



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Isabelle Caroline Alana da Silva Aguiar

**Implementação numérica da correção viscosa baseada no novo RTA**

Florianópolis  
2024



Isabelle Caroline Alana da Silva Aguiar

**Implementação numérica da correção viscosa baseada no novo RTA**

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do título de mestre em física.

Orientador: Prof. Tiago José Nunes da Silva, Dr.

Florianópolis

2024



Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.  
Dados inseridos pelo próprio autor.

Silva Aguiar, Isabelle Caroline Alana da  
Implementação numérica da correção viscosa baseada no  
novo RTA / Isabelle Caroline Alana da Silva Aguiar ;  
orientador, Tiago José Nunes da Silva, 2024.  
87 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas,  
Programa de Pós-Graduação em Física, Florianópolis, 2024.

Inclui referências.

1. Física. 2. Fenomenologia em colisão de íons pesados.  
3. Fórmula de Cooper-Frye. 4. Particlização. I. Silva, Tiago  
José Nunes da. II. Universidade Federal de Santa Catarina.  
Programa de Pós-Graduação em Física. III. Título.

Isabelle Caroline Alana da Silva Aguiar

### **Implementação numérica da correção viscosa baseada no novo RTA**

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Sidney dos Santos Avancini, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Gabriel Silveira Denicol, Dr.  
Universidade Federal Fluminense

Prof. André da Silva Schneider, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de mestre em física.

---

Prof. Paulo Henrique Souto Ribeiro, Dr.  
Coordenador do Programa

---

Prof. Tiago José Nunes da Silva, Dr.  
Orientador

Florianópolis, 2024.

Essa dissertação é dedicada aos meus pais que acreditaram  
em mim quando eu mesma não mais acreditava.



## AGRADECIMENTOS

Este trabalho não seria possível sem a paciência, disponibilidade e incentivos do meu orientador, Prof. Dr. Tiago Nunes, que foram fundamentais para que eu progredisse e finalizasse esse trabalho. Me sinto privilegiada por aprender tanto com ele nesse período, não só sobre os temas relacionados à minha pesquisa, mas também a como ser uma pesquisadora e como eu gostaria de ser uma orientadora e professora, quem sabe no futuro.

Agradeço também ao meu colaborador Dr. Gabriel Soares por sempre estar disponível para conversar, tirar dúvidas e auxiliar no que fosse possível para que esse trabalho fosse finalizado.

É importante dizer que as trocas e conversas que tive sobre o novo RTA e sobre como ocorre a particlização na fórmula de Cooper-Frye com o Prof. Dr. Gabriel Denicol me ensinaram muito e foram igualmente importantes para que esse trabalho fosse produzido. Obrigada por me receber tão bem nos eventos que aconteceram no Rio e estar sempre disponível para conversar.

Agradeço também aos amigos que fiz durante a minha passagem pelo programa que me proporcionaram não só trocas relacionadas à Física, às disciplinas e ao meu trabalho em si, mas também momentos de risada, conversas e viagens que sempre guardarei com carinho comigo. Esses momentos foram importantes para que hoje eu chegasse no fim do meu mestrado. Fica o agradecimento especial à Renata, Rafael, Janayna, Juliana, Igor, Marlon, Alyson e Eduardo.

Agradeço ao programa de Pós-Graduação em Física da UFSC e ao seu corpo docente, em especial à Prof. Dr. Débora Menezes, o Prof. Dr. Marcelo Tragtenberg, Prof. Dr. Emmanuel Gräve e Prof. Dr. Marcus Benghi, importantes para que todo esse processo de formação fosse possível.

Agradeço ao Prof. Dr. Sidney Avancini, Prof. Dr. Gabriel Denicol, Prof. Dr. Fernando Gardim e Prof. Dr. André Schneider pela disponibilidade em participar da minha banca de mestrado e, assim, contribuírem com a minha formação.

Agradeço ao CNPQ pelo apoio financeiro durante minha formação, sem isso o meu mestrado não aconteceria.

Agradeço às RETINHAS, pela oportunidade de apresentar o meu trabalho para outros colegas da área.

Um agradecimento especial ao INCT-FNA pelas ajudas de custos para ir a eventos muito importantes dentro da minha área de formação e aos simpósios que participei organizados por eles.



## RESUMO

Uma das formas de estudar o diagrama de fases da cromodinâmica quântica e sua fase quente e densa, o plasma de quarks e glúons, é por meio de simulações de colisões de íons pesados usando modelos híbridos computacionais. Estes são chamados híbridos porque cada etapa da colisão é modelada por uma descrição distinta entre si, sendo a hidrodinâmica viscosa a responsável por descrever a evolução do plasma. É de extrema importância que a saída de uma etapa seja a entrada da etapa seguinte para o sistema permanecer o mesmo por toda cadeia, sendo assim a particlização se faz importante para a etapa que evolui o gás de hádrons formado no fim da cadeia receba uma entrada coerente vindo da etapa hidrodinâmica. No processo de particlização existem diferentes termos de correção viscosa que podem ser usados, os considerados nesse trabalho foram o método dos 14 momentos, a aproximação do tempo de relaxação e a função distribuição modificada de Pratt-Torrieri-Bernhard. Uma nova proposta de correção viscosa baseada na aproximação do tempo de relaxação e que não depende das condições de *matching* ou parametrização do tempo de relaxação para que leis de conservação sejam respeitadas foi implementada no código de particlização e comparada com as correções citadas. O objetivo é investigar o desempenho da nova correção no processo de particlização em relação às correções usuais. O sistema escolhido para o estudo foi de núcleos de chumbo colidindo a uma energia de  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV. Para que a comparação quantitativa entre os eventos gerados por cada uma das colisões fosse possível, os parâmetros usados na cadeia foram mantidos os mesmos para cada simulação com as diferentes correções viscosas. Foram analisados a multiplicidade das partículas, o momento transversal e o fluxo anisotrópico.

**Palavras-chave:** Cooper-Frye. novo RTA. Particlização. Cadeia ExTREME. Correções viscosas.



## ABSTRACT

An alternative to studying the phase diagram of quantum chromodynamics and its hot and dense phase, the plasma of quarks and gluons, is through simulations of heavy-ion collisions using hybrid computational models. These are called hybrids because each stage of the collision is modeled by a different description, with viscous hydrodynamics responsible for describing the evolution of the plasma. It is essential that the output of a stage is the input of the next stage for the system to remain the same throughout the chain, thus particlization is important for the stage that evolves, the hadron gas formed at the end of the chain receives an input coherent coming from the hydrodynamic stage. In the particlization process, different viscous correction terms can be used, those considered in this work were the 14 moments method, the relaxation time approximation, and the modified Pratt-Torrieri-Bernhard distribution function. A new viscous correction proposal based on the relaxation time approximation that does not depend on matching conditions or relaxation time parameterization so that conservation laws are respected was implemented in the particlization code and compared with the corrections above. The objective is to investigate the performance of the new correction in the particlization process about the usual corrections. The system chosen for the study was lead nuclei colliding at an energy of  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ . To make a quantitative comparison between the events generated by each of the collisions possible, the parameters used in the chain were kept the same for each simulation with different viscous corrections. Particle multiplicity, transverse momentum, and anisotropic flow were analyzed.

**Keywords:** Cooper-Frye. novel RTA. Particlization. ExTREME chain. Viscous corrections.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação das partículas elementares do modelo padrão. Figura reproduzida de [1]. . . . .	20
Figura 2 – Uma representação do confinamento de quarks nos hádrons. Nessa figura, uma força tenta separar um <i>antiquark</i> (círculo vermelho) de um quark (círculo azul) que constituem um méson (sombra cinza). Com o aumento da distância, um novo par <i>quark</i> -antiquark é formado resultando em dois mésons [4]. . . . .	21
Figura 3 – Uma representação do diagrama de fases da QCD onde a mudança de fase depende da temperatura e da densidade bariônica líquida [17]. . . . .	23
Figura 4 – Uma representação da linha do tempo do universo desde o big bang até o presente [29]. . . . .	25
Figura 5 – Uma representação da linha do tempo do processo de colisão de íons pesados conforme a modelagem atual e a compreensão fenomenológica. Os hádrons, <i>quarks</i> , glúons e fótons estão simbolizados por $h$ , $q$ , $g$ e $\gamma$ [4]. . . . .	27
Figura 6 – Uma representação das etapas usadas na cadeia de simulação e os respectivos modelos computacionais usados para cada uma das etapas consideradas. . . . .	29
Figura 7 – Estágios do TrENTO: a primeira figura à esquerda se refere às posições dos nucleons que foram sampleadas; a segunda figura à esquerda se refere à escolha dos nucleons não participantes, cinzas, e os que participam das colisões, laranjas e azuis; a segunda à direita se refere à construção das funções $\tilde{T}_A$ e $\tilde{T}_B$ ; e por fim a primeira à direita se refere à densidade de entropia inicial calculada a partir de $T_R$ (figura retirada da referência [51]). . . . .	32
Figura 8 – Gráfico da pressão, densidade de energia e densidade de entropia em função da temperatura onde as linhas mais escuras mostram a predição do modelo de gás de hádrons e as linhas mais claras representam dados da QCD na rede [72]. . . . .	39
Figura 9 – Representação da conversão de uma célula hidrodinâmica em hádrons ressonantes sobre uma $\Sigma$ isotérmica, linhas tracejadas azuis, em um intervalo de tempo próprio fixo (figura retirada da referência [4]). . . . .	41
Figura 10 – Imagens de eventos detectados pelo ALICE resultantes da primeira colisão entre núcleos de Pb que aconteceu em 2011 [103]. . . . .	56
Figura 11 – Representação do sistema de coordenadas usado no ALICE [104]. . . . .	57
Figura 12 – Determinação dos <i>bins</i> de centralidade no experimento do ALICE no qual os círculos à esquerda indicam eventos mais periféricos e os círculos à direita indicam eventos mais centrais [4]. . . . .	58

Figura 13 – (acima) Histograma da multiplicidade de partículas carregadas para <i>bins</i> de centralidade entre, 0–5%, 5–10%, 10–20%, 20–30%, 30–40%, 40–50% e 50 – 60%. (abaixo) Histograma com a razão entre partículas produzidas pela cadeia, para cada tipo de correção, e as partículas detectadas pelo ALICE, para cada um dos <i>bins</i> de centralidade. . . . .	59
Figura 14 – Histograma da multiplicidade de píons (acima) e káons (abaixo) para <i>bins</i> de centralidade entre, 0 – 5%, 5 – 10%, 10 – 20%, 20 – 30%, 30 – 40%, 40 – 50% e 50 – 60% com a razão entre partículas produzidas usando a correção RTA e as partículas produzidas usando as demais correções lineares. 63	63
Figura 15 – Histograma da multiplicidade de prótons (acima) e partículas $\lambda$ (abaixo) para <i>bins</i> de centralidade entre, 0–5%, 5–10%, 10–20%, 20–30%, 30–40%, 40 – 50% e 50 – 60% com a razão entre partículas produzidas usando a correção RTA e as partículas produzidas usando as demais correções lineares. 64	64
Figura 16 – espectro de momento transversal de píons, káons e prótons em colisões Pb-Pb com $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV, medidos pelo ALICE [38]. . . . .	65
Figura 17 – espectro de momento transversal de partículas carregadas em colisões Pb-Pb com $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV, medidos pelo ALICE [112]. . . . .	66
Figura 18 – espectro de $p_{\perp}$ das partículas carregadas geradas nos eventos Pb-Pb com $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV usando a correção linear Grad (esquerda), RTA (meio) e PTB (direita). As diferentes cores indicam os diferentes <i>bins</i> de centralidade. 67	67
Figura 19 – espectro de $p_{\perp}$ das partículas carregadas geradas nos eventos Pb-Pb com $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV usando a correção linear nRTA com $\gamma = 0.5$ (esquerda) e $\gamma = 1.0$ (direita). As diferentes cores indicam os diferentes <i>bins</i> de centralidade. . . . .	67
Figura 20 – Razão do espectro de $p_{\perp}$ das partículas carregadas geradas nos eventos Pb-Pb com $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV usando a correção linear Grad (esquerda acima), nRTA com $\gamma = 0.5$ (direita acima), nRTA com $\gamma = 1.0$ (esquerda abaixo) e PTB (direita abaixo). As diferentes cores indicam os diferentes <i>bins</i> de centralidade. . . . .	68
Figura 21 – Momento transversal médio de partículas carregadas em colisões Pb-Pb com $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV para as diferentes correções viscosas. . . . .	69
Figura 22 – Representação da região de <i>overlap</i> entre dois nucleons em colisão com parâmetro de impacto $b$ (esquerda) e da emissão anisotrópica de partículas no plano transversal (direita) [87]. . . . .	70
Figura 23 – Funções de correlação de duas partículas em vários <i>bins</i> de centralidade para colisões Pb-Pb com $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV medido pelo CMS [122]. . . . .	71
Figura 24 – Coeficientes de fluxo elíptico integrado para colisões Pb-Pb com $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV para as diferentes correções viscosas. . . . .	73

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Lista dos parâmetros usados para simular o sistema Pb-Pb com $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Os valores dos parâmetros são aqueles que otimizam o <i>fit</i> com os dados experimentais (adaptado de [98]). . . . .	55
--	----



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>19</b>
1.1	CONHECENDO OS TIJOLOS DA MATÉRIA	19
1.2	QCD E SUA FASE QUENTE E DENSA, O QGP	20
1.3	ACELERANDO ÍONS PESADOS	25
<b>2</b>	<b>CADEIA EXTREME</b>	<b>29</b>
2.1	CONDIÇÕES INICIAIS	30
<b>2.1.1</b>	<b>TrENTO</b>	<b>31</b>
2.2	PRÉ-EQUILÍBRIO	33
<b>2.2.1</b>	<b>Free-streaming</b>	<b>33</b>
2.3	HIDRODINÂMICA	34
<b>2.3.1</b>	<b>MUSIC</b>	<b>37</b>
2.4	PARTICLIZAÇÃO	39
<b>2.4.1</b>	<b>iS3D</b>	<b>41</b>
2.5	EVOLUÇÃO HADRÔNICA	41
<b>2.5.1</b>	<b>UrQMD</b>	<b>42</b>
<b>3</b>	<b>CORREÇÕES VISCOSAS</b>	<b>45</b>
3.1	CORREÇÕES VISCOSAS LINEARES	45
<b>3.1.1</b>	<b>Método Grad</b>	<b>46</b>
<b>3.1.2</b>	<b>Aproximação do tempo de relaxação</b>	<b>48</b>
<b>3.1.3</b>	<b>Nova aproximação do tempo de relaxação</b>	<b>49</b>
3.2	CORREÇÕES VISCOSAS NA FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO	52
<b>3.2.1</b>	<b>PTB</b>	<b>52</b>
<b>4</b>	<b>INFLUÊNCIA DAS DIFERENTES CORREÇÕES VISCOSAS NOS OBSERVÁVEIS FINAIS</b>	<b>55</b>
4.1	MULTIPLICIDADE DE PARTÍCULAS CARREGADAS	58
4.2	ESPECTRO DO MOMENTO TRANSVERSAL	65
4.3	COEFICIENTES DO FLUXO ANISOTRÓPICO	69
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>75</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>77</b>



## 1 INTRODUÇÃO

Esse capítulo será dedicado à introdução de algumas ideias e conceitos essenciais para o entendimento do que é a cromodinâmica quântica e a sua fase desconfinada, estudada por físicos teóricos e experimentais por todo o mundo, o plasma de quarks e glúons. Além de introduzir a ideia do que é uma cadeia de simulações em colisões de íons pesados e o porquê do seu uso no estudo do diagrama de fases da cromodinâmica quântica.

Neste trabalho são usadas as unidades naturais, ou seja,  $\hbar = c = k_B = 1$  em que  $c$  é a velocidade de luz no vácuo,  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  é a constante reduzida de Plank e  $k_B$  é a constante de Boltzmann. A métrica do espaço-tempo plano<sup>1</sup> é  $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ .

### 1.1 CONHECENDO OS TIJOLOS DA MATÉRIA

Uma das possibilidades de estudo mais fascinantes da física moderna é a de conhecer o mundo subatômico e como ele funciona. Diferente de tudo que estamos acostumados a vivenciar no cotidiano, esse mundo tem leis próprias e parece ter sido criado pelos melhores roteiristas de ficção científica. Seguindo o anseio de conhecer e entender esse mundo, a cromodinâmica quântica (QCD) é a teoria que nos leva a estudar uma das partículas mais fundamentais que formam a matéria, o *quark*. São os *quarks* que formam partículas como o próton e o nêutron que ao se juntarem formam os núcleos dos átomos que combinando com elétrons e outros átomos geram moléculas e no fim formam você, os carros, as árvores e toda a matéria conhecida por nós humanos. Entretanto, os *quarks* precisam se combinar de uma forma específica para que prótons e nêutrons possam ser formados. Essa combinação acontece devido a uma força entre eles, chamada de força forte, mediada por partículas responsáveis apenas por carregar essa força, os glúons.

Como dito anteriormente, os *quarks* fazem parte de um grupo seleto de partículas elementares que chamamos de férmions. São doze férmions no total, que estão divididos em *quarks* e léptons. As partículas mais estáveis e leves pertencem ao que chamamos de primeira geração e estas são as que compõe toda a matéria estável do universo. Isso porque na segunda e terceira geração se encontram partículas menos estáveis e mais pesadas que decaem para partículas mais estáveis. Para os *quarks*, sua primeira geração é composta pelos *quarks up* e *down* enquanto a segunda e terceira geração são compostas pelos *quarks charm* e *strange* e *quarks top* e *bottom*, respectivamente. Os léptons são organizados de forma parecida com o elétron e o neutrino do elétron na primeira geração, o múon e o neutrino do múon na segunda geração e o tau e neutrino do tau na terceira geração. A representação desse conjunto de partículas elementares se encontra na figura 1.

O que conseguimos entender sobre os férmions e sobre as forças relacionadas com essas partículas está reunido no que chamamos de modelo padrão da física de partículas. Seu objetivo é descrever as interações fundamentais entre essas partículas. Cada uma difere entre

<sup>1</sup> Também chamada de métrica euclidiana do espaço-tempo

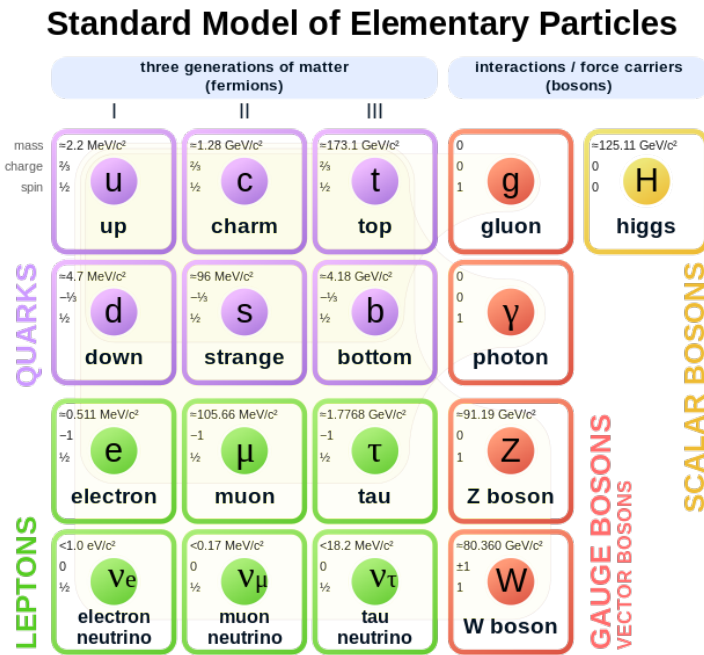


Figura 1 – Representação das partículas elementares do modelo padrão. Figura reproduzida de [1].

si em intensidade e alcance e transferem quantidades discretas de energia por meio da troca de bósons. Bóson é o nome dado as partículas que “carregam” a força. Cada uma dessas forças tem seu bóson correspondente. As forças incluídas no modelo padrão são as forças eletromagnética, fraca e forte. É atualmente a melhor descrição que temos para o mundo subatômico. Nossos esforços neste trabalho se concentram na força forte, a mais forte de todas as quatro interações fundamentais, como o próprio nome diz.

## 1.2 QCD E SUA FASE QUENTE E DENSA, O QGP

A descrição matemática da força forte acende da teoria de calibre não abeliana com grupo de simetria SU(3) que chamamos de QCD cuja ação é dada por,

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{\psi}_i (i\gamma^\mu (D_\mu)_{ij} - m\delta_{ij}) \psi_j - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}, \quad (1)$$

onde  $\psi_i$  é o campo dos *quarks*,  $\gamma^\mu$  as matrizes de Dirac,  $(D_\mu)_{ij} = \partial_\mu \delta_{ij} - ig_s (T_a)_{ij} A_\mu^a$  é a derivada covariante de gauge e  $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c$  é o tensor de força do campo dos glúons. A derivada covariante de gauge acopla o campo de *quarks* com a constante de acoplamento,  $g_s$ , aos campos de glúons,  $A_\mu^a$ , por meio do gerador SU(3) infinitesimal,  $T_a$ . O primeiro termo da ação é o termo da energia cinética dos *quarks*, o segundo termo é o termo de massa dos *quarks* e o terceiro termo é referente a energia cinética dos glúons.

Ela postula que todos os *quarks* e glúons carregam uma “carga de cor” e interagem entre si por meio de uma força mediada pelos glúons. São três as cargas de cores: **vermelho**,

verde e azul. Há também três anti-cores: anti-vermelho, anti-verde e anti-azul. Os *quarks* estão sempre ligados compondo as partículas que chamamos de hádrons. Os hádrons não possuem carga de cor porque a única combinação possível de cargas de cor é àquela que resulta o branco, ou, a carga neutra de cor [2]. Quando um hádron é composto por três *quarks*,  $q$ , o chamamos de bárion e o simbolizamos como  $qqq$ . Já um hádron composto por um *quark* e um anti-*quark*,  $\bar{q}$ , é chamado de méson e o simbolizamos como  $q\bar{q}$ . Há também as anti-partículas dos bárions,  $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$ , e mésons,  $\bar{q}q$ , que possuem carga elétrica oposta. Devido a essa relação das cargas dos quarks com cores, a teoria é chamada de cromodinâmica, pois o prefixo “cromo” exprime a noção de cor.

A força forte é constante para distâncias maiores que, aproximadamente, o raio do próton, independente da distância entre eles. Essa ideia é diferente do que vemos em eletrodinâmica quântica (QED), por exemplo, em que as partículas com carga elétrica interagem entre si com uma força que depende inversamente da distância entre elas. Por conta disso, considere uma ligação entre dois estados de *quarks*,  $q\bar{q}$ , que estão confinados juntos “dentro” de um méson por meio de um campo extremamente forte de glúons. Podemos imaginar que essa ligação seja como uma liga de borracha. Se tentarmos puxar esses quarks para longe um do outro, a sensação é de que a força entre eles aumenta. É necessário realizar uma quantidade muito grande de trabalho. Quando a distância entre eles se aproxima da distância do raio de um próton, a energia potencial do seu campo de interação é tão grande que ela pode criar um novo par de *quark* e *anti-quark*,  $q'\bar{q}'$ , espontaneamente a partir dos glúons. Então, a liga se quebra em dois sistemas mesônicos,  $q\bar{q}'$  e  $q'\bar{q}$ , cada um com a metade da liga correspondente ligando o par, figura 2. Esse comportamento é análogo à decomposição de um ímã magnético em dois quando se quer isolar o polo norte magnético do polo sul magnético ao “quebrar” esse ímã em dois [3]. Em temperaturas cotidianas, abaixo de 0.15 GeV, *quarks* e

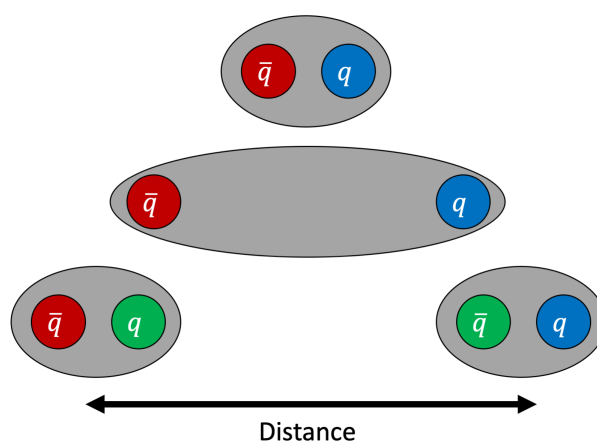


Figura 2 – Uma representação do confinamento de quarks nos hádrons. Nessa figura, uma força tenta separar um *antiquark* (círculo vermelho) de um quark (círculo azul) que constituem um méson (sombra cinza). Com o aumento da distância, um novo par *quark-antiquark* é formado resultando em dois mésons [4].

glúons estão confinados nos hádrons, o que faz ser muito difícil para os físicos medirem suas

propriedades dinâmicas. Além disso, não é possível tomar dois *quarks* desconfinados e lançá-los um contra o outro e medir suas deflexões. Devido ao confinamento de cor, *quarks* solitários simplesmente não existem no vácuo. Ao contrário, o vácuo prefere mantê-los em um estado ligado em um hádron. Pelo mesmo motivo, em escalas de energia baixa os físicos são impedidos de aplicar métodos da teoria da perturbação para fazer previsões sobre espalhamentos em experimentos hipotéticos porque esses métodos precisam de uma constante de acoplamento,  $\alpha$ , pequena (que caracteriza a intensidade da interação). Ao contrário da QED que apresenta um acoplamento fraco para escalas de energias baixas,  $\alpha_{QED}(Q \rightarrow 0) \ll 1$ , a QCD possui um alto acoplamento nessa escala de energia,  $\alpha_{QCD}(Q \rightarrow 0) \gg 1$ . A QCD prediz que a “liberdade” dos *quarks* e glúons é apenas assintótica, ou seja, a interação forte entre eles se enfraquece ao se aproximarem, resultando em uma alta densidade, de forma que esses *quarks* não estão mais confinados em hádrons e se tornam livres ( $\lim_{Q^2 \rightarrow \infty} \alpha_{QCD}(Q^2) = 0$ ) [5, 6]. Isso quer dizer, que no exemplo acima dos *quarks* ligados por uma liga de borracha, aumentar a quantidade de energia usada para separar essas partículas apenas produz mais e mais mésons. Entretanto, ao tentar aproximar dois *quarks* constituintes em uma região de distância muito curta, a liga elástica perde energia e se torna bastante suave e assim os *quarks* se comportam como partículas livres. Essa descoberta rendeu o prêmio Nobel de 2004 a Politzer [7], Wilczek e Gross [8, 9] por calcularem os termos universais da função  $\beta$  da QCD,

$$\mu^2 \frac{d\alpha_{QCD}}{d\mu^2} = \beta(\alpha_{QCD}) = -b_0 \alpha_{QCD}^2 + b_1 \alpha_{QCD}^3 + \mathcal{O}(\alpha_{QCD}^4), \quad (2)$$

onde  $\mu$  é a escala de renormalização. Para os dois primeiros coeficientes da expansão,  $b_0 = (33 - 2N_f)/(12\pi)$  e  $b_1 = (153 - 19N_f)/(24\pi^2)$  onde  $N_f$  se refere aos sabores dos quarks na representação fundamental que possuem a  $m_q \ll \mu$ . Em processos descritos por QCD, tipicamente os três *quarks* mais leves são considerados dinâmicos. Para  $N_f = 3$ , portanto, a função beta da QCD é estritamente negativa, o que significa que a intensidade da interação,  $\alpha_{QCD}$ , diminui com o aumento da escala de energia.

Se assume uma série de transições de fase de primeira e segunda ordem no processo de esfriamento do universo após o *big bang* associados a quebras de simetria espontâneas dos campos básicos de calibre não abelianos [10, 11], previsto pelo modelo padrão [12]. Em QCD, se idealiza que é nítida a distinção entre um gás de hádrons e o plasma de *quarks* e glúons (QGP). Nesse limite idealizado, em que os *quarks up* e *down* são considerados sem massa, a Lagrangiana da QCD adquire simetria quiral  $SU(2)_L \times SU(2)_R$ . Independentemente das interações respeitarem essa simetria no nível da ação da teoria, no estado fundamental da QCD essa simetria é quebrada espontaneamente e o teorema de Goldstone demanda três bósons sem massa (os píons). A quebra de simetria quiral é um resultado da dinâmica não perturbativa da QCD. Uma temperatura suficientemente alta,  $T \gg \Lambda_{QCD}$  (escala de confinamento da QCD  $\approx 1 \text{ fm}^{-1}$ ), quebra o condensado quiral formado, em temperaturas baixas, no vácuo por flutuações térmicas. Quando isso acontece, a simetria quiral é restaurada. Uma transição de

fase deve estar envolvida na separação dessas duas fases da matéria de quarks. A determinação de propriedades termodinâmicas da QCD, como transições de fase, são essenciais para o entendimento do que ocorre nos experimentos que envolvem colisão de íons pesados. Dito isso, as propriedades termodinâmicas de um sistema são em maioria expressas em termos de diagramas de fase no espaço dos parâmetros termodinâmicos, que para a QCD são  $T$  e  $\mu_B$ .

Há diferentes abordagens para o estudo do diagrama de fases da QCD, figura 3, dependendo das condições que se quer estudar. Cálculos da QCD não perturbativa [13] ajudam a determinar algumas das propriedades do diagrama de fases. Como os potenciais químicos típicos dos bárions são muito menores que as massas típicas dos hádrons ( $\mu_B \approx 45$  MeV em  $\sqrt{s_{NN}}^2 = 200$  GeV [14] e negligenciável no universo primordial) pode-se usar  $\mu_B = 0$  nesses cálculos. Simulações numéricas da QCD na rede indicam que para  $\mu_B \approx 0$  MeV, as duas transições de fase possíveis na QCD (o desconfinamento e a restauração da simetria quiral) ocorrem essencialmente no mesmo ponto [15]. Há também a indicação que a transição de fase de *quarks* confinados para uma sopa quente e densa de *quarks* livres, QGP, na região na qual a densidade bariônica,  $\mu_B$ , é zero, na verdade, é um *crossover* rápido e suave [16]. Em

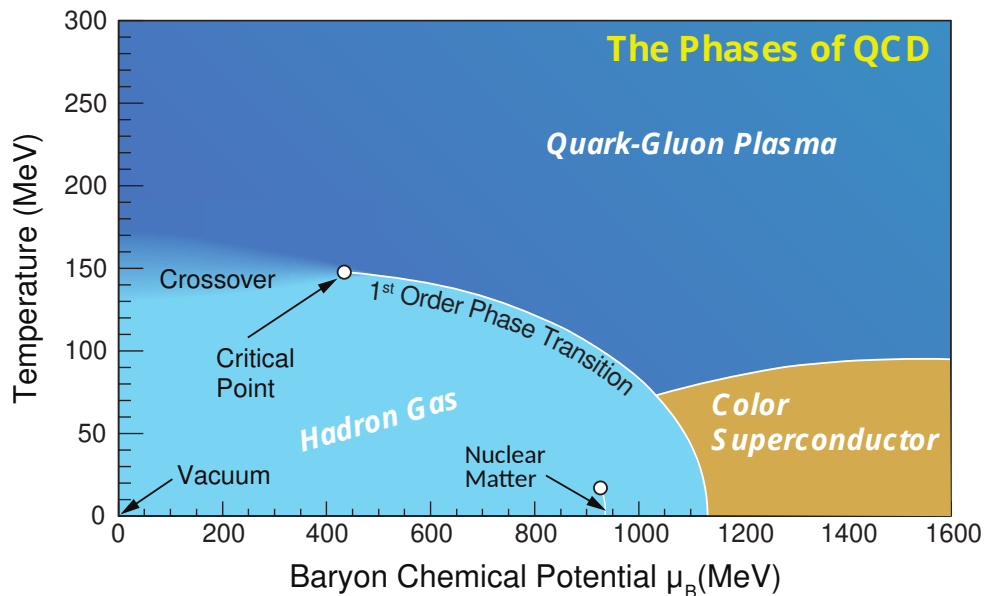


Figura 3 – Uma representação do diagrama de fases da QCD onde a mudança de fase depende da temperatura e da densidade bariônica líquida [17].

algum regime espera-se que o *crossover* deva ser substituído por uma transição de primeira ordem. O ponto em que essa mudança ocorre é chamado de ponto crítico. A existência e a localização do ponto crítico no diagrama de fases da QCD é uma das questões centrais para o nosso entendimento do mesmo. Ele sugere uma transição de primeira ordem entre a fase constituída por um gás de hádrons para a fase do plasma de quarks e glúons. Já sabemos que esse ponto, uma singularidade termodinâmica, não se encontra na região de  $\mu_B = 0$ . Nesse caso, precisamos investigar regiões do diagrama de fases em que  $\mu_B \neq 0$ . Esse

<sup>2</sup>  $\sqrt{s_{NN}}$  se refere a energia de centro de massa por par de nucleon

processo é feito calculando a função de partição da QCD que pode nos levar a encontrar a singularidade correspondente ao fim da linha de transição de primeira ordem. O cálculo de uma integral de caminho como essa não é viável analiticamente, portanto, simulações de Monte Carlo são escolhidas para fazer esse trabalho. Entretanto, ao calcular a função de partição usando o método de QCD na rede (*lattice QCD*) com  $\mu_B \neq 0$  é obtida uma ação complexa, inviabilizando a utilização das técnicas de amostragem de importância que possibilitam os cálculos na rede. Essa limitação dos cálculos da rede na região de pequeno potencial químico é usualmente chamado de problema do sinal [18]. Existem técnicas que estão sendo usadas para lidar com o problema do sinal como, por exemplo, usar um  $\mu_B$  imaginário [19, 20] ou usar uma expansão de Taylor [21, 22, 5].

Em uma matéria nuclear muito densa ainda existe confinamento de *quarks* e glúons em hádrons, mas e se a matéria nuclear aumentasse significativamente? A fronteira criada pelos hádrons deixaria de ser relevante e os *quarks* e glúons ficariam livres para circular nesse ambiente extremamente denso. Existiria então um plasma de *quarks* e glúons. É isso que se acredita acontecer em estrelas de nêutrons. Nesses objetos, a densidade bariônica é extremamente alta enquanto as temperaturas podem não passar de 100 MeV. Nesse sentido, observações de estrelas de nêutrons podem trazer novos *insights* sobre as propriedades do diagrama de fases da QCD [23, 24, 25, 26, 27]. Além disso, os estudos sobre universo primordial também podem trazer informações relevantes sobre o diagrama de fases. Observações de alta qualidade da abundância de elementos leves e anisotropias de temperatura da radiação cósmica de fundo testam a física da matéria de *quarks* que permeou o nosso universo durante os primeiros 20  $\mu\text{s}$  de sua existência. Nesse período, a temperatura passava os  $200 \times 10^{10}$  K e os *quarks* e glúons formavam uma sopa quente e densa [28]. O esquema da linha do tempo do nosso universo mostrada na figura 4 mostra que o universo passou por diferentes fases. No início, as temperaturas elevadas eram suficientes para que os *quarks* e glúons e partículas elementares pudessem se propagar e espalhar. Com o passar dos segundos, o universo se expande diminuindo e sua temperatura diminui de forma que os *quarks* e glúons se confinam dentro dos hádrons. Os hádrons estáveis se tornam os blocos de construção da matéria que agora ocupa o universo visível.

Há também a possibilidade de se ter percepções experimentais sobre o diagrama de fases da QCD por meio de experimentos realizados em grandes aceleradores de partículas, necessários para sondar a interação entre os *quarks* e glúons em escalas de distância muito curtas. Focaremos nos experimentos de alta energia com íons pesados que exploram o regime onde a densidade bariônica líquida é praticamente zero.

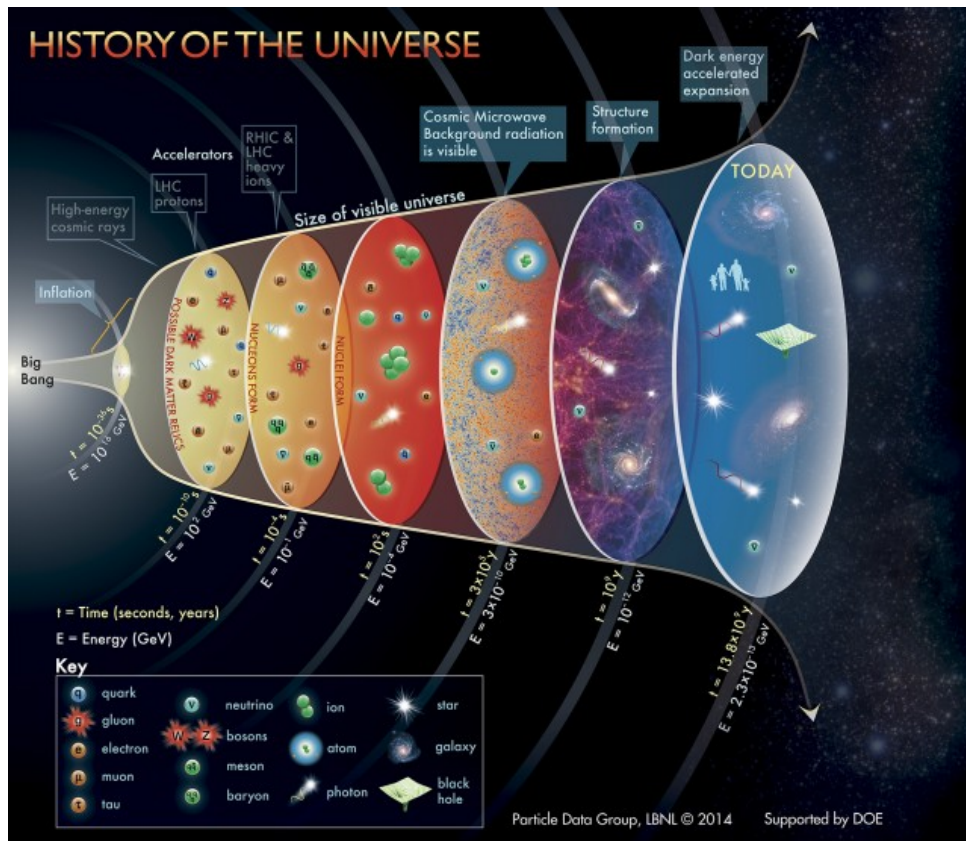


Figura 4 – Uma representação da linha do tempo do universo desde o big bang até o presente [29].

### 1.3 ACELERANDO ÍONS PESADOS

Uma forma de estudar o estado desconfinado da QCD é a partir de experimentos realizados em colisores de partículas. Para a formação do QGP é importante que uma alta quantidade de energia seja depositada na área de contato entre os nucleons<sup>3</sup> envolvidos na colisão para que estes “se quebre” em *quarks* e glúons e formem o plasma. Uma forma de fazer isso é acelerando átomos pesados como ouro (Au), urânio (U), cobre (Cu), alumínio (Al) e chumbo (Pb), uns contra os outros. O tamanho desses átomos é a principal diferença entre eles. Isso porque quanto maior é o núcleo atômico, maior é a quantidade de QGP formado. Estes átomos ao serem acelerados, pelo campo eletromagnético gerado nos colisores, perdem seus elétrons e ganham uma alta quantidade de energia cinética, muito maiores que suas energias de repouso.

Os aceleradores de partículas com programas de íons pesados são o Colisor de Íons Pesados (RHIC) [30], que fica no laboratório nacional de *Brookhaven* em Nova York, e o Grande Colisor de Hádrons (LHC) [31], que fica na Organização Europeia de Pesquisas Nucleares (CERN) em Genebra. O RHIC funciona desde os anos dois mil e trabalha com diferentes tipos de átomos pesados com uma energia de centro de massa por par de nucleon,  $\sqrt{s_{NN}}$ , que vai de  $\sqrt{s_{NN}} = 7.7$  até  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV, ou seja, ele consegue colidir uma diversidade

<sup>3</sup> Nome dado aos constituintes dos núcleos, ou seja, prótons e nêutrons

maior de átomos e conseqüentemente, um intervalo maior de energia [32, 14, 33, 34, 35]. Já o LHC também começou a funcionar nos anos dois mil e foca em colisões que envolvem sistemas próton-próton (p-p), p-Chumbo (Pb), e Pb-Pb sendo os mais relevantes as colisões que envolvem sistemas Pb-Pb com energias de  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  e  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV [36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45]. Assim, ele pode alcançar energias mais altas, mas se limita aos sistemas que envolvem prótons e átomos de chumbo. Essa diferença de abordagem entre eles faz com que os experimentos realizados no RHIC e LHC sejam complementares na busca por explorar o diagrama de fases da QCD.

Existe um grande desafio quando se pensa em coletar dados experimentais do plasma, porque o QGP possui um tempo de vida tão curto e um tamanho tão pequeno que não é possível o observar ou medir diretamente no processo de colisão. O que temos acesso nesse tipo de experimento são apenas as partículas finais que chegam nos detectores, majoritariamente produzidas a partir do processo de “re-hadronização” onde os *quarks* e glúons se recombinaem em novos hádrons conforme a energia produzida na colisão é dissipada e o QGP resfriado.

Essas partículas finais são os nossos resultados experimentais. Como usá-las como uma das formas de estudar o QGP indiretamente? Uma forma é identificarmos os processos que ocorrem durante a colisão e, de algum modo, reproduzir esses processos computacionalmente gerando “partículas numéricas”, que simulariam as partículas finais que chegam nos colidores, e comparar suas propriedades com as propriedades dessas partículas experimentais. Aqui nasce a parceria entre os experimentos realizados em colidores de partículas e os modelos computacionais.

Existem diferentes formas de modelar numericamente uma colisão de íons pesados, mas focarei em falar apenas de uma delas: o modelo híbrido computacional. Um modelo híbrido computacional considera que o processo de formação do QGP em uma colisão de íons pesados possui algumas fases. A primeira fase ocorre após alguns fm/c<sup>4</sup> a partir da colisão de dois nucleons com uma expansão rápida do sistema. A evolução dessa colisão até os primeiros 2 fm/c é a fase em que a dinâmica do sistema é a mais incerta. Existem diferentes modelos que descrevem a matéria nesse período da evolução e muitos deles conseguem descrever qualitativamente bem os dados experimentais obtidos [46, 47, 48]. Entretanto, devido a essa fase ainda não ter passado para uma descrição hidrodinâmica, ela é chamada de ‘QGP pré-hidrodinâmico’. A segunda fase é a fase em que o QGP se formou, quando se passou, aproximadamente, 2 fm/c. Há uma forte evidência de que o sistema nessa fase pode ser descrito pela hidrodinâmica, que dura até aproximadamente 7 fm/c, tendo sido chamada de ‘QGP hidrodinâmico’. Com a aproximação dos 12 fm/c a temperatura do sistema diminui de forma que os *quarks* e glúons se recombinaem novamente em hádrons e temos um gás ressonante de hádrons (HRG) interagente. Aqui a densidade hadrônica diminui rapidamente, o suficiente para a expansão ser mais rápida que a taxa de colisões entre os hádrons, assim o sistema não é mais descrito pela hidrodinâmica. A modelagem agora é feita pela teoria cinética.

<sup>4</sup> Um fm/c equivale a, aproximadamente,  $10^{-24}$  segundos

Mais alguns fm/c e o sistema já é um HRG livre onde os momentos dos hádrons não mudam mais e as partículas estáveis fluem livremente em direção aos detectores dos aceleradores. Um esquema desse processo é apresentado na figura 5.

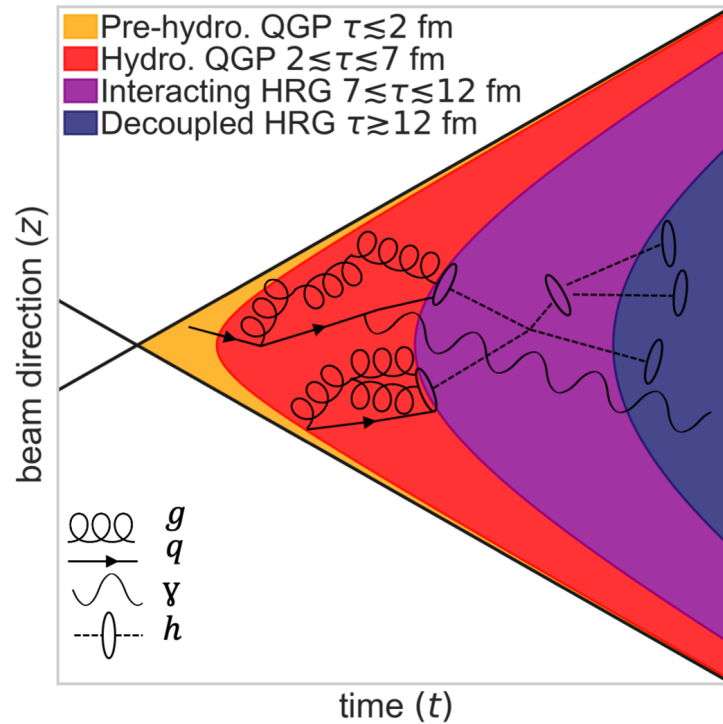


Figura 5 – Uma representação da linha do tempo do processo de colisão de íons pesados conforme a modelagem atual e a compreensão fenomenológica. Os hádrons, *quarks*, glúons e fótons estão simbolizados por  $h$ ,  $q$ ,  $g$  e  $\gamma$  [4].

Cada uma dessas etapas físicas podem ser modeladas distintamente contanto que a saída de um modelo seja compatível como uma entrada do modelo usado na etapa seguinte, formando, assim, uma cadeia de simulações. No capítulo seguinte falo com mais detalhes sobre a cadeia usada neste trabalho e cada um dos modelos escolhidos para cada etapa.



## 2 CADEIA EXTREME

Nesse trabalho uso a cadeia da colaboração ExTREME<sup>1</sup>, figura 6, para descrever numericamente as etapas de uma colisão de íons pesados. Esta cadeia é composta por uma

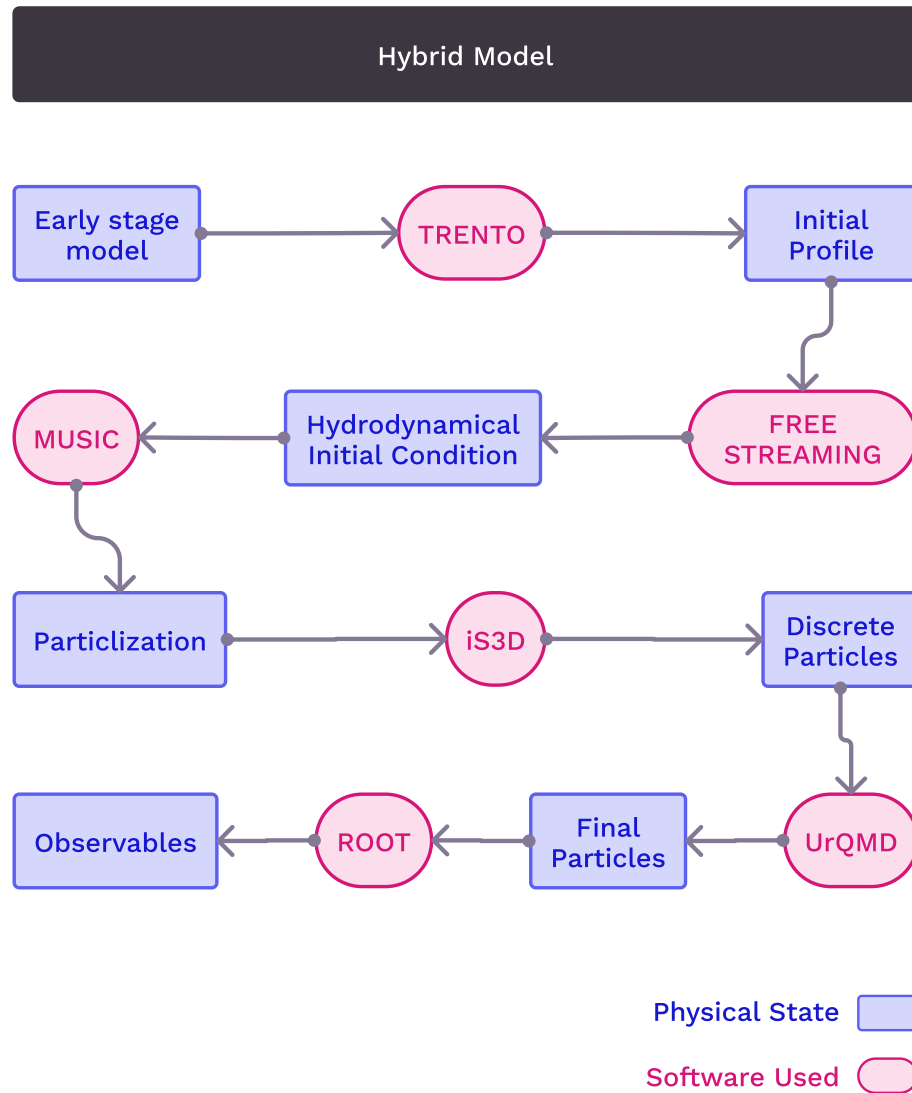


Figura 6 – Uma representação das etapas usadas na cadeia de simulação e os respectivos modelos computacionais usados para cada uma das etapas consideradas.

etapa chamada de estágio inicial onde é gerada uma distribuição de energia na seção transversal da colisão logo após a mesma. Depois desse processo entra o estágio do perfil inicial responsável por evoluir o sistema para próximo do equilíbrio para que a dinâmica do QGP possa ser evoluída pela hidrodinâmica. Chegamos na etapa da hidrodinâmica, responsável por evoluir o plasma de quarks e glúons. Por fim, para podermos evoluir o gás de hádrons gerado após o resfriamento

<sup>1</sup> Sigla para *Experiment and Theory in Extreme Matter*.

do QGP, por meio de um modelo baseado em teoria cinética, adicionamos uma etapa entre a hidrodinâmica e as partículas discretas, responsável por conectar a saída da hidrodinâmica e a entrada da cascata hadrônica, a particlização. Passado o estágio da particlização e das partículas discretas são obtidas as partículas finais que poderão ser analisadas. Nesse capítulo falarei com mais detalhes de cada um dos modelos usados nessas etapas.

## 2.1 CONDIÇÕES INICIAIS

A primeira etapa da cadeia ExTREME envolve a geração das condições iniciais da colisão. Experimentalmente, no encontro entre os núcleos pesados acelerados um em direção ao outro, seus prótons e nêutrons devem interagir entre si depositando energia no espaço-tempo de modo que seus *quarks* e glúons se desconfinem formando o QGP. Modelos de condições iniciais geram perfis de energia ou entropia do instante  $0^+$  após a colisão dos nucleons. Para isso são usadas duas abordagens: modelos dinâmicos e modelos não-dinâmicos.

Modelos dinâmicos procuram gerar os perfis de energia iniciais por um tratamento que considera modelos físicos para a interação do conteúdo dos nucleons: *quarks* e glúons. Se assume tipicamente que essa deposição de energia é dominada pela liberação de glúons dos participantes da colisão, onde esses glúons podem ser descritos por campos de calibre semi-clássicos. Esses campos são obtidos como soluções da equação clássica de Yang-Mills,

$$\vec{D}_\mu^{ab} \vec{F}^{a\mu\nu} = g \vec{J}^{a\nu}, \quad (3)$$

onde  $\vec{D}_\mu^{ab}$  é a derivada covariante de calibre e  $\vec{J}^{a\nu}$  é a corrente de cor devido aos *quarks*. Os campos de cor gerados são virtuais e permanecem como parte integrante dos nucleons até que, durante a colisão dos íons, esses campos interagem e uma grande parte dos glúons virtuais são espalhados *on-shell* resultando em um estado chamado glasma. Além disso, é necessário modelar as flutuações que ocorrem evento-por-evento para que a descrição se aproxime de eventos individuais de colisões de íons pesados. Pensando nisso, modelos dinâmicos usam um formalismo similar ao modelo de Glauber [49], onde as posições dos nucleons são escolhidas de forma randômica por meio da distribuição de densidade nuclear e as fontes de cores são distribuídas dentro dos nucleons individuais [47, 48].

Modelos não-dinâmicos geram as condições iniciais diretamente no tempo de termalização por meio de um *ansatz* para a deposição da entropia. Eles se baseiam na geometria da região de sobreposição entre os dois nucleons que se colidem baseado no modelo de Glauber. Esse modelo foi desenvolvido originalmente para resolver o problema do espalhamento de alta energia com partículas compostas, entretanto é aplicado em modelos não-dinâmicos no limite em que se presume que todas as partículas viajam ao longo de trajetórias retilíneas. Os dois nucleons que se colidem são representados por funções de espessura que representam perfis de densidade Woods-Saxon integradas por toda a direção longitudinal (mais detalhes na seção 2.1.1). A implementação do modelo de Glauber é usualmente feita por Monte Carlo e, portanto,

gera perfis diferentes de condições iniciais para um evento individual [46, 50]. Esse tipo de modelo é a base para o TrENTO<sup>2</sup>, o gerador de condições iniciais usado neste trabalho que falarei com mais detalhes na seção seguinte.

### 2.1.1 TrENTO

O TrENTO é um exemplo de modelo não-dinâmico efetivo visando gerar perfis de entropia inicial realísticos por Monte Carlo sem assumir mecanismos físicos específicos para a produção de entropia, dinâmica de pré-equilíbrio ou termalização [46]. No código, cada colisão entre nucleons no plano transversal é tratada separadamente. Isso porque, pensando que o tempo começou a ser contado no instante em que há a primeira colisão entre nucleons, a distância transversal que uma informação pode propagar até o tempo em que ocorre a última colisão,  $\tau_f$ , entre nucleons é dado pelo limite do cone de luz, ou seja,  $\Delta x^2 + \Delta y^2 = \Delta r^2$  onde  $\Delta r^2 \leq \tau_f^2 \leq (0.1 \text{ fm})^2$ . Nesse sentido, estão causalmente desconectadas as regiões do plano transversal separadas por uma distância maior que 1 fm durante o tempo em que ocorre a sobreposição dos nucleons. Esses nucleons são representados, cada um, por sua “espessura” participante.

Para o caso de dois nucleons, por exemplo, A e B suas espessuras participantes serão representadas como  $T_A$  e  $T_B$  respectivamente,

$$T_{A,B}(x, y) = \int dz \rho_{A,B}(x, y, z), \quad (4)$$

onde  $\rho_{A,B}$  são as densidades dos nucleons. A proposta do TrENTO se baseia na assunção de que a entropia é produzida se  $T_A$  e  $T_B$  se sobrepõe de forma eikonal, sendo assim a aproximação eikonal deve ser válida. É também assumido que existe um campo escalar  $f(T_A, T_B)$  que converte essa espessura participante em deposição de entropia, no plano transversal da colisão, onde a deposição de entropia seja proporcional a uma função de espessura reduzida,

$$\left. \frac{dS}{dy} \right|_{\tau=\tau_0} \propto T_R(p; T_A, T_B). \quad (5)$$

Isso quer dizer que ele toma a espessura desses projéteis e as “reduzem” em uma terceira espessura,  $T_R$ ,

$$f = T_R(p; T_A, T_B) \equiv \left( \frac{T_A^p + T_B^p}{2} \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (6)$$

Considerando que esses nucleons A e B são lançados ao longo do eixo do feixe, o eixo z, estes podem colidir entre si ou não. Para ter essa informação, é amostrada uma probabilidade

<sup>2</sup> Sigla para *Reduced Thickness Event-by-event Nuclear Topology*

de colisão para cada par de interação,

$$P = 1 - \exp \left[ -\sigma_{gg} \int dx dy \int dz \rho_A \int dz \rho_B \right], \quad (7)$$

onde a integral na exponencial é a integral de sobreposição das funções de espessura dos nucleons e  $\sigma_{gg}$  é a seção transversal efetiva dos *quarks* e glúons. Aqueles nucleons que colidem com pelo menos outro nucleon são chamados de participantes e terão uma espessura flutuante dada por

$$\tilde{T}_{A,B}(x, y) = \omega_{A,B} \int dz \rho_{A,B}(x, y, z), \quad (8)$$

onde  $(x, y, z)$  são a posição do nucleon participante e  $\omega_{A,B}$  é um peso aleatório independente amostrado de uma distribuição *gamma* com média unitária,

$$P_k(\omega) = \frac{k^k}{\Gamma(k)} \omega^{k-1} e^{-k\omega}. \quad (9)$$

Esses pesos *gamma* introduzem uma flutuação de multiplicidade adicional na tentativa de reproduzir as grandes flutuações observadas em colisões experimentais para sistemas p-p. É importante mencionar que sistemas compostos por p-núcleo e núcleo-núcleo são tratados como superposição de colisões p-p [46].

De forma simples, os estágios do TrENTO envolvem o 1) sorteio das posições dos nucleons no referencial inercial para cada núcleo; 2) a amostragem de quais desses nucleons serão participantes; 3) cálculo da função de espessura de cada par de nucleons participantes e 4) a obtenção da função de espessura reduzida que gera a densidade de energia inicial depositada, figura 7.

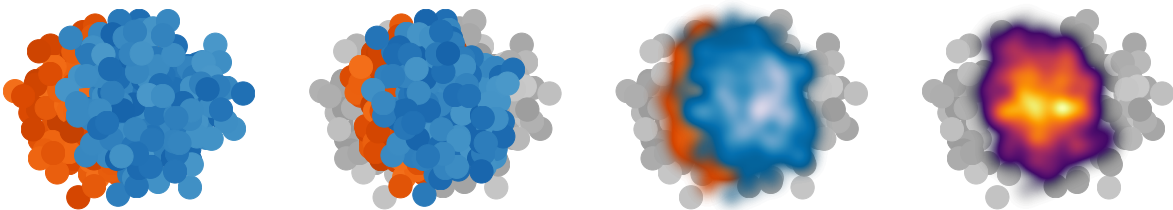


Figura 7 – Estágios do TrENTO: a primeira figura à esquerda se refere às posições dos nucleons que foram sampleadas; a segunda figura à esquerda se refere à escolha dos nucleons não participantes, cinzas, e os que participam das colisões, laranjas e azuis; a segunda à direita se refere à construção das funções  $\tilde{T}_A$  e  $\tilde{T}_B$ ; e por fim a primeira à direita se refere à densidade de entropia inicial calculada a partir de  $T_R$  (figura retirada da referência [51]).

A densidade de energia é a saída do TrENTO que será usada para evoluir dinamicamente o QGP, mas antes o sistema precisa passar por um processo de pré-equilíbrio.

## 2.2 PRÉ-EQUILÍBRIO

Existe a ideia, a partir de resultados experimentais, de que a matéria produzida nas colisões de íons pesados é um plasma fortemente acoplado com uma viscosidade muito pequena. Um sistema com essas características é muito bem descrito pela hidrodinâmica viscosa, onde sua validade depende da matéria estar próxima do equilíbrio térmico local. Entretanto, o sistema que acabou de sofrer com a mudança causada pela colisão não está próximo de um equilíbrio. A etapa de pré-equilíbrio é necessária para conduzir o sistema a esse equilíbrio térmico, ou próximo disso, para que a etapa hidrodinâmica que modela o QGP possa ser usada. Detalhes sobre como esse sistema se aproxima do equilíbrio são ignoradas. O que se sabe é que, para que se tenha a anisotropia do momento dos hádrons, a termalização deve acontecer de forma súbita. A condição inicial gerou a deposição de entropia no instante  $\tau_0 = 0^+$ . Agora o sistema precisa ser evoluído dinamicamente para esse estágio termalizado a fim de que seja possível, posteriormente, se iniciar a hidrodinâmica [52, 53, 54]. Há modelos como o KoMPoST [54] que usam uma descrição cinética efetiva para evoluir o tensor energia-momento do sistema fora do equilíbrio para um tensor energia-momento que possa ser usado na etapa hidrodinâmica. Nesse trabalho, usamos o modelo *Free-streaming* [52] que propaga o sistema livremente com um acoplamento nulo para a construção de um tensor energia-momento que seja compatível com o início da hidrodinâmica. Este será abordado com mais detalhes na seção seguinte.

### 2.2.1 Free-streaming

O *Free-streaming* (FS) é um modelo de pré-equilíbrio que admite que essa entropia que saiu da condição inicial são *quarks* e glúons sem massa e não interagentes que tem um espalhamento livre, ou seja, não possui acoplamento. Esses *quarks* e glúons são, na verdade, uma densidade de *quarks* e glúons que se encontram no plano transversal,  $n(x, y)$ . Estes serão, primeiramente, espalhados livremente e, portanto, no tempo próprio inicial  $\tau_0 = \sqrt{t_0^2 - z_0^2}$  terão trajetórias retilíneas e velocidades iguais a da luz, por não terem massa e não serem acoplados. Depois, por volta do tempo próprio,  $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$ , o sistema é submetido a uma equalização súbita descrita em termos das condições do *matching* de Landau. Quando  $\tau > \tau_0$ , os *quarks* e glúons no ponto transversal  $(x, y)$  estavam originalmente localizados em um anel de raio  $c\Delta\tau$  centrado em  $(x, y)$ , com  $\Delta\tau = \tau - \tau_0$  [52]. E, portanto, a partir de uma cinemática elementar e pela observação de que para tempos próprios suficientemente grandes a rapidez dos *quarks* e glúons é igual à rapidez no espaço-tempo, as posições podem ser escritas como,

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \Delta\tau \cos \phi \\ y &= y_0 + \Delta\tau \sin \phi. \end{aligned} \tag{10}$$

Nesse instante, o tensor energia-momento,  $T^{\mu\nu}$ , na posição  $(x, y)$ , é proporcional à

integral da densidade,  $n(x, y)$ , ao redor do anel:

$$T^{\mu\nu} = A \int_0^{2\pi} d\phi n(x - \Delta\tau \cos \phi, y - \Delta\tau \sin \phi) \times \begin{pmatrix} 1 & \cos \phi & \sin \phi \\ \cos \phi & \cos^2 \phi & \cos \phi \sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \sin \phi & \sin^2 \phi \end{pmatrix}, \quad (11)$$

onde  $A$  é uma constante resultante da integração do momento transversal  $p_\perp$ , o qual é fatorado como consequência de algumas aproximações adotadas, e o formato da matriz é resultado de uma invariância de *boost* que permite cálculos adicionais em  $Y = 0$ . Essa forma do  $T^{\mu\nu}$  também pode ser obtida a partir da resolução da equação de Boltzmann que não considera colisões,  $p^\mu \partial_\mu f(x, p) = 0$  sendo  $f(x, p)$  a função distribuição de *quarks* e glúons, em que esse resultado para partículas sem massa não depende da distribuição de momento transversal original [52].

No tempo de troca do FS para a hidrodinâmica,  $\tau_{FS}$ , o  $T^{\mu\nu}$  gerado na dinâmica FS é igualado ao  $T^{\mu\nu}$  na forma hidrodinâmica,

$$T^{\mu\nu} = e u^\mu u^\nu - (P + \Pi) \Delta^{\mu\nu} + \pi^{\mu\nu}, \quad (12)$$

onde  $e$  e  $P$  são a densidade de energia e a pressão, respectivamente, no referencial inercial local do fluido (LRF),  $\Pi$  é a pressão viscosa local de *bulk*,  $\pi^{\mu\nu}$  é o tensor *shear-stress* e  $u^\mu$  é a velocidade local do fluido. Usando a condição do *matching* de Landau,  $T^{\mu\nu} u_\nu = e u^\mu$ , é possível determinar a densidade de energia e o fluxo de velocidade. Pela equação de estado determinamos a pressão de equilíbrio. A pressão de *bulk* é determinada pela diferença entre ela e a pressão efetiva total,

$$P + \Pi = -\frac{1}{3} \Delta_{\mu\nu} T^{\mu\nu}. \quad (13)$$

Por fim, o tensor *shear-stress* é calculado como,

$$\pi^{\mu\nu} = T^{\mu\nu} - e u^\mu u^\nu + (P + \Pi) \Delta^{\mu\nu}, \quad (14)$$

já que tudo o que está no lado direito da equação são quantidades conhecidas [52, 53]. Com o tensor energia-momento determinado, a saída do FS pode então ser usada para o início da etapa hidrodinâmica.

### 2.3 HIDRODINÂMICA

Sistemas macroscópicos com uma abundância de constituintes microscópicos (da ordem do número de Avogadro) podem ser levados a um estado de máxima desordem, devido à dinâmica da parte microscópica, fazendo com que o seu comportamento global possa ser expresso em termos de alguns campos macroscópicos termodinâmicos. O sistema levará um

período, muito mais curto do que qualquer escala de tempo da dinâmica macroscópica, para relaxar localmente em direção ao equilíbrio térmico. Esse sistema pode ser descrito como um fluido ideal que reage instantaneamente a qualquer mudança nos campos locais. Assim, as equações de movimento para os campos macroscópicos termodinâmicos são as equações para a hidrodinâmica ideal. Elas descrevem como os gradientes de pressão macroscópicos geram um fluxo coletivo da matéria que devem obedecer às restrições impostas pela conservação local da energia, do momento e das cargas [55].

Medidas do fluxo anisotrópico, feitas no RHIC, da colisão do sistema Au-Au com energias de  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV e  $\sqrt{s_{NN}} = 130$  GeV geraram fortes evidências de uma expansão coletiva que, pela primeira vez, estava em concordância quantitativa com as previsões hidrodinâmicas, tanto para as colisões centrais quanto para as colisões não-centrais [55, 56]. Os sistemas envolvidos nesse tipo de colisão possuem em torno de 400 nucleons que ao colidir produzem milhares de partículas secundárias, um sistema muito menor que os sistemas que podem ser descritos pela hidrodinâmica como discutido anteriormente. Entretanto, podemos argumentar que o número de partículas não é requisito essencial para que seja válido usar a hidrodinâmica e a aplicabilidade da mesma não depende de uma descrição de partícula para o sistema em expansão. Na verdade, a abordagem hidrodinâmica é válida quando as taxas de transferência de momento são suficientemente grandes ao nível microscópico, de modo que o relaxamento para o equilíbrio térmico local seja rápido (na escala de tempo macroscópica). A expansão coletiva detectada nas colisões de íons pesados mostra que sua descrição hidrodinâmica depende de um tempo de relaxamento local abaixo de  $1 \text{ fm}/c$ . Assim, só conseguimos descrever o sistema em colisão usando a abordagem hidrodinâmica durante esse intervalo de tempo finito entre a termalização e o *freeze-out* (“esfriamento”) [55].

A célula do fluido termalizado se movendo em um referencial global tem uma quadri-velocidade  $u^\mu$ , onde  $u^\mu = \gamma(v_x, v_y, v_z)$  com  $\gamma = (\sqrt{1 - \vec{v}^2})^{-1}$  e  $u^\mu u_\mu = 1$ . O tensor energia-momento que passa do referencial inercial local para o referencial global é,

$$T^{\mu\nu} = (e + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}, \quad (15)$$

onde  $g^{\mu\nu}$  é a métrica euclidiana do espaço-tempo e  $p$  a pressão do fluido. Esse tensor energia-momento corresponde ao tensor de um fluido ideal onde os efeitos dissipativos podem ser negligenciados.

Nesse sentido, a conservação de energia e momento local podem ser expressos pela relação,

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0, \quad (\nu = 0, \dots, 3). \quad (16)$$

Há também a conservação da carga local  $N_i^\mu$ , que no referencial global  $N_i^\mu = n_i u^\mu$

com  $n_i$  sendo as densidades de carga no referencial inercial local

$$\partial_\mu N^\mu = 0, \quad (i = 1, \dots, M). \quad (17)$$

Para o caso das interações fortes, as cargas locais conservadas são o isospin,  $N_I^\mu$ , a estranheza,  $N_S^\mu$ , e o número bariônico,  $N_B^\mu$ . Na evolução hidrodinâmica, se assume uma simetria de isospin e a estranheza líquida é considerada zero, assim, apenas a corrente bariônica é considerada.

O conjunto de  $4 + M$  equações diferenciais envolve  $5 + M$  campos indeterminados (as 3 componentes independentes do fluxo de velocidade, a densidade de energia, a pressão e as  $M$  densidades de carga conservadas). Para fechar o conjunto de equações precisamos da equação nuclear de estado  $p(e, n_i)$  que relaciona as quantidades termodinâmicas locais. Para resolver essas equações, os coeficientes são determinados combinando a dinâmica dos fluidos com a teoria microscópica que se refere ao sistema subjacente, ou seja, a equação de Boltzmann.

Kovtun, Son e Starinets [57] deduziram que todas as substâncias têm a razão  $\frac{\eta_{vis}}{s} = \frac{1}{4\pi} \approx 6.08 \cdot 10^{-13}$  Ks como seu limite inferior, onde  $\eta_{vis}$  é a viscosidade de *shear* (ou cisalhamento) e  $s$  é a densidade de entropia. Essa ligação entre viscosidade e entropia também pode ser usada para estudar o comportamento de fluido do QGP. A partir dos experimentos se tem uma pista de que a viscosidade do plasma em temperaturas alcançadas no RHIC é bem pequena, mas não é zero.

Policastro, Son e Starinets [58] mostraram que a viscosidade de *shear* pode ser calculada para a teoria supersimétrica  $\mathcal{N} = 4$  de Yang-Mills (SYM) fortemente acoplada,

$$\eta_{vis} = \frac{\pi}{8} N_c^2 T^3, \quad (18)$$

que ao ser combinada com resultados termodinâmicos [59], mostra que a razão entre a viscosidade de *shear* e a entropia para esse tipo de sistema é aquela encontrada por Kovtun, Son e Starinets,  $\frac{\eta_{vis}}{s} = \frac{1}{4\pi}$ .

Levando isso em consideração, uma modelagem mais realista da dinâmica do QGP deve usar as equações da hidrodinâmica relativística viscosa. Essas equações foram, inicialmente, formuladas, tanto por Eckart [60] quanto por Landau e Lifshiz [61], usando como base as equações clássicas de Navier-Stokes e as generalizando para uma abordagem relativística. Porém, essas equações assumem que quantidades dissipativas (como a pressão viscosa de *bulk*,  $\Pi$ , a corrente de difusão de partículas,  $n^\mu$ , e o tensor de *shear-stress*,  $\pi^{\mu\nu}$ ) respondam instantaneamente às interações termodinâmicas, permitindo a propagação acausal de flutuações e instabilidades [62, 63, 64]. Uma alternativa são as equações desenvolvidas por Israel e Stewart (IS) [65] que partem da ideia de que as quantidades dissipativas possuem escalas de tempo ( $\tau_\Pi$ ,  $\tau_n$ ,  $\tau_\pi$ ) e assim podem se aproximar dos valores determinados pelas interações termodinâmicas correspondentes as tornando equações estáveis e causais.

Para o caso da hidrodinâmica viscosa, no referencial de Landau, a conservação de carga local e o tensor energia-momento podem ser decompostos como,

$$\begin{aligned} N^\mu &= nu^\mu + n^\mu, \\ T^{\mu\nu} &= eu^\mu u^\nu - \Delta^{\mu\nu}(P_0 + \Pi) + \pi^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (19)$$

onde a densidade de partículas,  $n$ , a corrente de difusão de partículas,  $n^\mu$ , a densidade de energia,  $e$ , o tensor *shear-stress*,  $\pi^{\mu\nu}$ , e a soma da pressão termodinâmica,  $P_0$ , com a pressão de *bulk*,  $\Pi$ , são definidas como,

$$\begin{aligned} n &\equiv \langle E_k \rangle, \\ n^\mu &\equiv \langle k^{\langle\mu} \rangle \rangle, \\ e &\equiv \langle E_k^2 \rangle, \\ \pi^{\mu\nu} &\equiv \langle k^{\langle\mu} k^{\nu\rangle} \rangle, \\ P + \Pi &\equiv -\frac{1}{3} \langle \Delta^{\mu\nu} k_\mu k_\nu \rangle, \end{aligned} \quad (20)$$

onde  $A^{\mu\nu} \equiv \Delta_{\alpha\beta}^{\mu\nu} A^{\alpha\beta}$  e  $\Delta_{\alpha\beta}^{\mu\nu} \equiv [\Delta_\alpha^\mu \Delta_\beta^\nu + \Delta_\alpha^\nu \Delta_\beta^\mu - (2/3)\Delta^{\mu\nu} \Delta_{\alpha\beta}]/2$  representa o projetor na parte de um tensor de classificação 2 que é simétrico, ortogonal a  $u^\mu$  e sem traço e usando a notação  $\langle \dots \rangle \equiv \sum_i \int dP_i \dots f_i$ .

O modelo de hidrodinâmica viscosa usado para simular o comportamento do QGP nesse trabalho é o *MUSIC* [66, 67, 68].

### 2.3.1 MUSIC

O *MUSIC* é um código de hidrodinâmica relativística viscosa 3 + 1D que usa a hidrodinâmica viscosa de segunda ordem do tipo IS para descrever a evolução espacial-temporal do tensor energia-momento do QGP. As equações do movimento e os coeficientes de transporte do fluido relativístico são extraídos a partir da equação de Boltzmann relativística usando o método DNMR [69, 70]. Como se assume que a carga líquida é zero e não há difusão de cargas, só precisamos resolver as equações de continuidade para o tensor energia-momento, equação 16.

O método DNMR nos leva às seguintes equações com tempos de relaxação,

$$\tau_\Pi \dot{\Pi} + \Pi = -\zeta\theta - \delta_{\Pi\Pi}\Pi\theta + \phi_1\Pi^2 + \lambda_{\Pi\pi}\pi^{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu} + \phi_3\pi^{\mu\nu}\pi_{\mu\nu}, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \tau_\pi \dot{\pi}^{\langle\mu\nu\rangle} + \pi^{\mu\nu} &= 2\eta_{vis}\sigma^{\mu\nu} + 2\tau_\pi\pi_\alpha^{\langle\mu}\omega^{\nu\rangle\alpha} - \delta_{\pi\pi}\pi^{\mu\nu}\theta + \phi_7\pi_\alpha^{\langle\mu}\pi^{\nu\rangle\alpha} \\ &\quad - \tau_{\pi\pi}\pi_\alpha^{\langle\mu}\sigma^{\nu\rangle\alpha} + \lambda_{\pi\Pi}\Pi\sigma^{\mu\nu} + \phi_6\Pi\pi^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (22)$$

sendo  $\omega_{\lambda\rho} \equiv (\nabla_\lambda u_\rho - \nabla_\rho u_\lambda)/2$  o tensor de vorticidade,  $\sigma_{\lambda\rho} \equiv \nabla_{\langle\lambda} u_{\rho\rangle}$  o tensor de *shear* e  $\theta \equiv \nabla_\mu u^\mu$  a expansão escalar, com  $\nabla_\mu = \Delta_\mu^\nu \partial_\nu$ , sendo o gradiente espacial

projetado e as quantidades com o ponto representam as derivadas em relação ao tempo próprio,  $\dot{A} \equiv DA = u^\mu \partial_\mu A$  [69, 71].

Essas equações de movimento são derivadas com base em um esquema sistemático de contagem de potência do número de Knudsen e de Reynolds inverso. O número de Knudsen, (Kn), é a razão entre uma escala microscópica de tempo/comprimento, por exemplo, o caminho livre médio entre as colisões,  $\lambda$ , e uma característica em escala macroscópica do fluido,  $L$ . Já o número inverso de Reynolds é a razão entre as quantidades dissipativas e valores do equilíbrio local dos campos macroscópicos, ou seja,

$$\begin{aligned} R_{\Pi}^{-1} &\equiv \frac{|\Pi|}{P}, \\ R_n^{-1} &\equiv \frac{|n^\mu|}{n}, \\ R_\pi^{-1} &\equiv \frac{|\pi^{\mu\nu}|}{P}, \end{aligned} \quad (23)$$

com  $P$  sendo a pressão termodinâmica e  $n$  é a densidade de partículas no equilíbrio. As quantidades  $\tau_\pi$ ,  $\delta_{\pi\pi}$ ,  $\phi_7$ ,  $\tau_{\pi\pi}$ ,  $\lambda_{\pi\Pi}$ ,  $\phi_6$ ,  $\tau_{\Pi}$ ,  $\delta_{\Pi\Pi}$ ,  $\phi_1$ ,  $\lambda_{\Pi\pi}$  e  $\phi_3$  são os coeficientes de transporte que são funções gerais da temperatura e do potencial químico (se houver). Todos esses coeficientes de transporte são propriedades características de como o QGP responde quando é tirado do equilíbrio [69, 71].

Além disso, os coeficientes de segunda ordem estão relacionados com os coeficientes de primeira ordem da seguinte forma,

$$\begin{aligned} \tau_\pi &= \frac{5\eta_{vis}}{(e + P)}, \\ \delta_{\pi\pi} &= \frac{4}{3}\tau_\pi, \\ \phi_7 &= \frac{9}{70P}, \\ \tau_{\pi\pi} &= \frac{10}{7}\tau_\pi, \\ \lambda_{\pi\Pi} &= \frac{6}{5}, \\ \tau_{\Pi} &= \frac{\zeta}{15\left(\frac{1}{3} - c_s^2\right)^2(e + P)}, \\ \delta_{\Pi\Pi} &= \frac{2}{3}\tau_{\Pi}, \\ \lambda_{\Pi\pi} &= \frac{8}{5}\left(\frac{1}{3} - c_s^2\right)\tau_{\Pi}, \end{aligned} \quad (24)$$

enquanto  $\phi_1 = \phi_3 = \phi_6 = 0$ . Os coeficientes de primeira ordem são parametrizados para serem extraídos das medidas experimentais. Por fim, a equação de estado,  $p = p(e)$ , é fornecida. A sua obtenção pode ser feita por meio de cálculos de QCD na rede [72] e de holografia [73],

por exemplo. Há um conjunto de equações de estado no MUSIC que podem ser acessadas pelas configurações iniciais. Entretanto, a escolha da equação de estado deve considerar que o limite da hidrodinâmica é aquele em todo o sistema passa pelo processo de hadronização, ou seja, a equação de estado usada deve ser aquela que combina a equação de estado da QCD na rede com a equação de estado de um gás de hádrons, figura 8. Pela figura temos que ambas as descrições são válidas em uma temperatura de transição de aproximadamente 154 MeV.

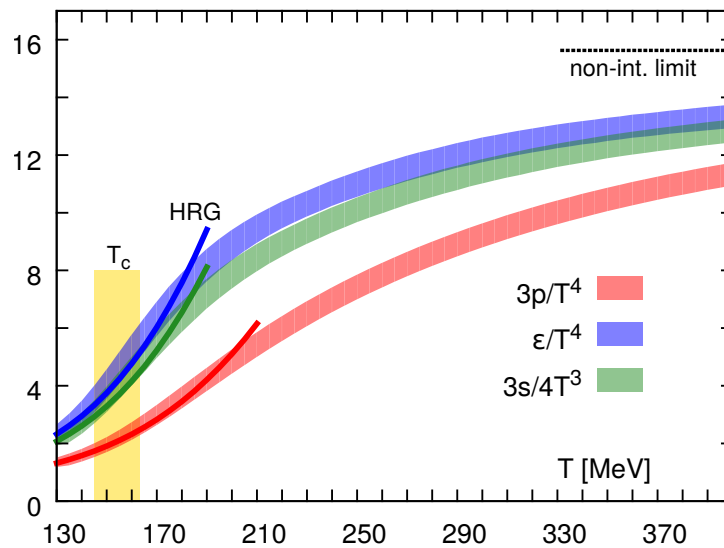


Figura 8 – Gráfico da pressão, densidade de energia e densidade de entropia em função da temperatura onde as linhas mais escuras mostram a predição do modelo de gás de hádrons e as linhas mais claras representam dados da QCD na rede [72].

A saída do código é o tensor energia-momento para o gás quente de hádrons. A partir dele o sistema de gás de hádrons será evoluído, mas antes a descrição contínua precisa passar para uma descrição discreta, é a próxima etapa da cadeia.

## 2.4 PARTICLIZAÇÃO

Com o fim da hidrodinâmica temos o fim da fase QGP, ou seja, há uma transição de fase de um plasma de *quarks* e glúons para um HRG. A partir de agora o que temos são hádrons que se espalham rumo aos detectores dos aceleradores de partículas. Para modelar isso precisamos traduzir a saída da hidrodinâmica, que descreve um sistema em termos de graus de liberdade macroscópicos fortemente acoplados, para uma entrada compatível com o modelo que descreve a evolução do HRG, um sistema em termos de graus de liberdade microscópicos fracamente acoplados. Essa é a etapa da particlicização, um artefato de modelagem que não altera o sistema físico (este é o mesmo antes e depois da particlicização) apenas muda a representação matemática do mesmo.

Em tese, existe uma janela de temperatura próxima à transição de fase do QGP no qual o sistema pode ser descrito tanto pela hidrodinâmica quanto pela teoria cinética e, portanto, será dentro dessa janela de temperatura que a particlicização será feita. A base do

processo de particlização é uma hipersuperfície tridimensional,  $\Sigma$ , construída no espaço-tempo quadridimensional sob temperatura constante [74]. A conversão de toda a energia e momento do fluido em cada espécie,  $i$ , de hádrons na  $\Sigma$  é feita usando a fórmula de Cooper-Frye (CF) [75],

$$E_p \frac{dN_i}{d^3p} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\Sigma} p \cdot d^3\sigma(x) f_i(x, p), \quad (25)$$

onde  $f_i(x, p)$  é função distribuição no espaço de fase.

A função distribuição é escolhida de modo que esta reproduza o  $T^{\mu\nu}$  da etapa hidrodinâmica na  $\Sigma$ . Se o QGP fosse um fluido ideal em equilíbrio local, ao modelá-lo como um gás ideal na hipersuperfície se assume que no LRF a função distribuição de momentos é isotrópica e descrita tanto pela distribuição Bose-Einstein quanto pela Fermi-Dirac [75, 76]. Como discutido na seção 2.3, o QGP não é ideal e, portanto, há fluxos dissipativos que contribuem para o  $T^{\mu\nu}$  na hipersuperfície e a hidrodinâmica não fornece nenhuma informação microscópica sobre como o sistema evolui até a mesma. São infinitas as possibilidades de escolha para qual será a forma de  $f_i$  quando não temos informações hidrodinâmicas sobre os momentos de  $f_i$  e em como dividir o tensor energia-momento do fluido nas diferentes contribuições de cada espécie  $i$  de hádrons [77, 78, 79, 80]. O *ansatz* mais comum sobre a forma da função distribuição é adicionando um termo relacionado a parte fora do equilíbrio,  $\delta f$ , na função distribuição  $f_i$ ,

$$f_i(x, p) = f_{eq,i}(x, p) + \delta f_i(x, p), \quad (26)$$

onde  $f_{eq,i}$  é a equação de Maxwell-Jüttner,

$$f_{eq,i}(x, p) = g_i \left[ \exp \left( \frac{p \cdot u(x)}{T(x)} - b_i \alpha_B(x) \right) + \Theta_i \right]^{-1}, \quad (27)$$

sendo  $g_i = 2s_i + 1$  e  $b_i$  as degenerescências de spin e número bariônicos das  $i$  espécies, respectivamente,  $T(x)$  a temperatura,  $\alpha_B(x) = \mu_B/T(x)$  a razão entre o potencial químico bariônico e a temperatura e  $\Theta_i = (-1, 1)$  é referente a estatística quântica das partículas (Bose-Einstein ou Fermi-Dirac). A forma do  $\delta f$  e outras formas para  $f_i$  serão discutidas com mais detalhes no capítulo seguinte.

Com a forma de  $f_i$  definida, é possível calcular a probabilidade de uma partícula do tipo  $i$  ser emitida de uma célula do QGP com um certo momento, figura 9. Assim, com o fim da particlização, temos como produto um ensemble de partículas com posições e momentos bem definidos que serão usados como entrada para a evolução dinâmica do gás de hádrons. Nesse trabalho o modelo usado para realizar o processo de particlização na cadeia é o iS3D.

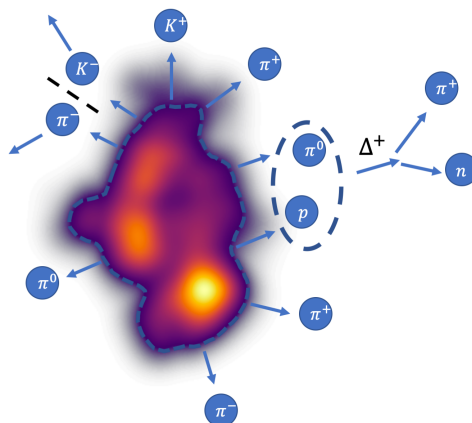


Figura 9 – Representação da conversão de uma célula hidrodinâmica em hádrons ressonantes sobre uma  $\Sigma$  isotérmica, linhas tracejadas azuis, em um intervalo de tempo próprio fixo (figura retirada da referência [4]).

### 2.4.1 iS3D

O iS3D [81] é um código de particlização que lê hipersuperfícies (2+1)D ou (3+1)D que saem da etapa hidrodinâmica e a partir dessa  $\Sigma$  calcula o espectro de partículas em 3D com o uso da fórmula de CF. O código permite quatro opções para a forma de  $f_i$  com a correção viscosa: o método do Grad [82], a expansão de primeira ordem do Chapman-Enskog com aproximação do tempo de relaxação [83, 84, 85], a função distribuição modificada de Pratt-Torrieri-Bernhard (PTB) [86, 87] e a função distribuição modificada de Pratt-Torrieri-McNelis (PTM) [81, 87]. Falarei com mais detalhes das formas como as correções viscosas são implementadas em  $f_i$  no capítulo que segue.

A partir de uma determinada saída hidrodinâmica em uma hipersuperfície são gerados eventos com informações completas de posição e momento em que o amostrador de partículas é validado por meio de testes que comparam os espectros de momentos amostrados com a média de eventos escolhidos e as distribuições de espaço-tempo por meio da fórmula de CF avaliada numericamente [81]. O que sai do iS3D é compatível para ser usado como entrada para o modelo de evolução do HRG.

## 2.5 EVOLUÇÃO HADRÔNICA

Com as partículas amostradas a partir do processo de particlização podemos partir para a última etapa da cadeia: evoluir as partículas dinamicamente. O modelo usado para a evolução temporal do gás de hádrons é o transporte de Boltzmann. Nesse processo é considerado que essas partículas interagem entre si e modelado que haja espalhamentos e decaimentos dessas partículas até o *freeze-out*. Isso é feito a partir da resolução da equação de Boltzmann,

$$\frac{df_i(x, p)}{dt} = C_i(x, p), \quad (28)$$

onde  $f_i$  é a função distribuição de uma determinada espécie  $i$  e  $C_i$  é o termo de colisão. Nela, o tempo de evolução da  $f_i$  é estipulado para cada espécie  $i$  a partir do  $C_i$ . O termo do campo médio é omitido, portanto, apenas as colisões, que podem ser elásticas (trocas de momento entre partículas) e inelásticas (decaimentos), são consideradas.

O código usado para a implementação do transporte de Boltzmann é o UrQMD<sup>3</sup> [88, 89].

### 2.5.1 UrQMD

O UrQMD é um modelo de transporte microscópico que resolve efetivamente a equação de Boltzmann,

$$\frac{df_i(x, p)}{dt} \equiv \frac{\partial p}{\partial t} \frac{\partial_i(x, p)}{\partial p} + \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial_i(x, p)}{\partial x} + \frac{\partial_i(x, p)}{\partial t} = C_i(x, p), \quad (29)$$

por meio da propagação de partículas ao longo de linhas retas, calculando a formação de ressonâncias e decaimentos e pela seleção de colisões estocásticas binárias. Os estágios de *freeze-out* (químico e cinético) surgem naturalmente durante a dinâmica microscópica, sendo que o *freeze-out* químico pode ocorrer antes que o *freeze-out* cinético e com uma temperatura maior que o mesmo. O modelo também permite que espécies diferentes de partículas cheguem ao *freeze-out* separadamente umas das outras, já que as seções transversais de dispersões são diferentes.

Considerando que o sistema é suficientemente diluído, as colisões binárias são os tipos de colisões predominantes no sistema, assim, o termo de colisão na equação 28 inclui apenas as colisões binárias, fazendo válida a descrição do sistema por meio do transporte microscópico. Nesse sentido, o sistema não pode ser muito quente e denso. Para determinar se houve uma colisão binária, a distância entre as partículas,  $d$ , deve ser menor ou igual à relação  $\sqrt{\frac{\sigma_i}{\pi}}$ , onde  $\sigma_i$  é a seção de choque total de cada possível par de partículas.

O código possui uma tabela das partículas com seções de choque  $\sigma_i$  medidas experimentalmente para alguns tipos de pares de partículas. Essas seções medidas são entre bárion-bárion, méson-méson, méson-bárion e antibárion-bárion. As seções de choque desconhecidas são calculadas por meio do método do modelo de *quarks* aditivo [90]. É importante dizer que a tabela de partículas nesse processo devem ser a mesma que sai da etapa de particlização, portanto o código iS3D possibilita a escolha da tabela de partículas do UrQMD para a amostragem das mesmas na hipersuperfície.

Além disso, tanto a etapa de particlização quanto a etapa do transporte microscópico realizam *oversampling*, ou seja, a amostragem das partículas é feita mais de uma vez para a mesma saída hidrodinâmica para produzir uma quantidade de partículas finais suficientes para que a precisão dos observáveis finais seja maior.

<sup>3</sup> Sigla para *Ultra-relativistic Quantum Molecular Dynamics*

Com o fim do transporte hadrônico, sua saída são arquivos com informações do tipo da partícula, sua energia, seu momento e o ângulo final em que foi emitida. É partir dessas informações que obtemos, por exemplo, a multiplicidade de partículas carregadas,  $\frac{dN_{ch}}{d\eta}$ , o momento transversal médio,  $p_{\perp}$  e os fluxos anisotrópicos,  $v_n$ . Esse é o fim da cadeia e cabe agora as análises dessas informações feitas por meio de códigos como o *ROOT* [91], um código aberto para análise de dados muito usado pela física de altas energias.



### 3 CORREÇÕES VISCOSAS

As formas de acrescentar correções viscosas na função distribuição presente na fórmula de CF, equação 25, serão discutidas nesse capítulo com mais detalhes. São duas maneiras de fazer isso: 1) por meio de alterações na forma da função distribuição de equilíbrio com a adição de termos dissipativos na exponencial da função e 2) por meio da adição de um termo  $\delta f_i$ , como na equação 26, linearizado em torno do  $\pi^{\mu\nu}$ ,  $\Pi$  e  $N_B^\mu$ .

Inicialmente serão apresentadas as correções viscosas implementadas no  $\delta f$  linearizado e seus exemplos, o método Grad, a implementação usual da expansão de primeira ordem do Chapman-Enskog com aproximação do tempo de relaxação (RTA) e uma nova forma da expansão de primeira ordem do Chapman-Enskog com aproximação do tempo de relaxação (nRTA). Por fim, será apresentada a correção viscosa implementada na  $f_{eq}$  e seu exemplo, o PTB.

#### 3.1 CORREÇÕES VISCOSAS LINEARES

Iniciamos com a equação de Boltzmann relativística,

$$p_i^\mu \partial_\mu f_i = C_i[f], \quad (30)$$

onde  $p_i^\mu = (p_i^0, \vec{p}_i)$ , com  $p_i^0 = \sqrt{\vec{p}_i^2 + m_i^2}$  e  $m_i$  é a massa das partículas. Considerando apenas colisões elásticas binárias para o termo de colisão, pela teoria cinética a corrente conservada de carga,  $N^\mu$ , é o primeiro momento da função distribuição,

$$N^\mu = \sum_i \int dP_i p_i^\mu f_i, \quad (31)$$

com  $dP_i \equiv g_i d^3\vec{p}_i / [(2\pi)^3 p_i^0]$  e o tensor energia-momento,  $T^{\mu\nu}$ , é o segundo momento da função distribuição,

$$T^{\mu\nu} = \sum_i \int dP_i p_i^\mu p_i^\nu f_i. \quad (32)$$

Tanto  $N^\mu$  quanto  $T^{\mu\nu}$  podem ser decompostos em relação ao quadri vetor velocidade do fluido  $u^\mu$ . No referencial de Landau, a velocidade é definida como o fluxo da energia total,

$$u_\mu T^{\mu\nu} \equiv e u^\nu. \quad (33)$$

Escrevendo o momento das partículas,  $p_i^\mu$ , como uma soma da sua componente paralela com a sua componente ortogonal ao vetor velocidade  $u^\mu$ ,

$$p_i^\mu = E_{\vec{p}} u^\mu + p^{(\mu)}, \quad (34)$$

onde  $E_{\vec{p}} \equiv u_{\mu} p^{\mu} \equiv u \cdot p$ . O tensor decomposição de  $N^{\mu}$  e  $T^{\mu\nu}$  leva a equação 19, discutida da seção 2.3, com a densidade de partículas  $n$ , a corrente de difusão de partículas,  $n^{\mu}$ , a densidade de energia,  $e$ , o tensor *shear-stress*,  $\pi^{\mu\nu}$ , e a soma da pressão termodinâmica,  $P_0$ , com a pressão de *bulk*,  $\Pi$ , definidas como na equação 20.

O conhecimento sobre o  $\delta f$  vem desses  $N^{\mu}$  e  $T^{\mu\nu}$  providenciados pela evolução da etapa hidrodinâmica viscosa. O foco será dado apenas as partes de  $f_i$  que contribuem significativamente para os momentos hidrodinâmicos. Para isso,  $\delta f_i$  será linearizado em torno de  $\pi^{\mu\nu}$ ,  $\Pi$  e  $N_B^{\mu}$ ,

$$\delta f_i(x, p) \approx c_{\pi,i}(x, p) p_{\langle\mu} p_{\nu\rangle} \pi^{\mu\nu}(x) + c_{\Pi,i}(x, p) \Pi(x) + c_{N,i}(x, p) p_{\langle\mu} N_B^{\mu}(x), \quad (35)$$

onde  $c_{\pi,i}$ ,  $c_{\Pi,i}$  e  $c_{N,i}$  são coeficientes da expansão que possuem dependência tanto espacial quanto de momento por conta de  $f_{eq,i}(x, p)$ ,  $T(x)$ ,  $\alpha_B(x)$  e potências de  $E_{\vec{p}}$ .

### 3.1.1 Método Grad

O método Grad (também chamado de aproximação dos 14 momentos) é um dos métodos mais populares de linearização da função distribuição em torno da sua forma no equilíbrio local,  $f_{eq,i}$ . Nesse método, a função distribuição no equilíbrio é fatorada de  $f_i$  como,

$$f_i = f_{eq,i}(1 + \bar{f}_{eq,i}\phi_i), \quad (36)$$

em que  $\delta f_i = f_i - f_{eq,i} \equiv f_{eq,i} \bar{f}_{eq,i} \phi_i$  e  $\bar{f}_{eq,i} \equiv 1 - \frac{\Theta}{g_i} f_{eq,i}$ . O termo  $\phi_i$  é expandido em uma série de tensores irreduzíveis do quadrimomento da partícula,  $p^{\mu}$ :  $1$ ,  $p^{\langle\mu}$ ,  $p^{\langle\mu} p^{\nu\rangle}$ ,  $p^{\langle\mu} p^{\nu} p^{\lambda\rangle}$ , ..., como base completa. A expansão é truncada no momento de segunda ordem,  $p^{\langle\mu} p^{\nu\rangle}$ . Considerando um sistema gasoso com mais de uma espécie de partículas e com um potencial químico bariônico nulo,

$$\delta f_i = f_{eq,i} \bar{f}_{eq,i} (b_i c^{\mu} p_{\mu} + c^{\mu\nu} p_{\mu} p_{\nu}), \quad (37)$$

onde os termos  $c^{\mu}$  e  $c^{\mu\nu}$  são os coeficientes da expansão [92, 93].

Uma simplificação dos cálculos é feita ao assumir que os componentes irreduzíveis dos coeficientes  $c_{\mu}$  e  $c_{\mu\nu}$  não dependem das espécies das partículas. A contração irreduzível dos tensores leva a um  $\phi_i$  com a forma,

$$\begin{aligned} \delta f_i^{\text{GRAD}} &= f_{eq,i} \bar{f}_{eq,i} \left( c_T m_i^2 + b_i (c_B (u \cdot p) + c_V^{\langle\mu} p_{\langle\mu} + c_E (u \cdot p)^2 \right. \\ &\quad \left. + c_Q^{\langle\mu} (u \cdot p) p_{\langle\mu} + c_{\pi}^{\langle\mu\nu} p_{\langle\mu} p_{\nu\rangle} \right). \end{aligned} \quad (38)$$

Os coeficientes irreduzíveis são resolvidos inserindo a equação 38 nas condições do *matching* de Landau para a densidade bariônica,  $n_B$ , a densidade de energia,  $e$ , o tensor

*shear-stress*,  $\pi^{\mu\nu}$ , a pressão viscosa de *bulk*,  $\Pi$ , e a corrente de difusão bariônica,  $N_B^\mu$ :

$$\begin{aligned}
\delta n_B &= \langle b_i(u \cdot p) \rangle_\delta = 0, \\
\delta e &= \langle (u \cdot p)^2 \rangle_\delta = 0, \\
Q^\mu &= \langle (u \cdot p)p^{(\mu)} \rangle_\delta = 0, \\
\Pi &= \frac{1}{3} \langle (-p \cdot \delta \cdot p) \rangle_\delta, \\
N_B^\mu &= \langle b_i p^{(\mu)} \rangle_\delta, \\
\pi^{\mu\nu} &= \langle p^{(\mu} p^{\nu)} \rangle_\delta.
\end{aligned} \tag{39}$$

A soma é feita sobre o número de ressonâncias,  $i = 1, \dots, I_R$ , e  $\langle \dots \rangle_\delta \equiv \sum_i \int dP_i g_i \dots \delta f_i$ . A partir dessas expressões os coeficientes irreduzíveis são obtidos,

$$\begin{aligned}
c_T &= \frac{\Pi \mathcal{P}}{\mathcal{A}_{21} \mathcal{P} + \mathcal{N}_{31} \mathcal{Q} + \mathcal{J}_{41} \mathcal{R}}, \\
c_B &= \frac{\Pi \mathcal{Q}}{\mathcal{A}_{21} \mathcal{P} + \mathcal{N}_{31} \mathcal{Q} + \mathcal{J}_{41} \mathcal{R}}, \\
c_E &= \frac{\Pi \mathcal{R}}{\mathcal{A}_{21} \mathcal{P} + \mathcal{N}_{31} \mathcal{Q} + \mathcal{J}_{41} \mathcal{R}}, \\
c_V^{(\mu)} &= \frac{N_B^\mu \mathcal{J}_{41}}{\mathcal{N}_{31}^2 - \mathcal{M}_{21} \mathcal{J}_{41}}, \\
c_Q^{(\mu)} &= \frac{N_B^\mu \mathcal{N}_{31}}{\mathcal{N}_{31}^2 - \mathcal{M}_{21} \mathcal{J}_{41}}, \\
c_\pi^{(\mu\nu)} &= \frac{\pi^{\mu\nu}}{2(e + \mathcal{P}_{eq}) T^2},
\end{aligned} \tag{40}$$

em que  $\mathcal{P}_{eq}(e, n_B)$  é a pressão de equilíbrio e

$$\begin{aligned}
\mathcal{P} &= \mathcal{N}_{30}^2 - \mathcal{J}_{40} \mathcal{M}_{20}, \\
\mathcal{Q} &= \mathcal{B}_{10} \mathcal{J}_{40} - \mathcal{A}_{20} \mathcal{N}_{30}, \\
\mathcal{R} &= \mathcal{A}_{20} \mathcal{M}_{20} - \mathcal{B}_{10} \mathcal{N}_{30}.
\end{aligned} \tag{41}$$

Os termos  $\mathcal{J}_{kq}$ ,  $\mathcal{N}_{kq}$ ,  $\mathcal{M}_{kq}$ ,  $\mathcal{A}_{kq}$  e  $\mathcal{B}_{kq}$  são integrais térmicas. Para a definição dessas integrais e mais detalhes sobre os coeficientes ver a referência [93].

Ignorar os termos de ordem maiores que o tensor de segunda ordem implica que  $|\delta f^{\text{GRAD}}| \leq f_{eq,i}$ , entretanto  $\delta f^{\text{GRAD}}$  escala linearmente com  $\pi^{\mu\nu}$  e  $\Pi$  e escala linearmente ou quadraticamente com  $p_i^\mu$ , assim, para valores moderadamente grandes de  $\pi^{\mu\nu}$  e  $\Pi$ , mesmo para momentos moderados, ocorre  $|\delta f| > f_{eq,i}$  ou então para valores pequenos de  $\pi^{\mu\nu}$  e  $\Pi$ , mas com momentos altos também ocorre  $|\delta f| > f_{eq,i}$ . Quando  $f_i$  se torna negativa, o método de truncagem da expansão em ordem linear e a interpretação de  $f_i$  como uma probabilidade da qual o momento e posição das partículas é amostrada são formalmente invalidados [94]. Uma solução seria incluir os momentos não hidrodinâmicos na expansão, mas usá-los como

uma entrada macroscópica com  $N_B^\mu$  e  $T^{\mu\nu}$  exige a resolução de um conjunto de equações de evolução para estes momentos de ordem superior com a simulação da dinâmica dos fluidos [93]. Outra solução, usada pelo código do iS3D, é avaliar a fórmula de CF por meio de integração numérica para obter uma função contínua de espectros de momento porque, assim, é possível integrar as regiões onde a densidade do espaço de fase se torna negativa esperando que essas não tenham muito peso. Entretanto, quando estamos usando o integrando de CF para criar eventos com colisões reais, com um número finito de partículas reais sendo emitidas da hipersuperfície, as regiões com  $f_i$  negativo são descartadas. Essa modificação na fórmula de CF viola ligeiramente a conservação de energia, momento e de carga no processo de particlização, não havendo mais uma reprodução suficientemente precisa de  $N_B^\mu$  e  $T^{\mu\nu}$  [81].

### 3.1.2 Aproximação do tempo de relaxação

O método que estou chamando de forma bem compacta de RTA é um método que envolve uma expansão em torno de  $f_{eq,i}$  onde os coeficientes da expansão são derivados da equação de Boltzmann, chamada de expansão de Chapman-Enskog, enquanto o termo de colisão é aproximado pelo tempo de relaxação.

A equação relativística de Boltzmann com a aproximação do tempo de relaxação é dada por,

$$p^\mu \partial_\mu f_i = -(u \cdot p) \frac{\delta f_i}{\tau}, \quad (42)$$

onde  $\tau$  é o tempo de relaxação. O tempo de relaxação precisa ser independente do momento e da velocidade do fluido no referencial de Landau para garantir a conservação de  $N_B^\mu$  e  $T^{\mu\nu}$ . Isolando  $\delta f$  na equação 42 podemos reescrever a função distribuição como  $f_i = f_{eq,i} - (\tau/(u \cdot p)) p^\mu \partial_\mu f_i$  e resolvê-la iterativamente para obter,

$$\begin{aligned} f_{1,i} &= f_{eq,i} - \frac{\tau}{u \cdot p} p^\mu \partial_\mu f_{eq,i}, \\ f_{2,i} &= f_{eq,i} - \frac{\tau}{u \cdot p} p^\mu \partial_\mu f_{1,i}, \\ &\vdots, \end{aligned} \quad (43)$$

onde  $f_{n,i} = f_{eq,i} + \delta f_{1,i} + \delta f_{2,i} + \dots + \delta f_{n,i}$ . Para derivadas de primeira ordem,

$$\delta f_{1,i} = -\frac{\tau}{u \cdot p} p^\mu \partial_\mu f_{eq,i}. \quad (44)$$

As leis de conservação de ordem zero do número bariônico líquido,  $u^\mu \partial_\mu \alpha_B = \mathcal{G}\theta$ , da energia,  $u^\mu \partial_\mu T = \mathcal{F}\theta$ , e do momento,  $u^\mu \partial_\mu u^\nu = \Delta^{\mu\nu} \partial_\nu \ln T$ , serão usadas para reescrever as derivadas da temperatura e do fluxo de velocidade, assim como as relações  $\Pi = -\zeta\theta$ ,

$\pi^{\mu\nu} = 2\eta_{vis}\sigma^{\mu\nu}$  e  $N_B^\mu = \kappa_B\Delta^{\mu\nu}\partial_\nu\alpha_B$  obtemos,

$$\delta f^{\text{RTA}} = f_{eq,i}\bar{f}_{eq,i}\left[\frac{\Pi}{\beta_\Pi}\left(\frac{(u\cdot p)\mathcal{F}}{T^2} - \frac{p\cdot\Delta\cdot p}{3(u\cdot p)T} + b_i\mathcal{G}\right) + \frac{N_B^\mu p_{\langle\mu}}{\beta_V}\left(\frac{n_B}{e + P_{eq}} - \frac{b_i}{(u\cdot p)}\right) + \frac{\pi_{\mu\nu}p^{\langle\mu}p^{\nu\rangle}}{2\beta_\pi(u\cdot p)T}\right], \quad (45)$$

onde  $\beta_\pi = \frac{\eta_{vis}}{\tau}$  sendo  $\eta_{vis}$  a viscosidade de *shear*,  $\beta_\Pi = \frac{\zeta}{\tau}$  sendo  $\zeta$  a viscosidade de *bulk*, e  $\beta_V = \frac{\kappa_B}{\tau}$  sendo  $\kappa_B$  o coeficiente de difusão bariônica.

Da mesma forma que foram obtidos os coeficientes do método Grad são obtidos os coeficientes para o RTA substituindo a equação 45 nas condições do *matching* de Landau para a densidade bariônica,  $n_B$ , a densidade de energia,  $e$ , o tensor *shear-stress*,  $\pi^{\mu\nu}$ , a pressão viscosa de *bulk*,  $\Pi$ , e a corrente de difusão bariônica,  $N_B^\mu$ , resultando em,

$$\begin{aligned} \beta_\Pi &= \mathcal{G}n_B T + \frac{\mathcal{F}(e + P_{eq})}{T} + \frac{5\mathcal{J}_{32}}{3T}, \\ \beta_V &= \mathcal{M}_{11} - \frac{n_B^2 T}{e + P_{eq}}, \\ \beta_\pi &= \frac{\mathcal{J}_{32}}{T}. \end{aligned} \quad (46)$$

Assim como no método Grad, se assume que os coeficientes do RTA são independentes das espécies de hádrons e ajustados para reproduzir o tensor energia-momento do fluido. Os termos  $\mathcal{G}$ ,  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{M}_{kq}$  e  $\mathcal{J}_{kq}$  são integrais térmicas. Para a definição dessas integrais e mais detalhes sobre os coeficientes ver a referência [93]. Da mesma forma, o RTA também possui o problema de gerar valores negativos de  $f_i$  como discutido na seção anterior e sua solução no código do iS3D é feita da mesma forma.

### 3.1.3 Nova aproximação do tempo de relaxação

O que estou chamando de nRTA [95, 96] é um método que também envolve a expansão de Chapman-Enskog, mas a aproximação do termo de colisão pelo tempo de relaxação proposto difere do usual a fim de “consertar” problemas fundamentais e manter as propriedades básicas do operador de colisão linearizado. Isso porque o RTA não é consistente com as leis de conservação macroscópicas,

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = -\left\langle \frac{(u\cdot p)}{\tau} p_i^\mu \right\rangle_{\delta f} \neq 0. \quad (47)$$

Entretanto, se considerarmos um  $\tau$  que não depende do momento e de propriedades

da partícula, como a massa, junto ao uso do *matching* de Landau resulta em

$$\left\langle \frac{(u \cdot p)}{\tau} p_i^\mu \right\rangle_{\delta f} = \frac{1}{\tau} (\delta e u^\mu + h^\mu) \equiv 0, \quad (48)$$

o que artificialmente restringe o escopo da aproximação, já que as leis de conservação devem ser válidas independentemente das condições de *matching*. Além disso, é esperado que algumas teorias microscópicas levem a tempos de relaxação que possuam uma dependência do momento.

A nova aproximação pelo tempo de relaxação propõe que o termo de colisão linearizado,  $\vec{L}^{\text{RTA}}$ , tenha a forma,

$$\vec{L}^{\text{RTA}} \approx -\frac{1}{\tau} \left( \mathbb{1} + \sum_{n=1}^5 |\lambda_n\rangle \langle \lambda_n| \right), \quad (49)$$

no espaço de Hilbert com  $|\lambda_n\rangle$  sendo o quinto autovetor ortonormal degenerado de  $\vec{L}^{\text{RTA}}$  e que  $\vec{L}^{\text{RTA}} |\lambda_n\rangle = 0$ . Essa nova expressão é o RTA usual combinado com contratermos de modo que o operador se torne um projetor no subespaço ortogonal a  $|\lambda_n\rangle$ . Com a modificação, a igualdade  $\vec{L}^{\text{RTA}} |\lambda_n\rangle = 0$  será válida independentemente das condições de *matching* ou dependência do tempo de relaxação com a energia.

Reescrevendo as quantidades microscópicas conservadas como uma base ortonormal e escrevendo o termo de correção para o nRTA, usando a aproximação de Chapman-Enskog de primeira ordem, em termos das correntes de dissipação  $\Pi$  e  $\pi^{\mu\nu}$ ,

$$\delta f_i^{\text{nRTA}} \equiv f_{eq,i} \bar{f}_{eq,i} \left( \phi_i^{\text{bulk}} + \phi_i^{\text{shear}} \right), \quad (50)$$

em que,  $\phi_i^{\text{bulk}}$  é a parte do termo de correção relacionada a corrente dissipativa  $\Pi$  e  $\phi_i^{\text{shear}}$  é a parte do termo de correção relacionado a corrente dissipativa  $\pi^{\mu\nu}$  [97].

O tempo de relaxação é parametrizado como,

$$\tau = t \left( \frac{(u \cdot p)}{T} \right)^\gamma, \quad (51)$$

em que  $t$  é uma escala de tempo que não depende do momento e  $\gamma$  é um parâmetro fenomenológico que é o mesmo para todas as partículas e abrange a interação microscópica entre elas. A partir disso, a forma de  $\phi_i^{\text{bulk}}$  é dada por,

$$\begin{aligned} \phi_i^{\text{bulk}} = & \frac{\Pi}{\beta_\Pi} \left[ \frac{1}{3T^2} \left( \frac{(u \cdot p)}{T} \right)^{\gamma-1} \left( -\Delta^{\lambda\sigma} p_\lambda p_\sigma^{(i)} \right) + \tilde{\varphi}_i^{\gamma+1} \left( \frac{(u \cdot p)}{T} \right)^{\gamma+1} + \right. \\ & \left. \left( \varphi_i^{1,a} + \varphi_i^{1,b} + \varphi_i^{1,c} \right) \left( \frac{(u \cdot p)}{T} \right) \right]. \end{aligned} \quad (52)$$

As componentes  $\varphi_i^{\gamma+1}$  e  $\varphi_i^{1,a}$  são escritas como,

$$\begin{aligned}\varphi_i^{\gamma+1} &= -\frac{\mathcal{J}_{31}}{\mathcal{J}_{30}^j} = -c_s^2, \\ \varphi_i^{1,a} &= \frac{T^{2-\gamma} \left( c_s^2 J_{30}^i - J_{31}^i \right)}{T^2 J_{(3-\gamma)0}^i},\end{aligned}\quad (53)$$

onde  $\mathcal{J}_{kq}$  e  $J_{kq}^i$  são integrais térmicas,  $\mathcal{J}_{kq} \equiv \sum_{i=0}^{I_{spec}} \mathcal{J}_{kq}^i$ ,  $J_{kq}^i \equiv \frac{1}{(2q+1)!!} \langle (-\Delta^{\lambda\sigma} p_\lambda p_\sigma^i)^q (u \cdot p)^{n-2} \rangle_{\tilde{e}q,i} = \int dP_i(\dots) f_{eq,i} \bar{f}_{eq,i}$ .

Enquanto as componentes  $\varphi_i^{1,b}$  e  $\varphi_i^{1,c}$  dependem de qual partícula é chamada de '1',

$$\begin{aligned}\varphi_{i=1}^{1,b} &= \frac{1}{T^2} \sum_{j \neq 1} \sum_{k \neq 1} \frac{J_{30}^j}{J_{30}^1} (\tilde{M}^{-1})_{jk} \left( c_s^2 J_{30}^k - J_{31}^k \right), \\ \varphi_{i \neq 1}^{1,b} &= -\frac{1}{T^2} \sum_{j \neq 1} (\tilde{M}^{-1})_{jk} \left( c_s^2 J_{30}^j - J_{31}^j \right), \\ \varphi_{i=1}^{1,c} &= \frac{1}{T^\gamma} \frac{1}{\mathcal{J}_{30}} \left( c_s^2 \mathcal{J}_{(\gamma+3)0} - \mathcal{J}_{(\gamma+3)1} \right) - \left( c_s^2 \tilde{\mathcal{A}}_{\gamma+3} - \tilde{\mathcal{B}}_{\gamma+3} \right).\end{aligned}\quad (54)$$

sendo  $\tilde{\mathcal{A}}_{\gamma+3} = \sum_k \frac{(J_{30}^k)^2}{J_{(3-\gamma)0}^k}$  e  $\tilde{\mathcal{B}}_{\gamma+3} = \sum_k \frac{J_{30}^k J_{31}^k}{J_{(3-\gamma)0}^k}$ . Enquanto o coeficiente  $\beta_\Pi$  é escrito como,

$$\begin{aligned}\beta_\Pi &= \frac{1}{T^{\gamma+1}} \left( -c_s^2 \mathcal{J}_{(\gamma+3)1} + \frac{5}{3} \mathcal{J}_{(\gamma+3)2} \right) + \frac{1}{T^{\gamma+1}} \left( c_s^2 \tilde{\mathcal{B}}_{\gamma+3} - \tilde{\mathcal{C}}_{\gamma+3} \right) \\ &+ \frac{1}{T^{\gamma+1}} \frac{\mathcal{J}_{31}}{\mathcal{J}_{30}} \left[ \left( c_s^2 \mathcal{J}_{\gamma+3,0} - \mathcal{J}_{(\gamma+3)1} \right) - \left( c_s^2 \tilde{\mathcal{A}}_{\gamma+3} - \tilde{\mathcal{B}}_{\gamma+3} \right) \right] \\ &+ \frac{1}{T^3} \frac{J_{31}^{(1)}}{J_{30}^{(1)}} \sum_{j \neq 1} \sum_{k \neq 1} J_{30}^i (\tilde{M}^{-1})_{ij} \left( c_s^2 J_{30}^j - J_{31}^j \right) \\ &- \frac{1}{T^3} \sum_{i \neq 1} \sum_{j \neq 1} J_{31}^i (\tilde{M}^{-1})_{ij} \left( c_s^2 J_{30}^j - J_{31}^j \right),\end{aligned}\quad (55)$$

sendo  $\tilde{\mathcal{C}}_{\gamma+3} = \sum_k \frac{(J_{31}^k)^2}{J_{(3-\gamma)0}^k}$ . Já a forma de  $\phi_i^{shear}$  é dada por,

$$\phi_i^{shear} = \frac{1}{T^2} \left( \frac{(u \cdot p)}{T} \right)^{\gamma-1} p_i^{\langle \mu} p_i^{\nu \rangle} \frac{\pi_{\mu\nu}}{2\beta_\pi}.\quad (56)$$

em, que,

$$\beta_\pi = \frac{1}{T^{\gamma+1}} \mathcal{J}_{(\gamma+3)2}\quad (57)$$

Para mais informações sobre a derivação e a forma das componentes  $\tilde{\varphi}_i^{\gamma+1}$ ,  $\varphi_i^{1,a}$ ,  $\varphi_i^{1,b}$

e  $\varphi_i^{1,c}$ , e os coeficientes  $\beta_{\Pi}$  e  $\beta_{\pi}$  ver a referência [97].

### 3.2 CORREÇÕES VISCOSAS NA FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO

Outra forma de implementar a correção viscosa no processo de particlização é a partir da alteração da função distribuição de equilíbrio. Nesse *ansatz*, é considerada uma prescrição alternativa,  $f_i^{\text{mod}}$ , para a função distribuição de equilíbrio, em que esta assume a mesma forma funcional, mas com temperatura efetiva redimensionada e com os momentos das partículas dependentes da tensão *shear-stress*, a pressão de *bulk* e a corrente bariônica [87],

$$f_i^{\text{mod}} = \exp \left[ - \frac{(u \cdot p')}{T'} - \alpha' \right]. \quad (58)$$

O momento  $p$  e  $p'$  estão relacionados por meio de,

$$p_a = \lambda_{ab} p'_b, \quad (59)$$

em que  $\lambda_{ab}$  é a matriz de transformação linear. Com esse tipo de alteração, a função de distribuição permanece definida positivamente ao mesmo tempo que reproduz, com uma boa precisão, o tensor energia-momento. A seguir será apresentada uma das formas dessa correção, a correção PTB.

#### 3.2.1 PTB

A distribuição PTB [86] é uma variante da distribuição de equilíbrio inicialmente proposta por Pratt e Torrieri [87] tendo sido definida como,

$$f_{eq,i}^{\text{PTB}} = \frac{\mathcal{Z}_{\Pi}}{\det \lambda} g_i \left[ \exp \left( \frac{\sqrt{p'_a p'_b + m_i^2}}{T} \right) + \Theta_i \right]^{-1}, \quad (60)$$

onde  $\mathcal{Z}_{\Pi} > 0$  é um fator de renormalização positivo e  $\lambda_{ab}$  é a matriz de transformação linear do momento. A função  $f_{eq,i}^{\text{PTB}}$  é isotrópica no momento  $p'$  e, nela, o potencial químico bariônico e a corrente de difusão são definidas como zero.

As componentes do momento  $\vec{p}'$  estão relacionadas com as componentes espaciais do quadrimomento no LRF pela transformação linear,  $p_a = \lambda_{ab} p'_b$ , onde

$$\lambda_{ab} \equiv (1 + \Lambda_{\Pi}) \delta_{ab} + \frac{\pi_{ab}}{2\beta_{\pi}}, \quad (61)$$

e  $\pi_{ab} \equiv X_a \cdot \pi \cdot X_b$  são as componentes espaciais do tensor  $\pi^{\mu\nu}$  no LRF.

A quantidade  $\Lambda_{\Pi}$  é ajustada para que a pressão isotrópica total e a densidade de energia do sistema sejam iguais. Esse método parametriza o efeito da pressão viscosa de *bulk* no rendimento das partículas e no espectro de momento.

Apesar da vantagem de uma função distribuição positiva que pode ser usada para a amostragem diretamente, o determinante Jacobiano pode se tornar negativo para correções viscosas com altos fluxos dissipativos,

$$\det \left( \frac{\partial p_a}{\partial p_b} \right) = \det \lambda. \quad (62)$$

O que não deveria ocorrer se o código da hidrodinâmica viscosa opera dentro da sua faixa de aplicabilidade. Na prática, isso ocorre em algumas regiões da hipersuperfície e, quando isso ocorre, a  $f_{eq,i}^{\text{PTB}}$  não consegue mais reproduzir o  $T^{\mu\nu}$  e a  $N_B^\mu$ .



## 4 INFLUÊNCIA DAS DIFERENTES CORREÇÕES VISCOSAS NOS OBSERVÁVEIS FINAIS

Um dos objetivos principais de uma simulação de colisão de íons pesados é que os modelos escolhidos reproduzam os resultados obtidos nos experimentos. Nesse sentido, os observáveis simulados são comparados com os observáveis experimentais para que ajustes nas escolhas dos modelos usados na cadeia sejam feitos. Como discutido no capítulo anterior, são diferentes as formas de correções viscosas que podem ser usadas no processo de particlização. Uma nova proposta para a correção viscosa a partir do RTA foi apresentada no subcapítulo 3.1.3. Este trabalho se propõe a implementar esta nova correção no código de particlização iS3D para então investigar os efeitos que o nRTA causa dos observáveis finais. Além disso, a comparação entre as correções usuais também é feita.

Nome do parâmetro	Símbolo	Valor
Normalização Pb-Pb 2.76 TeV	$N[2.76 \text{ TeV}]$	15.6
Média generalizada	$p$	0.063
Largura do nucleon	$w$	1.19 fm
Distância mínima entre os nucleons	$d_{min}^3$	2.60 fm <sup>3</sup>
Flutuação da multiplicidade	$\sigma_k$	1.00
Escala de tempo do FS	$\tau_R$	1.04 fm/c
Energia depositada no FS	$\alpha$	0.024
Temperatura de particlização	$T_{sw}$	0.146 GeV
Temperatura de <i>kink</i> de $(\eta/s)$	$T_\eta$	0.268 GeV
$(\eta/s)$ em <i>kink</i>	$(\eta/s)_{kink}$	0.042
Inclinação de $(\eta/s)$ em baixa temperatura	$a_{low}$	-0.729 GeV <sup>-1</sup>
Inclinação de $(\eta/s)$ em alta temperatura	$a_{high}$	0.38 GeV <sup>-1</sup>
Fator do tempo de relaxação de <i>shear</i>	$b_\pi$	5.62
$(\zeta/s)$ máximo	$(\zeta/s)_{max}$	0.127
Temperatura do pico de $(\zeta/s)$	$T_\zeta$	0.12 GeV
Largura do pico de $(\zeta/s)$	$w_\zeta$	0.025 GeV
Assimetria do pico de $(\zeta/s)$	$\lambda_\zeta$	0.095

Tabela 1 – Lista dos parâmetros usados para simular o sistema Pb-Pb com  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV. Os valores dos parâmetros são aqueles que otimizam o *fit* com os dados experimentais (adaptado de [98]).

Os experimentos de interesse para esse trabalho são os que ocorrem no LHC. Nesse sentido, colisões de sistemas Pb-Pb com  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV são simuladas usando a cadeia EXTREME, discutida no capítulo 2, com parâmetros estimados pelo método bayesiano realizado no trabalho feito pela colaboração JETSCAPE [98]. Os parâmetros usados, tabela 1, foram mantidos os mesmos em todos os mil eventos gerados para cada uma das diferentes correções viscosas. Na correção nRTA é acrescentado um parâmetro fenomenológico  $\gamma$  na parametrização do tempo de relaxação,  $\tau_R$ , onde  $\gamma$  é o mesmo para todas as partículas e abrange a interação microscópica entre elas [95]. Nesse caso, para as correções com  $\delta f^{nRTA}$  foram usados valores

de  $\gamma = 0.5$  e  $\gamma = 1.0$  pois alguns estudos apontam que esses seriam valores adequados para uma teoria cinética efetiva de QCD [99, 100, 101].

O LHC possui vários detectores distribuídos em torno dos anéis do acelerador, cada detector otimizado para estudar um certo fenômeno envolvido nas colisões em altas energias. Nesse trabalho, as partículas finais obtidas para cada mil eventos simulados com cada um dos tipos de correção, discutidos no capítulo 3, serão analisadas e comparadas com observáveis importantes para os experimentos realizados no LHC e detectados pelo ALICE<sup>1</sup> [102], um detector dedicado a otimizar os estudos de colisões de íons pesados reconstruindo as partículas produzidas em colisões Pb-Pb que decaem em múons. A colaboração ALICE têm publicado dados consistentes para experimentos de colisão entre núcleos de chumbo com  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV [36, 37, 38, 39, 40, 41, 43, 45] adequados para comparação com os resultados obtidos por simulações computacionais. O sistema de coordenadas que usualmente é escolhido para

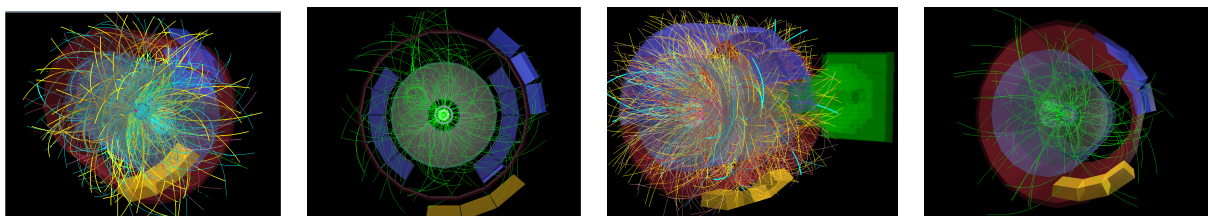


Figura 10 – Imagens de eventos detectados pelo ALICE resultantes da primeira colisão entre núcleos de Pb que aconteceu em 2011 [103].

as análises das colisões de íons pesados, figura 11, é um sistema cartesiano ortogonal que tem como ponto de origem,  $(x, y, z) = 0$ , o ponto de interação entre os feixes. O eixo  $z$  se encontra na direção do feixe enquanto os eixos  $x$  e  $y$  formam um plano transversal de colisão (eixo  $x$  é paralelo ao solo e eixo  $y$  está ao longo da direção vertical). O ângulo  $\theta$  é o ângulo polar e o ângulo  $\phi$  é o ângulo azimutal. É conveniente que o referencial escolhido seja o referencial do centro de massa já que, em colisões simétricas, os íons viajam em uma mesma velocidade nas direções positivas e negativas de  $z$ . O estado final das partículas que chegam aos detectores é usualmente caracterizado por algumas variáveis cinemáticas. Uma dessas variáveis é a projeção do momento da partícula no plano transversal da colisão, chamado de momento transversal ( $p_{\perp}$ ),

$$p_{\perp} = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}. \quad (63)$$

Essa variável é interessante porque as partículas com um alto- $p_{\perp}$  no estado final saem rapidamente do QGP quase perpendiculares a direção do feixe.

Para caracterizar o momento das partículas na direção paralela ao feixe é usada a

<sup>1</sup> A Large Ion Collider Experiment

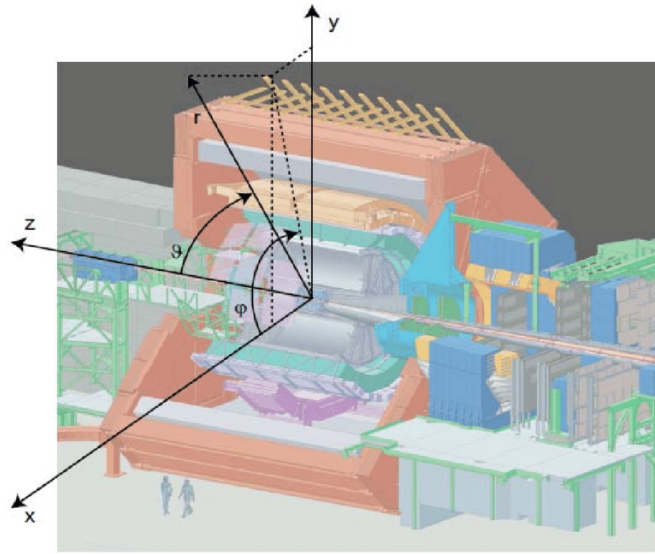


Figura 11 – Representação do sistema de coordenadas usado no ALICE [104].

variável rapidez ( $Y$ ),

$$Y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right). \quad (64)$$

Se a partícula se move quase perpendicular a direção do feixe, sua rapidez é quase zero e se a partícula se move com um alto momento longitudinal então  $|Y| \rightarrow \infty$ . Uma propriedade importante da rapidez é ser aditiva sobre *boosts* longitudinais.

Há também a variável cinética pseudo-rapidez ( $\eta$ ) que se faz útil pela não necessidade de detalhes sobre a massa e momento da partícula, apenas o seu ângulo de emissão  $\theta$ ,

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{|\vec{p}| + p_z}{|\vec{p}| - p_z} \right) = -\ln \left( \frac{\theta}{2} \right). \quad (65)$$

A pseudo-rapidez se aproxima do infinito quando  $\theta = 0^\circ$  ou  $\theta = 180^\circ$  e é quase zero quando  $\theta = 90^\circ$ . Para partículas que são possíveis de identificar a espécie  $Y$  é usada, enquanto para partículas carregadas no geral, em que não é possível a identificação da espécie,  $\eta$  é usada. No limite relativístico,  $E \approx |\vec{p}|$ ,  $Y \approx \eta$ .

Além das variáveis cinéticas, os eventos colisionais são classificados por sua centralidade. O conceito de centralidade se baseia na relação intuitiva de que, em primeira ordem, quanto mais “cara a cara” (área sobreposta) for uma colisão, maior é a quantidade de partículas finais produzidas, enquanto colisões com uma menor área sobreposta produzem menos partículas finais. O número de partículas detectado em um evento de colisão é usado para classificar esse evento em termos de centralidade, experimentalmente, como mostrado na figura 12. Por exemplo, os 10% de eventos, de todos os eventos, que produziram a maior quantidade de partículas são classificados como os que possuem uma centralidade entre 0 – 10%, enquanto os 20% de eventos, dentre os eventos que sobraram, que mais produziram partículas possuem

uma centralidade de 10 – 20%, e assim por diante.

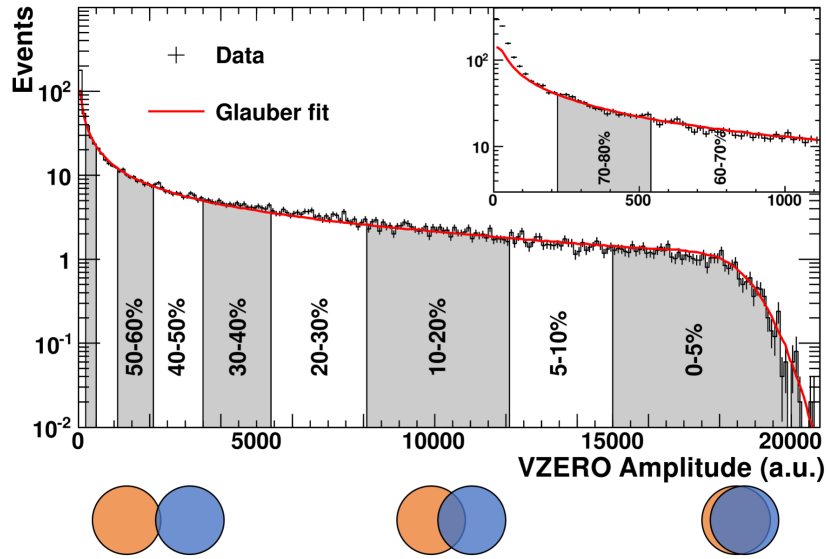


Figura 12 – Determinação dos *bins* de centralidade no experimento do ALICE no qual os círculos à esquerda indicam eventos mais periféricos e os círculos à direita indicam eventos mais centrais [4].

#### 4.1 MULTIPLICIDADE DE PARTÍCULAS CARREGADAS

O tipo de análise mais básico dos resultados obtidos nos experimentos de colisão de íons pesados é contar o número de partículas de uma certa espécie que foi produzida, a multiplicidade, e suas distribuições angulares. Ela é um observável chave experimentalmente porque ela serve como um canal para se ter informações sobre a centralidade de uma dada colisão [105, 106]. Para um único evento simulado, o número de hádrons,  $N_i$ , da espécie  $i$  na cascata hadrônica é disparado pelo feixe em intervalos de rapidez,  $dY$ , resultando em  $\frac{dN_i}{dY p_\perp dp_\perp d\phi}$ . Somando as partículas sobre todos os ângulos, o momento transversal resulta no que chamamos de multiplicidade por unidade de rapidez,  $\frac{dN_i}{dY}$ . Podemos pensar em obter a multiplicidade total de partículas produzidas sem nos preocupar com a espécie,

$$\frac{dN}{dY} = \sum_i \frac{dN_i}{dY}, \quad (66)$$

entretanto as partículas não carregadas são difíceis de observar experimentalmente e assim a multiplicidade total usualmente medida em experimentos de colisores se refere aos hádrons carregados,

$$\frac{dN_{ch}}{dY} = \sum_{i \in \text{carregados}} \frac{dN_i}{dY}, \quad (67)$$

também chamada de distribuição da rapidez de partículas carregadas.

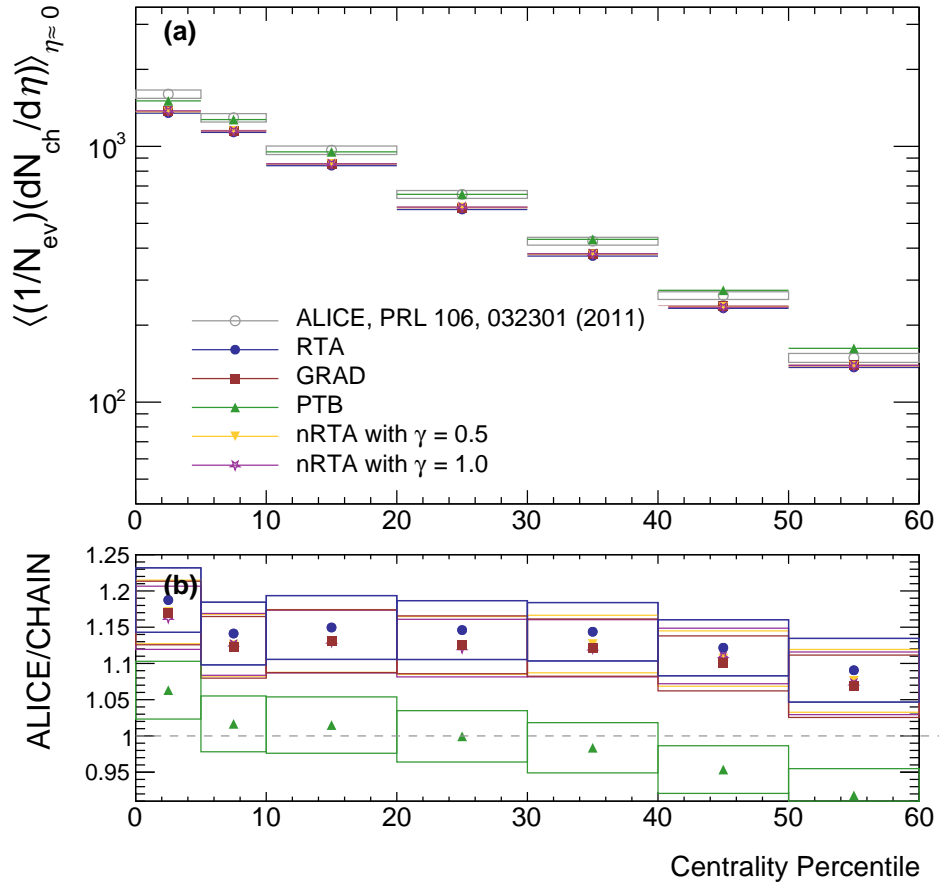


Figura 13 – (acima) Histograma da multiplicidade de partículas carregadas para *bins* de centralidade entre, 0 – 5%, 5 – 10%, 10 – 20%, 20 – 30%, 30 – 40%, 40 – 50% e 50 – 60%. (abaixo) Histograma com a razão entre partículas produzidas pela cadeia, para cada tipo de correção, e as partículas detectadas pelo ALICE, para cada um dos *bins* de centralidade.

Além disso, como já discutido anteriormente, é interessante usar a pseudo-rapidez ao invés da rapidez. A relação entre a distribuição da rapidez de partículas carregadas com a distribuição da pseudo-rapidez de partículas carregadas, ou multiplicidade de partículas carregadas, pode ser aproximada como [106],

$$\frac{dN_{ch}}{d\eta} \approx \frac{1}{1.1} \frac{dN_{ch}}{dY}. \quad (68)$$

A razão  $\frac{dN_{ch}}{d\eta}$  envolve a medida da abundância média de partículas carregadas produzidas em diferentes ângulos de emissão.

Simulações como as realizadas neste trabalho usam Monte Carlo para gerar as condições iniciais, como discutido em 2.1.1, trazendo a necessidade de calcular a média evento-por-evento

para que seja possível comparar com os resultados experimentais. No caso de  $\frac{dN_{ch}}{d\eta}$ ,

$$\left\langle \left\langle \frac{dN_{ch}}{d\eta} \right\rangle \right\rangle = \frac{1}{\text{eventos}} \sum_{\text{eventos}} \frac{dN_{ch}}{d\eta}, \quad (69)$$

onde  $\langle \langle \dots \rangle \rangle$  simboliza a média do evento-por-evento.

A comparação entre as  $\frac{dN_{ch}}{d\eta}$  para os mil eventos gerados pela cadeia ExTREME com as diferentes correções viscosas se encontra na figura 13. O gráfico de cima é um histograma que compara os valores de multiplicidade para cada *bin* de centralidade que vai de 0 – 5% a 50 – 60% dos eventos gerados com cada tipo de correção e os resultados obtidos pelo ALICE para sistemas Pb-Pb com  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV [36]. Nela, há mais partículas produzidas com a correção PTB, para eventos mais centrais. Enquanto isso, as correções lineares apresentaram multiplicidade muito próximas entre si em todos os *bins* de centralidade.

Já o gráfico de baixo mostra a razão entre as partículas produzidas pela cadeia, para cada correção, e as partículas produzidas experimentalmente pelo ALICE a fim de quantificar o quanto as multiplicidades simuladas desviaram dos resultados experimentais. É importante dizer que os parâmetros usados são aqueles que maximizam o *posterior* para a correção viscosa RTA. Isso significa que esses parâmetros também maximizam a função de verossimilhança para essa correção, ou seja, eles também otimizam os ajustes aos dados experimentais (minimiza  $\chi^2$ ), como discutido em [98]. Em outras palavras, os parâmetros usados são aqueles que levam a melhor concordância dos resultados da cadeia aos dados experimentais quando  $\delta f^{\text{RTA}}$  é usada. Nesse sentido, quantitativamente, para as mesmas condições, a correção  $\delta f^{\text{PTB}}$  gera os eventos com a maior multiplicidade. Comparando os eventos gerados com correções lineares, entre si, a multiplicidade dos eventos gerados com  $\delta f^{\text{GRAD}}$ ,  $\delta f^{\text{nRTA}}$ , para os diferentes valores de  $\gamma$ , e  $\delta f^{\text{RTA}}$  são aproximadamente iguais, considerando a barra de erro.

A concordância entre as multiplicidades observadas para todas as correções lineares pode ser explicada pela maneira como hádrons são sampleados de cada célula no iS3D. A amostragem do número total de hádrons em cada célula da hipersuperfície, no código do iS3D, é feita a partir de uma distribuição de Poisson,

$$P(N) = \frac{\exp(-\Delta N_h)(\Delta N_h)^N}{N!}, \quad (70)$$

onde  $\Delta N_h$  é o número médio de hádrons emitidos pela célula da hipersuperfície selecionada. Enquanto isso, a amostragem das espécies das partículas é feita a partir de uma distribuição de probabilidade discreta,

$$D_i = \frac{\Delta N_i}{\Delta N_h}, \quad (71)$$

onde  $\Delta N_i$  é o número médio de hádrons de uma determinada espécie de partícula. Quando a rotina de sampleamento é iniciada,  $P(N)$  e  $D_i$  são construídas para calcular o número máximo

de cada espécie de hádron que será emitido pela célula de  $\Sigma$  selecionada. Se os eventos forem gerados por correções lineares, o número máximo de hádrons de uma determinada espécie é dado por  $\Delta N_i \leq 2|d^3\sigma|n_{eq,i}$  sendo  $n_{eq,i}$  a densidade de partículas em equilíbrio e  $|d^3\sigma| = \sqrt{(u \cdot d^3\sigma)^2 - d^3\sigma \cdot d^3\sigma}$ . Entretanto, se os eventos forem gerados com a correção da função modificada,  $\Delta N_i \leq |d^3\sigma|\mathcal{Z}_{\Pi}n_{eq,i}$ . Uma vez que o número total de cada espécie é determinado, o número total de hádrons na célula da hipersuperfície selecionada é simplesmente,

$$\Delta N_h = \sum_i \Delta N_i. \quad (72)$$

No *loop* da célula de  $\Sigma$  selecionada é realizado um *loop* sobre todos os eventos para determinar o número total de hádrons de cada evento a partir de  $P(N)$ . Com o número total de hádrons do evento determinado, se inicia o *loop* para a determinação da espécie da partícula até que todas as partículas sampleadas para aquele evento tenham sua espécie determinada. Com a espécie determinada, são associadas a partícula propriedades como massa e número bariônico. Entretanto, a partícula só será escolhida para fazer parte da lista de partículas daquele evento se este obedecer à condição  $0 \leq \omega_{\text{mantém}} \leq 1$ . Se a correção for uma aproximação linear,

$$\omega_{\text{mantém}} = \omega_{d\sigma} \times \omega_{\delta f} = \frac{p \cdot d^3\sigma \Theta(p \cdot d^3\sigma)}{(u \cdot p)|d^3\sigma|} \times \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\delta f_{i,\text{reg}}}{f_{eq,i}} \right), \quad (73)$$

onde  $\omega_{d\sigma}$  reforça que o fluxo das partículas seja para fora da hipersuperfície, a partir da função  $\Theta(p \cdot d^3\sigma)$ , e  $\omega_{\delta f}$  reforça a positividade da função distribuição por meio de uma regulação do  $\delta f_i$  em que

$$\delta f_i \rightarrow \delta f_{i,\text{reg}} = \text{máx}(-f_{eq,i}, \text{mín}(\delta f_i, f_{eq,i}))^2. \quad (74)$$

No entanto, se a correção for a modificação da função de equilíbrio nenhuma regulação de  $\delta f_i$  é necessária e  $\omega_{\delta f}$  é definido como 1. Se a partícula obedecer à condição, esta será adicionada a lista de partículas do evento e o *loop* da espécie de partículas continuará até que todas as partículas do evento tenham uma espécie especificada. Esse processo é feito até que todos os eventos possuam uma lista de partículas e o *loop* sobre a célula escolhida seja finalizado. Esse processo é feito para cada célula da hipersuperfície até que toda  $\Sigma$  seja percorrida. Nesse sentido, não se deve esperar que haja diferença significativa entre as multiplicidades das partículas carregadas geradas por correções lineares, mas sim na multiplicidade das espécies de partículas.

Se olharmos para o rendimento relativo das partículas por espécie para as diferentes correções, figuras 14 e 15, notamos uma diferença significativa na quantidade de píons, káons, prótons e partículas  $\lambda$  produzidas usando a correção RTA e as produzidas usando as correções GRAD e nRTA. A correção  $\delta f^{\text{GRAD}}$  produz mais píons que a correção  $\delta f^{\text{RTA}}$  e a correção

<sup>2</sup> É colocado um limite adicional em que  $|\delta f_{i,\text{reg}}| \leq f_{eq,i}$  mesmo se  $\delta f_i$  for positivo.

$\delta f^{nRTA}$  com  $\gamma = 0.5$ , significativamente. Enquanto  $\delta f^{nRTA}$  com  $\gamma = 1$  oscila sua produção de píons com a centralidade da colisão. Quando analisamos a multiplicidade dos káons, vemos que  $\delta f^{RTA}$  produz mais dessa espécie que as outras correções, a correção  $\delta f^{GRAD}$  continua tendo uma produção maior que a correção  $\delta f^{nRTA}$  com  $\gamma = 0.5$  e a correção  $\delta f^{nRTA}$  com  $\gamma = 1$  continua refletindo uma certa dependência significativa da centralidade na produção das partículas. No caso dos prótons,  $\delta f^{GRAD}$  produz menos partículas que  $\delta f^{RTA}$ , mas as correções com  $\delta f^{nRTA}$  produzem mais prótons que a correção de referência, sendo que  $\delta f^{nRTA}$  com  $\gamma = 1$  também oscila consideravelmente a quantidade de prótons com a centralidade. Por fim, as correções  $\delta f^{GRAD}$  e  $\delta f^{nRTA}$  produzem mais partículas  $\lambda$  que a correção  $\delta f^{RTA}$ . Além disso, é possível observar que o valor de  $\gamma$  para a correção  $\delta f^{nRTA}$  tem um impacto significativo sobre a multiplicidade relativa das partículas carregadas. Os eventos gerados com  $\gamma = 0.5$  produziram mais káons e prótons e menos píons que os eventos gerados com  $\gamma = 1.0$ . Isso porque, no cálculo do  $\delta f^{nRTA}$  existe uma dependência em relação às massas das partículas. Essa dependência pode ser explorada em análises bayesianas futuras, sendo o  $\gamma$  um possível novo observável físico a ser considerado.

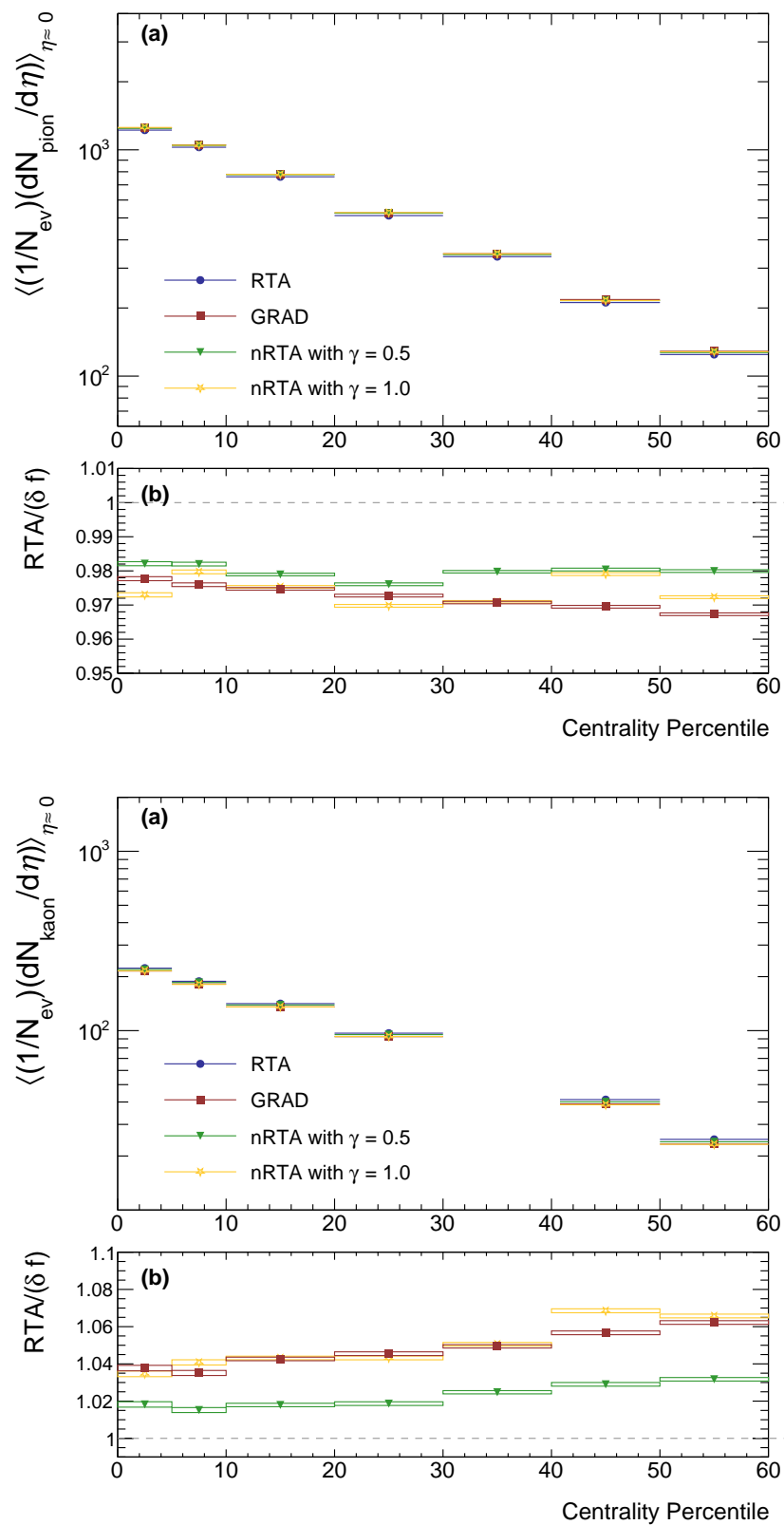


Figura 14 – Histograma da multiplicidade de píons (acima) e káons (abaixo) para *bins* de centralidade entre, 0 – 5%, 5 – 10%, 10 – 20%, 20 – 30%, 30 – 40%, 40 – 50% e 50 – 60% com a razão entre partículas produzidas usando a correção RTA e as partículas produzidas usando as demais correções lineares.

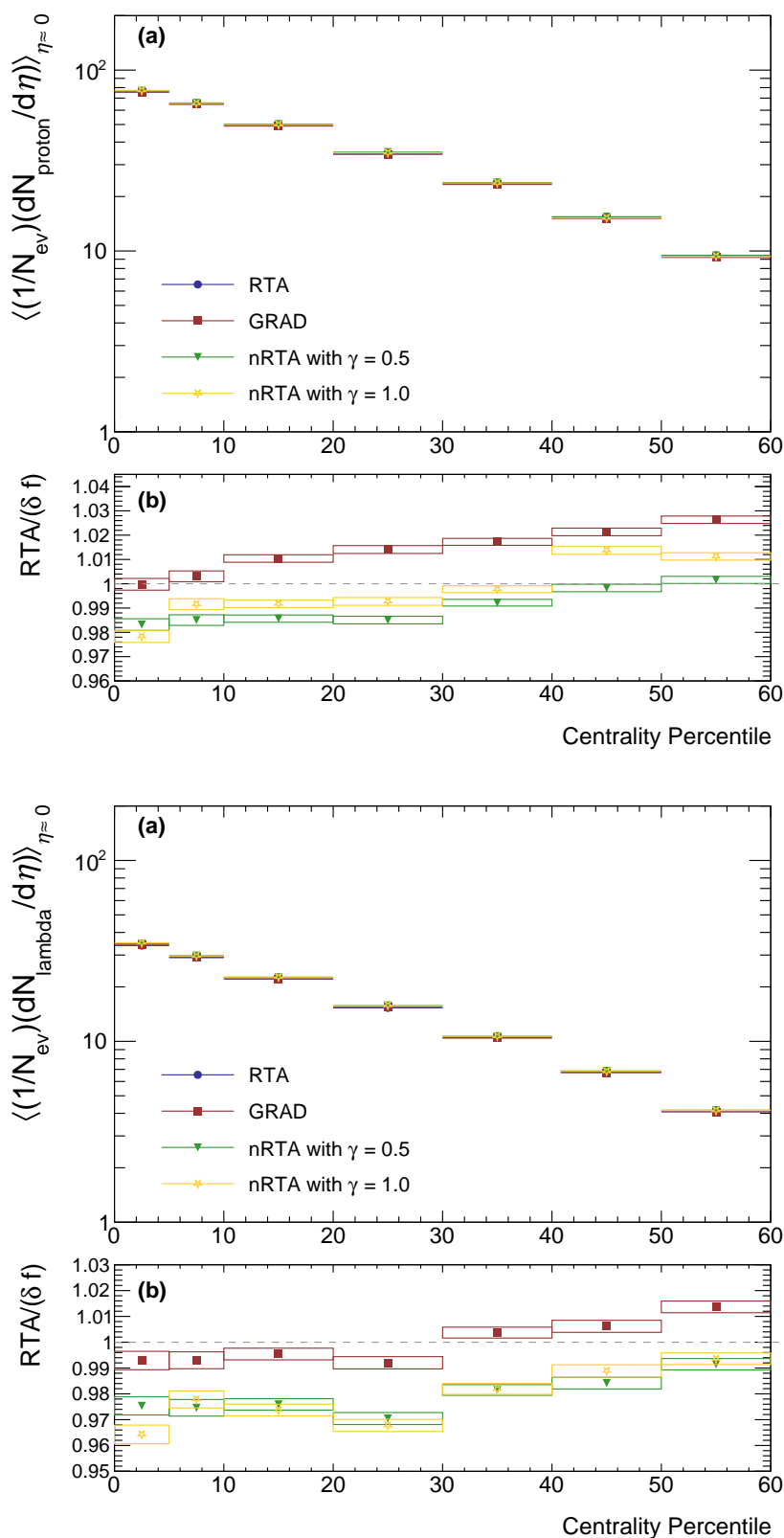


Figura 15 – Histograma da multiplicidade de prótons (acima) e partículas  $\lambda$  (abaixo) para *bins* de centralidade entre, 0 – 5%, 5 – 10%, 10 – 20%, 20 – 30%, 30 – 40%, 40 – 50% e 50 – 60% com a razão entre partículas produzidas usando a correção RTA e as partículas produzidas usando as demais correções lineares.

## 4.2 ESPECTRO DO MOMENTO TRANSVERSAL

O espectro de momento transversal, espectro de  $p_{\perp}$ , é definido como um histograma que conta o número de partículas detectadas em cada *bin* de  $p_{\perp}$ , por unidade de rapidez. No âmbito experimental, a propriedade coletiva do QGP pode ser estudada por meio desse espectro porque ele contém informações sobre a expansão transversal da temperatura no momento em que os hádrons desacoplam do sistema [107, 108]. Além disso, o espectro de  $p_{\perp}$  também carrega informações sobre as ressonâncias geradas durante o *freeze-out* químico. Como discutido no capítulo 2, o sistema passa por um *freeze-out* químico e um *freeze-out* cinético, que podem ocorrer ou não simultaneamente. Como o resfriamento do sistema ocorre de forma súbita, as ressonâncias de vida curta decaem mudando o espectro cinético das partículas estáveis [109, 110, 111]. Essas ressonâncias decaem rapidamente, mas o sistema continua a evoluir com colisões elásticas entre os hádrons e permanecerá no equilíbrio térmico local antes do *freeze-out* cinético acontecer.

Na figura 16 vemos que a maior quantidade das partículas produzidas em colisões Pb-Pb com  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV possuem  $p_{\perp} \lesssim 1$  GeV, chamados de *baixo- $p_{\perp}$* , e  $p_{\perp} \lesssim 3$  GeV, chamados de *soft- $p_{\perp}$* . Já a região do espectro com  $p_{\perp} > 3$  GeV é chamada de *alto- $p_{\perp}$*  e parece se comportar como funções de potência.

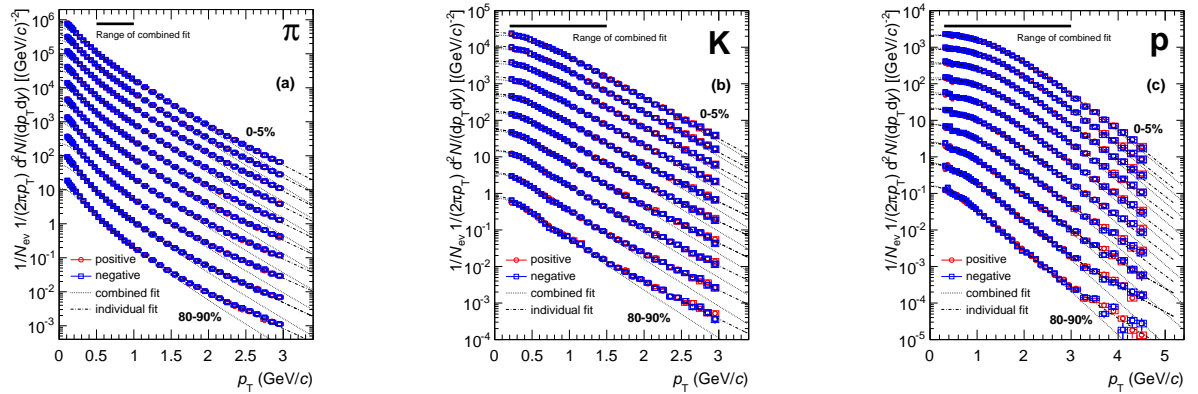


Figura 16 – espectro de momento transversal de píons, káons e prótons em colisões Pb-Pb com  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV, medidos pelo ALICE [38].

O intervalo de  $p_{\perp}$  escolhido para as análises dos eventos gerados com as diferentes  $\delta f$  foi de 0 – 4.5 GeV/c que engloba a região de *soft- $p_{\perp}$* . A figura 17 mostra o espectro de momento transversal de partículas carregadas para  $|Y| < 0.8$  em nove intervalos de centralidade em colisões Pb-Pb com  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV medidas pelo ALICE [112]. Vemos que a forma do espectro para colisões entre íons de chumbo varia fortemente com a centralidade e o seu aumento gera um esgotamento acentuado do espectro nas regiões de  $p_{\perp} \geq 5$  GeV. Nesse sentido, ignoramos a "cauda" do espectro de  $p_{\perp}$  porque essa região é fortemente afetada por jatos e essa discussão está fora do escopo deste trabalho.

As figuras 18 e 19 mostram o espectro de  $p_{\perp}$  de partículas carregadas dos eventos

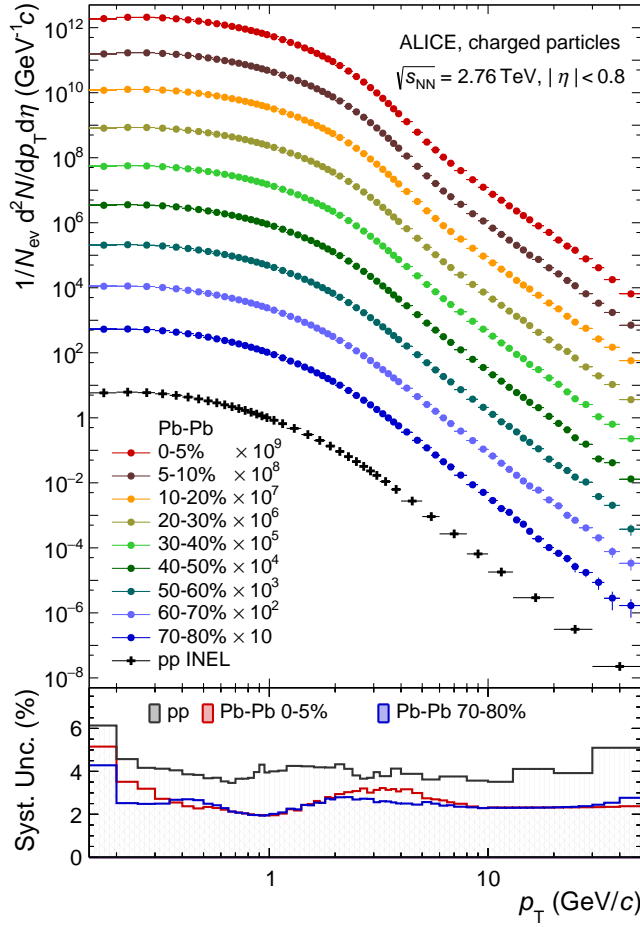


Figura 17 – espectro de momento transversal de partículas carregadas em colisões Pb-Pb com  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV, medidos pelo ALICE [112].

gerados com  $\delta f^{\text{GRAD}}$ ,  $\delta f^{\text{RTA}}$ ,  $\delta f^{\text{nRTA}}$  com  $\gamma = 0.5$ ,  $\delta f^{\text{nRTA}}$  com  $\gamma = 1.0$  e  $\delta f^{\text{PTB}}$ , respectivamente. Pode ser observado que a forma desses espectros é muito parecida com os espectros observados no ALICE, indicando uma concordância com o que se observa experimentalmente. Além disso, os espectros das correções lineares possuem formas de espectro parecidas entre si na qual a região de baixo- $p_{\perp}$  as diferenças entre as curvas são menos acentuadas e se tornam maiores conforme se aproxima das regiões de alto- $p_{\perp}$ . Já o espectro da função modificada as diferenças entre as curvas se tornam maiores a partir de  $p_{\perp} = 1.5$  GeV, mas em  $p_{\perp} \geq 3.5$  GeV as diferenças diminuem novamente.

Para que as diferenças entre os espectros de momento médio fiquem mais claras, razões de espectros de  $p_{\perp}$  das correções  $\delta f^{\text{GRAD}}$ ,  $\delta f^{\text{nRTA}}$  com  $\gamma = 0.5$ ,  $\delta f^{\text{nRTA}}$  com  $\gamma = 1.0$  e  $\delta f^{\text{PTB}}$  com o espectro de  $p_{\perp}$  da correção  $\delta f^{\text{RTA}}$  foram produzidos. A escolha das razões serem feitas em relação à correção RTA se deve aos parâmetros usados serem os que maximizam o *posterior* para essa correção viscosa. As razões são mostradas na figura 20. A razão dos espectros  $\delta f^{\text{GRAD}}/\delta f^{\text{RTA}}$  e  $\delta f^{\text{nRTA}}/\delta f^{\text{RTA}}$ , para os dois  $\gamma$ , confirmam a semelhança entre os espectros gerados com correções lineares. É possível confirmar também como o espectro gerado

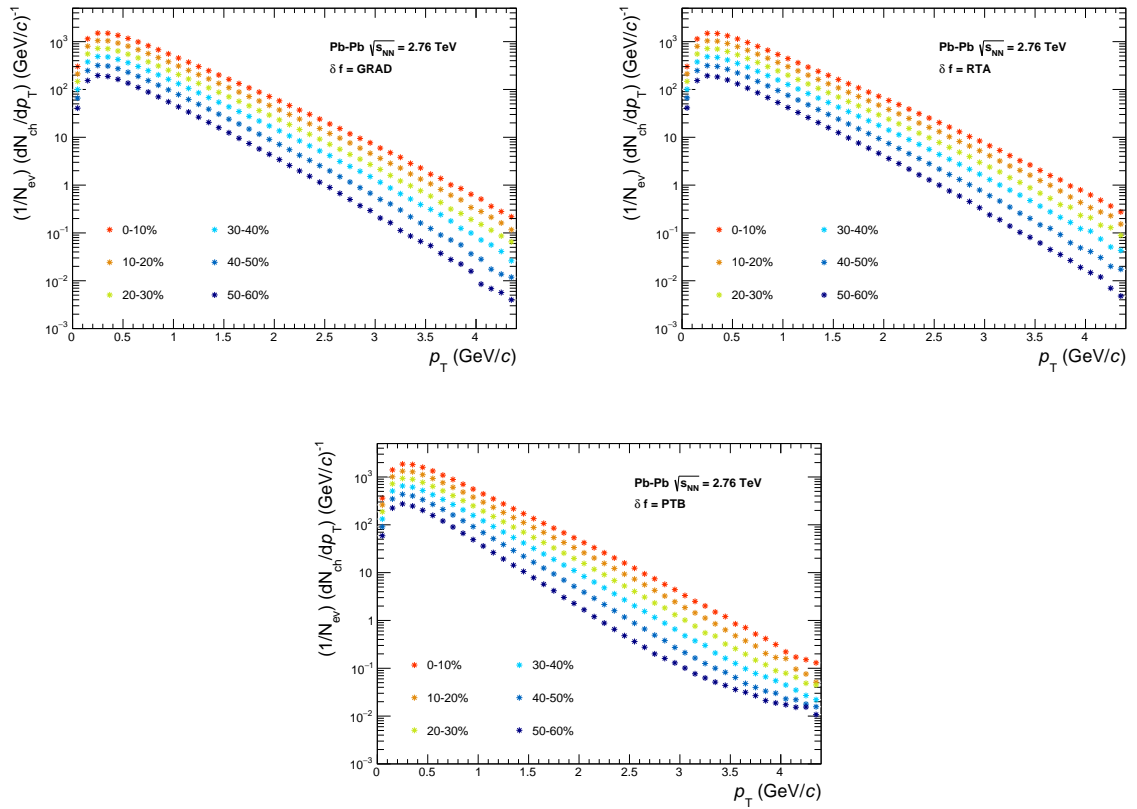


Figura 18 – espectro de  $p_{\perp}$  das partículas carregadas geradas nos eventos Pb-Pb com  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV usando a correção linear Grad (esquerda), RTA (meio) e PTB (direita). As diferentes cores indicam os diferentes *bins* de centralidade.

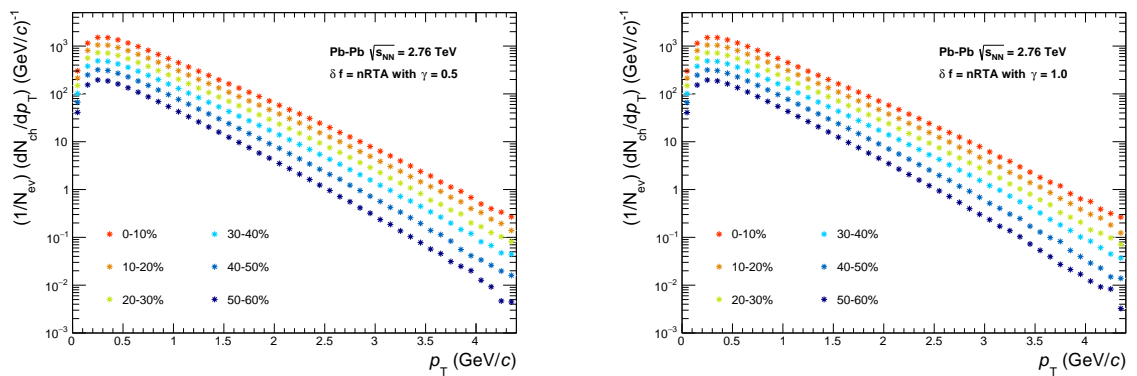


Figura 19 – espectro de  $p_{\perp}$  das partículas carregadas geradas nos eventos Pb-Pb com  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV usando a correção linear nRTA com  $\gamma = 0.5$  (esquerda) e  $\gamma = 1.0$  (direita). As diferentes cores indicam os diferentes *bins* de centralidade.

com a correção PTB difere dos espectros com correções lineares, principalmente nas regiões com maior  $p_{\perp}$ . Essa semelhança nos espectros de momento não é surpreendente porque o momento no LRF,  $\vec{p}_{LRF}$ , de cada hádron escolhido, conforme discutido na seção anterior, é sampleado da função densidade de probabilidade  $Q_i(\vec{p})d^3p$  que envolve em seus cálculos a função distribuição de equilíbrio. Se as correções são lineares, então

$$Q_i(\vec{p}) = \frac{2|d^3\sigma|f_{eq,i}(\vec{p})}{\Delta N_{i,m\acute{a}x}}. \quad (75)$$

Agora, se a correção for a da função modificada, então

$$Q_i(\vec{p}) = \frac{|d^3\sigma|f_{eq,i}^{MOD}(\vec{p}')}{\Delta N_{i,m\acute{a}x}}. \quad (76)$$

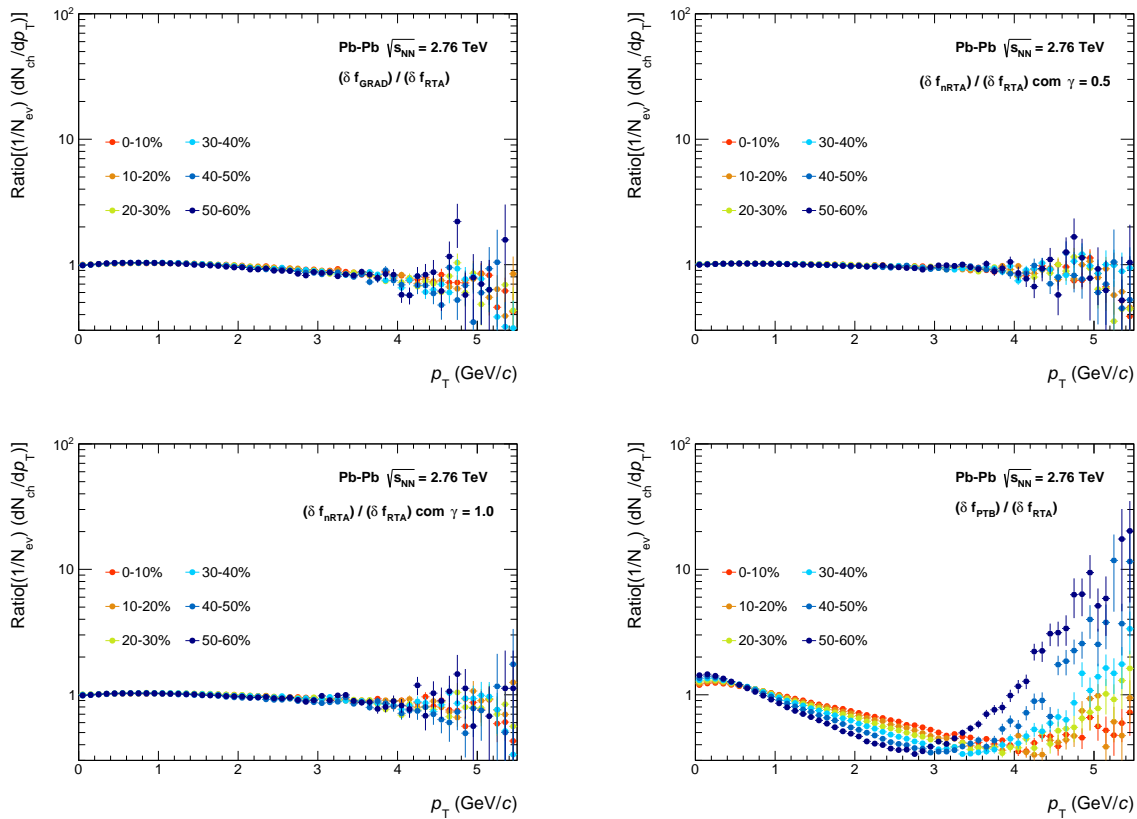


Figura 20 – Razão do espectro de  $p_{\perp}$  das partículas carregadas geradas nos eventos Pb-Pb com  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV usando a correção linear Grad (esquerda acima), nRTA com  $\gamma = 0.5$  (direita acima), nRTA com  $\gamma = 1.0$  (esquerda abaixo) e PTB (direita abaixo). As diferentes cores indicam os diferentes *bins* de centralidade.

A partir do espectro de  $p_{\perp}$  podemos extrair o momento transversal médio,  $\langle p_{\perp} \rangle$ , das partículas carregadas. Esse é outro observável básico e pode fornecer informações úteis para explorar os fenômenos físicos que estão implícitos na produção de partículas em sistemas Pb-Pb,

por exemplo. Podemos calculá-lo como,

$$\langle p_{\perp} \rangle = \frac{\int d^2 p_{\perp} p_{\perp} \frac{dN}{d^2 p_{\perp} dY}}{\int d^2 p_{\perp} \frac{dN}{d^2 p_{\perp} dY}}. \quad (77)$$

O momento médio das partículas geradas com as diferentes correções é mostrado na figura 21. No caso do momento médio das partículas, as correções lineares geram partículas com maiores momentos em relação às partículas geradas com PTB. A similaridade do comportamento das partículas geradas com  $\delta f^{\text{GRAD}}$ ,  $\delta f^{\text{nRTA}}$  com  $\gamma = 0.5$ ,  $\delta f^{\text{nRTA}}$  com  $\gamma = 1.0$  e  $\delta f^{\text{RTA}}$  e a discrepância das mesmas em relação à  $\delta f^{\text{PTB}}$  se mantém.

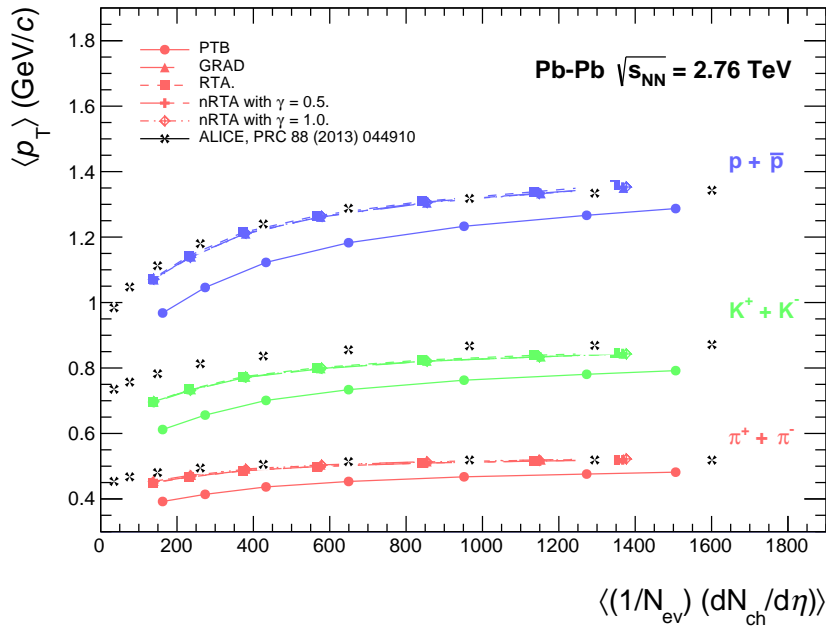


Figura 21 – Momento transversal médio de partículas carregadas em colisões Pb-Pb com  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV para as diferentes correções viscosas.

### 4.3 COEFICIENTES DO FLUXO ANISOTRÓPICO

Como discutido anteriormente, um dos indicativos de que o QGP é criado em colisões de íons pesados é a observação de um comportamento coletivo do sistema. Esse comportamento coletivo se manifesta como uma anisotropia na distribuição azimutal de  $p_{\perp}$ ,  $dN_i/(p_{\perp} dp_{\perp} d\phi dY)$ , onde  $\phi = \arctan[2(p_x, p_y)]$ . Isso porque a região de *overlap*, onde o meio quente e denso do plasma se forma, possui a forma assimétrica de um carço de manga. Esse formato gera um gradiente de pressão mais acentuado ao longo da direção  $x$  comparado com a direção  $y$  [113]. O gradiente de pressão conduz a expansão dinâmica do fluido preferencialmente na direção  $x$ , e conforme o meio se resfria em hádrons, o momento anisotrópico é transmitido para as partículas emitidas, figura 22. Assim, a distribuição de  $p_{\perp}$  observada terá mais partículas perto do azimute  $\phi = 0$  e  $\phi = \pi$ .

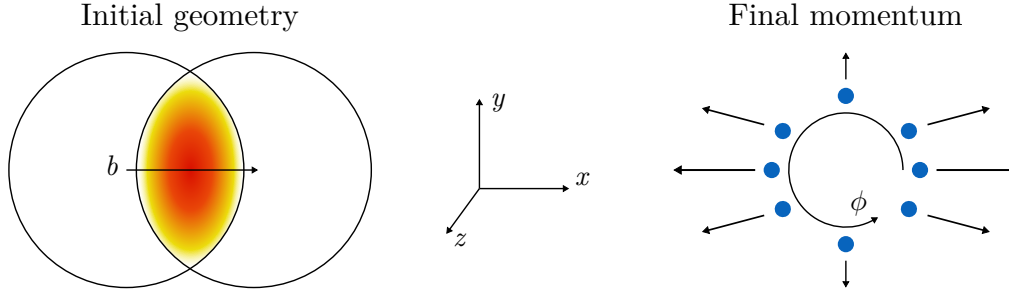


Figura 22 – Representação da região de *overlap* entre dois nucleons em colisão com parâmetro de impacto  $b$  (esquerda) e da emissão anisotrópica de partículas no plano transversal (direita) [87].

A informação sobre a distribuição azimutal do momento transversal de partículas carregadas pode ser expressa em termos de uma série de Fourier [114, 115],

$$\frac{dN_{ch}}{p_{\perp} dp_{\perp} d\phi dY} = \frac{dN_{ch}}{2\pi p_{\perp} dp_{\perp} dY} \left( 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} v_n(p_{\perp}, Y) \cos[n(\phi - \Psi_n(p_{\perp}, Y))] \right), \quad (78)$$

sendo  $v_n(p_{\perp}, Y)$  os coeficientes diferenciais de fluxo e  $\Psi_n(p_{\perp}, Y)$  os ângulos de fluxo associados às partículas carregadas. Os coeficientes de fluxo, também chamado de harmônicos, são expressos por  $v_n = \langle \cos[n(\phi - \Psi_n)] \rangle$ , onde a média se dá sobre todas as partículas (em um *bin* de  $p_{\perp}$ ) e eventos (em um certo *bin* de centralidade).

Os três primeiros harmônicos recebem nomes especiais. O primeiro,  $v_1$ , é chamado de fluxo direto porque esse fluxo reflete a deflexão lateral coletiva das partículas, o segundo,  $v_2$ , é chamado de fluxo elíptico porque, em coordenadas polares, a distribuição azimutal com um segundo harmônico diferente de zero representa uma elipse e o terceiro,  $v_3$ , é chamado de fluxo triangular. Como mostra a equação 78, a definição dos coeficientes de fluxo depende de  $\Psi_n$  e este não é um observável acessível experimentalmente, portanto, os valores de  $v_n$  são tipicamente estimados por meio de correlações azimutais de multipartículas, ou cumulantes [116, 117, 118, 119, 120, 121].

O fluxo pode ser extraído de funções de correlações medidas sem o conhecimento do plano do evento, já que a coletividade induz correlações de partículas no espaço dos momentos. As funções de correlações medidas são histogramas da diferença no ângulo azimutal,  $\Delta\phi$ , e da pseudo-rapidez entre pares as partículas,  $\Delta\eta$ . A figura 23 mostra uma função de correlação de duas partículas medida pelo experimento *Compact muon solenoid* (CMS) [122]. Temos que a altura de cada bin de  $(\Delta\phi, \Delta\eta)$  é proporcional ao número de pares de partículas carregadas observadas com essa diferença. Exceto nas colisões mais periféricas, o comportamento coletivo do sistema é sinalizado pela crista em  $\Delta\phi \approx 0$  se estender em  $\Delta\eta$  por um longo alcance. Já a crista em  $\Delta\phi \approx \pi$  é uma consequência direta da geometria de "caroço de manga", pois esta gera uma direção preferencial de espalhamento das partículas perto dos azimutes  $\phi = 0$  e  $\phi = \pi$ .

Para extrair os coeficientes de fluxo denotamos a função de correlação de uma quan-

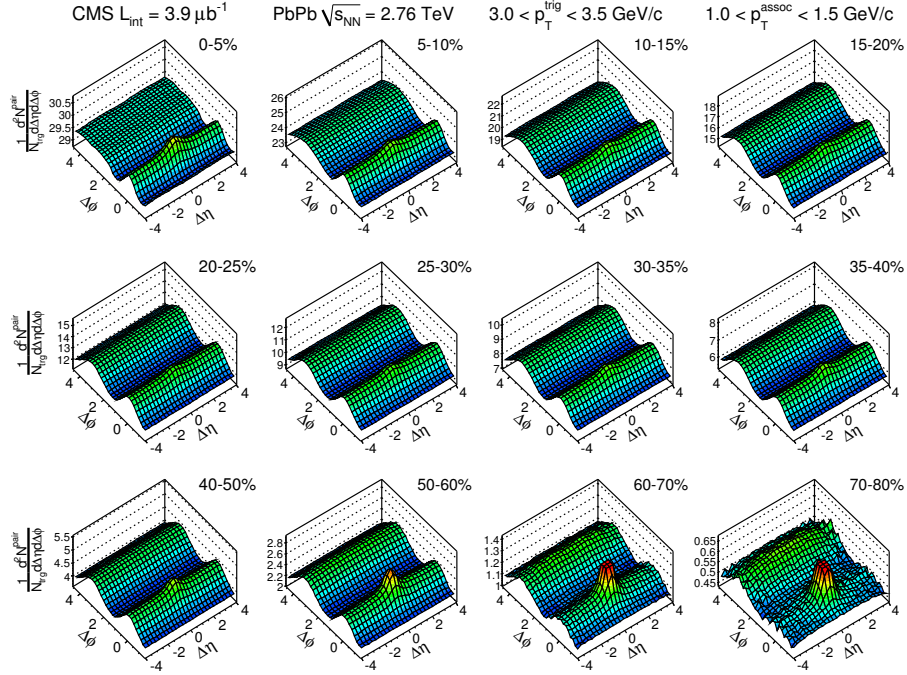


Figura 23 – Funções de correlação de duas partículas em vários *bins* de centralidade para colisões Pb-Pb com  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV medido pelo CMS [122].

tidade de partículas  $k$  de um evento único como  $\langle k \rangle$  [119]. As correlações de duas e quatro partículas serão, respectivamente,

$$\begin{aligned} \langle 2 \rangle &= \langle e^{in(\phi_1 - \phi_2)} \rangle = \frac{1}{P_{M,2}} \sum_{i \neq j}^M e^{in(\phi_i - \phi_j)}, \\ \langle 4 \rangle &= \langle e^{in(\phi_1 + \phi_2 - \phi_3 - \phi_4)} \rangle = \frac{1}{P_{M,4}} \sum_{i \neq j \neq k \neq l}^M e^{in(\phi_i + \phi_j - \phi_k - \phi_l)}, \end{aligned} \quad (79)$$

onde os *brackets* angulares indicam uma média estatística sobre muitos eventos,  $M$  é a multiplicidade do evento e  $P_{M,i} = \frac{M!}{(M-i)!}$  é o número de permutações das  $k$  partículas.

Se quisermos a função de correlação de um par de partículas para uma certa centralidade de *bin*,

$$\langle\langle 2 \rangle\rangle = \langle\langle e^{in(\phi_1 - \phi_2)} \rangle\rangle = \frac{\sum_i^{N_{\text{eventos}}} P_{M_i,2} \langle 2 \rangle_i}{\sum_i^{N_{\text{eventos}}} P_{M_i,2}}, \quad (80)$$

onde a média externa é feita sobre todos os eventos naquela centralidade de *bin*, sendo o número de permutações dos eventos o peso. De forma análoga,  $\langle\langle 4 \rangle\rangle$  é definido.

Se somarmos e subtrairmos o plano de eventos aos ângulos azimutais e considerarmos que  $\phi_1$  e  $\phi_2$  estão correlacionados apenas pelo plano de eventos, ou seja, apenas por meio de fluxo coletivo, a média interna pode ser fatorada como [120],

$$\langle\langle 2 \rangle\rangle \approx \langle\langle e^{in(\phi_1 - \psi_n)} \rangle\rangle \langle\langle e^{-in(\phi_2 - \psi_n)} \rangle\rangle = \langle v_n^2 \rangle. \quad (81)$$

Essas são apenas aproximações, isso porque decaimento de ressonância e *jets* também podem induzir correlações de partículas.

Os cumulantes de enésima ordem,  $c_n\{k\}$ , de uma correlação de duas e quatro partículas são, respectivamente [117],

$$\begin{aligned} c_n\{2\} &= \langle\langle 2 \rangle\rangle, \\ c_n\{4\} &= \langle\langle 4 \rangle\rangle - 2\langle\langle 2 \rangle\rangle^2. \end{aligned} \quad (82)$$

Ao definir  $v_n\{k\}$  como o coeficiente de fluxo  $v_n$  estimado a partir do cumulante teremos,

$$\begin{aligned} v_n\{2\} &= \sqrt{c_n\{2\}}, \\ v_n\{4\} &= \sqrt[4]{-c_n\{4\}}. \end{aligned} \quad (83)$$

Avaliar cada função de correlação para  $k$  partículas sobre *loops* de permutação de partículas pode não ser razoável quando este envolve mais do que 4 partículas. Nesse sentido, é comum usar vetores  $Q$  [119],

$$Q_n = \sum_{i=1}^M e^{in\phi_i}. \quad (84)$$

O quadrado de  $Q_n$  é equivalente a soma sobre os pares de partículas,

$$|Q_n|^2 = \sum_{i,j=1}^M e^{in(\phi_i - \phi_j)} = M + \sum_{i \neq j}^M e^{in(\phi_i - \phi_j)}, \quad (85)$$

que ao compararmos com a equação 79 chegamos em,

$$\langle 2 \rangle = \frac{|Q_n|^2 - M}{M(M - 1)}. \quad (86)$$

Isso quer dizer que todas as funções de correlação podem ser avaliadas com  $\mathcal{O}(M)$  ao invés de  $\mathcal{O}(M^k)$ . Entretanto, é necessário o uso de listas de todas as partículas para cada evento, mas apenas  $M$  e  $Q_n$  são necessários. Uma vantagem de usar vetores  $Q$  é a possibilidade de lidar com uma aceitação não uniforme nos detectores dos experimentos.

Se não há interesse na informação do momento dos coeficientes de fluxo, então, a equação 78 é integrada sobre o momento,

$$\frac{dN_{ch}}{d\phi dY} = \frac{dN_{ch}}{2\pi dY} \left( 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} v_n(Y) \cos[n(\phi - \Psi_n(Y))] \right), \quad (87)$$

agora  $v_n$  corresponde aos coeficientes de fluxo integrados em  $p_{\perp}$  [106].

A comparação entre o  $v_2\{2\}$  integrado das partículas geradas com as diferentes correções se encontra na figura 24. Em relação ao coeficiente de fluxo elíptico não é possível dizer

que haja diferença entre eles, pois para eventos mais centrais os valores para os coeficientes estão sobrepostos e possuem as menores barras de erro, mas podemos dizer que sistematicamente as correções lineares apresentam um  $v_2\{2\}$  maior que a correção da função modificada para centralidades acima de 50%, sendo a correção  $\delta f^{\text{GRAD}}$  sistematicamente a maior entre elas nessa região.

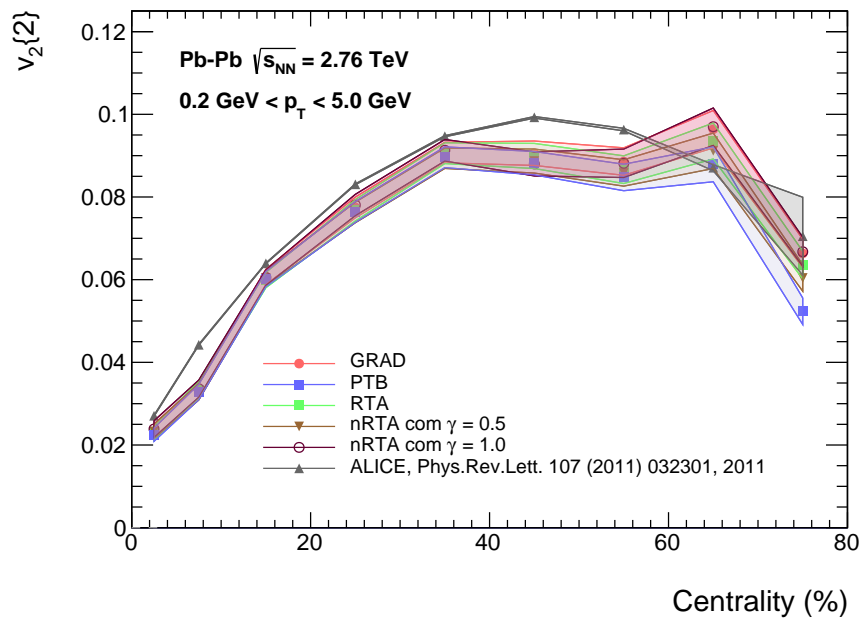


Figura 24 – Coeficientes de fluxo elíptico integrado para colisões Pb-Pb com  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV para as diferentes correções viscosas.



## 5 CONCLUSÃO

Desbravar o diagrama de fases da QCD é hoje um dos grandes desafios da Física. A busca por entender os processos envolvidos na formação do QGP em colisores de partículas une físicos teóricos, experimentais e computacionais. Uma das formas de estudar esses processos é tentando reproduzir as partículas finais geradas nas colisões em simulações de colisões de íons pesados. Essas simulações podem ser feitas a partir de modelos híbridos que, a partir de modelos efetivos, descrevem distintamente cada estágio do processo de colisão até a formação das partículas finais.

Os estágios de uma simulação híbrida envolvem desde a determinação da deposição de energia na seção transversal logo após a colisão até a determinação do momento, posição e quantidade de partículas que chegam aos detectores no fim do processo. Nessas simulações, a dinâmica do QGP é modelada por uma hidrodinâmica viscosa que possui a vantagem de ser universal o suficiente para descrever tanto a dinâmica do QGP quanto o processo de hadronização das partículas a partir de uma equação de estado válida para os dois regimes. Entretanto, ela não consegue descrever o processo de evolução dessas partículas hadronizadas sendo necessária uma transição de campos de fluidos para hádrons e sua distribuição de momento, o que chamamos de particlização. A correção viscosa no processo de particlização é importante para garantir que o tensor energia-momento da etapa hidrodinâmica seja reproduzido na etapa seguinte e garantam uma reprodução satisfatória das partículas finais. Nesse sentido, é muito importante que essas correções sejam sempre calibradas para que melhor possam descrever esses processos a partir de uma física real.

Usando uma cadeia híbrida que se inicia com as condições iniciais, passa pelo processo de pré-equilíbrio, evolução hidrodinâmica, particlização e, por fim, evolução da cascata hadrônica testamos uma correção viscosa que considera leis de conservação macroscópicas que não eram respeitadas na correção viscosa usual RTA. Para isso, implementamos essa nova proposta no código de particlização e investigamos a multiplicidade das partículas geradas, o comportamento de seus momentos transversais e fluxo elíptico em colisões entre núcleos de chumbo há uma energia de 2.76 TeV. Além disso, foi possível comparar os eventos gerados com o nRTA com eventos gerados com as correções usuais já disponíveis no código de particlização e para que se fizesse possível realizar uma comparação quantitativa entre essas correções, os parâmetros usados em todas as etapas da cadeia foram mantidos os mesmos, mudando apenas a correção escolhida e o parâmetro livre adicional da correção nRTA que foi fixado como 0.5 e 1.

A partir das análises de multiplicidade, do espectro de momento transversal e momento médio, e do fluxo anisotrópico vemos que a correção do nRTA promove uma descrição satisfatória dos observáveis finais e pode ser usada como uma das opções de correção viscosa do processo de particlização de uma cadeia híbrida. Os resultados obtidos para o nRTA são muito próximos dos resultados obtidos para as correções GRAD e RTA, ambas correções que partem do *ansatz* de linearização do termo de correção viscosa.

Ao comparar os resultados obtidos para a multiplicidade para as diferentes correções viscosas vimos que a correção da função modificada gera uma quantidade maior de partículas carregadas que as correções lineares, que geram uma quantidade aproximada de partículas entre si. A similaridade dos resultados obtidos para a multiplicidade de partículas carregadas gerada com correções lineares vêm da implementação do  $\delta f_i$  no sampleamento dos hádrons na hipersuperfície. A diferença na multiplicidade entre as correções lineares se dá na produção de cada tipo de espécie de partículas. Essa diferença se mostra significativa, mas enquanto a correção  $\delta f^{\text{RTA}}$  produz mais espécies de káons em relação às outras, a correção  $\delta f^{\text{nRTA}}$  com  $\gamma = 0.5$  produz uma maior quantidade de prótons em relação às outras, por exemplo. Cada  $\delta f_i$  compensa na diferença de produção de uma determinada espécie resultando em uma multiplicidade de partículas carregadas parecida entre si. Isso se deve a densidade de partículas usada para o cálculo da quantidade máxima de hádrons na célula da hipersuperfície ser a densidade de partículas em equilíbrio e não uma densidade de partículas que considera as correções viscosas. Nesse sentido, se faz interessante futuras investigações da produção de partículas com um  $n_{eq}$  que considera as correções viscosas.

Em contrapartida, o momento transversal das partículas finais geradas pelas correções lineares, que também geram uma quantidade aproximada entre si, é maior que o momento transversal das partículas finais geradas pela correção da função modificada. Isso nos mostra que a escolha de uma determinada correção pode te dar resultados mais satisfatórios para um observável e não para o outro, em qualquer uma dessas escolhas. Como a escolha da correção viscosa usada no processo de particlização muda significativamente os observáveis finais, é importante que estas sejam reformuladas para conseguirem descrever bem tanto a multiplicidade quanto o momento das partículas finais.

Por fim, ainda é necessário investigar de maneira mais sistemática a influência da escolha do parâmetro livre da correção nRTA nos observáveis finais e, ao invés de ajustes manuais desse parâmetro, seria interessante introduzir um método de análise estatística, como o método Bayesiano, para a calibração do nRTA. Essa calibração se faz necessária para desenhar uma conclusão mais precisa do quão boa é a descrição dos observáveis finais com o uso dessa correção e para determinar seus parâmetros ótimos. Dito isso, a sensibilidade da multiplicidade relativa das partículas à escolha dos valores de  $\gamma$  para o nRTA, para uma mesma multiplicidade total, sugere que esse observável pode ser incluído nesses estudos Bayesianos. Nesses estudos, também seria interessante variar o tamanho do sistema, investigando o comportamento dos observáveis para sistemas Au-Au e p-Núcleo, por exemplo.

## REFERÊNCIAS

- [1] Cush. *Standard Model of Elementary Particles*. Available at [https://en.wikipedia.org/wiki/File:Standard\\_Model\\_of\\_Elementary\\_Particles.svg](https://en.wikipedia.org/wiki/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles.svg) (2024/20/05).
- [2] M. Gell-Mann. "A Schematic Model of Baryons and Mesons". *Phys. Lett.* 8 1964, p. 214–215. DOI: 10.1016/S0031-9163(64)92001-3.
- [3] Y. Nambu. "The Confinement of Quarks". *Scientific American* 235.5 1976, p. 48–63. ISSN: 00368733, 19467087. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/24950482> (acesso em 09/08/2024).
- [4] D. Everett. *Quantifying the Quark Gluon Plasma*. 2021. arXiv: 2107.11362 [hep-ph].
- [5] D. J. Gross e F. Wilczek. "Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories". *Phys. Rev. Lett.* 30 26, 1973, p. 1343–1346. DOI: 10.1103/PhysRevLett.30.1343. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.30.1343>.
- [6] H. D. Politzer. "Reliable Perturbative Results for Strong Interactions?" *Phys. Rev. Lett.* 30 26, 1973, p. 1346–1349. DOI: 10.1103/PhysRevLett.30.1346. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.30.1346>.
- [7] H. D. Politzer. "Reliable Perturbative Results for Strong Interactions?" *Phys. Rev. Lett.* 30 26, 1973, p. 1346–1349. DOI: 10.1103/PhysRevLett.30.1346. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.30.1346>.
- [8] D. J. Gross e F. Wilczek. "Asymptotically Free Gauge Theories. I". *Phys. Rev. D* 8 10, 1973, p. 3633–3652. DOI: 10.1103/PhysRevD.8.3633. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.8.3633>.
- [9] D. J. Gross e F. Wilczek. "Asymptotically free gauge theories. II". *Phys. Rev. D* 9 4, 1974, p. 980–993. DOI: 10.1103/PhysRevD.9.980. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.9.980>.
- [10] A. D. Linde. "Phase transitions in gauge theories and cosmology". *Reports on Progress in Physics* 42.3 1979, p. 389. DOI: 10.1088/0034-4885/42/3/001. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1088/0034-4885/42/3/001>.
- [11] D. Boyanovsky, H. de Vega e D. Schwarz. "Phase Transitions in the Early and Present Universe". *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 56.1 2006, p. 441–500. ISSN: 1545-4134. DOI: 10.1146/annurev.nucl.56.080805.140539. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.nucl.56.080805.140539>.
- [12] D. Bailin e A. Love. *Cosmology in Gauge Field Theory and String Theory*. CRC Press, 2004.
- [13] L. Susskind. "Lattice Models of Quark Confinement at High Temperature". *Phys. Rev. D* 20 1979, p. 2610–2618. DOI: 10.1103/PhysRevD.20.2610.

- [14] J. Adams *et al.* “Experimental and theoretical challenges in the search for the quark–gluon plasma: The STAR Collaboration’s critical assessment of the evidence from RHIC collisions”. *Nuclear Physics A* 757.1–2 2005, p. 102–183. ISSN: 0375-9474. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2005.03.085. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2005.03.085>.
- [15] M. Cheng *et al.* “QCD equation of state with almost physical quark masses”. *Physical Review D* 77.1 2008. ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.77.014511. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.77.014511>.
- [16] K. Szabo. “The nature of QCD transition”. *PoS(LAT2006)149*.
- [17] A. Bzdak, S. Esumi, V. Koch, J. Liao, M. Stephanov e N. Xu. “Mapping the phases of quantum chromodynamics with beam energy scan”. *Physics Reports* 853 2020, p. 1–87. ISSN: 0370-1573. DOI: 10.1016/j.physrep.2020.01.005. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2020.01.005>.
- [18] P. de Forcrand. *Simulating QCD at finite density*. 2010.
- [19] P. de Forcrand e O. Philipsen. *Towards the QCD phase diagram*. 2006. arXiv: hep-lat/0611027 [hep-lat]. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/hep-lat/0611027>.
- [20] P. de Forcrand e O. Philipsen. “The QCD phase diagram for three degenerate flavors and small baryon density”. *Nuclear Physics B* 673.1–2 2003, p. 170–186. ISSN: 0550-3213. DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2003.09.005. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2003.09.005>.
- [21] S. Ejiri, C. R. Allton, S. J. Hands, O. Kaczmarek, F. Karsch, E. Laermann e C. Schmidt. “Study of QCD Thermodynamics at Finite Density by Taylor Expansion”. *Progress of Theoretical Physics Supplement* 153 2004, p. 118–126. ISSN: 0375-9687. DOI: 10.1143/ptps.153.118. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1143/PTPS.153.118>.
- [22] S. Ejiri, Y. Maezawa, N. Ukita, S. Aoki, T. Hatsuda, N. Ishii, K. Kanaya e T. Umeda. “Equation of state and heavy-quark free energy at finite temperature and density in two flavor lattice QCD with Wilson quark action”. *Physical Review D* 82.1 2010. ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.82.014508. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.82.014508>.
- [23] *Properties of QCD Matter at High Baryon Density*. Springer, 2022. DOI: 10.1007/978-981-19-4441-3.
- [24] P. Haensel, A. Y. Potekhin e D. G. Yakovlev. *Neutron stars 1: Equation of state and structure*. V. 326. New York, USA: Springer, 2007. DOI: 10.1007/978-0-387-47301-7.

- [25] J. M. Lattimer e M. Prakash. “The Physics of Neutron Stars”. *Science* 304.5670 2004, p. 536–542. ISSN: 1095-9203. DOI: 10.1126/science.1090720. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1126/science.1090720>.
- [26] T. Hell e W. Weise. “Dense baryonic matter: Constraints from recent neutron star observations”. *Physical Review C* 90.4 2014. ISSN: 1089-490X. DOI: 10.1103/physrevc.90.045801. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.90.045801>.
- [27] J. M. Lattimer. “The Nuclear Equation of State and Neutron Star Masses”. *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 62.1 2012, p. 485–515. ISSN: 1545-4134. DOI: 10.1146/annurev-nucl-102711-095018. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1146/annurev-nucl-102711-095018>.
- [28] D. Schwarz. “The first second of the Universe”. *Annalen der Physik* 515.4 2003, p. 220–270. ISSN: 1521-3889. DOI: 10.1002/andp.20035150402. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1002/andp.20035150402>.
- [29] L. Particle Data Group. *History of the Universe*. Available at <https://cds.cern.ch/record/2645860/plots> (2024/11/06).
- [30] Available at <https://www.bnl.gov/rhic/> (2024/23/06).
- [31] Available at <https://home.cern/science/accelerators/large-hadron-collider> (2024/23/06).
- [32] K. Adcox *et al.* “Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus–nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX Collaboration”. *Nuclear Physics A* 757.1–2 2005, p. 184–283. ISSN: 0375-9474. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2005.03.086. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2005.03.086>.
- [33] B. Back *et al.* “The PHOBOS perspective on discoveries at RHIC”. *Nuclear Physics A* 757.1–2 2005, p. 28–101. ISSN: 0375-9474. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2005.03.084. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2005.03.084>.
- [34] I. Arsene *et al.* “Quark–gluon plasma and color glass condensate at RHIC? The perspective from the BRAHMS experiment”. *Nuclear Physics A* 757.1–2 2005, p. 1–27. ISSN: 0375-9474. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2005.02.130. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2005.02.130>.
- [35] B. Müller, J. Schukraft e B. Wyslouch. “First Results from Pb+Pb Collisions at the LHC”. *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 62.1 2012, p. 361–386. ISSN: 1545-4134. DOI: 10.1146/annurev-nucl-102711-094910. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1146/annurev-nucl-102711-094910>.

- [36] K. Aamodt *et al.* [ALICE Collaboration]. “Centrality Dependence of the Charged-Particle Multiplicity Density at Midrapidity in Pb-Pb Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV”. *Phys. Rev. Lett.* 106 3, 2011, p. 032301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.032301. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.032301>.
- [37] K. Aamodt *et al.* [ALICE Collaboration]. “Higher Harmonic Anisotropic Flow Measurements of Charged Particles in Pb-Pb Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV”. *Phys. Rev. Lett.* 107 3, 2011, p. 032301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.032301. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.107.032301>.
- [38] B. Abelev *et al.* [ALICE Collaboration]. “Centrality dependence of  $\pi$ ,  $K$ , and  $p$  production in Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV”. *Phys. Rev. C* 88 4, 2013, p. 044910. DOI: 10.1103/PhysRevC.88.044910. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.88.044910>.
- [39] B. Abelev *et al.* [ALICE Collaboration]. “ $K_S^0$  and  $\Lambda$  Production in Pb-Pb Collisions at  $\sqrt{s_{NN}}=2.76$  TeV”. *Phys. Rev. Lett.* 111 22, 2013, p. 222301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.111.222301. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.222301>.
- [40] B. Abelev *et al.* “Multi-strange baryon production at mid-rapidity in Pb–Pb collisions at  $s_{NN}=2.76$  TeV”. *Physics Letters B* 728 2014, p. 216–227. ISSN: 0370-2693. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2013.11.048>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269313009544>.
- [41] B. Abelev *et al.* “Event-by-event mean  $p_T$  fluctuations in pp and Pb–Pb collisions at the LHC”. *The European Physical Journal C* 74 2014. DOI: 10.1140/epjc/s10052-014-3077-y.
- [42] J. Adam *et al.* [ALICE Collaboration]. “Centrality Dependence of the Charged-Particle Multiplicity Density at Midrapidity in Pb-Pb Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV”. *Phys. Rev. Lett.* 116 22, 2016, p. 222302. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.222302. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.116.222302>.
- [43] J. Adam *et al.* [ALICE Collaboration]. “Measurement of transverse energy at midrapidity in Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV”. *Phys. Rev. C* 94 3, 2016, p. 034903. DOI: 10.1103/PhysRevC.94.034903. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.94.034903>.
- [44] J. Adam *et al.* [The ALICE Collaboration]. “Anisotropic Flow of Charged Particles in Pb-Pb Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV”. *Phys. Rev. Lett.* 116 13, 2016, p. 132302. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.132302. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.116.132302>.

- [45] J. Adam *et al.* [ALICE Collaboration]. “Correlated Event-by-Event Fluctuations of Flow Harmonics in Pb-Pb Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV”. *Phys. Rev. Lett.* 117 18, 2016, p. 182301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.117.182301. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.117.182301>.
- [46] J. S. Moreland, J. E. Bernhard e S. A. Bass. “Alternative ansatz to wounded nucleon and binary collision scaling in high-energy nuclear collisions”. *Physical Review C* 92.1 2015. ISSN: 1089-490X. DOI: 10.1103/physrevc.92.011901. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.92.011901>.
- [47] F. Gelis, E. Iancu, J. Jalilian-Marian e R. Venugopalan. “The Color Glass Condensate”. *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 60.1 2010, p. 463–489. ISSN: 1545-4134. DOI: 10.1146/annurev.nucl.010909.083629. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.nucl.010909.083629>.
- [48] B. Schenke, P. Tribedy e R. Venugopalan. “Fluctuating Glasma Initial Conditions and Flow in Heavy Ion Collisions”. *Physical Review Letters* 108.25 2012. ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/physrevlett.108.252301. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.252301>.
- [49] M. L. Miller, K. Reygers, S. J. Sanders e P. Steinberg. “Glauber Modeling in High-Energy Nuclear Collisions”. *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 57.1 2007, p. 205–243. ISSN: 1545-4134. DOI: 10.1146/annurev.nucl.57.090506.123020. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.nucl.57.090506.123020>.
- [50] H. Elfner e B. Müller. “The exploration of hot and dense nuclear matter: introduction to relativistic heavy-ion physics”. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* 50.10 2023, p. 103001. DOI: 10.1088/1361-6471/ace824. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1088/1361-6471/ace824>.
- [51] J. S. Moreland. *Initial conditions of bulk matter in ultrarelativistic nuclear collisions*. 2019. arXiv: 1904.08290 [nucl-th]. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1904.08290>.
- [52] W. Broniowski, W. Florkowski, M. Chojnacki e A. Kisiel. “Free-streaming approximation in early dynamics of relativistic heavy-ion collisions”. *Physical Review C* 80.3 2009. ISSN: 1089-490X. DOI: 10.1103/physrevc.80.034902. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.80.034902>.
- [53] J. Liu, C. Shen e U. W. Heinz. *Pre-equilibrium evolution effects on heavy-ion collision observables*. 2015. arXiv: 1504.02160 [nucl-th]. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1504.02160>.
- [54] A. Kurkela, A. Mazeliauskas, J.-F. Paquet, S. Schlichting e D. Teaney. “Effective kinetic description of event-by-event pre-equilibrium dynamics in high-energy heavy-

- ion collisions". *Physical Review C* 99.3 2019. ISSN: 2469-9993. DOI: 10.1103/PhysRevC.99.034910. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.99.034910>.
- [55] P. F. Kolb e U. Heinz. *Hydrodynamic description of ultrarelativistic heavy-ion collisions*. 2003. arXiv: nucl-th/0305084 [nucl-th]. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/nucl-th/0305084>.
- [56] P. Huovinen, P. Kolb, U. Heinz, P. Ruuskanen e S. Voloshin. "Radial and elliptic flow at RHIC: further predictions". *Physics Letters B* 503.1-2 2001, p. 58-64. ISSN: 0370-2693. DOI: 10.1016/S0370-2693(01)00219-2. Disponível em: [http://dx.doi.org/10.1016/S0370-2693\(01\)00219-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0370-2693(01)00219-2).
- [57] P. K. Kovtun, D. T. Son e A. O. Starinets. "Viscosity in Strongly Interacting Quantum Field Theories from Black Hole Physics". *Physical Review Letters* 94.11 2005. ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/PhysRevLett.94.111601. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.111601>.
- [58] G. Policastro, D. T. Son e A. O. Starinets. "Shear Viscosity of Strongly Coupled  $N = 4$  Supersymmetric Yang-Mills Plasma". *Phys. Rev. Lett.* 87 8, 2001, p. 081601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.87.081601. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.87.081601>.
- [59] S. S. Gubser, I. R. Klebanov e A. A. Tseytlin. "Coupling constant dependence in the thermodynamics of  $N = 4$  supersymmetric Yang-Mills theory". *Nuclear Physics B* 534.1-2 1998, p. 202-222. ISSN: 0550-3213. DOI: 10.1016/S0550-3213(98)00514-8. Disponível em: [http://dx.doi.org/10.1016/S0550-3213\(98\)00514-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0550-3213(98)00514-8).
- [60] C. Eckart. "The Thermodynamics of Irreversible Processes. III. Relativistic Theory of the Simple Fluid". *Phys. Rev.* 58 10, 1940, p. 919-924. DOI: 10.1103/PhysRev.58.919. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.58.919>.
- [61] L. D. Landau e E. M. Lifshitz. *Fluid Mechanics, Second Edition: Volume 6 (Course of Theoretical Physics)*. Course of theoretical physics / by L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Vol. 6. Butterworth-Heinemann, 1987.
- [62] G. S. Denicol, T. Kodama, T. Koide e P. Mota. "Stability and causality in relativistic dissipative hydrodynamics". *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* 35.11 2008, p. 115102. ISSN: 1361-6471. DOI: 10.1088/0954-3899/35/11/115102. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1088/0954-3899/35/11/115102>.
- [63] W. A. Hiscock e L. Lindblom. "Generic instabilities in first-order dissipative relativistic fluid theories". *Phys. Rev. D* 31 4, 1985, p. 725-733. DOI: 10.1103/PhysRevD.31.725. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.31.725>.

- [64] W. A. Hiscock e L. Lindblom. “Nonlinear pathologies in relativistic heat-conducting fluid theories”. *Physics Letters A* 131.9 1988, p. 509–513. ISSN: 0375-9601. DOI: [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(88\)90679-2](https://doi.org/10.1016/0375-9601(88)90679-2). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375960188906792>.
- [65] W. Israel e J. Stewart. “Transient relativistic thermodynamics and kinetic theory”. *Annals of Physics* 118.2 1979, p. 341–372. ISSN: 0003-4916. DOI: [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(79\)90130-1](https://doi.org/10.1016/0003-4916(79)90130-1). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0003491679901301>.
- [66] B. Schenke, S. Jeon e C. Gale. “(3+1)D hydrodynamic simulation of relativistic heavy-ion collisions”. *Phys. Rev. C* 82 1, 2010, p. 014903. DOI: 10.1103/PhysRevC.82.014903. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.82.014903>.
- [67] B. Schenke, S. Jeon e C. Gale. “Elliptic and Triangular Flow in Event-by-Event  $D = 3 + 1$  Viscous Hydrodynamics”. *Phys. Rev. Lett.* 106 4, 2011, p. 042301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.042301. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.042301>.
- [68] J.-F. Paquet, C. Shen, G. S. Denicol, M. Luzum, B. Schenke, S. Jeon e C. Gale. “Production of photons in relativistic heavy-ion collisions”. *Physical Review C* 93.4 2016. ISSN: 2469-9993. DOI: 10.1103/physrevc.93.044906. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.93.044906>.
- [69] G. S. Denicol, H. Niemi, E. Molnár e D. H. Rischke. “Derivation of transient relativistic fluid dynamics from the Boltzmann equation”. *Physical Review D* 85.11 2012. ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.85.114047. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.85.114047>.
- [70] E. Molnár, H. Niemi, G. S. Denicol e D. H. Rischke. “Relative importance of second-order terms in relativistic dissipative fluid dynamics”. *Physical Review D* 89.7 2014. ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.89.074010. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.89.074010>.
- [71] G. S. Denicol, T. Koide e D. H. Rischke. “Dissipative Relativistic Fluid Dynamics: A New Way to Derive the Equations of Motion from Kinetic Theory”. *Physical Review Letters* 105.16 2010. ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/physrevlett.105.162501. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.162501>.
- [72] A. Bazavov *et al.* [HotQCD Collaboration]. “Equation of state in  $(2 + 1)$ -flavor QCD”. *Phys. Rev. D* 90 9, 2014, p. 094503. DOI: 10.1103/PhysRevD.90.094503. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.90.094503>.
- [73] J. Grefa, J. Noronha, J. Noronha-Hostler, I. Portillo, C. Ratti e R. Rougemont. “Hot and dense quark-gluon plasma thermodynamics from holographic black holes”.

- Physical Review D* 104.3 2021. ISSN: 2470-0029. DOI: 10.1103/physrevd.104.034002. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.104.034002>.
- [74] P. Huovinen e H. Petersen. "Particlization in hybrid models". *The European Physical Journal A* 48.11 2012. ISSN: 1434-601X. DOI: 10.1140/epja/i2012-12171-9. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1140/epja/i2012-12171-9>.
- [75] F. Cooper e G. Frye. "Single-particle distribution in the hydrodynamic and statistical thermodynamic models of multiparticle production". *Phys. Rev. D* 10 1, 1974, p. 186–189. DOI: 10.1103/PhysRevD.10.186. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.10.186>.
- [76] F. Cooper, G. Frye e E. Schonberg. "Landau's hydrodynamic model of particle production and electron-positron annihilation into hadrons". *Phys. Rev. D* 11 1, 1975, p. 192–213. DOI: 10.1103/PhysRevD.11.192. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.11.192>.
- [77] K. Dusling, G. D. Moore e D. Teaney. "Radiative energy loss and  $v_2$  spectra for viscous hydrodynamics". *Phys. Rev. C* 81 3, 2010, p. 034907. DOI: 10.1103/PhysRevC.81.034907. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.81.034907>.
- [78] D. Molnar e Z. Wolff. "Self-consistent conversion of a viscous fluid to particles". *Phys. Rev. C* 95 2, 2017, p. 024903. DOI: 10.1103/PhysRevC.95.024903. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.95.024903>.
- [79] M. Damodaran, D. Molnar, G. G. Barnaföldi, D. Berényi e M. F. Nagy-Egri. *Testing and improving shear viscous phase space correction models*. 2017. arXiv: 1707.00793 [nucl-th].
- [80] M. Damodaran, D. Molnar, G. G. Barnaföldi, D. Berényi e M. F. Nagy-Egri. "Improved single-particle phase-space distributions for viscous fluid dynamic models of relativistic heavy ion collisions". *Phys. Rev. C* 102 1, 2020, p. 014907. DOI: 10.1103/PhysRevC.102.014907. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.102.014907>.
- [81] M. McNelis, D. Everett e U. Heinz. *Particlization in fluid dynamical simulations of heavy-ion collisions: The iS3D module*. 2020. arXiv: 1912.08271 [nucl-th].
- [82] H. Grad. "On the kinetic theory of rarefied gases". *Communications on Pure and Applied Mathematics* 2.4 1949, p. 331–407. DOI: <https://doi.org/10.1002/cpa.3160020403>. eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/cpa.3160020403>. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/cpa.3160020403>.

- [83] S. Chapman e T. Cowling. *The Mathematical Theory of Non-uniform Gases: An Account of the Kinetic Theory of Viscosity, Thermal Conduction and Diffusion in Gases*. Cambridge Mathematical Library. Cambridge University Press, 1990.
- [84] A. Jaiswal, R. Ryblewski e M. Strickland. “Transport coefficients for bulk viscous evolution in the relaxation-time approximation”. *Phys. Rev. C* 90 4, 2014, p. 044908. DOI: 10.1103/PhysRevC.90.044908. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.90.044908>.
- [85] J. Anderson e H. Witting. “A relativistic relaxation-time model for the Boltzmann equation”. *Physica* 74.3 1974, p. 466–488. ISSN: 0031-8914. DOI: [https://doi.org/10.1016/0031-8914\(74\)90355-3](https://doi.org/10.1016/0031-8914(74)90355-3). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0031891474903553>.
- [86] J. E. Bernhard. *Bayesian parameter estimation for relativistic heavy-ion collisions*. 2018. arXiv: 1804.06469 [nucl-th].
- [87] S. Pratt e G. Torrieri. “Coupling relativistic viscous hydrodynamics to Boltzmann descriptions”. *Physical Review C* 82.4 2010. ISSN: 1089-490X. DOI: 10.1103/physrevc.82.044901. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.82.044901>.
- [88] M. Bleicher *et al.* “Relativistic hadron-hadron collisions in the ultra-relativistic quantum molecular dynamics model”. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* 25.9 1999, p. 1859–1896. ISSN: 1361-6471. DOI: 10.1088/0954-3899/25/9/308. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1088/0954-3899/25/9/308>.
- [89] S. Bass. “Microscopic models for ultrarelativistic heavy ion collisions”. *Progress in Particle and Nuclear Physics* 41 1998, p. 255–369. ISSN: 0146-6410. DOI: 10.1016/S0146-6410(98)00058-1. Disponível em: [http://dx.doi.org/10.1016/S0146-6410\(98\)00058-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0146-6410(98)00058-1).
- [90] D. Perkins. *Introduction to High Energy Physics*. Cambridge University Press, 2000.
- [91] R. Brun *et al.* *root-project/root: v6.18/02*. Versão v6-18-02. 2020.
- [92] M. McNelis e U. Heinz. “Modified equilibrium distributions for Cooper-Frye particlization”. *Physical Review C* 103.6 2021. ISSN: 2469-9993. DOI: 10.1103/physrevc.103.064903. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.103.064903>.
- [93] A. Monnai e T. Hirano. “Effects of bulk viscosity at freezeout”. *Physical Review C* 80.5 2009. ISSN: 1089-490X. DOI: 10.1103/physrevc.80.054906. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.80.054906>.
- [94] G. S. Denicol, T. Kodama, T. Koide e P. Mota. “Effect of bulk viscosity on elliptic flow near the QCD phase transition”. *Phys. Rev. C* 80 6, 2009, p. 064901. DOI:

- 10.1103/PhysRevC.80.064901. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.80.064901>.
- [95] G. S. Rocha, G. S. Denicol e J. Noronha. “Novel Relaxation Time Approximation to the Relativistic Boltzmann Equation”. *Physical Review Letters* 127.4 2021. ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/physrevlett.127.042301. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.127.042301>.
- [96] G. S. Rocha. “Microscopic derivations of relativistic hydrodynamic theories in general matching conditions”. Tese de Doutorado. Niterói, Rio de Janeiro: Universidade Federal Fluminenses, 2023.
- [97] I. Aguiar, G. S. Rocha, T. J. Nunes e G. S. Denicol. “The effect of momentum-dependent relaxation times on Cooper-Frye particlization in iS3D”. Serão apresentados em um trabalho futuro. 2024.
- [98] D. Everett *et al.* “Multisystem Bayesian constraints on the transport coefficients of QCD matter”. *Physical Review C* 103.5 2021. ISSN: 2469-9993. DOI: 10.1103/physrevc.103.054904. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.103.054904>.
- [99] K. Dusling, G. D. Moore e D. Teaney. “Radiative energy loss and  $v_2$  spectra for viscous hydrodynamics”. *Phys. Rev. C* 81 3, 2010, p. 034907. DOI: 10.1103/PhysRevC.81.034907. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.81.034907>.
- [100] K. Dusling e T. Schäfer. “Bulk viscosity, particle spectra, and flow in heavy-ion collisions”. *Phys. Rev. C* 85 4, 2012, p. 044909. DOI: 10.1103/PhysRevC.85.044909. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.85.044909>.
- [101] A. Kurkela e U. A. Wiedemann. *Analytic structure of nonhydrodynamic modes in kinetic theory*. 2017. arXiv: 1712.04376 [hep-ph].
- [102] T. A. Collaboration *et al.* “The ALICE experiment at the CERN LHC”. *Journal of Instrumentation* 3.08 2008, S08002. DOI: 10.1088/1748-0221/3/08/S08002. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/3/08/S08002>.
- [103] T. ALICE. *Events recorded by ALICE from the first lead ion collisions in 2011*. Available at <https://cds.cern.ch/record/1400435/?ln=pt> (2023/11/27).
- [104] C. Cavicchioli. “Development and Commissioning of the Pixel Trigger System for the ALICE Experiment at the CERN Large Hadron Collider”. Tese de Doutorado. 2010.
- [105] N. Armesto. “Predictions for the heavy-ion program at the Large Hadron Collider”. *Quark-Gluon Plasma 4*. World Scientific, 2010.

- [106] P. Romatschke e U. Romatschke. *Relativistic Fluid Dynamics In and Out of Equilibrium – Ten Years of Progress in Theory and Numerical Simulations of Nuclear Collisions*. 2019. arXiv: 1712.05815 [nucl-th].
- [107] E. Schnedermann, J. Sollfrank e U. Heinz. “Thermal phenomenology of hadrons from 200A GeV S+S collisions”. *Physical Review C* 48.5 1993, p. 2462–2475. ISSN: 1089-490X. DOI: 10.1103/physrevc.48.2462. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.48.2462>.
- [108] U. W. Heinz. *Concepts of Heavy-Ion Physics*. 2004. arXiv: hep-ph/0407360 [hep-ph].
- [109] A. Mazeliauskas e V. Vislavicius. “Temperature and fluid velocity on the freeze-out surface from  $\pi$ ,  $K$ , and  $p$  spectra in  $pp$ ,  $p$ -Pb, and Pb-Pb collisions”. *Phys. Rev. C* 101 1, 2020, p. 014910. DOI: 10.1103/PhysRevC.101.014910. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.101.014910>.
- [110] A. Motornenko, V. Vovchenko, C. Greiner e H. Stoecker. “Kinetic freeze-out temperature from yields of short-lived resonances”. *Phys. Rev. C* 102 2, 2020, p. 024909. DOI: 10.1103/PhysRevC.102.024909. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.102.024909>.
- [111] W. Broniowski e W. Florkowski. “Description of the RHIC  $p_{\perp}$  Spectra in a Thermal Model with Expansion”. *Phys. Rev. Lett.* 87 27, 2001, p. 272302. DOI: 10.1103/PhysRevLett.87.272302. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.87.272302>.
- [112] S. Acharya *et al.* “Transverse momentum spectra and nuclear modification factors of charged particles in  $pp$ ,  $p$ -Pb and Pb-Pb collisions at the LHC”. *Journal of High Energy Physics* 2018.11 2018. ISSN: 1029-8479. DOI: 10.1007/jhep11(2018)013. Disponível em: [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP11\(2018\)013](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP11(2018)013).
- [113] J.-Y. Ollitrault. “Anisotropy as a signature of transverse collective flow”. *Phys. Rev. D* 46 1, 1992, p. 229–245. DOI: 10.1103/PhysRevD.46.229. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.46.229>.
- [114] S. Voloshin e Y. Zhang. “Flow study in relativistic nuclear collisions by Fourier expansion of azimuthal particle distributions”. *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields* 70.4 1996, p. 665–671. ISSN: 1431-5858. DOI: 10.1007/s002880050141. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s002880050141>.
- [115] A. M. Poskanzer e S. A. Voloshin. “Methods for analyzing anisotropic flow in relativistic nuclear collisions”. *Phys. Rev. C* 58 3, 1998, p. 1671–1678. DOI: 10.1103/PhysRevC.58.1671. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.58.1671>.

- [116] N. Borghini, P. M. Dinh e J.-Y. Ollitrault. “New method for measuring azimuthal distributions in nucleus-nucleus collisions”. *Physical Review C* 63.5 2001. ISSN: 1089-490X. DOI: 10.1103/physrevc.63.054906. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.63.054906>.
- [117] N. Borghini, P. M. Dinh e J.-Y. Ollitrault. “Flow analysis from multiparticle azimuthal correlations”. *Physical Review C* 64.5 2001. ISSN: 1089-490X. DOI: 10.1103/physrevc.64.054901. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.64.054901>.
- [118] N. Borghini, P. M. Dinh e J.-Y. Ollitrault. *Flow analysis from cumulants: a practical guide*. 2001. arXiv: nucl-ex/0110016 [nucl-ex].
- [119] A. Bilandzic, R. Snellings e S. Voloshin. “Flow analysis with cumulants: Direct calculations”. *Physical Review C* 83.4 2011. ISSN: 1089-490X. DOI: 10.1103/physrevc.83.044913. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.83.044913>.
- [120] A. Bilandzic. “Anisotropic flow measurements in ALICE at the large hadron collider”. Tese de Doutorado. Utrecht U., 2012.
- [121] A. Bilandzic, C. H. Christensen, K. Gulbrandsen, A. Hansen e Y. Zhou. “Generic framework for anisotropic flow analyses with multiparticle azimuthal correlations”. *Phys. Rev. C* 89 6, 2014, p. 064904. DOI: 10.1103/PhysRevC.89.064904. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.89.064904>.
- [122] S. Chatrchyan *et al.* “Centrality dependence of dihadron correlations and azimuthal anisotropy harmonics in PbPb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV”. *The European Physical Journal C* 72.5 2012. ISSN: 1434-6052. DOI: 10.1140/epjc/s10052-012-2012-3. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-012-2012-3>.
- [123] K. Dusling, G. D. Moore e D. Teaney. “Radiative energy loss and  $v_2$  spectra for viscous hydrodynamics”. *Phys. Rev. C* 81 3, 2010, p. 034907. DOI: 10.1103/PhysRevC.81.034907. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.81.034907>.
- [124] W. Israel. “Nonstationary irreversible thermodynamics: A causal relativistic theory”. *Annals of Physics* 100.1 1976, p. 310–331. ISSN: 0003-4916. DOI: [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(76\)90064-6](https://doi.org/10.1016/0003-4916(76)90064-6). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0003491676900646>.
- [125] W. Israel e J. Stewart. “Transient relativistic thermodynamics and kinetic theory”. *Annals of Physics* 118.2 1979, p. 341–372. ISSN: 0003-4916. DOI: [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(79\)90130-1](https://doi.org/10.1016/0003-4916(79)90130-1). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0003491679901301>.

- [126] D. Teaney. "Effect of shear viscosity on spectra, elliptic flow, and Hanbury Brown–Twiss radii". *Phys. Rev. C* 68 3, 2003, p. 034913. DOI: 10.1103/PhysRevC.68.034913. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.68.034913>.
- [127] K. Dusling e T. Schäfer. "Bulk viscosity, particle spectra, and flow in heavy-ion collisions". *Physical Review C* 85.4 2012. ISSN: 1089-490X. DOI: 10.1103/physrevc.85.044909. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.85.044909>.
- [128] G. S. Denicol, H. Niemi, E. Molnár e D. H. Rischke. "Derivation of transient relativistic fluid dynamics from the Boltzmann equation". *Phys. Rev. D* 85 11, 2012, p. 114047. DOI: 10.1103/PhysRevD.85.114047. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.85.114047>.
- [129] G. S. Denicol, H. Niemi, E. Molnár e D. H. Rischke. "Derivation of transient relativistic fluid dynamics from the Boltzmann equation". *Physical Review D* 85.11 2012. ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.85.114047. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.85.114047>.