

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
ENGENHARIA AUTOMOTIVA

GUILHERME KOPPER MÜLLER

MODELAGEM DA DINÂMICA LATERAL DE UM VEÍCULO EM CURVA

Joinville
2025

GUILHERME KOPPER MÜLLER

MODELAGEM DA DINÂMICA LATERAL DE UM VEÍCULO EM CURVA

Trabalho apresentado como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Automotiva, no Centro Tecnológico de Joinville, da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Dr. Sérgio Junichi Idehara

Joinville
2025

GUILHERME KOPPER MÜLLER

MODELAGEM DA DINÂMICA LATERAL DE UM VEÍCULO EM CURVA

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Automotiva, no Centro Tecnológico de Joinville, da Universidade Federal de Santa Catarina.

Joinville (SC), 07 de Novembro de 2025.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Sérgio Junichi Idehara
Orientador/Presidente

Prof. Dr. João Carlos Xavier
Membro
Universidade Federal de Santa Catarina

Eng. Automotivo Renan Knabben
Membro
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais e à minha família, por acreditarem nos meus sonhos, me ensinarem, desde cedo, o valor do esforço e da dedicação, e pelo apoio em todos os momentos.

Aos amigos que fiz durante a faculdade, agradeço pelas risadas, pelas longas horas de estudo, pelas conversas e pelo companheirismo que tornaram esta jornada mais leve e inesquecível.

Aos meus professores, pela paciência, pela orientação e pelo compromisso em compartilhar conhecimento. Cada ensinamento contribuiu para a construção do profissional e da pessoa que me tornei ao longo desses anos.

E agradeço em especial ao meu pai, que fez parte dessa trajetória, mas, infelizmente, não estará presente no seu desfecho.

“ Os que se encantam com a prática sem a ciência são como os timoneiros que entram no navio sem timão nem bússola, nunca tendo certeza do seu destino. ”

Leonardo da Vinci

RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento e a análise de um modelo matemático de sete graus de liberdade (7GDL) para a dinâmica lateral de um veículo em curva, com ênfase no comportamento do sistema de suspensão. A metodologia envolve a obtenção de parâmetros físicos do veículo, incluindo dimensões principais, distribuição de massa, posição do centro de gravidade e momentos de inércia, bem como a determinação experimental da rigidez de molas e pneus. Um sistema de aquisição de dados foi implementado utilizando interface OBD-II e Arduíno para registro das acelerações lineares e angulares durante testes dinâmicos realizados em rotatórias com diferentes velocidades e raios de curvatura. Os resultados experimentais foram comparados com os valores obtidos por meio do modelo computacional, permitindo avaliar sua acurácia e a influência de fatores como transferência lateral de carga e rigidez à rolagem na estabilidade veicular. Os baixos valores de Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE), entre 0,15071 e 0,27548, junto com a análise de sensibilidade dos parâmetros de suspensão, demonstram a relevância do modelo para previsão do comportamento dinâmico e fornecem subsídios para simulação de sistemas de suspensão visando maior segurança e desempenho.

Palavra-chave: Dinâmica lateral. Suspensão veicular. Modelo 7GDL. Transferência de carga. Aceleração lateral.

ABSTRACT

This study presents the development and analysis of a seven-degree-of-freedom (7-DOF) mathematical model for the lateral dynamics of a vehicle during cornering, with emphasis on the behavior of the suspension system. The methodology involves obtaining the vehicle's physical parameters, including main dimensions, mass distribution, center of gravity position, and moments of inertia, as well as the experimental determination of spring and tire stiffness. A data acquisition system was implemented using an OBD-II interface and Arduino to record linear and angular accelerations during dynamic tests conducted on roundabouts at different speeds and curvature radii. The experimental results were compared with those obtained from the computational model, allowing for the evaluation of its accuracy and the influence of factors such as lateral load transfer and roll stiffness on vehicle stability. The low RMSE (Root Mean Square Error) values, ranging from 0.15071 to 0.27548, together with the sensitivity analysis of suspension parameters, demonstrate the model's relevance for predicting dynamic behavior and provide a solid basis for suspension system simulations aimed at improving safety and performance.

Keywords: Lateral dynamics. Vehicle suspension. 7DOF model. Load transfer. Lateral acceleration.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquema da suspensão McPherson	16
Figura 2 – Configuração de suspensão multilink com identificação dos principais componentes.	17
Figura 3 – Relação entre força lateral e força de frenagem em diferentes ângulos de deriva, ilustrando o círculo de atrito.	20
Figura 4 – Coordenadas X, Y e Z de um veículo	21
Figura 5 – Centros e eixo de rolagem	22
Figura 6 – Aquisição de dados do veículo	23
Figura 7 – Manual Jetta 2017: Dimensões principais	24
Figura 8 – Manual Jetta 2017: Valores das dimensões principais	24
Figura 9 – Medidas utilizadas para determinar CG em Z	26
Figura 10 – Veículo modelado como um paralelepípedo	28
Figura 11 – Teste para determinação da rigidez dos pneus e suspensões	30
Figura 12 – Gráficos de correlação entre peso aplicado e deslocamento dos pneus nos quatro pontos de apoio do veículo	31
Figura 13 – Gráficos de correlação entre peso aplicado e deslocamento da suspensão nos quatro pontos de apoio do veículo	32
Figura 14 – Modelo de sete graus de liberdade	33
Figura 15 – Instalação da MU integrada à OBD-II próximo ao CG	36
Figura 16 – Teste 01 - Realizados na rotatória localizada nas proximidades da UFSC	37
Figura 17 – Teste 02 - Realizado na rotatória localizada nas proximidades da Doehler	38
Figura 18 – Teste 03 - Realizado na rotatória localizada na interseção entre a rodovia SC-108 e a BR-101	38
Figura 19 – Centro de rolagem explicado	41
Figura 20 – Média da aceleração lateral em curva - Teste 01	42
Figura 21 – Média da aceleração lateral em curva - Teste 02	42
Figura 22 – Média da aceleração lateral em curva - Teste 03	43
Figura 23 – Comparativo entre resultados experimentais e modelo — Teste 01.	44
Figura 24 – Comparativo entre resultados experimentais e modelo — Teste 02.	44
Figura 25 – Comparativo entre resultados experimentais e modelo — Teste 03.	45
Figura 26 – Variação de 10% nos valores dos parâmetros — Teste 01	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Medições de carga por roda (kg)	25
Tabela 2 – Distribuição de massa no veículo	26
Tabela 3 – Posição do centro de gravidade	27
Tabela 4 – Dimensões e propriedades do veículo	29
Tabela 5 – Momentos de inércia de massa	29
Tabela 6 – Rigidez do Pneu e da Suspensão por Roda	32
Tabela 7 – Parâmetros do modelo dinâmico	34
Tabela 8 – Resumo dos testes com cálculo da aceleração lateral teórica. . . .	37
Tabela 9 – Parâmetros do modelo dinâmico utilizados nas simulações	40
Tabela 10 – Resultados das acelerações laterais dos testes	43
Tabela 11 – Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE)	46

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

e	Relação entre superelevação
f	Fator de atrito lateral
V, v	Velocidade linear do veículo
R	Raio de curva
H	Distância entre eixos
b	Distância do eixo traseiro até o CG em solo plano
α	Ângulo de inclinação
r	Raio dinâmico do conjunto roda-pneu
A_d	Bitola dianteira
A_t	Bitola traseira
M_{DE}	Massa dianteira esquerda
M_{DD}	Massa dianteira direita
M_{TE}	Massa traseira esquerda
M_{TD}	Massa traseira direita
M_f	Massa medida no eixo dianteiro durante a inclinação
M_t	Massa total do veículo
m	Massa da massa não suspensa
I_x, J	Momento de Inércia em relação ao eixo x
I_y, I	Momento de Inércia em relação ao eixo y
I_z	Momento de Inércia em relação ao eixo z
M	Massa da massa suspensa
$m_{1,2,3,4}$	Massas não suspensas de cada eixo
θ	Rotação em torno do eixo y (pitch, arfagem)
ϕ	Rotação em torno do eixo x (roll, rolagem)
d_1	Distância das rodas dianteira e traseira direita ao CG
d_2	Distância das rodas dianteira e traseira esquerda ao CG
d_3	Distância das rodas dianteiras ao CG
d_4	Distância das rodas traseiras ao CG
$Z_{1,2,3,4}$	Deslocamentos verticais aplicados à base do sistema
$K_{1,2,3,4}$	Rigidez das molas da suspensão
$K_{p1,2,3,4}$	Rigidez dos pneus
$C_{1,2,3,4}$	Coeficiente de amortecimento da suspensão
a_y	Aceleração lateral
K_I	Rigidez da suspensão dianteira
K_{II}	Rigidez da suspensão traseira
C_D	Amortecimento dianteiro
C_T	Amortecimento traseiro
K_p	Rigidez média dos pneus
d_z	Altura do CG
d_x	Distância em x até o centro de gravidade
d_y	Distância em y até o centro de gravidade

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	OBJETIVOS	14
1.1.1	Objetivo geral	14
1.1.2	Objetivos Específicos	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
2.1	MODELOS DE SISTEMAS DE SUSPENSÃO	15
2.1.1	Suspensão McPherson	15
2.1.2	Suspensão Multilink	17
2.2	COMPORTAMENTO VEICULAR EM CURVAS E IMPLICAÇÕES PARA SEGURANÇA E PROJETO	18
2.2.1	Fatores de risco e dinâmica em curvas	18
2.2.2	Limites físicos, estabilidade e projeto veicular	19
2.3	FUNDAMENTOS GERAIS DE DINÂMICA VEICULAR	20
2.3.1	Sistemas de Coordenadas e Graus de Liberdade	21
2.3.2	Estabilidade Lateral e Transferência de Carga	21
3	METODOLOGIA	23
3.1	DIMENSÕES PRINCIPAIS	23
3.2	DADOS DE MASSA E CG	25
3.3	DEFINIÇÃO DOS MOMENTOS DE INÉRCIA	27
3.4	PARÂMETROS DE SUSPENSÃO	29
3.5	MODELO DINÂMICO	33
3.5.1	Modelo de sete graus de liberdade	33
3.5.2	Equação Diferencial do Movimento	34
3.6	AQUISIÇÃO DOS DADOS DINÂMICOS	35
3.7	TESTE DINÂMICO	36
3.8	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO	39
4	RESULTADOS	42
4.1	RESULTADOS DO MOVIMENTO DE ROLAGEM	43
4.2	INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS NA SENSIBILIDADE DO MODELO	46
5	CONCLUSÃO	48
	REFERÊNCIAS	49
	APÊNDICE A – CÓDIGO PARA AQUISIÇÃO DE DADOS DINÂMI- COS (ARDUÍNO)	51
	APÊNDICE B – MODELO 7GDL(MATLAB)	54
	APÊNDICE C – ALGORITMO GENÉTICO (MATLAB)	66

APÊNDICE D – ALGORITMO GENÉTICO DE DINÂMICA VEÍCULAR (MATLAB)	71
APÊNDICE E – PERFIL DA VIA (MATLAB)	72
APÊNDICE F – FUNÇÃO (MATLAB)	73
APÊNDICE G – FUNÇÃO - USANDO ALGORITMO GENÉTICO (MATLAB)	75

1 INTRODUÇÃO

A análise da dinâmica lateral de veículos é fundamental para o projeto e a calibração de sistemas de suspensão, uma vez que está diretamente relacionada à estabilidade direcional, ao conforto e à segurança dos ocupantes (GILLESPIE, 1992; REIMPELL et al., 1995). Durante manobras de curva, o veículo é submetido a fenômenos complexos, como a transferência de carga lateral, variações no ângulo de cambagem e alterações no gradiente de subesterço, os quais afetam diretamente a aderência dos pneus e o comportamento global da carroceria (PACEJKA, 2016). A compreensão desses efeitos permite otimizar parâmetros de projeto e prevenir situações de instabilidade, como o sobresterço excessivo ou a perda de contato dos pneus com o pavimento.

De acordo com Reimpell et al. (1995), a concepção adequada da suspensão deve considerar não apenas o conforto dos ocupantes, mas também a manutenção da trajetória e da distribuição de cargas nos pneus, de modo a maximizar a aderência lateral. Essa aderência é o principal fator limitante nas curvas, influenciando o coeficiente de atrito utilizável e o limite de estabilidade antes da ocorrência de derrapagem ou capotamento (NHTSA, 2003). A literatura clássica de dinâmica veicular demonstra que o comportamento lateral é determinante para a segurança, uma vez que pequenas variações na altura do centro de gravidade (CG), na bitola ou na rigidez das molas podem alterar significativamente o momento de rolagem e a propensão ao capotamento (NHTSA, 2003; GILLESPIE, 1992; RUTHES, 2016).

Estudos realizados pela National Highway Traffic Safety Administration (NHTSA) comprovaram que a estabilidade lateral de um veículo pode ser quantificada por parâmetros geométricos e dinâmicos, como o Static Stability Factor (SSF), a rigidez lateral dos pneus e a capacidade do sistema de suspensão em controlar o ângulo de rolagem (NHTSA, 2003). Quando o valor de aceleração lateral atinge níveis próximos ao limite de atrito pneu-pavimento, a tendência de capotamento aumenta exponencialmente, reforçando a importância de se compreender a dinâmica lateral em situações reais de condução. Além disso, Pacejka (2016) e Gillespie (1992) destacam que a interação pneu-pavimento não é linear e depende fortemente da transferência de carga, o que justifica o uso de modelos numéricos mais completos e parametrizados.

Neste contexto, o presente trabalho propõe o desenvolvimento de um modelo numérico de sete graus de liberdade (7GDL), capaz de representar de forma realista a interação entre as massas suspensa e não suspensas, bem como a influência das rigidezes e amortecimentos nos movimentos verticais e rotacionais. Modelos desse tipo têm sido amplamente utilizados em estudos anteriores para caracterizar a resposta dinâmica e avaliar a estabilidade lateral de veículos (RUTHES, 2016; SABKA;

ROGÉRIO, 2019; KNABBEN, 2020). A partir desse modelo, são analisados os efeitos da altura do centro de gravidade, da rigidez da suspensão e do amortecimento sobre o comportamento em curva, com o objetivo de determinar e mitigar condições de instabilidade.

Por fim, o estudo é complementado por ensaios experimentais realizados em vias controladas, que visam validar o modelo e verificar a coerência entre os resultados numéricos e os dados obtidos em testes práticos. Dessa forma, busca-se contribuir para o aprimoramento de metodologias de análise da estabilidade lateral veicular, fornecendo subsídios técnicos para o desenvolvimento de sistemas de suspensão mais seguros e eficientes.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo geral avaliar o comportamento dinâmico lateral de um veículo de passeio por meio da modelagem matemática de sete graus de liberdade e de testes experimentais, comparando os resultados obtidos e identificando a influência de parâmetros de suspensão na estabilidade e na resposta da rolagem da massa suspensa em curva.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Determinar as dimensões principais, a massa total, a posição do centro de gravidade e os momentos de inércia do veículo em estudo;
- Realizar ensaios experimentais para obtenção da rigidez dos pneus e das suspensões;
- Implementar um sistema de aquisição de dados utilizando sensores embarcados para medição de acelerações e rotações durante os testes dinâmicos;
- Desenvolver e programar o modelo matemático de sete graus de liberdade (7GDL) em ambiente computacional;
- Validar o modelo numérico por meio da comparação entre os resultados simulados e os resultados experimentais, utilizando métricas de erro como o RMSE;
- Analisar a influência de parâmetros de suspensão e da transferência lateral de carga sobre a estabilidade e a segurança veicular.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O sistema de suspensão desempenha um papel importante na dinâmica veicular, sendo responsável por garantir a estabilidade e o conforto durante a condução. De acordo com Seward (1998), o objetivo ao projetar a suspensão e a direção é tentar manter as rodas no ângulo ideal em relação à superfície da estrada em todos os momentos e sob todas as condições. Esse é o ideal supremo do projetista e, na prática, é inatingível.

Uma das principais funções da suspensão é permitir que as rodas acompanhem as irregularidades da superfície da estrada, garantindo o isolamento do chassi em relação às imperfeições do pavimento. Além disso, o sistema assegura a manutenção dos ângulos corretos de direção e camber, favorecendo uma interação eficiente entre os pneus e o solo, o que minimiza variações na carga e otimiza a aderência, fator determinante para o desempenho dinâmico do veículo (GILLESPIE, 1992).

2.1 MODELOS DE SISTEMAS DE SUSPENSÃO

As suspensões podem ser classificadas em dois grandes grupos: dependentes e independentes. As suspensões dependentes utilizam um eixo rígido, conectando as rodas de um mesmo eixo por um único componente estrutural. Já as suspensões independentes permitem que cada roda se mova de forma autônoma em relação à carroceria, o que favorece o conforto e a dirigibilidade (GENTA; MORELLO, 2009).

No contexto das suspensões independentes, diversos modelos são aplicados em veículos de passeio e de competição, como a suspensão de braços duplos (double wishbone), a suspensão tipo McPherson e a suspensão Multilink. Estas duas últimas são enfatizadas neste trabalho por representarem as configurações utilizadas no veículo objeto de análise. Enquanto a McPherson é geralmente aplicada no eixo dianteiro devido à sua simplicidade e compacidade, a Multilink tende a ser empregada no eixo traseiro, permitindo maior sofisticação no controle da dinâmica lateral e contribuindo para a estabilidade direcional do veículo em curvas de alta velocidade (CALDAS, 2013).

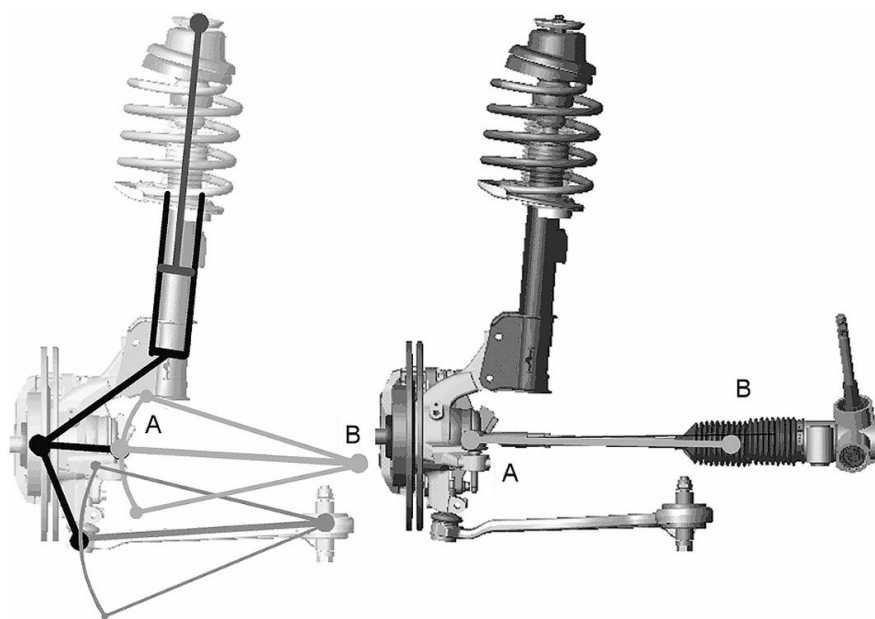
2.1.1 Suspensão McPherson

A suspensão McPherson, proposta na década de 1940 por Earle S. McPherson, tornou-se uma das mais utilizadas em veículos de passeio, principalmente no eixo dianteiro. Conforme apresentado na Figura 1, sua configuração é caracterizada pela simplicidade estrutural: um braço de controle inferior, uma coluna telescópica

que integra mola helicoidal e amortecedor, além de uma junta esférica que conecta o conjunto ao cubo da roda (CALDAS, 2013).

Observa-se que o ponto **A** representa a articulação da junta esférica (ball joint), responsável por permitir o movimento relativo entre o braço de controle e o cubo de roda, enquanto o ponto **B** indica a conexão da barra de direção (tie rod), responsável pela transmissão do movimento de esterçamento ao conjunto da suspensão. A interação entre esses elos define parâmetros como convergência, ângulo de fuga e variação de cambagem durante o curso da suspensão.

Figura 1 – Esquema da suspensão McPherson



Fonte: (GENTA; MORELLO, 2009)

Segundo Genta e Morello (2009), a suspensão McPherson apresenta vantagens que justificam sua ampla utilização na indústria automotiva. Sua compactidade estrutural permite ocupar um espaço reduzido no cofre do motor, favorecendo o melhor aproveitamento para a instalação de outros componentes. Além disso, o projeto simplificado, composto por um número reduzido de peças, resulta em menor custo de produção. Outro benefício relevante é o peso reduzido do conjunto, o que contribui diretamente para a diminuição da massa não suspensa, melhorando o desempenho dinâmico do veículo.

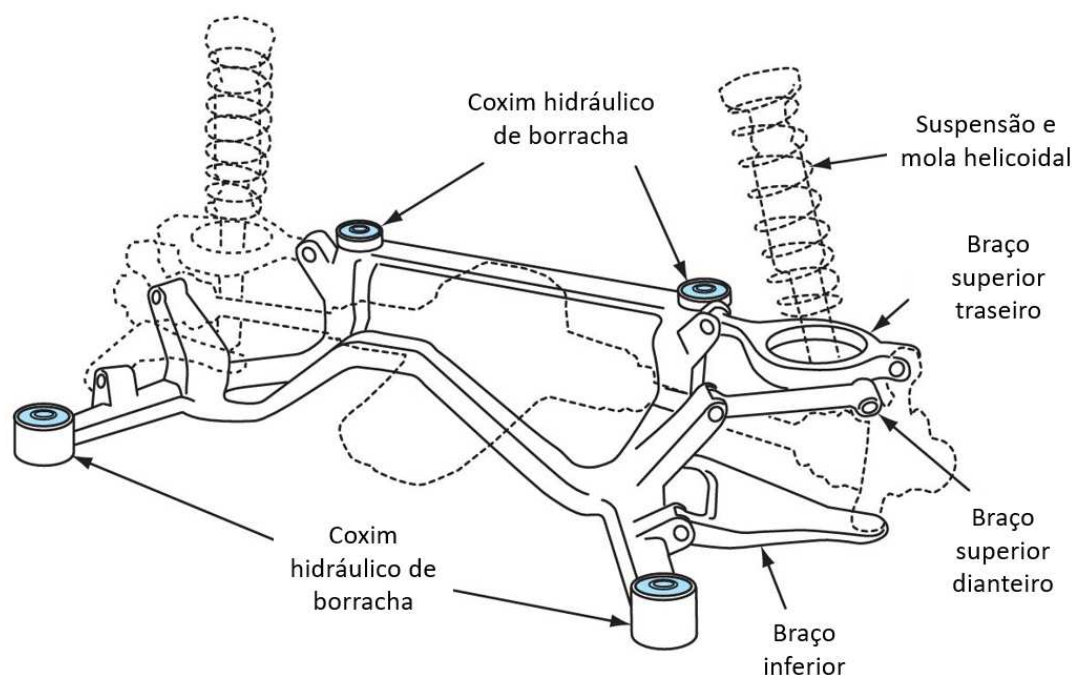
Por outro lado, sua limitação principal reside na dificuldade de controle da geometria da suspensão em condições extremas de condução. Isso pode impactar o desgaste irregular de pneus e na precisão direcional em veículos de alto desempenho (CALDAS, 2013).

2.1.2 Suspensão Multilink

A suspensão do tipo Multilink é amplamente reconhecida como uma das soluções mais avançadas em termos de desempenho dinâmico, sendo frequentemente adotada em veículos de alto valor agregado e em aplicações voltadas para competições. Sua arquitetura é formada por múltiplos braços independentes, tipicamente entre três e cinco por roda, o que permite o ajuste individual de parâmetros da geometria, como cambagem, convergência e avanço (JAZAR, 2008).

Essa elevada flexibilidade de configuração possibilita otimizar o compromisso entre conforto e estabilidade, uma vez que a geometria da suspensão pode ser projetada para minimizar variações indesejadas durante acelerações, frenagens ou curvas. Dessa forma, assegura-se que os pneus mantenham uma maior área de contato com o solo, favorecendo tanto a aderência quanto o controle do veículo (NASCIMENTO et al., 2023).

Figura 2 – Configuração de suspensão multilink com identificação dos principais componentes.



Fonte: Autor (2025), adaptado de Knowles (2007)

A Figura 2 ilustra um exemplo de configuração de suspensão traseira do tipo Multi-link, evidenciando a disposição dos principais elementos. Observa-se a presença dos braços longitudinais e transversais, que no esquema são representados pelos elementos *Upper link front*, *Upper link rear* e *Lower arm*, responsáveis pelo posicionamento e controle do movimento da roda. As molas helicoidais e amortecedores (*Spring and coil spring*) atuam conjuntamente para absorver irregularidades do pavi-

mento, garantindo conforto e estabilidade. Destacam-se ainda os pontos de fixação ao chassi, mostrados como *Hydraulic mount rubbers*, que asseguram o acoplamento elástico do subchassi à carroceria, contribuindo para a redução da transmissão de vibrações. Por fim, embora não explicitamente representada na figura, a barra estabilizadora é usualmente conectada entre os braços de suspensão, desempenhando papel na redução da rolagem da carroceria durante curvas, complementando assim o desempenho dinâmico do conjunto.

Entre as vantagens mais relevantes do sistema de suspensão Multilink, destaca-se a elevada adaptabilidade geométrica, que possibilita ajustar a cinemática da suspensão de acordo com diferentes condições de operação, seja priorizando o conforto dos ocupantes ou otimizando as respostas dinâmicas do veículo. Além disso, essa configuração apresenta alta capacidade de absorver irregularidades do pavimento, contribuindo para a atenuação de ruídos e vibrações transmitidos à carroceria e, conseqüentemente, para o aumento do conforto a bordo. Tais características explicam sua ampla adoção em veículos de luxo e de alto desempenho, conforme discutido por Gillespie (1992).

Por outro lado, a complexidade estrutural inerente ao sistema implica custos de produção mais elevados, maior dificuldade de manutenção e aumento da massa do conjunto e da massa não suspensa quando comparado a soluções mais simples, como a suspensão McPherson, o que pode impactar no peso total do veículo, na capacidade de isolamento das vibrações excitadas pela via e, conseqüentemente, reduzir o conforto e a eficiência do sistema de suspensão.

2.2 COMPORTAMENTO VEICULAR EM CURVAS E IMPLICAÇÕES PARA SEGURANÇA E PROJETO

2.2.1 Fatores de risco e dinâmica em curvas

O desempenho de um veículo em curvas é determinado pela interação entre suspensão, pneus, freios e pela própria geometria da via. Estatísticas da Organização Mundial da Saúde (OMS) indicam que mais de 1,19 milhão de pessoas morrem anualmente em acidentes de trânsito em todo o mundo, sendo as curvas horizontais pontos críticos para a ocorrência desses eventos fatais (OMS, 2023). Nos Estados Unidos, a Federal Highway Administration (FHA) destaca que curvas estão associadas a mais de 25% das fatalidades registradas e que a taxa de acidentes nesses trechos é aproximadamente três vezes maior do que em segmentos retilíneos (FHA, 2023). Tais dados evidenciam a relevância do estudo do comportamento dinâmico em curvas para o desenvolvimento de veículos mais seguros.

O risco elevado nesses trechos decorre de múltiplos fatores, como a demanda de atrito lateral, a capacidade de aderência pneu-pavimento, a geometria da estrada

e a própria tomada de decisão do condutor. Em rodovias de alta velocidade, pequenas diferenças entre a superelevação disponível e a necessária para contrabalançar a força lateral aumentam significativamente a chance de derrapagens e saídas de pista. De acordo com a AASHTO (2018), mesmo variações modestas na velocidade em relação ao valor de projeto podem elevar de forma crítica a demanda de atrito, reduzindo a estabilidade.

Nesse contexto, a suspensão exerce papel de controlar a transferência de carga entre as rodas, o ângulo de cambagem e o movimento de rolagem da carroceria. Diferentes arquiteturas, como McPherson, duplo braço triangular ou Multilink, apresentam respostas distintas quanto à manutenção da aderência dos pneus, influenciando regimes de subesterço, sobresterço ou esterço neutro. Normas técnicas, como a ISO 8855, formalizam ensaios que permitem quantificar o gradiente de subesterço e comparar objetivamente o comportamento veicular em curva (ISO, 2011).

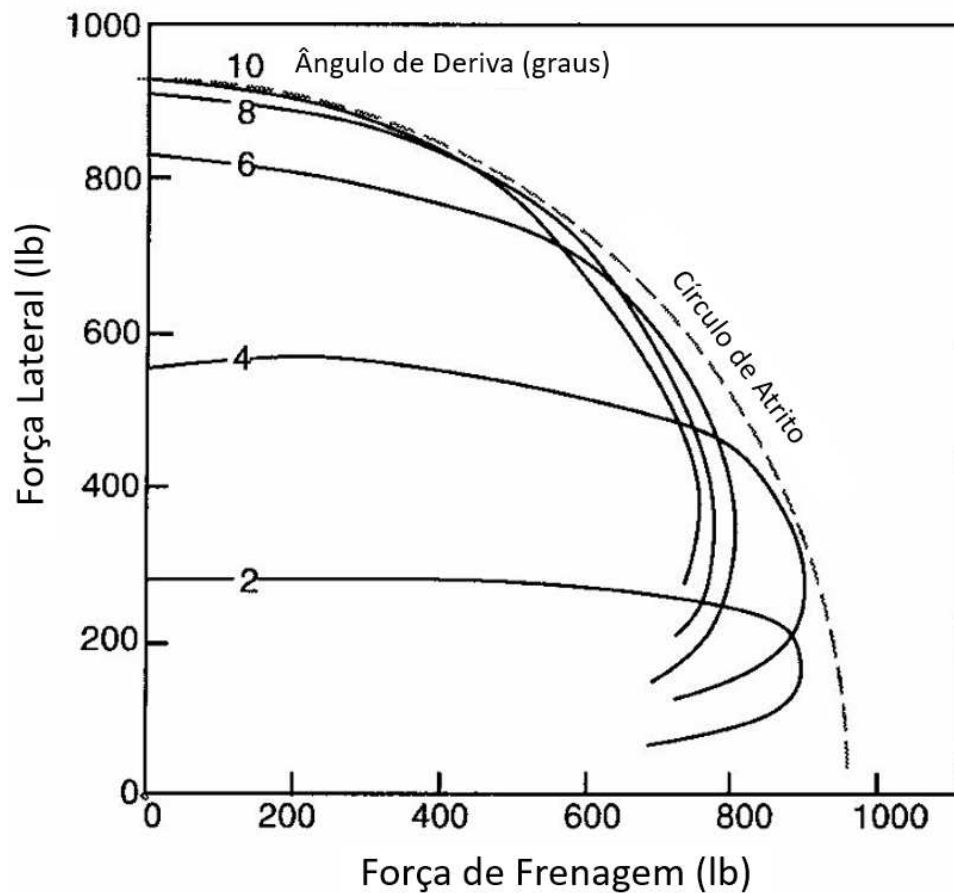
2.2.2 Limites físicos, estabilidade e projeto veicular

O limite de desempenho de um veículo em curva está diretamente associado ao fenômeno de saturação dos pneus. À medida que a aceleração lateral cresce, a capacidade do pneu em gerar força adicional diminui, restringindo a margem de segurança. Como apontam Pacejka (2016) e Gillespie (1992), esforços longitudinais (aceleração ou frenagem) competem com esforços laterais pela mesma capacidade de aderência pelo chamado círculo de atrito, representado graficamente na figura 3. Nessa condição, o projeto da suspensão busca otimizar a distribuição das forças nos pneus e retardar o ponto de saturação, proporcionando respostas mais previsíveis ao condutor.

A Figura 3 ilustra esse conceito. Nota-se que, para ângulos de deriva crescentes, a força lateral máxima tende a cair quando a frenagem se intensifica. Isso significa que, em situações de frenagem dentro da curva, a disponibilidade de força lateral para manter a trajetória é reduzida. O diagrama evidencia que pneus não podem fornecer simultaneamente forças máximas em ambas as direções, reforçando a importância de um projeto de suspensão que auxilie na preservação da aderência.

Outro fator de destaque é o risco de capotamento, especialmente em veículos com centro de gravidade (CG) elevado e bitola reduzida. O Fator de Estabilidade Estática (SSF - Static Stability Factor), definido como a razão entre metade da bitola e a altura do centro de gravidade, é amplamente empregado como métrica de resistência primária ao capotamento. Estudos da NHTSA (2003) demonstram que valores mais altos de SSF estão associados a menor probabilidade de capotamento em curvas, sobretudo em manobras evasivas ou em superfícies de baixa aderência. O ajuste da rigidez da suspensão e o controle do rolamento lateral são estratégias de projeto que contribuem para elevar esse índice e, consequentemente, a segurança.

Figura 3 – Relação entre força lateral e força de frenagem em diferentes ângulos de deriva, ilustrando o círculo de atrito.



Fonte: (GILLESPIE, 1992)

Do ponto de vista viário, a relação entre superelevação (e), fator de atrito lateral (f), velocidade (V) e raio de curva (R) pode ser expressa por:

$$0,1e + f = \frac{V^2}{15R} \quad (1)$$

A equação 1, adotada pela AASHTO (2018), orienta o dimensionamento de curvas em rodovias. Quando a demanda de atrito excede o limite previsto, seja por excesso de velocidade, pavimento polido ou condições climáticas adversas, o risco de perda de controle se eleva drasticamente. Assim, a integração entre a geometria viária e as soluções de projeto de suspensão é importante para a redução de acidentes e concepção de veículos mais seguros e eficientes.

2.3 FUNDAMENTOS GERAIS DE DINÂMICA VEICULAR

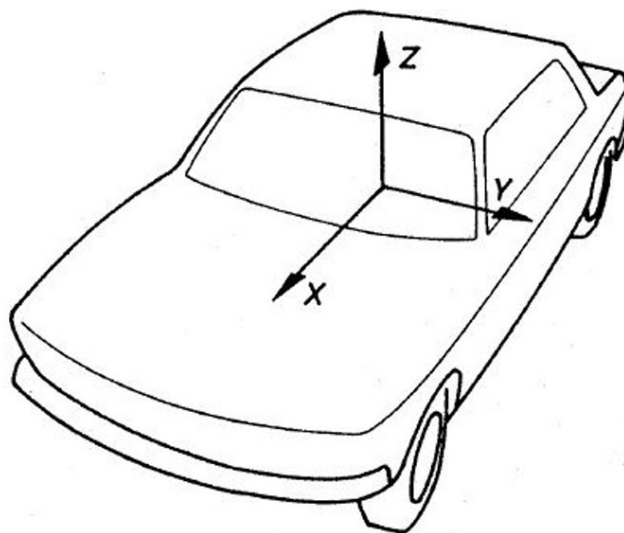
Segundo Gillespie (1992) análise dinâmica de veículos pode ser dividida em três domínios principais: dinâmica longitudinal, dinâmica lateral e dinâmica vertical.

Este trabalho concentra-se na dinâmica lateral, que está diretamente associada ao comportamento do veículo em curvas, estabilidade direcional e risco de perda de controle.

2.3.1 Sistemas de Coordenadas e Graus de Liberdade

A descrição do movimento do veículo é usualmente feita segundo a convenção estabelecida pela norma ISO 4130, que define os eixos longitudinal (x), lateral (y) e vertical (z), com origem no centro de gravidade (CG) do veículo, conforme mostra a figura 5. O movimento pode ser decomposto em seis graus de liberdade (GDL): três translacionais (deslocamentos em x , y e z) e três rotacionais (rolagem φ , arfagem θ e guinada ψ).

Figura 4 – Coordenadas X, Y e Z de um veículo



Fonte: (ISO, 1978)

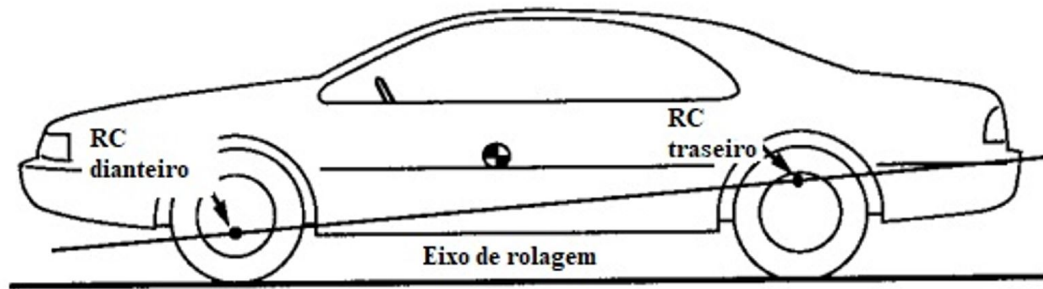
Neste trabalho é empregado um modelo de sete graus de liberdade (7GDL), sendo o sétimo grau os deslocamentos verticais independentes das quatro massas não suspensas correspondentes às rodas. Dessa forma, o modelo é capaz de capturar fenômenos como transferência de carga entre os eixos, distribuição dinâmica de forças nos pneus e o acoplamento entre modos verticais e laterais, para análises de estabilidade, conforto e validação experimental (FUJII, 2024).

2.3.2 Estabilidade Lateral e Transferência de Carga

A inclusão do grau de liberdade de rolagem no modelo se faz necessário para a determinação da transferência lateral de carga entre rodas internas e externas durante curvas, o que afeta diretamente o gradiente de subesterço e a capacidade de

geração de força lateral total. A rigidez à rolagem, combinada com a geometria da suspensão, define a posição do centro de rolagem e influencia a resposta do veículo em manobras de alta severidade. O dimensionamento desses parâmetros é requerido para verificar a dirigibilidade previsível e segura, permitindo ajustes de molas, amortecedores e barras estabilizadoras (MENEZES, 2019; AVI, 2021).

Figura 5 – Centros e eixo de rolagem



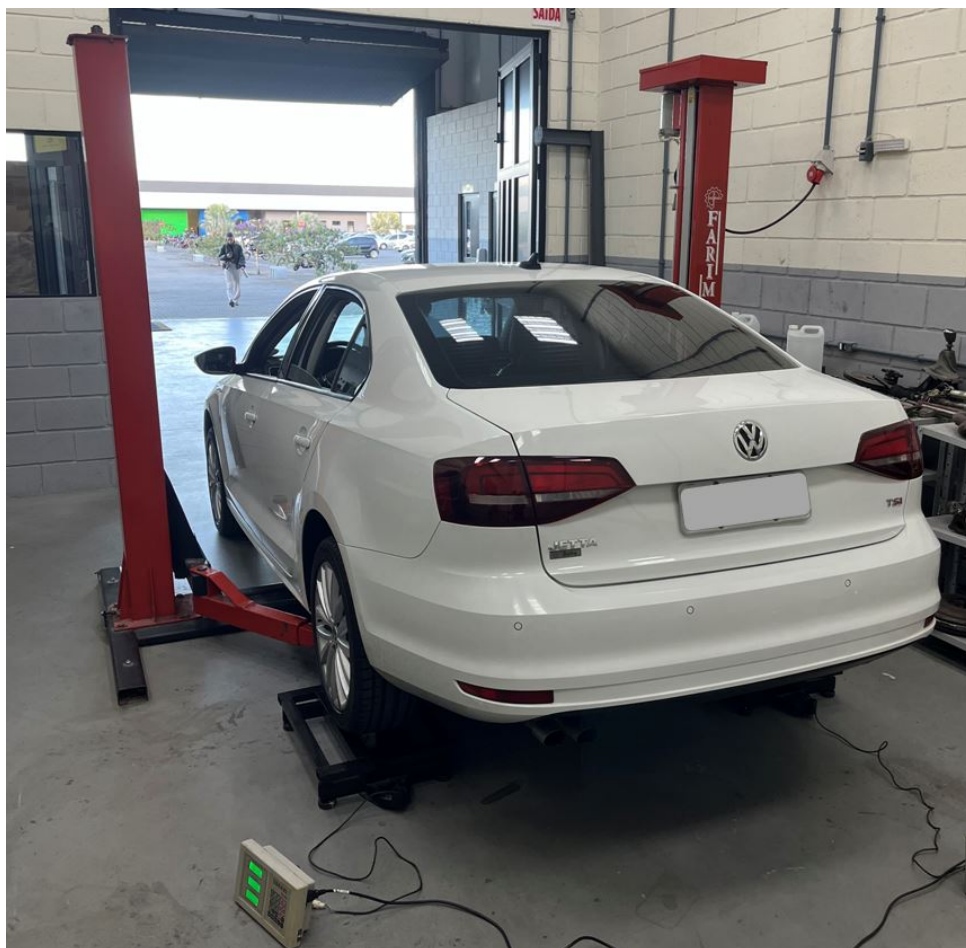
Fonte: (AVI, 2021) adaptada de (GILLESPIE, 1992)

3 METODOLOGIA

Este capítulo expõe a metodologia utilizada para a aquisição de dados do sistema de suspensão do veículo e, em seguida, trata do estudo realizado para a aquisição e análise dos dados coletados em teste veicular em vias públicas. Ao final, apresenta-se uma análise comparativa dos resultados obtidos, com o objetivo de avaliar a consistência e a relevância das medições realizadas.

O veículo utilizado para o experimento foi um Volkswagen Jetta TSI, modelo 2017, conforme ilustrado na Figura 6, mantendo todo o conjunto de suspensão em sua configuração original.

Figura 6 – Aquisição de dados do veículo



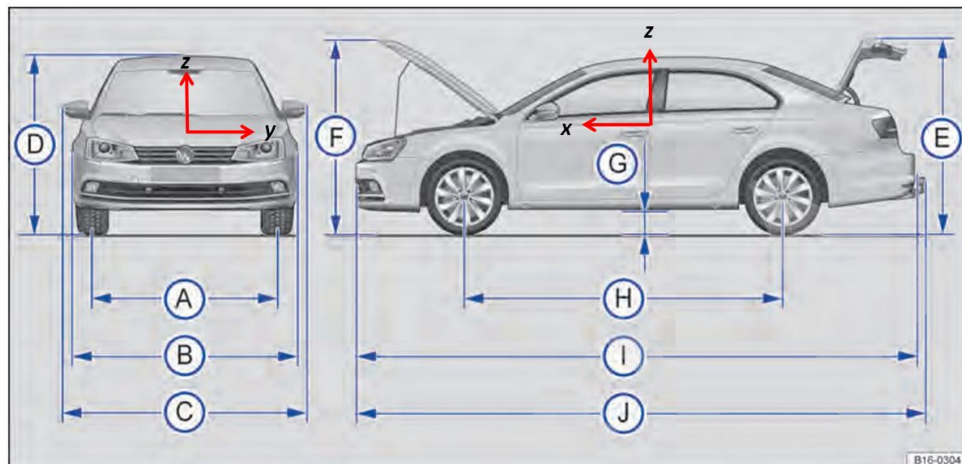
Fonte: Autor, 2025

3.1 DIMENSÕES PRINCIPAIS

Inicialmente, é necessário definir as dimensões do veículo. Visto que a obtenção aproximada desses parâmetros é importante para estimar os momentos de

inércia da massa suspensa, permitindo análises do comportamento dinâmico e da distribuição de massa. Para isso, foram utilizadas as informações contidas no manual do proprietário, conforme apresentadas nas Figuras 7 e 8.

Figura 7 – Manual Jetta 2017: Dimensões principais



Fonte: (VOLKSWAGEN, 2016)

Figura 8 – Manual Jetta 2017: Valores das dimensões principais

Legenda para Fig. 255:		Valor
(A)	Bitola dianteira	1.535 mm
	Bitola traseira	1.538 mm
(B)	Largura	1.778 mm
(C)	Largura (de espelho retrovisor externo a espelho retrovisor externo)	2.020 mm
(D)	Altura em peso em ordem de marcha ^{a)}	1.482 mm
(E)	Altura com a tampa do compartimento de bagagem aberta e peso em ordem de marcha ^{a)}	1.759 mm
(F)	Altura com a tampa do compartimento do motor aberta e peso em ordem de marcha ^{a)}	1.763 mm
(G)	Altura livre do solo no estado pronto para movimentação ^{b)} entre os eixos	138 mm
(H)	Distância entre eixos	2.651 mm
(I)	Comprimento (de para-choque a para-choque)	4.659 mm
(J)	Comprimento com dispositivo de reboque instalado (quando entregue assim de fábrica)	4.755 mm
-	Diâmetro mínimo de giro do veículo	11,1 m

Fonte: (VOLKSWAGEN, 2016)

3.2 DADOS DE MASSA E CG

A determinação da distribuição de massa do veículo foi realizada por meio da pesagem com as quatro rodas posicionadas sobre balanças. A medição foi realizada sem o piloto e o caroneiro presentes. Para realizar uma análise estatística dos dados obtidos, o procedimento foi repetido três vezes, e a média dos valores medidos foi calculada, conforme mostra a tabela 1.

Tabela 1 – Medições de carga por roda (kg)

Medição	Massa Dianteira Direita	Massa Traseira Direita	Massa Dianteira Esquerda	Massa Traseira Esquerda	Massa Total
Medição 01	411.2	282.6	404.4	293.4	1391.6
Medição 02	410.2	281.8	402.2	295.2	1389.4
Medição 03	409.8	283.2	402.0	295.6	1390.6
Média	410.4	282.53	402.87	294.73	1390.53
Variância	0.35	0.33	1.18	0.92	0.81

Fonte: Autor, 2025

Após a obtenção da massa individual de cada um dos pneus, tornou-se viável o cálculo da posição do centro de gravidade (CG) do veículo utilizando os dados da figura 8, sendo M_{DE} a massa dianteira esquerda, M_{DD} a massa dianteira direita, M_{TE} a massa traseira esquerda e M_{TD} a massa traseira direita. As bitolas dianteira (A_d) e traseira (A_t) representam as distâncias entre as rodas do mesmo eixo, e H o entre-eixos do veículo.

A posição do centro de gravidade (CG) nas direções longitudinal (x_{CG}) e transversal (y_{CG}) pode ser determinada pelas seguintes expressões:

$$x_{CG} = \frac{H \cdot (M_{TE} + M_{TD})}{M_{DE} + M_{DD} + M_{TE} + M_{TD}} \quad (2)$$

$$y_{CG} = \frac{\left(\frac{A_d}{2} \cdot (M_{DD} - M_{DE})\right) + \left(\frac{A_t}{2} \cdot (M_{TD} - M_{TE})\right)}{M_{DE} + M_{DD} + M_{TE} + M_{TD}} \quad (3)$$

A análise dos dados, como mostra a tabela 2, revela que a maior concentração de massa do veículo está localizada na região frontal, correspondendo aproximadamente a 58,4% do peso total. Além disso, observa-se que a posição do CG no eixo Y encontra-se próxima à centralização, porém tendo uma distribuição de massa maior no lado direito.

Tabela 2 – Distribuição de massa no veículo

Parâmetro	Massa (kg)	Distribuição (%)
Rodas Dianteiras	813,30	58,49%
Rodas Traseiras	577,23	41,51%
Rodas da Esquerda	693,00	49,83%
Rodas da Direita	697,53	50,17%

Fonte: Autor, 2025

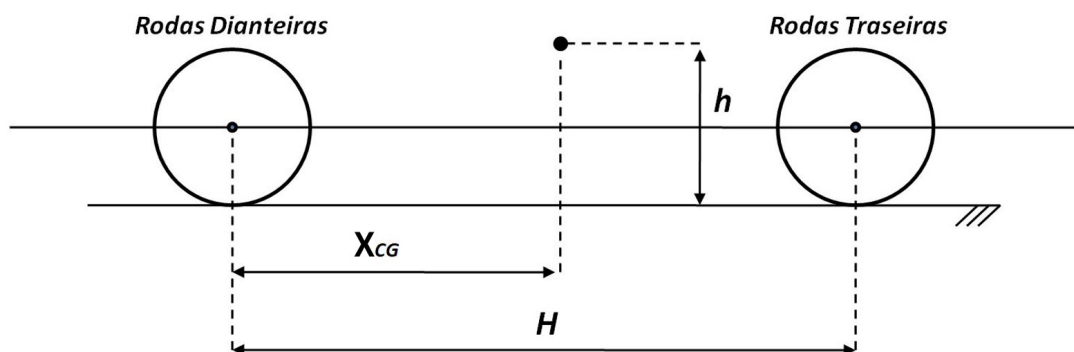
Para a determinação da coordenada vertical do centro de gravidade (CG) do veículo, ou seja, sua posição no eixo z, foi adotado uma aproximação, para isso, recorreu-se aos dados obtidos no trabalho de conclusão de curso de Fujii (2024), que utilizou uma metodologia semelhante em um veículo com características geométricas e estruturais compatíveis.

Nessa abordagem de Fujii (2024), o eixo traseiro do automóvel foi elevado a um ângulo de 15° , com as rodas dianteiras apoiadas sobre uma balança. A partir das leituras de massa e da aplicação das condições de equilíbrio estático, juntamente com relações trigonométricas, foi possível determinar a posição do centro de gravidade. A equação final utilizada para o cálculo da altura foi:

$$h = \frac{M_f \cdot H - M_T \cdot b}{M_T \cdot \tan \alpha} + r \quad (4)$$

em que M_f é a massa medida no eixo dianteiro durante a inclinação, M_T a massa total do veículo ($M_{DE} + M_{DD} + M_{TE} + M_{TD}$), H a distância entre os eixos, b a distância do eixo traseiro até o CG em solo plano, α o ângulo de inclinação e r o raio dinâmico do conjunto roda-pneu.

Figura 9 – Medidas utilizadas para determinar CG em Z



Fonte: Autor, 2025

Como mostra a figura 9, as posições do centro de gravidade na direção longitudinal (x_{CG}) foram determinadas em relação ao eixo dianteiro, enquanto a coordenada vertical z_{CG} (h), por sua vez, corresponde à distância do solo até o centro de gravidade do veículo.

Já a coordenada y_{CG} foi calculada considerando o plano médio longitudinal do veículo como referência para a direção transversal. Dessa forma, valores positivos de y_{CG} indicam deslocamento do CG para o lado direito do veículo, e valores negativos, para o lado esquerdo.

Tabela 3 – Posição do centro de gravidade

Posição CG em Z (mm)	355,01
Posição CG em X (mm)	1101,37
Posição CG em Y (mm)	-2,58

Fonte: Autor, 2025

3.3 DEFINIÇÃO DOS MOMENTOS DE INÉRCIA

O momento de inércia de um veículo exerce influência direta sobre sua resposta dinâmica durante manobras rotacionais, como curvas e mudanças bruscas de direção. Esse parâmetro afeta a estabilidade e a capacidade de controle do automóvel nessas situações. Assim, uma estimativa dos momentos de inércia é necessária para a modelagem e simulação do comportamento dinâmico veicular (GILLESPIE, 1992).

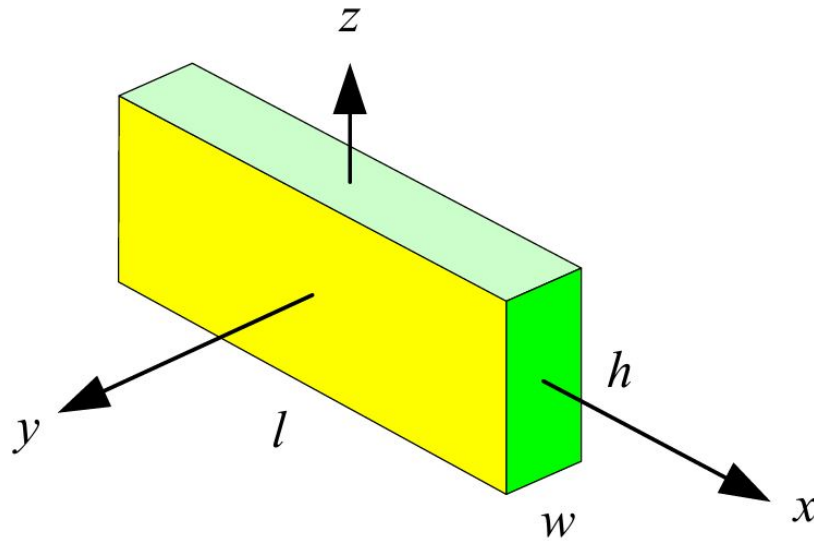
Para simplificar o cálculo do momento de inércia, o veículo foi modelado como um paralelepípedo. Com essa aproximação, utilizou-se a equação apresentada por (JAZAR, 2008) para estimar o momento de inércia em relação ao eixo x . No entanto, como essa equação assume que o centro de gravidade (CG) coincide com o eixo de rotação, tornou-se necessário aplicar o Teorema dos Eixos Paralelos para considerar o deslocamento do CG em relação ao eixo de cálculo.

A Figura 10 ilustra o paralelepípedo que representa o veículo, com dimensões w (base), h (altura) e l (comprimento), inserido em um sistema de coordenadas tridimensional. Nessa representação, considera-se que o veículo, em vista frontal, possui geometria de placa com base w e altura h , e massa total m . Assume-se ainda que o centro de gravidade da placa encontra-se deslocado uma distância d_y na direção y , paralela à base, e uma distância d_z na direção z , ao longo da altura da placa.

O momento de inércia da placa em relação ao eixo x que passa pelo centro de gravidade (CG) é dado por:

$$I_{xCG} = \frac{1}{12}m(h^2 + w^2) \quad (5)$$

Figura 10 – Veículo modelado como um paralelepípedo



Fonte: Jazar (2008), pág. 549

Para considerar o deslocamento do CG em relação ao novo eixo de rotação, aplica-se o Teorema dos Eixos Paralelos:

$$I_x = I_{xCG} + m(d_y^2 + d_z^2) \quad (6)$$

Substituindo a expressão de I_{xCG} , obtemos a fórmula final:

$$I_x = \frac{1}{12}m(h^2 + w^2) + m(d_y^2 + d_z^2) \quad (7)$$

De maneira análoga ao cálculo do momento de inércia em relação ao eixo x , é possível determinar o momento de inércia do veículo em relação ao eixo y . Para isso, considera-se a vista lateral do veículo, assumindo que sua geometria pode ser aproximada por uma placa plana de base l (comprimento) e altura h , com massa total m .

Admite-se que o centro de gravidade (CG) da placa encontra-se deslocado em uma distância d_x na direção x , paralela ao comprimento, e uma distância d_z na direção z , ao longo da altura da placa. Aplicando o Teorema dos Eixos Paralelos, o momento de inércia em relação ao eixo y é dado por:

$$I_y = \frac{1}{12}m(h^2 + l^2) + m(d_x^2 + d_z^2) \quad (8)$$

Além disso, o momento de inércia em relação ao eixo z , que atravessa a placa perpendicularmente ao plano formado pelas dimensões l e w , também pode ser determinado. Nesse caso, considera-se que o CG está deslocado nas direções x e y , paralelas ao comprimento e à largura da placa, respectivamente.

O momento de inércia em relação ao eixo z é então expresso por:

$$I_z = \frac{1}{12}m(l^2 + w^2) + m(d_x^2 + d_y^2) \quad (9)$$

Utilizando os dados encontrados anteriormente:

Tabela 4 – Dimensões e propriedades do veículo

Símbolo	Valor	Unidade	Dados do veículo
m	1462,8	kg	Massa total
h	1,482	m	Altura total
w	1,778	m	Largura total
l	4,659	m	Comprimento total
d_x	1,101	m	Distância em x até o centro de gravidade
d_y	-0,002	m	Distância em y até o centro de gravidade
d_z	0,355	m	Distância em z até o centro de gravidade

Fonte: Autor, 2025

Os três momentos de inércia principais da placa podem ser calculados com base em suas dimensões geométricas e nos deslocamentos do centro de gravidade, como apresentado na tabela 5.

Tabela 5 – Momentos de inércia de massa

Eixo de rotação	Momento de inércia (kg·m ²)
I_x	837,46
I_y	4872,48
I_z	4805,76

Fonte: Autor, 2025

3.4 PARÂMETROS DE SUSPENSÃO

A rigidez da suspensão e a rigidez dos pneus são fatores determinantes na definição do Ride Rate, pois influenciam diretamente a resposta do veículo às irregularidades da pista e ao conforto dos ocupantes. A análise desses parâmetros possibilita uma avaliação do comportamento dinâmico do veículo, permitindo a modelagem do sistema de suspensão.

O veículo em estudo está equipado com suspensão dianteira independente do tipo McPherson e suspensão traseira independente do tipo multilink, ambas associadas a um conjunto de molas helicoidais. Além disso, mantém as configurações

originais de fábrica no que se refere ao conjunto de rodas, sendo equipado com rodas de liga de alumínio de 16 polegadas. Os pneus utilizados são de perfil baixo, do modelo Continental Extreme Contact (225/45 R17), conforme mostra a Figura 11.

Figura 11 – Teste para determinação da rigidez dos pneus e suspensões

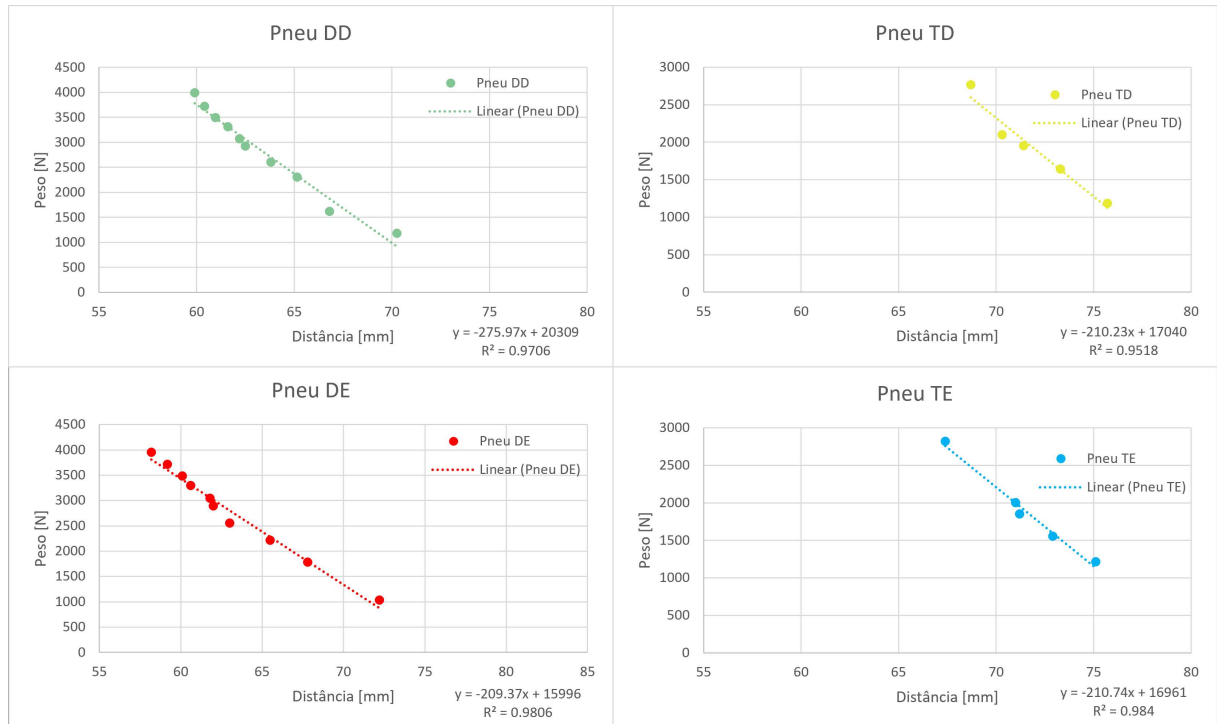


Fonte: Autor, 2025

Para a determinação da rigidez da suspensão e dos pneus, foram conduzidos ensaios experimentais em laboratório, utilizando um elevador automotivo e quatro balanças. Conforme ilustrado na Figura 11, o procedimento consistiu em posicionar o veículo sobre as balanças e elevá-lo de forma gradual, realizando-se medições em diferentes estágios. A altura entre a roda e o solo, representada pela linha amarela, foi monitorada com o objetivo de determinar o deslocamento do pneu e, consequentemente, sua rigidez. Simultaneamente, foi medida a distância entre a roda e a lataria, indicada pela linha vermelha na mesma figura, com o intuito de quantificar o deslocamento da mola e obter sua rigidez. A cada incremento de elevação, registraram-se os deslocamentos correspondentes e a variação das cargas indicadas pelas balanças, até que estas passassem a marcar valor nulo (0 kg).

Os gráficos presentes na figura 12, representam a relação entre a força vertical (peso) e o deslocamento vertical (distância) para os quatro pneus: dianteiro direito (DD), dianteiro esquerdo (DE), traseiro direito (TD) e traseiro esquerdo (TE). Cada gráfico apresenta uma regressão linear que descreve o comportamento elástico dos pneus durante os testes. A inclinação da reta de regressão corresponde à rigidez de cada pneu, expressa pela constante angular (coeficiente de inclinação) da equação linear.

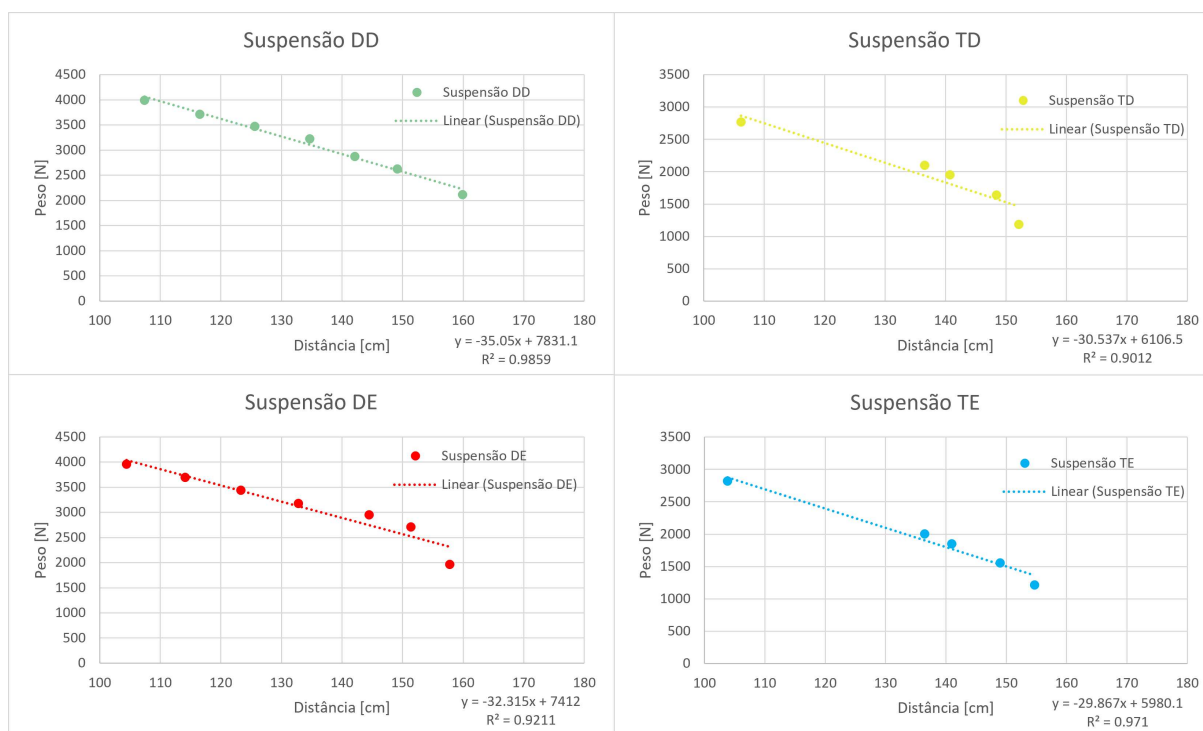
Figura 12 – Gráficos de correlação entre peso aplicado e deslocamento dos pneus nos quatro pontos de apoio do veículo



Fonte: Autor, 2025

A mesma metodologia foi utilizada para cada uma das quatro suspensões, utilizando os valores obtidos nos testes. O resultado pode ser observado na figura 13, onde os quatro gráficos apresentam regressão linear.

Figura 13 – Gráficos de correlação entre peso aplicado e deslocamento da suspensão nos quatro pontos de apoio do veículo



Fonte: Autor, 2025

Com base nos gráficos apresentados, os valores de rigidez utilizados neste estudo foram obtidos a partir dos coeficientes angulares das regressões lineares. Esses valores, que representam a rigidez de cada conjunto de suspensão, estão sistematizados na Tabela 6.

Tabela 6 – Rigidez do Pneu e da Suspensão por Roda

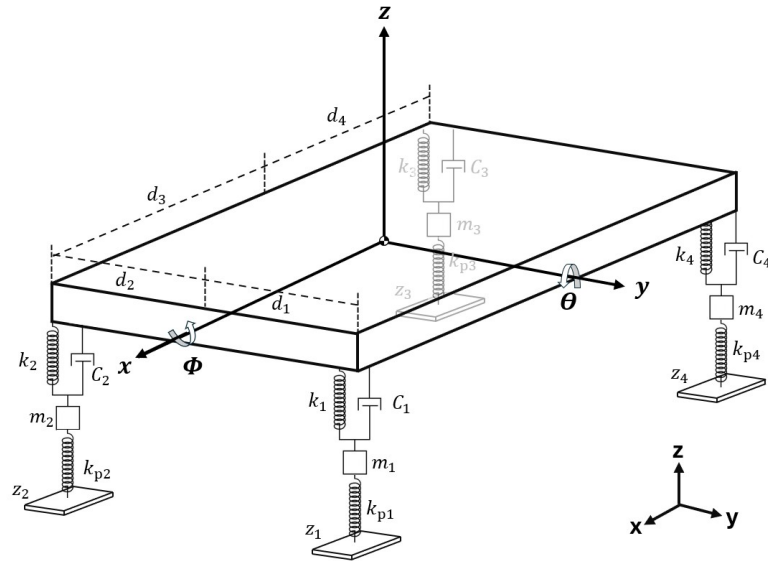
Posição da Roda	Rigidez do Pneu (N/m)	Rigidez da Suspensão (N/m)
Dianteira Direita	275970	35050
Dianteira Esquerda	209370	32315
Traseira Direita	210230	30537
Traseira Esquerda	210740	29867

3.5 MODELO DINÂMICO

3.5.1 Modelo de sete graus de liberdade

A Figura 14 ilustra a forma como o veículo será representado no modelo, destacando o posicionamento das massas e os respectivos graus de liberdade de cada uma.

Figura 14 – Modelo de sete graus de liberdade



Fonte: Autor, 2025

O esquema apresenta a carroceria do veículo, que é representada por uma massa rígida M , este corpo rígido principal encontra-se apoiado sobre quatro conjuntos independentes de suspensão, compostos por elementos elásticos e dissipativos, correspondentes às rigidezes e coeficientes de amortecimento das suspensões dianteiras e traseiras. Cada roda é modelada por uma massa não suspensa, conectada ao solo por molas que representam a rigidez dos pneus, permitindo capturar a interação entre as rodas e o pavimento.

O modelo considera sete graus de liberdade, distribuídos entre a carroceria e as rodas: o movimento vertical da carroceria (heave), a rotação em torno do eixo lateral (pitch), indicada por θ , a rotação em torno do eixo longitudinal (roll), representada por Φ , além dos deslocamentos verticais independentes das quatro massas não suspensas.

A Tabela 7, adaptada de Ruthes (2016), apresenta os principais parâmetros do modelo dinâmico:

Tabela 7 – Parâmetros do modelo dinâmico

	Grandeza	Unidade
M	Massa total do veículo	kg
J	Momento de inércia no eixo longitudinal	kg·m ²
I	Momento de inércia no eixo transversal	kg·m ²
$m_{1,2,3,4}$	Massas não suspensas de cada eixo	kg
d_1	Distância das rodas dianteira e traseira direita ao CG	m
d_2	Distância das rodas dianteira e traseira esquerda ao CG	m
d_3	Distância das rodas dianteiras ao CG	m
d_4	Distância das rodas traseiras ao CG	m
$Z_{1,2,3,4}$	Deslocamentos verticais aplicados à base do sistema	N/m
$K_{1,2,3,4}$	Rigidez das molas da suspensão	N/m
$K_{p1,p2,p3,p4}$	Rigidez dos pneus	N/m
$C_{1,2,3,4}$	Coeficiente de amortecimento da suspensão	N·s/m
d_z	Altura do CG	m
a_y	Aceleração lateral	m·s ⁻²
M_s	Massa da massa suspensa	kg

3.5.2 Equação Diferencial do Movimento

O comportamento dinâmico lateral do veículo pode ser descrito por um sistema de equações diferenciais de múltiplos graus de liberdade. A partir do modelo matricial, o movimento da massa suspensa é representado por:

$$[F(t)] = [M][\ddot{z}] + [C][\dot{z}] + [K][z] \quad (10)$$

em que $[M]$, $[C]$ e $[K]$ representam, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema.

Os termos $z(t)$, $\dot{z}(t)$, $\ddot{z}(t)$ e $F(t)$ representam o deslocamento, a velocidade, a aceleração e o vetor de forças respectivamente, e podem ser descritos pelas matrizes:

$$\{z(t)\} = \begin{Bmatrix} z \\ \theta \\ \phi \\ z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{Bmatrix}, \quad \{\dot{z}(t)\} = \begin{Bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{Bmatrix}, \quad \{\ddot{z}(t)\} = \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \\ \ddot{z}_3 \\ \ddot{z}_4 \end{Bmatrix}, \quad \{F(t)\} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_7 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

A estrutura das matrizes utilizadas é similar à utilizada por Fujii (2024) e por Ruthes (2016) em seus modelos numéricos de sete graus de liberdade. Com base

nos equacionamentos propostos por esses autores, foi possível estabelecer as equações de equilíbrio que regem o comportamento do sistema dinâmico. Dessa forma, as equações de movimento correspondentes ao deslocamento vertical z , à rolagem ϕ (rotação em torno do eixo x) e à arfagem θ (rotação em torno do eixo y) são apresentadas, respectivamente, nas equações 12, 13, 14 e 15.

$$\begin{aligned}
 M\ddot{z} = & \sum_{n=1}^{n=4} C_n \dot{z}_n + (C_1 d_1 - C_2 d_2 + C_3 d_1 - C_4 d_4) \dot{\phi} \\
 & + \sum_{n=1}^{n=4} C_n \dot{z}_n + (-C_1 d_3 - C_2 d_3 + C_3 d_4 + C_4 d_4) \dot{\theta} \\
 & + \sum_{n=1}^{n=4} k_n z_n + (k_1 d_1 - k_2 d_2 + k_3 d_1 + k_4 d_2) \phi \\
 & - \sum_{n=1}^{n=4} k_n z_n + (-k_1 d_3 - k_2 d_3 + k_3 d_4 + k_4 d_4) \theta
 \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
 I\ddot{\phi} = & (-C_1 d_1 + C_2 d_2 - C_3 d_1 - C_4 d_2) \dot{z} + (-C_1 d_1^2 - C_2 d_2^2 - C_3 d_1^2 - C_4 d_2^2) \dot{\phi} \\
 & + (C_1 d_1 d_3 - C_2 d_2 d_3 - C_3 d_1 d_4 + C_4 d_2 d_4) \dot{\theta} + (C_1 d_1 \dot{z}_1 - C_2 d_2 \dot{z}_2 + C_3 d_1 \dot{z}_3 + C_4 d_2 \dot{z}_4) \\
 & + (-k_1 d_1 + k_2 d_2 - k_3 d_1 + k_4 d_3) z + (k_1 d_1^2 + k_2 d_2^2 - k_3 d_1^2 - k_4 d_4^2) \phi \\
 & + (k_1 d_1 d_3 - k_2 d_2 d_3 - k_3 d_1 d_4 + k_4 d_2 d_4) \theta + (k_1 d_1 z_1 + k_2 d_2 z_2 - k_3 d_1 z_3 + k_4 d_2 z_4)
 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 J\ddot{\theta} = & (C_1 d_3 + C_2 d_3 - C_3 d_4 - C_4 d_4) \dot{z} + (C_1 d_1 d_3 + C_2 d_2 d_3 - C_3 d_1 d_4 - C_4 d_2 d_4) \dot{\phi} \\
 & + (-C_1 d_3^2 - C_2 d_3^2 - C_3 d_4^2 - C_4 d_4^2) \dot{\theta} + (-C_1 d_3 \dot{z}_1 - C_2 d_3 \dot{z}_2 + C_3 d_4 \dot{z}_3 + C_4 d_4 \dot{z}_4) \\
 & + (k_1 d_3 + k_2 d_3 - k_3 d_4 - k_4 d_4) z + (k_1 d_1 d_3 - k_2 d_2 d_3 - k_3 d_1 d_4 + k_4 d_2 d_4) \phi \\
 & + (k_1 d_3^2 - k_2 d_3^2 - k_3 d_4^2 - k_4 d_4^2) \theta + (-k_1 d_3 z_1 - k_2 d_3 z_2 + k_3 d_4 z_3 + k_4 d_4 z_4)
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$f_1 = M_s a_y d_z \tag{15}$$

Durante a excitação:

$$f_2 = f_3 = f_4 = f_5 = f_6 = f_7 = 0 \tag{16}$$

3.6 AQUISIÇÃO DOS DADOS DINÂMICOS

Para a aquisição dos dados dinâmicos do veículo em movimento, foi empregado um sistema embarcado composto por uma interface OBD-II, utilizada exclusivamente como Unidade de Medida Inercial (IMU), sem conexão com a Unidade de Controle Eletrônico (ECU).

Figura 15 – Instalação da MU integrada à OBD-II próximo ao CG



Fonte: Autor, 2025

A IMU integrada à OBD-II permitiu a obtenção de dados de aceleração linear nos eixos longitudinal, lateral e vertical, bem como das componentes angulares de rolagem (roll), arfagem (pitch) e guinada (yaw). Durante os ensaios, os dados foram registrados em tempo real e armazenados diretamente em um computador embarcado, permitindo a posterior análise.

Para captar os dados da OBD e armazená-los em um computador, um Arduino foi programado com o código anexado no apêndice A, que constitui-se em uma variação do código utilizado por Fujii (2024) em seu trabalho de conclusão de curso. O dispositivo foi fixado próximo do centro de gravidade (CG) do veículo, como mostrado na Figura 15.

3.7 TESTE DINÂMICO

Para assegurar a uniformidade da velocidade durante os ensaios, foi utilizado o Sistema Regulador de Velocidade (GRA), integrado eletronicamente ao veículo de testes. Esse sistema permite a manutenção automática de uma velocidade constante ao longo de todo o percurso, minimizando variações que poderiam comprometer a confiabilidade dos dados coletados.

Foram realizadas três condições de teste, conforme mostra a tabela 8, todos em rotatórias visto que a escolha por este tipo de via deve-se à geometria circular, que permite reproduzir trajetórias de curvatura aproximadamente constante, gerando uma

aceleração lateral constante. A Tabela 8 apresenta um resumo dos ensaios realizados, com as respectivas velocidades, raios de curvatura e acelerações laterais teóricas calculadas.

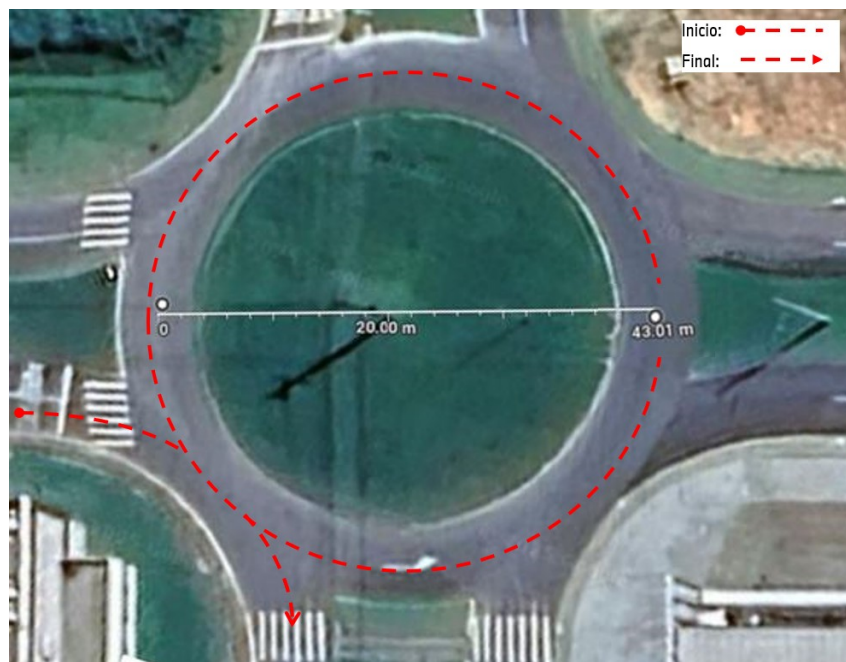
Tabela 8 – Resumo dos testes com cálculo da aceleração lateral teórica.

Teste	Velocidade (km/h)	Raio de Curva (m)
01	20	21,55
02	40	19,05
03	40	51,10

Fonte: Autor, 2025

O teste 01 foi conduzido nas dependências do Parque Tecnológico Perini Business Park, em Joinville (SC), na rotatória localizada nas proximidades da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Nesse teste, o veículo percorreu uma trajetória circular completa (360 graus), com velocidade constante. O diâmetro da trajetória foi estimado com base em medições realizadas via Google Maps, conforme mostra a figura 16.

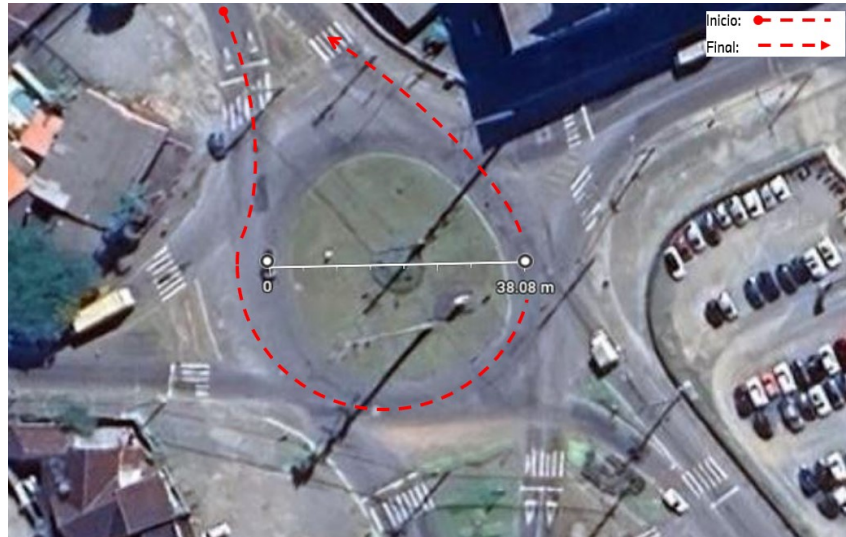
Figura 16 – Teste 01 - Realizados na rotatória localizada nas proximidades da UFSC



Fonte: Autor, 2025

O segundo ensaio foi realizado na rotatória situada nas proximidades da empresa Döhler, também em Joinville/SC, no qual o veículo executou uma curva de 180 graus, como mostrado na figura 17.

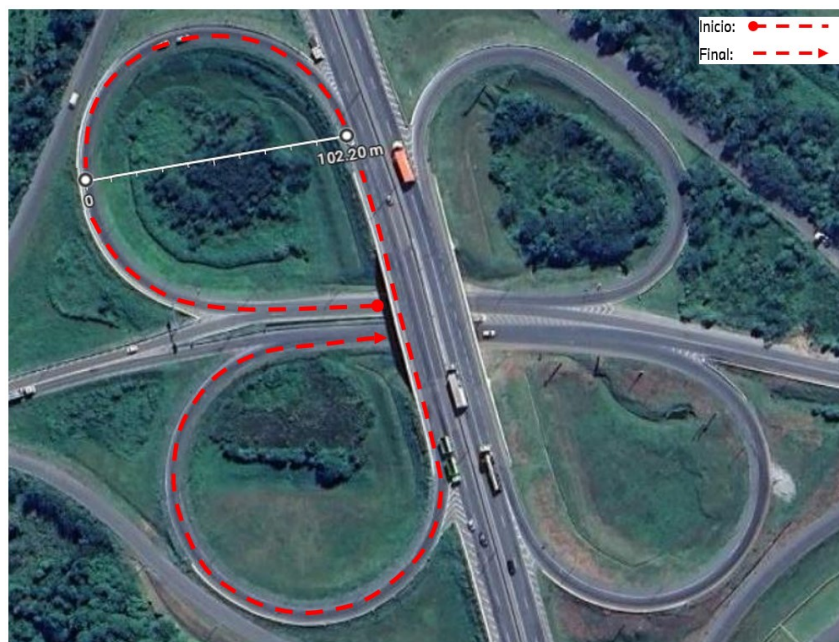
Figura 17 – Teste 02 - Realizado na rotatória localizada nas proximidades da Doeehler



Fonte: Autor, 2025

Por fim, o terceiro teste ocorreu na intersecção entre a rodovia SC-108 e a BR-101, com o veículo percorrendo dois semicírculos com aproximadamente 180 graus cada, conforme mostra a figura 18 .

Figura 18 – Teste 03 - Realizado na rotatória localizada na intersecção entre a rodovia SC-108 e a BR-101



Fonte: Autor, 2025

A aceleração lateral foi determinada por meio da equação 17 do movimento circular uniforme, onde a_y representa a aceleração lateral, v é a velocidade linear do veículo, e R é o raio de curvatura da trajetória. Com base nessa equação, obteve-se uma aceleração lateral média.

$$a_{Lateral} = \frac{v^2}{R} \quad (17)$$

3.8 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO

A análise de sensibilidade foi conduzida utilizando o método da *Razão de Sensibilidade* (*Sensitivity Ratio* - SR), aplicado por Ruthes (2016), o qual quantifica a variação relativa do resultado do modelo frente à variação percentual de cada parâmetro de entrada, conforme a Equação 18.

$$SR = \frac{(Y_2 - Y_1)/Y_2}{(X_2 - X_1)/X_2} \quad (18)$$

Onde:

- Y_1 e Y_2 – São as variáveis de controle, referentes aos resultados de saída;
- X_1 e X_2 – São os valores possíveis dos parâmetros na faixa inferior e superior.

Um valor de SR igual a uma unidade indica que, para um aumento na variável de entrada de interesse, o resultado do modelo aumenta proporcionalmente. Já um SR igual a zero indica que mudanças na variável de entrada não alteram a saída do modelo. Dessa forma, as estimativas nesta análise são consideradas mais sensíveis às variáveis de entrada que geram o maior valor absoluto de SR .

Os valores de sensibilidade podem ser agrupados em duas categorias: local e global. No método local, uma variável de entrada é modificada em uma pequena quantidade, geralmente em torno de 10% da estimativa do valor nominal, e a mudança correspondente na saída do modelo é observada. Já o método da relação de sensibilidade global considera a variação completa do parâmetro, dentro de toda a sua faixa de valores (máximos e mínimos). Normalmente, os resultados obtidos pelos métodos local e global apresentam comportamento semelhante (U.S.E.P.A., 2001).

Os parâmetros investigados foram: rigidez da suspensão dianteira (K_I), rigidez da suspensão traseira (K_{II}), amortecimento dianteiro (C_D), amortecimento traseiro (C_T), rigidez dos pneus (K_p) e altura do CG. Cada parâmetro foi perturbado individualmente em $\pm 10\%$ em relação ao valor nominal, mantendo os demais parâmetros usados constantes (9), de modo a caracterizar a sensibilidade local do sistema no valor de pico absoluto durante o regime transiente.

Os valores apresentados na tabela 9 foram obtidos a partir de medições realizadas em laboratório, complementadas por um processo de ajuste numérico utilizando

um algoritmo genético, visando a calibração dos parâmetros do modelo dinâmico de sete graus de liberdade. O algoritmo genético foi aplicado para o ajuste das variáveis de amortecimento das suspensões dianteira (C_1) e traseira (C_2), altura do CG (h) e momento de inércia de massa em x (I). O método usado foi de duplo crossover com 12 bits, população de 50 indivíduos e taxa de mutação de 15

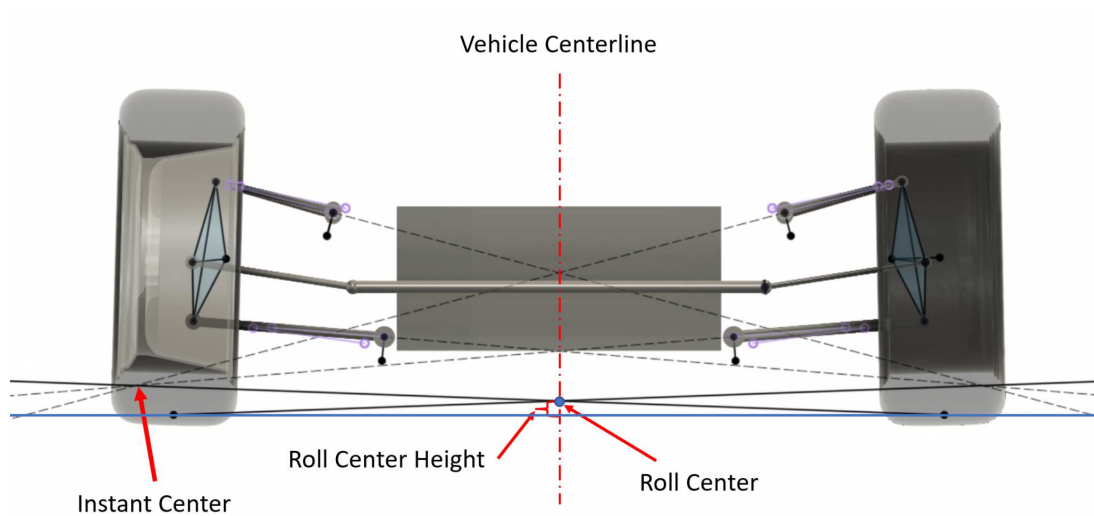
Tabela 9 – Parâmetros do modelo dinâmico utilizados nas simulações

Variável	Valor	Unidade	Descrição
C_1	1554*	N·s/m	Coeficiente de amortecimento da suspensão dianteira
C_2	3144.2*	N·s/m	Coeficiente de amortecimento da suspensão traseira
h	0.284*	m	Altura do centro de gravidade (CG)
m	1340	kg	Massa suspensa do veículo
K_p	226525	N/m	Rigidez do pneu
K_I	33680	N/m	Rigidez da suspensão dianteira
K_{II}	30195	N/m	Rigidez da suspensão traseira
d_1	0.765	m	Distância da roda esquerda ao centro de gravidade
d_2	0.765	m	Distância da roda direita ao centro de gravidade
d_3	1.101	m	Distância do eixo dianteiro ao centro de gravidade
d_4	1.550	m	Distância do eixo traseiro ao centro de gravidade
L	2.651	m	Distância entre eixos
g	0	m/s ²	Aceleração da gravidade (considerada nula na simulação lateral para isolar efeitos dinâmicos)
v	13.89	m/s	Velocidade de ensaio (equivalente a 50 km/h)
m_{ns1}	81.0	kg	Massa não suspensa do eixo dianteiro
m_{ns2}	57.5	kg	Massa não suspensa do eixo traseiro
J	4870.20	kg·m ²	Momento de inércia em torno do eixo transversal (arfagem, pitch)
I	837.35*	kg·m ²	Momento de inércia em torno do eixo longitudinal (rolagem, roll)

*Valores ajustados por Algoritmo Genético

A altura do centro de gravidade ajustada para coincidir melhor os resultados, pois ela corresponde à distância vertical entre o centro de rolagem e o centro de gravidade. O movimento de rolagem ocorre em torno do centro de rolagem, de modo que a parcela efetiva da altura envolvida na geração do momento de rolagem é inferior ao valor geométrico do CG, como mostra a figura 19. A utilização direta da altura total do centro de gravidade tende a superestimar o deslocamento angular do modelo, sendo o valor real efetivo menor.

Figura 19 – Centro de rolagem explicado

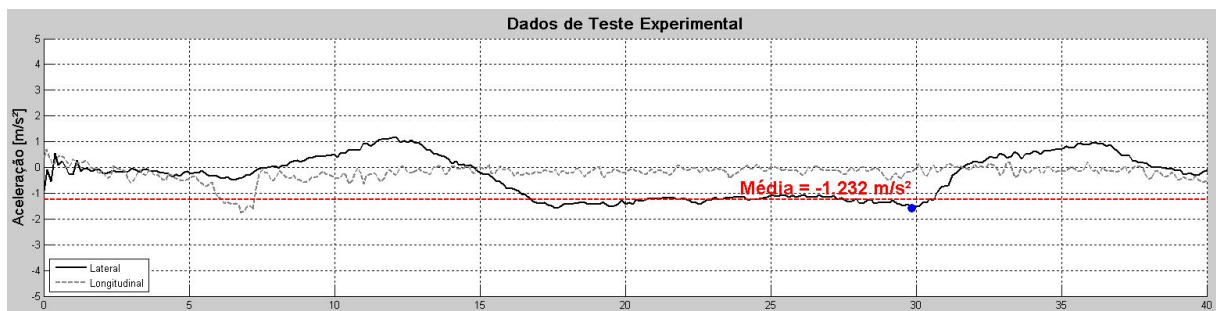


Fonte: (MEES, 2023)

4 RESULTADOS

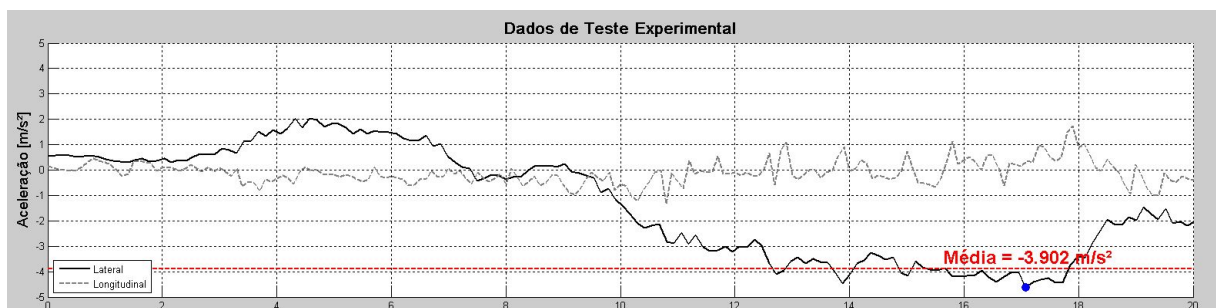
A Tabela 10 apresenta os resultados de testes experimentais realizados para avaliar a aceleração lateral de um veículo em diferentes condições de velocidade e diâmetro de curva. Os valores teóricos de aceleração lateral, apresentados na tabela 10, são calculados com base nas equações de dinâmica veicular, enquanto o valor do teste foi obtido através de medições realizadas durante os experimentos, conforme mostram as Figuras 20, 21 e 22. Observa-se que há diferenças entre os valores teóricos, de teste e do programa, as quais podem ser atribuídas a fatores como inclinações nas curvas realizadas durante os testes. Essas inclinações podem impactar a distribuição de forças laterais no veículo, afetando a aceleração lateral medida em comparação aos valores teóricos.

Figura 20 – Média da aceleração lateral em curva - Teste 01



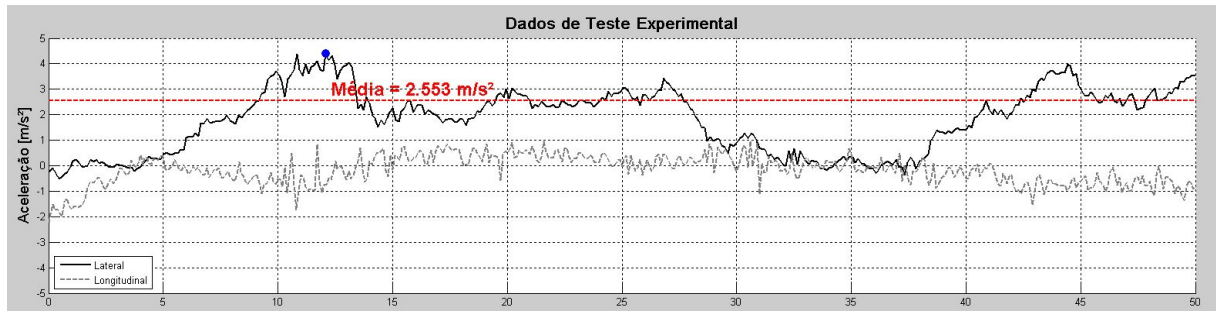
Fonte: Autor, 2025

Figura 21 – Média da aceleração lateral em curva - Teste 02



Fonte: Autor, 2025

Figura 22 – Média da aceleração lateral em curva - Teste 03



Fonte: Autor, 2025

Tabela 10 – Resultados das acelerações laterais dos testes

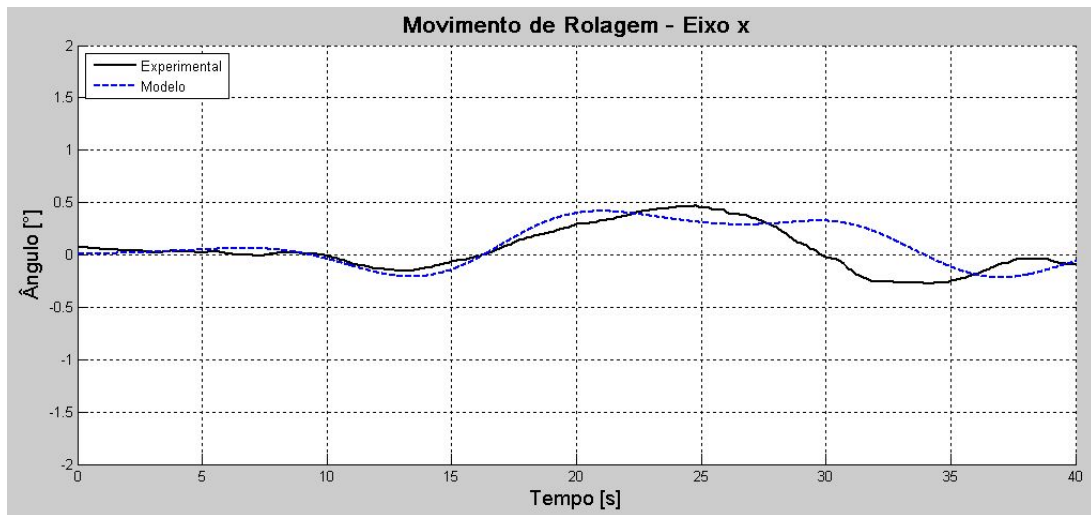
Aceleração Lateral				
Testes	Velocidade média (km/h)	Diâmetro aproximado (m)	Teórica (m/s ²)	Teste (m/s ²)
Teste 01	20	43.01	1.44	1.23
Teste 02	40	38.08	6.48	3.9*
Teste 03	40	102.20	2.42	2.55

**A discrepância observada no resultado do Teste 02 deve-se principalmente à interferência de tráfego durante a medição e à baixa qualidade do pavimento no trecho analisado.*

4.1 RESULTADOS DO MOVIMENTO DE ROLAGEM

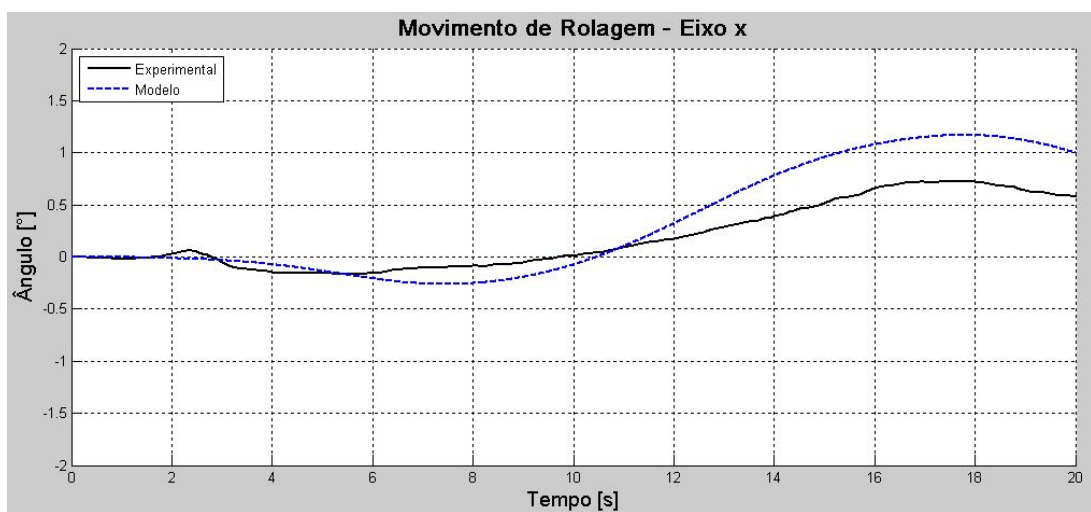
As Figuras 23, 24 e 25 apresentam a comparação entre os resultados experimentais e o modelo numérico para o movimento de rolagem do veículo em três condições distintas de ensaio. As curvas representam a variação do ângulo de rolagem em função do tempo, obtidas a partir dos dados de aquisição experimental e das simulações do modelo de sete graus de liberdade (7GDL). Essa saída do modelo numérico que apresenta o ângulo de rolagem, é feita com a entrada da excitação pelo próprio valor da aceleração medida experimentalmente, conforme indicado na Equação 15.

Figura 23 – Comparativo entre resultados experimentais e modelo — Teste 01.



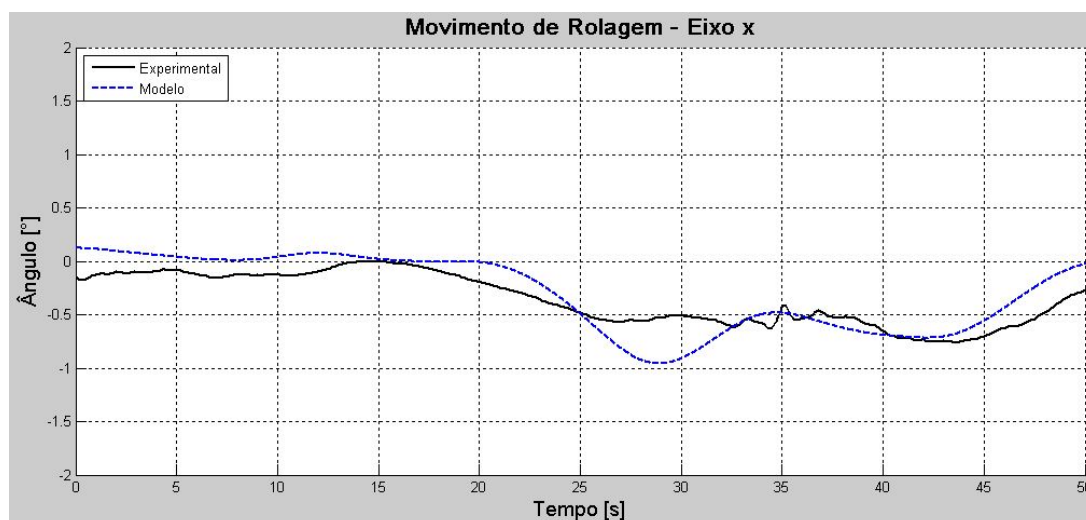
Fonte: Autor, 2025

Figura 24 – Comparativo entre resultados experimentais e modelo — Teste 02.



Fonte: Autor, 2025

Figura 25 – Comparativo entre resultados experimentais e modelo — Teste 03.



Fonte: Autor, 2025

De forma geral, observa-se que o comportamento global das curvas apresenta boa concordância, com tendência similar entre os resultados do modelo e os valores experimentais. Entretanto, nota-se que as curvas não coincidem integralmente ao longo de todo o intervalo temporal. Essa divergência deve-se principalmente à presença de componentes de movimento de arfagem (*pitch*) que se manifestam conjuntamente ao movimento de rolagem (*roll*). Durante a execução da curva, parte da rotação do veículo ocorre também em torno do eixo transversal (*y*), em função da aceleração longitudinal residual e da transferência de carga entre os eixos dianteiro e traseiro. Esse acoplamento dinâmico faz com que a resposta angular experimental apresente pequenas diferenças de fase e amplitude em relação ao modelo puramente lateral.

Outro fator relevante refere-se às condições da via nos pontos de medição. Pequenas inclinações laterais do pavimento, típicas de rotatórias e trechos urbanos, as quais introduzem um componente gravitacional adicional que afeta diretamente a medição do ângulo de rolagem. Essa contribuição externa não está contemplada no modelo matemático, que considera a pista perfeitamente plana e simétrica. Assim, diferenças locais de declividade explicam parte do desvio entre o modelo e o ensaio, especialmente nos trechos de maior tempo de resposta.

A Tabela 11 apresenta os valores da Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE) obtidos para os três testes realizados. Esse indicador é utilizado para quantificar a diferença média entre os valores previstos pelo modelo numérico e os dados experimentais medidos. O Teste 01 apresentou o menor erro, com RMSE de 0,15071, indicando uma boa concordância entre o modelo e o experimento, já os Testes 02 e 03 apresentaram valores ligeiramente superiores (0,26562 e 0,27548, respectivamente), o que pode estar associado a variações na velocidade, irregularidades da pista ou

ruídos de medição.

Tabela 11 – Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE)

Teste	RMSE
Teste 01	0,15071
Teste 02	0,26562
Teste 03	0,27548

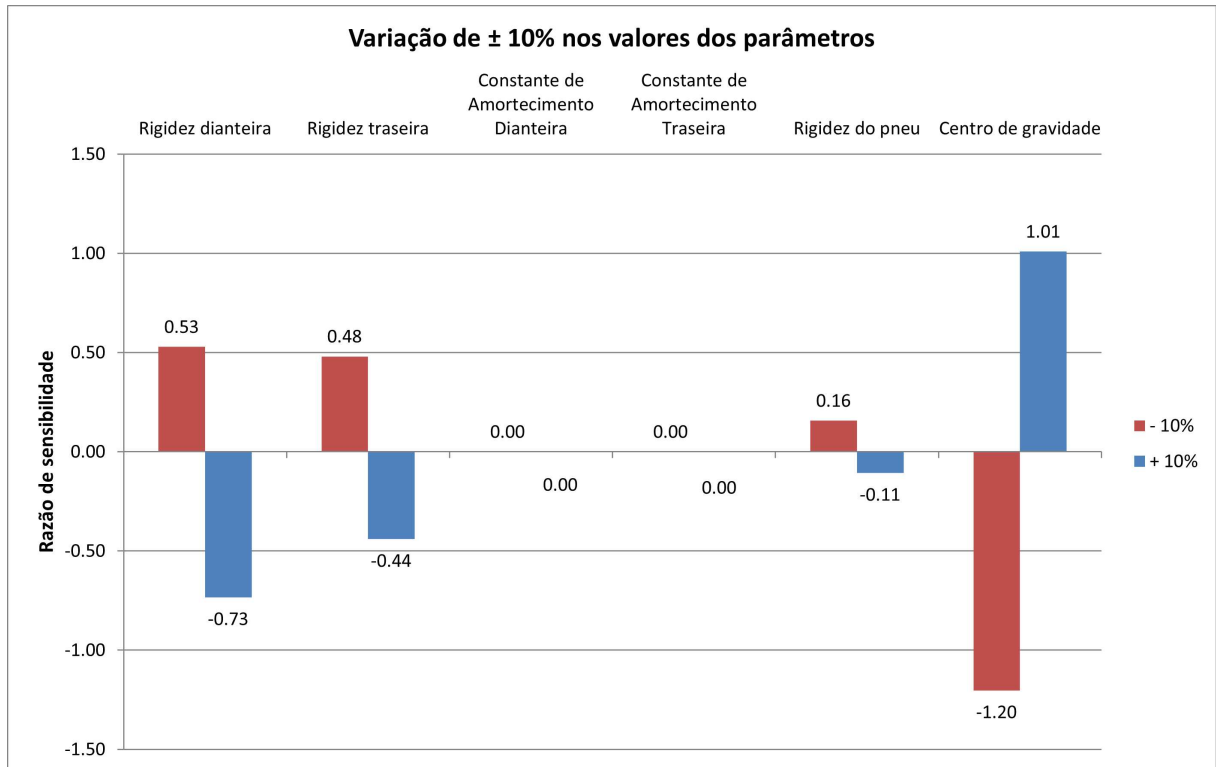
Fonte: Autor, 2025

4.2 INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS NA SENSIBILIDADE DO MODELO

A partir dos resultados apresentados na Figura 26, observa-se que a variação de 10% nos parâmetros do modelo indica comportamentos coerentes com a dinâmica veicular esperada para o movimento de rolagem. Entre os parâmetros analisados, a altura do centro de gravidade mostrou-se o fator mais influente, apresentando a maior razão de sensibilidade ($SR = -1,20$), o que reflete sua relevância direta na geração do momento de rolagem. Esse resultado confirma a elevada dependência do movimento lateral e da transferência de carga em relação à posição do centro de massa.

As rigidezes da suspensão dianteira e traseira também apresentaram impacto significativo, com razões de sensibilidade de aproximadamente 0,53 e 0,48 para a redução de 10% nos valores, e $-0,73$ e $-0,44$ para o aumento, respectivamente. Isso indica que o aumento da rigidez reduz a amplitude do roll. Já a rigidez dos pneus apresentou uma pequena influência ($SR = 0,16$ e $SR = -0,11$), enquanto as constantes de amortecimento mostraram sensibilidade nula, evidenciando que o amortecimento exerce papel secundário na amplitude máxima do roll.

Figura 26 – Variação de 10% nos valores dos parâmetros — Teste 01



Fonte: Autor, 2025

5 CONCLUSÃO

O desenvolvimento e simulações de modelos numéricos são de suma importância para projetos veiculares. O software Matlab, junto ao integrador ode45, mostrou-se uma ferramenta muito importante para a resolução das equações diferenciais ordinárias do modelo. Embora diversas aproximações, embasadas em literatura, tenham sido feitas no decorrer do presente trabalho, o modelo apresentou-se como uma ferramenta coerente para fornecer respostas dinâmicas da cinemática de um veículo em curva.

Os resultados obtidos por meio do modelo mostraram-se distintos do teste dinâmico, mesmo após a realização de um processo de otimização utilizando algoritmo genético, houve diferenças nas respostas, que podem ser justificadas por aproximações realizadas. No que se refere à aquisição dos dados, não foram consideradas as irregularidades, a angulação e o tráfego da via. Ainda na parte prática, a altura do centro de gravidade foi admitida com base em outros trabalhos acadêmicos, adicionalmente o momento de inércia e os parâmetros físicos da suspensão foram estimados. Quanto às imprecisões do modelo, destaca-se o centro de gravidade como sendo o centro de rotação do movimento de roll, que na realidade deveria ocorrer em torno do centro de rolagem, bem como a consideração de apenas um grau de liberdade para cada massa não suspensa.

Alcançaram-se os objetivos determinados inicialmente. Desenvolveu-se um modelo dinâmico de múltiplos graus de liberdade, estimou-se empiricamente a rigidez dos componentes da suspensão e a posição do centro de gravidade, e realizaram-se testes veiculares em condições de curva. Os resultados apresentaram-se satisfatórios e permitiram a comparação das respostas empíricas e numéricas, a análise destas por meio dos valores de RMSE além da análise de sensibilidade dos parâmetros de suspensão.

Para possíveis trabalhos futuros ou como continuidade do estudo, pode-se refazer os testes levando em conta a geometria construtiva da suspensão, determinando o centro de rolagem bem como realizar a aquisição dos dados referentes ao ângulo e ao coeficiente de atrito da via.

REFERÊNCIAS

- AASHTO. **A Policy on Geometric Design of Highways and Streets**. 7. ed. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials, 2018.
- AVI, A. G. **Multi-Objective Optimization of Suspension Kinematics**. 2021, Joinville, SC, 2021.
- CALDAS, F. J. C. **Projecto Suspensão Formula Student**. Lisboa: Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, 2013.
- FHA. **Horizontal Curve Safety**. [S.l.]: Federal Highway Administration, 2023. Url:<https://surl.li/wdzhtl>.
- FUJII, R. **ANÁLISE COMPARATIVA NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA UM VEÍCULO EM DINÂMICA LONGITUDINAL**. 2024 — Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2024.
- GENTA, G.; MORELLO, L. **The Automotive Chassis: Volume 1 Components Design**. Dordrecht: Springer, 2009.
- GILLESPIE, T. **Fundamentals of vehicle dynamics**. Texas, EUA: SAE international, 1992.
- ISO. **ISO 4130:1978 - Road vehicles — Three-dimensional reference system and fiducial marks — Definitions**. Geneva, CH: International Organization for Standardization, 1978. Url: <https://www.iso.org/standard/9886.html>.
- ISO. **ISO 8855:2011 – Road vehicles – Vehicle dynamics and road-holding ability – Vocabulary**. Geneva, CH: International Organization for Standardization, 2011. Url:<https://www.iso.org/standard/51180.html>.
- JAZAR, R. N. **Vehicle dynamics: theory and applications**. Riverdale, NY: Springer, 2008.
- KNABBEN, R. L. **Modelagem Dinâmica e Análise de Sistema de Suspensão de Protótipo Automotivo Ultra Eficiente**. 2020 — Universidade Federal de Santa Catarina, 2020.
- KNOWLES, D. **Classroom manual for automotive suspension and steering systems**. Clifton Park, NY, 2007. v. 4.
- MEES, H. **Our Suspension Engineer Explains Why This One Suspension Design Parameter Has Such A Huge Effect On Ride, Handling, And Body Roll**. The Autopian: [s.n.], 2023. Url: <https://shorturl.at/PHlkY>.
- MENEZES, L. Bezerra de. **Análise do Sistema de Suspensão de um Veículo de Classe Fórmula SAE**. 2019, Joinville, SC, 2019.
- NASCIMENTO, M. d. S.; MEDEIROS, J. B. d.; BRASILEIRO, R. M. Optimization methodology of off-road vehicle's lateral dynamics design. **Journal of Engineering Research**, Universidade Federal do Vale do São Francisco, v. 3, n. 5, p. 1–12, 2023.

NHTSA. **Rollover resistance ratings based on the Static Stability Factor**. [S.l.]: National Highway Traffic Safety Administration, 2003. Url:<https://www.nhtsa.gov/sites/nhtsa.gov/files/rolloverresistance.pdf>.

OMS. **Relatório global sobre o estado da segurança no trânsito 2023**. Genebra, Suíça: Organização Mundial da Saúde, 2023. Url:<https://surl.li/ojyqxv>.

PACEJKA, H. B. **Tire and Vehicle Dynamics**. 3rd. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2016.

REIMPELL, J.; STOLL, H.; BETZLER, J. **The Automotive Chassis: Engineering Principles**. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1995.

RUTHES, J. **ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE SUSPENSÃO VEICULAR**. 2016 — Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2016.

SABKA, R.; ROGÉRIO, M. **Análise computacional de um controlador PID aplicado a uma suspensão ativa veicular**. 2019 — Universidade Federal de Santa Catarina, 2019.

SEWARD, D. **Understanding structures: analysis, materials, design**. Kansas, EUA: Springer, 1998.

U.S.E.P.A. **Risk Assessment Guidance for Superfund: Volume III – Part A, Process for Conducting a Probabilistic Risk Assessment**. Washington, D.C., 2001. December, 2001.

VOLKSWAGEN. **Manual de instruções Jetta**. Brasil: Volkswagen AG, 2016.

APÊNDICE A – CÓDIGO PARA AQUISIÇÃO DE DADOS DINÂMICOS (ARDUÍNO)

```

1  #include <OBD2UART.h>
2  #ifdef ARDUINO_AVR_UNO
3  #include <SoftwareSerial.h>
4  SoftwareSerial mySerial(A2, A3);
5  #else
6  #define mySerial Serial
7  #endif
8
9  #if defined(ESP32) && !defined(Serial1)
10 HardwareSerial Serial1(1);
11 #endif
12
13 COBD obd;
14
15
16 void setup()
17 {
18     mySerial.begin(115200);
19     while (!mySerial);
20
21     // this will begin serial
22     for (;;) {
23         delay(1000);
24         byte version = obd.begin();
25         mySerial.print("Freematics OBD-II Adapter ");
26         if (version > 0) {
27             mySerial.println("detected");
28             break;
29         } else {
30             mySerial.println("not detected");
31         }
32     }
33
34     // initialize MEMS with sensor fusion enabled
35     bool hasMEMS = obd.memsInit(true);
36     mySerial.print("Motion sensor is ");
37     mySerial.println(hasMEMS ? "present" : "not present");
38     if (!hasMEMS) {
39         for (;;) delay(15000);
40     }
41 }
42
43 void loop()
44 {
45     int16_t acc[3] = {0};
46     int16_t gyro[3] = {0};
47     int16_t mag[3] = {0};
48     int16_t temp = 0;
49
50     if (!obd.memsRead(acc, gyro, mag, &temp)) return;
51     /*

```

```

52  float accX = (float)acc[0] / 910;
53  float accY = (float)acc[1] / 910;
54  float accZ = (float)acc[2] / 910;
55  */
56
57  float gravity = 9.81;
58  float accX_m_s2, accY_m_s2, accZ_m_s2;
59
60  // calibrao  x
61
62  if ((float)acc[0] > 0) {
63      accX_m_s2 = (float)acc[0] / 965;
64  }
65  else {
66      accX_m_s2 = (float)acc[0] / 1038;
67  }
68
69  // calibrao  y
70  if ((float)acc[1] > 0) {
71      accY_m_s2 = (float)acc[1] / 918;
72  }
73  else {
74      accY_m_s2 = (float)acc[1] / 1082;
75  }
76  // calibrao  z
77  if ((float)acc[2] > 0) {
78      accZ_m_s2 = (float)acc[2] / 1018;
79  }
80  else {
81      accZ_m_s2 = (float)acc[2] / 1000;
82  }
83
84
85  float accX = accX_m_s2 * gravity;
86  float accY = accY_m_s2 * gravity;
87  float accZ = accZ_m_s2 * gravity;
88
89  float gyroScale = 131.0;
90  float gyroX = (float)gyro[0] / gyroScale;
91  float gyroY = (float)gyro[1] / gyroScale;
92  float gyroZ = (float)gyro[2] / gyroScale;
93
94  Serial.print(millis());
95  Serial.print(",");
96
97  Serial.print(accX);
98  Serial.print(",");
99  Serial.print(accY);
100 Serial.print(",");
101 Serial.print(accZ);
102 Serial.print(",");
103
104 Serial.print(gyroX);
105 Serial.print(",");
106 Serial.print(gyroY);
107 Serial.print(",");
108 Serial.print(gyroZ);

```

```
109   Serial.print(",");
110
111   float yaw, pitch, roll;
112   if (obd.memsOrientation(yaw, pitch, roll)) {
113       mySerial.print(yaw, 2);
114       mySerial.print(',');
115       mySerial.print(pitch, 2);
116       mySerial.print(',');
117       mySerial.print(roll, 2);
118   }
119
120   Serial.println();
121
122   delay(1);
123 }
```

APÊNDICE B – MODELO 7GDL(MATLAB)

```

1
2 % TCC - Dinmica Lateral
3 % Guilherme Muller
4
5 clear all
6 close all
7
8 % Original
9 C1 = 1554; % Damping coefficient of front axle suspension
10 C2 = 3144.2; % Damping coefficient of rear axle suspension
11 h= 0.8*0.355; % Altura do CG
12 I = 837.35; % Rotation in x axis - roll [kg.m]
13
14 % GA
15 % C1=2.4125e+03; % Damping coefficient of front axle suspension
16 % C2=4.0799e+03; % Damping coefficient of rear axle suspension
17 % h=0.2500; % Altura do CG
18 % I=891.8193; % Rotation in x axis - roll [kg.m]
19
20 %Run 1: 1504.0 1085.0 0.2506 804.64
21 %Run 2: 2.4125e+03 4.0799e+03 0.2500 891.8193
22
23 % Rodar 1 (Perini 20km/h), 4 (Doeller 30km/h), 6 (Br retorno 40km/h) e 9 (Perini 50km/h)
24 number_test=1;
25
26
27 %% Data
28 m = 1340 ; % Sprung mass [kg]
29 Kp =226525; % Stiffness of tire [N/m] 319005
30 KI = 33680; % Stiffness of front axle suspension 42911
31 KII = 30195; % Stiffness of rear axle suspension 37091.5
32
33 d1=1.53/2; % Distncia da roda esquerda ao CG (m)
34 d2=1.53/2; % Distncia da roda direita ao CG (m)
35 d3=1.101; % Distncia da roda dianteira ao CG (m)
36 d4=1.550; % Distncia da roda traseira ao CG (m)
37 L=d3+d4; % Distncia entre eixos (m)
38 g=0; % Gravidade
39 v=50/3.6; % Velocidade em [m/s]
40
41 massa_nao_suspensa1 = 162/2 ; % Front unsprung mass
42 massa_nao_suspensa2 = 115/2 ; % Rear unsprung mass
43 J = 4870.20; % Rotation in y axis - pitch [kg.m]
44
45 %% Mass matrix
46 M1 = massa_nao_suspensa1 ; % Front left unsprung mass [kg]
47 M2 = massa_nao_suspensa1 ; % Front right unsprung mass [kg]
48 M3 = massa_nao_suspensa2 ; % Rear left unsprung mass [kg]
49 M4 = massa_nao_suspensa2 ; % Rear right unsprung mass [kg]
50
51 M =[ m 0 0 0 0 0 0;
52      0 J 0 0 0 0 0;

```

```

53     0 0 I 0 0 0 0;
54     0 0 0 M1 0 0 0;
55     0 0 0 0 M2 0 0;
56     0 0 0 0 0 M3 0;
57     0 0 0 0 0 0 M4];
58
59 %% Damping matrix
60 b1 = C1; % Front left suspension damping
61 b2 = C1; % Front right suspension damping
62 b3 = C2; % Rear left suspension damping
63 b4 = C2; % Rear right suspension damping
64
65 B= [b1+b2+b3+b4      -b1*d3-b2*d3+b3*d4+b4*d4      b1*d1-b2*d2+b3*d1-b4*d2
      -b1      -b2      -b3      -b4;
66     -b1*d3-b2*d3+b3*d4+b4*d4  b1*d3^2+b3*d4^2+b2*d3^2+b4*d4^2  -b1*d1*d3+b3*d1*d4+b2*d2*d3-b4*d2*
      d4  b1*d3      b2*d3      -b3*d4      -b4*d4;
67     b1*d1-b2*d2+b3*d1-b4*d2  -b1*d1*d3+b2*d2*d3+b3*d1*d4-b4*d2*d4  b1*d1^2+b2*d2^2+b3*d1^2+b4*d2^2
      -b1*d1      b2*d2      -b3*d1      b4*d2;
68     -b1      b1*d3      -b1*d1
69     -b2      b2*d3      0      0      0;
70     -b3      -b3*d4      0      b2      0      0;
71     -b4      -b4*d4      0      0      b3      0;
      0      0      0      b4];
72
73 %% Stiffness matrix
74 % Four wheels and two axle vehicle
75 % 1 (front) and 3 (rear) left side
76 % 2 (front) and 4 (rear) right side
77 k1 = KI; % Front left suspension stiffness
78 k2 = KI; % Front right suspension stiffness
79 k3 = KII; % Rear left suspension stiffness
80 k4 = KII; % Rear right suspension stiffness
81
82 % Tire stiffness
83 kP1 = Kp;
84 kP2 = Kp;
85 kP3 = Kp;
86 kP4 = Kp;
87
88 K=[k1+k2+k3+k4      -k1*d3-k2*d3+k3*d4+k4*d4      k1*d1-k2*d2+k3*d1-k4*d2
      -k1      -k2      -k3      -k4;
89     -k1*d3-k2*d3+k3*d4+k4*d4  k1*d3^2+k3*d4^2+k2*d3^2+k4*d4^2  -k1*d1*d3+k3*d1*d4+k2*d2*d3-k4*
      d2*d4  k1*d3  k2*d3  -k3*d4  -k4*d4;
90     k1*d1-k2*d2+k3*d1-k4*d2  -k1*d1*d3+k3*d1*d4+k2*d2*d3-k4*d2*d4  k1*d1^2+k2*d2^2+k3*d1^2+k4*d2
      ^2  -k1*d1  k2*d2  -k3*d1  k4*d2;
91     -k1      k1*d3      -k1*d1
92     -k2      k2*d3      0      k1+kP1  0      0      0;
93     -k3      -k3*d4      0      k2+kP2  0      0      0;
94     -k4      -k4*d4      0      0      k3+kP3  0;
      0      0      0      k4+kP4];
95

```

```

96
97 %% State-space form
98 a=[zeros(7) eye(7);-inv(M)*K -inv(M)*B];
99 b=[zeros(7);inv(M)];
100
101
102
103 %% Test values
104
105 if number_test<10,
106     data=load(['teste0' num2str(number_test) '.log']);
107 else
108     data=load(['teste' num2str(number_test) '.log']);
109 end
110 % data=load(['calibracao.log']);
111
112 tdata=data(:,1)/1000; % Time [s]
113 acc_x=-data(:,2); % Acceleration x [m/s]
114 acc_y=data(:,3); % Acceleration y [m/s]
115 acc_z=data(:,4); % Acceleration z [m/s]
116 rot_x2=data(:,5); % Angle axis x []
117 rot_y2=data(:,6); % Angle axis y []
118 rot_z=data(:,7); % Angle axis z []
119
120 acc_y_temp = acc_y;
121 for aux = 11: length(acc_y)
122     acc_y(aux) = mean(acc_y_temp(aux-10:aux));
123 end
124
125
126 %% Acceleration calibration and rotation
127 % x: longitudinal front, y: transversal left, z: vertical up
128 data_acc=[acc_x, acc_y, acc_z];
129
130 % Calibration file
131 data_calib=load(['calibracao.log']);
132 acc_x_calibracao=-data_calib(:,2); % Acceleration x [m/s]
133 acc_y_calibracao=data_calib(:,3); % Acceleration y [m/s]
134 acc_z_calibracao=data_calib(:,4); % Acceleration z [m/s]
135 mean_acc_x=mean(acc_x_calibracao);
136 mean_acc_y=mean(acc_y_calibracao);
137 mean_acc_z=mean(acc_z_calibracao);
138 mean_ampl=sqrt(mean_acc_x^2+mean_acc_y^2+mean_acc_z^2);
139 ampl_corr=9.81/mean_ampl;
140
141 calibration_acc=[mean_acc_x mean_acc_y mean_acc_z];
142 rot_vect=vrrotvec(calibration_acc,[0;0;9.81]);
143 rot_matrix = ampl_corr*vrrotvec2mat(rot_vect);
144 data_acc_calib=zeros(length(data_acc),3);
145 for aux1=1:length(data_acc)
146     data_acc_calib(aux1,:)=[rot_matrix*data_acc(aux1,:)]';
147     % Estimation of rotation angles [rad] from accelerometer signal
148     rot_vect=vrrotvec(data_acc_calib(aux1,:)',[0;0;1]);
149     rot_matrix_acc = vrrotvec2mat(rot_vect);
150     angle_pitch(aux1,1)=asin(-rot_matrix_acc(1,3));
151     angle_roll(aux1,1)=-atan(rot_matrix_acc(2,3)/rot_matrix_acc(3,3));
152     angle_pitch2(aux1,1)=atan(data_acc_calib(aux1,1)/data_acc_calib(aux1,3));

```

```

153     angle_roll2(aux1,1)=atan(data_acc_calib(aux1,2)/data_acc_calib(aux1,3));
154 end
155
156 acc_x_calib2=data_acc_calib(:,1);
157 acc_y_calib2=data_acc_calib(:,2);
158 acc_z_calib2=data_acc_calib(:,3);
159
160 t_med_ori = (data(:, 1)-data(1,1))/1000;
161 t_med=0:0.1:max(t_med_ori);
162 acc_x_calib=interp1(t_med_ori,acc_x_calib2,t_med,'linear','extrap');
163 acc_y_calib=interp1(t_med_ori,acc_y_calib2,t_med,'linear','extrap');
164 rot_x=interp1(t_med_ori,rot_x2,t_med,'linear','extrap');
165 rot_y=interp1(t_med_ori,rot_y2,t_med,'linear','extrap');
166
167
168 %% Filter acceleration signal 0.5Hz
169 % a coefficients:
170 a_filter=[1.0000000000000000 -3.835825540647348 5.520819136622229 -3.533535219463016
171           0.848555999266478];
172 % b coefficients:
173 b_filter=1.0e-05 * [0.089848614639706 0.359394458558825 0.539091687838237 0.359394458558825
174                    0.089848614639706];
175
176 acc_y_temp = acc_y;
177 acc_y_calib_f=filter(b_filter,a_filter,acc_y_calib);
178
179 %% Simulation
180 % Time & Excitation
181 tspan=0:0.01:max(t_med); % Time vector
182 t_road=tspan;
183 y_road_left = zeros(size(t_road));
184 y_road_right = zeros(size(t_road));
185 y0=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]; % Vector of initial condition
186
187 parameters=[m-M1-M2-M3-M4,M1,M2,M3,M4,k1,k2,k3,k4,kP1,kP2,kP3,kP4,b1,b2,b3,b4,d1,d2,d3,d4,L,g,v,
188            h];
189 [t,y]=ode45('vehicle_dynamics_function',tspan,y0,[],parameters,a,b,t_med,acc_y_calib_f,t_road,
190            y_road_left,y_road_right);
191
192 %% Resposta no tempo
193 % [z, pitch, roll, z1, z2, z3, z4]
194 x1=y(:,1); % Sprung mass displacement (z)
195 x2=y(:,2); % Pitch angular displacement
196 x3=y(:,3); % Roll angular displacement
197 x4=y(:,4); % Unprung mass displacement (z1)
198 x5=y(:,5); % Unprung mass displacement (z2)
199 x6=y(:,6); % Unprung mass displacement (z3)
200 x7=y(:,7); % Unprung mass displacement (z4)
201
202 % Respostas das Velocidade
203 v1=y(:,8); % Sprung mass velocity
204 v2=y(:,9); % Pitch angular velocity
205 v3=y(:,10); % Roll angular velocity
206 v4=y(:,11); % Unprung mass velocity 1
207 v5=y(:,12); % Unprung mass velocity 2

```

```

206 v6=y(:,13); % Unsprung mass velocity 3
207 v7=y(:,14); % Unsprung mass velocity 4
208
209
210 %% Plot comparao modelo x teste ( correo do y inicial)
211 rot_x_new01 = rot_x/57.3 - 1.27 ; % correo do y inicial
212
213 % Faixa dos eixos dos grficos
214 max_accel=5;
215 max_ang=2;
216
217 figure
218 if number_test==1
219 %     subplot(2,1,1)
220     hold on
221
222     t_exp=t_med;
223     t_sim=t-3;
224     ang_exp=rot_x_new01;
225     ang_sim=x3*180/pi;
226
227     plot(t_med, rot_x_new01, 'k','LineWidth', 2)
228     plot(t-3, x3*180/pi, '--b','LineWidth', 2)
229     hold off
230     title('Movimento de Rolagem - Eixo x','FontSize',16,'FontWeight','Demi')
231     ylabel('ngulo [ ]','FontSize',14)
232     legend('Experimental', 'Modelo','Location','NorthWest')
233     axis([0 40 -max_ang max_ang])
234     grid on
235 %     subplot(2,1,2)
236 %     plot(t_med_ori,acc_y_calib2,'k','LineWidth', 2)
237 %     ylabel(' Aceleracao Lateral [m/s]','FontSize',14)
238 %     axis([0 40 -max_accel max_accel])
239 %     grid on
240     xlabel('Tempo [s]','FontSize',14)
241 elseif number_test==4
242 %     subplot(2,1,1)
243
244     t_exp=t_med-75;
245     t_sim=t-76.9;
246     ang_exp=rot_x_new01+0.21;
247     ang_sim=x3*180/pi+0.07;
248
249     hold on
250     plot(t_med-75, rot_x_new01+0.21, 'k','LineWidth', 2)
251     plot(t-76.9, x3*180/pi+0.07, '--b','LineWidth', 2)
252     hold off
253     title('Movimento de Rolagem - Eixo x','FontSize',16,'FontWeight','Demi')
254     ylabel('ngulo [ ]','FontSize',14)
255     legend('Experimental', 'Modelo','Location','NorthWest')
256     axis([0 20 -max_ang max_ang])
257     grid on
258 %     subplot(2,1,2)
259 %     plot(t_med_ori-75,acc_y_calib2,'k','LineWidth', 2)
260 %     ylabel(' Aceleracao Lateral [m/s]','FontSize',14)
261 %     axis([0 20 -max_accel max_accel])
262 %     grid on

```

```

263     xlabel('Tempo [s]','FontSize',14)
264 elseif number_test==6
265 %     subplot(2,1,1)
266     hold on
267
268     t_exp=t_med-20;
269     t_sim=t+12.8-20;
270     ang_exp=rot_x_new01-0.23;
271     ang_sim=x3*180/pi+0.01;
272
273     plot(t_med-20, rot_x_new01-0.23, 'k','LineWidth', 2)
274     plot(t+12.8-20, x3*180/pi+0.01, '--b','LineWidth', 2)
275     hold off
276     title('Movimento de Rolagem - Eixo x','FontSize',16,'FontWeight','Demi')
277     ylabel('ngulo [ ]','FontSize',14)
278     legend('Experimental', 'Modelo','Location','NorthWest')
279     axis([0 50 -max_ang max_ang])
280     grid on
281 %     subplot(2,1,2)
282 %     plot(t_med_ori-20,acc_y_calib2,'k','LineWidth', 2)
283 %     ylabel('Aceleracao Lateral [m/s]','FontSize',14)
284 %     axis([0 50 -max_accel max_accel])
285 %     grid on
286     xlabel('Tempo [s]','FontSize',14)
287 elseif number_test==9
288 %     subplot(2,1,1)
289     hold on
290
291     t_exp=t_med-30;
292     t_sim=t-3.2-30;
293     ang_exp=rot_x_new01-0.35;
294     ang_sim=x3*180/pi+0.16;
295
296     plot(t_med-30, rot_x_new01-0.35, 'k','LineWidth', 2)
297     plot(t-3.2-30, x3*180/pi+0.16, '--b','LineWidth', 2)
298     hold off
299     title('Movimento de Rolagem - Eixo x','FontSize',16,'FontWeight','Demi')
300     ylabel('ngulo [ ]','FontSize',14)
301     legend('Experimental', 'Modelo','Location','NorthWest')
302     axis([0 15 -max_ang max_ang])
303     grid on
304 %     subplot(2,1,2)
305 %     plot(t_med_ori-30,acc_y_calib2,'k','LineWidth', 2)
306 %     ylabel('Aceleracao Lateral [m/s]','FontSize',14)
307 %     axis([0 15 -max_accel max_accel])
308 %     grid on
309     xlabel('Tempo [s]','FontSize',14)
310 else
311     plot(t_med, rot_x_new01, 'k', 'LineWidth', 2)
312     hold on
313     plot(t, x3*180/pi, 'r','LineWidth', 2)
314     title('Deslocamento Angular - Rolagem','FontSize',16)
315     xlabel('Tempo [s]','FontSize',14)
316     ylabel('Roll [ ]','FontSize',14)
317     legend('Teste', 'Modelo 7GDL')
318     grid on
319     hold off

```

```

320 end
321
322 %% Ciculo MSE
323 % Extrair os valores das duas curvas nesses ndices
324 values1 = interp1(t_exp, ang_exp, t_sim,'linear','extrap');
325 values2 = ang_sim;
326
327 % Calcular MSE e RMSE
328 errors = values1 - values2;
329 MSE = mean(errors.^2);
330 RMSE = sqrt(MSE);
331
332 disp([' Medio : ' num2str(number_test)])
333 disp(['Erro Quadrático Mdio (MSE): ', num2str(MSE)]);
334 disp(['Raiz do Erro Quadrático Mdio (RMSE): ', num2str(RMSE)]);
335
336
337 %% Plot teste
338 max_accel2=10;
339 max_ang2=8;
340
341 figure
342 subplot(2,1,1)
343 hold on
344 if number_test==1
345     delta_t_exp=0;
346     plot(t_med_ori,acc_y_calib2,'k','LineWidth',2)
347     plot(t_med,acc_x_calib,'--b','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',2)
348     axis([0 40 -max_accel max_accel])
349 elseif number_test==4
350     delta_t_exp=75;
351     plot(t_med_ori-75,acc_y_calib2,'k','LineWidth',2)
352     plot(t_med-75,acc_x_calib,'--b','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',2)
353     axis([0 20 -max_accel max_accel])
354 elseif number_test==6
355     delta_t_exp=20;
356     plot(t_med_ori-20,acc_y_calib2,'k','LineWidth',2)
357     plot(t_med-20,acc_x_calib,'--b','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',2)
358     axis([0 50 -max_accel max_accel])
359 elseif number_test==9
360     delta_t_exp=30;
361     plot(t_med_ori-30,acc_y_calib2,'k','LineWidth',2)
362     plot(t_med-30,acc_x_calib,'--b','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',2)
363     axis([0 15 -max_accel2 max_accel2])
364 else
365     plot(t_med_ori,acc_y_calib2,'k','LineWidth',2)
366     plot(t_med,acc_x_calib,'--b','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',2)
367 end
368 hold off
369 grid on
370 ylabel('Acelerao [m/s]', 'FontSize',14)
371 title('Dados de Teste Experimental', 'FontSize',16, 'FontWeight', 'Demi')
372 legend('Lateral', 'Longitudinal', 'Location', 'SouthWest')
373
374 subplot(2,1,2)
375 hold on
376 if number_test==1

```

```

377     tmax=40;
378     plot(t_med,rot_x_new01,'k','LineWidth',2)
379     plot(t_med,rot_y/57.3,'--','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',3)
380     axis([0 tmax -max_ang max_ang])
381 elseif number_test==4
382     tmax=20;
383     plot(t_med-75,rot_x_new01+0.21,'k','LineWidth',2)
384     plot(t_med-75,rot_y/57.3,'--','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',3)
385     axis([0 tmax -max_ang max_ang])
386 elseif number_test==6
387     tmax=50;
388     plot(t_med-20,rot_x_new01-0.23,'k','LineWidth',2)
389     plot(t_med-20,rot_y/57.3,'--','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',3)
390     axis([0 tmax -max_ang max_ang])
391 elseif number_test==9
392     tmax=15;
393     plot(t_med-30,rot_x_new01-0.35,'k','LineWidth',2)
394     plot(t_med-30,rot_y/57.3,'--','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',3)
395     axis([0 tmax -max_ang max_ang])
396 else
397     plot(t_med,rot_x_new01,'k','LineWidth',2)
398     plot(t_med,rot_y/57.3,'--','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',3)
399 end
400 hold off
401 grid on
402 xlabel('Tempo [s]','FontSize',14)
403 ylabel('ngulo [ ]','FontSize',14)
404 legend('Rolagem', 'Arfagem','Location','SouthWest')
405
406
407
408
409
410 %% Plot comparao modelo x teste ( correo do y inicial)
411 rot_x_new01 = rot_x/57.3 - 1.27; % correo do y inicial
412
413 % Faixa dos eixos dos grficos
414 max_accel = 5;
415 max_ang = 2;
416
417 figure
418 if number_test == 1
419     hold on
420     t_exp = t_med;
421     t_sim = t - 3;
422     ang_exp = rot_x_new01;
423     ang_sim = x3*180/pi;
424
425     plot(t_exp, ang_exp, 'k','LineWidth', 2)
426     plot(t_sim, ang_sim, '--b','LineWidth', 2)
427     hold off
428     title('Movimento de Rolagem - Eixo x','FontSize',16,'FontWeight','Demi')
429     ylabel('ngulo [ ]','FontSize',14)
430     legend('Experimental', 'Modelo','Location','NorthWest')
431     axis([0 40 -max_ang max_ang])
432     grid on
433     xlabel('Tempo [s]','FontSize',14)

```

```

434
435 elseif number_test == 4
436     hold on
437     t_exp = t_med - 75;
438     t_sim = t - 76.9;
439     ang_exp = rot_x_new01 + 0.21;
440     ang_sim = x3*180/pi + 0.07;
441
442     plot(t_exp, ang_exp, 'k','LineWidth', 2)
443     plot(t_sim, ang_sim, '--b','LineWidth', 2)
444     hold off
445     title('Movimento de Rolagem - Eixo x','FontSize',16,'FontWeight','Demi')
446     ylabel('ngulo [ ]','FontSize',14)
447     legend('Experimental', 'Modelo','Location','NorthWest')
448     axis([0 20 -max_ang max_ang])
449     grid on
450     xlabel('Tempo [s]','FontSize',14)
451
452 elseif number_test == 6
453     hold on
454     t_exp = t_med - 20;
455     t_sim = t + 12.8 - 20;
456     ang_exp = rot_x_new01 - 0.23;
457     ang_sim = x3*180/pi + 0.01;
458
459     plot(t_exp, ang_exp, 'k','LineWidth', 2)
460     plot(t_sim, ang_sim, '--b','LineWidth', 2)
461     hold off
462     title('Movimento de Rolagem - Eixo x','FontSize',16,'FontWeight','Demi')
463     ylabel('ngulo [ ]','FontSize',14)
464     legend('Experimental', 'Modelo','Location','NorthWest')
465     axis([0 50 -max_ang max_ang])
466     grid on
467     xlabel('Tempo [s]','FontSize',14)
468
469 elseif number_test == 9
470     hold on
471     t_exp = t_med - 30;
472     t_sim = t - 3.2 - 30;
473     ang_exp = rot_x_new01 - 0.35;
474     ang_sim = x3*180/pi + 0.16;
475
476     plot(t_exp, ang_exp, 'k','LineWidth', 2)
477     plot(t_sim, ang_sim, '--b','LineWidth', 2)
478     hold off
479     title('Movimento de Rolagem - Eixo x','FontSize',16,'FontWeight','Demi')
480     ylabel('ngulo [ ]','FontSize',14)
481     legend('Experimental', 'Modelo','Location','NorthWest')
482     axis([0 15 -max_ang max_ang])
483     grid on
484     xlabel('Tempo [s]','FontSize',14)
485
486 else
487     plot(t_med, rot_x_new01, 'k', 'LineWidth', 2)
488     hold on
489     plot(t, x3*180/pi, 'r','LineWidth', 2)
490     title('Deslocamento Angular - Rolagem','FontSize',16)

```

```

491     xlabel('Tempo [s]','FontSize',14)
492     ylabel('Roll []','FontSize',14)
493     legend('Teste', 'Modelo 7GDL')
494     grid on
495     hold off
496 end
497
498 %% --- Adio do ponto mximo e seu valor ---
499 hold on
500 % Mximo (valor absoluto) das curvas
501 [~, iE] = max(abs(ang_exp)); tE = t_exp(iE); valE = ang_exp(iE);
502 [~, iM] = max(abs(ang_sim)); tM = t_sim(iM); valM = ang_sim(iM);
503
504 % Marca os mximos no grfico
505 plot(tE, valE, 'ko', 'MarkerFaceColor','k', 'MarkerSize', 6);
506 text(tE, valE, sprintf(' %.3f', valE), 'FontSize',11, ...
507      'VerticalAlignment','bottom', 'HorizontalAlignment','left');
508
509 plot(tM, valM, 'bo', 'MarkerFaceColor','b', 'MarkerSize', 6);
510 text(tM, valM, sprintf(' %.3f', valM), 'FontSize',11, ...
511      'VerticalAlignment','top', 'HorizontalAlignment','left');
512
513 % Mostra no console
514 fprintf('Mximo Experimental: %.3f @ t = %.3fs | Mximo Modelo: %.3f @ t = %.3fs\n', valE, tE,
515         valM, tM);
516
517
518
519
520 %% Plot teste (com linha de mdia da acelerao lateral)
521 max_accel2=10;
522 max_ang2=8;
523
524 figure
525 subplot(2,1,1)
526 hold on
527 if number_test==1
528     delta_t_exp=0;
529     t_plot = t_med_ori;
530     acc_lat = acc_y_calib2;
531     plot(t_plot, acc_lat, 'k','LineWidth',2)
532     plot(t_med, acc_x_calib, '--b','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',2)
533     axis([0 40 -max_accel max_accel])
534
535 elseif number_test==4
536     delta_t_exp=75;
537     t_plot = t_med_ori-75;
538     acc_lat = acc_y_calib2;
539     plot(t_plot, acc_lat, 'k','LineWidth',2)
540     plot(t_med-75, acc_x_calib, '--b','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',2)
541     axis([0 20 -max_accel max_accel])
542
543 elseif number_test==6
544     delta_t_exp=20;
545     t_plot = t_med_ori-20;
546     acc_lat = acc_y_calib2;

```

```

547     plot(t_plot, acc_lat, 'k','LineWidth',2)
548     plot(t_med-20, acc_x_calib, '--b','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',2)
549     axis([0 50 -max_accel max_accel])
550
551 elseif number_test==9
552     delta_t_exp=30;
553     t_plot = t_med_ori-30;
554     acc_lat = acc_y_calib2;
555     plot(t_plot, acc_lat, 'k','LineWidth',2)
556     plot(t_med-30, acc_x_calib, '--b','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',2)
557     axis([0 15 -max_accel2 max_accel2])
558
559 else
560     t_plot = t_med_ori;
561     acc_lat = acc_y_calib2;
562     plot(t_plot, acc_lat, 'k','LineWidth',2)
563     plot(t_med, acc_x_calib, '--b','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',2)
564 end
565
566 % ---- Clculo e linha da mdia ( 2 s em torno do pico) ----
567 if exist('t_plot','var') && exist('acc_lat','var')
568     [~, idx_max] = max(abs(acc_lat));           % ndice do pico
569     t_peak = t_plot(idx_max);                   % tempo do pico
570     a_peak = acc_lat(idx_max);                   % valor do pico
571     janela = 6;                                 % segundos
572     mask = (t_plot >= (t_peak - janela)) & (t_plot <= (t_peak + janela));
573     a_media = mean(acc_lat(mask));               % mdia na janela
574
575     % Linha e texto da mdia
576     plot([min(t_plot) max(t_plot)], [a_media a_media], '--r', 'LineWidth', 1.8)
577     text(t_peak, a_media, sprintf(' Mdia = %.3f m/s', a_media), ...
578         'Color','r','FontSize',18,'FontWeight','bold', ...
579         'VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','left')
580
581     % Ponto de pico
582     plot(t_peak, a_peak, 'bo', 'MarkerFaceColor','b', 'MarkerSize',8)
583 end
584
585 hold off
586 grid on
587 ylabel('Aceleracao [m/ s ]','FontSize',14)
588 title('Dados de Teste Experimental','FontSize',16,'FontWeight','Demi')
589 legend('Lateral', 'Longitudinal','Location','SouthWest')
590
591 % --- Subplot inferior (sem alteraes) ---
592 subplot(2,1,2)
593 hold on
594 if number_test==1
595     tmax=40;
596     plot(t_med,rot_x_new01,'k','LineWidth',2)
597     plot(t_med,rot_y/57.3,'--','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',3)
598     axis([0 tmax -max_ang max_ang])
599 elseif number_test==4
600     tmax=20;
601     plot(t_med-75,rot_x_new01+0.21,'k','LineWidth',2)
602     plot(t_med-75,rot_y/57.3,'--','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',3)
603     axis([0 tmax -max_ang max_ang])

```

```

604 elseif number_test==6
605     tmax=50;
606     plot(t_med-20,rot_x_new01-0.23,'k','LineWidth',2)
607     plot(t_med-20,rot_y/57.3,'--','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',3)
608     axis([0 tmax -max_ang max_ang])
609 elseif number_test==9
610     tmax=15;
611     plot(t_med-30,rot_x_new01-0.35,'k','LineWidth',2)
612     plot(t_med-30,rot_y/57.3,'--','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',3)
613     axis([0 tmax -max_ang max_ang])
614 else
615     plot(t_med,rot_x_new01,'k','LineWidth',2)
616     plot(t_med,rot_y/57.3,'--','Color',[.5 .5 .5],'LineWidth',3)
617 end
618 hold off
619 grid on
620 xlabel('Tempo [s]','FontSize',14)
621 ylabel('ngulo [ ]','FontSize',14)
622 legend('Rolagem', 'Arfagem','Location','SouthWest')

```

APÊNDICE C – ALGORITMO GENÉTICO (MATLAB)

```

1 %% Program
2 % Initial population (bits bits and Npop chromosome)
3 Nvar=size(ymin,2);
4 xmin=0;
5 xmax=bin2dec(num2str(ones(1,bits)));
6 for aux_var1=1:Nvar,
7     population{aux_var1}=round(rand(Npop,bits));           % Population
8     x_dec{aux_var1}=bin2dec(num2str(population{aux_var1})); % Fitness
9 end
10
11 % Scaling function
12 for aux_var6=1:Nvar,
13     a_lim(aux_var6)=(ymax(aux_var6)-ymin(aux_var6))/(xmax-xmin);
14     b_lim(aux_var6)=ymin(aux_var6)-a_lim(aux_var6)*xmin;
15     x{aux_var6}=a_lim(aux_var6)*x_dec{aux_var6}+b_lim(aux_var6);
16     ind_permute=randperm(Npop);
17     x{aux_var6}=x{aux_var6}(ind_permute);
18 end
19 x_ini=x;
20
21 % Generations
22 fmax=0;
23 f_vect=zeros(Npop,max_generat);
24 generation=zeros(Npop,max_generat);
25 avg_fitness=zeros(1,max_generat);
26 std_fitness=zeros(1,max_generat);
27 fmax_vect=zeros(1,max_generat);
28
29 %% Iteration
30 h = waitbar(0,'Please wait...');
31 for aux4=1:max_generat,
32     waitbar(aux4/max_generat,h)
33
34     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
35     % Function Input
36     Npop_int=length(x{1});
37     for aux6=1:Npop_int
38         var_input=[];
39         for aux7=1:Nvar
40             var_input=[var_input, x{aux7}(aux6)];
41         end
42         f_orig(aux6)=fun(var_input);
43     end
44     if isrow(f_orig)==1, f_orig=f_orig'; end
45     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
46
47     % Selection by roulette
48     [f,f_ind]=sort(f_orig,1,'descend');
49
50     ind_elimination=floor(Npop*0.8);
51     ind_selected=1:ind_elimination;
52     Nselected=length(ind_selected);

```

```

53     for aux_var2=1:Nvar,
54         population_sort{aux_var2}=population{aux_var2}(f_ind,:);
55         x{aux_var2}=x{aux_var2}(f_ind);
56     end
57     x_ant=x;
58
59     % Selection probability
60     Sum_fit=sum(f(ind_selected));
61     prob=f(ind_selected)/Sum_fit;
62     roulette=cumsum(prob);
63
64     % Roulette selection
65     father=rand(round(Nselected/2),1);
66     mother=rand(round(Nselected/2),1);
67     cont1=1;
68     for aux2=1:length(father),
69         for aux1=1:Nselected,
70             if aux1==1,
71                 if find(father(aux2)<=roulette(aux1)),
72                     ind_father(cont1)=aux1;
73                 end
74                 if find(mother(aux2)<=roulette(aux1)),
75                     ind_mother(cont1)=aux1;
76                 end
77             else
78                 if find(father(aux2)<=roulette(aux1) & father(aux2)>roulette(aux1-1)),
79                     ind_father(cont1)=aux1;
80                 end
81                 if find(mother(aux2)<=roulette(aux1) & mother(aux2)>roulette(aux1-1)),
82                     ind_mother(cont1)=aux1;
83                 end
84             end
85         end
86         cont1=cont1+1;
87     end
88
89     % Offspring
90     if double_crossover==1,
91         ind_cross=randi([1,bits],round(Nselected/2),2);        % Crossover bit
92         ind_cross=sort(ind_cross,2);                            % Double point crossover
93         for aux3=1:length(ind_cross),
94             for aux_var3=1:Nvar,
95                 population_offspring{aux_var3}(2*aux3-1,:)=
[population_sort{aux_var3}(ind_father(
aux3),1:ind_cross(aux3,1)) population_sort{aux_var3}(ind_mother(aux3),
ind_cross(aux3,1)+1:ind_cross(aux3,2)) population_sort{aux_var3}(ind_father(
aux3),ind_cross(aux3,2)+1:end)];
96                 population_offspring{aux_var3}(2*aux3,:)=
[population_sort{aux_var3}(ind_mother(
aux3),1:ind_cross(aux3,1)) population_sort{aux_var3}(ind_father(aux3),
ind_cross(aux3,1)+1:ind_cross(aux3,2)) population_sort{aux_var3}(ind_mother(
aux3),ind_cross(aux3,2)+1:end)];
97             end
98         end
99     else
100         % Single crossover
101         ind_cross=randi([1,bits],round(Nselected/2),1);        % Crossover bit
102         for aux3=1:length(ind_cross),
103             for aux_var3=1:Nvar,

```

```

104         population_offspring{aux_var3}(2*aux3-1,:)= [population_sort{aux_var3}(ind_father(
            aux3),1:ind_cross(aux3,1)) population_sort{aux_var3}(ind_mother(aux3),
            ind_cross(aux3,1)+1:end)];
105         population_offspring{aux_var3}(2*aux3,:)= [population_sort{aux_var3}(ind_mother(
            aux3),1:ind_cross(aux3,1)) population_sort{aux_var3}(ind_father(aux3),
            ind_cross(aux3,1)+1:end)];
106     end
107 end
108 end
109 % Elimination of weak fitness chromosome by bits inversion at half
110 for aux5=Nselected+1:Npop,
111     for aux_var3=1:Nvar,
112         population_offspring{aux_var3}(aux5,:)=population_sort{aux_var3}(aux5,[round(bits/2):
            end 1:round(bits/2)-1]);
113     end
114 end
115
116 % Mutation (local bit flip)
117 mutation=rand(Nvar);
118 for aux_var4=1:Nvar,
119     if mutation(aux_var4)<=mutation_rate/100
120         mutation_chrom=randi([1 Npop],1,1);
121         mutation_position=randi([1 bits],1,1);
122         switch population_offspring{aux_var4}(mutation_chrom,mutation_position)
123             case 0
124                 population_offspring{aux_var4}(mutation_chrom,mutation_position)=1;
125             case 1
126                 population_offspring{aux_var4}(mutation_chrom,mutation_position)=0;
127         end
128         disp(['Mutation in generation ' num2str(aux4) ' .'])
129     end
130     % Binary to decimal and scale function
131     x_dec{aux_var4}=bin2dec(num2str(population_offspring{aux_var4}));
132     x_offspr{aux_var4}=a_lim(aux_var4)*x_dec{aux_var4}+b_lim(aux_var4);
133 end
134
135 % -----
136 %%%%%%%%%%%
137 % Function input
138 % f_offspring=fun(x_offspr);
139 for aux6=1:Npop_int
140     var_input=[];
141     for aux7=1:Nvar
142         var_input=[var_input, x_offspr{aux7}(aux6)];
143     end
144     f_offspring(aux6)=fun(var_input);
145 end
146
147
148 if isrow(f_offspring)==1, f_offspring=f_offspring'; end
149 %%%%%%%%%%%
150
151 % Save the maximum fitness chromosome
152 [f_offspring,f_offspr_ind]=sort(f_offspring,1,'descend');
153 for aux7=1:Nvar, x_offspr{aux7}=x_offspr{aux7}(f_offspr_ind); end
154 [fmax_actual,ind_max]=max(f_offspring);
155 if fmax<fmax_actual || aux4==1,

```

```

156         fmax=fmax_actual;
157         for aux_var5=1:Nvar, x_fmax{aux_var5}=x_offspr{aux_var5}(ind_max); end
158         find_max_inter=aux4;
159     end
160     fmax_vect(aux4)=fmax_actual;
161     generation(:,aux4)=aux4*ones(Npop,1);
162
163     % Survivor selection - elitism from parent and offspring
164     update_x=round(3*Npop/4);
165     ancient_x=Npop-update_x;
166     for aux_var6=1:Nvar,
167         x{aux_var6}(1)=x_fmax{aux_var6};
168         x{aux_var6}(2:ancient_x+1)=x_ant{aux_var6}(1:ancient_x);
169         x{aux_var6}(ancient_x+2:end)=x_offspr{aux_var6}(1:update_x-1);
170     end
171
172     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
173     % Function input
174
175     %   f_vect(:,aux4)=fun(x);
176
177     for aux6=1:Npop_int
178         var_input=[];
179         for aux7=1:Nvar
180             var_input=[var_input, x{aux7}(aux6)];
181         end
182         f_vect(aux6,aux4)=fun(var_input);
183     end
184
185     if isrow(f_vect)==1, f_vect=f_vect'; end
186     avg_fitness(aux4)=mean(f_vect(:,aux4))           % Average of fitness
187     std_fitness(aux4)=std(f_vect(:,aux4))           % Standard Deviation of fitness
188
189     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
190
191     % population
192     % Rescaling function
193     for aux_var6=1:Nvar,
194         x_dec{aux_var6}=(x{aux_var6}-b_lim(aux_var6))/a_lim(aux_var6);
195         population{aux_var6}=dec2bin(x_dec{aux_var6},bits)-'0';
196     end
197
198     if std_fitness(aux4)<0.001, break; end
199
200 end
201 close(h)
202
203 disp(' ')
204 disp('-----')
205 disp(['Input: ' x_fmax ', Fitness: ' num2str(fmax) ', Iteraction: ' num2str(find_max_inter)])
206 disp('-----')
207 disp(' ')
208 disp(' ')
209
210 figure
211 plot(1:max_generat,fmax_vect,1:max_generat,avg_fitness,'g',generation,f_vect,'mx',find_max_inter
    ,fmax,'ro','LineWidth',2)

```

```
212 legend('Maximum fitness','Average fitness','Location','SouthWest')
213 grid on
214 title('Cost function value','FontSize',12,'FontWeight','Bold')
215 xlabel('Generations','FontSize',12)
216 ylabel('Fitness','FontSize',12)
217 % axis([0 max_generat 0 fmax*1.1])
```

APÊNDICE D – ALGORITMO GENÉTICO DE DINÂMICA VEÍCULAR (MATLAB)

```

1  clear all
2  close all
3
4  C1 = 1554;      % Damping coefficient of front axle suspension
5  C2 = 3144.2;   % Damping coefficient of rear axle suspension
6  h=0.8*0.355;   % Altura do CG
7  I = 837.35;    % Rotation in x axis - roll [kg.m]
8
9  % vehicle_dynamics_GA(C1,C2,h,I)
10 % return
11
12 %% Input data
13 % Real limits of research (Use line vector)
14 % C1 C2 h I
15 ymin=[1000 1000 0.25 500];           % Minimum limit value
16 ymax=[5000 5000 0.40 1000];         % Maximum limit value
17 Npop=50;                             % Number of chromosomes
18 bits=12;                             % Number of bits 2^bits
19 max_generat=10;                       % Maximum generation
20 mutation_rate=15;                    % Mutation probability [%]
21 double_crossover=1;                  % Single (0) or double (1) crossover point
22
23
24 %% Definition of the function
25 fun=@vehicle_dynamics_GA;
26
27
28 %% Run GA
29 [x_fmax,fmax]=genetic_algorithm(Npop,ymin,ymax,bits,max_generat,mutation_rate,double_crossover,
    fun)

```

APÊNDICE E – PERFIL DA VIA (MATLAB)

```

1  % Simulation of road profile
2
3  function [y]=road_profile(v,t);
4  % Input: v = velocity [m/s]
5  %       t = time [s]
6
7  w=zeros(length(t),1);
8  vel=v*3.28084;    % ft/s
9  wo=2*pi*vel*.02;
10 %so=1.25e-5;      % Rought road
11 so=1.28e-4;      % Rought road
12 sigma=(2*pi*vel*sqrt(so))/wo;
13 w=sigma*randn(size(w));
14
15 % Filter
16 T=t(2)-t(1);
17 fs=1/T;
18 B=[1-exp(-wo*T)];
19 A=[1 -exp(-wo*T)];
20
21 y=filter(B,A,w)/3.28084;
22
23 end

```

APÊNDICE F – FUNÇÃO (MATLAB)

```

1  function yp=vehicle_dynamics_function(t,y,flag,parameters,a,b,t_med,acc_y_calib,t_road,
    y_road_left,y_road_right)
2
3  %% Data input from main algorithm
4  m=parameters(1);          % Sprung mass
5  M1=parameters(2);
6  M2=parameters(3);
7  M3=parameters(4);
8  M4=parameters(5);
9  k1=parameters(6);
10 k2=parameters(7);
11 k3=parameters(8);
12 k4=parameters(9);
13 kP1=parameters(10);
14 kP2=parameters(11);
15 kP3=parameters(12);
16 kP4=parameters(13);
17 b1=parameters(14);
18 b2=parameters(15);
19 b3=parameters(16);
20 b4=parameters(17);
21 d1=parameters(18);
22 d2=parameters(19);
23 d3=parameters(20);
24 d4=parameters(21);
25 L=parameters(22);
26 g=parameters(23);
27 v=parameters(24);
28 h=parameters(25);
29
30 %% Base excitation
31 % Four wheels and two axle vehicle
32 % 1 (front) and 3 (rear) left side
33 % 2 (front) and 4 (rear) right side
34 D=0;          % Distance before start road excitation
35 if t<=(D/v)
36     f1=0;
37     f2=f1;
38 else
39     f1=interp1(t_road,y_road_left,t);
40     f2=interp1(t_road,y_road_right,t);
41 end
42 if t<=(D+L)/v
43     f3=0;
44     f4=f3;
45 else
46     f3=interp1(t_road,y_road_left,t-(D+L)/v);
47     f4=interp1(t_road,y_road_right,t-(D+L)/v);
48 end
49
50 ac=interp1(t_med,acc_y_calib,t);
51

```

```

52 %% Force vector from 7 dof
53 % [z, pitch, roll, m1, m2, m3, m4]
54 Fy=([0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;kP1 0 0 0;0 kP2 0 0;0 0 kP3 0;0 0 0 kP4]*[0;0;0;0])-[m*g;0;ac*m*h;
      M1*g;M2*g;M3*g;M4*g];
55
56 % acx_interp=interp1(t_med,acx_med,t);
57 % torque_interp=acx_interp*100;
58 % Fy=([0 0 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0;bP1 0 0 0;0 bP2 0 0;0 0 bP3 0;0 0 0 bP4]*[0;0;0;0])+([0 0 0 0;0
      0 0 0;0 0 0 0;kP1 0 0 0;0 kP2 0 0;0 0 kP3 0;0 0 0 kP4]*[0;0;0;0]))-[m*g;torque_interp;0;M1*g
      ;M2*g;M3*g;M4*g];
59
60 %% Motion equation in State Space form
61 % dy/dt=A.y+B.f
62 % [N dof displacement, N dof velocity]
63 yp=a*y+b*Fy;
64
65 % end

```

APÊNDICE G – FUNÇÃO - USANDO ALGORITMO GENÉTICO (MATLAB)

```

1 function [RMSE]=vehicle_dynamics_GA(var_input)
2
3 % TCC - Dinmica Lateral
4 % Guilherme Muller
5 % Ajuste de modelo por GA
6
7 C1=var_input(1);
8 C2=var_input(2);
9 h=var_input(3);
10 I=var_input(4);
11
12
13 %% Data
14 m = 1340 ;           % Sprung mass [kg]
15 Kp = 226525;         % Stiffness of tire [N/m] 319005
16 KI = 33680;          % Stiffness of front axle suspension 42911
17 KII = 30195;         % Stiffness of rear axle suspension 37091.5
18
19 d1=1.53/2;          % Distncia da roda esquerda ao CG (m)
20 d2=1.53/2;          % Distncia da roda direita ao CG (m)
21 d3=1.101;           % Distncia da roda dianteira ao CG (m)
22 d4=1.550;           % Distncia da roda traseira ao CG (m)
23 L=d3+d4;            % Distncia entre eixos (m)
24 g=0;                % Gravidade
25 v=50/3.6;           % Velocidade em [m/s]
26
27 massa_nao_suspensa1 = 162/2 ; % Front unsprung mass
28 massa_nao_suspensa2 = 115/2 ; % Rear unsprung mass
29 J = 4870.20;         % Rotation in y axis - pitch [kg.m]
30
31
32 %% Mass matrix
33 M1 = massa_nao_suspensa1 ; % Front left unsprung mass [kg]
34 M2 = massa_nao_suspensa1 ; % Front right unsprung mass [kg]
35 M3 = massa_nao_suspensa2 ; % Rear left unsprung mass [kg]
36 M4 = massa_nao_suspensa2 ; % Rear right unsprung mass [kg]
37
38 M=[ m 0 0 0 0 0 0;
39     0 J 0 0 0 0 0;
40     0 0 I 0 0 0 0;
41     0 0 0 M1 0 0 0;
42     0 0 0 0 M2 0 0;
43     0 0 0 0 0 M3 0;
44     0 0 0 0 0 0 M4];
45
46 %% Damping matrix
47 b1 = C1; % Front left suspension damping
48 b2 = C1; % Front right suspension damping
49 b3 = C2; % Rear left suspension damping
50 b4 = C2; % Rear right suspension damping
51
52 B= [b1+b2+b3+b4           -b1*d3-b2*d3+b3*d4+b4*d4           b1*d1-b2*d2+b3*d1-b4*d2

```

```

        -b1      -b2      -b3      -b4;
53      -b1*d3-b2*d3+b3*d4+b4*d4 b1*d3^2+b3*d4^2+b2*d3^2+b4*d4^2 -b1*d1*d3+b3*d1*d4+b2*d2*d3-b4*d2*
        d4 b1*d3      b2*d3      -b3*d4      -b4*d4;
54      b1*d1-b2*d2+b3*d1-b4*d2 -b1*d1*d3+b2*d2*d3+b3*d1*d4-b4*d2*d4 b1*d1^2+b2*d2^2+b3*d1^2+b4*d2^2
        -b1*d1      b2*d2      -b3*d1      b4*d2;
55      -b1      b1*d3      b1      0      0      -b1*d1
56      -b2      b2*d3      0      b2      0      b2*d2
57      -b3      -b3*d4      0      0      b3      0;
58      -b4      -b4*d4      0      0      0      b4*d2
        0      0      0      b4];
59
60 %% Stiffness matrix
61 % Four wheels and two axle vehicle
62 % 1 (front) and 3 (rear) left side
63 % 2 (front) and 4 (rear) right side
64 k1 = KI; % Front left suspension stiffness
65 k2 = KI; % Front right suspension stiffness
66 k3 = KII; % Rear left suspension stiffness
67 k4 = KII; % Rear right suspension stiffness
68
69 % Tire stiffness
70 kP1 = Kp;
71 kP2 = Kp;
72 kP3 = Kp;
73 kP4 = Kp;
74
75 K=[k1+k2+k3+k4      -k1*d3-k2*d3+k3*d4+k4*d4      k1*d1-k2*d2+k3*d1-k4*d2
        -k1      -k2      -k3      -k4;
76      -k1*d3-k2*d3+k3*d4+k4*d4 k1*d3^2+k3*d4^2+k2*d3^2+k4*d4^2      -k1*d1*d3+k3*d1*d4+k2*d2*d3-k4*
        d2*d4 k1*d3 k2*d3 -k3*d4 -k4*d4;
77      k1*d1-k2*d2+k3*d1-k4*d2 -k1*d1*d3+k3*d1*d4+k2*d2*d3-k4*d2*d4 k1*d1^2+k2*d2^2+k3*d1^2+k4*d2
        ^2 -k1*d1 k2*d2 -k3*d1 k4*d2;
78      -k1      k1*d3      k1+kP1 0      0      0;      -k1*d1
79      -k2      k2*d3      0      k2+kP2 0      0;      k2*d2
80      -k3      -k3*d4      0      0      k3+kP3 0;      -k3*d1
81      -k4      -k4*d4      0      0      0      k4+kP4];
        0      0      0      k4+kP4];
82
83
84 %% State-space form
85 a=[zeros(7) eye(7);-inv(M)*K -inv(M)*B];
86 b=[zeros(7);inv(M)];
87
88
89 %% Test values
90 % Rodar 1 (Perini 20km/h), 4 (Doeller 30km/h), 6 (Br retorno 40km/h) e 9 (Perini 50km/h)
91 % number_test=1;
92 for aux2=1:3
93     switch aux2
94         case 1
95             number_test=1;

```

```

96         case 2
97             number_test=4;
98         case 3
99             number_test=6;
100     end
101
102     if number_test<10,
103         data=load(['teste0' num2str(number_test) '.log']);
104     else
105         data=load(['teste' num2str(number_test) '.log']);
106     end
107
108     tdata=data(:,1)/1000; % Time [s]
109     acc_x=-data(:,2); % Acceleration x [m/s]
110     acc_y=data(:,3); % Acceleration y [m/s]
111     acc_z=data(:,4); % Acceleration z [m/s]
112     rot_x2=data(:,5); % Angle axis x []
113     rot_y2=data(:,6); % Angle axis y []
114     rot_z=data(:,7); % Angle axis z []
115
116     acc_y_temp = acc_y;
117     for aux = 11: length(acc_y)
118         acc_y(aux) = mean(acc_y_temp(aux-10:aux));
119     end
120
121
122     %% Acceleration calibration and rotation
123     % x: longitudinal front, y: transversal left, z: vertical up
124     data_acc=[acc_x, acc_y, acc_z];
125
126     % Calibration file
127     data_calib=load(['calibracao.log']);
128     acc_x_calibracao=-data_calib(:,2); % Acceleration x [m/s]
129     acc_y_calibracao=data_calib(:,3); % Acceleration y [m/s]
130     acc_z_calibracao=data_calib(:,4); % Acceleration z [m/s]
131     mean_acc_x=mean(acc_x_calibracao);
132     mean_acc_y=mean(acc_y_calibracao);
133     mean_acc_z=mean(acc_z_calibracao);
134     mean_ampl=sqrt(mean_acc_x^2+mean_acc_y^2+mean_acc_z^2);
135     ampl_corr=9.81/mean_ampl;
136
137     calibration_acc=[mean_acc_x mean_acc_y mean_acc_z];
138     rot_vect=vrrotvec(calibration_acc,[0;0;9.81]);
139     rot_matrix = ampl_corr*vrrotvec2mat(rot_vect);
140     data_acc_calib=zeros(length(data_acc),3);
141     for aux1=1:length(data_acc)
142         data_acc_calib(aux1,:)=[rot_matrix*data_acc(aux1,:)']';
143         % Estimation of rotation angles [rad] from accelerometer signal
144         rot_vect=vrrotvec(data_acc_calib(aux1,:)',[0;0;1]);
145         rot_matrix_acc = vrrotvec2mat(rot_vect);
146         angle_pitch(aux1,1)=asin(-rot_matrix_acc(1,3));
147         angle_roll(aux1,1)=-atan(rot_matrix_acc(2,3)/rot_matrix_acc(3,3));
148         angle_pitch2(aux1,1)=atan(data_acc_calib(aux1,1)/data_acc_calib(aux1,3));
149         angle_roll2(aux1,1)=atan(data_acc_calib(aux1,2)/data_acc_calib(aux1,3));
150     end
151
152     acc_x_calib2=data_acc_calib(:,1);

```

```

153 acc_y_calib2=data_acc_calib(:,2);
154 acc_z_calib2=data_acc_calib(:,3);
155
156 t_med_ori = (data(:, 1)-data(1,1))/1000;
157 t_med=0:0.1:max(t_med_ori);
158 acc_x_calib=interp1(t_med_ori,acc_x_calib2,t_med,'linear','extrap');
159 acc_y_calib=interp1(t_med_ori,acc_y_calib2,t_med,'linear','extrap');
160 rot_x=interp1(t_med_ori,rot_x2,t_med,'linear','extrap');
161 rot_y=interp1(t_med_ori,rot_y2,t_med,'linear','extrap');
162
163
164 %% Filter acceleration signal 0.5Hz
165 % a coefficients:
166 a_filter=[1.0000000000000000 -3.835825540647348 5.520819136622229 -3.533535219463016
167           0.848555999266478];
168 % b coefficients:
169 b_filter=1.0e-05 * [0.089848614639706 0.359394458558825 0.539091687838237 0.359394458558825
170                    0.089848614639706];
171
172
173 %% Simulation
174 % Time & Excitation
175 tspan=0:0.01:max(t_med); % Time vector
176 t_road=tspan;
177 y_road_left = zeros(size(t_road));
178 y_road_right = zeros(size(t_road));
179 y0=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]; % Vector of initial condition
180
181 parameters=[m-M1-M2-M3-M4,M1,M2,M3,M4,k1,k2,k3,k4,kP1,kP2,kP3,kP4,b1,b2,b3,b4,d1,d2,d3,d4,L,g,v,
182            h];
183 [t,y]=ode45('vehicle_dynamics_function',tspan,y0,[],parameters,a,b,t_med,acc_y_calib_f,t_road,
184            y_road_left,y_road_right);
185
186 %% Resposta no tempo
187 % [z, pitch, roll, z1, z2, z3, z4]
188 x1=y(:,1); % Sprung mass displacement (z)
189 x2=y(:,2); % Pitch angular displacement
190 x3=y(:,3); % Roll angular displacement
191 x4=y(:,4); % Unprung mass displacement (z1)
192 x5=y(:,5); % Unprung mass displacement (z2)
193 x6=y(:,6); % Unprung mass displacement (z3)
194 x7=y(:,7); % Unprung mass displacement (z4)
195
196 % Respostas das Velocidade
197 v1=y(:,8); % Sprung mass velocity
198 v2=y(:,9); % Pitch angular velocity
199 v3=y(:,10); % Roll angular velocity
200 v4=y(:,11); % Unprung mass velocity 1
201 v5=y(:,12); % Unprung mass velocity 2
202 v6=y(:,13); % Unprung mass velocity 3
203 v7=y(:,14); % Unprung mass velocity 4
204
205 %% Comparao modelo x teste (correio do y inicial)

```

```

206 rot_x_new01 = rot_x/57.3 - 1.27 ; % correo do y inicial
207
208 if number_test==1
209     t_exp=t_med;
210     t_sim=t-3;
211     ang_exp=rot_x_new01;
212     ang_sim=x3*180/pi;
213
214 elseif number_test==4
215     t_exp=t_med-75;
216     t_sim=t-76.9;
217     ang_exp=rot_x_new01+0.21;
218     ang_sim=x3*180/pi+0.07;
219
220 elseif number_test==6
221     t_exp=t_med-20;
222     t_sim=t+12.8-20;
223     ang_exp=rot_x_new01-0.23;
224     ang_sim=x3*180/pi+0.01;
225
226 elseif number_test==9
227     t_exp=t_med-30;
228     t_sim=t-3.2-30;
229     ang_exp=rot_x_new01-0.35;
230     ang_sim=x3*180/pi+0.16;
231 end
232
233
234 %% Clculo MSE
235 % Extrair os valores das duas curvas nessas ndices
236 values1 = interp1(t_exp, ang_exp, t_sim,'linear','extrap');
237 values2 = ang_sim;
238
239 % Calcular MSE e RMSE
240 errors = values1 - values2;
241 MSE = mean(errors.^2);
242 RMSE_int(aux2) = sqrt(MSE);
243
244
245 %% Measured signal processing
246 % Yaw angular gain
247 yaw_gain=(rot_x2/57.3 - 1.27)./acc_y_calib2;
248 end
249
250 RMSE=-sqrt(sum(RMSE_int.^2));

```