



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E ELETRÔNICA  
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Victor Jorge Paz de Macedo Barcellos

**Metodologias de encontro de valores de parâmetros do modelo de histerese  
Jiles-Atherton inverso**

Florianópolis

2024

Victor Jorge Paz de Macedo Barcellos

**Metodologias de encontro de valores de parâmetros do modelo de histerese  
Jiles-Atherton inverso**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao curso de Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador(a): Prof. Nelson Jhoe Batistela, Dr.  
Coorientador(a): Carlos Alexandre Correa Wengerkievicz, Dr.

Florianópolis  
2024

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.  
Dados inseridos pelo próprio autor.

Barcellos, Victor Jorge Paz de Macedo  
Metodologias de encontro de valores de parâmetros do  
modelo de histerese Jiles-Atherton inverso / Victor Jorge  
Paz de Macedo Barcellos ; orientador, Nelson Jhoe  
Batistela, coorientador, Carlos Alexandre Correa  
Wengerkievicz, 2024.  
85 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -  
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro  
Tecnológico, Graduação em Engenharia Elétrica,  
Florianópolis, 2024.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Materiais ferromagnéticos.  
3. Otimização. 4. Modelo de Jiles-Atherton. I. Batistela,  
Nelson Jhoe. II. Wengerkievicz, Carlos Alexandre Correa.  
III. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em  
Engenharia Elétrica. IV. Título.

Victor Jorge Paz de Macedo Barcellos

**Metodologias de encontro de valores de parâmetros do modelo de histerese Jiles-Atherton inverso**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica e aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 19 de dezembro de 2024.

Insira neste espaço  
a assinatura

Coordenação do Curso

**Banca examinadora**

Insira neste espaço  
a assinatura

Prof. Nelson Jhoe Batistela, Dr.

Orientador

Insira neste espaço  
a assinatura

Prof. Nelson Sadowski, Dr.

Universidade Federal de Santa Catarina

Insira neste espaço  
a assinatura

Eng. Eletric. Ricardo de Araujo Elias, Dr.

Centrais Elétricas de Santa Catarina S. A.

Florianópolis, 2024

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à minha família por sempre ter me incentivado a ser uma pessoa dedicada, estudiosa e por ter me fornecido os princípios que conduzem a minha vida.

Aos meus amigos de graduação por, ao longo do curso, terem contribuído para a minha formação como engenheiro e como ser humano.

Aos colegas de laboratório pelas risadas e discussões proveitosas.

Ao professor e coorientador Carlos por ter dado a oportunidade de ingressar no GRUCAD, assim como ter dado a ideia que originou este trabalho.

Ao professor e orientador Jhoe por, sempre que solicitado, ter atendido às minhas dúvidas.

O autor deste trabalho agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo financiamento parcial deste trabalho, o qual foi continuidade do projeto de iniciação científica realizado.

O autor agradece também à Aperam South America pela motivação, pela disponibilidade dos materiais e de resultados de ensaios realizados pela própria empresa.



*“A persistência é o caminho do êxito.” (Chaplin)*





## RESUMO

O presente trabalho consiste no desenvolvimento de metodologias para a obtenção dos valores dos parâmetros do modelo de histerese inverso de Jiles-Atherton (JA) para dois materiais ferromagnéticos ensaiados no quadro de Epstein sob regime de indução senoidal com frequência igual a 5 Hz. No trabalho, desenvolveu-se um programa para encontro dos valores dos parâmetros do modelo JA inverso baseado no algoritmo de otimização de Levenberg-Marquardt. Para encontro dos valores dos parâmetros do modelo, empregou-se duas estratégias. Na primeira estratégia, utilizou-se como dado de entrada os dados de medição de laço BH à 5 Hz para os valores de indução de pico de 0,5 T, 0,8 T e 1,0 T. Na segunda estratégia, utilizou-se como dado de entrada do programa os laços BH medidos à 5 Hz para os valores de indução de pico de 0,5 T, 0,9 T e 1,2 T. Para cada uma das estratégias, obtiveram-se dois conjuntos de valores de parâmetros. O primeiro conjunto de valores de parâmetros foi obtido a partir do uso da primeira versão do programa desenvolvido para encontro dos valores de parâmetros. O segundo conjunto de valores de parâmetros foi obtido a partir da segunda versão do programa desenvolvido, o qual considera o efeito das correntes induzidas. As curvas BH obtidas a partir do conjunto de valores de parâmetros encontrados foram comparadas com as curvas medidas à 1 Hz para os valores de indução de pico de 0,4 T, 0,8 T e 1,2 T. Realizou-se também uma análise quantitativa dos resultados obtidos para os valores de indução de pico de 0,4 T, 0,8 T e 1,2 T a partir do cálculo de erro quadrático médio do campo magnético simulado em relação ao campo magnético medido em regime com frequência igual a 1 Hz. Comparou-se os valores de perda magnética obtidos por simulação com os valores de perdas magnéticas medidos à 1 Hz. Por meio dos resultados obtidos, verificou-se uma melhor correspondência dos laços BH obtidos a partir do segundo conjunto de valores de parâmetros com os resultados experimentais de laço BH à 1 Hz. Verificou-se também que, para o caso em que se utilizou a segunda estratégia de dados de entrada, houve representação inadequada do laço BH pelo modelo, tendo-se valores de permeabilidade magnética diferencial menores que zero.

**Palavras-chave:** materiais ferromagnéticos; modelo de Jiles-Atherton; otimização.



## ABSTRACT

This work concerns about the acquisition of parameter values of inverse Jiles-Atherton (JA) hysteresis model for two ferromagnetic materials tested using an Epstein frame on 5 Hz sinusoidal magnetic induction regime. In this work, the inverse JA parameter values were acquired by developing a program that used the Levenberg-Marquardt optimization algorithm. To acquire the parameter values, it was employed two strategies. At the first strategy, it was employed experimental BH curves with induction peak values of 0,5 T, 0,8 T and 1,0 T as input data to the implemented algorithm. At the second strategy, it was employed experimental BH curves with induction peak values of 0,5 T, 0,9 T and 1,2 T as input data to the implemented algorithm. For each one of the strategies were acquired two sets of parameter values. The first one set of parameter values was acquired by using the first version of the developed program. The second set of parameter values was acquired by using the second version of the developed algorithm, which consider eddy current effects. The BH shape curves acquired by using the two set of parameter values were compared with 1 Hz BH measured curves for three peak induction values: 0,4 T, 0,8 T and 1,2 T. It was also performed a quantitative analysis of the results for peak induction values of 0,4 T 0,8 T and 1,2 T by using mean squared error between the simulated magnetic field value and the 1 Hz experimental magnetic field value. It was compared the values of magnetic hysteresis loss obtained with the two set of parameter values with hysteresis loss measured at 1 Hz. Through the obtained results, it was verified a better correspondence between the BH loops from the second set of parameter values and the 1 Hz hysteresis BH loops. It was also verified that, for the second strategy of input data, there was physical inaccurate BH loop representation as consequence of differential magnetic permeability values below zero.

**Keywords:** ferromagnetic materials; Jiles-Atherton model; optimization.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Ilustração dos domínios magnéticos e da parede entre domínios.	29
Figura 2. Etapas de cálculo do Modelo JA inverso.	36
Figura 3. Algoritmo de Peugot	38
Figura 4. Fluxograma do algoritmo Hooke-Jeeves <i>Direct Search</i> .	45
Figura 5. Fluxograma da primeira versão do algoritmo.	49
Figura 6. Fluxograma da segunda versão do algoritmo.	51
Figura 7. Fonte de tensão contínua da bancada.	59
Figura 8. Inversor monofásico da bancada.	60
Figura 9. Osciloscópio <i>Tektronix DPO 4104</i> .	60
Figura 10. Quadro de Epstein empregado nos ensaios.	61
Figura 11. Esquemática da bancada de caracterização do GRUCAD.	61
Figura 12. Esquemático do quadro de Epstein	62
Figura 13. Laço BH para o material A com $B_p = 0,4$ T	66
Figura 14. Laço BH para o material A com $B_p = 0,8$ T.	67
Figura 15. Laço BH para o material A com $B_p = 1,2$ T.	67
Figura 16. Laço BH para o material A para $B_p = 0,4$ T.	69
Figura 17. Laço BH para o material A para $B_p = 0,8$ T.	69
Figura 18. Laço BH para o material A para $B_p = 1,2$ T.	70
Figura 19. Laço BH para o material B com $B_p = 0,4$ T.	72
Figura 20. Laço BH para o material B para $B_p = 0,8$ T.	73
Figura 21. Laço BH para o material B para $B_p = 1,2$ T.	73
Figura 22. Laço BH para o material B para $B_p = 0,4$ T.	75
Figura 23. Laço BH para o material B para $B_p = 0,8$ T.	75
Figura 24. Laço BH para o material B para $B_p = 1,2$ T.	76
Figura 25. Estator de uma máquina rotativa.	78



## LISTA DE TABELAS

Tabela I. Valores dos parâmetros – Material sintético A.....	56
Tabela II. Valores dos parâmetros – Material sintético B.....	56
Tabela III. Conjunto de valores de parâmetros obtidos para o material A – Procedimento I .....	66
Tabela IV. Conjunto de valores de parâmetros obtidos para o material A – Procedimento II .....	68
Tabela V. Valores de MSE entre campo magnético simulado e experimental – Material A .....	71
Tabela VI. Conjunto de valores de parâmetros obtidos para o material B – Procedimento I .....	71
Tabela VII. Conjunto de valores de parâmetros obtidos para o material B – Procedimento II .....	74
Tabela VIII. Valores de MSE entre campo magnético simulado e experimental – Material B .....	77
Tabela IX. Perdas calculadas para o material B .....	77
Tabela X. Diferença percentual entre o valor de perda sim. e exp. ....	78
Tabela XI. Estimação das perdas por histerese em um estator – Material B	79





## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

JA	Jiles-Atherton
MSE	Erro quadrático médio



## LISTA DE SÍMBOLOS

$m$	Momento magnético do material	(A.m <sup>2</sup> )
$M$	Magnetização do material	(A/m)
$V$	Volume	(m <sup>3</sup> )
$M_{rev}$	Magnetização reversível	(A/m)
$M_{irr}$	Magnetização irreversível	(A/m)
$\delta$	Parâmetro direcional	(-)
$k$	Parâmetro do modelo JA	(A/m)
$B_e$	Indução magnética efetiva	(T)
$M_{an}$	Magnetização ideal	(A/m)
$H$	Campo magnético	(A/m)
$c$	Parâmetro do modelo JA	(-)
$\alpha$	Parâmetro do modelo JA	(-)
$T$	Temperatura	(K)
$k_{Boltz}$	Constante de Boltzmann	(m <sup>2</sup> kg/s <sup>2</sup> K)
$\mu_0$	Permeabilidade magnética do ar	(H/m)
$M_s$	Magnetização de saturação do material	(A/m)
$H_e(t)$	Campo magnético efetivo	(A/m)
$M_m$	Magnetização máxima	(A/m)
$M_r$	Magnetização remanente	(A/m)
$H_m$	Campo magnético máximo	(A/m)
$H_c$	Campo coercitivo	(A/m)
$\chi_{in}$	Susceptibilidade magnética diferencial inicial	(-)
$\chi_{max}$	Susceptibilidade magnética diferencial em $M_m$	(-)
$\chi_r$	Susceptibilidade magnética diferencial em $M_r$	(-)
$\chi_c$	Susceptibilidade magnética diferencial em $H_c$	(-)
$f(\mathbf{x})$	Função objetivo	(-)
$r_i(\mathbf{x})$	$i$ -ésimo valor de resíduo	(-)
$\mathbf{x}$	Vetor com os parâmetros	(-)
$g(\mathbf{x})$	Função restrição I	(-)
$h(\mathbf{x})$	Função restrição II	(-)
$\mathbf{H}(\mathbf{a})$	Matriz hessiana	(-)

$\mathbf{x}_{min}$	Vetor solução mínimo local	(-)
$\mathbf{a}_0$	Solução inicial	(-)
$\mathbf{x}_k$	Vetor encontrado k-ésima iteração	(-)
$\mathbf{x}_{k+1}$	Vetor encontrado k+1-ésima iteração	(-)
$\mathbf{d}_k$	Direção do gradiente descendente k-ésima iteração	(-)
$\lambda_k$	k-ésimo valor constante	(-)
$I$	Matriz identidade	(-)
$\nabla f$	Gradiente da função objetivo	(-)
$\mathbf{S}_{ig}$	Vetor solução do algoritmo evolução diferencial	(-)
$\mathbf{v}_{ig}$	Vetor mutante	(-)
$\mathbf{x}_{r0g}$	Vetor 0 da g-ésima geração	(-)
$\mathbf{x}_{r1g}$	Vetor 1 da g-ésima geração	(-)
$\mathbf{x}_{r2g}$	Vetor 2 da g-ésima geração	(-)
$F$	Fator de escala	(-)
$\mathbf{u}_{ig}$	i-ésimo novo vetor gerado correspondente a g-ésima geração	(-)
$\mathbf{x}_{b1}$	Vetor base inicial	(-)
$\mathbf{x}_{b2}$	Segundo vetor base	(-)
$\mathbf{x}_{ba}$	Vetor base da iteração anterior	(-)
$\Delta \mathbf{x}$	Valor do passo	(-)
$H_{sim}$	Valor de campo magnético simulado a partir do modelo JA	(A/m)
$B_{exp}$	Indução magnética medida experimentalmente	(T)
$H_{tot}$	Campo magnético total medido	(A/m)
$H_{hest}$	Campo magnético relativo à histerese estimado	(A/m)
$d$	Espessura do material	(m)
$m_v$	Densidade específica do material	(kg/m <sup>3</sup> )
$B_m$	Indução máxima	(T)
$P_f(B_m)$	Perda por corrente de Foucault	(J/kg)
$\Delta t$	Passo de tempo	(s)
$\sigma$	Condutividade elétrica do material	(S/m)
$H_{din}$	Campo magnético relacionado às perdas dinâmicas	(A/m)
$H_h$	Campo magnético relativo ao fenômeno de histerese	(A/m)
$k_f$	Constante das perdas por corrente de Foucault	(-)
$f_o$	Frequência de ensaio	(Hz)

$I(t)$	Corrente do enrolamento primário	(A)
$N_1$	Número de espiras do enrolamento primário	(-)
$l_m$	Caminho magnético médio	(m)
$\phi$	Fluxo magnético	(Wb)
$N_2$	Número de espiras do enrolamento secundário	(-)
$S$	Seção transversal do material	(m <sup>2</sup> )
$V_2(t)$	Tensão do enrolamento secundário	(V)
$B_p$	Indução de pico	(T)
$W_{sim}$	Valor de perda simulado	(J/kg)
$W_{exp}$	Valor de perda medido	(J/kg)



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>25</b>
1.1	OBJETIVOS .....	25
1.1.1	<b>Objetivos metodológicos</b> .....	<b>26</b>
1.2	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	26
<b>2</b>	<b>O MODELO DE JILES-ATHERTON</b> .....	<b>29</b>
2.1	O MODELO .....	30
2.2	OS PARÂMETROS DO MODELO .....	31
2.2.1	<b>Magnetização de saturação (<math>M_s</math>)</b> .....	<b>31</b>
2.2.2	<b>O parâmetro <math>k</math></b> .....	<b>31</b>
2.2.3	<b>O parâmetro <math>c</math></b> .....	<b>32</b>
2.2.4	<b>O parâmetro <math>\alpha</math></b> .....	<b>32</b>
2.2.5	<b>O parâmetro <math>a</math></b> .....	<b>32</b>
2.3	MODELO JA INVERSO .....	32
2.4	MÉTODO DE PEUGET .....	36
<b>3</b>	<b>MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO</b> .....	<b>39</b>
3.1	O MÉTODO DE LEVENBERG-MARQUARDT.....	39
3.1.1	<b>Método de Newton</b> .....	<b>39</b>
3.1.2	<b>Método do gradiente descendente</b> .....	<b>40</b>
3.1.3	<b>Proposição de Levenberg</b> .....	<b>41</b>
3.1.4	<b>A contribuição de Marquardt</b> .....	<b>42</b>
3.2	OUTROS MÉTODOS .....	42
3.2.1	<b>Métodos heurísticos</b> .....	<b>42</b>
3.2.2	<b>Métodos livres de cálculo de derivadas</b> .....	<b>43</b>
<b>4</b>	<b>ALGORITMO IMPLEMENTADO</b> .....	<b>47</b>
4.1	PRIMEIRA VERSÃO (METODOLOGIA I).....	47
4.2	SEGUNDA VERSÃO (METODOLOGIA II) .....	50
4.2.1	<b>O processo de obtenção de <math>H_{\text{hest}}(t)</math></b> .....	<b>52</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS COM DADOS SINTÉTICOS</b> .....	<b>55</b>
5.1.1	<b>Material sintético A</b> .....	<b>55</b>
5.1.2	<b>Material sintético B</b> .....	<b>56</b>
5.2	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	57

<b>6</b>	<b>BANCADA EXPERIMENTAL.....</b>	<b>59</b>
6.1	BANCADA DISPONÍVEL NO GRUCAD .....	59
6.1.1	Fluxo de funcionamento da bancada .....	61
6.1.2	Obtenção das grandezas magnéticas a partir das medições de grandezas elétricas .....	62
<b>7</b>	<b>ENCONTRO DE VALORES DE PARÂMETROS COM CURVAS EXPERIMENTAIS.....</b>	<b>65</b>
7.1	MATERIAL A.....	65
7.1.1	Comparação quantitativa dos resultados obtidos .....	71
7.2	MATERIAL B.....	71
7.2.1	Comparação quantitativa dos resultados .....	76
<b>8</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>81</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>83</b>



## 1 INTRODUÇÃO

Dispositivos eletromagnéticos, como por exemplo transformadores e motores, empregam materiais ferromagnéticos para a concentração de fluxo magnético na máquina. Os materiais ferromagnéticos possuem a característica vantajosa sob o ponto de vista magnético de apresentar alta permeabilidade magnética. Entretanto, estes materiais geram perdas energéticas ao serem submetidos a um regime de indução magnética alternada no tempo. As perdas em materiais ferromagnéticos, de acordo com Bertotti (1988), são divididas em três tipos: perdas por histerese, perdas por correntes induzidas e perdas por excesso.

Em virtude dos três tipos de fenômenos de perdas e pelo fato dos materiais ferromagnéticos apresentarem uma relação não linear entre campo magnético e indução magnética, torna-se relevante modelar o comportamento eletromagnético dos materiais ferromagnéticos para se ter um projeto mais preciso das máquinas elétricas. Diversos modelos foram desenvolvidos para modelar o fenômeno da histerese magnética. Dentre eles, pode-se citar: o modelo de Jiles-Atherton (JA), o modelo de Preisach e o modelo de Coleman-Hogdon (MÖRÉE; LEIJON, 2023).

Nesse trabalho, considerou-se o modelo de histerese inverso de Jiles-Atherton em detrimento de outros modelos presentes na literatura por dois motivos:

- Tanto o modelo de Jiles-Atherton como o modelo de Jiles-Atherton inverso são de fácil aplicação numérica quando comparados a outros modelos de histerese magnética;
- O modelo de Jiles-Atherton inverso é empregado com mais facilidade em *softwares* de elementos finitos quando se trabalha com a formulação vetor potencial magnético (SADOWSKI; BATISTELA; BASTOS; LAJOIE-MAZENC, 2002).

O modelo de JA inverso contempla cinco parâmetros cujos valores variam de material para material, e que podem ser determinados a partir de experimentos por técnicas de ajuste de curvas. É nesse contexto que se insere o presente trabalho.

### 1.1 OBJETIVOS

O principal objetivo desse trabalho é obter os valores dos parâmetros do modelo de histerese inverso de Jiles-Atherton a partir de dados de medição de uma bancada comercial certificada para caracterização eletromagnética de lâminas de aço para fins elétricos.

### 1.1.1 Objetivos metodológicos

Para atingir o objetivo geral, adotaram-se os seguintes objetivos metodológicos:

- Estudar o modelo de Jiles-Atherton (JA);
- Implementar numericamente o modelo JA inverso;
- Estudar métodos de otimização relacionados ao encontro de valores de parâmetros do modelo;
- Aplicar o método de Levenberg-Marquardt;
- Considerar o modelo de separação do campo magnético em três componentes: campo magnético relativo ao fenômeno da histerese magnética ( $H_h(t)$ ), campo magnético relativo ao fenômeno das correntes de Foucault ( $H_f(t)$ ) e campo magnético associado às perdas excedentes ( $H_{exc}(t)$ ), se pertinente;
- Avaliar o impacto do efeito das correntes induzidas na determinação dos valores dos parâmetros do modelo JA.

## 1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho foi dividido em oito capítulos, sendo que o primeiro capítulo foi destinado à introdução do tema de estudo.

O capítulo 2 apresenta o modelo de Jiles-Atherton, sendo explicitado cada um dos parâmetros do modelo conforme a literatura. No mesmo capítulo é apresentado as etapas de cálculo do modelo JA inverso desenvolvido por Sadowski, Batistela, Bastos e Lajoie-Mazenc (2002). Por fim, é apresentado um método de encontro dos valores dos parâmetros do modelo JA a partir da estratégia desenvolvida por Peugeot (1995).

No capítulo 3, apresenta-se primeiramente a definição de função objetivo, conceito primordial para compreensão dos métodos de otimização. Em seguida, são apresentados e explicados três métodos de otimização, o método de Levenberg-Marquardt, um método heurístico denominado evolução diferencial e um método livre do cálculo de derivadas denominado *Hooke-Jeeves Direct Search*.

No capítulo 4 é apresentado as duas versões do programa desenvolvido para encontro dos valores dos parâmetros do modelo JA inverso.

No capítulo 5, apresenta-se os resultados de encontro de valores de parâmetros para dois materiais com valores de parâmetros conhecidos *a priori*.

No capítulo 6 é apresentado a bancada de caracterização de materiais ferromagnéticos do GRUCAD utilizada para a obtenção de formas de onda experimentais de indução e campo magnético. São apresentados os instrumentos de medição utilizados, o fluxo de funcionamento da bancada e a aquisição das grandezas magnéticas a partir das medições de grandezas elétricas.

No capítulo 7, apresenta-se os resultados obtidos de encontro de valores de parâmetros para dois materiais ensaiados. Para cada material, são testadas a primeira e segunda versão do programa, averiguando-se se houve uma melhora na representação do comportamento do material ao utilizar-se a segunda versão do programa.

No capítulo 8 são apresentadas as considerações finais a respeito do trabalho, indicando-se quais foram as contribuições. Também são apresentadas sugestões para trabalhos futuros, dando-se enfoque aos métodos de otimização e à influência da anisotropia magnética na determinação dos valores dos parâmetros.



## 2 O MODELO DE JILES-ATHERTON

O modelo de Jiles-Atherton (JILES; ATHERTON, 1984; JILES; ATHERTON, 1986) propõe a modelagem do fenômeno da histerese magnética em materiais ferromagnéticos baseando-se no conceito de movimentação de paredes de domínios magnéticos.

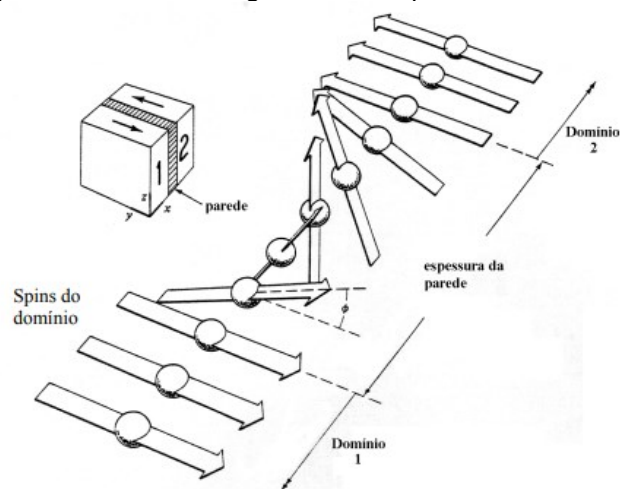
O momento magnético de um material ( $m$ ) é definido como a tendência que um material tem de se alinhar quando submetido a um campo magnético externo (CULLITY, 2009).

A partir do conceito de momento magnético e volume de um material, pode-se definir a magnetização do material ( $M$ ) como o momento magnético do material dividido pelo volume (2.1). Assim, por meio da definição dada em (2.1), tem-se que o valor de magnetização de um material independe da quantidade de material, sendo assim um valor dependente exclusivamente de sua composição, arranjos e processos metalúrgicos.

$$M = \frac{m}{V} \quad (2.1)$$

Os domínios magnéticos são regiões no material em que a direção de magnetização espontânea é a mesma para todos os átomos pertencentes àquele domínio. Entre os domínios magnéticos, existem interfaces denominadas de paredes de domínios magnéticos. Nestas paredes, a direção de magnetização do conjunto de átomos não é bem definida, conforme é apresentado na Figura 1.

Figura 1. Ilustração dos domínios magnéticos e da parede entre domínios.



Fonte: Adaptado de CULLITY (2009).

## 2.1 O MODELO

No modelo de Jiles-Atherton, considera-se que a magnetização ( $M$ ) do material é a soma de duas componentes, a magnetização reversível ( $M_{rev}$ ) e a magnetização irreversível ( $M_{irr}$ ), como apresentado em (2.2).

$$M = M_{rev} + M_{irr} \quad (2.2)$$

A magnetização reversível corresponde ao processo de magnetização em que ocorre a flexão das paredes dos domínios magnéticos. Esse processo é considerado reversível. A magnetização irreversível corresponde ao deslocamento das paredes dos domínios magnéticos, e está associada à energia dissipada no ciclo de histerese.

A componente de magnetização irreversível do material ( $M_{irr}$ ), de acordo com Jiles e Atherton (1986), é obtida a partir da expressão (2.3), onde  $M_{an}$  corresponde à magnetização anisterética. O segundo termo do lado direito da igualdade corresponde à magnetização associada ao fenômeno da histerese magnética, onde  $\delta$  é um parâmetro direcional que assume o valor -1 quando  $dH/dt < 0$  e 1 quando  $dH/dt > 0$ ,  $k$  um parâmetro do modelo de Jiles-Atherton e  $B_e$  a indução magnética efetiva no material.

$$M_{irr} = M_{an} - \delta k \frac{dM_{irr}}{dB_e} \quad (2.3)$$

No modelo, a expressão (2.3) é utilizada em sua forma diferencial em relação ao campo magnético, como dado pela expressão (2.4), em que  $k$  e  $\alpha$  são parâmetros do modelo de Jiles-Atherton que serão descritos adiante.

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{1}{\frac{\delta k}{\mu_0} - \alpha(M_{an} - M_{irr})} (M_{an} - M_{irr}) \quad (2.4)$$

A componente reversível de magnetização ( $M_{rev}$ ) é escrita em sua forma diferencial pela equação (2.5), onde  $c$  é também um parâmetro do modelo de Jiles-Atherton.

$$\frac{dM_{rev}}{dH} = c \left( \frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \quad (2.5)$$

Derivando a expressão (2.2) em relação ao campo magnético e substituindo (2.4) e (2.5) nessa expressão, obtém-se (2.6).

$$\frac{dM}{dH} = c \left( \frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) + \frac{1}{\frac{\delta k}{\mu_0} - \alpha(M_{an} - M_{irr})} (M_{an} - M_{irr}) \quad (2.6)$$

A equação (2.6) representa a equação principal do modelo. Em (2.6), a magnetização anisterética é obtida a partir da expressão (2.7) em que  $M_s$  corresponde ao valor da magnetização de saturação do material,  $m$  ao momento magnético,  $k_{Boltz}$  a constante de Boltzmann e  $T$  a temperatura.

$$M_{an} = M_s \left[ \coth \left( \frac{\mu_0 m (H + \alpha M)}{k_{Boltz} T} \right) - \frac{k_{Boltz} T}{\mu_0 m (H + \alpha M)} \right] \quad (2.7)$$

## 2.2 OS PARÂMETROS DO MODELO

Nessa subsecção são detalhados brevemente os cinco parâmetros do modelo.

### 2.2.1 Magnetização de saturação ( $M_s$ )

O parâmetro  $M_s$  corresponde ao valor de magnetização de saturação do material, isto é, o valor máximo de magnetização que um material consegue atingir submetido a um campo magnético externo. Chega-se no valor de magnetização de saturação do material quando o número máximo de momentos magnéticos do material está alinhado ao campo magnético externo.

### 2.2.2 O parâmetro $k$

Como definido por Jiles e Atherton (1986), o parâmetro  $k$  é igual à densidade média de impurezas, imperfeições e nanopartículas presentes no sólido ( $n$ ) multiplicado pela energia média  $\langle \epsilon_\pi \rangle$  [Joule] necessária para movimentar uma parede de um domínio magnético de 180 graus, dividido por duas vezes o momento magnético por unidade de volume ( $m$ ) (2.8).

$$k = \frac{n \langle \epsilon_\pi \rangle}{2m} \quad (2.8)$$

De acordo com Jiles e Atherton (1986), o valor do parâmetro  $k$  pode ser uma constante ou ainda variar como uma função da magnetização do material  $M$  e do campo magnético  $H$ , isto é,  $k = f(M, H)$ .

### 2.2.3 O parâmetro $c$

O parâmetro  $c$  do modelo, que assume valores pertencentes ao intervalo aberto de 0 a 1, pode ser obtido experimentalmente a partir da razão entre a susceptibilidade diferencial inicial da curva de magnetização normal e a susceptibilidade diferencial inicial da curva de magnetização anisterética, como dado por (2.9).

$$c = \frac{X_{0norm}}{X_{0anhys}} \quad (2.9)$$

### 2.2.4 O parâmetro $\alpha$

Conforme Jiles e Atherton (1986), o parâmetro  $\alpha$  representa o acoplamento entre os domínios magnéticos. No artigo (JILES; ATHERTON, 1986), os autores citam que o valor de  $\alpha$  deve ser determinado experimentalmente.

### 2.2.5 O parâmetro $a$

O parâmetro  $a$ , o qual possui dimensão de A/m, modifica a forma da curva de magnetização anisterética equacionada em (2.7). O parâmetro  $a$  é definido conforme (2.10), em que  $T$  é a temperatura,  $k_{Boltz}$  a constante de Boltzmann,  $m$  o momento magnético e  $\mu_0$  a permeabilidade magnética do vácuo.

$$a = \frac{k_{Boltz} T}{\mu_0 m} \quad (2.10)$$

## 2.3 MODELO JA INVERSO

Desenvolvido por Sadowski, Batistela, Bastos e Lajoie-Mazenc (2002), o modelo de histerese inverso de Jiles-Atherton é utilizado para representar o comportamento não linear de materiais ferromagnéticos quando se tem a indução magnética como dado de entrada, além dos valores dos parâmetros do material. Assim, o modelo, a partir de uma forma de onda de indução magnética conhecida ( $B$ ), obtém como saída a forma de onda do campo magnético ( $H$ ) presente no material.

Para obtenção das equações do modelo JA inverso, Sadowski et al. (2002) partiram das equações abaixo do modelo de Jiles-Atherton (2.11) - (2.15).

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (2.11)$$



$$M_{an} = M_s \left[ \coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \frac{a}{H_e} \right] \quad (2.12)$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta} \quad (2.13)$$

$$H_e = H + \alpha M \quad (2.14)$$

$$B = \mu_0(H + M) \quad (2.15)$$

Nos passos abaixo é apresentado como o modelo de Jiles-Atherton inverso foi equacionado por Sadowski et. al (2002) a partir das equações do modelo de Jiles-Atherton.

Substituindo (2.11) em (2.2), obtém-se

$$M = M_{irr} + c(M_{an} - M_{irr}) = (1 - c)M_{irr} + cM_{an} \quad (2.16)$$

Derivando a expressão (2.16) em relação a indução magnética efetiva ( $B_e = \mu_0 H_e$ ), obtém-se

$$\frac{dM}{dB_e} = (1 - c) \frac{dM_{irr}}{dB_e} + c \frac{dM_{an}}{dB_e} \quad (2.17)$$

Isolando  $H$  em (2.14) e substituindo (2.14) em (2.15), tem-se

$$B = \mu_0(H_e - \alpha M + M) \quad (2.18)$$

Como  $B_e = \mu_0 H_e$ , tem-se

$$B = B_e - \mu_0 \alpha M + \mu_0 M \quad (2.19)$$

Derivando (2.19) em relação à indução efetiva:

$$\frac{dB}{dB_e} = 1 - \mu_0 \alpha \frac{dM}{dB_e} + \mu_0 \frac{dM}{dB_e} \quad (2.20)$$

O termo derivativo  $dB/dB_e$  pode ser escrito conforme

$$\frac{dB}{dB_e} = \frac{dM}{dB_e} \quad (2.21)$$

Substituindo (2.21) em (2.20), e isolando  $dM/dB_e$ , obtém-se

$$\frac{dM}{dB_e} = \frac{\frac{dM}{dB}}{1 - \mu_0(1 - \alpha)\frac{dM}{dB}} \quad (2.22)$$

A derivada da magnetização ideal em relação à indução magnética efetiva pode ser escrita conforme:

$$\frac{dM_{an}}{dB_e} = \frac{dM_{an}}{dH_e} \frac{dH_e}{dB_e} \quad (2.23)$$

Como  $dH_e/dB_e$  é igual ao inverso da permeabilidade magnética do ar, então

$$\frac{dM_{an}}{dB_e} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dM_{an}}{dH_e} \quad (2.24)$$

A derivada da magnetização ideal em relação ao campo magnético efetivo pode ser obtida derivando a expressão (2.12), conforme (2.25).

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_s}{a} \left[ 1 - \coth^2 \left( \frac{H_e}{a} \right) + \left( \frac{a}{H_e} \right)^2 \right] \quad (2.25)$$

Substituindo (2.25) em (2.24), obtém-se

$$\frac{dM_{an}}{dB_e} = \frac{M_s}{a\mu_0} \left[ 1 - \coth^2 \left( \frac{H_e}{a} \right) + \left( \frac{a}{H_e} \right)^2 \right] \quad (2.26)$$

A derivada da magnetização irreversível em relação à indução magnética efetiva pode ser escrita conforme

$$\frac{dM_{irr}}{dB_e} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \frac{dH_e}{dB_e} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dM_{irr}}{dH_e} \quad (2.27)$$

Substituindo (2.13) em (2.27), tem-se

$$\frac{dM_{irr}}{dB_e} = \frac{1}{\mu_0} \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta} \quad (2.28)$$

Substituindo (2.22) em (2.17), obtém-se

$$\frac{\frac{dM}{dB}}{1 - \mu_0(1 - \alpha) \frac{dM}{dB}} = (1 - c) \frac{dM_{irr}}{dB_e} + c \frac{dM_{an}}{dB_e} \quad (2.29)$$

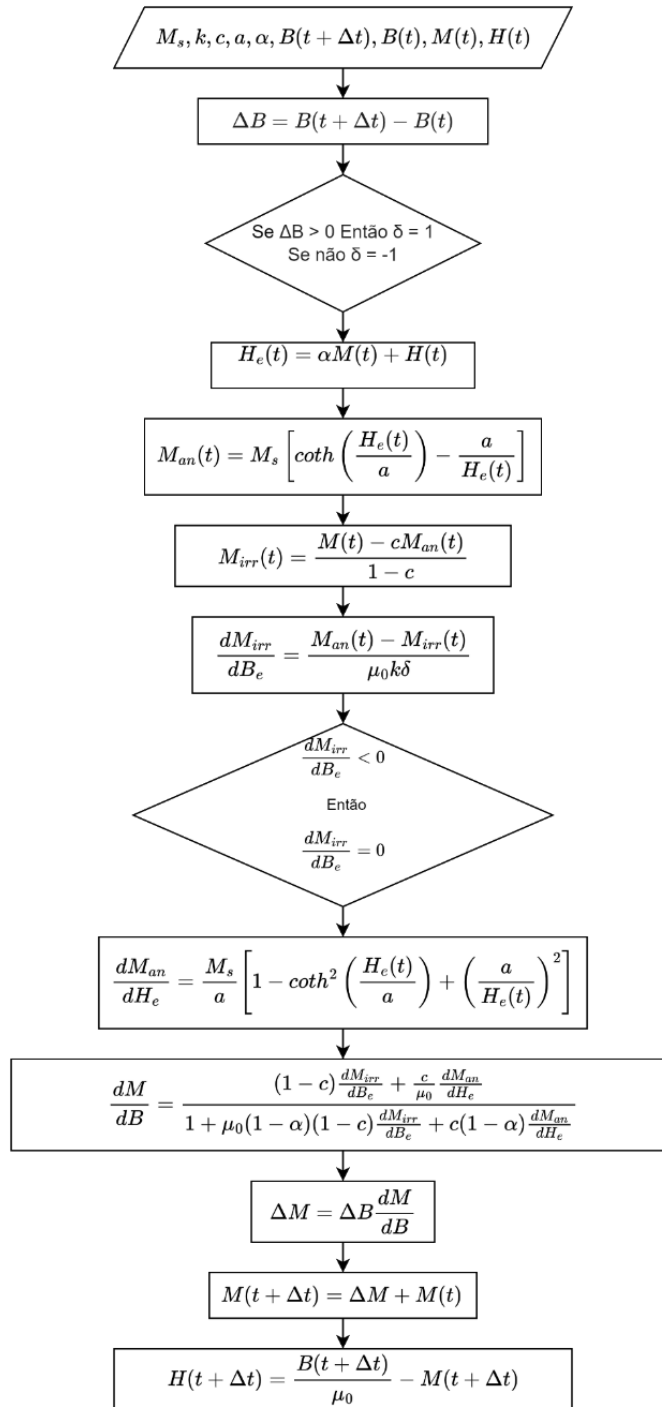
Isolando  $dM/dB$  em (2.29), resulta-se em

$$\frac{dM}{dB} = \frac{(1 - c) \frac{dM_{irr}}{dB_e} + c \frac{dM_{an}}{dB_e}}{1 + \mu_0(1 - \alpha) \left[ (1 - c) \frac{dM_{irr}}{dB_e} + c \frac{dM_{an}}{dB_e} \right]} \quad (2.30)$$

A equação (2.30) é a principal equação do modelo JA inverso. Em (2.30), os termos derivativos do segundo membro da igualdade são obtidos a partir de (2.28) e (2.26).

As etapas de cálculo do algoritmo empregando o método de Euler são apresentadas na Figura 2 sob a forma de fluxograma. Ao final de uma iteração do algoritmo é obtido o valor de campo magnético do passo seguinte ( $H(t + \Delta t)$ ). A fidelidade da representação do fenômeno de histerese magnética pelo modelo depende fortemente dos valores dos parâmetros do modelo. Assim, esses devem ser determinados cuidadosamente.

Figura 2. Etapas de cálculo do Modelo JA inverso.



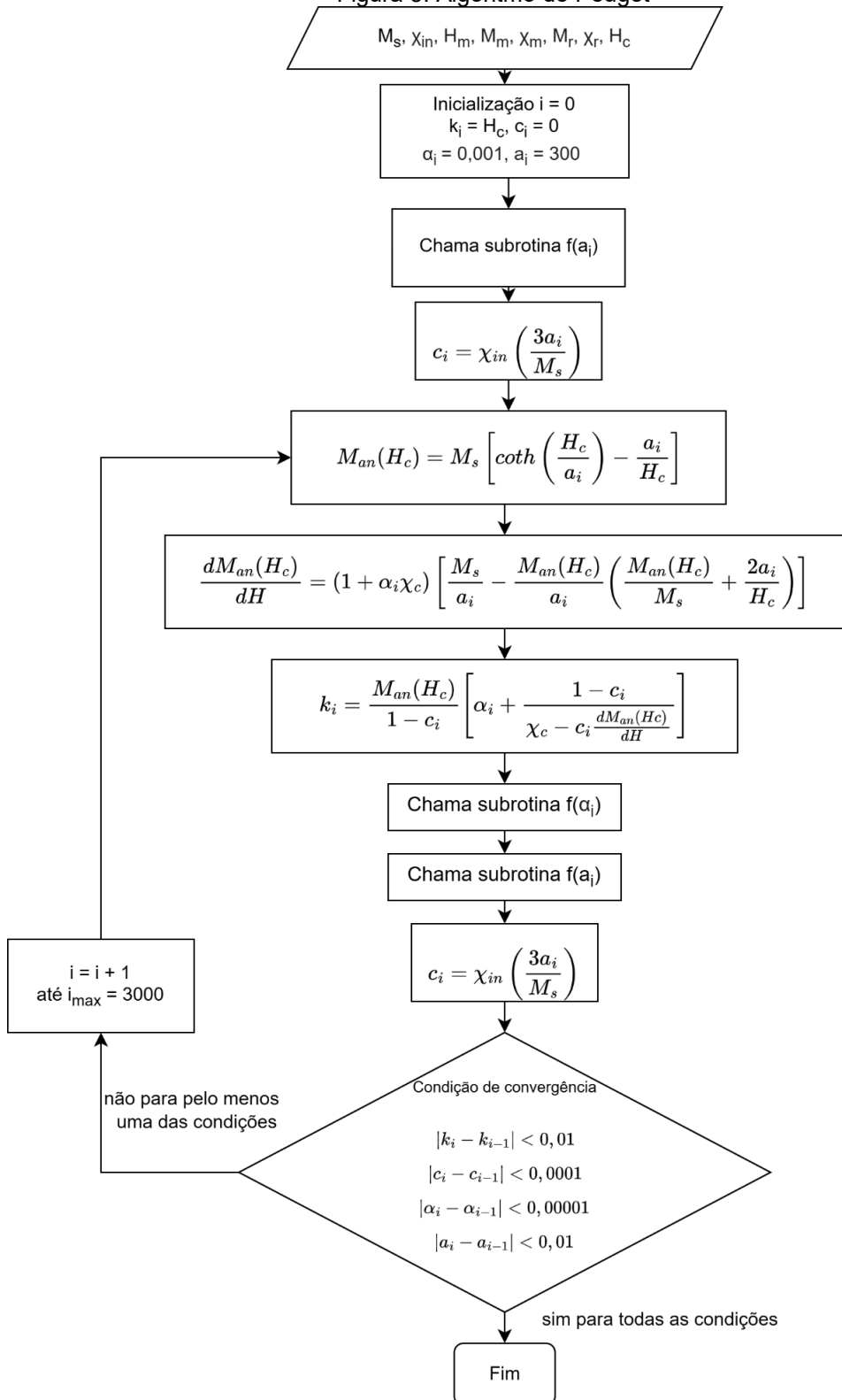
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

## 2.4 MÉTODO DE PEUGET

Baseando-se no trabalho de Jiles, Thaelke e Devine (1992) de determinação dos valores dos parâmetros do modelo de Jiles-Atherton, Peugeot (1995) propôs um procedimento numérico para determinação dos valores dos parâmetros do modelo JA. O algoritmo encontra os valores dos parâmetros do modelo, com exceção do valor do

parâmetro  $M_s$ , o qual é utilizado como dado de entrada do algoritmo. Além do valor de magnetização de saturação do material, são necessários outros oito dados de entrada para o algoritmo: as susceptibilidades diferenciais magnéticas inicial ( $\chi_{in}$ ), no ponto de magnetização máximo ( $\chi_{max}$ ), susceptibilidade diferencial magnética no ponto de indução magnética remanente ( $\chi_r$ ), susceptibilidade magnética no ponto de coercitividade ( $\chi_c$ ), magnetização máxima ( $M_m$ ) e remanente ( $M_r$ ), campo magnético coercitivo ( $H_c$ ) e máximo ( $H_m$ ). O algoritmo proposto por Peugeot (1995) é apresentado na Figura 3.

Figura 3. Algoritmo de Peugeot



Fonte: Adaptado (BATISTELA, 2001).

### 3 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Além do método de Peuguet apresentado na seção anterior, os valores dos parâmetros do modelo JA inverso podem ser determinados a partir de algoritmos de otimização numérica, nos quais se buscam os valores dos parâmetros que melhor refletem o comportamento do material estudado.

Os métodos de otimização são empregados com o objetivo de minimizar ou maximizar o valor de uma dada função objetivo  $f(\mathbf{x})$ , em que  $\mathbf{x}$  é um vetor de  $n$  componentes. Em problemas de encontro de valores de parâmetros, a função objetivo  $f(\mathbf{x})$  geralmente assume a forma de erro quadrático entre os valores obtidos a partir de um modelo e os valores medidos (NOCEDAL; WRIGHT, 2006). Dependendo do problema que se deseja minimizar, pode haver restrições escritas sob a forma de desigualdades ou igualdades, isto é, o vetor solução  $\mathbf{x}_s$ , além de minimizar ou maximizar  $f(\mathbf{x})$ , deve satisfazer restrições tais como  $g(\mathbf{x}) > 0$ ,  $h(\mathbf{x}) = 0$ , em que  $g(\mathbf{x})$  e  $h(\mathbf{x})$  são funções. Nas subseções que seguem serão apresentados métodos de otimização numérica relacionados ao encontro de valores de parâmetros do modelo JA inverso.

#### 3.1 O MÉTODO DE LEVENBERG-MARQUARDT

O algoritmo de Levenberg-Marquardt foi desenvolvido no início da década de 60 do século passado para solucionar problemas de mínimos quadrados não lineares (GAVIN, 2024). De acordo com Ranganathan (2004), a função objetivo  $f(\mathbf{x})$  a ser minimizada possui a forma dada por (3.1). Em (3.1),  $r_i(\mathbf{x})$  corresponde ao  $i$ -ésimo valor de resíduo em que  $\mathbf{x}$  é o vetor que contém o conjunto de valores das variáveis independentes que a função  $f(\mathbf{x})$  é dependente.

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m r_i^2(\mathbf{x}) \quad (3.1)$$

Para minimização do valor de  $f(\mathbf{x})$ , o método de Levenberg-Marquardt se baseia em dois métodos de otimização, o método de Newton e o método do gradiente descendente.

##### 3.1.1 Método de Newton

O método de Newton resulta do truncamento da expansão da série de Taylor quando  $n = 2$ , onde  $n$  representa a ordem do polinômio de Taylor. Quando a série de

Taylor é truncada em  $n = 2$ , tem-se a expressão (3.2), em que “ $p$ ” corresponde a um ponto em que se conhece o valor de  $f(p)$  e sua primeira e segunda derivada.

$$f(x) = f(p) + f'(p)(x-p) + \frac{f''(p)}{2!}(x-p)^2 \quad (3.2)$$

Como desejamos obter o valor mínimo de  $f(x)$  por meio do processo de otimização, deseja-se que  $df/du$  seja igual a 0, com  $u = x - p$ . Assim, a partir da derivação da expressão (3.2), resulta-se em (3.3).

$$x = p - \frac{f'(p)}{f''(p)} \quad (3.3)$$

A expressão (3.3) é limitada a casos unidimensionais, isto é, quando a função  $f$  é dependente de apenas uma variável. Para o caso em que  $f$  depende de  $q$  variáveis, há uma expressão análoga à (3.3) para a utilização do método de Newton, dada por (3.4). Em (3.4),  $\mathbf{p}$  é o vetor com os valores das variáveis dependentes da função  $f(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{H}(\mathbf{x})^{-1}$  a matriz inversa da matriz hessiana  $\mathbf{H}(\mathbf{p})$  e  $\mathbf{x}$  o vetor com o novo conjunto de valores das variáveis dependentes da função  $f(\mathbf{x})$ .

$$\mathbf{x} = \mathbf{p} - \mathbf{H}(\mathbf{p})^{-1} \nabla f(\mathbf{p}) \quad (3.4)$$

O método de Newton possui convergência quadrática quando o conjunto inicial  $\mathbf{p}_0$  está suficientemente próximo do mínimo local  $\mathbf{x}_{min}$  (BAZARAA; SHERALI; SHETTY, 2006). Embora o algoritmo possua a vantagem de convergir quadraticamente, não há garantia de que, para um dado conjunto inicial  $\mathbf{a}_0$  de valores, o método convirja.

### 3.1.2 Método do gradiente descendente

Proposto por Cauchy em 1847, o método do gradiente descendente parte do conceito de minimizar o valor de uma função  $f(\mathbf{x})$  a partir de um vetor  $\mathbf{d}_k$  que aponta na direção em que o valor de  $f(\mathbf{x}_k)$  diminui. No algoritmo,  $\mathbf{d}_k$  é igual a menos o gradiente da função  $f(\mathbf{x})$  em  $\mathbf{x}_k$ . Assim, o método estima a próxima solução  $\mathbf{x}_{k+1}$  conforme (3.5), em que  $\lambda_k$  é um valor maior que zero que pode assumir valores diferentes para cada iteração  $k$ .

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \lambda_k \mathbf{d}_k \quad (3.5)$$



Quando o módulo de  $\mathbf{d}_k$  atinge um valor inferior a uma tolerância  $\epsilon$  definida pelo usuário, tem-se a finalização do processo iterativo.

Conforme Bazaraa, Sherali e Shetty (2006), o método do gradiente descendente funciona bem para os estágios iniciais do processo de otimização, dependendo do ponto de inicialização. Contudo, os autores ressaltam que, ao atingir um ponto estacionário, o algoritmo começa a realizar um processo de “zigue-zague” sem que haja uma melhora considerável na minimização do valor da função objetivo.

### 3.1.3 Proposição de Levenberg

Observando que as vantagens e desvantagens dos métodos de Newton e do gradiente descendente eram complementares, Levenberg propôs o algoritmo com equação apresentada em (3.6). Em (3.6),  $\mathbf{H}(\mathbf{x}_k)$  refere-se ao valor da matriz hessiana para o vetor  $\mathbf{x}_k$ ,  $\mathbf{I}$  corresponde à matriz identidade e  $\lambda_k$  a um escalar maior que zero.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - (\mathbf{H}(\mathbf{x}_k) + \lambda_k \mathbf{I})^{-1} \nabla f(\mathbf{x}_k) \quad (3.6)$$

No algoritmo, o valor de  $\lambda_k$  pode ser modificado em cada iteração, assim como no método do gradiente descendente. De acordo com Ranganathan (2004), a modificação no valor de  $\lambda_k$  segue o procedimento:

- 1) Avaliação do valor da função objetivo para o novo vetor  $\mathbf{x}_{k+1}$  encontrado;
- 2) Caso o valor da função objetivo tenha aumentado,  $\lambda_k$  é multiplicado por 10 ou outro fator significativo;
- 3) Realiza-se o processo iterativo novamente e encontra-se um novo valor de  $\mathbf{x}_{k+1}$ ;
- 4) Se houve diminuição no valor da função objetivo com relação ao valor calculado anteriormente,  $\lambda_k$  é dividido por 10 ou outro fator significativo.

A partir dos passos descritos percebe-se que, dependendo do valor que a função objetivo assume para o passo  $k+1$  em relação ao passo  $k$ , o algoritmo irá se comportar como gradiente descendente ou como o método de Newton. Para o caso em que o valor da função objetivo tenha sido aumentado, no próximo passo, o algoritmo irá se comportar como gradiente descendente. No caso em que o valor da função objetivo tenha sido reduzido, o algoritmo se comporta como o método de Newton.

### 3.1.4 A contribuição de Marquardt

Em seu artigo, Marquardt (1963) apresentou uma modificação na equação (3.6), resultando na troca da matriz identidade pela matriz diagonal da matriz hessiana, conforme apresentado em (3.7).

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - (\mathbf{H}(\mathbf{x}_k) + \lambda_k \text{diag}[\mathbf{H}(\mathbf{x}_k)])^{-1} \nabla f(\mathbf{x}_k) \quad (3.7)$$

## 3.2 OUTROS MÉTODOS

Nessa subseção, são apresentados outros métodos de otimização que utilizam estratégias diferentes da empregada pelo método de Levenberg-Marquardt.

### 3.2.1 Métodos heurísticos

Os métodos heurísticos são caracterizados por gerarem soluções aceitáveis para um problema de otimização a partir de tentativa e erro (RAJWAR; DEEP; DAS, 2023). Esses algoritmos são mais recomendados para o caso em que a função objetivo não é derivável e unimodal, isto é, que apresenta um único ponto de mínimo.

Existem diversos algoritmos de otimização heurísticos tais como *Particle Swarm Optimization (PSO)*, *Simulated Annealing*, Evolução diferencial etc. Nesta subseção, será apresentado apenas o método da Evolução Diferencial (*Differential Evolution*), que já foi empregado para encontro dos valores dos parâmetros do modelo de Jiles-Atherton (TOMAN; STUMBERGER; DOLINAR, 2008).

O método da evolução diferencial consiste em obter um vetor solução  $\mathbf{s}_{ig}$  a partir de processos de mutação, cruzamento e seleção entre vetores do domínio. Na notação empregada,  $i$  corresponde ao  $i$ -ésimo vetor da  $g$ -ésima geração de vetores.

No processo de mutação, há a geração de um vetor mutante  $\mathbf{v}_{ig}$  a partir da soma de um vetor  $\mathbf{x}_{r0g}$  com a diferença escalonada de dois vetores pertencentes à mesma população do vetor  $\mathbf{x}_{r0g}$ , como apresentado na equação (3.2.1.1).

$$\mathbf{v}_{ig} = \mathbf{x}_{r0g} + F(\mathbf{x}_{r1g} - \mathbf{x}_{r2g}) \quad (3.2.1.1)$$

A seleção dos vetores  $\mathbf{x}_{r1g}$  e  $\mathbf{x}_{r2g}$  é feita de forma aleatória e o valor do fator de escala  $F$  geralmente pertence ao intervalo aberto  $(0, 1)$  (PRICE; STORN; LAMPINEN, 2005).

O próximo processo realizado pelo algoritmo é denominado de *crossover*. No processo de *crossover*, um novo vetor  $\mathbf{u}_{ig}$  é gerado a partir do processo de escolha

entre componentes de dois vetores. A escolha se dá entre a  $j$ -ésima componente do vetor  $\mathbf{x}_{ig}$ ,  $x_{jig}$  e a  $j$ -ésima componente do vetor mutante  $\mathbf{v}_{ig}$ ,  $v_{jig}$ . A escolha de um valor em detrimento do outro é dado conforme (3.2.1.2). Em (3.2.1.2),  $Cr$  é a probabilidade de o *crossover* acontecer, e este valor pertence ao intervalo  $[0, 1]$ . Caso a probabilidade do *crossover* seja maior ou igual ao valor do número gerado aleatoriamente, o qual pertence ao intervalo  $[0, 1)$ , a  $j$ -ésima componente do vetor  $\mathbf{u}_{ig}$  assume o valor  $v_{jig}$  do vetor mutante  $\mathbf{v}_{ig}$ . Caso contrário, a  $j$ -ésima componente do vetor  $\mathbf{u}_{ig}$  assume o valor  $x_{jig}$  do vetor  $\mathbf{x}_{ig}$  (PRICE; STORN; LAMPINEN, 2005).

$$\mathbf{u}_{ig} = u_{jig} = \begin{cases} v_{jig} & \text{se } j = j_{rand} \text{ ou } rand_j(0, 1) \leq Cr \\ x_{jig}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.2.1.2)$$

A etapa final realizada pelo algoritmo é denominada de processo de seleção. No processo de seleção, é verificado se o valor da função objetivo correspondente ao vetor  $\mathbf{u}_{ig}$  assume valor menor que o valor da função objetivo para o vetor  $\mathbf{x}_{ig}$ . Caso isso seja verdade, o próximo vetor  $\mathbf{x}_{ig+1}$  recebe os valores do vetor  $\mathbf{u}_{ig}$ . Caso contrário, o próximo vetor  $\mathbf{x}_{ig+1}$  assume os valores do vetor  $\mathbf{x}_{ig}$  (PRICE; STORN; LAMPINEN, 2005). Em (3.2.1.3), é apresentado em termos matemáticos o que foi descrito acerca do processo de seleção, em que  $f(\mathbf{u}_{ig})$  e  $f(\mathbf{x}_{ig})$  correspondem aos valores da função objetivo para o vetor  $\mathbf{u}_{ig}$  e para o vetor  $\mathbf{x}_{ig}$ , respectivamente.

$$\mathbf{x}_{ig+1} = \begin{cases} \mathbf{u}_{ig} & \text{se } f(\mathbf{u}_{ig}) \leq f(\mathbf{x}_{ig}) \\ \mathbf{x}_{ig} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.2.1.3)$$

Os processos descritos anteriormente de mutação, *crossover* e seleção são repetidos até que seja atingido um valor de ótimo ou até que um dos critérios de parada do algoritmo seja atingido, conforme descrito por Price, Storn e Lampinen (2005).

### 3.2.2 Métodos livres de cálculo de derivadas

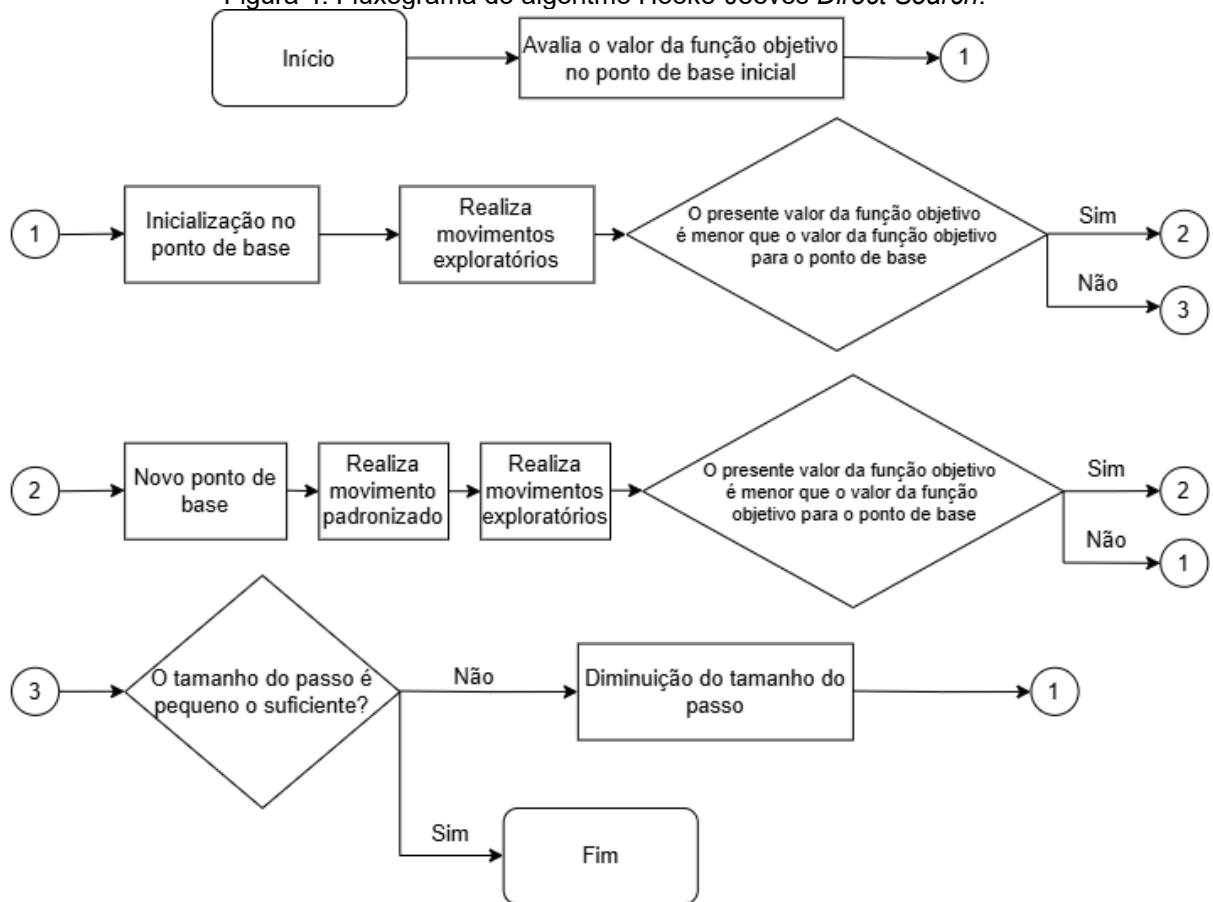
Os métodos livres de cálculo de derivadas são métodos nos quais não é necessário realizar o cálculo do gradiente da função objetivo que se deseja minimizar. Nessa subseção será apresentado como exemplo apenas o algoritmo de busca direta de Hooke-Jeeves, o qual já foi empregado para obtenção dos valores dos coeficientes de correção de um modelo JA vetorial modificado (CHEN; SHANG; XIA; WANG; PENG; ZANG, 2023).

O algoritmo de Hooke-Jeeves *Direct Search* se baseia no encontro de uma solução ótima  $P^*$  a partir de uma varredura orientada no espaço de possíveis soluções por meio de dois movimentos: exploratório e padronizado. O movimento exploratório consiste em adquirir informação a respeito da função  $f(\mathbf{x})$  que se deseja ter seu valor minimizado a partir de movimentos no espaço de possíveis soluções. O movimento exploratório é realizado aumentando ou diminuindo os valores das coordenadas do vetor inicial  $\mathbf{x}_{b1}$ , gerando-se assim um novo vetor base  $\mathbf{x}_{b2}$ . Caso o novo vetor  $\mathbf{x}_{b2}$  com novos valores de coordenadas tenha  $f(\mathbf{x}_{b2}) < f(\mathbf{x}_{b1})$ , há o fim do processo de movimento exploratório.

Após a realização do movimento exploratório, a partir do novo vetor base ( $\mathbf{x}_{b2}$ ), há a realização do movimento padronizado (*pattern*) em que o novo vetor  $\mathbf{x}_{i+1}$  tem o valor de suas coordenadas modificadas pela diferença entre o ponto de base atual ( $\mathbf{x}_{b2}$ ) e o ponto de base da iteração anterior ( $\mathbf{x}_{ba}$ ). Realizado esse processo, o vetor  $\mathbf{x}_{i+1}$  é utilizado como vetor inicial de outro movimento exploratório. Caso o novo movimento exploratório ( $\mathbf{x}_3$ ) resulte em  $f(\mathbf{x}_3) < f(\mathbf{x}_{i+1})$ , recomeça-se o processo iterativo a partir do movimento padronizado. Caso contrário, realiza-se um outro conjunto de movimentos exploratórios a partir do vetor base  $f(\mathbf{x}_{i+1})$ , resultando em um novo vetor  $\mathbf{x}_{2me}$ . Se  $f(\mathbf{x}_{2me}) > f(\mathbf{x}_{i+1})$ , diminui-se o valor do passo ( $\Delta\mathbf{x}$ ) para realizar novos movimentos exploratórios.

O processo de alternância entre movimento exploratório e movimento padronizado (*pattern*) é realizado continuamente até que o valor do tamanho do passo ( $\Delta\mathbf{x}$ ) calculado pelo algoritmo seja menor que o valor do tamanho do passo permitido pelo usuário. Na Figura 4 é apresentado o fluxograma que ilustra o processo descrito.

Figura 4. Fluxograma do algoritmo Hooke-Jeeves *Direct Search*.



Fonte: Adaptado (HOOKE; JEEVES, 1961).

De acordo com os autores (HOOKE; JEEVES, 1961), a família de métodos no qual se enquadra o método desenvolvido apresenta vantagens, sendo duas delas:

- Conseguem providenciar soluções para problemas os quais não foram resolvidos utilizando métodos clássicos (métodos baseados em gradiente);
- Conseguem fornecer soluções mais rápidas para problemas que podem ser resolvidos por métodos clássicos.



## 4 ALGORITMO IMPLEMENTADO

Foram implementadas duas versões de um programa em LabVIEW para encontro dos valores dos parâmetros do modelo de histerese de Jiles-Atherton. Na primeira versão, encontra-se um conjunto de valores de parâmetros a partir de dados de ensaios realizados à 5 Hz com uma bancada comercial certificada. Na segunda versão, encontra-se um conjunto de valores de parâmetros a partir do laço de histerese estimado, procurando se remover o efeito das correntes induzidas, utilizando-se os dados de ensaio da mesma bancada comercial. O motivo de desenvolver duas versões se deve ao fato de que, conforme apresentado em (BATISTELA, 2001), para certas amostras de materiais, ao se analisar os valores de perdas medidas no intervalo de frequência de 0,1 Hz a 5 Hz, nota-se uma mudança na tendência de crescimento dos valores de perdas a partir de 1 Hz, indicando assim a influência de outros fenômenos de perdas para regimes com frequência superior a 1 Hz.

### 4.1 PRIMEIRA VERSÃO (METODOLOGIA I)

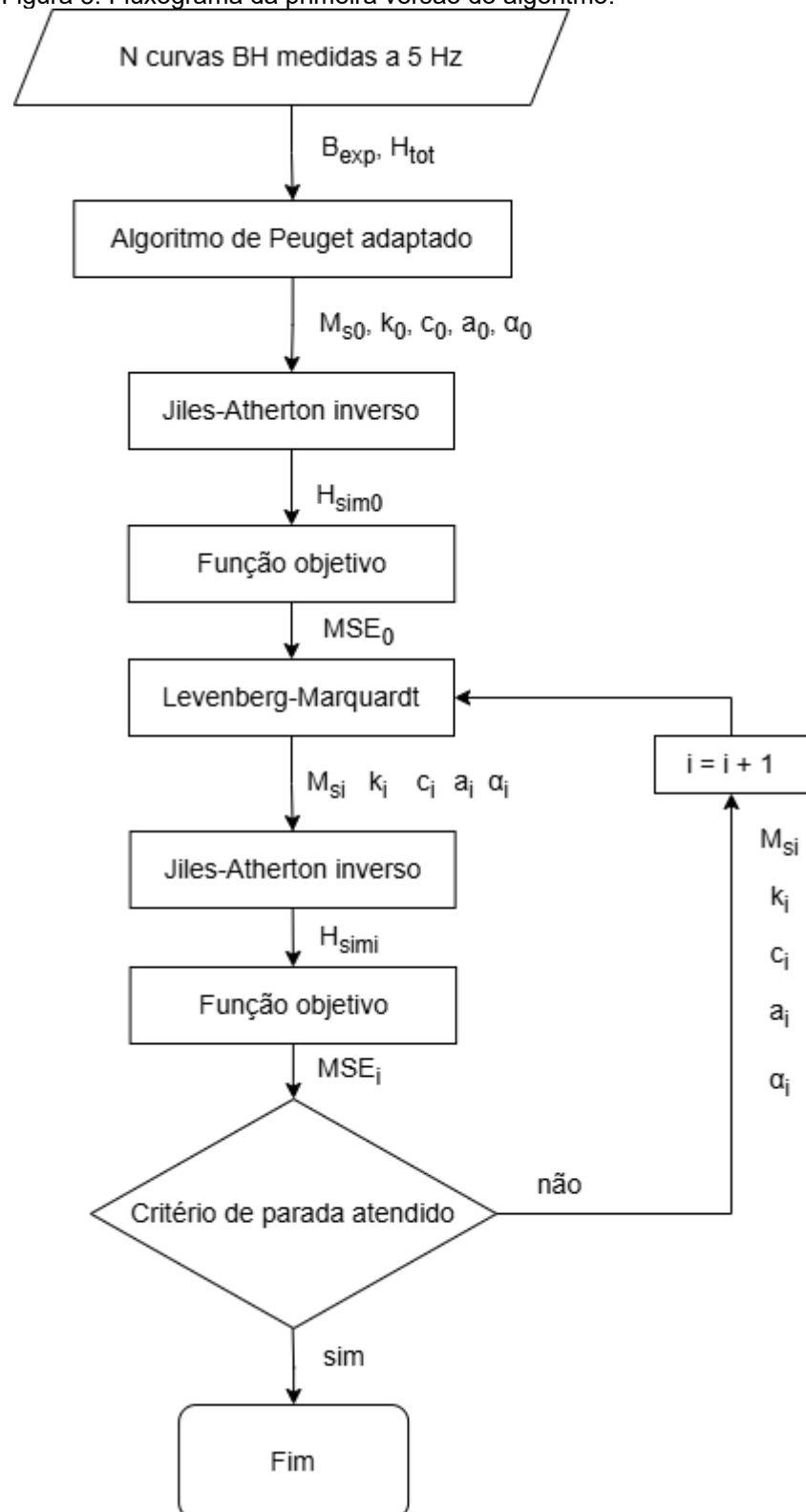
Na Figura 5 é apresentado o fluxograma da primeira versão do programa de obtenção de valores dos parâmetros. Inicialmente, entra-se com os vetores de indução e campo magnético medidos. A partir da última curva BH utilizada como dado de entrada, estimam-se valores iniciais dos parâmetros pelo algoritmo de Peugeot, baseando-se na estratégia apresentada em (BATISTELA, 2001). Diferentemente do que foi apresentado em (BATISTELA, 2001), nesse trabalho, devido a problemas de convergência do método da secante aplicado à subrotina de encontro do valor do parâmetro  $\alpha$ , realizou-se uma modificação no algoritmo proposto por Peugeot apresentado na Figura 3. A modificação realizada objetivou tornar mais robusto o programa implementado de encontro de valores de parâmetros do modelo JA inverso. Assim, a modificação empregada foi substituir a subrotina  $f(\alpha_i)$  por um valor de  $\alpha$  constante, valor o qual foi determinado a partir da média de valores de  $\alpha$  já conhecidos para outros materiais. Finalizado a execução do algoritmo de Peugeot, tem-se os valores do conjunto de parâmetros iniciais ( $M_{s0}$ ,  $k_0$ ,  $c_0$ ,  $a_0$ ,  $\alpha_0$ ).

Os valores iniciais são utilizados como entrada do algoritmo JA inverso em conjunto com os valores de indução magnética medidos ( $B_{exp}$ ) para obter valores de campo magnético simulados ( $H_{sim0}$ ) referentes àquele conjunto de parâmetros. Com os valores de campo magnético simulado, calcula-se o valor do erro quadrático médio

( $MSE_0$ ) entre os valores de campo magnético experimental ( $H_{tot}$ ) com os valores de campo magnético simulado. O valor de  $MSE_0$  é informado ao algoritmo de Levenberg-Marquardt. A partir da expressão (3.7) o algoritmo de Levenberg-Marquardt calcula um novo conjunto de valores de parâmetros ( $M_{si}, k_i, c_i, a_i, \alpha_i$ ). Em seguida, coloca-se o novo conjunto de valores de parâmetros como entrada do modelo JA inverso. A partir disso, obtém-se novos valores de  $H_{simi}$ . Os novos valores de  $H_{simi}$  são utilizados para o novo cálculo de  $MSE_i$  referente a  $i$ -ésima iteração. Em posse do valor de  $MSE_i$  e da informação do valor da iteração  $i$ , verifica-se dois critérios de parada do algoritmo. O primeiro critério de parada do algoritmo corresponde a verificar se o número máximo de iterações definido pelo usuário foi excedido. O segundo critério corresponde à verificação se o valor da função objetivo ( $MSE_i$ ) está menor que um valor de tolerância  $\epsilon$  informado pelo usuário. Caso um dos dois critérios de parada do algoritmo seja atendido, há o fim da execução do programa, tendo-se como solução final o conjunto de valores de parâmetros ( $M_{si}, k_i, c_i, a_i, \alpha_i$ ). Caso contrário, parte-se para a próxima iteração ( $i+1$ ) em que se encontra um novo conjunto de valores de parâmetros ( $M_{si+1}, k_{i+1}, c_{i+1}, a_{i+1}, \alpha_{i+1}$ ) com valor de erro quadrático médio ( $MSE_{i+1}$ ) menor que o valor de erro quadrático médio da iteração anterior ( $MSE_i$ ).



Figura 5. Fluxograma da primeira versão do algoritmo.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

## 4.2 SEGUNDA VERSÃO (METODOLOGIA II)

O fluxo de execução da segunda versão do programa segue a seguinte ordem: são inseridos dois tipos de arquivos, um tipo de arquivo em que há os valores medidos de campo magnético e indução magnética do material ensaiado à 5 Hz para um dado valor de indução de pico e um arquivo contendo os valores de perdas no ferro para a frequência de 5 Hz. O programa é executado mediante a inserção destes arquivos e informados os valores de densidade, espessura da amostra e indução de saturação do material. O primeiro processo a ser realizado pelo programa é o encontro do conjunto de valores de parâmetros iniciais que serão utilizados como o conjunto de valores de parâmetros iniciais do algoritmo de Levenberg-Marquardt. Para tanto, a partir do último arquivo inserido de valores de indução magnética e campo magnético, obtém-se os dados de entrada do algoritmo de Peuguet. A partir dos dados de entrada e do processo indicado pelo Fluxograma da Figura 3 (com alpha constante), adquirem-se os valores dos parâmetros.

Finalizado esse processo, estima-se o valor do campo magnético associado apenas ao fenômeno da histerese magnética  $H_{hest}(t)$  a partir da condutividade do material e dos dados medidos de campo magnético ( $H_{tot}(t)$ ) e indução magnética ( $B_{exp}(t)$ ) experimentais para a frequência de 5 Hz. O valor de condutividade elétrica do material ( $\sigma$ ) é obtido a partir do procedimento detalhado na subseção 4.2.1. Realizado esse procedimento, os valores do conjunto de parâmetros iniciais, de indução  $B_{exp}(t)$  e de  $H_{hest}(t)$  são colocados como dado de entrada do bloco responsável por realizar o processo de otimização empregando o algoritmo de Levenberg-Marquardt.

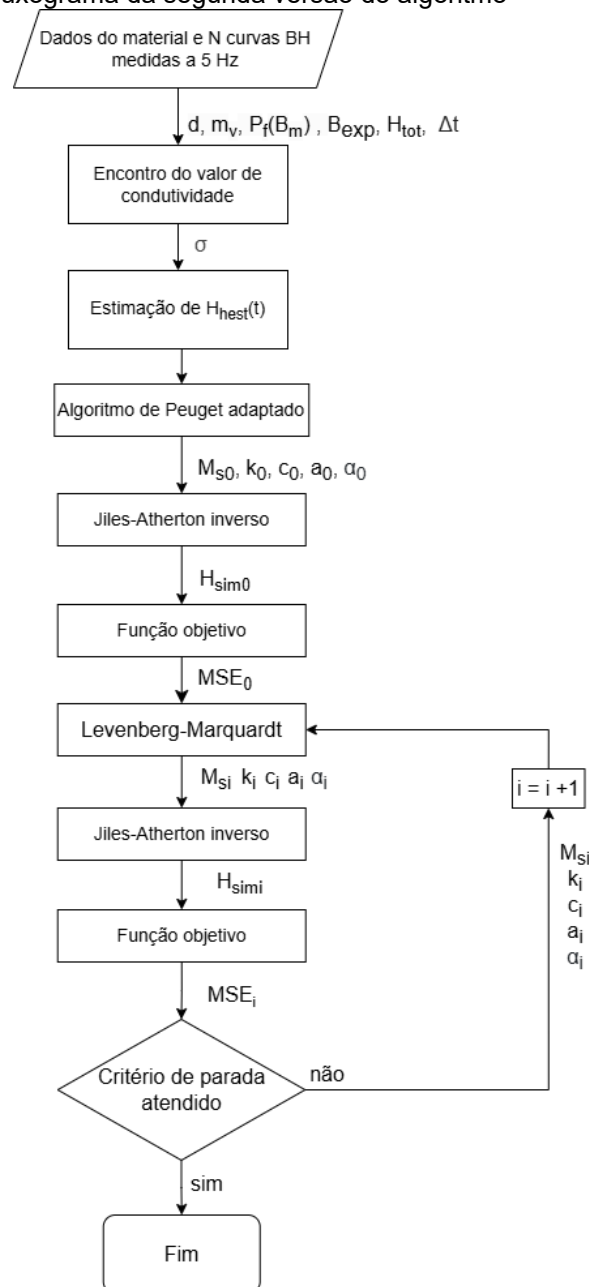
Assim, o processo realizado pelo algoritmo de Levenberg-Marquardt segue da seguinte forma:

1. Encontra-se os valores de campo magnético simulado ( $H_{sim}(t)$ ) a partir do modelo JA inverso utilizando o conjunto de parâmetros iniciais estimado pelo algoritmo de Peuguet;
2. Com os valores de  $H_{sim}(t)$  e  $H_{hest}(t)$  correspondentes a um período, calcula-se o valor do erro quadrático médio (MSE);
3. Parte-se para o próximo processo iterativo ( $i+1$ ), com um novo conjunto de valores de parâmetros obtidos a partir da equação (3.7);
4. Encontra-se os valores de  $H_{sim}(t)$  a partir do modelo JA inverso utilizando o novo conjunto de valores de parâmetros determinado pela etapa 3;

5. Com os valores de  $H_{sim}(t)$  e  $H_{hest}(t)$  correspondentes a um período calcula-se o valor do erro quadrático médio (MSE);
6. Testam-se os critérios de parada do algoritmo. Caso um dos critérios de parada definidos pelo usuário seja atendido (limite de iterações e tolerância), a execução do programa é finalizada. Caso contrário, o processo descrito é retomado a partir do passo 3.

Na Figura 6 é apresentado o fluxograma do processo realizado pelo algoritmo para obtenção de valores dos parâmetros como explicado pelo texto da subseção 4.2.

Figura 6. Fluxograma da segunda versão do algoritmo



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

#### 4.2.1 O processo de obtenção de $H_{\text{hest}}(t)$

De acordo com Sadowski et al. (2002), o campo magnético presente em um material ferromagnético pode ser dividido em três componentes independentes entre si, sendo cada uma das componentes do campo magnético associada a um tipo de perda no ferro. Para o caso da bancada comercial estudada, ocorre a separação das perdas em dois tipos, perdas por histerese e perdas dinâmicas. Assim, diferentemente do que foi apresentado em (SADOWSKI; BATISTELA; BASTOS; LAJOIE-MAZENC, 2002), considerou-se o campo magnético total presente no material ferromagnético ( $H_{\text{tot}}(t)$ ) como sendo a soma de duas componentes (4.2.1), em que  $H_h(t)$  refere-se ao campo magnético relativo ao fenômeno da histerese magnética e  $H_{\text{din}}(t)$  refere-se ao campo magnético associado às perdas dinâmicas.

$$H_{\text{tot}}(t) = H_h(t) + H_{\text{din}}(t) \quad (4.2.1)$$

Assumindo que a componente  $H_{\text{din}}(t)$  se deve exclusivamente ao fenômeno de perdas por corrente de Foucault,  $H_{\text{din}}(t)$  pode ser escrito conforme (4.2.2), em que  $d$  representa a espessura da lâmina do material,  $\sigma$  a condutividade elétrica do material e  $dB/dt$  a taxa de variação da indução magnética em relação ao tempo.

$$H_{\text{din}}(t) = \frac{\sigma d^2}{12} \frac{dB}{dt} \quad (4.2.2)$$

Mediante ao fato de que a bancada comercial divide as perdas em dois tipos e de que os ensaios realizados à 5 Hz contemplam esses dois tipos de perdas, substituindo-se (4.2.2) em (4.2.1) e isolando-se  $H_h(t)$ , obtém-se (4.2.3);

$$H_h(t) = H_{\text{tot}}(t) - \frac{\sigma d^2}{12} \frac{dB}{dt} \quad (4.2.3)$$

Assim, o campo magnético relativo à histerese estimado é dado por (4.2.3).  $H_{\text{tot}}(t)$  é obtido a partir dos pontos de medição do ensaio realizado à 5 Hz empregando a bancada comercial,  $dB$  é obtido a partir da medição da bancada do valor de indução de magnética do instante  $t + \Delta t$  ( $B(t + \Delta t)$ ) e do valor de indução magnética do instante  $t$  ( $B(t)$ ), o intervalo de tempo  $dt$  é obtido a partir da divisão entre o valor do período do sinal ( $T$ ) pelo número de amostras obtidas do valor de indução ao longo de um período. O valor de espessura da lâmina do material ensaiado é obtido a partir de medição. O valor da condutividade elétrica do material é obtido por meio do seguinte processo:

- 1) A partir dos valores de perdas dinâmicas medidos (em J/kg) para o material no intervalo de indução de pico de 0,4 T a 1,2 T, determina-se o valor do coeficiente  $k_f$  e  $\beta$  da expressão  $P_f(B_m) = k_f B_m^\beta$  por meio de ajuste não linear;
- 2) Em posse do valor de  $k_f$ , da densidade específica do material ( $m_v$ ), da frequência de ensaio ( $f_o$ ) e do valor da espessura da lâmina, determina-se o valor de condutividade elétrica por meio da expressão (4.2.4).

$$\sigma = \frac{6k_f m_v}{(\pi d)^2 f_o} \quad (4.2.4)$$



## 5 RESULTADOS COM DADOS SINTÉTICOS

Nessa seção são apresentados os testes realizados para verificar se, a partir de curvas de histerese produzidas sinteticamente a partir do emprego do modelo de Jiles-Atherton inverso com conjuntos de parâmetros conhecidos, o algoritmo de Levenberg-Marquardt é capaz de obter o conjunto de parâmetros que gerou aquela curva de histerese.

A metodologia empregada é descrita passo a passo:

- 1) Geraram-se seis conjuntos de curvas a partir de seis conjuntos de valores de parâmetros;
- 2) Para cada material foram obtidos dois conjuntos de valores de parâmetros. O primeiro conjunto de valores foi obtido empregando como dado de entrada do programa curvas de histerese com os valores de indução de pico de 0,5 T, 0,8 T e 1,0 T (procedimento I). O segundo conjunto de valores foi obtido utilizando como dado de entrada do programa curvas de histerese com os valores de indução de pico de 0,5 T, 0,8 T e 1,0 T (procedimento II). O motivo de se utilizar dois conjuntos de curvas distintos como dado de entrada foi averiguar se a mudança de procedimento acarretava no encontro de conjunto de valores de parâmetros distintos entre o procedimento I e o procedimento II.
- 3) Para cada conjunto de curvas, comparou-se: os valores dos parâmetros obtidos a partir do algoritmo LM com os valores dos parâmetros que geraram as curvas sintéticas.

### 5.1.1 Material sintético A

O primeiro conjunto de curvas geradas sinteticamente foi gerada utilizando o conjunto de valores de parâmetros de referência apresentados em (BATISTELA, 2001). Na Tabela I é apresentado o conjunto de valores de parâmetros utilizado para gerar as curvas sintéticas, o conjunto de valores de parâmetros obtido encontrados empregando o procedimento I e o conjunto de valores de parâmetros obtido empregando o procedimento II. Em ambos os procedimentos, o encontro dos valores dos parâmetros se deu utilizando a primeira versão do programa, detalhado na subseção 4.1.

Tabela I. Valores dos parâmetros – Material sintético A

<b>Parâmetro</b>	<b>Referência</b>	<b>Procedimento I</b>	<b>Procedimento II</b>
<i>Ms</i> (A/m)	1,47.10 <sup>6</sup>	1,47.10 <sup>6</sup>	1,47.10 <sup>6</sup>
<i>k</i> (A/m)	70	70	70
<i>c</i>	0,34	0,33999	0,34
<i>a</i>	89	88,9998	89,0001
$\alpha$	1,69.10 <sup>-4</sup>	1,69.10 <sup>-4</sup>	1,69.10 <sup>-4</sup>

A partir dos resultados obtidos na Tabela I, pode-se concluir que, para os dois procedimentos empregados, o algoritmo de Levenberg-Marquardt encontrou corretamente o conjunto de valores de parâmetros que representavam as curvas sintéticas.

### 5.1.2 Material sintético B

O segundo conjunto de curvas gerado sinteticamente foi obtido utilizando o conjunto ótimo de valores de parâmetros apresentado em Leite (2002) para o material B-90°. Assim como para o material sintético A, na Tabela II é apresentado o conjunto de valores de parâmetros utilizado para gerar as curvas sintéticas, o conjunto de valores de parâmetros obtido encontrados empregando o procedimento I e o conjunto de valores de parâmetros obtido empregando o procedimento II. Novamente, utilizou-se a primeira versão do programa para encontro dos valores dos parâmetros para os dois procedimentos.

Tabela II. Valores dos parâmetros – Material sintético B

<b>Parâmetro</b>	<b>Referência</b>	<b>Procedimento I</b>	<b>Procedimento II</b>
<i>Ms</i> (A/m)	1,714.10 <sup>6</sup>	1,714.10 <sup>6</sup>	1,714.10 <sup>6</sup>
<i>k</i> (A/m)	455,60	455,60	455,60
<i>c</i>	0,32250	0,322499	0,3225
<i>a</i>	648,59	648,588	648,591
$\alpha$	1,1365.10 <sup>-3</sup>	1,1365.10 <sup>-3</sup>	1,1365.10 <sup>-3</sup>

A partir da Tabela II verifica-se que também para o material sintético B, para ambos os procedimentos, o algoritmo de LM conseguiu obter o conjunto de valores de parâmetros das curvas geradas sinteticamente, validando o algoritmo desenvolvido.



## 5.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Diante dos resultados obtidos para ambos os materiais sintéticos, pôde-se concluir que, para os dois procedimentos empregados, o algoritmo de Levenberg-Marquardt encontrou o conjunto de valores de parâmetros gerado sinteticamente. É importante ressaltar que, dependendo do valor de indução de saturação empregado ( $B_s$ ) como dado de entrada do programa, pode-se obter um conjunto de valores de parâmetros iniciais (pelo algoritmo de Peugot) que não corresponda a números reais. Assim, para que se tenha um conjunto de valores reais de parâmetros iniciais, o usuário deve estimar o valor de indução de saturação corretamente.



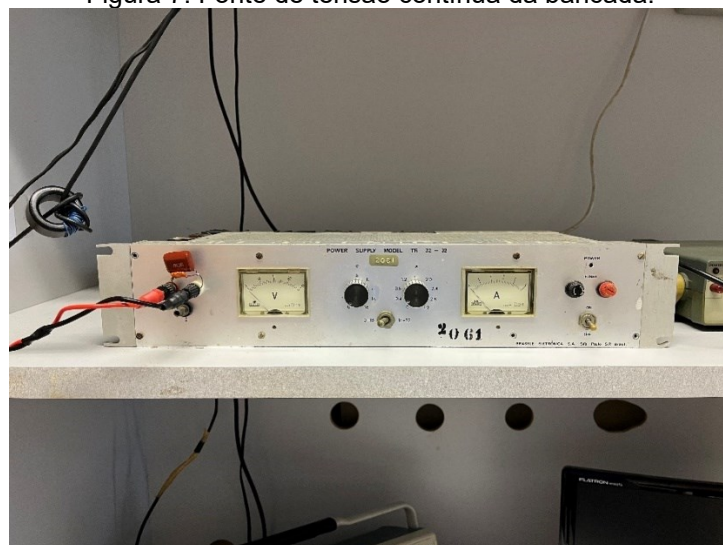
## 6 BANCADA EXPERIMENTAL

Para a obtenção dos dados experimentais, usufruiu-se de duas bancadas de caracterização de materiais ferromagnéticos, uma comercial certificada presente na empresa Aperam e outra desenvolvida no GRUCAD com base nos trabalhos de Batistela (1994; 2001). O motivo de utilizar duas bancadas se deve ao fato de que a bancada comercial mede uma frequência mínima de 3 Hz, enquanto a bancada disponibilizada no GRUCAD pode medir em frequências menores do que 0,5 Hz. Sob o ponto de vista de medição do fenômeno de histerese magnética, a bancada do GRUCAD consegue fornecer uma melhor noção do fenômeno da histerese. Quanto maior o valor da frequência de ensaio, maior é a contribuição dos fenômenos de correntes induzidas e microcorrentes induzidas, podendo resultar em uma medição em que há contribuição relevante dos outros tipos de perdas além de apenas do fenômeno de histerese magnética.

### 6.1 BANCADA DISPONÍVEL NO GRUCAD

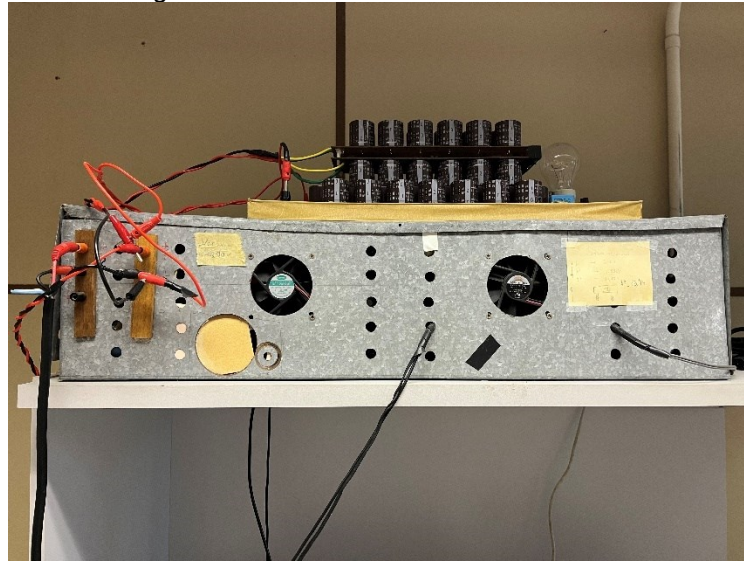
A bancada presente no GRUCAD consiste em seis instrumentos principais. Aqui será subdividido os instrumentos da bancada em dois tipos: os instrumentos processadores de potência e os instrumentos processadores de informação. No conjunto de instrumentos processadores de potência, a bancada possui uma fonte de tensão contínua e um inversor monofásico como apresentado nas Figuras 7 e 8, respectivamente.

Figura 7. Fonte de tensão contínua da bancada.



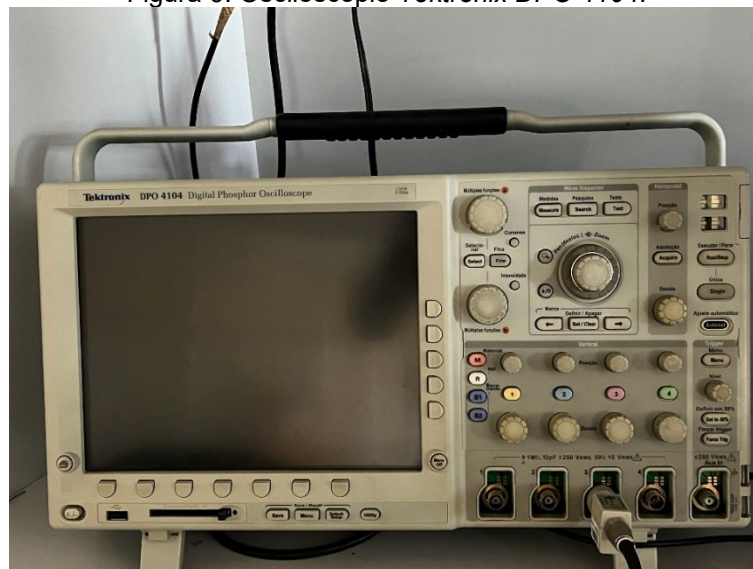
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 8. Inversor monofásico da bancada



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

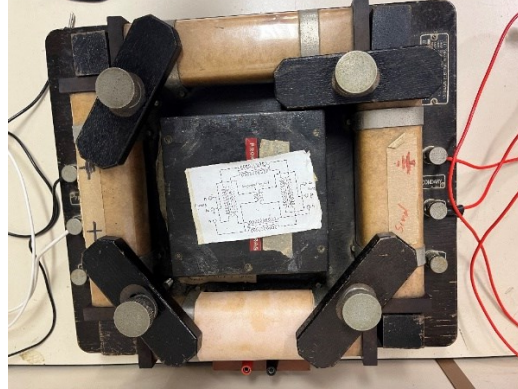
Com relação aos instrumentos processadores de informação, a bancada possui um osciloscópio da *Tektronix* modelo *DPO 4104* com o qual se utilizam duas ponteiros, uma para medição de tensão e outra de corrente. Os valores medidos de tensão e corrente pelo osciloscópio são salvos e enviados a um computador que possui um programa desenvolvido em LabVIEW para aquisição e análise dos dados. A sonda de tensão empregada é a *Tektronix P6139A*, enquanto que a sonda de corrente utilizada é a *Tektronix TCP0030A*. O osciloscópio da bancada é apresentado na Figura 9.

Figura 9. Osciloscópio *Tektronix DPO 4104*.

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

O dispositivo eletromagnético de teste, do qual foram medidas as grandezas elétricas tensão e corrente, foi o quadro de Epstein apresentado na Figura 10.

Figura 10. Quadro de Epstein empregado nos ensaios.

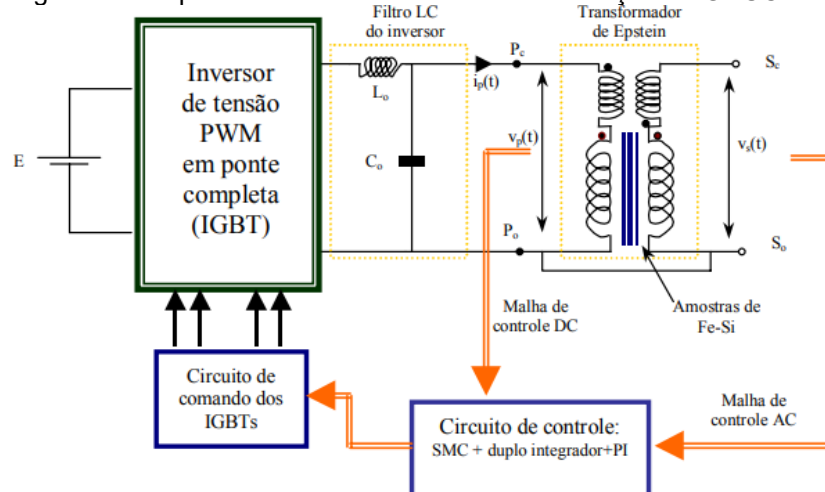


Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

### 6.1.1 Fluxo de funcionamento da bancada

A fonte de tensão contínua alimenta o inversor que, por sua vez produz em sua saída uma forma de onda não senoidal, que é filtrada pelo filtro LC. Na saída do filtro LC, é conectado o dispositivo eletromagnético de teste, neste caso o quadro de Epstein. O sistema de controle da bancada emprega a forma de onda da tensão do enrolamento secundário e procura minimizar o erro entre o sinal de referência analógico gerado pela placa *NI USB-6212* e o sinal de tensão medido do enrolamento secundário. Na Figura 11 é apresentado o esquemático da bancada descrita.

Figura 11. Esquemática da bancada de caracterização do GRUCAD.



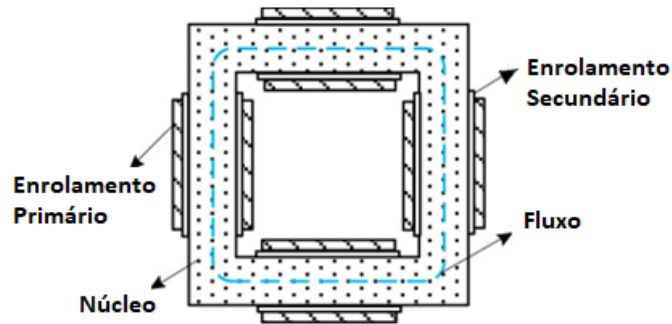
Fonte: (BATISTELA, 2001).

### 6.1.2 Obtenção das grandezas magnéticas a partir das medições de grandezas elétricas

As duas grandezas elétricas medidas do quadro de Epstein são a corrente do enrolamento primário ( $I(t)$ ) e a tensão do enrolamento secundário ( $V_2(t)$ ), o qual durante o ensaio é deixado em aberto.

Para obtenção da grandeza campo magnético presente no material ferromagnético, aplica-se a Lei de Ampère (6.1.1) sobre o circuito magnético do Quadro de Epstein, como o exemplo apresentado na Figura 12, em que há a representação de um caminho magnético aplicado no quadro de Epstein.

Figura 12. Esquemático do quadro de Epstein



Fonte: Adaptado de Zhang et al. (2024).

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = N_1 I(t) \quad (6.1.1)$$

Assumindo-se que o vetor campo magnético é tangencial ao vetor que aponta na direção e sentido do caminho magnético e que o campo magnético é constante ao longo do caminho magnético, chega-se em (6.1.2) a partir de (6.1.1). Em (6.1.2),  $N$  representa o número de espiras do enrolamento primário do quadro de Epstein,  $I(t)$  é a corrente medida do enrolamento primário,  $l_m$  o caminho médio magnético e  $H(t)$  o campo magnético médio aplicado sobre as lâminas dispostas no quadro de Epstein.

$$H(t) = \frac{N_1 I(t)}{l_m} \quad (6.1.2)$$

Para a obtenção dos valores de indução magnética ao longo do tempo, aplica-se a Lei de Faraday (6.1.3) no enrolamento secundário do quadro de Epstein. Em (6.1.3),  $N_2$  refere-se ao número de espiras do enrolamento secundário,  $S$  a seção

formada pelo conjunto de lâminas empilhadas em um braço do quadro de Epstein,  $B_{exp}$  a indução magnética e a tensão do enrolamento secundário do dispositivo ( $V_2(t)$ ).

$$V_2(t) = -\frac{d\phi}{dt} = -N_2S \frac{dB_{exp}}{dt} \quad (6.1.3)$$

Integrando (6.1.3) em relação ao tempo, obtém-se (6.1.4). Para a obtenção da forma de onda de indução magnética  $B_{exp}(t)$ , a equação (6.1.4) é integrada numericamente em um microcomputador pessoal.

$$B_{exp}(t) = \frac{-1}{N_2S} \int_0^T V_2(t) dt \quad (6.1.4)$$





## **7 ENCONTRO DE VALORES DE PARÂMETROS COM CURVAS EXPERIMENTAIS**

Nessa seção, são apresentados os resultados de encontro de valores de parâmetros para dois materiais de grão não orientado com direção de laminação longitudinal. Os valores de parâmetros foram obtidos utilizando o programa baseado no algoritmo de Levenberg-Marquardt. A metodologia empregada para obtenção dos valores dos parâmetros do modelo JA inverso foi a seguinte:

- 1) Medição do comportamento do material ferromagnético para a frequência de 5 Hz a partir de uma bancada comercial;
- 2) Medição do comportamento do material ferromagnético para a frequência de 1 Hz a partir da bancada disponível e desenvolvida no GRUCAD;
- 3) Encontro dos valores dos parâmetros do modelo JA inverso para os materiais ferromagnéticos a partir da utilização da primeira versão do programa;
- 4) Encontro dos valores de parâmetros do modelo JA inverso para os materiais ferromagnéticos utilizando a segunda versão do programa.

Para avaliação dos resultados, comparou-se as curvas de histerese obtidas a partir do conjunto de valores de parâmetros obtidos pela primeira e segunda versão do programa com a curva de histerese medida à 1 Hz no GRUCAD. Para realizar essa comparação, utilizou-se de dois recursos, um quantitativo e outro qualitativo. O recurso quantitativo empregado foi o cálculo de erro quadrático médio entre o vetor de campo magnético simulado (JA inverso) e o vetor de campo magnético medido à 1 Hz no GRUCAD. O recurso qualitativo utilizado foi a comparação visual entre os laços de histerese obtidos por simulação e experimental.

### **7.1 MATERIAL A**

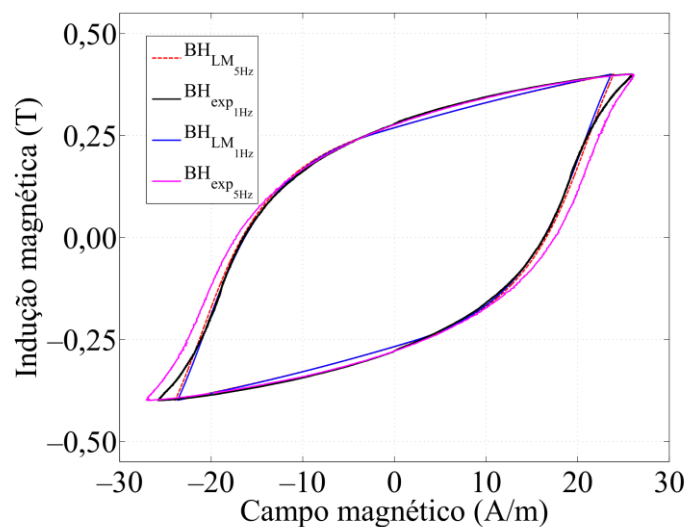
Na Tabela III são apresentados os valores dos parâmetros encontrados a partir da utilização da primeira versão do programa e dos parâmetros encontrados a partir da segunda versão do programa. Para obter esses conjuntos de valores de parâmetros, empregou-se como dado de entrada dos programas os laços BH com valores de indução de pico de 0,5 T, 0,8 T e 1,0 T de ensaios realizados na frequência de 5 Hz.

Tabela III. Conjunto de valores de parâmetros obtidos para o material A – Procedimento I

Parâmetro	Primeira versão	Segunda versão	Dif. Relativa (%)
$M_s$ (A/m)	$1,35272 \cdot 10^6$	$1,34732 \cdot 10^6$	0,4
$k$ (A/m)	45,6323	44,8931	1,62
$c$	0,348486	0,35233	-1,09
$a$	45,6421	45,4241	0,48
$\alpha$	$0,113093 \cdot 10^{-3}$	$0,112375 \cdot 10^{-3}$	0,6389

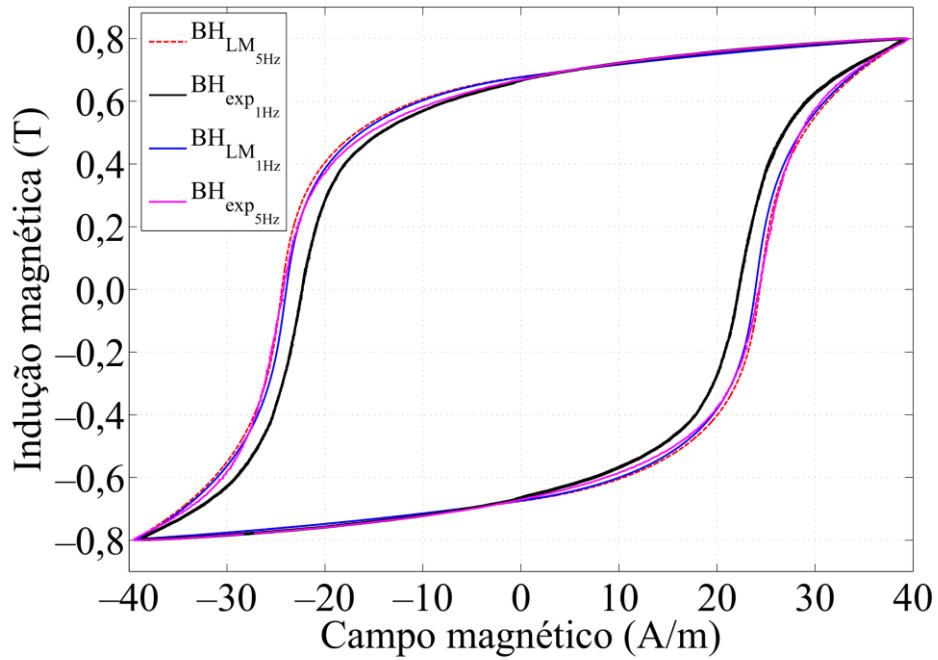
A partir da Tabela III, pode-se observar que houve pouca diferença entre os valores dos parâmetros obtidos a partir da primeira versão do programa com os valores dos parâmetros obtidos a partir da segunda versão do programa. Tal resultado é atribuído ao fato de que, para a amostra em questão, a espessura do material ferromagnético é de 0,24794 mm, o que significa que o  $H_{din}(t)$  calculado contribui pouco para a redução do valor de  $H_{tot}(t)$  (4.2.1), resultando assim em uma diferença não significativa entre as curvas obtidas a partir de  $H_{tot}(t)$  e a partir de  $H_{hest}(t)$ .

Nas Figuras 13, 14 e 15 são apresentados os laços BH para os valores de indução de pico de 0,4 T, 0,8 T e 1,2 T, respectivamente. Na cor preta é representado o laço BH experimental do material para a frequência de 1 Hz, na cor magenta é apresentado o laço BH experimental para a frequência de 5 Hz. O laço BH de cor vermelha corresponde ao laço simulado utilizando o conjunto de valores de parâmetros da segunda coluna da Tabela III. O laço BH na cor azul foi obtido utilizando o conjunto de valores de parâmetros apresentados na terceira coluna da Tabela III.

Figura 13. Laço BH para o material A com  $B_p = 0,4$  T

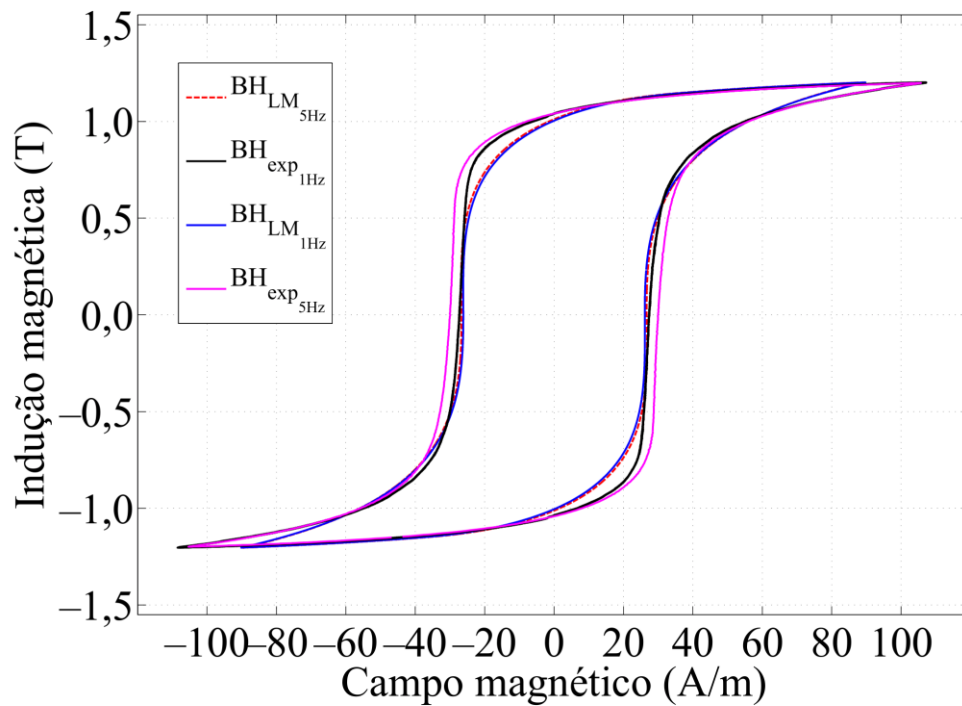
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 14. Laço BH para o material A com  $B_p = 0,8$  T.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 15. Laço BH para o material A com  $B_p = 1,2$  T.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

A partir dos resultados mostrados nas Figuras 13, 14 e 15, nota-se que não houve diferença significativa na representação dos laços utilizando os distintos conjuntos de valores de parâmetros da Tabela III. Analisando as curvas das Figuras, nota-se que houve uma maior distinção entre os resultados para o valor de indução de pico de 1,2 T. Verifica-se que para a Figura 15, houve uma maior diferença na representação dos valores de campo magnético para o intervalo de indução magnética de 1,0 T a 1,2 T.

Na Tabela IV são apresentados os valores dos parâmetros encontrados utilizando a primeira e segunda versões do programa, respectivamente. Para obter esses conjuntos de valores de parâmetros, empregou-se como dado de entrada do programa os laços BH com valores de indução de pico de 0,5 T, 0,9 T e 1,2 T de ensaios realizados na frequência de 5 Hz.

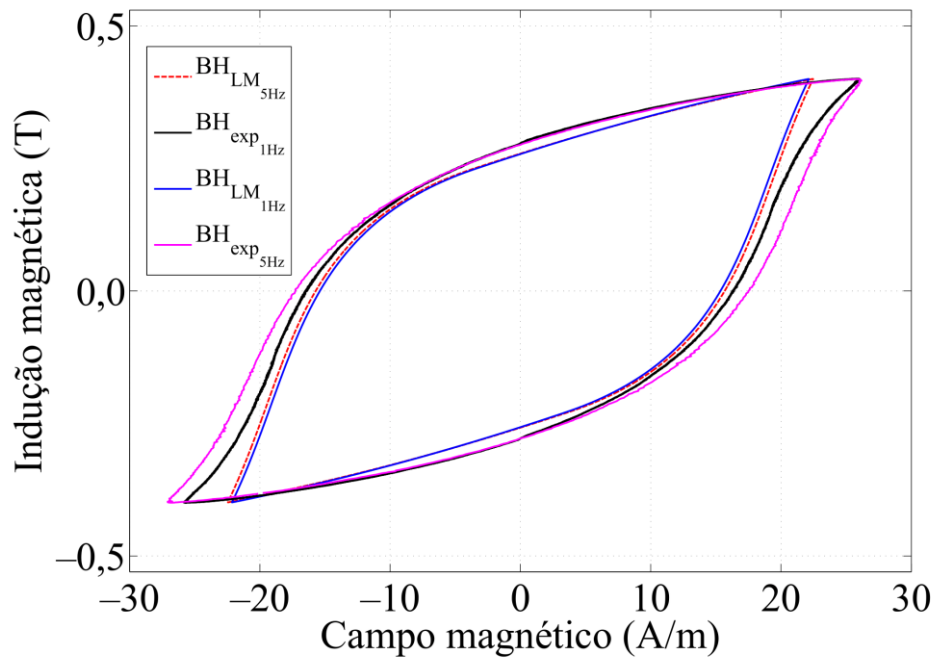
Tabela IV. Conjunto de valores de parâmetros obtidos para o material A – Procedimento II

<b>Parâmetro</b>	<b>Primeira versão</b>	<b>Segunda versão</b>	<b>Dif. Relativa (%)</b>
<i>Ms</i> (A/m)	1,29131.10 <sup>6</sup>	1,28681.10 <sup>6</sup>	0,34989
<i>k</i> (A/m)	52,922	52,1057	1,56
<i>c</i>	0,387285	0,38952	-0,573
<i>a</i>	45,1221	44,3767	1,679
$\alpha$	0,125814.10 <sup>-3</sup>	0,123804.10 <sup>-3</sup>	1,6235

Analisando os resultados da Tabela IV, nota-se novamente que não houve diferença significativa entre os valores dos parâmetros encontrados.

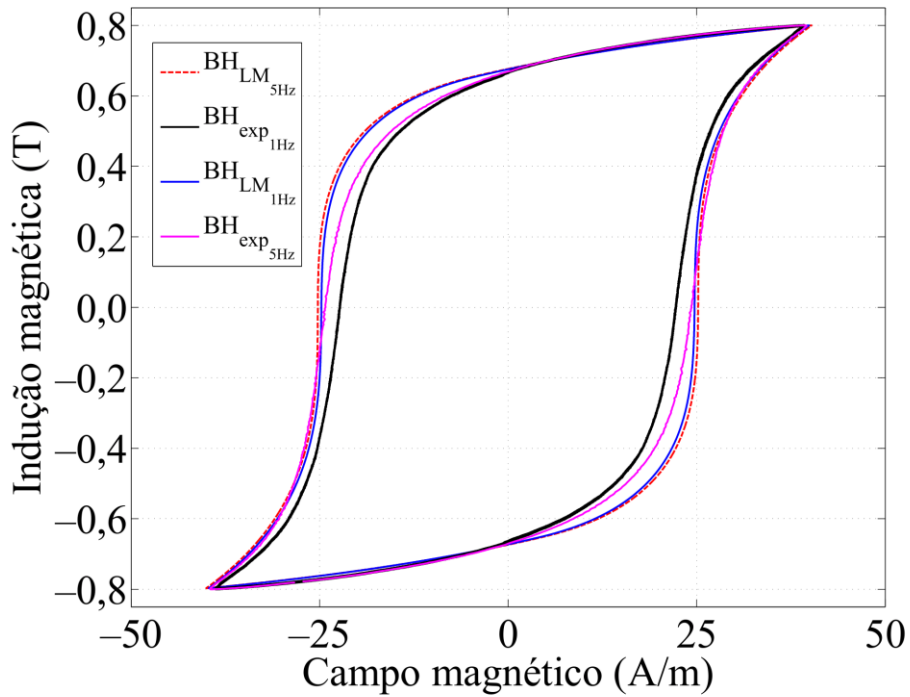
Nas Figuras 16, 17 e 18 são apresentados os laços BH para os valores de indução de pico de 0,4 T, 0,8 T e 1,2 T, respectivamente. Na cor preta é representado o laço BH experimental do material para a frequência de 1 Hz, na cor magenta é apresentado o laço BH experimental para a frequência de 5 Hz. O laço BH de cor vermelha corresponde ao laço simulado utilizando o conjunto de valores de parâmetros da segunda coluna da Tabela IV. O laço BH correspondente à cor azul foi obtido utilizando o conjunto de valores de parâmetros apresentados na terceira coluna da Tabela IV.

Figura 16. Laço BH para o material A para  $B_p = 0,4$  T.



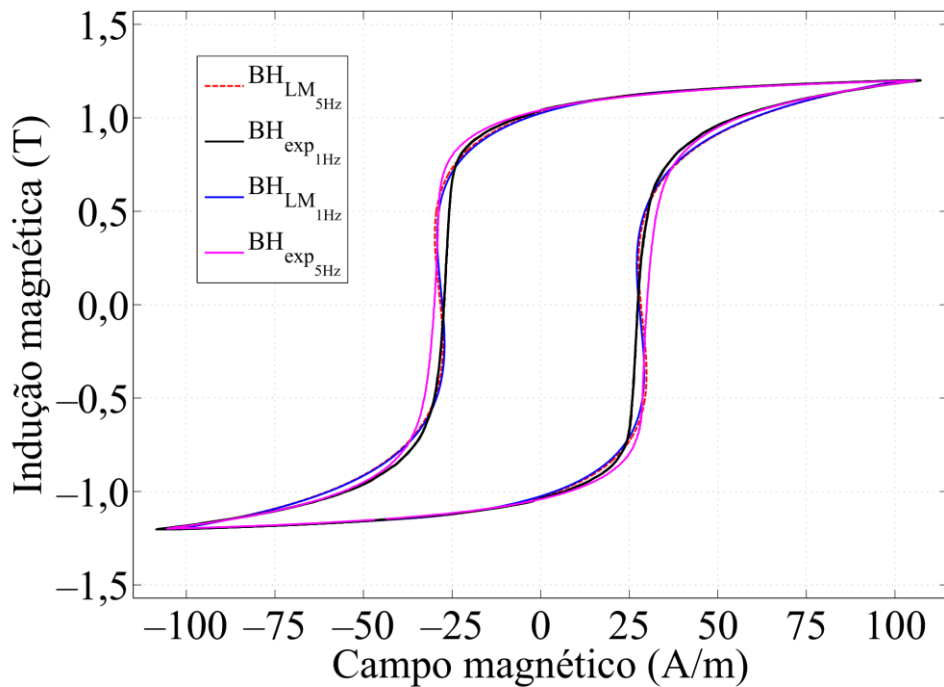
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 17. Laço BH para o material A para  $B_p = 0,8$  T.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 18. Laço BH para o material A para  $B_p = 1,2$  T.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Analisando as curvas das Figuras 16, 17 e 18, verifica-se que não houve diferença considerável entre os laços simulados utilizando o conjunto de valores de parâmetros da Tabela IV. Nota-se também, nas curvas da Figura 18, que o resultado de simulação apresentou inconsistência com o fenômeno físico que o modelo tenta modelar. Essa inconsistência é o aparecimento do valor de permeabilidade magnética diferencial ( $dB/dH$ ) menor que zero. Tal inconsistência pode produzir problemas de convergência quando o modelo JA é empregado em métodos de elementos finitos (PADILHA; KUO-PENG; SADOWSKI; LEITE; BATISTELA, 2017). Analisando-se o trabalho de Padilha, Kuo-Peng, Sadowski, Leite e Batistela (2017), o aparecimento de valores de permeabilidades magnéticas diferenciais menores que zero surge do fato de que o modelo de Jiles-Atherton permite que se tenha conjuntos de valores de parâmetros que, ao serem inseridos no modelo, produzam valores de susceptibilidade magnética diferencial menores que zero. Conforme apresentado em (PADILHA; KUO-PENG; SADOWSKI; LEITE; BATISTELA, 2017), esse efeito pode ser solucionado aplicando-se uma restrição nos valores dos parâmetros do modelo.

### 7.1.1 Comparação quantitativa dos resultados obtidos

Como apenas o caso em que se aplicou como dado de entrada curvas com os valores de indução de pico de 0,5 T, 0,8 T e 1,0 T, houve representação adequada ao comportamento físico do material ( $dB/dH > 0$ ). Então, calculou-se o valor de MSE apenas para os dois conjuntos de valores de parâmetros da Tabela III. O valor de MSE foi calculado em relação ao valor de campo magnético medido em ensaios realizados à 1 Hz.

Tabela V. Valores de MSE entre campo magnético simulado e experimental – Material A

$B_p$	MSE (A/m) <sup>2</sup>		
	Primeira versão	Segunda versão	Dif. Absoluta
0,4 T	1,4474	1,5595	-0,1121
0,8 T	4,3020	3,0876	1,2144
1,2 T	42,0445	41,3839	0,6606

Analisando os resultados da Tabela V, conclui-se que a melhora apresentada foi pouco significativa nos resultados empregando a segunda versão do programa.

## 7.2 MATERIAL B

Na Tabela VI são apresentados os valores dos parâmetros encontrados utilizando a primeira e a segunda versão do programa, respectivamente. Para obter esses conjuntos de valores de parâmetros, empregou-se como dado de entrada dos programas os laços BH com valores de indução de pico de 0,5 T, 0,8 T e 1,0 T de ensaios realizados na frequência de 5 Hz.

Tabela VI. Conjunto de valores de parâmetros obtidos para o material B – Procedimento I

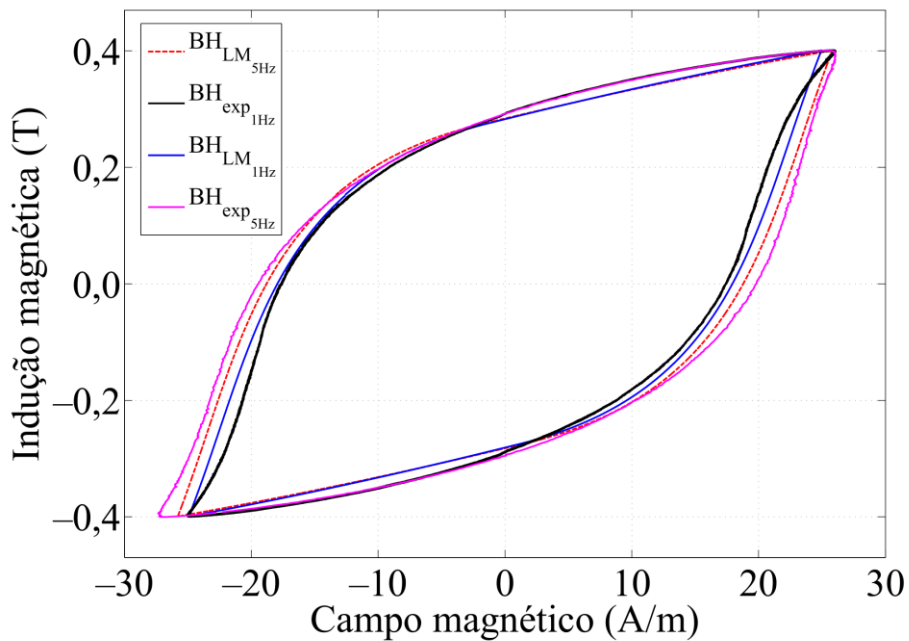
Parâmetro	Primeira versão	Segunda versão	Dif. Relativa (%)
$M_s$ (A/m)	$1,4897 \cdot 10^6$	$1,47616 \cdot 10^6$	0,917
$k$ (A/m)	44,7425	42,508	5,2566
$c$	0,312747	0,327673	-4,555
$a$	53,2461	53,9533	-1,3107
$\alpha$	$0,117 \cdot 10^{-3}$	$0,117311 \cdot 10^{-3}$	-0,2651

A partir da Tabela VI, observa-se que houve diferença considerável entre os valores dos parâmetros obtidos para a frequência de 5 Hz com os valores dos parâmetros obtidos para a estimativa de frequência igual à 1 Hz. Tal resultado é consequência do fato de que a lâmina em questão possui uma espessura de

0,4974 mm (quase o dobro da anterior). Assim o valor de  $H_{din}(t)$  contribui significativamente para a estimação de  $H_{hest}(t)$ , fazendo com que  $H_{tot}(t)$  e  $H_{hest}(t)$  apresentem diferenças consideráveis.

Nas Figuras 19, 20 e 21 são apresentados os laços BH para os valores de indução de pico de 0,4 T, 0,8 T e 1,2 T, respectivamente. Na cor preta é representado o laço BH experimental do material para a frequência de 1 Hz, na cor magenta é apresentado o laço BH experimental para a frequência de 5 Hz. O laço BH de cor vermelha corresponde ao laço simulado utilizando o conjunto de valores de parâmetros da segunda coluna da Tabela VI. O laço BH correspondente à cor azul foi obtido utilizando o conjunto de valores de parâmetros apresentados na terceira coluna da Tabela VI.

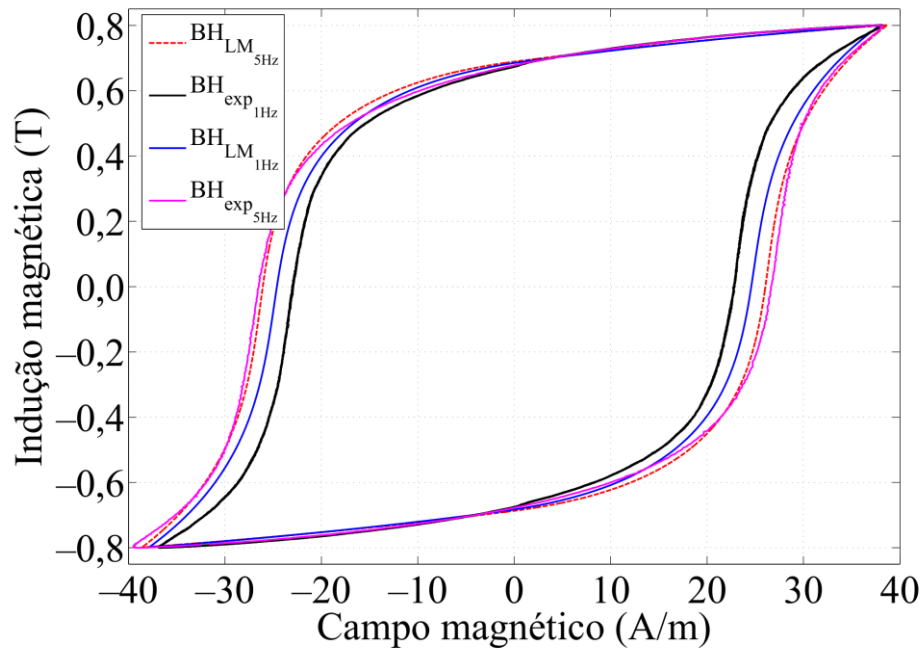
Figura 19. Laço BH para o material B com  $B_p = 0,4$  T.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

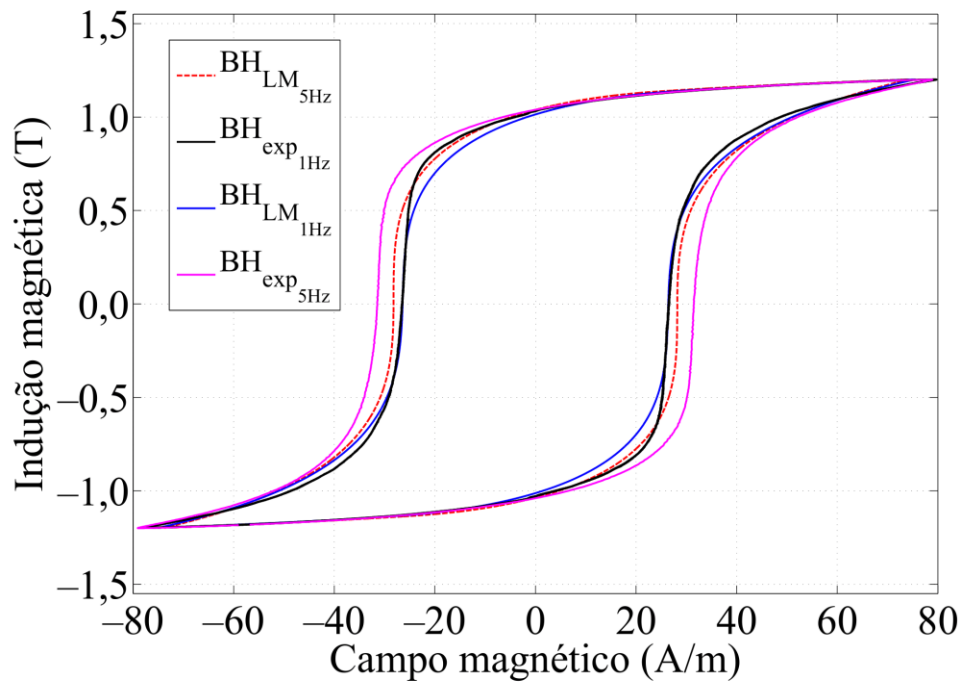


Figura 20. Laço BH para o material B para  $B_p = 0,8$  T.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 21. Laço BH para o material B para  $B_p = 1,2$  T.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Analisando as Figuras 19, 20 e 21, nota-se que a subtração de  $H_{din}(t)$  do valor de  $H_{tot}(t)$  produziu resultados mais próximos à medição realizada do material à 1 Hz (curva BH preta). Pela figura, nota-se visualmente também que todos os laços simulados apresentaram área inferior à área do laço experimental realizado à 5 Hz.

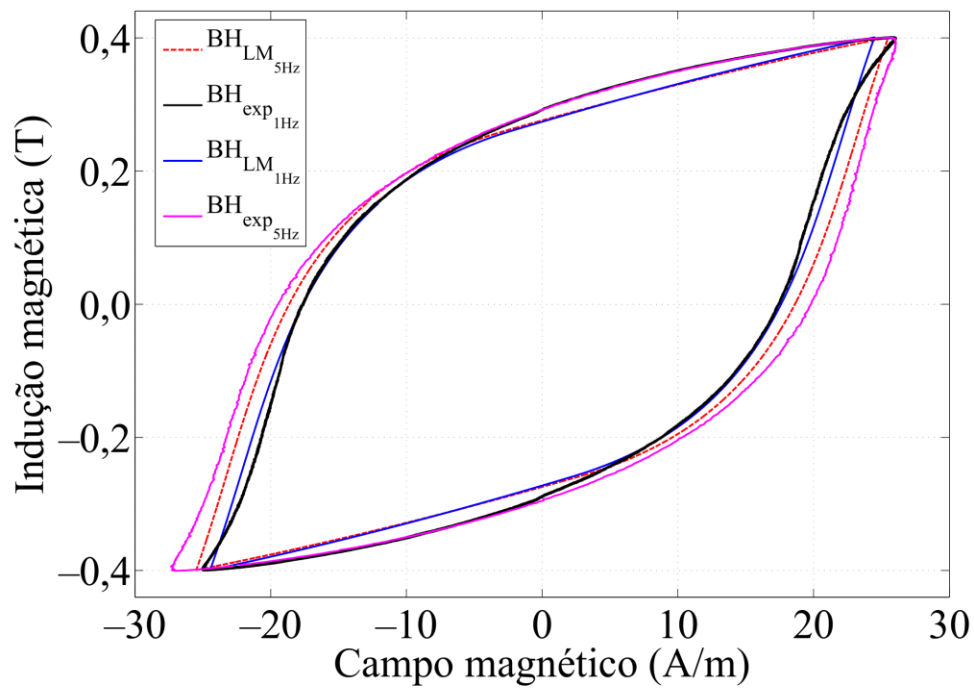
Na Tabela VII é apresentado os valores dos parâmetros encontrados a partir da utilização da primeira e segunda versão do programa, respectivamente. Para obter esses conjuntos de valores de parâmetros, empregou-se como dado de entrada do programa os laços BH com valores de indução de pico de 0,5 T, 0,9 T e 1,2 T de ensaios realizados na frequência de 5 Hz. Analisando os resultados da Tabela VII, nota-se uma diferença significativa entre os valores dos parâmetros obtidos.

Tabela VII. Conjunto de valores de parâmetros obtidos para o material B – Procedimento II

<b>Parâmetro</b>	<b>Primeira versão</b>	<b>Segunda versão</b>	<b>Dif. Relativa (%)</b>
$M_s$ (A/m)	1,46037.10 <sup>6</sup>	1,44621.10 <sup>6</sup>	0,97911
$k$ (A/m)	48,94	46,5047	5,2366
$c$	0,336388	0,344901	-2,468
$a$	54,0627	52,3146	3,34151
$\alpha$	0,125263.10 <sup>-3</sup>	0,120831.10 <sup>-3</sup>	3,66793

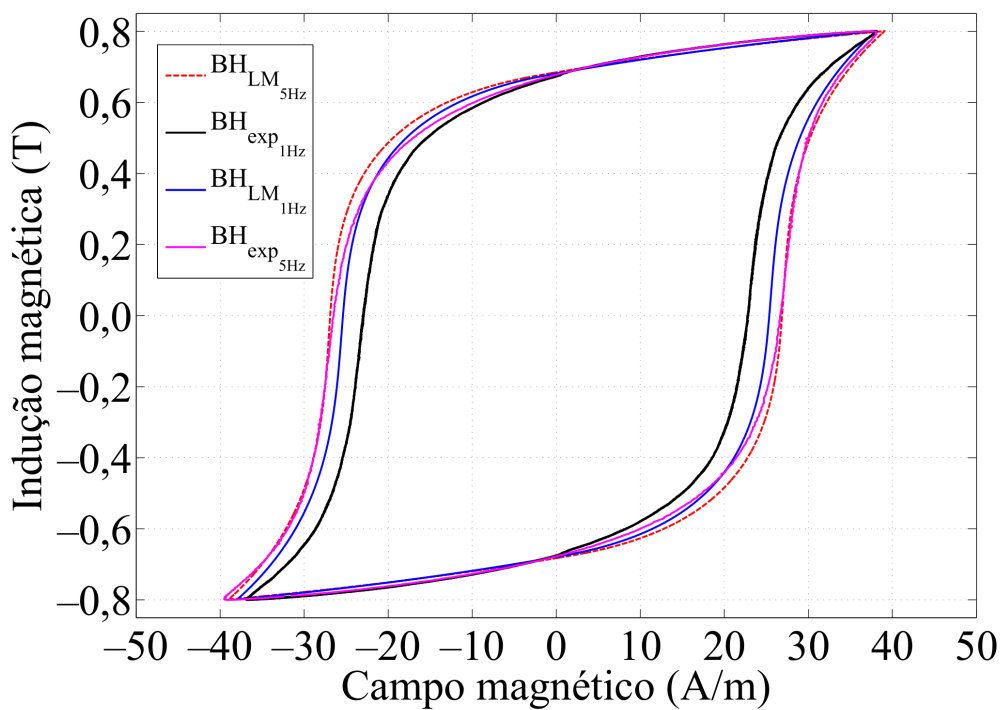
Nas Figuras 22, 23 e 24 são apresentados os laços BH para os valores de indução de pico de 0,4 T, 0,8 T e 1,2 T, respectivamente. Na cor preta é representado o laço BH experimental do material para a frequência de 1 Hz, na cor magenta é apresentado o laço BH experimental para a frequência de 5 Hz. O laço BH de cor vermelha corresponde ao laço simulado utilizando o conjunto de valores de parâmetros da segunda coluna da Tabela VII. O laço BH na cor azul foi obtido utilizando o conjunto de valores de parâmetros apresentados na terceira coluna da Tabela VII.

Figura 22. Laço BH para o material B para  $B_p = 0,4$  T.



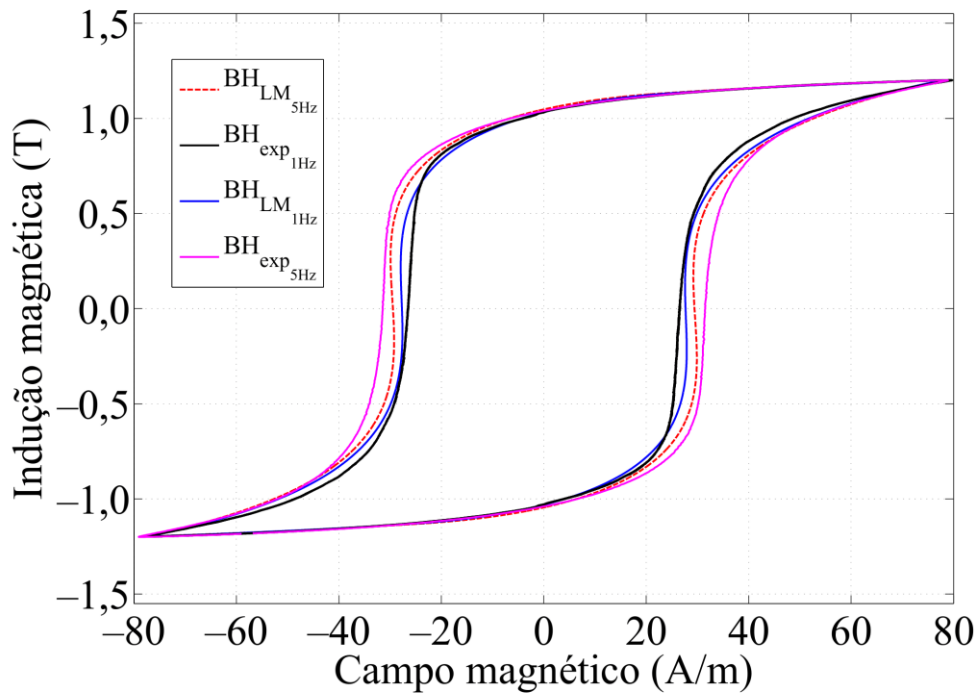
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 23. Laço BH para o material B para  $B_p = 0,8$  T.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 24. Laço BH para o material B para  $B_p = 1,2$  T.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Analisando-se os resultados das Figuras 22, 23 e 24, verifica-se que, como esperado, houve uma representação melhor do comportamento do material ferromagnético a partir do conjunto de valores de parâmetros que foi obtido retirando-se de  $H_{tot}(t)$  a parcela de  $H_{din}(t)$ . Entretanto, novamente, ao se utilizar como dado de entrada os conjuntos de curvas experimentais de valores de indução de pico de 0,5 T, 0,9 T e 1,2 T, verificou-se que a partir da curva de histerese com valor de indução de pico de 1,2 T, tem-se um valor de permeabilidade magnética diferencial menor que zero, implicando-se assim em uma representação não condizente com o comportamento físico do material.

### 7.2.1 Comparação quantitativa dos resultados

Como apenas o caso em que se aplicou como dado de entrada os valores de indução de pico de 0,5 T, 0,8 T e 1,0 T, houve representação coerente com o comportamento físico do material. Então, calculou-se o valor de MSE apenas para os dois conjuntos de valores de parâmetros da Tabela VIII. O valor de MSE foi calculado em relação as curvas experimentais de ensaios realizados à 1 Hz. A diferença

absoluta mais significativa calculada foi para a curva de histerese com valor de indução de pico de 0,8 T.

Tabela VIII. Valores de MSE entre campo magnético simulado e experimental – Material B

<b>B<sub>p</sub></b>	<b>MSE (A/m)<sup>2</sup></b>		
	<b>Primeira versão</b>	<b>Segunda versão</b>	<b>Dif. Absoluta</b>
0,4 T	3,7017	2,1410	1,5607
0,8 T	8,7479	3,7625	4,9854
1,2 T	5,3503	4,1788	1,1715

Na Tabela IX é apresentado os valores das perdas calculadas a partir da integração numérica empregando a equação (7.1.3), em que  $m_v$  corresponde à densidade específica do material,  $dB$  a variação infinitesimal da indução magnética e  $H$  corresponde ao campo magnético obtido por meio de medição ou a partir do algoritmo JA inverso empregando os valores de parâmetros da Tabela VI.

$$W = \frac{1}{m_v} \int_{B_0}^{B_T} H dB \quad [J/kg] \quad (7.1.3)$$

Tabela IX. Perdas calculadas para o material B

<b>B<sub>p</sub></b>	<b>Perdas (mJ/kg)</b>		
	<b>Exp. f = 1 Hz</b>	<b>Primeira versão</b>	<b>Segunda versão</b>
0,4 T	2,72	2,8761	2,7426
0,8 T	8,1250	9,2688	8,7519
1,0 T	11,735	13,0064	12,2348
1,2 T	16,1250	16,9488	15,8941

Na Tabela X é apresentado os valores de diferença percentual relativa dos valores de perdas simulados em relação ao valor obtido a partir da curva BH experimental medida no GRUCAD à 1 Hz. O cálculo do valor percentual foi realizado conforme (7.1.4) em que  $W_{sim}$  corresponde ao valor de perda obtido a partir da integração do laço BH gerado a partir da utilização do modelo de Jiles-Atherton e  $W_{exp}$  corresponde ao valor de perda  $W_{exp}$ .

$$erro_{\%} = \frac{W_{sim} - W_{exp}}{W_{exp}} 100 \quad (7.1.4)$$

Tabela X. Diferença percentual entre o valor de perda sim. e exp.  
**Dif. Percentual relativa (%)**

<b>B<sub>p</sub></b>	<b>Primeira versão</b>	<b>Segunda versão</b>
0,4 T	5,61	0,71
0,8 T	14,07	7,71
1,0 T	10,83	4,26
1,2 T	5,11	-1,43

Analisando-se os resultados da Tabela X, nota-se que, sobre o ponto de vista de estimativa de perdas por histerese, o segundo conjunto de valores de parâmetros da Tabela VI conseguiu-se obter um valor de perda por histerese mais próximo do valor medido.

Supondo que um projetista realiza o projeto do estator de uma máquina elétrica empregando como núcleo ferromagnético do estator o material B, calculou-se os valores de perdas por histerese que o projetista obteria por simulação empregando o modelo JA inverso utilizando os conjuntos de valores de parâmetros da Tabela VI. Assumiu-se que o estator da máquina simulada é dado pela Figura 25. Na simulação foi informado a massa total do material ferromagnético que compõe o estator (2,727 kg) e a frequência elétrica de operação da máquina (60 Hz). Assumiu-se também que, após a realização do projeto, os valores de perdas por histerese medidas para o estator foram iguais aos valores de perdas por histerese obtidos para os ensaios de caracterização de materiais ferromagnéticos realizados à 1 Hz no GRUCAD.

Figura 25. Estator de uma máquina rotativa.



Fonte: (SCHLEGEL; BATISTELA; SADOWSKI; KUO-PENG; BASTOS; RIGONI; ESPÍNDOLA; DOKONAL, 2012).

A partir do valor de frequência de operação da máquina (60 Hz) e da massa do conjunto de lâminas apresentado na Figura 25 (2,727 kg), os valores de perdas por histerese no estator, em W, obtidos por simulação da máquina empregando o modelo JA inverso com os conjuntos de valores de parâmetros da Tabela VI são apresentados na Tabela XI. É apresentado também o valor de perda de histerese medido do estator. Os resultados mostram que, para todos os valores de indução de pico, a simulação realizada pelo projetista a partir dos valores de parâmetros da segunda versão do programa aproximou-se mais do valor experimental.

Tabela XI. Estimação das perdas por histerese em um estator – Material B

<b>Perdas (W)</b>			
<b>B<sub>p</sub></b>	<b>Exp. f = 1 Hz</b>	<b>Primeira versão</b>	<b>Segunda versão</b>
0,4 T	0,4451	0,4705	0,4487
0,8 T	1,3293	1,5165	1,4312
1,0 T	1,9200	2,1281	2,0018
1,2 T	2,6383	2,7731	2,6005





## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, obtiveram-se conjuntos de valores de parâmetros do modelo JA para amostras de dois materiais de aços para fins elétricos com espessuras distintas. Cada conjunto de valores de parâmetros obtido para cada material conseguiu representar de maneira satisfatória o fenômeno da histerese magnética quando se utilizou como dado de entrada do programa de otimização três curvas experimentais com os valores de indução de pico de 0,5 T, 0,8 T e 1,0 T. Para o caso em que os valores dos parâmetros foram obtidos a partir das curvas experimentais com valor de indução de pico 0,5 T, 0,9 T e 1,2 T, houve dissonância do comportamento físico do material com a representação do modelo, pois obteve-se valores de dB/dH menores que zero para certos pontos do laço BH.

Verificou-se também que, para o material B, a utilização da segunda versão do programa para encontro dos valores dos parâmetros, melhorou não só a representação do laço BH como também atingiu-se também valores de perdas mais próximos aos medidos experimentalmente.

Para atingir esses resultados, realizou-se o estudo e a implementação numérica do modelo JA inverso. Sabendo-se da necessidade de determinar corretamente os valores dos parâmetros para os materiais, estudou-se os vários tipos de métodos de otimização e escolheu-se para utilização àquele que apresentava alta robustez e que já havia sido disponibilizado na biblioteca do LabVIEW.

Mediante à constatação feita por Batistela (2001) de que há uma modificação na tendência de crescimento do valor de perdas a partir da frequência de 1 Hz, estudou-se o modelo proposto por Sadowski, Batistela, Bastos e Lajoie-Mazenc (2002) de separação do campo magnético em três componentes. Relacionando à constatação feita por Batistela (2001) com o fato de que cada componente de campo magnético estudada em Sadowski, Batistela, Bastos e Lajoie-Mazenc (2002) está associada a um tipo de perda, desenvolveu-se um segundo programa que avaliava o impacto do efeito das correntes induzidas na determinação dos valores dos parâmetros do modelo JA inverso.

Para trabalhos futuros, sugere-se:

- Modificações na função objetivo;
- Utilização de outros métodos de otimização para encontro dos valores dos parâmetros para os mesmos dois materiais;

- Obtenção dos valores de parâmetros do modelo JA para lâminas de materiais tanto na direção longitudinal quanto na direção transversal.

Dependendo do interesse do usuário, a modificação na função objetivo pode priorizar a otimização de uma grandeza em relação a outra. Por exemplo, caso o usuário esteja mais interessado em quantificar melhor o valor das perdas do que ter uma representação melhor do valor de campo magnético, o usuário pode acrescentar na função objetivo a minimização da diferença entre o valor de perda medido com o valor de perda simulado.

A sugestão da utilização de outros métodos de otimização para encontro de valores de parâmetros para os mesmos materiais se deve ao fato de verificar, se com outros métodos de otimização, chega-se na mesma solução de valores de parâmetros, garantindo-se assim que a solução obtida é o mínimo global. Cabe ressaltar aqui, que com dados sintéticos, os procedimentos realizados obtiveram sucesso.

O encontro dos valores de parâmetros para os materiais ensaiados com sentido de laminação na direção longitudinal e na direção transversal resultariam em uma representação mais fidedigna do valor de perdas e do comportamento do campo magnético em máquinas rotativas. Isso se deve ao fato de que, em máquinas rotativas, o fluxo magnético não percorre o ferro em uma única direção. Assim, como os valores dos parâmetros foram obtidos para amostras laminadas na direção longitudinal a partir de ensaios realizados no quadro de Epstein, a direção de magnetização do material foi a mesma que o sentido de laminação, o que não é verdade no caso de máquinas rotativas. Outra abordagem seria a aplicação do modelo de JA inverso vetorial (LEITE; SADOWSKI; KUO-PENG; BATISTELA; BASTOS; DE ESPINDOLA, 2004).

## REFERÊNCIAS

- ANANTH RANGANATHAN. **The Levenberg-Marquardt Algorithm**. 2004. Disponível em: [https://www.phy.olemiss.edu/~jgladden/sci\\_comp/resources/Levenber-Marquardt\\_Tutorial1.pdf](https://www.phy.olemiss.edu/~jgladden/sci_comp/resources/Levenber-Marquardt_Tutorial1.pdf). Acesso em: 10 set. 2024.
- BATISTELA, Nelson Jhoe. **Inversor de tensão com saída senoidal controlado por modo deslizante com frequência fixa**. 1994. 122 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1994.
- BATISTELA, Nelson Jhoe. **Caracterização e modelagem eletromagnética de lâminas de aço ao silício**. 2001. 210 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.
- BAZARAA, Mokhtar S.; SHERALI, Hanif D.; SHETTY, C. M.. **Nonlinear Programming: theory and algorithms**. 3. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.
- BERTOTTI, G.. General properties of power losses in soft ferromagnetic materials. *IEEE Transactions On Magnetics*, [S.L.], v. 24, n. 1, p. 621-630, jan. 1988. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/20.43994>.
- CHEN, Jinqiao; SHANG, Huidong; XIA, Dong; WANG, Shuang; PENG, Tao; ZANG, Chunyan. A Modified Vector Jiles-Atherton Hysteresis Model for the Design of Hysteresis Devices. *IEEE Transactions On Energy Conversion*, [S.L.], v. 38, n. 3, p. 1827-1835, set. 2023. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tec.2023.3243101>.
- CULLITY, B. D.; GRAHAM, C. D.. **Introduction to Magnetic Materials**. 2. ed. Piscataway: IEEE Press, 2009.
- HENRI P. GAVIN. Duke University. **The Levenberg-Marquardt algorithm for nonlinear least squares curve-fitting problems**. 2024. Disponível em: <https://people.duke.edu/~hpgavin/lm.pdf>. Acesso em: 10 set. 2024.
- HOOKE, Robert; JEEVES, T. A.. "Direct Search" Solution of Numerical and Statistical Problems. *Journal Of The ACM*, [S.L.], v. 8, n. 2, p. 212-229, abr. 1961. Association for Computing Machinery (ACM). <http://dx.doi.org/10.1145/321062.321069>.
- JILES, D.; ATHERTON, D.. Ferromagnetic hysteresis. *IEEE Transactions On Magnetics*, [S.L.], v. 19, n. 5, p. 2183-2185, set. 1983. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tmag.1983.1062594>.
- JILES, D. C.; ATHERTON, D. L.. Theory of ferromagnetic hysteresis (invited). *Journal Of Applied Physics*, [S.L.], v. 55, n. 6, p. 2115-2120, 15 mar. 1984. AIP Publishing. <http://dx.doi.org/10.1063/1.333582>.

JILES, D.C.; ATHERTON, D.L.. Theory of ferromagnetic hysteresis. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, [S.L.], v. 61, n. 1-2, p. 48-60, set. 1986. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/0304-8853\(86\)90066-1](http://dx.doi.org/10.1016/0304-8853(86)90066-1).

JILES, D.C.; THOELKE, J.B.; DEVINE, M.K.. Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis. **IEEE Transactions On Magnetics**, [S.L.], v. 28, n. 1, p. 27-35, 1992. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/20.119813>.

LEITE, J.V.; SADOWSKI, N.; KUO-PENG, P.; BATISTELA, N.J.; BASTOS, J.P.A.; DEESPINDOLA, A.A.. Inverse Jiles–Atherton Vector Hysteresis Model. **IEEE Transactions On Magnetics**, [S.L.], v. 40, n. 4, p. 1769-1775, jul. 2004. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tmag.2004.830998>.

MÖRÉE, Gustav; LEIJON, Mats. Review of Hysteresis Models for Magnetic Materials. **Energies**, [S.L.], v. 16, n. 9, p. 3908, 5 maio 2023. MDPI AG. <http://dx.doi.org/10.3390/en16093908>.

NOCEDAL, Jorge; WRIGHT, Stephen J.. **Numerical Optimization**. 2. ed. Nova lorque: Springer, 2006.

PADILHA, J.B.; KUO-PENG, P.; SADOWSKI, N.; LEITE, J.V.; BATISTELA, N.J.. Restriction in the determination of the Jiles-Atherton hysteresis model parameters. **Journal Of Magnetism And Magnetic Materials**, [S.L.], v. 442, p. 8-14, nov. 2017. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmmm.2017.06.033>.

PEUGET. **Modélisation de l'hystéresis par le modèle de Jiles-Atherton**. 1995. École Nationale Supérieure D'électrotechnique, D'électronique, D'Informatique, D'Hydraulique Et Des Télécommunications (ENSEEIH), Toulouse, 1995.

PRICE, Kenneth V.; STORN, Rainer M.; LAMPINEN, Jouni A.. **Differential Evolution: a practical approach to global optimization**. [S. L.]: Springer Berlin, Heidelberg, 2005. 539 p.

RAJWAR, Kanchan; DEEP, Kusum; DAS, Swagatam. An exhaustive review of the metaheuristic algorithms for search and optimization: taxonomy, applications, and open challenges. **Artificial Intelligence Review**, [S.L.], v. 56, n. 11, p. 13187-13257, 9 abr. 2023. Springer Science and Business Media LLC. <http://dx.doi.org/10.1007/s10462-023-10470-y>.

SADOWSKI, N.; BATISTELA, N.J.; BASTOS, J.P.A.; LAJOIE-MAZENC, M.. An inverse Jiles-Atherton model to take into account hysteresis in time-stepping finite-element calculations. **IEEE Transactions On Magnetics**, [S.L.], v. 38, n. 2, p. 797-800, mar. 2002. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/20.996206>.

SCHLEGEL, J. P.; BATISTELA, N. J.; SADOWSKI, N.; KUO-PENG, P.; BASTOS, J.P.A.; RIGONI, M.; ESPÍNDOLA, A. A. de; DOKONAL, L.V.. Testing strategies to

evaluate non-oriented electrical steels losses. **Journal Of Microwaves, Optoelectronics And Electromagnetic Applications**, [S.L.], v. 11, n. 2, p. 304-315, dez. 2012. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s2179-10742012000200008>.

TOMAN, M.; STUMBERGER, G.; DOLINAR, D.. Parameter Identification of the Jiles–Atherton Hysteresis 13 Model Using Differential Evolution. **IEEE Transactions On Magnetics**, [S.L.], v. 44, n. 6, p. 1098-1101, jun. 2008. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tmag.2007.915947>

ZHANG, Huiying; SHEN, Yadong; TIAN, Mingxing; WANG, Tiange; TIAN, Wenjun. Calculation of core hysteresis loss resistance for Buntenbach’s analogy hysteresis model. **Aip Advances**, [S.L.], v. 14, n. 1, p. 1-12, 12 jan. 2024. AIP Publishing. <http://dx.doi.org/10.1063/5.0162212>.