



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELETRÔNICA

Leonardo Vieira

**Otimização Convexa de Portfólios Focados em Criptoativos**

Florianópolis

2024

Leonardo Vieira

## **Otimização Convexa de Portfólios Focados em Criptoativos**

Trabalho de Conclusão de Curso do Curso de Graduação em Engenharia Eletrônica do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Eletrônica.

Orientador: Prof. Guilherme Valle Moura, Dr.

Florianópolis

2024

Vieira, Leonardo  
Otimização Convexa de Portfólios  
Focados em Criptoativos / Leonardo Vieira  
; orientador, Guilherme Valle Moura, 2024.  
101 p.

Trabalho de Conclusão de Curso  
(graduação) - Universidade Federal de  
Santa Catarina, Centro Tecnológico,  
Graduação em Engenharia Eletrônica,  
Florianópolis, 2024.

Inclui referências.

1. Engenharia Eletrônica. 2.  
Portfólios. 3. Otimização convexa . 4.  
Cripto. 5. Criptoativos. I. Valle Moura,  
Guilherme. II. Universidade Federal de  
Santa Catarina. Graduação em Engenharia  
Eletrônica. III. Título.

Leonardo Vieira

**Otimização Convexa de Portfólios Focados em Criptoativos**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de “Bacharel em Engenharia Eletrônica” aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Engenharia Eletrônica.

Florianópolis, 16 de dezembro de 2024.

Coordenação do Curso

**Banca examinadora**

Prof.(a) Guilherme Valle Moura, Dr.

Orientador(a)

Prof.(a) Eduardo Luiz Ortiz Batista, Dr.

UFSC

Prof.(a) Pedro Luiz Paolino Chaim, Dr.

UFSC

Florianópolis, 2024.

## **AGRADECIMENTOS**

À Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), instituição que me proporcionou uma formação de excelência, com sua estrutura, corpo docente e técnico que foram fundamentais em minha jornada acadêmica.

Ao Professor Guilherme, do Centro de Economia da UFSC, meu orientador, por ter abraçado meu projeto mesmo sendo de outro departamento. Suas orientações precisas e sugestões foram muito importantes para o desenvolvimento deste trabalho e para meu crescimento acadêmico.

Ao Laboratório de Processamento Digital de Sinais (LINSE) da UFSC, pela oportunidade de iniciação científica que transformou minha perspectiva acadêmica e profissional. Em especial, ao Professor Walter Gontijo, cuja orientação durante este período foi determinante em minha formação e ao Claudio Vilas Boas, ex-bolsista do Laboratório que foi quem me indicou à primeira oportunidade no mercado de trabalho.

Aos meus pais e familiares, pelo apoio incondicional durante toda esta jornada acadêmica. As adaptações em nossa rotina familiar, os conselhos recebidos e o incentivo constante foram fundamentais para a conclusão da jornada acadêmica. Amo vocês.

À minha namorada, minha grande parceira de vida, por todo suporte emocional, pela força transmitida nos momentos de dúvida e pelo incentivo constante em buscar meu crescimento pessoal e profissional. Sua presença foi essencial em cada etapa dessa trajetória.

Aos meus amigos, que tornaram esta jornada mais leve e significativa. Em especial, aos companheiros de D&D, que compartilharam momentos de diversão, vitórias e desafios ao longo do caminho. Nem o fim pôde nos separar afinal. Sou muito grato pela nossa amizade.

A todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte desta trajetória, meu sincero agradecimento.

## RESUMO

Este trabalho investiga a aplicabilidade e eficácia da otimização convexa na construção e gestão de portfólios de criptoativos. O estudo analisa diferentes estratégias de otimização, incluindo minimização de risco e maximização do índice de Sharpe, utilizando diversas medidas de risco como Média-Variância, Desvio Absoluto Médio, Value at Risk Condicional, entre outras. A metodologia emprega a biblioteca Riskfolio-Lib para implementação das estratégias de otimização e o framework Backtrader para backtesting, considerando dados históricos de oito criptoativos principais no período de dezembro de 2017 a outubro de 2024. São exploradas duas abordagens principais: otimização com janela fixa e com janela crescente, testando diferentes períodos de lookback e intervalos de rebalanceamento. Os resultados demonstram a superioridade da abordagem com janela fixa, que em suas melhores configurações conseguiu quase dobrar o índice de Sharpe em relação ao benchmark de Buy and Hold do Bitcoin. As estratégias otimizadas não apenas geraram retornos superiores, chegando a quintuplicar o CAGR do benchmark, como também reduziram significativamente o risco, com drawdowns até 40% menores que a estratégia passiva. O estudo revela que métricas de risco mais sofisticadas, como ADD e EVaR, superam consistentemente medidas tradicionais no contexto de otimização de portfólio de criptoativos. As descobertas indicam que a otimização convexa pode efetivamente melhorar o desempenho de portfólios de criptoativos, oferecendo melhor equilíbrio entre retorno e risco, diminuindo o drawdown e aumentando o lucro quando comparada a estratégias passivas.

**Palavras-chave:** Otimização convexa; Criptoativos; Gestão de portfólio; Blockchain.

## ABSTRACT

This work investigates the applicability and effectiveness of convex optimization in the construction and management of crypto-asset portfolios. The study analyzes different optimization strategies, including risk minimization, and Sharpe ratio maximization, using various risk measures such as Mean-Variance, Mean Absolute Deviation, Conditional Value at Risk, among others. The methodology employs the Riskfolio-Lib library for implementing optimization strategies and the Backtrader framework for backtesting, considering historical data of eight major crypto-assets from December 2017 to October 2024. Two main approaches are explored: optimization with fixed window and growing window, testing different lookback periods and rebalancing intervals. The results demonstrate the superiority of the fixed window approach, which in its best configurations nearly doubled the Sharpe ratio compared to the Bitcoin Buy and Hold benchmark. The optimized strategies not only generated superior returns, reaching up to five times the benchmark's CAGR, but also significantly reduced risk, with drawdowns up to 40% lower than the passive strategy. The study reveals that more sophisticated risk metrics, such as ADD and EVaR, consistently outperform traditional measures in the context of crypto portfolios. The findings indicate that convex optimization can effectively improve the performance of crypto-asset portfolios, offering better balance between return and risk, reducing drawdown and increasing profit when compared to passive strategies.

**Keywords:** Convex optimization; Crypto assets; Portfolio management; Blockchain.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fronteira eficiente .....	24
Figura 2 – Performance do Benchmark .....	61
Figura 3 – Sharpe por medida de risco e intervalo de rebalanceamento MaxSharpe.....	75
Figura 4 – Max Drawdown por medida de risco e intervalo de rebalanceamento MaxSharpe.....	76
Figura 5 – CAGR por medida de risco e intervalo de rebalanceamento MaxSharpe.....	77
Figura 6 – Sharpe por medida de risco e intervalo de rebalanceamento MinRisk .....	80
Figura 7 – Max Drawdown por medida de risco e intervalo de rebalanceamento MinRisk .....	82
Figura 8 – CAGR por medida de risco e intervalo de rebalanceamento MinRisk .....	83



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Top 10 Melhores Sharpe MaxSharpe janela fixa .....	63
Tabela 2 – Top 10 Melhores CAGR MaxSharpe janela fixa .....	64
Tabela 3 – Top 10 Menores Drawdowns MaxSharpe janela fixa.....	65
Tabela 4 – Top 10 - Médias dos 20 Melhores Sharpe por Período de Lookback MaxSharpe janela fixa .....	66
Tabela 5 – Top 10 - Médias dos 20 Melhores Sharpe por Período de Lookback MaxSharpe janela fixa .....	67
Tabela 6 - Top 10 - Melhores Sharpe Ratios MinRisk janela fixa .....	69
Tabela 7 - Top 10 - Melhores CAGR MinRisk janela fixa .....	70
Tabela 8 - Top 10 - Menores Drawdowns MinRisk janela fixa.....	71
Tabela 9 - Top 10 - Médias dos 20 Melhores Sharpe por Intervalo de Rebalanceamento MinRisk janela fixa.....	72
Tabela 10 - Top 10 - - Médias dos 20 Melhores Sharpe por Período de Lookback MinRisk janela fixa.....	73
Tabela 11 - Top 10 Maiores Sharpe MaxSharpe janela crescente.....	78
Tabela 12 - Top 10 Maiores CAGR MaxSharpe janela crescente .....	79
Tabela 13 - Top 10 Menores Drowdons MaxSharpe janela crescente .....	80
Tabela 14 - Top 10 Melhores Sharpe MinRisk janela crescente .....	84
Tabela 15 - Top 10 Melhores CAGR MinRisk janela crescente.....	85
Tabela 16 - Top 10 Menores drawdown MinRisk janela crescente .....	86

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADD - Average Drawdown Duration (Duração Média do Drawdown)

BTC - Bitcoin

BNB - Binance Coin

CAGR - Compound Annual Growth Rate (Taxa de Crescimento Anual Composta)

CAPM - Capital Asset Pricing Model (Modelo de Precificação de Ativos de Capital)

CVaR - Conditional Value at Risk (Valor em Risco Condicional)

CVRG - CVaR-based Gini (Gini baseado em CVaR)

DApps - Decentralized Applications (Aplicações Descentralizadas)

DeFi - Decentralized Finance (Finanças Descentralizadas)

DOGE - Dogecoin

ETH - Ethereum

EVaR - Entropic Value at Risk (Valor em Risco Entrópico)

ICO - Initial Coin Offering (Oferta Inicial de Moedas)

LINK - Chainlink

LTC - Litecoin

MAD - Mean Absolute Deviation (Desvio Médio Absoluto)

MDD - Maximum Drawdown (Drawdown Máximo)

ML - Machine Learning (Aprendizado de Máquina)

MPT - Modern Portfolio Theory (Teoria Moderna de Portfólios)

MSV - Mean Semi Variance (Semi Variância Média)

MV - Mean Variance (Variância Média)

RG - Relative Gini (Gini Relativo)

SSD - Semi Standard Deviation (Desvio Padrão Semi)

UCI - Ulcer Index (Índice Ulcer)

UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina

VaR - Value at Risk (Valor em Risco)

WR - Worst Realization (Pior Realização)

XRP - Ripple

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\mu$  - Retorno esperado

$\sigma$  - Desvio padrão

$\sigma^2$  - Variância

$\rho$  - Correlação entre retornos

$\Sigma$  - Matriz de variância-covariância

$w$  - Peso do ativo no portfólio

$w^T$  - Vetor transposto de pesos

$\sum$  - Somatório

$\alpha$  - Nível de confiança (em medidas de risco)

$r^f$  - Taxa livre de risco

$\beta$  - Beta (sensibilidade ao risco de mercado)

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>16</b>
1.1	OBJETIVOS DA PESQUISA	17
1.2	ESTRUTURA DO TRABALHO	18
<b>2</b>	<b>ESTADO DA ARTE</b>	<b>20</b>
2.1	OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS	20
2.1.1	TEORIA MODERNA DE PORTFÓLIOS	20
2.1.2	TEORIA MODERNA DE PORTFÓLIOS	21
2.1.2.1	ABORDAGEM MATEMÁTICA	21
2.1.2.2	DIVERSIFICAÇÃO	23
2.1.2.3	FRONTEIRA EFICIENTE	23
2.1.3	OBJETIVOS DE OTIMIZAÇÃO	24
2.1.4	RISCO	26
2.2	CAPITAL ASSET PRICING MODEL	28
2.3	OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS DE CRIPTOATIVOS	30
2.4	ABORDAGENS INOVADORAS	30
2.5	RISKFOLIO	32
2.6	BACKTRADER	34
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>37</b>
3.1	COLETA E PREPARAÇÃO DE DADOS	38
3.2	SETUP OTIMIZADOR DE PORTFÓLIOS	41
3.3	SETUP BACKTEST	43
3.4	ESTRATÉGIAS DE INVESTIMENTO – CLASSE ASSETALLOCATION	46
3.5	DATAS DE REBALANCEAMENTO	47
3.6	BENCHMARK	49
3.7	OTIMIZAÇÃO COM JANELA FIXA	51
3.7.1	INTERVALOS DE REBALANCEAMENTO	53
3.8	OTIMIZAÇÃO COM JANELA CRESCENTE	56
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>59</b>
4.1	AVALIAÇÃO DO BENCHMARK	59
4.2	ANALISE DA OTIMIZAÇÃO COM JANELA FIXA	62
4.2.1	MAXIMIZAÇÃO DE SHARPE	63
4.2.2	MINIMIZAÇÃO DE RISCO	68
4.3	ANÁLISE DA OTIMIZAÇÃO COM JANELA CRESCENTE	74

4.3.1	MAXIMIZAÇÃO DO SHARPE	74
4.3.2	MINIMIZAÇÃO DE RISCO	80
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>87</b>
5.1	ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS	88
5.2	MELHORES CONFIGURAÇÕES DE PORTFÓLIO	90
5.2.1	PARA MAXIMIZAÇÃO DE LUCRO	90
5.2.2	PARA MINIMIZAÇÃO DE RISCO	91
5.2.3	PARA MAXIMIZAÇÃO DE SHARPE	91
5.3	ANÁLISE DAS MÉTRICAS DE RISCO	92
5.4	IMPLICAÇÕES PRÁTICAS	92
5.5	LIMITAÇÕES DO ESTUDO	93
5.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	94

## 1 INTRODUÇÃO

Desde a concepção do Bitcoin em 2008, apresentada no whitepaper publicado sob o pseudônimo de Satoshi Nakamoto, e sua subsequente implementação em 2009, o ecossistema cripto tem passado por um crescimento exponencial. Este crescimento se manifesta não apenas na capitalização de mercado, que atingiu um pico histórico de quase \$3 trilhões em novembro de 2021, mas também na disseminação de diversos ativos e tecnologias ligadas a blockchain. Este novo paradigma financeiro apresenta conceitos inovadores como descentralização, imutabilidade e transparência, desafiando diretamente as estruturas tradicionais do sistema financeiro.

Ao longo da última década, o mercado de criptoativos evoluiu significativamente, deixando suas origens como um nicho tecnológico para se tornar um setor financeiro reconhecido por todo o mundo. Marcos cruciais nessa jornada incluem: o surgimento do Ethereum em 2015, que, conforme descrito por Buterin (2013), introduziu contratos inteligentes e expandiu drasticamente as possibilidades de aplicações de blockchain. O boom das ICOs (Ofertas Iniciais de Moedas) em 2017-2018, que, apesar de controverso, atraiu atenção global e bilhões em investimentos (HOWELL et al., 2020). Outro marco foi o nascimento do setor DeFi (Finanças Descentralizadas) em 2020, que transformou o mercado ao permitir a criação de sistemas financeiros acessíveis, transparentes e sem intermediários. Por meio de plataformas baseadas em contratos inteligentes, DeFi oferece serviços como empréstimos, trocas de ativos e rendimentos de investimento, eliminando a necessidade de bancos tradicionais ou outras instituições centralizadas, como destacado por Chen e Bellavitis (2020). A adoção institucional também acelerou, com países como El Salvador adotando o Bitcoin como moeda legal em 2021 (BBC NEWS, 2021), e grandes empresas de pagamento como PayPal e Visa integrando serviços de criptomoedas (VISA, 2021). Estes desenvolvimentos não apenas legitimaram o mercado cripto, mas também aumentaram consideravelmente a base de usuários e investidores, atraindo desde entusiastas individuais até grandes instituições financeiras e governos.

Com a consolidação e o crescimento exponencial do mercado de criptoativos, um número cada vez maior de investidores tem buscado exposição a esta nova classe

de ativos. No entanto, este mercado emergente possui desafios singulares para a gestão de investimentos. A presente volatilidade dessa classe de ativos, com flutuações de preço frequentemente excedendo 10% em um único dia, somada à complexidade tecnológica e regulatória do setor, cria um ambiente de investimento arriscado. Além disso, como observado por Borri (2019), a correlação não convencional entre diferentes criptoativos e sua baixa correlação com ativos tradicionais trazem camadas de complexidade à análise e gestão de risco. Neste contexto, a aplicação de princípios de gestão de portfólio torna-se não apenas desejável, mas essencial para navegar de maneira eficaz neste novo paradigma financeiro.

A teoria moderna de portfólio, introduzida por Markowitz (1952), oferece uma abordagem valiosa para abordar estes desafios no contexto dos criptoativos. Markowitz (1952, p. 77) argumenta que investir em um conjunto diversificado de ativos, em vez de concentrar recursos em um único ativo, permite uma melhor otimização da relação risco-retorno. Este princípio de diversificação é particularmente pertinente no volátil mercado de criptoativos, onde pode potencialmente mitigar riscos específicos relacionados a ativos individuais. Além disso, características únicas dos criptoativos, como a tecnologia subjacente, a governança do projeto e a liquidez do mercado, devem ser consideradas na seleção e ponderação dos ativos no portfólio. Portanto, a otimização de portfólios de criptoativos representa não apenas uma aplicação da teoria financeira clássica, mas também um campo de estudo que busca integrar os princípios tradicionais de gestão de portfólio com as peculiaridades deste mercado emergente.

## 1.1 OBJETIVOS DA PESQUISA

Diante do cenário complexo e dinâmico do mercado em questão, conforme delineado anteriormente, faz-se importante desenvolver estratégias de investimento robustas e adaptadas a este novo paradigma financeiro. Neste contexto, a presente pesquisa se propõe a abordar os desafios e oportunidades inerentes à gestão de portfólios de criptoativos, com ênfase na aplicação e avaliação de técnicas de otimização convexa.

O objetivo principal deste estudo é investigar e validar metodologias para a construção e otimização eficaz de portfólios de criptoativos, buscando determinar se e como a otimização convexa pode ser aplicada de maneira bem-sucedida neste mercado. Os objetivos específicos são listados e abordados abaixo:

1. Construção de Portfólio: Selecionar um conjunto representativo de criptoativos para compor um portfólio diversificado, priorizando ativos com relevância significativa no mercado e disponibilidade robusta de dados históricos.
2. Desenvolvimento de Backtesting: Criar um sistema de backtesting para avaliar o desempenho histórico das estratégias de investimento propostas, permitindo uma análise quantitativa e qualitativa dos resultados.
3. Otimização para Minimização de Risco: Implementar algoritmo de otimização convexa focado na minimização do risco do portfólio, considerando diversas medidas de risco.
4. Otimização para Maximização de Retorno: Aplicar técnicas de otimização visando maximizar o retorno esperado do portfólio.
5. Otimização da Relação Risco-Retorno: Desenvolver algoritmo para otimizar a razão entre retorno e risco do portfólio, buscando o equilíbrio ideal entre desempenho e estabilidade.
6. Avaliação Crítica da Otimização Convexa: Analisar criticamente a adequação, limitações e potenciais adaptações necessárias da otimização convexa no contexto específico apresentado.

Através destes objetivos, a pesquisa visa contribuir para o avanço do conhecimento teórico na área de gestão de portfólios de criptoativos e também fornecer insights práticos e ferramentas aplicáveis para investidores e gestores de ativos que buscam investir neste mercado desafiador.

## 1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO



Esta pesquisa está estruturada em cinco capítulos, cada um desempenhando um papel importante na exploração e análise da otimização de portfólios de criptoativos.

O primeiro capítulo, a Introdução, contextualiza o estudo, apresenta os objetivos e justifica sua relevância no cenário atual dos criptoativos.

O segundo capítulo, dedicado à Fundamentação Teórica, aprofunda-se nos conceitos de teoria moderna de portfólio, Medidas de Risco e Funções Objetivo. Esta seção estabelece a base conceitual necessária para a compreensão das análises subsequentes e para a confecção dos algoritmos.

O terceiro capítulo, Metodologia, detalha o processo de desenvolvimento do projeto. Abrange a coleta e pré-processamento de dados históricos, criação de backtest, a implementação e parametrização dos algoritmos de otimização, bem como a modelagem e execução dos procedimentos de backtesting.

O quarto capítulo, Resultados, apresenta uma análise dos resultados obtidos. Inclui o desempenho de diferentes estratégias de otimização, a avaliação da eficácia dos métodos aplicados no contexto volátil dos criptoativos, e a interpretação dos resultados.

O quinto e último capítulo, a Conclusão, sintetiza os principais achados do estudo, discute suas implicações práticas para investidores e acadêmicos.

## 2 ESTADO DA ARTE

### 2.1 OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS

De maneira geral, a gestão de portfólios refere-se aos processos envolvidos na identificação, seleção e administração de um conjunto de ativos de investimento, seja por uma organização ou por um indivíduo. Esses processos incluem a análise e escolha de ativos, a alocação de recursos entre os selecionados, o acompanhamento do desempenho do portfólio ao longo do tempo, e a atualização contínua do portfólio, seja com a inclusão de novos ativos ou com a descontinuação de alocações anteriores. Nesse contexto, definir a melhor composição do portfólio é um ponto muito importante e pode ser resolvido por meio da otimização de portfólios.

#### 2.1.1 TEORIA MODERNA DE PORTFÓLIOS

Tal tópico tem suas origens no trabalho pioneiro de Harry Markowitz (1952), que revolucionou a forma como os investidores tomam decisões financeiras ao apresentar a Teoria Moderna de Portfólios (MPT). Essa teoria trouxe duas contribuições fundamentais: a quantificação do risco e do retorno dos ativos e a proposta de diversificação para diminuição do risco sem comprometer o retorno esperado.

Antes da MPT, a análise financeira considerava o retorno e o risco de forma separada, sem utilizar a ideia de que ambos deveriam ser analisados em conjunto. Markowitz (1952) foi o primeiro a propor que um portfólio de investimentos poderia ser construído levando em consideração uma análise quantitativa do risco-retorno, utilizando as medidas estatísticas de retorno esperado e desvio padrão para representar, respectivamente, o potencial de ganho e o nível de risco. Além disso, introduziu o conceito de covariância, que mede a interdependência entre os retornos dos ativos. Com isso, permite a criação de portfólios mais eficientes ao combinar ativos cujos riscos não estão perfeitamente correlacionados.

Um dos pontos mais importantes da teoria de Markowitz é a diversificação. Ela sugere que o risco de um portfólio não é simplesmente a soma dos riscos

individuais dos ativos, mas depende das correlações entre eles. Assim, quando é combinado ativos cujos retornos são menos correlacionados ou negativamente correlacionados, pode-se reduzir o risco do portfólio sem sacrificar o retorno esperado.

## 2.1.2 TEORIA MODERNA DE PORTFÓLIOS

O modelo matemático desenvolvido por Markowitz, conhecido como Otimização de Média-Variância (MVO), permite calcular o portfólio ideal que gera o menor risco para um determinado nível de retorno esperado.

O MVO baseia-se na ideia de que os investidores são avessos ao risco, preferindo portfólios com menor risco para um dado nível de retorno esperado. Investidores só aceitam maior risco se caso haja maiores retornos esperados, e a relação risco-retorno varia entre indivíduos, dependendo de suas características de aversão ao risco.

### 2.1.2.1 ABORDAGEM MATEMÁTICA

Matematicamente, para um portfólio com 2 ativos A e B, definimos:

- $w_A, w_B$ : pesos dos ativos A e B no portfólio (onde  $w_A + w_B = 1$ );
- $\mu_A, \mu_B$ : retornos esperados dos ativos A e B;
- $\sigma_A, \sigma_B$ : desvios padrão dos retornos dos ativos A e B;
- $\rho_{AB}$ : correlação entre os retornos dos ativos A e B.

O retorno esperado desse portfólio de dois ativos é a média ponderada dos retornos esperados individuais. Assim, tem-se

$$\mu_p = w_A \mu_A + w_B \mu_B. \quad (1)$$

Já a variância do portfólio para dois ativos é dada por

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}. \quad (2)$$

Por meio da expressão (2), fica evidente que deve ser levado em consideração não apenas as variâncias individuais dos ativos, mas também a covariância entre eles. Isso é feito pelo termo  $2w_A w_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}$ .

Agora, estendendo esse conceito para um portfólio com  $n$  ativos. Definimos:

- $w_i$  : peso do ativo  $i$  no portfólio;
- $\mu_i$ : retorno esperado do ativo  $i$ ;
- $\sigma_{ij}$  : covariância entre os retornos dos ativos  $i$  e  $j$ ;
- $\sigma_i^2$  : variância do retorno do ativo  $i$  (quando  $i = j$ ).

O retorno esperado do portfólio é dado pela seguinte fórmula que representa a média ponderada dos retornos esperados de cada ativo

$$\mu_p = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i . \quad (3)$$

Já a variância do portfólio, nossa medida de risco em questão, é expressa como

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} . \quad (4)$$

Esta fórmula pode ser escrita de forma mais compacta usando a seguinte notação matricial onde  $w$  é o vetor de pesos  $[w_1, \dots, w_n]^T$  e  $\Sigma$  é a matriz de variância-covariância

$$\sigma_p^2 = w^T \Sigma w . \quad (5)$$

Vemos então que, a variância total do portfólio é a soma ponderada de todas as covariâncias entre os ativos que compõem o portfólio. Para cada par de ativos, multiplica-se o peso do primeiro ativo pelo peso do segundo e pela covariância entre eles. Isso é feito para todos os pares no portfólio, incluindo o par de um ativo consigo mesmo (que seria a variância desse ativo individual).

### 2.1.2.2 DIVERSIFICAÇÃO

Na fórmula da variância para um portfólio de dois ativos, o termo que inclui a correlação entre os ativos ( $\rho_{AB}$ ) deixa claro o benefício da diversificação. Quando a correlação é menor que 1, este termo reduz a variância total do portfólio em comparação com a simples soma ponderada das variâncias individuais. Quanto menor a correlação, maior o benefício da diversificação. Este é o ponto central do argumento de Markowitz: combinando ativos com correlações imperfeitas, podemos reduzir o risco total do portfólio.

Ao expandirmos para um portfólio com  $n$  ativos, a fórmula da variância ilustra como, à medida que o número de ativos aumenta, os termos de covariância ganham mais importância em relação aos termos de variância individual. Isso mostra matematicamente como a diversificação pode reduzir o risco específico de cada ativo, também conhecido como risco não sistemático ou diversificável.

### 2.1.2.3 FRONTEIRA EFICIENTE

A partir dos conceitos de retorno esperado e variância do portfólio explicitados anteriormente, temos a noção de fronteira eficiente, um elemento muito importante da teoria de Markowitz.

A fronteira eficiente é o conjunto de todos os portfólios que oferecem o máximo retorno esperado para um dado nível de risco ou, equivalentemente, o mínimo risco para um dado nível de retorno esperado. Matematicamente, isso significa encontrar os pesos  $w_i$  que:

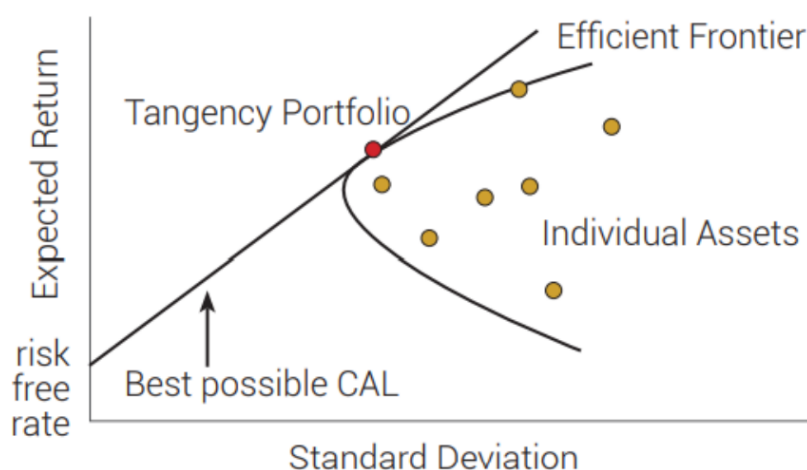
- Minimizam  $\sigma_p^2 = w^T \Sigma w$  para um dado  $\mu_p = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i$

ou

- Maximizam  $\mu_p = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i$  para um dado  $\sigma_p^2 = w^T \Sigma w$ .

Este problema de otimização pode ser resolvido para diferentes níveis de retorno esperado ou risco, gerando um conjunto de portfólios ótimos. Quando observados em um gráfico de retorno esperado versus risco (desvio padrão), estes portfólios formam uma curva conhecida como fronteira eficiente.

Figura 1 – Fronteira eficiente



Fonte: Autor

Essa fronteira eficiente é uma manifestação gráfica dos benefícios da diversificação descritos anteriormente. Cada ponto na fronteira representa um portfólio diversificado de maneira ótima para um dado nível de risco ou retorno. Movendo-se ao longo da fronteira, vemos como diferentes combinações de ativos podem ser usadas para atingir diferentes objetivos de risco-retorno.

### 2.1.3 OBJETIVOS DE OTIMIZAÇÃO

Um parâmetro essencial para a otimização de portfólios é o "objetivo" a ser buscado. Para o investidor, existem diversos objetivos possíveis, cada um refletindo diferentes estratégias e preferências. Dois desses objetivos comumente utilizados na otimização de portfólios são a minimização do risco e a maximização do Índice de Sharpe.

A Minimização de Risco visa a criação de um portfólio com a menor variabilidade possível. Esse método é uma variação do modelo clássico de média-variância de Markowitz, onde o foco principal está em minimizar o risco associado ao portfólio, em vez de maximizar o retorno esperado para um dado nível de risco. Isso leva a uma solução que é ideal para investidores avessos ao risco, que preferem proteger seu capital, buscando o menor nível possível de incerteza no desempenho futuro.

Nessa otimização, o problema pode ser formulado matematicamente como

$$\min_w \phi_k(w) \quad (6)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} Aw &\leq B \\ \phi_i(w) &\leq c_i \quad \forall i \in [1,13] \\ R(w) &\geq \bar{\mu} \end{aligned}$$

Onde:

- $w$  é o vetor de pesos do portfólio;
- $R(w)$  é o retorno esperado do portfólio;
- $Aw \leq B$  representa restrições gerais do portfólio;
- $\phi_i(w) \leq c_i$  são restrições específicas para cada ativo ou classe de ativo;
- $\bar{\mu}$  é o retorno mínimo aceitável;
- $\phi_k(w)$  representa a medida de risco do portfólio.

Já a Maximização do Índice de Sharpe, também conhecida como Maximização da Razão de Retorno Ajustado ao Risco busca otimizar a relação entre o retorno excedente do portfólio (acima da taxa livre de risco) e o risco assumido. O Índice de Sharpe é uma medida muito utilizada para avaliar o desempenho ajustado ao risco de um investimento.

A formulação matemática deste problema de otimização pode ser expressa como

$$\max_w \frac{R(w) - r_f}{\phi_k(w)} \quad (7)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} Aw &\leq B \\ \phi_i(w) &\leq c_i \quad \forall i \in [1,13] \\ R(w) &\geq \bar{\mu} \end{aligned}$$

Onde:

- $w$  é o vetor de pesos do portfólio;
- $R(w)$  é o retorno esperado do portfólio;
- $r_f$  é a taxa livre de risco;
- $\phi_k(w)$  representa a medida de risco do portfólio;
- $Aw \leq B$  representa restrições gerais do portfólio;
- $\phi_i(w) \leq c_i$  são restrições específicas para cada ativo ou classe de ativo;
- $\bar{\mu}$  é o retorno mínimo aceitável.

#### 2.1.4 RISCO

Outro ponto de extrema importância na otimização de portfólios é a escolha da medida de risco a ser utilizada. Como mencionado anteriormente, a função objetivo e as restrições em nossos problemas de otimização frequentemente incorporam uma medida de risco, representada por  $\phi_k(w)$ . E claro, a escolha desta medida pode ter um impacto significativo no resultado da otimização, influenciando diretamente a composição do portfólio ótimo.

Diferentes medidas de risco capturam diversos aspectos da variabilidade e potencial de perda dos investimentos. A medida clássica, introduzida por Markowitz (1952) em seu trabalho seminal sobre a Teoria Moderna de Portfólios, é a Variância (MV - Mean Variance). Esta mede a dispersão dos retornos em torno da média e é formulada como

$$\phi(w) = w' \Sigma w \quad (8)$$

onde  $\Sigma$  é a matriz de covariância dos retornos dos ativos.

Uma alternativa à variância é o Desvio Absoluto Médio (MAD - Mean Absolute Deviation), proposto por Konno e Yamazaki (1991). O MAD mede o desvio médio



absoluto dos retornos em relação à média e, por isso, é menos sensível a valores extremos comparado à variância. Sua formulação é dada por

$$MAD = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |r_t - \mu| \quad (9)$$

onde  $r$  é o vetor de retornos e  $\mu$  é o vetor de retornos esperados.

A Semi Standard Deviation (SSD ou MSV) é uma outra medida de risco importante. Ela foi discutida por Renata Mansini, W. Ogryczak e M. Grazia Speranza em seu trabalho sobre otimização de portfólio baseada em programação linear. A SSD considera apenas os desvios abaixo da média, focando nas perdas potenciais. Sua formulação é

$$MSV = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \max(0, \mu - r_t)^2}. \quad (10)$$

O Value at Risk Condicional (CVaR - Conditional Value at Risk), por sua vez, também conhecido como Expected Shortfall, foi proposto por Rockafellar e Uryasev (2000). O CVaR mede a perda média esperada nos piores cenários, definidos por um percentil específico. Sua formulação é

$$CVaR_{\alpha}(X) = E[X|X \leq VaR_{\alpha}(X)] \quad (11)$$

onde  $VaR_{\alpha}$  é o Value at Risk no nível de confiança  $\alpha$ .

O Value at Risk Entrópico (EVaR - Entropic Value at Risk), introduzido por Ahmadi-Javid (2012), é uma outra medida de risco coerente baseada na teoria da informação, que oferece uma alternativa ao CVaR. O EVaR se destaca por sua capacidade de capturar informações sobre toda a distribuição de perdas, não apenas a cauda, como faz o CVaR.

Já a Pior Realização (WR - Worst Realization) é uma medida que considera o pior cenário observado ou simulado, trazendo uma visão mais conservadora do risco.

Por mais que seja simples, pode ser útil em situações onde se deseja uma abordagem extremamente cautelosa.

O Gini Relativo (RG - Relative Gini) é baseado no coeficiente de Gini e mede a desigualdade nos retornos do portfólio. Esta medida pode ser útil quando se deseja considerar a distribuição dos retornos ao longo do tempo.

Ogryczak e Ruszczyński (2002) propuseram o CVRG (CVaR-based Gini), uma combinação do CVaR com o coeficiente de Gini. Esta medida busca incorporar tanto a sensibilidade a eventos extremos do CVaR quanto a consideração da distribuição geral dos retornos do Gini.

O Drawdown Máximo (MDD - Maximum Drawdown) mede a maior perda de um pico a um vale durante um período específico. É particularmente relevante para estratégias de trading e pode ser formulado como

$$MDD = \frac{r_p - r_f}{D_{max}}. \quad (12)$$

Por fim, o Drawdown Médio (ADD - Average Drawdown) é similar ao MDD, mas considera a média dos drawdowns, o que promove uma visão mais abrangente das perdas potenciais ao longo do tempo.

Cada uma dessas medidas de risco tem suas próprias características e pode ser mais ou menos apropriada dependendo do contexto do investimento, das preferências do investidor e das características específicas do mercado.

## 2.2 CAPITAL ASSET PRICING MODEL

Após a introdução da Teoria Moderna de Portfólios (MPT) por Harry Markowitz (1952), outro avanço importante no campo da otimização de portfólios foi o desenvolvimento do Capital Asset Pricing Model (CAPM) feito por William Sharpe (1964). O CAPM oferece uma maneira de calcular o retorno esperado de um ativo

com base no risco sistemático (não diversificável) associado ao mercado como um todo. Este modelo traz o conceito de beta ( $\beta$ ), que mede a sensibilidade do retorno de um ativo em relação às flutuações do mercado.

No CAPM, o retorno esperado de um ativo é dado pelo seguinte:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i * (E(R_m) - R_f) \quad (13)$$

Onde:

- $E(R_i)$  : Retorno esperado do ativo i;
- $R_f$  : Taxa livre de risco;
- $\beta_i$  : Beta do ativo i (mede a sensibilidade ao risco de mercado);
- $E(R_m)$ : Retorno esperado do mercado;
- $E(R_m) - R_f$  : Prêmio de risco do mercado.

O beta ( $\beta$ ) é uma medida fundamental no CAPM, indicando como o retorno de um ativo varia em relação ao mercado. Um beta maior que 1 implica que o ativo é mais volátil que o mercado, aumentando mais que o mercado em altas, mas também caindo mais em períodos de baixa. Por exemplo, se o beta de uma ação é 1.5, espera-se que ela aumente 15% quando o mercado sobe 10% e caia 15% quando o mercado cai 10%. Um beta menor que 1 sugere que o ativo é menos volátil, sendo uma escolha mais defensiva para investidores avessos a risco. Ativos com beta igual a 1 possuem uma correlação perfeita com o mercado, enquanto ativos com beta negativo apresentam um comportamento inverso às flutuações do mercado, sendo úteis em estratégias de hedge.

O CAPM mudou muito a forma como os ativos são precificados, ao focar no risco sistemático, que é aquele que não pode ser eliminado pela diversificação. Ao contrário do risco específico de cada ativo (risco idiossincrático), que pode ser reduzido por uma seleção adequada de ativos dentro de um portfólio, o risco sistemático é inerente ao mercado e deve ser compensado por um retorno esperado mais alto.

Esse modelo tem ampla aplicação na prática, sendo utilizado por gestores de fundos e investidores para avaliar o retorno de um ativo em função do seu risco. Porém, com o passar do tempo, algumas limitações do CAPM foram identificadas,

como, por exemplo, sua suposição de que o beta é o único fator relevante para explicar o retorno de um ativo. Estudos subsequentes, como o modelo de três fatores de Fama e French (1993), ampliaram essa visão ao incorporar outros fatores, como o tamanho da empresa e a relação valor/mercado.

### 2.3 OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS DE CRIPTOATIVOS

A otimização de portfólios é, como já discutido, uma ferramenta fundamental na gestão de investimentos tradicionais. Porém, agora com o mercado emergente de criptoativos, enfrenta novos desafios.

Estudos como os de Eisl, Gasser e Weinmayer (2015) e Brière, Oosterlinck e Szafarz (2015) já exploraram os benefícios potenciais da inclusão de criptoativos em carteiras tradicionais, ressaltando que tais ativos possuem baixa correlação com os ativos tradicionais e os possíveis ganhos de diversificação. No entanto, a aplicação de técnicas de otimização, especialmente a otimização convexa, a portfólios compostos exclusivamente por criptoativos ainda é um campo consideravelmente inexplorado.

Os criptoativos apresentam características singulares que desafiam os pressupostos dos modelos tradicionais de otimização de portfólio. A volatilidade extrema, as correlações dinâmicas entre os ativos, a escassez de dados históricos longos e a maior frequência de eventos extremos são fatores que exigem uma abordagem diferenciada e cautelosa. Liu e Tsyvinski (2018), em seu estudo sobre riscos e retornos de criptomoedas, destacaram que, apesar dos riscos elevados, esses ativos oferecem retornos potenciais que podem justificar sua inclusão em carteiras. Sendo assim, este cenário apresenta tanto desafios quanto oportunidades para a aplicação de técnicas de otimização convexa.

### 2.4 ABORDAGENS INOVADORAS

Para enfrentar tais desafios únicos apresentados pelos criptoativos, pesquisadores e profissionais têm desenvolvido abordagens inovadoras que expandem e adaptam os conceitos fundamentais da teoria de portfólios. Estas novas metodologias buscam lidar com a alta volatilidade, as correlações dinâmicas e a escassez de dados históricos característicos desse mercado.

Uma das abordagens promissoras é a aplicação de técnicas de Machine Learning (ML) nesses portfólios. Patel et al. (2015) demonstraram a eficácia de modelos baseados em ML para prever movimentos de mercado, sugerindo que esses métodos podem ser adaptados para o mercado de criptoativos. Esta abordagem é particularmente relevante considerando a natureza dinâmica e não linear dos preços dos criptoativos.

Ainda nessa linha de pesquisa, McNally, Roche e Caton (2018) utilizaram redes neurais especificamente para prever o preço do Bitcoin. Seu trabalho evidencia o potencial das técnicas de ML em capturar padrões complexos nos dados do mercado em questão, o que pode ser crucial para a otimização eficaz de portfólios neste mercado volátil.

Além das técnicas de ML, outras abordagens matemáticas e estatísticas têm sido exploradas. A otimização robusta, por exemplo, tem ganhado atenção como uma forma de lidar com a incerteza inseparável dos dados de criptoativos. Platanakis et al. (2021) demonstraram que esta técnica pode criar portfólios que sejam resistentes a erros de estimação e a mudanças abruptas nas condições de mercado, o que é relevante devido às características comuns no espaço dos criptoativos. Modelos de volatilidade condicional, como o GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), também têm sido testados para capturar melhor a natureza variável da volatilidade dos criptoativos. Chu et al. (2017) aplicaram estes modelos ao mercado de criptomoedas, mostrando que podem resultar em estimativas mais precisas de risco, essenciais para a otimização eficaz de portfólios.

Outra área de pesquisa promissora é a otimização multiobjetivo. Corbet et al. (2020) estudaram esta abordagem, reconhecendo que os investidores em criptoativos podem ter múltiplos objetivos conflitantes, como maximizar retornos, minimizar riscos

e manter certa liquidez. Seu estudo demonstrou que técnicas de otimização multiobjetivo permitem equilibrar esses diferentes critérios de forma mais robusta do que as abordagens tradicionais, como as de média-variância.

O uso e estudo dessas abordagens inovadoras citadas (Machine Learning, otimização robusta, modelos de volatilidade condicional e otimização multiobjetivo) representa um avanço significativo na gestão de portfólios de criptoativos. Cada método oferece vantagens únicas: ML captura padrões complexos, otimização robusta lida com incertezas, modelos GARCH estimam riscos com maior precisão, e a otimização multiobjetivo equilibra objetivos conflitantes. A utilização dessas técnicas com análises específicas de blockchain promete fornecer ferramentas poderosas para investimento no mercado volátil de criptoativos.

Todavia, é crucial reconhecer que, apesar desses avanços promissores, ainda não existe um consenso sobre qual abordagem é mais eficaz para a otimização de portfólios de criptoativos devido, claro, a natureza dinâmica e relativamente nova deste mercado que acaba por dificultar a validação definitiva de qualquer método único. Cada abordagem tem suas próprias limitações e vantagens, e sua eficácia pode variar dependendo das condições de mercado e dos objetivos específicos do investidor. Por consequência, há uma necessidade contínua de pesquisas empíricas rigorosas para avaliar e comparar estas diferentes metodologias em diversos cenários de mercado. À medida que o mercado de criptoativos continua a evoluir, é provável que surjam novas abordagens e que as existentes sejam refinadas, contribuindo para um entendimento mais profundo e uma gestão mais eficaz de portfólios neste novo e desafiador ambiente de investimentos.

## 2.5 RISKFOLIO

Após pontuar os fundamentos teóricos da otimização de portfólios e suas extensões para o mercado de criptoativos, é crucial discutir as ferramentas práticas que permitem implementar esses conceitos e validar os métodos. Neste contexto, destaca-se a biblioteca Riskfolio-Lib, desenvolvida por Cajas (2020), sendo lançada

como uma ferramenta Python para implementação de técnicas avançadas de otimização de portfólio.

A Riskfolio-Lib é uma biblioteca de código aberto que oferece uma implementação robusta das teorias modernas de otimização de portfólio, incluindo a abordagem clássica de Markowitz e várias extensões posteriores. Uma das principais vantagens da Riskfolio-Lib é sua abrangente implementação das medidas de risco (Cajas, 2020a). A biblioteca incorpora desde a variância clássica de Markowitz até medidas mais complexas, como as discutidas anteriormente.

Alinhada com a teoria moderna de portfólios, a biblioteca implementa diferentes objetivos de otimização. A minimização de risco ('MinRisk') permite a busca pelo portfólio de menor risco possível, utilizando qualquer uma das medidas disponíveis. Já a maximização do Índice de Sharpe ('Sharpe') busca o melhor equilíbrio entre retorno esperado e risco assumido.

A biblioteca oferece diversas funcionalidades práticas que serão fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho. Uma delas é a classe Portfolio (Cajas, 2020b), que serve como núcleo para todas as operações de otimização. Esta classe recebe os retornos históricos dos ativos e permite a configuração de diversos parâmetros para a otimização, como o método de estimação dos retornos esperados e da matriz de covariância.

Para a estimação dos parâmetros estatísticos, a Riskfolio-Lib disponibiliza o método `assets_stats()` (Cajas, 2020c), que pode utilizar diferentes abordagens. No contexto deste trabalho, será empregado o método histórico ('hist'), que se baseia nos dados passados para estimar tanto os retornos esperados quanto a matriz de covariância.

A otimização em si é realizada através do método `optimization()` (Cajas, 2020d), que aceita diversos parâmetros cruciais. O parâmetro 'model' será definido como 'Classic' para utilizar a abordagem tradicional de otimização convexa. O parâmetro 'rm' especifica a medida de risco a ser utilizada, permitindo testar todas as medidas

discutidas anteriormente. Já o parâmetro 'obj' define o objetivo da otimização, possibilitando alternar entre minimização de risco e otimização do índice de Sharpe.

A biblioteca também oferece flexibilidade na definição de restrições para a otimização (Cajas, 2020e). É possível estabelecer limites inferiores e superiores para os pesos dos ativos, bem como restrições de orçamento que garantem que a soma dos pesos seja igual a 100%. Estas restrições são particularmente importantes no contexto de criptoativos, onde pode ser prudente limitar a exposição máxima a qualquer ativo individual devido à alta volatilidade do mercado.

Os resultados da otimização são retornados em um formato estruturado, facilitando sua integração com outras ferramentas de análise e backtesting. Os pesos otimizados são apresentados em um Data Frame do pandas, que pode ser facilmente manipulado e utilizado em análises posteriores ou como entrada para outras ferramentas, como o Backtrader, que será discutido em seguida.

Esta implementação prática da Riskfolio-Lib, combinando diferentes medidas de risco, objetivos de otimização e métodos de estimação, proporcionará uma base sólida para a análise comparativa das diferentes estratégias de otimização de portfólio no mercado de criptoativos. A flexibilidade e robustez da biblioteca permitirão uma investigação abrangente das questões propostas neste trabalho, conectando efetivamente a teoria com a prática da gestão de portfólios.

## 2.6 BACKTRADER

Após discutir as ferramentas de otimização, é essencial abordar a validação do portfólio. Neste contexto, o Backtrader surge como uma ferramenta fundamental para backtesting, permitindo a avaliação histórica do desempenho das estratégias de investimento geradas pelos processos de otimização discutidos anteriormente.

O Backtrader é um framework Python de código aberto criado por Rodriguez (2015), desenvolvido especificamente para testar estratégias de trading e investimento usando dados históricos. Sua arquitetura modular e flexível o torna particularmente adequado para avaliar estratégias de alocação de portfólio.



Na parte principal do framework está o Cerebro (Rodriguez, 2015a), classe responsável por coordenar todos os aspectos da simulação. Este componente central gerencia desde os dados históricos e estratégias de investimento até a ordem de execução e análise de resultados. Trabalhando em conjunto com o Cerebro, os Data Feeds (Rodriguez, 2015b) fornecem os dados históricos necessários para a simulação, suportando múltiplos time frames e diferentes fontes de dados em diversos formatos de entrada.

A implementação da lógica de investimento é realizada através das classes Strategy (Rodriguez, 2015c), que permitem a definição detalhada das regras de entrada e saída, gerenciamento de posições e rebalanceamento de portfólio. Para simular condições reais de mercado, os Brokers (Rodriguez, 2015d) do framework replicam a execução de ordens, considerando custos de transação, slippage e regras de margem e alavancagem.

No que tange à análise de portfólios, o Backtrader oferece um conjunto robusto de funcionalidades através de seus Analyzers, que calculam métricas cruciais de desempenho como o Índice de Sharpe, drawdown máximo e retornos anualizados. Durante a simulação, os Observers monitoram e registram variáveis importantes como o valor do portfólio, posições abertas e drawdowns em tempo real. O dimensionamento das posições é controlado pelos Sizers, que podem implementar desde alocações percentuais simples até regras personalizadas complexas de sizing.

Uma característica notável do Backtrader é sua capacidade de integração com outras bibliotecas Python, permitindo avaliação de portfólios otimizados. Esta integração possibilita testar o desempenho histórico de portfólios gerados por ferramentas de otimização como a Riskfolio-Lib, validar a eficácia de diferentes abordagens de otimização em condições reais de mercado e realizar análises de sensibilidade para entender como diferentes parâmetros de otimização se comportam ao longo do tempo.

Esta combinação de otimização através do Riskfolio-Lib e backtesting via Backtrader fornece um framework completo para o desenvolvimento, teste e validação

de estratégias de investimento em criptoativos, estabelecendo uma ponte entre a teoria de otimização de portfólios e sua aplicação prática.

### 3 METODOLOGIA

Tendo em mente o objetivo principal de investigar e validar metodologias para a construção e otimização eficaz de portfólios de criptoativos, bem como os objetivos específicos explicitados na introdução, esta seção apresenta uma abordagem estruturada com uso de bibliotecas específicas para a otimização de portfólios e códigos python desenvolvidos para atender aos objetivos estipulados.

A metodologia proposta é dividida em etapas. A primeira é a Coleta e Preparação de Dados, onde discute-se o processo de seleção dos ativos, a fonte dos dados utilizados, o período de análise considerado e o método para cálculo dos respectivos retornos.

Em seguida, é apresentado o PortfolioOptimizer, uma classe criada para a implementação de estratégias de otimização de portfólio. Esta seção abordará diretamente o objetivo de desenvolver algoritmos de otimização para minimização de risco e otimização da relação risco-retorno.

O Setup do Backtest, incluindo a descrição do backtest, suas funções úteis e a classe AssetAllocation, será então detalhado. Esta etapa descreve como será possível quantificar os investimentos feitos por meio de cada otimização.

Como ponto de referência e comparação, é apresentada a estratégia de Buy and Hold de Bitcoin, que servirá como parâmetro de benchmark ao avaliar a eficácia das estratégias de otimização desenvolvidas.

São abordadas então duas linhas distintas de backtesting: o Backtest com Janela de Tamanho Fixo e o Backtest com janela incremental. Estas seções incluirão a implementação de `test_lookback_periods` e `test_multiple_rebalance_intervals`, permitindo uma análise da sensibilidade dos modelos a diferentes parâmetros e períodos de rebalanceamento.

Ao longo desta metodologia, o foco constante é a avaliação crítica da adequação, limitações e potenciais adaptações necessárias da otimização convexa no contexto específico dos criptoativos. Dessa forma, será possível analisar de maneira adequada todos os objetivos propostos.

### 3.1 COLETA E PREPARAÇÃO DE DADOS

Para construir e otimizar portfólios de criptoativos de maneira eficaz, a seleção cuidadosa dos ativos e a coleta de dados históricos relevantes são um passo muito importante. O mercado de criptoativos, embora relativamente novo em comparação com os mercados financeiros tradicionais, já apresenta uma variedade significativa de ativos com históricos de preços substanciais.

A escolha dos ativos para este estudo foi baseada em dois critérios principais: relevância no mercado atual e disponibilidade de dados históricos suficientes para uma análise robusta. Como trazido anteriormente, conforme explicitado por Markowitz em sua Teoria Moderna do Portfólio, a diversificação é um fator central para equilibrar o retorno e o risco. Assim, a busca por uma diversificação eficaz foi também um dos critérios adotados, permitindo maior robustez e menor exposição a riscos específicos.

É importante notar que o mercado em questão é caracterizado por uma rápida evolução, com novos ativos surgindo frequentemente. No entanto, para os propósitos deste estudo, o foco foi direcionado a ativos com um histórico mais estabelecido.

O Bitcoin (BTC), lançado em 2009, é o criptoativo mais antigo e ainda o mais forte, seguido pelo Ethereum (ETH), lançado em 2015. Estes dois ativos formam a base de muitos portfólios de criptoativos devido à sua longevidade e capitalização de mercado. Além destes, outros ativos ganharam relevância significativa ao longo do tempo.

Considerando estes fatores, foi selecionado o seguinte conjunto de ativos para a análise:

1. Bitcoin (BTC) - Criada em 2009 por Satoshi Nakamoto, é a primeira e mais conhecida criptomoeda, frequentemente referida como "ouro digital". A proposta inicial foi apresentada no artigo *Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System* (Nakamoto, 2008), que detalha o funcionamento de uma moeda digital descentralizada e segura.
2. Ethereum (ETH) - Lançada em 30 de julho de 2015 por Vitalik Buterin, é uma plataforma descentralizada que permite a criação de contratos

inteligentes e aplicações descentralizadas (DApps). A base técnica da plataforma foi introduzida no *Ethereum Whitepaper* (Buterin, 2013), que destacou seu potencial para expandir o uso de blockchains além das transações financeiras.

3. Binance Coin (BNB) - Criada em 2017, é o token nativo da Binance, uma das maiores exchanges de criptomoedas do mundo. Embora o artigo técnico original não esteja amplamente divulgado, o BNB é amplamente reconhecido por sua utilidade dentro do ecossistema Binance, incluindo descontos em taxas de transação.
4. Ripple (XRP) - Lançada em 2012, foi criada para facilitar transações bancárias rápidas e de baixo custo, focando em soluções para o setor financeiro. A estrutura técnica e o mecanismo de consenso da Ripple são descritos no artigo *The Ripple Protocol Consensus Algorithm* (Schwartz, Youngs & Britto, 2014).
5. Cardano (ADA) - Lançada em setembro de 2017, é uma plataforma de blockchain de terceira geração, focada em sustentabilidade, escalabilidade e transparência. Sua arquitetura foi desenvolvida com base em uma abordagem científica e acadêmica, mas não há uma referência específica como nas demais.
6. Dogecoin (DOGE) - Criada em dezembro de 2013 como uma paródia, ganhou popularidade significativa, em parte devido a endorsements de celebridades e sua comunidade ativa. Sua proposta inicial foi apresentada em *Dogecoin* (Palmer & Markus, 2013), que destacava sua natureza divertida e acessível.
7. Litecoin (LTC) - Lançada em outubro de 2011, é frequentemente descrita como a "prata para o ouro do Bitcoin". Foi criada para fornecer transações mais rápidas e de menor custo. Sua base técnica é detalhada no artigo *Litecoin - Open source P2P digital currency* (Lee, 2011).
8. Chainlink (LINK) - Fundada em 2017, é um projeto que visa conectar contratos inteligentes com dados do mundo real, fornecendo oráculos para a blockchain. Apesar de não haver um whitepaper amplamente divulgado, o projeto é descrito como pioneiro no uso de oráculos descentralizados.

Esta seleção proporciona uma mistura diversificada de ativos, incluindo as duas principais criptomoedas (BTC e ETH), tokens associados a importantes plataformas de blockchain (BNB, ADA, LINK), criptomoedas focadas em pagamentos e transações rápidas (XRP, LTC), e até mesmo uma "meme coin" que ganhou notável tração no mercado (DOGE). Essa diversidade permite análise abrangente de diferentes segmentos e casos de uso no mercado de criptoativos.

Com a definição dos ativos, procede-se à montagem do dataset. Para a aquisição dos dados, foi utilizada a biblioteca yfinance (GOGOL, 2019), que oferece uma interface para acessar os dados financeiros do Yahoo Finance. Esta escolha foi motivada pela confiabilidade dos dados fornecidos pelo Yahoo Finance e pela facilidade de uso da biblioteca yfinance (GOGOL, 2019), que permite uma integração simples e eficiente com o ambiente de programação Python.

O período de análise foi definido de 1 de dezembro de 2017 até o dia anterior à execução do código. Esta janela temporal foi escolhida para capturar um período significativo do mercado de criptoativos, incluindo tanto fases de alta volatilidade quanto períodos de relativa estabilidade, considerando que todos os ativos escolhidos estão disponíveis a partir de 2017.

O seguinte trecho de código demonstra o processo de aquisição e preparação inicial dos dados:

```
import pandas as pd
import datetime
import yfinance as yf
import backtrader as bt
import numpy as np
import warnings
from datetime import datetime, timedelta
import riskfolio as rp

warnings.filterwarnings("ignore")

# Definição do intervalo de datas
start = '2017-12-01'
end = datetime.now() - timedelta(days=1)

# Lista de ativos
assets = ['BTC-USD', 'ETH-USD', 'BNB-USD', 'XRP-USD', 'ADA-USD', 'DOGE-USD', 'LTC-USD', 'LINK-USD']
assets.sort()
```

```
# Download dos dados
prices = yf.download(assets, start=start, end=end)
display(prices.head())
prices = prices.dropna()
```

Inicialmente, o código importa as bibliotecas necessárias para o processamento de dados e análise financeira. Em seguida, define o intervalo de datas para a análise e uma lista de ativos é criada, representando os ativos financeiros que serão analisados. O código então utiliza a função `yf.download()` da biblioteca `yfinance` para baixar os dados históricos dos preços. Para verificação, as primeiras linhas dos dados baixados são exibidas. Por fim, o código remove quaisquer linhas com valores ausentes (NaN) do conjunto de dados, garantindo a integridade e consistência dos dados para análises posteriores.

Em seguida, os retornos de cada ativo são calculados, sendo estes dados fundamentais para a otimização de portfólio:

```
pd.options.display.float_format = '{:.4%}'.format
data = prices.loc[:, ('Adj Close', slice(None))]
data.columns = assets
returns = data.pct_change().dropna()
```

## 3.2 SETUP OTIMIZADOR DE PORTFÓLIOS

O próximo passo para a otimização é uma classe que realize esse processo. Pensando nisso, foi desenvolvida a classe `PortfolioOptimizer`. Ela é projetada para trabalhar com os retornos calculados a partir do dataset de ativos, utilizando a biblioteca `riskfolio` para realizar a otimização do portfólio e, posteriormente, armazenar os pesos otimizados para cada ativo em um objeto chamado `models`.

O construtor da classe, método `**init**`, inicializa o otimizador com três parâmetros fundamentais: os retornos dos ativos, o período de `lookback` e os índices de rebalanceamento. Esses parâmetros são armazenados como atributos da classe e serão utilizados no processo de otimização.

O coração da classe é o método `optimize()`. Este método é responsável por executar o processo de otimização para diferentes medidas de risco e objetivos. Inicialmente, são definidas as medidas de risco a serem consideradas, incluindo variância média (MV), desvio absoluto médio (MAD), entre outras que foram explicitadas e discutidas na seção "Estado da Arte". É importante notar que serão considerados dois tipos de otimização, determinados pela função objetivo: 'Sharpe' (para maximização do índice de Sharpe) e 'MinRisk' (para minimização do risco).

O método `optimize()` itera sobre cada combinação de objetivo e medida de risco. Para cada combinação, ele percorre os índices de rebalanceamento, selecionando um subconjunto dos dados de retorno com base no período de lookback. Utilizando a biblioteca `riskfolio`, um objeto de portfólio é criado e os parâmetros de entrada são estimados usando métodos históricos.

A otimização em si é realizada através da função `port.optimization()`, que utiliza o modelo 'Classic' da biblioteca `riskfolio`. Caso a otimização falhe por algum motivo, o código trata a exceção, imprimindo uma mensagem de erro e utilizando os pesos da iteração anterior ou zeros, se for a primeira iteração.

Os pesos otimizados para cada ativo são então armazenados no dicionário `self.models`, indexados pela combinação do objetivo e da medida de risco utilizada. Isso permite fácil acesso e comparação dos resultados das diferentes estratégias de otimização.

Por fim, o método `get_models()` proporciona uma maneira simples de recuperar todos os modelos otimizados, facilitando a análise posterior e a implementação das estratégias de investimento baseadas nesses resultados.

Esta abordagem permite a exploração de diferentes estratégias de otimização de portfólio, considerando várias medidas de risco e objetivos de investimento. A classe descrita pode ser vista abaixo:

```
class PortfolioOptimizer:
    def __init__(self, returns, lookback_period, rebalance_indices):
        self.returns = returns
        self.lookback_period = lookback_period
        self.rebalance_indices = rebalance_indices
        self.models = {}
```



```

def optimize(self):
    risk_measures = ['MV', 'MAD', 'MSV', 'CVaR', 'EVaR',
                    'WR', 'RG', 'CVRG', 'MDD', 'ADD',
                    ]

    objectives = ['Sharpe', 'MinRisk']

    for obj in objectives:
        for rm in risk_measures:
            weights = pd.DataFrame([])

            for i in self.rebalance_indices:
                Y = self.returns.iloc[i-self.lookback_period:i,:]

                port = rp.Portfolio(returns=Y)

                method_mu = 'hist'
                method_cov = 'hist'
                port.assets_stats(method_mu=method_mu, method_cov=method_cov)

                model = 'Classic'
                hist = True
                rf = 0
                l = 0

                try:
                    w = port.optimization(model=model, rm=rm, obj=obj, rf=rf,
l=l, hist=hist)
                except Exception as e:
                    print(f"Optimization failed for {obj} - {rm}: {str(e)}")
                    w = None

                if w is None:
                    w = weights.tail(1).T if not weights.empty else
pd.DataFrame(0, index=Y.columns, columns=['weights']).T
                    weights = pd.concat([weights, w.T], axis=0)

                self.models[f"{obj}_{rm}"] = weights.copy()
                self.models[f"{obj}_{rm}"].index = self.rebalance_indices

def get_models(self):
    return self.models

```

### 3.3 SETUP BACKTEST

Com a classe de otimização concluída, o próximo passo é a criação de um backtest. Esta etapa é muito importante no processo de avaliação dos portfólios e da eficácia da otimização feita.

O backtest permite simular o desempenho histórico de uma estratégia de investimento, utilizando dados passados para prever como essa estratégia poderia se comportar no futuro. Embora o desempenho passado não garanta resultados futuros, o backtesting fornece informações relevantes sobre a robustez e a eficácia potencial de uma estratégia em diferentes condições de mercado.

Para realizar o backtesting, será utilizada a biblioteca Backtrader. Esta é uma ferramenta de código aberto em Python, projetada especificamente para desenvolver, testar e analisar estratégias de investimento e trading. O Backtrader oferece várias funcionalidades, incluindo a capacidade de lidar com múltiplos ativos, incorporar custos de transação, e calcular várias métricas de desempenho. Sua flexibilidade e extensibilidade a tornam ideal para o propósito de testar portfólios e por isso será usada.

O código proposto, construído com a biblioteca mencionada, será destrinchado em seguida e pode ser visto abaixo:

```
def backtest(datas, strategy, start, end, plot=False, **kwargs):
    cerebro = bt.Cerebro()

    cerebro.broker.setcash(1000000.0)
    cerebro.broker.setcommission(commission=0.005) # Commission 0.5%
    cerebro.broker.set_slippage_perc(0.005, # Slippage 0.5%
                                    slip_open=True,
                                    slip_limit=True,
                                    slip_match=True,
                                    slip_out=False)

    for data in datas:
        cerebro.adddata(data)

    cerebro.addanalyzer(bt.analyzers.SharpeRatio, riskfreerate=0.0)
    cerebro.addanalyzer(bt.analyzers>Returns)
    cerebro.addanalyzer(bt.analyzers.DrawDown)
    cerebro.addstrategy(strategy, **kwargs)
    cerebro.addObserver(bt.observers.Value)
    cerebro.addObserver(bt.observers.DrawDown)

    results = cerebro.run(stdstats=False)

    if plot:
        cerebro.plot(iplot=False, start=start, end=end)

    return (results[0].analyzers.drawdown.get_analysis()['max']['drawdown'],
```

```
results[0].analyzers.returns.get_analysis()['rnorm100'],  
results[0].analyzers.sharperatio.get_analysis()['sharperatio']
```

A análise detalhada da função de backtest criada revela suas características principais. Primeiramente, ela recebe os dados históricos dos ativos, a estratégia de investimento a ser testada, as datas de início e fim do backtest, uma opção para visualizar os resultados e argumentos adicionais que podem ser passados para a estratégia.

O elemento principal da função é o objeto Cerebro, que consiste no motor principal do Backtrader para executar backtests. Após sua inicialização, são configurados os custos de transação e outros custos de corretagem para simular condições de mercado mais realistas. São definidos um capital inicial substancial, uma comissão e um slippage, todos parâmetros cruciais para uma simulação precisa.

Em seguida, o Cerebro é alimentado com os dados históricos e são incorporados vários analisadores para calcular métricas importantes. O Sharpe Ratio ajuda a medir o desempenho ajustado ao risco, o analisador de Returns calcula os retornos da estratégia, e o Drawdown mede as quedas máximas do portfólio. A estratégia é adicionada ao Cerebro, com a flexibilidade de passar parâmetros adicionais, e são incluídos observadores para acompanhar o valor do portfólio e o drawdown ao longo do tempo.

Com tudo configurado, o backtest pode ser executado e, se desejado, é gerado um gráfico visual do desempenho da estratégia. O resultado final da função são três métricas-chave: o drawdown máximo, o retorno normalizado e o índice de Sharpe.

Esta função de backtest, portanto, permite avaliar o desempenho dos portfólios otimizados gerados pela classe PortfolioOptimizer. Ao simular o comportamento dessas estratégias em condições históricas de mercado, é possível obter uma perspectiva sobre sua eficácia potencial e robustez em diferentes cenários.

### 3.4 ESTRATÉGIAS DE INVESTIMENTO – CLASSE ASSETALLOCATION

Após a configuração da função de backtest, o próximo passo é definir a estratégia de investimento. Para isso, foi criada a classe `AssetAllocation`. Esta classe representa a estratégia de alocação de ativos e será passada como parâmetro para a função de backtest desenvolvida anteriormente.

Ela é projetada para implementar uma estratégia de rebalanceamento de portfólio baseada em pesos predefinidos para cada ativo. A mesma pode ser vista abaixo:

```
class AssetAllocation(bt.Strategy):
    params = (('weights', None),)

    def __init__(self):
        if self.params.weights is None:
            raise ValueError("Weights must be provided as a parameter")

        self.weights = self.params.weights

        for j, asset in enumerate(assets):
            setattr(self, asset, self.datas[j])

        self.counter = 0

    def next(self):
        if self.counter in self.weights.index.tolist():
            for asset in assets:
                w = self.weights.loc[self.counter, asset]
                self.order_target_percent(getattr(self, asset), target=w)
            self.counter += 1
```

Inicialmente, é definido o parâmetro 'weights' na classe. Este parâmetro é importante, pois conterà os pesos otimizados para cada ativo no portfólio ao longo do tempo. Estes pesos são derivados do processo de otimização realizado com o `PortfolioOptimizer`.

No método `**init**`, realiza-se a inicialização da estratégia. Primeiramente, verifica-se se os pesos foram fornecidos como parâmetro. Caso contrário, é levantada uma exceção, pois os pesos são fundamentais para o funcionamento da estratégia. Em seguida, os pesos fornecidos são atribuídos a um atributo da classe para uso posterior.

Uma parte interessante do método de inicialização é o loop que itera sobre os ativos. Para cada ativo na lista 'assets', é criado dinamicamente um atributo na classe com o nome do ativo, associando-o ao respectivo objeto de dados (`self.datas[jj]`). Isso permite acessar facilmente os dados de cada ativo posteriormente.

Em seguida, tem-se o método `next()`. Este método é chamado pelo Backtrader para cada barra de dados durante a simulação. Aqui, é implementada a lógica de rebalanceamento do portfólio.

No método `next()`, primeiro verifica-se se o contador atual (`self.counter`) está presente nos índices dos pesos. Isso permite determinar se é um momento de rebalanceamento. Se for, itera-se sobre todos os ativos e obtém-se o peso correspondente para aquele ativo naquele momento específico. Utiliza-se então o método `order_target_percent` para ajustar a posição de cada ativo para atingir o peso desejado.

O método `order_target_percent`, por sua vez, é uma funcionalidade do Backtrader que calcula automaticamente a quantidade necessária de compra ou venda para atingir a porcentagem alvo do portfólio para um determinado ativo. Isso simplifica significativamente a implementação da estratégia de rebalanceamento.

Finalmente, o contador é incrementado a cada chamada do método `next()`, garantindo o acompanhamento correto do progresso através dos dados históricos.

Esta implementação da classe `AssetAllocation` permite simular uma estratégia de investimento que rebalanceia periodicamente o portfólio de acordo com os pesos otimizados determinados anteriormente. Ao passar esta classe para a função de `backtest`, é possível avaliar o desempenho desta estratégia de alocação de ativos em diferentes condições de mercado e com diferentes conjuntos de pesos otimizados.

### 3.5 DATAS DE REBALANCEAMENTO

Outra função relevante para a estratégia de investimento é a `get_rebalancing_dates`. Esta função desempenha o papel de determinação dos momentos em que o portfólio será atualizado. Afinal, em uma estratégia de alocação

de ativos, é essencial definir não apenas como alocar os recursos, mas também quando fazer ajustes nessa alocação.

A questão central que esta função aborda é: com que frequência deve-se atualizar o portfólio? Quais dias serão designados como "dias de atualização"? Estas decisões têm um impacto significativo no desempenho, visto que serão consideradas taxas de emissão de ordem e slippage.

```
def get_rebalancing_dates(returns, lookback_period=30, rebalance_interval=30):
    all_dates = returns.index
    start_date = all_dates[lookback_period]

    rebalance_dates = pd.date_range(start=start_date, end=all_dates[-1],
    freq=f'{rebalance_interval}D')

    rebalance_indices = []
    for date in rebalance_dates:
        idx = all_dates.searchsorted(date)
        if idx < len(all_dates):
            rebalance_indices.append(idx)

    rebalance_indices = sorted(set(rebalance_indices))

    return rebalance_indices

# Usage example:
lookback_period = 1000
rebalance_interval = 30 # For monthly rebalancing (approximately)

index_ = get_rebalancing_dates(returns, lookback_period, rebalance_interval)
```

A função aceita três parâmetros principais: `returns` que é um DataFrame contendo os retornos dos ativos, `lookback_period` que é o número de dias a serem considerados para os dados iniciais e `rebalance_interval`, o número de dias entre cada rebalanceamento.

O processo começa extraindo todas as datas de negociação do DataFrame de retornos. Em seguida, define-se a data de início como a primeira data possível após o período de `lookback`. Isso garante dados suficientes para a análise inicial antes de começar o rebalanceamento.

A função então gera uma série de datas de rebalanceamento usando `pd.date_range`, começando da data de início e indo até a última data disponível nos dados, com intervalos definidos pelo `rebalance_interval`.

Isso é feito através de um loop que percorre as datas de rebalanceamento geradas. Para cada data, a função encontra o índice correspondente nos dados reais usando `all_dates.searchsorted(date)`. Se o índice encontrado é válido, ele é adicionado à lista de índices de rebalanceamento.

O exemplo de uso no final do código demonstra como a função pode ser aplicada na prática. Neste caso, utiliza-se um período de `lookback` de 1000 dias e um intervalo de rebalanceamento de aproximadamente 30 dias, o que corresponde a um rebalanceamento mensal.

Esta função `get_rebalancing_dates` é importante para a estratégia de alocação de ativos, pois fornece uma estrutura temporal consistente e baseada em dados para as decisões de rebalanceamento. Ao ajustar os parâmetros `lookback_period` e `rebalance_interval`, é possível experimentar diferentes frequências de rebalanceamento e avaliar seu impacto no desempenho geral do portfólio.

### 3.6 BENCHMARK

Na avaliação de estratégias de investimento e da eficácia da otimização de portfólio proposta, a definição de um benchmark apropriado é crucial. Um benchmark serve como ponto de referência contra o qual o desempenho de uma estratégia pode ser medido, permitindo uma avaliação objetiva do resultado prático. No contexto dos criptoativos, onde a volatilidade e a natureza emergente do mercado apresentam desafios únicos, a escolha do benchmark torna-se ainda mais significativa.

Para este estudo, optou-se por utilizar uma estratégia de Buy and Hold do Bitcoin (BTC) como benchmark. Esta escolha é fundamentada nas descobertas de Dyhrberg (2016) [6], que demonstrou que o Bitcoin possui características tanto de reserva de valor quanto de meio de troca, posicionando-se entre o ouro e o dólar americano em termos de capacidades financeiras. O autor também identificou que o Bitcoin apresenta propriedades úteis para gestão de risco e pode ser particularmente

interessante para investidores avessos ao risco. Além disso, o Bitcoin é o criptoativo mais antigo, mais conhecido e com maior capitalização de mercado, frequentemente considerado como representativo do mercado de criptomoedas como um todo. Dessa forma, será possível verificar se a proposta de usar um conjunto de ativos é melhor ou não em comparação ao simples investimento em Bitcoin.

A implementação desta estratégia de benchmark é realizada através da classe `BuyAndHold`. Esta classe é projetada para simular uma estratégia simples de comprar e manter Bitcoin. O método `**init**` inicializa um contador, que será utilizado para controlar o momento de entrada no mercado.

No método `next`, que é chamado para cada barra de dados durante a simulação, a lógica principal da estratégia é implementada. O código verifica se o contador atingiu ou ultrapassou 1004, que representa um período inicial de observação. Após este período, se não houver posição aberta, a estratégia investe 99% do capital disponível em Bitcoin. Esta abordagem simula um investidor que entra no mercado após um período de observação e mantém sua posição.

Para executar o backtest desta estratégia de benchmark, utiliza-se a função `backtest` previamente definida. Os parâmetros passados incluem os dados do benchmark (neste caso, os dados do Bitcoin), a classe `BuyAndHold`, e as datas de início e fim do período de teste. A função `backtest` retorna três métricas importantes: o drawdown máximo (`dd`), o Compound Annual Growth Rate (CAGR), e o índice de Sharpe.

Esta abordagem de benchmark fornece uma sólida comparação. Ao contrastar o desempenho das estratégias otimizadas com este benchmark de Buy and Hold de Bitcoin, é possível avaliar se as técnicas de otimização de portfólio realmente agregam valor, ou se simplesmente manter Bitcoin teria sido uma estratégia igualmente eficaz ou superior.

Abaixo vê-se a implementação descrita.

```
import backtrader as bt
import matplotlib.pyplot as plt

class BuyAndHold(bt.Strategy):
    def __init__(self):
```



```

        self.counter = 0

    def next(self):
        if self.counter >= 1004:
            if self.getposition(self.data).size == 0:
                self.order_target_percent(self.data, target=0.99)
            self.counter += 1

# Set up matplotlib
%matplotlib inline
plt.rcParams["figure.figsize"] = (10, 6) # (w, h)
plt.plot()

# Run the backtest
start = 1004
end = prices.shape[0] - 1

dd, cagr, sharpe = backtest([benchmark],
                            BuyAndHold,
                            start=start,
                            end=end,
                            plot=True)

```

### 3.7 OTIMIZAÇÃO COM JANELA FIXA

Após o desenvolvimento de todos os componentes necessários para a análise que são o backtest, a classe de otimização de portfólio, a definição de dias de rebalanceamento e a classe para realocar ativos, é possível agora integrar todos esses elementos para otimizar e testar os portfólios de forma abrangente.

A função `test_lookback_periods` apresentada a seguir realiza essa integração, permitindo avaliar o desempenho das estratégias de otimização sob diferentes períodos de lookback. Esta abordagem fornece uma visão mais ampla sobre como as estratégias de otimização se comportam considerando diferentes horizontes temporais.

Analisando os componentes principais desta função, primeiramente, define-se uma série de períodos de lookback, variando de 10 a 600 dias, com 10 pontos igualmente espaçados. Isso permite testar diferentes janelas temporais ao mesmo tempo.

O loop principal da função itera sobre cada período de lookback. Para cada período, realiza-se uma série de passos. Começa-se gerando as datas de rebalanceamento utilizando a função `get_rebalancing_dates` explicitada na seção 3.4. Em seguida, cria-se uma instância de `PortfolioOptimizer` criada na seção 3.2, realiza-se a otimização e obtém-se os modelos resultantes.

Para cada medida de risco (MV, MAD, MSV, etc.), um backtest é executado utilizando a função `backtest` desenvolvida anteriormente. A classe `AssetAllocation` é passada como estratégia e os pesos otimizados também. Os resultados de cada backtest são armazenados, incluindo o período de lookback, a medida de risco utilizada, o drawdown máximo, o CAGR (Compound Annual Growth Rate) e o índice de Sharpe.

Ao final, a função retorna um `DataFrame` da biblioteca `pandas` contendo todos os resultados coletados, facilitando a análise posterior dos resultados. Ao variar o período de lookback e testar diferentes medidas de risco, é possível identificar qual período de lookback produz os melhores resultados para cada medida de risco, quais medidas de risco são mais eficazes para diferentes horizontes temporais, e como o desempenho das estratégias varia em termos de drawdown, retorno e risco ajustado (Sharpe).

```
def test_lookback_periods(returns, assets_prices, start, end,
rebalance_interval=30):
    lookback_periods = np.linspace(10, 600, 10, dtype=int)
    results = []

    for lookback_period in lookback_periods:
        print(f"Testing lookback period: {lookback_period} days")

        # Generate rebalancing dates
        index_ = get_rebalancing_dates(returns, lookback_period,
rebalance_interval)

        # Optimize portfolio
        optimizer = PortfolioOptimizer(returns, lookback_period, index_)
        optimizer.optimize()
        models = optimizer.get_models()

        # Run backtest for each risk measure
        risk_measures = [
            'MV', 'MAD', 'MSV', 'CVaR', 'EVaR',
            'WR', 'RG', 'CVRG', 'MDD', 'ADD',
```

```

]

for risk_measure in risk_measures:
    weights = models[risk_measure]

    dd, cagr, sharpe = backtest(
        assets_prices,
        AssetAllocation,
        start=start,
        end=end,
        plot=False,
        weights=weights
    )

    results.append({
        'Lookback Period': lookback_period,
        'Risk Measure': risk_measure,
        'Max Drawdown': f"{dd:.2f}%",
        'CAGR': f"{cagr:.2f}%",
        'Sharpe': f"{sharpe:.3f}"
    })

return pd.DataFrame(results)

```

Esta análise multidimensional gera resultados valiosos sobre a robustez e a eficácia das estratégias de otimização de portfólio em diferentes condições de mercado e horizontes temporais. A flexibilidade desta abordagem permite adaptar estratégias e alocações às características únicas e à volatilidade inerente ao mercado de criptomoedas, potencialmente melhorando os resultados de investimento a longo prazo.

### 3.7.1 INTERVALOS DE REBALANCEAMENTO

Com base no `test_lookback_periods` descrito anteriormente, foi desenvolvido outro teste de otimização, desta vez focado na frequência de rebalanceamento que é um aspecto essencial da gestão de portfólios. A definição dessa frequência envolve um trade-off importante. Rebalanceamentos mais frequentes permitem que o portfólio permaneça mais próximo de sua alocação-alvo, minimizando desvios de risco e alinhando-se melhor aos objetivos do investidor. Por outro lado, essas operações

incorrem em custos de transação, como taxas, impostos e esforço operacional, que podem reduzir significativamente os retornos líquidos ao longo do tempo.

De acordo com Jaconetti et al. (2010), uma estratégia de rebalanceamento baseada exclusivamente no tempo, como rebalanceamentos mensais, trimestrais ou anuais, é uma abordagem prática e amplamente utilizada, especialmente em cenários onde o monitoramento contínuo de desvios não é viável ou desejado. Essa abordagem, embora não responda diretamente às flutuações de mercado em tempo real, apresenta a vantagem de ser previsível e de manter os custos de transação relativamente baixos, dependendo da frequência escolhida.

Neste trabalho, optou-se pela otimização com base em intervalos regulares de tempo devido à sua simplicidade e aplicabilidade prática. A estratégia permitirá avaliar como diferentes frequências impactam o desempenho e a volatilidade do portfólio ao longo do período analisado. Para realizar essa análise, foi desenvolvida a função `test_multiple_rebalance_intervals`, que adapta a estrutura básica da `test_lookback_periods`, mas explora a variação nos intervalos de rebalanceamento, mantendo todas as outras condições constantes. O código da implementação é apresentado a seguir:

```
def test_multiple_rebalance_intervals(returns, assets_prices, start, end,
lookback_period=252):
    rebalance_intervals = np.linspace(5, 90, 10, dtype=int)
    results = []

    for rebalance_interval in rebalance_intervals:
        print(f"Testing rebalance interval: {rebalance_interval} days")

        # Generate rebalancing dates
        index_ = get_rebalancing_dates(returns, lookback_period,
rebalance_interval)

        # Optimize portfolio
        optimizer = PortfolioOptimizer(returns, lookback_period, index_)
        optimizer.optimize()
        models = optimizer.get_models()

        # Run backtest for each optimization objective and risk measure
        for obj in ['Sharpe', 'MinRisk']:
            for risk_measure in ['MV', 'MAD', 'MSV', 'CVaR', 'EVaR', 'WR', 'RG',
'CVRG', 'MDD', 'ADD']:
                model_key = f"{obj}_{risk_measure}"
                weights = models[model_key]
```

```
dd, cagr, sharpe = backtest(
    assets_prices,
    AssetAllocation,
    start=start,
    end=end,
    plot=False,
    weights=weights
)

results.append({
    'Rebalance Interval': rebalance_interval,
    'Objective': obj,
    'Risk Measure': risk_measure,
    'Max Drawdown': f"{dd:.2f}%",
    'CAGR': f"{cagr:.2f}%",
    'Sharpe': f"{sharpe:.3f}"
})

return pd.DataFrame(results)
```

A função começa definindo uma série de intervalos de rebalanceamento, variando de 5 a 90 dias, com 10 pontos intermediários. Esta faixa foi escolhida para cobrir desde rebalanceamentos muito frequentes (semanais) até aproximadamente trimestrais, permitindo uma análise boa do impacto da frequência de rebalanceamento.

Para cada intervalo de rebalanceamento, a função gera as datas correspondentes usando `get_rebalancing_dates` e realiza a otimização do portfólio.

O processo de `backtest` é executado para cada combinação de objetivo e medida de risco, coletando as mesmas métricas de desempenho: drawdown máximo, CAGR e índice de Sharpe. Os resultados são armazenados em um `DataFrame` que permite analisar como diferentes frequências de rebalanceamento afetam o desempenho do portfólio sob diferentes objetivos e medidas de risco.

Esta abordagem sistemática permite identificar padrões na relação entre a frequência de rebalanceamento e o desempenho do portfólio, considerando tanto os benefícios da otimização quanto os custos de transação. Os resultados podem ajudar a determinar uma frequência de rebalanceamento que equilibre adequadamente estes

fatores, maximizando o desempenho líquido do portfólio no contexto específico do mercado e da função objetivo.

### 3.8 OTIMIZAÇÃO COM JANELA CRESCENTE

Outro tipo de abordagem se faz necessário neste contexto. A proposta considera que a janela, cujo tamanho é determinado pelo período de lookback, possa crescer infinitamente. Ao invés de olhar para um tamanho fixo de dados anteriores, a análise incorpora todos os dados anteriores. Esta abordagem, conhecida como janela crescente, representa uma filosofia diferente na análise de séries temporais e otimização de portfólio.

A principal diferença em relação à abordagem de janela fixa é a forma de consideração da informação histórica. Na janela fixa, mantém-se um período constante de observação, descartando dados mais antigos à medida que novos dados são incorporados. Já na janela crescente, preserva-se toda a história disponível, permitindo que a base de dados para otimização cresça continuamente com o tempo.

Do ponto de vista teórico, considera-se que toda informação histórica pode ser relevante para a tomada de decisão, e que padrões de longo prazo no mercado podem conter informações valiosas que seriam perdidas em uma janela fixa. No contexto específico do mercado de criptoativos, esta abordagem pode ser interessante por algumas razões. Primeiro, por ser um mercado relativamente novo, cada período histórico pode conter informações únicas sobre o comportamento e evolução do mercado. Segundo, ao manter todo o histórico, torna-se possível capturar melhor os ciclos de longo prazo que são característicos deste mercado, como os ciclos de halving do Bitcoin e seus impactos no mercado como um todo.

No entanto, é importante pontuar que esta abordagem também apresenta possíveis pontos negativos. Um deles é o viés que dados muito antigos podem introduzir nas estimativas, especialmente em um mercado tão dinâmico quanto o de criptoativos.

```
import numpy as np
```

```

def test_lookback_periods(returns, assets_prices, start, end,
rebalance_interval=30):
    results = []

    # Generate rebalancing dates
    index_ = get_rebalancing_dates(returns, 1, rebalance_interval)

    # Optimize portfolio
    optimizer = PortfolioOptimizerInfinityWindow(returns, index_)
    optimizer.optimize()
    models = optimizer.get_models()

    # Run backtest for each risk measure
    risk_measures = ['MV', 'MAD', 'MSV', 'CVaR', 'EVaR',
                    'WR', 'RG', 'CVRG', 'MDD', 'ADD',
                    ]:
        weights = models[f'{risk_measure}']

        dd, cagr, sharpe = backtest(assets_prices,
                                   AssetAllocation,
                                   start=start,
                                   end=end,
                                   plot=False,
                                   weights=weights)

        results.append({
            'Risk Measure': risk_measure,
            'Max Drawdown': f"{dd:.2f}%",
            'CAGR': f"{cagr:.2f}%",
            'Sharpe': f"{sharpe:.3f}"
        })

    return pd.DataFrame(results)

```

A função `test_lookback_periods` foi desenvolvida para avaliar o comportamento do portfólio no caso de uma janela crescente de dados. Ela aceita como parâmetros os retornos históricos dos ativos (`returns`), os preços históricos (`assets_prices`), o período de análise (`start` e `end`) e o intervalo de rebalanceamento (`rebalance_interval`), definido por padrão em 30 dias. Este intervalo determina a frequência com que os pesos do portfólio serão recalculados.

O processo de otimização inicia com a geração das datas de rebalanceamento através da função `get_rebalancing_dates`. Em seguida, utiliza-se o `PortfolioOptimizerInfinityWindow`, classe especializada abordada anteriormente que

implementa a otimização com janela crescente, considerando todo o histórico disponível até cada ponto de rebalanceamento.

Os resultados para cada medida de risco são consolidados em um DataFrame, permitindo uma análise comparativa do desempenho de cada uma sob a abordagem de janela crescente.

Em resumo, o teste é muito parecido com o que havia sido proposto para o caso da janela fixa, diferindo principalmente pela não necessidade de um `lookback_period` e do uso de uma classe modificada de Otimização, a `PortfolioOptimizerInfinityWindow`.



## 4 RESULTADOS

Esta seção apresenta e analisa os resultados dos testes realizados, buscando identificar padrões e características que possam guiar a otimização eficiente de portfólios de criptoativos. A análise foi estruturada em três partes principais: primeiro, estabelecemos um benchmark baseado na estratégia Buy and Hold do Bitcoin para servir como referência de comparação. Em seguida, são investigadas duas abordagens distintas de otimização, janela fixa e janela crescente, cada uma testada com dois objetivos diferentes: maximização do índice de Sharpe e minimização de risco.

Para cada combinação de abordagem e objetivo, foi realizado uma série extensiva de testes variando sistematicamente três parâmetros principais: intervalo de rebalanceamento (7 a 90 dias), período de lookback (7 a 280 dias, apenas para janela fixa), e diferentes medidas de risco. Esta exploração sistemática do espaço de parâmetros gerou um conjunto abrangente de resultados, que foram então ordenados segundo métricas relevantes (Sharpe, CAGR, drawdown) para identificar configurações mais eficientes e padrões recorrentes.

A análise dos top 10 resultados em cada categoria nos permite identificar quais combinações de parâmetros tendem a produzir melhores resultados, revelando padrões como intervalos de rebalanceamento mais eficientes, períodos ideais de lookback, e medidas de risco mais adequadas para o mercado de criptoativos.

### 4.1 AVALIAÇÃO DO BENCHMARK

Como ponto de partida para análise dos resultados, é fundamental estabelecer um benchmark que servirá como referência para avaliar o desempenho das estratégias de otimização. Como definido na metodologia, foi escolhida a estratégia Buy and Hold do Bitcoin como benchmark, dada sua forte posição no mercado em questão.

O período analisado, de dezembro de 2017 a outubro de 2024, contém diversos ciclos significativos do mercado. O Bitcoin iniciou este período em meio a sua primeira grande bull run, atingindo aproximadamente US\$ 20.000 em dezembro de 2017. Este

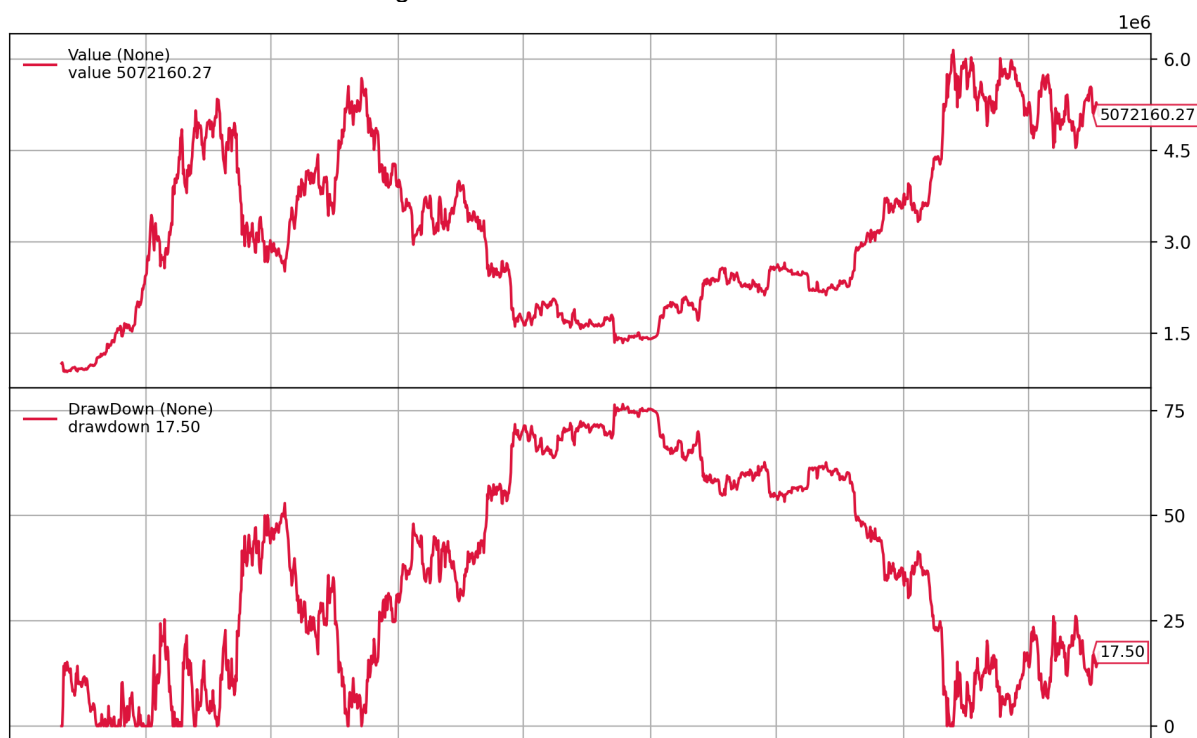
pico foi seguido por um mercado de baixa prolongado em 2018, conhecido como "crypto winter", onde o preço recuou para mais ou menos US\$ 3.200.

O mercado permaneceu relativamente desaquecido até 2020, quando, impulsionado por diversos fatores como estímulos monetários globais e crescente adoção institucional, o Bitcoin iniciou um novo ciclo de alta. Este movimento, na época, culminou em um novo máximo histórico próximo a US\$ 69.000 em novembro de 2021. No entanto, 2022 trouxe uma série de eventos negativos para o mercado cripto, incluindo o colapso da Terra/LUNA e da exchange FTX, levando a uma queda significativa nos preços. A partir de 2023, o mercado começou a dar sinais de recuperação, e em 2024 entrou em um novo ciclo de alta.

Para avaliar o desempenho desta estratégia de Buy and Hold, foi implementada a classe BuyAndHold utilizando o framework Backtrader. Esta implementação simples espera um período inicial de dias antes de realizar um investimento de 99% do capital em Bitcoin, mantendo 1% em caixa para eventuais custos operacionais e taxas. A estratégia mantém esta posição até o final do período analisado.

Executando o backtest desta estratégia com os parâmetros definidos na metodologia, incluindo custos de transação e slippage de 0,5%, obtém-se os resultados vistos na figura 2.

Figura 2 – Performance do Benchmark



Fonte: Autor

Os resultados quantitativos da estratégia foram: Drawdown Máximo de 76.51%, CAGR de 18.15% e Índice de Sharpe de 0.604. Estes números servirão como base de comparação para avaliar se as estratégias de otimização desenvolvidas conseguem superar o simples investimento em Bitcoin, seja em termos de retorno absoluto (CAGR), risco (Drawdown) ou relação risco-retorno (Sharpe).

Além do Bitcoin como benchmark, é importante analisar o comportamento individual dos demais ativos que farão parte do universo de investimento para as estratégias de otimização. Aplicando a mesma metodologia de Buy and Hold para cada ativo, obtemos suas características de risco-retorno no período analisado.

Entre os ativos analisados, o Dogecoin (DOGE) apresentou o maior CAGR de 59.95%, significativamente superior ao Bitcoin, porém acompanhado do maior drawdown máximo (92.26%) e um dos menores índices de Sharpe (0.420). Este resultado exemplifica claramente o trade-off entre risco e retorno no mercado de criptoativos, onde retornos excepcionais frequentemente vêm acompanhados de volatilidade alta.

A Binance Coin (BNB) apresenta o segundo maior CAGR (39.78%) e, notavelmente, o menor drawdown máximo entre todos os ativos (70.84%).

Ethereum (ETH), frequentemente considerado o segundo ativo mais relevante do mercado, apresentou métricas relativamente similares ao Bitcoin, com CAGR de 23.79% e Sharpe de 0.525, porém com drawdown máximo ligeiramente superior (79.35% vs 76.51% do BTC).

Cardano (ADA) e Ripple (XRP) mostraram CAGRs próximos ao Bitcoin (23.29% e 24.02% respectivamente), mas com drawdowns significativamente maiores, especialmente no caso de ADA (91.85%). Chainlink (LINK) e Litecoin (LTC) apresentaram os desempenhos mais modestos em termos de CAGR (5.67% e 7.13% respectivamente), com drawdowns elevados acima de 88%, resultando nos menores índices Sharpe do grupo (0.399 para ambos).

## 4.2 ANALIZE DA OTIMIZAÇÃO COM JANELA FIXA

Conforme discutido na seção 3.6, a otimização com janela fixa representa uma abordagem onde o algoritmo considera um número constante de dias históricos (período de *lookback*) para calcular os pesos ótimos do portfólio. Esta metodologia se baseia na premissa de que os dados mais recentes são mais relevantes para a tomada de decisão, enquanto informações muito antigas podem não refletir adequadamente as condições atuais do mercado.

A implementação desta estratégia utiliza a classe `PortfolioOptimizer` apresentada anteriormente, que permite testar diferentes objetivos de otimização (minimização de risco e maximização do índice de Sharpe) em conjunto com diversas medidas de risco. Esta seção examina os resultados obtidos com diferentes períodos de *lookback* e intervalos de rebalanceamento, e métricas de risco, buscando identificar as configurações mais eficientes para cada objetivo.

#### 4.2.1 MAXIMIZAÇÃO DE SHARPE

A segunda otimização analisada foi a maximização do Índice de Sharpe, que busca otimizar a relação risco-retorno do portfólio.

Tabela 1 – Top 10 Melhores Sharpe MaxSharpe janela fixa

Ranking	Risk Measure	Lookback Period	Rebalance Interval	Sharpe	CAGR	Max Drawdown
1	Sharpe_ADD	203	35	1.091	36.54%	68.36%
2	Sharpe_CVRG	105	21	0.959	43.79%	64.56%
3	Sharpe_RG	105	21	0.958	42.75%	60.85%
4	Sharpe_WR	203	56	0.918	17.21%	54.82%
5	Sharpe_MV	98	7	0.914	42.38%	67.96%
6	Sharpe_FLPM	105	42	0.906	41.11%	56.38%
7	Sharpe_MAD	7	35	0.890	54.26%	62.97%
8	Sharpe_FLPM	70	7	0.888	55.11%	81.66%
9	Sharpe_MAD	133	49	0.878	48.99%	53.91%
10	Sharpe_MAD	105	56	0.873	38.14%	50.14%

Fonte: Autor

Analisando a tabela 1 dos melhores Índices de Sharpe, observa-se uma diversidade significativa de medidas de risco, com destaque para o Sharpe\_ADD (Average Drawdown Duration), que alcançou o melhor resultado com um Sharpe de 1.091, utilizando um período de lookback de 203 dias e intervalo de rebalanceamento de 35 dias. É notável que as diferentes medidas de risco produziram resultados expressivos, com todas as configurações do top 10 apresentando Sharpe acima de 0.87.

Tabela 2 – Top 10 Melhores CAGR MaxSharpe janela fixa

Ranking	Risk Measure	Lookback Period	Rebalance Interval	Sharpe	CAGR	Max Drawdown
1	Sharpe_UCI	28	56	0.444	103.43%	50.41%
2	Sharpe_CVaR	63	63	0.468	80.21%	62.93%
3	Sharpe_MSVM	28	56	0.400	80.14%	57.84%
4	Sharpe_UCI	126	49	0.810	74.47%	62.15%
5	Sharpe_FLPM	28	56	0.396	74.05%	74.79%
6	Sharpe_WR	56	63	0.426	72.37%	70.77%
7	Sharpe_UCI	196	14	0.666	72.15%	72.36%
8	Sharpe_UCI	196	7	0.692	70.73%	69.90%
9	Sharpe_MDD	196	14	0.726	70.49%	79.54%
10	Sharpe_CDaR	189	14	0.758	70.30%	71.75%

Fonte: Autor

Em termos de retorno absoluto, os resultados são notáveis, com CAGRs expressivamente altos, chegando a 103.43% na melhor configuração (Sharpe\_UCI com lookback de 28 dias e rebalanceamento a cada 56 dias). É interessante observar que as configurações que maximizaram o retorno nem sempre coincidiram com aquelas que otimizaram o Índice de Sharpe, evidenciando o trade-off entre retorno e risco.

Tabela 3 – Top 10 Menores Drawdowns MaxSharpe janela fixa

Ranking	Risk Measure	Lookback Period	Rebalance Interval	Sharpe	CAGR	Max Drawdown
1	Sharpe_CVaR	196	77	0.577	15.48%	32.18%
2	Sharpe_CVaR	196	56	0.576	9.88%	40.17%
3	Sharpe_EVaR	49	56	0.768	29.60%	41.16%
4	Sharpe_EVaR	196	56	0.387	11.36%	42.26%
5	Sharpe_CDaR	21	77	0.844	12.75%	42.49%
6	Sharpe_WR	112	77	0.317	5.34%	43.13%
7	Sharpe_MDD	147	70	0.502	9.34%	43.20%
8	Sharpe_WR	49	56	0.667	20.65%	43.71%
9	Sharpe_MSV	196	56	0.612	12.63%	43.87%
10	Sharpe_ADD	147	49	0.500	29.24%	44.25%

Fonte: Autor

Na perspectiva de controle de risco, as medidas baseadas em VaR (CVaR e EVaR) se destacaram, conseguindo manter os drawdowns em níveis mais controlados, com o menor valor de 32.18% alcançado pela configuração Sharpe\_CVaR com lookback de 196 dias e rebalanceamento a cada 77 dias.

Para melhor compreensão dos padrões mais consistentes da otimização, foram realizadas duas análises complementares. Nestas análises, para cada configuração (seja de intervalo de rebalanceamento ou período de lookback), foram selecionados os 20 melhores resultados e calculada sua média. Isso nos permite identificar quais configurações tendem a produzir bons resultados de forma mais consistente, minimizando a influência de casos isolados de alta performance.

Tabela 4 – Top 10 - Médias dos 20 Melhores Sharpe por Período de Lookback MaxSharpe janela fixa

<b>Rebalance Interval</b>	<b>Ranking</b>	<b>Sharpe</b>	<b>CAGR</b>	<b>Max Drawdown</b>
56	1	0.793	48.20%	62.62%
77	2	0.780	31.00%	57.99%
63	3	0.779	44.58%	64.49%
35	4	0.764	36.07%	69.04%
7	5	0.763	40.71%	75.59%
21	6	0.752	32.89%	68.52%
49	7	0.752	38.74%	67.45%
70	8	0.741	36.63%	65.64%
28	9	0.734	37.50%	65.56%
14	10	0.727	38.83%	77.72%

Fonte: Autor

Analisando os intervalos de rebalanceamento, observamos que períodos intermediários, especialmente 56, 77 e 63 dias, apresentam consistentemente os melhores resultados médios, com Sharpes entre 0.779 e 0.793. É interessante notar que rebalanceamentos muito frequentes (7 e 14 dias) ou muito espaçados (acima de 70 dias) tendem a produzir resultados inferiores.



Tabela 5 – Top 10 - Médias dos 20 Melhores Sharpe por Período de Lookback MaxSharpe janela fixa

Lookback Period	Ranking	Sharpe	CAGR	Max Drawdown
105	1	0.825	41.25%	61.95%
203	2	0.782	49.52%	64.74%
7	3	0.746	34.25%	75.41%
28	4	0.730	34.68%	66.95%
98	5	0.727	35.93%	64.03%
63	6	0.714	34.71%	69.53%
133	7	0.711	42.38%	65.32%
70	8	0.711	36.74%	72.17%
21	9	0.709	21.30%	64.55%
42	10	0.706	31.69%	70.01%

Fonte: Autor

Quanto aos períodos de lookback, a análise das médias revela uma clara vantagem dos períodos intermediários. O período de 105 dias se destaca com o melhor Sharpe médio (0.825) e um equilíbrio atrativo entre CAGR (41.25%) e drawdown (61.95%). O período de 203 dias, embora com Sharpe ligeiramente menor (0.782), alcançou o maior CAGR médio (49.52%) entre os top 10. É notável que períodos muito curtos, como 7 dias, apesar de aparecerem no ranking, apresentam drawdowns significativamente maiores (75.41%), sugerindo maior instabilidade. Os períodos entre 98 e 203 dias parecem oferecer o melhor equilíbrio entre performance e controle de risco, com drawdowns consistentemente abaixo de 65%.

Comparando com o benchmark de Buy and Hold (Sharpe: 0.604, CAGR: 18.15%, Drawdown: 76.51%), a estratégia de maximização de Sharpe demonstrou resultados significativamente superiores em todas as métricas. A configuração que otimizou o Sharpe (Sharpe\_ADD com lookback de 203 dias e rebalanceamento a cada 35 dias) alcançou um Sharpe expressivamente maior (1.091 vs 0.604) e retornos substancialmente mais elevados (CAGR de 36.54% vs 18.15%), com drawdown menor (68.36% vs 76.51%). Quando observamos a configuração que maximizou o

retorno (Sharpe\_UCI com lookback de 28 dias e rebalanceamento a cada 56 dias), encontramos um CAGR ainda mais expressivo de 103.43%, mantendo um Sharpe satisfatório de 0.444 e um drawdown significativamente menor (50.41%). Estes resultados sugerem que a estratégia foi bem-sucedida em otimizar a relação risco-retorno do portfólio, oferecendo configurações que podem se adequar a diferentes perfis de risco, desde aqueles que buscam maximizar o Sharpe até os que priorizam retornos mais expressivos.

#### 4.2.2 MINIMIZAÇÃO DE RISCO

A terceira estratégia de otimização analisada foi a minimização de risco, que busca primordialmente reduzir a volatilidade e as perdas potenciais do portfólio. Esta análise é particularmente relevante no contexto do mercado de criptoativos, caracterizado por sua alta volatilidade.

Similar às análises anteriores, foram testadas diferentes medidas de risco e períodos de lookback, com resultados que revelam padrões interessantes na relação entre horizonte temporal e eficácia da minimização de risco.

Tabela 6 - Top 10 - Melhores Sharpe Ratios MinRisk janela fixa

Ranking	Risk Measure	Lookback Period	Rebalance Interval	Sharpe	CAGR	Max Drawdown
1	ADD	182	84	0.965	43.06%	56.25%
2	ADD	189	84	0.949	53.63%	48.87%
3	ADD	182	49	0.920	42.96%	58.79%
4	ADD	126	28	0.904	56.77%	54.73%
5	ADD	175	49	0.885	43.35%	65.67%
6	CVaR	7	49	0.875	29.98%	80.72%
7	EVaR	7	49	0.875	29.98%	80.72%
8	WR	7	49	0.875	29.98%	80.72%
9	ADD	119	28	0.874	39.06%	63.40%
10	ADD	175	84	0.870	32.08%	57.86%

Fonte: Autor

Analisando a tabela 6 de melhores Índices de Sharpe, observa-se uma clara dominância da medida ADD (Average Drawdown Duration), ocupando 7 das 10 primeiras posições. O melhor resultado foi obtido com um período de lookback de 182 dias e intervalo de rebalanceamento de 84 dias, alcançando um Sharpe de 0.965, CAGR de 43.06% e drawdown máximo de 56.25%. É interessante notar que as medidas CVaR, EVaR e WR aparecem com configurações idênticas (lookback de 7 dias e rebalanceamento a cada 49 dias), sugerindo uma possível convergência destas métricas em horizontes curtos.

Tabela 7 - Top 10 - Melhores CAGR MinRisk janela fixa

Ranking	Risk Measure	Lookback Period	Rebalance Interval	Sharpe	CAGR	Max Drawdown
1	EVaR	126	63	0.393	80.57%	46.70%
2	MSV	7	49	0.487	74.90%	69.72%
3	MAD	161	84	0.393	69.44%	61.30%
4	MSV	7	84	0.436	68.88%	85.64%
5	MV	7	84	0.450	67.68%	84.04%
6	MAD	7	84	0.416	66.88%	83.63%
7	MAD	168	84	0.401	66.45%	64.59%
8	ADD	28	77	0.415	64.81%	73.87%
9	MAD	77	77	0.390	63.34%	66.80%
10	ADD	112	63	0.480	61.88%	51.83%

Fonte: Autor

Em termos de retorno absoluto, a medida EVaR se destacou com o maior CAGR (80.57%) usando um lookback de 126 dias e rebalanceamento a cada 63 dias. No entanto, é importante notar que os maiores retornos não necessariamente correspondem aos melhores índices de Sharpe, evidenciando o trade-off entre retorno e risco. Por exemplo, o EVaR que liderou em CAGR apresentou um Sharpe relativamente baixo de 0.393.

Tabela 8 - Top 10 - Menores Drawdowns MinRisk janela fixa

Ranking	Risk Measure	Lookback Period	Rebalance Interval	Sharpe	CAGR	Max Drawdown
1	EVaR	126	63	0.393	80.57%	46.70%
2	ADD	189	84	0.949	53.63%	48.87%
3	MAD	105	84	0.720	36.37%	49.02%
4	MDD	77	56	0.647	28.01%	50.27%
5	MSV	196	70	0.825	29.61%	50.68%
6	MAD	189	84	0.587	41.84%	51.11%
7	MAD	126	63	0.497	49.26%	51.12%
8	MDD	126	84	0.550	25.92%	51.25%
9	ADD	112	63	0.480	61.88%	51.83%
10	WR	119	56	0.532	11.13%	52.93%

Fonte: Autor

Na perspectiva de controle de risco, medida pelo drawdown máximo, diversas métricas conseguiram manter as perdas abaixo de 50%. O EVaR novamente se destacou, desta vez apresentando o menor drawdown (46.70%) com a mesma configuração que gerou o maior CAGR. O ADD e o MAD também demonstraram boa capacidade de controle de risco, com drawdowns próximos a 49%.

Para melhor compreensão dos padrões mais consistentes da otimização, foram realizadas duas análises complementares. Nestas análises, para cada configuração (seja de intervalo de rebalanceamento ou período de lookback), foram selecionados os 20 melhores resultados e calculada sua média. Isso nos permite identificar quais configurações tendem a produzir bons resultados de forma mais consistente, minimizando a influência de casos isolados de alta performance.

Tabela 9 - Top 10 - Médias dos 20 Melhores Sharpe por Intervalo de Rebalanceamento MinRisk janela fixa

Rebalance Interval	Ranking	Sharpe	CAGR	Max Drawdown
84	1	0.784	35.77%	66.17%
49	2	0.782	32.57%	67.08%
21	3	0.767	35.07%	67.29%
42	4	0.758	29.27%	67.11%
56	5	0.757	33.20%	70.07%
63	6	0.755	34.44%	70.34%
28	7	0.755	34.89%	67.95%
77	8	0.753	29.35%	70.93%
70	9	0.750	32.50%	68.70%
14	10	0.744	34.94%	68.68%

Fonte: Autor

Analisando os intervalos de rebalanceamento, observamos que períodos mais longos, especialmente 84 e 49 dias, apresentam consistentemente os melhores resultados médios, com Sharpes de 0.784 e 0.782 respectivamente. É interessante notar que estes intervalos mais longos não apenas proporcionam melhores índices de Sharpe, mas também mantêm níveis de drawdown relativamente controlados, em torno de 66-67%. Isto sugere que rebalanceamentos muito frequentes podem não ser necessários ou até mesmo prejudiciais. Isso acontece provavelmente pela relevância de taxas associadas as operações.

Tabela 10 - Top 10 - Médias dos 20 Melhores Sharpe por Período de Lookback MinRisk janela fixa

Lookback Period	Ranking	Sharpe	CAGR	Max Drawdown
126	1	0.765	37.71%	65.28%
119	2	0.753	34.19%	68.30%
203	3	0.750	31.18%	71.29%
7	4	0.741	28.18%	77.65%
196	5	0.739	31.28%	71.32%
112	6	0.734	33.02%	66.48%
182	7	0.732	30.14%	71.74%
189	8	0.729	30.30%	69.42%
147	9	0.727	29.69%	69.91%
175	10	0.727	29.11%	70.75%

Fonte: Autor

Quanto aos períodos de lookback, a análise das médias revela uma concentração de bons resultados em períodos longos, com destaque para 126 e 119 dias, que alcançaram Sharpes médios de 0.765 e 0.753 respectivamente. É notável também a presença de períodos mais longos (203, 196 dias) entre os melhores resultados, sugerindo que a estratégia se beneficia de uma base histórica mais extensa para a otimização. O único período curto que aparece entre os top 10 é o de 7 dias, mas este apresenta o maior drawdown médio (77.65%) entre todos os períodos analisados, indicando maior risco.

Comparando com o benchmark de Buy and Hold (Sharpe: 0.604, CAGR: 18.15%, Drawdown: 76.51%), a estratégia de minimização de risco demonstrou capacidade de melhorar significativamente todos os aspectos. Na sua melhor configuração (ADD com lookback de 182 dias e rebalanceamento a cada 84 dias), alcançou um Sharpe superior (0.965 vs 0.604), maior retorno anual (43.06% vs 18.15%) e menor drawdown máximo (56.25% vs 76.51%). Estes resultados sugerem que a estratégia conseguiu não apenas reduzir o risco, mas também melhorar a eficiência do portfólio como um todo.

### 4.3 ANÁLISE DA OTIMIZAÇÃO COM JANELA CRESCENTE

As análises anteriores com janela fixa demonstraram resultados promissores, especialmente na abordagem de maximização de sharpe, que conseguiu superar significativamente o benchmark em termos de retorno ajustado ao risco. No entanto, uma limitação inerente à estratégia de janela fixa é que ela considera apenas um período constante de dados históricos, potencialmente descartando informações relevantes que poderiam contribuir para uma melhor compreensão dos padrões de mercado a longo prazo.

A otimização com janela crescente surge como uma alternativa metodológica que busca incorporar progressivamente mais informação histórica ao processo. Diferentemente da abordagem de janela fixa, que mantém constante o número de dias analisados, a janela crescente aumenta gradualmente o período de análise à medida que novos dados se tornam disponíveis. Esta característica permite que o modelo preserve todo o histórico de preços e volumes desde o início do período de análise, potencialmente capturando ciclos de mercado mais longos e padrões que poderiam ser ignorados em uma janela fixa.

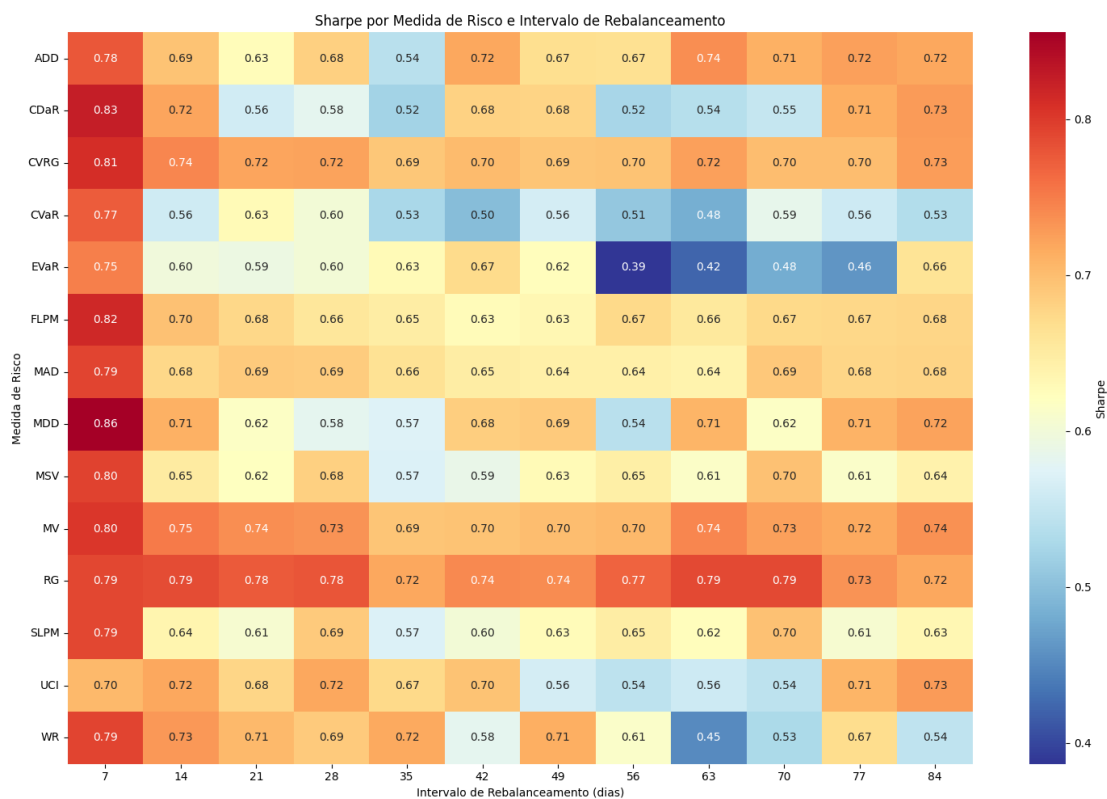
Esta seção examina como as diferentes medidas de risco e objetivos de otimização se comportam quando aplicados a uma janela temporal crescente, investigando se esta abordagem oferece vantagens em relação à metodologia de janela fixa.

#### 4.3.1 MAXIMIZAÇÃO DO SHARPE

A análise da estratégia de maximização do índice de sharpe com janela crescente evidencia algumas coisas em relação aos intervalos de rebalanceamento e o desempenho do portfólio. Esta abordagem, que incorpora progressivamente mais dados históricos ao processo de otimização, buscando um equilíbrio mais adequado entre retorno e risco, apresenta características distintivas quando comparada às estratégias anteriormente analisadas.



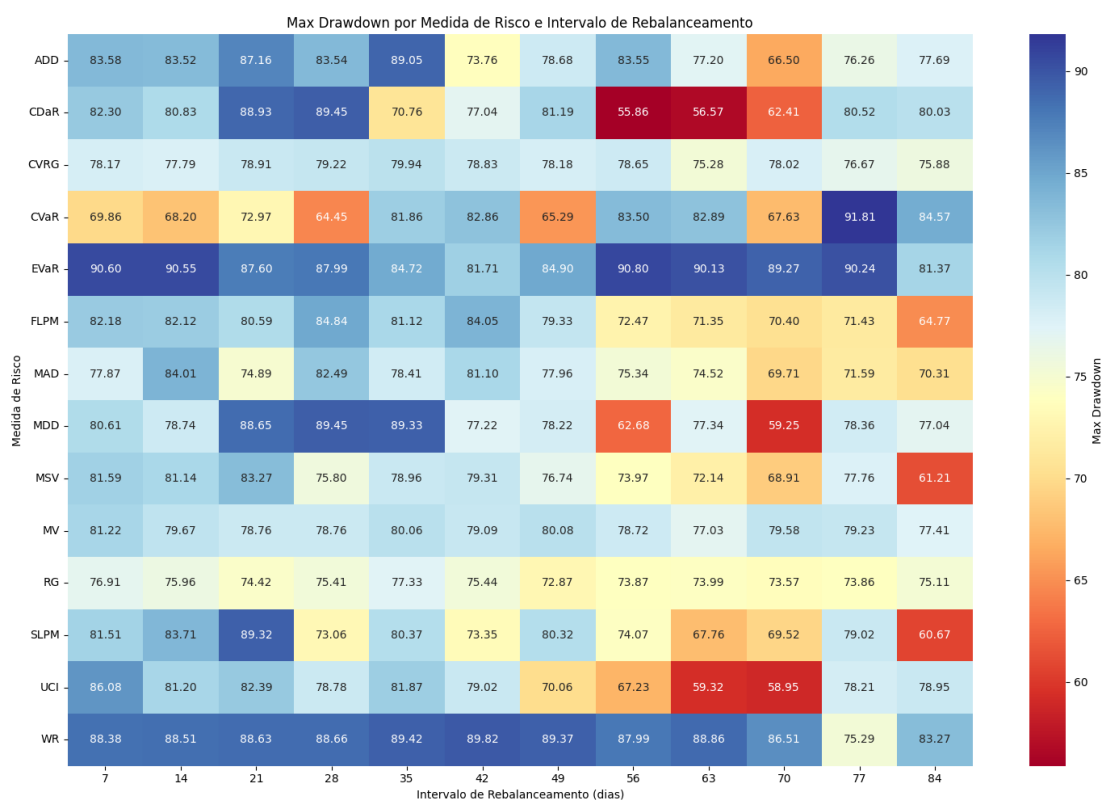
Figura 3 – Sharpe por medida de risco e intervalo de rebalanceamento MaxSharpe



Fonte: Autor

Analisando o mapa de calor do Índice de Sharpe (Figura 3), observa-se uma concentração notável de valores elevados em intervalos curtos de rebalanceamento, particularmente no período de 7 dias, onde várias medidas de risco alcançaram seus melhores resultados. O MDD (Maximum Drawdown Duration) se destacou com o maior Índice de Sharpe de 0.856%, seguido pelo CDaR com 0.826% e FLPM com 0.816%, todos utilizando um intervalo de rebalanceamento de 7 dias.

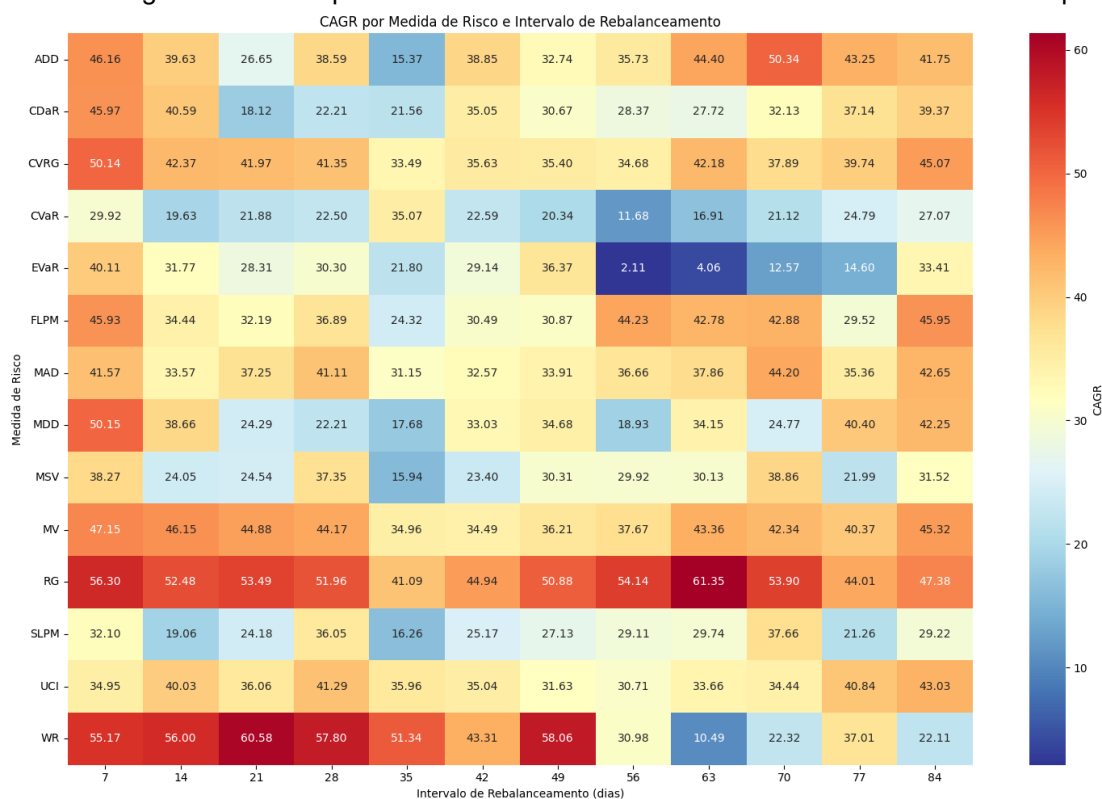
Figura 4 – Max Drawdown por medida de risco e intervalo de rebalanceamento MaxSharpe



Fonte: Autor

O mapa de calor do Maximum Drawdown (Figura 4) revela um aspecto interessante do mercado de criptoativos: mesmo as estratégias com os menores drawdowns ainda apresentam valores significativamente altos, variando entre 55.86% e 64.45% para as dez melhores configurações. As medidas CDaR e UCI demonstraram maior eficácia no controle de drawdown, especialmente com intervalos de rebalanceamento entre 56 e 70 dias.

Figura 5 – CAGR por medida de risco e intervalo de rebalanceamento MaxSharpe



Fonte: Autor

O mapa de calor do CAGR (Figura 5) evidencia bons resultados. A medida RG (Relative Gini) com intervalo de rebalanceamento de 63 dias alcançou o maior CAGR de 61.35%, seguida por múltiplas configurações da medida WR (Worst Realization) que consistentemente produziram retornos superiores a 55%.

A tabela 11 apresenta as dez configurações com os melhores Índices de Sharpe, revelando uma clara preferência por intervalos curtos de rebalanceamento. Todas as dez melhores configurações utilizaram um intervalo de 7 dias, com Índices de Sharpe variando entre 0.79 e 0.856. É notável que estas configurações também produziram CAGRs extremamente elevados, todos acima de 32%, embora com drawdowns igualmente significativos, superiores a 75%.

Tabela 11 - Top 10 Maiores Sharpe MaxSharpe janela crescente

Ranking	Risk Measure	Rebalance Interval	Sharpe	CAGR	Max Drawdown
1	MDD	7	0.856	50.15%	80.61%
2	CDaR	7	0.826	45.97%	82.38%
3	FLPM	7	0.816	46.83%	82.15%
4	CVRG	7	0.811	50.14%	78.17%
5	MV	7	0.804	47.15%	81.22%
6	MSV	7	0.795	38.27%	81.55%
7	MAD	7	0.793	41.57%	77.87%
8	WR	7	0.792	55.17%	88.38%
9	SLPM	7	0.790	32.10%	81.51%
10	RG	7	0.790	56.30%	76.91%

Fonte: Autor

A tabela 12, focada nos melhores CAGRs, demonstra uma maior variabilidade nos intervalos de rebalanceamento ótimos, com períodos entre 7 e 70 dias. O RG e WR dominam esta categoria, com retornos extraordinários superiores a 53%. É interessante notar que estes resultados excepcionais foram alcançados mantendo Índices de Sharpe relativamente altos, em sua maioria acima de 0.70.

Tabela 12 - Top 10 Maiores CAGR MaxSharpe janela crescente

Ranking	Risk Measure	Rebalance Interval	Sharpe	CAGR	Max Drawdown
1	RG	63	0.789	61.35%	73.99%
2	WR	21	0.705	60.58%	88.63%
3	WR	49	0.713	58.06%	89.37%
4	WR	28	0.688	57.80%	85.66%
5	RG	7	0.790	56.30%	76.91%
6	WR	14	0.731	56.00%	88.51%
7	WR	7	0.782	55.17%	88.38%
8	RG	56	0.769	54.14%	73.87%
9	RG	70	0.788	53.90%	73.57%
10	RG	21	0.776	53.49%	74.42%

Fonte: Autor

A tabela 13, que apresenta as configurações com os menores drawdowns, revela uma preferência por intervalos de rebalanceamento mais longos, tipicamente entre 56 e 84 dias. O CDaR se destaca nesta categoria, ocupando três das dez posições, incluindo os dois menores drawdowns observados (55.86% e 56.57%). No entanto, estas configurações com menor risco também apresentaram os menores Índices de Sharpe e CAGRs entre as três tabelas analisadas.

Tabela 13 - Top 10 Menores Drowdons MaxSharpe janela crescente

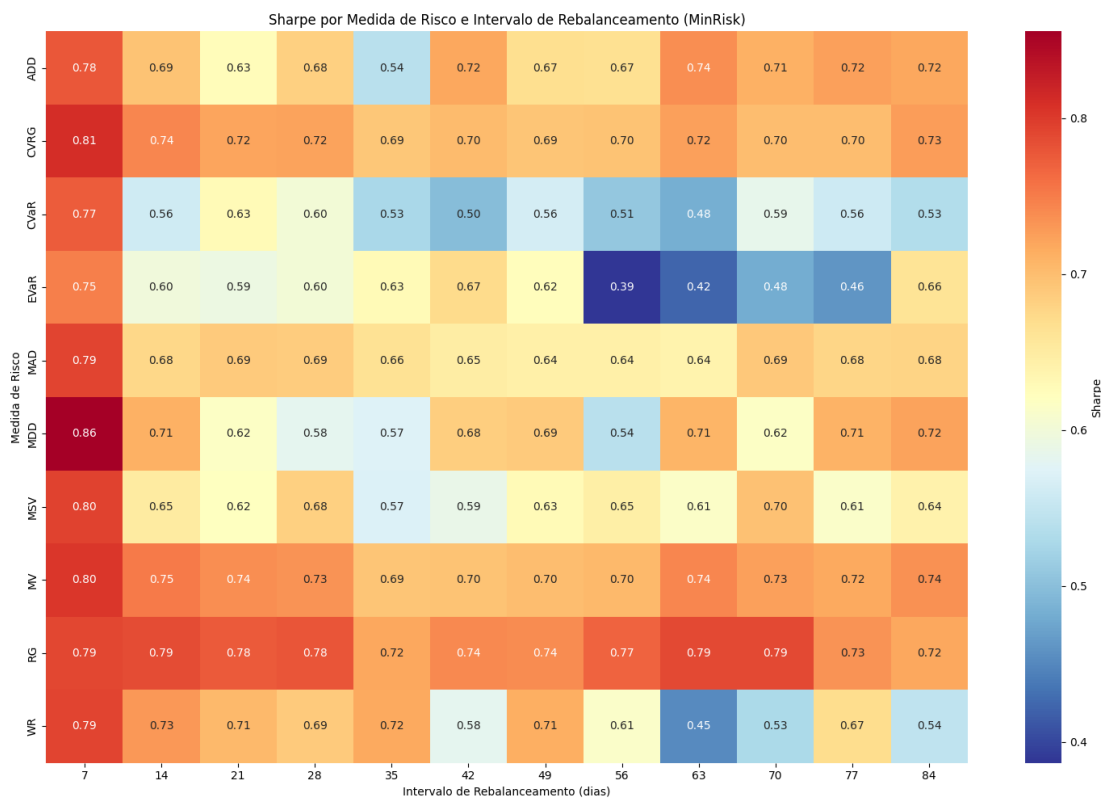
Ranking	Risk Measure	Rebalance Interval	Sharpe	CAGR	Max Drawdown
1	CDaR	56	0.524	28.37%	55.86%
2	CDaR	63	0.538	27.72%	56.57%
3	UCI	70	0.543	34.04%	58.95%
4	MDD	70	0.616	24.77%	59.25%
5	UCI	63	0.557	33.66%	59.32%
6	SLPM	84	0.633	29.22%	60.67%
7	MSV	84	0.640	31.52%	61.21%
8	CDaR	70	0.551	32.13%	62.41%
9	MDD	56	0.540	18.93%	62.68%
10	CVaR	28	0.602	22.50%	64.45%

Fonte: Autor

Comparando com a estratégia de Buy and Hold do Bitcoin (benchmark), os resultados da otimização com janela crescente são notavelmente superiores. A melhor configuração (MDD com rebalanceamento de 7 dias) alcançou um Índice de Sharpe de 0.856, substancialmente maior que o 0.604 do benchmark, e um CAGR de 50.15% contra 18.15% do benchmark. Mesmo o drawdown, tradicionalmente uma métrica desafiadora no mercado de criptoativos, apresentou possibilidades de melhoria significativa, com a melhor configuração neste aspecto (CDaR, 56 dias) atingindo 55.86% contra 76.51% do benchmark.

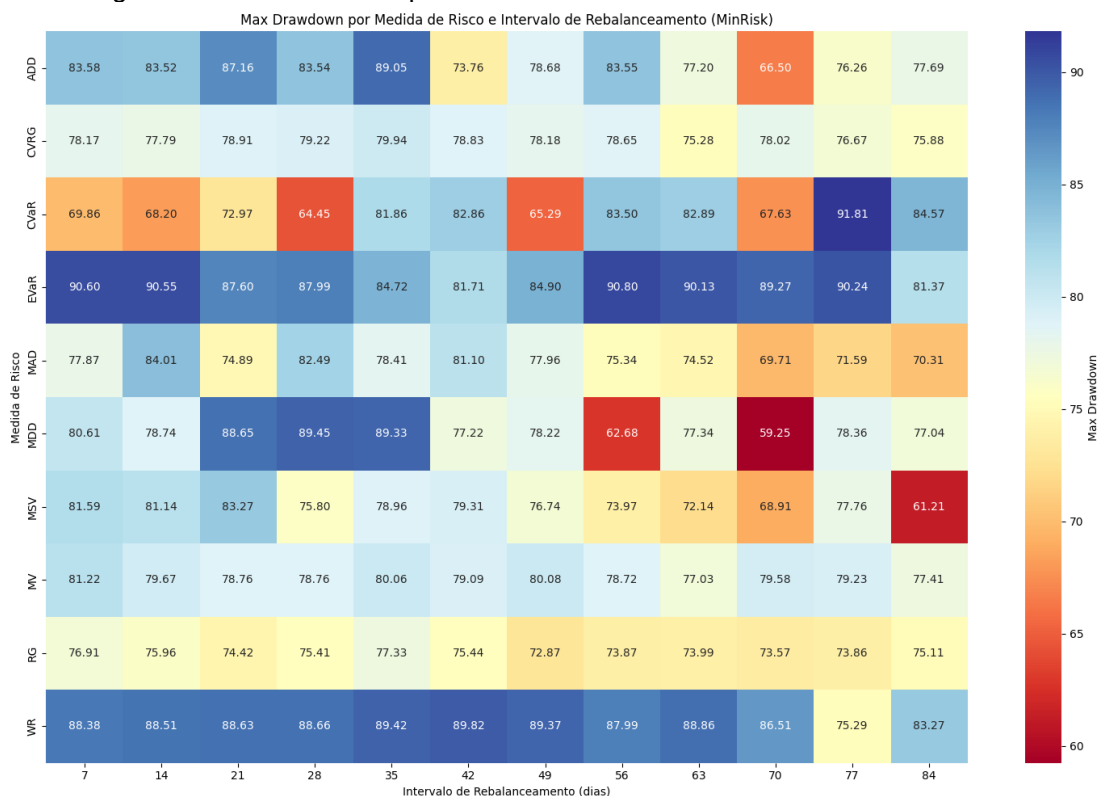
#### 4.3.2 MINIMIZAÇÃO DE RISCO

Após examinar a estratégia de maximização de Sharpe, passamos agora à análise da minimização de risco com janela crescente. Esta abordagem busca primordialmente reduzir a volatilidade e as perdas potenciais do portfólio, sendo particularmente relevante no mercado de criptoativos, conhecido por sua alta volatilidade.



Analisando o mapa de calor do Índice de Sharpe (Figura 6), observa-se uma distribuição interessante dos valores, com destaque para o período de rebalanceamento de 7 dias. As medidas MDD e CVRG se sobressaem com Índices de Sharpe de 0.856 e 0.811 respectivamente, indicando que mesmo em uma estratégia focada na minimização de risco, é possível manter uma relação risco-retorno atrativa.

Figura 7 – Max Drawdown por medida de risco e intervalo de rebalanceamento MinRisk

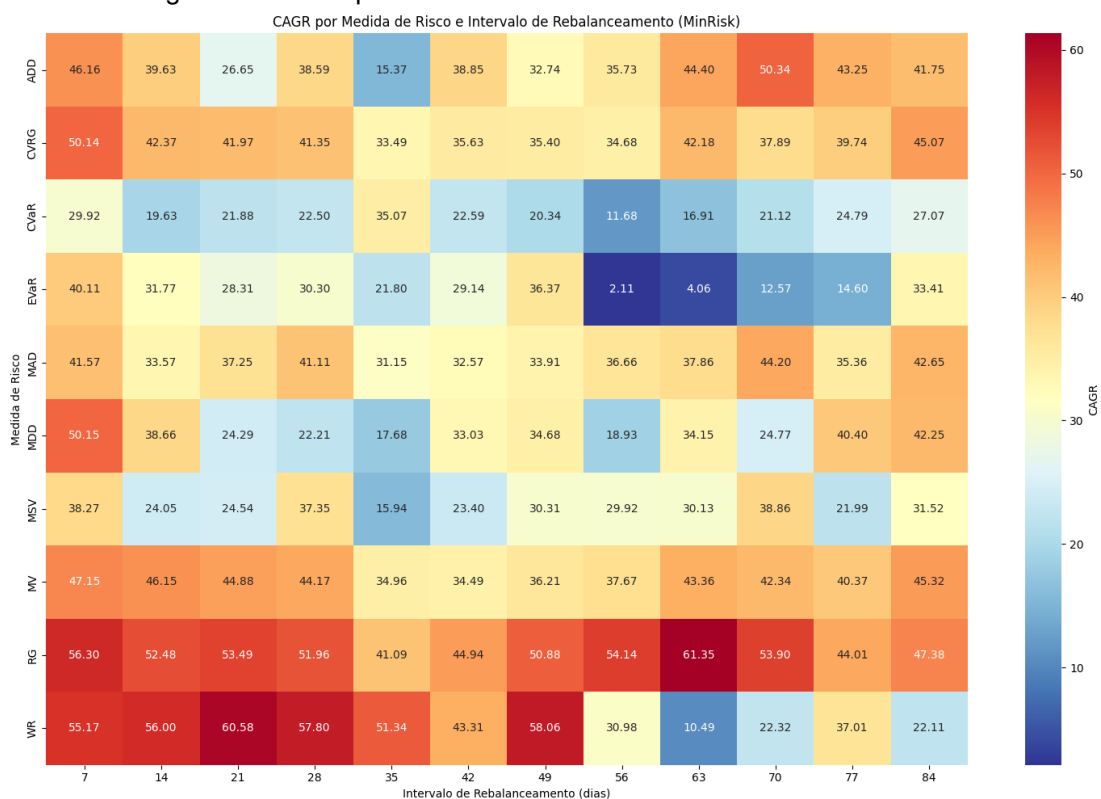


Fonte: Autor

No mapa de calor do Maximum Drawdown (Figura 7) observa-se uma concentração de menores drawdowns na região dos 70 dias de intervalo de rebalanceamento, particularmente para as medidas MDD e MSV. É notável que mesmo com foco na minimização de risco, os drawdowns permanecem elevados, com valores mínimos em torno de 59.25% para o MDD com rebalanceamento de 70 dias.



Figura 8 – CAGR por medida de risco e intervalo de rebalanceamento MinRisk



O mapa de calor do CAGR (Figura 8) apresenta resultados positivos para uma estratégia de minimização de risco. A medida RG manteve retornos expressivos mesmo com foco na redução de risco, atingindo um CAGR de 61.35% com intervalo de 63 dias. Observa-se uma tendência de melhores retornos em intervalos no intervalo de 7 dias com exceção do RG e WR que performam melhor em intervalos médios.

Analisando a tabela 14, que apresenta os melhores Índices de Sharpe, observa-se uma forte predominância do intervalo de rebalanceamento de 7 dias, ocupando as primeiras 7 posições. O MDD lidera com Sharpe de 0.856, seguido pelo CVRG com 0.811, ambos mantendo CAGRs superiores a 50% mesmo com foco na minimização de risco. É interessante notar que o RG aparece nas últimas posições da tabela com intervalos maiores (63, 70 e 56 dias), sugerindo que esta medida pode ser mais eficaz em horizontes mais longos. Os drawdowns, embora ainda elevados,

mantiveram-se majoritariamente abaixo de 82%, com exceção do WR que atingiu 88.38%.

Tabela 14 - Top 10 Melhores Sharpe MinRisk janela crescente

Ranking	Risk Measure	Rebalance Interval	Sharpe	CAGR	Max Drawdown
1	MDD	7	0.856	50.15%	80.61%
2	CVRG	7	0.811	50.14%	78.17%
3	MV	7	0.804	47.15%	81.22%
4	MSV	7	0.795	38.27%	81.59%
5	MAD	7	0.793	41.57%	77.87%
6	WR	7	0.792	55.17%	88.38%
7	RG	7	0.790	56.30%	76.91%
8	RG	63	0.789	61.35%	73.99%
9	RG	70	0.788	53.90%	73.57%
10	RG	56	0.769	52.48%	75.96%

Fonte: Autor

A tabela 15, focada nos melhores CAGRs, revela uma alternância interessante entre as medidas RG e WR. O RG alcança o maior retorno (61.35%) com um intervalo de 63 dias, mantendo um drawdown relativamente controlado de 73.99%. O WR, por sua vez, apresenta retornos igualmente expressivos, mas com drawdowns consistentemente mais altos, todos acima de 88%. Esta diferença sugere que o RG consegue um melhor equilíbrio entre retorno e risco quando o objetivo é a minimização de risco. É notável também que os Índices de Sharpe permanecem robustos mesmo nas configurações focadas em retorno, variando entre 0.688 e 0.792.

Tabela 15 - Top 10 Melhores CAGR MinRisk janela crescente

Ranking	Risk Measure	Rebalance Interval	Sharpe	CAGR	Max Drawdown
1	RG	63	0.789	61.35%	73.99%
2	WR	21	0.705	60.58%	88.63%
3	WR	49	0.713	58.06%	89.37%
4	WR	28	0.688	57.80%	88.66%
5	RG	7	0.790	56.30%	76.91%
6	WR	14	0.731	56.00%	88.51%
7	WR	7	0.792	55.17%	88.38%
8	RG	56	0.769	54.14%	73.87%
9	RG	70	0.788	53.90%	73.57%
10	RG	21	0.776	53.49%	74.42%

Fonte: Autor

A tabela 16, que apresenta os menores drawdowns, mostra uma clara preferência por intervalos de rebalanceamento mais longos, principalmente 70 e 84 dias. O MDD e MSV se destacam nas primeiras posições, com drawdowns de 59.25% e 61.21% respectivamente. No entanto, estas configurações apresentam um trade-off significativo em termos de retorno, com CAGRs substancialmente menores, variando entre 18.93% e 31.52%. Uma exceção notável é o ADD na sexta posição, que consegue manter um CAGR expressivo de 50.34% mesmo com um drawdown relativamente controlado de 66.50%. O CVaR aparece com frequência nesta tabela, ocupando quatro posições, demonstrando sua eficácia na minimização de perdas extremas.

Tabela 16 - Top 10 Menores drawdown MinRisk janela crescente

Ranking	Risk Measure	Rebalance Interval	Sharpe	CAGR	Max Drawdown
1	MDD	70	0.616	24.77%	59.25%
2	MSV	84	0.640	31.52%	61.21%
3	MDD	56	0.540	18.93%	62.68%
4	CVAR	28	0.602	22.50%	64.45%
5	CVAR	49	0.553	20.34%	65.29%
6	ADD	70	0.712	50.34%	66.50%
7	CVAR	70	0.602	21.12%	67.63%
8	CVAR	14	0.550	19.63%	68.20%
9	MSV	70	0.698	38.86%	68.91%
10	MAD	70	0.651	44.20%	69.71%

Fonte: Autor

Comparando com a estratégia de Buy and Hold do Bitcoin (benchmark com Sharpe de 0.604, CAGR de 18.15% e drawdown de 76.51%), a estratégia de minimização de risco demonstrou capacidade de superar o benchmark em todas as métricas principais. A melhor configuração em termos de Sharpe (MDD com 7 dias) alcançou um índice de 0.856, enquanto a melhor em termos de CAGR (RG com 63 dias) atingiu 61.35%. O menor drawdown observado (MDD com 70 dias) foi de 59.25%, representando uma redução significativa em relação ao benchmark.

## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho se propôs a investigar e validar metodologias para a construção e otimização eficaz de portfólios de criptoativos, com foco particular na aplicabilidade da otimização convexa neste mercado emergente. Em um contexto onde a volatilidade e complexidade dos criptoativos desafiam as abordagens tradicionais de gestão de investimentos, buscou-se determinar se e como as técnicas clássicas de otimização poderiam ser adaptadas e aplicadas com sucesso.

A pesquisa foi estruturada em torno de objetivos específicos que incluíram a seleção criteriosa de um conjunto representativo de criptoativos, o desenvolvimento de um robusto sistema de backtesting, e a implementação de diferentes estratégias de otimização - desde a minimização de risco até a maximização do índice de Sharpe. O foco central foi examinar se estes métodos de otimização, tradicionalmente aplicados em mercados convencionais, poderiam gerar resultados superiores ao simples investimento em Bitcoin quando aplicados ao mercado de criptoativos.

Para atingir estes objetivos, foi desenvolvida uma metodologia baseada em otimização convexa, implementada através da biblioteca Riskfolio-Lib. A abordagem considerou dois objetivos principais de otimização: minimização de risco, e maximização do índice de Sharpe. Para cada um destes objetivos, foi realizada uma análise utilizando um conjunto diversificado de medidas de risco: a tradicional Média-Variância (MV), o Desvio Absoluto Médio (MAD), a Semi-Variância (MSV), o Value at Risk Condicional (CVaR), o Value at Risk Entrópico (EVaR), a Pior Realização (WR), o Gini Relativo (RG), o CVaR baseado em Gini (CVRG), o Drawdown Máximo (MDD) e o Drawdown Médio (ADD). Esta ampla gama de medidas permitiu capturar diferentes aspectos do risco, desde a volatilidade tradicional até o comportamento em condições extremas de mercado.

A metodologia explorou duas estratégias distintas de janelas temporais para a otimização do portfólio. A primeira, utilizando uma janela fixa, considerou períodos específicos de lookback para a otimização, variando de curtos intervalos até horizontes mais extensos, permitindo avaliar como diferentes períodos de análise impactavam o desempenho do portfólio. Esta abordagem foi testada com períodos de

lookback variando de 7 a 280 dias, buscando identificar o horizonte temporal ideal para cada medida de risco e objetivo de otimização.

A segunda abordagem empregou uma janela crescente, incorporando progressivamente mais dados históricos ao processo de otimização. Esta estratégia visou capturar padrões de longo prazo do mercado e avaliar se a consideração de um histórico mais extenso poderia resultar em portfólios mais robustos. Em ambas as abordagens, foram testados diferentes intervalos de rebalanceamento, variando de 7 a 90 dias, para compreender o impacto da frequência de atualização do portfólio sobre seu desempenho.

Para validar estas estratégias, foi implementado um sistema de backtesting utilizando a biblioteca Backtrader. O sistema foi configurado para simular condições reais de mercado, incluindo custos de transação de 0,5% e slippage de 0,5%, garantindo uma avaliação mais realista das estratégias. O período de análise se estendeu de dezembro de 2017 a outubro de 2024, abrangendo diversos ciclos significativos do mercado de criptoativos, incluindo períodos de alta expressiva e quedas acentuadas.

Como benchmark para avaliação dos portfólios, foi utilizada uma abordagem de Buy and Hold do Bitcoin, escolha fundamentada em sua posição dominante no mercado e sua representatividade como ativo crypto. Este benchmark permitiu avaliar se as estratégias de otimização desenvolvidas eram capazes de superar uma das estratégias mais simples e comumente utilizadas no mercado.

## 5.1 ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS

A análise das abordagens de janela fixa e janela crescente evidenciou diferenças estruturais que impactam diretamente seu desempenho em otimizações de portfólio. Os resultados apontam que a janela fixa superou a crescente em diversas métricas cruciais, demonstrando maior flexibilidade e eficiência em uma variedade de condições de mercado.

A janela fixa destacou-se por alcançar os melhores desempenhos absolutos em várias frentes. Na otimização focada em maximização do Sharpe, alcançou um índice de 1.091 utilizando ADD (Average Drawdown Duration) como métrica de risco, com lookback de 203 dias e rebalanceamento de 35 dias. Ainda com o objetivo de maximizar o Sharpe, uma configuração de portfólio obteve um CAGR de 103.43% utilizando a métrica UCI (Ulcer Index), com lookback de 28 dias e rebalanceamento de 56 dias. Com o objetivo de minimizar o risco, a estratégia alcançou drawdowns notavelmente baixos utilizando diferentes métricas de risco. Com EVaR (Entropic Value at Risk) conseguiu um drawdown de 46.70% mantendo um CAGR expressivo de 80.57%, enquanto com ADD atingiu um drawdown de 48.87% com um Sharpe de 0.949.

Por outro lado, a janela crescente, embora eficaz em alguns aspectos, apresentou resultados mais modestos. Na otimização visando maximização do Sharpe, utilizando RG (Relative Gini) como métrica de risco e rebalanceamento de 63 dias, alcançou um CAGR de 61.35% com Sharpe de 0.789 e drawdown de 73.99%. Quanto à minimização de risco, sua melhor configuração utilizou MDD (Maximum Drawdown Duration) com rebalanceamento de 70 dias, conseguindo reduzir o drawdown para 59.25%, embora com um CAGR mais modesto de 24.77% e Sharpe de 0.616.

Com base nos resultados, conclui-se que a janela fixa é a estratégia superior no contexto analisado. Ela não apenas superou a janela crescente em termos de retornos absolutos, controle de drawdowns e Índices de Sharpe, mas também ofereceu maior variedade de configurações bem-sucedidas. Embora a janela crescente tenha seu mérito em capturar padrões de longo prazo e oferecer CAGRs consistentes, suas desvantagens, como maior exposição a drawdowns e Índices de Sharpe mais baixos, limitam sua aplicabilidade em contextos que demandam maior eficiência na relação risco-retorno.

Portanto, para investidores que priorizam retornos ajustados ao risco e controle de perdas, a janela fixa apresenta-se como a melhor escolha. Sua flexibilidade e capacidade de adaptação a diferentes condições de mercado tornam-na mais robusta.

Quando comparadas ao benchmark de Buy and Hold do Bitcoin (CAGR: 18,15%, Sharpe: 0,604, drawdown: 76,51%), as estratégias de otimização apresentaram resultados expressivos. As otimizações com objetivo de maximizar o Índice de Sharpe e minimizar o risco superaram substancialmente o benchmark em todas as métricas principais. Configurações como a janela fixa utilizando ADD, com Sharpe de 1,091, e a minimização de risco com EVaR, que alcançou um drawdown de 46,70% mantendo um CAGR expressivo de 80,57%, demonstraram que essas abordagens podem oferecer retornos mais equilibrados e riscos mais controlados. Esses resultados indicam que a otimização de portfólio é uma estratégia válida e eficaz quando a função objetivo é maximizar o Índice de Sharpe ou minimizar o risco, oferecendo um desempenho significativamente melhor e mais robusto do que o simples investimento em Bitcoin.

## 5.2 MELHORES CONFIGURAÇÕES DE PORTFÓLIO

A escolha da configuração ideal depende diretamente do objetivo do investidor. Com base nos resultados analisados, pode-se recomendar o seguinte:

### 5.2.1 PARA MAXIMIZAÇÃO DE LUCRO

Embora intuitivamente possa parecer que uma otimização focada diretamente na maximização do retorno seria a melhor estratégia para maximizar lucros, os resultados mostraram que a otimização do Índice de Sharpe é mais eficaz nesse aspecto. A melhor configuração utilizou janela fixa com otimização de Sharpe usando a métrica UCI (Ulcer Index), com período de lookback de 28 dias e rebalanceamento a cada 56 dias. Esta configuração alcançou um impressionante CAGR de 103.43%, significativamente superior aos resultados obtidos pela otimização direta de retorno, que atingiu no máximo 11.51%. É interessante notar que, embora o objetivo tenha sido otimizar a relação risco-retorno através do Sharpe, esta estratégia não apenas maximizou os lucros como também manteve o drawdown em 50.41% que é consideravelmente menor que o benchmark de Buy and Hold (76.51%). Mesmo com um Sharpe mais modesto de 0.444, esta configuração demonstra que a consideração



do risco no processo de otimização pode levar a retornos absolutos superiores no longo prazo.

### 5.2.2 PARA MINIMIZAÇÃO DE RISCO

Surpreendentemente, os menores drawdowns foram alcançados não através da otimização focada em minimização de risco, mas sim quando o objetivo era maximizar o Índice de Sharpe. Investidores com perfil mais conservador devem considerar a janela fixa com otimização de Sharpe utilizando CVaR (Conditional Value at Risk) como métrica de risco. Com lookback de 196 dias e rebalanceamento a cada 77 dias, esta configuração conseguiu manter o drawdown em apenas 32.18%, o menor entre todas as estratégias embora com um CAGR mais baixo de 15.48% e Sharpe de 0.577. Uma configuração alternativa, utilizando EVaR (Entropic Value at Risk) com lookback de 49 dias e rebalanceamento de 56 dias, oferece um equilíbrio interessante: mantém o drawdown em 41.16% enquanto proporciona um CAGR mais atrativo de 29.60% e um Sharpe maior de 0.768. Estes resultados sugerem que a otimização do Sharpe, ao buscar equilibrar retorno e risco, pode ser mais eficaz no controle de drawdowns do que estratégias focadas exclusivamente na minimização de risco.

### 5.2.3 PARA MAXIMIZAÇÃO DE SHARPE

Para investidores buscando otimizar a relação risco-retorno, a melhor opção é a janela fixa com otimização de Sharpe utilizando ADD (Average Drawdown Duration) como métrica de risco, com lookback de 203 dias e rebalanceamento a cada 35 dias. Esta configuração alcançou o maior Sharpe Ratio de 1.091, demonstrando o melhor equilíbrio entre retorno e risco entre todas as estratégias analisadas.

Vale ressaltar que, independentemente do objetivo escolhido, a janela fixa demonstrou superioridade consistente em relação à janela crescente. Além disso, períodos de lookback intermediários a longos (entre 126 e 203 dias) parecem oferecer resultados mais robustos, enquanto intervalos de rebalanceamento entre 35 e 84 dias

mostraram-se mais eficientes, possivelmente devido ao equilíbrio entre adaptabilidade e custos de transação.

### 5.3 ANÁLISE DAS MÉTRICAS DE RISCO

A escolha da métrica de risco mostrou-se um fator crucial para o desempenho das estratégias. O ADD (Average Drawdown Duration) se destacou consistentemente, especialmente na otimização de Sharpe, onde alcançou o melhor Sharpe Ratio (1.091) entre todas as configurações. As métricas baseadas em Value at Risk também demonstraram robustez. CVaR e EVaR foram particularmente eficientes no controle de drawdowns, ocupando as primeiras posições com valores entre 32.18% e 42.26%. O UCI (Ulcer Index) mostrou-se excepcionalmente eficaz para maximização de retornos, alcançando o maior CAGR (103.43%) quando combinado com a otimização de Sharpe. Notavelmente, métricas mais tradicionais como MV (Minimum Variance) e MAD (Mean Absolute Deviation) apareceram com menos frequência entre os melhores resultados, sugerindo que métricas mais sofisticadas de avaliação de risco podem ser mais adequadas para o mercado de criptoativos, caracterizado por sua alta volatilidade e eventos extremos.

### 5.4 IMPLICAÇÕES PRÁTICAS

Em termos de aplicabilidade, os resultados demonstram que as estratégias de otimização desenvolvidas são não apenas viáveis, mas também potencialmente vantajosas. Quando comparadas à simples estratégia de Buy and Hold do Bitcoin, os resultados foram excelentes.

A implementação prática dessas estratégias, no entanto, requer considerações importantes. Primeiramente, os custos de transação, que foram simulados em 0,5% no trabalho, podem variar significativamente dependendo da exchange escolhida e do volume negociado. Em cenários reais, estes custos podem ter um impacto ainda mais significativo, especialmente em estratégias que exigem rebalanceamentos frequentes. Por isso, é crucial que investidores e gestores considerem cuidadosamente o trade-off entre a frequência de rebalanceamento e os custos associados.

Outro aspecto prático relevante é a infraestrutura necessária para implementação. A estratégia requer monitoramento contínuo do mercado, capacidade de execução rápida de ordens e sistemas robustos de gestão de risco. A liquidez dos ativos também deve ser considerada, pois pode afetar significativamente a capacidade de executar os rebalanceamentos nos momentos desejados e aos preços esperados.

Entre as estratégias de otimização analisadas, a maximização do índice de Sharpe apresentou os resultados mais promissores, consistentemente superando o benchmark.

## 5.5 LIMITAÇÕES DO ESTUDO

Este trabalho, embora tenha alcançado resultados significativos, apresenta algumas limitações importantes que devem ser consideradas na interpretação dos resultados e no desenvolvimento de pesquisas futuras.

Uma limitação significativa refere-se ao número de ativos considerados na análise. Embora o conjunto selecionado represente uma parcela relevante do mercado em termos de capitalização e liquidez, o universo de criptoativos é consideravelmente mais amplo. A inclusão de um maior número de ativos poderia potencialmente revelar oportunidades adicionais de diversificação e otimização, além de permitir uma análise mais granular do comportamento do mercado em diferentes segmentos.

Outra limitação importante diz respeito à simplicidade relativa da estratégia de investimento implementada. A ausência de mecanismos de proteção como stop-loss e take-profit representa uma simplificação significativa em relação às práticas de mercado. Esta simplificação, embora facilite a análise e implementação do modelo, pode resultar em uma subestimação dos riscos em condições extremas de mercado e limitar a capacidade de proteção do portfólio em cenários adversos.

## 5.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho cumpriu seu objetivo principal ao demonstrar a aplicabilidade e eficácia da otimização convexa no mercado emergente de criptoativos. Através de uma análise sistemática e abrangente, foi possível avaliar como diferentes aspectos da otimização de portfólio impactam o desempenho dos investimentos neste mercado.

A investigação permitiu compreender em profundidade como diferentes elementos da otimização afetam o desempenho do portfólio. A comparação entre janelas fixas e crescentes revelou a superioridade da abordagem com janela fixa, demonstrando melhor capacidade de adaptação às condições dinâmicas do mercado de criptoativos. A análise comparativa entre diferentes objetivos de otimização (minimização de risco e maximização do índice de Sharpe) evidenciou que a otimização do índice de Sharpe frequentemente produziu os resultados mais robustos, combinando efetivamente retorno e controle de risco. O estudo também demonstrou que métricas mais sofisticadas como ADD (Average Drawdown Duration) e EVaR (Entropic Value at Risk) superaram consistentemente métricas tradicionais como variância e desvio absoluto médio, sugerindo que o mercado de criptoativos requer abordagens mais elaboradas para mensuração e gestão de risco.

Os resultados empíricos validaram de forma conclusiva a hipótese de que a otimização convexa pode significativamente melhorar o desempenho de portfólios de criptoativos. As estratégias otimizadas superaram consistentemente o benchmark de Buy and Hold do Bitcoin, demonstrando que uma abordagem sistemática e matematicamente fundamentada para a construção de portfólios pode gerar resultados superiores ao investimento concentrado em um único ativo, mesmo sendo este o Bitcoin, o ativo dominante do mercado.

Particularmente notável foi a capacidade das estratégias otimizadas de não apenas gerar retornos superiores, mas também de fazê-lo com melhor controle de risco, evidenciado por drawdowns significativamente menores e índices de Sharpe mais elevados. Este resultado é especialmente relevante em um mercado conhecido por sua alta volatilidade e movimentos extremos de preço.

## REFERÊNCIAS

- Ahmadi-Javid, A. (2012). Entropic value-at-risk: A new coherent risk measure. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 155(3), 1105-1123.
- Borri, N. (2019). Conditional tail-risk in cryptocurrency markets. *Journal of Empirical Finance*, 50, 1-19.
- Brière, M., Oosterlinck, K., & Szafarz, A. (2015). Virtual currency, tangible return: Portfolio diversification with bitcoin. *Economics Letters*, 116(3), 432-435.
- Buterin, V. (2013). Ethereum Whitepaper. Ethereum.org.  
<https://ethereum.org/en/whitepaper/>.
- Cajas, D. (2020). *Riskfolio-Lib Documentation*. Retrieved from <https://riskfolio-lib.readthedocs.io/>.
- Cajas, D. (2020). Risk Measures - Riskfolio-Lib Documentation. Retrieved from <https://riskfolio-lib.readthedocs.io/en/latest/risk.html>.
- Cajas, D. (2020). Portfolio Class - Riskfolio-Lib Documentation. Retrieved from <https://riskfolio-lib.readthedocs.io/en/latest/portfolio.html#portfolio-class>.
- Cajas, D. (2020). Assets Statistics Method - Riskfolio-Lib Documentation. Retrieved from [https://riskfolio-lib.readthedocs.io/en/latest/portfolio.html#Portfolio.Portfolio.assets\\_stats](https://riskfolio-lib.readthedocs.io/en/latest/portfolio.html#Portfolio.Portfolio.assets_stats).
- Cajas, D. (2020). Optimization Method - Riskfolio-Lib Documentation. Retrieved from <https://riskfolio-lib.readthedocs.io/en/latest/portfolio.html#Portfolio.Portfolio.optimization>.
- Cajas, D. (2020). Constraints - Riskfolio-Lib Documentation. Retrieved from <https://riskfolio-lib.readthedocs.io/en/latest/constraints.html>.
- Chen, Y., & Bellavitis, C. (2020). Blockchain disruption and decentralized finance: The rise of decentralized business models. *Journal of Business Venturing Insights*, 13, e00151.
- Chu, J., Chan, S., Nadarajah, S., & Osterrieder, J. (2017). GARCH modelling of cryptocurrencies. *Journal of Risk and Financial Management*, 10(4), 17.
- Corbet, S., Lucey, B., Peat, M., & Vigne, S. (2020). Bitcoin Futures—What use are they? *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 67, 101225.
- Eisl, A., Gasser, S., & Weinmayer, K. (2015). Caveat Emptor: Does Bitcoin Improve Portfolio Diversification? *International Review of Financial Analysis*, 41, 1-10.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33(1), 3-56.

Howell, S. T., Niessner, M., & Yermack, D. (2020). Initial Coin Offerings: Financing Growth with Cryptocurrency Token Sales. *The Review of Financial Studies*, 33(9), 3925-3974.

Konno, H., & Yamazaki, H. (1991). Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market. *Management Science*, 37(5), 519-531.

Liu, Y., & Tsyvinski, A. (2018). Risks and returns of cryptocurrency. *The Review of Financial Studies*, 32(5), 1555-1587.

López de Prado, M. (2018). *Advances in Financial Machine Learning*. Wiley.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.

McNally, S., Roche, J., & Caton, S. (2018). Predicting the Price of Bitcoin Using Machine Learning. *Proceedings of the 26th European Symposium on Artificial Neural Networks, Computational Intelligence and Machine Learning (ESANN)*.

Ogryczak, W., & Ruszczyński, A. (2002). Dual stochastic dominance and related mean-risk models. *SIAM Journal on Optimization*, 13(1), 60-78.

Patel, J., Shah, S., Thakkar, P., & Kotecha, K. (2015). Predicting stock and stock price index movement using Trend Deterministic Data Preparation and machine learning techniques. *International Journal of Computer Science and Information Technologies*, 6(1), 478-483.

Platanakis, E., Sutcliffe, C., & Urquhart, A. (2021). Optimal vs naïve diversification in cryptocurrencies. *Finance Research Letters*, 41, 101800.

Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2, 21-42.

Rodríguez, D. (2015). *Backtrader Documentation*. Retrieved from <https://www.backtrader.com/>.

Rodríguez, D. (2015). Data Feeds - Backtrader Documentation. Retrieved from <https://www.backtrader.com/docu/datafeed/>.

Rodríguez, D. (2015). Strategy - Backtrader Documentation. Retrieved from <https://www.backtrader.com/docu/strategy/>.

Rodríguez, D. (2015). Brokers - Backtrader Documentation. Retrieved from <https://www.backtrader.com/docu/broker/>.

Visa. (2021, March 29). Visa Becomes First Major Payments Network to Settle Transactions in USD Coin (USDC). Retrieved from <https://usa.visa.com/about-visa/newsroom/press-releases.releaseld.17821.html>.

BBC News. (2021, September 7). Bitcoin becomes official currency in El Salvador. Retrieved from <https://www.bbc.com/news/technology-58473260>.

GOGOL, Ran A. *yfinance*: Yahoo! Finance market data downloader. Versão 0.2.31.  
Disponível em: <https://github.com/ranaroussi/yfinance>. Acesso em: 18 dez. 2024.