



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

Vitoria Luiza de Liz

O Ensino de Sistemas de Equações do 1º Grau com RPG: Uma Análise à Luz do Modelo MTSK

Florianópolis - SC

2025

Vitoria Luiza de Liz

O Ensino de Sistemas de Equações do 1º Grau com RPG: Uma Análise à Luz do Modelo MTSK

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao curso de Matemática – Licenciatura do Campus Reitor João David Ferreira Lima da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. João Artur de Souza

Florianópolis - SC

2025

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela
BU/UFSC.

Dados inseridos pelo próprio autor.

Liz, Vitoria Luiza de

O Ensino de Sistemas de Equações do 1º Grau com RPG :
Uma Análise à Luz do Modelo MTSK / Vitoria Luiza de Liz ;
orientador, João Artur de Souza, 2025.

73 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências
Físicas e Matemáticas, Graduação em Matemática -
Licenciatura, Florianópolis, 2025.

Inclui referências.

1. Matemática - Licenciatura. 2. Sistemas de equações
polinomiais de primeiro grau. 3. RPG no ensino. 4. Ensino
lúdico. 5. MTSK. I. Souza, João Artur de. II. Universidade
Federal de Santa Catarina. Graduação em Matemática -
Licenciatura. III. Título.

Vitoria Luiza de Liz

O Ensino de Sistemas de Equações do 1º Grau com RPG: Uma Análise à Luz do Modelo MTSK

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de Licenciada em Matemática e aprovado em sua forma final pelo Curso de Matemática.

Local Florianópolis, 24 de julho de 2025.

Coordenação do Curso

Banca examinadora



Documento assinado digitalmente
Joao Artur de Souza
Data: 28/07/2025 10:47:13-0300
CPF: ***.581.289-**
Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

Prof. Dr. João Artur de Souza
Orientador



Documento assinado digitalmente
Silvia Martini de Holanda
Data: 28/07/2025 12:14:34-0300
CPF: ***.791.379-**
Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

Profa. Dra. Silvia Martini de Holanda
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC



Documento assinado digitalmente
CARLOS FREDERICO TOURINHO DOS SANTOS
Data: 28/07/2025 10:51:55-0300
CPF: ***.721.177-**
Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

Prof. Dr. Carlos Frederico Tourinho dos Santos
Centro Universitário Avantis - UNIAVAN

Florianópolis, 2025.

Dedico este trabalho ao meu companheiro de vida, Leonardo. E a todos os amigos e familiares que me acompanharam nessa jornada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus, que esteve comigo em todos os momentos e me deu força e persistência para enfrentar os desafios ao longo da graduação.

Agradeço ao meu companheiro de vida, meu marido Leonardo, que sempre me apoiou na busca pelos meus sonhos. Sua paciência, presença constante e amor fizeram toda a diferença - mesmo quando eu achava que não precisava.

Agradeço aos meus pais, Marcelo e Jomara, pela vida, pelo exemplo e por todas as oportunidades que me proporcionaram, e às minhas irmãs, Giovana e Marcela, pelo carinho, apoio e afeto incondicional, que sempre me mantiveram de pé.

Agradeço também aos meus amigos, que fizeram desta a melhor fase da minha vida até agora. Em meio às provas, às dificuldades do final do curso e aos momentos de alegria, vocês estiveram presentes - e sou profundamente grata por isso. Em especial, agradeço a Pedro e Aleksandro - sem vocês eu jamais teria percebido que a faculdade podia ser tão divertida.

Agradeço aos professores da UFSC, que me conduziram academicamente até aqui. Em especial, aos professores Fábio Margotti e Wagner Muniz, pelo suporte e empatia nos momentos em que mais precisei.

Por fim, agradeço ao meu orientador, professor João Artur, que me acolheu em um momento de desespero sem que eu sequer precisasse pedir. Foi por meio de seus ensinamentos e orientações que este trabalho pôde ser realizado.

RESUMO

Este estudo analisou o ensino de sistemas de equações polinomiais de primeiro grau na educação básica por meio do uso do *Role Playing Game* (RPG), sob a perspectiva do Modelo do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK), proposto por Carrillo *et al.* O problema de pesquisa central busca refletir sobre a viabilidade do RPG como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem do tema, identificando as áreas do MTSK mais relevantes nesse contexto. A abordagem metodológica é qualitativa, fundamentada no método *Design Science Research* (DSR), por sua ênfase na criação e análise de soluções para problemas práticos. Para isso, foram explorados artigos científicos e dissertações a fim de analisar criticamente tanto o RPG quanto o modelo MTSK, investigando sua aplicação no ensino de equações polinomiais de primeiro grau. Como produto final, o estudo apresenta uma proposta de ensino do tema por meio de uma aventura de RPG, construída à luz do modelo MTSK. A demonstração do artefato foi realizada com um grupo focal, composto por professores de matemática da educação básica e licenciandos em matemática. Os apontamentos fornecidos pelo grupo foram analisados com o objetivo de aprimorar e divulgar o projeto.

Palavras-chave: Sistemas de equações polinomiais de primeiro grau; RPG no ensino; ensino lúdico; educação básica; MTSK.

ABSTRACT

This study analyzed the teaching of systems of first-degree polynomial equations in basic education through the use of Role Playing Games (RPG), based on the Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK) model proposed by Carrillo *et al.* The central research problem seeks to reflect on the possibilities of RPG as a tool in the teaching-learning process of the topic, identifying the most relevant areas of MTSK in this context. The methodological approach is qualitative and grounded in the Design Science Research (DSR) method, due to its focus on the creation and evaluation of solutions for practical problems. To this end, scientific articles and dissertations were reviewed to critically analyze both RPG and the MTSK model, investigating their application in the teaching of systems of first-degree polynomial equations. As a final product, the study presents a teaching proposal based on an RPG adventure designed under the lens of the MTSK model. The artifact was demonstrated through a focus group composed of mathematics teachers from basic education and undergraduate mathematics students. The feedback provided by the group was analyzed with the goal of refining and disseminating the project.

Keywords: Systems of first-degree polynomial equations; RPG in education; Game-based learning; elementary education; MTSK.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CCK – Conhecimento Comum do Conteúdo (Common Content Knowledge)

CK – Conhecimento do Currículo (Curricular Knowledge)

KCS – Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos (Knowledge of Content and Students)

KCT – Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (Knowledge of Content and Teaching)

KFLM – Conhecimento das Características da Aprendizagem da Matemática (Knowledge of Features of Learning Mathematics)

KMLS – Conhecimento da Normas de Aprendizagem da Matemática (Knowledge of Mathematics Learning Standards)

KMT – Conhecimento do Ensino da Matemática (Knowledge of Mathematics Teaching)

KoT – Conhecimento dos Tópicos (Knowledge of Topics)

KPM – Conhecimento das Práticas Matemáticas (Knowledge of the Practice of Mathematics)

KSM – Conhecimento da Estrutura da Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics)

MK – Conhecimento Matemático (Mathematical Knowledge)

MKT – Conhecimento Matemático para o Ensino (Mathematical Knowledge for Teaching)

MTSK – Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge)

PCK – Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (Pedagogical Content Knowledge)

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

SCK – Conhecimento Especializado do Conteúdo (Specialized Content Knowledge)

UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina

RPG - *Role Playing Game*

DnD - *Dungeons and Dragons*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
1.1 PROBLEMA	11
1.2 OBJETIVOS	11
1.2.1 Objetivo Geral	11
1.2.2 Objetivos Específicos	12
1.3 JUSTIFICATIVA	12
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
2.1 CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA - MTSK	14
2.1.1 Os domínios e subdomínios do modelo MTSK	17
2.2 SISTEMAS DE EQUAÇÕES DE PRIMEIRO GRAU COM 2 INCÓGNITAS	21
2.2.1 Resolução de Sistemas de Equações: Método da Substituição	23
2.2.2 Resolução de Sistemas de Equações: Método da Adição	25
2.2.3 Resolução de Sistemas de Equações: Método da Comparação	26
2.2.4 Características do ensino dos métodos	28
2.3 PROPOSTA DE APLICAÇÃO	30
2.3.1 O Role Playing Game - RPG	30
2.3.2 O RPG Pedagógico	32
2.3.3 O RPG no ensino de sistemas de equações	33
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	36
3.1 DESIGN SCIENCE RESEARCH - DSR	36
3.1.1 Identificação e motivação do problema	37
3.1.2 Definição dos objetivos de uma solução	38
3.1.3 Projeto e desenvolvimento	38
3.1.4 Demonstração	40
3.1.5 Avaliação	40
3.1.6 Comunicação	41
4 DESENVOLVIMENTO	42
4.1 O MUNDO DA AVENTURA	42
4.1.1 O conhecimento comum	42
4.1.2 O que acontece por baixo dos panos	42
4.2 A AVENTURA	43
4.3 OS DESAFIOS	47
4.3.1 O equilíbrio da vida	49
4.3.2 A guerra celestial	50
4.3.3 As famílias salvadoras	52
4.3.4 O valor das coisas	53
4.3.5 O banquete celestial	54
4.3.6 O problema das gemas	54
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	56
6 CONCLUSÃO	62

1 INTRODUÇÃO

A prática docente envolve uma série de conhecimentos especializados que vão além do domínio dos conteúdos disciplinares. Para oferecer boas aulas, os professores de matemática precisam articular diferentes saberes que favoreçam aprendizagens significativas e enfrentem os desafios cotidianos da sala de aula. Nesse sentido, diversos modelos teóricos têm sido elaborados para apoiar a prática docente, como os estudos de Shulman e de Ball *et al.* Em especial, o modelo *Mathematics Teachers Specialized Knowledge* (MTSK) oferece uma base teórica sólida para compreender os conhecimentos que sustentam a atuação do professor de matemática e sua aplicação no ensino de conteúdos específicos (Carrillo *et al.*, 2018).

Entre os diversos conteúdos que podem ser analisados à luz desse modelo, destacam-se os sistemas de equações do primeiro grau, importantes para o desenvolvimento da capacidade de abstração e da habilidade de relacionar diferentes elementos. No entanto, esse conteúdo é frequentemente associado a dificuldades conceituais por parte dos alunos, como a troca de sinais e a manipulação inadequada de variáveis (Melara, 2008). Tais obstáculos exigem que o professor mobilize estratégias que contextualizam o aprendizado e estimulem o engajamento dos estudantes, conforme orientam os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998).

Diante da crescente dificuldade em manter a atenção dos alunos, a busca por metodologias diferenciadas tem ganhado destaque, especialmente o uso de jogos e atividades lúdicas, com o intuito de cativar e ensinar de maneira mais envolvente. Segundo Coelho (2017), atividades lúdicas incentivam os alunos a tomar decisões sobre suas próprias ações, estabelecendo conexões entre os conteúdos propostos e situações reais. Pesquisadores como Coelho (2017), Pereira (2010) e Silva (2014) apontam que o uso do RPG em sala de aula pode contribuir para melhorar o entrosamento entre os educandos, estimular a linguagem e a expressão, desenvolver o raciocínio, incentivar o trabalho em grupo e promover a curiosidade.

Entre essas ferramentas, o *Role-Playing Game* (RPG) destaca-se como uma alternativa promissora. Além de sua flexibilidade para abordar diferentes conteúdos, o RPG favorece o trabalho em equipe, a resolução colaborativa de problemas e a integração de conceitos em contextos significativos (Coelho, 2017). Com base nessas possibilidades, este projeto propõe investigar como a utilização do RPG pode favorecer o ensino de sistemas de equações do primeiro grau a partir da lente do modelo MTSK. A proposta parte da criação de uma aventura didática em formato de RPG de mesa, na qual os desafios matemáticos fazem parte da progressão narrativa, e o professor atua como mestre da aventura.

1.1 PROBLEMA

Dentre os tópicos a serem ensinados na disciplina de matemática no Ensino Básico, está o conteúdo de sistemas de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas. Dentre as abordagens para realizar o ensino desse conteúdo, o RPG se torna uma opção que favorece outras características desejadas aos alunos. Assim o problema de estudo dessa pesquisa é:

Como estruturar um jogo de RPG de mesa que promova a aprendizagem de sistemas de equações polinomiais de 1º grau, à luz dos conhecimentos descritos no modelo MTSK?

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Criar um jogo de RPG para o ensino de sistemas de equações polinomiais de primeiro grau com duas incógnitas, utilizando como referência o modelo MTSK.

1.2.2 Objetivos Específicos

- a. Analisar desafios associados ao ensino de sistemas de equações polinomiais de primeiro grau na educação básica, com base no modelo MTSK;
- b. Analisar limitações e desafios associados à aplicação do RPG como ferramenta de ensino, no contexto do ensino de sistemas de equações polinomiais de primeiro grau na educação básica;
- c. Desenvolver uma proposta de prática de sala de aula sobre sistemas de equações do primeiro grau utilizando RPG, tendo em vista os conhecimentos especificados pelo MTSK;
- d. Avaliar a efetividade do artefato criado para o ensino de sistemas de equações polinomiais de primeiro grau com duas incógnitas.

1.3 JUSTIFICATIVA

Presente como objeto de conhecimento no 8º ano, o conteúdo de sistemas de equações polinomiais de primeiro grau, está associado à habilidade (EF08MA08), “Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.” (Brasil, 2018, p. 313). De acordo com Reis (2010) o estudo de álgebra é importante para os alunos pois “deve lhe proporcionar o desenvolvimento e o exercício da capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aprendizagem de uma poderosa ferramenta para resolver problemas” (2010, p.35).

Entretanto, um estudo conduzido por Lemos e Kaiber (2016) aponta que os alunos costumam cometer erros recorrentes, como a troca de sinais, a manipulação incorreta de variáveis e a dificuldade em isolar o valor desconhecido (variável) durante o estudo de equações de primeiro grau. Esses problemas estão ligados à falta de compreensão conceitual e a ausência de organizadores prévios para ancorar novos conhecimentos em conceitos já existentes, e se trata de uma barreira adicional

para a aprendizagem eficaz (Melara, 2008). Essas dificuldades são reafirmadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que destacam que:

O ensino de Álgebra precisa continuar garantindo que os alunos trabalhem com problemas, que lhes permitam dar significado à linguagem e às idéias matemáticas. Ao se proporem situações-problema bastante diversificadas, o aluno poderá reconhecer diferentes funções de Álgebra (ao resolver problemas difíceis do ponto de vista aritmético, ao modelizar, generalizar e demonstrar propriedades e fórmulas, estabelecer relações entre grandezas). (Brasil, 1998, p.84)

Essas dificuldades devem ser contornadas pelo professor de matemática, mas como fazê-lo? De acordo com Rechia e Cubas (2021) dentre os muitos componentes que envolvem o ofício de ser professor, está a preparação. Para aprimorar suas aulas e realizar esse processo de preparação de forma adequada, se faz importante compreender quais os conhecimentos que sustentam o ofício docente dos professores de matemática. Com o objetivo de responder a essa questão, alguns modelos têm sido apresentados e estudados nos últimos anos (Silva e Santos, 2014), dentre eles, o “*Mathematics Teacher’s Specialised Knowledge (MTSK)*” traduzido livremente como “Conhecimento Especializado do Professor de Matemática” de Carrillo e colegas.

Porém, conter os conhecimentos presentes nos domínios do MTSK é apenas uma parte do processo de preparação do professor. Utilizando os conhecimentos presentes no MTSK, o professor pode pensar em outras estratégias e ferramentas que potencializam ainda mais o processo de ensino-aprendizagem. De acordo com Coelho, “o uso de apenas um modelo pedagógico não atende a necessidade dos alunos, pois o processo de aprendizagem envolve fatores externos à escola como psicológicos e sociais” (Coelho, 2017, p.21), afirmação que reforça a necessidade de analisar novas formas de apresentar os conteúdos.

Dessa forma, como ferramenta lúdica, o RPG se apresenta como uma alternativa viável por diversos motivos, entre eles: a capacidade de em uma mesma aventura de RPG poderem ser trabalhados diversos temas e conteúdos; incentivar a intensa socialização entre os participantes para resolverem os problemas apresentados; não apresentar ganhadores ou perdedores; e incentivar o trabalho em equipe (Coelho, 2017).

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Com o intuito de responder ao problema de pesquisa, é necessário compreender os principais tópicos que o compõem. Assim, ao longo deste capítulo de fundamentação teórica, será apresentada uma análise do modelo MTSK e seus predecessores, um estudo sobre os sistemas de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas e suas características de ensino, além de uma investigação sobre o RPG de mesa e sua aplicação pedagógica. Ao final da sessão, será realizada uma avaliação de trabalhos de outros autores que articulam o uso do RPG ao ensino desse conteúdo.

2.1 CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA - MTSK

Entre os diversos estudos que investigaram os conhecimentos mobilizados na prática docente, Carrillo *et al.* (2018) destaca a pesquisa conduzida por Lee Shulman em 1986, considerando-a a mais influente nesse campo. Isso se deve ao fato de que, com base em pesquisas da época, Shulman e seus colegas identificaram o que chamaram de “Paradigma Ausente” — uma lacuna nas investigações sobre o ensino, relacionada à ausência de distinção entre conhecimento e pedagogia. Segundo o autor: “Há um século, a característica definidora da realização pedagógica era o conhecimento do conteúdo.” (Shulman, 1986, p. 05, tradução nossa).

Buscando preencher essa lacuna, Lee Shulman e colegas introduzem a noção de que o conhecimento do professor vai além do domínio do conteúdo, e apontam a necessidade de estudos acerca das formas de explicar, das estratégias envolvidas no processo pedagógico (Ferreira, 2014). Conforme buscavam compreender as complexidades do processo de ensino-aprendizagem, Shulman discute as seguintes perguntas:

Quais são os domínios e categorias de conhecimento de conteúdo na mente dos professores? Como, por exemplo, o conhecimento de conteúdo e o conhecimento pedagógico geral estão relacionados? De que formas os domínios e as categorias de conhecimento são representados na mente dos professores? Quais são as formas promissoras de melhorar a aquisição e o desenvolvimento desse conhecimento? (Shulman *et al.*, 1986, p. 09, tradução nossa)

Ao se aprofundar nessas questões, Shulman *et al.* (1986) identificou a necessidade de um estudo direcionado a esses tópicos, e propôs três principais domínios do conhecimento necessários para lecionar: o Conhecimento do Conteúdo (CK), o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) e Conhecimento do Currículo (PK). Posteriormente, Shulman viria a ampliar os tipos de conhecimentos essenciais a um docente, adicionando os seguintes itens: Conhecimento pedagógico geral; Conhecimento dos alunos e das suas características; Conhecimento dos contextos educativos; Conhecimento dos fins, objetivos e valores educacionais, das suas bases filosóficas (Silva e Santos, 2014).

Contudo, de acordo com Silva e Santos (2014), apesar de ter revolucionado a discussão sobre os saberes necessários aos docentes, a proposta de Shulman se apresentou muito ampla, tratando apenas da docência de uma forma geral. Os autores levantam, então, mais questionamentos acerca do modelo:

Quais seriam caracterizações para os professores de matemática em relação ao conhecimento pedagógico do conteúdo? Acreditamos que ao se considerar cada ramificação do ensino (matemática, biologia, química, por exemplo), requer conhecimentos, abordagens e práticas que provavelmente se divirjam entre si em determinados pontos. (Silva e Santos, 2014, p. 03)

Embora não tenha sido inicialmente voltado ao ensino de matemática, o trabalho de Shulman teve grande impacto na formulação de modelos posteriores. Segundo Carrillo *et al.* (2018), “a contribuição mais significativa de Shulman foi a inclusão do PCK e do conteúdo a ser ensinado como a característica definidora do conhecimento dos professores”. Para Shulman, o conhecimento PCK se refere à “forma particular de conhecimento de conteúdo que incorpora os aspectos do conteúdo mais pertinentes à sua ensinabilidade” e pode ser resumido como “as maneiras de representar e formular o assunto que o tornam compreensível para os outros” (Shulman *et al.*, 1986, p.09). Assim, o estudo de Shulman influenciou fortemente a criação de outros modelos, que viriam a adotar o conceito do PCK como elemento essencial.

Com o objetivo de aprofundar nos conhecimentos necessários aos professores da área de matemática, Deborah Ball e colaboradores realizaram uma análise da prática de professores para identificar o conhecimento matemático que é exigido no cotidiano da docência (Ferreira, 2014). A partir dessa análise, Ball e

colegas repensaram o modelo de Shulman com os domínios dos conhecimentos específicos dos professores de matemática e desenvolveram o modelo *Conhecimento Matemático para o Ensino - MKT* (Silva e Santos, 2014). Seu modelo buscava responder a duas questões principais: “*Quais são as tarefas e problemas recorrentes do ensino da matemática? O que os professores fazem enquanto ensinam matemática?*” e “*Que conhecimentos, habilidades e sensibilidades matemáticas são necessários para gerenciar essas tarefas?*” (Ball et al., 2008, p. 395, tradução nossa).

De acordo com Carrillo et al. (2018), o estudo de Ball e colaboradores possuía como foco principal os conhecimentos necessários para que um professor de matemática pudesse exercer sua profissão, e não os conhecimentos utilizados na prática docente. Isso pode ser percebido no seguinte trecho do artigo *Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?*:

Nosso grupo de pesquisa escolheu uma abordagem diferente, uma que pode ser caracterizada como trabalhar de baixo para cima, começando com a prática. Porque parecia óbvio que os professores precisam conhecer os tópicos e procedimentos exige que eles ensinem números primos, frações equivalentes, funções, translações e rotações, fatoração e assim decidimos nos concentrar em como os professores precisam saber esse conteúdo. Além disso, queríamos determinar o que mais os professores precisam saber sobre matemática e como e onde os professores podem usar esse conhecimento matemático na prática. (Ball et al., 2008, p. 395, tradução nossa)

Para atingir tal objetivo, o modelo MKT de Ball et al. (2008) propôs os seguintes domínios de conhecimentos para ensinar matemática: Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), Conhecimento Matemático Horizontal, Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK), Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos (KCS), Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT) e Conhecimento do Conteúdo e do Currículo.

Contudo, de acordo com Carrillo et al. (2018), os estudos de Ball e colaboradores focaram na prática em sala de aula, deixando de lado conhecimentos requisitados aos professores de matemática em outras atividades pedagógicas. Ainda, Silva e Santos (2014) apontam uma falta de conexão entre os domínios apresentados no modelo MKT, ao afirmarem que o modelo “[...] apresenta, aparentemente, traços estáticos e de separação” (Silva e Santos, 2014, p.7). Isso

seria contraditório, pois, segundo os autores, durante a prática docente, os domínios se entrelaçam.

Procurando realizar uma análise refinada sobre os conhecimentos específicos que os professores de matemática utilizam durante seu ofício, José Carrillo e colaboradores desenvolveram e publicaram em 2018 o modelo Conhecimento Especializado do Professor de Matemática - *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK). De acordo com Carrillo *et al.* (2018) “O modelo MTSK tem um foco analítico com o objetivo de obter insights sobre o conhecimento do professor, especificamente os elementos que compõem esse conhecimento e as interações entre eles.” (tradução nossa, p. 239).

Como aponta Contreras (2017), o modelo possui como perspectiva analisar o conhecimento específico de um professor de matemática em sua totalidade, ou seja, não somente o necessário para ensinar matemática, mas sim todo o conhecimento usado no processo de ensino, dentro e fora da sala de aula. Assim, diferentemente do MKT, ainda que divida os conhecimentos especializados do professor de matemática, o MTSK procura conectar as partes. Carrillo e colaboradores apontam que:

Quando dizemos que um professor precisa de conhecimentos relativos a um determinado subdomínio, não estamos nos referindo a uma lista predeterminada de conteúdos, mas queremos dizer que o professor deve necessariamente ter conhecimentos que possam ser localizados neste subdomínio. (Carrillo *et al.*, 2018, p. 7, tradução nossa)

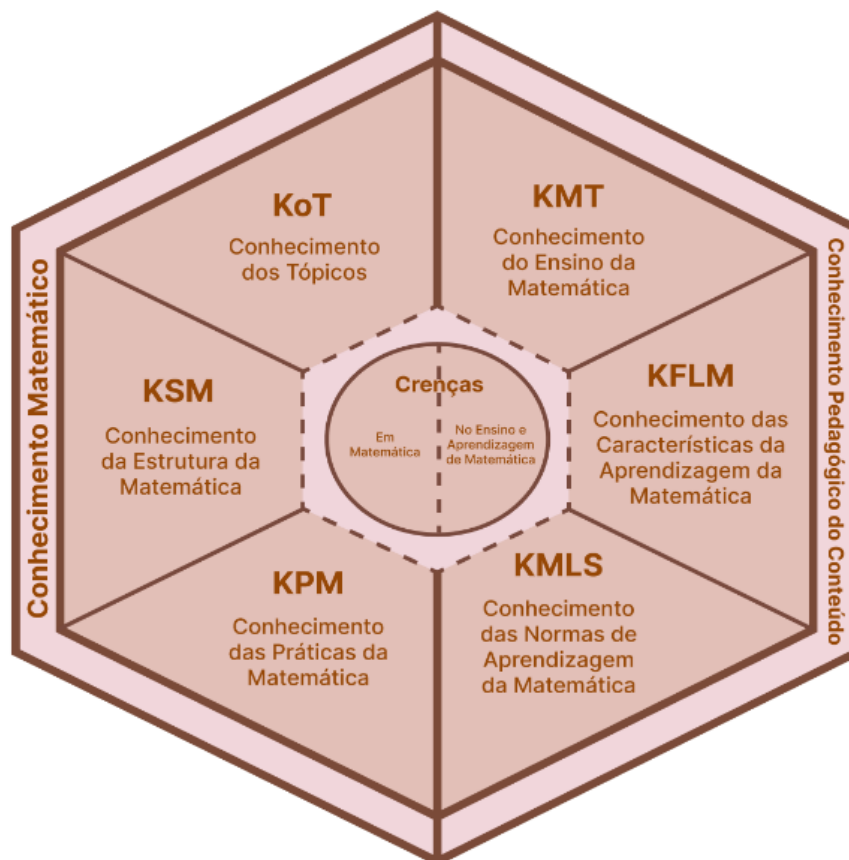
Além dos domínios e subdomínios explicitados anteriormente, o modelo MTSK ainda conta com o subdomínio das Crenças. Esse domínio envolve as crenças sobre a matemática e as crenças sobre o ensino de matemática. Segundo Luís *et al.* esse subdomínio “[...] apresenta as crenças dos professores como filtros e amplificadores da sua atividade” (Luís *et al.* 2021, p. 37), influenciando então todos os domínios do MTSK. Contudo, por se tratar de um domínio diretamente relacionado às especificidades de cada professor, ele não será abordado no presente trabalho.

2.1.1 Os domínios e subdomínios do modelo MTSK

O modelo MTSK é composto por dois grandes domínios, o Conhecimento matemático (MK) e o Conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK), e seus

subdomínios: Conhecimento dos Tópicos (KoT), Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM) e Conhecimento das Práticas da Matemática (KPM); e o Conhecimento do Ensino da Matemática (KMT), Conhecimento das Características de Aprendizagem da Matemática (KFLM) e Conhecimento das Normas de Aprendizagem da Matemática (KMLS). Conforme a imagem (Figura 1) a seguir.

Figura 1 – Modelo do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK)



Fonte: Carrillo *et al.* (2017) - traduzido por Felisberto (2024, p.36)

Dividido em 3 subdomínios, o domínio do *Conhecimento Matemático - MK* se refere ao “conhecimento possuído por um professor de matemática em termos de uma disciplina científica dentro de um contexto educacional” (Carrillo *et al.* 2018, p.240 - tradução nossa). Como os autores ainda apontam:

[...] Entendemos a matemática como uma rede de conhecimento sistêmico estruturada de acordo com suas próprias regras. Ter uma boa compreensão dessa rede – os nós e as conexões entre eles –, as regras e características pertinentes ao processo de criação do conhecimento matemático permite ao professor ensinar o conteúdo de forma conectada e validar suas próprias

conjecturas matemáticas e as de seus alunos (Carrillo, 2019, p. 8, tradução nossa)

Ou seja, esse domínio se trata do conhecimento do professor acerca das regras que regem a matemática, sua estrutura e normas (Carrillo *et al.*, 2018). Ainda, Contreras aponta que o MK é um “tipo de conhecimento que conecta, estrutura curricularmente e é longitudinalmente coerente em relação às ideias matemáticas centrais” (Contreras, 2017, p. 4, tradução nossa). De forma simplificada, pode-se dizer que esse domínio se trata do conhecimento do professor acerca da matemática em si.

Dividido em 3 sub-domínios, o domínio *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo - PCK*, para Carrillo *et al.* (2018), é a “área do conhecimento dos professores que mais diz respeito à prática em sala de aula” (Carrillo *et al.* p. 245, tradução nossa). Ainda, em seu artigo original que identifica esse domínio, Shulman o define como:

[...] a combinação de conteúdo e pedagogia numa compreensão de como determinados tópicos, problemas ou questões são organizados, representados e adaptados aos diversos interesses e capacidades dos alunos e apresentados para instrução. [...] O conhecimento pedagógico do conteúdo é a categoria com maior probabilidade de distinguir a compreensão do especialista em conteúdo daquela do pedagogo. (Shulman, 1987, p. 8, tradução nossa)

Contudo, para o MTSK de Carrillo e colegas (2018), o PCK não se trata apenas da intersecção entre o conhecimento matemático e o conhecimento pedagógico geral, mas sim de um “tipo específico de conhecimento pedagógico que deriva principalmente da matemática”, logo, está incluso nesse subdomínio “apenas aquele conhecimento em que o conteúdo matemático determina o ensino e a aprendizagem que ocorrem.” (Carrillo *et al.*, 2018, p. 246, tradução nossa). Por isso, esses autores reforçam que o PCK precisa ser complementado com o MK de que forma que, juntos, eles orientam o professor de matemática em suas atividades docentes.

Para apresentar de forma mais clara e objetiva os subdomínios que compõem o modelo MTSK, foi elaborado o Quadro 1 a seguir. As descrições foram adaptadas a partir dos trabalhos de Carrillo *et al.* (2018) e de Flores-Medrano *et al.* (2016).

Quadro 1: Descrição dos subdomínios do conhecimento do modelo MTSK

	Subdomínio	Descrição (parafraçada)
M K	<i>KoT</i>	Conhecimento aprofundado de tópicos do conteúdo, seus procedimentos, definições, propriedades, representações e modelos, bem como contextos, problemas e significados.
	<i>KSM</i>	Conhecimento sobre as conexões/relações entre os diferentes tópicos matemáticos. Inclui conhecimento sobre a sequência dos conteúdos na construção matemática.
	<i>KPM</i>	Conhecimento sobre as bases da matemática, o que e quais são as regras de sintaxe da disciplina. Inclui consciência de demonstrações, definições, provas, contraexemplos e deduções.
P C K	<i>KMT</i>	Conhecimento acerca das diferentes formas, materiais e estratégias para se apresentar um conteúdo, bem como suas potencialidades
	<i>KFLM</i>	Conhecimento acerca das características inerentes à aprendizagem do conteúdo matemático, e da consciência sobre as partes do conteúdo em que alunos mostram dificuldades e facilidades.
	<i>KMLS</i>	Conhecimento acerca do currículo, sobre a sequência dos tópicos e da capacidade do aluno os relacionar. Inclui consciência sobre o que o aluno deve ou não saber.

Fonte: Elaboração própria, parafraçando Carrillo *et al.* (2018) e Flores-Medrano *et al.* (2016)

As descrições contidas no quadro acima compõem o referencial para a elaboração da prática proposta, orientando a construção de uma experiência lúdica alinhada aos saberes necessários à docência matemática. Espera-se, assim, que a atividade proposta neste trabalho permita ao professor explorar não apenas o conteúdo matemático em si, mas também suas possíveis representações, abordagens didáticas, e dificuldades de aprendizagem associadas.

2.2 SISTEMAS DE EQUAÇÕES DE PRIMEIRO GRAU COM 2 INCÓGNITAS

Nesta parte do trabalho, será realizada, inicialmente, uma análise teórica do conteúdo relativo aos sistemas de equações lineares e às principais técnicas de resolução ensinadas no Ensino Fundamental, tendo como principal referência o conteúdo apresentado por Valenzuela (2007), Luccas (2004) e Reis (2010). Essa análise se faz necessária para fundamentar a proposta do jogo de RPG de mesa que será apresentada.

De acordo com Lamin (2000), o tema dos sistemas de equações lineares não foi amplamente abordado na história da matemática ocidental antiga, embora tenha recebido maior atenção na matemática oriental. Alguns dos registros mais antigos sobre o assunto constam na obra *Nove Capítulos sobre a Arte da Matemática* - texto de origem estimada no século II a.C. - na qual os chineses representavam os sistemas lineares com diagramas, “por meio de seus coeficientes escritos com barras de bambu sobre os quadros de um tabuleiro” (Lamin, 2007, p. 3). Essa obra apresenta exemplos de sistemas resolvidos por meio do método da eliminação, que consiste em anular coeficientes através de operações elementares, evidenciando que esse modelo de resolução já era conhecido pelos povos orientais nesse período.

Sistematizando o modelo chinês para sistemas com 2 equações lineares, em 1683 um trabalho do japonês Seki Kowa apresentou a ideia de determinante relacionada ao assunto. De acordo com Lamin (2000), Kowa foi considerado o maior matemático japonês do século XVII, e esse trabalho permitiu o estudo posterior de Leibniz, Cramer, Bezout e Cauchy que viriam a desenvolver as resoluções de sistemas de equações lineares, e a generalizar cada vez mais os resultados (Lamin, 2007, p. 3). Contudo, esses estudos não serão amplamente discutidos nesse trabalho, visto que o interesse dessa pesquisa se encontra nos sistemas apresentados no ensino fundamental.

Para Valenzuela (2007), uma boa forma de compreender o que é um sistema de equações lineares é partir da análise do significado da palavra *sistema*. A autora destaca que esse termo, oriundo do grego *sustéma*, significa “combinar”, “ajustar” e

“formar um conjunto”. No contexto matemático, contudo, é necessário estabelecer algumas definições formais, de acordo com Domingues, Callioli e Costa (1982):

Definição 1 – Dados os números reais $\alpha_1, \dots, \alpha_n, \beta$ ($n \geq 1$), à equação $\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n = \beta$, onde os x_i são variáveis em \mathbb{R} , damos o nome de equação linear sobre \mathbb{R} nas incógnitas x_1, \dots, x_n . Uma solução dessa equação é uma sequência de n números reais (não necessariamente distintos entre si), indicada por $(b_1, \dots, b_n) = b$, tal que $\alpha_1 b_1 + \dots + \alpha_n b_n = \beta$ é uma frase verdadeira.

Definição 2 – Um sistema de m equações lineares com n incógnitas ($m, n \geq 1$) é um conjunto de m equações lineares, cada uma delas com n incógnitas, consideradas simultaneamente.

Uma solução do sistema acima é uma n -upla (b_1, \dots, b_m) de números reais que é solução de cada uma das equações do sistema (Domingues, Callioli e Costa, 1982, p. 2).

A partir dessas definições, pode-se afirmar que os sistemas com duas equações lineares se tratam de um conjunto com duas equações interligadas, em que as transformações aplicadas a uma das equações influenciam diretamente na outra (Valenzuela, 2007). Em especial, neste trabalho serão estudados sistemas com equações polinomiais de primeiro grau que contenham apenas duas incógnitas, mas para fins de otimização, serão referidos como “Sistemas de Equações” a partir dessa parte da pesquisa. Além disso, resolver um sistema significa determinar seu conjunto solução. Segue um exemplo de um sistema com duas equações e duas incógnitas (x e y):

Exemplo

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

De acordo com Luccas, “diversos métodos de resolução de Sistemas de Equações Lineares foram produzidos e sistematizados, por diferentes povos e em diferentes épocas” (Luccas, 2004, p. 6). O autor ainda afirma que o conhecimento sobre diferentes métodos pode facilitar a resolução de um sistema de equações, mas enfatiza que os principais estudados no Ensino Fundamental são os de: Substituição, Adição e Tentativa. Valenzuela (2007) apresenta outras técnicas (identificadas em livros didáticos e práticas de docentes) que envolvem o estudo desses tipos de sistemas no ensino básico: Gráfica; Transposição; Modelagem; Redução; e Comparação. Neste trabalho, serão estudados os métodos de Substituição, Adição e Comparação.

2.2.1 Resolução de Sistemas de Equações: Método da Substituição

De acordo com Reis (2010), o método da substituição consiste em 4 passos principais: O primeiro é isolar o valor de x em uma das equações do sistema. O segundo passo é substituir o valor de x obtido no passo anterior na equação que ainda não foi utilizada. O terceiro passo é isolar o valor de y na equação obtida no segundo passo. O quarto passo, é substituir o valor de y na equação obtida no primeiro passo determinando dessa forma o valor de x . Por fim, resolve-se a equação de primeiro grau obtida. Ainda, Valenzuela (2007) afirma que:

Ao resolver o sistema pela técnica da substituição, as equações são separadas de forma que a estrutura do sistema seja desfeita e sua forma original deixe de existir para os alunos. O passo 4 dessa técnica é constituído de técnicas para se resolver equações com uma incógnita. (Valenzuela, 2007, p. 39)

Ainda, Reis (2010) apresenta os passos citados acima em um escrita algébrica, como apresentado a seguir. Tome o seguinte sistema de equações com coeficientes arbitrários e reais para aplicarmos passo por passo:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 & (I) \\ a_2x + b_2y = c_2 & (II) \end{cases}$$

Passo 1: Isolar uma das incógnitas em uma das equações. Sem perda de generalidade, será isolado x em (I):

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$x = \frac{c_1 - b_1y}{a_1}$$

Passo 2: Substituir este valor na equação (II) e reduzi-la na forma $ay = x$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

$$a_2 \left(\frac{c_1 - b_1y}{a_1} \right) + b_2y = c_2$$

$$\frac{a_2c_1 - a_2b_1y}{a_1} + b_2y = c_2$$

$$\frac{a_2c_1}{a_1} - \frac{a_2b_1y}{a_1} + b_2y = c_2$$

$$-\frac{a_2b_1y}{a_1} + b_2y = c_2 - \frac{a_2c_1}{a_1}$$

$$\left(\frac{a_1b_2 - a_2b_1}{a_1}\right)y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1}$$

Passo 3: Isolar a outra variável (y) na equação obtida

$$y = \left(\frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1}\right) \times \left(\frac{a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}\right)$$

$$y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

Passo 4: Substituir o y encontrado no primeiro passo realizado na resolução desta equação

$$x = \frac{c_1 - b_1y}{a_1}$$

$$x = \frac{c_1 - b_1\left(\frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}\right)}{a_1}$$

$$x = \frac{c_1 + \left(\frac{b_1a_2c_1 - b_1a_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}\right)}{a_1}$$

$$x = \left(c_1 + \frac{b_1a_2c_1 - b_1a_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}\right) \times \frac{1}{a_1}$$

$$x = \frac{c_1}{a_1} + \frac{b_1a_2c_1 - b_1a_1c_2}{a_1a_1b_2 - a_1a_2b_1}$$

Assim, foram isoladas as incógnitas x e y nos passos 4 e 3 respectivamente.

2.2.2 Resolução de Sistemas de Equações: Método da Adição

De acordo com Reis (2010), o método da adição (também chamado pelo autor por Método da Redução a um Coeficiente) consiste em 5 passos principais, para sistemas com 3 equações. Contudo, para os sistemas pesquisados neste trabalho, são necessários apenas 4 passos: O primeiro passo consiste em multiplicar uma das equações por um número conveniente, de forma a tornar iguais os coeficientes de uma das incógnitas (a que será eliminada) em ambas as equações. O segundo passo é subtrair ou somar a uma equação da outra, de forma que o coeficiente de uma das incógnitas seja zero. No terceiro passo, deve-se isolar a incógnita restante e solucionar a equação obtida dos passos anteriores. No quarto passo, com o valor de uma das incógnitas, basta substituir o valor encontrado em qualquer uma das equações iniciais e encontrar o valor da segunda incógnita.

A seguir, segue a seguinte representação dos passos citados acima em uma escrita algébrica. Tome o seguinte sistema de equações com coeficientes arbitrários e reais para aplicarmos passo por passo:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 & (I) \\ a_2x + b_2y = c_2 & (II) \end{cases}$$

Passo 1: Multiplicar ambas as partes da igualdade de uma das equações (I) por um número conveniente (suponha q)

$$(a_1x + b_1y) \times q = (c_1) \times q$$

$$a_1xq + b_1yq = c_1q$$

Passo 2: Subtrair ou somar a equação obtida da que não foi usada ainda (II), de forma que o coeficiente de uma das incógnitas seja zero (suponha $a_1q = -a_2$, logo ao somar as duas equações teremos $0a$).

$$\begin{cases} a_1xq + b_1yq = c_1q \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

$$a_1xq + b_1yq + a_2x + b_2y = c_1q + c_2$$

$$b_1yq + b_2y = c_1q + c_2$$

Passo 3: Isolar a incógnita restante e resolver a equação

$$(b_1q + b_2)y = c_1q + c_2$$

$$y = \frac{c_1q + c_2}{(b_1q + b_2)}$$

Passo 4: Substituir o valor encontrado em qualquer uma das equações iniciais - substituindo em (I) temos

$$a_2x = -b_2y + c_2$$

$$x = \frac{-b_2y + c_2}{a_2}$$

Assim, foi calculado o valor das incógnitas x e y nos passos 4 e 3 respectivamente.

2.2.3 Resolução de Sistemas de Equações: Método da Comparação

De acordo com Reis (2010) e Valenzuela (2007), a resolução através desse método é composta de 4 passos. O primeiro passo, é isolar o valor de uma das incógnitas em todas as equações do sistema. O segundo passo, é substituir o termo igual a essa variável na outra equação, obtendo uma equação com uma variável. O terceiro passo é resolver a equação de primeiro grau encontrada. E o quarto passo, é substituir o valor dessa variável em uma das equações do sistema para determinar o valor da outra variável.

Representando esses passos através da escrita algébrica, utilizando um sistema com as seguintes equações:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 & (I) \\ a_2x + b_2y = c_2 & (II) \end{cases}$$

Passo 1: Isolar o valor de uma das incógnitas em todas as equações (sem perda de generalidade, escolhemos x). Em (I):

$$a_2x = -b_2y + c_2$$

$$x = \frac{-b_2y + c_2}{a_2}$$

E em (II):

$$a_1x = -b_1y + c_1$$

$$x = \frac{-b_1y + c_1}{a_1}$$

Passo 2: Substituir o termo igual a essa variável na outra equação

$$\frac{-b_1y + c_1}{a_1} = \frac{-b_2y + c_2}{a_2}$$

Passo 3: Resolver a equação de primeiro grau encontrada (nesse caso, encontrar y)

$$\frac{-b_1y + c_1}{a_1} = \frac{-b_2y + c_2}{a_2}$$

$$(-b_1y + c_1)a_2 = (-b_2y + c_2)a_1$$

$$-b_1a_2y + c_1a_2 = -b_2a_1y + c_2a_1$$

$$-b_1a_2y + b_2a_1y = c_1a_2 + c_2a_1$$

$$(-b_1a_2 + b_2a_1)y = c_1a_2 + c_2a_1$$

$$y = \frac{c_1a_2 + c_2a_1}{(-b_1a_2 + b_2a_1)}$$

Passo 4: Substituir o valor encontrado (para y) em uma das equações e resolver a equação com uma incógnita (x). Em (I):

$$a_1x = -b_1y + c_1$$

$$x = \frac{-b_1y + c_1}{a_1}$$

Resolvendo a seguinte equação, é possível obter os valores das incógnitas x e y nos passos 4 e 3 respectivamente.

2.2.4 Características do ensino dos métodos

Ao analisar a forma como a obra de Serrasqueiro trata do assunto proposto, Reis (2010) salienta a importância da estruturação do livro. Nela, o autor trabalha com os tópicos “Equações e problemas do primeiro grau a muitas incógnitas”, “processo de eliminação por comparação”, “método de eliminação por Substituição”, e depois o “eliminação por redução ao mesmo coeficiente” (que será referenciado como Método da Adição). Ainda, sobre o método da substituição, Valenzuela (2007) menciona que “O passo 4 dessa técnica é constituído de técnicas para se resolver equações com uma incógnita, ou seja, as técnicas da transposição ou operação inversa.” (Valenzuela, 2007, p. 39). Contudo, isso pode ser percebido em todos os métodos de resolução, ressaltando que solucionar um sistema de equações requer conhecimentos acerca de como resolver uma equação de grau 1.

Ainda, Reis (2010) aponta a recorrência do uso de teorias já apresentadas anteriormente na obra analisada, dentre elas: o primeiro princípio relativo a equações simultâneas, e a primeira propriedade das raízes de um sistema de equações simultâneas (onde as raízes de um sistema de equações não se alteram). Além disso, se observa na descrição da técnica e dos elementos tecnológicos, os

seguintes elementos: “princípio de equivalência aditiva” e “princípio de equivalência multiplicativa” (Reis, 2010; Valenzuela, 2007), discutidos na obra de forma anterior às técnicas.

O Princípio de equivalência aditiva “consiste em que se somarmos ou subtrairmos dos dois membros de uma equação uma mesma quantidade, conseqüentemente a equação obtida é equivalente a anterior” (Reis, 2010, p. 72). Enquanto o Princípio de equivalência multiplicativa “consiste em multiplicar ou dividir ambos os membros de uma equação por uma mesma quantidade (diferente de zero), assim obteremos uma equação equivalente à anterior.” (Reis, 2010, p. 72).

Ainda, são apresentadas a relevância de realizar diferentes representações da mesma técnica: através de exemplos numéricos, através de uma escrita na língua materna (nesse caso, o português) que explique os passos de forma geral, e através da representação algébrica (linguagem matemática) com termos arbitrários (Reis, 2010).

2.3 PROPOSTA DE APLICAÇÃO

2.3.1 O *Role Playing Game* - RPG

O *Role Playing Game*, ou RPG, é um jogo de contar e interpretar personagens e suas histórias. Traduzindo a sigla, RPG é um “Jogo de Interpretação de Papeis”. Machado *et al.* (2017) define o jogo como “uma espécie de teatro improvisado, onde cada participante assume o papel de um personagem e todos constroem uma história” (Machado, 2017, p.03). Surgidos no final do século XIX como treinamento militar, os diversos tipos de RPG vêm se modificando ao longo dos anos. Pietski (2019, p. 19) fala um pouco sobre essas mudanças:

Porém, por volta de 1970, esses jogos são expandidos e unidos a elementos da literatura fantástica trazidos pelo autor J.R.R. Tolkien, criador de Senhor dos Anéis. Desse modo, o RPG surge como uma “simulação da vida”, tendo caráter de representação e trazendo de volta o universo medieval com guerreiros, magos e dragões, inicialmente em *Dungeons & Dragons*, o primeiro roleplaying game. (Pietski, 2019, p.19)

No RPG existem duas funções principais: jogador e narrador (também chamado de mestre). O narrador é o responsável por narrar a história, guiando os personagens dos jogadores através dos acontecimentos, descrever o mundo, as ações dos personagens e PNJs (Personagens não jogáveis que aparecem no decorrer da história), impedir que os jogadores se desanimem e desenvolver as consequências das ações tomadas no mundo. Enquanto isso, a função dos jogadores é criar personagens (com seus antepassados, história e características) de acordo com o sistema selecionado e interpretar suas ações na história, geralmente buscando resolver a trama principal. De acordo com o próprio Livro do Jogador publicado pela Wizards of the Coast (2014, p. 4):

Jogar D&D é um exercício de criação colaborativa. Você e seus amigos criam histórias épicas cheias de tensão e tramas memoráveis. Vocês criam piadas bobas que farão vocês rirem anos depois. O dado será cruel com você, mas você irá domá-lo. A criatividade coletiva de vocês irá construir histórias que vocês iram contar de novo e de novo, que vão desde o completo absurdo até coisas lendárias. (Wizards of the Coast, 2014, p. 4)

Contudo, apesar de se tratar de um jogo com infinitas possibilidades, é necessário delimitar as ações de acordo com as capacidades dos personagens e com o contexto da situação (por exemplo, um personagem com pouca força pode conseguir arrastar um objeto pesado, mas com dificuldade). Assim, para decidir se

determinadas ações fracassam, são realizadas perfeitamente ou com certas dificuldades, a maioria dos sistemas decide com base em uma rolagem de dados (Silva, 2014). Silva (2014, p. 15) ainda aponta sobre o uso dos jogos:

Existem diversos dados multifacetados que são usados em RPG, nos referimos a eles como D'X', onde x é a sua quantidade de faces. É interessante perceber que cinco dos dados mais utilizados em jogos de RPG, o D4, D6, D8, D12 e D20 correspondem às cinco classes de poliedros regulares da geometria espacial, assim, antes mesmo do jogo em si, já podemos só com os dados que serão utilizados introduzir e familiarizar os alunos com um tema que será trabalhado por eles mais tarde (Silva, 2014, p. 15)

Assim, o RPG é um jogo ambientado em um universo próprio, em que os jogadores e o narrador sujeitam a história e os personagens a um sistema de regras que vai orientar e delimitar o jogo.

Dungeons and Dragons, ou D&D, é um dos sistemas de RPG mais populares, traduzido como “Masmorras e Dragões”. Inspirado pelo mundo fantasioso de J.R.R. Tolkien, D&D foi crucial para a popularização do RPG. A quinta edição (D&D 5e) é guiada por dois principais manuais: o Livro do Jogador e o Livro do Mestre. Conforme o Livro do Jogador (2014, p. 5):

Diferente dos jogos de faz de conta, D&D dá estrutura às histórias, uma maneira de determinar as consequências das ações dos aventureiros. Os jogadores rolam dados para resolver se seus ataques acertam ou erram, ou se seus personagens conseguem escalar um precipício, se desviam do golpe de um relâmpago mágico, ou fazem alguma outra tarefa perigosa. Tudo é possível, mas os dados fazem alguns resultados mais prováveis que outros. (Wizards of the Coast, 2014, p. 5)

De forma geral, o jogo se desenvolve em 3 passos: o mestre descreve o ambiente e a situação; os jogadores interpretam as ações que seus personagens tomariam dadas as condições; o mestre narra as consequências dessas ações. Para ações com possibilidade de falha, um dado de 20 lados (D20) é rolado, onde 1 é uma falha crítica e 20 é um acerto crítico. Cada ação tem uma dificuldade específica para ser realizada, chamada de “Classe de Dificuldade” (CD) que é o valor mínimo necessário que um jogador deve tirar no lançamento de um D20 para conseguir realizar a ação desejada, e esse valor é estabelecido pelo narrador.

Porém, como os personagens possuem diferentes características (determinadas por sua história, sua raça ou classe) escritas em sua ficha de

personagem (Apêndice B), devem-se somar ao resultado do lançamento do D20 valores que representem essas características como apontado no Livro do Jogador (2014, p. 7):

Cada personagem e monstro no jogo têm suas capacidades definidas por seis habilidades. As habilidades são Força, Destreza, Constituição, Inteligência, Sabedoria e Carisma, e elas estão tipicamente entre 3 e 18 para a maioria dos aventureiros (monstros podem ter valores tão baixos quanto 1 ou tão altos quanto 30). Essas habilidades e os modificadores derivados delas são a base para quase todas as jogadas com um d20 que um jogador faz para um personagem ou monstro. (Wizards of the Coast, 2014, p. 7)

Por fim, D&D é um sistema que contém várias regras específicas que se sobrepõe às regras gerais, caso assim esteja escrito nelas. Para jogar, basta ter um grupo de pessoas interessadas neste jogo onde não há perdedores ou ganhadores, o importante é formar uma boa história de maneira envolvente e colaborativa.

2.3.2 O RPG Pedagógico

Na procura de diferentes ferramentas que contribuam no processo de ensino aprendizagem, uma das opções apresentadas são os materiais lúdicos, como os jogos. Além de aproximar o aluno do ensino, tornando-o sujeito de ação em seu aprendizado, a utilização de atividades lúdicas estimula os alunos a decidir sobre suas próprias ações, estabelecer conexão entre as situações pensadas na atividade e situações reais (Pietski, 2019; Coelho, 2017). Ainda, este tipo de recurso pedagógico é previsto até nos PCNs (Parâmetros Nacionais Curriculares):

[...] uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas.

Na situação de jogo, muitas vezes, o critério de certo ou errado é decidido pelo grupo. Assim, a prática do debate permite o exercício da argumentação e a organização do pensamento.

Os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes - enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório - necessárias para aprendizagem da Matemática. (Brasil, 1998)

De acordo com Amaral (2008), o RPG se trata de um jogo colaborativo com muita liberdade de criação em que são desenvolvidas a capacidade de resolução de situações-problema, contextualização, interdisciplinaridade, e outras as habilidades e competências previstas nos PCNs, e portanto se mostra um jogo viável para ser usado como ferramenta docente. Além disso, como aponta Amaral (2008), o uso do RPG como ferramenta pedagógica ainda apresenta a vantagem de requerer poucos recursos materiais (folhas de papel, lápis e alguns dados já são suficientes).

Ainda, é válido ressaltar que devido a sua estrutura mais flexível (em que muitas vezes não possui um único resultado pronto), o jogo de RPG convoca o jogador (nesse caso o aluno) a pensar, permitindo seu desenvolvimento social e intelectual (AMARAL, 2008). Ainda, essa flexibilidade permite que “um jogo como o RPG pode ser rico em experiências educativas, já que é maleável às necessidades, podendo ser incrementado com aspectos atuais” (Pietski, 2019, p. 21)

Infelizmente, como aponta Pietski (2019), existem poucas análises sobre as possíveis aplicações do RPG em um contexto pedagógico, apesar do amplo material sobre o jogo em si.

2.3.3 O RPG no ensino de sistemas de equações

Infelizmente, até o momento, percebe-se uma certa escassez de pesquisas que tratam especificamente do ensino de sistemas de equações por meio de jogos de RPG de mesa. Ainda assim, destacam-se como relevantes para este trabalho as investigações de Coitinho (2024), Padilha (2018) e Cardoso (2023), que, embora abordem o ensino de equações do 1º grau, fornecem subsídios valiosos para a discussão.

Cada uma dessas pesquisas propõe a aplicação de um tipo distinto de RPG - digital, de mesa e livro-jogo, mas os resultados obtidos são relativamente semelhantes: em todos os casos, os jogos favoreceram o engajamento dos estudantes e promoveram avanços na aprendizagem. Por isso, essas experiências reforçam a relevância da proposta desenvolvida neste trabalho.

Na monografia de Cardoso (2023), foi criado e aplicado um RPG do tipo *livro-jogo*, voltado para alunos do 7º ano do ensino fundamental. A autora elaborou

uma narrativa contendo dez problemas matemáticos, distribuídos ao longo da história com o objetivo de reforçar a aprendizagem de equações. Os problemas foram baseados na metodologia de Resolução de Problemas. O Quadro 2 (a seguir) apresenta um resumo desses problemas:

Quadro 2 – Os 10 problemas destacados no RPG de Cardoso e seus objetivos

Conteúdo	Objetivos Relacionados à Aprendizagem
Problema do teclado	Evidenciar a importância da equivalência
Problema da porta com caixas	Evidenciar a importância da equivalência
Princípio aditivo da igualdade	Explorar o Princípio Aditivo da Igualdade
Valor da incógnita	Resolver uma equação do 1º grau
Princípio multiplicativo da igualdade	Explorar o Princípio Multiplicativo da Igualdade
Problema do tapete	Montar uma equação
O valor da incógnita	Resolver uma equação do 1º grau
Definição de incógnita	Conhecer o conceito de incógnita
Definição de equação	Conhecer o conceito de equação
Problema da balança com caixas	Evidenciar a importância da equivalência

Fonte: Cardoso (2023, p. 91)

É possível observar que a autora não se limita a propor problemas diretamente relacionados à resolução algébrica, mas também trabalha habilidades essenciais ao desenvolvimento dessa competência, como o domínio do raciocínio aditivo e multiplicativo. Tais escolhas didáticas dialogam com o Modelo do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK), especialmente nos subdomínios KoT (Conhecimento do Tópico), KFLM (Conhecimento da Fundamentação do Conhecimento Matemático) e KMLS (Conhecimento do Significado do Conteúdo). A variação na forma de apresentação dos problemas (linguagem natural, simbólica ou matemática) também evidencia a presença do KMT (Conhecimento da Transformação Matemática).

Com relação aos resultados, a autora destaca:

Os estudantes, em sua maioria, não apresentaram representações formais ou relacionaram o conteúdo do livro/jogo acessível formalmente à equação do 1º grau, porém, seus ricos registros apresentaram construções que evidenciam as propostas elencadas pelos autores supracitados no que concerne à unidade contextual Matemática. (Cardoso, 2023, p. 112)

No artigo de Padilha (2018), a autora desenvolve um RPG de mesa direcionado a estudantes do ensino médio, organizados em grupos de seis participantes, nos quais um deles assume o papel de mestre. O jogo foi estruturado com base em teorias educacionais de Piaget, Vygotsky e Schmit, valorizando o uso de elementos lúdicos na aprendizagem. Em suas conclusões, Padilha afirma que a atividade contribuiu para a mudança na percepção dos estudantes sobre as equações e para a desconstrução de preconceitos relacionados à matemática, além de que “[...] foi possível perceber um desenvolvimento na concepção dos alunos quanto à percepção acerca da equação” (Padilha, 2018, p. 10).

Por fim, no trabalho de Coitinho (2024), é apresentado um jogo digital desenvolvido na plataforma RPG Maker, com o objetivo de ensinar equações do 1º grau. A análise dos resultados evidenciou que o recurso favoreceu uma aprendizagem mais reflexiva e dinâmica:

Ao analisar as contribuições e limitações do jogo para o ensino e aprendizagem de equação do 1º grau, observou-se que ele possibilita os estudantes terem uma aprendizagem reflexiva e dinâmica, enriquecendo a experiência dos estudantes nessa área. (Coitinho, 2024, p. 43)

Contudo, a autora também pondera que a metodologia não atende igualmente a todos os perfis de aprendizagem, sendo necessário considerar a diversidade dos estudantes ao planejar o uso de jogos como recurso didático.

Dessa forma, embora os trabalhos analisados não tratem diretamente do ensino de sistemas de equações, suas propostas oferecem fundamentos relevantes para refletir sobre o uso de jogos de RPG como recurso didático nesse conteúdo. Em especial, a pesquisa de Cardoso (2023) contribui significativamente para este estudo ao apresentar elementos que dialogam com o modelo MTSK, além de fornecer um exemplo de aplicação pedagógica positivamente avaliada, tanto em termos de engajamento, quanto de desenvolvimento de habilidades relacionadas à resolução de equações, quanto a aplicação de conteúdos que compõe o ensino de sistemas de equações.

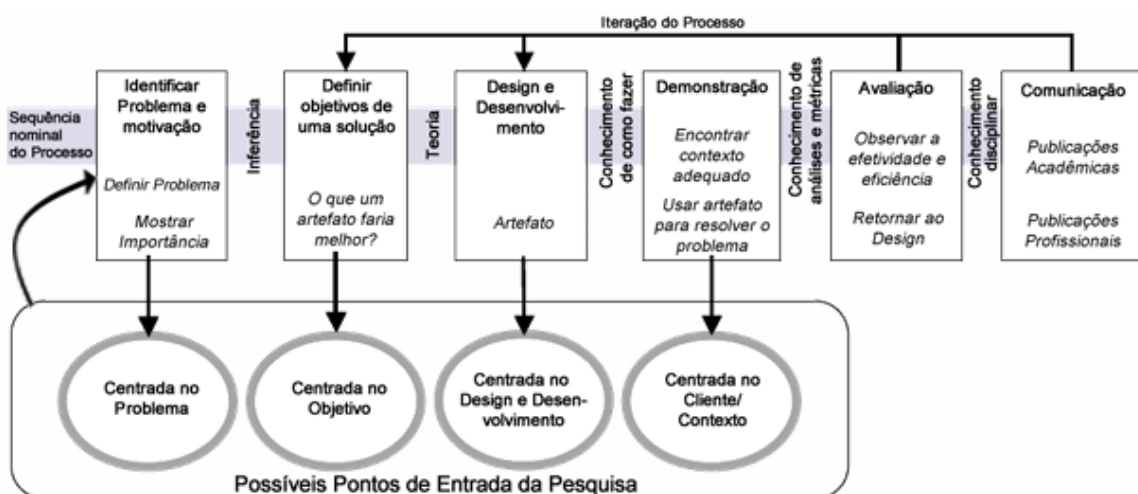
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para atingir seu objetivo, o presente projeto adotará uma abordagem qualitativa, por meio do método *Design Science Research* (DSR). Como metodologia de pesquisa, Rochadel (2022) destaca que a DSR orienta a busca e a criação de soluções para problemas práticos, promovendo uma aproximação entre teoria e prática. Ainda segundo o autor, a DSR é “[...] o método que fundamenta e operacionaliza a condução da pesquisa quando o objetivo a ser alcançado é um artefato ou uma prescrição” (Rochadel *et al.*, 2022, p. 87).

3.1 DESIGN SCIENCE RESEARCH - DSR

Com o objetivo de criar o artefato “aventura de RPG”, será utilizado um modelo específico de DSR proposto por Peffers *et al.* (2007). Esse modelo orienta os objetivos da *Design Science* na projeção, criação e avaliação de artefatos com o intuito de resolver problemas de forma rigorosa, além de comunicar os resultados ao público interessado (Rochadel, 2022, p. 87). Essa proposta compreende seis atividades principais (Figura 2): 1. Identificação e motivação do problema; 2. Definição dos objetivos de uma solução; 3. Projeto e desenvolvimento; 4. Demonstração; 5. Avaliação; 6. Comunicação.

Figura 2 – Modelo da Design Science Research Methodology (DSRM)



Fonte: Peffers *et al.* (2007) - Adaptação de Rochadel (2022, p. 87)

Dessa forma, inicialmente será realizada uma pesquisa bibliográfica, a fim de compreender melhor o problema e suas motivações. Em seguida, será proposta uma solução, com a definição de seus elementos essenciais. Na etapa seguinte, ocorrerá o desenvolvimento do artefato – uma atividade pedagógica que utiliza o RPG como ferramenta de ensino à luz do modelo MTSK. Por fim, a avaliação do artefato será realizada por meio de entrevistas com estudantes do curso de licenciatura em Matemática e com professores atuantes.

3.1.1 Identificação e motivação do problema

De acordo com Peffers *et al.* (2007), a presente atividade do modelo DSR consiste na busca e determinação do problema que se busca solucionar, bem como esclarecer a relevância de seu estudo. Assim, segue-se um breve resumo da argumentação e proposta de problema presentes ao longo de toda a seção 1 deste trabalho.

Como exposto no capítulo na justificativa e no problema de pesquisa deste trabalho, o conteúdo de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas, presente no 8º ano e associado à habilidade EF08MA08 da BNCC, é essencial para o desenvolvimento da capacidade de abstração, generalização e resolução de problemas pelos alunos (Reis, 2010). No entanto, pesquisas como as de Lemos e Kaiber (2016) e Melara (2008) apontam dificuldades recorrentes dos estudantes, como erros na manipulação algébrica e falta de compreensão conceitual, frequentemente agravadas pela ausência de organizadores prévios e de propostas significativas de ensino. Os Parâmetros Curriculares Nacionais reforçam a importância de um ensino de Álgebra contextualizado e baseado na resolução de problemas diversos.

Para isso, é fundamental que o professor compreenda os saberes que sustentam sua prática docente, como proposto pelo modelo MTSK. Contudo, dominar esses conhecimentos não basta: é necessário integrá-los a estratégias didáticas que atendam à complexidade do processo de aprendizagem. Nesse sentido, o uso do RPG como ferramenta pedagógica surge como uma alternativa lúdica e eficaz, capaz de promover engajamento, colaboração, socialização e interdisciplinaridade (Coelho, 2017). Motivando assim a construção de uma aventura

de RPG voltada ao ensino de sistemas de equações, fundamentada no modelo MTSK.

3.1.2 Definição dos objetivos de uma solução

Peppers *et al.* (2007) aponta que a atividade 2 da DSR compreende a definição dos objetivos que devem ser cumpridos a fim de solucionar o problema. Rochadel ainda afirma que para estabelecer esses objetivos “é necessário conhecer as soluções atuais, caso existam, as suas características e os conhecimentos teóricos para a definição do artefato.” (Rochadel, 2022, p. 91).

Assim, o presente trabalho de pesquisa busca criar um jogo de RPG para o ensino de sistemas de equações polinomiais de primeiro grau com duas incógnitas utilizando como referência o modelo MTSK. Para isso, inicialmente foi conduzida uma investigação sobre: os desafios associados ao ensino de sistemas de equações polinomiais de primeiro grau, à luz do modelo MTSK; e as limitações e desafios relacionados à aplicação do RPG como ferramenta de ensino do tema (que constam na seção 2 deste trabalho). Posteriormente, foi desenvolvida uma proposta de prática sobre o tema utilizando RPG, tendo em vista os conhecimentos especificados pelo MTSK (seção 4). Por fim, foi avaliada a efetividade do artefato desenvolvido e foi realizada a correção do material (seção 5).

3.1.3 Projeto e desenvolvimento

Na atividade 3 da DSR, encontra-se a criação do artefato propriamente dito. De acordo com Peppers “[...] Os recursos necessários para passar dos objetivos ao design e desenvolvimento incluem conhecimento teórico que pode ser aplicado em uma solução.” (Peppers, 2007, p. 55). Esse conhecimento teórico encontra-se apresentado na seção 2 deste trabalho.

Nesta etapa, são definidas as estratégias utilizadas na construção do artefato da pesquisa: uma aventura de RPG de mesa com fins pedagógicos. Para tanto, é necessário compreender os elementos essenciais para a criação de um RPG voltado ao contexto educacional. Como referência para essa elaboração, serão adotados os elementos básicos de construção de jogos propostos por Nascimento (2017), os quais foram adaptados da oficina "Criando uma Aventura Paradidática", de Zanini

(2003). O Quadro 3, a seguir, apresenta esses elementos e suas respectivas descrições:

Quadro 3: Elementos Básicos na Construção de uma Aventura de RPG

ELEMENTOS BÁSICOS NA CONSTRUÇÃO DE UMA AVENTURA RPG	
Tema e Objetivo	O tema de uma aventura é o assunto abordado pela história (ex.: uma guerra, uma fuga, um desastre,...) e o objetivo é o que se deseja alcançar após percorrer a aventura (no caso educacional pode ser o aprendizado, a revisão, a introdução de um determinado conteúdo, entre outros).
Conteúdo a ser trabalhado	É um recorte de determinado conteúdo, no qual se fará a relação deste com as ações que se encontrarão na história.
Personagens	São os estereótipos elaborados para cada membro da aventura (protagonistas, antagonistas, coadjuvantes, aliados, informantes e figurantes).
Descrição de ambientes	É a construção dos cenários que estão inseridos na aventura (casas, castelos, florestas, ilhas etc.)
Chamado à aventura e a diversão	É algo inusitado que acontece para que as protagonistas se sintam convidadas a sair da rotina e ir se aventurar.
Enredo ou narrativa	É o desenvolvimento da história em si, a sequência de acontecimentos (início, meio e fim da aventura), onde ocorrem as ações, as situações desafiantes, as informações, entre outras ações.
Meta-enredo	É como se chama as ações em paralelo, ou seja, as alternativas, decisões das personagens no contexto da história (ex.: a escolha de caminhos a serem trilhados e as consequências geradas por cada alternativa).
Distribuição de Pistas	É o que o(s) criador(es) faz(em) quando seleciona(m) os lugares onde são reveladas as pistas, que indicam para onde a personagem deve seguir, o que fazer, os próximos acontecimentos.
Desafios	São situações geradas durante a história que fazem a personagem pensar, refletir, conjecturar, objetivando prosseguir na aventura.
Recompensa	É a finalização do jogo, de forma que haja a possibilidade de encontrar, resolver, desvendar, alcançar o que havia sido o chamado à aventura.

Fonte: Nascimento (2017)

O sistema escolhido para reger a aventura foi uma versão simplificada de *Dungeons & Dragons* (D&D 5ª edição), na qual todos os testes realizados dependem diretamente dos valores dos atributos e do bônus de proficiência dos personagens. Para isso, os alunos deverão preencher uma ficha de personagem reduzida (ver

Apêndice A), que contém apenas as informações essenciais para o andamento da atividade.

Por fim, o enredo da aventura, a ambientação do mundo fictício em que ela se passa e os desafios relacionados ao conteúdo matemático abordado são apresentados no capítulo 4 deste trabalho.

3.1.4 Demonstração

A atividade 4 da DSR, é a responsável por demonstrar a aplicação do artefato, sua capacidade de resolver o problema proposto ou parte dele (Peffer, 2007). Essa atividade deve ser realizada através de experimentações, simulações, estudo de caso, ou atividade apropriada.

A demonstração do artefato se deu por meio de uma aplicação com outros 3 estudantes da graduação voluntários. Essa aplicação contou com a narrativa proposta, seus desafios, e mais 2 combates adicionados (Anexos AB e AC), e teve duração de aproximadamente 3 horas. Após a aplicação do artefato, foi conduzida uma conversa com os jogadores para debater possíveis melhorias no artefato - cujas considerações constam no item 5 deste trabalho.

3.1.5 Avaliação

Na atividade 5 da DSR, o artefato e sua aplicação devem ser avaliados, a fim de avaliar o quão bem o artefato solucionou o problema proposto (Peffer, 2007). A avaliação do artefato foi realizada por meio de um **grupo focal**, composto por professores de matemática atuantes no ensino básico e alunos da graduação em licenciatura em matemática.

O grupo focal foi convidado a analisar o artefato, que foi enviado a eles, bem como uma explicação do que se trata o jogo de RPG e a versão simplificada das regras utilizadas na aventura (Apêndice A), o modelo de ficha simplificada (Apêndice B) e as sugestões de combate (Anexo A). Além disso, constava com uma breve contextualização da pesquisa, informando de forma mais resumida o que é o jogo de RPG e para qual contexto de ensino o jogo foi formulado. Para isso, foi enviado aos participantes do grupo focal um questionário com 8 perguntas com escala Likert de 5

pontos, em que 1 indica “discordo totalmente” e 5 indica “concordo totalmente” com as seguintes afirmações:

- A atividade permite trabalhar de forma significativa os conceitos de sistemas de equações do 1º grau
- Os conteúdos foram abordados de maneira adequada
- A estrutura da aventura está adequada à faixa etária/nível de conhecimento dos alunos
- A proposta favorece a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem
- Os problemas matemáticos inseridos na aventura estão corretos e coerentes com os objetivos de ensino
- Houve clareza na formulação das situações-problema matemáticas
- O enredo da aventura é envolvente e contribui para o interesse na resolução dos problemas
- O uso da linguagem e da ambientação está adequado para o público-alvo

Além das afirmações acima, o questionário possui a seguinte questão aberta: “A aventura abrange de forma completa o conteúdo de sistemas de equações? Quais mudanças podem ser realizadas para melhorar essa ferramenta pedagógica?”

Os resultados das respostas obtidas neste questionário constam no capítulo 5 deste trabalho.

3.1.6 Comunicação

A comunicação dos resultados desta pesquisa ocorreu por meio da apresentação do trabalho em banca avaliadora e da disponibilização do artefato didático — uma aventura de RPG voltada ao ensino de sistemas de equações polinomiais do 1º grau — em formato digital no repositório institucional da universidade. Além disso, pretende-se compartilhar a proposta com professores de matemática do ensino fundamental e médio, como recurso alternativo para o ensino da álgebra. O material desenvolvido foi enviado com orientações para aplicação em sala de aula, facilitando sua replicação por outros educadores interessados em metodologias lúdicas e participativas.

4 DESENVOLVIMENTO

Este capítulo apresenta o artefato desenvolvido, descrevendo desde o universo fictício em que se insere até a narrativa e os desafios elaborados com foco no ensino de matemática. Para fins de clareza e objetividade, optou-se por incluir neste trabalho a versão final do artefato, já revisada a partir das sugestões obtidas durante sua avaliação (ver página 65).

4.1 O MUNDO DA AVENTURA

4.1.1 O conhecimento comum

O Reino de *Oprista*, no qual a aventura de RPG é ambientada, é um belo reino, composto por pequenos vilarejos e uma capital: *Opis*. Esse reino é cercado por montanhas e se encontra totalmente isolado do resto do mundo. Nesse local a escrita se perdeu com o tempo, logo não existem livros nem qualquer tipo de registro cartográfico: os conhecimentos são repassados oralmente.

O principal conhecimento passado de geração em geração, e que possui uma linguagem própria, é a matemática. Para isso, na capital existe uma academia denominada *Academia Lovelace* (fonte dos maiores matemáticos) que dedica a sua existência a conservar e repassar os conhecimentos de matemática para as próximas gerações.

Uma peculiaridade do reino de *Oprista* é o fato de que, apesar de a existência de magia não ser escondida, nesse Reino apenas os membros da família real podem utilizar dela. Todos aqueles que, de alguma forma, usam magia de fora da família real são chamados de amaldiçoados. Ainda, a família real quase nunca é vista e, por motivos de segurança, sempre utilizam um véu ao se dirigir para encontros reais.

4.1.2 O que acontece por baixo dos panos

Na verdade, a atual realeza do reino descende de uma antiga e ambiciosa linhagem: a família Kronecker. Há séculos, seus ancestrais arquitetaram um golpe silencioso, alicerçado em pactos obscuros com entidades das trevas e os esquecidos deuses do caos. Em uma noite marcada pela traição, os Kronecker e seus aliados

lançaram um ritual poderoso que aprisionou os deuses do panteão em gemas mágicas, silenciando completamente suas bênçãos e milagres no mundo mortal.

Com o desaparecimento dos antigos deuses, o equilíbrio do mundo foi quebrado. A única centelha restante dessas divindades resistiu em forma de um fragmento de suas gemas, que escapou ao controle dos Kronecker e caiu nas mãos da família Cantor — um clã defensor do conhecimento e da verdade. Hoje, dessa linhagem resistente, resta apenas uma sobrevivente: Anabel.

Para consolidar seu poder, os Kronecker instituíram um reinado de controle absoluto sobre o saber. Todas as formas de registro — livros, pergaminhos, inscrições — foram banidas, e o ato de escrever passou a ser um crime punido com severidade. O conhecimento foi transformado em um privilégio exclusivo da nobreza, guiada e manipulada por criaturas imortais: os vampiros, os mesmos que os auxiliaram no golpe inicial e que hoje ocupam postos de conselheiros reais.

Contudo, nem toda esperança foi perdida. Antecipando a ameaça, os Cantor selaram tudo que conseguiram preservar — saberes antigos, registros sagrados e fragmentos de história — em uma cripta escondida em uma ilha mágica, protegida por encantamentos e esquecida pelo tempo. Foi nessa cripta que repousou, por séculos, a última chance de restabelecer a verdade.

4.2 A AVENTURA

Antes do início da experiência, os alunos deverão montar seus personagens com base nas regras simplificadas de *D&D* (apêndice A), inspirados pela seguinte ideia inicial: como aventureiros, os personagens possuem contatos e estão sempre em busca de novos serviços. Em especial, os membros desse grupo se destacam dos cidadãos comuns por possuírem um conhecimento matemático acima da média. As motivações para tal devem ser condizentes com a realidade do ambiente da aventura, em um mundo onde o conhecimento é transmitido de forma verbal.

Certo dia, eles recebem uma convocação para uma missão com ótima remuneração, mas cujos detalhes só poderão ser passados presencialmente em uma taverna próxima na noite seguinte. Com os personagens devidamente montados (ficha e história), a aventura inicia na taverna, o ponto de encontro para receber mais

informações sobre a missão. Lá, os jogadores terão contato uns com os outros e irão discutir com Eron, o intermediador. Eron explica aos aventureiros que eles foram selecionados devido a indicações e que a missão deve ser mantida em sigilo.

O contratante é um lorde que prefere não ser nomeado, o qual adquiriu recentemente novas terras que incluem uma parte de mar. Misteriosamente, em uma noite, uma nova ilha surgiu à vista da costa de suas terras. Quando seus homens a investigaram, encontraram uma caverna com uma cripta escondida. Porém, ciente da existência da ilha, o reino informou que enviará uma equipe de patrulheiros para investigá-la e, somente após isso, entregá-la ao lorde. O lorde teme que perderá os bens da cripta caso a patrulha do reino a investigue. Assim, decidiu contratar um grupo de aventureiros para explorar a caverna antes das equipes do reino.

Para não levantarem suspeitas, o grupo deverá ir para a ilha em um pequeno barco de pesca. Para realizar a missão, eles receberão uma bag of holding (uma bolsa pequena que não contém fundo, cabendo qualquer coisa nela), um amuleto mágico (que os permite avisar Eron caso algo dê errado) e um relógio. Eles serão acompanhados por Anabel, alguém de confiança do lorde, que portará o amuleto. Para voltarem, uma embarcação irá buscá-los na ponta sul da ilha às 18h. O pagamento será metade da fortuna que trouxeram de lá, dividida pelos integrantes do grupo, acrescida de 300 moedas de ouro para cada um.

Aceitando a missão, os aventureiros se encontram na manhã seguinte juntamente com Anabel e partem com um barco de pesca para a ilha. No caminho, visualizarão algumas embarcações pertencentes ao reino e seus patrulheiros investigando a ilha, e também vão perceber uma fortaleza abandonada no local de encontro. Caso consigam passar despercebidos, os aventureiros seguem em direção à caverna e deverão entrar nela. Caso sejam descobertos, devem encontrar uma forma de despistar os guardas e impedir que eles chamem reforços.

Ao entrar na caverna, os aventureiros encontrarão uma cripta com alguns andares, e eles precisam resolver desafios e enigmas para avançar. Algumas salas da masmorra terão monstros protetores, e outras terão alguns tesouros. As paredes são de pedra, muitas com musgos. Além disso, várias salas possuem marcas em alto

relevo nas paredes. Ao chegar na última sala desse andar, eles se deparam com a situação do Desafio 1.

Já no segundo nível, é perceptível que as marcas nas paredes se intensificam, mas estranhamente, o ambiente fica menos úmido, como se protegido por algum tipo de magia. Mais salas irão possuir monstros e tesouros. Contudo, antes de chegarem à última sala, o chão desmorona no corredor, e uma armadilha mágica se ativa, fazendo-os cair em uma espécie de calabouço. Estátuas quebradas, urnas seladas e vestígios de batalhas sugerem um passado violento neste lugar. Para poder voltar para a sala, os aventureiros devem passar pelo Desafio 2. Após isso, para descer para o próximo nível, terão de solucionar o Desafio 3.

Ao chegar ao 3° nível da cripta, os aventureiros percebem que o espaço parece distorcido. Salas se repetem, corredores se curvam de maneira impossível, e sons surgem de direções incertas. Alguns caminhos parecem corretos, mas levam a becos sem saída. Após passarem em um teste de sabedoria com dificuldade 13, eles finalmente conseguem sair do labirinto, chegando à sala do Desafio 4.

Finalmente descendo ao 4° nível, o ar já está mais seco, e os símbolos em alto-relevo brilham sutilmente sob a luz das tochas, como se aguardassem ser compreendidos. Após derrotar algumas criaturas, os aventureiros finalmente recebem um tesouro significativo: itens mágicos. Esses itens irão garantir a eles um bônus de +1 em todos os danos que derem. Antes de chegar a última sala, os jogadores passam por uma grande mesa. Nela, estão servidos vinho, mel, carne, e vários dentes de alho. Caso os aventureiros se arrisquem a comer a carne, que está claramente podre, devem fazer um teste de constituição com dificuldade 12 (quem tirar menos que isso toma 1 de dano). Na última sala ocorre o Desafio 5.

Descendo até a última porta da masmorra, os personagens se deparam com uma sala enorme, com estantes gigantescas. Dentro delas, há muitos dos objetos que possuem uma camada externa de couro, seguida de várias camadas de um material fino e maleável, são o que Anabel chamou de “livro”. Eles estão organizados perfeitamente nas estantes, mas com muito pó. Ao entrar na sala, uma luz mágica cobre o lugar, e os Anabel continua a história:

“Desde então, os Kronecker guardam muito rancor pelos deuses terem recusado sua oferta. E foi nesse rancor, que os deuses do caos perceberam sua grande oportunidade de tomar o poder. Então a família foi manipulada, formando uma aliança para derrubar o panteão. Durante a traição, os *Kronecker* se aliaram a várias criaturas sombrias, incluindo vampiros (que são sua fonte de informação até os dias atuais). Então, do dia para a noite, os outros deuses do panteão simplesmente sumiram. Seus milagres pararam de ser realizados e seus seguidores perderam sua magia e força. Nesse golpe silencioso, os *Kronecker* conseguem controlar o reino e ascender ao trono, pois são os únicos que ainda conseguem utilizar magia (advinda dos poderes de Unkehren e Sora).

Quando tomaram o poder, os novos imperadores e seus aliados proibiram a existência dos até então existentes livros e pergaminhos, proibindo qualquer forma de escrita. Assim, eles teriam todo o conhecimento para si. Discordando da decisão tomada por eles, os Cantor começaram a guardar todos os livros e pergaminhos restantes em um lugar seguro: uma cripta. Através das centenas de anos, o reino se esqueceu dos antigos deuses e dos livros e do conhecimento de magia, passando a crer que a família real é abençoada.”

Enquanto ela conta a história, a magia do lugar começa a interagir com os aventureiros, e então, eles passam a conseguir ler. Assim, Anabel instrui que aquilo era o que tanto buscavam, e os instrui a guardar rapidamente todos os pergaminhos e livros na *bag of holding*. Contudo, no meio do processo, é possível ouvir passos começando a se aproximar. Os guardas estão descendo apressadamente os andares.

Se procurarem melhor entre as estantes, vão perceber um livro que chama mais atenção que os outros “Como matar um vampiro”. Ao retirar esse livro da estante, sons de engrenagens começam a surgir, e a sala começa a se encher lentamente de água. É preciso sair rápido e pegar o máximo de livros o possível. Vasculhando com mais cuidado (teste de inteligência) os personagens encontram uma porta secreta, que leva ao Desafio 6.

Após abrir a porta, os aventureiros podem ouvir os passos da guarda real na água da sala anterior. Anabel deve sugerir que eles escapem com os tesouros e

conhecimentos adquiridos através dessa passagem secreta, que se fecha assim que eles passam por ela. Ao emergirem, percebem que se encontram no norte da ilha, e se deparam com uma nova ameaça: um gigantesco navio da marinha real está próximo à ilha, posicionado contra o sol. A embarcação, repleta de marinheiros treinados, representa um perigo iminente.

Os personagens podem esperar em qualquer lugar, mas espera-se que eles lembrem da fortaleza abandonada. Explorando ela, os aventureiros encontram vestígios de que os patrulheiros do reino estiveram lá recentemente. Eles podem escolher evitar conflitos ou enfrentá-los. Caso o grupo tenha improvisado uma maneira de recolher mais livros (como investigar a fonte da água ou barrar a porta por onde os guardas viriam na cripta), o horário da busca está chegando e eles possuem consigo um exemplar de “Como acabar com um vampiro”. Caso o grupo tenha abandonado o material rapidamente, eles não carregaram o livro e devem esperar mais tempo pela embarcação.

Quando ela chega, os aventureiros devem fugir com tudo que coletaram. Contudo, são surpreendidos com o navio da marinha que se aproxima. É necessário que cada um ajude de uma forma diferente para que possam sair rapidamente. Um deve ficar controlando as velas (teste de destreza), um deve cuidar do timão (teste de constituição), outro deve carregar os canhões (teste de força), outro deve mirar os canhões (teste de inteligência ou sabedoria).

Após afundar o navio inimigo, os aventureiros conseguem escapar da ilha a bordo da embarcação do lorde, levando consigo os tesouros e conhecimentos preciosos encontrados na masmorra. A missão é um sucesso, e os personagens são recompensados generosamente por seus esforços, mas o que eles farão com as informações que descobriram? Essa decisão, no entanto, pode alterar o destino do reino para sempre...

4.3 OS DESAFIOS

No contexto da utilização do RPG como ferramenta de ensino, é fundamental que a narrativa incorpore situações-problema que demandem a aplicação de

conhecimentos matemáticos. Neste projeto, foram elaborados seis desafios principais (conforme Quadro 4), inseridos estrategicamente ao longo da aventura, com o objetivo de problematizar o conteúdo de sistemas de equações de 1º grau, bem como conceitos relacionados. Tais desafios foram planejados para ocorrer de forma inevitável na história, garantindo que o conteúdo seja apresentado como parte integrante da experiência. No entanto, o professor possui liberdade para incluir outros desafios, enigmas ou situações opcionais, de acordo com os objetivos pedagógicos específicos e com as características da turma.

Quadro 4: Relação dos desafios propostos no RPG

Identificação	Desafio	Objetivos Relacionados à Aprendizagem	Subdomínios do MTSK associados
Desafio 1	O equilíbrio da vida	Evidenciar a importância da equivalência	KoT; KMLS; KFLM
Desafio 2	A guerra celestial	Explorar o Princípio Aditivo da Igualdade Explorar o Princípio Multiplicativo da Igualdade	KoT; KSM; KMT; KFLM;
Desafio 3	As famílias salvadoras	Resolver uma Equação do 1º grau	KoT; KMLS; KMT; KFLM
Desafio 4	O valor das coisas	Resolver um sistema de equações (método da adição)	KoT; KSM; KMT; KFLM
Desafio 5	O banquete celestial	Resolver um sistema de equações (método da substituição)	KoT; KSM; KMT; KFLM
Desafio 6	O problema das gemas	Resolver um sistema de equações (método da comparação)	KoT; KSM; KMT; KFLM

Fonte: Elaboração própria

É importante destacar que o jogo desenvolvido neste projeto tem como principal objetivo introduzir e problematizar o conteúdo de sistemas de equações, funcionando como um elemento disparador para o trabalho com esse tema em sala de aula. Conforme apresentado no quadro acima, os desafios 4, 5 e 6 foram especialmente elaborados com o intuito de explorar métodos distintos de resolução, incentivando os alunos a mobilizarem diferentes estratégias matemáticas.

Na formulação dos desafios matemáticos da aventura, buscou-se aplicar o modelo MTSK por meio da diversificação de representações e abordagens do conteúdo. As questões foram elaboradas buscando explorar diferentes maneiras de

apresentar o conhecimento matemático (KoT) e favorecer sua ensinabilidade por meio de contextos narrativos significativos (KMT). Além disso, foram incluídas situações que enfatizam tópicos comumente associados a dificuldades dos alunos, como a manipulação da igualdade, o que envolve os subdomínios relacionados às dificuldades da aprendizagem matemática (KFLM e KMLS). Por fim, os desafios também foram pensados para estimular o raciocínio dos jogadores na escolha e comparação de diferentes métodos de resolução, contemplando o conhecimento sobre métodos e suas diferenças (KSM), além de reforçar os aspectos teóricos do conteúdo (KoT) e sua aplicação didática (KMT).

Considerando a natureza aberta das situações propostas, é possível que os estudantes encontrem múltiplos caminhos de resolução — ou, em alguns casos, dificuldades em formular uma estratégia adequada. Para esses momentos, recomenda-se que o professor atue como mediador pedagógico, utilizando a personagem Anabel como figura narrativa para orientar e alinhar o raciocínio dos alunos, sem necessariamente oferecer respostas prontas.

Ainda que este projeto se concentre na análise dos desafios que abordam diretamente o conteúdo de sistemas de equações, vale ressaltar que, por se tratar de uma proposta lúdica e com desenvolvimento narrativo aberto, outras situações matemáticas podem emergir espontaneamente ao longo da aventura. Por essa razão, recomenda-se a inserção de desafios e combates adicionais - como os sugeridos nos anexos deste documento, que ampliem as possibilidades de aprendizagem e mantenham o envolvimento dos jogadores.

Por fim, é fundamental ressaltar que o RPG tem como característica central o estímulo à imaginação e à improvisação. Por isso, apesar de esse trabalho sugerir apenas o roteiro escrito da aventura, nada impede que o professor planeje e organize recursos visuais complementares, como mapas, miniaturas ou imagens dos cenários e personagens, os quais podem contribuir significativamente para o engajamento dos estudantes e a visualização dos contextos propostos.

4.3.1 O equilíbrio da vida

Os personagens encontram uma sala com as paredes repletas de desenhos (escritas). Anabel deve se admirar bastante pelos símbolos, e passa bastante tempo

olhando para eles. Uma coisa notável é a presença de 6 estátuas na sala. Algum personagem com certo conhecimento religioso pode identificá-las como representações do panteão de deuses: Brageal; Caritmae; Allucco; Otriamage. E estátuas de outros dois deuses: Unkehren e Sora.

As estátuas dos 4 primeiros se encontram bem posicionadas e limpas, ao lado de uma grande porta. Já as estátuas dos outros dois se encontram em mau estado de conservação, cobertas por musgos, ao lado da porta por onde os personagens vieram. É de conhecimento comum que os deuses mantêm o equilíbrio da vida.

Além disso, existe um portal de pedra na parede ao final da sala, onde é possível identificar algumas fissuras em que parece que falta algo. Ao meio das fissuras, existe um sinal de igualdade (=). Observando com mais cuidado as estátuas, no suporte de cada uma delas está uma pequena chave, ao lado de um número. Os números correspondentes são: Brageal (12); Caritmae (11); Allucco (10); Otriamage (9); Unkehren (42); e Sora (0). Para abrir a porta, deve-se posicionar as chaves nas fissuras da porta, em ambos os lados da igualdade. Representando a seguinte igualdade, ou qualquer outra equivalente: $12 + 11 + 10 + 9 = 42 + 0$. Ao fazer isso, o portal se abre revelando uma escada que desce para o próximo andar.

4.3.2 A guerra celestial

Esta sala não possui nenhuma iluminação, é mais úmida, e tem um cheiro estranho. Ao iluminar o ambiente com tochas, percebe-se que se trata de um calabouço fechado, com apenas uma porta de ferro no final. Contudo, existe uma grande parede de pedra, com uma enorme pintura. Nela estão representados dois exércitos que se chocam no campo de batalha: o exército dos deuses caídos e o exército do panteão celestial. Ainda, existem alguns símbolos abaixo da pintura. Após olhar para eles, Anabel conta a todos a história daquela imagem: Unkehren era o deus mais forte, e tinha fome por poder. Para ele, era justo que fosse o líder de todos os deuses. Já Sora não se conformava com o excesso de poder dos outros, e sentia inveja. Unidos por esse rancor, ambos se uniram e tentaram tomar o controle do mundo, derrubando os outros deuses.

Assim teve início a grande guerra celestial. Cada deus enviou suas criaturas mais fortes para a batalha: desde grifos e cães do caos (que possuem a força de 5 homens), até anjos e bruxas (que valem por 20 homens). A batalha começou intensa, mas nenhum exército se sobrevalia sobre o outro, pois sua força era equivalente. E o exército celestial duplicou seus exércitos, mas então o exército do caos também duplicou suas forças. E toda vez que um exército multiplicava seu poder, o outro também o fazia, e o equilíbrio se mantinha.

Logo abaixo, na parede, tem o seguinte escrito:

força de 300 anjos + força de 500 grifos = força de 8500 homens

força de 300 bruxas + força de 500 cães do caos = força de 8500 homens

e

força de 600 anjos + força de 1000 grifos = força de 17000 homens

força de 600 bruxas + força de 1000 cães do caos = força de 17000 homens

Percebendo que suas forças diminuíram em conjunto com as de seus inimigos, ambos os lados começaram a contratar mercenários. Mas para cada mercenário que o exército do caos contratava, o exército celestial contratava 1 mercenário. Ao fim, percebeu-se que, mesmo com guerreiros diferentes, o poder de ambos os exércitos se mantinha igual ao do rival, pois tudo que um fazia, o outro fazia também e assim a batalha nunca tinha fim.

E segue o seguinte escrito na parede:

força de 300 anjos + força de 500 grifos + 1000 homens = força de 8500 homens

força de 300 bruxas + força de 500 cães do caos + 1000 homens = força de 8500 homens

E assim a guerra perdurou por muitos e muitos anos.

Para sair do calabouço e seguir seu caminho, os aventureiros devem pegar as chaves da sala anterior e destrancar cada uma das 6 fechaduras da porta de ferro. Assim eles encontram uma passagem escondida.

4.3.3 As famílias salvadoras

Passando pela passagem, os personagens voltam para a sala no segundo andar. Essa sala é comprida, e possui alguns tesouros materiais (como moedas de ouro, joias e baús). Enquanto recolhem tudo, Anabel continua contando a história:

“Após muito tempo de guerra, os deuses do panteão finalmente conseguiram ganhar dos deuses do caos, com a ajuda de 5 famílias guerreiras: Gauss, Euler, Lagrange, Cantor e Kronecker. Com isso, os deuses do caos foram isolados, e a grande batalha finalmente teve fim. Para recompensar as famílias, os deuses ofereceram a eles posições de prestígio na sociedade humanóide. Os deuses prometeram abençoar sempre o reino, que seria dividido entre as 5 famílias.”

Ao fim da sala, existe um grande mapa do reino retratado em uma peça de tecido, com as divisões dadas a cada família. Além disso, há mais alguns símbolos na parede. Anabel os olha e diz: “A terra será dada àqueles que nos libertaram. Cada família receberá um território proporcional aos monstros que derrotaram na guerra. Cada bruxa derrotada vale por 2 medidas de terra e cada cão do caos derrotado vale por 1 medida de terra. A recompensa é justa, pois é baseada no esforço de guerra. As famílias que mais derrotaram as bruxas foram Gauss e Euler, sendo que a família Gauss derrotou 10 cães do caos. Por isso, essa família recebeu a porção mais sagrada de terra: a capital (que em homenagem à força dos deuses, essa terra tem 42 medidas de terra, como mostra o mapa). Quantas bruxas a família Gauss derrotou?”. É possível ainda notar que abaixo deste texto existe um espaço em branco, com um giz do lado.

Anabel ainda afirma: “Para encontrar a resposta, teremos que somar ao dobro da quantidade de bruxas derrotadas e os 10 cães do caos enfrentados. O total deve ser igual à terra da capital: 42 medidas”

Para resolver esse desafio, os alunos devem resolver a seguinte equação, e escrever seu resultado no espaço em branco próximo do texto:

$$2x + 10 = 42$$

Assim que o fizerem uma passagem vai se abrir no meio da parede, com as escadas para o próximo andar.

4.3.4 O valor das coisas

Ao chegar nessa sala da masmorra, os personagens encontram uma pequena mesa centralizada, e uma parede com duas entradas: uma com o símbolo de um grão de café, e a outra com um símbolo de cana de açúcar. Sobre a mesa, está um objeto retangular, com a rigidez de uma placa e com uma camada externa de couro. Essas camadas se abrem como portas finas, revelando várias superfícies de um material fino e maleável. Elas estão repletas de traços que dançam entre símbolos e formas que pareciam vivas. Esses desenhos e símbolos se repetem ocasionalmente, e os personagens podem perceber que são os mesmos das paredes das outras salas. Caso os personagens tentarem manuseá-lo, vão sentir um cheiro seco, como madeira queimada misturada à poeira do tempo.

Anabel se aproxima, e uma lágrima escorre pelo seu rosto. Ela pega o objeto e diz: “isto é um livro”. Em seguida, ela avança para a metade das páginas do livro e começa a ler a partir da parte da guerra:

“Após a guerra celestial, a paz finalmente voltou a reinar. Contudo, duas famílias pareciam disputar pelo prestígio dos deuses: Cantor e Kronecker. Para comemorar os anos de equilíbrio e paz, foi organizado um festival sagrado da colheita, dedicado aos deuses. Contudo, ambas as famílias ofereceram as mesmas coisas como oferenda: açúcar e café. Quando perceberam a coincidência, discutiram imediatamente, procurando descobrir quem tinha adquirido os ingredientes de maior valor. A família Cantor ofereceu 4 quilos de café e 3 de açúcar, que custaram 78 moedas de ouro; enquanto os Kronecker ofereceram 2 quilos de café e 3 de açúcar que custaram 54 moedas de ouro. Os deuses, cansados da rivalidade, revelaram a ambas as famílias que o valor de cada quilo de café e de açúcar era igual em ambas as oferendas.”

Para abrir a porta secreta da parede, os personagens devem posicionar nas aberturas da parede o valor exato de 1 quilo de café e 1 quilo de açúcar citados na história. Eles podem ser encontrados resolvendo o seguinte sistema, e obter o seguinte conjunto solução:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 54 \\ 4x + 3y = 78 \end{cases} \quad S=(12,10)$$

Se os personagens posicionarem corretamente os números 12 e 10 nas aberturas correspondentes, a parede se divide ao meio com um som suave, mostrando a escada para o próximo andar. Anabel guarda o livro na bag of holding e diz "Eles precisam aceitar que o valor está nas escolhas, não na competição".

4.3.5 O banquete celestial

Nesta sala há um grande quadro intitulado "O Banquete Celestial", onde as principais divindades do reino estão compartilhando um banquete. Anabel olha o livro e conta a história do banquete: "Reza a lenda que o banquete foi realizado há centenas de anos, com as oferendas das 5 famílias influentes da época: Gauss, Euler, Lagrange, Cantor e Kronecker. Aquele havia sido um ano próspero, e todos haviam obtido bons resultados. A família Lagrange ofereceu aos Deuses 6 kg da carne de melhor qualidade possível. Já a família Gauss ofereceu a eles 4 kg do mais fino vinho. Os Euler trouxeram para o banquete 6 kg de mel fresco, de uma nova espécie de abelhas. Tudo ia bem, mas a rivalidade das famílias Cantor e Kronecker só crescia, ao ponto em que, para humilhar a rival, os Kronecker sabotaram a safra de trigo dos Cantor, reduzindo sua oferta de pão. Ao fim, os Kronecker ofereceram 3 vezes o peso da oferta da família rival. Contudo, desaprovando suas ações, os deuses os puniram e rejeitaram sua oferenda de queijos.

Por fim, consta o seguinte texto: "Sabendo que a soma do peso da oferenda levada pelas famílias Cantor e Kronecker é igual a soma do peso da oferenda das outras famílias, qual foi a quantidade final de pão que foi oferecida aos deuses?"

Para conseguir responder a essa pergunta, os alunos devem resolver o seguinte sistema, com sua respectiva solução:

$$\begin{cases} x + y = 16 \\ y = 3x \end{cases} \quad S=(4,12)$$

Após resolver o sistema e falarem a resposta em voz alta, um brilho mágico cobre a sala, e um portal mágico revela a escadaria para o próximo andar.

4.3.6 O problema das gemas

Esta é uma sala circular de pedra, silenciosa e iluminada apenas pela luz de pequenos pontos flutuantes. No centro do espaço, duas grandes balanças repousam

sobre pedestais de mármore negro. Alí, aparece uma ilusão mágica em forma de pessoa, que fala o seguinte: "A Justiça dos Antigos não pesa apenas o ouro, mas também o valor do saber. Essas são as Balanças da Justiça. Para passar por elas, é preciso compreender o valor exato de cada elemento ofertado... não em crença, mas em lógica."

Na primeira balança, a bandeja da direita tem 2 pedras vermelhas - sangue, e na bandeja da esquerda tem 3 pedras azuis e 5 moedas de ouro. Já na segunda balança, a bandeja da direita tem 2 pedras vermelhas sangue, enquanto a bandeja da esquerda possui 2 pedras azuis e 8 moedas de ouro.

Por fim, a ilusão pergunta: Com base nas informações das balanças perfeitamente equilibradas, qual é o valor de uma pedra azul e de uma pedra vermelha, em moedas de ouro?

Os personagens devem resolver esse enigma para destravar o altar escondido e revelar a passagem de fuga. Esse desafio pode ser representado pelo seguinte sistema de equações e sua solução:

$$\begin{cases} 3x + 5 = 2y \\ 2x + 8 = 2y \end{cases} \quad S=(3,7)$$

Quando os aventureiros finalmente completarem o desafio, a porta dos fundos da masmorra se abrirá com uma forte luz.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

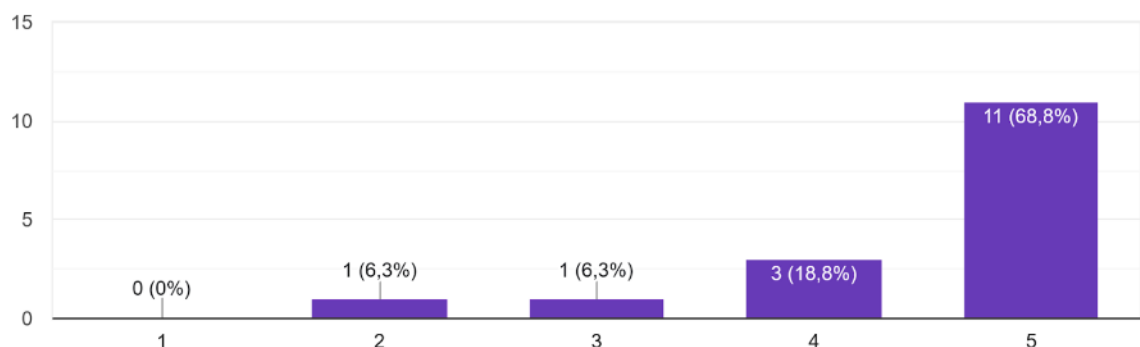
Nesta seção, serão analisados os resultados obtidos para cada um dos itens do questionário, incluindo: as afirmações de escala Likert de 5 pontos, em que "5" representa "concordo totalmente" e "1", "discordo totalmente". Ainda, serão avaliados os apontamentos apresentados após a aplicação e na pergunta aberta do questionário.

Ao todo, o questionário contou com as respostas de 16 participantes que concordaram em contribuir com a pesquisa. Metade deles eram professores de matemática atuantes na educação básica, enquanto a outra metade era composta por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática. Em relação ao conhecimento prévio sobre RPG, 5 participantes afirmaram não ter nenhum conhecimento, 5 disseram conhecer o jogo, e 6 relataram já ter jogado.

A primeira afirmação, representada no gráfico a seguir, trata da percepção sobre o potencial da atividade para trabalhar os conceitos de sistemas de equações do 1º grau de forma significativa. A maioria das respostas foram positivas, embora o registro de uma resposta "2" sugere que alguns pontos devem ser aprimorados.

Figura 3. Gráfico das respostas para a afirmação "A atividade permite trabalhar de forma significativa os conceitos de sistemas de equações do 1º grau"

A atividade permite trabalhar de forma significativa os conceitos de sistemas de equações do 1º grau
16 respostas



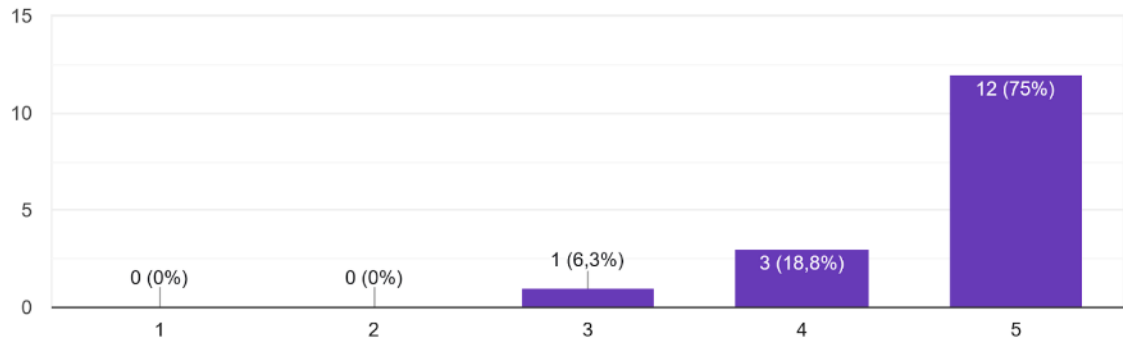
Fonte: Elaboração própria

Já a segunda afirmação, representada no Gráfico abaixo, obteve uma quantidade maior de respostas favoráveis, indicando que o conteúdo de sistemas de equações foi abordado de maneira adequada pela proposta.

Figura 4. Gráfico das respostas para a afirmação “Os conteúdos foram abordados de maneira adequada”

Os conteúdos foram abordados de maneira adequada

16 respostas



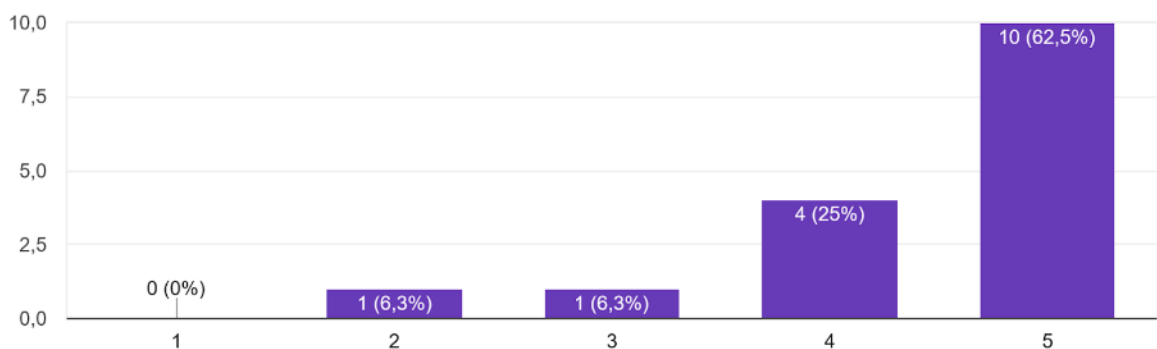
Fonte: Elaboração própria

A terceira afirmação recebeu um número menor de respostas "5" e também contou com uma resposta "2". Esses dados indicam que ainda há aspectos da estrutura da aventura que podem ser melhor ajustados à faixa etária e ao nível de conhecimento dos alunos. Esses aspectos foram apresentados ao longo da pergunta aberta (análise na página 70).

Figura 5. Gráfico das respostas para a afirmação “A estrutura da aventura está adequada à faixa etária/nível de conhecimento dos alunos”

A estrutura da aventura está adequada à faixa etária/nível de conhecimento dos alunos

16 respostas



Fonte: Elaboração própria

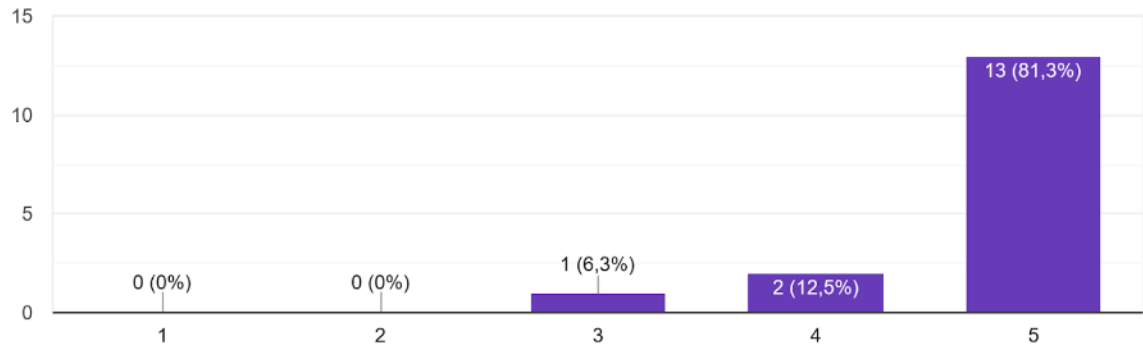
Na quarta afirmação, houve uma predominância significativa de respostas "5", sugerindo uma percepção bastante positiva dos participantes quanto ao potencial

da proposta para estimular o interesse e o engajamento dos alunos no processo de aprendizagem.

Figura 6. Gráfico das respostas para a afirmação “A proposta favorece a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem”

A proposta favorece a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem

16 respostas



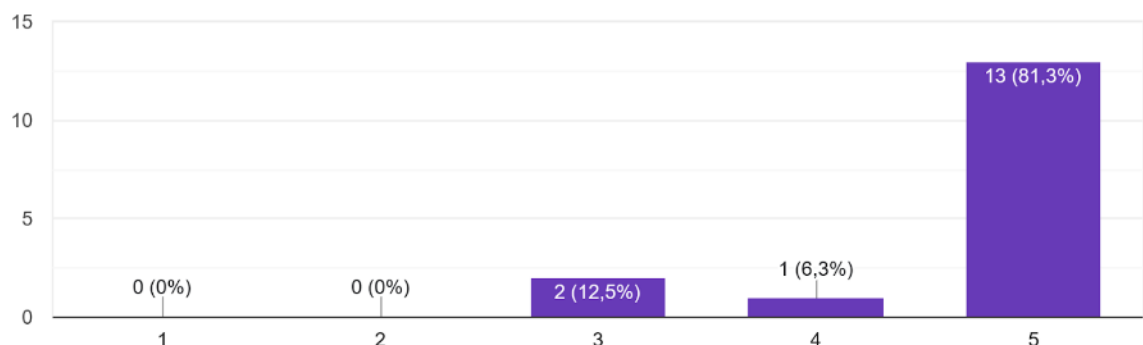
Fonte: Elaboração própria

De forma semelhante, a quinta afirmação também apresentou uma quantidade expressiva de respostas "5", indicando que os participantes consideraram os problemas matemáticos inseridos na aventura corretos e coerentes com os objetivos de ensino.

Figura 7. Gráfico das respostas para a afirmação “Os problemas matemáticos inseridos na aventura estão corretos e coerentes com os objetivos de ensino”

Os problemas matemáticos inseridos na aventura estão corretos e coerentes com os objetivos de ensino

16 respostas

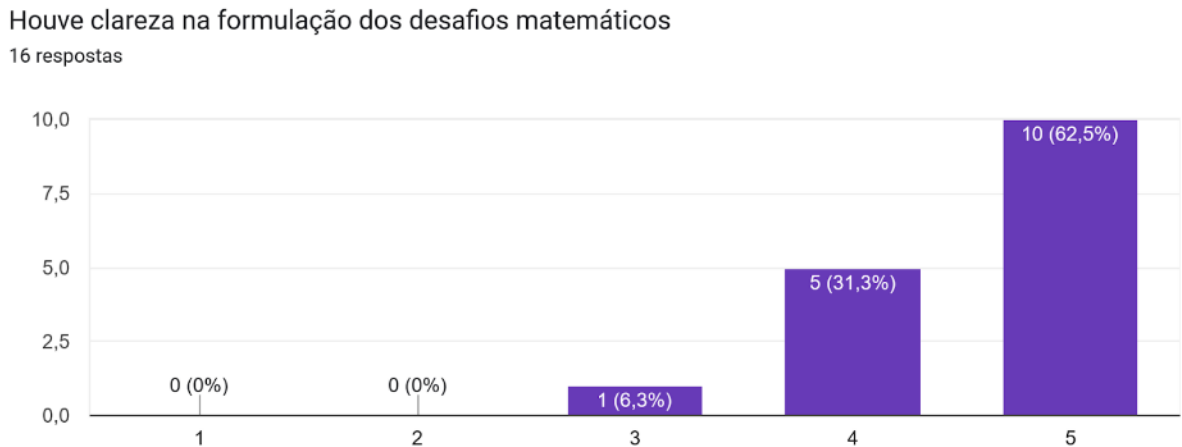


Fonte: Elaboração própria

A sexta afirmação apresentou uma quantidade menor de respostas “5” em comparação com as anteriores, embora as avaliações continuem majoritariamente

positivas. Esses resultados sugerem que, apesar de os participantes compreenderem os desafios matemáticos propostos, há aspectos na formulação das situações-problema que podem ser aprimorados.

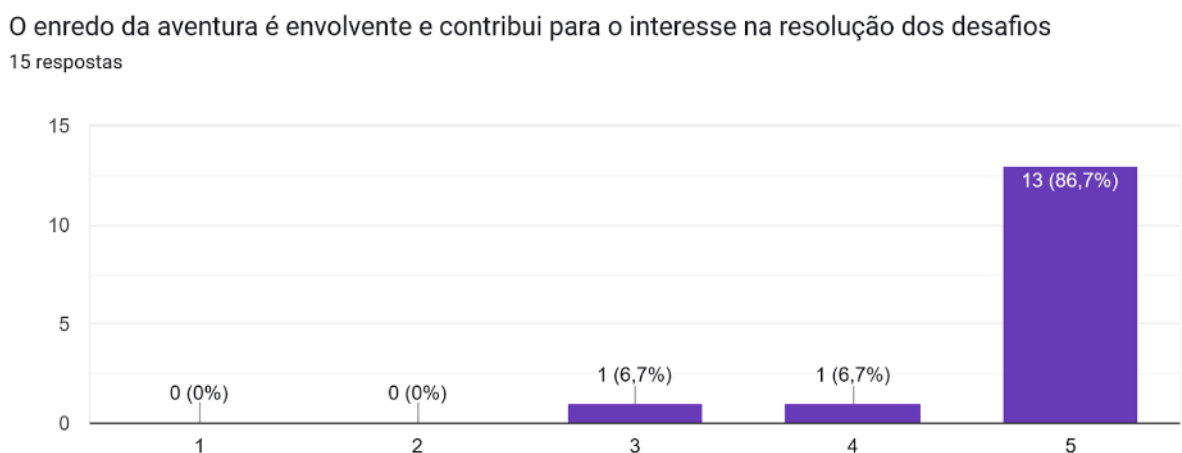
Figura 8. Gráfico das respostas para a afirmação “Houve clareza na formulação das situações-problema matemáticas”



Fonte: Elaboração própria

A sétima afirmação, embora tenha sido respondida por apenas 15 participantes, destacou-se pela predominância de respostas “5”, revelando que o enredo da aventura foi considerado envolvente e contribuiu significativamente para despertar o interesse dos alunos na resolução dos problemas.

Figura 9. Gráfico das respostas para a afirmação “O enredo da aventura é envolvente e contribui para o interesse na resolução dos problemas”



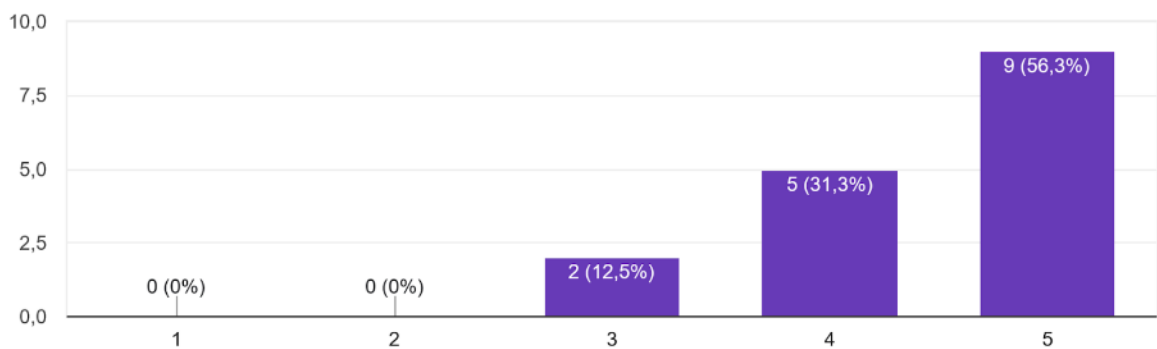
Fonte: Elaboração própria

Por fim, a oitava afirmação registrou a menor quantidade de respostas “5” dentre todas as avaliadas. Ainda que não tenha havido respostas abaixo de “3”, os dados indicam que há necessidade de ajustes na linguagem e na ambientação da proposta, especialmente considerando o público-alvo de turmas do 8º ano.

Figura 10. Gráfico das respostas para a afirmação “O uso da linguagem e da ambientação está adequado para o público-alvo”

O uso da linguagem e da ambientação está adequado para o público-alvo

16 respostas



Fonte: Elaboração própria

A pergunta discursiva contou com apenas 9 respostas, mas possuiu apontamentos similares aos apresentados nas respostas das outras questões.

De modo geral, as respostas evidenciam uma percepção positiva dos participantes em relação à atividade proposta, destacando também uma boa receptividade quanto ao uso de metodologias lúdicas no ensino. As sugestões apresentadas podem ser agrupadas em três principais eixos, em ordem decrescente de recorrência:

- A necessidade de adaptar a linguagem da proposta para melhor atender ao nível dos alunos;
- A sugestão de que o material pode ser mais eficaz se utilizado como recurso de reforço do conteúdo, e não necessariamente na introdução do tema;
- A indicação da importância de capacitar os professores para a aplicação adequada do material em sala de aula.

A partir das respostas obtidas, tornou-se possível realizar uma análise mais precisa da proposta de aventura, identificando pontos de melhoria na atividade -

especialmente no que se refere à escolha das palavras utilizadas. As principais alterações realizadas concentram-se no Desafio 3 (em que foram substituídos os monstros “cães infernais” por “cães do caos” e os monstros “demônios” por “bruxas”) e na substituição dos termos “caravela” e “galeão” por “embarcação” e “navio” respectivamente.

6 CONCLUSÃO

A presente pesquisa teve como objetivo criar um jogo de RPG de mesa que fosse capaz de contribuir para o ensino de sistemas de equações polinomiais do 1º grau, tomando como referência o modelo de Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK). Por meio da construção da aventura, buscou-se integrar elementos narrativos, desafios matemáticos e princípios pedagógicos que favorecem a resolução colaborativa de problemas, a motivação dos alunos e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Ao longo do artefato, foi possível articular os domínios do MTSK - em especial o Conhecimento dos Tópicos (KoT), o Conhecimento do Ensino da Matemática (KMT), o Conhecimento das Características da Aprendizagem da Matemática (KFLM), e o Conhecimento da Normas de Aprendizagem da Matemática (KMLS) - com situações lúdicas e criativas. Nesse contexto, o RPG não se restringe à função de entretenimento, mas configura-se como uma ferramenta lúdica com potencial, que em conjunto com o MTSK é capaz de estimular o desenvolvimento de habilidades cognitivas e sociais.

A análise das respostas obtidas no questionário e nos apontamentos apresentados na conversa após a aplicação do artefato indicou que o artefato elaborado foi bem recebido tanto por professores atuantes quanto por licenciandos em matemática, ainda que a proposta apresente mais potencial como ferramenta a ser utilizada após já ter passado o conteúdo. Espera-se que a proposta seja capaz de proporcionar experiências pedagógicas que captem a atenção dos estudantes, tornando o aprendizado mais envolvente, prazeroso e significativo.

Conclui-se, portanto, que o RPG de mesa pode contribuir significativamente como ferramenta para o ensino de sistemas de equações, especialmente quando utilizado de forma intencional e fundamentada. Embora sejam necessárias mais investigações para avaliar sua eficácia em diferentes contextos escolares, os resultados obtidos nesta pesquisa sugerem que a integração entre ensino e metodologias lúdicas pode abrir caminhos promissores para o ensino de matemática, especialmente no tema estudado.

REFERÊNCIAS

- BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: What makes it special?. 2008.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998.
- CARRILLO-YAÑEZ, José *et al.* The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2018.
- CARDOSO, Maria Dolores Costa Lhamas. Um livro/jogo acessível baseado no desenho universal pedagógico para o ensino da matemática. Orientador: Mércia de Oliveira Pontes. 2023. 254f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2023.
- COELHO, Ingrid Miranda de Abreu. O uso do Role Playing Game (RPG) como ferramenta didática no ensino de Ciências. 2017.
- COITINHO, Wilamara Pereira. **O ensino de matemática por meio de jogos digitais: contribuições dos role-playing games para a aprendizagem de equação do 1º grau**. 2024. Dissertação de Mestrado.
- CONTRERAS, L. C. *et al.* Introducción al modelo MTSK: origen e investigaciones realizadas. **Revista For-Mate**, v. 3, p. 7-15, 2017.
- DOMINGUES, H. H., CALLIOLI, C. A., & COSTA, R. C. F., Álgebra Linear e Aplicações, 3ª ed., São Paulo : Atual, 1982
- FELISBERTO, Júlia Boaventura. **Uma Análise do Ensino de Equações Polinomiais de Primeiro Grau com Uma Incógnita na Educação Básica à Luz do Modelo do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática**. 2024. 80 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2024. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/263461>. Acesso em: 27 maio 2025.
- FERREIRA, Maria Cristina Costa. Conhecimento matemático específico para o ensino na Educação Básica: a álgebra na escola e na formação do professor. 2014.
- FLORES-MEDRANO, Eric *et al.* El Papel del MTSK como Modelo de Conocimiento del Profesor en las Interrelaciones entre los Espacios de Trabajo Matemático. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 30, n. 54, p. 204-221, 2016.
- LAMIN, Maria Regina Nunes *et al.* Resolução de problemas modelados com resolução de equações lineares. 2000.
- LE MOS, Andrielly Viana; KAIBER, Carmen Teresa. Equações de 1º grau: Reflexões sobre a utilização de uma sequência didática eletrônica. **Educação Matemática em Revista-RS**, v. 3, n. 17, 2016.

LUCCAS, S. Uma abordagem histórico-filosófica no ensino e na aprendizagem dos sistemas de equações lineares e determinantes. **VIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), Recife, Brasil, 2004.**

LUÍS, Mónica; SOARES, Susel; LIMA, Stela; MARQUES, Marcela. Desenvolvimento dos Modelos de Conhecimento Especializado de professores de Biologia, Física e Química. **[RMD] Revista Multidisciplinar**, [S. l.], v. 3, n. 1, p. 33–53, 2021. DOI: 10.23882/DI2151. Disponível em: <https://revistamultidisciplinar.com/index.php/oj/article/view/52>. Acesso em: 3 dez. 2024.

MACHADO, P. *et al.* Utilizando RPG (Role-Playing Game) no Ensino de Matemática para alunos do Ensino Médio. **Compartilhando Saberes**, 2017. Disponível em: <https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/342/2019/05/Pedro-Andre-Pires-Machado-Utilizando-RPG....pdf>

MELARA, Rejane; SOUZA, Osmar Ambrosio. O Ensino de Equações do 1º Grau com significação: uma experiência prática no ensino fundamental. **Universidade Estadual do Centro-Oeste**, 2008.

NASCIMENTO, T.S.X. **Critérios de decisão e games em sala de aula**. 2017. 114 p., Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física Gleb Wataghin, Campinas, SP. Disponível em: <https://doi.org/10.47749/T/UNICAMP.2017.984404>.

PADILHA, Eliabe Lourenço Alves De Barros. **Uma estratégia para o ensino de equação do 1º grau utilizando role playing game (rpg) com estudantes do ensino médio**. Anais V CONEDU... Campina Grande: Realize Editora, 2018. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/49221>.

PEFFERS, Ken *et al.* A Design Science Research Methodology for Information Systems Research. *Journal of Management Information Systems*, [s. l.], v. 24, n. 3, p. 45–77, 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.2753/MIS0742-1222240302>

PEREIRA, Priscilla Emmanuelle Formiga. RPG e história: o descobrimento do Brasil. 2010. 122 f. Dissertação (Mestrado em História) – Programa de Pós-Graduação em História, Centro de Ciências Humanas, Letras e Artes, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2010.

PIETSKI, Carolina Stefania. O RPG na educação: a constituição de processos educativos por meio da criatividade e interdisciplinaridade. 2019.

REIS, E. O estudo de sistemas de equações do primeiro grau em livros didáticos utilizados em escolas brasileiras. **Campo Grande: Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Federal do Mato Grosso do Sul**, 2010.

ROCHADEL, Willian *et al.* Conhecimento coletivo nas plataformas de participação aberta: um framework para o enriquecimento de ideias. 2022.

SHULMAN, Lee S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986

SHULMAN, Lee S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard educational review**, v. 57, n. 1, p. 1-23, 1987.

SILVA, Darlysson Wesley da; SANTOS, João Ricardo Viola dos. Conhecimentos Específicos do Professor de Matemática: um 'novo' olhar sobre uma teorização. **Anais do Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 8, n. 1, 2014.

SILVA, FELIPE QUEIROZ da. Usando RPG no ensino da matemática. 2014.
Disponível em:
<https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/746/1/felipequeirozdasilva.pdf>

VALENZUELA, Silvia Teresinha Frizzarini. O uso de dispositivos didáticos para o estudo de técnicas relativas a sistema de equações lineares no Ensino Fundamental. 2007.

WIZARDS OF THE COAST. **Livro do Jogador: Dungeons & Dragons 5ª Edição**. 1ª ed. Renton: Wizards of the Coast, 2014. 320 p.

WIZARDS OF THE COAST. **Manual dos Monstros**. São Paulo: Galápagos Jogos, 2021. (*Tradução da 5ª edição de Dungeons & Dragons.*)

APÊNDICE A – REGRAS SIMPLIFICADAS

1. O que é RPG e D&D 5e?

O RPG de mesa é um jogo de interpretação de papéis, onde os jogadores assumem o papel de heróis e embarcam em aventuras em um mundo fictício. Existem duas funções principais: jogador e narrador (também chamado de mestre). O narrador é o responsável por narrar a história, guiando os personagens dos jogadores através dos acontecimentos, descrever o mundo, as ações dos personagens e PNJs (Personagens não jogáveis que aparecem no decorrer da história), impedir que os jogadores se desanimem e desenvolver as consequências das ações tomadas no mundo. Enquanto isso, a função dos jogadores é criar personagens (com seus antepassados, história e características) de acordo com o sistema selecionado e interpretar suas ações na história, geralmente buscando resolver a trama principal.

Dungeons & Dragons é um sistema de *RPG*, ou seja, ele dita as regras que regem esse jogo. D&D 5e é a quinta edição desse sistema (que é um dos mais populares de RPG de mesa). Nele, os jogadores criam personagens que realizam ações, enfrentam desafios e desenvolvem uma história em conjunto, narrada pelo mestre de mesa. De forma geral, o jogo desenvolve em 3 passos: o mestre descreve o ambiente e a situação; os jogadores interpretam as ações que seus personagens tomariam dadas as condições; o mestre narra as consequências dessas ações.

2. Atributos

Os personagens são definidos por seis atributos principais, cada um representando um aspecto das suas capacidades físicas ou mentais. São eles:

- **Força:** Mede o poder físico, importante para ataques corpo a corpo.
- **Destreza:** Reflete agilidade e reflexos.
- **Constituição:** Define a saúde e a resistência física.
- **Inteligência:** Mede o raciocínio lógico e conhecimento.
- **Sabedoria:** Relaciona-se com percepção e intuição.
- **Carisma:** Reflete sua capacidade de influenciar os outros.

Esses atributos irão influenciar nas ações dos personagens, facilitando ou

dificultando suas ações de acordo com o modificador.

3. Rolagens de Dados

Para determinar o sucesso ou falha em ações e testes, deve-se sempre rolar um dado de 20 lados (D20), e deve-se somar ao resultado desse teste o atributo correspondente:

- **Testes de Habilidade e Resistência:** Você rola um d20 e soma o modificador de um atributo relacionado à tarefa que está tentando realizar, ou para resistir a algum efeito.
- **Jogada de Ataque:** Para ver se um ataque atinge o alvo, rola-se um d20 e soma-se o bônus de ataque (modificador de atributo + proficiência). O resultado deve ser maior do que a CA (classe de armadura) do alvo.

4. Combate

Os combates funcionam em um sistema de turnos, em que a ordem é determinada pela iniciativa de cada personagem envolvido nele (que é resultado de um dado D20 + modificador de destreza) do maior ao menor. Cada personagem tem um turno durante o combate, e em cada turno você pode fazer o seguinte:

4.1. Ação

A ação é o que você faz na sua vez no combate. Exemplos incluem:

- **Atacar:** Fazer um ataque com uma arma, lançar um feitiço, ou atacar desarmado.
- **Correr:** Dobrar sua movimentação.
- **Esquivar:** Focar-se em esquivar de ataques, dando desvantagem nos ataques contra você.
- **Ajudar:** Ajudar um aliado, dando vantagem no próximo teste de habilidade ou ataque.
- **Preparar:** Esperar uma ação específica acontecer para realizar uma resposta.

4.2. Movimentação

Todo personagem tem uma quantidade de movimento em metros que pode usar por turno (geralmente 9 metros para a maioria das raças). Você pode mover-se antes ou depois de realizar uma ação. Movimentar-se para fora do alcance de um

inimigo pode provocar ataques de oportunidade.

5. Pontos de Vida (HP)

Os pontos de vida representam a quantidade de dano que um personagem pode sofrer antes de cair inconsciente ou morrer. Eles são determinados pelo dado de vida da sua classe (ex: d8, d10) e modificador de Constituição. Quando o HP de um personagem chega a zero, ele precisa fazer testes de morte para sobreviver (toda vez que chega seu turno ele joga um D20, até obter 3 resultado iguais que determinam se ele se estabiliza ou se morre - se o resultado for maior que 10 ele tem um sucesso, se for menor ou igual a 10 tem uma falha).

6. Classe de Armadura (CA)

A Classe de Armadura determina quão difícil é acertar seu personagem em combate. Ela é baseada na sua armadura, escudo e destreza. Um atacante deve rolar um d20 e somar seu bônus de ataque. Se o resultado for igual ou superior à sua CA, o ataque acerta.

7. Regras de Armas

As armas em D&D 5e possuem diferentes características que afetam o combate:

- **Alcance:** Alcance normal (corpo a corpo) ou longo (à distância).
- **Dano:** Cada arma tem um dano específico, determinado por um dado. Mas para dar dano é preciso acertar o ataque.
- **Magia de arma:** Armas mágicas podem ter bônus de ataque ou dano adicionais.

8. Vantagem e Desvantagem

Em determinadas circunstâncias, você pode receber vantagem (rola-se dois d20 e usa-se o maior resultado) ou desvantagem (rola-se dois d20 e usa-se o menor). Isso simplifica situações em que o personagem está em uma posição especialmente favorável ou desfavorável.

APÊNDICE B FICHA DE PERSONAGEM SIMPLIFICADA

NOME DO PERSONAGEM

VIDA MÁX

NÍVEL

BÔNUS DE PROFIÊNCIA

ARMADURA **ESCUDO** **DESTREZA**

FORÇA

CLASSE DE ARMADURA

RAÇA **CLASSE**

INICIATIVA **VELOCIDADE**

CONSTITUIÇÃO

PONTOS DE VIDA

EQUIPAMENTO

DESTREZA

ANOTAÇÕES

INTELIGÊNCIA

OURO

SABEDORIA

SUCESSO

FALHA

CHARISMA

HABILIDADES

PROFIÊNCIAS

ARMADURAS **ARMAS** **MAGIAS**

Elaboração própria. Adaptação de modelo encontrado no Pinterest, de autor desconhecido. Disponível em: <https://br.pinterest.com/pin/11962755250343107/>

ANEXO A – SUGESTÃO DE MONSTROS

Ao longo da proposta de RPG, de acordo com a disponibilidade de tempo e vontade do docente, podem ser apresentados alguns encontros de combate aos jogadores. Neles, os jogadores irão utilizar as regras da 5ª edição do sistema *Dungeons and Dragons* (2014). Assim, seguem alguns monstros disponíveis no Livro dos Monstros (2021), para que o professor utilize na aventura. Ainda é válido ressaltar que se trata apenas de sugestões, podendo o docente procurar por outras propostas se achar interessante.

AA - Imagem e ficha de Fogo-Fátuo

Sugestão de encontro de dificuldade moderada: somente 1

FOGO-FÁTUAO					
<i>Morto-vivo Miúdo, caótico e mau</i>					
Classe de Armadura 19					
Pontos de Vida 22 (9d4)					
Deslocamento 0 m, voo 15 m (planar)					
FOR	DES	CON	INT	SAB	CAR
1 (-5)	28 (+9)	10 (+0)	13 (+1)	14 (+2)	11 (+0)
Imunidade a Dano elétrico, veneno					
Resistência a Dano ácido, fogo, frio, necrótico, trovejante; concussão, perfurante e cortante de ataques não-mágicos					
Imunidade a Condição agarrado, caído, envenenado, exausto, impedido, inconsciente, paralisado					
Sentidos visão no escuro 36 m, Percepção passiva 12					
Idiomas os idiomas que ele conhecia em vida					
Nível de Desafio 2 (450 XP)					
<p>Consumir Vida. Com uma ação bônus, o fogo-fátuo pode afetar uma criatura que ele possa ver, a até 1,5 metro dele, que esteja com 0 pontos e vida, mas ainda viva. O alvo deve ser bem sucedido num teste de resistência de Constituição CD 10 contra essa magia, ou morrerá. Se o alvo morrer, o fogo-fátuo recupera 10 (3d6) pontos de vida.</p> <p>Efêmero. O fogo-fátuo não pode carregar ou vestir nada.</p> <p>Iluminação Variável. O fogo-fátuo emite luz brilhante num raio entre 1,5 e 6 metros e penumbra em uma quantidade de metros adicionais igual ao raio escolhido. O fogo-fátuo pode alterar o raio com uma ação bônus.</p> <p>Movimento Incorpóreo. O fogo-fátuo pode se mover através de criaturas e objetos como se eles fossem terreno difícil. Ela sofre 5 (1d10) de dano de energia se terminar seu turno dentro de um objeto.</p>					
Ações					
<p>Choque. <i>Ataque Corpo-a-Corpo com Arma:</i> +3 para atingir, alcance 1,5 m, um alvo. <i>Acerto:</i> 5 (1d6 + 2) de dano perfurante.</p> <p>Invisibilidade. O fogo-fátuo e sua luz, magicamente se tornam invisíveis até ele atacar ou usar seu Consumir Vida, ou até a concentração acabar (como se estivesse se concentrando em uma magia).</p>					



AB - Imagem e ficha de Gárgula

Sugestão de encontro de dificuldade moderada: somente 1

GÁRGULA						
<i>Elemental Médio, caótico e mau</i>						
Classe de Armadura 15 (armadura natural)						
Pontos de Vida 52 (7d8 + 21)						
Deslocamento 9 m, voo 18 m						
FOR	DES	CON	INT	SAB	CAR	
15 (+2)	11 (+0)	16 (+3)	6 (-2)	11 (+0)	7 (-2)	
Resistência a Dano concussão, perfurante e cortante de ataques não-mágicos que não sejam de adamantite						
Imunidade a Dano veneno						
Imunidade a Condição envenenado, exausto, petrificado						
Sentidos visão no escuro 18 m, Percepção passiva 10						
Idiomas Terran						
Nível de Desafio 2 (450 XP)						
Aparência Falsa. Enquanto o gárgula permanecer imóvel, ele é indistinguível de uma estátua inanimada.						
AÇÕES						
Ataques Múltiplos. O gárgula realiza dois ataques: um com sua mordida e um com suas garras.						
Mordida. <i>Ataque Corpo-a-Corpo com Arma:</i> +4 para atingir, alcance 1,5 m, um alvo. <i>Acerto:</i> 5 (1d6 + 2) de dano perfurante.						
Garras. <i>Ataque Corpo-a-Corpo com Arma:</i> +4 para atingir, alcance 1,5 m, um alvo. <i>Acerto:</i> 5 (1d6 + 2) de dano cortante.						



Fonte: Wizards of the Coast (2021, p. 149)

AC - Imagem e ficha de Esqueleto

Sugestão de encontro de dificuldade trivial: até 4

ESQUELETO						
<i>Morto-vivo Médio, leal e mau</i>						
Classe de Armadura 13 (restos de armadura)						
Pontos de Vida 13 (2d8 + 4)						
Deslocamento 9 m						
FOR	DES	CON	INT	SAB	CAR	
10 (+0)	14 (+2)	15 (+2)	6 (-2)	8 (-1)	5 (-3)	
Vulnerabilidade a Dano concussão						
Imunidade a Dano veneno						
Imunidade a Condição envenenado, exausto						
Sentidos visão no escuro 18 m, Percepção passiva 9						
Idiomas compreende todos os idiomas que conhecia em vida, mas não pode falar						
Nível de Desafio 1/4 (50 XP)						
AÇÕES						
Espada Curta. <i>Ataque Corpo-a-Corpo com Arma:</i> +4 para atingir, alcance 1,5 m, um alvo. <i>Acerto:</i> 5 (1d6 + 2) de dano perfurante.						
Arco Curto. <i>Ataque à Distância com Arma:</i> +4 para atingir, distância 24/96 m, um alvo. <i>Acerto:</i> 5 (1d6 + 2) de dano perfurante.						



Fonte: Wizards of the Coast (2021, p. 137)

AD - Imagem e ficha de Mímico

Sugestão de encontro de dificuldade moderada: somente 1

MÍMICO						
<i>Monstruosidade Média (metamorfo), neutro</i>						
Classe de Armadura 12 (armadura natural)						
Pontos de Vida 58 (9d8 + 18)						
Deslocamento 4,5 m						
FOR	DES	CON	INT	SAB	CAR	
17 (+3)	12 (+1)	15 (+2)	5 (-3)	13 (+1)	8 (-1)	
Perícias Furtividade +5						
Imunidade a Dano ácido						
Imunidade a Condição caído						
Sentidos visão no escuro 18 m, Percepção passiva 11						
Idiomas –						
Nível de Desafio 2 (450 XP)						
<p>Adesivo (Forma de Objeto Apenas). O mímico adere a qualquer coisa que ele toque. Uma criatura Enorme ou menor aderida ao mímico também está agarrada por ele (CD 13 para escapar). Testes de habilidade feitos para escapar desse agarrão tem desvantagem.</p> <p>Aparência Falsa (Forma de Objeto Apenas). Enquanto o mímico permanecer imóvel, ele é indistinguível de um objeto comum.</p> <p>Agarrador. O mímico tem vantagem nas jogadas de ataque contra qualquer criatura agarrada por ele.</p> <p>Metamorfo. O mímico pode usar sua ação para se metamorfosear em um objeto ou voltar para sua forma verdadeira, uma forma amorfa. Suas estatísticas são as mesmas em cada forma. Qualquer equipamento que ele esteja vestindo ou carregando não é transformado. Ele reverte a sua forma verdadeira se morrer.</p>						
Ações						
<p>Pseudópode. Ataque Corpo-a-Corpo com Arma: +5 para atingir, alcance 1,5 m, um alvo. Acerto: 7 (1d8 + 3) de dano de concussão. Se o mímico estiver em forma de objeto, o alvo é alvo do traço Adesivo.</p> <p>Mordida. Ataque Corpo-a-Corpo com Arma: +5 para atingir, alcance 1,5 m, um alvo. Acerto: 7 (1d8 + 3) de dano perfurante mais 4 (1d8) de dano de ácido.</p>						



Fonte: Wizards of the Coast (2021, p. 229)