UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIA HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

SALVADOR NORBERTO GOMES

Lógica indutiva e probabilidade: fundamentos do bayesianismo subjetivo

Florianópolis
2024

SALVADOR NORBERTO GOMES

Lógica indutiva e probabilidade: fundamentos do bayesianismo subjetivo

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para obtenção do título de mestre em filosofia.

Orientador: Prof. Dr. Jonas Rafael Becker Arenhart

Florianópolis

2024

Gomes, Salvador Norberto
Lógica indutiva e probabilidade: fundamentos do bayesianismo subjetivo / Salvador Norberto Gomes ; orientador, Jonas Rafael Becker Arenhart, 2024.
117 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Filosofia e Ciências Humanas, Programa de Pós-Graduação em Filosofia, Florianópolis, 2024.

Inclui referências.

1. Filosofia. 2. lógica indutiva. 3. probabilidade. 4. bayesianismo subjetivo. 5. lei de Bayes. I. Arenhart, Jonas Rafael Becker. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Filosofia. III. Título.

Salvador Norberto Gomes

Lógica indutiva e probabilidade: fundamentos do bayesianismo subjetivo

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado, em 20 de junho de 2024, pela banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Jonas Rafael Becker Arenhart, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Ivan Ferreira da Cunha, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Décio Krause, Dr.
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Certificamos que esta é a versão original e final do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em filosofia atribuído pelo Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal de Santa Catarina.

ICP-Edu
Documento assinado digitalmente
Jerzy Andre Brzozowski
Data: 09/09/2024 16:38:02-0300
CPF: ***.516.469-**
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Coordenação do Programa de Pós-Graduação

ICP-Edu
Documento assinado digitalmente
Jonas Rafael Becker Arenhart
Data: 30/08/2024 11:16:06-0300
CPF: ***.791.189-**
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Prof. Jonas Rafael Becker Arenhart, Dr.
Orientador

Florianópolis, 2024

À memória dos professores
Newton Carneiro Affonso da Costa e Ian Hacking,
em agradecimento por suas contribuições ao debate em tela.
Ambos estavam vivos quando este trabalho começou a ser escrito.
Hacking faleceu em 10 de maio de 2023. Da Costa nos deixou em 16 de abril de 2024.

We are all gamblers, with the stakes being the success
or failure of our plans of action. Life is an exploration of the
unknown, and every human action presumes a wager with nature.
(SKYRMS, 1968, p. 38)

RESUMO

O objetivo deste estudo em Filosofia é investigar os fundamentos do bayesianismo subjetivo como sistema de lógica indutiva com uso da Teoria da Probabilidade. São avaliadas duas abordagens: a das bases subjetivas da tese e a dos complementos objetivos da teoria. Dessa forma, a intenção é elucidar conceitos como probabilismo, coerência e incoerência, além do uso da Lei de Bayes para condicionalização no ajuste do grau de crença de indivíduos. Serão abordadas algumas críticas às teses principais do bayesianismo subjetivo e possíveis encaminhamentos. Como ilustração do impacto da Teoria da Probabilidade na produção científica e filosófica, é relatado um episódio na história da ciência que deu origem à Mecânica Estatística.

Palavras-chave: lógica indutiva, probabilidade, bayesianismo subjetivo, Lei de Bayes.

ABSTRACT

The objective of this study in Philosophy is to investigate the foundations of subjective Bayesianism as a system of inductive logic using Probability Theory. Two approaches are evaluated: the subjective bases of the thesis and the objective complements of the theory. In this way, the intention is to elucidate concepts such as probabilism, coherence and incoherence, in addition to the use of Bayes' Law to condition the adjustment of individuals' degree of belief. Some criticisms of the main theses of subjective Bayesianism and possible approaches will be covered. As an illustration of the impact of Probability Theory on scientific and philosophical production, an episode in the history of science is reported that gave origin to Statistical Mechanics.

Keywords: inductive logic, probability, subjective Bayesianism, Bayes' Law.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS E FÓRMULAS

~	negação
&	conjunção
$\vee$	disjunção
$\rightarrow$	implicação material
A, B, C…	proposições
Pr(A)	probabilidade categórica
$0 \leq Pr(A) \leq 1$	normalidade
Pr(A) = 1	certeza
$Pr(A \vee B) = Pr(A) + Pr(B)$	aditividade
$Pr(A \vee B) = Pr(A) + Pr(B) - Pr(A\&B)$	overlap
Pr(A&B) = Pr(A) x Pr(B)	independência
Pr(A|B) = Pr(A&B) / Pr(B)	probabilidade condicional
Pr(A) = [Pr(B)Pr(A|B)] + [Pr(~B)Pr(A|~B)]	probabilidade total
Pr(H|E) = [Pr(E|H) Pr(H)] / Pr(E)	Lei de Bayes (formulação 1)
$Pr(H\|E) = [Pr(E\|H)Pr(H)] / \Sigma[Pr(H_i)Pr(E\|H_i)]$	Lei de Bayes (formulação 2)
Pr(H) = [Pr(E)Pr(H|E)] + [Pr(~E)Pr(H|~E)]	condicionalização de Jeffreys
Exp(A) = [Pr(~E)][U(~E)] + [Pr(E)][U(E)]	valor esperado
m(H|E&K) > *m*(H|K)	confirmação incremental
*m**(F*a*)	distribuição regular
$P_{tw}(A) = C(A\|H_{tw}T_w)$	princípio principal de Lewis
$L = (1 - w)^2 + t^2 + l^2$	penalização de De Finetti

SUMÁRIO

1 PRÓLOGO – TERMODINÂMICA E ESTATÍSTICA

O comportamento de gases, incluindo toda a atmosfera que nos cerca, motivou especulações desde a Antiguidade. No entanto, por longos anos, muitos fenômenos nessa área permaneceram misteriosos, sem uma teoria adequada. Antes de a Revolução Industrial do século XIX espalhar máquinas a vapor pelas indústrias e possibilitar viagens de trem, pouco se postulava de efetivo sobre a relação entre calor, pressão, densidade de gases e outros conceitos. Aliás, no início do século XVIII, quando surgiram as primeiras máquinas térmicas – que transformam calor em movimento (trabalho) – para o bombeamento de água de minas profundas na Europa (cf. GLANVILLE, 2009), não se sabia explicar por que ou como exatamente tais aparatos funcionavam. As leis da Termodinâmica ainda estavam por vir. O famoso físico norte-americano Richard Feynman chegou a declarar, séculos depois, que essa ciência era um dos casos em que a engenharia tinha precedido a teoria (cf. GLANVILLE, 2009). Em outras palavras, a tecnologia veio antes da especulação científica metodológica. Com as máquinas a vapor em funcionamento, o ponto era entender melhor como era possível construir tais equipamentos e, para além disso, como os engenheiros poderiam torná-los mais eficientes. A indústria precisava de melhores máquinas e impulsionou a pesquisa. Como muitos episódios na história da ciência, tal tarefa recebeu atenção de vários pesquisadores ao longo do tempo. Um deles foi o físico, matemático e engenheiro francês Sadi Carnot, que imaginou uma máquina térmica ideal em 1824 (cf. GLANVILLE, 2009). Embora a pesquisa só fosse ganhar projeção 20 anos após sua morte, pelas mãos do físico alemão Rudolph Clausius, Carnot deixou como legado bases fortes para a criação das leis da Termodinâmica. O francês havia concluído que mesmo um motor térmico ideal (portanto, essencialmente teórico) não poderia transformar em trabalho mais que a diferença entre a temperatura causada pelo calor introduzido na máquina e aquela que era expelida pelo sistema (cf. SKLAR, 2021). De início, já nascia a Primeira Lei da Termodinâmica, que indica que “embora o trabalho mecânico e o calor possam ser mutuamente convertidos, sua quantidade total é invariante” (SKLAR, 2021, p. 159). Importante notar que, ao contrário de seu uso popular, calor e temperatura não são o mesmo conceito em Física, diferindo um do outro de forma sutil. Basta imaginar que nem todas as substâncias precisam da mesma quantidade de energia (calor) para atingir a mesma temperatura (cf. CLEGG, 2017).

As teorizações de Carnot evidenciaram outros fenômenos que precisavam de explicação. Um deles, por exemplo, era a tendência de a temperatura se dissipar. Clausius e o físico, matemático e engenheiro britânico William Thomson (também conhecido como Lorde

Kelvin – criador da escala de temperatura que começa com o zero absoluto e foi batizada com seu nome) se dedicaram a essa questão (cf. SILVA, 2019). Surgia o conceito de entropia – elaborado por Clausius – e, associada a ele, a Segunda Lei da Termodinâmica. A entropia é talvez um dos conceitos menos compreendidos da Física Clássica e, ao mesmo tempo, um dos mais utilizados para além da Termodinâmica. Há várias publicações sobre o tema, que o aplicam em diferentes campos do conhecimento – da Economia à Teoria da Informação. Embora existam diferentes formulações do conceito de entropia, pode-se explicá-lo da seguinte maneira: é uma grandeza física (tal como força, massa, etc) que indica quanto de energia térmica de um sistema está disponível para ser transformada em trabalho – quanto maior a entropia, menos energia térmica disponível (cf. SKLAR, 2021). A razão pela qual esse conceito se estendeu para além da Termodinâmica é sua associação com a tendência de sistemas se deteriorarem, perdendo energia ou recursos potencialmente úteis – fenômeno observado em quase tudo ao nosso redor. A Segunda Lei da Termodinâmica, que diz que a entropia em sistemas isolados tende a aumentar (cf. CLEGG, 2017), pode ser explicada da seguinte maneira: em um sistema que não recebe calor de uma fonte externa existe uma certa quantidade de energia térmica. Se utilizarmos essa energia para produzir trabalho (mover um pistão, por exemplo), poderemos depois converter o trabalho assim conseguido de volta em calor. No entanto, ao final das contas, a temperatura não regressará ao mesmo patamar inicial (cf. SKLAR, 2021), embora o calor, tal como prevê a Primeira Lei da Termodinâmica, seja retomado. Imagine uma garrafa térmica com água fria. Se colocarmos uma pequena barra de ferro aquecida para dentro do recipiente e o fecharmos, o que acontecerá com as temperaturas da água e da barra? Nossa experiência é de que tenderão a chegar a um patamar único, com a água se aquecendo um pouco e a barra se esfriando – o chamado equilíbrio térmico (cf. SILVER, 2008).

Mas por que as coisas se dão dessa maneira? Como explicar que o contrário – o afastamento do estado de equilíbrio – *nunca* é observado? O paradigma da Mecânica Clássica indicava a possibilidade de reversibilidade de processos físicos, tal como os movimentos de ida e de volta de um pêndulo. Mais que isso: as equações matemáticas admitiam essa via retroativa jamais presenciada na prática em sistemas termodinâmicos. Em outras palavras, o desenvolvimento de então dessa área não explicava por que a tendência ao equilíbrio é (ou parece) inevitável. Foi preciso, primeiro, aperfeiçoar a teoria acerca do calor. Para parte dos pesquisadores do século XIX engajados nos debates sobre a Termodinâmica, bastava entender que o calor era uma forma de energia e não uma substância. A tese da existência do calórico, algo como um elemento de massa desprezível que passava de um corpo ao outro mudando suas temperaturas, já estava superada (cf. GLANVILLE, 2009). Não era necessário explorar mais. Porém, havia uma outra hipótese, cujo sucesso a faria passar à história da ciência: a teoria cinética do calor. A ideia é que essa energia capaz de alterar a temperatura dos corpos em nível macroscópico seria o resultado do movimento de pequenos componentes em nível microscópico (cf. SKLAR, 2021). Enquanto a teoria atômica ainda engatinhava, um dos seus defensores, e maiores desenvolvedores da teoria cinética dos gases, foi o físico e filósofo austríaco Ludwig Boltzmann, tido como o fundador da Mecânica Estatística (cf. SIMMONS, 2002). Ele participou de debates, às vezes acalorados, com o físico e filósofo austríaco Ernst Mach e o químico e filósofo alemão Wilhelm Ostwald (cf. SILVA, 2019), ambos *energeticistas*, ou seja, contrários ao atomismo e à teoria cinética.

Boltzmann desenvolveu, ao longo de suas pesquisas, uma visão filosófica da ciência que é descrita por Silva (2019) como "**pluralismo teórico**", ou seja, "um mesmo fenômeno natural pode ser diferentemente explicado por teorias científicas distintas e mesmo contraditórias entre si. O valor das leis de pensamento decorre do seu funcionamento correto e sua adaptação às mudanças ambientais" (p. 82). Tal posição era inspirada pelo pensamento do naturalista britânico Charles Darwin, cujo trabalho mais importante recém tinha vindo ao público – a Origem das Espécies é de 1859 – e que tinha no pesquisador austríaco um grande admirador e defensor (cf. SILVA, 2019). Trabalhando na articulação da nova teoria cinética, inspirado no trabalho do físico e matemático escocês James Clerk Maxwell, Boltzmann desenvolveu inicialmente uma teoria a respeito de como as moléculas de um gás se difundiam. No entanto, a tese não resolvia o problema da irreversibilidade dos fenômenos termodinâmicos observados, uma vez que tal distribuição das moléculas poderia coincidir, eventualmente, com o estado inicial do sistema – impedindo uma descrição da tendência ao equilíbrio. Faltava um passo essencial na solução da dificuldade. Faltava uma **vantagem teórica** fundamental. Esse passo foi postular que a irreversibilidade não observada dos fenômenos termodinâmicos não é impossível, mas é altamente **improvável**. Boltzmann criava, assim, a Mecânica Estatística.

As próximas páginas vão tratar de **probabilidade**, vantagens teóricas e ecletismos teóricos, mas não aplicados à Termodinâmica. Esse ramo da ciência só voltará a ser assunto no epílogo, ao final deste trabalho, quando pretendemos concluir nossa analogia com o assunto verdadeiramente em tela aqui. Por enquanto, vamos tratar de café...

2 INTRODUÇÃO – QUEM FEZ O CAFÉ?

Quando entro no local de trabalho, o café está pronto. Há meses, um dos colegas, que é o primeiro a chegar, se dedica à preparação da bebida antes do início da jornada. Imagine que hoje seja mais um dia em que, quando chegue ao trabalho, o café esteja lá, pronto na garrafa térmica. Se tivéssemos de *apostar* sobre quem preparou a bebida – obviamente antes de questionar o colega – qual seria o melhor palpite? Embora a resposta pareça um tanto óbvia, ela esconde dificuldades filosóficas importantes. A observação de eventos semelhantes que se repetem ao longo do tempo não nos autoriza a sustentar, de forma estritamente lógica, uma conclusão definitiva sobre o próximo evento. Em outras palavras, pensar que outra pessoa pode ter feito o café, além do colega que assumiu a tarefa como hábito, não é contraditório, não é falacioso. Alguns autores que tratam do tema, como o filósofo da ciência austríaco Karl Popper, defendem ainda que não há possibilidade nem de definir, usando lógica, o que seria uma boa hipótese, um bom palpite (cf. POPPER, 2013) – quer seja em um exemplo simples do cotidiano, como esse do café, ou uma hipótese genuinamente científica. Porém, superficialmente, pode parecer irracional justamente pensar que não haveria uma aposta melhor a fazer. Tais interrogações fazem parte das discussões tradicionais do problema da indução, que passou à história da Filosofia principalmente através do trabalho do filósofo escocês David Hume, no século XVIII. Para o pensador, somente por hábito ou costume é que podemos esperar certa regularidade dos acontecimentos (cf. HUME, 1996). Isso quer dizer que nossas expectativas em relação a como se dará no futuro um evento que vem se repetindo nascem justamente das observações que fizemos. Não haveria nada para além disso. Não haveria forma lógica de descrever esse hábito que pudesse nos assegurar ou esclarecer como se dá essa expectativa.

O próprio Hume, no entanto, admitia o guia importante que é o costume em nossas vidas (cf. HUME, 1996). Negar que esperamos que a próxima xícara de café faça por nós o que todas as outras já fizeram não nos levaria muito longe. Como escolher o que comer se começarmos a duvidar que o pão que sempre nos nutriu passará, de repente, a não mais nos alimentar? (cf. HUME, 1996) Porém, tal crença vinda do hábito não seria passível de análise lógica ou mesmo filosófica. Talvez, pudesse interessar à Psicologia, como defendeu Popper (2013) – um dos principais críticos do *indutivismo*. Tais discussões sempre fizeram parte da lista de tradicionais problemas da história da Filosofia. Afinal, pode-se ter justificação para induções? A questão principal que ainda move o debate ora foi tratada por alguns autores ora foi simplesmente abandonada, esquecida. Fato é que há tanto publicações sobre lógica que enumeram a indução ao lado da dedução, como métodos correntes – como o fazem o filósofo da ciência Wesley Salmon (1971) e o professor Desidério Murcho (2019) –, como há volumes que simplesmente tratam exclusivamente da dedução – como o faz o casal de filósofos e historiadores da lógica William Calvert Kneale e Martha Kneale, no volume *O desenvolvimento da lógica*, de 1980.

A medida do espaço exato a ser dedicado à indução nos compêndios de lógica esbarra em alguns complicadores. Um deles é a oscilação no escopo do termo, ou seja, a variação daquilo que pode ser classificado como indução. Por vezes, argumentos indutivos são definidos como todos aqueles que não são dedutivos, isto é, todos que não têm validade lógica em sentido técnico. As obras do professor Newton da Costa (2019) e de Salmon (1971) são exemplos. Dessa forma, analogias, argumentos de autoridade, testemunhos, hipóteses, todos seriam induções. Porém, para o debate sobre justificação do raciocínio, não é produtivo misturar formas tão diferentes de inferências. Tentar argumentar pela exatidão de uma analogia é bem diferente de defender uma indução por enumeração. A cada uma delas corresponderá questionamentos bem distintos a respeito de suas forças e fraquezas argumentativas. É bem verdade que o programa de Da Costa (2019) não é buscar justificação da indução (ou de suas *quase-induções* – raciocínios não redutíveis à lógica clássica), mas argumentar pela correção dessa inferência em um contexto de uso pragmático da razão e pluralidade de sistemas lógicos disponíveis.

Na tentativa de se chegar a bases sólidas para os raciocínios indutivos, julgou-se que a Teoria da Probabilidade pudesse oferecer uma ferramenta contundente. Afinal, se não é possível derivar conclusões indubitáveis (outra pessoa pode ter feito o café!), pode ser que se consiga, ao menos, estabelecer a probabilidade de algumas delas. Até o texto original de Hume que trata do problema da indução traz algumas linhas, umas primeiras intuições, sobre a questão. As mais remotas ideias de probabilidade, ou de algo que pode ser considerado a pré-história do tema, estavam já no livro chinês I Ching, de 1.200 a.C. (cf. CORBALÁN, F.; SANZ, G, 2011, p. 47). O texto trazia as primeiras elaborações sobre análise combinatória — uma forma de entender distribuições de elementos entre coleções. Os gregos teriam se deparado com problemas que poderiam ter sido resolvidos com tais análises, mas não dispunham das ferramentas certas.

> O objetivo último da matemática grega, da qual a geometria constituía o expoente máximo, era encontrar verdades e certezas. Por isso, não seguia o caminho mais adequado para descobrir resultados relacionados com a incerteza. Por outras palavras, uma vez que o que se pretendia era demonstrar, a partir de alguns axiomas (aceitos sem demonstração), uma cadeia de certezas e resultados irrefutáveis, os antigos gregos moviam-se na direção contrária à que se deve seguir para lidar com o acaso. Insistiam

> em encontrar a verdade absoluta e opunham-se a todos os pronunciamentos incertos. (CORBALÁN, F.; SANZ, G, 2011, p. 42)

Usualmente, os textos sobre história da teoria atribuem as primeiras elaborações sobre probabilidade à troca de correspondências entre os matemáticos franceses Blaise Pascal e Pierre de Fermat, no século XVII (cf. CORBALÁN, F.; SANZ, G, 2011, p. 50). No decorrer do desenvolvimento do campo, o aparato formal ganhou corpo. Em 1933, o matemático russo Andrei Nikolaevich Kolmogorov apresentou os axiomas definitivos da teoria — embora as primeiras formalizações já estivessem no trabalho do físico holandês Christiaan Huygens publicado em 1657 (cf. HACKING, 2001, p. 66). Com o tempo, estatística e probabilidade se espalharam por diversas áreas de pesquisa. Surgiram ferramentas que poderiam auxiliar a lidar com questões como aquelas relacionadas ao problema de indução. No século XX, algumas propostas de probabilidades lógicas despontaram. O economista britânico John Maynard Keynes, em seu *A Treatise On Probability*, de 1921, abordou uma ideia que tenta dar conta de certo nível de crença racional (cf. POPPER, 2013). O matemático e geofísico inglês Harold Jeffreys publicou, em 1939, o volume *Teoria da Probabilidade*. Na sequência de ambos, o filósofo alemão Rudolf Carnap, em *Logical Foundations of Probability*, de 1950, apostou nas probabilidades como relações entre proposições (cf. CARNAP, 1963). O que esses autores têm em comum é que ofereceram uma abordagem da Teoria da Probabilidade fundamentada em distribuições lógicas. De acordo com Hacking (2001, p. 183, tradução nossa, grifo nosso), o trabalho de Jeffreys contribuiu com muitos métodos de estudos científicos, além de ser uma "rica fonte de ciência real do *pensamento bayesiano*". Esse trecho se refere à contribuição do reverendo inglês Thomas Bayes aos cálculos de chance. No século XVIII, o religioso havia derivado fórmulas a partir de probabilidades condicionais, simplificando cálculos antes mais complexos. O trabalho rendeu o que hoje se conhece por Lei de Bayes[1].

A matemática do reverendo se mostrou não só uma ferramenta prática, mas também angariou pensadores em torno de interpretações diversas sobre probabilidades. Keynes, por exemplo, oferecia em sua obra um uso diferente da interpretação clássica. As probabilidades seriam relações entre provas para uma crença racional. Um dos exemplos de Keynes diz respeito à decisão de levar um guarda-chuva a um passeio. Os autores que aplicaram a Lei de Bayes a suas teses ficaram conhecidos como *bayesianistas*. Quando usaram a fórmula do reverendo unida a alguma tentativa de distribuição lógica para probabilidades, foram chamados ora de

[1] Também é comum encontrar a expressão Teorema de Bayes. Seguiremos aqui Hacking (2001), para quem a melhor descrição é como "lei", dado que o trabalho é consequência dos princípios básicos da probabilidade e da definição de probabilidade condicional.

bayesianistas lógicos ora de *bayesianistas objetivos*. Essas interpretações, como envolvem o uso de probabilidade e uma base racional contundente, foram aventadas para fazer parte da construção de soluções para o problema da indução ou, no caso de Carnap, para elaborar uma teoria da confirmação. Popper criticou tal abordagem.

> Ora, o princípio de indução não pode ser uma verdade puramente lógica, tal como uma tautologia ou um enunciado analítico. De fato, se existisse algo assim como um princípio puramente lógico da indução, não haveria problema da indução, pois, em tal caso, todas as inferências indutivas teriam de ser encaradas como transformações puramente lógicas ou tautológicas, exatamente como as inferências no campo da lógica dedutiva. Assim sendo, o princípio de indução há de constituir-se em um enunciado sintético, ou seja, enunciado cuja negação não se mostre contraditória, mas logicamente possível. Dessa maneira, surge a questão de saber por que tal princípio deveria merecer aceitação e como poderíamos justificar-lhe a aceitação em termos racionais. (POPPER, 2013, p. 28)

Em 1926, o matemático britânico Frank Plumpton Ramsey apresentou a primeira teoria sistematizada de probabilidades pessoais (cf. HACKING, 2011, p. 168). De forma independente, mas na mesma época, o matemático italiano Bruno de Finetti também trabalhava em um conceito muito parecido de probabilidade — uma forma de expressar graus de crença individual em números. O italiano produziu muitos textos em parceria com o estatístico americano Leonard Jimmie Savage, que foi um grande divulgador das ideias de De Finetti, batizando a teoria como *probabilidades pessoais*, segundo Hacking (cf. HACKING, 2011, p. 184). As teses de Ramsey, Savage e De Finetti utilizavam a Lei de Bayes e passaram a ser chamados também bayesianistas. Porém, as abordagens eram diferentes dos objetivistas, pois, dessa vez, a probabilidade não tinha uma distribuição lógica, mas estava baseada em *crença*. Assim, nascia uma outra linha de pesquisa: o *bayesianismo subjetivo*. Embora tal teoria não tenha como objetivo resolver o problema da indução, pode contribuir para o debate. Isso porque o bayesianismo subjetivo advoga uma forma de atualizar crenças aos moldes do mecanismo do reverendo Bayes. Se encontro uma nova evidência, há motivos para mudar aquilo que acredito, certo? Ou, por outro lado, se encontro mais uma vez uma evidência relacionada a uma conclusão que eu esteja autorizado a inferir, estarei mais seguro na minha crença, não é? Parece, dito assim, que o bayesianismo subjetivo pode emular algo semelhante a induções. De qualquer forma, o campo da *lógica indutiva* é hoje ocupado por bayesianismos, talvez, em maior parte, pela sua forma subjetiva. Tanto é que, atualmente, se costuma associar o rótulo bayesianista diretamente aos defensores de teses subjetivistas.

Ainda que as ideias do bayesianismo possam fazer alguma contribuição ao debate sobre o problema da indução, resta a pergunta se é possível edificar algo como uma lógica indutiva. A resposta, como muitas em Filosofia, depende do conceito. Se o caso é definir a lógica como o estudo que "trata dos princípios da inferência válida" (KNEALE; KNEALE, 1980, p. 3), então não se pode falar em nada indutivo. A indução, ao contrário da dedução, não tem validade em sentido técnico. A consistência, por sua vez, é uma característica fundamental da lógica clássica – junto aos princípios fundamentais e às regras de inferência, viabiliza todo sistema básico dedutivo. Pode ser definida nos seguintes termos: um sistema lógico é consistente se existe alguma fórmula que não pode ser obtida dentro dele (cf. KNEALE; KNEALE, 1980). Em outras palavras, dado um conjunto de proposições Σ, que pode ser a união dos axiomas de uma teoria dedutiva T, por exemplo, se não se pode obter dentro do sistema, a partir de Σ, nenhuma conclusão e também a negação dessa conclusão, então T é consistente (cf. BRANQUINHO, MURCHO, GOMES, 2006, pp. 196-197). Suponhamos uma proposição C, que afirme "o colega de trabalho fez o café". Se existe um sistema lógico que admite C e permite que se obtenha também a negação de C, ou seja, "o colega de trabalho não fez o café", ele é inconsistente. Como induções são caracterizadas como argumentos de risco (cf. HACKING, 2001), isto é, mesmo com premissas verdadeiras, não há como garantir a verdade da conclusão (em outras palavras, não há validade técnica), não haveria como descartar uma eventual inconsistência no sistema, ou seja, não há como garantir que a negação da conclusão esteja descartada.

A questão é que a admissão dessa possibilidade pode trivializar toda uma proposta de lógica indutiva. Ou seja, se o sistema admite contradições, pode-se concluir qualquer coisa. Uma lógica assim nada demonstraria, seria inútil. "As teorias inconsistentes ou triviais não têm nenhum interesse lógico ou matemático, pois nelas não é possível distinguir os teoremas dos não-teoremas" (BRANQUINHO, MURCHO, GOMES, 2006, pp. 196-197). O ponto, portanto, é estabelecer alguma segurança para evitar um sistema trivial indutivo. As noções de consistência e monotonicidade, caras à lógica dedutiva e que lhe dão segurança, não se aplicam aqui. É necessário trabalhar com novos conceitos, com outros instrumentos. Esses mecanismos estão disponíveis no bayesianismo subjetivo — tema deste estudo, que pretende esclarecer de onde surgem os *fundamentos* dessa tentativa de construção de um sistema pretensamente lógico (com ferramentas formais, linguagem, etc), baseado em crença.

Para essa tarefa, este estudo foi dividido em três partes. No **capítulo I**, faremos uma abordagem do problema da indução, tornando mais preciso o conceito dessa inferência que temos em questão. Mostraremos o que são argumentos de risco e definiremos monotonicidade. Também será abordado o argumento que atualizou o problema da indução e usa esmeraldas como exemplo. Finalizando a primeira parte, faremos uma proposta metodológica, expondo razões pelas quais acreditamos que a lógica indutiva precisa se desvencilhar do problema da indução.

Na parte intermediária, o **capítulo II** abrangerá efetivamente as bases subjetivas do bayesianismo em estudo. Iniciaremos expondo as principais leis da Teoria da Probabilidade que servem de base a essa abordagem. Exporemos os detalhes da Lei de Bayes e o funcionamento de seu mecanismo. Nessa parte estão as principais teses que sustentam o bayesianismo subjetivo: como o probabilismo e o argumento do *Dutch Book*. Traremos também algumas ideias da Teoria da Decisão, que dão base à lógica indutiva. E mostraremos, por fim, como é o mecanismo de atualização de crenças com o uso da Lei de Bayes. Na parte final, o **capítulo III** mostrará os complementos objetivos da tese bayesianista subjetivista. Dessa forma, mostraremos uma versão simplificada do sistema carnapiano de probabilidade lógica. Destacaremos a importância de certa supremacia da probabilidade objetiva, quando é o caso, sobre crenças. Mostraremos também como os bayesianistas importam algumas teses estatísticas para seu sistema. Por fim, serão debatidas algumas críticas ao bayesianismo subjetivo. Já encaminhando a argumentação para o final, sublinhamos na **conclusão** o efeito da exposição feita neste trabalho para o debate acerca do desenvolvimento da lógica indutiva. E, para encerrar, construímos no **epílogo** um argumento por analogia a fim de demonstrar que as *vantagens teóricas* do uso de probabilidade guardam certa relação com os desenvolvimentos da Termodinâmica na tentativa de estudar melhor uma noção tão misteriosa quanto nosso costume de aprender com repetições: a passagem do tempo. Seja lá o que for o tempo, deve ser por causa dele que o café esfriou. Será que alguém fez mais? Quem terá sido?

3 CAPÍTULO I – OS CAMINHOS DA INDUÇÃO

Como muitas questões em Filosofia, o problema da indução nasce de um questionamento simples. Quer seja observando pedras ao sol ou contando feijões da mesma cor, há muitos exemplos de como tiramos certas conclusões de repetidas observações de fenômenos semelhantes. Também a bibliografia filosófica sobre o tema está repleta de casos, como em Hume (1996), Skyrms (1968), Peirce (1983) e Hacking (2001). Isso, por vezes, é um problema. No decorrer da produção filosófica sobre o assunto, diferentes autores trataram a indução de forma distinta ou muito ampla, como fizeram Salmon (1968) e Copi (1978). Por vezes, parece que o conceito sofreu um processo inflacionário, isto é, quase tudo que não pode ser classificado como dedução passou a ser chamado indução. Na verdade, há textos que ainda trazem esse ponto de vista, aos já citados Salmon (1968) e Copi (1978), pode-se acrescentar ainda Murcho (2019): todos os argumentos de risco, em que não há garantia de que as premissas verdadeiras levem a uma conclusão verdadeira, são chamados induções. Dessa forma, extrapolações e raciocínios dos mais diversos fariam parte do conceito. Isso dificulta o trabalho de elaboração de um sistema de lógica indutiva. Ainda que o tradicional problema da indução fosse definitivamente resolvido, não haveria como dar conta de um argumento de autoridade, por exemplo. Dessa forma, o esforço de buscar justificativa para raciocínios indutivos enfrentaria todo o tipo de dificuldade – bem mais do que aquelas que já encara. Por esse motivo, é, como não poderia deixar de ser, importante esclarecer o que se quer dizer quando se fala em indução. Usaremos, para isso, um exemplo tão didático quanto simples, tal como as motivações que servem a muitos problemas em Filosofia.

A formulação do conceito, por si só, já evidenciará as dificuldades levantadas pelo tradicional problema da indução. Elas ficam claras após a localização exata dos entraves que surgem pela busca por uma base lógica das inferências desse tipo. Por isso, chamaremos de *geografia* essa delimitação exata dos dispositivos faltantes pelo caminho. Às vezes, parece haver a expectativa de que a indução tenha a mesma validade que há nos argumentos dedutivos ou, ao menos, que se apresente um sistema tão contundente quanto a dedução em seu aspecto formal. Desse ponto de vista, seria necessária uma ferramenta que, ao menos, evitasse todas as consequências de uma inferência derrotável, um argumento de risco. No entanto, isso seria exigir das induções algo que elas não são. É preciso, para estudar inferências indutivas, lembrar que elas justamente pretendem dar conta de algo novo, que é inserido em certo sistema e altera o resultado anterior entregue pelo mecanismo. Essa é a característica não-monotônica de tais raciocínios. Vista superficialmente como uma dificuldade a se transpor, essa propriedade das induções é, na verdade, parte do que as define. Afinal, se novas premissas só trazem a mesma conclusão, não adianta colecionar observações sobre nada.

Por fim, na última parte deste capítulo inicial, pretendemos fazer uma proposta metodológica de trabalho. Muito da literatura sobre lógica indutiva, como, por exemplo, Hacking (2001) e Skyrms (1968), se esforça em tentar contornar o problema da indução. É um esforço válido, porém nem sempre produtivo. Neste texto, todavia, não faremos movimento nesse sentido. Oferecemos, por outro lado, uma outra via para o estudo da área em tela. Uma que julgamos mais produtiva e que, além disso, esclarece melhor aquilo que um sistema de lógica indutiva pode fazer. Vamos começar então pelas definições e problemas que isso acarreta. Vamos começar tratando de feijões…

3.1 A GEOGRAFIA DO PROBLEMA DA INDUÇÃO

Imagine-se diante de uma saca de feijões. Você retira um punhado deles e observa que são todos brancos. Retira um novo punhado e percebe novamente que os grãos são brancos. Se preferir, podemos imaginar esse exercício de retirada dos feijões grão a grão, de forma mais metódica, poderíamos dizer. De novo, a experiência só mostra que são do mesmo tipo. Aí vem a pergunta: da próxima vez que você retirar um grão (ou punhado) de feijão dessa saca, de qual tipo será? Ou por outra abordagem: na próxima retirada, de qual tipo *você espera* que seja o grão? Esse exercício mental com sacas de feijão é a forma como o filósofo americano Charles Sanders Peirce explicou a indução em seu artigo *Deduction, Induction, and Hypothesis*, de 1878[2]. O exercício de Peirce (1992, p. 187) tem a finalidade de distinguir o que ele chama de “formas de inferência” (*sorts of inference*). O artigo apresenta tal diferenciação recorrendo a situações diversas com sacas de feijão. Vejamos como o filósofo descreve a dedução (PEIRCE, 1992, p. 188, tradução nossa, adaptado) exemplificando com o seguinte argumento:

Todos os feijões desta saca são brancos. (1)
Estes feijões vieram desta saca. (2)
Logo,
Estes feijões são brancos. (3)

---

[2] Publicado em Peirce (1992).

Na premissa (1) temos uma **regra**; na premissa (2) temos um **caso** específico, que trata da particularidade daquela amostra, e na conclusão (3) temos o **resultado** (cf. PEIRCE, 1992, p. 188). As deduções são todas dessa forma, argumenta Peirce – isso quer dizer que partem de uma regra geral e, via um caso específico, chegam a um resultado. Em outras palavras, silogismos desse tipo não seriam mais que a aplicação de uma norma já estabelecida a um caso particular. Deduções não fariam mais que partir de regras gerais para casos particulares, conforme defenderam muitos filósofos ao longo da história. As inferências dedutivas ou *analíticas*, conforme definiu Peirce, não fazem mais do que *chamar atenção* para o que já está dito nas premissas.

> Como para a dedução, que nada adiciona às premissas, mas somente expõe os vários fatos representados na premissa selecionada e volta a atenção para ela, essa pode ser considerada como a forma lógica de prestar atenção, que é o elemento *volitivo* [*volitional*] do pensamento, e corresponde a uma descarga nervosa na esfera da psicologia. (PEIRCE, 1992, p. 199, tradução nossa, grifo do autor)

Embora Peirce esteja falando de descarga psicológica, esse “prestar atenção” que conduz o raciocínio tem alguns elementos bem descritos em lógica clássica. Há, na teoria dos silogismos em Aristóteles, uma preocupação em mostrar como se poderia passar das premissas gerais a uma conclusão particular, utilizando um elemento que já está nas premissas. Aristóteles procurava ressaltar, em silogismos clássicos, exatamente quais as funções dos termos em causa, classificando-os inclusive. Foi assim que foram separados na análise dos silogismos os termos **maior**, **médio** e **menor**. Inicialmente, Aristóteles imaginava essas diferentes formas como relações de extensão, tal como expressassem tamanhos ou abrangências distintas – com o médio contendo o menor e o maior contendo ambos. No entanto, essa forma de classificação é extremamente limitada, um “artificialismo”, servindo usualmente apenas para silogismos da primeira figura (cf. KNEALE; KNEALE, 1980, p.71). De fato, houve outra abordagem: “em cada caso o predicado da conclusão é chamado por Aristóteles o termo maior e o sujeito o termo menor enquanto se toma o termo médio como sendo o que é comum a ambas as premissas” (KNEALE; KNEALE, 1980, p.71).

Se voltarmos ao exemplo acima, com grãos de feijão, veremos que o que há de comum entre as premissas (1) e (2) é a expressão “esta saca”. Esse termo, que poderíamos identificar como “médio” de acordo com a definição dada anteriormente, é justamente o que nos conduz à conclusão. Afinal, só inferimos que os feijões separados em amostra são brancos porque vieram de uma saca específica que só possui grãos desse tipo. Podemos dizer ainda mais: se aceitamos que (1) é verdadeira – isso quer dizer que não existe nenhum grão da saca que não seja branco

– e (2) também está correta – ou seja, foi daquela mesma saca que retiramos a amostra –, não há possibilidade de (3) ser falsa. Em outras palavras, o argumento exposto “não tem conclusão falsa caso todas as premissas sejam verdadeiras”[3] (MURCHO, 2019, p. 53) ou “se as premissas forem verdadeiras, não é possível que a conclusão seja falsa” (MORTARI, 2001, p.19). Essas impossibilidades descrevem a validade de argumentos dedutivos. E podemos indicar a trava do raciocínio: o termo médio, que nos mostra exatamente onde “prestar atenção”, como descrevia Peirce (1992). Ele desempenha um papel fundamental para que o argumento possa ter validade técnica. Todas essas características são qualidades dos argumentos dedutivos. Mas o mesmo ferramental não está disponível para a indução.

Em tese, parece que, sem essas ferramentas, a lógica indutiva não teria como se desenvolver. Porém, é muito difícil negar que fazemos induções o tempo todo. Por outro lado, é fácil demonstrar que tais inferências não são argumentos válidos, no mesmo sentido que são as deduções – isto é, ainda que induções apresentem premissas verdadeiras, não há garantia que suas conclusões também o sejam. Voltando ao exemplo anterior: mesmo que eu siga examinando os feijões retirados da saca e as amostras colhidas sejam todas de grãos brancos, não seria impossível que a saca tivesse feijões brancos e pretos, contrariando a conclusão que todos seriam do mesmo tipo. No entanto, o fato de induções não terem validade as desclassifica como estruturas lógicas? Procurar responder a essa pergunta é um dos desafios das propostas de lógicas indutivas.

Seguindo nos exemplos com sacas de feijão de Peirce (1992, p. 188, tradução nossa, adaptado), invertendo a ordem da dedução vista anteriormente, temos:

Estes feijões são brancos.	(3)
Estes feijões vieram desta saca.	(2)
Acredito que	
Todos os feijões desta saca são brancos.	(1)

Embora a ordem esteja trocada em relação ao exemplo anterior, com (3) e (2) fazendo papel de premissas, é importante notar que (3) ainda é o **resultado**; (2) segue como **caso**, e (1) ainda é a **regra** – embora aqui seja conclusão do argumento. Essa forma indutiva de raciocínio seria um jeito de inferir regras gerais (cf. PEIRCE, 1992, p. 189). Mas “inferir” agora não tem

[3] As citações de Murcho (2019) foram todas adaptadas para o português praticado no Brasil. A intenção é meramente evitar construções comuns aos portugueses, mas estranhas ao leitor brasileiro, como “mais grande” e “académicos”.

o mesmo sentido da dedução, tanto que substituímos "logo" do exemplo anterior por algo bem menos comprometedor, como "acredito que". Em certo sentido, todo este trabalho de pesquisa em Filosofia se concentra nos significados e na estrutura lógica que essa expressão possa assumir e como a ideia vem sendo articulada por alguns autores. No entanto, o mais importante no momento é notarmos o efeito da inversão das expressões do argumento anterior. Afinal, onde estaria agora o termo médio tal como o definimos anteriormente? Se buscarmos literalmente a expressão "esta saca", vemos que agora ela faz parte da conclusão. Mas o que exatamente encontramos *nas premissas* que nos autoriza a sustentar a conclusão? O filósofo escocês David Hume tem sua resposta: não há nada nas premissas que tenha tal força. Estaríamos procurando no lugar errado.

> Poder-se-ia dizer que, de certo número de experimentos uniformes, *inferimos* uma conexão entre as qualidades sensíveis e os poderes ocultos; o que, devo confessar, parece enunciar a mesma dificuldade, em termos diferentes. A questão reaparece: sobre qual processo de argumentação se funda esta *inferência*? Onde está o meio-termo, as ideias intermediárias que unem proposições tão distantes entre si? Tem-se admitido que a cor, a consistência e outras qualidades sensíveis do pão não parecem ter em si mesmas nenhuma conexão com os poderes ocultos da nutrição e da subsistência. (HUME, 1996, p. 56, grifos do autor)

Elemento fundamental da dedução, o termo médio, que deveria conduzir o raciocínio, não estaria explícito na indução. Consequentemente, *inferências indutivas* ou *argumentos indutivos* não têm validade em sentido técnico. Exatamente aqui se localiza uma das dificuldades de se justificar logicamente a indução – ao menos do ponto de vista específico da tradição iniciada por Hume. Parafraseando o filósofo escocês, que desejava estabelecer ao menos uma "geografia mental" das operações do espírito, isto é, organizar, separar e classificar "os poderes e as faculdades da natureza humana" (HUME, 1996, p. 31), podemos localizar – de forma *geográfica/mentalmente*, por assim dizer – uma das principais dificuldades da indução: o termo médio não *distribuído*. No estudo dos silogismos clássicos, a distribuição é uma característica de alguns termos, como sujeito e predicado. Diz-se que um termo distribuído é aquele que se refere a todos os membros da classe que designa (cf. COPI, 1978, p. 144). Em "os homens são mortais", o sujeito é um termo distribuído, pois se refere a todos os homens. No exemplo anterior, da dedução válida, o termo "saca" também está distribuído, já que trata da totalidade dos membros da classe, isto é, todos os feijões que estão naquela embalagem. O mesmo não é possível com a indução. No segundo exemplo, se julgarmos que o termo "feijões" poderia servir de médio para a inferência, fica fácil perceber que não há referência à totalidade nas premissas. Assim, não está distribuído.

Isso, contudo, não invalida nosso aprendizado a partir de repetidas vivências. O próprio Hume (1996, p. 56) descreveu como "bobo ou louco" negar a autoridade de nossas experiências. Se já me queimei colocando a mão no fogo, não vale a pena testar inadvertidamente se o fogo segue queimando minha pele. No entanto, as conclusões a que chegamos a partir de vivências repetidas nada teriam que ver com um raciocínio formal ou algum uso especial da razão e, por isso, nada nas premissas de um argumento lógico — estritamente analítico — irá indicar uma condução do raciocínio. Quando procuramos por lá, não estaríamos olhando no lugar certo. As expectativas do que virá a seguir em observações que alguém possa fazer, quer da vida cotidiana, quer na prática científica – como a cor do próximo grão de feijão retirado de uma saca –, não estariam baseadas em qualquer lógica ou esquema racional. Conclui Hume que nossas expectativas são induzidas por **hábito** ou **costume**. Por exemplo: espero que a pedra por onde pretendo caminhar próximo ao mar esteja aquecida porque observei que, durante boa parte da manhã, os raios de sol incidiram sobre ela. Ora, já tive experiência que as pedras, e tantas outras coisas, são aquecidas pelo sol. O que esperar desta por onde vou passar?

> O costume é, pois, o grande guia da vida humana. É o único princípio que torna útil nossa experiência e nos faz esperar, no futuro, uma série de eventos semelhantes àqueles que apareceram no passado. Sem a influência do costume, ignoraríamos completamente toda questão de fato que está fora do alcance dos dados imediatos da memória e dos sentidos. Nunca poderíamos saber como ajustar os meios em função dos fins, nem como empregar nossas faculdades naturais para a produção de um efeito. Seria, ao mesmo tempo, o fim de toda ação como também de quase toda especulação. (HUME,1996, p. 63)

Nesse passo, a crítica proposta por Hume acrescenta ainda mais dificuldade a qualquer tentativa de justificação da indução como inferência lógica formal. Isso porque, se há algo que conduz o raciocínio indutivo das premissas à conclusão, esse *termo* não está no argumento em si, mas fora dele, no nosso hábito ou costume. Em outras palavras, a justificativa da indução estaria em nossa vivência de repetidas experiências, não sendo portando nada *analítico* ou *lógico*. Esse deslocamento do fio condutor do raciocínio para fora do argumento em si, ou seja, de suas premissas, é chamado por alguns autores de "*empirismo psicológico*, por constituir uma teoria do conhecimento baseada na análise das funções subjetivas nele envolvidas" (MONTEIRO, 1996, pp. 8-9, grifo nosso).

Mas a troca da razão pela experiência como base da indução, ainda que possa significar um deslocamento do fio condutor do raciocínio e trazer dificuldades aos defensores de lógicas indutivas, é essencial em termos de "guia da vida humana" (HUME, 1996, p. 63). A indução seria a inferência que pode acrescentar algo novo ao que conhecemos, conforme defendem vários autores, incluindo Peirce (1983). Se a dedução não faz mais que chamar a atenção para aquilo que já está nas premissas, significa dizer que não pode haver acréscimo no que já está dado no argumento…

> Mas o raciocínio sintético é de outro tipo. Neste caso os fatos resumidos na conclusão não estão entre aqueles apresentados nas premissas. São fatos diferentes, como quando alguém vê que a maré sobe *m* vezes e conclui que ela subirá uma próxima vez. Estas são as únicas inferências que podem aumentar nosso conhecimento real, por mais úteis que as outras possam ser. (PEIRCE, 1983, p. 169, grifo do autor)

Assim, Peirce deixa claro que deduções são *raciocínios analíticos*, enquanto induções seriam *sintéticas*. A distinção entre esses termos que nos interessa aqui é (cf. BRANQUINHO; MURCHO; GOMES, 2006, p. 37) que as expressões analíticas têm seu valor de verdade definido unicamente por seu significado, enquanto as sintéticas necessitam de algo a mais que sua mera definição para a análise de sua exatidão. Por exemplo: afirmo que se eu retirar da saca de feijões uma quantidade exata de grãos tal que esse montante não seja divisível por dois, significa que terei em mãos um número ímpar de grãos. Somente por saber o significado de "ímpar" já posso determinar que essa declaração é verdadeira. Essa seria uma assertiva *analítica*, de acordo com a definição que acabamos de expor.

No entanto, para saber se tenho em mãos um número par ou ímpar de grãos, terei de observar a amostra que acabei de colher. A assertiva que diz que "seguro agora um número par de grãos de feijão" é *sintética*. Somente conhecendo o significado de seus termos, não é possível definir seu valor de verdade. Alternativamente, alguns autores preferem estabelecer essa distinção tratando raciocínios analíticos como *conhecimento linguístico* e declarações sintéticas como *conhecimento extralinguístico*, como faz, por exemplo, Murcho (2019). É importante notar que esse debate está associado à validade do argumento dedutivo – não à sua correção – em relação à indução. Ou seja, se afirmo que terei um número ímpar de grãos de feijão nas mãos se não puder dividir o montante por dois, significa que o raciocínio é válido (as premissas verdadeiras me obrigam a aceitar a conclusão). Mas isso nada me diz que realmente seguro um número ímpar de grãos. Se for verdade que não os consigo dividir igualmente por dois, em outras palavras, se essa premissa for verdadeira, somando-a ao raciocínio válido, tem-se um argumento correto.

Porém, induções não têm validade nem correção. Isso porque, ainda que tenham premissas verdadeiras, não possuem validade que sustente uma conclusão precisa. Mas se é o caso de procurar de forma extralinguística, ou sintética, a justificação para induções, tal como o *empirismo psicológico* humeano, a questão esbarra em outro problema. Existe, conforme identificam diversos autores, entre eles o próprio Hume (1996), uma premissa que é adicionada de forma não explícita ao raciocínio indutivo. Essa pressuposição é a uniformidade da natureza. Para usarmos um exemplo de Peirce (1983): por que estaríamos autorizados a esperar que a maré suba novamente somente pelo fato de termos observado o fenômeno acontecer muitas vezes? Para sustentar que tal conclusão seja possível, temos de pressupor que as coisas acontecerão da mesma forma que aconteceram até o ponto em que fizemos a indução. Mas como sustentar esse pressuposto de uniformidade da natureza? Ora, a resposta possível é afirmando que é o que temos observado. Em outras palavras, vejo muitas vezes a maré subir e infiro que ela subirá de novo da mesma forma, com a mesma regularidade. No entanto, tudo o que consigo é um raciocínio circular.

> Hume defendeu precisamente que o problema da indução resulta de não ser possível introduzir de forma não-circular uma premissa adicional nas induções de modo a transformá-las em argumentos válidos. Aparentemente, a premissa escondida no argumento das esmeraldas[4], p. ex., é a seguinte: “A natureza é regular”. O problema é que a premissa escondida precisa ser defendida, o que só se poderá fazer recorrendo a um argumento como o seguinte: “A natureza observada tem sido sempre regular; logo, a natureza é regular”. Ora, esse argumento é uma vez mais indutivo, e agora não se lhe pode acrescentar nenhuma premissa que não torne o argumento circular. Assim, a indução depende de um pressuposto para o qual não há nenhuma defesa não-circular: o pressuposto da uniformidade da natureza. (BRANQUINHO; MURCHO; GOMES, 2006, p. 416)

Assim, a tradição do debate filosófico sobre o problema da indução separa duas vias na tentativa de buscar uma análise lógica para essa inferência. Por um lado, raciocínios indutivos carecem de justificação analítica. Não há como estabelecer validade pela forma de tais argumentos. Por outro lado, tentar buscar a justificação *sintética* do **hábito** de Hume pressupõe uma premissa especial baseada em um raciocínio meramente circular, uma falácia lógica conhecida também como petição de princípio. Esses dois caminhos — que agora podemos separar entre *analítico* e *sintético* — são as principais vias nas quais se veem desafiados aqueles que tentam contornar o problema da indução ou elaborar lógicas indutivas. São esses os traçados das estradas construídas na geografia do problema da indução. São vias que levam a caminhos distintos e, como era de se esperar, reservam seus próprios pedágios e armadilhas.

3.2 ARGUMENTOS DE RISCO E FORÇA INDUTIVA

---

[4] Trataremos desse argumento mais adiante, ainda neste capítulo.

As induções, como raciocínios que não têm validade lógica, são classificadas como *argumentos de risco*, como fazem autores como Hacking (2001) e Skyrms (1968). Isso quer dizer que não há segurança em assumir as conclusões geradas por raciocínios indutivos. Naturalmente, as premissas verdadeiras **não garantem** a verdade da conclusão — nem pela forma (caminho analítico) nem pelo conteúdo (caminho sintético), como ficará mais claro adiante neste trabalho. No entanto, não são apenas as induções — conforme descritas por Peirce — que podem ser classificadas como argumentos de risco. Raciocínios baseados em analogias, testemunhos ou declarações de autoridades se encaixam nessa classificação também. Por vezes, isso pode gerar alguma confusão. Há filósofos, como o americano Wesley C. Salmon, que classificam como indução todos os argumentos de risco. Partindo desse princípio, analogias, testemunhos, argumentos causais, hipóteses, entre outros, são ditas induções (cf. SALMON, 1971). Mas é importante notar que cada uma dessas formas de argumentar guarda seus próprios desafios em relação à justificação de suas conclusões. Analogias podem ser úteis, mas também extremamente limitadas ou, simplesmente, errôneas. Em outras palavras, é importante saber se os aspectos escolhidos para comparação são semelhanças ou divergências entre os objetos da analogia (cf. SALMON, 1971, p. 98). Ignorar uma diferença pode destruir todo um argumento. A avaliação do risco de se assumir uma conclusão baseada em analogia nada tem a ver com as considerações sobre argumentos de autoridade ou induções por enumeração, por exemplo. Pouco disso se parece em algum aspecto com o exercício mental com sacas de feijão de Peirce, visto anteriormente. Não há ali argumentos de autoridade ou testemunhos. Neste trabalho, estaremos sempre nos referindo à *indução por enumeração*, tal como o exemplo com as sacas de feijão. Dessa forma, delimita-se a definição aos raciocínios que envolvam repetição, como numerosas observações científicas, por exemplo. Por vezes, pode-se argumentar que analogias também se baseiam em seguidas observações, no sentido de que pode existir uma série de características comuns entre os objetos avaliados. Porém, se é assim, basta reduzir a analogia a casos de repetição por enumeração, isto é, às induções.

Entre as dúvidas que surgem, então, está a definição quanto ao número de observações necessárias para uma boa indução. Podemos formular esse problema delimitando o que Salmon (1971, p. 80) chama de *falácia da estatística insuficiente*. Tal argumento falacioso é, algumas vezes, intitulado *falácia da generalização apressada*. “Consiste em efetuar uma generalização indutiva antes de contar com dados bastantes que sustentem a generalização” (SALMON, 1971, p. 80). Voltemos ao caso da saca de feijões. Qual a quantidade de grãos brancos a observar para concluir que todos são do mesmo tipo? Metade da saca? Ou a maior parte, isto é, algo em torno de 80%? Se tiro dois feijões brancos de uma saca grande e concluo que todos são desse tipo, parece que a generalização é apressada. Mas seria necessário avaliar qual quantidade de grãos até chegar a alguma conclusão robusta?

> Está claro que qualquer número de casos examinados constitui *alguma* evidência; a questão é saber se a evidência autoriza uma conclusão qualquer. Se autoriza, ou não, depende do grau de crédito desejável. Se a generalização não acarreta riscos – se não é importante um engano – é bem possível que se faça a generalização com base num reduzido número de informações. Se há riscos, porém, está claro que se vai solicitar muito melhor evidência. (SALMON, 1971, p. 81, grifo do autor)

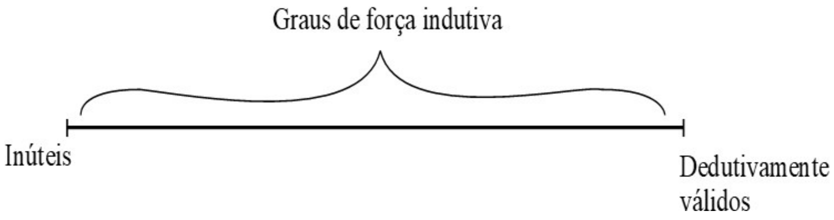
Salmon está aqui recorrendo a um aspecto pragmático de pesquisa, ou seja, o risco em assumir conclusões de argumentos indutivos estaria ligado a uma espécie de *crédito desejável*. Assim, a avaliação do número de observações necessárias dependeria de cada problema a resolver, de cada investigação (cf. SALMON, 1971) — a exigência acerca da justificação poderia, assim, variar de acordo com o contexto. Obviamente, não existe um número de ouro para indução. Mas mesmo o apelo pragmático, criando um recorte para uma investigação particular, não elimina o caráter de risco dos raciocínios indutivos. Isso porque nenhum número de observações evita a falácia da estatística insuficiente e poderíamos simplesmente estar escolhendo uma quantidade inferior de casos, julgando já termos crédito suficiente. Na verdade, alguns autores acreditam que este problema não é uma questão de número, mas da forma como unimos essas repetições e a chamamos de iguais, de semelhantes.

Para o professor Desidério Murcho (2019), as induções são argumentos extralinguísticos. Isso quer dizer que, ao contrário de deduções, esses raciocínios não estão baseados somente em aspectos formais. O conhecimento das condições de verdade é o que dá base para atribuição de validade aos argumentos dedutivos. Já os argumentos indutivos, apesar de formalmente não válidos, poderiam então contar com outra característica: *apoio indutivo*[5]. Embora com outro nome, a ideia é a mesma apresentada por Skyrms (1968) e outros autores, ou seja, de que premissas de um argumento indutivo não acarretam a conclusão, mas podem a sustentar, de alguma forma, em graus, em níveis. Dessa maneira, fica ainda mais longe a tradição (já abandonada por muitos autores) de distinguir deduções como argumentos que vão do geral ao particular — ou da regra ao resultado, passando pelo caso, no esquema de Peirce (1992) — e induções como argumentos que vão do particular para o geral — do resultado para a regra. Skyrms separa as formas de inferência através de certa segurança em aceitar suas conclusões. “Nós definimos lógica como o estudo da força do vínculo evidencial entre

[5] Murcho (2019, p. 248) comenta que alguns autores também usam a expressão “validade indutiva”, mas reconhece que a expressão pode causar confusão por ser a validade uma característica da dedução.

premissas e conclusões de argumentos" (SKYRMS, 1968, p. 11, tradução nossa). Nessa classificação, o grau máximo de segurança que um argumento pode alcançar é a validade dedutiva - afinal, a verdade de suas premissas *garante* a verdade da conclusão. No outro extremo, afastados completamente das deduções, sugere Skyrms (1968), estão os argumentos inúteis, sem qualquer apoio indutivo. O debate, então, está entre esses dois polos.

Ilustração 1 – Força de argumentos



Fonte: Skyrms (1968, p. 12). Adaptado. Tradução nossa.

Considerando a ilustração, onde seria correto localizar o argumento indutivo das sacas de feijão de Peirce? Para usar os termos de Skyrms (1968): qual a *força indutiva* de um raciocínio do tipo "muitos grãos retirados desta saca são brancos; logo, todos são do mesmo tipo"? Murcho defende que esse é um exemplo de raciocínio isento de qualquer apoio indutivo à conclusão. Para o autor, esses casos são "piores que fracos: são totalmente inadequados" (MURCHO, 2019, p. 250). Eles fariam parte de certa expectativa indutiva que temos. São mais como primeiros instintos e não raciocínios adequados ou generalizações relevantes. São chamados, por alguns autores, de *correlações espúrias* — regularidades meramente acidentais *não projetáveis* para o futuro. Por exemplo, a observação de que todas as amostras de água pura congelaram a zero grau celsius até hoje parece justificar a expectativa de que se dará de forma semelhante com a próxima porção. Mas o mesmo não é o caso se se observa que manchas solares têm ocorrido com frequência nas últimas crises econômicas mundiais.

> Nos sentimos perfeitamente justificados em *projetar para o futuro* as conexões regulares observadas entre um certo tipo de composto químico e o seu ponto de congelamento. Mas nós sentimos que a conexão regular observada entre ciclos econômicos e manchas solares é uma coincidência, uma regularidade acidental ou uma correlação espúria, que não deve ser projetada para o futuro. (SKYRMS, 1968, p. 56, tradução nossa, grifo nosso)

É possível que criar correlações espúrias não seja nem exclusividade dos seres humanos. Os animais têm também essas expectativas, avalia Murcho (2019). Ele cita o exercício mental, criado pelo filósofo Bertrand Russell para explicar o problema da indução, da relação da galinha e de seu criador[6]. O animal, que é alimentado todos os dias, tem a expectativa de ser bem tratado sempre que o humano se aproxima. Mas haverá um dia em que a galinha estará fatalmente enganada: o criador finalmente julgará que está na hora do abate e lhe torcerá o pescoço (cf. MURCHO, 2019, p. 251).

> Assim, é muitíssimo importante não confundir as expectativas indutivas com a indução cogente. Justificar esta última não é uma questão de justificar o injustificável, que são essas expectativas em que as premissas não dão qualquer apoio indutivo à conclusão, ainda que irrefletidamente pareça que o fazem. Qualquer tentativa de justificar o raciocínio indutivo está condenada à partida se não começar por distinguir induções cogentes de meras expectativas; seria como tentar justificar a dedução sem começar por distinguir os raciocínios válidos dos inválidos que parecem válidos. (MURCHO, 2019, p. 251)

Então, restaria saber como premissas podem dar apoio indutivo à conclusão de um raciocínio e, assim, estabelecerem a *cogência* (cf. MURCHO, 2019) do argumento. Embora o exemplo da saca de feijão tenha sido utilizado para demonstrar uma conclusão inadequada, o próximo exemplo, apesar de parecer semelhante, é, no entendimento de Murcho, um *raciocínio cogente*:

Todos os corvos observados até hoje são pretos.
Logo, todos os corvos são pretos.

Nem premissa nem conclusão são, de fato, verdadeiras, reconhece Murcho (2019, p. 252): existe o *Corvus albus*, que possui o peito branco. No entanto, o fundamental é notar que a regularidade de cores de animais faz parte muito mais de nossas crenças de fundo que feijões em uma saca sobre os quais nunca se ouviu falar - por que os grãos armazenados juntos seriam todos do mesmo tipo? Não se sabe nada a respeito. O ponto não é pressupor a uniformidade da natureza como um todo, mas dar certo crédito a regularidades pontuais que têm, ao menos, algum estofo mais apurado. Para ilustrar, basta lembrar que o fato de termos observado que todos os corvos nasceram, até hoje, antes do ano 2050 não nos autoriza nem a imaginar que todos esses animais vão nascer antes de 2050 (cf. MURCHO, 2019). Eis aí outra correlação espúria.

---

[6] Embora Russell utilize como exemplo a possível expectativa de um animal, seu objetivo era exemplificar o problema da indução e não postular que uma galinha possa fazer raciocínios indutivos. Já a Murcho interessa apostar nesse exemplo para argumentar a facilidade com que se cria uma correlação espúria.

> Finalmente, note-se que é enganador comparar deduções simples como o *modus ponens*, em que se sabe diretamente que é válido, com induções difíceis, que exigem informação de fundo substancial. A comparação adequada e iluminante é com deduções difíceis, as quais não se sabe diretamente que são válidas. Nestes casos, é preciso recorrer a instrumentos lógicos como as derivações ou as árvores de verdade, e agora as coisas são mais parecidas com as induções em que se recorre também a muitas informações. (MURCHO, 2019, p. 253)

Murcho (2019) reconhece que está buscando argumentos fora da linguagem para justificar induções — a via sintética, como temos classificado. No entanto, defende que essa seja uma "justificação adequada" e só não o seria se buscássemos explicações exclusivamente linguísticas — o que ele julga arbitrário (p. 253). Esse é um ponto crucial para qualquer tentativa de construção formal de uma lógica indutiva. Afinal, se é o caso de justificar apoio indutivo fora da linguagem, como seria possível criar uma boa regra de inferência, expressa por relações linguísticas ou lógicas? Como especificar uma norma formal para o apoio indutivo? Em sentido estrito, como fazer lógica dessa maneira? O programa de Murcho (2019) não chega a uma canonização de raciocínios indutivos. Ainda assim, ele defende a possibilidade de cogência desses raciocínios, embora reconheça certas dificuldades ainda no nível argumentativo.

> Por mais complexa que seja uma prova lógico-matemática, reduz-se a um conjunto de passos, e a validade de cada um deles verifica-se facilmente. Na dedução informal — que se encontra na Filosofia, mas também na vida cotidiana — isto não acontece: não há métodos igualmente simples para encontrar erros, e por isso não há aqui a mesma segurança epistêmica. Contudo, nas provas indutivas, além de não serem monotônicas, não se dispõe de métodos simples para encontrar erros. Por isso, os dois fatores cruciais na indução são a procura de novas informações relevantes e a procura contínua de erros. (MURCHO, 2019, p. 269)

Assim, boas induções precisam de um bom conjunto de informações, ou seja, conhecimento de fundo, e busca contínua de erros. Parece, de novo, que repetições nos ajudariam. Mas quantas? Por várias vezes, Murcho (2019) retoma essa ideia da importância do conhecimento de fundo para explicar a cogência de boas induções. Em tese, tal conjunto de informações atribui plausibilidade ao apoio indutivo (cf. MURCHO, 2019). E é a plausibilidade — nascida de vários testemunhos — e uma certa relação dela com as premissas que podem tornar um argumento cogente. Murcho (2019, p. 32) admite que a plausibilidade é "um juízo meio vago de probabilidade; é o que parece mais ou menos provável a alguém, num dado contexto, em função de várias informações de fundo ao seu dispor". Porém, também há, segundo ele, pontos de concordância entre diferentes pessoas sobre o que possa ser plausível em diferentes casos, recorrendo a abduções que sustentariam posteriormente induções. Por exemplo, aceita-se com mais facilidade que a água da panela em cima do fogão está em ebulição pela ação da chama e não por intervenção extraterrestre (cf. MURCHO, 2019, p. 32). A próxima vez que alguém testemunhar uma panela com água fervente sobre o fogão já associará o fenômeno à chama.

Curioso notar que exemplos desse tipo são abundantes em textos de alguns autores que escrevem sobre argumentos não dedutivos. Defendem que a opção de conclusões distintas daquelas fornecidas por raciocínios indutivos (ou outros) seria algo completamente deslocado, difícil de crer, sem sentido.

> Um físico defronta-se no laboratório com um fenômeno novo. Como é que ele sabe se o fato tem relação com a conjunção dos planetas? Por que não a presença de algum espírito? Ou uma palavra mágica pronunciada há um ano atrás à mesma hora pela imperatriz viúva da China? Pensemos nos trilhões e trilhões de hipóteses que poderiam ter sido feitas – e uma só verdadeira; e, no entanto, após duas ou três conjecturas, no máximo uma dúzia, o físico bate perto da hipótese correta. Se fosse por acaso não teria conseguido chegar lá, mesmo buscando desde o instante em que a Terra se solidificou. (PEIRCE, 1980, p. 47)

Nesse trecho, Peirce está argumentando em favor da abdução como possível geradora de hipóteses em ciência, contrapondo opções menos plausíveis. Murcho (2019) usa o mesmo recurso na tentativa de descrever a cogência das boas induções: a crença de fundo supostamente robusta e o descrédito que viria de ignorá-la. Mas se o sistema de “lógica” indutiva com uso de probabilidade recorrer a esse artifício como base de sua justificação não parece estar livre das críticas dirigidas à abdução de Peirce ou à inferência à melhor explicação de Harman (1965), Lipton (1993) e outros. Interessante destacar dois contrapontos: o lote ruim e o privilégio, conforme assim os nomeou van Fraassen (1989). A inferência à melhor explicação, como descrita por Lipton (1993), advoga que é possível escolher uma hipótese entre um conjunto delas como *a melhor* - antes de testar a tese na prática. É uma questão que pode ser formulada como: existe uma inferência que lide com argumentos de risco e tenha critérios para indicar a mais promissora conclusão possível? Lipton (2001) sustentou que o trabalho começa separando algumas candidatas. Esse grupo seria inicialmente selecionado, entre outros critérios, pelo conhecimento de fundo que já dispomos a respeito de dada situação. É com argumento bem semelhante que Harman (1965) sustentou que não fazemos induções por enumeração a não ser que a repetição nos forneça a melhor explicação em determinados contextos.

Curiosamente, o exemplo de Harman (1965) também envolve fogo e calor: imagine que você veja alguém encostar em um forno e retirar a mão imediatamente. É difícil não imaginar que ele está quente. Mas essa conclusão não vem do fato de termos observado várias vezes alguém tocar aquele objeto de cozinha — em outras palavras, não se trata de uma indução por simples enumeração. É por conhecermos a reação das pessoas a algo assim que inferimos como melhor explicação que o forno está quente, ou seja, sempre temos mais informações do contexto que a mera enumeração possa fornecer (cf. HARMAN, 1965). O sistema de Lipton (1993) é semelhante, porém acrescenta filtros que selecionam inicialmente algumas explicações entre as melhores candidatas. E é aqui que cabem as críticas de van Fraassen (1989): não haveria como evitar a escolha de um lote ruim de explicações já no primeiro filtro; pior, nada nos garante o privilégio de termos a melhor explicação entre essas hipóteses iniciais — teríamos, no máximo, a melhor entre as ruins. Dessa forma, complica-se a tarefa de definir uma inferência que esteja baseada em conhecimento de fundo, pois sua conclusão variaria dependendo não de formas lógicas, mas do que supostamente se conhece.

As lógicas indutivas parecem herdar esse problema — ainda que acrescentem a probabilidade como ferramenta de trabalho. Mas essa visão pode não ser inteiramente correta. A cogência de Murcho (2019) tem de enfrentar críticas semelhantes, afinal o conhecimento de fundo muda. Ele mesmo não ignora tais dificuldades. Um europeu do início do século XVII acreditava que ratos eram gerados espontaneamente entre montes de palhas, que a Terra estava imóvel e o Sol é que descrevia órbitas a seu redor… (cf. MURCHO, 2019, p. 282). Induções baseadas nessas crenças, tidas no passado como conhecimento, eram cogentes? Podem até ter sido, mas hoje o dinamismo já as mudou.

> (...) o raciocínio indutivo, ao contrário do dedutivo, é intrinsecamente dinâmico e não estático - em consequência de seu caráter não-monotônico. Uma vez que a informação de fundo e as novas informações são cruciais no raciocínio indutivo — porque o conhecimento das condições de verdade não é suficiente — é preciso integrá-las apropriadamente (...) (MURCHO, 2019, p. 262)

Assim, a força de argumentos indutivos estaria diretamente relacionada ao conhecimento de fundo *no momento* da inferência. É importante observar que o dinamismo a que se refere Murcho diz respeito a alterações no conhecimento de fundo, não na relação com inferências indutivas — essas não mudariam com o tempo. Isso quer dizer que o aspecto extralinguístico influencia diretamente a força do argumento indutivo, mas essa dinâmica não pode alterar a forma desse impacto. Abraçar a possibilidade da atualização daquilo que sabemos, ou acreditamos que sabemos, é justamente o que se pretende com um sistema de lógica indutiva. E, nos parece, grosso modo, que o conhecimento de fundo é cada vez mais capaz de indicar quais predicados são projetáveis para o futuro. Será? Esmeraldas são e sempre serão verdes, certo?

3.3 SOBRE ESMERALDAS E NÃO-MONOTONICIDADE

O filósofo americano Nelson Goodman atualizou o debate sobre o problema da indução com uma famosa hipótese envolvendo esmeraldas. Ele demonstrou que uma suposta regularidade amplamente aceita com base em nosso conhecimento de fundo pode ser não-projetável para o futuro (cf. SKYRMS, 1968, p. 57). Em seu experimento mental, Goodman criou novos predicados para cores — "verzul" (*grue*) e "azulerde" (*bleen*)[7]. Essas novas propriedades podem ser definidas desta forma: um objeto é verzul se, e somente se, tem a cor verde até o ano de 2050, mas terá a cor azul durante o ano 2050 ou depois dele; o mesmo acontece com azulerde, apenas invertendo a ordem das cores (cf. SKYRMS, 1968, p. 57, tradução nossa, adaptado). Assim, antes da data estipulada, toda amostra de uma esmeralda verzul parecerá verde. Antes de 2050, a regularidade colecionada no conhecimento de fundo não contém esse novo predicado, jamais observado. Porém, a projeção para o futuro seria de que as esmeraldas continuassem verdes. Conforme vimos acima, no argumento dos corvos, a mesma forma da inferência pode ser aplicada ao novo exemplo:

Todas as esmeraldas observadas até hoje são verdes.
Logo, todas as esmeraldas são verdes.

Mais uma vez poderíamos atribuir grande força indutiva a esse argumento, que, apesar de ter a mesma forma daquele que trata de corvos, está justificado com base no conhecimento de fundo de que pedras não trocam de cores. Porém, se aceitarmos a possibilidade de existência da cor verzul, a força indutiva do argumento está comprometida. Isso porque a primeira sentença também fornece apoio indutivo para a negação da conclusão, isto é, alguma esmeralda é não-verde, ou seja, é verzul. Eis um desafio para tentativas de uma lógica indutiva que pesem argumentos, como o programa de Skyrms (1968).

> A lógica indutiva científica realmente projeta regularidades observadas para o futuro, mas somente regularidades projetáveis. Assume que a natureza é uniforme e que o futuro será semelhante ao passado, mas somente em certos aspectos. Assume que padrões observados na natureza se repetirão, mas somente certos tipos de padrão.

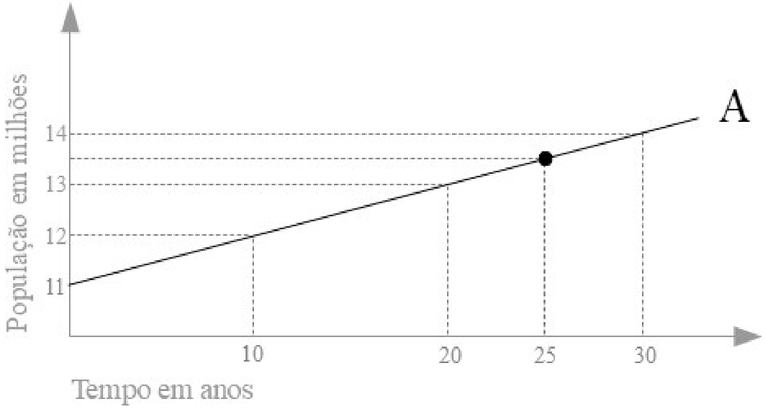
[7] Por vezes, as traduções mudam na literatura em português. Às vezes, usa-se "verdul". Aqui, seguimos Carvalho (2018) e Skyrms (1968) - este para os termos em inglês *grue* (*green* e *blue*) e bleen (*blue* e *green)*.

(SKYRMS, 1968, p. 56, tradução nossa)

A lógica indutiva científica, citada nesse trecho, é uma forma de separar induções feitas com base em assertivas testadas, com amplos recursos metódicos e laboratoriais, daquelas que fizemos em situações cotidianas. Essa lógica indutiva científica poderia identificar verzul como um padrão uniforme projetável? Em princípio, parece que não. Isso dependeria muito mais dos avanços científicos ou, para seguir no ponto, do conhecimento de fundo. A pressuposição de regularidade subjacente ao argumento de que todas as esmeraldas são verdes, e não verzuis, é que pedras não mudam de cor espontaneamente ao longo do tempo. Segundo Carvalho (2018, p. 444), "Goodman resolve o problema de distinguir predicados projetáveis de não-projetáveis apelando à noção de entrincheiramento, que nada mais é que um índice que registra o uso passado de predicados em projeções realizadas. O predicado 'verde' é preferível ao predicado 'verzul' porque ele tem uma 'biografia mais impressionante'". De um modo geral, podemos concordar que pedras não mudem de cor de uma hora para outra. Precisamos ser convencidos do contrário. Por isso, algumas vezes, a crítica, ou certa estranheza, ao caso das esmeraldas de Goodman vem de outro modo. A suposição de que pedras possam mudar de cor espontaneamente é contrária ao conhecimento de fundo bem estabelecido. Porém, o problema seria o mesmo ainda que a nova "premissa" adicionada ao argumento não contivesse a negação de uma crença bem estabelecida. Vejamos um exemplo, adaptado de Skyrms (1968).

Um agente do governo de um pequeno país hipotético precisa fazer uma projeção, para daqui a cinco anos, a respeito do número de habitantes no território nacional. Sabe-se que a cada período de 10 anos, a nação vem fazendo o censo, colecionando informações precisas sobre seu povo naquele momento. O resultado do levantamento, feito uma vez por década, indica que o número de habitantes aumenta em 1 milhão a cada contagem — esse resultado também foi verificado nos últimos dois censos, feitos há 10 e 20 anos. Sem outras informações, o agente do governo estipula que haverá 500 mil habitantes a mais em cinco anos — se hoje forem, digamos, 13 milhões, após meia década a população chegaria a 13,5 milhões. Para qualquer período de tempo, a projeção se encontra em algum ponto da reta A do gráfico 1.

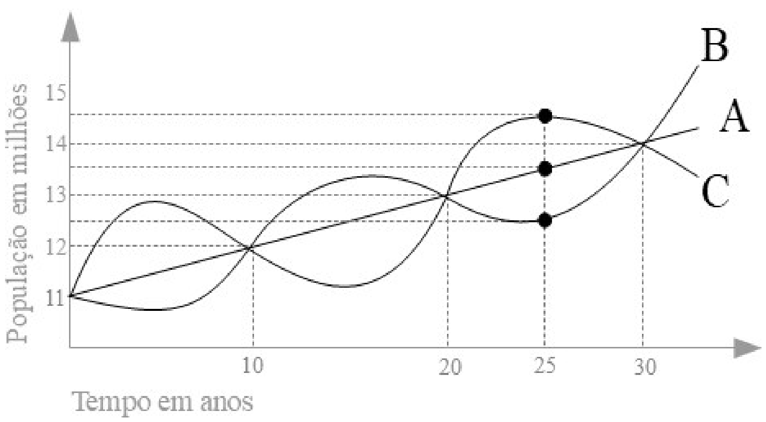
Gráfico 1 – Extrapolação do crescimento populacional



Fonte: Skyrms (1968, p. 64). Adaptado

A estimativa do crescimento da população, neste exemplo, é feita por *extrapolação* - que é projeção da reta A para a parte do gráfico onde não se tem mais dados, ou seja, após o ano 20 (últimos dois censos). Os números que ainda não se tem sobre a população, se supõe, vão obedecer à regularidade observada até então. A questão é entender qual “regularidade” foi observada até o momento. Se fizermos um exercício de *interpolação*, estimativa de posição entre os dados observados a cada censo, nenhuma das opções do gráfico 2 pode ser descartada.

Gráfico 2 – Interpolação do crescimento populacional



Fonte: Skyrms (1968, p. 65). Adaptado

Importante notar que tanto A, B e C se encontram nos pontos que correspondem aos resultados dos censos de cada 10 anos, isto é, estão de acordo com os dados coletados. Porém, a extrapolação para o ano 25 apresenta resultados diferentes para cada regularidade sugerida por A, B ou C. Nesse exemplo, não há contradição a nenhum conhecimento de fundo estabelecido, mas falta de informação a respeito da uniformidade buscada, ou sobre qual predicado é realmente projetável. “Há, na verdade, um infinito número de curvas que passam pelos pontos e assim um infinito número de regularidades sobre esses mesmos dados. Qualquer que seja a predição que se deseje fazer, a regularidade poderá ser encontrada na projeção que permite tal predição” (SKYRMS, 1968, p. 64, tradução nossa). Mas supondo que não desejemos uma seleção arbitrária, a dificuldade retornaria: qual das generalizações é relevante? Conforme temos observado, parece que o conhecimento de fundo é que pode indicar melhor boas regularidades. No entanto, o que dizer de inferências indutivas que não resistem ao acréscimo de novas informações? Em outras palavras, se a conclusão de um argumento pode mudar com o acréscimo de novas premissas, por que confiar nesse raciocínio? Em lógica dedutiva, nenhuma nova informação altera a validade da inferência — essa característica é chamada de monotonicidade. Se “todo A é B” e “todo B também é C”, logo “todo A é C” - eis um silogismo dedutivo clássico, na forma Barbara. Agora, se incluirmos que “A também é Y”, o raciocínio anterior segue válido: a verdade das premissas garantirá a verdade da conclusão. Até mesmo a inserção de uma contradição, isto é, uma premissa do tipo “Nem todo A é B”, não eliminaria a conclusão. Nesse caso, o sistema clássico seria inconsistente, trivializado, e retornaria tanto a conclusão quanto sua contraditória.

Tudo isso, no entanto, não é verdade para argumentos indutivos. Tais inferências são não-monotônicas. A inclusão de premissas adicionais pode alterar sua conclusão (saber que podemos estar diante de esmeraldas verzuis muda tudo sobre o que esperamos dessas gemas que pensávamos serem verdes). Ou, para sermos mais precisos, como temos seguido Skyrms (1968), novas informações podem alterar o grau de força indutiva de argumentos. Os exemplos de Goodman e do próprio Skyrms já mostraram isso. Na literatura sobre o tema, a não-monotonicidade é, algumas vezes, ressaltada para indicar fraqueza das inferências indutivas. Porém, sendo argumentos de risco, não há como exigir algo diferente das induções. Entendendo que o programa de pesquisa de lógicas indutivas envolve descrever com exatidão tais inferências — tal como a lógica dedutiva estuda argumentos válidos —, o ponto não é tentar eliminar ou contornar a não-monotonicidade, mas, na verdade, abraçá-la. Assim, parte importante da tentativa de desenvolvimento de lógicas indutivas é descrever como novas premissas alteram a força indutiva de argumentos — o bayesianismo tem proposta para isso, como mostraremos no decorrer do desenvolvimento deste trabalho. Mas a não-monotonicidade não significa que as inferências sejam a todo momento postas à prova por novas premissas, muitas podem acrescentar força indutiva ao raciocínio. Desse ponto de vista, a não-monotonicidade é desejável. Sem ela, como explicar, conforme intui Salmon (1971), que cada caso analisado pode ser *alguma evidência* para sustentar uma conclusão indutiva? Se uma nova observação não tem impacto na conclusão de uma inferência, qual o sentido de uma indução por enumeração? Assim, o modo como isso se dá e a demonstração de que há vantagens em tentativas de separar boas de más induções são objetivos dessa lógica indutiva científica de Skyrms.

> Argumentos indutivamente fortes deveriam não apenas nos dar conclusões verdadeiras de premissas verdadeiras na maior parte do tempo, mas argumentos fortes (aqueles com alta probabilidade indutiva) deveriam nos levar de premissas verdadeiras a conclusões verdadeiras de forma mais frequente que os fracos. (SKYRMS, 1968, p. 24)

Que argumentos indutivos não tenham validade; que as conclusões não sejam claramente sustentadas pelas premissas (em comparação com o que se escreve sobre deduções); que pareça faltar peças (como o termo médio) em tentativas de canonização de induções; e que o problema da indução não tenha sido inquestionavelmente superado não são motivos para desqualificar nenhum programa de lógica indutiva, desde nosso ponto de vista. Aliás, o estudo do que, por vezes, se chama de *inferências derrotáveis* — que são os argumentos de risco — tem outros desenvolvimentos, como lógicas não-monotônicas. Esses programas, de acordo com o verbete da *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, constituem toda uma família de ideias. Apesar de possuírem regras próprias, as características dessas lógicas não-monotônicas são tais que seus "padrões estão além do alcance da lógica clássica, da lógica intuicionista ou outra lógica de características dedutivas, pois essas — por sua natureza — não permitem a *retratação de inferências*" (ANTONELLI; STRASSER, 2019, tradução nossa, grifo nosso). Por isso, os desafios são semelhantes àqueles das lógicas indutivas: criar uma formalização que possa dar conta de certa adequação material, isto é, que encaixe a gama de exemplos que temos, por intuição, sobre o assunto, em um escopo delimitado por essas regras (cf. ANTONELLI; STRASSER, 2019). As lógicas não-monotônicas têm alguns desenvolvimentos e estratégias diferentes do escopo deste trabalho, por isso não serão abordadas em detalhes.

Diante da exposição que temos feito, a questão sobre induções ganha novo contorno. Como observa Skyrms (1968, p. 68), regularidades, projetabilidade e uniformidade da natureza são faces da mesma moeda, do mesmo problema. Assim, é preciso especificar em que sentido, como visto anteriormente, pretende-se apostar em regularidades para o futuro.

> Há tantas regularidades em qualquer sequência de observações e tantas formas de a natureza ser regular que declarações como 'a indução científica projeta regularidades observadas para o futuro' e 'a indução científica pressupõe a uniformidade da natureza' perdem todo o sentido. Elas podem, entretanto, ser reutilizadas com significado, se nós pudermos formular *regras de projetabilidade* para a lógica indutiva

> científica (...) Nós poderíamos reformular o princípio da uniformidade como: a natureza é tal que projetar regularidades que atingem esses padrões nos levarão a predições corretas na maior parte dos casos. Assim, toda a concepção de lógica indutiva científica repousa na ideia de projetabilidade. A questão de formular regras precisas que determinem a projetabilidade é o novo enigma da indução. (SKYRMS, 1968, p. 68, tradução nossa, grifos do autor)

Ainda que o problema possa ter mudado sensivelmente, ainda não há resposta definitiva. Porém, nesse ponto, ainda resta uma dúvida metodológica: seria papel da lógica indicar quais predicados podem ser projetáveis? Talvez, nem todas essas questões, normalmente dirigidas a argumentos indutivos, digam respeito à lógica em si. Hacking (2001) e Skyrms (1968), mas não somente esses autores, sustentam que seja papel de um sistema de lógica indutiva oferecer respostas ao problema da indução, afinal, para esses filósofos, essa é uma questão basilar para o desenvolvimento da área. Desse ponto de vista, a construção de algum sistema — especialmente um que se julgue científico — teria de separar predicados projetáveis e não-projetáveis. Para o problema tradicional da indução, Hacking (2001) e Skyrms (1968) apresentam algumas tentativas de evasão. Parte delas é bem criativa. Skyrms, por exemplo, descreve um sistema de níveis argumentativos, cada qual avalizaria uma camada inferior de inferências. Essa é uma tentativa de evitar a petição de princípio — justificar a indução fazendo outras induções. Há outras tentativas também, cada qual com seu mérito e seus desafios. Todas, claro, estão abertas à discussão. Não vamos nos deter em cada uma delas. O mais importante, talvez, é considerar que possam existir outros caminhos, já que a questão se atualizou, se transformando no debate sobre predicados projetáveis. A hipótese que pretendemos mostrar no próximo tópico é que a lógica pode assumir outras tarefas se julgamentos de projetabilidade vierem de outra fonte. Vamos então falar de um famoso trilema.

3.4 O QUE ESPERAR DE UMA LÓGICA INDUTIVA

Usualmente, as tentativas de resolver o problema da indução, em sua forma tradicional, levam a vias sem saída. O argumento de que a inferência "funciona" porque é o que temos observado várias vezes é uma petição de princípio, como já apontado anteriormente, afinal pressupõe que é fazendo induções que as justificamos. Ocorre o mesmo quando postulada a uniformidade da natureza, que seria a conclusão de diversas inferências indutivas bem sucedidas. Assim, supõe-se a regularidade para tentar prová-la. Ao final, o raciocínio é apenas circular. Skyrms (1968) oferece três tentativas para justificar a indução e uma forma de contornar o problema tradicional. Hacking (2001) tem suas próprias argumentações para postular dois tipos de evasão do problema. Há autores que listam 12 propostas de solução (cf. SOUZA, 2018). Todos esses esforços esbarram em diferentes problemas. Por exemplo, uma das propostas de Skyrms (1968) envolve a criação de um sistema de diferentes níveis, com cada qual apontando a força indutiva do anterior. No primeiro nível, o argumento é sobre indivíduos. Por exemplo: "todas as esmeraldas observadas até hoje são verdes; logo, todas as esmeraldas são verdes". O próximo nível da *justificação indutiva da indução*, conforme assim a batizou Skyrms (1968, p. 28, tradução nossa), é uma inferência, ou um conjunto delas (valem tanto induções como deduções), que se refere ao argumento do primeiro nível. Por exemplo: "Alguns argumentos no nível 1 que são indutivamente fortes têm premissas verdadeiras; a negação de uma afirmação verdadeira é uma falsidade; logo, alguns argumentos no nível 1 que são indutivamente fortes têm premissas cuja negação é uma falsidade" (SKYRMS, 1968, p. 29, tradução nossa, adaptado). Esse é um argumento dedutivo. A indução, no segundo nível, poderia ser algo como: "Argumentos do nível 1 têm sido usados para boas predições no passado, dando conclusão verdadeira com premissas verdadeiras na maior parte dos casos; logo, argumentos do nível 1 vão continuar a fornecer boas previsões". O que daria força indutiva a esse argumento? Um outro, do nível 3 e assim por diante. Para Skyrms é importante tentar justificar esses passos, pois ele pretende dar conta de uma noção de *probabilidade epistêmica* para sua lógica indutiva científica. Tal conceito seria uma relação direta entre uma distribuição de probabilidade e o conhecimento de fundo (cf. SKYRMS, 1968, p. 139). Porém, essa relação só existe porque é resultado de uma inferência indutiva. Da forma exposta, então, em níveis diferentes, não haveria circularidade em tentar justificar induções com induções. No entanto, parece claro um *regresso ao infinito* — sempre precisaríamos de um nível a mais para justificar os argumentos do patamar anterior. Skyrms (1968) não parece preocupado com isso, mas admite que argumentos contra-indutivos podem usar a mesma forma de níveis para se justificar. Assim, o sistema comprovaria tanto a indução como sua negação.

O que resta argumentar se os caminhos de enfrentamento ao problema da indução levam a vias sem saída da *circularidade* e do *regresso ao infinito*? Essa encruzilhada, comum em epistemologia, ainda tem uma outra via: o *dogmatismo*, conforme o Trilema de Fries e suas variantes (cf. POPPER, 2013). A alternativa seria aceitar dogmaticamente a validade de induções? Não. Esse não é o ponto. Porém, desde a perspectiva de que seria papel de uma lógica indutiva separar predicados projetáveis de não-projetáveis, seguindo Skyrms (1968), parece que tal tarefa não pode prescindir do conhecimento de fundo. Nesse sentido, a melhor proposta talvez seja realmente abraçar o dogmatismo, mas não qualquer forma dele. Quando Popper discute a aceitação de enunciados básicos para o desenvolvimento de teorias científicas em seu famosíssimo *A lógica da pesquisa científica*, ele delimita o que podemos chamar de *dogmatismo inócuo*. Para a ciência natural, o que daria certa segurança para os enunciados básicos seria a manutenção da possibilidade de testá-los sempre que forem postos em dúvida (cf. POPPER, 2013). Por isso, não haveria problema em aceitar – sem necessidade de uma justificação – uma base para teorias, desde que se possa submetê-la a testes intersubjetivos.

> Toda prova de uma teoria, resulte em sua corroboração ou em seu falseamento, há de deter-se em algum enunciado básico que *decidimos aceitar*. Se não chegarmos a qualquer decisão e não aceitarmos este ou aquele enunciado básico, a prova terá conduzido a nada. Contudo, considerada de um ponto de vista lógico, a situação nunca é tal que nos obrigue a interromper a feitura de provas quando chegamos e este enunciado básico particular e não àquele; nem é tal que nos obrigue a abandonar completamente a prova (POPPER, 2013, p. 90, grifos do autor).

Assim, o importante para um enunciado básico é estar submetido a questionamentos e avaliações. Sem essa qualidade, não haveria como "observadores científicos" chegarem a consensos e sequer a linguagem científica seria possível (cf. POPPER, 2013). Dutra ainda assinala:

> Os cientistas devem, por acordo mútuo, estabelecer aqueles enunciados de base que eles aceitarão e que permitirão o teste de teorias. Mas tal acordo está sempre sujeito à revisão, à luz de novo conhecimento. Esse ponto põe em destaque o caráter hipotético que o conhecimento tem na visão popperiana, diferentemente do caráter de construção a partir de elementos mínimos preestabelecidos, que é o conhecimento na visão de Carnap. (DUTRA, 2017, p. 48)

Não é relevante para a justificação de uma tese, no programa popperiano, como se constroi enunciados básicos – o tal caráter hipotético descrito acima. A experiência sensível pode até sugeri-los. Também podem ser fruto do que o filósofo chama de questões estéticas – tal como a escolha de hipóteses mais simples, mais explicativas, etc. No entanto, os enunciados básicos nada valem se não forem suscetíveis de teste. E mesmo que haja sugestão via sensações imediatas, elas mesmo não podem ser a justificação para tais sentenças basilares.

> Os enunciados básicos em que nos detemos, que decidimos aceitar como satisfatórios e como suficientemente aprovados pelas provas, têm, reconhecidamente, o caráter de *dogmas*, mas apenas na medida em que desistirmos de justifica-los por argumentos outros (ou por outras provas). Essa espécie de dogmatismo é, todavia, inócua, pois que, surgida a necessidade, os enunciados podem ser facilmente submetidos a provas complementares. (POPPER, 2013, p. 91, grifo do autor)

Eis pois o *dogmatismo inócuo* de Popper. O que ele pode auxiliar em nosso debate, por hipótese de trabalho, é que podemos prescindir de uma justificativa para aceitarmos que um predicado seja projetável, no sentido que temos tratado aqui. Assim, podemos *crer* dogmaticamente em tal característica e em como ela se relaciona com outras, concedendo que seja uma *crença* passível de ser submetida a quaisquer testes que se julguem necessários. Salvo melhor juízo, predicados podem ser aceitos, de forma dogmaticamente inócua, como projetáveis. Esmeraldas são sempre verdes? Aceitaremos que sim, mas somente até que surja um novo *dogma inócuo* — talvez o predicado verzul um dia tenha o seu lugar no conhecimento de fundo. Do ponto de vista de Skyrms (1968), se poderia pensar que, assim, estaríamos esvaziando o papel da lógica indutiva. Aliás, esse era realmente o programa de trabalho de Popper (2013), ou seja, mostrar que a lógica de pesquisa científica é dedutiva e a indução não passa de psicologismo, nem adiantaria incluir na tese leis de probabilidade[8]. Porém, é importante notar que o dogmatismo inócuo popperiano se refere à formação de enunciados básicos, que depois servirão para a construção de teses científicas. Da mesma forma, as crenças aceitas, de forma dogmaticamente inócua, dariam base, por hipótese de trabalho, a um programa viável de lógica indutiva. O que queremos dizer com isso é que, desse ponto de vista, não precisa ser papel de um sistema desse tipo buscar uma forma de evasão ou solução para o problema da indução. É certo que muitos autores — citamos ao menos três já — acreditam que seja papel fundamental resolver tal questão para que se possa fazer lógica indutiva. Como ainda não se tem notícia de uma solução definitiva, os filósofos se empenham em justificar evasões ou, por vezes, criar soluções rápidas para se sentirem autorizados a levar o trabalho adiante. A decisão metodológica que estamos esboçando aqui deixa de lado essa tarefa. Mas ainda restaria a dúvida de qual seria o papel de um sistema de lógica indutiva. Talvez indução e dedução não sejam tão diferentes em alguns aspectos.

> Os argumentos formulados para defender as operações racionais talvez apareçam algo fracos aos olhos de muita gente. Em parte, indubitavelmente isso se deve ao fato de que se desejaria que a indução e a quase-indução possuíssem justificações mais convincentes, análogas às que se acredita tenha a dedução. Quando não se faz uma ideia nítida dos fundamentos da dedução, crendo-se que ela tem justificava quase absoluta, em particular porque se assume uma posição absolutista no tocante à lógica, os argumentos elênticos e transcendentais a favor da inferência não demonstrativa não parecem conclusivos. Porém, quando se percebe a situação atual dos alicerces da lógica, causada, em especial, pelo nascimento das lógicas heterodoxas (...) facilmente

[8] Popper estava tão convencido disso que, em 1983, publicou na seção de cartas da revista Nature um pequeno artigo de duas páginas, em coautoria com o filósofo inglês David Miller, intitulado *A proof of the impossibility of inductive probability*. O texto pretende mostrar que é ilusório o entendimento de que $\Pr(H \mid E) > \Pr(H)$, isto é, de que a probabilidade de determinada hipótese (H) dada certa evidência (E) é maior que a probabilidade categórica da hipótese, ou seja, da conjectura sem a evidência — questão crucial para sustentar inferências indutivas baseadas em probabilidade. Popper e Miller argumentam que $\Pr(E \rightarrow H \mid E) < \Pr(E \rightarrow H)$, isto é, que, se assumidas as teses indutivistas, a evidência poderia reduzir a probabilidade da hipótese ou sua implicação. Por fim, encerram a curta demonstração alegando que para qualquer hipótese “o cálculo de probabilidades revela que o suporte probabilístico não pode ser indutivo” (POPPER; MILLER, 1983, p. 688, tradução nossa).

> se verifica serem os preconceitos usuais contra os argumentos em tela inteiramente infundados e deslocados. (DA COSTA, 2019, pp. 49-50)

Se, como defende Da Costa, a dedução tampouco gozaria de uma justificação tão sólida quanto as aparências sugerem, há talvez outros pontos onde indução e dedução se aproximam. Ambas, por exemplo, pretendem ser um estudo sobre inferências. Porém, é preciso esclarecer, há muitas diferenças em como os dois sistemas são analisados. E isso causa confusões. Para Skyrms (1968) e Hacking (2001) não há meios de falar de lógica indutiva da mesma forma com que se apresenta a dedução em livros didáticos. Sequer a forma de exposição dos argumentos é igual. Aliás, tentar canonizar induções — como as exposições dos grãos de feijão de Peirce, vistas no início deste capítulo — traz algumas complicações. A falta do termo médio, por exemplo, que fica evidente na alteração da ordem das premissas, não é uma questão para sistemas como o *bayesianismo subjetivo*. É, no entanto, um ponto importante na tentativa de solução do problema da indução. Como pretendemos trabalhar em uma frente que prescinde de proposta para tal dificuldade, basta dizer que a lógica indutiva aqui apresentada tem papel fundamental em como podemos *atualizar nossas crenças* aos olhos do que julgamos ser evidência para tanto. Pode não parecer muito se mantivermos a tarefa de estabelecer alicerces robustos para inferências não-monotônicas, derrotáveis. Porém, entendido ao nível de sua tecnicidade, o bayesianismo subjetivo se revela uma proposta honesta — sem tarefas hercúleas — de oferecer alguma descrição lógica para formas de inferências indutivas.

4 CAPÍTULO II – BASES SUBJETIVAS

O bayesianismo subjetivo tem base, principalmente, na ideia de que crenças pessoais possam ser expressas por valores de probabilidade. A teoria associada aos cálculos matemáticos nesse campo nasceu de outras abstrações, como chance, propensão, etc, usualmente ligadas a exercícios práticos de distribuição de frequências. Por isso, as probabilidades costumam ser expressões — em certo sentido — mais objetivas, muitas vezes, materialmente aferidas, que têm uma definição basilar tão amplamente aceita quanto simples e inteligível: casos favoráveis sobre casos possíveis. Dessa forma, o primeiro desafio dos bayesianistas é mostrar que podem incluir nessas ideias certo conceito não embasado na materialidade. A tese é a de que, se uma crença pode ser expressa em graus e esses níveis estão de acordo com a Teoria da Probabilidade, então se segue a *probabilidade subjetiva*. O fundamento de que possam existir crenças expressas em números, de acordo com teoria matemática, é identificado como *probabilismo*. Eis o primeiro passo na construção das teses do bayesianismo subjetivo.

Se faz sentido falar em probabilidade subjetiva, faz sentido abraçar as consequências da teoria formal também para níveis de crença. Uma dessas derivações que mais interessam aqui é a Lei de Bayes. Resultado da aplicação de cálculos usuais para probabilidades do tipo frequência, isto é, daquelas que alguns autores classificam como naturais, objetivas, mensuradas exatamente, a Lei de Bayes tem aplicação em muitos campos de estudo. Para as intenções do bayesianismo subjetivo, ela é importante para mostrar um sistema de atualização de crenças, moldado por *verossimilhança* — grosso modo, para subjetivistas, uma forma de expressar expectativas de encontrar evidências que surgem com a suposição de que certas hipóteses são o caso. Aliás, a relação entre evidências (E) e hipóteses (H) aparece em muitas equações na literatura sobre lógica indutiva — como por exemplo em Hacking (2001) —, especialmente na formulação que interessa aos bayesianistas subjetivos. No entanto, embora muita Filosofia da Ciência possa nascer das perguntas que se faça a respeito dessa relação, partiremos do ponto de vista de que existe alguma medida dela que possa ser expressa por $Pr(E \mid H)$ — que é lida assim: “uma vez que a hipótese H é o caso temos então uma probabilidade de aparecer a evidência E”. O traço vertical indica que se trata de uma *probabilidade condicional*, isto é, a medida das chances de um evento ocorrer dado que outro ocorreu.

De exemplos com bolas em urnas a exames médicos, vamos explorar neste capítulo como essas probabilidades condicionais se relacionam para montar o edifício teórico do bayesianismo subjetivo em suas principais bases. O programa, aliás, contém uma forma de impedir a entrada no sistema de probabilidades subjetivas completamente *incoerentes*. Essa trava representa um esforço dos bayesianistas subjetivos para mostrar que o sistema que montam não é trivial, em sentido bem específico. Se a lógica indutiva não tem validade, como a lógica dedutiva, ela pode, ao menos, ter coerência. Nesse ponto, o argumento do *Dutch Book* aponta como é possível eliminar crenças incompatíveis com a Teoria da Probabilidade. Por fim, todo esse ferramental vai sustentar uma lógica indutiva que pode dar conta de descrever a atualização de crenças iniciais aos olhos de novas evidências. Esse resultado, defendem os bayesianistas subjetivos, atende — em alguma medida — a expectativa de descrever como fazemos, ou deveríamos fazer, inferências indutivas. Para começar a expor todos esses conceitos, iniciaremos com algumas definições da própria Teoria da Probabilidade — o ferramental básico de toda lógica indutiva.

4.1 FUNDAMENTOS DA TEORIA DA PROBABILIDADE

Em lógica indutiva, há diferentes conceitos que usam o rótulo "probabilidade". Em princípio, isso pode soar estranho. Mas o que tais ideias têm em comum é o respeito pelas regras básicas dessa teoria. Por isso, recebem nomes como: probabilidade subjetiva, probabilidade epistêmica, probabilidade indutiva e outros. Para entender as diferenças desses conceitos, é necessário começar pela definição clássica. "A relação entre este número [casos favoráveis] e aquele de todos os casos possíveis é a medida dessa probabilidade, que corresponde assim a uma fração cujo numerador é o número dos casos favoráveis e o denominador é o número de todos os casos possíveis", escreveu o matemático, astrônomo e físico francês Pierre-Simon Laplace (2010, p. 46), em seu *Ensaio filosófico sobre as probabilidades* – texto que nasceu como obra de divulgação científica a partir de aulas ministradas em 1795.

Assim, se um dado honesto, ou seja, não viciado, tem seis faces, cada uma delas marcada com um número do intervalo 1 a 6, a probabilidade de um resultado específico, digamos "2", em um lançamento é a razão entre o número de casos favoráveis (um, porque somente uma face tem o número "2") e os casos possíveis (seis resultados diferentes). Logo, a resposta é 1/6. Essa é a *probabilidade objetiva* ou *probabilidade tipo-frequência*. Para alguns autores, como Popper[9] (2013), esse é o único uso correto de "probabilidade", ou seja, como

---

[9] Ainda assim, Popper é um crítico da forma usual que a probabilidade tomou como frequência de eventos. Para ele, "continua a faltar uma definição coerente e satisfatória de probabilidade" (2013, p. 131), isto é, uma axiomática satisfatória. Popper (2013) descreve sua própria tentativa de resolver a questão – uma teoria

frequência relativa de um evento. Por isso, parte importante dos programas de lógica indutiva é mostrar que há outros conceitos que também satisfazem as leis básicas do cálculo probabilístico. Isso autorizaria, segundo os defensores da lógica indutiva, o uso da expressão "probabilidade" em outros contextos.

Para a compreensão dessas teses, é preciso familiaridade, ao menos, com o ferramental teórico básico da probabilidade. Os axiomas definitivos da teoria foram organizados pelo matemático russo Andrei Nikolaevich Kolmogorov, em 1933 (cf. HACKING, 2001, p. 66). Antes de passar às regras básicas da teoria, é importante ter em mente que, em todo este trabalho, admite-se que: (i) as regras da Teoria da Probabilidade descritas a seguir se aplicam a grupos finitos de proposições ou eventos; (ii) se A e B são proposições (ou eventos), então também são A&B, A ∨ B, ~A e ~B; (iii) assume-se também a lógica dedutiva e a Teoria dos Conjuntos; e (iv) se A e B são logicamente equivalentes, então Pr(A) = Pr(B). Agora, as regras de que precisaremos:

Normalidade: a probabilidade de A, expressa por Pr(A), é um número real do intervalo 0 e 1.

$0 \leq Pr(A) \leq 1$

Certeza: a probabilidade de A, sendo A um evento certo ou uma sentença verdadeira, é igual a 1. Se A é, por exemplo, a chance de o resultado de um lançamento de um dado honesto estar entre 1 e 6, então:

$Pr(A) = 1$

Frequentemente, a letra grega Ω (ômega) representa a certeza na teoria da probabilidade (cf. HACKING, 2001, p. 59), desta forma: $Pr(\Omega) = 1$.

Aditividade: se A e B são dois eventos mutuamente excludentes (ou disjuntos)[10], isto é, não podem ocorrer simultaneamente, então a probabilidade de ocorrer um ou outro é a soma das probabilidades de cada um.

frequencial modificada.

[10] Algumas obras em português sobre o tema usam a expressão "mutuamente exclusiva", como o faz Neiva (2015 e 2016). Trata-se do mesmo conceito.

$Pr(A \lor B) = Pr(A) + Pr(B)$

Por exemplo: as roletas usadas em cassinos têm casas numeradas e separadas em cores vermelhas e pretas. Há ainda uma ou duas dessas casas (dependendo do local em que se joga) na cor verde e marcadas com o número zero. Proposições mutuamente excludentes são, por exemplo: (i) a roleta irá parar na casa marcada com o número zero na próxima rodada e (ii) a roleta irá parar em uma casa vermelha na próxima rodada. Suponha uma roleta com 18 casas vermelhas, 18 casas pretas e 2 verdes (que são as marcadas com zero) – o exemplo é de Hacking (2001, p. 41). As chances do resultado vermelho em um lance é de 18/38 ou 9/19. Já as chances de zero em um lance são 2/38 ou 1/19. Qual seria a probabilidade de termos um resultado ou vermelho ou zero? Como são mutuamente excludentes, podem ser somadas. Desta forma (considerando A para resultado vermelho e B para zero):

$Pr(A \lor B) = Pr(A) + Pr(B)$
$Pr(A \lor B) = 9/19 + 1/19$
$Pr(A \lor B) = 10/19$

Overlap: é a soma das probabilidades de um evento (A) e outro (B), quando não são mutuamente excludentes.

$Pr(A \lor B) = Pr(A) + Pr(B) - Pr(A\&B)$

Independência: quando um evento (A) e outro (B) são independentes, isto é, o resultado de um não influencia a probabilidade de outro, então as chances podem ser multiplicadas.

$Pr(A\&B) = Pr(A) \times Pr(B)$

Por exemplo: dois dados honestos são lançados ao mesmo tempo. Dessa forma, seus resultados são independentes, isto é, o resultado de um não ajusta as probabilidades do resultado do outro. Qual a chance de termos resultado "1" nos dois dados? Resposta:

$Pr(A\&B) = Pr(A) \times Pr(B)$

$Pr(A\&B) = 1/6 \times 1/6 = 1/36$

Probabilidade condicional: é a probabilidade de um evento (A) dado que outro evento ocorre (B). É necessário que $Pr(B) > 0$. Escreve-se $Pr(A \mid B)$. O símbolo "&" representa a conjunção lógica.

$Pr(A \mid B) = Pr(A\&B) / Pr(B)$

Imaginemos duas urnas, uma delas identificada como A, outra como B[11]. As duas guardam bolas vermelhas e verdes. Entre o conteúdo da urna A, 80% das bolas são vermelhas e 20% são verdes. Na urna B, tem-se 40% de vermelhas e 60% de verdes. Seleciona-se uma urna ao acaso (50% de chance para cada uma) e retira-se uma bola. Sabendo que a cor dessa bola é vermelha, podemos dizer quais as chances de ela ter saído de uma ou de outra urna? Vejamos. A probabilidade condicional de que a bola seja vermelha, dado que foi retirada da urna A é expressa da seguinte forma – sendo (R) usado para "bola vermelha":

$Pr(R \mid A) = 0{,}8$

Da mesma forma, a probabilidade condicional de que a bola seja vermelha, dado que foi retirada de urna B é expressa da seguinte forma:

$Pr(R \mid B) = 0{,}4$

Lembremos que há 50% de chance de escolha de cada uma das urnas. Ou seja:

$Pr(A) = Pr(B) = 0{,}5$

Assim, voltando à questão proposta: quais as chances de a bola vermelha ter vindo de uma ou de outra urna? Devemos chegar às probabilidades condicionais desses eventos. Para a urna A, podemos escrever $Pr(A \mid R)$, cuja fórmula é:

$Pr(A \mid R) = Pr(A\&R) / Pr(R)$

---

[11] O exemplo é de Hacking (2001, p. 51).

Dado que a bola vermelha pode ter vindo de qualquer uma das duas urnas de forma mutuamente excludente, a probabilidade total desse resultado é a soma dessas duas chances.

Pr(R) = Pr(A&R) + Pr(B&R)

Dizemos: a probabilidade de ser uma bola vermelha é a soma das probabilidades de estar na urna A e ser vermelha e de estar na urna B e ser vermelha. Lembrando que:

Pr(A&R) = Pr(R&A)

Assim, para calcular Pr(R), teremos de saber Pr(R&A) e Pr(R&B). Pela definição de probabilidade condicional, podemos chegar em ambos resultados:

Pr(R | A) = Pr(R&A) / Pr(A)
0,8 = Pr(R&A) / 0,5
Pr(R&A) = 0,8 x 0,5
Pr(R&A) = 0,4

Pr(R | B) = Pr(R&B) / Pr(B)
0,4 = Pr(R&B) / 0,5
Pr(R&B) = 0,4 x 0,5
Pr(R&B) = 0,2

Dessa forma:

Pr(R) = Pr(A&R) + Pr(B&R)
Pr(R) = 0,4 + 0,2
Pr(R) = 0,6

Isso quer dizer que, no arranjo proposto, a probabilidade de retirarmos uma bola vermelha de qualquer uma das duas urnas é igual a 60%. Mas ainda não sabemos de qual recipiente estamos falando. Logo, vamos calcular a chance desse resultado ter vindo da urna A.

$\Pr(A \mid R) = \Pr(A\&R) / \Pr(R)$

$\Pr(A \mid R) = 0{,}4 / 0{,}6$

$\Pr(A \mid R) = 0{,}66...$ ou $2/3$

E da urna B:

$\Pr(B \mid R) = \Pr(B\&R) / \Pr(R)$

$\Pr(B \mid R) = 0{,}2 / 0{,}6$

$\Pr(B \mid R) = 0{,}33...$ ou $1/3$

Assim, há 2/3 de chance de a bola vermelha ter vindo da urna A.

Probabilidade total: é uma consequência da probabilidade condicional. Assim, se $0 < \Pr(B) < 1$, então:

$$\Pr(A) = [\Pr(B)\Pr(A \mid B)] + [\Pr(\sim B)\Pr(A \mid \sim B)]$$

Esses são os conceitos básicos sobre probabilidade de que precisaremos neste trabalho. A seguir, veremos uma das consequências dessas regras que é cara à lógica indutiva e que acabou batizando todo um campo de estudo. Vamos tratar de um reverendo que morreu antes de testemunhar a fama que ganharam seus cálculos matemáticos.

4.2 BAYESIANISMO: PROBABILIDADE E VEROSSIMILHANÇA

Uma das consequências dos princípios básicos da Teoria da Probabilidade é a Lei de Bayes. O nome vem do reverendo inglês Thomas Bayes, embora ele mesmo não tenha visto o impacto de sua elaboração matemática. A lei só foi publicada em 1763, dois anos depois de o reverendo ter morrido (cf. HACKING, 2001, p. 77). O trabalho de Bayes descrevia uma solução para um experimento de pensamento que unia a constante produção de dados. Funcionava assim: imagine uma mesa de bilhar perfeitamente nivelada, livre de imperfeições. A superfície é tão bem-feita que uma bola lançada sobre ela tem a mesma chance de parar em qualquer ponto. Lança-se uma primeira esfera, sem que se conheça a posição em que parou. Imagine que outra pessoa (não você, que não assiste aos lançamentos) desenhe uma linha, paralela a uma das bordas da mesa, que passa pelo ponto onde a bola parou. Essa pessoa mede a distância (*d*) da marcação até o limite da mesa, mas não informa o resultado. A superfície está agora dividida em duas por essa linha – temos as partes A e B. São feitos novos lançamentos. A pessoa que o ajuda no experimento informa em quantas vezes a bola parou na parte A da mesa, digamos que esse número seja representado por *k*. Assim, também sabemos quando a bola caiu na parte B, ou seja, ($n - k$). Diante desses resultados, quão precisamente podemos saber o valor de *d*, ou seja, a distância que a primeira bola parou de uma das bordas? Bayes resolveu essa questão, chegando à probabilidade de certo intervalo para *d*.

A Lei de Bayes é uma ferramenta utilizada em muitas aplicações científicas. Para os adeptos da visão frequencista (probabilidade objetiva), a lei é trivial, serve para encurtar alguns cálculos (cf. HACKING, 2001, p. 171). A fim de explicar um pouco mais o mecanismo, vamos a um experimento de pensamento, mostrado à exaustão, porém bem ilustrativo. Ele aparece, com variações, em alguns livros de divulgação[12]. Imagine que você receba um diagnóstico de uma doença rara. O médico informa que seu exame *mostra* que você foi acometido, afinal, a precisão do resultado (medida várias vezes pelo controle de qualidade da indústria e dos órgãos regulamentadores) é de 96%. Isso quer dizer que existe apenas 4% de chance de um resultado falso. Se pararmos por aí, parece que você está realmente doente. Mas lembremos que a doença diagnosticada é rara. Digamos que a incidência na população seja baixa: 1%. Assim, de cada 100 pessoas, uma tem a doença. Mas, se considerarmos a margem de erro do exame, se todas essas 100 pessoas fossem testadas, poderíamos esperar quatro resultados falsos. Assim, para cada pessoa realmente doente, há outras quatro com exames errôneos. Isso significa que sua chance de estar com a doença, ainda que tenha um teste indicando positivo, é uma em cinco, ou 20% – em outras palavras, *um* exame não vai mostrar se você tem a doença, ainda que ele tenha 96% de precisão. Vamos olhar a matemática. Queremos saber a probabilidade de estarmos efetivamente doentes (D) dado que temos o resultado de um exame positivo (P), ou seja, buscamos o valor de Pr(D | P). Sabe-se que:

$$\Pr(P \mid D) = 0{,}96$$
$$\Pr(P \mid {\sim}D) = 0{,}04$$
$$\Pr(D) = 0{,}01$$
$$\Pr({\sim}D) = 0{,}99$$

[12] Por exemplo, Mlodinow (2009) e Hacking (2001, pp. 74 – 75).

Assim, usando a regra da probabilidade condicional:

Pr(P | D) = Pr(P&D) / Pr(D)
0,96 = Pr(P&D) / 0,01
Pr(P&D) = 0,0096

E também:

Pr(P | ~D) = Pr(P&~D) / Pr(~D)
0,04 = Pr(P&~D) / 0,99
Pr(P&~D) = 0,0396

Uma vez que são mutuamente excludentes, podem ser somadas:

Pr(P) = Pr(P&D) + Pr(P&~D)
Pr(P) = 0,0096 + 0,0396
Pr(P) = 0,0492

E por último:

Pr(D | P) = Pr(D&P) / Pr(P)
Pr(D | P) = 0,0096 / 0,0492
Pr(D | P) = 0,1951... ou aprox. 20%

Dessa forma, a probabilidade de estar doente, dado que temos em mãos o resultado de *um* teste positivo é de aproximadamente 20%. Bayes simplificou os cálculos da exposição acima, resumindo suas etapas. Eis uma das formulações de sua lei, onde H é hipótese e E é a evidência:

Pr(H | E) = [Pr(E | H) Pr(H)] / Pr(E)

É importante notar que, em respeito à definição de probabilidade condicional, é fundamental para uso da lei que Pr(E) > 0. Tampouco a fórmula de Bayes retornará algum resultado satisfatório se Pr(H) = 0. Por vezes, alguns autores, como Hacking (2001), escrevem que isso *significa* que nenhuma evidência pode pesar para uma hipótese impossível. Faz sentido. Porém, até agora, tudo o que foi feito foi a troca de letras nos termos da fórmula. Essa exposição da lei de Bayes, contendo interpretações como hipótese (H) e evidência (E), aparece em muitos textos de lógica indutiva, como por exemplo em Hacking (2001) e em Skyrms (1968). Embora autores do bayesianismo tenham seus motivos para sustentar esse uso, nem eles nem nós queremos dizer que está matematizado ou esclarecido o debate de o que serve de evidência para determinada hipótese — um trabalho científico e filosófico diferente do objetivo em tela. Porém, seguiremos utilizando os termos usuais e expondo tais ideias, assumindo que essas relações existem e muitas são bem esclarecidas. Por exemplo, podemos dizer que o termo Pr(E | H) *representa* a probabilidade de a evidência aparecer dado que a hipótese é o caso. Seria como as chances de um certo fenômeno ser detectado se assumo uma suposição que possa gerar tal resultado. Assim, grosso modo, se acredito que um rato invadiu minha despensa, posso esperar, como evidência, que vá encontrar alguma coisa roída. Ou, se acredito que choveu enquanto estive fora, posso supor que encontrarei as roupas molhadas no varal. Assumiremos tais relações entre evidências e hipóteses e manteremos a tese de que sejam expressas por probabilidade. Aliás, essa ideia, vinculada à probabilidade categórica (ou total) da evidência – Pr(E) –, é um das peças que movem o mecanismo bayesiano. Na fórmula acima, o denominador está simplificado, julgando se tratar de hipóteses mutuamente excludentes e exaustivas, afinal, ou H ou ~H deve ser o caso. Abrindo a fórmula, teríamos, conforme a probabilidade total:

$$Pr(E) = [Pr(H)Pr(E \mid H)] + [Pr(\sim H)Pr(E \mid \sim H)]$$

Pr(E | H) e Pr(E | ~H) são probabilidades condicionais. Como já vimos, há casos em que mais de uma hipótese pesa para Pr(E). Em nosso exemplo, a evidência pode aparecer ainda que eu não esteja doente, isto é, Pr(E | ~H) = 0,04. A união de eventos mutuamente excludentes do espaço amostral é uma partição. E o valor expresso por Pr(E | H_i) dentro de uma partição (cf. HACKING, 2001, p. 174) tem seu próprio nome: verossimilhança (*likelihood*[13]). Assim, o que a Lei de Bayes quer dizer é que a probabilidade condicional de uma hipótese, dada certa evidência, guarda uma *proporção* com a verossimilhança dessa hipótese multiplicada por sua

[13] Hacking (2001, p. 174) lamenta que o nome escolhido pelo estatístico inglês R. A. Fisher a saber, *likelihood*, cause tanta confusão. É que a palavra é, em muitos contextos de uso na língua inglesa, sinônimo de probabilidade. Em português, usualmente recorre-se a um termo diferente: verossimilhança, evitando mal-entendidos.

probabilidade inicial (cf. HACKING, 2001, p. 175). Voltando ao exemplo da doença rara visto anteriormente… É fundamental saber Pr(P | D), ou seja, a probabilidade de um resultado positivo (P) no exame dado que se está doente (D). Como vimos, Pr(P | D) = 0,96. Assim, a verossimilhança, nesse exemplo, expressa a chance de eu ter um exame com resultado positivo dado que estou efetivamente doente. Nesse exemplo, só há uma hipótese: ou se está doente (D) ou não se está (~D). Mas, se voltarmos ao exemplo das bolas nas urnas, veremos que há uma consequência importante da diferença entre verossimilhança e probabilidade. Havia proporções diferentes de bolas vermelhas em cada um dos recipientes. Assim, a urna A continha 80% de esferas dessa cor; e urna B, 40%. Isso quer dizer que a probabilidade de uma bola ser vermelha, dado que foi retirada da urna A é Pr(R | A) = 0,8; e da urna B é Pr(R | B) = 0,4. O que esses números representam são as chances de encontrar o resultado (bola vermelha) em cada uma das urnas. Em outras palavras, observando um modelo frequencista, estaríamos expressando a forma como uma amostra é representativa de um conjunto. Ora, se supormos que na urna A estejam 10 bolas, 8 delas serão vermelhas. Se nossa hipótese é estarmos diante desse recipiente (e não do B), uma bola vermelha será com *mais verossimilhança* uma amostra da urna A. É importante notar que essas probabilidades (0,8 e 0,4) não respeitam a regra da aditividade — afinal, a soma seria igual a 1,2. Tal número viola a regra da normalidade, que limita os valores de probabilidade ao intervalo de 0 a 1. Isso ocorre porque cada uma dessas probabilidades é mutuamente excludente e exaustiva no espaço amostral a que se refere, isto é, em relação a cada uma das urnas. Assim, cada um desses recipientes forma uma partição específica. Dessa forma, as probabilidades Pr(R | A) e Pr(R | B) expressam aqui *verossimilhança*. O importante para a questão apresentada é estabelecer tal diferença para evitar imprecisões entre os termos e notar como esses conceitos tomam parte no bayesianismo.

As demonstrações de Bayes foram publicadas há mais de 250 anos. Com o tempo, passaram a ser chamados bayesianistas estudiosos da lógica indutiva que adotam outros pressupostos além da lei do reverendo inglês. Como observa Neiva (2016, p. 52), “vale destacar que o bayesianismo *lato sensu* não é uma teoria restrita tão-somente ao teorema de Bayes. Ele engloba um conjunto mais amplo de princípios, ferramentas formais e restrições de racionalidade probabilística”. Esse maquinário, que embasa as teses dos filósofos e matemáticos citados nesta dissertação, será complementado ao longo deste trabalho.

4.3 TEORIA DA DECISÃO E VALOR ESPERADO

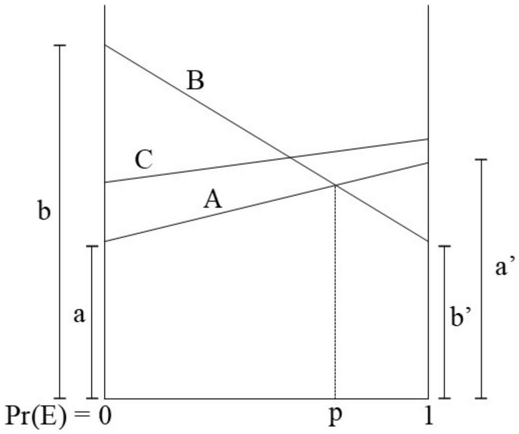
Em seu *Ensaio filosófico sobre as probabilidades*, Laplace vai muito além da noção básica da frequência relativa de um evento. Na verdade, o matemático lista uma série de aplicações da teoria que vão de apostar em jogos de azar a empreender em um negócio. Por isso, muitas das ideias da "teoria do acaso" de Laplace estão relacionadas a perdas e ganhos. Uma delas ganhou um nome curioso…

> A probabilidade dos eventos serve para determinar a esperança ou o temor das pessoas interessadas em sua ocorrência. A palavra *esperança* tem diversas acepções. Em geral, exprime a vantagem daquele que espera um bem qualquer, tendo em conta suposições que são apenas prováveis. Na teoria dos acasos, essa vantagem corresponde ao produto da soma esperada pela probabilidade de obtê-la, isto é, a soma parcial que deve ser restituída, quando não se quer mais correr o risco do evento, supondo que a repartição se faça proporcionalmente às probabilidades. A repartição assim feita é a única equitativa, desde que se faça abstração de todas as circunstâncias estranhas; pois, com igual grau de probabilidade, tem-se o direito igual sobre a soma esperada. Designaremos essa vantagem pelo termo *esperança matemática*. (LAPLACE, 2010, pp. 57-58, grifos do autor)

Com base na *esperança matemática*, Laplace escreveu o que chamou de nono princípio de sua teoria: "deve-se sempre, na condução da vida, buscar ao menos igualar o produto do benefício que se espera, por sua probabilidade, ao produto similar relativo à perda" (2010, p. 59). O matemático francês adiantava, assim, as bases da Teoria da Decisão — que relaciona as probabilidades de um evento a certo "temor ou interesse" (para usarmos as palavras de Laplace) de que ele ocorra. O retorno que alguém possa ter com um evento é hoje chamado de *utilidade*. Se ela for multiplicada pela probabilidade, temos o *valor esperado* do evento na Teoria da Decisão. Vamos ilustrar os conceitos, e algumas consequências deles, com um exemplo do estatístico italiano Bruno De Finetti (1972), que trata de decisões relacionadas à exploração de uma reserva de petróleo. Imaginemos que um geólogo seja chamado por uma companhia petroleira para opinar sobre as chances de sucesso ao se perfurar em determinado campo. A avaliação do especialista é pontual, dentro de sua área, por isso desconsidera questões envolvidas como custos, alocação de recursos, deslocamento de maquinário, perspectiva de lucro, etc. O sucesso da perfuração desse campo de petróleo, com óleo jorrando do subsolo, é expresso pelo evento E. O gráfico abaixo representa os custos com o fracasso (~E) e o sucesso (E) da exploração[14].

[14] O gráfico é, claro, simplificado em relação ao exemplo. Não é o ponto aqui dar conta da dimensão total da complexidade de operações de exploração de petróleo, tampouco resumir em uma só dimensão: o custo.

Gráfico 3 – Custo da exploração de reserva de petróleo



Fonte: De Finetti (1976, p. 5). Adaptado.

No gráfico 1, os segmentos de reta A, B e C representam impactos de diferentes decisões a tomar. Dessa forma, os extremos de A, por exemplo, mostram a diferença do custo se E não ocorrer (petróleo não encontrado), ou seja, se Pr(E) = 0, que é *a*, e também se ocorrer, ou seja, Pr(E) = 1, que é *a*'. Como o gráfico 1 deixa claro, as decisões a tomar estariam entre A e B. O segmento de reta C representa o que, em Teoria da Decisão, usualmente se chama de *decisão inadmissível*, pois, independentemente da ocorrência ou não do evento E, as perdas ultrapassam, sob qualquer circunstância, outras opções disponíveis, como A (cf. DE FINETTI, 1972, p. 5). Assim, a escolha razoável recairia então entre as decisões A e B. Mas qual escolher? "Decisões precisam de mais que probabilidades. Elas são baseadas nos valores de possíveis resultados de nossas ações. O nome técnico para valor é **utilidade**" (HACKING, 2001, p. 79, tradução nossa, grifo do autor). O exemplo em questão usa uma medida objetiva (embora não necessariamente precise ser), os custos da exploração de petróleo, como utilidade. Dessa forma, pela Teoria da Decisão, podemos calcular o *valor esperado* — a esperança matemática laplaciana — para cada uma das opções admissíveis ao caso (A ou B). O valor esperado é calculado pela soma dos produtos das utilidades pelas probabilidades dessas consequências, conforme já havia adiantado Laplace.

Para seguirmos no exemplo, suponhamos que o geólogo consultado chegue, após uma série de análises, à conclusão de que as chances de sucesso de exploração daquele campo específico são de 45%, ou seja, Pr(E) = 0,45. Estamos considerando que só existam duas possíveis consequências mutuamente excludentes da tentativa de exploração do campo de petróleo: ou E ou ~E será o caso. Qual o valor esperado se a gerência de projeto optar pela linha de ação A? A utilidade da consequência ~E, nesse caso, é igual a *a,* conforme o gráfico 1. Suponhamos que o valor de *a* seja -100 (o valor negativo representa custo), no exemplo, poderia ser algo em torno de US$ 100 milhões[15]. Da mesma forma, o valor de *a'* poderia ser de -130 (custo de US$ 130 milhões). Assim, as utilidades (U) das consequências de A e as probabilidades[16] dessas consequências serão:

U(~E) = -100

U(E) = -130

Pr(~E) = 0,55

Pr(E) = 0,45

Pela definição de valor esperado (Exp), podemos calculá-lo com base na seguinte fórmula (cf. HACKING, 2001, p. 80, adaptado):

$$\mathrm{Exp}(A) = [\mathrm{Pr}(\sim E)][\mathrm{U}(\sim E)] + [\mathrm{Pr}(E)][\mathrm{U}(E)]$$

$$\mathrm{Exp}(A) = [0{,}55][-100] + [0{,}45][-130]$$

$$\mathrm{Exp}(A) = [-55] + [-58{,}5]$$

$$\mathrm{Exp}(A) = -113{,}5$$

Para a decisão B, considerando *b* = -145 e *b'* = -95, teríamos:

$$\mathrm{Exp}(B) = [\mathrm{Pr}(\sim E)][\mathrm{U}(\sim E)] + [\mathrm{Pr}(E)][\mathrm{U}(E)]$$

$$\mathrm{Exp}(B) = [0{,}55][-145] + [0{,}45][-95]$$

$$\mathrm{Exp}(B) = [-79{,}75] + [-42{,}75]$$

$$\mathrm{Exp}(B) = -122{,}5$$

Dessa forma, levando em conta que Exp(A) > Exp(B), para a avaliação técnica do geólogo de que Pr(E) = 0,45, a opção com melhor valor esperado é A. O gráfico 1 deixa clara a situação: o valor 0,45 no eixo horizontal está bem antes de *p,* a abscissa do encontro dos dois segmentos de reta A e B. Em toda essa parte do gráfico, a linha A está abaixo da B, ou seja, representa menor custo e, assim, maior utilidade. Levando em conta que a decisão a tomar está

---

[15] Custo estimado para de operação de um poço de petróleo no pré-sal brasileiro em 2009 (cf. BRESCIANI, 2009).

[16] Uma vez que são mutuamente excludentes, a soma das probabilidades deve ser 1.

baseada em uma expectativa de *maximização do valor esperado*, a opção seria A para qualquer Pr(E) < *p*. Essa é a aplicação do nono princípio da teoria de Laplace: deve-se procurar ao menos igualar o ganho à perda. Embora, no exemplo, os valores esperados de A e B tenham sido expressos em dólares, utilidades não precisam estar vinculadas diretamente a ganhos e a perdas objetivas, mas ao peso que elas possam ter. Basta pensar que ganhar ou perder US$ 100 faz muito mais diferença para aqueles que têm orçamento apertado. E, para bilionários, acrescentar uma centena de dólares à fortuna pode nada significar. A ideia de que ganhos de certo valor Q acrescidos a um montante R não necessariamente implicam que o resultado será Q + R, em se tratando de valor esperado, é chamada de *utilidade marginal*[17] e desempenha um papel importante em teorias econômicas (cf. HACKING, 2001, p. 93).

Mas por que expor motivos para tomar decisões é importante para a lógica indutiva e probabilidade? Afinal…

> Não estamos jogando contra a natureza no sentido usual com que se faz apostas. A natureza não é um oponente, que nos confronta, que ganha o que perdemos. E o que arriscamos nas nossas decisões é, frequentemente, menos tangível e menos mensurável que dinheiro. Mas é fato que, em nossas decisões, arriscamos coisas de valor para nós e a racionalidade do curso de ação escolhido depende da probabilidade de que iremos alcançar nosso objetivo. (SKYRMS, 1968, p. 131, tradução nossa)

O próximo conceito a ser apresentado é aquele comumente nomeado na literatura específica como *probabilidade subjetiva*. Embora não precisemos necessariamente da Teoria da Decisão para descrevê-la, pretendemos indicar que um certo acordo em relação à maximização do valor esperado pode desempenhar um papel regulador na manifestação de crenças. Vamos então falar de futebol, mas do campeonato italiano.

4.4 O EXPERIMENTO ITALIANO E O PROBABILISMO

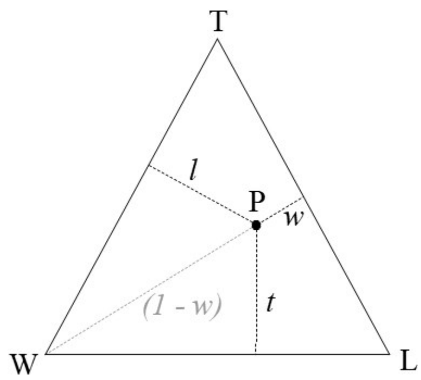
Entre os anos de 1960 e 1962, De Finetti reuniu um grupo de pouco mais de 30 pessoas na Universidade de Roma, na Itália, para um experimento. A maioria dos participantes do teste organizado pelo matemático era formada por seus próprios alunos, matriculados nas disciplinas de probabilidade e matemática atuarial da Faculdade de Economia (cf. DE FINETTI, 1976). Uma vez por semana, cada participante registrava sua aposta de como seriam os resultados dos

---

[17] De acordo com Hacking (2001, p. 169), o matemático britânico Frank Plumpton Ramsey desenvolveu uma abordagem de probabilidade com uso de utilidades que leva em conta a redução da utilidade marginal. Neste trabalho, não abordaremos essa proposta específica.

nove jogos da rodada da série A do campeonato italiano de futebol. Era preciso atribuir probabilidades a três possíveis performances: vitória (w), empate (t) e derrota (l) — três possibilidades exaustivas e mutuamente excludentes. Os participantes eram livres para escolher suas opiniões. Ou seja, sequer havia a exigência de respeito à adição e à normalidade. Assim, a regra Pr(w) + Pr(t) + Pr(l) = 1 não precisava ser obedecida pelos apostadores. Porém, caso fosse, o gráfico abaixo representaria a aposta de um dos participantes, considerando que a altura do triângulo equilátero é igual a 1:

Gráfico 4 – Apostas respeitando a adição e a normalidade



Fonte: De Finetti (1976, p. 7). Adaptado.

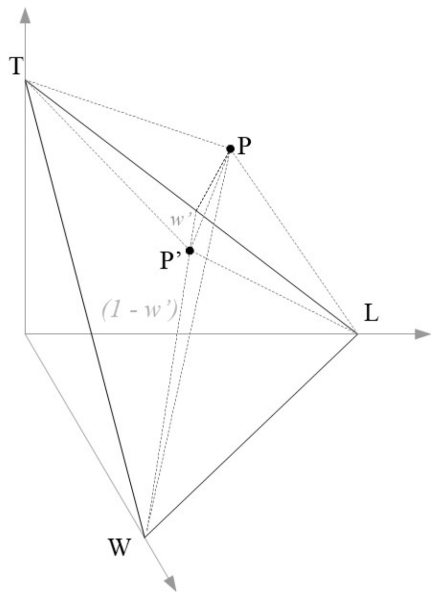
O ponto P é o encontro entre as apostas feitas em cada um dos possíveis resultados. De Finetti (1976, p. 7, tradução nossa) identifica-o como "centro de gravidade entre os pontos W, T e L com as massas *w*, *t* e *l*". A distância entre P e cada um dos lados do triângulo representa a probabilidade atribuída por uma apostador específico para cada um dos possíveis resultados. O fato de o ponto P se encontrar no mesmo plano do triângulo significa que a soma de *w*, *t* e *l* é igual a altura da figura geométrica, ou seja, igual a 1. Nesse caso, o apostador está respeitando a normalidade e a aditividade.

Seguindo no experimento de De Finetti: após cada rodada do campeonato italiano, cada participante recebia penalizações em seu escore, calculadas da seguinte forma: $(1 - x)^2 + y^2 + z^2$, onde x é a probabilidade atribuída pelo apostador ao resultado real do time na rodada e y e z são as probabilidades atribuídas aos resultados que não foram o caso[18]. Assim, considerando o resultado como vitória (*w*) do time, teríamos como penalização para cada

[18] Em outras publicações, como citado em De Finetti (1976, p. 20), o experimento tem uma fórmula distinta dessa em tela para cálculo das penalizações. Porém, o papel desempenhado por um ou outro cálculo é o mesmo.

apostador: $(1 - w)^2 + l^2 + t^2$. No gráfico 4, o segmento de reta formado entre P e W indica a diferença entre a aposta em w e 100%. No entanto, se o apostador insistir em Pr(w) + Pr(t) + Pr(l) $\neq$ 1, o ponto P sairia do plano do triângulo.

Gráfico 5 – Aditividade e normalidade desrespeitadas



Fonte: De Finetti (1976, p. 7). Adaptado.

Conforme o gráfico 5, todas as distâncias entre P e os vértices do triângulo seriam maiores se comparadas àquelas do plano original da figura geométrica, isto é, as distâncias de P' a T, de P' a L e de P' a W. Em outras palavras, as penalizações seriam maiores com P fora do plano do triângulo equilátero. Por isso, observa De Finetti (1976, p. 7-8), ainda que o respeito às regras da Teoria da Probabilidade não fosse exigência nas apostas, a tendência dos participantes era optar por projeções do ponto P de volta ao plano original, como P'[19]. "Uma escolha que não satisfizesse essa condição seria permitida mas não razoável" (DE FINETTI, 1976, p. 8, tradução nossa). Além disso, a regra da penalização criada no experimento é dura, mas necessária. Ela tem o objetivo de forçar cada participante a ser honesto com suas crenças ou, dito de outra forma, com o que acredita que será o resultado da rodada. "Essa é apenas uma forma simples de explorar a bem-conhecida conclusão da Teoria da Decisão de que a escolha de uma ação particular entre um grupo suficientemente amplo de possibilidades permissíveis é equivalente à avaliação das probabilidades em questão" (DE FINETTI, 1976, p. 20, tradução nossa). Em outras palavras, o experimento possui certa "trava" calcada na maximização do valor esperado — afinal, supõe-se que ninguém entrou no jogo para perder.

[19] O ponto P fora do plano do triângulo das apostas é semelhante à *decisão inadmissível*, vista no tópico anterior.

De Finetti (1976) confessa que, após a finalização do experimento, chegou a poucas conclusões e se deparou com outras tantas dúvidas. Mas uma coisa chamou a atenção do matemático: ao longo do estudo, os participantes passaram a ajustar com mais precisão as probabilidades numéricas que expressavam seus julgamentos. Alguns apostadores se familiarizaram com a diferença de até cinco pontos percentuais entre as apostas: de 68% a 73%, por exemplo (cf. DE FINETTI, 1976, p. 8). À primeira vista, pode parecer que esses índices não expressam crenças tão diferentes em grau. Por que não deixar na média 70%? Porém, vejamos como ficariam as penalidades. Suponhamos que um participante (A) do experimento apostasse Pr(w) = 0,68, Pr(t) = 0,22 e Pr(l) = 0,1. E outro (B) julgasse Pr(w) = 0,73, Pr(t) = 0,17 e Pr(l) = 0,1. Se o time em questão vencesse a partida, a penalização (L) seria para o primeiro apostador:

$$L_a = (1 - w)^2 + t^2 + l^2$$
$$L_a = (1 - 0{,}68)^2 + (0{,}22)^2 + (0{,}1)^2$$
$$L_a = (0{,}32)^2 + (0{,}22)^2 + (0{,}1)^2$$
$$L_a = 0{,}1024 + 0{,}0484 + 0{,}01 = 0{,}1608$$

Já para o segundo…

$$L_b = (1 - w)^2 + t^2 + l^2$$
$$L_b = (1 - 0{,}73)^2 + (0{,}17)^2 + (0{,}1)^2$$
$$L_b = (0{,}27)^2 + (0{,}17)^2 + (0{,}1)^2$$
$$L_b = 0{,}0729 + 0{,}0289 + 0{,}01 = 0{,}1118$$

A diferença entre as penalidades (0,049) das duas apostas representa um acréscimo de 43,82% nas perdas do participante que não avançou "uns poucos" cinco pontos percentuais no nível de sua crença inicial de que o que aconteceu de fato aconteceria.

> Como a prática da avaliação de probabilidades baseada em dispositivos melhora nossa aptidão em expressar diferentes crenças com diferentes números? A pequena experiência que tive nesse experimento parece significativamente positiva. Cada número (como 68%, 70%, 73%) se torna familiar na medida de seu uso em casos passados, e a escolha de números que expressem uma opinião se torna, desse modo, menos aberta à vaguidade. (DE FINETTI, 1976, p. 21, tradução nossa)

De Finetti foi um grande defensor da ideia de que é possível expressar graus de crença na forma de probabilidade. De acordo com Hacking (2001, p. 184), o italiano desenvolveu a ideia de forma independente, embora o matemático britânico Frank Plumpton Ramsey tenha feito o mesmo. A tese começa por aceitar que crenças podem ser graduais. Assim, a ideia de que um sujeito (S) acredita em uma proposição qualquer (*p*) não precisa ser questão de atribuir um valor de verdade à “S crê em *p*”; ao contrário, a questão é posta em níveis. “Embora a concepção de crença *simpliciter* seja a mais defendida entre epistemólogos tradicionais, modelos de representação de graus de crença (*credences*) têm ganhado mais popularidade nos últimos tempos entre epistemólogos formais” (NEIVA, 2016, p. 16). Para dar conta desses números, há boas ferramentas na Teoria da Probabilidade. Dessa forma, a posição teórica em aceitar que podem haver níveis de crença e que tais graduações são expressas por probabilidade — respeitando as leis da teoria — ficou conhecida como *probabilismo* (cf. NEIVA, 2016, p. 61). Essa é uma das teses fundamentais do *bayesianismo subjetivo*. Em muitas publicações sobre lógica indutiva, os números que expressam grau de crença em determinada proposição ou evento são chamados *probabilidade subjetiva*[20] ou *probabilidade pessoal*.

Os termos, por si, podem soar como se o grau de crença fosse uma questão de arbítrio de opiniões. É importante esclarecer que De Finetti (1976), Hacking (2001) e outros estão realmente falando do que creem indivíduos, de pessoas. Porém, isso não quer dizer que uma crença — honestamente expressa na forma de probabilidade — seja completamente arbitrária. Os participantes do experimento de De Finetti tinham motivos para buscar o melhor julgamento possível para fazerem suas apostas. A regra da penalização era um incentivo para almejarem a maximização do valor esperado e, assim, serem o mais honesto possível em como acreditavam que seriam os resultados em campo.

> Isso [a regra da penalização] dá, na verdade, um significado comportamental direto à expressão familiar de uma crença em termos de uma probabilidade numérica, sem introduzir questões sobre preferências em condições hipotéticas ou entre alternativas complexas e remotamente relacionadas. Além disso, esse método conduz automaticamente a uma comparação ampla entre os resultados de avaliações pessoais diferentes a respeito da mesma totalidade de eventos. (DE FINETTI, 1976, p. 20, tradução nossa)

Os participantes também tinham razões para respeitar as leis da Teoria da Probabilidade, evitando decisões inadmissíveis e perdas maiores que as necessárias. Mais adiante pretendemos deixar claro como o experimento do italiano utilizou também mecanismos

[20] Hacking (2001, p. 131, tradução nossa) prefere a expressão *probabilidade tipo-crença*, argumentando que termos como subjetivo e objetivo costumam estar carregados de outras interpretações. Da mesma forma, é preferência dele o uso de *probabilidade tipo-frequência* ao invés de probabilidade objetiva.

que sustentam outras teses do bayesianismo subjetivo — algumas que pretendem esclarecer limites na medida de probabilidades subjetivas. Porém, alguém ainda pode objetar que o experimento italiano foi conduzido em condições artificiais, isto é, se não forem forçadas (constrangidas por uma possível penalização), nem sempre as pessoas têm interesse em revelar suas crenças ou encontram motivação para tentar expressá-las de maneira tão exata, por uma probabilidade. Uma possível resposta a essas questões pode começar defendendo que existe grande *valor esperado* em saber exatamente quais crenças se tem e como expressá-las em números. Para Hacking (2001), é até uma questão moral buscar o melhor juízo sempre. Mas nem precisamos ir tão longe. Se pensarmos em um cientista no laboratório — lembremos da lógica indutiva científica de Skyrms (1968) — é fácil imaginar que ele pretende pôr à prova qualquer suposição que tenha a respeito do resultado de um experimento, ainda que possa ter escondido suas reais elucubrações dos órgãos de fomento ou de colegas curiosos. O ponto não é se ele está certo ou não em manter tais crenças, mas se as tem bem definidas. Lembremos que o probabilismo é o ponto de partida do bayesianismo subjetivo, mas não é toda a tese. Com o uso de outras ferramentas, tal lógica indutiva pretende reduzir níveis de crença que não tenham apoio em evidências — o que mostraremos mais adiante.

Assim, importa neste momento que crenças possam ser "matematizadas", isto é, expressas em números, em probabilidade, para poder incluí-las no maquinário bayesiano. Para chegar a esses números, muitas vezes, se recorre a experimentos de pensamento e esses realmente têm prêmios e constrangimentos como forma de regular a exatidão do exercício. Mas, em nenhum momento, essas premiações devem pesar de forma a contrabalançar os resultados buscados nos experimentos, como um incentivo à escolha completamente desinteressada ou à trapaça. Vejamos um desses exercícios, exposto por Hacking (2001, p. 154, adaptado). Analisemos as duas sentenças a seguir, entre as quais, você deve escolher uma delas. Antes, porém, pense em um prêmio que gostaria de ganhar:

Você ganha seu prêmio se chover na cidade em que você está amanhã. (1)

Você ganha seu prêmio se uma moeda honesta for lançada amanhã[21] e o resultado for "cara". (2)

Qual aposta você faria? A chance de um resultado "cara" em um lançamento de uma

[21] Essa marcação temporal está em Hacking (2001). Serve para controlar o experimento. Se a moeda fosse lançada hoje, o apostador poderia tender à escolha dessa alternativa por preferir encerrar a disputa o quanto antes, não por crer na assertiva em si.

moeda não tendenciosa é de 1/2, ou 50%. Assim, se você escolhe a sentença 1, estaria ajustando sua probabilidade pessoal nessa crença em mais de 50%. Ou seja, você acha mais provável que chova amanhã onde está do que obtenha “cara” em um lançamento de uma moeda justa. Se escolhesse 2, seria o contrário. Mas você ainda pode achar que é indiferente escolher uma ou outra alternativa. Nesse caso, a probabilidade subjetiva de cada uma das asserções é a mesma, isto é, 50%. Importante notar que, como observa também De Finetti (1976), conhecer as regras do experimento ajuda a utilizá-lo melhor. Neste caso, saber as chances dos resultados com lançamento de moedas balizará as escolhas das sentenças.

Agora suponha que você escolheu a assertiva 1 acima. São oferecidas as seguintes opções – aquela já escolhida e uma nova:

> Você ganha seu prêmio se chover na cidade em que você está amanhã. (1)
> Você ganha seu prêmio se uma moeda honesta for lançada duas vezes amanhã e, ao menos em um lançamento, o resultado for “cara”. (3)

Você manteria a aposta em 1? A chance de ao menos um resultado “cara” em dois lançamentos de uma moeda não tendenciosa é de 3/4, ou 75%. Se você trocar 1 por 3, isso significa que a probabilidade pessoal na crença de que choverá amanhã está entre 50% (1/2) e 75% (3/4). Se insistir em 1, isso significa que tem expectativa maior que 75% que irá precisar de um guarda-chuva. Mas se for indiferente a 1 e 3, então a crença de que choverá está em torno de 75%. Esse esquema é uma tentativa de aferir *precisamente* suas probabilidades pessoais, subjetivas? Definitivamente, não. Para Hacking (2001, p. 155), esses experimentos *representam* (o verbo é escolha dele mesmo) em números a probabilidade subjetiva, o nível de crença em certa assertiva ou certo evento. Esses índices não são mensurações, medições exatas de crença. Eles são resultado de refinamentos e calibragens em níveis de expectativas pessoais com a ajuda de experimentos de pensamento, mas não pretendem ser aferições exatas. Em um certo sentido, esse é um dos pontos mais difíceis da argumentação do bayesianismo subjetivo, conforme opinião de Hacking (2001, p. 160). Essa dificuldade não é resultado de um esquema elaborado, denso. Ao contrário, todos os movimentos dessa premissa “são passos meramente plausíveis, bastante escorregadios” (HACKING, 2001, p. 160, tradução nossa). Mas Hacking aposta que podemos conduzir muitos experimentos desse tipo até o nível mais sensível que possamos chegar. Seria como utilizar um *randomizador artificial* para comparar e calibrar nossas crenças (cf. HACKING, 2001, p. 155).

> Talvez você tenha a sensação de que a coisa toda é um golpe do vigário (*confidence trick*)! Então, devemos dizer que o que realmente faz o argumento interessante é que existem muitas versões diferentes dele, muitas delas mais sutis que qualquer coisa neste livro, e todas conduzem para as mesmas conclusões. (HACKING, 2001, p. 160, tradução nossa)

Os experimentos de pensamento de Hacking e as conclusões de De Finetti sobre seu exercício real parecem indicar que é possível *expressar* graus de crença na forma de probabilidade. Mas é isso que são: crenças expressas em probabilidade. O primeiro passo para o bayesianismo subjetivo tem também a dimensão de evitar complicar demais esse ponto, não recorrendo a "condições hipotéticas" ou "alternativas complexas e remotamente relacionadas" com a questão, conforme comenta De Finetti (1976, p. 20, tradução nossa). Apesar de sua simplicidade, podemos ressaltar uma conclusão a que o matemático italiano chegou com os testes reais: a redução das perdas acumuladas representaram bem uma "concreta medida de sucesso".

> Esse fato parece aproximar, de alguma maneira, os tipos de raciocínio julgados apropriados pela teoria objetiva da probabilidade, de um lado, e pela subjetiva do outro, revelando para ambas uma série de novas questões. Os objetivistas, que rejeitam a noção da probabilidade pessoal por conta da falta de consequências verificáveis, são confrontados com a questão de admitir o valor de tal 'medida de sucesso' como um elemento suficiente para suavizar o seu julgamento anterior. Os subjetivistas, que defendem que a avaliação de uma probabilidade, sendo nada mais que a medida da crença de alguém, não é suscetível de ser provada ou rejeitada pelos fatos, são confrontados com o problema de aceitar algum significado da mesma 'medida de sucesso' como uma medida da 'qualidade da avaliação'. (DE FINETTI, 1976, pp. 20-21, nossa tradução)

De Finetti assinala também que era alta a média geral semanal de acertos das apostas em seu experimento a respeito dos resultados do campeonato italiano de futebol. Porém, seria necessário um número maior de participantes para tirar mais conclusões a respeito da relação entre juízos individuais e a média geral. Também é necessário considerar que o grupo continha pessoas já acostumadas a apostar (cf. DE FINETTI, 1976, p. 22). Algumas outras dúvidas são a possibilidade de haver uma estratégia de jogo, como a consulta a uma lista de informações específicas (estatísticas de times, últimos resultados etc) e se existe uma espécie de "competência" entre os melhores apostadores. "Pela sua importância, questões desse tipo não estão confinadas aos domínios da psicologia e da filosofia da probabilidade e do comportamento humano, mas interessam grandemente a muitos campos práticos" (DE FINETTI, 1976, pp. 22-23, tradução nossa).

4.5 DUTCH BOOK: COERÊNCIA E INCOERÊNCIA

Parte importante do programa do bayesianismo subjetivo é mostrar que nem tudo pode se seguir de quaisquer crenças pessoais, de quaisquer probabilidades subjetivas. A lógica dedutiva tem a característica de ser consistente, isto é, não admite contradições, sob pena de trivialização do sistema. Como já vimos, a lógica indutiva estuda argumentos não-válidos. Mas o que aconteceria se tivéssemos crenças — probabilidades subjetivas — incoerentes? Para explicar esse ponto, começaremos tratando de um assunto que, desde o início do estudo da Teoria da Probabilidade, ocupa a análise de chances: os jogos de azar. Imagine que alguém ofereça uma quantia em dinheiro, apostando que algo ocorrerá – digamos o evento E. O segundo participante oferece sua parte, apostando que o evento E não ocorrerá. A soma das duas apostas é o *bolo*. Assim, se o apostador 1 entra com a quantia de X dólares; e o apostador 2 com Y dólares; o bolo é X + Y. Quem ganhar a aposta, leva tudo. Dessa forma, se o apostador 1 for o vencedor, ele receberá o total. Mas como apostou X, seu lucro é igual a Y, ou seja, o montante investido pelo adversário, que fez crescer o bolo. A razão do valor apostado com o total a ser pago é chamada taxa de aposta. Por exemplo, suponha que eu aposte 3 dólares que E ocorrerá. Meu adversário aposta 7 dólares que E não ocorrerá. O total são 10 dólares (note que a disposição do adversário de perder mais dinheiro é sinal de que acredita que vá ganhar). Minha aposta em relação ao bolo é igual a:

Taxa de aposta = valor apostado / bolo
Taxa de aposta = 3 / 10
Taxa de aposta = 0,3

As taxas de aposta são também formas de expressar crenças. Se alguém é capaz de arriscar através de uma razão muito grande é porque está dizendo que crê naquele resultado. Assim, tais taxas podem ser entendidas da mesma forma que probabilidades subjetivas. Seguindo no exemplo: representando a taxa de aposta como p e o bolo como S (*stake*), podemos representar a aposta que faço como pS (ou 0,3 x 10 = 3). Assim, se saio vencedor da aposta, meu ganho (ou *payoff*) é (1 - p)S, ou seja: (1 - 0,3) x 10 = 7. A partir daí, Hacking (2001, p. 156) apresenta a matriz de *payoff* para as apostas feitas dessa maneira – um recurso não só do mercado real de apostas, mas com aplicações em outras áreas. Ela mostra a relação de ganhos para os apostadores.

Tabela 1 – Matriz de *payoff*

Resultado	*Payoff* para aposta em E	*Payoff* para aposta contra E
E	(1 - p)S	- (1 - p)S
~ E	-pS	pS

Fonte: Hacking (2001, p. 156, tradução nossa). Adaptado.

Agora, vejamos mais um experimento de pensamento de Hacking (2001, p. 157). Acompanhando a tabela 1, se alguém acha provável que o evento E ocorra tanto quanto não ocorra, ou seja, é indiferente, não há razão alguma para ajustar p diferente de 1/2 ou 0,5 – o que seria tido como uma taxa de aposta justa. Mas, se alguém acredita mais na ocorrência de E, desejará outro valor para p. Acrescentando mais ao somatório da aposta, mostrará que confia mais no resultado favorável (cf. HACKING, 2001, p. 157). Essa seria uma espécie de generalização da técnica de calibragem das probabilidades pessoais com os experimentos de pensamento que temos visto até aqui. As apostas reais, comenta Hacking (2001), são diferentes. Os participantes fazem apostas com distintas taxas para ocorrências diferentes (normalmente combinações de resultados de competições esportivas). Em nenhuma delas a intenção é equilibrar as taxas para um resultado justo, de soma zero, mas trabalhar com certa margem de ganho, apostando de forma diferente em eventos distintos.

As apostas também podem estar condicionadas a ocorrência de um outro evento. Por exemplo: pode-se apostar que choverá amanhã, desde que a umidade do ar esteja superior a 80%. Caso contrário, a aposta será cancelada. Usando E para o evento "chove amanhã", U para "umidade do ar superior a 80%", podemos organizar a tabela de *payoff* da seguinte maneira.

Tabela 2 – Matriz de *payoff* condicional

Resultado	*Payoff* para aposta em E, dado U	*Payoff* para aposta contra E, dado U
E&U	(1 - p)S	- (1 - p)S
(~ E)&U	-pS	pS
~U	0	0

Fonte: Hacking (2001, p. 160, tradução nossa). Adaptado.

Em mais um experimento de pensamento, Hacking (2001, p. 163) nos convida a imaginar uma série de apostas em diferentes eventos. Para cada um deles, é preciso associar uma taxa de aposta. Assim, se A, B, C,... K são eventos; p_a, p_b, p_c,..., p_k são taxas de apostas para cada um deles. Obviamente, elas não precisam ser iguais, distribuídas uniformemente. Mas, neste jogo imaginário, temos de escolher apostas no evento E, com taxa p_e ou contra E com taxa (1 – p_e). Qualquer coisa diferente disso, estaremos sendo *incoerentes*. Vamos ao experimento (adaptado): imagine que E seja “choverá amanhã no Aeroporto Internacional de Florianópolis”. Se você está um pouco preocupado com o mau tempo que tem feito ou, por qualquer razão, tema que seu voo possa ser adiado, pode ser levado a apostar em E um pouco mais alto, digamos que faça p_e = 5/8. Mas, ao mesmo tempo, tem esperanças que tudo dará certo e pretende fazer a aposta também em ~E, com uma taxa de 3/4. Ora, se assim fosse, p_e deveria ser igual a (1 – 3/4) = 1/4. Mas a série de aposta também tem p_e = 5/8. Isso não é *coerente*. Nos mercados reais, para fazer vários palpites costuma-se organizar um contrato de apostas. Eles são elaborados por *bookmakers* que, no caso acima, estariam prontos para tirar vantagem dessa incoerência nas taxas do apostador. No exemplo utilizado por Hacking (2001, p. 164), o autor do contrato chama-se Astuto (*Sly*, no original em inglês). Ele organiza as apostas da seguinte forma: você aposta 5 dólares em E, ele aposta 3 dólares; você aposta 6 dólares contra E, ele aposta 2 dólares. O bolo (*stake*) é 8 dólares. A taxa p_e será 5/8 para apostas em E e de 1/4 para apostas contra E. Assim, teríamos a seguinte tabela de *payoff*.

Tabela 3 – Matriz de *payoff* de um contrato de perda certa

Resultado	Aposta em E	Aposta contra E	*Payoff*
E	3	-6	-3
~ E	-5	2	-3

Fonte: Hacking (2001, p. 164, tradução nossa). Adaptado.

Dessa forma, para qualquer resultado (E ou ~E) o apostador (você, nesse experimento de pensamento) sempre estará perdendo. Esse tipo de arranjo é chamado de *contrato de perda certa* ou, como aparece na literatura sobre lógica indutiva, *Dutch Book* (literalmente, livro holandês)[22]. Com esse princípio, é possível definir a *coerência* na lógica indutiva com o uso de probabilidades subjetivas. “Um grupo de taxas de aposta é coerente se, e somente se, não está aberto a um contrato de perda certa” (HACKING, 2001, p. 165, tradução nossa). A *coerência* é um conceito importante em lógica indutiva. Mas só a conseguimos se as taxas de apostas

[22] Hacking (2001, p. 169) atribui a expressão ao matemático britânico Frank. P. Ramsey (1903-1930), que teria sido um dos sistematizadores de uma teoria da probabilidade pessoal. Hacking conta que já pediu a dois de seus alunos, naturais da Holanda, que pesquisassem a origem do termo. No entanto, os estudantes nada descobriram. A versão da Wikipedia em inglês (DUTCHING, 2023) indica, no verbete *Dutching*, que a inspiração para o batismo de alguns conceitos sobre apostas possa ter vindo de um esquema de jogo ilegal mantido pelo mafioso americano Dutch Schultz, entre os anos 1920 e 1930, em Nova York. O criminoso, cujo nome real era Arthur Simon Flegenheimer, costumava equilibrar as apostas entre os resultados possíveis, evitando perdas – prática que ficou conhecida como *Dutching*. No entanto, a própria Wikipedia indica que faltam fontes para essa informação. Além disso, Dutch Schultz pode ter inspirado conceitos sobre apostas, mas sua prática famosa não é exatamente a mesma descrita no argumento do *Dutch Book*.

satisfizerem as leis da Teoria da Probabilidade. O que saiu errado (para o apostador, não para o *bookmaker* Astuto) no contrato acima é que se convertermos as taxas de apostas em probabilidades subjetivas, teremos:

Pr(E) = 5/8 = 0,625

Pr(~E) = 3/4 = 0,75

Sendo dois eventos mutuamente excludentes, segue-se a lei da aditividade:

Pr(E ∨ ~E) = Pr(E) + Pr(~E)

Pr(E ∨ ~E) = 0,625 + 0,75

Pr(E ∨ ~E) = 1,375

De acordo com a lei da normalidade, a probabilidade tem de ser um número real entre 0 e 1, como vimos no início do capítulo. O resultado acima viola essa regra, mas não só. Os eventos E e ~E são mutuamente excludentes, mas também exaustivos: ou choverá amanhã no Aeroporto Internacional de Florianópolis ou não choverá. Isso quer dizer que Pr(E ∨ ~E) = Pr(Ω) = 1. Qualquer resultado diferente está violando a Teoria da Probabilidade. Para ilustrar melhor esse ponto, vamos a mais um experimento de pensamento de Hacking (2001, p. 166). Dessa vez, não é você o apostador mas outra personagem: Hilary. Imaginemos que as taxas escolhidas por ela não respeitem a lei da aditividade. Assim, Hilary gostaria de fazer três apostas: no evento A, com taxa p; no evento B, com taxa q; e no evento A ∨ B, com taxa r. Mas o que acontece é uma violação da aditividade:

$$r < p + q$$

Considerando, para facilitar o exemplo, como bolo 1 dólar, o *bookmaker* Astuto de Hacking entra em ação. Ele pede que Hilary aposte de três formas diferentes: (i) uma aposta de valor igual a p de que A ocorrerá para ganhar $(1 - p)$ se A for o caso; do contrário ela perde p; (ii) uma aposta no valor de q de que B correrá para ganhar $(1 - q)$; do contrário ela perde q; e (iii) uma aposta no valor de $(1 - r)$ contra A ∨ B para ganhar r se nem A nem B forem verdadeiras, mas, se uma ou outra forem o caso, ela perde $(1 - r)$. É importante lembrar que A e B são mutuamente excludentes. A matriz de *payoff* ficaria assim:

Tabela 4 – Matriz de *payoff* das apostas de Hilary

Resultado	Aposta em (i)	Aposta em (ii)	Aposta em (iii)	*Payoff*
A&(~B)	$1 - p$	$- q$	$- (1 - r)$	$r - p - q$
(~A)&B	$- p$	$1 - q$	$- (1 - r)$	$r - p - q$
(~A)&(~B)	$- p$	$- q$	r	$r - p - q$

Fonte: Hacking (2001, p. 166, tradução nossa).

Assim, não importam os resultados, Hilary sempre obterá o mesmo prêmio ($r - p - q$). A questão é que r é menor que ($p + q$). E assim ($r - p - q$) é necessariamente um número negativo. Hilary terá em mãos um contrato de perda certa. Se ela optasse por $r > p + q$, o *bookmaker* Astuto de Hacking inverteria a ordem, mas manteria as taxas de aposta (onde realmente está o problema).

Esse exemplo trouxe também alguns operadores usuais de lógica. Vamos trabalhar com números, usando a estrutura desse exercício, para indicar como nem sempre a incoerência é tão evidente. Imagine que você esteja assistindo a um denso documentário em uma sala de cinema. Parece que algumas pessoas cochilaram. Então, você forma algumas crenças. Suponhamos que E seja “a maioria das pessoas está entendendo a ideia central da exposição” e C seja “a maioria das pessoas cochilou ao menos uma vez”. Suas crenças, representadas na forma de probabilidades subjetivas, poderiam ser: (i) é muito difícil que alguém que tenha cochilado esteja entendendo alguma coisa, logo Pr(E&C) = 8%; (ii) é mais fácil que alguém que esteja bem acordado esteja entendendo o filme, assim Pr(E&~C) = 50%; (iii) a exposição do assunto é difícil, então a maioria dormiu mesmo, logo Pr(~E&C) = 80%; mas (iv) as pessoas ainda podem estar todas acordadas, embora não estejam compreendendo o ponto, assim Pr(~E&~C) = 40%. Em princípio, pode parecer que não há nada de errado nesse conjunto de crenças. Porém, a sentença iii (~E&C) é logicamente equivalente a (E ∨ C), então: Pr(~E&C) = Pr(E ∨ C) = 0,8. E iv é logicamente equivalente a ~(E ∨ C), dessa forma: Pr (~E&~C) = Pr[~(E ∨ C)] = 0,4. Porém, pela regra da aditividade:

$$\Pr[(E \lor C) \lor \sim(E \lor C)] = \Pr[(E \lor C)] + \Pr[\sim(E \lor C)]$$

$$\Pr[(E \lor C) \lor \sim(E \lor C)] = 0{,}8 + 0{,}4$$

$$\Pr[(E \lor C) \lor \sim(E \lor C)] = 1{,}2$$

A Teoria da Probabilidade mostra que houve desrespeito à regra da normalidade. Se o *bookmaker* Astuto de Hacking estivesse na sala de cinema ofereceria uma proposta. Isso porque está aberta a possibilidade de um contrato de perda certa, um *Dutch Book*. “Uma condição necessária e suficiente que o grupo de taxa de aposta seja coerente é que ele deve satisfazer as regras básicas da probabilidade" (HACKING, 2001, p. 168, tradução nossa).

> Podemos nos perguntar: por que razão agentes doxásticos devem obedecer ao maquinário de probabilidades? Em resposta a tal questão, bayesianos frequentemente têm alegado que se um agente S não satisfaz o *calculus*, então S está vulnerável a um contrato de perda garantida (ou *Dutch Book*) e isso é suficiente para torná-lo irracional. Um primeiro aspecto importante do *Dutch Book* é a alegação de que probabilidades subjetivas e quocientes de aposta (*betting quotient*) estão conectados. (NEIVA, 2019, p. 61)

De Finetti, defensor da ideia de que é possível expressar crenças na forma de probabilidades, foi quem atribuiu o nome *coerência* às taxas que respeitam as leis da teoria (cf. HACKING, 2001, p. 169). Assim, *coerência* e *incoerência* são definidas com base na impossibilidade ou possibilidade de um contrato de perda certa. Em suas exposições sobre o bayesianismo subjetivo, De Finetti fez grande uso do argumento do *Dutch Book*, observa Hacking (2001, p. 169). Agora, com crenças bem representadas e coerentes, é hora de passar ao próximo passo da teoria. Aquele que efetivamente vai lançar mão dos atalhos matemáticos do reverendo Bayes.

4.6 ATUALIZANDO CRENÇAS COM O BAYESIANISMO

Uma vez que crenças possam ser expressas em forma de probabilidades coerentes, como advoga o bayesianismo subjetivo, é possível fazer uso da Lei de Bayes. Essa via estaria autorizada pelo respeito à Teoria da Probabilidade, ainda que se utilize probabilidades subjetivas. O objetivo da aplicação da Lei de Bayes é chegar a um método que possa descrever como uma nova evidência deve atualizar uma crença. Vamos ver como uma nova informação faria diferença, primeiro, no caso das bolas e urnas, visto no início do capítulo. Havia dois recipientes com bolas vermelhas e verdes. Tínhamos em mãos uma bola vermelha (R) e a questão era saber quais as chances de ela ter vindo da urna A. A distribuição das cores das esferas entre as urnas era a seguinte: em A, 80% das bolas são vermelhas e 20% são verdes; em B, tem-se 40% de vermelhas e 60% de verdes. Pensemos no experimento com uma modificação. Imaginemos que seja escolhida uma urna, entre A e B, aleatoriamente: 50% de chance para cada uma. Retira-se uma esfera, devolve-se ao mesmo recipiente e repete-se o procedimento. Não há tendenciosidade entre a escolha das urnas, cada uma tem a mesma chance de ser selecionada. Tampouco há dependência: o resultado anterior não influencia o próximo. A questão é: quais as chances de as esferas terem vindo da urna A dado que ambas bolas retiradas são vermelhas? Formalizando, queremos saber $Pr(A \mid R_1\&R_2)$, ou seja, pela fórmula da probabilidade condicional:

$$Pr(A \mid R_1\&R_2) = Pr(A\&R_1\&R_2) / Pr(R_1\&R_2)$$

Conforme o que já sabemos dos cálculos feitos no início do capítulo, as probabilidades combinadas de ser uma bola vermelha e pertencer à urna A resultam em $Pr(R\&A) = 0{,}4$. Como devolve-se a primeira esfera ao recipiente, preserva-se a independência entre os resultados. Dessa forma, a chance de a segunda ser vermelha dado que venha da urna A é igual a:

$$Pr(R_2 \mid A\&R_1) = Pr(R \mid A) = 0{,}8$$

Isso porque, de acordo com o que vimos anteriormente, 80% das esferas nesse recipiente são vermelhas. Então, a probabilidade de que a segunda bola retirada também seja vermelha, se vier da urna A, é 0,8. Com a fórmula da probabilidade condicional:

$$Pr(R_2 \mid A\&R_1) = Pr(A\&R_1\&R_2) / Pr(A\&R_1)$$
$$0{,}8 = Pr(A\&R_1\&R_2) / 0{,}4$$
$$Pr(A\&R_1\&R_2) = 0{,}8 \text{ x } 0{,}4$$
$$Pr(A\&R_1\&R_2) = 0{,}32$$

E se estivéssemos falando da urna B:

$$Pr(R_2 \mid B\&R_1) = Pr(B\&R_1\&R_2) / Pr(B\&R_1)$$
$$0{,}4 = Pr(B\&R_1\&R_2) / 0{,}2$$
$$Pr(B\&R_1\&R_2) = 0{,}4 \text{ x } 0{,}2$$
$$Pr(B\&R_1\&R_2) = 0{,}08$$

Compondo as probabilidades, pois são mutuamente excludentes:

$$Pr(R_1\&R_2) = Pr(A\&R_1\&R_2) + Pr(B\&R_1\&R_2)$$
$$Pr(R_1\&R_2) = 0{,}32 + 0{,}08$$
$$Pr(R_1\&R_2) = 0{,}4$$

Por fim:

$$Pr(A \mid R_1\&R_2) = Pr(A\&R_1\&R_2) / Pr(R_1\&R_2)$$
$$Pr(A \mid R_1\&R_2) = 0,32 / 0,4$$
$$Pr(A \mid R_1\&R_2) = 0,8$$

Isso quer dizer que, se retiramos duas bolas vermelhas do mesmo recipiente, há 80% de chance de termos escolhido inicialmente a urna A. Quando, no primeiro modelo, havíamos retirado apenas uma bola, a chance de se tratar da mesma urna era de 2/3, ou aproximadamente 66,7%. Assim, esse novo movimento se converteu em um ajuste de probabilidade inicial. Se interpretarmos a retirada da segunda esfera como mais dados para nossa investigação, “isso sugere como aprendemos *por experiência* obtendo mais evidências” (HACKING, 2001, p. 55, tradução nossa, grifos do autor). Então, seguindo o mesmo raciocínio, o que aconteceria se quiséssemos refazer o teste para doença rara do outro exemplo? Com um primeiro resultado positivo, qual a chance de estar doente com um segundo teste igual? Ou seja, o que queremos saber é a probabilidade de estar doente sendo que dois testes deram positivo, ou $Pr(D \mid P_1\&P_2)$. Primeiro, chegaremos a $Pr(P_1\&P_2)$. Sabendo que a probabilidade combinada de dois resultados positivos independentes, dado que se está doente, é:

$$Pr(P_1\&P_2 \mid D) = Pr(P_1 \mid D) \text{ x } Pr(P_2 \mid D)$$
$$Pr(P_1\&P_2 \mid D) = 0,96 \text{ x } 0,96$$
$$Pr(P_1\&P_2 \mid D) = 0,9216$$

O mesmo ocorre para probabilidades condicionais de ~D:

$$Pr(P_1\&P_2 \mid \sim D) = Pr(P_1 \mid \sim D) \text{ x } Pr(P_2 \mid \sim D)$$
$$Pr(P_1\&P_2 \mid \sim D) = 0,04 \text{ x } 0,04$$
$$Pr(P_1\&P_2 \mid \sim D) = 0,0016$$

E assim:

$$Pr(P_1\&P_2 \mid D) = Pr(P_1\&P_2\&D) / Pr(D)$$
$$0,9216 = Pr(P_1\&P_2\&D) / 0,01$$

$Pr(P_1\&P_2\&D) = 0{,}009216$

$Pr(P_1\&P_2 \mid {\sim}D) = Pr(P_1\&P_2\&{\sim}D) / Pr({\sim}D)$

$0{,}0016 = Pr(P_1\&P_2\&{\sim}D) / 0{,}99$

$Pr(P_1\&P_2\&{\sim}D) = 0{,}001584$

Dessa forma, a probabilidade categórica de dois resultados positivos é:

$Pr(P_1\&P_2) = Pr(P_1\&P_2\&D) + Pr(P_1\&P_2\&{\sim}D)$

$Pr(P_1\&P_2) = 0{,}009216 + 0{,}001584$

$Pr(P_1\&P_2) = 0{,}0108$

E por fim, voltado à probabilidade condicional:

$Pr(D \mid P_1\&P_2) = Pr(D\&P_1\&P_2) / Pr(P_1\&P_2)$

$Pr(D \mid P_1\&P_2) = 0{,}009216 / 0{,}0108$

$Pr(D \mid P_1\&P_2) = 0{,}8533...$ ou aprox. 85%

Com uma nova evidência, a probabilidade de estar doente, dado que dois resultados positivos foram obtidos em testes independentes (isto é, sem que o resultado de um pudesse influenciar o outro), salta para 85% – antes era 20%! Essa pode ser entendida como a base para o argumento bayesiano subjetivo no entendimento de como as probabilidades podem ser ajustadas a partir de novas informações. Como já vimos, quando se fala da Lei de Bayes, utiliza-se H como hipótese e E para evidência. Assim, podemos derivar a fórmula com as leis básicas da probabilidade da seguinte forma (cf. HACKING, 2001, p. 70). Valendo esta igualdade…

$Pr(H\&E) = Pr(E\&H)$

Vale também a seguinte:

$[Pr(H\&E)Pr(E)] / Pr(E)] = [Pr(E\&H)Pr(H)] / Pr(H)]$

Com a definição de probabilidade condicional, podemos substituir $Pr(\alpha\&\beta)/Pr(\beta)$ por $Pr(\alpha \mid \beta)$. Assim:

$\Pr(H \mid E)\Pr(E) = \Pr(E \mid H)\Pr(H)$

$\Pr(H \mid E) = [\Pr(E \mid H)\Pr(H)] / \Pr(E)$

Esta última fórmula é uma das apresentações da Lei de Bayes, como já mostrado. De novo, é essencial que $\Pr(E) > 0$. Devemos ressaltar também um outro aspecto: a característica mutuamente excludente e exaustiva das hipóteses. Dessa forma, dadas H e ~H, uma ou outra tem de ser o caso. Sendo assim, vale a aditividade:

$\Pr(E) = \Pr(H\&E) + \Pr(\sim H\&E)$

Usando mais uma vez a definição de probabilidade condicional, temos:

$\Pr(E) = \Pr(H)\Pr(E \mid H) + \Pr(\sim H)\Pr(E \mid \sim H)$

Aplicando à Lei de Bayes:

$\Pr(H \mid E) = [\Pr(E \mid H)\Pr(H)] / [\Pr(H)\Pr(E \mid H) + \Pr(\sim H)\Pr(E \mid \sim H)]$

A fórmula acima é outra apresentação da mesma regra. Vale para o caso de uma hipótese. Mas podemos generalizar (cf. HACKING, 2001, p. 70), obtendo uma fórmula para várias delas. Necessariamente, esse grupo deve reunir hipóteses mutuamente excludentes e exaustivas. Dado $H_1, H_2, H_3,...,H_i$, onde para cada i necessariamente $\Pr(H_i) > 0$, temos a seguinte formulação:

$\Pr(H \mid E) = [\Pr(E/H)\Pr(H)] / \Sigma[\Pr(H_i)\Pr(E/H_i)]$

Assim, as expressões apresentadas acima são formulações da Lei de Bayes, que resume os ajustes de probabilidade feitos nos exemplos mostrados anteriormente. O bayesianismo, defende Hacking (2001), é uma consequência da aplicação das leis básicas da probabilidade, junto com a definição da probabilidade condicional. Como vimos, as probabilidades pessoais podem ser expressas em números. Mais que isso: elas precisam ser coerentes. Se assim são, podemos satisfazer as leis básicas da probabilidade e derivar a Lei de Bayes. Dessa forma, “elas nos permitem representar o aprendizado a partir da experiência” (HACKING, 2001, p. 173, tradução nossa).

> Quando você pensa sobre suas probabilidades pessoais para uma hipótese, você assim o faz de acordo com seu conhecimento de fundo, crenças, preconceitos e outros. Mas você não para por aí. Nós aprendemos coisas novas o tempo todo. A não ser que você seja verdadeiramente parcial, novas evidências têm obrigatoriamente algum efeito naquilo que você acredita – e em suas probabilidades pessoais (...) Julgamentos sobre probabilidades devem ser revisados ou atualizados a cada minuto do dia. Existe alguma regra de como fazer isso? Os bayesianos dizem sim. (HACKING, 2001, p. 172, tradução nossa)

A repetição da aplicação da Lei de Bayes aprimoraria as probabilidades subjetivas. Por isso, os defensores do bayesianismo defendem que as fórmulas não devem ser utilizadas uma única vez. Na verdade, como observa Hacking (2001), cada nova evidência é oportunidade para aplicação do mecanismo. Assim, a probabilidade anterior (*prior*) da hipótese – Pr(H) nas fórmulas – será substituída pela probabilidade posterior – Pr(H | E). Esse mecanismo é chamado de *princípio de condicionalização estrita* (cf. NEIVA, 2016). Ele complementa o sistema do bayesianismo subjetivo, junto com a tese de que crenças podem ser expressas por probabilidades coerentes.

> Mais precisamente, probabilismo é a teoria segundo a qual (i) crenças se dão em graus, isto é, crenças são entendidas como um fenômeno gradual e (ii) que afirma que tais graus, ou atribuições de probabilidade subjetiva, são racionais apenas quando satisfazem o cálculo, *i.e.* a norma de racionalidade e coerência probabilística. Por seu turno, bayesianismo é a teoria que oferece um esquema formal, teorema de Bayes + princípios de condicionalização, de como agentes devem atualizar os seus graus de probabilidade subjetiva quando ganham novas evidências. (NEIVA, 2016, p. 61)

Existe ainda outro princípio de condicionalização. Ele se baseia na dúvida de que a evidência tenha sido realmente observada. A Lei de Bayes não é sensível a esse detalhe. Mas, para tratar de evidências não confirmadas, digamos assim, há outros caminhos. Hacking (2001, pp. 182-183) lembra que o matemático e geofísico inglês Harold Jeffreys criou uma tese que tentava cobrir o caso de evidências incertas. Conforme descreve Hacking (2001, pp. 182-183), Jeffreys atualizou a fórmula da probabilidade total. A linha reformulada inclui níveis de crença em informações não confirmadas. Esses números seriam multiplicados na fórmula como um índice que ajustaria a crença de que a evidência é o caso. Essa atualização no mecanismo ficou conhecida como *princípio de condicionalização não-estrita* ou *condicionalização de Jeffreys*. Obviamente, a probabilidade de a evidência ser o caso tem de ser maior que 0. Assim, conforme Neiva (2016, p. 65, adaptado), podemos expressar a condicionalização de Jeffreys com a seguinte fórmula:

$$Pr(H) = [Pr(E)Pr(H \mid E)] + [Pr(\sim E)Pr(H \mid \sim E)]$$

Para Hacking (2001, pp. 182-183), essa nova fórmula poderia dar conta de certo rumor como evidência, ou seja, algo não confirmado, porém provável (em certa medida) de ser verdadeiro. A condicionalização de Jeffreys ganha importância no ponto de vista que apresenta o bayesianismo como um sistema de descrição do modo como aprendemos com a experiência – o que nem sempre envolve informação completa e verificada exaustivamente (cf. HACKING, 2001, p. 182). Porém, mesmo os mais subjetivistas entre os bayesianistas não negariam a importância da atenção a evidências concretas. Assim, quando há chances objetivas envolvidas, como sorteios honestos e distribuições estatísticas, é melhor trazê-las para o sistema. É isso que veremos no próximo capítulo.

5 CAPÍTULO III – COMPLEMENTOS OBJETIVOS

O bayesianismo subjetivo aposta que probabilidades possam expressar níveis de crença de agentes racionais. Porém, isso não significa abandonar os outros usos da teoria. A frequência relativa de eventos, que por vezes é indicada como definição de probabilidade objetiva, é também uma boa aposta em relação a eventos futuros — talvez, a melhor delas; talvez a única, diriam teóricos mais radicais da objetividade probabilística, como Popper (2013). A *propensão* é por vezes indicada como a ideia de que estamos inclinados, por força lógica estabelecida já nos primórdios do "estudo do acaso", a esperar certas chances para resultados tidos como aleatórios. Imagine um programa de TV em que sejam indicadas três portas. Uma delas esconde um prêmio. As outras duas estão vazias. Você, participante do programa, pode escolher uma porta. Quais são suas chances de levar o prêmio para casa? São uma em três ou alguém *pode crer* em outra distribuição? Se fosse aberta uma das portas onde o prêmio não está logo depois de você ter feito sua escolha, gostaria de ter a chance de mudar de palpite? As chances têm uma nova distribuição porque você descobriu onde o prêmio não estava? São perguntas que a probabilidade objetiva pode responder. Os bayesianistas subjetivos, usualmente, admitem também implicações de chance, significância, estabilidade, confiança em intervalos e outras teses da probabilidade tipo frequência, ou estatística. Algumas vezes, alguns autores são classificados como bayesianistas moderados por conta disso, como faz Souza (2018). No entanto, é importante notar que a maioria dos subjetivistas não está disposta a abandonar a interpretação objetiva. Ao contrário, admite que ela seja fundamental.

> O fenômeno da estabilidade diz respeito a muito da harmonia que existe na prática entre estatística subjetivista e outras teorias como as de Jeffreys e Fisher. O que essas teorias têm a apresentar como absoluto, nós enxergamos como aproximações válidas em certas circunstâncias. Em geral, a abordagem bayesiana, mas não-subjetivista, de Jeffreys tem nos conduzido a muitas ideias que os subjetivistas podem adotar, com modificações críticas, de forma frutífera e a poucas que devem rejeitar totalmente. (DE FINETTI, 1972, p. 145, tradução nossa)

Nesse trecho, De Finetti está se referindo ao matemático e biólogo inglês Ronald Aylmer Fisher, que foi um dos maiores desenvolvedores da estatística; e também ao matemático e geofísico inglês Harold Jeffreys (o mesmo citado no final do capítulo anterior), um dos nomes que mais contribuíram para o desenvolvimento do campo do bayesianismo objetivo, ou lógico (cf. HACKING, 2001, p. 183). O filósofo alemão Rudolf Carnap foi um dos herdeiros das ideias de Jeffreys e outros quando da construção de seu próprio sistema de probabilidade lógica. O objetivo carnapiano era chegar a uma teoria da confirmação com o uso de probabilidades. Porém, essas não poderiam estar embasadas em proposições sintéticas. Era preciso buscar uma forma analítica de elaborar distribuições entre essas assertivas. Carnap e outros tentaram. A estratégia carnapiana foi buscar uma distribuição regular para probabilidades iniciais que desse conta de uma lógica indutiva. Em nenhum outro debate, a diferença entre abordagens objetivistas e subjetivistas fica tão evidente quanto na questão de como distribuir probabilidades iniciais. Os bayesianistas subjetivos não têm restrição na formulação de tais elaborações. Os objetivistas não querem ser tão permissivos, buscando lógica para essa distribuição. Seja como for o debate, ele vai terminar em críticas. Elas estão no final deste capítulo.

5.1 BAYESIANISMO OBJETIVO E DISTRIBUIÇÃO REGULAR

O primeiro sistema de probabilidade lógica, ou seja, que pretendeu dar conta da ideia de probabilidade como uma relação entre proposições, foi apresentado pelo economista britânico John Maynard Keynes (cf. HACKING, 2001, p. 144). Porém, um dos maiores nomes que contribuíram para o desenvolvimento do campo do bayesianismo lógico, ou objetivo, foi Jeffreys, segundo Hacking (2001, p. 183). Seus estudos exploraram muitas aplicações do bayesianismo em ciência. Mais tarde, Carnap criaria a sua própria tese, seguindo Keynes e Jeffreys na ideia de que as probabilidades são relações entre sentenças (cf. DUTRA, 2017, p. 38). Esses autores percorreram outra via — que não a sintética — na construção de suas ideias. Eles buscaram uma forma de justificar *analiticamente* uma distribuição de probabilidade. O próprio Carnap lista como bases de sua teoria os seguintes tópicos — que são quase um passo a passo da tese:

> [1] todo o raciocínio indutivo, em senso amplo de ser não dedutivo e não demonstrativo, é um raciocínio em termos probabilísticos; [2] dessa forma, a lógica indutiva, a teoria sobre os princípios do raciocínio indutivo, é o mesmo que probabilidade lógica; [3] o conceito de probabilidade no qual a lógica indutiva está baseada é uma relação lógica entre duas sentenças ou proposições; é o grau de confirmação de uma hipótese (ou conclusão) com base em alguma dada evidência (ou premissa); [4] o assim chamado conceito de probabilidade tipo-frequência, como utilizado em investigações estatísticas, é um importante conceito científico a sua própria maneira, mas não se encaixa como o conceito básico da lógica indutiva; [5] todos os princípios e teoremas de lógica indutiva são analíticos; [6] assim, a validade do raciocínio indutivo não depende de nenhuma pressuposição sintética, como o princípio muito debatido da uniformidade do mundo. (CARNAP, 1963, p. V, tradução nossa)

Como consequência desse raciocínio temo que…

> No contexto da interpretação lógica, o valor de Pr(q dado que p) depende somente do significado de 'probabilidade' e dos significados das proposições 'p' e 'q' e isso é independente dos fatos. Consequentemente nenhuma investigação empírica seria relevante para determinar valores de probabilidade, tanto quanto nenhuma investigação empírica seria relevante para determinar a verdade ou a falsidade da proposição $p \vee \sim p$. (SKYRMS, 1968, p. 154, tradução nossa, grifo do autor)

Parte da motivação de assumir essa via objetiva é evitar um regresso ao infinito, de acordo com Skyrms (1968). Se assumirmos que argumentos indutivos estão baseados em algo fora da linguagem, em algo sintético, sua *força indutiva* dependeria então de questões de fato — ou do conjunto que reúne nosso conhecimento de fundo acerca do mundo. Considera-se que tais argumentos têm a forma Pr(q dado que p) = a. Na abordagem sintética, essa avaliação da força indutiva da inferência é feita com base em alguma evidência extralinguística (e). Temos então: Pr[Pr(q dado que p) = a dado que e]. Em outras palavras, e atribui certo nível de força indutiva a Pr(q dado que p) = a. No entanto, o que sustenta esta nova indução Pr[Pr(q dado que p) = a dado que e]? Ora, é preciso buscar uma nova evidência (e'). Mas haverá assim uma nova indução a fazer e a cadeia não irá se interromper, seguindo assim *ad infinitum*. Cada inferência avaliada com base em evidência empírica precisará de novo argumento e nova evidência para sustentá-lo. Para Skyrms (1968), que pretende dar conta de uma probabilidade epistêmica, ou seja, baseada diretamente na evidência, esse é um problema sério. Popper (2013) notou a mesma questão e criticou a indução nesse ponto, embora acrescentasse às críticas que a outra opção para inferências desse tipo seria o psicologismo — mais adiante, ao final do capítulo, trataremos um pouco mais sobre esse ponto. O problema desse *regresso ao infinito* é que torna impossível a análise completa da cadeia que supostamente sustenta todo o raciocínio. A melhor opção, como defenderam alguns filósofos, como Carnap (1963), é seguir por outra via de análise das induções: a analítica; evitando o regresso ao infinito e a petição de princípio — problemas que acompanham a suposição da uniformidade da natureza.

Por essa abordagem, a força indutiva de argumentos não é baseada em evidência extralinguística. É por essa razão que usualmente se define probabilidade, em abordagens analíticas da questão, como uma relação lógica entre sentenças (cf. CARNAP, 1963; SKYRMS, 1968; HACKING, 2001; DUTRA, 2017). E essa relação dependerá da distribuição das possibilidades dadas pela linguagem assumida.

> Quando se trata de lógica indutiva, devemos ter em conta que é ainda mais necessário, se comparada à lógica dedutiva, descrever toda a estrutura da linguagem com a qual

> a lógica é aplicada; isso quer dizer que o grau de confirmação para duas sentenças dadas depende não somente das duas sentenças, mas também das características particulares da linguagem a qual essas sentenças pertencem. Apesar de muitos autores contemporâneos terem usado lógica simbólica em seus debates sobre probabilidade $_1$ (por exemplo, Keynes, Jeffreys, Mazurkiewicz, Hosiasson)[23], nenhum deles, não contando autores mais recentes, prestou suficientemente atenção à estrutura da linguagem. (CARNAP, 1963, p. 54, tradução nossa)

Essa estrutura toma uma forma específica na tese carnapiana, com o uso de variáveis individuais como únicas variáveis (cf. CARNAP, 1963, p. 54). Embora possa parecer uma linguagem simples para pretensões científicas de uma teoria da confirmação, o próprio Carnap (1963, p. 54) observa que até mesmo a lógica aristotélica começou em linguagem simples. No decorrer da obra do filósofo alemão, há indicações de possíveis caminhos para estender o sistema de lógica indutiva para outras linguagens. Para o horizonte deste estudo, no entanto, o essencial é compreender como isso dá forma a uma lógica indutiva *objetiva*. Para ilustrar o ponto, vamos nos deter em uma apresentação sucinta, que não cobre todos os pontos da tese, mas é didática. Considerando uma linguagem lógica com somente dois indivíduos *a* e *b* e duas propriedades logicamente independentes F e G. As proposições dessa linguagem, ou fórmulas atômicas, seriam: F*a*, F*b*, G*a* e G*b*. A partir dessas, com o uso de conectivos lógicos, pode-se construir fórmulas complexas, por exemplo: ~F*a*&F*b*. Por definição, uma *descrição de estado* é a união das conjunções de cada fórmula atômica ou de sua negação (cf. NEIVA, 2021). Assim, tal linguagem da lógica teria as seguintes descrições de estado (cf. SKYRMS, 1968, p. 155): F*a*&G*a*&F*b*&G*b*; F*a*&G*a*&F*b*&~G*b*; F*a*&G*a*&~F*b*&G*b*; F*a*&G*a*&~F*b*&~G*b*; F*a*&~G*a*&F*b*&G*b*; F*a*&~G*a*&F*b*&~G*b* e assim por diante até um total de 16 fórmulas. Cada uma dessas descreve um possível estado de coisas que está relacionado às propriedades dos indivíduos *a* e *b*. De acordo com Skyrms (1968, pp. 155-156), uma fórmula faz parte de uma descrição de estado se, e somente se, está contida nela ou é uma conclusão dedutivamente válida a partir dela. Assim, F*a*, por exemplo, é o caso em oito das 16 possibilidades. Uma tautologia, como (F*a* ∨ ~F*a*), se manteria em todas as descrições de estado. O oposto se daria com uma contradição: (G*b*&~G*b*), por exemplo, não faz parte de nenhuma delas. Dessa forma, pode-se descrever a probabilidade lógica, simbolizada abaixo por Pr_a, da seguinte forma[24] (cf. SKYRMS, 1968, p. 156, tradução nossa, adaptado):

$Pr_a(\alpha)$ = [número de descrições de estado em que α se mantém] / [número total das

[23] Mais adiante descreveremos melhor o que Carnap entende por Probabilidade $_1$.

[24] Conforme Neiva (2021), essa distribuição de probabilidades se deve ao filósofo autríaco Ludwig Wittgenstein.

descrições de estado]

$\mathrm{Pr_a}(\beta \mid \alpha) = [\mathrm{Pr_a}(\beta \& \alpha)] / \mathrm{Pr_a}(\alpha)$

Supondo que β: Fa e α: Fb, então $\mathrm{Pr_a}(\mathrm{F}a) = 8/16 = 0{,}5$, como já observamos. Da mesma forma, $\mathrm{Pr_a}(\mathrm{F}b) = 8/16 = 0{,}5$ e $\mathrm{Pr_a}(\mathrm{F}a \& \mathrm{F}b) = 4/16 = 0{,}25$. Porém, a probabilidade condicional seria:

$\mathrm{Pr_a}(\mathrm{F}a \mid \mathrm{F}b) = [\mathrm{Pr_a}(\mathrm{F}a \& \mathrm{F}b)] / \mathrm{Pr_a}(\mathrm{F}b)$
$\mathrm{Pr_a}(\mathrm{F}a \mid \mathrm{F}b) = (4/16) / (8/16)$
$\mathrm{Pr_a}(\mathrm{F}a \mid \mathrm{F}b) = 4/8 = 1/2 = 0{,}5$

Ou seja…

$\mathrm{Pr_a}(\mathrm{F}a) = \mathrm{Pr_a}(\mathrm{F}a \mid \mathrm{F}b)$

O resultado não era o almejado para as intenções dos objetivistas. "Carnap mostrou que essa interpretação tem consequências desastrosas para lógica indutiva" (SKYRMS, 1968, p. 156, tradução nossa). O ponto é que tal conclusão demonstra que, nesse sistema, Fb — ou, em outras palavras, um outro indivíduo que instancia a propriedade F — nada influencia $\mathrm{Pr_a}(\mathrm{F}a)$. Grosso modo, o sistema indica que as repetições testemunhadas não impactam qualquer outra observação da mesma propriedade que possa ser instanciada pelo próximo indivíduo. Ou, de outra forma, uma nova evidência não alteraria em nada a probabilidade inicial de determinada hipótese. Especialmente para os objetivos de Carnap, que pretendia construir uma teoria da confirmação, essa conclusão era indesejável. De acordo com Neiva (2021), a intenção carnapiana era demonstrar que seria possível uma *função regular*, identificada por *m*, que pudesse satisfazer noções de confirmação. Uma função regular é aquela que só inclui verdades lógicas como conhecimento de fundo (cf. NEIVA, 2021). Assim, se K é o conjunto que reúne tal conhecimento, então ele é logicamente equivalente à conjunção de todas as proposições da linguagem com probabilidade igual a 1, ou seja, de todas as tautologias. Mas Carnap tinha o objetivo de demonstrar, por exemplo, a *confirmação incremental*[25], expressa da

[25] A confirmação incremental é uma das interpretações qualitativas de Carnap a respeito da confirmação. De acordo com Neiva (2021), há diferentes abordagens do conceito no sistema carnapiano. A confirmação incremental, junto com a confirmação absoluta, faz parte da dimensão qualitativa.

seguinte forma (cf. NEIVA, 2021, adaptado):

$m(H \mid E\&K) > m(H \mid K)$

Ou seja, a probabilidade lógica — tida aqui como candidata a função regular *m* — de certa hipótese H, dada a conjunção da evidência E com o conhecimento de fundo K, precisa ser maior que a H dado K, ou seja, da hipótese condicionada apenas ao conhecimento de fundo. Mas todo o propósito de uma lógica indutiva é mostrar como o acréscimo de uma evidência faz alguma diferença na probabilidade da hipótese. Assim, Pr_a não é boa candidata para *m*, pois iguala os dois termos da inequação original. A estratégia de Carnap foi buscar uma distribuição diferente das probabilidades lógicas através de outro conceito, a *descrição de estruturas*. Essas reúnem descrições de estado que representam isomorficamente indivíduos que possuem cada uma das propriedades descritas na estrutura (cf. CARNAP, 1963, p. 114). Para exemplificar esse ponto, vamos analisar nossa linguagem com apenas uma propriedade (F) e dois indivíduos: *a* e *b*. Além disso usaremos a negação (~) e a conjunção (&). Dessa forma, as descrições de estado possíveis nessa linguagem seriam: F*a*&F*b*; ~F*a*&F*b*; F*a*&~F*b*; ~F*a*&~F*b*. Conforme a distribuição igualitária das probabilidades:

$Pr_a(Fa\&Fb) = 1/4$

$Pr_a({\sim}Fa\&Fb) = 1/4$

$Pr_a(Fa\&{\sim}Fb) = 1/4$

$Pr_a({\sim}Fa\&{\sim}Fb) = 1/4$

Aqui também, como no exemplo anterior, $Pr_a(Fa) = 1/2$ e $Pr_a(Fa\&Fb) = 1/4$, e o problema se manteria de concluir $Pr_a(Fa) = Pr_a(Fa \mid Fb)$. Mas imaginemos propriedades (Q_n) que descrevem estruturas. Por exemplo, suponhamos que Q_1 seja "todos os indivíduos têm a propriedade F"; Q_2 seja "um indivíduo tem F e o outro não tem F" e Q_3 seja "nenhum indivíduo tem a propriedade F". Essas descrições de estrutura reúnem, por isomorfismo, as seguintes descrições de estado:

$Q_1 = \{Fa\&Fb\}$

$Q_2 = \{{\sim}Fa\&Fb, Fa\&{\sim}Fb\}$

$Q_3 = \{{\sim}Fa\&{\sim}Fb\}$

Carnap (1963), então, organizou as probabilidades de maneira igualitária entre essas descrições de estrutura. Dessa forma, utilizando o símbolo m^* para a nova *distribuição regular*, teríamos: $m^*(Q_1) = m^*(Q_2) = m^*(Q_3) = 1/3$. Mas, agora, a probabilidade de cada descrição de estado é a divisão da probabilidade da descrição de estrutura pelo número de elementos que fazem parte de Q. Assim, temos (cf. NEIVA, 2021, adaptado):

$m^*(\mathrm{F}a \& \mathrm{F}b) = 1/3$
$m^*(\sim\mathrm{F}a \& \mathrm{F}b) = 1/6$
$m^*(\mathrm{F}a \& \sim\mathrm{F}b) = 1/6$
$m^*(\sim\mathrm{F}a \& \sim\mathrm{F}b) = 1/3$

E, assim, podemos chegar a $m^*(\mathrm{F}a)$ e $m^*(\mathrm{F}b)$ pela aditividade:

$m^*(\mathrm{F}a) = m^*(\mathrm{F}a \& \mathrm{F}b) + m^*(\mathrm{F}a \& \sim\mathrm{F}b) = 1/3 + 1/6 = 1/2$
$m^*(\mathrm{F}b) = m^*(\mathrm{F}a \& \mathrm{F}b) + m^*(\sim\mathrm{F}a \& \mathrm{F}b) = 1/3 + 1/6 = 1/2$

E também…

$m^*(\mathrm{F}a \mid \mathrm{F}b) = [m^*(\mathrm{F}a \& \mathrm{F}b)] \,/\, m^*(\mathrm{F}b)$
$m^*(\mathrm{F}a \mid \mathrm{F}b) = (1/3) \,/\, (1/2) = 2/3$

E, dessa forma, a confirmação incremental de Carnap estaria preservada, pois…

$m^*(\mathrm{F}a \mid \mathrm{F}b) > m^*(\mathrm{F}a)$

Porém, o sistema carnapiano enfrenta desafios importantes. Um deles, por exemplo, diz respeito ao problema das esmeraldas verzuis de Goodman, apresentado no capítulo I. De acordo com Neiva (2021), pela probabilidade lógica, estariam confirmadas as duas hipóteses inconsistentes: de que as esmeraldas são verdes e de que são verzuis. “Teorias da confirmação baseadas em probabilidades lógicas são incapazes de oferecer uma resposta e, particularmente, **incapazes** de realizar a distinção entre generalizações relevantes e correlações espúrias” (NEIVA, 2021, grifo do autor). Além disso, de acordo com Dutra (2017), nem mesmo importantes teses científicas seriam confirmadas pelo sistema de Carnap. Como essas assertivas envolvem enunciados universais, não haveria como *confirmar* leis, teorias ou sistemas científicos que se referem a todas as evidências que pudessem ser coletadas. Carnap contornou esse problema, de acordo com Dutra (2017, p. 38), indicando que a confirmação se referia ao próximo teste da hipótese e não à universalização da tese. Mas então teorias científicas estariam fora do sistema?

> A conclusão mais geral que podemos tirar das discussões acima apresentadas a respeito da lógica indutiva de Carnap é que não temos nunca um relato experimental (*e*) que seja suficiente para apoiar ou confirmar uma lei científica (um enunciado universal) qualquer e que, portanto, possa fundamentar nossa preferência por um tal enunciado em detrimento de outro. (DUTRA, 2017, p. 39)

Por isso, o sistema de probabilidade lógica de Carnap teria se mostrado uma ferramenta pouco producente, de acordo com Hacking (2001, p. 184), pois “aparentemente não tem aplicação prática nem em ciência nem na vida cotidiana”. Para Da Costa, a produção teve grande relevância, ainda que não tenha atingido os objetivos almejados.

> Se houvesse um sistema de lógica probabilística universal (segundo mantém Reichenbach) ou *a priori* (como defende Carnap), praticamente todos os problemas levantados pela indução estariam resolvidos ou contornados. Porém, esse não é o caso. Embora a lógica probabilística tenha interesse e grande relevância, nas formulações de Reichenbach, Carnap e continuadores, não se aplica a todas as circunstâncias e não esgota todas as formas de inferência não demonstrativa. (DA COSTA, 2008, p. 32, grifo do autor)

De acordo com Neiva (2021), Carnap acabou por optar por outro caminho, não só puramente lógico. Em 1952, em sua obra *The Continuum of Inductive Methods*, que veio após o livro *Logical Foundations of Probability*, onde está exposto o sistema resumido aqui, Carnap…

> (...) introduz um parâmetro ajustável □ que admite não apenas uma distribuição, mas uma **família-□ de distribuições**. Esse parâmetro pondera dois tipos de influências: um fator **puramente lógico**, que depende da linguagem formal, e um **fator empírico**, que é determinado pela informação e evidência que obtemos por meio de observações (frequências relativas). (NEIVA, 2021, grifos do autor).

A forma de distribuir probabilidades, ou, em outras palavras, a busca por uma *função regular* por parte de Carnap e outros defensores da abordagem probabilística objetiva, é usualmente um ponto de distinção importante entre os dois extremos do bayesianismo. Os subjetivistas não estão muito preocupados com questões que ofereçam justificativas para probabilidades iniciais de hipóteses. Para os objetivistas, encontrar uma trava analítica seria fundamental para estabelecer tal relação lógica entre enunciados de probabilidade, entre pretensas hipóteses e evidências. No próximo tópico, abordaremos os impactos desses pontos de vista diretamente no debate da formação das crenças iniciais. Em nenhuma outra discussão a respeito das teses bayesianistas, subjetivistas e objetivistas se dividem de forma tão clara.

5.2 O DEBATE SOBRE AS PROBABILIDADES INICIAIS

Temos diferenciado, até aqui, os defensores do bayesianismo subjetivo dos adeptos do bayesianismo objetivo por vias diferentes de uso dos conceitos de probabilidade. Essa separação toma parte importante no debate sobre como chegar a valores para probabilidades iniciais — aquelas que ainda vão ser lançadas ao mecanismo do reverendo Bayes. Os adeptos do bayesianismo subjetivo parecem não se importar em encontrar qualquer justificação para crenças iniciais, bastando que os indivíduos as tenham e as consigam *representar* — para citar uma vez mais o verbo utilizado por Hacking (2001) — de forma *coerente* através de um número real do intervalo 0 e 1. Mas, para os bayesianistas objetivos, há outras restrições. As tentativas dos objetivistas, exemplificadas no caso de Carnap, no tópico anterior, para uma justificação analítica levaram à busca por uma distribuição inicial igualitária entre probabilidades. Essa ideia, cara aos objetivistas, tem um nome específico: *princípio da indiferença* ou *princípio da razão insuficiente*. "O defensor da probabilidade lógica diz que quando não há evidência que favoreça uma de *n* hipóteses mutuamente exclusivas e exaustivas, então devemos atribuir a cada uma a probabilidade de 1/*n*" (HACKING, 2001, p. 143, tradução nossa). Isso quer dizer, por exemplo, que se estou diante de um dado não viciado, o *princípio de indiferença* indica que devo atribuir a cada um dos possíveis resultados de um lançamento a probabilidade de 1/6. Ou seja, não há informação relevante que justifique a mudança nessa distribuição igualitária.

> (...) geralmente bayesianos subjetivos não propõem outras restrições sobre atribuições de probabilidade inicial (*priors*). Por outro lado, bayesianos objetivos alegam que princípios de natureza a priori restringem probabilidades iniciais. Nessa perspectiva, haveria um modo racional e adequado de determinar objetivamente graus de probabilidade inicial, independente de evidência adicional. O princípio da indiferença e o conceito de simplicidade são candidatos a desempenhar essa tarefa. (NEIVA, 2016, p. 11)

O princípio de indiferença é relacionado, por alguns autores, às primeiras ideias de probabilidade. A definição clássica, apresentada no capítulo II, que remonta às ideias basilares de Laplace, é citada por vezes para indicar que não há razão suficiente que justifique uma distribuição de probabilidade não igualitária. No entanto, o critério de simplicidade não aparece tão comumente quanto o princípio de indiferença. Quando cita essa questão, Neiva (2016) está se referindo à tese do filósofo britânico Richard Swinburne, cuja obra se alinha ao bayesianismo objetivo. Assim, para ele, a simplicidade também seria um critério *a priori* para seleção de probabilidades (cf. NEIVA, 2016, p. 74). Dessa forma, considerando um conjunto de hipóteses em que todas estão muito bem de acordo com a evidência de fundo, tratam do mesmo escopo e predizem um conjunto amplo de evidências, a *simplicidade* é um critério diferenciador. Para definir o conceito, Swinburne (cf. NEIVA, 2016, p. 74) se vale da diferenciação entre simplicidade quantitativa e qualitativa. O primeiro corresponde ao número de instâncias (*token*) de uma mesma entidade (*type*). Por exemplo, uma hipótese que postula que, entre todos os seres vivos, só os humanos têm alma é quantitativamente mais simples que outra que aventa o mesmo para todos os animais. Já a suposição de que possam existir dois tipos diferentes de *quarks* é mais qualitativamente simples que outra que postule seis (cf. NEIVA, 2016, p. 74). Swinburne também relaciona a simplicidade de uma hipótese à facilidade com que são observadas suas evidências. Assim, "uma propriedade D é mais prontamente observável do que uma propriedade F quando, para qualquer x, podemos descobrir se x é ou não D sem precisarmos descobrir se x é ou não F, mas não o contrário" (NEIVA, 2016, p. 75). Há ainda outros aspectos que satisfazem a ideia de simplicidade de Swinburne — um deles é matemático. Imaginemos, por exemplo, os seguintes conjuntos (cf. NEIVA, 2016, p. 77): X = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} e Y = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12}, Se fôssemos postular uma função entre esses conjuntos, essa poderia ser: $y = 2x$. Porém, conforme Neiva (2016, p. 77), esta outra equação também está de acordo com as evidências: $y = 2x + x.(x - 1).(x - 2).(x - 3).(x -4).(x - 5).(x - 6)$. Pelos critérios de Swinburne, deveríamos atribuir maior probabilidade à equação menor, mais simples. Critérios *a priori* para seleção de hipóteses sempre geraram debates em Filosofia da Ciência. Basta pensar de por que motivos a assertiva mais simples teria de ser a melhor. Em ciência, há boas teorias, bem consolidadas, que guardam complexidades ímpares. O ponto principal é entender se tal critério aplicado *a priori* seria mais uma questão estética do que epistêmica. Esse não é um problema para os subjetivistas.

Savage (1972) lembra que o bayesianismo subjetivo *começa* com a avaliação das probabilidades iniciais. A forma como são elaboradas essas expressões de nível de crença geram algumas objeções. Porém, para Savage, elas vêm da impressão de que probabilidades iniciais são ou apriorísticas ou arbitrárias. Ele argumenta que a teoria subjetiva não se baseia em nenhum desses dois extremos. Por um lado, a abordagem matemática e lógica da questão se preocupa em descrever o sistema, mas não em "definir ou explicar" probabilidade, observa

Savage (1972, p. 143). Para o bayesianismo subjetivo, a ideia está definida: é a expressão da crença de um indivíduo. Porém, para os críticos dessa abordagem, as probabilidades iniciais estão sujeitas à vaguidade, incerteza e informação parcial. Savage responde a essa crítica dizendo que "é irrealista e impraticável confinar a definição de probabilidade a essas situações limitadas onde impressões de simetria ou experiências sobre frequências liberam a formação de opinião vindo do constrangimento da vagueza e do desentendimento interpessoal" (1976, p. 144, tradução nossa). Para o matemático, os sistemas estatísticos que conduzem a decisões, a fazer julgamentos de algo, começam sempre em probabilidades iniciais subjetivas, quer se admita ou não.

> Probabilidades subjetivas são subjetivas simplesmente no sentido de refletirem o julgamento pessoal de indivíduos. Nós sustentamos que é quimérico para qualquer um chegar a suas crenças, opiniões ou resoluções políticas sem intervenção de seu próprio julgamento. Nós nos empenhamos em fazer tais julgamentos de forma tão desapaixonada, refletida e sábia quanto possível através de uma doutrina que mostra onde e como eles ocorrem e revela inconsistências entre esses julgamentos. Há uma instrutiva analogia entre lógica, que convence alguém que a aceitação de algumas subjetivas opiniões dadas como 'certas' acarretam a certeza para outros, e a teoria das probabilidades subjetivas, com conexões similares entre opiniões incertas. (SAVAGE, 1972, p. 144, tradução nossa)

Para Savage, é errônea a imagem que se faz da teoria subjetiva como um meio de forçar a comunidade científica — ou outros grupos que estejam procurando tomar decisão, como executivos de uma empresa — a aceitar uma opinião pessoal específica. O ponto é que o "estatístico", representando a figura da teoria, auxilia a amadurecer e coordenar as opiniões de qualquer grupo. Assim, é equivocada a concepção de que o objetivo seja exercer certa pressão para aceitar um ponto de vista específico, sem justificativa, de acordo com Savage (1972, p. 144). Para o matemático, chegar a uma probabilidade subjetiva inicial se assemelha a atribuir um preço a um produto. É natural, nessa tarefa, se deparar com dificuldades como vaguidade e insegurança que geram dificuldades em chegar a um número específico. Por outro lado, indicar que faltaria significado completo ao preço da etiqueta, não parece fazer sentido. A posição de Savage, de que a probabilidade subjetiva possa ter sentido e certa segurança, não elimina a crítica de que algumas crenças podem não ter tais características, podem não ter base alguma. Os críticos usualmente ressaltam que a única restrição apontada pelo bayesianismo subjetivo é a *coerência*. Assim, claro, um julgamento inicial pode ser coerente, ainda que seja ruim ou deslocado. Nesse ponto, usualmente, os defensores do bayesianismo subjetivo ressaltam a característica dessa probabilidade: ela é inicial, ela começa o sistema. Essa crença será atualizada, conforme os mecanismos que já foram apresentados no capítulo II. Os resultados da aplicação da Lei de Bayes a crenças serão novas probabilidades subjetivas que, mais uma vez, serão postas à prova diante de novas evidências. A ideia do bayesianismo é a possibilidade de sempre ocorrerem atualizações, à luz de novas evidências. Para Hacking (2001, p. 257), o que ocorre, mais cedo ou mais tarde, é a *convergência* das crenças iniciais, desde que observada uma condição específica. Assim, se duas pessoas discordam sobre a probabilidade de determinada hipótese, para que *certamente* as opiniões nunca tenham chance de se encontrar, é preciso que alguma delas esteja certa da impossibilidade da tese, isto é, $Pr(H) = 0$. Qualquer outro valor daria margem à convergência das probabilidades posteriores, aquelas ajustadas conforme surgem novas evidências.

> Se Liza começa pensando que uma hipótese é absolutamente impossível (probabilidade zero), enquanto Elaine crê que ela seja possível, elas podem nunca vir a concordar — a não ser que Elaine converta Liza. Mas a conversão é algo bem diferente da lenta e racional mudança de crença. (HACKING, 2001, p. 257, tradução nossa)

Pode-se acrescentar um critério a mais nesse raciocínio. Duas crenças divergentes nunca chegarão próximas a valores semelhantes de probabilidades subjetivas se as partes não concordam com o que serve de evidência para a hipótese em debate. Em outras palavras, elas precisam estar de acordo com a *verossimilhança* expressa no numerador da Lei de Bayes. Suponhamos que Liza e Elaine, as personagens de Hacking mencionadas acima, dividam a mesma casa. Elas têm opiniões bem diferentes sobre a possibilidade de que um rato tenha se instalado na cozinha. Elaine acredita mais na hipótese (H). Liza tem sérias dúvidas. Porém, ambas sabem que não se trata de algo completamente descabido, ou seja, $Pr(H) > 0$. Ainda assim, Liza não crê muito na hipótese, digamos que $Pr_L(H) = 0{,}1$. Mas Elaine está bem convencida, logo $Pr_E(H) = 0{,}75$. As duas estão em desacordo. Suas probabilidades subjetivas iniciais diferem em 65 pontos percentuais. No entanto, durante a faxina semanal, elas se deparam com algumas migalhas no chão da cozinha. Apesar das crenças originais, ambas concordam que as migalhas não aparecem do nada. São evidências que indicam que pode haver realmente um rato na casa e, se houver, é *bem provável* que esteja deixando essa sujeira na cozinha, logo, para ambas, $Pr(E \mid H) = 0{,}8$. Porém, diante da evidência, o que ambas estão dizendo agora? Liza começa com uma baixa probabilidade subjetiva, mas depois que testemunha a evidência…

$Pr_L(H \mid E) = ?$

$Pr_L(H) = 0{,}1$

$Pr_L(\sim H) = 0{,}9$

$Pr(E \mid H) = 0{,}8$

$Pr(E \mid \sim H) = 0{,}2$

Assim, com aplicação da Lei de Bayes:

$Pr_L(H \mid E) = [Pr(E \mid H)\ Pr_L(H)] / Pr_L(E)$

$Pr_L(H \mid E) = [0{,}8 \text{ x } 0{,}1] / [Pr_L(H)\ Pr(E \mid H)] + [Pr_L(\sim H)\ Pr(E \mid \sim H)]$

$Pr_L(H \mid E) = [0{,}8 \text{ x } 0{,}1] / [0{,}1 \text{ x } 0{,}8] + [0{,}9 \text{ x } 0{,}2]$

$Pr_L(H \mid E) = [0{,}8 \text{ x } 0{,}1] / [0{,}1 \text{ x } 0{,}8] + [0{,}9 \text{ x } 0{,}2]$

$Pr_L(H \mid E) = 0{,}08 / [0{,}08] + [0{,}18]$

$Pr_L(H \mid E) = 0{,}08 / 0{,}26 \cong 0{,}31$ ou 31%

E para Elaine:

$Pr_E(H \mid E) = ?$

$Pr_E(H) = 0{,}75$

$Pr_E(\sim H) = 0{,}25$

$Pr(E \mid H) = 0{,}8$

$Pr(E \mid \sim H) = 0{,}2$

$Pr_E(H \mid E) = [Pr(E \mid H)\ Pr_E(H)] / Pr_E(E)$

$Pr_E(H \mid E) = [0{,}8 \text{ x } 0{,}75] / [Pr_E(H)\ Pr(E \mid H)] + [Pr_E(\sim H)\ Pr(E \mid \sim H)]$

$Pr_E(H \mid E) = [0{,}8 \text{ x } 0{,}75] / [0{,}75 \text{ x } 0{,}8] + [0{,}25 \text{ x } 0{,}2]$

$Pr_E(H \mid E) = 0{,}6 / 0{,}6 + 0{,}05$

$Pr_E(H \mid E) = 0{,}6 / 0{,}65 \cong 0{,}92$ ou 92%

A diferença nas probabilidades subjetivas de ambas reduziu 4 pontos percentuais, de 65 para 61. Liza aumentou em três vezes sua preocupação diante da nova evidência. Por vezes, com aplicações repetidas, esse valor pode ser o resultado de uma correção de crença inicial. Em outras situações, são probabilidades objetivas que entram no jogo. Quando elas aparecem, aliás, têm preferência. Essa ideia tem um nome e costuma representar bem como o bayesianismo subjetivo pode ganhar alguns contornos objetivos, complementando a teoria. Para exemplificar, vamos começar falando de um programa de sucesso na TV americana. Um game show que levantou debate e, às vezes, é apresentado para indicar como sabemos — de um modo geral — a utilizar probabilidade a nosso favor.

5.3 MONTY HALL: A CHANCE OBRIGA A CRENÇA

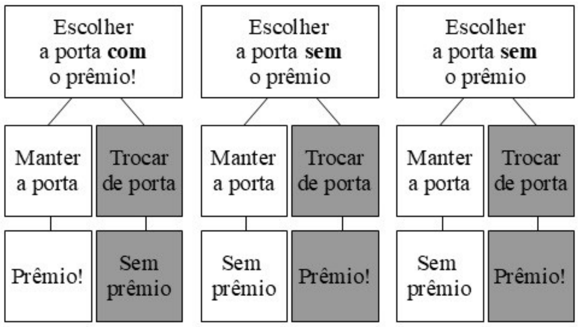
Let's Make a Deal foi um programa da TV americana que ficou no ar entre 1963 e 1990 (cf. CORBALÁN; SANZ, 2011, p. 59). O apresentador Monty Hall era quem conduzia o *game show*. O jogo envolvia um convidado que precisava escolher uma entre três portas. Atrás de uma dessas portas havia um prêmio, como um carro; nas outras duas, não havia nada — ou, em algumas versões, se diz que havia cabras (cf. SANTOS, 2015). Após o participante manifestar sua escolha, Monty Hall, que sabia onde estava o prêmio, abria uma das duas portas restantes, revelando uma entre as não premiadas. Então, o apresentador questionava o participante se ele gostaria de mudar sua escolha. Com duas portas ainda fechadas e uma opção a fazer, a *crença* comum era que as chances estavam distribuídas igualmente. Não havia assim como haver uma estratégia de jogo. A questão parecia ser meramente de sorte... Mas, em 1990, circulou entre jornais americanos um artigo que defendia uma posição contrária: havia, sim, uma estratégia para aumentar as chances de vitória no jogo de Monty Hall e essa tática era trocar de porta quando restassem duas opções. O texto foi publicado na coluna *Pergunte à Marilyn*, que circulava em mais de 300 jornais. Foi uma resposta à pergunta de um leitor sobre se havia vantagens ao jogador de *Let's Make a Deal* trocar de porta quando questionado. Logo após a publicação do artigo, houve muita reação. Marilyn vos Savant, a autora do texto, recebeu mais de 10 mil cartas em resposta a seu ponto de vista (cf. CORBALÁN; SANZ, 2011, p. 59). Quase toda a correspondência trazia mensagens de pessoas discordando que pudesse haver qualquer estratégia no jogo da TV. Até mesmo matemáticos[26] e cerca de mil PHDs (cf. MONTY HALL PROBLEM, 2024) que escreveram à Marilyn argumentaram que, com duas portas, as *chances* estavam igualmente distribuídas: 50% para cada. Não havia *razão suficiente* para pensar em nenhuma outra distribuição. Marilyn, que já estava listada no *Guinness Book* como a pessoa com o quociente de inteligência mais alto do mundo: 228 (cf. CORBALÁN; SANZ, 2011, p. 59), viria depois a *mostrar* como as chances realmente estavam distribuídas.

O jogo envolvia três portas e uma escolha. Logo, a probabilidade de o participante do

[26] Um dos estudiosos descrentes de que poderia haver um sistema de jogo era o matemático húngaro Paul Erdős. Ele só teria se convencido que a abordagem de Marilyn à questão estava correta depois de consultar os resultados em simulações no computador (cf. MONTY HALL PROBLEM, 2024).

programa levar o prêmio para casa era uma em três, dado o princípio da indiferença e nenhuma razão para crer o contrário. Isso quer dizer que a chance de escolher a porta correta era de 1/3. Da mesma forma, pela aditividade, a probabilidade de o prêmio estar atrás do conjunto das outras duas portas era de 2/3. O argumento de Marilyn evidenciou que o fato de o apresentador revelar uma das opções não-premiadas não alterava a distribuição. Apesar de restarem duas escolhas, a chance de o conjunto não escolhido inicialmente pelo participante conter o prêmio ainda era 2/3. A revelação do conteúdo de uma das portas não premiadas funcionava apenas como distração e só era possível pois Monty Hall sabia onde estava o prêmio. Organizando a possibilidades em forma de "árvore" teríamos um esquema como a ilustração abaixo.

Ilustração 2 – Distribuição dos resultados em Monty Hall



Fonte: Corbalán; Sanz (2011, p. 61). Adaptado.

Trocando de porta, o participante do programa tem duas chances em três de chegar ao prêmio; contra uma em três se não o fizer[27]. A crença de que não poderia haver um sistema de jogo teve de dar lugar ao que está indicando a chance, a *probabilidade objetiva*. Há algumas formas de defini-la. A que utilizamos no exemplo é associada à propensão ou disposição de algum resultado aleatório, usualmente com chances distribuídas de forma igualitária entre as possibilidades de resultado, isto é, respeitando o princípio da indiferença visto anteriormente. Os exemplos mais comuns são jogos de roleta ou lançamento de dados. Hume utiliza um desses na seção VI da *Investigação Acerca do Entendimento Humano* às probabilidades. O filósofo nota que as probabilidades também podem ser projeções para o futuro de expectativas criadas à base de uniformidades testemunhadas no passado (1996, p. 72). Assim, se estou em um país nórdico — o exemplo é de Hume (1996, p. 73) — onde há grandes chances de gear no mês de

[27] Após fundamentar a teoria para a solução do problema, Santos (2015) ensina como elaborar uma planilha eletrônica, utilizando softwares encontrados na maioria dos computadores. Em seu trabalho, ele apresenta os gráficos com resultados de 5.000 simulações. Todas corroboram a tese de Marilyn. O objetivo de Santos (2015) é sugerir o uso do problema de Monty Hall para ensino de probabilidade a estudantes do Ensino Médio.

janeiro, posso esperar testemunhar o fenômeno por lá com mais probabilidade do que em outros países da Europa. De acordo com Hume, a observação de frequentes ocorrências faz com que projetemos tais eventos no futuro *na proporção* em que têm aparecido no passado (1996, p. 73). Um dos exemplos do filósofo escocês envolve o lançamento de dados. Hume deixa clara a influência da probabilidade objetiva, entendida como propensão, no grau de crença de um indivíduo.

> Há certamente uma probabilidade que resulta de uma superioridade de possibilidades a favor de uma das partes e, à medida que esta superioridade aumenta excedendo as possibilidades opostas, a probabilidade recebe um aumento proporcional gerando maior grau de *crença* ou *assentimento* à parte em que descobrimos a superioridade. Se um dado fosse marcado com um algarismo ou mesmo número de pontos em quatro faces e com outro algarismo ou mesmo número de pontos nas duas restantes, seria mais provável que saísse uma daquelas do que destas faces; todavia, se mil faces fossem marcadas de modo idêntico e apenas uma diferente, a probabilidade seria muito maior, e nossa crença ou expectativa do evento seria mais firme e mais segura. (HUME,1996, p. 72, grifos nossos)

A probabilidade objetiva, algumas vezes chamada de física ou natural, também pode ser definida com base na frequência relativa de certo evento. “Presumivelmente, tal tipo de probabilidade descreve uma propriedade física do mundo. É, nesse sentido, objetiva e independente do que se passa na vida mental de um agente, isto é, independente se alguém em algum momento a considerou e soube ou sabe a respeito dela” (NEIVA, 2015, p. 50). Naturalmente, a probabilidade objetiva exerce certa predominância sobre a crença. Os subjetivistas estão de acordo. Quem insistir em não trocar de porta no programa de Monty Hall está perdendo chances valiosas.

> Nós, subjetivistas, concebemos probabilidade como uma medida de crença parcial razoável. Mas nós não precisamos guerrear com outras concepções de probabilidade, declarando que, onde a crença subjetiva se afasta, começa o nonsense. Ao lado da crença subjetiva nós devemos acreditar também na chance objetiva. A prática e a análise da ciência requerem ambos os conceitos. Nenhum pode substituir o outro. Entre aquelas proposições que merecem nossa crença, nós encontramos, por exemplo, a proposição que (como um fato contingente de nosso mundo) todo átomo de trítio que agora existe tem uma certa chance de decair dentro de um ano. (LEWIS, 1980, p. 263, tradução nossa)

É por isso que, na opinião do filósofo americano David Lewis, Carnap teria acertado em separar dois tipos de probabilidade quando trabalhava na elaboração de seu sistema de probabilidade lógica. Porém, Lewis (1980) defende que os melhores conceitos a utilizar são de probabilidade como crença e probabilidade como chance, que ele associa a graus de crença e à propensão, respectivamente — ideias que seriam diferentes das de Carnap, especialmente quando trata de graus de confirmação.

> Minha concepção de probabilidade lógica (chamada 'probabilidade $_1$', neste livro) tem algumas características em comum com as concepções de outros autores, como por exemplo, John Maynard Keynes, Frank P. Ramsey, Harold Jeffreys, Bruno de Finetti, B. O. Koopman, Georg Henrik von Wright, I. J. Good, and Leonard J. Savage, para mencionar os nomes mais conhecidos. Todas essas concepções partilham as seguintes características. Elas são diferentes da concepção frequentista ('probabilidade $_2$' neste livro). Elas enfatizam a relatividade da probabilidade com respeito à evidência. Por essa razão, alguns dos autores chamam essa concepção de 'subjetiva'; entretanto, esse termo não parece apropriado para a probabilidade lógica. (CARNAP, 1963, p. XIV, tradução nossa)

A crença não tem lugar na teoria carnapiana. Mas, conforme já apontado por Lewis (1980), os tipos de probabilidade se relacionam. Temos crenças (probabilidades subjetivas) a respeito de chances (probabilidades objetivas). Por exemplo, se sou questionado sobre as probabilidades do resultado "cara" em um lançamento de uma moeda que penso ser honesta, direi que acredito que sejam 50%. Agora imagine que eu seja informado que nos 100 lançamentos anteriores da mesma moeda, o resultado foi "cara" em 86 deles. Acabo sabendo de ainda mais: cópias dessa moeda foram feitas e testadas à exaustão. O resultado foi que "cara" apareceu em 90% dos lançamentos. Apesar disso, Lewis (1980, p. 265) defende que, se eu ainda suponho que a moeda é honesta, devo manter a crença em 50% de *chance* de um resultado "cara" no próximo lançamento. Mas por quê?

Para Lewis (1980), as informações que me foram passadas antes do lançamento são evidências para o resultado somente se fossem relevantes para minha crença nas chances de 50%. "A extensão da incerteza entre resultados é baseada na certeza sobre suas chances, é um estável e *resiliente* tipo de incerteza" (LEWIS, 1980, p. 265, tradução nossa, grifo nosso). As chances têm resiliência sobre certos tipos de evidências ou proposições, desde que sejam *admissíveis*, de acordo com Lewis (1980). Assim, as informações que me foram repassadas sobre o lançamento da moeda, no exemplo que usamos acima, não alteram as chances, consideradas resilientes.

> Proposições admissíveis são um tipo de informação cujo impacto na crença sobre resultados vem inteiramente da mesma forma que o impacto na crença sobre as chances de tais resultados. Uma vez que as chances são dadas de imediato, condicionalmente ou incondicionalmente, evidências baseadas nelas não importam mais. (Uma vez que está estabelecido que o suspeito foi quem atirou com a arma, a descoberta das impressões digitais dele no gatilho nada adiciona ao caso contra ele). O poder do *princípio principal* depende inteiramente do quanto é admissível. Se nada é admissível tem-se o vácuo. Se tudo é admissível, então é inconsistente (LEWIS,1980, p. 272, tradução nossa, grifo nosso)

O *princípio principal* é a tese de Lewis de como probabilidades subjetivas (crenças) se relacionam com probabilidades objetivas (chances). Como ele mesmo cita, as proposições admissíveis desempenham papel importante na concepção da ideia. Mas não é só. Na primeira versão da equação que representa o princípio principal, Lewis (1980) relaciona uma função de crença, um período no tempo, uma proposição sobre a chance, uma proposição compatível com uma premissa admissível e um número real entre 0 e 1. Não será o ponto aqui investigar como funcionam todos os termos da equação de Lewis, tampouco explorar seus conceitos a fundo. Mas é importante notar como o princípio principal é a tentativa de esclarecer a relação entre o viés subjetivo dos bayesianistas e a objetividade oferecida por certas interpretações de probabilidade, notadamente, a mais clássica delas. Outros autores, como Skyrms (1968) ou Hacking (2001), dão como certa essa relação, sem muita necessidade de justificativa. No entanto, vejamos um pouco mais sobre o argumento de Lewis. Ele admite que não tem uma definição precisa de admissibilidade para oferecer, mas indica que pode mostrar em que condições podemos ter uma premissa admissível. Informações que pesam, por exemplo, são aquelas tidas como *históricas*.

> Informações admissíveis, considerando momentos antes do lançamento de uma moeda, são, por exemplo, todos os resultados dos lançamentos anteriores dessa moeda específica e de outras semelhantes a ela. Também incluem cada detalhe — não importa o quão difícil seja descobri-los — da estrutura da moeda, de quem está lançando, informações sobre o preparo do lançamento, e até coisa próxima que possa, de alguma maneira, intervir no processo. Também inclui uma grande quantidade de informação que é completamente irrelevante para o resultado do lançamento da moeda. (LEWIS,1980, p. 272, tradução nossa)

Conforme Lewis (1980), uma proposição é sobre determinada moeda se, e somente se, a assertiva se mantém em ambos ou em nenhum de dois *mundos possíveis* em que esse objeto exista. Mas não são somente informações históricas que podem ser admissíveis. Também informação hipotética sobre chances desempenham papel importante. Essas compõem o consequente de um argumento condicional em que o antecedente são as informações históricas. Dessa forma, as inferências condicionais admissíveis de Lewis são “proposições sobre como chances (ou fracassos) dependem da história [desses objetos como a moeda]” (LEWIS, 1980, p. 274, tradução nossa). Um conjunto desses argumentos condicionais comporia uma teoria de como funciona aquela chance, ou probabilidade objetiva, em determinado mundo possível. Dessa forma, o *princípio principal* poderia ser exposto com a seguinte fórmula (LEWIS, 1980, p. 277):

$P_{tw}(A) = C(A \mid H_{tw}T_w)$

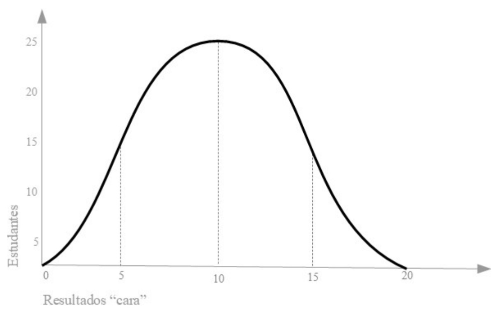
P_{tw} é uma chance de distribuição de probabilidades que se dá em determinado momento de tempo (*t*) em determinado mundo possível (*w*). Ela vem de uma função de crença (C) que leva em conta a probabilidade de uma proposição (A), condicionada à completa história desse mundo em determinado tempo (H_{tw}) junto com sua teoria completa de chances (T_w) — a soma dos argumentos condicionais como vimos acima.

Hume e Lewis jogariam bem o game show de Monty Hall. Com mais intuição ou com mais matemática, ambos manteriam, nesse caso, a distribuição sugerida pela probabilidade objetiva. Talvez, para Lewis, a revelação de onde não estava o prêmio é somente uma premissa admissível esperada de um conjunto T_w, com todos os condicionais verdadeiros que têm assertivas sobre aquelas chances das três portas. Ou seja, testemunhar que uma delas estivesse vazia não mudava a distribuição inicial. Por outro lado, Hume diria, talvez, que as faces dos dados já estavam marcadas. No final das contas, a revelação da porta aberta elimina a dúvida de qual porta escolher. Mas a decisão de trocar já estava tomada.

5.4 INFERÊNCIA ESTATÍSTICA: SIGNIFICÂNCIA E PODER

Imagine que seja feito um experimento com estudantes de uma faculdade. Cada um deles precisa jogar 20 vezes uma moeda honesta e tomar nota dos resultados. As probabilidades são de 1/2 para cada uma das faces em cada um dos lançamentos. Apesar disso, não se espera que todos os estudantes tenham anotado 10 "caras" na tabela de resultados. Tampouco há expectativa de que seja representativo o número de estudantes que consigam 0 ou 20 "caras" em todos os lançamentos. Os resultados — para uma moeda honesta — são distribuídos como no gráfico a seguir:

Gráfico 6 - Distribuição normal do resultado "cara"



Fonte: Hacking (2001, p. 191). Adaptado.

Em nosso exemplo, seguindo Hacking (2001, p. 191), apenas 25 estudantes obtiveram exatamente 10 "caras" em seus lançamentos. Tais números resultaram no gráfico em forma de "sino", que representa uma *distribuição normal* ou *curva de Gauss*[28]. "Inicialmente, supunha-se que todos os fenômenos da vida real devessem ajustar-se a uma curva em forma de sino; caso contrário, suspeitava-se de alguma anormalidade no processo de coleta de dados. Daí a designação de *curva normal*" (CASTANHEIRA, 2012, p. 166, grifo do autor). Mas, voltando ao experimento, qual seria a média de todos os resultados para "cara"? Nesse caso, de acordo com o exemplo citado por Hacking (2001, p. 191), a *média amostral* ficaria em torno de 9,76 — próximo aos 10 resultados esperados pela probabilidade. Se dividirmos a média amostral pelo número de lançamentos feitos por estudante, temos a frequência relativa do resultado "cara", ou seja, 9,76 / 20 = 0,488. O número é bem próximo ao indicado como chance antes dos lançamentos: 1/2 ou 0,5. Porém, é importante considerar os resultados que chegam perto desta frequência relativa, afinal, há estudantes que contaram 9 ou 11 "caras". Assim, pode-se calcular o *desvio padrão* da média. Com mais e mais lançamentos de moedas, as margens de erro tenderiam a diminuir e, cada vez mais, a probabilidade (*p*) e a frequência relativa se aproximariam — um resultado desejável de estabilidade que pode ser medido como grau de acurácia de *p*. Essa é uma das consequências descritas pelo teorema do matemático suíço Jacques Bernoulli. Os estudos da relação entre probabilidade e frequência relativa em estatística geraram as chamadas *leis dos grandes números* (das quais faz parte o Teorema de Bernoulli), que envolvem tendências ao longo de séries de repetições de amostragem. No caso do matemático suíço, os estudos supõem probabilidades constantes em ensaios que envolvam lançamentos e resultados mutuamente excludentes — como o exemplo da moeda. Esses testes são chamados de *ensaios de Bernoulli* (cf. HACKING, 2001, p. 193, tradução nossa). As leis dos grandes números têm impacto importante no estudo de inferências estatísticas, que implicam "admitirmos que os resultados obtidos na análise dos dados de uma amostra são válidos para toda a população da qual aquela amostra foi retirada. Consiste em obtermos e generalizarmos conclusões sobre dada característica de uma população a partir de informações colhidas da amostra" (CASTANHEIRA, 2012, p. 213). Hacking defende que as leis dos grandes números fazem contribuições importantes ao bayesianismo. Entre as principais, estão as ideias de *significância* e *força*.

[28] Batizada assim em homenagem ao matemático, astrônomo e físico alemão Joham Carl Friedrich Gauss (cf. CASTANHEIRA, 2012, p. 166).

> Pense desta forma: a perspectiva da crença está embasada em uma propriedade lógica fundamental das leis de probabilidade — a Lei de Bayes. O ponto de vista frequentista se baseia em outra propriedade lógica fundamental das leis de probabilidade — as leis dos grandes números. Ambas propriedades lógicas têm sido verdadeiramente ricas em sugestões e consequências, tanto filosóficas quanto matemáticas. (HACKING, 2001, p. 190, tradução nossa)

Começaremos tratando da ideia de significância. Imagine o caso de uma fábrica de lâmpadas de alta qualidade. A linha de produção costuma entregar 96% de produtos tidos como duradouros, de longa vida. Em contrapartida, 4% das lâmpadas produzidas pela fábrica duram menos, são de baixa qualidade. Imagine que se está diante de uma grande amostragem de 2.400 lâmpadas. Assim, foi criada uma hipótese (H), que afirma que a probabilidade de se ter entre 2.275 e 2.333 lâmpadas de longa vida nesta amostra é maior que 99% e, assim, a probabilidade de se conseguir mais de 125 ou menos de 67 lâmpadas de baixa qualidade é menor que 1%. Já estão considerados o desvio padrão e outros parâmetros da distribuição. Os resultados que estão na margem de 1% foram escolhidos para dar significado à hipótese — esse número pode variar de acordo com a avaliação que se pretende. Na verdade, em diferentes estudos de áreas como a psicologia, por exemplo, esse número toma a forma de 1% a 5% (cf. HACKING, 2001, p. 216). Importante notar que não há aqui probabilidade de H. Como a hipótese é uma assertiva sobre um estado de coisas a respeito da amostra, assim o caso é de atribuir valores de verdadeiro ou falso — não há graus, não há probabilidades. Dessa forma, se H está correta, infere-se que um evento com 1% de chance ocorreu — um ponto mais abaixo da curva de sino. De acordo com Hacking (2001, p. 213, tradução nossa), estatísticos optam pela expressão: "H é significativa em nível de 1%". Agora, o ponto é testar a hipótese. Para isso, é necessário montar um experimento. Usualmente, se começa por uma *modelo estatístico* — o exemplo das moedas lançadas por estudantes serve bem. Depois, é preciso escolher uma assertiva, que, por vezes, é uma *hipótese nula* — ou seja, que nega a relação entre dois termos, justamente para testá-la, como, por exemplo, "este efeito não tem relação com esta causa". O modelo do experimento escolhido vai indicar como mensurar os dados coletados que são separados, normalmente, em dois grupos — como lâmpadas boas e ruins, criando um ensaio de Bernoulli. A hipótese é escolhida de tal forma que indicará uma baixa probabilidade de evento que a contraria. A chance de obter o dado — ou até alguma outra informação ainda mais rara — que avalize que hipótese é verdadeira é uma probabilidade que dará a medida do nível de significância do resultado, chamado *valor-p* (cf. HACKING, 2001, pp. 213-214).

Voltemos ao exemplo que inicia este tópico. Suponhamos que alguém tome uma moeda emprestada com os estudantes. Presumivelmente, ela é honesta. Essa pessoa lança 2.400

vezes a moeda, obtendo 1.279 caras. A distribuição estatística indica que, neste caso, a diferença de 75 resultados iguais ao esperado, para mais ou para menos, é um evento que ocorre menos de 1% das vezes. Assim, a seguinte hipótese pode ser feita: se a moeda é honesta, então ocorreu um evento com probabilidade menor de 1% — resultado maior que 1.275 caras ou menor que 1.125. O sistema, na prática, pode ser bem mais complexo do que essa descrição demonstra. A começar pela seleção do modelo estatístico.

> Como escolher uma estatística? Essa é uma direta e prática questão sobre testes de significância. Uma importante noção teórica é a *estatística suficiente*. Em certo sentido, uma estatística suficiente é um sumário de dados crus que reúne toda informação relevante. Essa é uma ideia técnica para cursos de estatística, mas está conectada com a ideia bayesiana que taxas de verossimilhança somam significado evidencial de parte de informação. Aqui nós estamos preocupados não com tais questões sobre o design dos testes, mas com a lógica básica da significância. (HACKING, 2001, p. 215, tradução nossa, grifo do autor)

Seguindo no exemplo da moeda supostamente honesta, a pessoa que a lançou pode ter notado outra informação indicada no resultado. Suponhamos que os lançamentos tenham gerado uma sequência específica de “caras” e “coroas”. Em outra análise de distribuição estatística, tal resultado seria extremamente raro. Qual a conclusão a tirar? Nesse caso, é preciso considerar as *regiões de significância*. Há dados que são significativos para a hipótese e existem outros que não são. Eles são separados em dois grupos: S, de significativos, e N, de não significativos. De acordo com Hacking (2001, p. 214, tradução nossa), há duas consequências desses grupos para a hipótese: “(i) se a hipótese nula é verdadeira, então a probabilidade de se chegar a qualquer resultado em um teste individual em S é menor que a probabilidade de se obter um resultado em N; (ii) se a hipótese nula é verdadeira, então a probabilidade de se obter qualquer resultado em S é *p*, onde *p* é o nível de significância do teste”. Na primeira consequência, afirma Hacking (2001), está embutida a ideia de verossimilhança, conforme observado acima. Isso porque expressa uma probabilidade condicional de encontrar a evidência no grupo S, dada que a hipótese seria o caso. Dessa forma, para a lógica indutiva eclética de Hacking, isto é, que visa conciliar essas medidas de estatística com o bayesianismo, o teste de significância está muito próximo à verossimilhança. Assim, a tradução do conceito de uma para a outra abordagem é a seguinte: “se uma hipótese nula é verdadeira, então, usando uma certa estatística que resume dados de um experimento como o nosso, a probabilidade de obtermos o dado ao qual chegamos, ou algum menos provável, é de 0,01” (HACKING, 2001, p. 215).

Outra característica de inferências estatísticas é o seu *poder*. Considerando modelos semelhantes ao de significância, podemos buscar reduzir a chance de aceitarmos uma hipótese falsa ou aumentar a probabilidade de rejeição da falsidade. Assim, experimentos estatísticos são montados considerando uma classe de hipóteses rivais. Os resultados são divididos em duas proposições mutuamente excludentes: digamos A para "aceitar a hipótese H se o resultado do experimento cair em A" e R para "rejeitar a hipótese H se o resultado do experimento cair em R". O objetivo é minimizar a probabilidade condicional Pr(A | ~H) e maximizar Pr(R | ~H). Isso pode ser feito, criando um modelo que selecione pequenas probabilidades, como em testes de significância (cf. HACKING, 2001, p. 225). As duas medidas — *significância* e *poder* — podem ser utilizadas de diferentes formas para inferências estatísticas. Por vezes, será mais importante colecionar mais dados estatísticos para avaliar o *poder* de uma hipótese, isto é, reduzir a probabilidade condicional de aceitá-la se for falsa. Em outras situações, será mais relevante não rejeitar uma que possa ser verdadeira — nesse caso, busca-se maior *significância* para a inferência estatística. De qualquer forma, é o conjunto de dados e o modelo estatístico escolhido que podem pesar para uma ou outra característica desejada. Ambas, significância e poder, fazem parte de um primeiro conjunto de ideias sobre probabilidades objetivas que Hacking (2001) avalia como úteis ao bayesianismo. Mas há outra abordagem que também pode auxiliar nas teses subjetivistas: a confiança em intervalos.

As pesquisas de opinião pública usualmente fazem extrapolações a partir de certa amostra da população ouvida. Estamos acostumados à expressão "margem de erro". O estudo das distribuições normais, com base no Teorema de Bernoulli, mostra que há alguns fatos a respeito desses dados que geram as curvas de sino. Uma dessas conclusões é que o desvio padrão pode assumir certos valores relacionados à probabilidade (p) e à população da amostra (n). Suponha que certa pesquisa está avaliando a ocorrência de propriedade G em um número específico de indivíduos, uma amostra s. Assumiremos o pior cenário possível, com elevado desvio padrão. Como um fato derivado do Teorema de Bernoulli, podemos concluir que para qualquer valor de p, a probabilidade é de pelo menos 95% que a proporção s de Gs na amostra esteja dentro de $1/\sqrt{n}$ de p. Essa não é a única conclusão derivada do teorema, mas é uma das possíveis, conforme Hacking (2001, p. 234). Isso quer dizer que, se tivermos uma amostra como n = 10.000, então $1/\sqrt{10.000}$ = 0,01. Assim, a conclusão é que temos pelo menos 95% de probabilidade de obtermos uma amostra tal como s que esteja dentro de 0,01 de p. O que Hacking faz é supor que podemos concluir também que temos pelo menos 95% de probabilidade de obtermos uma amostra tal como p que esteja dentro de 0,01 de s. Em outras palavras, estamos extrapolando o resultado de uma amostra para uma população com um método que tem funcionado em 95% dos casos (cf HACKING, 2001, pp. 235-236). Por exemplo, se Pr(Gs) = 0,3, então poderíamos concluir, com 95% de chance, que a proporção de G em toda a população está entre 0,29 e 0,31. Hacking reconhece que, do ponto de vista da probabilidade tipo-frequência, não faz sentido tal afirmação. Isso porque ou a população está dentro do intervalo especificado ou não está, não existe graduação dessa hipótese. No entanto, o objetivo de Hacking é mostrar que podemos estar certos sobre essas extrapolações, com certa confiança — o peso está mais no método. Mas ressalta que esses intervalos são utilizados para indicar a "reabilitação de uma certa estimativa" (2001, p. 238). São, por assim dizer, uma figura idealizada. Porém, isso justificaria certo comportamento indutivo — conforme expressão utilizada por alguns autores, como o matemático polonês Jerzy Neyman, que estudou a confiança em intervalos. Hacking, no entanto, prefere manter que se trata de *inferência indutiva* (2001, p. 244). Para ele, essa relação de confiança em intervalos, poder, significância e estabilidade é uma forma de unir conceitos para mostrar que, em muitos contextos, pode se estar certo "na maior parte do tempo" (2001, p. 262).

5.5 CRÍTICAS: PSICOLOGISMO, CZECH BOOK E EVIDÊNCIAS

Para cada passo na construção das principais teses do bayesianismo subjetivo há críticas a enfrentar. A ideia mais basilar para a teoria, ou seja, de que graus de crença possam ser representados por probabilidade, é talvez um dos pontos mais frágeis. Conforme já apontamos no decorrer deste texto, Hacking (2001, p. 160) até classifica como "escorregadios" (*slippery*) os passos na construção dessa tese. Popper foi um dos autores que escreveram sobre a impossibilidade de compreender probabilidade em outros termos que não puramente matemáticos. Na verdade, o filósofo tem até mesmo ressalvas quanto à interpretação frequentista da probabilidade, procurando propor novos fundamentos do cálculo probabilístico (cf. POPPER, 2013). Crítico de qualquer tentativa de explicar a indução, Popper (2013) separa o que pode ser analisado por lógica — ou alguma teoria epistemológica — e o que seria interessante somente aos olhos da Psicologia, ou seja, grosso modo, de avaliação de como as pessoas se comportam ou de como funciona nossa cognição.

> Uma *interpretação subjetiva* da Teoria da Probabilidade é sugerida pelo uso frequente de expressões de sabor psicológico, tais como '*expectativa* matemática', ou, digamos, 'lei normal de *erro*', etc; em sua forma original, essa interpretação é *psicologística*. Ela trata o grau de probabilidade em termos de medida de sentimento de certeza ou incerteza, de crença ou dúvida, que podem surgir em nós, despertados por certas asserções ou conjecturas. Em conexão com enunciados não numéricos, a palavra 'provável' pode traduzir-se muito satisfatoriamente desta maneira; todavia, uma interpretação ao longo dessas linhas não me parece muito aceitável quando se refere a enunciados de probabilidade numérica. (POPPER, 2013, p. 133, grifos do autor)

Assim, conforme Popper, não faz sentido tentar atribuir graus de probabilidade a uma hipótese. Tampouco é bem-sucedida a aproximação com a abordagem de chance de eventos. “Rejeito a variante da teoria subjetiva[29] segundo a qual os enunciados objetivos de frequência devem ser deduzidos de pressupostos subjetivos — talvez utilizando o Teorema de Bernoulli como ‘ponte’: por motivo de ordem lógica, considero irrealizável esse programa” (POPPER, 2013, p. 134). Assim, a alegação do bayesianismo subjetivo, de que a expressão de crenças individuais em forma de números pode respeitar a Teoria da Probabilidade, é inócua para Popper. É importante notar que o filósofo escreve principalmente para criticar propostas de bayesianistas objetivos, como Keynes, Reichenbach e Carnap — defensores da possibilidade de uma teoria das probabilidades lógicas. Ainda assim, pode-se apontar que uma das tarefas que se propõe Popper (2013) é justamente de oferecer outros fundamentos para a Teoria da Probabilidade. Dessa forma, não haveria como sustentar as bases da interpretação subjetivista pelo julgamento popperiano, já que até a proposta objetiva precisa ser revista. Para De Finetti, no entanto, manter a posição estritamente objetivista não oferece muito quanto ao significado de probabilidade.

> Outras escolas de pensamento tendem a ser contrárias a qualquer avaliação de probabilidade não baseada em esquemas restritos. Esses esquemas, tomados como abstrações teóricas, não conduzem a conexões com qualquer tipo de aplicação. Tomados como aplicáveis na realidade, eles se reduzem a simples dispositivos que estão sempre, ou quase sempre, presentes em cada julgamento probabilístico mas sem qualquer poder de mudar o significado da probabilidade, e assim satisfazem a esperança de transformar uma avaliação subjetiva em alguma entidade metafísica misteriosa dotada de valor objetivo. (DE FINETTI, 1972, p. 188, tradução nossa)

Mas, ainda que seja admitida a expressão de crenças em forma de probabilidade, pode-se argumentar que, simplesmente, não é nada disso que as pessoas fazem. Em outras palavras, “agentes ordinários nem sempre são capazes de satisfazer o modelo de racionalidade proposto pelo probabilismo e bayesianismo” (NEIVA, 2015, p. 60). Basta lembrar que mesmo os alunos de De Finetti, matriculados nas aulas de estatística, ao elaborarem taxas de apostas para os jogos de futebol do campeonato italiano (capítulo II) nem sempre respeitavam as leis básicas da Teoria da Probabilidade. O matemático observou que os participantes de seu experimento tinham melhores juízos quando entendiam melhor o sistema (cf. DE FINETTI, 1972, p. 22). Porém, se nem estudantes da Teoria da Probabilidade estavam dispostos a respeitá-la para expor suas crenças, quem estaria? Uma possível resposta a esse ponto é que o probabilismo dos bayesianistas subjetivos não precisa ser entendido como uma avaliação de como as pessoas

---

[29] Popper está falando de teorias de probabilidade lógica, a qual ele também atribui o rótulo de “subjetiva”.

fazem inferências. Estaria mais próximo a uma tentativa de descrever agentes idealmente racionais (cf. NEIVA, 2015, p. 61).

Mas, se é assim, o argumento do *Dutch Book*, do contrato de perda certa, tampouco seria suficiente para tornar alguém "racional". Há, pelo menos, duas objeções à aposta feita pelos bayesianistas subjetivos nesse argumento para separar crenças coerentes das incoerentes. A primeira delas diz respeito à motivação de ajuste em taxas de aposta, que não seria epistêmica, mas pragmática (cf. NEIVA, 2015, p. 61). Afinal, apostadores não querem perder e, por isso, ajustariam suas "crenças" com esse objetivo. Dessa forma, a motivação não seria chegar a uma probabilidade para o grau em que alguém efetivamente crê em uma hipótese, mas aquela que seria melhor para o "jogo". Nesse ponto, bayesianistas subjetivos podem argumentar que o *Dutch Book* é uma experiência de pensamento, com certo grau de controle baseado, sim, na possibilidade de perdas. Mas o importante é o resultado: crenças coerentes. Por vezes, como faz Hacking (2001), autores são inclinados a evocar um aspecto moral — afinal, todos nós teríamos de ser responsáveis com o que acreditamos e a forma como elaboramos tais crenças. Porém, ainda que nenhum de nós se responsabilizasse por assumir expectativas reais que tenhamos, o coeficiente de aposta acabaria por revelá-las. Em suma, o *Dutch Book* mais se parece, poderiam argumentar os bayesianistas subjetivos, com uma ferramenta de teste de qualidade. Não se trata de mecanismo para elaboração de probabilidades.

Ainda sobre o argumento de contratos de perda certa, há uma outra objeção. De acordo com Neiva (2016, p. 64), existe um argumento chamado *Czech Book* (livro tcheco) que funciona justamente de forma oposta ao *Dutch Book*. Se a intenção dos bayesianistas é vetar graus de crenças expressas em probabilidades incoerentes, o *Czech Book* aponta no sentido inverso, ou seja, incentiva a fazê-lo. Isto é, não respeitando as leis básicas da probabilidade, há chance de criar *um contrato de ganho certo*. Hacking (2001) admite, quando expõe o argumento da possibilidade do contrato de perda certa, que na realidade os apostadores tendem a desequilibrar seus coeficientes de aposta. Porém, é preciso ter em mente que o *Dutch Book* é um experimento de pensamento, não se trata de bancas de jogo real. O *Czech Book* também é um modelo, não uma forma de aposta. Tampouco diz respeito a um sistema de jogo de *ganho certo*. O que o *Czech Book* faz é *abrir a possibilidade* de um contrato de rendimento garantido. Mas isso só aconteceria se o outro apostador (ou a banca, por exemplo) aceitasse um contrato de perda certa para si. A simulação de apostas para evitar o *Dutch Book* pressupõe um jogo de soma zero. Isso quer dizer que, para um dos apostadores ganhar, o outro tem de perder. O *Czech Book*, ou seja, um contrato de ganho certo, só existiria se o "adversário" na mesa abrisse a possibilidade de um *Dutch Book* para ele mesmo. Caso contrário, a estratégia de começar desejando um contrato de ganho garantido, fazendo apostas incoerentes, pode resultar em perda certa, se o outro apostador for hábil suficiente — só pensar no que seria capaz o *bookmaker* Astuto de Hacking, por exemplo. De qualquer forma, esse é um experimento mental. Como observa Skyrms (1968), não estamos apostando contra a natureza quando representamos uma probabilidade subjetiva por um número. Ninguém irá nos pagar (a não ser que seja uma aposta de verdade) por nossas crenças. O argumento do *Dutch Book* é uma forma de evitar a incoerência em probabilidades subjetivas. Embora não seja a função do argumento para a tese bayesiana, aplicar mecanismo de proteção a contratos de perda certa em uma mesa real de apostas é importante. Se a incoerência for percebida, a expectativa de garantir lucro se transforma em prejuízo indubitável.

Outra crítica que se faz ao bayesianismo subjetivo diz respeito às probabilidades iniciais de uma hipótese. Já discutimos anteriormente certas objeções a como adeptos da probabilidade subjetiva formulam numericamente suas primeiras crenças. Na verdade, no bayesianismo subjetivo não há restrições, como aquelas levantadas pela probabilidade lógica, à escolha das probabilidades. Claro que as distribuições objetivas, quando são o caso, devem ser observadas com prioridade, como temos visto neste capítulo. Mas, sem uma boa definição de contexto de por que e quando usá-las, podem fazer menos sentido ainda que um critério mais subjetivo de escolha. Além do mais, na prática, há pouco espaço para contextos em que não há nada no conhecimento de fundo que indique algum caminho. E, caso não exista, o princípio da indiferença pode ser utilizado.

Resta ainda o problema da evidência antiga, que segundo Neiva (2015, p. 62), é um dos desafios mais contundentes para os defensores do bayesianismo. Suponhamos que exista uma evidência (E) que suporta uma hipótese (H) em determinado período de tempo *t*. Em momento posterior, digamos *t'*, descobre-se que a evidência e a hipótese têm certa relação lógica: H acarreta E. Assume-se também que, em *t'*, Pr(E) = 1. Se H acarreta E, em *t'*, então H é logicamente equivalente a (H&E). Dessa forma, Pr(H) = Pr(H&E). Pela definição de probabilidade condicional, temos:

$$Pr(E \mid H) = Pr(H\&E) / Pr(H)$$

Por substituição, já que Pr(H) = Pr(H&E):

$$Pr(E \mid H) = Pr(H\&E) / Pr(H\&E) = 1$$

Considerando ainda que $Pr(H) \neq 0$, temos pela Lei de Bayes, em *t'*:

$$Pr(H \mid E) = [Pr(E \mid H)Pr(H)] / Pr(E)$$

$$Pr(H \mid E) = [1 \times Pr(H)] / 1$$

$$Pr(H \mid E) = Pr(H)$$

Portanto, a evidência E não desempenharia nenhum papel no suporte da hipótese H em *t'*. Neiva (2016, p. 88) ainda apresenta os efeitos dessa conclusão em conceitos como confirmação incremental e medida de diferença. A confirmação incremental aponta que não deveríamos ter a igualdade $Pr(H \mid E) = Pr(H)$. Foi justamente a esse resultado que se chegou na primeira distribuição indicada pelos proponentes da probabilidade lógica, descrita no início deste capítulo. O sistema deveria retornar $Pr(H \mid E) > Pr(H)$, indicando que a evidência confirma incrementalmente a hipótese ou, ao menos, faz alguma diferença probabilística. Já o conceito de medida de diferença não foi explorado neste texto. O desafio está posto. De acordo com Neiva (2016, p. 87), o filósofo americano John Earman chamou o problema da evidência antiga de "calcanhar de Aquiles do bayesianismo". É preciso analisar com mais critério. Por enquanto, pode-se argumentar que embora a evidência possa ser a mesma, descobriu-se uma nova relação dela, uma outra verossimilhança antes desconhecida. Isso é como descobrir outra evidência. Se for assim, o sistema bayesiano estaria preservado. Porém, essa tese carece de pesquisa. Há algumas propostas para contornar o problema, mas não serão apresentadas neste momento.

6 CONCLUSÃO – QUEM MAIS PROVAVELMENTE FEZ O CAFÉ

O bayesianismo subjetivo, conforme exposto ao longo deste texto, é um sistema formal. Isso porque possui linguagem e regras de inferência — aquelas fornecidas pela Teoria da Probabilidade e pela lógica dedutiva. Também tem uma *trava* para não trivialização: o argumento do *Dutch Book*. Assim, as conclusões derivadas pelo bayesianismo subjetivo serão tão boas quanto forem as informações iniciais, tanto de probabilidade subjetiva quanto de verossimilhança — tal como um argumento é correto em lógica dedutiva se tiver premissas verdadeiras e for válido. Se o ponto fosse estabelecer uma melhor crença em quem preparou o café em nosso ambiente de trabalho — afinal, retornamos à pergunta que começa este estudo — talvez fosse preciso uma extrapolação estatística para uma verossimilhança tão correta quanto possível. Uma crença inicial bem fundamentada também seria o caso. Com essas duas *premissas indutivas* poderíamos chegar a uma probabilidade subjetiva melhor construída, condicionada por uma ferramenta matemática consolidada: a Lei de Bayes. O mecanismo do bayesianismo subjetivo é prático. Porém, o que nos parece é que quanto mais simplificado for o uso dele, menos precisos serão seus resultados. Melhorar a inferência envolve conhecer e manipular mais ferramentas de fora do bayesianismo, ou seja, estabelecer melhores análises iniciais, melhores premissas. É por isso que somente a base subjetiva, exposta no capítulo II, não seria suficiente para essa lógica indutiva. Essencial é o complemento objetivo. Ainda assim, a força dessas duas abordagens envolve um ferramental ainda não totalmente conciliado. Conforme observado ao longo deste estudo, há críticas quanto a alguns usos possivelmente inadequados de adaptações feitas pelo bayesianismo subjetivo. De qualquer forma, é importante também entender o resultado do cálculo dessa lógica indutiva: um ajuste de crenças com base em verossimilhança. Devemos ler esses números seguindo o princípio MIMO (*metaphysics in, metaphysics out*), do professor Lawrence Sklar, da Universidade de Michigan – sobre o conceito, ver Sklar (2021). Adaptando, poderíamos dizer: se entra no sistema como crença, sairá como crença. O fato de utilizar ferramentas formais da Teoria da Probabilidade não transforma a probabilidade subjetiva em epistêmica. Grosso modo, não estamos autorizados a cobrar nenhum colega por não ter feito o café que esperávamos com expectativa crescente.

Esse ponto sugere que o bayesianismo subjetivo talvez não tenha meios de enfrentar o problema da indução. Da forma como aqui expusemos a questão, no capítulo I, parece que a solução para esse dilema secular seria uma boa teoria da probabilidade epistêmica, tal como gostaria Skyrms (1968). Assim, as premissas implicariam a conclusão na medida da força indutiva do argumento. Porém, o bayesianismo subjetivo não pode oferecer algo dessa natureza. Por vezes, a lógica indutiva é descrita através de uma analogia com a lógica dedutiva. Na dedução válida, as premissas implicam totalmente a conclusão. Já a lógica indutiva pretenderia ser um sistema de "implicação parcial", como sugere, por exemplo, Souza (2018). Porém, a construção de certo esquema não passa pelo bayesianismo subjetivo, que, no máximo, faz uso de inferências estatísticas na relação direta entre evidência e hipótese. Formas de implicações parciais poderiam ser boas candidatas a substituir o termo médio faltante nas induções, conforme exposto no capítulo I. Mas o desafio de edificar uma probabilidade epistêmica é de outra sorte, não abordada por este estudo, senão quando expostos os desafios relacionados ao problema da indução.

Aliás, nesse ponto, entende-se que, pela natureza diversa, a indução precisa ser também tratada de forma distinta. Prova disso é que muitas teses da lógica indutiva não são expostas da forma usual, como se faz com lógica dedutiva. Como já havíamos apontado na introdução a este trabalho de pesquisa, a bibliografia referente ao assunto traz recursos diversos para expor o tema. Nesse sentido, faltam formalismos para axiomas (excluindo aqueles da Teoria da Probabilidade), regras de inferências e outras formas tão usuais para lógica dedutiva. Porém, sobram exemplos hipotéticos e argumentação — lembrando que um caso exposto aqui, das apostas no campeonato italiano de futebol, é real. Rechear a argumentação com exemplos também foi uma opção neste trabalho. Mas é curioso notar que nenhuma das ilustrações ou gráficos que fazem parte deste estudo foram criados pelo autor. Todas vieram de livros sobre lógica indutiva ou de bibliografia associada ao assunto. Isso evidencia como o estágio atual do tema guarda espaço para desenvolvimento. Neste ponto, pode-se ser tão descrente em alguma possibilidade de sucesso, como Popper (2013), ou tão esperançoso quanto Skyrms (1968) — que acredita que nos encontramos em um estágio *pré-lógica indutiva formal* tal qual se achavam os gregos antes de Aristóteles organizar as bases da lógica clássica. De qualquer forma, se ainda haverá uma formalização mais contundente de lógica indutiva ou, mais precisamente, do bayesianismo subjetivo, os desafios já estão colocados.

O problema da indução, de todo jeito, parece inatingível no sistema apresentado neste estudo. Conforme havíamos antecipado no capítulo inicial, não tomamos essa abordagem como tarefa. Porém, após a apresentação dos mecanismos da tese subjetivista, podemos apontar uma certa *vantagem teórica* na discussão das teses bayesianistas. Nos parece ser muito mais producente entender e discutir verossimilhança, distribuição normal, Lei de Bayes e outros conceitos a pressupor tão somente uma premissa de uniformidade da natureza e seus desafios teóricos. Ainda que possam ser considerados campos distintos, a importação responsável de conceitos de outra área pode ajudar no desenvolvimento dos estudos. Importante notar que, desde o início, muitos conceitos aqui apresentados têm um significado na tese subjetivista ainda que envolvam formalização e matemática. Como já observamos, não é à toa que a fórmula de Bayes está, em muito da literatura sobre lógica indutiva, preenchida com H, de hipótese, e E, de evidência. Quando os bayesianistas preenchem a fórmula, têm a intenção de estarem descrevendo formalmente uma relação desses dois termos, ainda que isso precise ser esclarecido em trabalhos filosóficos contundentes. Mas o fato de essa relação não estar totalmente esclarecida não é impedimento para postulá-la. De fato, o bayesianismo parece buscar alguns passos largos em direção a seus objetivos. Mas isso pode ser ilusório. A abundância de exemplos e de frases de efeito dos teóricos de probabilidade não deve impactar a leitura sóbria. Isso quer dizer que — desde o exemplo de De Finetti (1972) e seus alunos apostando em resultados de futebol — conhecer a ferramenta é fundamental para entender não somente suas funções, mas também seus limites. Utilizado com responsabilidade, o bayesianismo subjetivo tem a acrescentar no esforço de filósofos e matemáticos adeptos da possibilidade de se fazer uma lógica indutiva não trivial, útil e coerente. Ao final, teremos uma boa crença de quem provavelmente fez o café.

7 EPÍLOGO - O CONTORNO DAS PEÇAS

Trabalhar com incertezas exige ferramentas específicas. No século XIX, a Teoria das Probabilidades ganhou espaço em toda ciência que precisava preencher certas lacunas. Os trabalhos de Carnot, Clausius, Maxwell, Boltzmann e outros representaram avanços importantes para a Termodinâmica, especialmente com o advento da Mecânica Estatística. Esse recurso teórico foi essencial para a elaboração da teoria cinética do calor. Boltzmann, que defendeu as teses atomistas que viabilizaram essa abordagem, declarou em sua última palestra, em 1905, na reunião anual da Sociedade Filosófica de Viena: “Não há ciência absolutamente precisa. Se alguém não tem certezas em sua área de aplicação, então é tão preciso quanto qualquer outra ciência matemática” (BOLTZMANN, 2019, p. 129). Com tal linha de pensamento, Boltzmann fez contribuições também à Filosofia da Ciência. O seu já aludido *pluralismo teórico* esteve presente em suas palestras e trabalhos intelectuais. Em sua última fala à Sociedade Filosófica de Viena, ele também tratou de como os seres vivos se relacionam e de como é mais vantajoso — inclusive estatisticamente — a reprodução sexuada (cf. BOLTZMANN, 2019). Também mencionou a ideia de que a passagem do tempo obedece uma forma probabilística — um raciocínio que alguns autores utilizam para explicar nossa percepção na direção que tomam os acontecimentos[30]. Vez ou outra, essa ideia é chamada de a *seta do tempo*.

No sistema de Boltzmann, as chances são distribuídas entre microestados e macroestados. Se pensarmos em moléculas de um gás, suas dispersões podem tomar várias formas em sistemas fechados. Imaginemos, por exemplo, quantas possibilidades há de se espalhar moléculas em uma caixa. Podemos também aqui seguir o princípio da indiferença (cf. SKLAR, 2021, p. 165). Porém, distintas combinações podem representar o mesmo macroestado. Isso quer dizer que há diversas maneiras de as moléculas se chocarem dentro dessa caixa (microestado) para produzirem a mesma temperatura desse gás (macroestado). “De maneira geral, as combinações próximas do equilíbrio podem ser obtidas por meio de vasto número de permutações. As combinações que correspondem a estados macroscópicos distantes do equilíbrio só podem ser obtidas por meio de muitíssimo menos permutações” (SKLAR, 2021, p. 165). Um sistema térmico distante do equilíbrio é, por exemplo, uma xícara de café quente deixada ao vento. A probabilidade de as moléculas tomarem um microestado que corresponda à bebida quente é menor, mais distante do equilíbrio. O café, muitíssimo

[30] Sobre esse ponto, ver especialmente o capítulo 3 de Sklar (2021).

provavelmente, mas não certamente, vai esfriar.

No século seguinte aos desenvolvimentos de Boltzmann, Carnap organizou um sistema semelhante para seu sistema de probabilidade lógica. As descrições de estrutura e as descrições de estado carnapianas pretendem justificar um desequilíbrio que começa respeitando o princípio da indiferença. A Filosofia estava andando na trilha das ciências…

> É importante notar que a Filosofia não se limita a depender das ciências apenas como fontes de dados brutos. Sem dúvida, os resultados da observação que empurram a Física para a invenção das teorias novas e radicais têm um impacto crucial na Filosofia. Mas o que fornece à Filosofia um espectro ainda mais rico de novas formas conceituais de lidar com o mundo é também a capacidade, por parte dos que fazem aquelas ciências, de imaginar novos esquemas conceituais que dão conta dos novos dados. A imaginação de cientistas como Boltzmann, Einstein e Bohr é a fonte de formas completamente novas de pensar acerca da natureza da realidade, do conhecimento que temos dela e de nossa capacidade de explicá-la. Tal imaginação fornece uma fonte sempre fértil de enriquecimento para o filósofo que procura novas maneiras de lidar com problemas, novos ou velhos, apresentados pelo mundo da experiência. (SKLAR, 2021, p. 319)

Os cientistas fizeram notar e aplicar as contribuições da Teoria da Probabilidade em seus campos de estudo. A necessidade de se ter uma medida para dados incertos já moveu muito desenvolvimento científico e também filosófico. Ainda resta saber se haverá mais espaço para aplicação em lógica indutiva de tais conceitos. Skyrms acha que, ao menos, algumas peças do quebra-cabeça já ganharam um contorno preciso.

> Felizmente, há motivos para esperança. Aqueles que têm tentado construir um sistema de lógica indutiva têm feito alguns avanços sólidos. A despeito de o quebra-cabeça intelectual ainda não ter sido resolvido, ao menos nós sabemos como algumas peças se parecem. (SKYRMS, 1968, p. 53, tradução nossa)

Na tentativa de resolver o desafio, vale a inspiração tão inventiva quanto técnica da Mecânica Estatística e também o exemplo corriqueiro da dúvida de quem fez o café. O quebra-cabeça espera por solução que possa ser tão criativa quanto os exemplos vistos até aqui. Não deixemos o café esfriar para pensar nisso.

REFERÊNCIAS

ANTONELLI, A. G.; STRASSER, C. Non-monotonic Logic. *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2019. Disponível em <https://plato.stanford.edu/entries/logic-nonmonotonic/> Acesso em 21 abr. 2024.

BOLTZMANN, L. Explicação da entropia e do amor a partir dos princípios do cálculo de probabilidade. In: SILVA, L. F. *O pluralismo teórico em Ludwig Boltzmann*. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Instituto de Física. Universidade Federal da Bahia. Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2019.

BRANQUINHO, J.; MURCHO, D.; GOMES, N. G. *Enciclopédia de termos lógico-filosóficos*. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

BRESCIANI, E. *Cada poço do pré-sal custa US$ 100 milhões para começar a produzir, diz Gabrielli*, 2009. Disponível em: <https://g1.globo.com/Noticias/Politica/0,,MUL1331632-5601,00-CADA+POCO+DO+PRESAL+CUSTA+US+MILHOES+PARA+COMECAR+A+PRODUZIR+DIZ+GABRIELLI.html#:~:text=O%20presidente%20da%20Petrobras%2C%20Jos%C3%A9,custa%20aproximadamente%20US%24%20100%20milh%C3%B5es.> Acesso em: 18 abr. 2024.

CARNAP, R. *Logical Foundations of Probability*. 2. ed. Chicago: The University of Chicago Press, 1963.

CARVALHO, E. M. Goodman e o projeto de uma definição construtiva de "Indução Válida". *Principia*, Florianópolis, v. 22, n. 3, p. 439 - 460, 2018.

CLEGG, B. (Ed.). *Física: 50 conceitos e teorias fundamentais explicados de forma clara e rápida*. São Paulo: Publifolha, 2017.

COPI, I. M. *Introdução à Lógica*. 2. ed. São Paulo: Editora Mestre Jou, 1978.

CORBALÁN, F.; SANZ, G. *A conquista do acaso*. Barcelona: National Geographic, 2011.

DA COSTA, N. C. *Lógica Indutiva e Probabilidade*. 3. ed. São Paulo: Editora Hucitec, 2019.

DE FINETTI, B. *Probability, Induction and Statistics*. Aberdeen: University Press, 1972.

DUTCHING. In: Wikipedia, 2023. Disponível em <https://en.wikipedia.org/wiki/Dutching> Acesso em 9 jul. 2024.

DUTRA, L. H. de A. *Introdução à Teoria da Ciência*. 4ª Ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2017.

GLANVILLE, A. R. (Cons.). *Científica: o guia completo do mundo da ciência*. Elanora Heights: H.F.Ullmann, 2009.

HACKING, I. *An Introduction to Probability and Inductive Logic*. New York: Cambridge University Press, 2001.

HARMAN, G. H. The Inference to the Best Explanation. *The Philosophical Review*, vol. 74, n 1, pp. 88-95. 1965

HEMPEL, C. G. *Filosofia da Ciência Natural*. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1966.

HUME, D. *Investigação acerca do entendimento humano*. Coleção Os Pensadores. São Paulo: Nova Cultural, 1996.

KNEALE, W.; KNEALE, M. *O desenvolvimento da lógica*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1980.

LAPLACE, P. S. *Ensaio filosófico sobre as probabilidades*. Rio de Janeiro: Contraponto: Ed. PUC-Rio, 2010.

LEWIS, D. A Subjectivist's Guide to Objective Chance. In: JEFFREYS, R. C. *Studies in Inductive Logic*, vol II. Berkeley: University of California Press, 1980, pp. 263-293.

LIPTON, P. *Inference to The Best Explanation*. New York: Routledge, 1993.

MONTEIRO, J. P. G. Vida e Obra. In: HUME, D. *Investigação acerca do entendimento humano*. Coleção Os Pensadores. São Paulo: Nova Cultural, 1996. pp. 5-12.

MONTY HALL PROBLEM. In: Wikipedia, 2024. Disponível em <https://en.wikipedia.org/wiki/Monty_Hall_problem> Acesso em 24 ago. 2024.

MORTARI, C. A. *Introdução à lógica*. São Paulo: Editora UNESP, 2001.

MURCHO, D. *Lógica elementar*. Lisboa: Edições 70, 2019.

NEIVA, A. Probabilismo e bayesianismo em epistemologia. *Principia*, Florianópolis, v. 07, n. 2, pp. 45 - 69, 2015.

_____. *Probabilidade e bayesianismo na teoria epistêmica de Richard Swinburne*. Dissertação (Mestrado em Filosofia). Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

_____. *Carnap e a Interpretação Lógica de Probabilidade*. 2021. 128 min. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=8CujAw_4y2o>. Acesso em: 18 abr. 2024.

PEIRCE, C. S. Escritos Coligidos. In: PEIRCE, C. S. *Escritos Coligidos*. FREGE, G. *Sobre a justificação científica de uma conceitografia*. FREGE, G. *Os Fundamentos da Aritmética*. Coleção Os Pensadores. 3ª Edição. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

_____. Deduction, Induction, and Hypothesis. In: HOUSER, N.; KLOESEL, C. (ed.), *The*

Essential Peirce (vol. 1, pp. 186-199). Bloomington: Indiana University Press, 1992.

POPPER, K. *A Lógica da Pesquisa Científica*. 2. ed. São Paulo: Cultrix, 2013.

_____.; MILLER, D. A proof of the impossibility of inductive probability. *Nature*, v. 302, pp. 687 - 688, 1983.

SALMON, W. C. *Lógica*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1971.

SANTOS, L. G. dos. *O problema de Monty-Hall: uma abordagem introdutória para o estudo da Probabilidade Condicional* (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2015.

SAVAGE, L. J. How To Choose the Initial Probabilities. In: DE FINETTI, B. *Probability, Induction and Statistics*. Aberdeen: University Press, 1972. pp. 143-146.

SKLAR, L. *A Filosofia da Física*. Rio de Janeiro: Contraponto, 2021.

SKYRMS, B. *Choice & Chance: An Introduction to Inductive Logic*. Belmont: Dickenson Publishing Company, Inc., 1968.

SILVA, L. F. *O pluralismo teórico em Ludwig Boltzmann*. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Instituto de Física. Universidade Federal da Bahia. Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2019.

SILVER, B. L. *A Escalada da Ciência*. 2. ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2008.
SIMMONS, J. *Os 100 maiores cientistas da história*. Rio de Janeiro: DIFEL, 2002.

SOUZA, P. B. de. *Bayesianismo e o problema da indução: uma avaliação crítica da abordagem de Colin Howson.* Dissertação (Mestrado em Filosofia). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Marília, 2018.

VAN FRAASSEN, B. *Laws and Symmetry*. New York: Oxford University Press, 1989.