).

### 4.3 MÉTODOS COMPUTACIONAIS

Esta seção apresenta as ferramentas utilizadas no OpenFOAM para a execução das simulações, com ênfase nos solucionadores escolhidos, nos esquemas de discretização e nos métodos aplicados à solução dos sistemas lineares.

#### 4.3.1 Esquemas de discretização

No OpenFOAM, o arquivo *fvSchemes* localizado na pasta *system* define os esquemas numéricos utilizados para discretizar os termos nas equações diferenciais

governantes. A escolha adequada dos esquemas depende do tipo de simulação (e.g., escoamento laminar, turbulento, compressível) e da qualidade da malha. Configurações bem ajustadas neste arquivo são cruciais para obter resultados confiáveis e fisicamente consistentes.

No Quadro 1, são apresentados os subdicionários que precisam ser configurados no arquivo *fvSchemes*, suas respectivas definições e o esquema aplicado. As configurações apresentadas foram mantidas constantes para todos os modelos de turbulência analisados.

Esses esquemas foram escolhidos com base nas características do problema e da malha utilizada, buscando minimizar os erros numéricos e garantir uma representação precisa dos fenômenos físicos.

Para mais informações sobre os esquemas de discretização no OpenFOAM, recomenda-se consultar (OPENFOAM, 2024).

### 4.3.2 Solução de sistemas lineares

No OpenFOAM, os solucionadores numéricos, tolerâncias, métodos de acoplamento e fatores de relaxamento são configurados por meio do dicionário *fvSolution*, localizado no diretório *system*.

Esse dicionário contém subdicionários específicos para cada solucionador em execução. Entretanto, há um conjunto padrão de subdicionários que abrange a maioria das configurações utilizadas nos solucionadores convencionais. Entre eles estão: *solvers*, *relaxationFactors*, e *SIMPLE* ou *PIMPLE*.

#### 4.3.2.1 Solver

Na maioria das simulações, o solver escolhido para o campo de pressão foi o GAMG (Geometric-Algebraic Multi-Grid). O GAMG é um solucionador que combina a criação de malhas grosseiras baseada em geometria ou coeficientes algébricos para resolver sistemas lineares grandes de forma eficiente (BEHRENS, 2009).

Esse método suaviza erros de alta frequência na malha mais refinada e corrige erros de baixa frequência nas malhas grosseiras, alternando entre os níveis por meio de processos de interpolação e restrição, utilizando métodos de suavização para melhorar a solução (BEHRENS, 2009). O GAMG é especialmente eficaz para problemas dominados por termos laplacianos, como equações de pressão, onde erros acumulados podem ser corrigidos em escalas específicas (DIRECT, 2024).

Os principais parâmetros configurados para o solucionador de pressão foram:

- tolerância absoluta igual a  $1e-06$ , define a tolerância absoluta para a convergência;

Quadro 1 – Configuração dos esquemas de discretização

Blocos do fvSchemes	Definição	Esquema aplicado
Esquemas de Derivada Temporal (ddtSchemes)	Define como as derivadas temporais são tratadas, principalmente para simulações transientes.	steadyState: Indica que a simulação é estacionária, eliminando o termo de derivada temporal.
Esquemas de Gradiente (gradSchemes)	Especifica como os gradientes são calculados, como os fluxos de velocidade ou pressão.	Gauss linear: Utiliza a fórmula da integral de Gauss para calcular gradientes e aplica interpolação linear.
Esquemas de divergência (divSchemes)	Controla os termos de divergência das equações, como termos de transporte convectivo.	Gauss linearUpwind para velocidade; Gauss limitedLinear para as variáveis turbulentas ; Gauss linear para as forças viscosas;
Esquemas de Laplaciano (laplacianSchemes)	Define os operadores laplacianos, importantes para difusão e viscosidade.	Gauss linear uncorrected: Usa a fórmula da integral de Gauss, aplica interpolação linear e ignora correções baseadas na não-ortogonalidade da malha.
Esquemas de interpolação (interpolationSchemes)	Determina como os valores das variáveis são interpolados entre os centros das células.	linear: Utiliza interpolação linear entre as células vizinhas.
Esquemas de Gradiente Normal a Superfície (snGradSchemes)	Trata os gradientes normais às superfícies das células.	uncorrected: Ignora correções relacionadas à não-ortogonalidade da malha.
Cálculo de distância até a parede (wallDist)	Controla o método para calcular a distância de cada célula até as paredes.	meshWave: Algoritmo que propaga informações pela malha para calcular a distância.

Fonte: Autora (2024).

- tolerância relativa igual a 0,01, critério de parada caso o resíduo atual cair para 1% do resíduo inicial;
- algoritmo auxiliar (smoother) GaussSeidel, utilizado em cada nível no procedimento GAMG para reduzir os erros de alta frequência;
- nCellsInCoarsestLevel igual a 1024, estabelece o número mínimo de células na malha mais grosseira, evitando subdivisões excessivas.

Para o campo de velocidade, utilizou-se o solucionador smoothSolver, que é

iterativo e ajusta as variáveis por meio da suavização dos resíduos a cada iteração até alcançar a convergência. Esse solucionador também empregou o algoritmo auxiliar (smoother) Gauss-Seidel, com as mesmas tolerâncias configuradas para o campo de pressão. As variáveis turbulentas seguiram as mesmas configurações aplicadas ao campo de velocidade.

#### 4.3.2.2 SIMPLE Algorithm

O algoritmo SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) é utilizado para resolver problemas estacionários. Ele opera por meio de processos iterativos, resolvendo as equações de velocidade e pressão de forma acoplada. O algoritmo faz uma única correção na solução inicial e, opcionalmente, pode incluir uma correção adicional para levar em conta a não ortogonalidade da malha (OPENFOAM, 2022). Ele foi escolhido pois as simulações deste trabalho são em regime permanente.

#### 4.3.2.3 Fatores de relaxamento

Os fatores de relaxamento são usados para estabilizar a solução, limitando a variação de uma variável entre iterações. Isso pode ser feito modificando a matriz do sistema ou ajustando diretamente o campo da variável (OPENFOAM, 2022).

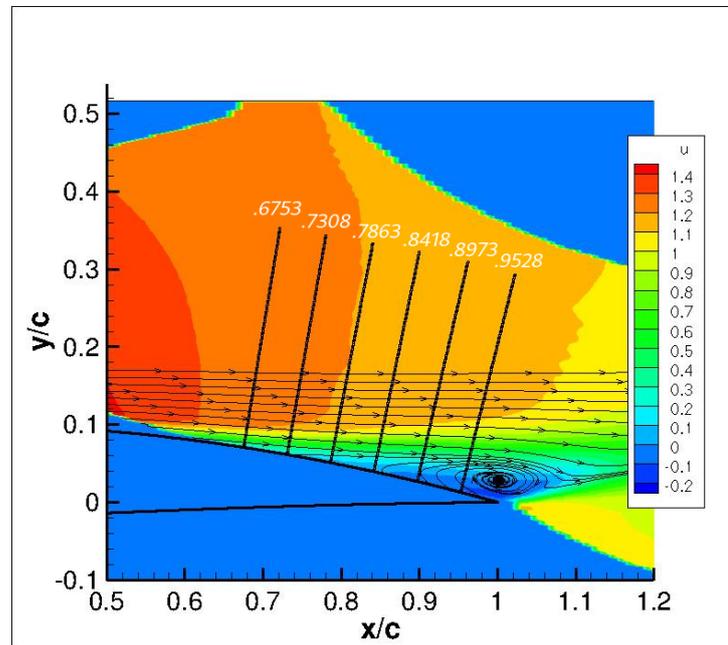
Na presente simulação, foram definidos fatores de relaxamento mais conservadores para o campo de pressão (em torno de 0,3), devido ao comportamento mais instável observado, enquanto fatores mais brandos foram aplicados às equações de velocidade e turbulência (0,6 - 0,7), promovendo uma estabilização mais rápida. A convergência foi considerada a partir da estabilização dos resíduos das variáveis abaixo de  $1 \times 10^{-5}$ .

## 4.4 PÓS-PROCESSAMENTO

O pós-processamento foi realizado para interpretar e validar os resultados das simulações. As análises foram conduzidas utilizando o software *ParaView*, amplamente utilizado para visualização e manipulação de dados provenientes de simulações numéricas. O processo incluiu as seguintes etapas:

1. Visualização dos campos de solução: O *ParaView* foi utilizado para visualizar os campos de velocidade, pressão e energia cinética turbulenta, permitindo identificar padrões de fluxo, regiões de alta turbulência e comportamento do escoamento em torno do aerofólio.
2. Extração de dados para análise: Perfis de velocidade e energia cinética turbulenta foram extraídos utilizando a biblioteca *libsampling* em seções do aerofólio ao longo das linhas de corrente, mas especificamente nas seguintes posições  $x/c$ : 0,6753, 0,7308, 0,7863, 0,8418, 0,8973 e 0,9528, que são apresentados na Figura

12.

Figura 12 – Posições  $x/c$  para aquisição de dados ao longo das linhas de corrente

Fonte: (RUMSEY, 2021)

3. Normalização das variáveis: os valores de  $c_p$ , componentes de velocidade e tensões turbulentas foram normalizadas em relação a uma velocidade não tradicional no experimento, em um local apenas cerca de 1 corda abaixo e atrás do aerofólio, sendo diferente do valor do escoamento livre. Como resultado, as componentes de velocidade devem ser divididas por 0,93 para serem comparáveis à normalização experimental. Da mesma forma as tensões turbulentas precisam ser divididas por aproximadamente  $0,93^2$  (RUMSEY, 2021).
4. Cálculo dos parâmetros aerodinâmicos:
  - distribuição de pressão: Obtida ao longo da superfície do aerofólio, permitindo identificar a contribuição das forças normais para os coeficientes de sustentação e arrasto;
  - coeficientes de sustentação ( $c_d$ ) e arrasto ( $c_l$ ): determinados a partir da integração das forças ao longo da superfície do aerofólio, por meio da ferramenta de pós processamento *forceCoeffs* do OpenFOAM.
5. Tratamento dos dados: Após a extração, os dados foram processados através de rotinas em Python, para cálculos mais complexos e geração de gráficos. Isso permitiu comparar os resultados numéricos com dados experimentais, avaliando a precisão do modelo.

Essa abordagem garantiu uma análise detalhada do escoamento e forneceu as informações necessárias para validar os modelos de turbulência e interpretar os fenômenos físicos associados ao problema estudado.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo apresenta os resultados da aplicação dos modelos de turbulência do OpenFOAM na análise do escoamento em torno do aerofólio NACA 4412. São realizadas comparações entre os dados obtidos e os resultados experimentais, bem como com estudos conduzidos utilizando os modelos de turbulência no software CFL3D, desenvolvido pela NASA. Vale ressaltar que a comparação com o CFL3D é limitada aos casos em que há modelos análogos disponíveis no OpenFOAM.

Os resultados discutidos incluem a distribuição do coeficiente de pressão ( $c_p$ ), os componentes longitudinal ( $u/U_{ref}$ ) e vertical ( $v/U_{ref}$ ) da velocidade normalizada, tensão turbulenta ( $\overline{u'v'}/U_{ref}^2$ ), além dos dados dos coeficientes de sustentação e arrasto.

### 5.1 PERFIS DE VELOCIDADE, PRESSÃO E TENSÕES TURBULENTAS

#### 5.1.1 Modelo k-epsilon

Para o modelo k-epsilon padrão (Figura 13) é possível fazer algumas observações sobre os resultados obtidos via simulação no OpenFOAM em comparação aos dados experimentais.

A distribuição do  $c_p$  ao longo da superfície (Figura 13a), mostra que o modelo implementado captura razoavelmente bem o comportamento observado no experimento. Contudo, há discrepâncias nas regiões próximas ao bordo de ataque e ao bordo de fuga, onde os gradientes de pressão são mais acentuados.

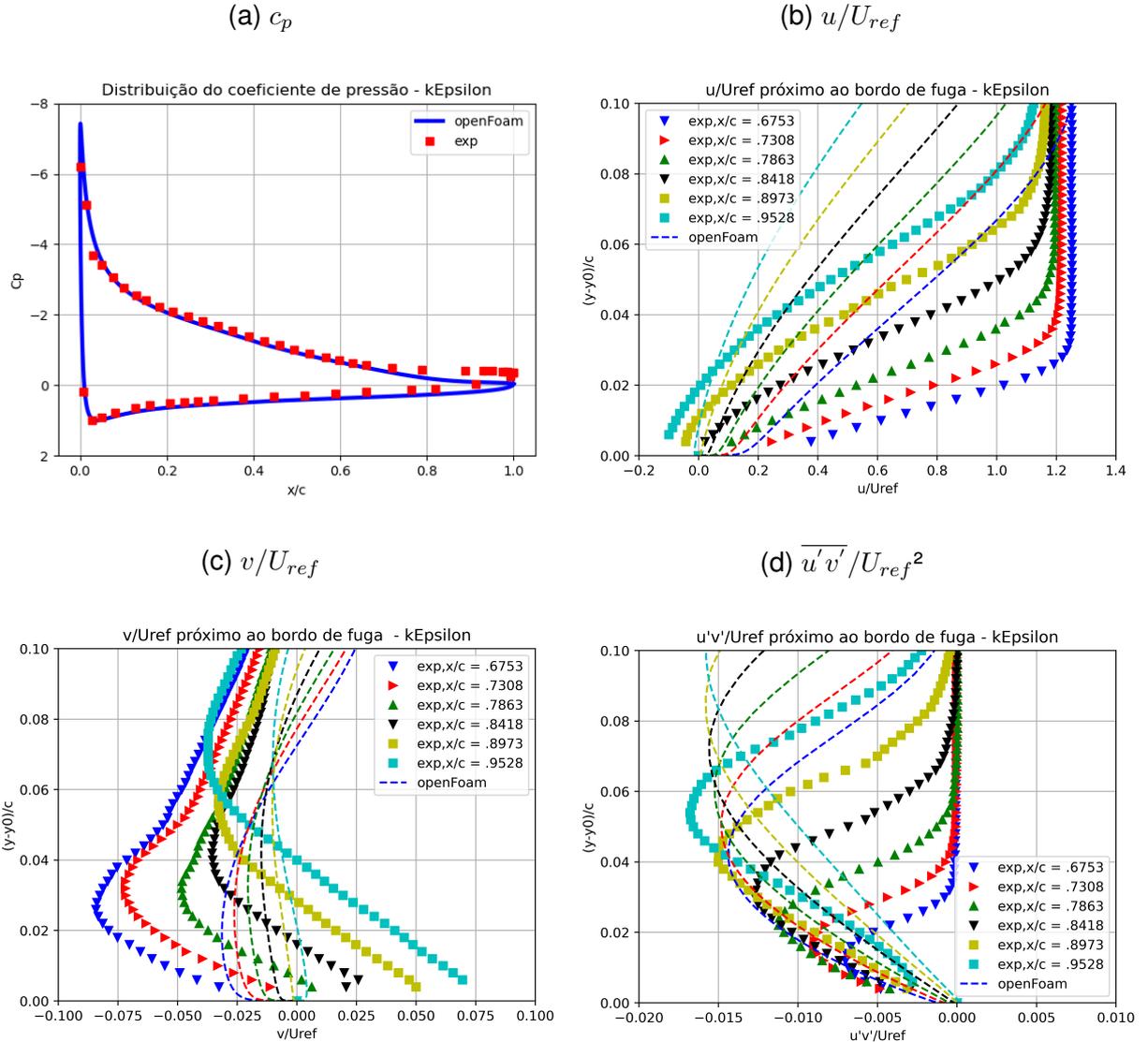
Com relação à componente longitudinal da velocidade normalizada (Figura 13b), observa-se que o modelo subestima o aumento de velocidade com o afastamento da parede. Apesar disso, o modelo demonstra uma certa capacidade de capturar a tendência geral das velocidades nas curvas para cada região da corda ( $x/c$ ), embora ainda com erros.

Para componente vertical da velocidade normalizada (Figura 13c) é observado um comportamento similar ao da longitudinal, ocorrendo uma subestimação da magnitude da componente em relação ao afastamento da superfície do aerofólio, e também a variação de velocidade conforme a posição de  $x/c$ .

No caso das tensões turbulentas normalizadas (Figura 13d), o modelo consegue captar a tendência geral dos dados experimentais, mas apresenta diferenças notáveis com relação ao padrão de comportamento da variação de tensão turbulenta em função do afastamento da parede em comparação aos dados experimentais. Também subestima o pico da magnitude da componente turbulenta para as regiões  $x/c$  mais

afastadas do bordo de fuga, apresentado os picos de maneira constante independente da posição.

Figura 13 – Comparações para o modelo k-epsilon



Fonte: Autora (2024).

Essas discrepâncias para as componentes de velocidade e tensão turbulenta, quando comparadas aos dados experimentais, são conhecidas pela literatura e são atribuídas às simplificações do modelo na representação da anisotropia das tensões turbulentas e à dificuldade de prever adequadamente os efeitos de separação no escoamento. Como consequência, embora o modelo seja capaz de descrever as tendências globais, ele apresenta limitações na previsão de propriedades fundamentais do escoamento.

### 5.1.1.1 Modelo RNG k-epsilon

Os dados para a distribuição de  $c_p$ , componentes de velocidade e tensões turbulentas normalizadas para o modelo RNG k-epsilon, podem ser visualizados na Figura 14.

Começando pela distribuição do  $c_p$  ao longo da superfície (Figura 14a), observa-se que o presente modelo conseguiu capturar adequadamente a pressão no bordo de ataque. Entretanto, ao longo do extradorso há uma subestimação do  $c_p$ , mas menos pronunciada no bordo de fuga em comparação ao modelo k-epsilon padrão. Ao longo da superfície no intradorso, também é observado que a distribuição é bem representada.

Com relação à componente horizontal da velocidade normalizada (Figura 14b), o modelo apresenta uma captura razoável quando comparado aos dados experimentais, mostrando melhorias em relação ao modelo k-epsilon padrão. Entretanto, ainda é observada uma subestimação do aumento de velocidade com o afastamento da parede, embora menos acentuada que no modelo padrão.

Além disso, a variação da velocidade horizontal em função de  $x/c$ , mantém uma descrição insatisfatória, especialmente nas curvas das posições  $x/c = 0,6753$  e  $x/c = 0,7308$ , quando comparadas as curvas experimentais.

Para a componente vertical da velocidade normalizada (Figura 14c), o modelo RNG apresenta uma melhora na representação da magnitude da velocidade com o afastamento da parede. No entanto, ainda persiste um certo erro em relação aos dados experimentais, especialmente em regiões mais próximas da parede, onde é notável a diferença do comportamento das curvas em relação aos dados experimentais.

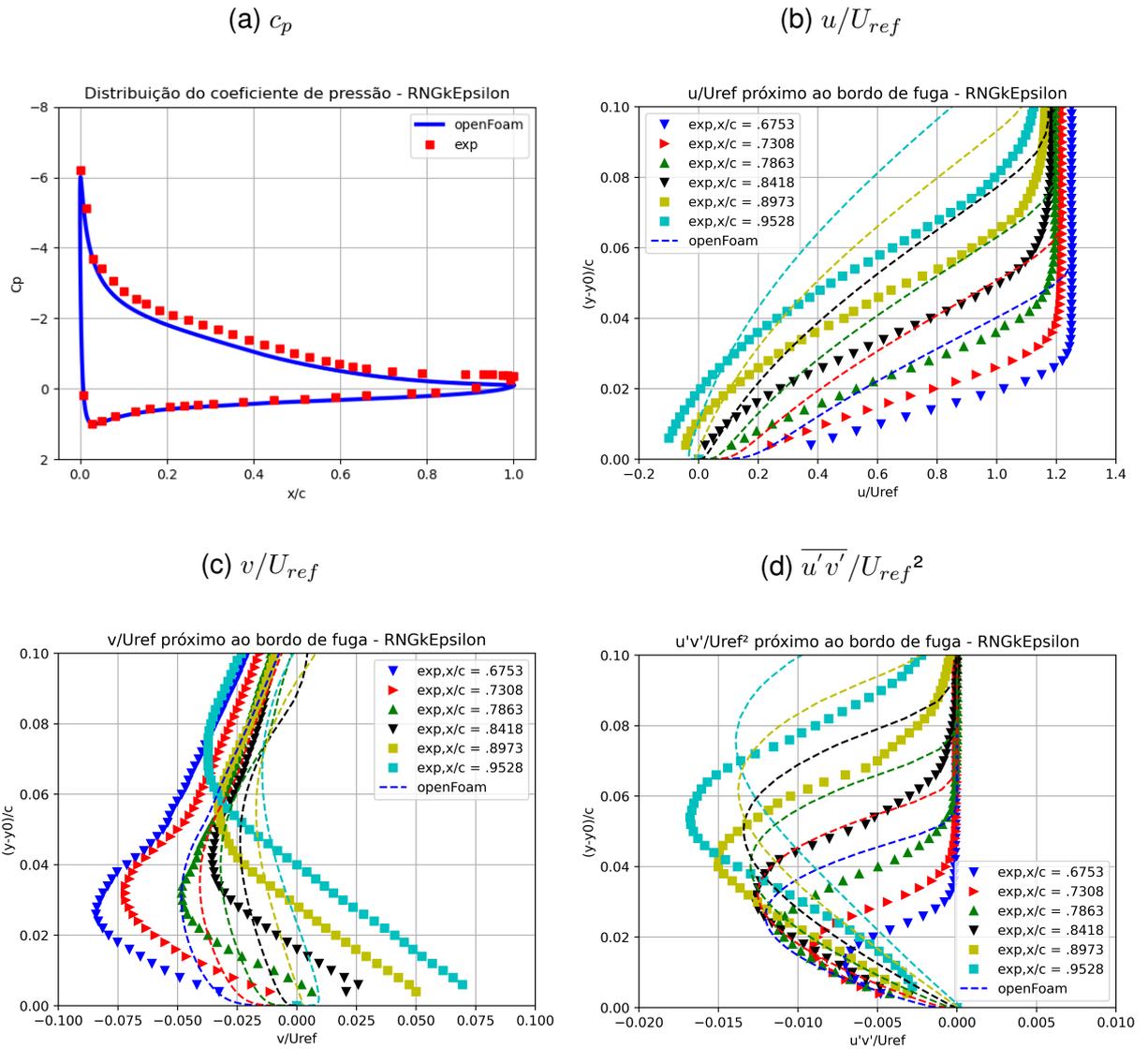
Quanto às tensões turbulentas normalizadas (Figura 14d), o modelo RNG demonstra uma melhora em comparação ao modelo padrão. No entanto, ainda são observadas discrepâncias, como uma menor diminuição das tensões em função do aumento da distância do aerofólio e uma "barreira" na diminuição das tensões turbulentas. Essa limitação é evidenciada pela incapacidade do modelo de capturar os diferentes picos de diminuição das tensões turbulentas ao longo de  $x/c$ , conforme observado nos dados experimentais.

O modelo também subestima a magnitude do pico da componente turbulenta para as regiões  $x/c$  mais afastadas do bordo de fuga, e superestima a magnitude nas regiões mais próximas do bordo de fuga, apresentado os picos de maneira constante independente da posição como no modelo k-epsilon padrão.

Através destas análises é possível argumentar que o modelo RNG k-epsilon oferece uma melhoria na caracterização de tendências gerais do escoamento em comparação ao k-epsilon padrão, sendo este o intuito das modificações propostas pelo modelo. No entanto, as discrepâncias observadas da distribuição de  $c_p$ , nas componentes de velocidade e nas tensões turbulentas indicam que o RNG enfrenta

desafios em representar as regiões com alta anisotropia de tensões e gradientes acentuados em aerofólios em alto ângulo de ataque. Um estudo mais aprofundado com relação a possível necessidade de aplicar extensões no modelo ou fazer a recalibração de algumas variáveis com base nos dados experimentais, pode acabar adequando-o para este tipo de análise.

Figura 14 – Comparações para o modelo RNG k-epsilon



Fonte: Autora (2024).

5.1.1.2 Modelo *k-epsilon-phi-f*

Os dados para a distribuição do coeficiente de pressão  $c_p$ , componentes de velocidade e tensões turbulentas normalizadas para o modelo *k-epsilon-phi-f*, são apresentados na Figura 15.

Analisando a distribuição de  $c_p$  (Figura 15a), o modelo apresenta uma boa

concordância com o experimento, especialmente na região do bordo de ataque, onde consegue capturar bem os valores observados. Ao longo da superfície do intradorso, a simulação descreve com acurácia os valores experimentais, enquanto no extradorso há uma pequena subestimação do  $c_p$ , mas com menor discrepância em comparação aos modelos k-epsilon padrão e RNG. No bordo de fuga, o modelo ainda apresenta desvios, mas são reduzidos, indicando uma melhora na previsão dos gradientes de pressão.

O modelo apresenta uma boa representatividade da componente longitudinal da velocidade normalizada (Figura 15b) em relação aos dados experimentais, com uma melhora na descrição da variação de velocidade com o aumento da distância da parede em comparação aos modelos citados anteriormente. A subestimação do aumento da velocidade ainda persiste, embora o desvio seja menor em comparação aos modelos anteriores.

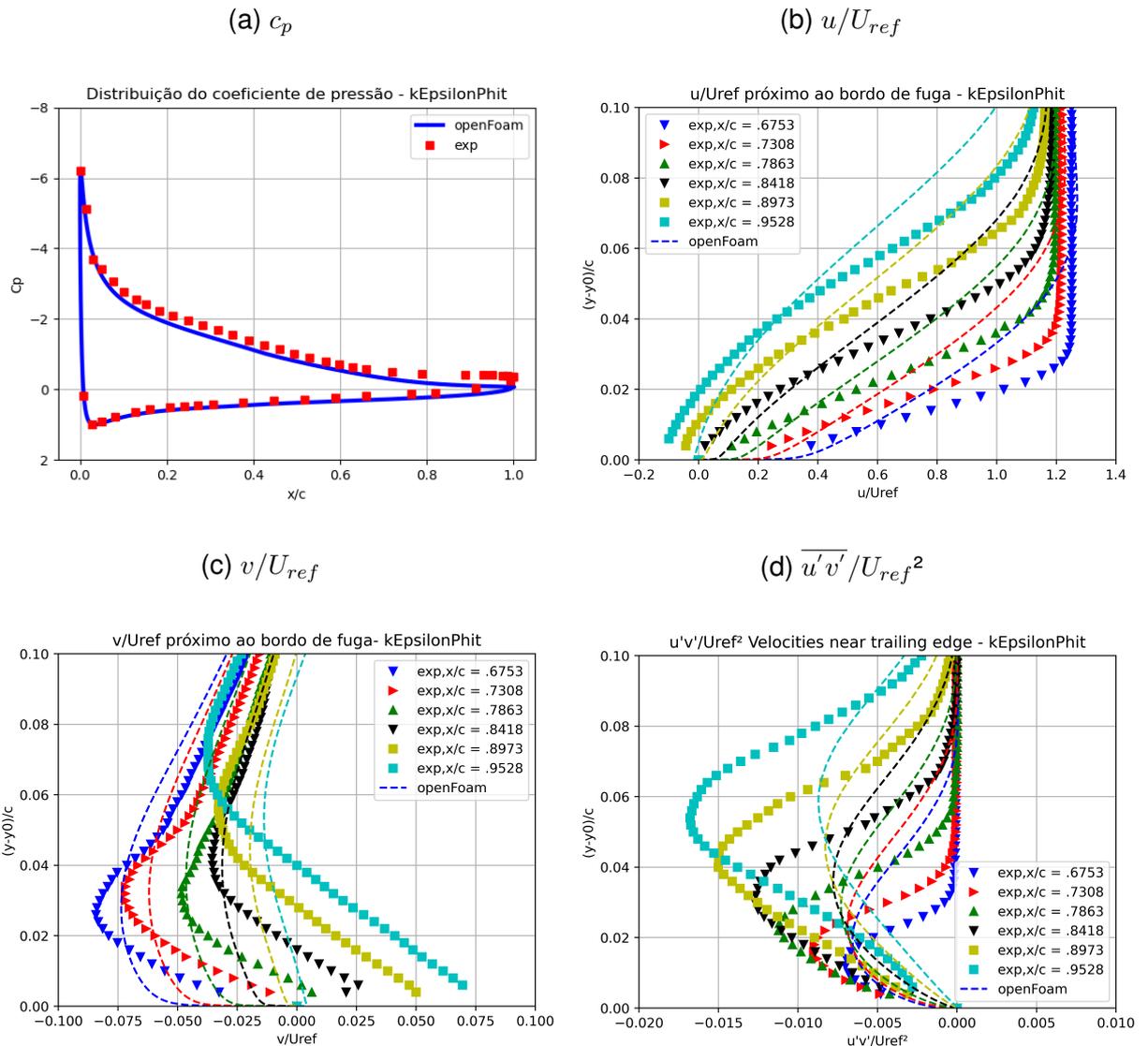
A componente vertical da velocidade normalizada (Figura 15c) também apresenta uma descrição mais precisa em relação aos modelos k-epsilon padrão e RNG. O modelo demonstra uma melhora na representação da magnitude da velocidade vertical com o aumento da distância da parede, reduzindo os erros observados em modelos anteriores. No entanto, ainda há discrepâncias do comportamento nas regiões mais próximas a parede.

Para as tensões turbulentas normalizadas (Figura 15d), o modelo mostra um desempenho parecido com o k-epsilon e RNG, apresentado a magnitude dos picos da tensão turbulenta em um valor constante independente da posição  $x/c$  e com subestimação da magnitude.

No mais, o modelo k-epsilon- $\phi$ -f apresenta uma evolução significativa em relação aos modelos padrão e RNG, na previsão de  $c_p$  e componentes de velocidade. Ele conseguiu capturar com maior acurácia as tendências gerais e reduzir discrepâncias, porém apresentou limitações em representar fenômenos associados à anisotropia das tensões turbulentas no fenômeno de separação de maneira correta.

Como citado na revisão teórica, o modelo considera o comportamento anisotrópico da turbulência próximo à parede e longe dela para corpos rombudos, separação de escoamento e impactos de jatos, permitindo previsões mais precisas das características desses escoamentos, como separação e reanexação. No entanto, é ressaltada a necessidade de ajustes empíricos nas constantes do modelo para diferentes casos, uma vez que ele é sensível a essas variações. Assim, as diferenças observadas em relação aos dados experimentais podem ser explicadas por esse motivo. Embora seja permitido ajustar essas variáveis no modelo, a calibração das constantes está fora do escopo deste trabalho.

Figura 15 – Comparações para o modelo k-epsilon-phit-f



Fonte: Autora (2024).

### 5.1.2 Modelo k-omega Shear Stress Transport

Os dados para a distribuição do coeficiente de pressão  $c_p$ , componentes de velocidade e tensões turbulentas normalizadas para o modelo k-omega SST, são apresentados na Figura 16.

O gráfico na Figura 16a mostra que os resultados dos modelos do OpenFOAM e CFL3D para a distribuição de  $c_p$  também se ajustam aos dados experimentais de forma adequada no geral. Algumas discrepâncias podem ser observadas nas proximidades do bordo de ataque e de fuga, assim como no k-epsilon padrão, porém menos acentuadas.

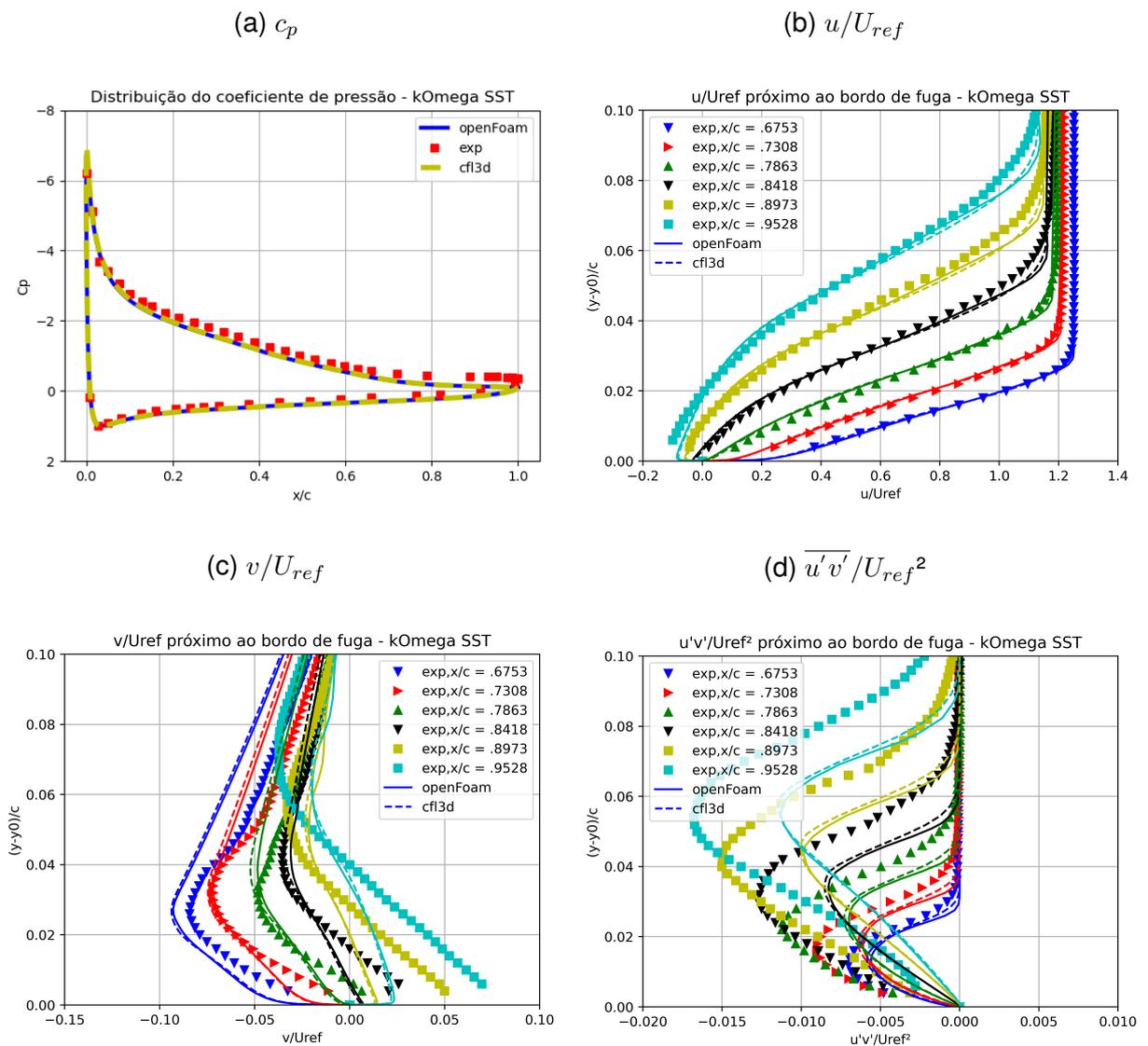
Os perfis de velocidades longitudinais normalizados (Figura 16b) apresentam excelente concordância entre os dados experimentais e os resultados obtidos via CFD. Ambos os modelos do OpenFOAM e CFL3D possuem praticamente a mesma curva

com pequenas diferenças nas regiões mais próximas ao bordo de fuga.

Os perfis de velocidades verticais normalizados (Figura 16c) também apresentam uma boa correspondência com os dados experimentais. No entanto, discrepâncias podem ser vistas em regiões de valores mais próximas a parede. Apesar disso, o comportamento qualitativo é bem representado em comparação aos modelos citados anteriormente. Também pode-se observar comportamentos similares entre o OpenFOAM e o CFL3D.

Os termos de tensão turbulenta na Figura 16d, mostram a maior discrepância com relação aos dados experimentais para este modelo. Tanto o OpenFOAM, quanto o CFL3D, capturam a tendência geral, mas parecem subestimar ou superestimar as magnitudes de tensão turbulenta em diferentes posições de  $x/c$ .

Figura 16 – Comparações com o modelo k-omega SST



Fonte: Autora (2024).

Os modelos k-omega SST implementados apresentam boa concordância com os dados experimentais em termos gerais. No entanto, os resultados no Gráfico 16d, que envolvem as tensões turbulentas, destacam as limitações do k-omega SST em prever detalhes da física turbulenta.

É possível destacar também, que a comparação entre os resultados obtidos no OpenFOAM e no CFL3D demonstrou alta consistência. Essa concordância reforça a confiabilidade das implementações do modelo em diferentes nas duas plataformas computacionais.

#### 5.1.2.1 Modelo Langtry-Menter k-omega Shear Stress Transport

Os dados obtidos do modelo k-omega SSTLM para a distribuição de  $c_p$ , componentes de velocidade e tensões turbulentas normalizadas, podem ser visualizados na Figura 17.

Para a distribuição de  $c_p$  (Figura 17a), observa-se que o modelo do OpenFOAM captura de forma razoável o comportamento no extradorso e intradorso. Contudo, assim como no modelo k-epsilon, é possível identificar discrepâncias no bordo de ataque e bordo de fuga.

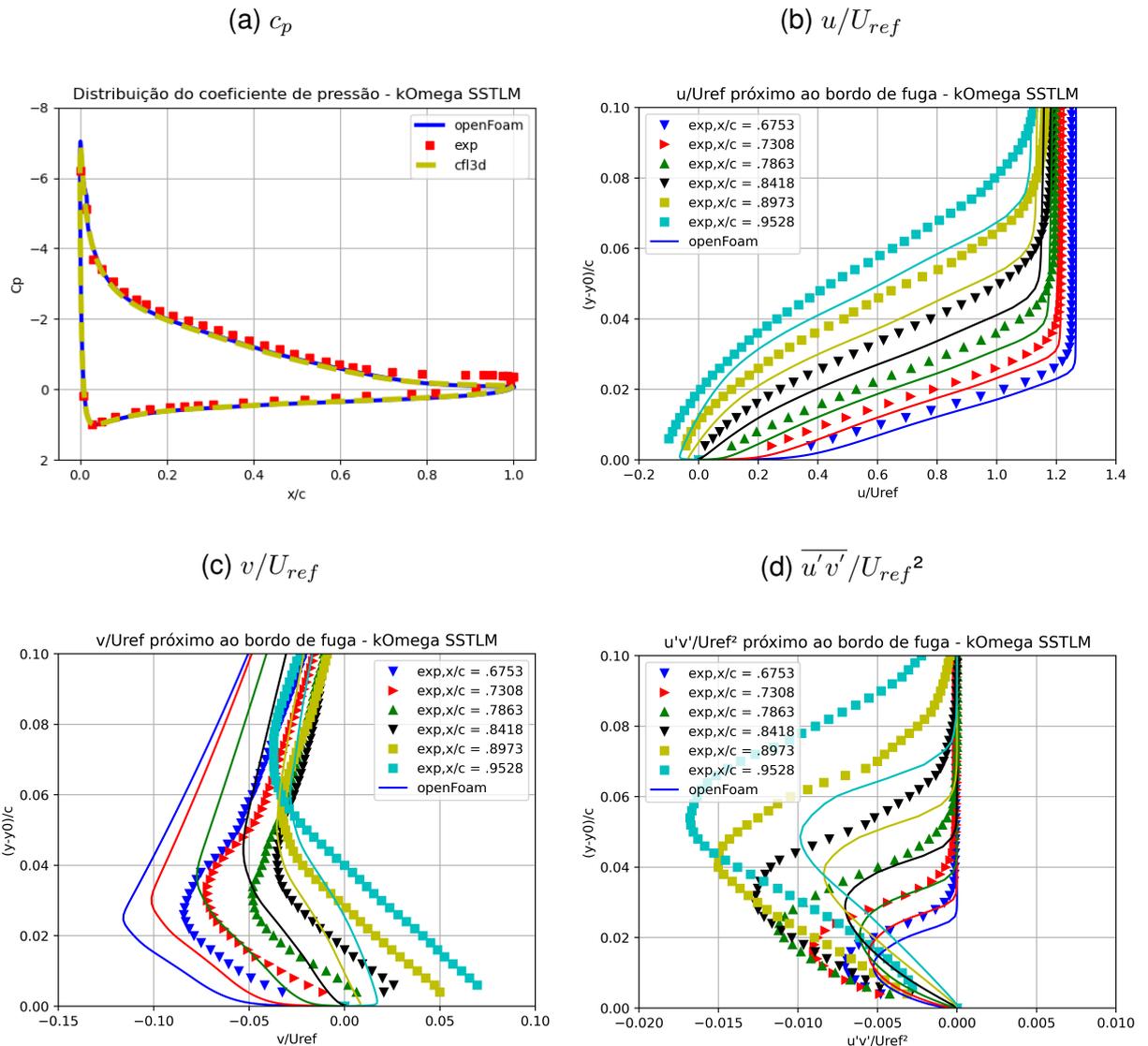
A componente horizontal de velocidade normalizada (Figura 17b) apresenta uma melhora significativa em relação aos modelos k-epsilon, evidenciando uma captura semelhante aos dados experimentais. Contudo, observa-se um leve aumento na velocidade com o afastamento da superfície do aerofólio.

Para a componente vertical de velocidade (Figura 17c), também é possível identificar melhorias na caracterização do comportamento nas regiões próximas à parede. Entretanto, diferentemente do k-epsilon, o SSTLM apresenta uma diminuição mais acentuada da velocidade em comparação aos dados experimentais.

E para a tensão turbulenta (Figura 17d), pode-se dizer que assim como as componentes de velocidade, o comportamento capturado pelo modelo SSTLM apresentou uma melhor descrição em comparação aos modelos k-epsilon. O mesmo apresenta magnitude menor em comparação ao experimental, porém os picos de tensão são representados de forma razoável, não apresentando o pico constante observado no k-epsilon.

O modelo k-omega SSTLM apresenta um bom desempenho para previsões globais, como a distribuição de  $c_p$  e as componentes de velocidade. Contudo, ainda apresenta limitações na descrição das tensões turbulentas. É importante salientar que nesse regime de Reynolds do presente estudo, o escoamento é completamente turbulento na superfície do aerofólio, o que não é ideal para este modelo. Porém ainda assim os resultados foram satisfatórios.

Figura 17 – Comparações para modelo k-omega SSTLM



Fonte: Autora (2024).

### 5.1.3 Modelo Spallart-Allmaras

Os dados obtidos do modelo Spallart-Allmaras para a distribuição de  $c_p$ , componentes de velocidade e tensões turbulentas ao longo da corda, podem ser visualizados na Figura 18.

O modelo Spalart-Allmaras reproduz de forma satisfatória a distribuição de  $c_p$  (Figura 18a) ao longo da superfície do aerofólio. No intradorso, os valores apresentam alta concordância com os dados experimentais, indicando precisão na previsão de regiões com gradientes de pressão menos intensos. No extradorso, porém, há uma subestimação moderada de  $c_p$  próximo ao bordo de fuga e uma superestimação na região do bordo de ataque. O modelo implementado no OpenFOAM demonstra comportamento similar ao modelo do CFL3D.

A caracterização da componente longitudinal da velocidade normalizada (Figura 18b) é acurada em posições mais distantes do bordo de fuga ( $x/c = 0,6753$  e  $x/c = 0,7308$ ), com valores que seguem próximos aos dados experimentais porém com um aumento maior de velocidade em função do afastamento da parede.

Para posições mais próximas ao bordo de fuga, o modelo apresenta uma superestimação evidente no aumento de velocidade com o afastamento da parede, assim como o SSTLM. Analisando as distâncias em relação a parede, para as mesmas velocidades, observa-se que o modelo apresentou resultados em conformidade com os dados experimentais, indicando que o modelo captura as tendências gerais do desenvolvimento do perfil de velocidade.

A descrição da componente vertical da velocidade normalizada (Figura 18b) demonstra que o modelo consegue de maneira geral capturar o comportamento do resultado experimental. Contudo, percebe-se que o modelo tende a prever velocidades significativamente mais negativas do que as registradas nos experimentos.

As tensões turbulentas possuem uma magnitude menor de forma consistente ao longo da corda do aerofólio em comparação aos dados experimentais (Figura 18d). Embora o modelo capture a tendência geral, aparecendo os diferentes picos de tensões turbulentas para as diferentes distâncias  $x/c$ , ele não consegue reproduzir na mesma magnitude os picos de tensão, especialmente em regiões próximas ao bordo de fuga.

A comparação entre os resultados obtidos no OpenFOAM e no CFL3D demonstrou alta consistência. Essa concordância reforça a confiabilidade das implementações do modelo em diferentes plataformas computacionais.

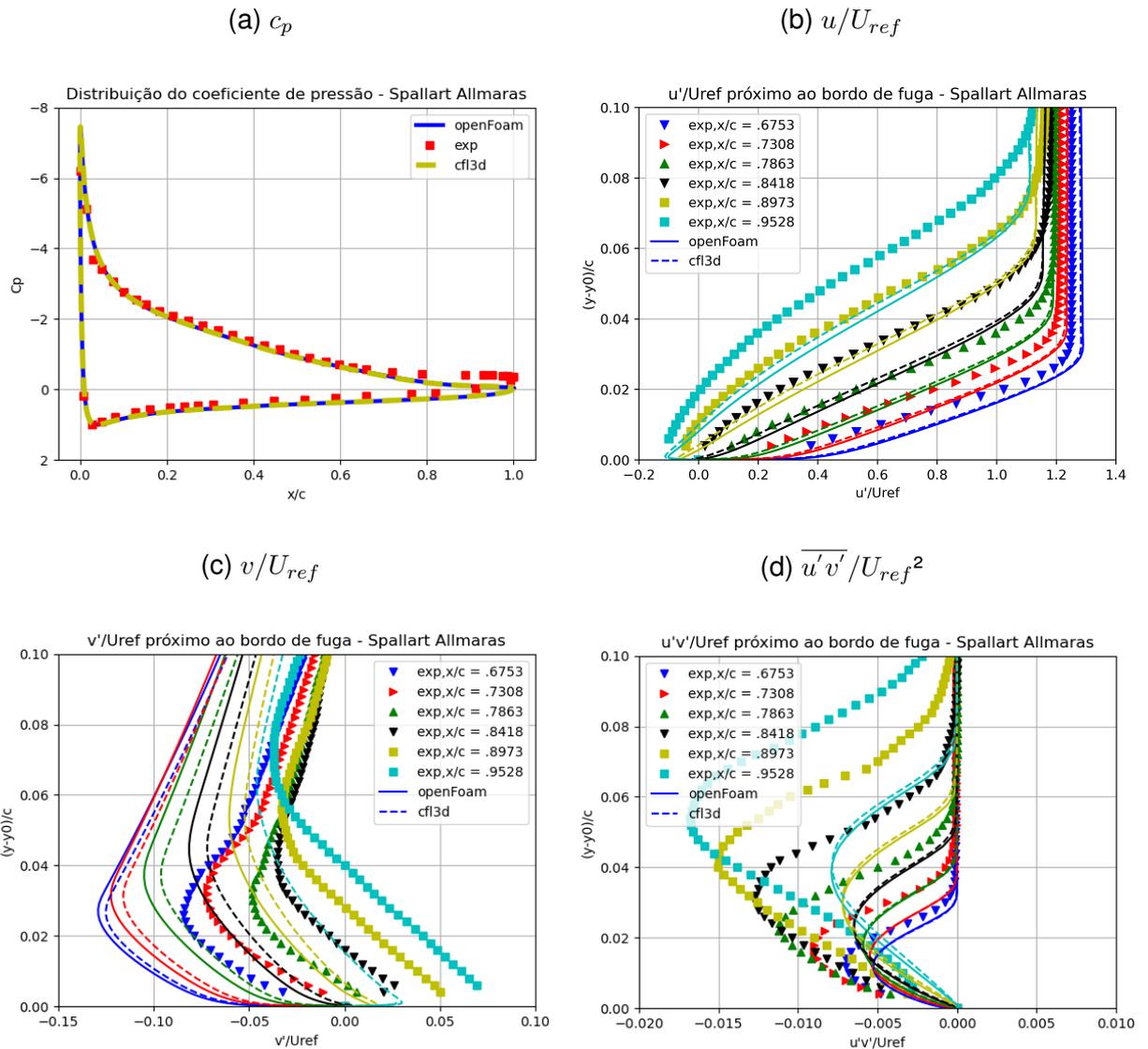
O modelo Spalart-Allmaras apresenta um bom desempenho, sendo capaz de capturar tendências gerais em propriedades do escoamento com mais precisão comparado aos modelos k-epsilon, mas ainda com algumas limitações evidentes em situações de alta complexidade, como gradientes intensos e separação de escoamento, como citado na revisão teórica.

## 5.2 COEFICIENTES DE SUSTENTAÇÃO E ARRASTO

Como esse estudo é baseado nos modelos de turbulência e sua capacidade de prever o escoamento em torno de um aerofólio, também é de interesse comparar os valores obtidos de  $c_l$  e  $c_d$  via CFD com dados experimentais. A comparação é realizada na Tabela 2.

O modelo k-epsilon baseado na decomposição da energia cinética turbulenta e na taxa de dissipação se demonstra ser mais adequado para escoamentos totalmente desenvolvidos. Simplificado e eficiente para escoamentos de engenharia, mas possui limitações em regiões com grandes gradientes de pressão ou em camadas de

Figura 18 – Comparações para modelo Spallart-Allmaras



Fonte: Autora (2024).

separação, subestimando significativamente o  $c_l$  e  $c_d$ , indicando dificuldade em capturar fenômenos relacionados à curvatura do escoamento sobre o aerofólio.

A variante k-epsilon RNG introduz correções para melhorar previsões em escoamentos com separação, possuindo um melhor desempenho em regiões com gradientes de pressão mais significativos. Apresenta melhora no  $c_l$  e  $c_d$ , reduzindo o erro em relação ao modelo básico. Isso indica que o modelo lida melhor com a transição e efeitos de separação, mas ainda não captura completamente as características experimentais.

O k-epsilon- $\phi$ -f é uma modificação mais avançada do modelo padrão, que melhora a previsão de regiões de transição e separação. Adapta-se melhor a condições com forte interação viscosa. Com os resultados de  $c_l$  e  $c_d$ , pode-se observar que

Tabela 2 – Comparação  $c_l$  e  $c_d$  para diferentes modelos de turbulência no OpenFOAM

<b>Modelo</b>	$c_l$	$c_d$	$\Delta c_l$	$\Delta c_d$	<b>Erro <math>c_l</math> (%)</b>	<b>Erro <math>c_d</math> (%)</b>
Experimental	1,62	0,031	-	-	-	-
k-epsilon	1,359	0,0256	-0,26	-0,0054	-16	-17,42
k-epsilon RNG	1,469	0,0308	-0,1510	-0,0002	-9,32	-0,65
k-epsilon- $\phi$ -f	1,544	0,0327	-0,0760	0,0017	-4,69	5,48
k-omega SST	1,611	0,0350	-0,0090	0,0040	-0,56	12,90
k-omega SSTLM	1,6075	0,0368	-0,0125	0,0058	-0,77	18,71
Spalart-Allmaras	1,680	0,0387	0,06	0,0077	3,70	24,84

Fonte: Autora (2024).

aproxima-se mais dos dados experimentais, mas ainda não atinge o nível de precisão observado nos modelos k-omega SST. Mostra que a modificação introduzida neste modelo oferece melhorias claras em relação ao k-epsilon clássico.

Os modelos k-omega SST, combinam k-epsilon e k-omega (na subcamada viscosa), garantindo precisão em regiões próximas à parede. Muito eficiente para escoamentos com gradientes de pressão adversos e separação. A variação SSTLM adiciona melhorias para lidar com transições de camadas-limite. Analisando os resultados da tabela, ambos apresentam os menores erros relativos para o  $c_l$ , porém com um resultado conservador para o arrasto.

O Spalart-Allmaras é um modelo de uma equação desenvolvido especificamente para aplicações aerodinâmicas. Possui boa capacidade em prever camadas-limite adjacentes a superfícies, mas pode apresentar limitações em fenômenos de separação e curvatura. Observando a tabela, é observado que ele superestima tanto o  $c_l$ , quanto o  $c_d$  sugerindo que o modelo tende a prever maiores forças aerodinâmicas em relação ao experimental. Isso reflete sua tendência de ser mais otimista em condições onde efeitos de separação são limitados.

Os resultados refletem bem as características conhecidas dos modelos. O k-omega SST e sua variante SSTLM destacam-se por sua capacidade de capturar a física de escoamentos em torno de aerofólios com relação aos perfis de velocidade e tensões turbulentas, especialmente em condições com gradientes de pressão e separação. Por outro lado, os modelos k-epsilon são menos indicados para situações onde a curvatura do escoamento é relevante. O Spalart-Allmaras é eficiente, mas pode superestimar resultados devido às suas características simplificadas.

## 6 CONCLUSÕES

O presente trabalho avaliou a capacidade dos modelos de turbulência implementados no software OpenFOAM em prever o comportamento aerodinâmico do aerofólio NACA 4412, utilizando como referência dados experimentais de túnel de vento e resultados do software CFL3D.

A comparação envolveu análise da distribuição do coeficiente de pressão, comportamento das componentes de velocidade e tensões turbulentas normalizadas em função da distância da superfície do aerofólio e coeficientes aerodinâmicos de sustentação e arrasto.

Os resultados demonstraram que os modelos k-omega SST e k-omega SSTLM apresentaram o melhor desempenho, com boa concordância em relação a descrição do comportamento dos perfis de velocidade e tensões turbulentas em comparação aos dados experimentais, mostrando-se promissores para representar fenômenos de separação e gradientes de pressão adversos.

Os modelos k-epsilon em suas variações RNG e phit-f, exibiram desempenho razoável, mas com uma melhora significativa dos modelos atuais em comparação ao padrão. Principalmente o modelo k-epsilon-phit-f, que demonstra a melhor descrição das características de perfil de velocidades e tensões turbulentas, sendo promissor apesar dos erros.

Já o modelo Spalart-Allmaras também demonstrou caracterizar o escoamento de maneira razoável no geral com relação aos perfis de velocidade e tensões turbulentas, porém superestimou tanto o arrasto quanto a sustentação, o que pode limitar sua aplicabilidade em condições similares.

A sugestão para continuação deste trabalho seria na avaliação da qualidade de malha fornecida pelo estudo da NASA e como ela reflete nos resultados. Análise de sensibilidade das condições de contorno e iniciais para as variáveis turbulentas é bastante interessante para entender o comportamento dos modelos, sendo também sugerido como continuação.

O estudo de calibração dos coeficientes para os modelos k-epsilon-phit-f e k-epsilon RNG, como os mesmos afetam os resultados fornecidos, e fazer uma comparação de custo computacional entre os modelos tradicionais do k-epsilon e k-omega SST, é outra sugestão interessante para avaliar o quão promissor são estes modelos quando adequados para a situação estudada neste trabalho.

O trabalho teve enfoque nos modelos que se baseiam na hipótese de Boussinesq, mas o OpenFOAM também fornece os modelos não lineares e de transporte de tensões de Reynolds. Replicar este estudo para esses modelos RANS

também é uma sugestão, sendo interessante para avaliar o desempenho dos mesmos.

Por fim, através das análises deste estudo, conclui-se que o OpenFOAM, combinado com modelos adequados de turbulência, é uma ferramenta eficaz, oferecendo uma boa previsão das características aerodinâmicas para aerofólios com separação do escoamento. Este trabalho também reforça a importância da validação numérica com dados experimentais para garantir a confiabilidade dos resultados obtidos por CFD.

As configurações dos casos e rotinas de pós processamento para as simulações apresentadas neste trabalho estão disponíveis no repositório: <https://github.com/labccufsc/sheroncosta.git>

## REFERÊNCIAS

ALEKSENDRIC, D.; CARLONE, P. **Soft Computing in Design and Manufacturing of Composite Materials**. [S.l.: s.n.], 2015. ISBN 1782421793.

ASHTON, N.; SKAPERDAS, V. Verification and validation of openfoam for high-lift aircraft flows. **Journal of Aircraft**, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 56, n. 4, p. 1641–1657, 2019.

BEHRENS, T. Openfoam's basic solvers for linear systems of equations. **Chalmers, Department of Applied Mechanics**, v. 18, n. 02, 2009.

BLAZEK, J. Chapter 7 - turbulence modelling. In: BLAZEK, J. (Ed.). **Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications (Second Edition)**. Second edition. Oxford: Elsevier Science, 2005. p. 227–270. ISBN 978-0-08-044506-9. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/B978-008044506-9/50009-6>.

CALIXTRATO, M. P.; NASCIMENTO, A.; MARIANO, F. P. Simulação de escoamentos sobre aerofólios de alta sustentação utilizando softwares livres. Goiânia, GO, Brasil, 2023.

COLES, D.; WADCOCK, A. **Flying-hot-wire study of two-dimensional mean flow past an NACA 4412 airfoil at maximum lift**. NASA, 1978. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/6.1978-1196>.

DIRECT, C. **GAMG Method**. 2024. Online resource. Acesso em: 28 nov. 2024. Disponível em: [https://doc.cfd.direct/notes/cfd-general-principles/gamg-method?utm\\_source=chatgpt.com](https://doc.cfd.direct/notes/cfd-general-principles/gamg-method?utm_source=chatgpt.com).

FERNANDES, M. P. G.; ROCHA, P. A. C.; CARNEIRO, F. O. M. Avaliação de resultados de simulação numérica de escoamento sobre o perfil naca 2410 utilizando o openfoam com diferentes modelos de turbulência. Campina Grande – PB, Brasil, 2010.

FOUNDATION, O. **The k-epsilon-phi-f Model**. 2024. Acesso em: 02 dez. 2024. Disponível em: <https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/guide-turbulence-ras-k-epsilon-phi-f.html>.

FOUNDATION, O. **RANS Modeling: k-Epsilon**. 2024. Acesso em: 07 dez. 2024. Disponível em: <https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/guide-turbulence-ras-k-epsilon.html>.

FOUNDATION, O. **Verification and Validation: NACA0012 Airfoil (2D)**. 2024. Acesso em: 28 nov. 2024. Disponível em: <https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/verification-validation-naca0012-airfoil-2d.html>.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. **Introdução à mecânica dos fluidos**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC Editora Guanabara Dois SA, 2010.

JUNGBECKER, P.; VEIT, D. 5 - computational fluid dynamics (cfd) and its application to textile technology. In: VEIT, D. (Ed.). **Simulation in Textile Technology**. Woodhead

Publishing, 2012, (Woodhead Publishing Series in Textiles). p. 142–178e. ISBN 978-0-85709-029-4. Disponível em: <https://doi.org/10.1533/9780857097088.142>.

LANGTRY, R. B.; MENTER, F. R. Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes. **AIAA journal**, v. 47, n. 12, p. 2894–2906, 2009.

LAUNDER, B.; SPALDING, D. The numerical computation of turbulent flows. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 3, n. 2, p. 269–289, 1974. ISSN 0045-7825. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(74\)90029-2](https://doi.org/10.1016/0045-7825(74)90029-2).

LAURENCE, D.; URIBE, J.; UTUZHNIKOV, S. A robust formulation of the  $v_2$ - $f$  model. **Flow, Turbulence and Combustion**, Springer, v. 73, n. 3, p. 169–185, 2005.

LIEN, F.; DURBIN, P. Non-linear  $k$ - $v_2$  modelling with application to high-lift. **Proceedings of the Summer Program Centre for Turbulence Research. Stanford University**, Citeseer, p. 5–22, 1996.

MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1995.

MENTER, F.; KUNTZ, M.; LANGTRY, R. Ten years of industrial experience with the sst turbulence model. **Heat and Mass Transfer**, v. 4, 01 2003.

MENTER, F. R. **Improved two-equation  $k$ - $\omega$  turbulence models for aerodynamic flows**. [S.l.], 1992.

NUNES, L.; FREIRE, E.; ANSONI, J. Computational simulation of an aerodynamic profile of a vehicle sae formula type using openfoam. **Semina: Ciências Agrárias**, v. 43, p. 3–10, 05 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.5433/1679-0375.2022v43n1p3>.

OPENFOAM. **OpenFOAM Foundation**. 2022. Acesso em: 15 jan. 2024. Disponível em: <https://www.openfoam.org/>.

OPENFOAM. **OpenFOAM User Guide - 6.2 Numerical Schemes**. 2024. Acesso em: 28 nov. 2024. Disponível em: <https://www.openfoam.com/documentation/user-guide/6-solving/6.2-numerical-schemes>.

PATANKAR, S. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**. [S.l.]: Hemisphere Publishing Corporation, 1980. (Electro Skills Series). ISBN 9780070487406.

ROBERTSON, E. et al. Validation of openfoam numerical methods and turbulence models for incompressible bluff body flows. **Computers and Fluids**, v. 123, p. 122–145, 2015. ISSN 0045-7930. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2015.09.010>.

RUMSEY, C. **Turbulence Modeling Resource. 2D NACA 4412 Airfoil Trailing Edge Separation**. 2021. Acesso em: 24 out. 2024. Disponível em: [https://turbmodels.larc.nasa.gov/naca4412sep\\_val.html](https://turbmodels.larc.nasa.gov/naca4412sep_val.html).

SOUZA, M. M. de. **Solução das Equações de Navier-Stokes para Fluidos Incompressíveis via Elementos Finitos**. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) — Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

SPALART, P.; ALLMARAS, S. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In: **30th aerospace sciences meeting and exhibit**. [S.l.: s.n.], 1992. p. 439.

STERN, F. et al. Verification and validation of cfd simulations. **Iowa Institute of Hydraulic Research IIHR**, v. 407, 1999.

VERSTEEG, H.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method**. 1ed.. ed. [S.l.]: Longman Scientific and Technical, 1995. ISBN 0470235152.

VERSTEEG, H.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method**. 2ed.. ed. [S.l.]: Pearson Education Limited, 2007. ISBN 9780131274983.

YAKHOT, V. et al. Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique. **Physics of Fluids A: Fluid Dynamics**, v. 4, n. 7, p. 1510–1520, 07 1992. ISSN 0899-8213. Disponível em: <https://doi.org/10.1063/1.858424>.