



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Ian Garner Downie

**Desenvolvimento de um sistema de medição de energia espectral de ondas
marítimas por GNSS**

Florianópolis
2025

Ian Garner Downie

**Desenvolvimento de um sistema de medição de energia espectral de ondas
marítimas por GNSS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Orientador: Prof. Eduardo Augusto Bezerra, Dr.

Florianópolis
2025

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.
Dados inseridos pelo próprio autor.

Downie, Ian Garner

Desenvolvimento de um sistema de medição de energia
espectral de ondas marítimas por GNSS / Ian Garner Downie ;
orientador, Eduardo Augusto Bezerra, 2025.
116 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2025.

Inclui referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Processamento digital de
sinais. 3. Antenas. 4. GNSS. 5. Ondas do mar. I. Bezerra,
Eduardo Augusto. II. Universidade Federal de Santa
Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.
III. Título.

Ian Garner Downie

**Desenvolvimento de um sistema de medição de energia espectral de ondas
marítimas por GNSS**

O presente trabalho em nível de mestrado foi avaliado e aprovado por banca
examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Pedro Veras Guimarães, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Bruno Catarino Bispo, Ph.D.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Stephan Paul, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho que foi julgado adequado
para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.



Documento assinado digitalmente
Carlos Renato Rambo
Data: 17/11/2025 15:25:24-0300
CPF: ***.748.198-**
Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

Prof. Carlos Renato Rambo
Coordenador do Curso



Documento assinado digitalmente
Eduardo Augusto Bezerra
Data: 17/11/2025 06:38:15-0300
CPF: ***.851.577-**
Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

Prof. Eduardo Augusto Bezerra, Dr.
Orientador

Florianópolis
2025

Agradecimentos

É importante agradecer ao orientador da dissertação, o Professor Eduardo Augusto Bezerra, pelos conselhos e encorajamento e a todos os membros da banca examinadora, os Professores Pedro Veras Guimarães, Bruno Catarino Bispo e Stephan Paul, pelas críticas construtivas. Adicionalmente, tenho de agradecer ao Fabio de Araújo Bairros do LABEX e ao Felipe Negrão do Labeco pela ajuda com a solda, bem como à Juliana Lima do Labeco pela ajuda com a realização de experimentos e ao Jim Thomson da Washington University por ter disponibilizado o código do seu projeto microSWIFT no Github. Finalmente, tenho de agradecer à minha esposa pela paciência.

Resumo

A medição do conteúdo energético de ondas do mar pelo Sistema Global de Navegação por Satélite (GNSS, do inglês *Global Navigation Satellite System*) virou uma opção popular nos últimos décadas por causa da sua conveniência e fácil incorporação em projetos comerciais e acadêmicos. Com o advento de receptores GNSS de multi-constelação, existe a possibilidade de aumentar a precisão destas medições por meio da abundância de satélites disponíveis. Esta dissertação produziu um sistema em hardware e software que aproveita do contexto de GNSS de multi-constelação. A avaliação do projeto é realizada por meio da estimativa do *link budget*, bem como testes estáticos e dinâmicos, que incluíram a produção de um instrumento de teste. Os testes estáticos mostraram uma melhoria na redução em ruído comparado com o código original e hardware mais rudimentar. Os testes dinâmicos revelaram uma capacidade do sistema de identificar um tom único em movimento harmônico simples e estimar o seu pico espectral dentro da ordem de grandeza certa, apesar de um ambiente de teste longe do ideal. Testes adicionais de comparação com boias comerciais serão a próxima etapa para validar a capacidade do sistema.

Palavras-chave: processamento digital de sinal, antenas, GNSS, ondas do mar.

Abstract

The measurement of the energy content of ocean waves by the Global Navigation Satellite System (GNSS) has become a popular option in recent decades due to its convenience and easy incorporation in commercial and academic projects. With the advent of multi-constellation GNSS receivers, the possibility of increasing the precision of these measurements exists as a consequence of the number of available satellites. This dissertation produced a system that takes advantage of multi-constellation GNSS. The assessment of the project's hardware and software is carried out by means of an estimate of the receiver's link budget, as well as static and dynamic tests, which include the production of a test stand. The static testing showed an improvement in noise reduction in comparison with the original code and more rudimentary hardware. The dynamic tests revealed the capacity of the system to identify a single tone in simple harmonic motion and to estimate the spectral peak within an order of magnitude, despite a far-from-ideal test environment. Additional tests of comparison with commercial buoys will be the next step to validate the system.

Keywords: digital signal processing, antennas, GNSS, ocean waves.

Lista de Figuras

2.1	Geometria relativa entre satélite e receptor	20
2.2	Sistema de coordenados Terra-Centrada, Terra-Fixa	20
2.3	Ilustrações de reflexos especular e difuso	23
2.4	Geometria de raio um refletido que resulta em multipercurso	23
2.5	Erro da fase da PLL devido a um componente de multipercurso	27
2.6	As bandas de frequência de GNSS	29
2.7	Perda por polarização entre um satélite GNSS e um receptor com o ângulo de inclinação de 90°	30
2.8	Ondas estacionárias do modo TM_{10} e modo TM_{01}	32
2.9	Padrão de radiação de 2 <i>slots</i> de uma antena microfita com uma separação de $\lambda/2$	33
2.10	A razão do padrão de radiação para baixo (<i>down</i>) e para cima (<i>up</i>) usando estruturas de suporte diferentes	34
2.11	Características de filtros seletivos por frequência	35
2.12	Implicações do fenômeno de Gibbs na projeção de filtros FIR	36
2.13	O atraso de grupo e resposta da fase do filtro passa-alta RC.	38
2.14	Produção de um filtro passa alto Tipo II de Chebyshev.	40
3.1	Velocidade de referência e erros de medição	51
3.2	Comparação da velocidade de referência com o erro da velocidade	52
3.3	Coefficiente de reflexão como função do ângulo de elevação para água salgada	53
3.4	Fator de correção pela agitação do mar para 1,5 GHz como função da altura significativa do mar e do ângulo de elevação.	54
3.5	Série temporal que mostra boa concordância entre os dados observados e simulados no caso de reflexo especular	55
3.6	Série temporal simulado da distribuição Rice lognormal	55
3.7	Ilustração de estados do mar e impacto na sinais recebidos numa antena de uma boia.	56
3.8	Série temporal simulado da distribuição Rice para altura da antena de 10 cm.	57
3.9	Densidade espectral de potência do ruído GNSS, do oceano e a frequência de corte	58
3.10	Ilustração do efeito do método de Welch	59
3.11	Soma da janela de Hanning com sobreposição de 50% na amplitude e na potência.	61
3.12	Soma da janela de Hanning com sobreposição de 62,5% na potência e <i>zoom</i> do <i>ripple</i> máximo	61
3.13	Separação de 3 dB e de 6dB para resolver espectros	62
3.14	A interpretação gráfica dos momentos direcionais de ondas do mar	63
4.1	As etapas de processamento das velocidades GNSS	64
4.2	As etapas de processamento das velocidades GNSS	65
4.3	Resposta de um filtro FIR passa-alta	66

4.4	O efeito cumulativo no peso da potência ao usar janelas de seno com sobreposição de 75%.	67
4.5	Resposta de magnitude do filtro passa-alta RC discretizado pelo Euler reverso.	68
4.6	Resposta de frequência do filtro passa-alta Chebyshev tipo II da 7ª ordem.	68
4.7	Visão global das etapas de processamento das velocidades GNSS	69
4.8	Respostas espectrais das janelas Hanning e seno.	70
4.9	Os polos e os zeros de um filtro passa-alta Chebyshev tipo II da 7ª ordem	72
4.10	Padrão de radiação da antena CGGBP.35.6.A.02	73
4.11	Um guia de onda coplanar com terra	74
5.1	Posição dos satélites e os seus C/N_0 com antena projetada e plano de terra.	77
5.2	Posição dos satélites e os seus C/N_0 com antena de especificações desconhecidas.	78
5.3	PSD de ruído estático	79
5.4	PSD de ruído estático	80
5.5	Gráfico de velocidades experimentais	81
5.6	PSD experimental no eixo z	82
5.7	Momentos direcionais experimentais	83
5.8	As PSDs no eixo z teóricas e experimental de um braço giratório	84
5.9	As PSDs no eixo z experimentais com velocidades horizontal e vertical	85
E.1	O projeto do PCB no programa KiCad.	101
E.2	O PCB com o módulo GNSS e a antena.	101
F.1	O PCB do receptor soldado ao microcontrolador com cartão SD e baterias.	102
F.2	O sistema preso num skate.	103
F.3	Braço giratório motorizado	104
F.4	Tentativa de verificar o erro na frequência de rotação do braço giratório	105

Lista de Tabelas

2.1	Alguns módulos GNSS e suas características	29
3.1	Características dos erros esperados da constelação GPS	48
3.2	Valor médio e desvio padrão de velocidades medidas por técnicas diferentes .	49
3.3	Hs e período médio da onda por técnicas diferentes	49
3.4	L1 sinais de GNSS, frequências de centro e larguras de banda	53
3.5	Comparação de características de algumas janelas [30]	60
4.1	Comparação de erro de pico, atenuação mínima e erro quadrático médio filtros por janelamento e o algoritmo Parks-McClellan com ordem 206.	66
5.1	O <i>Link Budget</i> de GNSS do projeto	76

Lista de Símbolos

Símbolo	Descrição
Alfabeto latino	
a	Vetor unitário na linha de visada
a	Metade do comprimento do lado do plano de terra quadrado
$A(\omega, \theta)$	Espectro de amplitude para frequência angular ω e direção θ
$A(e^{j\omega})$	Resposta em frequência do filtro resultante
$A_d(e^{j\omega})$	Resposta em frequência desejada do filtro
$A_w(e^{j\omega})$	Resposta em frequência da janela
A_n, B_n	Coefficientes da série de Fourier da função de espalhamento de energia
	$D(\omega, \theta)$
a_0, a_1, b_1, a_2, b_2	Primeiros cinco coeficientes de Fourier (momentos direcionais)
$\mathbf{b}(t_i)$	Vetor de posição do receptor no tempo t_i
$\Delta \mathbf{b}$	Deslocamento do receptor
B_u	Largura da banda do sinal
$\mathcal{B}$	União das bandas passante e de rejeição (filtros)
c	Velocidade da luz no vácuo
C	Código de espalhamento GNSS
$C_{1,2}(\omega)$	Coespectro entre os sinais 1 e 2
$C_{mn}(\omega)$	Coespectro entre as velocidades v_m e v_n
$c_{xx}[n, m]$	Autocovariância de um processo x
$c_{vv}[m]$	Autocorrelação aperiódica da sequência $v[n]$
$C_{ww}(e^{j(\omega)})$	Transformada de Fourier da autocorrelação aperiódica da janela $w[n]$
d	Vetor auxiliar para cálculo da velocidade Doppler
D	Distância do <i>offset</i> (sobreposição de janelas)
D_j	Deslocamento Doppler provocado pela velocidade radial do satélite j
$D(\omega, \theta)$	Função de espalhamento de energia
$\mathbf{e}_j(t_i)$	Vetor unitário da linha de visada do receptor ao satélite j no tempo t_i
$E(\omega)$	Função de erro ponderada (projeto de filtro)
$\mathbf{E}(t)$	Campo elétrico
$E_H(t), E_V(t)$	Componentes horizontal e vertical do campo elétrico
f	Frequência
f_c	Frequência da portadora
f_D	Frequência Doppler
f_j	Frequência medida do satélite j
f_r	Frequência recebida
f_t	Frequência transmitida
F	Figura de ruído
$F_E(\theta)$	Padrão de radiação 2D (Plano E)
F_X	Função de distribuição acumulada de um processo estocástico X
g	Aceleração gravitacional
g	Vetor de desconhecidos no cálculo da velocidade Doppler

Símbolo	Descrição
Δg_j	Alteração da geometria relativa (TDCP)
G	Ganho do componente de multipercurso
$\mathbf{G}$	Matriz de geometria (TDCP)
h	Altura da antena
$h[n]$	Coefficientes do filtro (resposta ao impulso)
$H(s)$	Função de transferência (domínio de Laplace)
$ H_C(j\omega) ^2$	Resposta da magnitude quadrada (Filtro Chebyshev)
$\mathbf{H}$	Matriz de geometria (velocidade Doppler)
I_0	Função de Bessel modificada de ordem 0
$I(\omega), I[k]$	Periodograma (contínuo e discreto)
$I_{V_1 V_2}(\omega)$	Periodograma cruzado
j	Índice para um satélite; unidade imaginária ($\sqrt{-1}$)
k	Constante de atenuação de percurso; número de onda
$\mathbf{k}$	Vetor de onda
K	Parâmetro K de desvanecimento (distribuição Rice)
l	Atraso (autocovariância)
L	Comprimento da antena (microfita); comprimento do segmento (Welch)
M	Mensagem de navegação; número de segmentos (Welch)
n, n'	Índices de refração
N	Ordem do filtro; número de amostras
$N(t)$	Número de componentes resolvíveis (multipercurso)
N_0	Densidade de potência do ruído
p	Perda por descasamento de polarização
$p_r(r)$	Função de densidade de probabilidade (distribuição Rice)
P	Potência do sinal
$P(e^{j\omega})$	Polinômio de aproximação (projeto de filtro)
P_r	Potência média recebida
$PS[k]$	Espectro de potência (discreto)
$Q_{1,2}(\omega)$	Espectro de quadratura entre os sinais 1 e 2
$Q_{mn}(\omega)$	Espectro de quadratura entre as velocidades v_m e v_n
$r(t)$	Sinal recebido
$r_j(t_i)$	Distância entre o satélite j e o receptor no tempo t_i
Δr_j	Variação na distância entre o receptor e o satélite j
$\mathbf{r}$	Vetor de posição
$\mathbf{r}_{SVj}(t_i)$	Vetor da posição do satélite j no tempo t_i
R	Coefficiente de reflexão; ordem do polinômio (projeto de filtro)
R_A	Razão axial da antena
R_{COPL}	Coefficiente de reflexão copolar
R_H, R_V	Coefficientes de reflexão horizontal e vertical
$R_{1,2}(\tau)$	Função de correlação cruzada
R_S	Razão axial do satélite
R_{XPOL}	Coefficiente de reflexão cruzada
$s(t)$	Sinal transmitido
s^2	Potência do componente de Linha de Visada (LOS)
$s_I(t), s_Q(t)$	Componentes em fase (I) e quadratura (Q) do sinal
$S(\omega)$	Densidade espectral de potência (PSD)
$S(\omega, \theta)$	Espectro direcional de ondas
S_1	Soma dos coeficientes da janela
S_2	Soma dos quadrados dos coeficientes da janela
$S_W(\omega)$	Estimador da PSD (método de Welch)
$S_{XX}(\omega)$	PSD de deslocamento
$S_{\dot{X}\dot{X}}(\omega)$	PSD de velocidade

Símbolo	Descrição
t	Espessura da blindagem
t_0	Atraso de propagação
$\dot{t}_u$	Taxa de deriva do relógio do utilizador
$c\Delta\delta t_{rcvr}$	Alteração na deriva do relógio do receptor
T	Constante de tempo (em RC)
T_0	Temperatura do sistema
T_{ant}	Temperatura da antena
T_{eff}	Temperatura efetiva do sistema
$T_N(x)$	Polinômio de Chebyshev de ordem N
$\mathbf{\dot{u}}$	Velocidade do utilizador
$u(t)$	Sinal complexo da banda base
U	Constante de normalização (Welch)
$\mathbf{v}$	Velocidade do satélite; velocidade do receptor (TDCP)
$\mathbf{v}(t)$	Vetor de velocidade (norte, leste, para baixo)
v_g	Velocidade do grupo
$\mathbf{v}_v(t), \mathbf{v}_u(t), \mathbf{v}_w(t)$	Componentes da velocidade (norte, leste, para baixo)
$\mathbf{v}_r$	Velocidade relativa
$V(e^{j\omega}), V[k]$	DTFT e DFT da sequência com janela
$w(t)$	Ruído gaussiano
$w[n]$	Sequência da janela
W	Largura da fonte (antena)
$W(\omega)$	Função de ponderação (projeto de filtro)
$x[n]$	Sinal de entrada (digital)
$x_i(t)$	Comprimento do caminho do componente i
$y[n]$	Sinal de saída (digital)
$\mathbf{y}$	Vetor de medições (TDCP)
Alfabeto grego	
α	Fator de atenuação da amplitude (NLOS/LOS)
$\alpha_i(t)$	Amplitude do componente i (multipercurso)
α_{ohmica}	Perda ôhmica (guia de onda)
$\alpha_{\text{dielétrica}}$	Perda dielétrica (guia de onda)
β	Constante de fase em espaço livre ($2\pi/\lambda$)
δ	Erro máximo (projeto de filtro); profundidade de penetração (blindagem)
δf	Desvio da frequência
δ_p	<i>Ripple</i> na banda passante
δ_s	<i>Ripple</i> na banda de rejeição
Δ_i	Atraso relativo de distância de raio i (GNSS)
$\Delta\Phi$	Fase do sinal de multipercurso (fasor)
$\Delta\omega$	Banda de transição ($\omega_s - \omega_p$)
$\Delta\tau$	Inclinação relativa entre os eixos maiores das antenas
ϵ	Fator de <i>ripple</i> (Filtro Chebyshev); ângulo de elevação (multipercurso marítimo); fase aleatória (ondas)
ϵ_r	Permissividade relativa
η	Permissividade complexa da água salgada; deslocamento vertical da onda
η_0, η_S	Impedância intrínseca (vácuo, blindagem)
θ	Ângulo de incidência (Fresnel); ângulo do zênite (antena); ângulo de direção (ondas)
θ_{ele}	Ângulo de elevação do satélite
$\Theta_1(\omega)$	Direção de onda dominante
$\Delta\Theta_1(\omega)$	Espalhamento direcional de energia
λ	Comprimento de onda da portadora

Símbolo	Descrição
μ	Permeabilidade do vácuo
ν	Graus de liberdade (estatística χ^2)
ρ	Amplitude do componente NLOS (Eq. 3.5)
ρ_0	Coefficiente de reflexão (sem agitação)
ρ_s	Fator multiplicador (agitação do mar)
$\rho_{\text{TE}}, \rho_{\text{TM}}$	Coefficientes de reflexão (TE, TM)
σ	Condutividade; desvio padrão
$2\sigma^2$	Potência média dos componentes de NLOS
$\tau_i(t)$	Atraso do componente i (multipercurso)
ϕ	Ângulo azimutal (antena); desvio da fase (GNSS)
$\phi_{D_i}(t)$	Deslocamento de fase de Doppler do componente i
ϕ_{R_i}	Deslocamento da fase causado pela reflexão
ψ	Erro da fase (devido a multipercurso)
$\tilde{\psi}$	Fase da portadora
Ω, Ω_c	Frequência analisada e frequência de corte (rad/s)
ω, ω_c	Frequência angular (rad/s); frequência de corte (rad/amostra)
ω_s, ω_p	Frequências de borda (rejeição e passante)

Lista de Abreviaturas e Siglas

Sigla	Descrição
ARP	Ponto de Referência da Antena (do inglês, <i>Antenna Reference Point</i>)
BIBO	Entrada Limitada, Saída Limitada (do inglês, <i>Bounded Input Bounded Output</i>)
C/N ₀	Razão Portadora-Ruído (do inglês, <i>Carrier-to-Noise Density Ratio</i>)
CL	Combinação Linear (usado em TDCP)
COPL	Copolar (Coeficiente de reflexão)
DFT	Transformada Discreta de Fourier (do inglês, <i>Discrete Fourier Transform</i>)
DTFT	Transformada de Fourier de Tempo Discreto (do inglês, <i>Discrete-Time Fourier Transform</i>)
EB	Efetividade da Blindagem
ECEF	Terra-Centrada, Terra-Fixa (do inglês, <i>Earth-Centred, Earth-Fixed</i>)
EIRP	Potência Isotrópica Radiada Equivalente (do inglês, <i>Equivalent Isotropic Radiated Power</i>)
ENBW	Largura de Banda Equivalente de Ruído (do inglês, <i>Equivalent Noise Bandwidth</i>)
FFT	Transformada Rápida de Fourier (do inglês, <i>Fast Fourier Transform</i>)
FIR	Resposta ao Impulso de Duração Finita (do inglês, <i>Finite Impulse Response</i>)
FLL	Malha de Captura de Frequência (do inglês, <i>Frequency Locked Loop</i>)
FPU	Unidade de Ponto Flutuante (do inglês, <i>Floating-Point Unit</i>)
FSPL	Perda por Caminho em Espaço Livre (do inglês, <i>Free-Space Path Loss</i>)
GNSS	Sistema Global de Navegação por Satélite (do inglês, <i>Global Navigation Satellite System</i>)
GPS	Sistema de Posicionamento Global (do inglês, <i>Global Positioning System</i>)
H _s	Altura Significativa da Onda (do inglês, <i>Significant Wave Height</i>)
IGS	Serviço GNSS Internacional (do inglês, <i>International GNSS Service</i>)
IIR	Resposta ao Impulso de Duração Infinita (do inglês, <i>Infinite Impulse Response</i>)
IMU	Unidade de Medição Inercial (do inglês, <i>Inertial Measurement Unit</i>)
IoT	Internet das Coisas (do inglês, <i>Internet of Things</i>)
ISI	Interferência Intersimbólica (do inglês, <i>Intersymbol Interference</i>)
L1, L2, L5	Bandas de frequência do sinal GNSS
LHCP	Polarização Circular à Esquerda (do inglês, <i>Left-Hand Circular Polarisation</i>)
LNA	Amplificador de Baixo Ruído (do inglês, <i>Low-Noise Amplifier</i>)
LOS	Linha de Visada (do inglês, <i>Line of Sight</i>)
MM	Mercado de Massa (do inglês, <i>Mass Market</i>)
MSE	Erro Quadrático Médio (do inglês, <i>Mean Square Error</i>)

Sigla	Descrição
NAVIC	Sistema de Navegação por Satélite Indiano (do inglês, <i>Navigation with Indian Constellation</i>)
NED	Norte, Leste, Para Baixo (do inglês, <i>North, East, Down</i>)
NLOS	Sem Linha de Visada (do inglês, <i>Non-Line of Sight</i>)
PCO	Deslocamento do Centro da Fase (do inglês, <i>Phase-Centre Offset</i>)
PCB	Placa de Circuito Impresso (do inglês, <i>Printed Circuit Board</i>)
PCV	Variação do Centro da Fase (do inglês, <i>Phase-Centre Variation</i>)
PLL	Malha de Captura de Fase (do inglês, <i>Phase Locked Loop</i>)
PPK	Cinemática Pós-Processada (do inglês, <i>Post-Processed Kinematic</i>)
PSD	Densidade Espectral de Potência (do inglês, <i>Power Spectral Density</i>)
QZSS	Sistema de Satélite Quasi-Zenith (do inglês, <i>Quasi-Zenith Satellite System</i>)
RC	Resistor-Capacitor (usado para filtro)
RHCP	Polarização Circular à Direita (do inglês, <i>Right-Hand Circular Polarisation</i>)
RTK	Cinemática em Tempo Real (do inglês, <i>Real-Time Kinematic</i>)
SBAS	Sistema de Aumentação Baseado em Satélite (do inglês, <i>Satellite-Based Augmentation System</i>)
SV	Veículo Espacial (Satélite) (do inglês, <i>Space Vehicle</i>)
TCXO	Oscilador de Cristal Compensado por Temperatura (do inglês, <i>Temperature-Compensated Crystal Oscillator</i>)
TDCP	Fase da Portadora Diferenciada no Tempo (do inglês, <i>Time-Differenced Carrier Phase</i>)
TE	Modo Elétrico Transversal
TM	Modo Magnético Transversal
XPOL	Polarização Cruzada (do inglês, <i>Cross-polar</i>)

Conteúdo

1	Introdução	15
1.1	Objetivo Geral	16
1.2	Objetivos Específicos	16
2	Fundamentação teórica	17
2.1	A velocidade Doppler	17
2.2	Velocidade pela fase da portadora diferenciada no tempo	18
2.3	Multipercurso	22
2.3.1	Incidência oblíqua	23
2.3.2	Polarização copolar e cruzada	24
2.3.3	Modelo do Rice do canal multipercurso	25
2.3.4	O sinal de GNSS sob condições de multipercurso	26
2.4	Antenas de GNSS	28
2.4.1	Os sinais GNSS	28
2.4.2	Antenas microfita RHCP	31
2.5	Características de filtros seletivos de frequência	34
2.5.1	Filtros de resposta ao impulso de duração finita (FIR)	35
2.5.2	Filtros de resposta ao impulso de duração infinita (IIR)	37
2.6	Análise espectral de ondas oceânicas	40
2.6.1	Densidade espectral de potência	42
2.6.2	Espectro direcional de potência	45
3	Estado da arte	47
3.1	A evolução de boias de onda	47
3.2	Boias TDCP	48
3.3	GNSS: incertezas e as fontes de incerteza	49
3.3.1	Posição versus velocidade	49
3.3.2	O efeito do multipercurso na estimação de velocidade	50
3.3.3	Fontes de multipercurso no ambiente marítimo	52
3.4	Processamento de dados e análise espectral	56
3.4.1	Filtragem	57
3.4.2	Janelamento	58
3.4.3	O cálculo e interpretação dos cinco coeficientes	61
4	Implementação	64
4.1	Análise espectral	64
4.1.1	Resumo do código de Thomson	64
4.1.2	Avaliação do código de Thomson	65
4.1.3	Versão atualizada do código do Thomson	67
4.1.4	Ajustes à versão atualizada do código do Thomson	70
4.2	Desenvolvimento do PCB	72

5	Resultados	75
5.1	<i>Link budget</i>	75
5.2	O desempenho estático do sistema	77
5.3	O desempenho dinâmico do sistema	80
5.3.1	Teste dinâmico horizontal	80
5.3.2	Teste dinâmico no plano norte-sul/vertical	82
6	Conclusão	86
	Apêndices	88
A	A derivação da expressão para os coeficientes de Fresnel de reflexão para o mar	89
B	Equivalência entre o periodograma cruzado e o produto de $1/(NU)$ com a transformada de Fourier da sequência aperiódica da correlação cruzada	91
C	Normalização para o espectro de potência e a densidade espectral de potência	93
D	A representação da energia espectral da ondas e os seus espectros direcionais	95
E	Imagens do PCB	101
F	Imagens dos sistemas experimentais	102
	Bibliografia	106

Capítulo 1

Introdução

Um melhor entendimento físico das ondas marítimas tem uma relevância para diversos campos. Este conhecimento ajuda na oceanografia para modelar os fluxos ar-mar de calor, gases e momento, que são relevantes para ambientes marítimos e para as mudanças climáticas [49]. Na economia, esta compreensão mais profunda tem importância para a definição de rotas marítimas, nas obras marítimas e possivelmente como uma fonte de energia sustentável [27]. Para a meteorologia, esta apreciação dos movimentos das ondas fornece melhor informação aos serviços de previsão de tempo [32] e compreende comportamento fora do normal [103].

Com as boias, a maneira tradicional de medir a energia das ondas, na forma do espectro de deslocamento vertical e dos espectros direcionais, é por meio de um acelerômetro e giroscópios. Longuet-Higgins [51] usou esta tecnologia na sua obra pioneira de análise estatística de ondas marítimas, a qual continua a ser usada em algumas das boias comerciais mais confiáveis [74]. Com a passagem do tempo, porém, uma alternativa que surgiu é a utilização do Sistema Global de Navegação por Satélite (GNSS, do inglês *Global Navigation Satellite System*) como complemento ao acelerômetro [99] ou substituto [33]. Unidades de medição inercial (IMU, do inglês *Inertial Measurement Unit*) também são utilizadas para esta finalidade, como instrumentação exclusiva [23] ou em combinação com GNSS, através da segmentação do espectro [14] ou da fusão de sensores [73].

A tendência pelo uso de GNSS nos últimos anos foi impulsionada por alguns refinamentos na sua aplicação. Desde o lançamento comercial da boia Datawell DWR-G GPS na década de 2000 [18], o conhecimento acadêmico acerca das técnicas necessárias para implementar boias GNSS vem crescendo. A publicação do espectro do ruído de um receptor GNSS por Harigae [103] identificou a frequência de corte no espectro a partir da qual é possível distinguir o sinal do ruído e, assim, utilizar filtros passa-altos para remover as componentes espectrais ruidosas. Subsequentemente, Joodaki definiu um processo para estabelecer a frequência de corte mais adequada para um dado receptor GNSS [40]. Herbers [33] demonstrou que receptores de GNSS do mercado de massa podem ser aproveitados para medir a energia de ondas e produzem resultados comparáveis com as melhores boias comerciais. Adicionalmente, este autor notou que a velocidade vertical, que tipicamente tem uma precisão menor que as velocidades horizontais, pode ser substituída pelas velocidades horizontais se o mar obedecer ao movimento linear orbital. Nos últimos anos, a boia GNSS comercial Spotter aproveitou destes avanços, entrou no mercado, conseguiu bons resultados [74] e virou uma opção mais econômica quando comparada com os seus rivais, como a boia do fabricante Datawell.

Este estudo propõe desenvolver o hardware e software necessários para um sistema de medição da energia das ondas. Começaremos por entender os fundamentos em termos da medição da velocidade por GNSS, o ambiente para a recepção do sinal e o processamento digital de sinais adequado para melhorar o desempenho perante ruído e produzir os dados que pesquisadores requerem. A seguir, contemplaremos os trabalhos acadêmicos que ajudarão a projetar este sistema em termos do erro e o processamento de sinal. Finalmente, a implementação do sistema será relatada, bem como a validação do sistema em testes estáticos e

dinâmicos. Explicitamente, os objetivos geral e específicos definem o escopo desta pesquisa.

1.1 Objetivo Geral

Desenvolver e validar um sistema de medição da energia espectral de ondas marítimas baseado em receptores GNSS de multi-constelação, integrando hardware e software dedicados, de forma a oferecer uma alternativa acessível e confiável para aplicações científicas e comerciais no monitoramento oceânico.

1.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral, estabelecem-se os seguintes objetivos específicos:

- Investigar os fundamentos teóricos relacionados à medição de velocidade por GNSS, ao fenômeno do multipercurso e às técnicas de processamento digital de sinais aplicadas a ambientes marítimos;
- Projetar e implementar uma solução de hardware dedicada, incluindo o desenvolvimento de uma placa de circuito impresso (PCB) e a seleção de antenas adequadas para recepção de sinais GNSS;
- Desenvolver e adaptar algoritmos de processamento de sinais, com ênfase em métodos espectrais, visando reduzir o ruído e melhorar a precisão das estimativas;
- Realizar testes estáticos e dinâmicos para avaliar o desempenho do sistema proposto em diferentes condições de operação;
- Comparar os resultados obtidos com aqueles de sistemas e boias comerciais disponíveis, analisando vantagens, limitações e oportunidades de aprimoramento;
- Propor recomendações para futuras pesquisas e aplicações práticas no monitoramento de ondas marítimas por meio de tecnologias GNSS.

Capítulo 2

Fundamentação teórica

Este capítulo pretende fornecer alguns conceitos essenciais para o desenvolvimento do sistema. A fundamentação teórica focará nos tópicos que podem ser trabalhados sem uma despesa financeira grande. Por isso, o processamento digital de sinal é destacado, bem como fatores que podem influenciar a produção do PCB do projeto, como a antena e o efeito de multipercurso. Mesmo que não haja escopo neste trabalho desenvolver ao nível do circuito integrado do módulo de GNSS, nem ao seu *firmware*, começamos este capítulo com um resumo dos dois métodos de calcular a velocidade por GNSS, dado que é a variável mais fundamental do sistema e a projeção do PCB pode influenciar na precisão das medições feitas. Por este motivo, é importante entender a sua definição.

2.1 A velocidade Doppler

Alguns módulos GNSS, como o NEO-M8P ou o NEO-F10T da empresa Ublox, fornecem os dados brutos que permitem o cálculo das velocidades nos três eixos abordadas nesta seção; outros, como o MAX-M10S, usado neste projeto, somente proporcionam as velocidades sem saber como foram calculadas. Por isso, dependeremos nas velocidades fornecidas pelo módulo e não poderemos calculá-las. Contudo, uma descrição das formas mais comuns de calcular as velocidades permite um entendimento das fontes de erro em cada caso. Mais adiante, na seção 5.1, abordaremos como o receptor escolhido para o projeto seleciona o método de cálculo da velocidade.

Kaplan [42] fornece uma descrição de como um receptor do sinal GNSS pode estimar a velocidade Doppler de um objeto deslocando-se na Terra e alguns dos aspectos mais pertinentes são resumidos nesta seção. Quando a velocidade relativa, $\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \dot{\mathbf{u}}$, entre a velocidade do satélite, $\mathbf{v}$, e do utilizador, $\dot{\mathbf{u}}$, é pequena comparada à velocidade de luz, c , a equação clássica da frequência Doppler instantânea é:

$$f_D = f_t - f_r = f_t \frac{\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{a}}{c} \quad (2.1)$$

$$f_r = f_t \left(1 - \frac{\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{a}}{c}\right) \quad (2.2)$$

na qual f_D é a frequência Doppler, f_r é a frequência recebida, f_t é a frequência transmitida e $\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{a}$ é o componente radial da velocidade relativa na linha de visada¹ entre o satélite e o utilizador, com $\mathbf{a}$ sendo o vetor unitário na linha de visada. O método apresentado pressupõe a posição do utilizador, $\mathbf{u}$, estimada a partir da pseudodistância, é conhecida e usada para achar o componente radial da velocidade relativa. A sua velocidade é $\dot{\mathbf{u}} = (\dot{x}_u, \dot{y}_u, \dot{z}_u)$. Expandindo $\mathbf{v}_r$ em (2.2) para um dado satélite, j , temos:

¹A linha de visada é uma linha reta na qual um observador tem uma visão não obstruída do objeto. No caso de satélites e receptores, isto significa que há uma linha de visão não obstruída entre as duas partes.

$$f_{rj} = f_{tj} \left(1 - \frac{1}{c} [(\mathbf{v}_j - \dot{\mathbf{u}}) \cdot \mathbf{a}_j] \right). \quad (2.3)$$

A frequência de transmissão do satélite é conhecida de antemão pelo receptor e neste resumo do processo desconsideraremos as correções à frequência fornecidas pela mensagem de navegação. O relógio do utilizador introduz um erro na frequência recebida e, assim, uma taxa de deriva do relógio do utilizador, $\dot{t}_u$, em segundo por segundo ($\frac{s}{s}$), é usada para relacionar a frequência medida, f_j , com a frequência real recebida, f_r :

$$f_{rj} = f_j(1 + \dot{t}_u). \quad (2.4)$$

Ao substituir (2.4) em (2.3), podemos achar:

$$\frac{c(f_j - f_{tj})}{f_{tj}} + \mathbf{v}_j \cdot \mathbf{a}_j = \dot{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{a}_j - \frac{cf_j \dot{t}_u}{f_{tj}}. \quad (2.5)$$

No lado esquerdo, todas as variáveis podem ser determinadas a partir de medidas ou das atualizações fornecidas pelos satélites e podem ser substituídas por uma variável auxiliar $\mathbf{d}_j$ para poder simplificar a apresentação. Se consideramos $f_j/f_{tj} = 1$ no lado direito, que é uma boa aproximação dentro de algumas partes por milhão, podemos ter:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} a_{x1} & a_{y1} & a_{z1} & 1 \\ a_{x2} & a_{y2} & a_{z2} & 1 \\ a_{x3} & a_{y3} & a_{z3} & 1 \\ a_{x4} & a_{y4} & a_{z4} & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} \dot{x}_u \\ \dot{y}_u \\ \dot{z}_u \\ -c\dot{t}_u \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

e

$$\mathbf{d} = \mathbf{H}\mathbf{g} \quad (2.7)$$

cuja solução é:

$$\mathbf{g} = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{d}. \quad (2.8)$$

Uma vez que temos quatro desconhecidos ($\dot{x}_u, \dot{y}_u, \dot{z}_u, \dot{t}_u$), os sinais de quatro satélites são necessários para se obter a velocidade. Entretanto, com mais do que quatro satélites, é possível reduzir o erro pelo método de mínimos quadrados ou com um filtro de Kalman, em que também a medição da fase da portadora diferenciada no tempo (TDCP, do inglês *Time-Differenced Carrier Phase*) poderá entrar nos cálculos para reduzir a incerteza ainda mais. É necessário notar que existe uma outra abordagem da velocidade Doppler que deriva o deslocamento de Doppler a partir da aproximação por diferenças da primeira ordem da fase da portadora em vez da medição instantânea do deslocamento de Doppler, que, por ser estimada num intervalo de tempo curto, é mais ruidosa do que as medições de fase, nas quais o ruído é suavizado ao longo de um período maior [80]. Este método alternativo de Doppler também precisa da velocidade do satélite, o que traz uma fonte adicional de erro [19]. A técnica examinada na próxima seção precisa apenas da posição e não da velocidade do satélite, o que pode aumentar a precisão da medição.

2.2 Velocidade pela fase da portadora diferenciada no tempo

Enquanto a velocidade Doppler pode apresentar um desvio padrão na ordem de cm/s, a velocidade estimada pela TDCP consegue uma precisão na ordem de mm/s. Por este motivo, será compensatório estudar o método de tirar a velocidade TDCP com os dados disponíveis em alguns módulos GNSS do mercado de massa.

A descrição nesta seção de calcular a velocidade a partir de duas fases da portadora, que são estimadas observando a diferença entre a portadora do satélite e a sua réplica gerada localmente no receptor [24], de, no mínimo, quatro satélites, segue principalmente a obra de Van Graas e Soloviev [98]. A diferença entre duas fases, $\Delta\tilde{\psi}$, de uma portadora do sinal de um dado satélite, j , com o receptor pode ser descrita como:

$$\begin{aligned}\lambda\Delta\tilde{\psi}_j &= \lambda\tilde{\psi}_j(t_2) - \lambda\tilde{\psi}_j(t_1) \\ &= \Delta r_j + c\Delta\delta t_{rcvr} + \Delta\text{errors} + \Delta n_j\end{aligned}\tag{2.9}$$

em que λ é o comprimento de onda da portadora; $\Delta r_j = r_j(t_2) - r_j(t_1)$ é uma variação na distância entre o receptor e o satélite num dado intervalo de tempo e é donde se pode extrair informação acerca da velocidade do receptor; $c\Delta\delta t_{rcvr}$ captura a alteração na deriva do relógio do receptor; Δerrors representa erros que podem ser considerados como “determinísticos”², especificamente mudanças devidas aos atrasos na ionosfera e na troposfera, ao relógio do satélite e à deriva nas correções por componentes relativísticos; e Δn_j é o termo de ruído e multipercurso.

Uma vantagem do uso da fase da portadora na estimativa da velocidade é que erros que são a consequência da ionosfera e da troposfera mudam lentamente, então uma taxa de amostragem acima ou igual a 1 Hz faz com que não haja uma alteração resultante da mudança nestes atrasos entre duas amostras consecutivas. Deste modo, a taxa de amostragem age como um filtro passa-altos e remove uma parte considerável do efeito destes erros [108]. Porém, para diminuir estes efeitos ainda mais, é comum usar o modelo de Klobuchar no caso do primeiro e o de Saastamoinen, no segundo [98][24]. Além deste atrasos, correções pelo relógio do satélite e pelos componentes relativísticos são fornecidas pelas efemérides do satélite.

Dentro dos possíveis erros na Equação (2.9), a falta da ambiguidade de número inteiro é digna de atenção também. A ambiguidade do número inteiro é o número de ciclos completos da portadora que é essencial para calcular a distância entre o satélite e o receptor. No entanto, uma vez que temos interesse na diferença entre as fases e não no número inteiro constante, não existe uma ambiguidade. O problema relacionado com ciclos inteiros, entretanto, é o *slipping* de ciclo, ou seja, a perda temporária da captura do sinal, o que resulta em medições erradas da fase e é mais comum com osciladores mais baratos que se encontram em receptores do mercado de massa. No caso da boia, uma vez que a sua velocidade é limitada, a solução mais fácil será descartar amostras se os seus módulos excederem um certo patamar, embora existam formas de corrigi-las [108].

Agora que já analisamos a Equação (2.9) e as possíveis fontes de erro, podemos contemplar as etapas para extrair uma estimativa da velocidade da fase da portadora. A Figura 2.1 apresenta a geometria relativa entre um satélite (SV, do inglês *Space Vehicle*) e o receptor nos dois momentos t_1 e t_2 . $\mathbf{r}_{SVj}(t_i)$, $i = 1, 2$, é o vetor da posição do satélite j ; $\mathbf{b}(t_i)$, $i = 1, 2$, é o vetor de posição do receptor; e $\Delta\mathbf{b}$ é equivalente, portanto, ao deslocamento do receptor que, por sua vez, é proporcional à velocidade do receptor, $\mathbf{v}$, no intervalo de tempo $[t_1, t_2]$, conforme:

$$\Delta\mathbf{b} = (t_2 - t_1) \cdot \mathbf{v}.\tag{2.10}$$

É fundamental observar que os vetores de posição nesta análise costumam ser determinados no sistema de coordenados Terra-Centrada, Terra-Fixa (ECEF, do inglês *earth-centred, earth-fixed*), que é ilustrado na Figura 2.2 e que permite o cálculo da posição com mais facilidade. Como a Figura 2.2 mostra, o eixo x positivo aponta na direção de 0° longitude; o eixo y positivo, na 90° Leste de longitude; e o eixo z positivo é normal ao plano equatorial formado pelos eixos x e y .

²Autores referem a estes erros como sendo determinísticos porque são determinados por modelos [53].

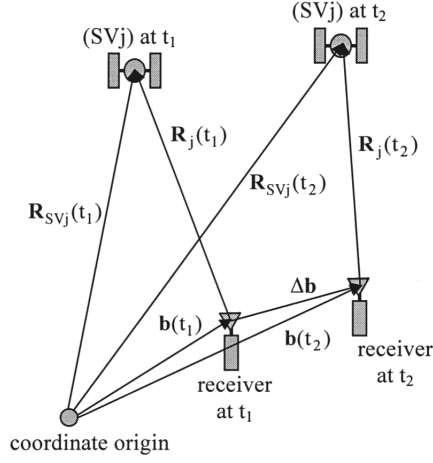


Figura 2.1: Geometria relativa entre satélite e receptor. Fonte: Grass [98].

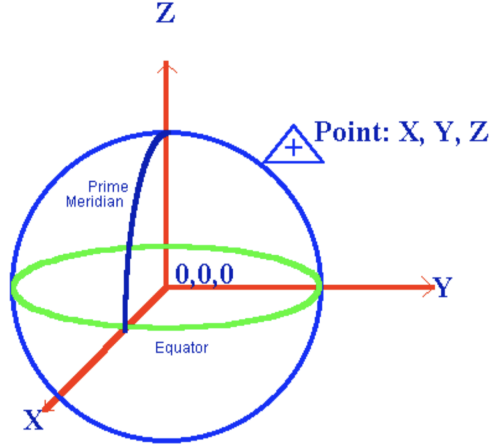


Figura 2.2: Sistema de coordenados Terra-Centrada, Terra-Fixa. Fonte: Calais [11]

Com esta representação vetorial de posição no sistema de coordenados ECEF, expressa-se a distância entre o satélite e o receptor como um produto interno entre o vetor unitário da linha de visada do receptor ao satélite e o próprio vetor, cujo resultado é a magnitude do vetor³:

$$r_j(t_i) = (\mathbf{e}_j(t_i), \mathbf{r}_{SVj}(t_i) - \mathbf{b}(t_i)) \quad (2.11)$$

na qual:

$$\mathbf{e}_j(t_i) = \frac{\mathbf{r}_{SVj}(t_i) - \mathbf{b}(t_i)}{|\mathbf{r}_{SVj}(t_i) - \mathbf{b}(t_i)|}, i = 1, 2 \quad (2.12)$$

é o vetor unitário da linha de visada do receptor ao satélite. A seguir, a Equação (2.11) é utilizada na representação da diferença da distância do receptor ao satélite entre dois instantes de tempo:

³O produto interno entre um vetor e seu vetor unitário dá sua magnitude: $|a||b|\cos(\theta) = |a|*1\cos(0) = |a|$.

$$\begin{aligned}\Delta R_j &= (\mathbf{e}_j(t_2), \mathbf{r}_{SVj}(t_2) - \mathbf{b}(t_2)) - (\mathbf{e}_j(t_1), \mathbf{r}_{SVj}(t_1) - \mathbf{b}(t_1)) \\ &= (\mathbf{e}_j(t_2), \mathbf{r}_{SVj}(t_2)) - (\mathbf{e}_j(t_1), \mathbf{r}_{SVj}(t_1)) - (\mathbf{e}_j(t_2), \mathbf{b}(t_2)) + (\mathbf{e}_j(t_1), \mathbf{b}(t_1))\end{aligned}\quad (2.13)$$

Na Equação (2.13), a diferença entre as magnitudes dos vetores da linha de visada dá a variação na distância entre os dois instantes. Ao expressar a posição do receptor no instante t_2 em termos da sua posição em t_1 mais a variação na posição no intervalo $[t_1, t_2]$, temos:

$$\mathbf{b}(t_2) = \mathbf{b}(t_1) + \Delta \mathbf{b} \quad (2.14)$$

Desta forma, os dois últimos termos da Equação (2.13) podem ser reformulados como:

$$\begin{aligned}- (\mathbf{e}_j(t_2), \mathbf{b}(t_2)) + (\mathbf{e}_j(t_1), \mathbf{b}(t_1)) &= -(\mathbf{e}_j(t_2), \mathbf{b}(t_1) + \Delta \mathbf{b}) + (\mathbf{e}_j(t_1), \mathbf{b}(t_1)) \\ &= -(\mathbf{e}_j(t_2), \mathbf{b}(t_1)) + (\mathbf{e}_j(t_1), \mathbf{b}(t_1)) - (\mathbf{e}_j(t_2), \Delta \mathbf{b})\end{aligned}\quad (2.15)$$

Por consequência, a partir das equações (2.13) e (2.15), a expressão pela variação na distância entre dois instantes de tempo, (2.13), depois de algumas considerações, pode ser interpretada da seguinte forma. Primeiro, identificam-se os dois primeiros termos em (2.13) como sendo a alteração na distância que é atribuível ao deslocamento médio da frequência de Doppler pelo movimento do satélite na linha de visada, uma vez que a variação no vetor de posição do satélite é proporcional ao deslocamento Doppler provocado pela sua velocidade radial. Isso permite que seja definido $D_j = (\mathbf{e}_j(t_2), \mathbf{r}_{SVj}(t_2)) - (\mathbf{e}_j(t_1), \mathbf{r}_{SVj}(t_1))$, o deslocamento Doppler provocado pela sua velocidade radial, para posteriormente ser descontado do produto $\lambda \Delta \tilde{\psi}_j$. Segundo, os termos $-(\mathbf{e}_j(t_2), \mathbf{b}(t_1)) + (\mathbf{e}_j(t_1), \mathbf{b}(t_1))$, na expressão (2.15), descrevem a alteração da geometria relativa entre o satélite e o receptor resultante da mudança na orientação da linha de visada, que é nomeada como $\Delta g_j = (\mathbf{e}_j(t_2), \mathbf{b}(t_1)) - (\mathbf{e}_j(t_1), \mathbf{b}(t_1))$ ⁴. Como a posição inicial do receptor é usada nos dois instantes, a diferença entre a sua projeção no vetor unitário de linha de visada, $\mathbf{e}_j(t_i)$, nos dois instantes captura a variação em qualquer fator geométrico que não seja o deslocamento do receptor que ocorre entre os instantes t_1 e t_2 . Desta forma, pode-se quebrar a variação na distância em três componentes:

$$\Delta r_j = D_j - \Delta g_j - (\mathbf{e}_j(t_2), \Delta \mathbf{b}) \quad (2.16)$$

A análise da Equação (2.16) é vantajosa porque torna possível estimar Δb , o deslocamento do receptor, que é proporcional à sua velocidade, em termos de outras variáveis que estão disponíveis em vários módulos de GNSS. Δr_j é estimada pela variação na fase da portadora e pode ser corrigida pelos erros identificados na Equação (2.9). O termo D_j é determinado com dados da órbita do satélite que dão as suas posições, $\mathbf{r}_{SVj}(t_1)$ e $\mathbf{r}_{SVj}(t_2)$, e o vetor unitário da linha de visada que, por sua vez, é calculada a partir destas posições consecutivas do satélite e as posições consecutivas do receptor, $\mathbf{b}(t_1)$ e $\mathbf{b}(t_2)$. Obtém-se Δg_j a partir do mesmo vetor unitário da linha de visada estimado para D_j e, novamente, as posições do receptor. Agora, a diferença da fase da portadora pode ser ajustada para acomodar estas considerações, bem como compensada pelas efemérides:

$$\Delta \tilde{\psi}_j^{\text{comp\&adj}} = \lambda \Delta \tilde{\psi}_j - D_j + \Delta g_j = -(\mathbf{e}_j(t_2), \Delta \mathbf{b}). \quad (2.17)$$

⁴Lembra-se que, para o vetor unitário da linha de visada, temos $(\mathbf{e}_j(t_i), \mathbf{b}(t_i)) = \mathbf{b}(t_i) \cos(\theta)$, sendo θ o ângulo entre $\mathbf{b}(t_i)$ e $\mathbf{e}_j(t_i)$.

Pelo menos quatro satélites são combinados em:

$$\mathbf{G} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{b}} \\ c\Delta \hat{t}_{\text{rcvr}} \end{bmatrix} = \mathbf{y} \quad (2.18)$$

na qual:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^T(t_2) & 1 \\ \mathbf{e}_2^T(t_2) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{e}_N^T(t_2) & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \lambda \Delta \tilde{\varphi}_1^{\text{comp\&adj}} \\ \lambda \Delta \tilde{\varphi}_2^{\text{comp\&adj}} \\ \vdots \\ \lambda \Delta \tilde{\varphi}_N^{\text{comp\&adj}} \end{bmatrix}, \quad N \geq 4. \quad (2.19)$$

Note-se que $\Delta \hat{t}_{\text{rcvr}}$, a deriva do relógio do receptor, é deixada como uma variável que tem de ser estimada. É pressuposto que os outros erros que não foram tratados, como de modo comum entre as duas medições, sejam residuais. Finalmente, o deslocamento do receptor no intervalo $[t_1, t_2]$ pode ser estimado através do método dos mínimos quadrados por:

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{b}} \\ c\Delta \hat{t}_{\text{rcvr}} \end{bmatrix} = (\mathbf{G}^T \cdot \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \cdot \mathbf{y} \quad ^5 \quad (2.20)$$

o que permite o cálculo da velocidade da Equação (2.10):

$$\langle \hat{\mathbf{V}} \rangle = \frac{\Delta \hat{\mathbf{b}}}{t_2 - t_1} \quad (2.21)$$

mas outras obras [24] [108] usam o método dos mínimos quadrados ponderados, nas quais a ponderação advém do ângulo de elevação do satélite.

2.3 Multipercurso

De acordo com Kaplan [42], devido às melhorias nos sistemas de GNSS, as fontes dominantes de erros na acurácia advêm do multipercurso e do assombramento. Dado que a folhagem e as construções não são fatores que podem interferir no sinal GNSS no mar aberto — embora as nuvens ainda sejam uma causa de assombramento — resta principalmente o multipercurso como a fonte dominante de erro. O objetivo desta seção é entender como o multipercurso ocorre e estudar a teoria que fundamenta sua modelagem.

Os reflexos do sinal nas superfícies da água ou da boia são as principais possíveis fontes de multipercurso, que podem variar de especular a difuso à medida que a agitação na superfície do mar aumenta. A maior parte dos reflexos do mar segue um mecanismo de dispersão, a não ser que a superfície do mar seja muito calma ou o ângulo de elevação seja muito agudo [12]. Portanto, o multipercurso que se encontra no mar é principalmente aquele ilustrado no lado direito da Figura 2.3.

Porém, quando os reflexos são da natureza ilustrada à esquerda deste diagrama, o mecanismo é mostrado na Figura 2.4, que é o modelo simplificado de dois raios, mas podem existir múltiplos reflexos. Nesta imagem, vemos como um raio (*Direct ray*) da satélite (*SAT*) vai diretamente no receptor (*Rx*) e um segundo raio reflete na superfície do mar (*Sea surface*) e depois é recebido no receptor. Esta modelagem de multipercurso mostra como o raio refletido viaja uma distância adicional quando comparado com o raio direto antes de atingir o receptor. Esta distância adicional faz com que haja desvanecimento do sinal recebido, que será um sinal composto do raio direto e o raio refletido.

⁵Note-se que as equações normais — ou seja, $A^T A x = A^T b$ — são usadas, visto que, para A de $m \times n$, podemos ter $m > n$ se conseguirmos mais do que quatro satélites.



Figura 2.3: Ilustrações de reflexos especular (à esquerda) e difuso (à direita). Fonte: Matera [56].

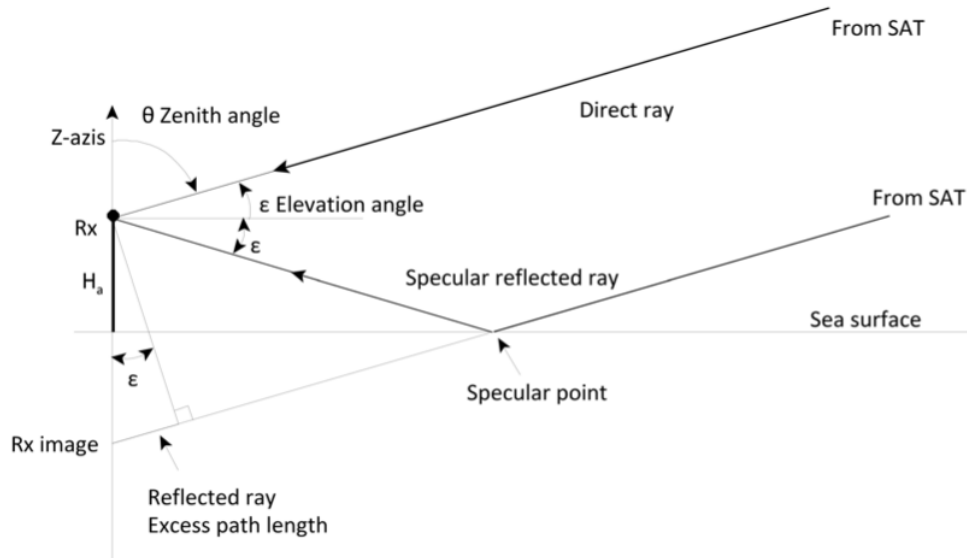


Figura 2.4: Geometria de um raio refletido que resulta em multipercurso. Fonte: Pérez-Fontán [72].

2.3.1 Incidência oblíqua

O sinal GNSS é polarizado à direita, que é uma composição de onda polarizada horizontalmente e onda polarizada verticalmente. Ao refletir numa superfície, os índices de refração dos dois meios e o ângulo de incidência são utilizados para calcular os coeficientes de reflexão horizontal e vertical. Portanto, para definir o canal, é importante entender como o ângulo de incidência do sinal afeta a porção do campo elétrico que é refletida e potencialmente distorce o sinal no receptor. Assim, a partir das equações de Fresnel de reflexão, é possível modelar esta relação. A equação de Fresnel de reflexão para ondas com polarização do campo elétrico perpendicular ao plano de incidência [64] é:

$$\rho_{TE} = \frac{n \cos \theta' - n' \cos \theta}{n \cos \theta' + n' \cos \theta} \quad (2.22)$$

em que TE se refere ao modo elétrico transversal, θ e θ' são respectivamente os ângulos de incidência e reflexão e n e n' , os respectivos índices de refração. Para ondas com polarização do campo elétrico paralela ao plano de incidência, que são em modo magnético transversal (TM), é:

$$\rho_{TM} = \frac{n \cos \theta - n' \cos \theta'}{n \cos \theta + n' \cos \theta'} \quad (2.23)$$

Hannah [28] apresenta as equações (2.22) e (2.23) de forma que apenas o ângulo de elevação do satélite, θ_{ele} , seja exigido para achar os coeficientes de reflexão horizontal (H) e vertical (V):

$$R_H = \frac{\sin \theta_{ele} - \sqrt{\eta - \cos^2 \theta_{ele}}}{\sin \theta_{ele} + \sqrt{\eta - \cos^2 \theta_{ele}}} \quad (2.24)$$

$$R_V = \frac{\eta \sin \theta_{ele} - \sqrt{\eta - \cos^2 \theta_{ele}}}{\eta \sin \theta_{ele} + \sqrt{\eta - \cos^2 \theta_{ele}}} \quad (2.25)$$

na qual η é a permissividade complexa da água salgada, cuja expressão é:

$$\eta = \epsilon_r(f) - j60\lambda\sigma(f) \quad (2.26)$$

em que $\epsilon_r(f)$ e $\sigma(f)$ são respectivamente a permissividade relativa e a condutividade da água salgada; f e λ são respectivamente a frequência e o comprimento de onda do sinal [1]. Uma derivação das expressões (2.24) e (2.25) é apresentada na Apêndice A.

2.3.2 Polarização copolar e cruzada

Depois da incidência numa superfície, de acordo com os coeficientes de reflexão horizontal e vertical, a polarização da onda refletida altera para ser uma composição de onda polarizada à esquerda e polarizada à direita. Uma forma de computar esta alteração é pelos coeficientes de polarização copolar e de polarização cruzada.

Uma onda polarizada à direita (RHCP, do inglês *right-hand circular polarisation*) pode ser definida como [64]:

$$E(t)_{RHCP} = E_H(t) + E_V(t) \quad (2.27)$$

onde:

$$E_H(t) = A \cos \omega t \quad (2.28)$$

$$E_V(t) = A \sin \omega t \quad (2.29)$$

Depois de reflexão, a onda polarizada à direita é:

$$E(t)_{RHCP} = R_H E_H(t) + R_V E_V(t) \quad (2.30)$$

Para uma polarização perfeitamente circular e normalizada, $E_H(t) = E_V(t) = 1$. Portanto, o coeficiente de reflexão copolar (COPL) é:

$$R_{COPL} = \frac{R_H E_H(t) + R_V E_V(t)}{E_H(t) + E_V(t)} = \frac{R_H + R_V}{2} \quad (2.31)$$

Enquanto, para a polarização circular à esquerda (LHCP, do inglês *left-hand circular polarisation*), que é a polarização cruzada no nosso contexto, a onda pode ser expressa como:

$$E(t)_{LHCP} = E_H(t) - E_V(t) \quad (2.32)$$

Quando, novamente, temos uma polarização perfeitamente circular e normalizada, o coeficiente de reflexão cruzada (XPOL) é:

$$R_{XPOL} = \frac{R_H E_H(t) - R_V E_V(t)}{E_H(t) + E_V(t)} = \frac{R_H - R_V}{2} \quad (2.33)$$

Os sinais refletidos resultam em alterações que trazem variações na amplitude e na fase indesejadas no sinal recebido.

2.3.3 Modelo do Rice do canal multipercurso

Devido à dificuldade de modelar todos os possíveis raios, linha de visada (LOS, do inglês *line of sight*), e NLOS (NLOS, *non-line of sight*), num dado canal, é comum recorrer a modelos estatísticos de multipercurso. Estes modelos têm duas características principais: o *delay spread* e o tempo de coerência do canal. O primeiro é o intervalo de tempo entre o componente de LOS e o último componente associado a este pulso, enquanto o segundo é o tempo no qual as características do canal, como o número e localização dos refletores, são consideradas invariantes e é maior do que o *delay spread* [25].

Seguindo a apresentação deste tópico em Goldsmith [25], seja $s(t)$ o sinal transmitido:

$$\begin{aligned} s(t) &= \Re\{u(t)e^{j2\pi f_c t}\} = \Re\{u(t)\} \cos(2\pi f_c t) - \Im\{u(t)\} \sin(2\pi f_c t) \\ &= s_I(t) \cos(2\pi f_c t) - s_Q(t) \sin(2\pi f_c t) \end{aligned} \quad (2.34)$$

no qual $u(t) = s_I(t) + js_Q(t)$ é um sinal complexo da banda base e f_c é a frequência da portadora. O sinal recebido, sem ruído, é a soma do caminho LOS mais os componentes resolvíveis de multipercurso:

$$r(t) = \Re \left\{ \sum_{i=0}^{N(t)-1} \alpha_i(t) u(t - \tau_i(t)) e^{j(2\pi f_c(t - \tau_i(t)) + \phi_{D_i}(t))} \right\} \quad (2.35)$$

Em (2.35), $i = 0$ é sinal de LOS, $N(t)$ é o número de componentes que são resolvíveis, $x_i(t)$ é o comprimento do caminho do componente i , que dá seu atraso, $\tau_i(t) = x_i(t)/c$, $\phi_{D_i}(t)$ é o deslocamento de fase de Doppler e $\alpha_i(t)$, a amplitude. Todas as amplitudes dos componentes podem sofrer desvanecimento como resultado da interferência construtiva e destrutiva de multipercurso não resolvível. $\phi_{D_i}(t)$ consegue capturar as alterações em fase que resultam das diferenças no atraso, $\tau_i(t)$, provocadas pelo movimento do transmissor e/ou o receptor. O deslocamento de Doppler pode ser expresso, da Equação (2.1), dado que $\lambda = c/f_T$, como [25]:

$$f_{D_i}(t) = \frac{v_r(t) \cos \theta_i(t)}{\lambda} \quad (2.36)$$

na qual θ é o ângulo de chegada em relação à velocidade relativa $v_r(t)$. A integral dos deslocamentos de frequência num dado intervalo dá o deslocamento da fase do sinal, a partir do qual é possível extrair o atraso.

Para o sinal LOS e um componente de multipercurso com atrasos τ_i e τ_j respectivamente, se $|\tau_i - \tau_j| \gg B_u^{-1}$, sendo B_u^{-1} o inverso da largura da banda do sinal, os dois componentes são considerados como resolvíveis; caso contrário, são não-resolvíveis e somados juntos no mesmo índice na soma de $N - 1$ índices na Equação (2.35). No caso de um canal de banda estreita, multipercurso somará com o componente de LOS para que haja interferência construtiva e destrutiva. O modelo probabilístico do canal de banda estreita quando há um componente LOS dominante será examinado na próxima seção de modo que possamos realizar uma simulação do canal no próximo capítulo.

2.3.3.1 Modelo do canal de banda estreita

Um canal de banda estreita é chamado de não-dispersivo devido ao fato que os atrasos entre os componentes não resultam em distorção significativa na forma de onda do sinal. Um sinal num canal dispersivo resulta de um *delay spread* maior que — em vez das réplicas caírem

no pulso correspondente de LOS — estas réplicas caem em pulsos subsequentes, o que é chamado de interferência intersimbólico (ISI, do inglês *Intersymbol Interference*).

Como supomos que o canal satélite-boia tenha uma LOS cuja potência é maior do que as dos outros componentes, este componente de LOS dominará a potência média e haverá oscilações na potência por causa de adição construtiva e destrutiva do multipercurso, o que resultará num envelope do sinal que tem a distribuição de Rice [25]:

$$p_r(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp \left[-\frac{(r^2 + s^2)}{2\sigma^2} \right] I_0 \left(\frac{rs}{\sigma^2} \right), \quad r \geq 0 \quad (2.37)$$

em que r^2 é a potência recebida, $2\sigma^2$ é a potência média dos componentes de NLOS, $s^2 = \alpha_0^2$ é a potência do componente de LOS e I_0 é a função de Bessel modificada de ordem 0. A distribuição Rice é frequentemente descrita pelo parâmetro K de desvanecimento:

$$K = \frac{s^2}{2\sigma^2} \quad (2.38)$$

que é a razão entre a LOS e a NLOS e, portanto, K grande significa desvanecimento brando à medida que K pequena dá desvanecimento severo. Ao substituir (2.38) em (2.37), e definindo a potência média recebida como $P_r = s^2 + 2\sigma^2$, temos:

$$p_r(r) = \frac{2r(K+1)}{P_r} \exp \left[-K - \frac{(K+1)r^2}{P_r} \right] I_0 \left(2r \sqrt{\frac{K(K+1)}{P_r}} \right), \quad r \geq 0 \quad (2.39)$$

2.3.4 O sinal de GNSS sob condições de multipercurso

Vimos na Seção 2.2 a importância da fase da portadora no cálculo da velocidade de um receptor GNSS. Como o sinal é de banda estreita, o multipercurso pode ter uma influência negativa direta na precisão e na acurácia das medições de fase requeridas para a estimação da velocidade.

A malha de captura de fase (PLL, do inglês *phase locked loop*) usa os canais em fase (I) e em quadratura (Q) para seguir a fase da portadora. O erro da fase é capturado por um discriminador arco tangente [28], cuja função é mostrada na Equação (2.40). Quando tiver apenas o sinal LOS, existe somente a amplitude A_D com a fase θ_D . Quando houver multipercurso, um fasor A_m com fase $\Delta\Phi$ é adicionado. A combinação destes fasores resulta no fasor A_c com fase θ_c . Com base na Figura 2.5, $A_m = \alpha A_D$, α sendo um fator de atenuação da amplitude LOS para a amplitude NLOS, e o erro da fase, ψ , pode ser expresso como:

$$\tan \psi = \frac{A_m \sin \Delta\Phi}{A_D + A_m \cos \Delta\Phi} \quad \Rightarrow \quad \psi = \arctan \left(\frac{\alpha \sin \Delta\Phi}{1 + \alpha \cos \Delta\Phi} \right) \quad (2.40)$$

O valor máximo do erro da fase por causa do multipercurso é limitado e tende a $0,25\lambda$ assintoticamente, dado que o limite de (2.40) no infinito é $\pi/2$; para a banda de frequência L1⁶ de GNSS, $0,25\lambda$ é 4,8 cm [101]. Em termos da velocidade TDCP, se houver um erro de $\pi/2$ em duas medições consecutivas da fase, o erro na velocidade pode ser 9,6 cm/s para um período de amostragem de 1 segundo.

Para exemplificar a influência de multipercurso melhor e usando a Equação (2.35) como base, o sinal de GNSS recebido depois da antena pode ser expresso como [57]:

⁶A banda L do espectro electromagnético é de 1,525 a 1,710 GHz para radiocomunicação espacial [35]. Dentro da banda L, a frequência L1, em redor de 1,575 GHz [42], é populada pelas quatro constelações de GNSS. Portanto, é a frequência mais usada para aplicações de banda única.

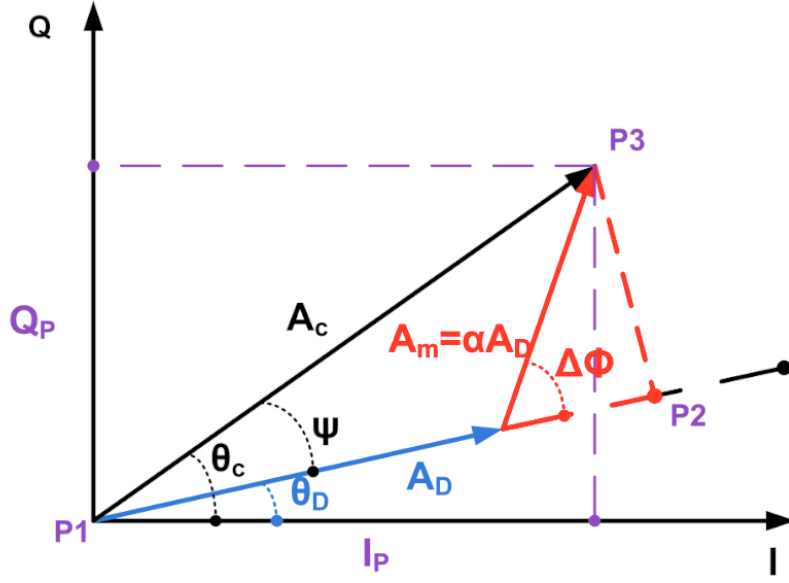


Figura 2.5: Erro da fase da PLL devido a um componente de multipercursos. Fonte: Smyrnaios [81].

$$r(t) = \sqrt{2P} \sum_{i=0}^n \left\{ \alpha_i C \left(t - t_0 - \frac{\Delta_i}{c} \right) M \left(t - t_0 - \frac{\Delta_i}{c} \right) \times \exp \left(j \left[2\pi(f_c + f_D + \delta f_i) \left(t - t_0 - \frac{\Delta_i}{c} \right) + \phi_i \right] \right) \right\} + w(t) \quad (2.41)$$

em que P é a potência do sinal, n é o número de sinais refletidos, α é a amplitude relativa do sinal, C é o código de espalhamento, t_0 é o atraso de propagação, Δ é o atraso relativo de distância, c é a velocidade de luz, M é a mensagem de navegação, f_c é a frequência da portadora, f_D é a frequência Doppler, δf é o desvio da frequência, ϕ é o desvio da fase e $w(t)$ é ruído gaussiano. Para a análise que segue, supõe-se que o multipercursos não tenha influência na mensagem de navegação e negligenciamos o código de espalhamento para poder focar no impacto do raio de multipercursos na velocidade através da fase da portadora.

McGraw [57] define as influências de multipercursos na Equação (2.41) da seguinte maneira: primeiro, o fator de atenuação da amplitude LOS para a amplitude NLOS, α , é:

$$\alpha_i = \sqrt{\frac{G_i R_i k_i}{G_0 R_0 k_0}} \quad (2.42)$$

na qual G é o ganho do componente de multipercursos, R é o coeficiente de reflexão, k é a atenuação de percurso. O raio LOS tem subscrito 0 e do raio de multipercursos, i . No caso do modelo de dois raios, supõe-se que, para o sinal LOS, $R_0 = 1$ e, para os dois raios, $k_0 = k_i = 1$ — ou seja os dois percursos não apresentam diferenças em termos de atenuação do satélite até o receptor que pode ter resultado de assombramento como nuvens. O atraso da fase é:

$$\phi_i = \left(\frac{2\pi\Delta_i}{\lambda_c} + \phi_{R_i} \right) \bmod 2\pi \quad (2.43)$$

na qual λ_c é o comprimento de onda da portadora e ϕ_{R_i} é o deslocamento da fase causado pela reflexão, que é π para uma reflexão a um ângulo de incidência abaixo do ângulo de

Brewster, cujo valor é 85° para água salgada. O atraso relativo de distância é $\Delta_i = 2h \sin \theta$ para uma antena com altura h e ângulo de elevação do satélite θ . O desvio da frequência para uma reflexão na terra é:

$$\delta f_i = \left(\frac{2}{\lambda_c} \sin \theta \right) \frac{\partial h}{\partial t} + \left(\frac{2h}{\lambda_c} \cos \theta \right) \frac{\partial \theta}{\partial t}. \quad (2.44)$$

Então, de modo a ilustrar a influência de um único raio de multipercurso neste modelo simplificado, é necessário supor alguns valores. Usaremos apenas a Equação (2.44) porque, como [25] observa, existe a possibilidade de contar o impacto do raio de multipercurso ou no termo da fase ou na frequência mas não nos dois. Sejam o ângulo de elevação do satélite de 30° , o ângulo de reflexão de 5° , a altura da antena 10 cm, a antena esteja se deslocando para baixo a 1 m/s no momento de receber o sinal, o satélite esteja orbitando a Terra a 0,15 mrad/s e o intervalo entre amostras seja de 1 segundo. Nestas condições para a antena CGGBP.35.6.A.02 de Taoglas, cujos ganhos a 30° e 5° são -1 dB e -3 dB respectivamente, e, de acordo com a Figura 3.3, o coeficiente de reflexão de RHCP a 5° é 0,5, teremos um erro de 1,5 cm/s na medição da velocidade se o método usado é proporcional ao erro da fase. Como veremos mais adiante, a influência de multipercurso a baixos ângulos de elevação pode ser muito prejudicial.

2.4 Antenas de GNSS

O foco desta dissertação é o processamento digital do sinal para devolver dados confiáveis dos espectros de ondas do mar. De forma a conseguir isso, entretanto, é necessário contemplar a captura do sinal, visto que qualquer sistema requererá o hardware para receber sinais de boa qualidade. Por isso, nesta seção, pretendemos estudar o sinal GNSS, avaliar o impacto de alguns parâmetros mais importantes de antenas GNSS e analisar um tipo de antena que costuma ser empregado para capturar este sinal.

2.4.1 Os sinais GNSS

Os sinais de GNSS operam em três bandas distintas, como ilustra a Figura 2.6, e existem quatro constelações principais. A banda inferior, L5, 1164–1215 MHz, é usada para serviços de segurança e aplicações civis de precisão; a banda intermediária, L2, 1215–1300 MHz, foi criada inicialmente como um serviço de precisão mas o seu uso foi estendido para operação geral [8]; e a banda superior, L1, 1559–1610 MHz, onde foi localizado o primeiro sinal, é a mais utilizada e interoperável por causa proximidade dos sinais no espectro electromagnético [68].

Atualmente, a maior parte dos receptores GNSS para o mercado de massa é de frequência única, que depende apenas dos sinais da banda L1 de GNSS, como a série MAX-M10, na Tabela 2.1. Porém, já existem no mercado de massa receptores, como o MAX-F10S, que são de banda dupla, L1 mais L5, e que utilizam dois sinais para compensar por erros, como atrasos na ionosfera e na troposfera, no sinal GNSS.

O sinal GNSS é polarizado à direita, que previne a dispersão observada com polarizações lineares na ionosfera [10] e torna a rejeição de sinais de multipercurso mais fácil, uma vez que a maior parte do multipercurso chega com polarização à esquerda, sobretudo da superfície do mar. Portanto, embora seja possível usar uma antena linear para a recepção de sinais GNSS, a utilização de uma antena polarizada à direita faz com que a perda por descasamento não seja 3 dB no mínimo. No caso de usar uma antena RHCP, as perdas por descasamento são uma função das razões axiais das antenas e a inclinação relativa entre a antena na boia e o satélite num dado momento. Estas perdas podem ser calculadas de seguinte forma [76]:

$$p = \frac{1}{2} + \frac{4R_S R_A + (R_S^2 - 1)(R_A^2 - 1) \cos 2\Delta\tau}{2(R_S^2 + 1)(R_A^2 + 1)} \quad (2.45)$$

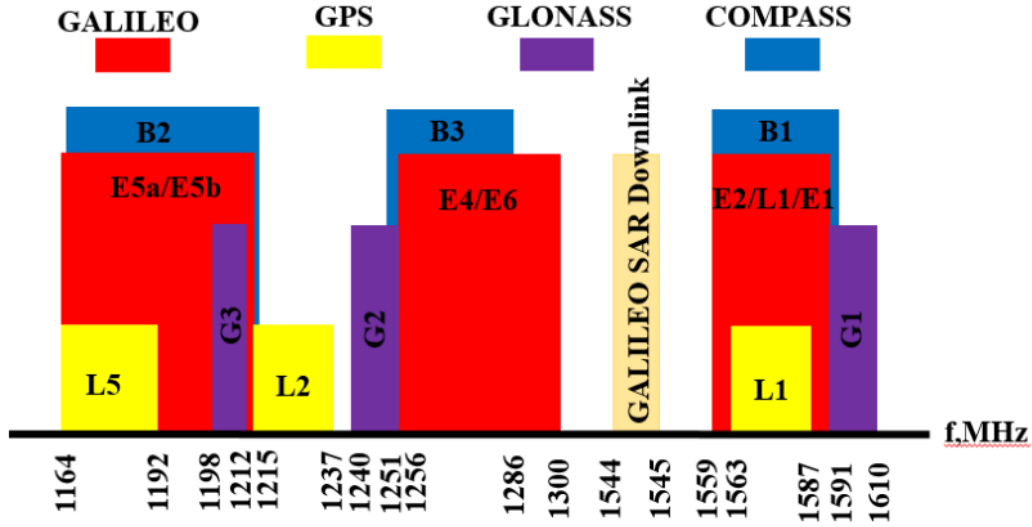


Figura 2.6: As bandas de frequência de GNSS. Fonte: Tamjid [88]

Tabela 2.1: Alguns módulos GNSS e suas características. Fonte: D. Egea-Roca et al [22]

GNSS chip/module	Supported bands	Supported services	Targeted market
Sony CXD5610GF/GG	L1/E1/B1	GPS, Galileo, BeiDou, GLONASS, NAVIC, QZSS, SBAS	Enhanced accuracy and IoT (MM)
	L5/E5a/B2		
Broadcom BCM47765	L1/E1/B1	GPS, Galileo, BeiDou, GLONASS, NAVIC, QZSS, SBAS	Enhanced accuracy (MM)
	L5/E5a/B2		
U-blox MAX-M10 series	L1/E1/B1	GPS, Galileo, BeiDou, GLONASS	IoT (MM)
U-blox ZED-F9P	L1/E1/B1	GPS, Galileo, BeiDou, GLONASS, QZSS, SBAS	High-accuracy with carrier-phase + RTK
	L5/E5/B2, L2		
Qualcomm Snapdragon 855	L1/E1/B1	GPS, Galileo, BeiDou, GLONASS, QZSS, SBAS	Enhanced accuracy (MM)
	L5/E5a		
STA8100GA	L1/E1/B1	GPS, Galileo, BeiDou, GLONASS, NAVIC, QZSS	Automotive
	L5/E5/B2, L2, E6		

na qual:

R_S = a razão axial do satélite;

R_A = a razão axial da antena;

$\Delta\tau$ = a inclinação relativa entre os eixos maiores da antena do satélite e da antena do receptor.

Se tivéssemos antenas perfeitamente RHCP, razões axiais de 1, e nenhuma inclinação entre os eixos maiores das antenas, teríamos nenhuma perda. Para L1, as antenas dos satélites têm uma razão axial de 1,8 dB. Rao [76] descreve a influência que a razão axial e a inclinação têm em descasamento por polarização e rejeição de multipercurso respectivamente. À medida que a razão axial diverge de circular, ou seja, aumenta, a perda por descasamento aumenta e a rejeição de multipercurso diminui. É também notável que a melhor situação para casamento e multipercurso seja quando a razão axial da antena receptora casa com a do satélite, em 1,8 dB. A Figura 2.7 mostra como a perda por polarização varia para o pior caso no qual o ângulo de inclinação é igual a 90° . No entanto, mesmo nesta situação, a perda só chega a 1,5 dB para uma razão axial de 10 dB. Como as razões axiais de antenas comerciais não vão muito além de 4 dB, é razoável dizer que a perda por polarização não seja a maior preocupação quando se projeta o caminho RF de um receptor GNSS.

A polarização é mais preocupante, entretanto, quando se consideram satélites perto do horizonte, que são essenciais, de acordo com alguns autores, para uma boa estimativa de posição e velocidade. Neste caso, quando se usa um plano de terra substancial para diminuir

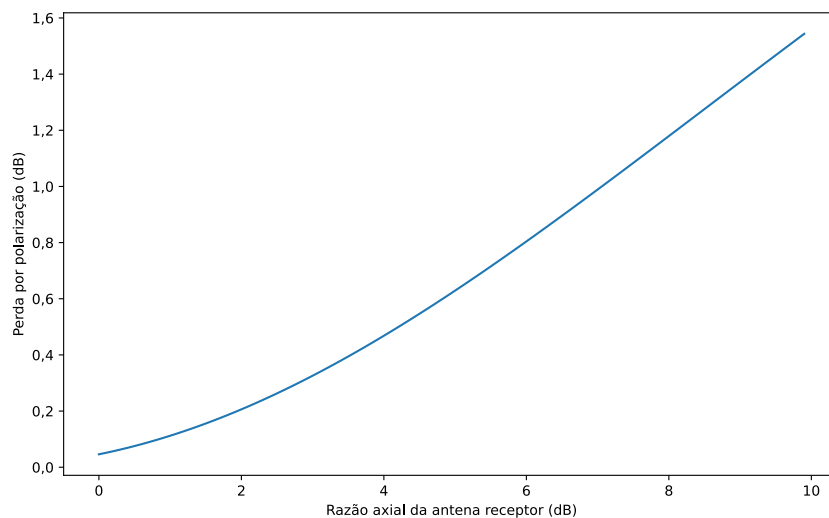


Figura 2.7: Perda por polarização entre um satélite GNSS e um receptor com o ângulo de inclinação de 90° .

a influência de interferência multipercurso, um efeito colateral é a redução do componente horizontal do sinal polarizado à direita a zero, o que resulta numa perda por polarização de até 3dB.

Em resumo, perdas por polarização podem resultar da razão axial da antena, a inclinação relativa dos eixos maiores das antenas — que é de alguma forma impossível de controlar — e o ângulo de elevação do satélite, que é o mais importante destes fatores.

Enquanto a perda por polarização tem uma influência principalmente a baixos ângulos de elevação, a relação entre o ganho e a diretividade tem um impacto significativo em todo o hemisfério superior do receptor. De forma parecida com a relação entre o ângulo de elevação e a presença do plano de terra, também existe um *trade-off* entre a largura do feixe e o ganho da antena. Por um lado é muito desejável aumentar o ganho para melhorar a relação sinal-ruído que é crítico em aplicações GNSS, mas, por outro lado, ao aumentar o ganho, reduziremos por definição a largura do feixe da antena, o que resulta em uma diluição da precisão da posição e da velocidade ao excluir satélites do alcance do receptor. Para resolver este impasse, é importante entender a abordagem típica para uma antena GNSS.

O ganho relativo para uma antena é definido por sua relação com uma antena isotrópica ideal. Assim, teoricamente, colocar um plano de terra por baixo de uma antena, que restringe a radiação para o hemisfério superior, faz com que a diretividade da antena dobre e o seu ganho seja 3 dBi em relação à antena isotrópica ideal.

Um ganho relativo demasiado grande pode resultar numa largura de feixe limitada e a perda de satélites do céu visível, o que afeta a diluição da precisão de qualquer estimativa de posição. A diluição de precisão pode ser expressa de várias formas de acordo com o tipo de medição desejada: horizontal, vertical ou de tempo. A diluição de precisão geométrica resume todas diluições de precisão e o seu valor escalar é o traço diagonal da sua matriz. De acordo com Rao [76], a acurácia da posição num dado eixo geométrico é maximizada quando o ângulo entre o eixo e a linha de visada para o satélite é minimizado, o que implica que a distribuição dos satélites no céu, e não só o número deles, é importante para conseguir uma diluição de precisão baixa. Um trabalho de 1995 [67] achou que a melhor diluição de precisão geométrica com quatro satélites é obtida quando três são espalhados igualmente em ângulos de azimute de 0° , 120° e 240° no ângulo mínimo de elevação e o quarto é localizado no zênite.

Em termos de apenas disponibilidade de satélites para conseguir uma solução, Spilker [84] calculou que, para GPS com 24 satélites, um ângulo de máscara de 5° permitiria ao

menos sete satélites visíveis a várias altitudes a 80% do tempo.

Entretanto, agora que existem quatro constelações, será que existe meio-termo entre a disponibilidade de no mínimo quatro satélites, o ganho e a diluição da precisão melhor que os estudos feitos nos anos 90 quando pesquisadores pensavam somente na constelação GPS?

É possível aumentar o ângulo de máscara de elevação e, teoricamente, aumentar o ganho. Por exemplo, Wang [102] propõe que um ângulo de máscara de até 40° seja possível. Porém, como é comentado por Swaszek [87], existe uma falta de estudos da melhor distribuição de satélites no cenário multi-GNSS. Um algoritmo desenvolvido neste trabalho estima que a diluição de precisão não muda quando eleva-se o ângulo de máscara de 0° a 20° com 70% dos satélites distribuídos equilibradamente no horizonte e os outros 30% no zênite. Vale a pena notar que [46] considerou ângulos de até 45° como na categoria de estar perto do horizonte. Isso é uma possibilidade hoje em dia dado que é comum ter trinta satélites das quatro constelações visíveis. Portanto, por exemplo, supondo um ângulo de máscara de 15°, o ganho relativo poderá ser 4,3 dB⁷.

Um aspecto final é o centro de fase eletromagnético da antena, que é a referência a partir da qual medições da fase são tiradas. Todas as antenas sofrem com este erro, que é mensurado através de dois parâmetros. O primeiro é a distância do centro da fase médio (PCO, do inglês *Phase-Centre Offset*) à referência do centro da antena (ARP, do inglês *Antenna Reference Point*), que é definida como o centro da superfície inferior da antena. O segundo é a variação do centro da fase (PCV, do inglês *Phase-Centre Variation*) que é dependente dos ângulos zenital e azimutal do satélite, bem como a frequência da constelação. Tais fatores são relevantes em termos do erro das estimativas TDCP de velocidade que surgem devido à variação do PCO no intervalo de tempo entre duas medições de fase, embora a diferenciação resulte no cancelamento dos erros constantes entre os dois momentos de amostragem introduzidos pela antena [76]. Para exemplificar a magnitude do erro possível, considere-se um satélite de GPS com raio orbital de 26.600 km e velocidade de 3,87 km/s [59], que provoca uma mudança na sua posição de 0,008° em um segundo, o que deverá ter um impacto leve na estimativa de velocidade TDCP. Mas, neste contexto de PCV, o ângulo de elevação é o vetor LOS com respeito à plataforma da antena [110]. Desse modo, o erro induzido pode ser mais expressivo. Um mar agitado poderá provocar uma rotação de 90° na boia e, se 90° ou algum ângulo de menor valor causar a máxima variação do centro da fase, cujo valor é de até 2 cm para smartphones [16], o impacto poderá ser grave. Para uma intervalo de amostragem de um segundo e uma velocidade TDCP, uma antena desta qualidade sofrendo a máxima variação do centro da fase, terá um erro de 2 cm/s na velocidade.

2.4.2 Antenas microfita RHCP

Antenas microfita, mais comumente conhecidas como antenas *patch*, são extremamente comuns em aplicações de GNSS provavelmente devido ao seu baixo custo, boa adaptação a sinais RHCP e facilidade de integração em PCBs.

A antena consiste em um elemento radiante metálico (*patch*) que forma a camada superior de um sanduíche com um substrato dielétrico no meio e o plano de terra na base [76]. O resultado desta estrutura é produzir uma cavidade ressonante com Q alta, onde o substrato dielétrico confina o campo eletromagnético entre o *patch* e o plano de terra. Portanto, devido a esta banda estreita, antenas microfita dificilmente cobrem mais do que uma das bandas de GNSS mostradas na Figura 2.6 e podem introduzir atrasos de grupo no sinal se a largura da banda não for suficiente.

A constante dielétrica do substrato apresenta uma correlação negativa com as dimensões da *patch*, mas simultaneamente reduz a largura de banda e ganho da antena. Adicionalmente, substratos com uma constante dielétrica menor podem suprimir ondas da superfície, consequência do plano de terra, que propagam no substrato e podem difratar nas bordas da

⁷3 dB - 10 log₁₀[1 - sen(θ_m)] = 4,3 dB [76]

antena e ter efeitos adversos como aumentar a recepção de multipercurso, a variação da fase e distorções no padrão de radiação.

RHCP é tipicamente produzida através da utilização de duas sondas com uma diferença de fase de 90° que resulta num campo elétrico composto de dois sinais ortogonais:

$$\mathbf{E}(t) = \hat{x}E_0 \cos(\omega t) + \hat{y}E_0 \sin(\omega t) \quad (2.46)$$

Sejam as fases da primeira e segunda sondas 0° e -90° respectivamente. A Sonda 1 produz um campo elétrico com o modo TM_{10} , mostrado na Figura 2.8a, dentro da *patch*, cujo índice é relacionado com a variação de meio-ciclo num eixo horizontal; a Sonda 2 produz o modo TM_{01} , mostrado na Figura 2.8b. São as franjas destas ondas estacionárias nos *slots* na borda da *patch* que produzem a propagação.

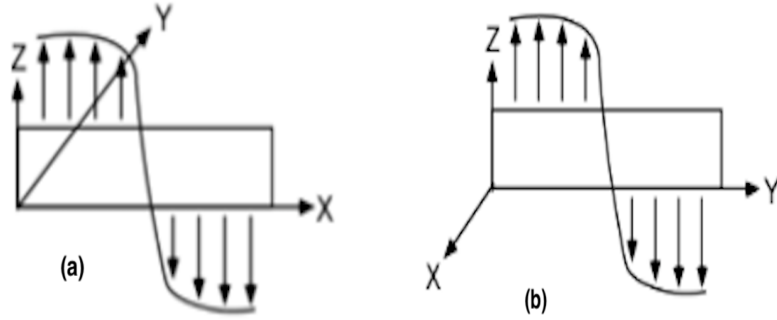


Figura 2.8: Ondas estacionárias do (a) modo TM_{10} e (b) modo TM_{01} .

De forma a maximizar a amplitude destas franjas, a antena é projetada de modo que o comprimento da antena seja igual a metade do comprimento de onda do sinal no dielétrico:

$$L = \frac{c}{2f_r} \sqrt{\epsilon_r} \quad (2.47)$$

Thiele [86] apresenta uma derivação do padrão da radiação no plano xz desta antena baseada no modelo de cavidade. Este modelo usa a ideia de correntes magnéticas equivalentes de superfície que resultam num campo elétrico:

$$E_\theta = E_0 \cos \phi f(\theta, \phi), \quad (2.48)$$

$$f(\theta, \phi) = \frac{\sin\left(\frac{\beta W}{2} \sin \theta \sin \phi\right)}{\frac{\beta W}{2} \sin \theta \sin \phi} \cos\left(\frac{\beta L}{2} \sin \theta \cos \phi\right) \quad (2.49)$$

em que θ é o ângulo do zênite, ϕ é o ângulo azimutal e β é o constante de fase em espaço livre, $2\pi/\lambda$. Na Equação (2.49), o primeiro fator é o padrão de radiação de uma fonte de linha uniforme de largura W , um sinc. O segundo é o fator array para um array de dois elementos, que são os *slots*. Como temos interesse neste momento num padrão 2D, $\phi = 0$, o que produz um termo sinc e $\cos \phi$ iguais a 1. Então, o padrão neste plano é:

$$F_E(\theta) = \cos\left(\frac{\beta L}{2} \sin \theta\right). \quad (2.50)$$

Como $L = \lambda/2$, temos:

$$F_E(\theta) = \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta\right). \quad (2.51)$$

A Figura 2.9 ilustra o padrão de radiação teórico destes dois *slots*. O efeito produzido pelos *slots* no eixo y é análogo. Esta superposição resulta no campo elétrico rotacional descrito pela Equação (2.46).

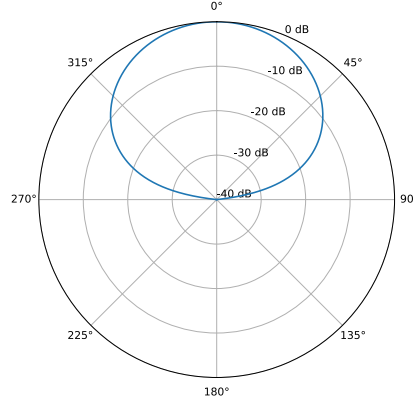


Figura 2.9: Padrão de radiação de 2 *slots* de uma antena microfita com uma separação de $\lambda/2$.

2.4.2.1 Planos de terra de antenas microfita

Vimos que um plano de terra teoricamente aumenta o ganho da antena em 3 dB em comparação com a antena isotrópica através do aumento da diretividade da antena, mas o tamanho do plano de terra de antenas microfita ainda não foi considerado e pode ser relevante para o desempenho do sistema.

Noghanian [61] modelou os efeitos do tamanho do plano de terra em antenas de microfita e achou um plano de terra de largura de 0,25 do comprimento da onda, λ , resulta em uma quantidade de radiação expressiva nas costas da antena. O valor ótimo que Noghanian achou é de $0,6\lambda$.

Uma outra explicação pela melhoria é a proteção superior contra multipercurso que o plano de terra maior fornece. Vamos examinar na Seção 3.3, em razão da banda estreita de L1, a forma como o multipercurso pode afetar a razão portadora ruído pela contribuição de sinais refletidos que provocam desvanecimento no sinal LOS. Uma tentativa de determinar a influência do tamanho do plano de terra na proteção contra multipercurso foi realizada por Tatarnikov [90], na qual um modelo simplificado de raio único refletido num refletor perfeito é usado para manter o foco apenas na antena e seu plano de terra. A obra apresenta a razão entre os padrões de radiação incidente e refletida, que é equivalente à α da Equação (2.40). Para um ângulo de elevação de 0° , α tem um valor de 0 dB — ou seja, proteção zero — e, a 90° , arbitraram um valor pequeno de -20 dB. A razão entre os padrões de radiação incidente e refletida para a direção de zênite dá uma estimativa da capacidade de mitigação de multipercurso para um certo tipo de antena. E, assim, o estabelecimento do nível de mitigação no zênite permite a comparação tipos de antena diferentes como função do tamanho do plano de terra. Esta razão é calculada por meio da expressão:

$$\alpha_{\text{zênite}} \approx f_0(0) \frac{1}{2\pi\sqrt{a/\lambda}}. \quad (2.52)$$

Nesta expressão, $f_0(0)$ é a magnitude do padrão de radiação normalizado para um ângulo de elevação de 0° de um plano de terra infinito. Portanto, Equação (2.52) representa a iluminação na borda do plano de terra, donde há a influência da radiação refletida. $f_0(0)$ é também o ganho para satélites abaixo ângulos de incidência. a é metade do comprimento do lado do plano de terra quadrado e λ é o comprimento da onda.

A Figura 2.10⁸ mostra a proteção contra multipercurso oferecida por tipos de estrutura diferentes. De acordo com esta análise, a proteção de todas as estruturas melhora até aproximadamente 40° de elevação. Os autores consideram $0,6\lambda$ como o comprimento ótimo para um plano de terra padrão caso o projeto queira aproveitar de satélites de todo o céu. Porém, se o objetivo for só receber sinais a ângulos de elevação maiores, poderá haver vantagens em projetar um plano de terra maior, como 1λ , para minimizar a razão apresentada na Figura 2.10.

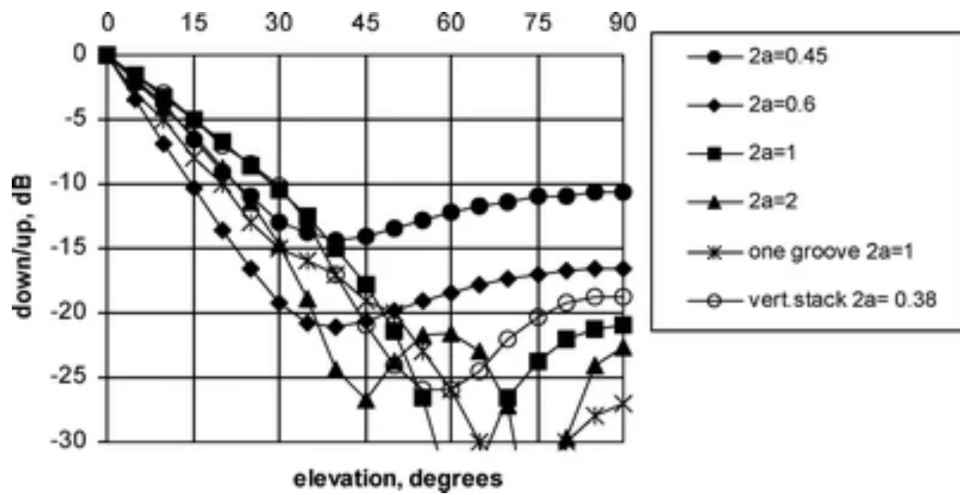


Figura 2.10: A razão do padrão de radiação para baixo (*down*) e para cima (*up*) usando estruturas de suporte diferentes. Fonte: Tartarnikov [90].

2.5 Características de filtros seletivos de frequência

De forma a estabelecer o contexto e os termos de referência para a examinação de filtros seletivos de frequência em capítulos subsequentes, existe um certo valor em resumir aqui algumas das características mais fundamentais destes filtros, que são ilustradas na Figura 2.11. Idealmente, o *ripple* na banda passante, δ_p , e na banda de rejeição, δ_s , é zero, enquanto a banda de transição, $\Delta\omega \triangleq \omega_s - \omega_p$, não existe, o que significa que passamos da banda passante para a banda de rejeição sem nenhum *roll-off*. Mas, para filtros realizáveis, existem vários *trade-offs* entre estas características, bem como a sua complexidade computacional e de implementação. Mais adiante, consideraremos a densidade espectral de potência típica de ondas marítimas e diversos filtros que já foram propostos para separar a energia das ondas da energia do ruído.

Nesta seção, pretendemos introduzir alguns aspectos de filtros de resposta ao impulso de duração finita (FIR, do inglês *Finite Impulse Response*) e filtros de resposta ao impulso de duração infinita (IIR, do inglês *Infinite Impulse Response*) que são relevantes para a

⁸Note que apenas consideramos as dimensões do plano de terra e não as outras estruturas analisadas na obra.

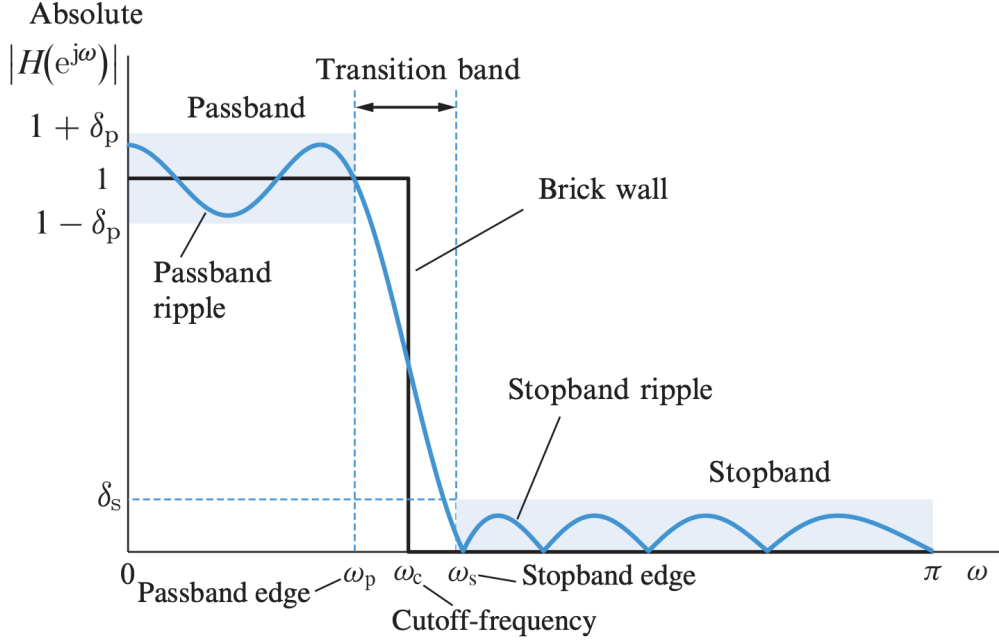


Figura 2.11: Características de filtros seletivos por frequência. Fonte: Manolakis [55].

interpretação de projetos já realizados na área de análise espectral de ondas do mar e para a implementação do projeto desta dissertação.

2.5.1 Filtros de resposta ao impulso de duração finita (FIR)

A produção de um filtro FIR envolve o descobrimento de uma função polinomial da resposta em frequência que satisfaça as especificações do filtro enquanto, para filtros IIR, cria-se uma função racional de aproximação ao filtro ideal. As duas técnicas que abordaremos nesta seção para produzir um filtro FIR são janelamento e o algoritmo de Parks-McClellan para encontrar a aproximação de Chebyshev ideal.

2.5.1.1 Filtros FIR por janelamento

O raciocínio por filtros FIR por janelamento pode ser explicado da seguinte forma: a melhor aproximação para a resposta em frequência de um filtro IIR em termos do erro quadrático médio é o filtro IIR ideal truncado por uma janela retangular [63]. Porém, o efeito prático de truncar é a convolução entre a resposta em frequência da janela retangular usada para truncar e a resposta em frequência ideal do filtro, que introduz *ripples* nas bandas passante e de rejeição através dos lóbulos laterais da janela. Portanto, embora conserve a energia total do filtro, mais energia passa fora do lóbulo principal para os lóbulos laterais do que quando se usam outras janelas⁹. A Figura 2.12 mostra os efeitos na resposta em frequência do filtro quando se usa uma janela retangular para realizar o truncamento. Vemos que o resultado da convolução entre a janela $A_w(e^{j\omega})$ e o filtro desejado, $A_d(e^{j\omega})$ é o filtro $A(e^{j\omega})$. O filtro resultante tem as seguintes características:

- $\delta_p \approx \delta_r \approx 0,09$ para um filtro de qualquer ordem;
- a largura da banda de transição é $\Delta\omega \triangleq \omega_s - \omega_p \approx \frac{1,8\pi}{N} \leq \frac{4\pi}{N+1}$.

⁹A janela retangular conserva perto de 90% da energia no lóbulo principal enquanto outras janelas conseguem acerca de 99% [71].

A consequência mais grave é não poder reduzir o *ripple*. Na banda passante, temos $20\log(1,09) = 0,75$ dB e na banda de rejeição, $20\log(1/0,09) = 21$ dB; os dois não são suficientemente controlados para aplicações práticas [55]. Então, a janela retangular, como todas as janelas, permite o controle da largura da banda de transição por meio da ordem do filtro, N , mas o *ripple* é fixo. A magnitude do *ripple* é a consequência do fenômeno de Gibbs na descontinuidade no filtro ideal e provoca as oscilações perto da banda de transição. A única forma de abrandar a magnitude destas oscilações é alterar a forma da janela e, por isso, existem alternativas à janela retangular, como as janelas de Hamming ou de Blackman, que reduzem a magnitude das oscilações através do sacrifício de uma banda de transição maior, cuja largura pode ser controlada pelo aumento da ordem do filtro.

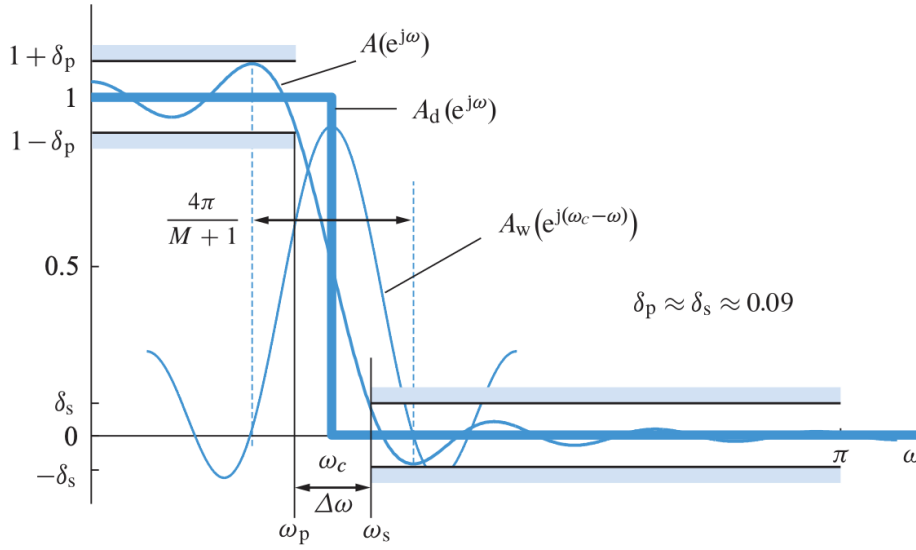


Figura 2.12: Implicações do fenômeno de Gibbs na projeção de filtros FIR. Fonte: Manolakis [55]

2.5.1.2 Filtros FIR pelo algoritmo Parks-McClellan

Ao passo que a justificativa pelo uso de janelas em produzir filtros FIR é o argumento de minimizar o erro quadrático médio entre o filtro realizado e o filtro ideal, o algoritmo de Parks-McClellan otimiza o filtro por meio do controle direto do *ripple*. Assim, é um algoritmo de minimax, que minimiza os erros máximos nas bandas passante e filtrada, bem como permite o controle do erro de aproximação nestas bandas. Formalmente, a melhor aproximação do filtro é aquela que [63]:

$$\min_{\{h[n]\}} \left(\max_{\omega \in \mathcal{B}} |E(\omega)| \right) \quad (2.53)$$

onde:

$$E(\omega) = W(\omega) [A_d(e^{j\omega}) - P(e^{j\omega})] \quad (2.54)$$

Na equação de minimax, (2.53), $\mathcal{B}$ é a união de subconjuntos fechados disjuntos, que são as bandas passante e de rejeição. Portanto, o problema é definir os coeficientes $h[n]$ que minimizam o erro de aproximação, $E(\omega)$, nesta união de subconjuntos fechados disjuntos. $E(\omega)$ é definido como a magnitude do desvio ponderado, dado uma ponderação $W(\omega)$, entre a resposta em amplitude desejada, $A_d(e^{j\omega})$, e o polinômio $P(e^{j\omega})$ usado para aproximar a

resposta em amplitude desejada. Este polinômio é restringido pela sua ordem, N . Adicionalmente, $P(e^{j\omega})$ não tem restrição na banda de transição; pode assumir qualquer forma que permita a melhor possível aproximação a $A_d(e^{j\omega})$.

$P(e^{j\omega})$ é uma combinação linear de cossenos, o que resulta na projeção de um filtro FIR com fase linear ser designada como um problema de aproximação de Chebyshev. A solução deste problema é o teorema de alternância: $P(e^{j\omega})$ é a solução singular da Equação (2.53) quando a função ponderada de erro, $E(\omega)$, tiver no mínimo $R + 2$ alternâncias em $\mathcal{B}$. Em outras palavras, há $R + 2$ frequências extremas, variando de um *ripple* positivo para um *ripple* negativo. Assim, a solução é atingida quando:

$$E(\omega_k) = -E(\omega_{k+1}), \quad |E(\omega_k)| = \max_{\omega \in \mathcal{B}} E(\omega) \triangleq \delta \quad (2.55)$$

As consequências práticas do teorema de alternância são que:

- a ordem do filtro, N , determina a ordem R de $P(e^{j\omega})$: $R = N/2$ para N par e $R = (N - 1)/2$ para N ímpar;
- cada banda passante e de rejeição, b , do conjunto $\mathcal{B}$, é determinada por um intervalo fechado de frequências $[\omega_k^b, \omega_{k+1}^b]$ onde k é 0 para o início da banda e 1 para o seu fim;
- a resposta em amplitude desejada, $A_d(e^{j\omega})$, é definida apenas para $\mathcal{B}$ e não para qualquer banda de transição;
- a função de ponderação, $W(\omega)$, é definida apenas para $\mathcal{B}$ e não para qualquer banda de transição;
- como $W(\omega)$ depende de ω , a ponderação pode ser diferente conforme a banda de $\mathcal{B}$.

A partir da caracterização do problema pelo teorema de alternância, o algoritmo de Parks-McClellan descobre os coeficientes do filtro ótimo. O algoritmo tenta encontrar as frequências extremas que resultam numa solução *equiripple*; ou seja, numa dada banda, o desvio máximo da magnitude do filtro realizado do filtro desejado é igual. Começando com um “chute” inicial para as frequências extremas, o algoritmo calcula $E(\omega)$ com a Equação (2.54) e recorda as frequências dos máximos locais, que são usados para criar um novo filtro com $E(\omega) = \pm\delta$ nestas frequências. Desta forma, $|\delta|$ aumenta monotonicamente até atingir o erro máximo. Repete-se o processo até que $|\delta|$ não aumente acima de uma certa tolerância. Este valor de $|\delta|$ resulta no mínimo do máximo do erro de aproximação do filtro *equiripple* ótimo.

2.5.2 Filtros de resposta ao impulso de duração infinita (IIR)

Filtros IIR são projetados com base em filtros de tempo contínuo que são bem estabelecidos e muitas vezes filtros analógicos. De modo a transformá-los para uma versão discreta, existem técnicas como a transformação bilinear que mapeia do plano S para o plano Z . Nesta seção, pretendemos somente abordar a aproximação de Chebyshev para filtros IIR com alguma profundidade, dado que será a base do filtro implementado mais adiante no projeto, e detalhar as justificativas por esta escolha.

2.5.2.1 Filtro RC

O filtro RC (resistor, capacitor) de primeira ordem é um dos mais simples filtros analógicos que pode ser implementado com só dois componentes passivos. No tempo contínuo, a equação do filtro RC no domínio S :

$$H(s) = \frac{sRC}{1 + sRC} \quad (2.56)$$

que, dá a seguinte equação de diferenças:

$$y[n] = \frac{RC}{RC + T}(y[n-1] + x[n] - x[n-1]) \quad (2.57)$$

Com $RC = 4$, a frequência de corte é $0,039 \text{ Hz}$ ¹⁰.

Apesar da simplicidade de implementar o filtro em (2.57), existem algumas desvantagens importantes. Em primeiro lugar, este é um filtro IIR, mas, devido à rapidez com a qual ela tende ao zero, em geral isto não merece preocupação. O que é potencialmente mais grave é não ter fase linear, ao contrário dos filtros FIR examinados na Seção 2.5.1.2. A fase linear garante que o atraso seja constante em toda a banda de frequências; porém, no caso de uma fase não-linear, o atraso varia ao longo do espectro. A Figura 2.13 mostra a resposta da fase e o atraso do grupo do filtro expresso na Equação (2.57). Podemos ver que o atraso de grupo, que descreve como o atraso se comporta conforme a frequência, varia de sete a zero amostras na banda passante. Assim, filtros IIR não são apropriados para projetos de boia como o de [34] que visam analisar as características fasoriais de ondas marítimas. Entretanto, o fato do periodograma da Equação (2.82) depender apenas da magnitude do sinal, e não da fase, implica que o uso de um filtro com fase não-linear é válido para estudos que se limitem a analisar apenas as características espectrais do sinal.

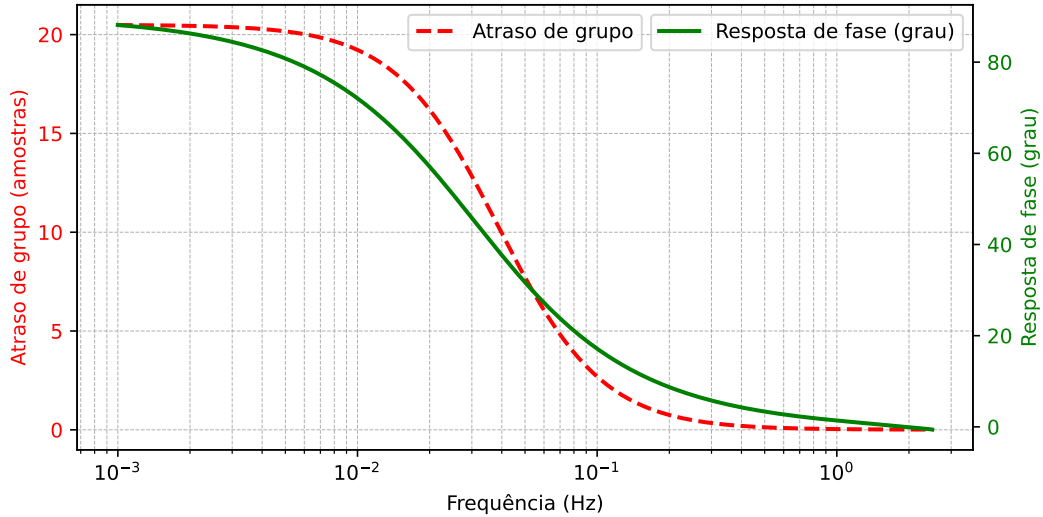


Figura 2.13: O atraso de grupo e resposta da fase do filtro passa-alta RC.

2.5.2.2 A aproximação de Chebyshev

Os polinômios de Chebyshev usados na Seção 2.5.1.2 para definir filtros FIR só precisam ser definidos dentro do círculo unitário e têm a forma¹¹:

$$T_N(x) = \cos[N \cos^{-1}(x)], x \in [-1, 1]. \quad (2.58)$$

Para filtros IIR, aproveita-se do comportamento de polinômios de Chebyshev dentro e fora do círculo unitário para produzir uma resposta em magnitude que tem, respectivamente, *equiripple* na banda passante e a tendência monotônica para zero na banda de rejeição caso

¹⁰ $f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \cdot 4} \approx 0,0398 \text{ Hz}$.

¹¹ Polinômios de Chebyshev podem ser produzidos pela função recursiva $T_{N+1}(x) = 2xT_N(x) - T_{N-1}(x) = \cos[(N+1)\cos^{-1}(x)]$, $N \geq 1$ e $x \in [-1, 1]$ com $T_0(x) = 1$ e $T_1(x) = x$. Como vimos na Seção 2.5.1.2, estes polinômios produzem comportamento que já foi descrito como “cosseno disfarçado” [55]. Manolakis [55] fornece mais informações.

o filtro for passa baixo Tipo I. Mais adiante, avaliaremos filtros de Chebyshev de Tipos I e II, bem como filtros passa alto.

Para mostrar este comportamento no filtro passa baixo Tipo I, definimos a resposta da magnitude quadrada de uma aproximação de Chebyshev de um filtro passa baixo:

$$|H_C(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 T_N^2(\Omega/\Omega_c)} \quad (2.59)$$

na qual $T_N(x)$, $x = \Omega/\Omega_c$, é um polinômio de Chebyshev de ordem N , Ω é uma frequência analisada em radianos por segundo, Ω_c é a frequência de corte do filtro e ϵ é um fator que define o *ripple* na banda passante. Para $\epsilon^2 \ll 1$, o erro de aproximação na banda passante é:

$$E_C^2(\Omega/\Omega_c) = 1 - \frac{1}{1 + \epsilon^2 T_N^2(\Omega/\Omega_c)} \simeq \epsilon^2 T_N^2(\Omega/\Omega_c), \quad |\Omega| \leq \Omega_c \quad (2.60)$$

Podemos concluir que este filtro tem a propriedade de *equiripple* ótimo na banda passante uma vez que o seu erro é uma função de um polinômio de Chebyshev. Porém, na banda de rejeição, $x = \Omega/\Omega_c > 1$ e arco cosseno já não é definido nos números reais maiores do que 1. Os polinômios aceitam valores de x reais ou complexos, mas a sua representação na banda de rejeição tem de ser através de funções hiperbólicas. Especificamente, temos:

$$T_N(x) = \cosh(N \cosh^{-1}(x)), \quad |x| > 1 \quad (2.61)$$

Portanto, a partir deste entendimento das suas características, um filtro Chebyshev tipo I tem as seguintes propriedades:

- para $|\Omega| \leq |\Omega_c|$, $|H_C(j\omega)|^2$ tem *equiripple* de $\frac{1}{1+\epsilon^2}$ a 1;
- para $|\Omega| \geq |\Omega_c|$, $|H_C(j\omega)|^2$ tende monotonicamente a zero com *roll-off* de 20N dB/década;
- a magnitude quadrada do filtro tem os seguintes valores de referência:

$$|H_C(j0)|^2 = \begin{cases} 1, & N \text{ par} \\ \frac{1}{1 + \epsilon^2}, & N \text{ ímpar} \end{cases}$$

$$|H_C(j\omega_c)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2}$$

$$\text{para } |\Omega| \gg \Omega_c, |H_C(j\omega)|^2 \simeq \left[\epsilon^2 2^{2(N-1)} \left(\frac{\Omega}{\Omega_c} \right)^{2N} \right]^{-1}.$$

Esta última propriedade significa que o filtro Chebyshev tem uma atenuação aproximadamente $6(N-1)$ dB maior do que o filtro Butterworth [55].

A projeção de um filtro passa alto com base num filtro passa baixo Chebyshev tipo I é simples. Ao trocar Ω/Ω_c por Ω_c/Ω na Equação (2.59), temos um filtro passa alto Chebyshev tipo I com a tendência monotônica na banda de rejeição e *equiripple* na banda passante. Se subtrairmos este filtro passa alto de unidade, o resultado é um filtro passa baixo com a tendência monotônica na banda passante e *equiripple* na banda de rejeição. O próximo passo para produzir um filtro passa alto de Chebyshev tipo II, $H_{II,PA}(j\omega)$, é novamente inverter Ω_c/Ω , que resulta na função de magnitude quadrada:

$$|H_{II,PA}(j\omega)|^2 = \frac{\epsilon^2 T_N^2(\Omega/\Omega_c)}{1 + \epsilon^2 T_N^2(\Omega/\Omega_c)} \quad (2.62)$$

O processo é ilustrado na Figura 2.14. e as propriedades do filtro passa alto de Chebyshev tipo II são:

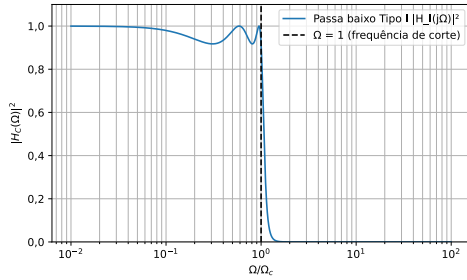
- para $|\Omega| \leq |\Omega_c|$, $|H_{II,PA}(j\omega)|^2$ tem *equiripple* de 0 a $\frac{\epsilon^2}{1+\epsilon^2}$;

- para $|\Omega| \geq |\Omega_c|$, $|H_{II,PA}(j\omega)|^2$ tende monotonicamente a 1 com *roll-off* de 20N dB/década;
- a magnitude quadrada do filtro tem os seguintes valores de referência:

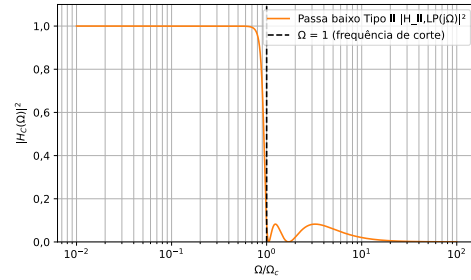
$$|H_{II,PA}(j0)|^2 = \begin{cases} 0, & N \text{ par} \\ \frac{\epsilon^2}{1 + \epsilon^2}, & N \text{ ímpar} \end{cases}$$

$$|H_{II,PA}(j\omega_c)|^2 = \frac{\epsilon^2}{1 + \epsilon^2}$$

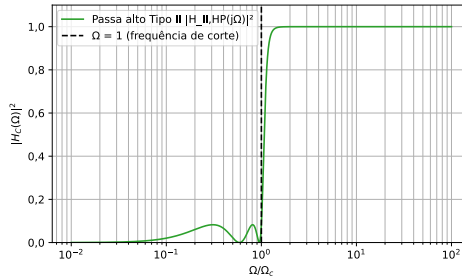
para $|\Omega| \gg \Omega_c$, $|H_{II,PA}(j\omega)|^2 \rightarrow 1$ à medida que $T_N^2(\Omega/\Omega_c) \rightarrow \infty$.



(a) Filtro passa baixo tipo I de Chebyshev.



(b) Filtro passa baixo tipo II de Chebyshev.



(c) Filtro passa alto tipo II de Chebyshev.

Figura 2.14: Produção de um filtro passa alto Tipo II de Chebyshev.

Em termos da escolha do filtro para o projeto, já que desejamos estudar somente a magnitude do espectro e filtros FIR requerem mais multiplicações para a mesma supressão quando comparados com filtros IIR, a decisão mais sensata parece proceder com um filtro IIR. Dentro dos filtros IIR, o filtro elíptico apresenta a solução ótima para uma dada ordem em termos da rapidez da transição mas possui *ripple* nas bandas passantes e de rejeição. Os filtros Butterworth são maximamente planos ¹² nas duas bandas mas demonstram uma transição mais lenta do que o filtro elíptico. Os filtros Chebyshev tipo II dão uma transição entre os outros dois tipos e conseguem uma banda passante maximamente plana e monótona.

2.6 Análise espectral de ondas oceânicas

Uma outra questão que não é o foco desta dissertação é a natureza de ondas oceânicas. Porém, é essencial ter uma noção do tipo de sinal que pretendemos estudar para poder entender e avaliar o processamento adequado deste sinal.

A geração de ondas superficiais do mar em águas profundas, usualmente atribuída à transferência de energia do vento ao mar, é considerada um processo gaussiano [62]. Esta

¹²Ou seja, todas as possíveis derivadas são iguais a zero numa dada banda.

afirmação foi verificada por estudos empíricos [78] e justificada teoricamente pelo teorema do limite central.

É interessante notar que a teoria estocástica de comunicação é a base da abordagem ao estudo dos processos estocásticos neste domínio. Portanto, de forma a entender como as medições da velocidade da boia podem ser utilizadas para produzir os dados que oceanógrafos desejam para caracterizar o mar, seria útil rever alguns conceitos da teoria da comunicação.

Qualquer processo estocástico é uma função do espaço amostral e o tempo; na nossa aplicação da teoria, o espaço amostral é a velocidade numa dada orientação - norte, leste ou para baixo¹³. Um processo estocástico é um ensemble de sequências tiradas do espaço amostral que tem uma dada probabilidade de ocorrer; em geral, amostras separadas por um curto intervalo de tempo tendem a se comportar de forma semelhante quando comparadas às amostras mais distantes no tempo. De forma a extrair estatísticas que caracterizam um processo estocástico, como a média e a variância, este ensemble de sequências deve compartilhar as mesmas estatísticas em qualquer intervalo de tempo, o que resulta no processo ser descrito como estacionário. Esta condição é capturada pela expressão [66]:

$$F_X(x_{t_1+\tau}, \dots, x_{t_n+\tau}) = F_X(x_{t_1}, \dots, x_{t_n}) \quad (2.63)$$

na qual F_X é a função de distribuição acumulada do processo estocástico X . Neste caso, a distribuição de probabilidade não altera para qualquer n pontos de tempo e para qualquer atraso τ . Chama-se esta condição estacionária no sentido amplo ou de ordem n . Entretanto, esta definição é muito rígida para a maior parte das séries temporais que precisamos estudar. A primeira flexibilização é definir um processo estacionário da primeira ordem, o que concede a possibilidade de depender de somente uma variável:

$$F_X(x, t + \tau) = F_X(x, t). \quad (2.64)$$

Neste caso, as estatísticas da primeira ordem, como a média e a variância, são independentes do tempo [55]. Uma extensão é permitir que a autocovariância seja dependente do atraso, l , entre dois ensembles, onde $l \triangleq n - m, n \geq m$ [55]:

$$c_{xx}[n, m] \triangleq \text{cov}(x[n], x[m]) = c_{xx}[l], \quad \text{para todos } m \text{ e } n \quad (2.65)$$

ou:

$$F_X(x_1, x_2, t_1 + \tau, t_2 + \tau) = F_X(x_1, x_2, t_1, t_2). \quad (2.66)$$

A satisfação desta condição faz com que tenhamos um processo estacionário da segunda ordem, que também se chama estacionário no sentido amplo. É este tipo de processo que se estuda no contexto de ondas do mar [62].

Além de ser estacionário no sentido amplo, para poder generalizar estatísticas como a média, a variância e a autocorrelação de uma sequência para o ensemble como um todo, é necessário que tais estatísticas tendam ao valor da estatística do ensemble à medida que o número de amostras tende ao infinito. Se esta condição for satisfeita, podemos dizer que o processo estacionário no sentido amplo é também ergódico [55].

Portanto, até agora, foi possível dizer que a sobreposição de um grande número de ondas faz com que a soma delas possa ser modelada como um processo gaussiano. E, com o decorrer do tempo, as estatísticas do fenômeno observado tendem a refletir as estatísticas do ensemble.

¹³Em inglês, o sistema local de coordenados é tipicamente chamado de NED (*North, East e Down*). Valores negativos neste sistema representam o sentido contrário. Por exemplo, o contrário de norte é sul.

2.6.1 Densidade espectral de potência

Como na teoria da comunicação, o teorema de Wiener-Khintchine é empregado na teoria de ondas oceânicas para estabelecer um par de transformada de Fourier entre a função de autocorrelação no domínio do tempo e a função de densidade espectral no domínio da frequência. Este par da transformada de Fourier é crítico no estudo de ondas oceânicas não só para representar a potência média da onda num sentido específico através do teorema de Parseval para um sinal truncado no tempo, mas também para as densidades espectrais de potência cruzadas, que são essenciais para definir a direção das ondas a partir da função de correlação cruzada ($R_{x,y}(\tau)$) nas três dimensões espaciais [62]. Primeiro, definiremos a auto-densidade espectral de potência e depois abordaremos a densidade espectral de potência cruzada.

Um estimador comum da densidade espectral de potência é o periodograma. Uma pre-condição para o cálculo do periodograma é a aplicação de uma janela que limite as amostras no tempo antes que seja realizada a transformada de Fourier. Então, para um sinal discreto, o estimador obtido é [63]:

$$I(\omega) = \frac{1}{NU} |V(e^{j\omega})|^2 \quad (2.67)$$

onde:

$$V(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]w[n]e^{-j\omega n}. \quad (2.68)$$

$V(e^{j\omega})$ é a transformada de Fourier de tempo discreto (DTFT, do inglês *Discrete-Time Fourier Transform*) da sequência finita $v[n] = w[n]x[n]$ e $w[n]$ é uma sequência de uma janela finita de comprimento N e U é um constante de normalização. Se esta janela não for retangular, este processo produz um periodograma modificado.

Embora o par de transformada de Fourier entre a função de autocorrelação e a densidade espectral de potência seja muitas vezes citado como justificativa teórica, em termos práticos, o periodograma é a forma muitas vezes usada para determinar a densidade espectral de potência. É possível demonstrar que o periodograma da Equação (2.67) é equivalente $1/(NU)$ multiplicado pela transformada de Fourier da sequência aperiódica de autocorrelação de $v[n]$, ou seja [63]:

$$I(\omega) = \frac{1}{NU} \sum_{m=-(N-1)}^{N-1} c_{vv}[m]e^{-j\omega m} \quad (2.69)$$

onde:

$$c_{vv}[m] = \sum_{n=0}^{L-1} x[n]w[n]x[n+m]w[n+m]. \quad (2.70)$$

Embora a Equação (2.67) mostre a DTFT de $w[n]x[n]$, o periodograma apenas pode ser calculado para frequências discretas. Desse modo, usa-se a transformada discreta de Fourier (DFT, do inglês *Discrete Fourier Transform*) nas frequências $\omega_k = 2\pi k/N$ para $k = 0, 1, \dots, N-1$. Assim, as amostras do periodograma são:

$$I[k] = I(\omega_k) = \frac{1}{NU} |V[k]|^2. \quad (2.71)$$

Antes de aplicar a DFT, se o sinal tiver um componente DC, ou valor médio, é costume calculá-lo previamente e subtraí-lo das amostras no tempo de modo que ele não apareça no domínio de frequência e, por causa do vazamento espectral, não polua outras frequências [63].

Ao analisar o periodograma sob a perspectiva da transformada de Fourier entre a função de autocorrelação e a densidade espectral de potência e levando em conta que $I(\omega)$ é uma variável aleatória, nota-se que, por causa da convolução do espectro de potência com a janela, o periodograma esperado $E[I(\omega)]$ é [63]:

$$E[I(\omega)] = \frac{1}{2\pi NU} \int_{-\pi}^{\pi} S(\theta) C_{ww}(e^{j(\omega-\theta)}) d\theta \quad (2.72)$$

na qual $S(\theta)$ é a densidade espectral de potência e $C_{ww}(e^{j(\omega-\theta)})$ é a transformada de Fourier da autocorrelação aperiódica da janela:

$$C_{ww}(e^{j\omega}) = |W(e^{j\omega})|^2. \quad (2.73)$$

Para a janela retangular, $W(e^{j\omega})$ é a transformada de Fourier da sequência triangular que resulta da autocorrelação da janela retangular [63]. Por causa da convolução com a janela na Equação (2.72), $E[I(\omega)]$ não é igual a $S(\omega)$. Porém, quanto mais o comprimento da janela aumenta, mais $C_{ww}(e^{j(\omega-\theta)})$ parece um trem de impulsos e, se $\frac{1}{2\pi NU}$ for escolhido corretamente, $E[I(\omega)]$ deverá aproximar-se de $S(\omega)$. Welch [104] define U como:

$$U = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} (w[n])^2. \quad (2.74)$$

onde N é o comprimento do segmento e $w[n]$ é o coeficiente n da janela w . A utilização de U em (2.71) devolve para a PSD a potência que a forma afunilada da janela nas suas extremidades removeu. No caso da janela de Hanning, o fator de normalização é $U = 0,375$.

Em termos da variância de $I(\omega)$, $\text{var}[I(\omega)]$, foi demonstrado que, à medida que o comprimento da janela aumenta [55]:

$$\text{var}[I(\omega)] \approx S^2(\omega). \quad (2.75)$$

Portanto, enquanto a média tende ao seu valor verdadeiro com acréscimos no comprimento da janela, a variância é proporcional ao quadrado da própria densidade espectral de potência, sem se reduzir com o comprimento. Isto ocorre porque, de acordo com Jenkins e Watts [38], a covariância de frequências harmonicamente espaçadas é:

$$\text{cov}[I(2\pi k_1/N), I(2\pi k_2/N)] \approx 0, \quad k_1 \neq k_2. \quad (2.76)$$

Então, à medida que o comprimento do segmento N aumenta, o intervalo entre frequências contíguas que não são correlacionadas diminui, mas a variância não muda. Portanto, estes dois comportamentos resultam em flutuações cada vez mais rápidas quando o comprimento torna-se maior.

Num trabalho influente de Bartlett [63], uma forma de abrandar a variância é subdividir os dados em M segmentos, achar o periodograma de cada segmento e tirar o valor médio dos periodogramas obtidos. Se N , o número de amostras, for igual a ML , no qual L é o comprimento do segmento, então o m -ésimo segmento é:

$$x_m[n] = x[n + (m-1)L], \quad 0 \leq n \leq L-1. \quad (2.77)$$

O periodograma do m -ésimo segmento é:

$$I_m(\omega) = \frac{1}{L} \left| \sum_{n=0}^{L-1} x_m[n] e^{-j\omega n} \right|^2 \quad (2.78)$$

Finalmente, o estimador da densidade espectral de potência de Bartlett é:

$$S_B(\omega) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M I_m(\omega). \quad (2.79)$$

Por causa da aplicação repetida da janela, o viés introduzido tende a subir por um fator de M comparado com $I(\omega)$ calculado com todos os N valores. Em todo este processo, pressupõe-se que exista a estacionaridade e que todos os $I_m(\omega)$ sejam identicamente distribuídos. Por outro lado, a variância segue:

$$\text{var}[S_B(\omega)] = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \text{var}[I_m(\omega)] \simeq \frac{1}{M} S^2(\omega) \quad (2.80)$$

Desse modo, a variância tende a zero à medida que M aumenta. No entanto, como vimos, incrementos de M tornam o viés maior, então existe um *trade-off* entre o viés e a variância e apenas aumentos no número de amostras conseguem expandir este limite.

O método de Welch [63] acrescenta no trabalho de Bartlett ao usar uma janela que não seja retangular e introduzir a sobreposição de segmentos para reduzir a variância ainda mais por causa da ponderação adicional de mais periodogramas. Assim, com a sobreposição, os segmentos são definidos como:

$$x_m[n] = x[n + (m-1)D], \quad 0 \leq n \leq L-1. \quad (2.81)$$

na qual D é a distância do *offset* que resulta na sobreposição. Os periodogramas do método de Welch são:

$$I_m(\omega) = \frac{1}{LU} \left| \sum_{n=0}^{L-1} w[n] x_m[n] e^{-j\omega n} \right|^2 \quad (2.82)$$

e o estimador da densidade espectral de potência é:

$$S_W(\omega) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M I_m(\omega) \quad (2.83)$$

A sobreposição até 50% consegue reduzir a variância por um fator de aproximadamente 2, mas o processo esgota-se e a sobreposição adicional não provoca mais diminuição na variância. Em termos da escolha do comprimento do segmento, L , é importante considerar as características dos dados que se pretendem estudar.

Finalmente, em relação especificamente à densidade espectral de potência de ondas do mar, costuma-se usar m^2/Hz como a unidade, mas, uma vez que o módulo de GNSS vai medir velocidade e não deslocamento, é essencial entender como a densidade espectral de velocidade é relacionada com a de deslocamento para poder produzir os dados que oceanógrafos estudam. A forma mais fácil de fazer isso é lembrar que a transformada de Fourier de uma derivada é:

$$\frac{df(t)}{dt} = j\omega F(\omega) \quad (2.84)$$

assim como, a partir da transformada de Fourier, a densidade espectral de potência de um processo aleatório idealizada para não considerar os efeitos da janela é:

$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi T} |X(\omega)|^2 \quad (2.85)$$

ao tirar a derivada da transformada de Fourier de deslocamento e depois calcular a sua densidade espectral de potência, temos a relação:

$$S_{XX}(\omega) = S_{\dot{X}\dot{X}}(\omega)/\omega^2. \quad (2.86)$$

Finalmente, embora seja mais comum utilizar a densidade espectral de potência para ondas do mar, é possível confundi-la com o espectro de potência. O Apêndice C examina a relação entre estes dois espectros e o papel da largura de banda equivalente de ruído (ENBW, do inglês, *Equivalent Noise Bandwidth*).

2.6.1.1 Densidade espectral de potência cruzada

O periodograma cruzado entre as duas DTFTs V_1 e V_2 tem a forma:

$$I_{V_1 V_2}(\omega) = \frac{1}{NU} V_1(e^{j\omega}) V_2^*(e^{j\omega}). \quad (2.87)$$

No apêndice B, há uma demonstração da equivalência entre o periodograma cruzado mostrado na Equação (2.87) e o produto de $1/(NU)$ com a transformada de Fourier da sequência aperiódica da correlação cruzada entre $v_1[n]$ e $v_2[n]$. Todas as considerações acerca do periodograma da última seção são relevantes para o periodograma cruzado. Apesar disso, é importante lembrar que o periodograma cruzado é complexo e, deste modo, tem componentes denominados na literatura oceanográfica como coespectro e espectro de quadratura — diferentemente dos termos “em fase” e “quadratura” utilizados na literatura de processamento de sinais. Consequentemente, para a densidade espectral de potência cruzada calculada a partir transformada de Fourier dos séries temporais 1 e 2, $S_{1,2}(\omega)$, temos:

$$S_{1,2}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{1,2}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = C_{1,2}(\omega) + jQ_{1,2}(\omega) \quad (2.88)$$

na qual $R_{1,2}(\tau)$ é a função de correlação cruzada entre os séries temporais, $C_{1,2}(\omega)$ é o coespectro e $Q_{1,2}(\omega)$ é o espectro de quadratura.

2.6.2 Espectro direcional de potência

Embora muitas vezes a captura do deslocamento na vertical seja a variável mais importante no estudo de ondas oceânicas, dado que esta variável pode ser aproveitada para produzir estimativas da altura da onda e do seu período, o padrão é conseguir as três componentes ortogonais de velocidade para apresentar o espectro direcional de potência. Podemos consultar os trabalhos de Joodaki [40] e de Thomson [93], que fornecem resumos que tentamos reproduzir sucintamente aqui. As séries temporais de velocidade geradas por boias flutuantes são:

$$v(t) = (v_v(t), v_u(t), v_w(t)) \quad (2.89)$$

na qual $v_v(t)$, $v_u(t)$ e $v_w(t)$ são as velocidades nas direções norte, leste e para baixo, respectivamente. Visto que existe um par transformada entre a função de correlação cruzada e a densidade espectral cruzada, podemos usar esta relação para expressar a energia nas direções zonal e meridional¹⁴. Assumindo estacionariedade e ergodicidade para que a correlação possa ser considerada como a correlação do processo como um todo, a correlação cruzada entre cada par das séries temporais é:

$$R_{v_m, v_n}(\tau) = E[v_m(t) v_n(t + \tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T v_m(t) v_n(t + \tau) dt \quad m, n=1, 2, 3, \dots \quad (2.90)$$

$$S_{mn}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{mn}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = C_{mn}(\omega) + jQ_{mn}(\omega) \quad (2.91)$$

A Equação (2.91) é a densidade espectral de potência cruzada entre v_m e v_n a partir da função de correlação cruzada deste dois séries temporais. Ao aplicar o teorema Wiener-Khinchine aos co-espectros, é possível mostrar que as densidades espectrais de potência cruzadas para os três pares são [62]:

¹⁴Zonal significa paralelo com as linhas de latitude e meridional, com as linhas de longitude, como o Meridiano de Greenwich.

$$S_{wu}(\omega) = jQ_{wu}(\omega), S_{wv}(\omega) = jQ_{wv}(\omega), S_{uv}(\omega) = C_{uv}(\omega) \quad (2.92)$$

$$(2.93)$$

O espectro direcional de ondas $S(\omega, \theta)$ pode ser expresso como o produto do espectro omnidirecional de energia, $S(\omega)$, e a função de espalhamento de energia $D(\omega, \theta)$ em todas as direções azimutais de $-\pi$ a π em θ :

$$S(\omega, \theta) = S(\omega)D(\omega, \theta) \quad (2.94)$$

$D(\omega, \theta)$ é normalizada:

$$\int_{-\pi}^{\pi} D(\omega, \theta) d\theta = 1 \quad (2.95)$$

para que a integral de $S(\omega, \theta)$ em θ resulte em $S(\omega)$. Podemos representar $D(\omega, \theta)$ como uma expansão na série de Fourier para uma função periódica em 2π :

$$D(\omega, \theta) = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{2}A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta) \right\}$$

A expansão de $D(\omega, \theta)$ é escalada por $1/\pi$ para que a série preserve a energia e normalize para 1. Os coeficientes A_n e B_n são:

$$\begin{aligned} A_n &= \int_0^{2\pi} D(\omega, \theta) \cos n\theta d\theta = \frac{1}{S(\omega)} \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta) \cos n\theta d\theta \\ B_n &= \int_0^{2\pi} D(\omega, \theta) \sin n\theta d\theta = \frac{1}{S(\omega)} \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta) \sin n\theta d\theta \end{aligned} \quad (2.96)$$

Os coeficientes de Fourier são claramente relacionados com a energia integrada. Por exemplo, na direção zonal, a energia integrada é:

$$S_{uw}(\omega) = \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta) \cos n\theta d\theta \quad (2.97)$$

Uma demonstração completa de como os primeiros cinco coeficientes de Fourier da função de espalhamento de energia podem ser derivados a partir dos auto-espectros e espectros cruzados do deslocamento ou da velocidade é deixada para a análise no Apêndice D.

Capítulo 3

Estado da arte

3.1 A evolução de boias de onda

Existem diversas formas de estudar as características das ondas. No caso de ondas produzidas pelo vento, cujas frequências são de 0,1 Hz a 1,25 Hz [62], existem boias de deriva que empregam tipos diferentes de instrumentação para medir a altura e a direção destas ondas.

No que diz respeito às técnicas usadas para transformar os dados brutos dos sensores na informação requerida por oceanógrafos e outros profissionais, há uma panóplia de abordagens de acordo com os sensores utilizados. Essencialmente, como vimos no último capítulo, todas as técnicas precisam de alguma forma estimar os deslocamentos da boia nas três dimensões ortogonais a partir das quais é possível produzir um espectro direcional — produto da abordagem série de Fourier direcional, desenvolvida por Longuet-Higgins [51] e base da informação das ondas que estas boias podem fornecer [21].

Os trabalhos que utilizam a combinação de acelerômetro, giroscópio e magnetômetro, como Rabault [73], empregam técnicas como fusão de sensores para compensar a deriva inerente nestes tipos de sensores [106]. A técnica de coleta de dados de Guimarães [99] utiliza o GNSS no sentido horizontal e um acelerômetro apenas no sentido vertical em vez da medida do GNSS, uma vez que a precisão do GNSS no eixo vertical é pior do que a nos eixos horizontais [83].

Entretanto, existe uma literatura crescente de aplicações que apenas utilizam o GNSS, apesar das dificuldades das medições na vertical. De acordo com Herbers [33], as vantagens das boias de GNSS são que não requerem manuseamento delicado e calibração do acelerômetro. Por outro lado, a boia de GNSS poderá perder contato com satélites temporariamente por causa de ondas e o consumo energético poderá acabar por ser maior do que o de acelerômetro e giroscópio.

Herbers mostrou numa comparação com boias da Datawell, o fabricante mais conceituado do mercado, com unidades de medição inercial (IMU, do inglês *inertial measurement unit*), que a concordância com as medições tiradas com o GNSS é boa nas bandas das ondas de vento e de swell. Para combater a falta de precisão no eixo vertical, este trabalho aproveita do modelo de ondas como tendo um movimento linear orbital circular e, desta forma, é possível dizer que:

$$S_{xx}(\omega) + S_{yy}(\omega) = S_{zz}(\omega) \quad (3.1)$$

Esta abordagem, no entanto, não é válida, por exemplo, para águas rasas, como as perto das costas, onde as ondas são mais elípticas e menos circulares [109].

O trabalho de Joodaki [40] é também citado por [74] como um avanço no uso de boias GNSS. Joodaki faz referência à obra de Iwanaka [29], que conseguiu precisão centimétrica na altura e direção das ondas ao aplicar um filtro passa-alta aos dados. Além disso, Joodaki

apresenta uma técnica para definir a frequência de corte deste filtro, que, no seu estudo, foi estimada em 0,031 Hz.

Vários outros trabalhos mais recentes focam no uso de boias GNSS. Raghukumar [74] descreve como a boia GNSS comercial Spotter da empresa Sofar consegue uma fidelidade boa com movimentos controlados e resultados parecidos com a boia de referência Datawell em experimentos de campo. Ainda mais recente é o trabalho de Thomson [39], cujas boias SWIFT, na sua versão atual, aproveitam da tecnologia que influenciou a escolha de componentes para a boia do trabalho apresentado aqui. Antes de descrever esta escolha no próximo capítulo, consideraremos alguns estudos que avaliam técnicas de medição de velocidade, erros na medição de velocidade e o canal marítimo de GNSS.

3.2 Boias TDCP

Embora a TDCP possa apresentar incertezas menores do que o método Doppler, há poucas obras que explicitamente usam a TDCP para realizar medições de ondas. No único trabalho encontrado, Yang [108] adota, de modo geral, a mesma metodologia TDCP que vimos anteriormente na Seção 2.2 para comparar a TDCP amostrada a 1 Hz e a 5 Hz com uma referência de cinemática pós-processada (PPK, do inglês *Post-Processed Kinematic*), cuja vantagem é permitir a correção de erros com dados precisos — como os erros atribuíveis à ionosfera e à troposfera — que são disponibilizados posteriormente à coleta de dados do campo.

Um desvio do método apresentado na Seção 2.2 é a omissão aparente do uso dos modelos de Klobuchar e Saastamoinen na correção, respectivamente, pelos atrasos da ionosfera e da troposfera. Como mencionado na Seção 2.2, os autores afirmam que a amostragem acima de 1 Hz é capaz de eliminar estes atrasos por diferenciação, sem oferecer nenhum argumento ou evidência adicional e em contradição com obras bem estabelecidas do campo de estudo [98][24]. Por outro lado, a Tabela 3.1, que resume os tempos característicos de evolução dos erros, parece corroborar esta decisão, já que estes atrasos evoluem durante um intervalo de 10 minutos.

Tabela 3.1: Características dos erros esperados da constelação GPS. Fonte Joodaki [40].

Fonte de erro	Intervalo ($1\sigma^*$)	Intervalo de tempo
Deslocamento da órbita de satélite	$\sim 2,1$ m	~ 1 hora
Erro no relógio de satélite	$\sim 2,0$ m	~ 5 min
Efeito da ionosfera	$\sim 4,0$ m	~ 10 min
Efeito da troposfera	$\sim 0,5$ m	~ 10 min
Efeito do multipercurso	$\sim 1,0$ m	~ 100 s
Erros de cálculo e arredondamento	$\sim 0,5$ m	Ruído branco

* σ é o desvio padrão das observações.

O primeiro estudo que os autores realizaram foi comparar os resultados de testes numa base de referência de GNSS ¹ (IGS, do inglês *International GNSS Service*) para a velocidade Doppler, PPK, TDCP L1 e uma combinação linear (CL) de TDCP de L1 e L2, que praticamente zera o erro atribuível à ionosfera. O sinal estável que estas bases disponibilizam facilita a comparação entre os métodos e os resultados são apresentados na Tabela 3.2. Podemos observar que PPK é o mais fiel à referência e Doppler, o menos, mas todos têm dificuldade — como é de prever — de capturar a velocidade para cima, assunto abordado

¹Estas bases precisam cumprir várias exigências em termos de visibilidade do céu, multipercurso e equipamento, entre outras, para garantir a disponibilidade de satélites e otimizar a C/N₀ dos sinais [9].

na Seção 3.4.3. Os autores notam também que o uso de um filtro passa-alto pode ser usado para abrandar o viés presente na medições TDCP. Entretanto, o resultado mais interessante é que a TDCP consegue um erro na ordem de mm/s comparado com o da Doppler de cm/s.

Tabela 3.2: Valor médio e desvio padrão para as velocidades leste (VE), norte (VN) e para cima (VU). Fonte: Yang [108] (adaptada)

Método	VE (mm/s)	VN (mm/s)	VU (mm/s)
PPK	$-0,0 \pm 2,9$	$-0,0 \pm 3,9$	$0,0 \pm 9,9$
Doppler	$0,0 \pm 16,5$	$0,0 \pm 19,5$	$10,8 \pm 45,7$
CL TDCP	$0,0 \pm 2,8$	$2,4 \pm 3,5$	$3,0 \pm 9,2$
L1 TDCP	$0,0 \pm 2,4$	$2,6 \pm 3,2$	$3,0 \pm 8,8$

Apesar do estudo com a base de referência IGS esclarecer sobre os erros das técnicas diferentes num ambiente estável, a resposta do receptor a um meio dinâmico é necessário para entender como TDCP realmente se comporta no mar. A Tabela 3.3 resume as diferenças entre a referência PPK e TDCP para duas frequências de amostragem num experimento de boias realizado no mar, no qual foram calculados apenas a correlação entre os dois métodos e a diferença dos valores médios e o desvio padrão. É notável que a correlação entre dois métodos seja quase unitária para as duas taxas, bem como em termos da altura significativa da onda (H_s , do inglês *significant wave height*) e o período médio da onda, independentemente da frequência de amostragem. Então, a TDCP consegue devolver resultados comparáveis com os conseguidos por uma referência de GNSS, mas o desempenho perante uma boia que usa acelerômetro não é tão bom, como se pode ver na última linha da Tabela 3.3. A correlação entre a boia TDCP e a boia de referência com acelerômetro cai abaixo de 95% e as disparidades no valor médio e no desvio padrão são da ordem centimétrica.

Tabela 3.3: Comparação da H_s e período médio da onda. Fonte: Yang [108] (adaptada)

	H_s			Período médio da onda		
	Correlação	Médio (cm)	Desvio (cm)	Correlação	Médio (s)	Desvio (s)
PPK vs. TDCP 1 Hz	0,99	-0,4	0,8	0,99	0,0	0,1
PPK vs. TDCP 5 Hz	0,99	-0,4	0,6	0,95	0,0	0,1
GNSS Boia vs. Boia de acelerômetro	0,93	-1,9	5,8	0,94	0,0	0,1

Embora este trabalho dê apenas um experimento estático e um dinâmico para avaliar as capacidades do método TDCP perante alternativas como Doppler ou por acelerômetro, é limitado principalmente pelo mar atingir H_s de 0,7 m e, portanto, o intervalo do estados do mar foi restrito. No entanto, o grande benefício do trabalho de Yang é que avalia a TDCP no contexto de estatísticas do mar diante de outros métodos de capturar as ondulações marítimas.

3.3 GNSS: incertezas e as fontes de incerteza

3.3.1 Posição versus velocidade

A partir do sinal GNSS, é possível fornecer dados para a produção da densidade espectral de potência com duas grandezas: o deslocamento ou a velocidade. No entanto, as estimativas de deslocamento têm uma margem de erro de até algumas dezenas de metros [48], enquanto a velocidade pode ter erros de alguns centímetros por segundo [36].

Para um exemplo ilustrativo com o receptor MAX-M10S da empresa Ublox, cujo desvio padrão é 1,5 m para posição e 30 ns para o seu relógio, se considerarmos a propagação das incertezas no cálculo de deslocamento ², teremos um desvio padrão de 2,1 m/s para um deslocamento de 1 metro em 1 segundo. Por outro lado, o desvio padrão do receptor para estimativas da sua velocidade é 0,05 m/s. Portanto, fica evidente que a precisão da velocidade fornecida pelos receptores de GNSS é maior e o motivo pelo qual pesquisadores usam quase exclusivamente a velocidade e não a posição na análise de ondas oceânicas.

Se a medição da frequência de Doppler for tirada diretamente do filtro da malha de captura de fase, no receptor, muitas vezes a literatura chama esta frequência de Doppler de “crua” [70]. O motivo pelo qual esta medição recebe esta qualificação é devido ao jitter que apresenta por ser produzida durante um intervalo de tempo curto, o tempo de integração do sinal [82]. Pelo contrário, a estimativa da fase pode levar múltiplos tempos de integração e apresenta uma variância menor por consequência. Baseado na Equação (2.1), com uma largura de banda da malha de 5 Hz e com aproximadamente uma C/N_0 de 40 dB, um jitter de 0,1 Hz [82] resulta num erro na estimativa de velocidade de 1,9 cm/s ³.

Existem múltiplas formas de calcular a velocidade do receptor. A técnica mais básica, e com menos precisão, é simplesmente a velocidade média calculada diretamente da diferença de duas medidas de posição dividida pelo intervalo de tempo entre as medições, mas falta precisão devido aos motivos já explicados. Dentro das possibilidades, a velocidade Doppler do sinal GNSS é a mais comum, embora alguns receptores podem combinar Doppler com a TDCP.

3.3.2 O efeito do multipercurso na estimação de velocidade

Como vimos na Seção 3.2, a diferenciação no tempo das medidas poderá ajudar a diminuir o impacto dos erros nas medições, sobretudo para erros que evoluem ao longo de um intervalo maior de tempo. Além disso, erros de medição deixam algum espaço de manobra para o projetista. Conforme já foi afirmado, o multipercurso é citado como uma das fontes principais de erro nas medições de um receptor de GNSS e esta seção pretende entender o efeito que o multipercurso tem nas variáveis que são utilizadas no cálculo de velocidade descrito no Capítulo 2.

Xu [107] modela como o uso de apenas uma malha de captura de frequência (FLL, do inglês *frequency locked loop*) para estimar a frequência Doppler recebida no modelo de dois raios por um discriminador arco tangente, o que permite o acúmulo de fases que refletem o erro instantâneo de Doppler. Usualmente, a FLL tem somente o papel de fornecer uma estimativa de frequência quando o ambiente é desafiador e a PLL não consegue rastrear a fase [58]; logo que a FLL consiga zerar o erro entre a réplica do sinal gerado no receptor e o sinal recebido, só a PLL opera no rastreamento [42]. Assim, o valor do resumo nesta seção é reduzido pelo fato que se espera poder usar a PLL para fornecer a frequência e a fase, dado que a PLL fornece uma estimativa da frequência de Doppler mais precisa, além da estimativa da fase. No entanto, os argumentos teóricos para a FLL neste trabalho são parecidas com os para a PLL apresentados em McGraw [57], então reside algum utilidade na análise empírica que evidencia a maneira em que o multipercurso pode afetar o sinal recebido, seja na FLL ou na PLL.

Dois argumentos teóricos apresentados neste trabalho são relevantes. O primeiro é que, quando apenas um sinal de NLOS é recebido, sem o da LOS, o observável de Doppler é proporcional à projeção da velocidade do receptor, $\mathbf{v}_r$, no caminho de NLOS, $\hat{\mathbf{u}}_{r,1}$:

$$\omega_{r,l} = -\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{v}_r \cdot \hat{\mathbf{u}}_{r,1} = -\frac{2\pi \|\mathbf{v}_r\|}{\lambda} \cos(\theta_{r,l}) \quad (3.2)$$

² Usando a lei gaussiana de propagação de incertezas, $\sigma_s = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial s}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2}$.

³ $\Delta v = \frac{c \Delta f_D}{f_T}$

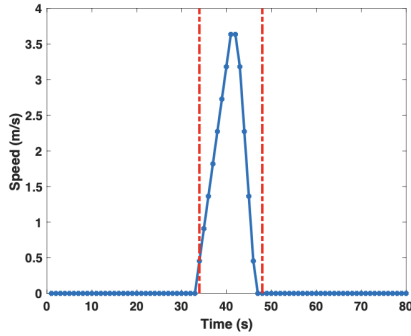
na qual $\omega_{r,l}$ é o deslocamento de Doppler do receptor r calculado com o componente do sinal l , λ é o comprimento de onda da portadora e $\theta_{r,l}$, o ângulo entre o vetor da velocidade do receptor e o da direção da qual o sinal chega. É desta forma que o máximo erro da velocidade Doppler pode ocorrer. Vimos esta equação anteriormente na definição do modelo de Rice de multipercurso na Seção 2.3.3 mas apenas para a frequência e não para a frequência angular. O segundo afirma que o discriminador arco tangente da FLL, quando multipercurso chega num receptor em deslocamento por dois caminhos, rastreia o sinal com a maior potência.

De forma a verificar estas conclusões teóricas, a obra publica resultados, mostrados na Figura 3.1, do que se considera como o rastreamento de apenas o sinal NLOS de um satélite. Nesta figura, observa-se como o erro, no lado direito, é proporcional à velocidade atual, no lado esquerdo, o que poderá ser resultado da Equação (3.2), especificamente, a seguinte relação:

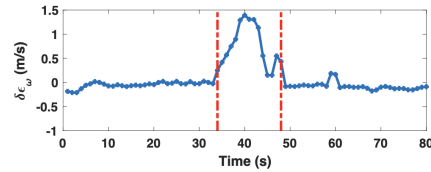
$$\frac{\lambda}{2\pi} \delta\tilde{\omega}_r = \|\mathbf{v}_r\|(\cos(\theta_{r,NLOS}) - \cos(\theta_{r,LOS})) \quad (3.3)$$

na qual $\delta\tilde{\omega}_r$ é a diferença residual quando o ângulo de chegada é o da LOS enquanto o ângulo real é o da NLOS. Como vimos na Equação (2.36), o deslocamento de Doppler é proporcional à projeção da velocidade na direção de onde o sinal vem. Então, o deslocamento de Doppler medido é com o raio NLOS, mas a velocidade é calculada a partir do ângulo de chegada da LOS teórica, que, por sua vez, é estimada a partir das posições relativas entre o satélite e o receptor. Desta forma, o termo de cossenos em parênteses é um fator de escala.

Para reforçar esta asserção, os erros diretos, $\delta\tilde{\omega}_r$, são mostrados na Figura 3.2, sem a correção nominal de velocidade $-\tilde{\mathbf{v}}_r \cdot \hat{\mathbf{u}}_{r,LOS}$. No mesmo gráfico, as correções nominais de velocidade são tracejadas de linha vermelha. É possível dizer que o gráfico (a) seja a LOS de um satélite. Nos gráficos (b) e (d), vemos $\delta\tilde{\omega}_r$ proporcional à velocidade de LOS mas escalada incorretamente, o que pode resultar da NLOS dominar LOS ou da NLOS pura. Adicionalmente, no gráfico (d), temos um fator de escala negativo, o que poderá ser a consequência do veículo andar em direção ao refletor e contrário ao satélite, dando $90^\circ < \theta_{r,NLOS} < 180^\circ$. O gráfico (c) começa por seguir o observável de Doppler mas rapidamente vira para baixo, o que pode indicar uma transição de LOS para NLOS.



(a) Velocidade de referência do veículo



(b) Erro de medição da velocidade

Figura 3.1: Velocidade de referência e erros de medição. Fonte: Xu [107]

Embora este trabalho seja um estudo da influência do multipercurso nos erros produzidos na estimação da velocidade no cenário simplificado de dois raios, é possível aproveitar da obra para iluminar como o multipercurso poderá afetar o nosso trabalho. Multipercurso tem efeitos negativos quando a LOS não está presente, mas, no mar, onde a probabilidade de obstáculos para a LOS é baixa, isso não será uma ocorrência frequente, ao contrário de um desfiladeiro urbano. Adicionalmente, propõem que NLOS possa dominar a LOS quando a potência da NLOS está maior. Dado que utilizaram um módulo GNSS com apenas sinais de L1, esta conclusão sugere que a LOS e a NLOS sejam componentes não resolvíveis e a

NLOS supera a LOS em potência. Isto poderá acontecer no contexto urbano, por exemplo, quando uma árvore bloqueia parcialmente a LOS, mas, no mar, é mais provável que o sombreamento devido às nuvens afete a LOS e NLOS igualmente. Assim, é pouco provável que sejam observadas situações parecidas com as das Figuras 3.2b, c, d onde a velocidade é escalada pela cosseno do ângulo de chegada de um sinal NLOS. Porém, a Figura 3.2a mostra que o receptor consegue rastrear a velocidade com precisão e acurácia em condições de LOS.

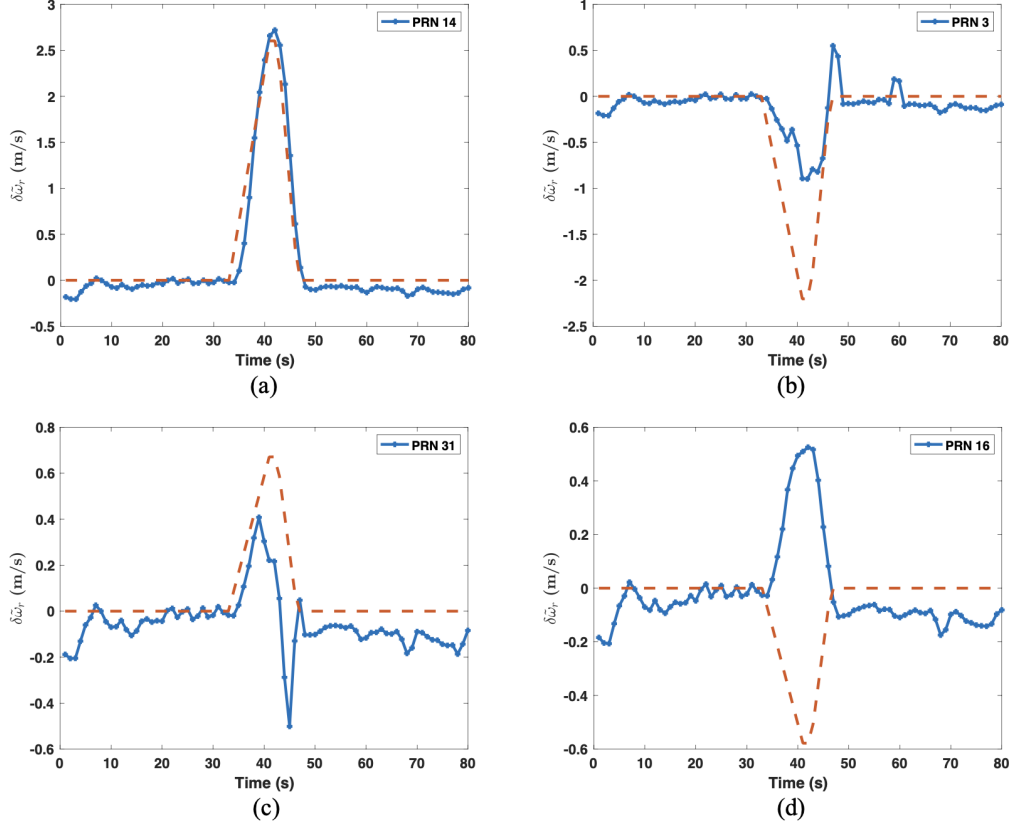


Figura 3.2: Comparação da velocidade de referência com o erro da velocidade Fonte: Xu [107]

Este trabalho demonstra como o discriminador arco-tangente da FLL poderá sofrer com erros na estimativa da frequência de forma parecida com os erros descritos no caso da PLL na Seção 2.3.4 para a fase. A vantagem adicional que esta obra tem é a demonstração experimental de como o discriminador arco-tangente pode ser afetado por multipercurso especular. Porém, a sua relevância ao contexto marítimo é questionável dado que a maioria do multipercurso que afetará a boia terá natureza difusa, como veremos na próxima seção. No entanto, este sinopse da obra serve para destacar os possíveis perigos de multipercurso vindo de ângulos de elevação baixos.

3.3.3 Fontes de multipercurso no ambiente marítimo

Existem alguns estudos que consideram o multipercurso no canal marítimo [2, 43, 44]. Entretanto, não foi possível encontrar trabalhos que especificamente considerem uma boia como receptor do sinal. Assim, ao analisar o canal, é necessário avaliar se os métodos usados no estudo que segue para caracterizar o canal são aplicáveis no caso de uma boia.

Um trabalho de Pérez-Fontán [72] representa a mais recente tentativa de caracterizar o canal de propagação entre um satélite e um receptor marítimo e servirá como a base da

nossa descrição do canal, uma vez que compara dados empíricos a partir da banda L1 de GNSS com o modelo teórico e considera ângulos de elevação e estados do mar diferentes. Todos os sinais da banda L1 são classificados como banda estreita e as larguras de banda são apresentadas na Tabela 3.4. Sem poder recorrer a dados do *delay spread* RMS, que é o costume, para definir se o canal é banda larga ou banda estreita, podemos propor um sinal refletido a 30 m, que, para 1575,42 MHz, atrasa 100 ns em relação ao sinal LOS. Se considerarmos 100 ns, então, como o *delay spread*, podemos concluir que a banda L1 do GNSS caracteriza-se como banda estreita e esta é a atribuição que se encontra na literatura [45, 72] ⁴.

Sinal GNSS	Frequência do centro (MHz)	Largura de banda (MHz)
GPS L1 C/A	1575,42	2,046
GLONASS L1	1602	4,0
Galileo E1	1575,42	4,0
BeiDou B1	1575,42	4,092

Tabela 3.4: L1 sinais de GNSS, frequências de centro e larguras de banda

A partir das equações (2.31) e (2.33), é possível traçar a Figura 3.3, que mostra como o coeficiente de reflexão varia com o ângulo de elevação do satélite. Embora o coeficiente de polarização à esquerda cresça com o ângulo de elevação, uma antena polarizada à direita de qualidade deve rejeitar fortemente este sinal. De forma igual, é importante observar nesta figura que apenas multipercurso polarizado à direita que vem de ângulos de elevação baixos tem um coeficiente de reflexão significativo.

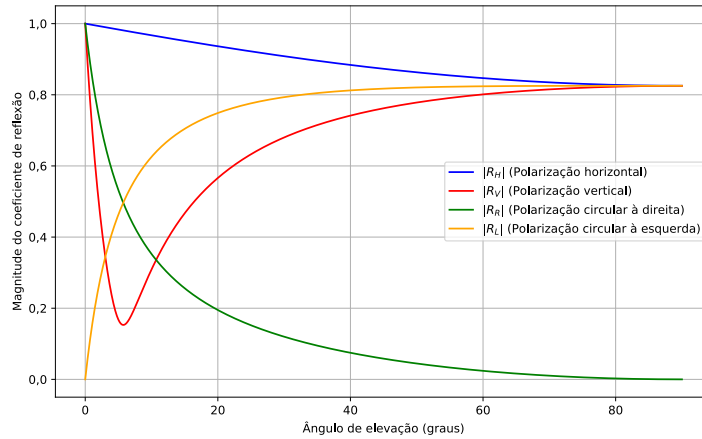


Figura 3.3: Coeficiente de reflexão como função do ângulo de elevação para água salgada

O trabalho leva em conta a agitação do mar com um fator multiplicador, ρ_s , no coeficiente de reflexão, ρ_0 , de modo que $\rho_{TOT} = \rho_s \times \rho_0$. ρ_s é calculado como:

$$\rho_s(\epsilon) = \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{4\pi h_0 \sin(\epsilon)}{\lambda}\right)^2\right) \quad (3.4)$$

onde ϵ é o ângulo de elevação e $h_0 = Hs/4$, na qual Hs é a altura significativa das ondas. Os coeficientes para cinco alturas significativas de onda em função de ϵ são mostrados na

⁴O canal é de banda estreita se o inverso da sua largura é muito maior que o *delay spread*, $B^{-1} \gg T_m$ [25].

Figura 3.4. É notável que, à medida que o ângulo de elevação aumenta, o fator de correção caia rapidamente, sobretudo para alturas significativas das ondas superiores a 0,5 m, o que é considerado como o limite para um mar calmo. Assim, o multipercurso de satélites em redor do zênite tem uma probabilidade maior de ter uma natureza mais difusa, comparado com sinais procedentes de outros pontos do mar, e menos especular. Consequentemente, o canal tem LOS, NLOS coerente e multipercurso difuso, que torna mais evidente com o aumento do ângulo de elevação.

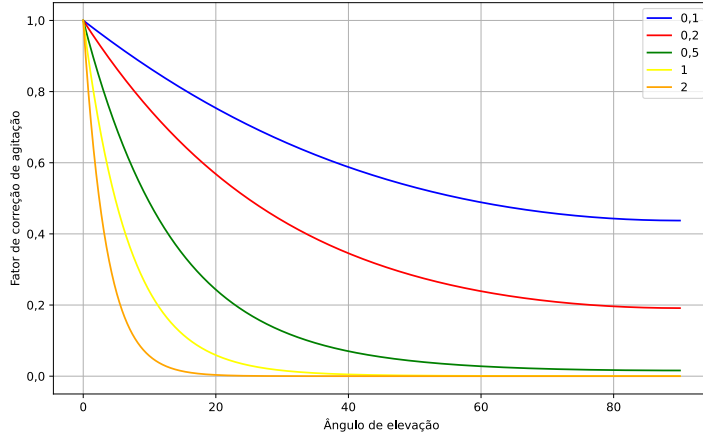


Figura 3.4: Fator de correção pela agitação do mar para 1,5 GHz como função da altura significativa do mar e do ângulo de elevação.

A função de densidade de probabilidade usada no caso especular é:

$$f(r, \phi) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + 1 + 2\rho \cos(\phi) + \rho^2}{2\sigma^2}\right) \cdot I_0\left(\frac{r\sqrt{1 + 2\rho \cos(\phi) + \rho^2}}{\sigma^2}\right) \quad (3.5)$$

onde r é o sinal recebido, ϕ é a fase relativa entre os componentes LOS e NLOS, cuja amplitude é ρ , e $2\sigma^2$ é a potência do multipercurso. A partir da Equação (3.5), os autores produziram a Figura 3.5, que mostra como esta equação apresenta uma boa concordância com o sinal da portadora na presença de ruído⁵ para ângulos de elevação baixos. Observa-se a tendência para adição construtiva e destrutiva segundo os ciclos da fase relativa entre a LOS e a NLOS. Entretanto, além dos arcos característicos desta adição especular, no caso de haver ângulos de elevação maiores e agitação marítima mais intensa, existem variações mais rápidas devidas ao multipercurso difuso. Portanto, os autores propõem que a distribuição Loo, ou Rice-lognormal, como uma forma de modelar o canal quando é não-especular.

Normalmente utilizada para descrever o canal móvel entre a terra e um satélite, a distribuição Loo proposta usa uma potência de multipercurso constante e toda a variação do sinal é modelada pelo parâmetro a , a soma coerente da LOS e NLOS, que segue a distribuição lognormal. M e Σ são respectivamente o valor médio e o desvio padrão desta distribuição. Desta forma, a função de densidade de probabilidade da distribuição Loo é:

⁵Para sinais GNSS, costuma-se usar C/N_0 , a razão entre a potência da portadora e a potência do ruído por unidade da largura da banda, cuja unidade é decibel-Hertz (dB-Hz). A vantagem dela sobre SNR é que independe dos processos de aquisição e rastreamento, bem como a largura da banda no *front-end*, o que permite uma medida apenas do sinal sem levar em conta os métodos de processamento de sistemas diferentes [41].

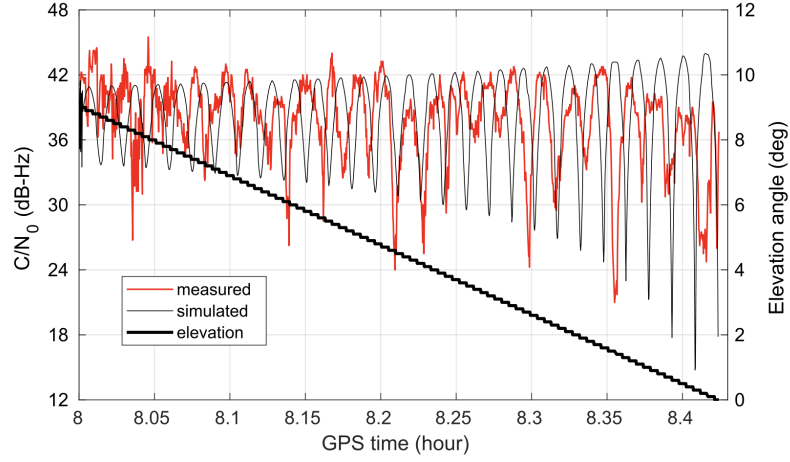


Figura 3.5: Série temporal que mostra boa concordância entre os dados observados e simulados no caso de reflexo especular. Fonte [72].

$$f(r) = \int_0^\infty f(r|a)f(a) da = \frac{8.686r}{\sigma^2 \Sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \frac{1}{a} \exp \left(-\frac{(20 \log(a) - M)^2}{2\Sigma^2} \right) \cdot \exp \left(-\frac{r^2 + a^2}{2\sigma^2} \right) \cdot I_0 \left(\frac{r \cdot a}{\sigma^2} \right) da \quad (3.6)$$

Uma simulação desta distribuição é mostrada na Figura 3.6, onde se observa a ausência do padrão cíclico causado pelo reflexo especular.

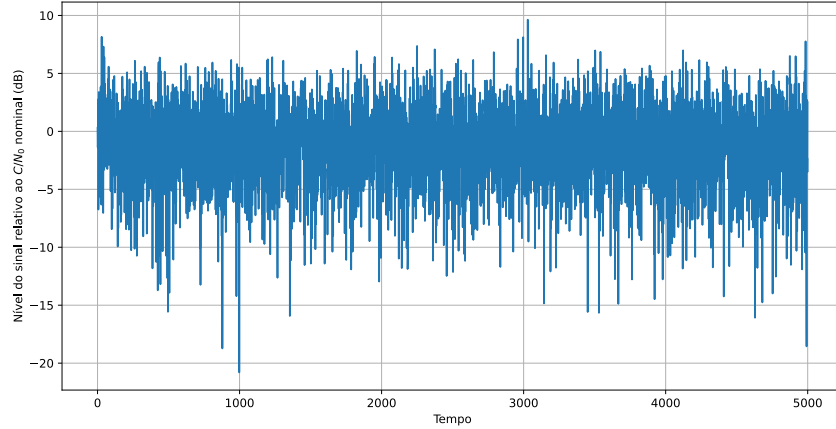


Figura 3.6: Série temporal simulado da distribuição Rice lognormal com sinal médio de 0 dB, desvio padrão de 2 dB e K de -10 dB

Apesar do modelo ter sido validado para um barco militar com antena GNSS a 19 metros acima do nível do mar, a aplicação das distribuições de Rice e Rice-lognormal também parece racional para uma boia com antena ao nível do mar, ainda que haja algumas diferenças importantes. O primeiro motivo é que, num mar calmo, haverá o mesmo efeito especular do mar, embora a altura da antena e os balanços mais acentuados da boia façam com que o canal comece a se tornar lognormal com um nível de agitação menor. Em princípio, quando

o mar estiver calmo, a probabilidade de receber multipercurso é mais baixa do que no caso do barco, devido à altura baixa da antena no mar, que não excederá alguns centímetros, como a Figura 3.7a ilustra. Contudo, mesmo que a probabilidade de multipercurso coerente seja menor, ao aplicar o mesmo modelo de dois raios com desvanecimento riciano, observa-se o mesmo resultado na simulação que se observa na Figura 3.5; a série temporal simulada com altura da antena na boia de 10 cm é mostrada na Figura 3.8. O padrão idêntico de interferência ocorre porque a frequência do sinal, 1.575 MHz, é alta em relação a distância adicional do caminho NLOS e, portanto, ao realizar o produto $f_c \tau_i(t)$ no termo exponencial da Equação (2.35), até um pequeno atraso causa uma alteração significativa na potência recebida do sinal. Nota-se também na Figura 3.8 que a influência do caminho NLOS aumenta à medida que o ângulo de elevação se aproxima de zero por causa do aumento no coeficiente de reflexão, que vimos na Figura 3.3 para reflexos com polarização circular à direita.

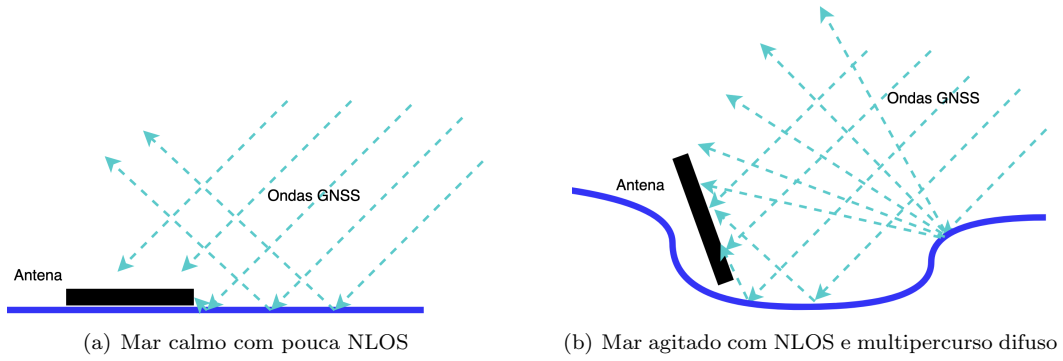


Figura 3.7: Ilustração de estados do mar e impacto na sinais recebidos numa antena de uma boia.

A Figura 3.7b tenta ilustrar como o canal se torna Rice-lognormal. Para ângulos de elevação maiores, junto com a descida na NLOS coerente por causa da redução no coeficiente de reflexão de polarização à direita, existe o aumento no coeficiente de agitação, mostrado na Figura 3.4, o que resulta em menos NLOS coerente e, assim, menos adição construtiva e destrutiva. Ao imaginar Figura 3.7b sob um satélite a um ângulo de elevação perto do zênite, é possível enxergar como o mar agitado gera menos reflexos espaciais e mais de natureza difusa que vêm de vários ângulos da superfície.

As possíveis escolhas de design para a boia que surgem a partir das observações deste trabalho são principalmente relacionadas com a antena. Primeiro, idealmente, a relação frente-costa (RFC) da antena seria infinito para combater NLOS coerente apesar dos movimentos da boia negar as suas vantagens num mar agitado. A inclusão de um plano de terra, embora benéfica, também sofre do mesmo problema. As vantagens de um ganho maior também poderão ser anuladas pela agitação do mar. Portanto, as possíveis soluções para NLOS são mais eficazes no contexto de mar calmo, mas poderão deixar de ser com mar agitado.

3.4 Processamento de dados e análise espectral

Na Seção 3.3, examinamos as fontes de erro num sistema GNSS, as características do canal marítimo e a dificuldade de controlar estes aspectos do projeto. Ao contrário, existe mais liberdade de ação no processamento que transforma as velocidades nos cinco coeficientes da Equação (2.96). Por isso, o objetivo desta seção é considerar as técnicas de processamento digital de sinais tipicamente usadas no contexto das ondas do mar.

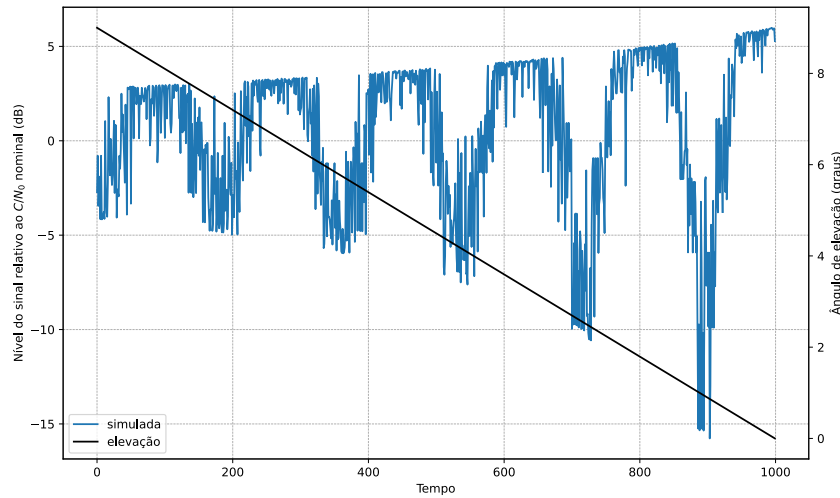


Figura 3.8: Série temporal simulado da distribuição Rice para altura da antena de 10 cm.

3.4.1 Filtragem

O assunto de filtragem é comum para várias obras que usam GNSS para extrair estatísticas de ondas oceânicas [74, 29, 20, 17, 33]. Todos estes trabalhos interessam-se na filtragem de baixas frequências mas poucos filtram para prevenir *aliasing*. O motivo pela filtragem de baixas frequências parece ter duas fontes: primeiro, as ondas de interesse, as ondas causadas pelo vento e o *swell*, começam a partir de 0,03 Hz; segundo, existe mais ruído em medições de GNSS em baixas frequências que dificulta a medição do sinal.

Portanto, ruído nas baixas frequências complica o uso de GNSS neste intervalo, mas a partir de qual ponto será possível começar a confiar nas medidas? Waseda [103] segue o trabalho de [29] e compara a densidade espectral de potência do piso de ruído do seu receptor de GNSS com a do oceano; os espectros são reproduzidos na Figura 3.9. O ruído segue f^{-1} de 0,001 Hz - 0,01 Hz e $f^{-5/2}$ de 0,01 Hz - 1 Hz. A concentração de energia perto de 0,1 Hz no espectro do oceano faz com que os autores determinem uma frequência de corte de 0,03 Hz.

Joodaki [40] estende o trabalho de [29] e define uma forma de estabelecer a frequência de corte que envolve a rotação do receptor GNSS num braço de comprimento conhecido conectado a um motor. A frequência de corte foi variada e posteriormente a frequência que permitiu identificar com mais acurácia o comprimento do braço foi selecionado como a frequência de corte definitiva. Uma frequência de corte de 0,031 Hz foi selecionada e mostrou boa concordância na altura da onda, período da onda e na sua direção.

O uso de um filtro passa-alta funciona porque varias fontes de erro, como efeitos da ionosfera ou na órbita ou velocidade do satélite, alteram de forma lenta e, portanto, serão expressivas nas baixas frequências [103]. Isto já foi notado na Tabela 3.1. É interessante levar em conta como *epoch-differencing*, de alguma forma um filtro passa-alta, é usado como uma forma de remover a influência destas variações lentas em outros campos que empregam os sinais de GNSS [47]. O multipercurso que tem uma variação mais rápida num ambiente dinâmico como o oceano poderá ser filtrado pelo cálculo de valores médios da velocidade Doppler ou TDCP dentro do receptor [70] — ou mesmo no processo de calcular o periodograma — então não deve impactar nos espectros produzidos. Por outro lado, o viés introduzido pelo multipercurso dentro da banda de interesse — ilustrado na Figura 3.2b — deverá ser a fonte principal de incerteza e não pode ser melhorada pela filtragem digital; apenas a filtragem espacial da antena poderá ter efeito, mas a sua eficácia é limitada, como já examinamos, pelos movimentos da boia.

Voltando às altas frequências, é possível que a falta de interesse em *aliasing* seja por

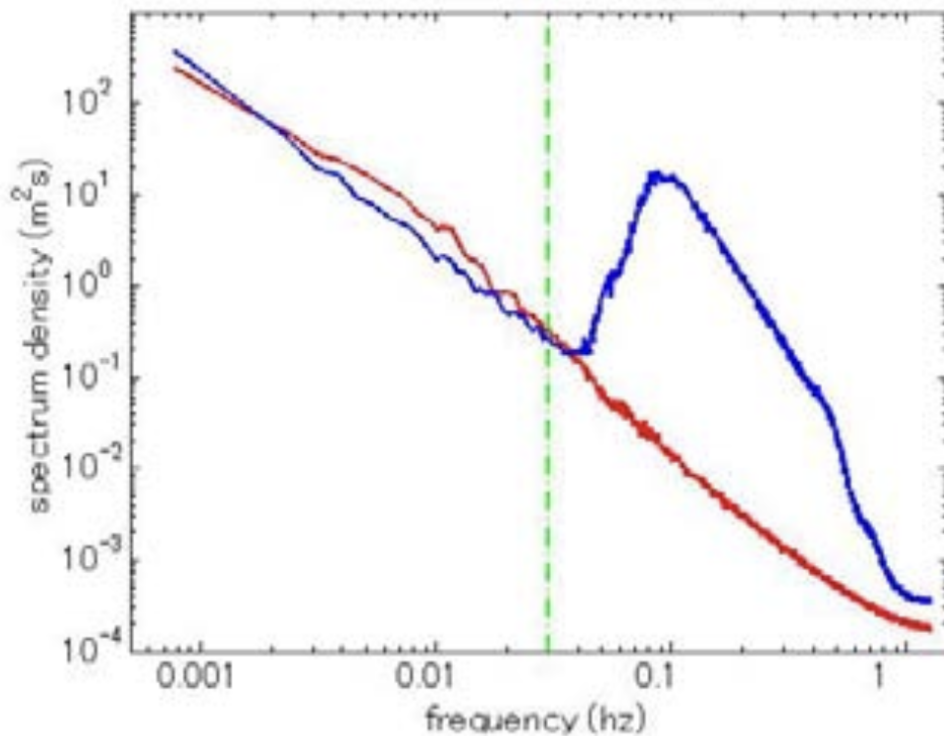


Figura 3.9: Densidade espectral de potência do ruído GNSS (vermelho), do oceano (azul) e a frequência de corte (verde). Fonte: Waseda [103].

causa da rápida descida em potência na densidade espectral de potência a partir de 1 Hz, vista na Figura 3.9, que mostra uma densidade espectral de potência típica para ondas do mar. O risco de sofrer com *aliasing*, cuja solução seria aplicar um filtro passa-baixas no domínio do tempo, é baixo desde que a frequência de amostragem seja superior a 2 Hz. Adicionalmente, o intervalo de frequências de maior interesse para oceanógrafos vai até 1 Hz, então a frequência de 5 Hz que o projeto desta dissertação usa é, em princípio, mais do que suficiente.

Assim, o espectro abaixo de 0,03 Hz, por não ser de interesse e também por ser poluído de ruído, é filtrado, enquanto ondas com frequência maiores têm tão pouca energia que não causam *aliasing*, desde que a frequência de amostragem seja suficientemente alta. Muitas das obras citadas nesta seção usam filtros passa-altas no domínio do tempo para remover as baixas frequências antes de aplicar a janela. Isto faz bastante sentido para reduzir o vazamento espectral destas baixas frequências para o intervalo de interesse no espectro devido à sua convolução com os lóbulos laterais.

3.4.2 Janelamento

Convenientemente, não há necessidade de realizar a amostragem em tempo real com cobertura ininterrompida, o que implica que a análise espectral possa ser realizada após a coleta das amostras. Por isso, não há obrigação de recorrer aos métodos como *overlap and save* ou *overlap and add* na filtragem ou na análise espectral desde que haja memória no microcontrolador para armazenar amostras, coeficientes e etapas intermediárias. Porém, devido à natureza ruidosa dos sinais em consideração, muitas obras fazem uso das técnicas que empregam segmentação da série temporal para poder calcular o valor médio destes segmentos [99, 33, 74], sobretudo o método de Welch, já que [77] demonstrou sua capacidade

de reproduzir espectros de diferentes estados do mar com fidelidade, através da redução da variância.

A Figura 3.10 demonstra a redução da variância para uma estimativa da densidade espectral de potência de ondas do mar. A Figura 3.10b mostra o resultado, em vermelho, de aplicar apenas uma janela na série temporal completa, enquanto a Figura 3.10c mostra como a segmentação é eficaz na redução de variância neste campo de aplicação. De acordo com [3], uma resolução de menor que 0,01 Hz é necessário para resolver ondas do vento e a pressuposição de estacionaridade é válida para períodos de entre 30 minutos a algumas horas.

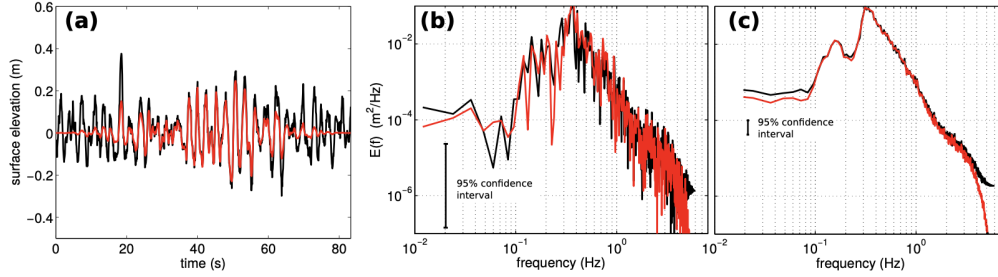


Figura 3.10: (a) Série temporal de com (vermelho) e sem (preto) multiplicação pela janela de Hanning; (b) estimadores das PSDs com apenas um segmento; (c) estimadores das PSDs com o método de Welch. Fonte: Ardhuin [3].

Em termos da confiabilidade dos resultados, é importante lembrar que as velocidades de ondas oceânicas são distribuídas de forma gaussiana [62]. Por isso, a potência destes estimadores gaussianos é distribuída de acordo com a função de densidade de probabilidade qui-quadrada χ^2 . Sem o uso de técnicas de redução de variância, como janelamento com segmentação, existem dois graus de liberdade ν da estimativa do espectro por causa da ortogonalidade dos senos e cossenos que compõem os estimadores espectrais [94]. As amostras adicionais obtidas pela segmentação dos dados coletados resultam em um aumento de $2K$ graus de liberdade; o fator de dois advém da ortogonalidade de cada amostra do espectro e K é o número de segmentos. De acordo com [94], isto é válido mesmo quando se usa sobreposição, o que, para um passo de 50%, fornece $4K$ graus de liberdade. No entanto, segundo Manolakis [55], mais sobreposição não aumenta mais a redução da variância; mas, podem-se acrescentar mais graus de liberdade ao calcular o valor médio de *bins* vizinhos [94]. O ganho em graus de liberdade desta operação é diretamente proporcional ao número de amostras combinadas.

Esta suavização do espectro de densidade de potência poderá reduzir a largura do intervalo de confiança expressivamente. Dado que os intervalos de confiança $(1 - \alpha)\%$ são calculados como [54]:

$$\frac{\nu \text{PSD}_m(f)}{\chi^2_{1-\alpha/2}(\nu)} < \langle \text{PSD}_m(f) \rangle < \frac{\nu \text{PSD}_m(f)}{\chi^2_{\alpha/2}(\nu)} \quad (3.7)$$

na qual $\text{PSD}_m(f)$ é a PSD medida e $\langle \text{PSD}_m(f) \rangle$ é o valor médio do ensemble do estimador da PSD para uma dada frequência. Com um intervalo de confiança de 95%, os valores críticos de $\chi^2(\nu = 2)$ são 0,051 e 7,38. Assim, temos:

$$0,271 \text{PSD}_m(f) < \langle \text{PSD}_m(f) \rangle < 39,5 \text{PSD}_m(f) \quad (3.8)$$

Entretanto, se for possível aumentar os graus de liberdade para 38 pelo uso de 19 janelas, chega-se num intervalo de confiança de 95% de:

$$0,696 \text{ PSD}_m(f) < \langle \text{PSD}_m(f) \rangle < 1,56 \text{ PSD}_m(f) \quad (3.9)$$

Desta forma, consegue-se uma estimativa da PSD mais confiável pela redução da variância do estimador em comparação com o periodograma simples.

3.4.2.1 A escolha da janela

Na revisão de tipos de janela e percentagens de sobreposição utilizados em outros projetos de boia desenvolvidos para coleta de espectros de potência de ondas marítimas e que descrevem como implementaram o método de Welch, verifica-se que, entre oito artigos, seis usam a janela de Hanning com 50% de sobreposição [99, 93, 77, 74, 75, 79], um emprega a janela de Hanning com 75% de sobreposição [73] e um utiliza a janela de seno com 75% de sobreposição [39].

A prevalência da janela de Hanning parece lógica, dado que o seu lóbulo lateral maior é -31,47 dB e *roll-off* de -59,76 dB por década [30] ajudam a limitar o vazamento espectral do ruído perto da DC, ilustrado na Figura 3.9, para o intervalo de interesse. Por outro lado, a janela de seno é facilmente implementado e tem uma largura de banda de 6 dB de 1,65, o que ajuda a controlar *smearing*. Uma outra escolha interessante seria a janela Blackman, que providencia um lóbulo lateral maior de -58 dB e um *roll-off* de -59,76 dB por década também. A Tabela 3.5 resume as características mais relevantes de quatro janelas.

Tabela 3.5: Comparação de características de algumas janelas [30]

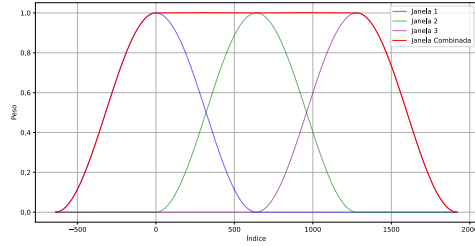
Janela	Maior lóbulo lateral (dB)	<i>Roll-off</i> (dB/dec)	Largura de banda de 6 dB
Hanning	-31,47	-59,76	2,00
Seno	-23,00	-39,84	1,65
Hamming	-44,05	-19,92	1,81
Blackman	-58,12	-59,76	2,35

Optar pela sobreposição de 50%, entretanto, pode não apresentar a mais precisa estimativa da densidade espectral de potência quando se emprega a janela de Hanning. Trethewey [95] argumenta que a sobreposição de 50% representa uma *flatness* de amplitude mas não de potência, como a Figura 3.11 mostra. No caso de sinais que sejam estacionários e de banda-larga ⁶, a compensação pela perda de potência é realizada por meio do fator de normalização definida por Welch, na Equação (2.74), que leva em consideração a potência da janela usada. Neste caso, o peso dado para as amostras não é muito relevante, visto que é de banda-larga e, em média, todas as frequências são afetadas de modo igual. Contudo, quando a estimativa de potência é fortemente influenciada pelas amostras discretas adquiridas, um peso desigual poderá resultar numa perda de informação espectral do sinal.

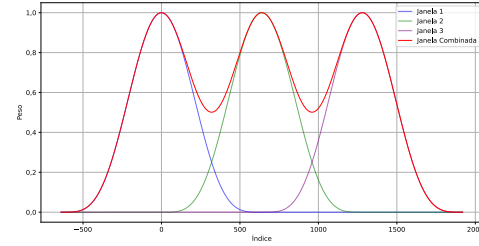
Trethewey [95] estuda quatro janelas e, visto que apenas a janela retangular consegue um *flatness* pleno na potência, analisa o *ripple* de cada um dos três outros em torno de um ganho unitário. A janela de Hanning tem um desvio máximo de 0,043 (0,184 dB) do ganho unitário quando a sobreposição é 62,5%, ilustrado na Figura 3.12. Portanto, embora a extensão da sobreposição além de 50% não traga mais redução na variância, os valores adicionais têm valor em termos de dar um peso quase constante para todas as amostras. Sem esta equalização, é possível que algumas frequências sejam representadas mal ou até perdidas completamente.

A capacidade de resolver espectros individuais é uma outra questão importante, uma vez que a janela impõe uma largura de banda em cada espectro. Como se aplica a DFT depois da janela, Harris [30] afirma que os pontos de saída da DFT são o resultado da

⁶Conforme Westcott [105], o mar é considerado de banda-larga quando as ondas têm frequências de 0,2 a 0,05 Hz.

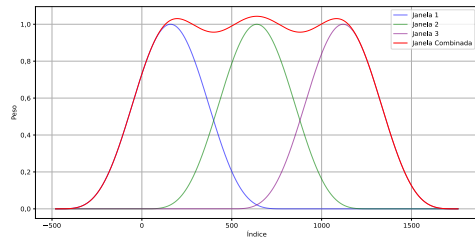


(a) Flatness da janela de Hanning em amplitude

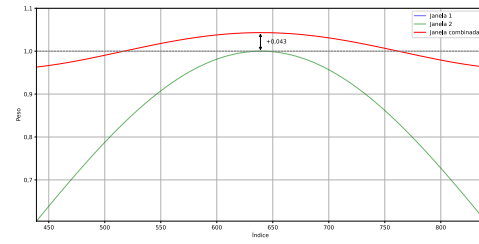


(b) Irregularidade da janela de Hanning em potência

Figura 3.11: Soma da janela de Hanning com sobreposição de 50% na (a) amplitude e na (b) potência.



(a) Irregularidade mínima da janela de Hanning combinada em potência



(b) Desvio máximo de 0,043 na janela combinada

Figura 3.12: (a) Soma da janela de Hanning com sobreposição de 62,5% na potência e (b) zoom do *ripple* máximo.

adição coerente dos componentes espectrais ponderados pela janela. Por causa desta soma coerente, a soma no ponto de cruzamento entre os picos dos espectros deve ser menor do que os picos individuais para que os picos sejam resolvíveis. Por consequência, a largura de banda necessária para conseguir resolver os picos é a de 6 dB e não de 3 dB ⁷. A Figura 3.13 ilustra os dois casos de uma separação de 3 dB e uma separação de 6 dB para a janela de Hanning.

Por exemplo, para a janela de Hanning, a largura de banda de 6 dB é 2 *bins*. No caso de ter uma frequência de amostragem de 5 Hz e uma janela de comprimento de 1024 amostras, a resolução de frequência é 0,005 Hz, suficiente para resolver ondas de vento, segundo Arduin [3].

3.4.3 O cálculo e interpretação dos cinco coeficientes

A obra recente de Thomson [92] disponibilizou o código necessário para transformar as velocidades de um módulo GNSS nos cinco coeficientes de Fourier precisos para poder analisar ondas. O cálculo dos coeficientes é feito da seguinte forma por meio das auto-espectros e co-espectros das velocidades ortogonais:

⁷ $10\log\left(\frac{2A}{A}\right)^2$ para adição coerente quando A é a amplitude na janela.

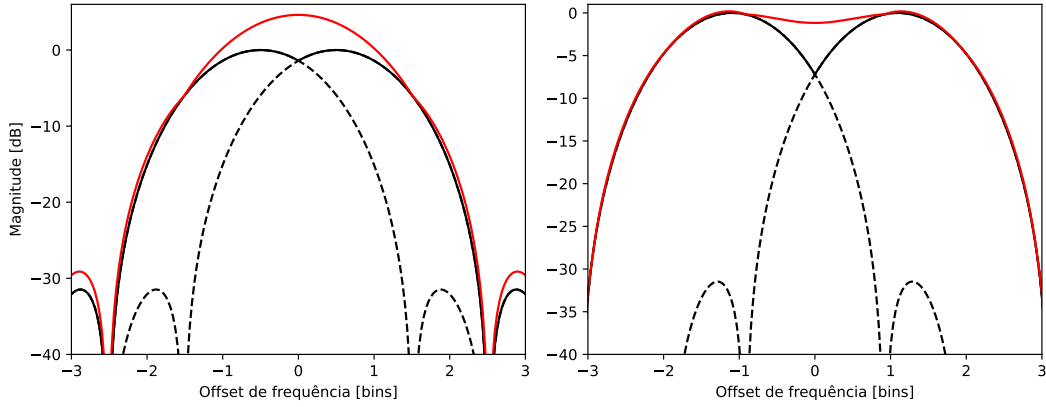


Figura 3.13: Separação de 3 dB (esquerdo) e de 6dB (direito). Note que a soma coerente em vermelho das duas janelas não permite resolver os picos no caso de usar 3 dB para definir a separação e uma separação maior do que 6 dB é necessário.

$$\begin{aligned}
a_0(\omega) &= S_{zz}(\omega) = \frac{S_{uu}(\omega) + S_{vv}(\omega)}{\omega^2} \\
a_1(\omega) &= \frac{Q_{wu}(\omega)}{\sqrt{(C_{uu}(\omega) + C_{vv}(\omega)) C_{ww}(\omega)}} \\
b_1(\omega) &= \frac{Q_{wv}(\omega)}{\sqrt{(C_{uu}(\omega) + C_{vv}(\omega)) C_{ww}(\omega)}} \\
a_2(\omega) &= \frac{C_{uu}(\omega) - C_{vv}(\omega)}{C_{uu}(\omega) + C_{vv}(\omega)} \\
b_2(\omega) &= 2 \frac{C_{uv}(\omega)}{C_{uu}(\omega) + C_{vv}(\omega)}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

A normalização nos primeiros momentos direcionais leva em conta a energia total do sistema; no caso dos segundos momentos, apenas temos a energia total no horizontal. A demonstração de como os coeficientes são calculados em termos dos espectros de velocidade não é apresentada nesta obra de Thomson, então foi produzida no Apêndice D para ser completo. É importante notar que Thomson usa (2.86) em (3.10) e aproveita da presunção de movimento circular das ondas para empregar a relação (3.1) e abdica, portanto, de usar a velocidade vertical no cálculo da energia total em todas as direções, que é apenas usada na normalização. O motivo por isso é o erro maior em estimativas da velocidade por causa da distribuição dos satélites na vertical [58]. Portanto, ao supor que ondas exibam movimento circular, a Equação (3.1) é usada para estimar a energia na vertical. Porém, Raghukumar [74] afirma que a boia GNSS comercial Spotter, da empresa Sofar, consegue uma acurácia suficientemente boa na vertical para que não seja necessário recorrer à Equação (3.1). A versão GNSS da boia Datawell, a DWR-G4, também usa os dados de velocidade vertical [7].

Adicionalmente, observa-se que a relação de fase entre as velocidades nas direções diferentes é a mesma que existe entre os deslocamentos que foi apresentada em 2.6.2. Entretanto, ao utilizar um acelerômetro, por exemplo, para substituir o módulo GNSS na vertical, a relação de fase seria diferente e outras equações seriam necessárias [93]. Thomson [93] proporciona um bom resumo de como as velocidades nos três eixos podem ser utilizadas para achar estes coeficientes e interpretar os seus significados. Em primeiro lugar, a_0 é o valor médio da energia em todas as direções. a_1 é proporcional para a energia integrada na direção zonal enquanto b_1 fornece a na direção meridional e, quando se realiza:

$$\Theta_1(\omega) = \arctan(b_1, a_1) \quad (3.11)$$

$$\Delta\Theta_1(\omega) = \sqrt{2(1 - \sqrt{a_1^2 + b_1^2})} \quad (3.12)$$

temos a direção de onda dominante e o espalhamento direcional de energia a cada frequência. Como estes valores são relativos ao leste, uma vez que $\cos 0 = 1$, temos de adicionar 90° para que siga a convenção de ser relativo ao norte. Além disso, como o tangente é convencionalmente calculado no sentido anti-horário, enquanto a convenção marítima adota o sentido horário a partir do norte, é necessário inverter o sinal do ângulo. A Figura 3.14 mostra como os coeficientes demonstram a realidade física.

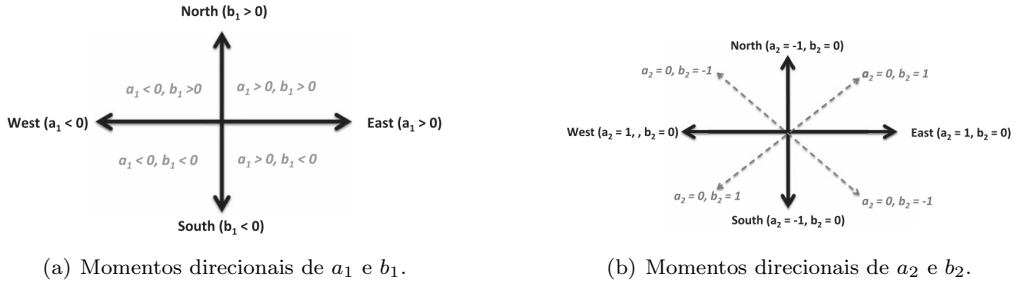


Figura 3.14: A interpretação gráfica dos momentos direcionais. Fonte: Thomson [93]

A diferença nas densidades de espectros de potência horizontais é resumida em a_2 , que permite a análise da assimetria entre as duas direções. Entretanto, como mede apenas a diferença, existe uma ambiguidade de 180° , dado que não sabemos em qual sentido nas direções zonal ou meridional a onda desloca. b_2 mostra o coespectro entre v e u . Apesar destes pontos negativos, uma vez que os momentos da segunda ordem não dependem da medição na vertical, podem ser considerados como mais confiáveis [33].

Finalmente, os momentos da segunda ordem são comumente interpretados da seguinte forma:

$$\Theta_2(\omega) = \arctan(b_2, a_2)/2 \quad (3.13)$$

$$\Delta\Theta_1(\omega) = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}[a_2 \cos(2\Theta_2) + b_2 \sin(2\Theta_2)]} \quad (3.14)$$

Capítulo 4

Implementação

4.1 Análise espectral

4.1.1 Resumo do código de Thomson

Já que as considerações teóricas para poder transformar as velocidades do receptor de GNSS nos primeiros momentos da série de Fourier que descrevem as ondas foram examinadas nos capítulos anteriores, é o momento oportuno para analisar como este processo é realizado no trabalho de Thomson [39], que será a base da nossa implementação. Embora a obra fale das escolhas feitas pelos autores no processamento da versão da boia produzida na linguagem Python, não há referência às escolhas para a versão com código em C; entretanto, parece que a versão C, da Figura 4.1, é mais simples do que a em Python, mostrada na Figura 4.2.

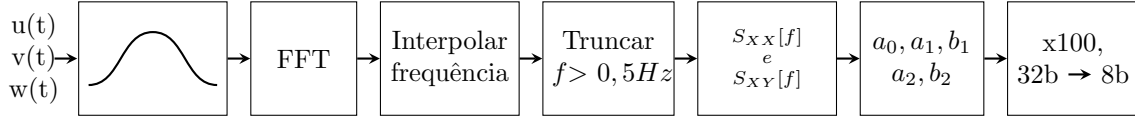


Figura 4.1: As etapas de processamento das velocidades GNSS na versão em C de Thomson [39].

Primeiro, uma janela de seno é usada em todo o intervalo de aproximadamente meia-hora de 2^{13} amostras. A amostragem de trinta minutos parece ser um padrão para boias oceanográficas e é motivada pelo desejo de manter a estacionaridade e minimizar o viés e a variância. Uma janela boa, no domínio da frequência, terá um lóbulo principal estreito e lóbulos laterais baixos, para que, ao ver da perspectiva de convolução na frequência, não haja, respectivamente, fusão de espectros próximos e vazamento espectral de bandas de frequência com bastante energia para bandas com pouca [55]. Já vimos na Tabela 3.5 que a janela de seno tem uma largura de banda de 6 dB, que é relativamente melhor em termos de *smearing*, mas, em contrapartida, o maior lóbulo lateral é -23 dB.

A seguir, as séries temporais são levadas para o domínio da frequência pela FFT, que permite radix-2 e não-radix-2 operação. O script que implementa a FFT é o de Matlab, então as amplitudes nas frequências negativas são calculadas. Por este motivo, as amplitudes das frequências negativas são descartadas e as das positivas são multiplicadas por dois para manter a energia do domínio do tempo.

A terceira etapa é interpolar os *bins* de frequência. Dado que não há *zero-padding*, a resolução da frequência é também a largura dos *bins* que, para $N = 8192$ e uma frequência de amostragem de 5 Hz, é $610 \mu\text{Hz}$. Dado o tamanho da amostra, é possível interpolar as frequências associadas aos impulsos e armazená-las em um array do mesmo comprimento do array de impulsos. Assim, as posições dos dois arrays estabelecem uma correspondência

direta entre cada impulso e a sua frequência.

Agora que as frequências e os impulsos são casados, é possível remover todos os dados com frequência acima de 0,5 Hz para reduzir a memória ocupada. Devido à distorção introduzida pela janela, é necessário compensar pela ENBW, da Equação (C.4). Para a análise em consideração, não se usaram a ENBW — apenas restauram a variância do segmento pré-janelamento ao mesmo segmento janelado.

As auto-densidades espectrais de potência e as cruzadas são calculadas conforme as equações de (D.20); como observado na Seção 3.4.3, a velocidade vertical não é usada para calcular a energia, mas as velocidades horizontais, conforme a Equação (3.1). A próxima etapa é calcular os cinco primeiros momentos angulares da série de Fourier de acordo com as equações de (3.10).

Finalmente, os momentos são multiplicados por cem para reter alguma da precisão dos momentos antes de convertê-los de variáveis de ponto flutuante de 32 bits para inteiros de 8 bits que cabem na mensagem transmitida. Ao receber a mensagem, os momentos são divididos por cem para recuperar os seus valores verdadeiros.

4.1.2 Avaliação do código de Thomson

O resumo da seção anterior permite-nos a examinar algumas das decisões tomadas no desenvolvimento deste processamento e, porventura, identificar eventuais melhorias. Felizmente, os autores disponibilizaram também a sua versão do processamento em Python, que é mais completa e é resumida na Figura 4.2. Como muitas vezes é mais fácil implementar uma etapa de processamento em Python do que em C, esta seção pretende analisar algumas das escolhas que os autores fizeram na versão de Python e ver se servem como possíveis melhorias ou se existem opções superiores.

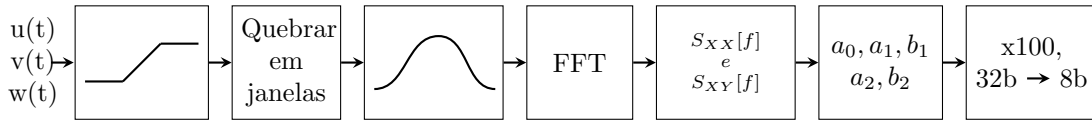


Figura 4.2: As etapas de processamento das velocidades GNSS na versão em Python de Thomson [39].

A primeira diferença que notamos é que um filtro passa-alta é aplicado nas séries temporais, que é ausente na versão da seção anterior. Como mencionado anteriormente, isto ajuda a minimizar o vazamento espectral das baixas frequências para o intervalo de interesse e possivelmente ajudaria numa estimativa mais fidedigna da densidade espectral de potência. Em [103] e [40], usaram uma frequência de corte acerca de 0,03 Hz mas neste trabalho há uma frequência de 0,05 Hz sem nenhuma justificativa. Entretanto, como a Figura 3.9 mostra, a maior parte de energia que desejam estudar é acima desta frequência. Usa-se um filtro FIR tipo I, de ordem 206, com janela de Hamming para suavizar o *ripple* na banda passante e na banda filtrada que resulta numa banda de transição de aproximadamente 0,075 Hz para uma frequência de amostragem de 5 Hz ¹. O filtro produzido pela janela de Hamming, cuja magnitude é plotada na Figura 4.3, dá um *ripple* de aproximadamente 0,0022, 2,4% do *ripple* da janela retangular. No que diz respeito à supressão de ruído, visto que uma janela de Hamming providencia uma atenuação mínima de 53 dB na amplitude [55], a redução de aproximadamente 20 m²Hz do pico do ruído na Figura 3.9 para 100 μm²Hz será esperada ².

Na Seção 2.5, explicamos que filtros FIR por janelamento são ótimos quando implementados com janelas retangulares pela definição de erro quadrático médio, mas não se usa a janela retangular por causa do deslocamento de energia provocado pelos lóbulos laterais. Vimos também que filtros FIR pelo algoritmo de Parks-McClellan são ótimos com respeito

¹ $\Delta\omega \approx 6,6\pi/L = 6,6\pi/207 \approx 0,031\pi$, $\Delta\omega * f_s/(2\pi) = 0,075\text{Hz}$ [55].

² 13 dBm² - 53 dB = - 40 dBm².

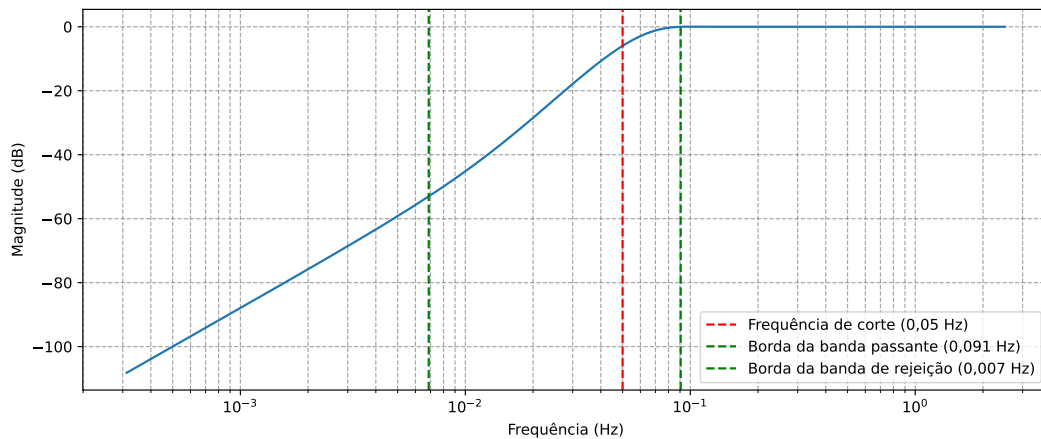


Figura 4.3: Resposta do filtro FIR passa-alta do trabalho do Thomson.

a minimização do erro máximo ponderado nas bandas de rejeição e passante. Por este motivo, é interessante projetar um filtro pela técnica de Parks-McClellan com os mesmos parâmetros do filtro da Figura 4.3 para ver se, dado o mesmo esforço computacional, é possível produzir um resultado melhor. Por isso, um segundo filtro foi criado por meio do algoritmo Parks-McClellan com as mesmas banda de transição e ordem do filtro da obra de Thomson. Os resultados, resumidos na Tabela 4.1, mostram que o erro do pico na banda passante e a atenuação mínima na banda de rejeição é, no mínimo, 1 dB melhor para o filtro com o método Parks-McClellan. Somente em termos do erro quadrático médio o filtro por janelamento é mais próximo da situação ótima, mas este critério não auxilia muito em termos práticos para avaliar a qualidade do filtro uma vez que não elimina a possibilidade de erros grandes em frequências individuais de interesse [55].

	Janela de Hamming	Parks-McClellan
Erro de pico banda passante	-5,08 dB	-6,37 dB
Atenuação mínima na banda de rejeição	4,38 dB	6,37 dB
Erro quadrático médio	-3,85 dB	-3,78 dB

Tabela 4.1: Comparação de erro de pico, atenuação mínima e erro quadrático médio filtros por janelamento e o algoritmo Parks-McClellan com ordem 206.

Na etapa seguinte da versão em Python, as 2^{13} amostras são quebradas em blocos com uma sobreposição de 75%. Em termos da potência, a sobreposição de 75% tem o efeito cumulativo das janelas ilustrado pela Figura 4.4. Um aspecto interessante do uso desta janela com 75% de sobreposição é o efeito cumulativo obtido: ausência de *ripple* e duplicação do peso de todas as amostras — exceto nas amostras iniciais e finais da série temporal, períodos em que o efeito cumulativo não vinga completamente. Nesse caso, a escolha desta janela é benéfica em termos de *flatness* de potência se o fator de 2 for compensado em alguma etapa do processamento, o que não acontece neste processamento.

Em termos da implementação da FFT usada, Thomson levou a versão de Matlab para a linguagem C. É possível que os mesmos resultados sejam atingidos de forma mais eficiente com a implementação nativa do microcontrolador.

Comentamos nesta seção que a ENBW não foi usada no cálculo das densidades espectrais de potência. No entanto, como uma janela senoide foi usada, a ENBW deveria ser $f_s \pi^2 / 8$ [71].

O motivo para esta seção foi estudar as implementações de análise espectral da obra

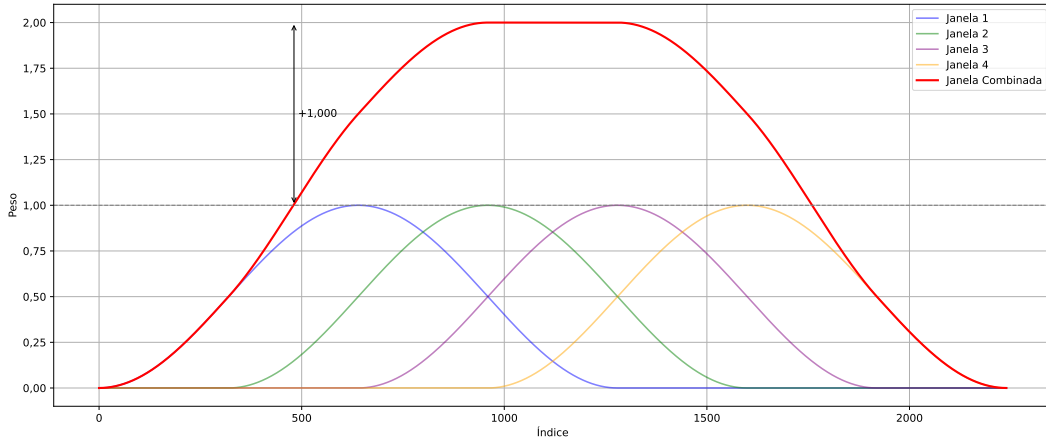


Figura 4.4: O efeito cumulativo no peso da potência ao usar janelas de seno com sobreposição de 75%.

de Thomson e tentar identificar onde poderão ser fundidas e aprimoradas para devolver resultados mais fidedignas das características físicas das ondas do mar. Numa seção seguinte, pretendemos implementar e avaliar as opções de melhoria que esta seção trouxe à tona.

4.1.3 Versão atualizada do código do Thomson

No decorrer desta dissertação, uma versão em C atualizada do processamento digital do sinal do Thomson foi publicada e parece lógico avaliá-la separadamente de forma a compará-la com as versões iniciais documentadas aqui, entender as escolhas feitas e combinar ou adaptar as propostas a fim de alcançar um processamento mais adequado. Uma visão global deste processamento é apresentada na Figura 4.7.

Primeiro, diferente da versão original, valores atípicos são retirados do conjunto de amostras depois de serem coletados e o critério pelo afastamento de uma amostra é ter um valor maior do que dez vezes a variância do conjunto. Para manter o mesmo número total de amostras, o valor médio do conjunto sem os valores atípicos é calculado e substitui os valores removidos de modo a não afetar as características estatísticas do conjunto quando se considera o conjunto sem os valores atípicos. Em seguinte, este valor médio é subtraído de todas as amostras, visto que não acrescenta informação à análise espectral.

Ao contrário da versão inicial em C, esta iteração inclui um filtro passa-alta. Optaram por implementar o filtro RC que foi contemplado na Seção 2.5.2. Este filtro é mais simples computacionalmente do que os filtros FIR da Seção 4.1.2 e, como filtros Butterworth, é maximamente plano nas bandas de rejeição e passante. No entanto, podemos ver que este filtro tem uma transição muito mais suave do que mesmo o filtro FIR por janelamento de 207 coeficientes, mostrado na Figura 4.3. Lembrando da PSD típica do sinal e ruído ilustrados na Figura 3.9, a forma da PSD do sinal sugere que uma transição abrupta seja benéfica, de modo que todo o sinal a partir de aproximadamente 0,03 Hz seja capturado, sem a inclusão de ruído que provocará vazamento espectral na hora de janelamento. Então procura-se um meio-termo entre as vantagens que a simplicidade e uma transição abrupta trazem.

O próximo bloco da nova versão aborda o janelamento. Outra vez, uma janela de seno é usada, mas agora com a segmentação dos 2^{13} amostras em janelas — pelos motivos traçados na Seção 3.4.2 — do comprimento de 1280 amostras, ou $f_s \times 256$. O motivo por este comprimento de janela parece inicialmente ser a obtenção de uma resolução de frequência de $\frac{1}{256s}$, ou 0,0039 Hz. Entretanto, como cada três *bins* vizinhos são fundidos para aumentar os graus de liberdade, acabamos por ter uma resolução de $\frac{3}{256s}$, ou 0,012 Hz. Como citado anteriormente, Ardhuin [3] julga uma resolução abaixo de 0,01 Hz necessária para resolver

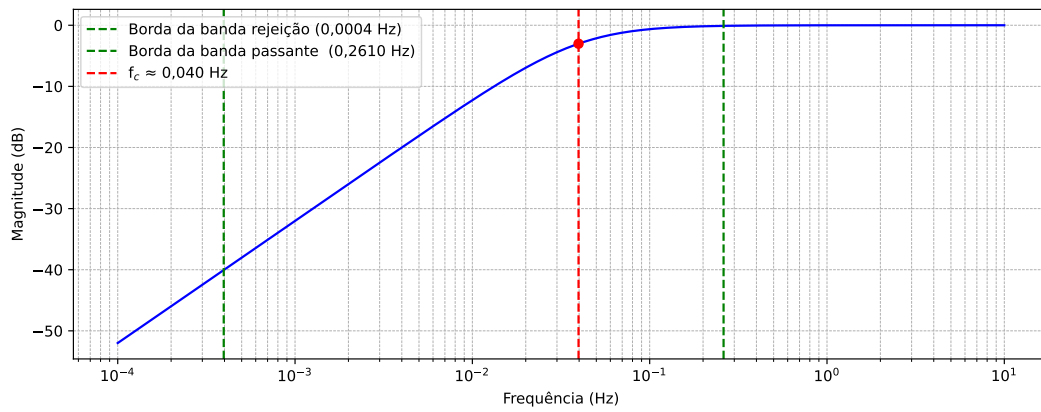


Figura 4.5: Resposta de magnitude do filtro passa-alta RC discretizado pelo Euler reverso.

ondas de vento, o que implica uma resolução efetiva ligeiramente superior a este limite.

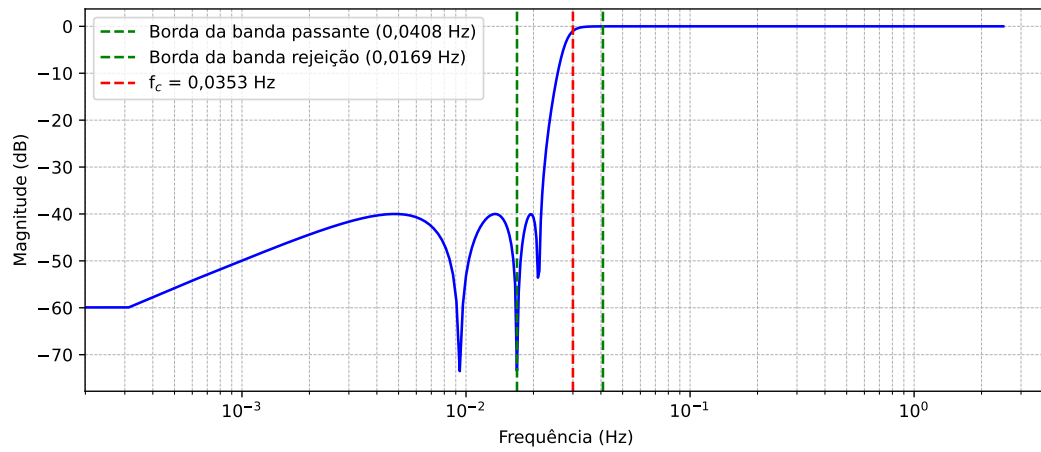


Figura 4.6: Resposta de frequência do filtro passa-alta Chebyshev tipo II da 7ª ordem.

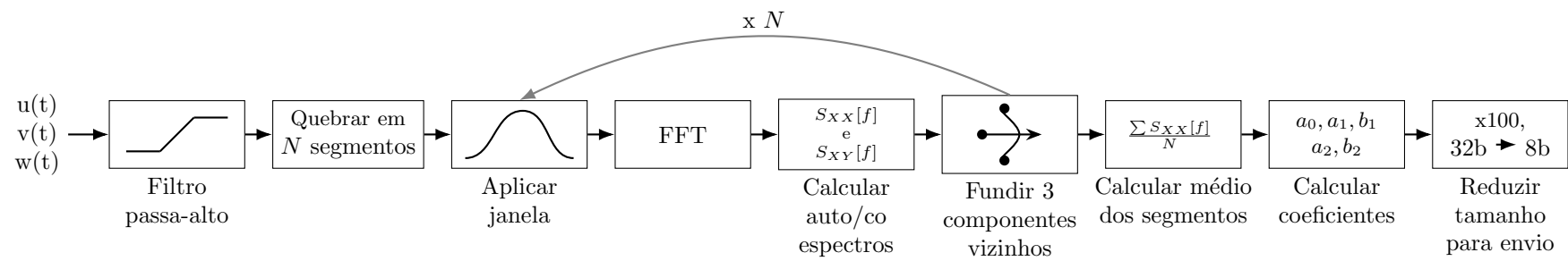


Figura 4.7: Visão global das etapas de processamento das velocidades GNSS na versão em C de Thomson [39].

Normalmente, na literatura de processamento digital de sinais, a compensação pelo ruído adicional que entra devido ao uso de uma janela que não seja retangular é realizada pela ENBW, detalhada no apêndice C. Neste código, entretanto, a abordagem é diferente. A compensação é realizada pela substituição da variância de um segmento pós-janelamento pela sua variância pré-janelamento, ou seja, divisão pela variância atual e multiplicação pela variância pré-janelamento. Consequentemente, uma melhoria poderá ser a utilização da ENBW, o método ortodoxo de compensar pelo efeito do janelamento.

Uma outra alteração na nova versão do código em C reflete a versão disponibilizada em Python, que contém janelas com sobreposição de 75%. Conforme a discussão da Seção 4.1.2 a respeito do *flatness* de potência, o uso de uma janela de seno com uma sobreposição de 75% é eventualmente uma boa opção desde que a compensação correta seja feita. Por outro lado, a Figura 4.8 apresenta a diferença entre a largura de banda de 6 dB do lóbulo principal, os lóbulos laterais maiores e os *roll-offs* das janelas seno e Hanning, cujos valores são resumidos na Tabela 3.5. Esta tabela mostra que a janela de seno tem a vantagem em termos de resolução de frequência, mas a janela de Hanning consegue suprimir melhor a transferência de potência entre bandas de frequência; portanto, temos o *trade-off* clássico de janelas entre vazamento espectral e *smearing*, no qual o vazamento espectral deveria assumir a precedência por causa da concentração de ruído potente perto de 0 Hz no sinal GNSS, vista na Figura 3.9.

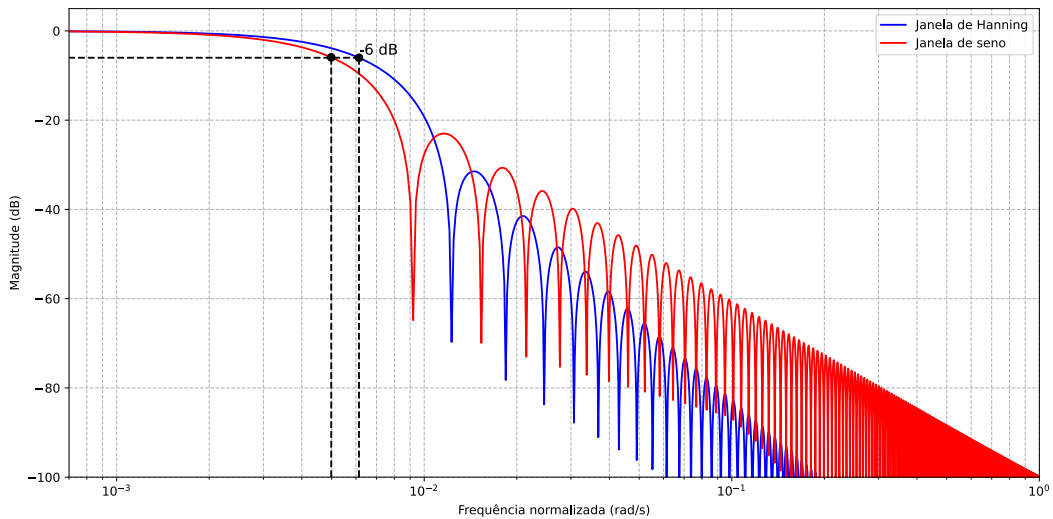


Figura 4.8: Respostas espectrais das janelas Hanning e seno.

Com o comprimento da janela de 1024 amostras, a taxa de amostragem de 5 Hz e a união de três frequências vizinhas para aumentar os graus de liberdade, temos uma resolução de frequência de 0,0146 Hz. Para respeitar a largura de banda de 6 dB, de acordo com [30] e [71], precisamos de uma separação de 0,023 Hz e 0,029 Hz para as janelas seno e Hanning respectivamente. No entanto, como Ardhuin [3] afirma, 0,01 Hz de resolução é necessária para ondas de vento, mas o critério pode variar conforme a aplicação. A forma mais fácil de conseguir a meta de 0,01 Hz é dispensar da união de amostras em frequências vizinhas, que trará a desvantagem de alargar o intervalo de confiança para o espectro produzido.

4.1.4 Ajustes à versão atualizada do código do Thomson

O processamento que é traçado de forma geral na Figura 4.7 é mantido na versão implementada para esta dissertação. Ao nível de bloco de processamento, porém, duas alterações significativas foram realizadas no tipo de filtro usado e no processo de janelamento. É razoável supor que as alterações descritas nesta seção consigam reduzir a influência de ruído

e diminuir a distorção provocada pelo processamento sem implicar um peso excessivo computacional.

Na Seção 4.1.2, comparamos o filtro FIR usado na versão Python do processamento com outros filtros FIR para tentar achar melhorias. Contudo, já que desejamos estudar somente a magnitude do espectro e filtros FIR requerem mais multiplicações para a mesma supressão quando comparados com filtros IIR, a decisão mais sensata parece proceder com um filtro IIR. Dentro dos filtros IIR, o filtro elíptico apresenta a solução ótima para uma dada ordem em termos da rapidez da transição mas possui *ripple* nas bandas passantes e de rejeição. Os filtros Butterworth são maximamente planos ³ nas duas bandas mas demonstram uma transição mais lenta do que o filtro elíptico. Conforme a análise da Seção 2.5.2.2, filtros Chebyshev tipo II dão uma transição entre os outros dois tipos e conseguem uma banda passante maximamente plana e monótona.

Como bibliotecas de Python permite especificar a borda das bandas passante e rejeição, bem como os níveis nestas bandas, ao definir uma rejeição de 40 dB, aproximadamente o que foi alcançada com o filtro RC da primeira ordem, podemos projetar um filtro Chebyshev tipo II com rejeição parecida e comparar a diferença na largura da banda de rejeição e no MSE. A mínima ordem do filtro que satisfaz os requisitos é a sétima e a sua resposta em frequência do filtro é plotada na Figura 4.6. O resultado é produzir um filtro que tem uma banda de transição, entre -40 dB e 0 dB, de 0,0239 Hz, enquanto a do filtro RC tem uma largura de 0,2606 Hz; em adição, o MSE cai de -35 dB para -47 dB. O custo por esta melhoria em desempenho é aumentar o número de coeficientes e, portanto, o número de multiplicações que tem de ser realizado, mas, mesmo assim, não afeta significativamente a latência do processamento.

Devido ao desejo de conseguir uma banda de transição estreita expressado na seção 3.4.1, o filtro precisa de uma ordem mais alta comparada a um filtro com *roll-off* mais lento [55]. Além do custo computacional adicional exigido pelo filtro de ordem superior, esta configuração faz com que os polos do filtro se aproximem do círculo unitário [37], o que pode levar à instabilidade operacional. De modo parecido, uma outra fonte de instabilidade é o *oversampling* [37], que se manifesta quando se considera a frequência de corte normalizada:

$$\omega_c = \frac{2\pi f_c}{f_s} = \frac{2\pi \cdot 0,03}{5} = 0,0377 \text{ rad/amostra} \quad (4.1)$$

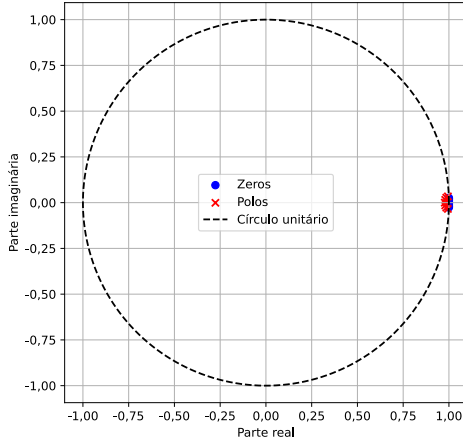
Esta frequência de corte normalizada baixa implica que os polos têm de ser localizados próximos a $z = 1$, o que equivale à frequência DC, como mostra a Figura 4.9

Consequentemente, para implementar este filtro, uma equação de diferenças tirada diretamente da função de transferência do filtro corre o risco de sofrer com instabilidade. Mesmo que os coeficientes do filtro sejam calculados com 64 bits ⁴ e que sejam declarados da mesma forma no microcontrolador — apesar dele só ter uma unidade de ponto flutuante (FPU, do inglês *floating-point unit*) para 32 bits, o que deixa operações aritméticas com 64 bits mais lentas — a instabilidade advirá do arredondamento dos produtos de multiplicação no filtro [37]. Oppenheim [63] afirma que o método mais eficaz de avaliar os efeitos do ruído produzido por este arredondamento é através de simulações do sistema. Tais simulações mostraram a satisfação do requerimento de entrada limitada saída limitada (BIBO, do inglês *bounded input bounded output*), seja o filtro implementado na sua forma direta ou como seções da segunda ordem com os coeficientes de 64 bits. Porém, ao declarar os coeficientes com apenas 32 bits durante testes, o filtro não se mostrou estável na forma de equação de diferenças mas apenas como seções da segunda ordem.

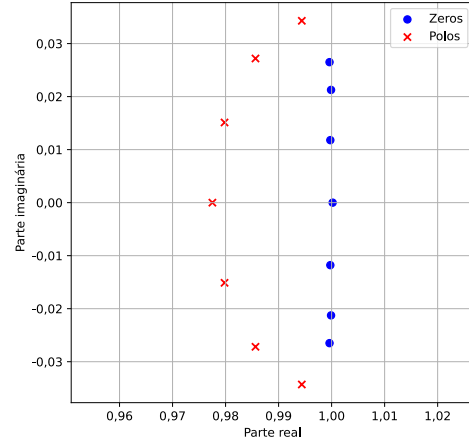
Além da alteração do tipo de filtro usado, uma outra mudança, sugerida na seção anterior, é a substituição da janela senoidal com sobreposição de 75% por uma janela Hanning com sobreposição de 50%, junto com a ENBW apropriada para esta janela em vez da substituição variância pós-janelamento.

³Ou seja, todas as possíveis derivadas são iguais a zero numa dada banda.

⁴Note que a configuração de default do Python pode não imprimir toda a extensão dos 64 bits.



(a) Os polos e os zeros no plano z .



(b) Os polos e os zeros em *zoom*.

Figura 4.9: Os polos e os zeros do filtro passa-alta Chebyshev tipo II da 7ª ordem com frequência de corte 0,0377 rad/amostra.

Finalmente, foi mencionado que a rotina que realiza a FFT permite radix-2 e não-radix-2 operação, mas, durante testes, janelas com comprimentos que não sejam radix-2, como $fs \times 256$, produziram instabilidade na execução desta rotina. Portanto, o comprimento das janelas foi mudado para achar a próxima potência de dois menor ou igual a $fs \times 256$, que, para $fs = 5$ Hz, é 1024, o que resulta em uma resolução de frequência de 0,0146 Hz, quando se leva em conta a fusão dos *bins*.

4.2 Desenvolvimento do PCB

Os testes iniciais foram realizados com uma antena *patch* de custo reduzido e que não veio com informação acerca das suas propriedades. Apesar das facilidades que esta antena disponibiliza, ela restringe a liberdade para aprimorar, ou até mesmo conhecer, as características da antena. Por esta razão, um PCB foi produzido⁵ e o processo da escolha das suas características será abordado nesta seção, começando pela escolha da antena.

O fabricante do receptor GNSS, o Ublox, recomenda o uso de uma antena passiva que ofereça um ganho de pelo menos 4 dBic quando o *layout* permite que a trilha entre antena e a entrada RF do módulo seja curta [96]. A antena que foi escolhida, por representar uma bom compromisso entre custo e desempenho, tem um ganho de 4 a 5 dBi para ângulos de elevação maiores do que aproximadamente 30°, como ilustrado na Figura 4.10. Mesmo que o ganho seja relatado em dBi e não dBic, é importante salientar que, numa outra seção do datasheet, a antena é descrita como RHCP e com ganho máximo de 5,18 dBic; portanto, o *dBi* da figura é, de fato, dBic. A sua largura de banda é aproximadamente 20 MHz, o que teoricamente permite a captura de todas as constelações até GLONASS.

A Figura 4.10 mostra que esta antena é claramente diretiva no eixo z , o que favorecerá sinais de satélites no zênite em detrimento daqueles em baixos ângulos de elevação. Porém, o ganho cai irregularmente do seu pico de 5,18 dBic no zênite até 0 dBic em 180°, o que implica uma RFC de acerca de 5 dBic. Esta irregularidade do padrão de radiação da antena pode ser consequência do fato que tem alimentação única e depende de cortes nos cantos que geram modos diagonais que são ajustados para ter uma diferença de fase de 90°. Isso resulta em variação do centro da fase (PCV, do inglês *Phase Centre Variation*) da produção

⁵O Apêndice E contém imagens do PCB em projeto e soldado com componentes.

de modos de ordem mais alta devido à excitação assimétrica que causam assimetrias no padrão de radiação [76].

O baixo ganho no padrão de radiação para ângulos de elevação de 0° a 60° também prejudica a aquisição de sinais na configuração mencionada em Seção 3.3.3, que requer 70% dos satélites espalhados no azimute e é considerada ótima no caso de receber somente sinais GPS. Caso satélites a ângulos de elevação de 20° até 45° sejam considerados como azimutais, o ganho nestas elevações varia de 0 dBic a 3 dBic. Por outro lado, uma vantagem deste padrão de radiação, sugerida pela Figura 3.3 e na Seção 2.4, é que o ganho baixo age como um filtro espacial contra NLOS RHCP vindo de baixos ângulos de elevação. Assim, espera-se, num ambiente plano e sem muita interferência, como no mar, conseguir os sinais mais fortes do zênite, o que poderá prejudicar a diluição geométrica da precisão das medições GNSS mas favorecer uma baixa diluição da precisão na vertical, o que é mais difícil de alcançar e, ao mesmo tempo, mais importante para a medição da energia das ondas marítimas.

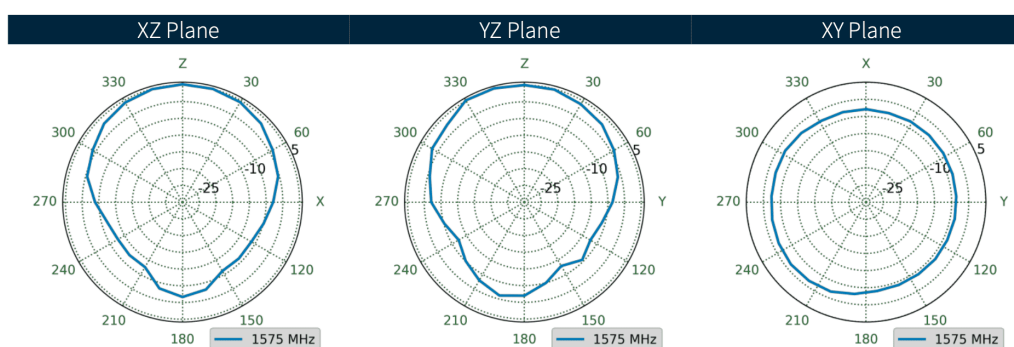


Figura 4.10: Padrão de radiação da antena CGGBP.35.6.A.02 nos três planos a L1 (1,575 GHz). Fonte: Taoglas [89].

O ganho da Figura 4.10 é apenas o ganho de pico da antena e não leva em conta as perdas ôhmicas na antena e no caminho até a antena, as perdas por reflexão, perdas no dielétrico da antena e por ondas da superfície na antena que não radiam.

O projeto do PCB em si focou apenas na funcionalidade GNSS, apesar de uma versão mais completa para uma boia incluir um sistema de comunicação para transmitir os resultados. O PCB tem quatro camadas para que a distância entre a camada de sinais e a sua camada de plano de terra tenha a menor distância possível, neste caso 0,1960 mm. Enquanto a espessura de um PCB é tipicamente de 1,6 mm [5], a composição das suas camadas pode variar de acordo com a complexidade do projeto — do mais simples, com duas camadas de cobre nas superfícies a 18 ou mais camadas interiores e exteriores. O problema de usar duas camadas de cobre neste projeto seria deixar uma separação de 1,6 mm entre as duas camadas de cobre, que, por sua vez, produz *loops* de corrente maiores e, consequentemente, maiores campos eletromagnéticos indesejados [65].

Um guia de onda coplanar com terra, ilustrado na Figura 4.11, conduz o sinal da antena à entrada RF do módulo de GNSS. Este tipo de trilha permite que a impedância seja controlada a 50Ω com a largura da trilha que case com os *pads* do módulo [100]. Felizmente, para calcular a largura da trilha, a , e a largura do vão entre os planos terra, b , existem calculadores nos programas de fabricação auxiliada por computador de PCB, pois o cálculo pode levar várias iterações.

O datasheet da antena pede um plano de terra diretamente abaixo dela de 70 mm por 70 mm no mínimo. Por ser uma antena *patch*, o plano de terra forma um cavidade ressonante com a camada metálica superior da antena e o substrato dielétrico [76]. Para este protótipo, toda a camada superior do PCB não acomoda outros componentes, o que resulta num plano de terra um pouco maior do que o mínimo. De modo a entender se a antena é invisível para

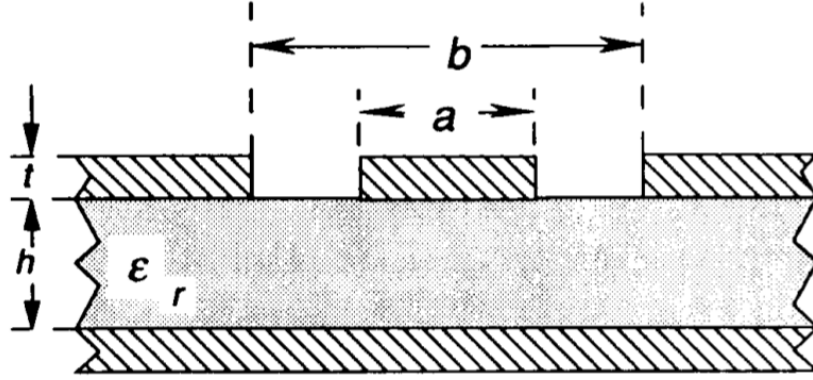


Figura 4.11: Um guia de onda coplanar com terra no qual t é a espessura do cobre; h , a altura do dielétrico; ϵ_r , a permissividade relativa do dielétrico; b , a largura do vão entre os planos terra; e a , a largura da trilha. Fonte [100].

sinais refletidos no mar para o lado inferior do PCB, teremos de considerar a parte da onda que é refletida pelo PCB e a parte que é absorvida. Se simplificarmos para levar uma conta apenas a primeira camada que a onda encontra, as perdas que resultam da efetividade da blindagem (EB) são [65]:

$$EB = 20\log\left(\frac{\eta_0}{4\eta_S}\right) + 20\log\left(e^{\frac{t}{\delta}}\right) \quad (4.2)$$

onde η_0 é a impedância intrínseca do vácuo, η_S é a impedância da blindagem, t é a espessura da blindagem e δ é a profundidade de penetração, dada como:

$$\delta \approx \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (4.3)$$

onde f é a frequência da interferência μ é a permeabilidade do vácuo e σ é a condutividade da blindagem. Para cobre, a profundidade da penetração, dada uma frequência da interferência de 1,575 GHz, é $1,67 \mu m$, então a espessura do material é muito maior do que a profundidade de penetração e podemos usar a Equação (4.2) para estimar a EB, que resulta numa blindagem de 258 dB.

Capítulo 5

Resultados

5.1 *Link budget*

O *link budget* para o sinal de GNSS varia do acordo com a potência isotrópica radiada equivalente (EIRP, do inglês *Equivalent Isotropic Radiated Power*) da constelação, o raio da órbita e a projeção inclinada do satélite. Em vez de calcular os *link budgets* para todas as constelações de GNSS para diferentes projeções inclinadas do satélite, podemos analisar apenas um satélite no zênite para poder avaliar o desempenho do sistema em termos do seu C/N_0 perante uma estimativa do *link budget*.

No caso do GPS, temos um EIRP de 26,50 dBW [69] e uma altitude orbital de 20.200 km [13]. Então, a perda por caminho em espaço livre por esta distância (FSPL, do inglês *Free-Space Path Loss*) é 182,4 dB ¹ e as perdas atmosféricas são estimadas em 2 dB [52].

O datasheet do módulo GNSS, o MAX-M10S, afirma que o módulo tem uma figura de ruído de 1,5 dB para toda a sua cadeia RF e seu amplificador de baixo ruído (LNA, do inglês *low-noise amplifier*) tem um ganho de 30 dB [97]. Porém, como a figura de ruído (F) é definida como [26]:

$$F = \frac{\text{SNR de entrada}}{\text{SNR de saída}} \quad (5.1)$$

não se deve incluir o ganho do LNA no *link budget* uma vez que a figura de ruído captura todo o ganho e ruído introduzidos pelo módulo GNSS. Portanto, a partir da figura do ruído do módulo GNSS, e as temperaturas da antena, do módulo e a guia de onda, será possível calcular a temperatura efetiva e, conseqüentemente, o ruído no sistema completo.

Entre a antena e a entrada RF do módulo GNSS, temos a guia de onda coplanar com terra, descrita na Seção 4.2. Como o seu comprimento é apenas 3 mm da antena até o centro do *pad*, a sua contribuição às perdas é pequena e é justificável usar métodos aproximados [65]. Ott [65] fornece as seguintes fórmulas para achar as perdas ôhmica² e dielétrica³:

$$\alpha_{\text{ôhmica}} = \frac{0,569 \times 10^{-3} \sqrt{f_{\text{MHz}}}}{(w+t)Z_0} \quad \text{dB/in}, \quad (5.2)$$

$$\alpha_{\text{dielétrica}} = 2,3 f_{\text{GHz}} \tan(\delta) \sqrt{\varepsilon_r} \quad \text{dB/in}, \quad (5.3)$$

Para largura do trilho (w) de 0,319 mm, espessura (t) de 0,035 mm, impedância característica de 50 Ω na frequência de GPS, temos perda ôhmica de 0,003 dB. No caso da perda no dielétrico, para a perda tangente ($\tan(\delta)$) de 0,02 do substrato de FR-4 [65] e seu constante

¹FSPL = $20 \log(\frac{4\pi d}{\lambda})$.

²Perda de potência para calor no condutor por unidade de volume [64].

³Perda de potência para calor no dielétrico do PCB por unidade de volume [4].

dielétrico relativo (ϵ_r) de 4,74, o seu valor é 0,02 dB. Portanto, a perda da guia de onda é desprezível.

Tipicamente, a temperatura da antena, devido ao céu frio e ao padrão de radiação, é menor do que a temperatura ambiente e adota-se um valor de 130 K [6]. Por isso, como a figura do ruído do módulo GNSS é 1,5 dB, a temperatura efetiva de todo o sistema é:

$$T_{eff} = T_{ant} + (F - 1)T_0 \quad (5.4)$$

Portanto, o C/N_0 teórico é 51,7 dB-Hz e o *link budget* é resumido na Tabela 5.1. A Figura 5.1 mostra a posição e a potência do sinal para os satélites disponíveis a partir de uma janela num apartamento de um condomínio residencial, virada para o oeste. Nota-se que o C/N_0 do satélite cujo sinal é mais forte, satélite 7, localizado perto do zênite, é 50 dB, o que corrobora o *link budget* para as condições especificadas. A discrepância de 1,7 dB pode facilmente ser explicada pelo padrão de radiação da antena, a posição do satélite em relação ao zênite e as perdas por descasamento devido às razões axiais. Como vimos, esperam-se que as perdas na guia de onda sejam desprezíveis e as perdas por descasamento quase zero também devido ao cálculo da largura do guia de onda, embora seja interessante medir o seu valor.

Tabela 5.1: O *Link Budget* de GNSS (GPS L1 C/A, $C/N_0 = 50 \text{ dB} - \text{Hz}$)

Parâmetro	Valor	Unidade
Transmissor (Satélite)		
EIRP Satélite (L1 C/A)	26,5	dBW
Perda por caminho em espaço livre	-182,5	dB
Perdas atmosféricas	-2,0	dB
Potência recebida(P_r)	-158,0	dBW
Sistema do receptor		
Ganho da antena (G_r)	5,1	dBic
Temperatura do sistema (T_0)	249,6	K
Constante de Boltzmann(k)	-228,6	dBW/Hz – K
Densidade de potência do ruído (N_0)	-204,6	dBW/Hz
C/N_0 Teórica	51,7	dB – Hz
C/N_0 Medida	50,0	dB – Hz

Para avaliar a melhoria resultante da substituição de uma antena com plano de terra reduzido por uma antena selecionada que atenda tanto aos requisitos de suas próprias especificações quanto aos do receptor GNSS, podemos comparar o sinal da portadora na presença de ruído das duas configurações. A Figura 5.1 mostra os satélites transmitindo para a antena projetada para a boia enquanto a Figura 5.2 é o mesmo gráfico para a antena de especificações desconhecidas menos que cinco minutos depois da captura do céu da Figura 5.1. Primeiro, o satélite 7 do GPS sofreu uma queda de mais de 10 dB em comparação com a antena selecionada, embora a distância do zênite tenha aumentado ligeiramente. Por outro lado, se considerarmos satélite 21 da constelação Beidou, vê-se que o C/N_0 caiu mais que 10 dB, mesmo que a distância do zênite tenha diminuído. De fato, observamos uma piora geral para todos os satélites.

Um resultado desta melhoria na C/N_0 é, talvez, no tipo de velocidade usada. Van Graas e Soloviev afirmam que, para uma razão portadora-ruído de 45 dB-Hz, a velocidade TDCP pode teoricamente ter um desvio padrão de 1,4 mm/s [98]⁴. O fabricante do módulo de

⁴45 dB-Hz permite estimativas de fase com um erro de 6° com tempo de integração de 1 ms, o que resulta



Figura 5.1: Posição dos satélites e os seus C/N_0 com antena projetada e plano de terra.

GNSS, porém, não publica informação oficial sobre as técnicas usadas no módulo MAX-M10S para calcular a velocidade, então o que segue pode ser considerado como apenas especulação. No entanto, em fóruns da empresa, os seus empregados falam que um filtro de Kalman é usado para processar as velocidades Doppler e TDCP ⁵. Assim, o incremento observado na C/N_0 pode viabilizar um aumento na probabilidade de empregar a velocidade TDCP em detrimento de a de Doppler.

5.2 O desempenho estático do sistema

Devido às dificuldades em conseguir um embarque para testar este processamento com um sinal exposto aos movimentos do mar, uma forma de observar qualquer diferença no espectro produzido pelas alterações implementadas nesta seção é filtrar um sinal estático ruidoso. Por isso, um módulo GNSS Ublox MAX-M10S conectado a um placa de desenvolvimento do microcontrolador STM32U575ZIT6Q com uma antena cerâmica de marca e especificações desconhecidas foram colocados no peitoral de da mesma janela num condomínio residencial mencionada anteriormente. Três casos foram avaliados inicialmente:

- espectro com filtro e janelamento do projeto original de Thomson;
- espectro sem filtro mas com janelamento original;
- espectro com filtro Chebyshev tipo II e janela Hanning com janelamento de 62,5%.

Os espectros são reproduzidos na Figura 5.3. Antes de avançar, salientamos que todos os testes foram realizados em dias com um céu predominantemente limpo e por oito horas

num erro da deltadistância, a distância calculada a partir da fase da portadora, calculada a partir de duas medições sucessivas de fase, de $\sqrt{2} \frac{6}{360} \times 0,19m = 4,5 \text{ mm}$. Como o tempo máximo de integração é 20 ms, por causa frequência de 50 Hz da mensagem de navegação, é possível baixar o desvio padrão da deltadistância para 1 mm. Neste caso, o desvio padrão da estimativa de velocidade a partir da deltadistância, dado que temos dois erros independentes, com um intervalo entre amostras de 1 segundo, é $\frac{\sqrt{2} \times 1mm}{1s} = 1,4 \text{ mm/s}$.

⁵<https://portal.u-blox.com/s/question/0D52p00008HKD8XCAX/how-is-velocity-accuracy-calculated>

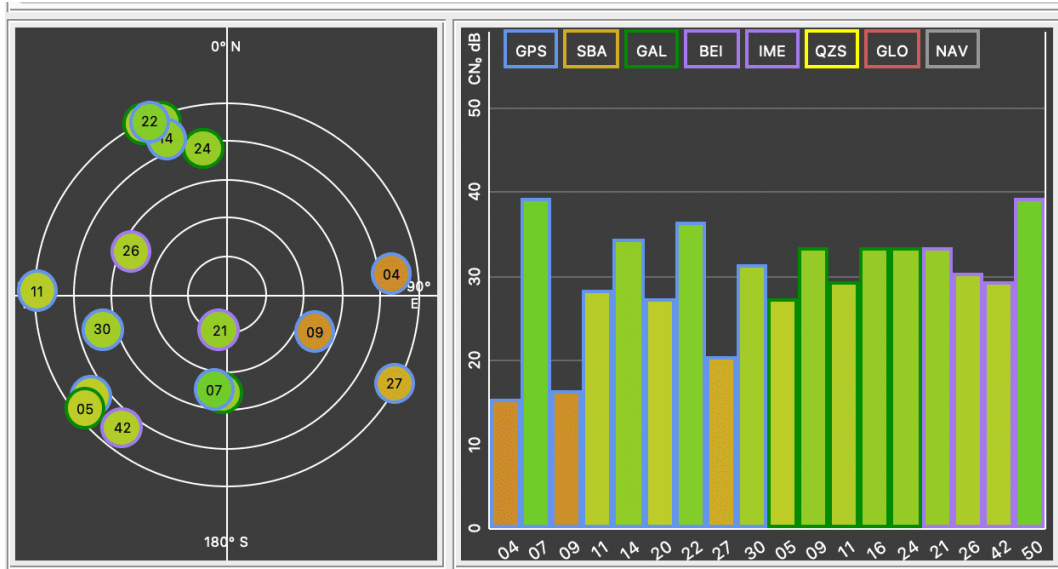


Figura 5.2: Posição dos satélites e os seus C/N₀ com antena de especificações desconhecidas.

para poder apresentar PSDs que representam a média das PSDs produzidas neste intervalo de tempo. O processamento embarcado tem os intervalos de confiança para $\nu = 114$ ⁶:

$$0,789 \text{ PSD}_m(f) < \langle \text{PSD}_m(f) \rangle < 1,30 \text{ PSD}_m(f) \quad (5.5)$$

É importante notar que, dado a resolução de frequência de 0,0146 Hz, existe apenas um valor na banda de rejeição no caso (iii) e dois no caso (i) (0,00976 e 0,0243 Hz). Nos dois casos, vemos supressão na banda de rejeição consoante, de modo geral ⁷, com as representações das respostas em magnitude dos dois filtros, nas Figuras 4.5 e 4.6. Então, o filtro Chebyshev tipo II consegue reduzir o ruído na banda de rejeição de até 25 dB mais do que o filtro RC da segunda ordem. Uma consequência disso é a redução de ruído na banda passante visto que o ruído mais expressivo da banda de rejeição não é espalhado para a banda de interesse devido à convolução entre a janela e o espectro. Ao comparar o espectro não-filtrado com o do filtro RC, vemos uma ligeira redução no nível do ruído desde o início da banda passante até aproximadamente 0,2 Hz. Porém, no caso filtro Chebyshev tipo II com janela Hanning, a redução é de 0 a 10 dB. O ruído maior com o filtro Chebyshev tipo II de 0,03 Hz a 0,05 Hz poderá ser atribuído à transição mais suave do filtro RC, bem como as frequências de corte diferente. Entretanto, uma proporção da redução na banda passante poderá ser atribuível também à consistência das potências conseguidas pela janela Hanning com sobreposição de 62,5% quando comparada com a janela seno com sobreposição de 75%, ilustrada nas Figuras 3.12 e 4.4.

Os resultados são também consistentes com os testes estáticos relatados na Seção 3.2 para boias TDCP, nos quais a filtragem reduziu o viés das medições de velocidade.

Uma comparação final é apresentada na Figura 5.4. Aqui, vemos o impacto da combinação da nova antena e o plano de terra na diminuição na densidade de potência do

⁶Com 8192 amostras (N), janela de comprimento 1024 (L) e largura do passo de S , que é igual a $1 - SP$ para uma sobreposição de 0,625 (SP), temos número de janelas = $\left\lfloor \frac{N-L}{(S) \cdot L} \right\rfloor + 1 = \left\lfloor \frac{8192-1024}{384} \right\rfloor + 1 = 19$. Os graus de liberdade total levam em conta a ortogonalidade das bases e a fusão de três amostras vizinhas, o que resulta em $\nu = 2 \times 19 \times 3 = 114$.

⁷O filtro RC conseguiu uma supressão de aproximadamente -7 dB mais do que esperada a 0,0146 Hz e o filtro Chebyshev aproximadamente -5 dB mais do que esperada a 0,0243 Hz. A explicação mais óbvia por estes desvios do esperado seria as condições imperfeitas de teste.

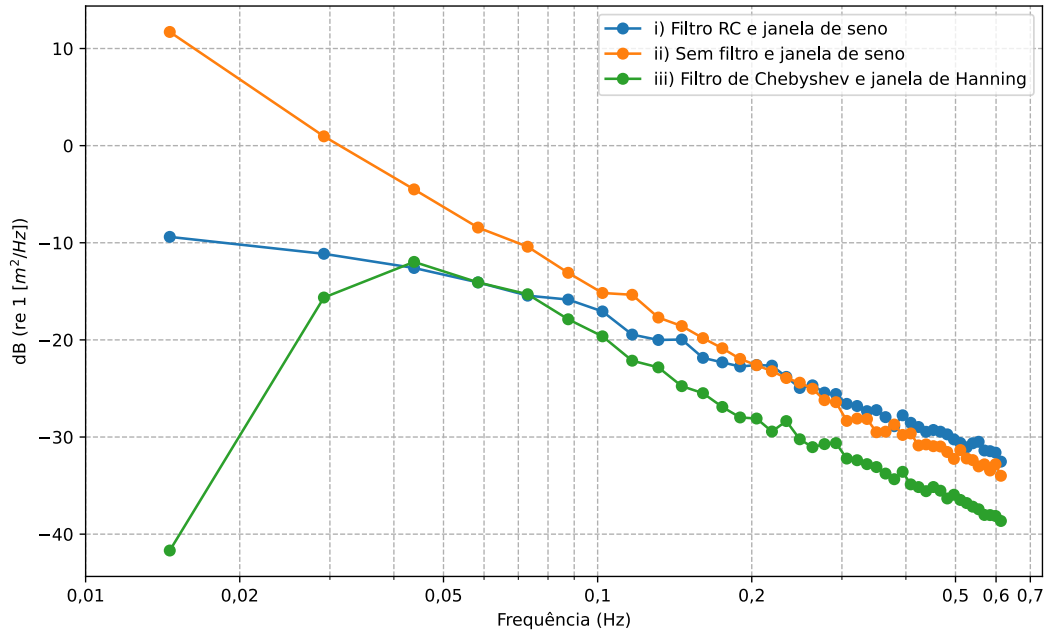


Figura 5.3: PSD de ruído estático para: i) processamento original (azul); ii) processamento sem filtro (laranja); iii) e processamento com filtro Chebyshev tipo II e janela de Hanning com sobreposição de 62.5% (verde).

ruído estático medida a partir da velocidade capturada pelo módulo GNSS. Observa-se uma redução expressiva em toda a PSD do ruído estático; de quase 10 dB em comparação com a simulação do mesmo processamento mas com placa genérica em todo o intervalo de interesse.

Devido à falta de informações sobre a antena original, podemos apenas especular sobre fatores como o seu padrão de radiação que contribuirão para o ruído. Entretanto, a literatura associada ao uso de planos de terra permite que algumas conclusões sejam tiradas no que diz respeito ao tamanho do plano de terra. A antena original tem um plano de terra com largura de aproximadamente 2 cm, ou $0,1\lambda$. Por outro lado, a nova antena tem um plano de terra de $0,47\lambda$, que é perto do valor ótimo que Noghianian [61] achou de $0,6\lambda$ na Seção 2.4.2.1. Portanto, uma porção da melhoria observada na Figura 5.4 será devida à diretividade da antena.

No que diz respeito ao multipercurso, embora Figura 2.10 de Tatarnikov [90] não apresente dados para $0,1\lambda$, o comprimento do plano de terra original, é válido supor que a proteção neste cenário é ainda pior do que $0,47\lambda$ e a melhoria da Figura 5.4 tem alguma relação com a capacidade do plano de terra de blindar contra multipercurso, cuja presença num condomínio residencial deverá ser relevante. A influência do multipercurso é esperada. Uma vez que o ambiente estável no qual estes testes foram realizados deveria favorecer um canal estável, presume-se multipercurso que muda de modo gradual, como anotado na Tabela 3.1, e aparece abaixo da frequência de corte. Então, como a redução é maior para as frequências da banda de rejeição, a adição do plano de terra adequado possivelmente teve o efeito desejado.

O chão do ruído poderá ser limitado pelo ruído interno do receptor. Ruído *flicker* do módulo GNSS [60], provavelmente do seu oscilador de cristal compensado por temperatura (TCXO, do inglês *Temperature-Compensated Crystal Oscillator*) [91], é uma fonte credível. Para sublinhar o seu impacto, vimos a relevância da incerteza associada com o oscilador pelo fato que é calculada em cada época nas soluções de velocidade em Capítulo 2. As estimativas da ordem de grandeza da variação de Allan para TCXOs típicos é de 10^{-20} e cresce com o tempo [91], então a existência deste ruído é compatível com o uso deste tipo de

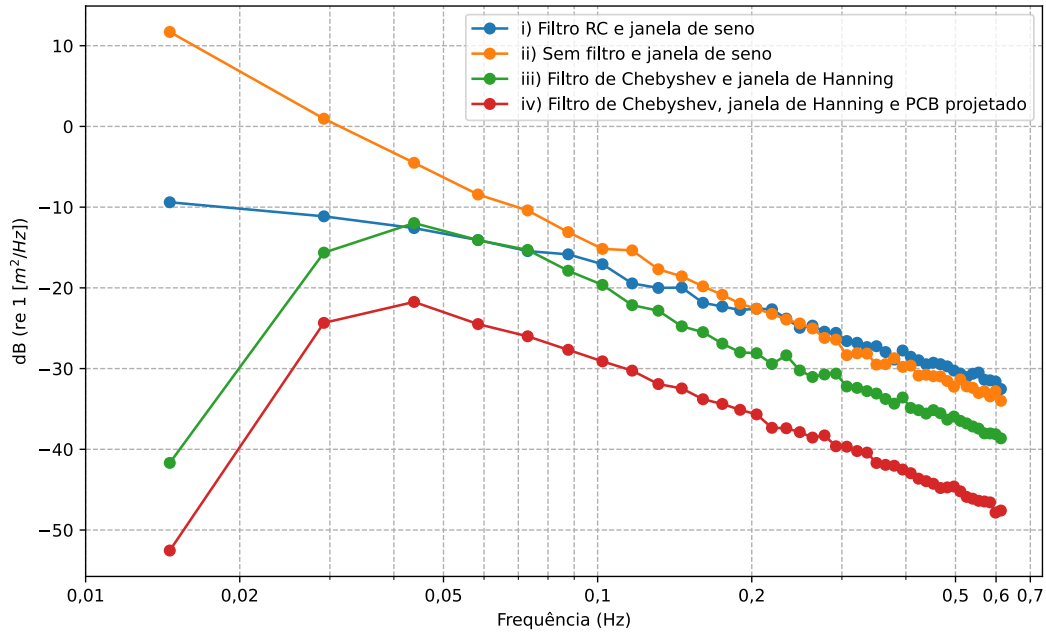


Figura 5.4: PSD de ruído estático para: i) processamento original (azul); ii) processamento sem filtro (laranja); iii) processamento com filtro Chebyshev tipo II e janela de Hanning com sobreposição de 50% (verde); iv) processamento com filtro Chebyshev tipo II e janela de Hanning com sobreposição de 50% (verde) e antena Taoglas com plano de terra 90 mm por 90 mm (vermelha).

oscilador. Para exemplificar o seu impacto, uma variação na portadora de GPS de 0,1575 Hz, ou um desvio padrão, significa um erro de 0,03 m/s na velocidade Doppler, que é da ordem do erro da velocidade do módulo GNSS.

5.3 O desempenho dinâmico do sistema

5.3.1 Teste dinâmico horizontal

Um teste foi criado para ter uma noção do desempenho dinâmico do sistema. Idealmente, antes de levá-lo para o mar, nós empregaríamos um braço giratório, como nas obras [40] e [74], que pudesse ser programado para rotacionar a frequências específicas para avaliar a capacidade de sistema de detectar harmônicos no intervalo de frequências de interesse. Sem ter esta estrutura, prendeu-se o sistema num skate que, por sua vez, foi passado entre duas pessoas a uma distância de aproximadamente 2,5 metros no eixo norte-sul durante trinta minutos para poder extrair os espectros de energia escalar, a_0 , e os espectros direcionais, a_1 , b_1 , a_2 e b_2 . Imagens do sistema adaptado para conectar para o microcontrolador, cartão SD e baterias de forma robusta são incluídas no Apêndice F.

Um exemplo típico da velocidade do skate é mostrada na Figura 5.5, a PSD de deslocamento na vertical do experimento, o coeficiente a_0 da série de Fourier, na Figura 5.6 e os seus espectros direcionais na Figura 5.7. Começando com a velocidade do skate, embora não tenhamos uma referência contra a qual é possível estabelecer a veracidade da medição da velocidade do skate, este experimento mostra que o sistema é capaz de capturar movimentos com deslocamentos pequenos e acerta na ordem da grandeza da velocidade, dado que o período é aproximadamente 4 segundos, o que concorda com a distância de 2,5 metros e a

velocidade de pico de 2 m/s ⁸.

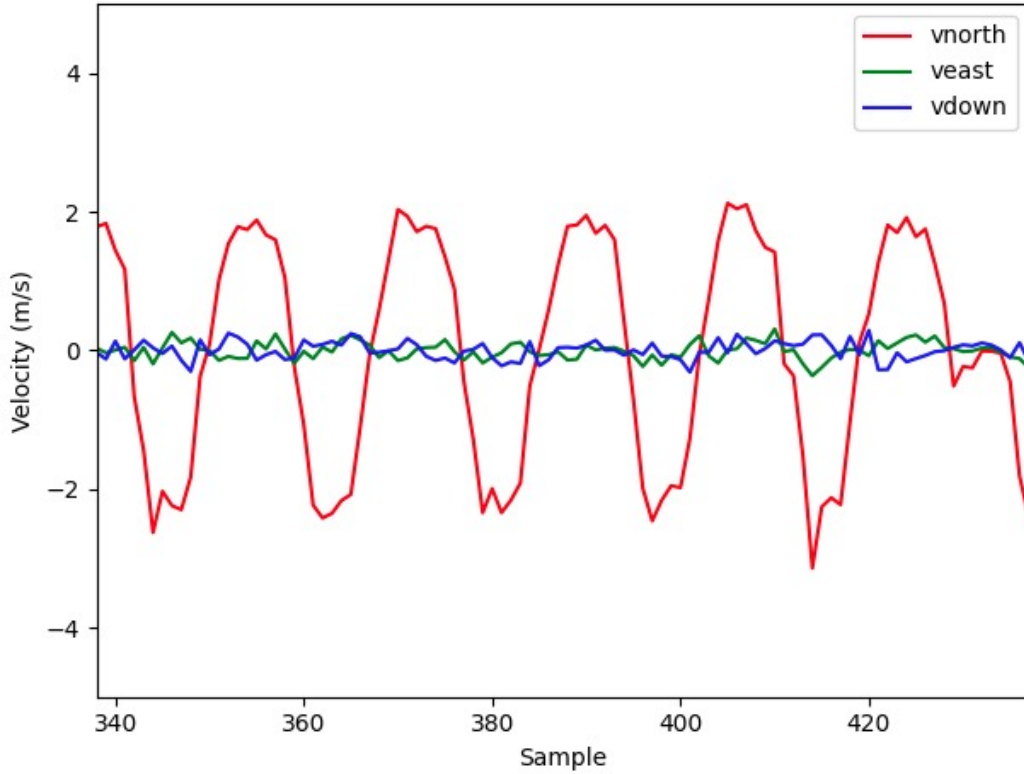


Figura 5.5: A velocidade do sistema, com frequência de amostragem de 5 Hz, preso num skate a ser deslocado entre duas pessoas a uma distância de aproximadamente 2,5 m no eixo norte-sul.

A PSD do deslocamento na vertical, na Figura 5.6, mostra um pico na frequência em 0,25 Hz, o que é coerente com o período da velocidade no domínio de tempo. O pico não é muito bem definido possivelmente devido às variações humanas no experimento. A existência de ruído significativo abaixo da frequência de corte, dado que os dados foram processados de acordo com o procedimento (iv) da Figura 5.4, sugere que, além do ruído esperado para um receptor GNSS, tenha havido bastante influência do atrito do skate com a superfície irregular na qual o experimento foi realizado. Outras explicações pelo ruído adicional quando comparado com os experimentos estáticos poderão ser o ambiente diferente ou o fato que o experimento foi dinâmico e não estático. Entretanto, como uma primeira aproximação, a Figura 5.6 sugere que o sistema seja promissor.

Finalmente, os momentos direcionais da Figura 5.7 parecem ter, de maneira geral, concordância com os resultados esperados do experimento. Na Seção 3.4.3, houve uma descrição da interpretação dos primeiros coeficientes da transformada de Fourier em termos dos momentos direcionais de ondas marítimas e abordaremos cada um. O coeficiente a_1 descreve o sentido predominante na direção zonal e, dado que o skate se deslocou no eixo norte-sul, o seu valor é aproximadamente 0 e tem pouca variação em todas as frequências. Por outro lado, b_1 captura o sentido predominante na direção meridional e há mais variação em todas as frequências, que poderá ser consequência de ruído. Mas, o que talvez seja mais

⁸Como a velocidade média é relacionada com a velocidade de pico (V_p) pela equação: $\frac{2}{\pi} V_p = \frac{2}{\pi} \times 2m/s = 1,3m/s$, $4s \times 1,3m/s = 5,2m$ é a distância total percorrida num período, o que significa uma distância de 2,6 metros.

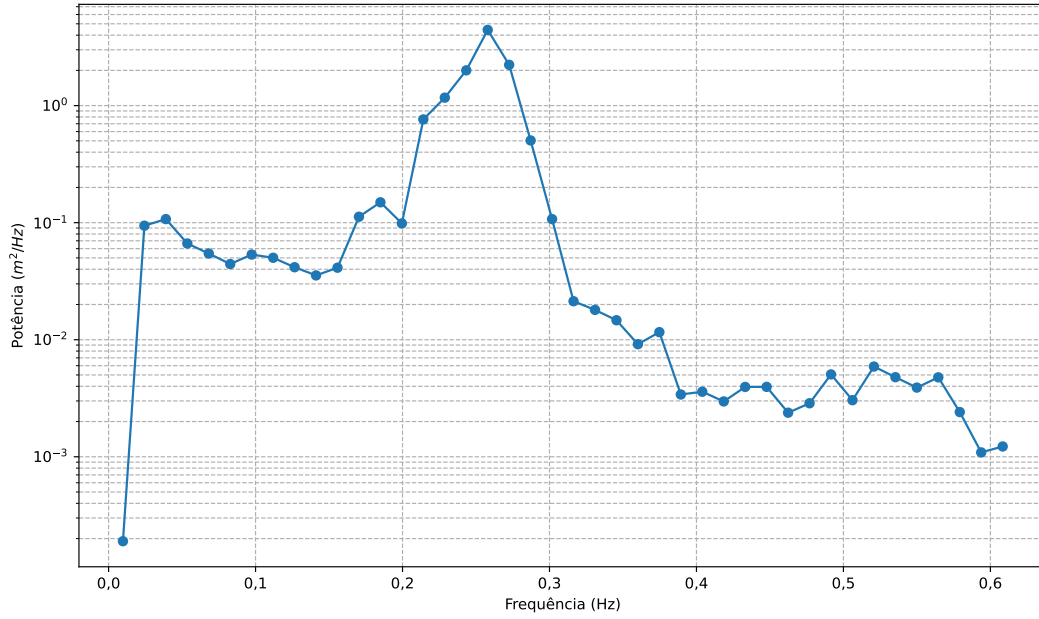


Figura 5.6: A PSD no eixo z produzida pelo sistema com processamento do espectro (iv) da Figura 5.4 com as amostras de velocidade ilustradas na Figura 5.5.

importante, é que o seu valor perto de 0,25 Hz é perto de 0, significando que os movimentos opostos quase iguais nesta frequência no eixo norte-sul se cancelaram.

Os segundos momentos são um pouco mais difíceis de interpretar. a_2 , visto que $a_2 \approx -1$ significa movimento no eixo norte-sul, tem alta concordância com o esperado. Porém, o valor de b_2 varia em volta de 0, o que pode significar um certo grau de desalinhamento dos movimentos com o eixo norte-sul, o que é perfeitamente plausível dado as condições imperfeitas do experimento. Em 0,25 Hz, $b_2 \approx 0,25$, o que sugere uma tendência de ter movimento dominante nos subcolaterais nor-nordeste ou sul-sudeste. O resultado mais preocupante é $b_2 \approx -1,25$ perto da frequência 0,15 Hz, visto que os valores deveriam ser todos normalizados. Esta anomalia ajudou a identificar uma falta de normalização deste coeficiente que foi corrigido para testes subsequentes.

Apesar desta irregularidade, os resultados têm uma boa concordância com o esperado e justificam mais investigação em como apurar mais as técnicas de medição de ondas marítimas por GNSS, bem como a implementação de infraestrutura mais adequada para realizar testes dos sistemas. Sobretudo, um braço giratório com movimento na vertical permite a investigação da acurácia do sistema em capturar estes movimentos mais difíceis. Além do equipamento, um local mais remoto que tenha condições em termos de interferência e sombreamento mais parecidas com as do oceano permitiria resultados mais confiáveis.

5.3.2 Teste dinâmico no plano norte-sul/vertical

Um braço giratório foi montado e o seu motor foi programado a ter frequências de rotação configuráveis. Idealmente, o aparelho seria usado numa localização com pouca interferência eletromagnética, sem estruturas metálicas e com um horizonte livre de obstruções. Contudo, sem acesso a uma fonte de energia móvel para o motor do braço giratório, a melhor opção disponível foi ao lado do campo de atletismo no campus da Universidade Federal de Santa Catarina em Trindade, Florianópolis. Além do campus ser cercado por colinas e ser exposto a uma diversidade de radiação eletromagnética, o campo de atletismo contém torres de iluminação e cercas metálicas que possibilitam sinais fontes de multipercurso. Encontra-se

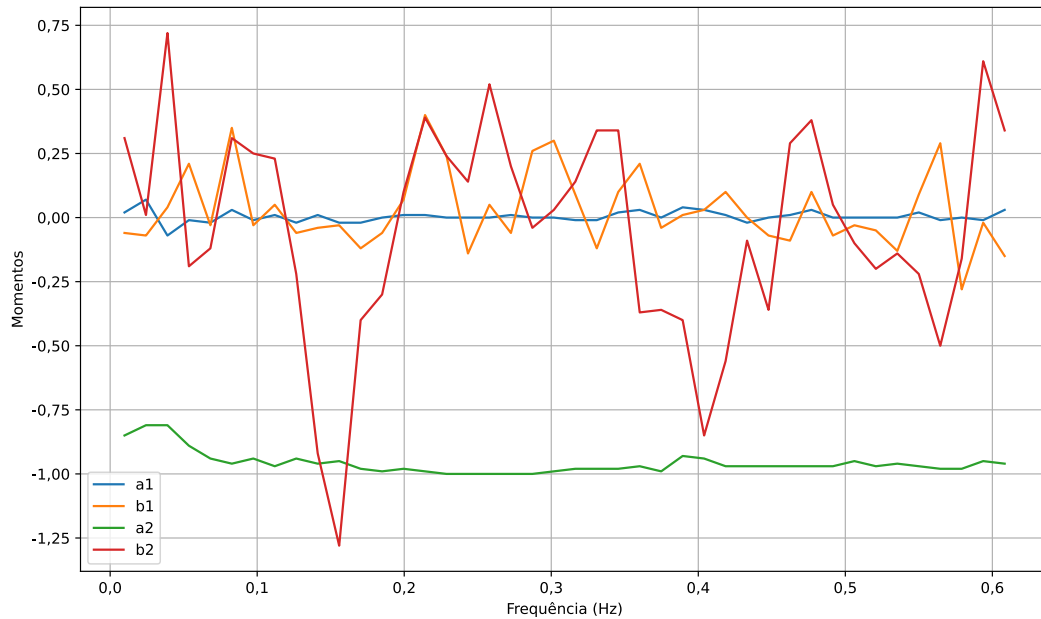


Figura 5.7: Os momentos direcionais produzidos a partir das amostras de velocidade ilustradas na Figura 5.5.

uma fotografia do braço giratório no apêndice F.

Apesar destes empecilhos, um teste foi realizado neste local com uma frequência de rotação de 0,1 Hz; a rotação foi filmada e o erro parece de aproximadamente 0,3%, então não deve atrapalhar a análise que segue, embora seja útil verificar mais profundamente este erro. Imagens da filmagem são mostradas na Figura F.4.

Visto que o raio de rotação e a frequência de rotação são conhecidos de antemão — como 48 cm e 0,1 Hz respectivamente — bem como a taxa de amostragem, o comprimento da janela, o tipo de janela aplicado e a sobreposição, foi possível produzir uma PSD teórica do experimento para poder comparar com a PSD empírica. As duas PSDs são apresentadas na Figura 5.8. Uma rotação numa só frequência deve produzir um único espectro, não obstante os efeitos da janela. No entanto, a motivação por este experimento não é produzir dados espectrais da rotação mas testar a capacidade que o hardware e software do sistema tem para devolver uma PSD confiável. Portanto, para uma verificação inicial do sistema, o teste é válido, embora uma varredura de frequências seria ainda mais informativa sobre as características do sistema em todo o intervalo de frequências de interesse.

Como não há um *bin* em 0,1 Hz, a energia no espectro teórico é espalhada, principalmente no *bin* de 0,0976 Hz. A PSD teórica foi produzida de duas formas para verificar os valores experimentais: pela geração de amostras artificiais de rotação dentro do microcontrolador e em Python, com processamento através da sua função do método de Welch. Os valores de pico da PSD do experimento, das amostras geradas pelo microcontrolador e das amostras produzidas em Python com processamento pela sua função *Welch* são, respectivamente, 7,34, 8,10, 8,14. Então, a diferença entre as duas simulações teóricas é de 0,5%, o que significa uma boa concordância entre os métodos de processamento. Esta concordância entre os resultados obtidos com o código implementado em C no microcontrolador e com Python pela sua função *Welch* mostra que o processamento no microcontrolador segue as etapas padrão do método de Welch. Por outro lado, a diferença de aproximadamente 11% entre os valores de pico experimentais e teóricos indica a necessidade de mais testes, embora a variação da frequência de rotação do braço giratório e a influência do ambiente de teste talvez sejam os principais explicações por este desvio do esperado. Um teste num ambiente

mais apropriado seria benéfico para entender a consequência de realizar testes em locais com interferência como um campus universitário.

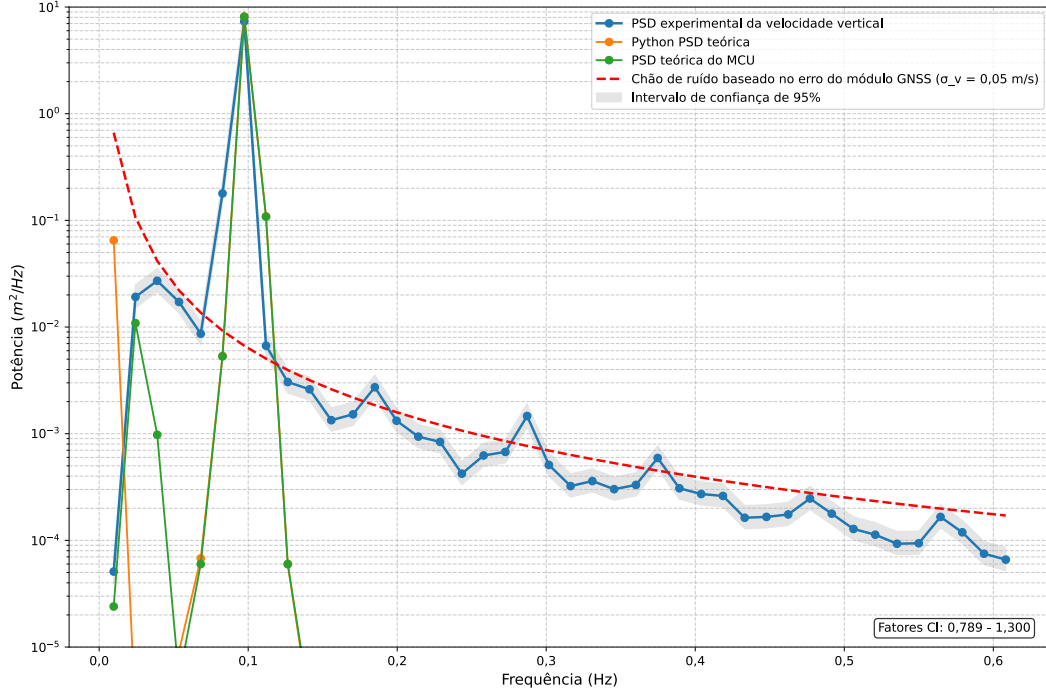


Figura 5.8: As PSDs no eixo z teóricas e experimental do braço giratório com frequência de 0,1 Hz e raio de rotação de 48 cm. Os intervalos de confiança são da Equação (5.5) e o chão de ruído é baseado no desvio padrão do receptor GNSS usado no experimento.

Uma verificação final do processamento é fornecida ao considerar o valor teórico da potência média da rotação no domínio do tempo e compará-lo com o valor do pico da PSD, que, de acordo com o teorema de Parseval, deveriam ser iguais. Ao alinhar a frequência de rotação para 0,0976 Hz, de modo que toda a energia seja concentrada no mesmo *bin*, conseguimos um valor de $15,73 \text{ m}^2/\text{Hz}$. Ao tirar o seu produto com a ENBW⁹, chegamos a um valor de $0,1151 \text{ m}^2$, o que é 0,1% diferente do valor teórico de $0,1152 \text{ m}^2$ ¹⁰.

A subestimação de 11% da PSD no experimento é uma fonte óbvia de erro nas futuras medições da PSD de ondas marítimas. Raghukumar [74] realizou uma comparação parecida e achou uma boa concordância entre a PSD da boia Spotter e a PSD do aparelho de rotação que usaram para teste. Thomson [39] fez um teste parecido e notou uma perda de energia sem mostrar uma comparação a partir da qual seria possível medir esta perda. Porém, em toda a literatura, não encontramos um outro trabalho que compare a PSD experimental com a teórica. Além disso, as condições sub-ótimas nas quais o teste foi realizado poderão ajudar a explicar esta diminuição no valor do pico da PSD experimental.

Dado que a rotação ocorreu no plano norte-sul/vertical, foi possível também produzir o espectro diretamente de $S_{zz}[f]$, sem ter de recorrer à Equação (3.1) e os espectros dos dois métodos são apresentados na Figura 5.9. A importância de poder produzir a PSD de deslocamento na vertical, bem como os espectros direcionais, diretamente da velocidade na vertical é quando as ondas marítimas têm forma mais elíptica e menos circular, fazendo com que a Equação (3.1) seja menos válida. Portanto, a semelhança entre as duas PSDs indica que a estimativa da velocidade vertical acompanha tão bem quanto a estimativa das

⁹ENBW = $\frac{f_s}{N} \times 1,5 = \frac{5}{1024} \times 1,5 = 7,32 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

¹⁰O valor teórico da potência no domínio do tempo é $\frac{A^2}{2} = \frac{0,48^2}{2} = 0,1152 \text{ m}^2$.

velocidades horizontais neste teste. Dado que este é um teste da igualdade da Equação (3.1), a verificação deste resultado em outras frequências poderá permitir a utilização da velocidade vertical, o que tornará o sistema mais robusto perante estados do mar diferentes.

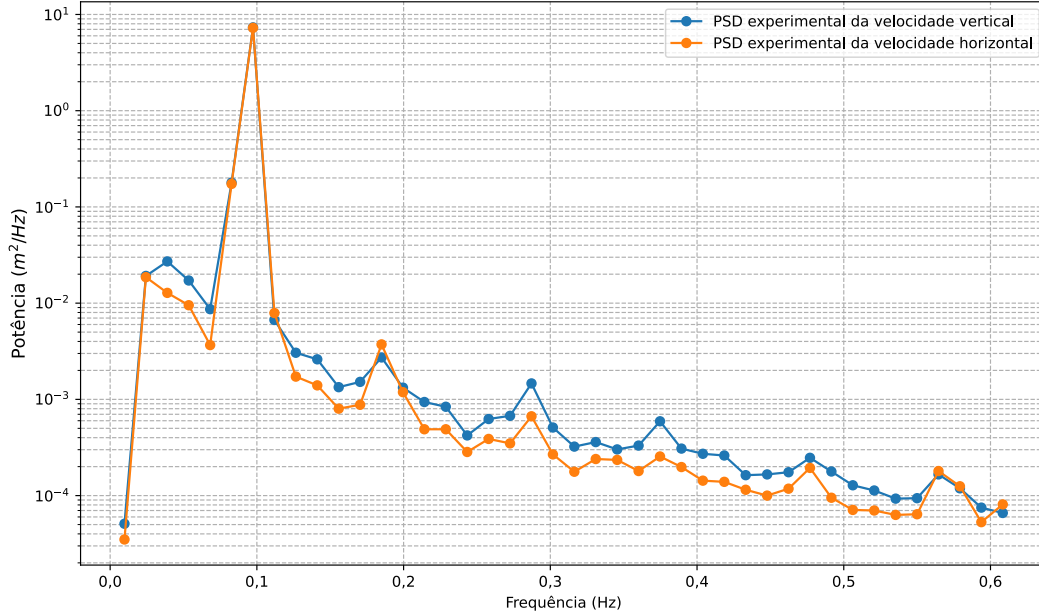


Figura 5.9: As PSDs no eixo z experimentais calculados a partir da velocidade no vertical (azul) e a partir da Equação (3.1) para os eixos horizontais (laranja).

Os espectros direcionais foram parecidos com os da Seção 5.3.1. A diferença principal foi que a normalização do coeficiente b_2 foi corrigida para que não tenha valores acima de $|1|$. Uma outra diferença é um valor de a_1 perto de -1 apenas na frequência $0,1$ Hz.

O teste de rotação não é válido somente por permitir o controle do deslocamento e a frequência mas também por poder avaliar a correspondência entre as PSDs de deslocamento na vertical calculadas a partir das velocidades horizontais e vertical. A perda de energia identificada na Figura 5.8 torna necessária mais investigação na causa desta inconsistência. O caminho mais frutífero de procurar esta energia perdida poderá ser a melhoria das condições experimentais. Testes adicionais em outras frequências também ajudariam na verificação do sistema.

Capítulo 6

Conclusão

O objetivo deste trabalho foi investigar os fatores-chaves que podem influenciar o desempenho de um sistema de medição de energia de ondas marítimas e implementar este sistema com economia. Estes fatores-chaves são o sistema de medição de energia das ondas marítimas, a caracterização do canal em que o sistema operará, bem como a caracterização do sinal e o processamento de sinal mais adequado para maximizar a precisão das medições de velocidade.

Em termos dos sistemas de medição, vimos que a TDCP consegue uma precisão maior na estimativa de velocidade do que a velocidade de Doppler [108], mas um sistema racional deve tentar aproveitar dos dois métodos, sobretudo quando a não-utilização da diferenciação no tempo expõe a estimativa de velocidade a erros sistemáticos que a utilização da informação de fase ajudaria a superar. Por outro lado, a TDCP sofre com *slipping* de ciclos, então a velocidade Doppler pode ter mais acurácia em certas situações.

A caracterização do canal deixou uma impressão de um cenário menos complicado do que o comum desfiladeiro urbano que enfrenta quem projeta sistemas para ambientes urbanos, onde existem multipercurso mais complicado e mais sombreamento. Entretanto, uma grande dificuldade que um carro, por exemplo, não enfrenta em geral é a variação de ângulo de elevação. Isto levanta dúvidas sobre como priorizar satélites. A tendência, com o advento da noção de multi-constelações, é levantar o ângulo de máscara [87][102] para aumentar a diretividade, diminuir a influência de multipercurso e reduzir a influência dos satélites a baixas elevações, cujos sinais têm um caminho mais exposto a erro. Mas, como já foi comentado, caso esta abordagem seja adotada, ficará redundante num mar agitado que exporá a boia a grandes variações na sua orientação. Uma solução pode ser testar ângulos de máscara em estados do mar diferentes e estabelecer qual devolve a maior correlação com uma boia de referência.

A comparação entre a PSD típica das ondas do mar e a PSD do ruído da velocidade do Waseda [103] deu uma contribuição grande para o entendimento do processamento digital de sinais que seria mais adequado para este projeto. A partir deste estudo, foi possível entender a necessidade de implementar um filtro passa-alto com uma região de transição estreita de forma a limitar a influência do ruído que quase segue com a mesma potência até o intervalo de frequências de interesse. A captura da PSD do ruído neste trabalho foi realizada em condições mais apropriadas do que a peitoril de uma janela em um condomínio residencial e sugere que seja mais realístico achar um local costeiro para capturar esta PSD e usá-la como a base do processamento do sinal. Em adição, [40] mostrou uma técnica simples e eficiente de definir a frequência de corte que seria facilmente reproduzida.

A implementação foi relativamente bem sucedida, visto que o processamento digital de sinais produziu uma redução de ruído de aproximadamente 15 dB no intervalo de interesse em testes estáticos, comparada o processamento original na obra [39]. Além disso, um PCB foi fabricado que atingiu uma C/N_0 10 dB maior do que uma antena genérica e reduziu o ruído estático por alguns decibéis adicionais. É possível criticar, novamente, como os

dados foram coletados, embora os intervalos de confiança do processamento permita esperar alguma fidelidade entre as PSDs apresentadas e a realidade. Por outro lado, as medições da C/N_0 são observações breves e não foram sujeitas ao devido rigor estatístico.

Outras críticas advêm da implementação da antena e a escolha do regime de janelamento no processamento do sinal. Primeiro, uma investigação na fabricação de uma antena com *choke ring* para combater ondas da superfície produzidas por multipercurso seria frutífera em termos da C/N_0 . Adicional trabalho na antena para entender como conseguir um ângulo de máscara seria útil para poder seguir uma estratégia de otimização no contexto de multi-constelações. Segundo, o uso da janela de Hanning com sobreposição de 62,5% foi apenas uma escolha de conveniência, dado que garante um *flatness* de potência quase consistente entre as janelas. Um estudo mais profundo sobre qual janela é mais apropriada para a natureza do sinal poderá também dar retorno em termos de uma redução de vazamento espectral. Mas, no fim das contas, o limite inferior do erro é provavelmente imposto pela variância de Allan do oscilador.

A questão da resolução de frequência requerida é um assunto importante que não recebeu uma resposta definitiva. A solução mais óbvia, se uma resolução de frequência de 0,01 Hz realmente for precisa, é não combinar sequências de três *bins* para calcular o seu valor médio, o que devolveria a resolução de frequência necessária mas também aumentaria o intervalo de confiança do PSD.

Finalmente, a maior desilusão do projeto é não poder realizar um teste no mar antes da submissão desta dissertação. A intenção é comparar o desempenho do sistema perante a boia Spotter, mas todo o suporte necessário para este teste não ficou disponível durante a realização deste trabalho. Um teste dinâmico no campo em comparação com uma boia de tecnologia comprovada será o indicador decisivo do sucesso ou não do sistema. Entretanto, os testes dinâmicos realizados sugerem que haja esperança de produzir um sistema que consiga replicar o desempenho de sistemas comerciais.

Appendices

Apêndice A

A derivação da expressão para os coeficientes de Fresnel de reflexão para o mar

A equação de Fresnel para polarização horizontal (TE) é:

$$R_H = \frac{n_1 \cos \theta_{\text{inc}} - n_{\text{mar}} \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_{\text{inc}} + n_{\text{mar}} \cos \theta_t} \quad (\text{A.1})$$

na qual n_1 é o índice de refração do ar, n_{mar} é o índice de refração do mar, θ_{inc} é o ângulo de incidência e θ_t é o ângulo de transmissão; os dois ângulos são a partir da normal da superfície do mar.

A lei de Snell na interface ar-mar é: $n_1 \sin \theta_{\text{inc}} = n_{\text{mar}} \sin \theta_t$. Com $n_1 = 1$, temos:

$$\sin \theta_{\text{inc}} = n_{\text{mar}} \sin \theta_t \quad (\text{A.2})$$

Então:

$$\cos \theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_{\text{inc}}}{n_{\text{mar}}^2}} = \frac{\sqrt{n_{\text{mar}}^2 - \sin^2 \theta_{\text{inc}}}}{n_{\text{mar}}} \quad (\text{A.3})$$

Ao substituir $n_1 = 1$ e (A.3) em (A.1), temos:

$$R_H = \frac{\cos \theta_{\text{inc}} - n_{\text{mar}} \left(\frac{\sqrt{n_{\text{mar}}^2 - \sin^2 \theta_{\text{inc}}}}{n_{\text{mar}}} \right)}{\cos \theta_{\text{inc}} + n_{\text{mar}} \left(\frac{\sqrt{n_{\text{mar}}^2 - \sin^2 \theta_{\text{inc}}}}{n_{\text{mar}}} \right)} = \frac{\cos \theta_{\text{inc}} - \sqrt{n_{\text{mar}}^2 - \sin^2 \theta_{\text{inc}}}}{\cos \theta_{\text{inc}} + \sqrt{n_{\text{mar}}^2 - \sin^2 \theta_{\text{inc}}}} \quad (\text{A.4})$$

Para colocar a equação em termos do ângulo de elevação, podemos realizar a substituição:

$$\cos \theta_{\text{inc}} = \sin \theta_{\text{ele}}$$

e

$$\sin \theta_{\text{inc}} = \cos \theta_{\text{ele}}$$

Adicionalmente, o índice complexo de refração n_{mar} relaciona-se com a sua permissividade complexa relativa $\epsilon_{\text{rc,mar}}$ e a permeabilidade complexa relativa por:

$$n_{\text{mar}} = \sqrt{\epsilon_{\text{rc,mar}} \mu_{\text{rc,mar}}}$$

Uma vez que água salgada é não-magnética, temos $\mu_{\text{rc,mar}} \approx 1$, então $n_{\text{mar}} \approx \sqrt{\epsilon_{\text{rc,mar}}}$ e chamamos $\eta = \epsilon_{\text{rc,mar}} = n_{\text{mar}}^2$. Ao levar estas substituições para a Equação (A.4), temos:

$$R_{\text{H}} = \frac{\sin \theta_{\text{ele}} - \sqrt{\eta - \cos^2 \theta_{\text{ele}}}}{\sin \theta_{\text{ele}} + \sqrt{\eta - \cos^2 \theta_{\text{ele}}}} \quad (\text{A.5})$$

A derivação do coeficiente de Fresnel de reflexão vertical segue de forma análoga.

Apêndice B

Equivalência entre o periodograma cruzado e o produto de $1/(NU)$ com a transformada de Fourier da sequência aperiódica da correlação cruzada

O periodograma cruzado é:

$$I_c(\omega) = \frac{1}{NU} V_1^*(e^{j\omega}) V_2(e^{j\omega})$$

A função de correlação cruzada é:

$$c_{v_2 v_1}[m] = \sum_{n=0}^{N-1} v_2[n+m] v_1[n]$$

A DTFT da função de correlação cruzada é:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{c_{v_2 v_1}[m]\} &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{v_2 v_1}[m] e^{-j\omega m} \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{n=0}^{N-1} v_2[n+m] v_1[n] \right) e^{-j\omega m} \end{aligned}$$

Como $v_1[n] = v_2[n] = 0$ fora de $[0, N-1]$, podemos estender a somatório interna até ∞ :

$$\begin{aligned} &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} v_1[n] v_2[n+m] \right) e^{-j\omega m} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_1[n] \sum_{m=-\infty}^{\infty} v_2[n+m] e^{-j\omega m} \end{aligned}$$

Define-se $k = n + m \Rightarrow m = k - n$. Quando $m = -\infty \Rightarrow k = -\infty$; quando $m = +\infty \Rightarrow k =$

$+\infty$:

$$\begin{aligned}
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_1[n] \sum_{k=-\infty}^{\infty} v_2[k] e^{-j\omega(k-n)} \\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_1[n] e^{j\omega n} \sum_{k=-\infty}^{\infty} v_2[k] e^{-j\omega k} \\
&= \underbrace{\left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} v_1[n] e^{j\omega n} \right)}_{V_1^*(e^{j\omega})} \underbrace{\left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} v_2[k] e^{-j\omega k} \right)}_{V_2(e^{j\omega})}
\end{aligned}$$

Portanto:

$$\boxed{\mathcal{F}\{c_{v_2 v_1}[m]\} = V_1^*(e^{j\omega}) V_2(e^{j\omega})}$$

Assim:

$$I_c(\omega) = \frac{1}{NU} \mathcal{F}\{c_{v_2 v_1}[m]\}$$

Apêndice C

Normalização para o espectro de potência e a densidade espectral de potência

Heinzel [31] providencia um resumo conciso da relação entre o espectro de potência (*PS*, do inglês *Power Spectrum*) e a densidade espectral de potência e será a base deste apêndice. A diferença essencial pode ser expressa pelas unidades diferentes de cada medida: o espectro de potência usa V^2 , no caso de medir uma tensão, enquanto a densidade espectral de potência usa V^2/Hz . A partir destas unidades, podemos concluir que o espectro de potência mede a potência discreta para uma dada frequência, enquanto a densidade espectral de potência descreve a soma da potência distribuída numa dada intervalo de frequência. Frequentemente, um espectro de potência é utilizado quando se deseja estudar um tom específico, como, por exemplo, a portadora de um sinal [85]. Por outro lado, a densidade espectral de potência pode ser usada quando, por exemplo, se deseja estimar o ruído presente num canal [15].

De acordo com [31], partir do espectro de potência, a densidade espectral de potência é calculada da seguinte maneira. A transformada de Fourier discreta (DFT, do inglês, *discrete Fourier transform*) é:

$$V[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{C.1})$$

onde x é a amostra, k é o índice na frequência e n é o índice no tempo; ambos os vetores têm comprimento N . A partir da DFT, o espectro de potência costuma ser calculado como:

$$PS[k] = \frac{2|V[k]|^2}{S_1^2}, \quad S_1 = \sum_{j=0}^{N-1} w_j. \quad (\text{C.2})$$

Na equação C.2, o fator de 2 é por pretender calcular a DFT de um lado e S_1 , a soma dos coeficientes da janela, w , leva em consideração o comprimento da DFT e o ganho em potência da janela. Por exemplo, para a janela de Hanning:

$$S_1 = \sum_{j=0}^{N-1} w_j = \sum_{j=0}^{N-1} \frac{1}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi j}{N-1}\right) \right) = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{N-1} 1 - \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{N-1} \cos\left(\frac{2\pi j}{N-1}\right) = N/2. \quad (\text{C.3})$$

Para calcular a PSD a partir da PS, divide-se a PS pela ENBW, que é definida da seguinte forma:

$$ENBW = f_s \frac{S_2}{S_1^2}, \quad S_2 = \sum_{j=0}^{N-1} w_j^2 \quad (C.4)$$

onde f_s é a frequência de amostragem. A $ENBW$ compensa pela potência capturada pela janela usada dos *bins* vizinhos. Desta forma, a PSD é:

$$PSD[k] = \frac{PS[k]}{ENBW} = \frac{2|V[k]|^2}{f_s \cdot S_2}. \quad (C.5)$$

Para a janela de Hanning, S_2 é:

$$\begin{aligned} S_2 &= \sum_{j=0}^{N-1} w_j^2 = \sum_{j=0}^{N-1} \left[\frac{1}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi j}{N-1}\right) \right) \right]^2 \\ &= \sum_{j=0}^{N-1} \frac{1}{4} \left(1 - 2 \cos\left(\frac{2\pi j}{N-1}\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi j}{N-1}\right) \right) \\ &\text{como } \cos^2 \theta = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\theta) : \\ &= \sum_{j=0}^{N-1} \frac{1}{4} \left(\frac{3}{2} - 2 \cos\left(\frac{2\pi j}{N-1}\right) + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{4\pi j}{N-1}\right) \right) \\ &= 0,375N. \end{aligned} \quad (C.6)$$

Desta forma, a PSD é:

$$PSD[k] = \frac{PS[k]}{ENBW} = \frac{2|V[k]|^2}{0,375 \cdot N \cdot f_s}. \quad (C.7)$$

Apêndice D

A representação da energia espectral da ondas e os seus espectros direcionais

O espectro direcional de ondas $S(\omega, \theta)$ pode ser expresso como o produto do espectro omnidirecional de energia, $S(\omega)$ e a função de espalhamento de energia $D(\omega, \theta)$ em todas as direções azimutais de $-\pi$ a π em θ :

$$S(\omega, \theta) = S(\omega)D(\omega, \theta) \quad (\text{D.1})$$

$D(\omega, \theta)$ é normalizada:

$$\int_{-\pi}^{\pi} D(\omega, \theta) d\theta = 1 \quad (\text{D.2})$$

para que o integral de $S(\omega, \theta)$ em θ resulte em $S(\omega)$.

Podemos representar $D(\omega, \theta)$ como uma expansão na série de Fourier para uma função periódica em 2π :

$$D(\omega, \theta) = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta) \right\}$$

cujos coeficientes são:

$$\begin{aligned} A_n &= \int_0^{2\pi} D(\omega, \theta) \cos n\theta d\theta = \frac{1}{S(\omega)} \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta) \cos n\theta d\theta \\ B_n &= \int_0^{2\pi} D(\omega, \theta) \sin n\theta d\theta = \frac{1}{S(\omega)} \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta) \sin n\theta d\theta \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

A expansão de $D(\omega, \theta)$ é escalada por $1/\pi$ para que a série preserve a energia. Estas equações são a base da estimativa das características direcionais de onda e os coeficientes são achados pelo auto-espectro e espectro cruzado de deslocamentos de onda.

Definimos o deslocamento vertical da onda e as suas inclinações nos eixos x e y , nomeados respectivamente w, u e v , como:

$$\begin{aligned}
\eta &= \Re \iint e^{j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \epsilon)} dA(\omega, \theta) \\
\frac{\partial \eta}{\partial x} &= \Re \iint jk \cos \theta e^{j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \epsilon)} dA(\omega, \theta) \\
\frac{\partial \eta}{\partial y} &= \Re \iint jk \sin \theta e^{j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \epsilon)} dA(\omega, \theta)
\end{aligned} \tag{D.4}$$

Nestas equações, η é o deslocamento vertical, $\mathbf{k}$ é o vetor de onda e $\mathbf{r}$ é o vetor de posição, ϵ é a fase aleatória, $A(\omega, \theta)$ é o espectro de amplitude para as frequências angulares ω e as direções θ . O produto interno entre $\mathbf{k}$ e $\mathbf{r}$ resulta na fase espacial da onda, $k \cos \theta \cdot x + k \sin \theta \cdot y$. As derivadas mostram a projeção da inclinação nos eixos x e y .

A correlação cruzada entre o deslocamento vertical e as suas inclinações, devido ao teorema Wiener-Khintchine, revela a distribuição direcional da energia de ondas num dado eixo. Por exemplo [62]:

$$\begin{aligned}
R_{wu}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \eta(t) \frac{\partial \eta}{\partial x}(t + \tau) dt \\
&= \int_{-\pi}^{\pi} jk \cos \theta R(\tau, \theta) d\theta
\end{aligned} \tag{D.5}$$

Vemos que a densidade espectral é ponderada por $\cos \theta$. A transformada de Fourier de $R_{wu}(\tau)$ é:

$$\begin{aligned}
S_{wu}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{wu}(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\pi}^{\pi} jk \cos \theta R(\tau, \theta) d\theta \right) e^{j\omega\tau} d\tau \\
&= \int_{-\pi}^{\pi} jk \cos \theta \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau, \theta) e^{j\omega\tau} d\tau \right) d\theta
\end{aligned} \tag{D.6}$$

Pelo teorema Wiener-Khintchine da Equação (2.91), temos:

$$= \int_{-\pi}^{\pi} jk \cos \theta S(\omega, \theta) d\theta \quad . \tag{D.7}$$

Este resultado mostra que a parte real da densidade espectral de potência é zero e somente tem uma parte imaginária:

$$S_{wu}(\omega) = C_{wu}(\omega) + jQ_{wu}(\omega) = 0 + \int_{-\pi}^{\pi} jk \cos \theta S(\omega, \theta) d\theta \quad . \tag{D.8}$$

Da mesma forma para todos os auto-espectros e espectros cruzados, podemos derivar todos os componentes coespectro e de quadratura:

$$\begin{aligned}
C_{ww}(\omega) &= \int_{-\pi}^{\pi} S(\omega, \theta) d\theta = S(\omega) & Q_{ww}(\omega) &= 0 \\
C_{uu}(\omega) &= k^2 \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 \theta S(\omega, \theta) d\theta & Q_{uu}(\omega) &= 0 \\
C_{vv}(\omega) &= k^2 \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \theta S(\omega, \theta) d\theta & Q_{vv}(\omega) &= 0 \\
C_{wu}(\omega) &= 0 & Q_{wu}(\omega) &= k \int_{-\pi}^{\pi} \cos \theta S(\omega, \theta) d\theta \\
C_{wv}(\omega) &= 0 & Q_{wv}(\omega) &= k \int_{-\pi}^{\pi} \sin \theta S(\omega, \theta) d\theta \\
C_{uv}(\omega) &= k^2 \int_{-\pi}^{\pi} \sin \theta \cos \theta S(\omega, \theta) d\theta & Q_{uv}(\omega) &= 0
\end{aligned} \tag{D.9}$$

Os auto-espectros e espectros cruzados das equações (D.9) podem ser usados para achar os coeficientes da série de Fourier que representam a função de espalhamento de energia, $D(\omega, \theta)$, na Equação (D.3). Usando A_1 como exemplo:

$$\frac{1}{k} \cdot \frac{Q_{wu}(\omega)}{C_{ww}(\omega)} = \frac{1}{k} \frac{k \int_{-\pi}^{\pi} \cos \theta S(\omega, \theta) d\theta}{\int_{-\pi}^{\pi} S(\omega, \theta) d\theta} = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \cos \theta S(\omega, \theta) d\theta}{S(\omega)} = A_1 \tag{D.10}$$

Os outros coeficientes podem ser descobertos da mesma forma a ser:

$$\begin{aligned}
B_1 &= \frac{1}{k} \frac{Q_{wv}(\omega)}{C_{ww}(\omega)} \\
A_2 &= \frac{1}{k^2} \frac{C_{uu}(\omega) - C_{vv}(\omega)}{C_{ww}(\omega)} \\
B_2 &= \frac{2}{k^2} \frac{C_{uv}(\omega)}{C_{ww}(\omega)}
\end{aligned} \tag{D.11}$$

No caso de usar velocidade em vez de deslocamento, as mesmas relações de fase são mantidas e, por isso, estas equações ainda são relevantes [93]. A equação de deslocamento é substituída pela equação de velocidade [50], que tem uma diferença de fase de 90° em relação ao deslocamento:

$$v_z = \frac{\partial \eta}{\partial t} = \Re \iint (-j\omega) e^{j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \epsilon)} dA(\omega, \theta) \tag{D.12}$$

Os auto-espectros e espectros de densidade com a equação D.12 dão:

$$\begin{aligned}
C_{\text{ww}}(\omega) &= \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \omega^2 S(\theta, \omega) \\
C_{\text{uu}}(\omega) &= \int_{-\pi}^{\pi} d\theta k^2 \cos^2 \theta S(\theta, \omega) \\
C_{\text{vv}}(\omega) &= \int_{-\pi}^{\pi} d\theta k^2 \sin^2 \theta S(\theta, \omega) \\
Q_{\text{wu}}(\omega) &= \int_{-\pi}^{\pi} d\theta k\omega^2 \cos \theta S(\theta, \omega) \\
Q_{\text{wv}}(\omega) &= \int_{-\pi}^{\pi} d\theta k\omega^2 \sin \theta S(\theta, \omega) \\
C_{\text{uv}}(\omega) &= \int_{-\pi}^{\pi} d\theta k^2 \omega^2 \sin \theta \cos \theta S(\theta, \omega)
\end{aligned} \tag{D.13}$$

De modo que $S(\omega)$ seja descasada de $D(\omega, \theta)$, para que tenhamos um resultado normalizado e independente de k , [50] observa que $S(\omega, \theta)$ pode ser fatorada e reorganizada da seguinte maneira:

$$C_{\text{ww}} = \omega^2 S(\omega) \underbrace{\int_{-\pi}^{\pi} D(\theta, \omega) d\theta}_{=1} = \omega^2 S(\omega). \tag{D.14}$$

$$C_{\text{uu}} + C_{\text{vv}} = \int_{-\pi}^{\pi} k^2 \omega^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) S(\omega) D(\theta, \omega) d\theta = k^2 \omega^2 S(\omega) \tag{D.15}$$

$$\begin{aligned}
C_{\text{ww}} &= \omega^2 S(\omega), \quad C_{\text{uu}} + C_{\text{vv}} = k^2 \omega^2 S(\omega) : \\
\sqrt{C_{\text{ww}}(C_{\text{uu}} + C_{\text{vv}})} &= \sqrt{\omega^2 S(\omega) \cdot k^2 \omega^2 S(\omega)} = k\omega^2 S(\omega)
\end{aligned} \tag{D.16}$$

Por consequência, os coeficientes da série de Fourier a partir dos espectros de velocidade são:

$$\begin{aligned}
a_1(\omega) &= \frac{Q_{\text{wu}}(\omega)}{\sqrt{(C_{\text{uu}}(\omega) + C_{\text{vv}}(\omega))C_{\text{ww}}(\omega)}} \\
b_1(\omega) &= \frac{Q_{\text{wv}}(\omega)}{\sqrt{(C_{\text{uu}}(\omega) + C_{\text{vv}}(\omega))C_{\text{ww}}(\omega)}} \\
a_2(\omega) &= \frac{C_{\text{uu}}(\omega) - C_{\text{vv}}(\omega)}{C_{\text{uu}}(\omega) + C_{\text{vv}}(\omega)} \\
b_2(\omega) &= 2 \frac{C_{\text{uv}}(\omega)}{C_{\text{uu}}(\omega) + C_{\text{vv}}(\omega)}
\end{aligned} \tag{D.17}$$

$S(\omega, \theta)$ expresso como uma série de Fourier dá:

$$S(\omega, \theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta)$$

na qual os coeficientes são definidos como:

$$\begin{aligned}
a_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta) \cos n\theta d\theta \\
b_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta) \sin n\theta d\theta
\end{aligned} \tag{D.18}$$

Expressando $D(\omega, \theta)$ como uma série de Fourier:

$$D(\omega, \theta) = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta) \right\}$$

cujos coeficientes são:

$$\begin{aligned}
A_n &= \int_0^{2\pi} D(\omega, \theta) \cos n\theta d\theta = \frac{1}{S(\omega)} \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta) \cos n\theta d\theta \\
B_n &= \int_0^{2\pi} D(\omega, \theta) \sin n\theta d\theta = \frac{1}{S(\omega)} \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta) \sin n\theta d\theta
\end{aligned} \tag{D.19}$$

Os coeficientes a_n e b_n são achados a partir dos auto-espectros e espectros cruzados dos deslocamentos da boia. Estes espectros são:

$$\begin{aligned}
S_{ww}(\omega) &= \int_0^{2\pi} S(\omega, \theta) d\theta = C_{ww}(\omega) \\
S_{uu}(\omega) &= k^2 \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta S(\omega, \theta) d\theta = C_{uu}(\omega) \\
S_{vv}(\omega) &= k^2 \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta S(\omega, \theta) d\theta = C_{vv}(\omega) \\
S_{wu}(\omega) &= k \int_0^{2\pi} \cos \theta S(\omega, \theta) d\theta = Q_{wu}(\omega) \\
S_{wv}(\omega) &= k \int_0^{2\pi} \sin \theta S(\omega, \theta) d\theta = Q_{wv}(\omega) \\
S_{uv}(\omega) &= k^2 \int_0^{2\pi} \sin \cos \theta S(\omega, \theta) d\theta = C_{uv}(\omega)
\end{aligned} \tag{D.20}$$

nas quais $k = \omega^2/g$ é o número de onda, que resulta da relação de dispersão para ondas na superfície da água. C_{nm} é um coespectro e Q_{nm} é um espectro em quadratura. Através da comparação D.18 com D.20 e o uso das identidades trigonométricas do arco duplo, é possível demonstrar que:

$$\begin{aligned}
a_1 &= \frac{1}{k} \frac{Q_{wu}(\omega)}{C_{ww}(\omega)} \\
b_1 &= \frac{1}{k} \frac{Q_{wv}(\omega)}{C_{ww}(\omega)} \\
a_2 &= \frac{1}{k^2} \frac{C_{uu}(\omega) - C_{vv}(\omega)}{C_{ww}(\omega)} \\
b_2 &= \frac{2}{k^2} \frac{C_{uv}(\omega)}{C_{ww}(\omega)}
\end{aligned} \tag{D.21}$$

Long [50] mostra como os espectros normalizados podem ser refatorados para que sejam independentes de k . Assim, temos:

$$\begin{aligned}
a_1 &= \frac{Q_{wu}(\omega)}{\sqrt{(C_{uu}(\omega) + C_{vv}(\omega))C_{ww}(\omega)}} \\
b_1 &= \frac{Q_{wv}(\omega)}{\sqrt{(C_{uu}(\omega) + C_{vv}(\omega))C_{ww}(\omega)}} \\
a_2 &= \frac{C_{uu}(\omega) - C_{vv}(\omega)}{C_{uu}(\omega) + C_{vv}(\omega)} \\
b_2 &= 2 \frac{C_{uv}(\omega)}{C_{uu}(\omega) + C_{vv}(\omega)}
\end{aligned} \tag{D.22}$$

O lado direito as equações anteriores é claramente relacionado com os coeficientes de Fourier:

$$a_n + \mathbf{j}b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{n\mathbf{j}\omega} S(\omega, \theta) d\omega \tag{D.23}$$

Apêndice E

Imagens do PCB

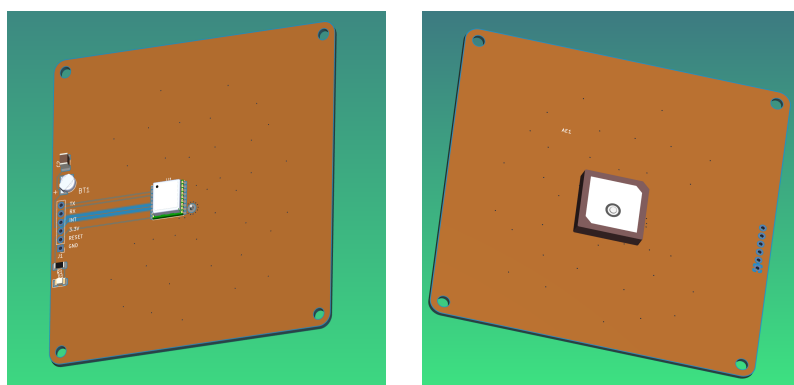


Figura E.1: O projeto do PCB no programa KiCad.



Figura E.2: O PCB com o módulo GNSS e a antena.

Apêndice F

Imagens dos sistemas experimentais

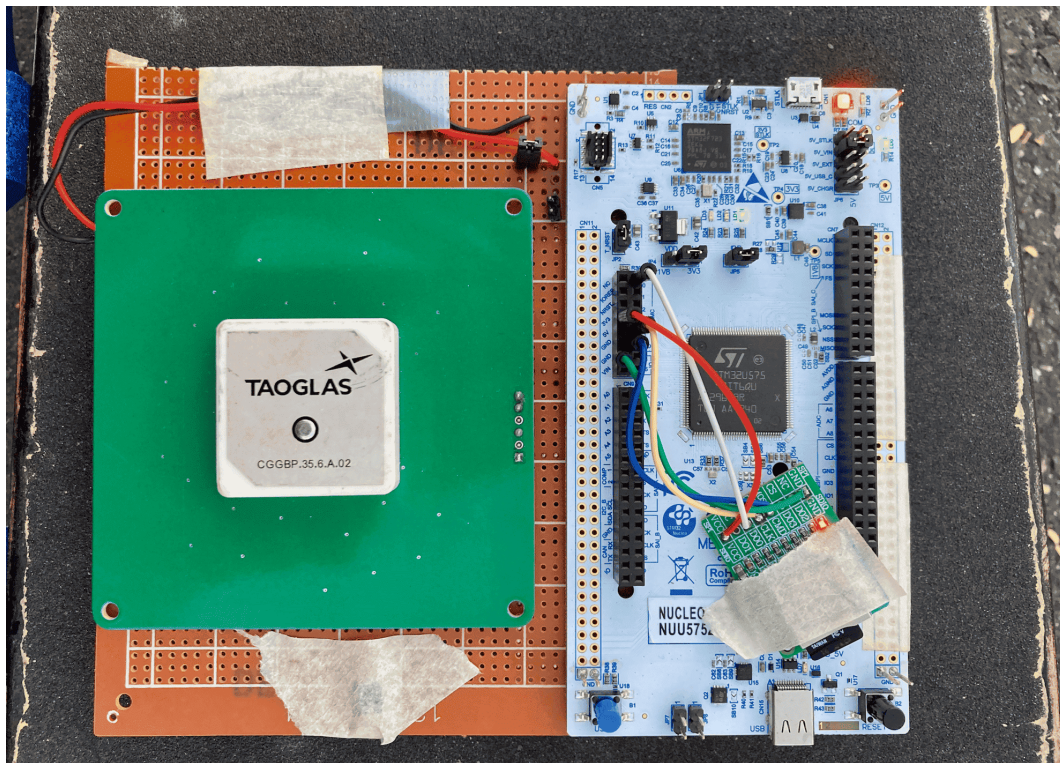


Figura F.1: O PCB do receptor soldado ao microcontrolador com cartão SD e baterias.

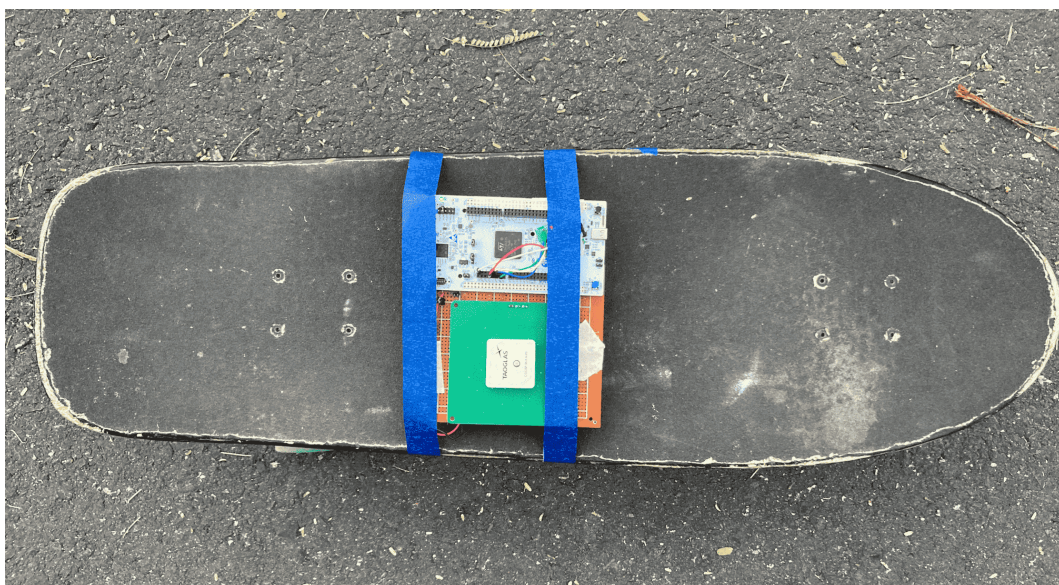
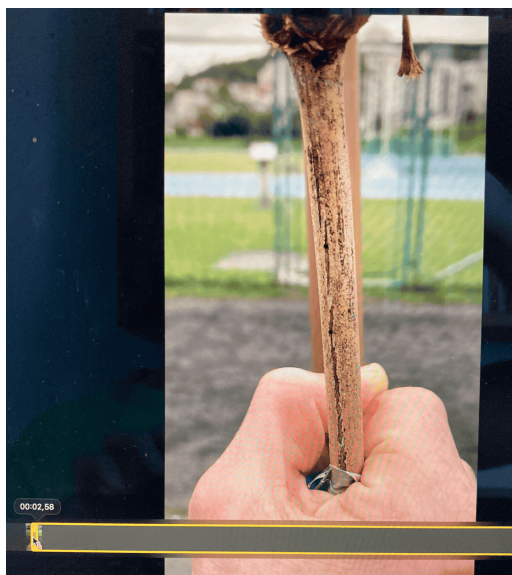


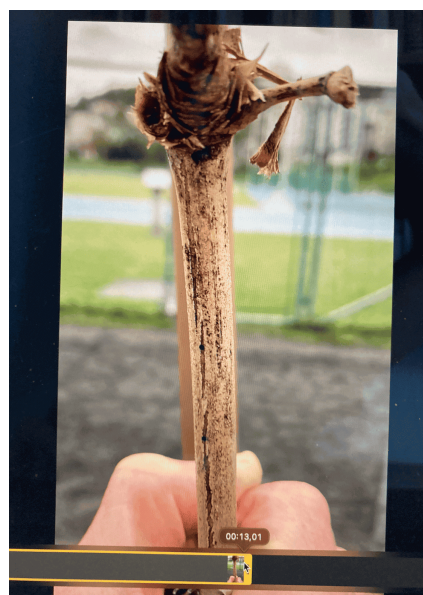
Figura F.2: O sistema preso num skate.



Figura F.3: Braço giratório motorizado



(a) Início de um período



(b) Fim de um período

Figura F.4: Tentativa de verificar o erro na frequência de rotação do braço giratório

Bibliografia

- [1] Propagation data required for the design of earth-space maritime mobile telecommunication systems. Recommendation P.680-4, International Telecommunication Union, Radiocommunication Sector (ITU-R), August 2022. Approved on 24 August 2022.
- [2] JC Allen, RE Goshorn, B Zeidler, and AA Beex. Sea-surface specular multipath for surface-level antennas: Phase 1. *SPAWAR Systems Center, Technical Report*, 1924.
- [3] Fabrice Ardhuin. Ocean waves in geosciences. *Laboratoire d’Oceanographie Physique et Spatiale: Brest, France*, 2020.
- [4] Constantine A Balanis. *Advanced engineering electromagnetics*. John Wiley & Sons, 2012.
- [5] Vaidotas Barzdenas and Aleksandr Vasjanov. A method of optimizing characteristic impedance compensation using cut-outs in high-density pcb designs. *Sensors*, 22(3):964, 2022.
- [6] John W Betz. *Engineering satellite-based navigation and timing: global navigation satellite systems, signals, and receivers*. John Wiley & Sons, 2015.
- [7] J-V Björkqvist, H Pettersson, L Laakso, KK Kahma, H Jokinen, and P Kosloff. Removing low-frequency artefacts from datawell dwr-g4 wave buoy measurements. *Geoscientific Instrumentation, Methods and Data Systems*, 5(1):17–25, 2016.
- [8] Norman Bonnor. A brief history of global navigation satellite systems. *Journal of Navigation*, 65(1):1–14, 2012.
- [9] Markus Bradke, Ryan Ruddick, Paul Rebischung, Peter Steigenberger, Wolfgang Söhne, and David Maggert. Guidelines for continuously operating reference stations in the igs. 2023.
- [10] E. Brookner. Ionospheric pulse time dispersion including effects of earth’s magnetic field. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 26(2):307–311, 1978.
- [11] E. Calais. Elements of geodesy. Lecture notes, available online at https://www.geologie.ens.fr/~ecalais/teaching/gps-geodesy/elements_of_geodesy_1.pdf, 2008. Accessed: 13-10-2025.
- [12] Estel Cardellach, Weiqiang Li, Antonio Rius, Maximilian Semmling, Jens Wickert, Florian Zus, Christopher S. Ruf, and Carlo Buontempo. First precise spaceborne sea surface altimetry with gnss reflected signals. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 13:102–112, 2020.
- [13] Paul E Ceruzzi. *GPS*. MIT Press, 2018.

- [14] Clarence O Collins, Patrick Dickhudt, Jim Thomson, Tony de Paolo, Mark Otero, Sophia Merrifield, Eric Terrill, Martha Schonau, Lancelot Braasch, Theresa Paluszki-ewicz, et al. Performance of moored GPS wave buoys. *Coastal Engineering Journal*, 66(1):17–43, 2024.
- [15] José Antonio Cortés, Luis Diez, Francisco Javier Canete, and Juan Jose Sanchez-Martinez. Analysis of the indoor broadband power-line noise scenario. *IEEE Transactions on electromagnetic compatibility*, 52(4):849–858, 2010.
- [16] Francesco Darugna, Jannes B Wübbena, Gerhard Wübbena, Martin Schmitz, Steffen Schön, and André Warneke. Impact of robot antenna calibration on dual-frequency smartphone-based high-accuracy positioning: A case study using the huawei mate20x. *GPS Solutions*, 25(1):15, 2021.
- [17] BV Datawell. Datawell waverider reference manual. *Datawell BV, Zumerlustraat*, 4:2012, 2006.
- [18] JJ De Vries, J Waldron, and V Cunningham. Field tests of the new datawell dwr-g GPS wave buoy. *Sea Technology*, 44(12):50–55, 2003.
- [19] Weidong Ding and Jinling Wang. Precise velocity estimation with a stand-alone GPS receiver. *The Journal of Navigation*, 64(2):311–325, 2011.
- [20] Dong-Jiing Doong, Beng-Chun Lee, and Chia Chuen Kao. Wave measurements using GPS velocity signals. *Sensors*, 11(1):1043–1058, 2011.
- [21] Marshall D Earle. Nondirectional and directional wave data analysis procedures. *NDBC Tech. Doc*, 96(002):780, 1996.
- [22] Daniel Egea-Roca, Markel Arizabaleta-Diez, Thomas Pany, Felix Antreich, José A. López-Salcedo, Matteo Paonni, and Gonzalo Seco-Granados. GNSS user technology: State-of-the-art and future trends. *IEEE Access*, 10:39939–39968, 2022.
- [23] F Feddersen, Andre Amador, Kanoa Pick, A Vizuet, Kaden Quinn, Eric Wolfinger, JH MacMahan, and Adam Fincham. The wavedrifter: a low-cost imu-based Lagrangian drifter to observe steepening and overturning of surface gravity waves and the transition to turbulence. *Coastal Engineering Journal*, 66(1):44–57, 2024.
- [24] Pierluigi Freda, Antonio Angrisano, Salvatore Gaglione, and Salvatore Troisi. Time-differenced carrier phases technique for precise GNSS velocity estimation. *GPS Solutions*, 19:335–341, 2015.
- [25] Andrea Goldsmith. *Wireless communications*. Cambridge university press, 2005.
- [26] Paul R Gray, Paul J Hurst, Stephen H Lewis, and Robert G Meyer. *Analysis and design of analog integrated circuits*. John Wiley & Sons, 2009.
- [27] Pedro Veras Guimarães. *Sea surface and energy dissipation*. PhD thesis, École centrale de Nantes, 2018.
- [28] Bruce M Hannah. *Modelling and simulation of GPS multipath propagation*. PhD thesis, Queensland University of Technology, 2001.
- [29] Masatoshi Harigae, Isao Yamaguchi, Tokio Kasai, Hirotaka Igawa, Hiroto Nakanishi, Takahiro Murayama, Yasunori Iwanaka, and Hirotaka Suko. Abreast of the waves : Open-sea sensor to measure height and direction. 2005.
- [30] Fredric J Harris. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. *Proceedings of the IEEE*, 66(1):51–83, 1978.

- [31] Gerhard Heinzel, Albrecht Rüdiger, and Roland Schilling. Spectrum and spectral density estimation by the discrete Fourier transform (DFT), including a comprehensive list of window functions and some new at-top windows. 2002.
- [32] Stefan Helmreich. Reading a wave buoy. *Science, Technology, & Human Values*, 44(5):737–761, 2019.
- [33] T. H. C. Herbers, P. F. Jessen, T. T. Janssen, D. B. Colbert, and J. H. MacMahan. Observing ocean surface waves with GPS-tracked buoys. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 29(7):944 – 959, 2012.
- [34] Gaute Hope, Torunn Irene Seldal, Jean Rabault, Helge Thomas Bryhni, Patrik Bohlinger, Jan-Victor Björkqvist, Tor Nordam, Atle Kleven, Arsalan Mostaani, Birgitte Ruggaard Furevik, et al. Sfy—a lightweight, high-frequency, and phase-resolving wave buoy for coastal waters. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 42(2):133–154, 2025.
- [35] International Telecommunication Union. Recommendation itu-r v.431-8: Nomenclature of the frequency and wavelength bands used in telecommunications. Recommendation V.431-8, ITU, Geneva, Switzerland, August 2015.
- [36] R. Grenfell J. Zhang, K. Zhang and R. Deakin. On real-time high precision velocity determination for standalone GPS users. *Survey Review*, 40(310):366–378, 2008.
- [37] Leland B Jackson. *Digital Filters and Signal Processing: With MATLAB® Exercises*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [38] Gwilym M Jenkins. Spectral analysis and its applications. *Holden-Day, Inc., San Francisco, Card Nr. 67-13840*, 1968.
- [39] Viviana Castillo Contreras Jim Thomson, Phil Bush. Development and testing of microswift expendable wave buoys. *Coastal Engineering Journal*, 66(1):168–180, 2024.
- [40] G. Joodaki, H. Nahavandchi, and K. Cheng. Ocean wave measurement using GPS buoys. *Journal of Geodetic Science*, 3(3):163–172, 2013.
- [41] Angelo Joseph and Mark Petovello. Measuring GNSS signal strength. *Inside GNSS*, 5(8):20–25, 2010.
- [42] Elliott D Kaplan and Christopher Hegarty. *Understanding GPS/GNSS: principles and applications*. Artech house, 2017.
- [43] Yoshio Karasawa and Takayasu Shiokawa. Fade duration statistics of l-band multipath fading due to sea surface reflection. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 35(8):956–961, 1987.
- [44] Yoshio Karasawa and Takayasu Shiokawa. A simple prediction method for l-band multipath fading in rough sea conditions. *IEEE Transactions on Communications*, 36(10):1098–1104, 1988.
- [45] Jérôme Leclère, René Landry Jr, and Cyril Botteron. Comparison of l1 and l5 bands GNSS signals acquisition. *Sensors*, 18(9):2779, 2018.
- [46] Taek Geun Lee, Yu Dam Lee, and Hyung Keun Lee. A satellite selection method based on multi-constellation GNSS geometry. In *2023 IEEE 97th Vehicular Technology Conference (VTC2023-Spring)*, pages 1–5, 2023.

- [47] Min Li, Karl-Hans Neumayer, Frank Flechtner, Biao Lu, Christoph Förste, Kaifei He, and Tianhe Xu. Performance assessment of multi-GNSS precise velocity and acceleration determination over Antarctica. *The Journal of Navigation*, 72(1):1–18, 2019.
- [48] Kai Liu, Hock Beng Lim, Emilio Frazzoli, Houling Ji, and Victor CS Lee. Improving positioning accuracy using GPS pseudorange measurements for cooperative vehicular localization. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 63(6):2544–2556, 2013.
- [49] Yang Liu, Menghao Li, Yanxiong Liu, Yanfeng Wang, Shumin Jiang, Yabin Wang, Li Tian, and Fangli Qiao. Real-time precise measurements of ocean surface waves using gnss variometric approach. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 115:103125, 2022.
- [50] Robert Bryan Long. The statistical evaluation of directional spectrum estimates derived from pitch/roll buoy data. *Journal of Physical Oceanography*, 10(6):944–952, 1980.
- [51] Michael S Longuet-Higgins. The effect of non-linearities on statistical distributions in the theory of sea waves. *Journal of fluid mechanics*, 17(3):459–480, 1963.
- [52] Glenn MacGougan, Gerard Lachapelle, Rakesh Nayak, and Alexander Wang. Overview of GNSS signal degradation phenomena. In *Proceedings of the International Symposium Kinematic Systems and Geodesy, Geomatics and Navigation*, 2001.
- [53] Aleksandra Maciejewska. Use of tropospheric delay in gnss-based climate monitoring—a review. *Remote Sensing*, 17(9), 2025.
- [54] Chris A Mack. More systematic errors in the measurement of power spectral density. *Journal of Micro/Nanolithography, MEMS, and MOEMS*, 14(3):033502–033502, 2015.
- [55] Dimitris G Manolakis and Vinay K Ingle. *Applied digital signal processing: theory and practice*. Cambridge university press, 2011.
- [56] Eustachio Roberto Matera. *A Multipath and Thermal noise joint error characterization and exploitation for low-cost GNSS PVT estimators in urban environment*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse-INPT, 2022.
- [57] Gary A McGraw, Paul D Groves, and Benjamin W Ashman. Robust positioning in the presence of multipath and NLOS GNSS signals. *Position, navigation, and timing technologies in the 21st century: integrated satellite navigation, sensor systems, and civil applications*, 1:551–589, 2020.
- [58] Pratap Misra. Global positioning system: Signals. *Measurements, and Performance/Ganga-Jamuna Press*, 2006.
- [59] Sujay Narayana, R Venkatesha Prasad, Vijay Rao, Luca Mottola, and T Venkata Prabhakar. Hummingbird: Energy efficient GPS receiver for small satellites. In *Proceedings of the 26th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking*, pages 1–13, 2020.
- [60] Sorin Nistor, Norbert-Szabolcs Suba, Kamil Maciuk, Jacek Kudryś, Eduard Ilie Nastase, and Alexandra Muntean. Analysis of noise and velocity in gnss epn-repro 2 time series. *Remote Sensing*, 13(14):2783, 2021.
- [61] S Noghianian and L Shafai. Control of microstrip antenna radiation characteristics by ground plane size and shape. *IEE Proceedings-Microwaves, Antennas and Propagation*, 145(3):207–212, 1998.

- [62] Michel K. Ochi. *Ocean Waves: The Stochastic Approach*. Cambridge Ocean Technology Series. Cambridge University Press, 1998.
- [63] Alan V Oppenheim. *Discrete-time signal processing*. Pearson Education India, 1999.
- [64] Sophocles J Orfanidis. *Electromagnetic waves and antennas*. 2002.
- [65] Henry W Ott. *Electromagnetic compatibility engineering*. John Wiley & Sons, 2011.
- [66] Kun Il Park, M Park, and James. *Fundamentals of probability and stochastic processes with applications to communications*. Springer, 2018.
- [67] Bradford W Parkinson. GPS error analysis. *Global positioning system: theory and applications*, pages 469–483, 1995.
- [68] Bradford W Parkinson, YT Jade Morton, Frank van Diggelen, and James J Spilker Jr. Introduction, early history, and assuring pnt (pta). *Position, navigation, and timing technologies in the 21st century: Integrated satellite navigation, sensor systems, and civil applications*, 1:1–42, 2020.
- [69] James Pavur, Martin Strohmeier, Vincent Lenders, and Ivan Martinovic. In the same boat: On small satellites, big rockets, and cyber trust. In *2021 13th International Conference on Cyber Conflict (CyCon)*, pages 151–169. IEEE, 2021.
- [70] Mark Petovello. How does a GNSS receiver estimate velocity? *Inside GNSS*, 14, 2015.
- [71] KM Muraleedhara Prabhu. *Window functions and their applications in signal processing*. Taylor & Francis, 2014.
- [72] Fernando Pérez-Fontán, Vicente Pastoriza-Santos, Fernando Machado, Norbert Witternigg, and Roman Lesjak. A narrowband mobile satellite maritime propagation channel model at l-band. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 69(8):4758–4767, 2021.
- [73] Jean Rabault, Takehiko Nose, Gaute Hope, Malte Müller, Øyvind Breivik, Joey Voermans, Lars Robert Hole, Patrik Bohlinger, Takuji Waseda, Tsubasa Kodaira, et al. Openmetbuoy-v2021: An easy-to-build, affordable, customizable, open-source instrument for oceanographic measurements of drift and waves in sea ice and the open ocean. *Geosciences*, 12(3):110, 2022.
- [74] Kaustubha Raghukumar, Grace Chang, Frank Spada, Craig Jones, Tim Janssen, and Andrew Gans. Performance characteristics of “spotter,” a newly developed real-time wave measurement buoy. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 36(6):1127 – 1141, 2019.
- [75] Edwin John Rainville, Jim Thomson, Melissa Moulton, and Morteza Derakhti. Measurements of nearshore waves through coherent arrays of free-drifting wave buoys. *Earth System Science Data Discussions*, 2023:1–22, 2023.
- [76] B Rama Rao. *GPS/GNSS Antennas*. Artech House, 2013.
- [77] Giovanni Battista Rossi, Francesco Crenna, Vincenzo Piscopo, and Antonio Scamardella. Comparison of spectrum estimation methods for the accurate evaluation of sea state parameters. *Sensors*, 20(5):1416, 2020.
- [78] Philip Rudnick. Correlograms for pacific ocean waves. In *Proceedings of the second Berkeley symposium on mathematical statistics and probability*, volume 2, pages 627–639. University of California Press, 1951.

- [79] Jean-Baptiste Saulnier, Marc Prevosto, and Christophe Maisondieu. Refinements of sea state statistics for marine renewables: A case study from simultaneous buoy measurements in portugal. *Renewable Energy*, 36(11):2853–2865, 2011.
- [80] Luis Serrano, Don Kim, and Richard B Langley. A single GPS receiver as a real-time, accurate velocity and acceleration sensor. In *Proceedings of the 17th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2004)*, pages 2021–2034, 2004.
- [81] Marios Smyrniaios and Steffen Schön. Multipath propagation, characterization and modeling. *Geodetic Sciences: Observations, Modeling and Applications*, page 99, 2013.
- [82] Nadezda Sokolova. Doppler measurements and velocity estimation: Comparison of standard and high sensitivity receivers. 2009.
- [83] Cezary Specht, Mateusz Mania, Marcin Skóra, and Mariusz Specht. Accuracy of the GPS positioning system in the context of increasing the number of satellites in the constellation. *Polish Maritime Research*, 22(2):9–14, 2015.
- [84] James J Spilker Jr, Penina Axelrad, Bradford W Parkinson, and Per Enge. *Global positioning system: theory and applications, volume I*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.
- [85] John L Stewart. The power spectrum of a carrier frequency modulated by Gaussian noise. *Proceedings of the IRE*, 42(10):1539–1542, 2007.
- [86] Warren L Stutzman and Gary A Thiele. *Antenna theory and design*. John Wiley & Sons, 2012.
- [87] Peter F Swaszek, Richard J Hartnett, and Kelly C Seals. Multi-constellation GNSS: new bounds on dop and a related satellite selection process. In *Proceedings of the 29th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2016)*, pages 228–235, 2016.
- [88] Farshid Tamjid, Farnaz Foroughian, Chris M. Thomas, Ahmadreza Ghahremani, Robab Kazemi, and Aly E. Fathy. Toward high-performance wideband GNSS antennas-design tradeoffs and development of wideband feed network structure. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 68(8):5796–5806, 2020.
- [89] Taoglas Limited. Cggbp.35.6.a.02: Gps/glonass/galileo/beidou embedded patch antenna. Datasheet CGGBP.35.6.A.02, Taoglas Limited. © Taoglas Limited.
- [90] Dmitry Tatarnikov, Vladimir Filippov, Igor Soutiaguine, Andrey Astahov, Anton Stepanenko, and Pavel Shamatulsky. Multipath mitigation by conventional antennas with ground planes and passive vertical structures. *GPS Solutions*, 9(3):194–201, 2005.
- [91] Peter JG Teunissen, Oliver Montenbruck, et al. *Springer handbook of global navigation satellite systems*, volume 10. Springer, 2017.
- [92] Jim Thomson, Phil Bush, Viviana Castillo Contreras, Nate Clemett, Jacob Davis, Alex de Klerk, Emily Iseley, Edwin James Rainville, Brenton Salmi, and Joe Talbert. Development and testing of microswift expendable wave buoys. *Coastal Engineering Journal*, 66(1):168–180, 2024.
- [93] Jim Thomson, James B Girton, Rajesh Jha, and Andrew Trapani. Measurements of directional wave spectra and wind stress from a wave glider autonomous surface vehicle. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 35(2):347–363, 2018.

- [94] Richard E Thomson and William J Emery. *Data analysis methods in physical oceanography*. Elsevier, 2024.
- [95] Martin W Trethewey. Window and overlap processing effects on power estimates from spectra. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 14(2):267–278, 2000.
- [96] u-blox AG. GNSS antennas: RF design considerations for u-blox GNSS receivers. Application Note UBX-15030289, u-blox AG. © u-blox AG.
- [97] u-blox AG. Max-m10s: Standard precision GNSS module (data sheet). Data sheet UBX-20035208, u-blox AG. © u-blox AG, C1-Public :contentReference[oaicite:1]index=1.
- [98] Frank Van Graas and Andrey Soloviev. Precise velocity estimation using a stand-alone GPS receiver. *Navigation*, 51(4):283–292, 2004.
- [99] Pedro Veras Guimarães, Fabrice Ardhuin, Peter Sutherland, Mickael Accensi, Michel Hamon, Yves Pérignon, Jim Thomson, Alvise Benetazzo, and Pierre Ferrant. A surface kinematics buoy (skib) for wave–current interaction studies. *Ocean Science*, 14(6):1449–1460, 2018.
- [100] Brian C Wadell. Transmission line design handbook. (*No Title*), 1991.
- [101] Chaochao Wang. Development of a low-cost GPS-based attitude determination system. *University of Calgary*, 2003.
- [102] Johnson J. H. Wang. Antennas for global navigation satellite system (GNSS). *Proceedings of the IEEE*, 100(7):2349–2355, 2012.
- [103] Takuji Waseda, Masato Shinchi, Tomoya Nishida, Hitoshi Tamura, Yasumasa Miyazawa, Yoshimi Kawai, Hiroshi Ichikawa, Hiroyuki Tomita, Akira Nagano, and Kyoko Taniguchi. GPS-based wave observation using a moored oceanographic buoy in the deep ocean. In *Proceedings of the Twenty-First International Offshore and Polar Engineering Conference, Maui, HI, USA*, pages 19–24, 2011.
- [104] Peter Welch. The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on audio and electroacoustics*, 15(2):70–73, 2003.
- [105] Amy-Rose Westcott, Luke G. Bennetts, Nataliia Y. Sergiienko, and Benjamin S. Cazolato. Broadband near-perfect capture of water wave energy by an array of heaving buoy wave energy converters. *Journal of Fluid Mechanics*, 998:A5, 2024.
- [106] Oliver J Woodman. An introduction to inertial navigation. Technical report, University of Cambridge, Computer Laboratory, 2007.
- [107] Liangchun Xu and Jason Rife. Modeling multipath effects on frequency locked loops. In *Proceedings of the 2020 International Technical Meeting of The Institute of Navigation*, pages 698–712, 2020.
- [108] Lei Yang, Yongsheng Xu, Yingming Jiang, Stelios P Mertikas, Zhiyong Wang, Lin Zhu, Na Liu, and Lina Lin. Retrieval of ocean wave characteristics via single-frequency time-differenced carrier phases from GNSS buoys. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 62:1–12, 2024.
- [109] WR Young. Elliptical vortices in shallow water. *Journal of Fluid Mechanics*, 171:101–119, 1986.
- [110] Guijin Zheng. *Methods for enhancing carrier phase GNSS positioning and attitude determination performance*. PhD thesis, University of Minnesota, 2010.