

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA MECATRÔNICA

LUCAS LUCATELI PANKE

PROCESSAMENTO DE SINAIS DE ÁUDIO: UMA ABORDAGEM ENTRE
SISTEMAS ANALÓGICOS E DIGITAIS

Joinville

2025

LUCAS LUCATELI PANKE

PROCESSAMENTO DE SINAIS DE ÁUDIO: UMA ABORDAGEM ENTRE
SISTEMAS ANALÓGICOS E DIGITAIS

Trabalho apresentado como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia Mecatrônica, no Curso de Engenharia Mecatrônica, do Centro Tecnológico de Joinville, da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Dr. Lucas Weihmann

Joinville

2025

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.
Dados inseridos pelo próprio autor.

Panke, Lucas Lucateli

Processamento de sinais de áudio: uma abordagem entre sistemas analógicos e digitais / Lucas Lucateli Panke ; orientador, Lucas Weihmann, 2025.

59 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Joinville, Graduação em Engenharia Mecatrônica, Joinville, 2025.

Inclui referências.

1. Engenharia Mecatrônica. 2. Filtros analógicos. 3. Filtros digitais. 4. Butterworth. I. Weihmann, Lucas. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Engenharia Mecatrônica. III. Título.

RESUMO

Com o avanço nos estudos e tecnologias, foi possível um aprimoramento no processamento de sinais analógicos, dentre eles, o áudio. Embora os sistemas analógicos continuem valorizados, especialmente no meio musical, sistemas mais modernos e digitais são predominantes atualmente. Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um sistema analógico e outro digital para processamento de sinais de áudio. Ao explorar ambos os mundos, este projeto fornece uma visão prática e teórica visando comparar o comportamento e desempenho de filtros analógicos e digitais, destacando aspectos como fidelidade, ruído e resposta em frequência.

Palavras-chave: processamento de sinais; filtro analógico; filtro digital; Butterworth.

ABSTRACT

With the advance of studies and technology, an improvement on the processing of analog signals has been shown possible, among those, audio signals. Although analog systems are still valued, especially among the musical community, more modern and digital systems are predominantly used currently. This work presents the development of one analog and one digital system for audio signal processing. As it ventures through both worlds, this project provides a practical and theoretical vision aiming to compare the behavior and performance of analog and digital filters, highlighting features such as fidelity, noise and frequency response.

Keywords: signal processing; analog filter; digital filter; Butterworth.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Onda senoidal representada de forma contínua e discreta	13
Figura 2 - Exemplos de aplicações de PDS em diversas áreas	15
Figura 3 - Correlação entre formas de onda e seus timbres	17
Figura 4 - Processo de conversão entre analógico e digital	18
Figura 5 - Representação de uma taxa de amostragem idêntica para sinais com frequências distintas	20
Figura 6 - Ilustração do processo de quantização	21
Figura 7 - Atenuação em um filtro ideal	22
Figura 8 - Demonstração do ripple	23
Figura 9 - Relação entre ordem do filtro e sua curva de resposta	25
Figura 10 - Topologia Sallen-Key para um filtro passa-baixas ativo de segunda ordem	27
Figura 11 - Fluxograma filtro FIR	30
Figura 12 - Comparação entre os filtros de Bessel, Butterworth e Chebyshev	33
Figura 13 - Filtro passa-baixas Butterworth de segunda ordem com componentes descritos	35
Figura 14 - Simulação do filtro analógico no software LTSpice	35
Figura 15 - Diagrama de Bode resultante da simulação	36
Figura 16 - Filtro implementado com componentes em PCI	37
Figura 17 - Testes com filtro analógico e gerador de sinais	41
Figura 18 - Sinal 1 kHz referência	42
Figura 19 - Sinal 1 kHz após filtragem analógica	42
Figura 20 - Sinal 1 kHz após filtragem digital	43
Figura 21 - Ruído branco referência	44
Figura 22 - Espectrograma ruído branco	45
Figura 23 - Ruído branco após filtragem analógica	46
Figura 24 - Espectrograma ruído branco após filtragem analógica	46

Figura 25 - Ruído branco após filtragem digital	47
Figura 26 - Espectrograma ruído branco após filtragem digital	47
Figura 27 - Piso de ruído da interface de áudio	49
Figura 28 - Espectrograma ruído branco antes da interface	49

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PDS - Processamento digital de sinais

CD - Compact Disc

ADC - Conversor analógico-digital

DAC - Conversor digital-analógico

TZ - Transformada Z

TFTD - Transformada de Fourier de tempo discreto

FIR - Finite impulse response

IIR - Infinite impulse response

WAV - Waveform audio file format

DI - Direct box

FFT - Transformada rápida de Fourier

LISTA DE SÍMBOLOS

f_s - Frequência de amostragem [Hz]

f_c - Frequência de corte [Hz]

T_s - Período de amostragem [s]

ω_c - Frequência angular de corte [rad/s]

ω_p - Frequência angular limite da banda passante [rad/s]

ω_s - Frequência angular limite da banda de rejeição [rad/s]

θ_k - Ângulo dos polos no plano complexo [rad]

p_k - Polos do filtro no plano s [rad/s]

Ω_p - Frequência angular pré-distorcida [rad/s]

Q - Fator de qualidade

K - Ganho em corrente contínua do filtro

ϵ - Ripple

TA - Taxa de atenuação do filtro de Butterworth [dB/década]

R - Resistência [Ω]

C - Capacitância [F]

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
1.1. OBJETIVOS	11
1.1.1 Objetivo Geral	11
1.1.2 Objetivos Específicos	12
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
2.1. HISTÓRIA DO PROCESSAMENTO DE SINAIS	14
2.2. PROCESSAMENTO DE ÁUDIO	15
2.3. CONCEITOS BÁSICOS DO SOM	16
2.4. CONVERSÃO ANALÓGICA DIGITAL	17
2.5. TAXA DE AMOSTRAGEM E QUANTIZAÇÃO	19
2.6. FILTROS ANALÓGICOS	21
2.6.1 Aproximação de Butterworth	24
2.7. TOPOLOGIA DE SALLEN-KEY	27
2.8. FILTROS DIGITAIS	28
2.8.1 Transformada Z e transformação bilinear	28
2.8.2 Filtros FIR	29
2.8.3 Filtros IIR	30
3. METODOLOGIA	32
3.1. DEFINIÇÃO DO FILTRO ANALÓGICO	32
3.1.1 Cálculo dos componentes	32
3.2. SIMULAÇÃO	35
3.3. IMPLEMENTAÇÃO REAL DO FILTRO ANALÓGICO	37
3.4. FILTRO DIGITAL	37
4. TESTES E RESULTADOS	40
4.1. TESTE DA FREQUÊNCIA DE CORTE	40
4.2. RESPOSTA EM FREQUÊNCIA COM RUÍDO BRANCO	43
4.3. PERDAS E DESVIOS DO SISTEMA	48
5. CONCLUSÃO	50
APÊNDICE A - CÓDIGO EM PYTHON PARA IMPLEMENTAÇÃO DO FILTRO DIGITAL	55

1. INTRODUÇÃO

Desde as suas manifestações naturais até as produções mais complexas, o som sempre despertou curiosidade, seja pela sua capacidade de transmitir sensações ou informações. A análise e o tratamento de sinais sonoros evoluíram ao longo dos séculos, passando da observação empírica para um campo consolidado da engenharia. Atualmente, o processamento de sinais é aplicado em áreas que vão desde telecomunicações, automação, robótica e entretenimento, até setores de saúde e segurança.

Com o avanço das tecnologias digitais e o surgimento de dispositivos com alto desempenho, o processamento digital de sinais (PDS) se tornou uma ferramenta fundamental. No entanto, mesmo diante da evolução tecnológica, os sistemas analógicos ainda assumem um papel essencial, sobretudo na geração e manipulação de sinais de áudio, como em sistemas de pré-amplificação e equalização. A natureza contínua dos circuitos analógicos, associada às suas imperfeições, fornece características únicas ao som, que dificilmente são reproduzidas com fidelidade de forma apenas digital.

Essa dualidade entre o mundo analógico e o digital não representa uma substituição, mas sim uma complementaridade. Enquanto os circuitos analógicos oferecem respostas instantâneas e naturais às variações físicas do som, os sistemas digitais proporcionam controle preciso, flexibilidade e reprodutibilidade. A união dessas abordagens tem sido uma tendência crescente, especialmente na indústria de áudio e instrumentos musicais eletrônicos.

O avanço das técnicas de análise de sinais possibilitou a aplicação de métodos matemáticos e computacionais para compreender e manipular o comportamento sonoro em diferentes domínios. Segundo Ferreira (2018), o estudo dos sinais e sistemas fornece o conhecimento necessário para compreender a relação entre o mundo físico e suas representações digitais, permitindo o desenvolvimento de soluções que variam desde filtros analógicos até algoritmos complexos. Entretanto, conforme destacam Spanias, Painter e Atti (2007), os algoritmos digitais dependem de etapas de quantização e codificação que podem introduzir erros de arredondamento e distorções perceptíveis, especialmente em aplicações com necessidades de alta fidelidade.

Embora os métodos digitais ofereçam maior precisão e estabilidade, a sonoridade natural de circuitos analógicos ainda é considerada referência em aplicações musicais. Em estágios de pré-amplificação, equalização e síntese de áudio, sua resposta contínua e o comportamento não linear de certos componentes, como válvulas e transistores, conferem características harmônicas e dinâmicas únicas em contextos musicais e artísticos. Com isso, o desenvolvimento de técnicas híbridas é aprimorado para combinar o melhor dos dois mundos.

A justificativa para este estudo está ancorada na necessidade crescente de soluções que conciliem desempenho técnico e qualidade perceptiva. O avanço das tecnologias digitais não eliminou o valor do som analógico, mas impulsionou um movimento de revalorização da textura e da resposta harmônica desses circuitos, especialmente no contexto musical e artístico. Além disso, compreender as interações entre os domínios analógico e digital contribui para o aprimoramento de dispositivos aplicáveis em engenharia biomédica, controle industrial, comunicação e multimídia.

Por fim, o presente trabalho busca não apenas demonstrar a viabilidade técnica de cada sistema, mas também estimular a reflexão sobre a complementaridade entre os mundos analógico e digital, contribuindo para o desenvolvimento de soluções mais eficientes, flexíveis e sensorialmente autênticas. Desta forma, o estudo fundamenta-se na premissa de que a inovação tecnológica não está na substituição de paradigmas, mas na integração inteligente de diferentes abordagens, ampliando as possibilidades criativas e científicas no campo do processamento de sinais.

1.1. OBJETIVOS

Para resolver a problemática da comparação entre o processamento de sinais de áudio nos meios analógico e digital, propõe-se os seguintes objetivos.

1.1.1 Objetivo Geral

Utilizando geradores de sinais e fontes de áudio, desenvolver e analisar a resposta de um filtro passa-baixas analógico e de um filtro passa-baixas digital,

verificando seus desempenhos, demonstrando aplicações e características intrínsecas a cada processo.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Apresentar uma base formal das diferentes características de sinais processados nos domínios analógicos e digitais;
- Apresentar diferentes métodos disponíveis para utilização e aplicação de filtro;
- Desenvolver um filtro analógico com componentes reais e um filtro digital mediante programação;
- Avaliar e comparar o desempenho dos filtros por meio de análises espectrais, distorções e ruídos.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

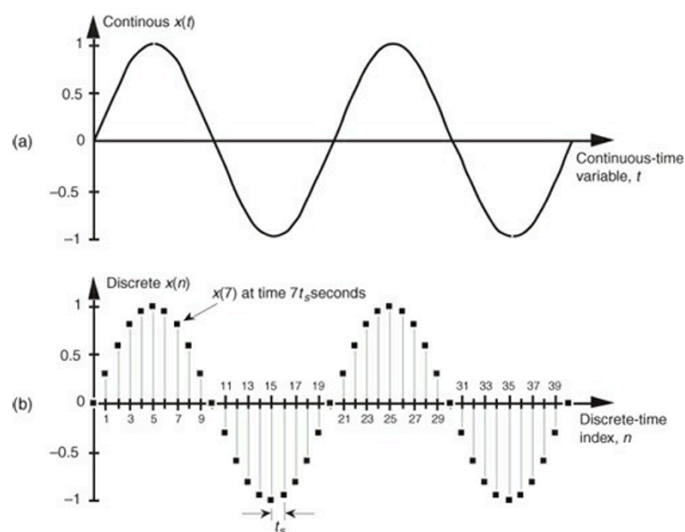
Para definir o conceito de sinal o contexto é imprescindível. Na engenharia, pode ser definido como uma entidade matemática portadora de informação, que varia com outra variável. Em contrapartida, sistema é um conjunto físico ou não que recebe um sinal e gera uma saída (MACIEL, 2022).

Processamento de sinais é a ciência de analisar, modificar e extrair informações relacionadas a sinais e sistemas. O sinal analógico compreende as formas de ondas contínuas ao longo do tempo, como: ondas sonoras, vibrações sísmicas, entre outros.

Em contrapartida, um sinal discreto é usado para descrever um sinal em que o seu valor é conhecido apenas em instantes discretos de tempo. Sendo assim, um sinal de tempo discreto não é representado por uma forma de onda contínua, mas sim por uma sequência de valores.

Um exemplo gráfico entre a distinção dos sinais é pode ser visto na Figura 1, onde uma onda senoidal representada no tempo contínuo possui uma linha sem interrupções, enquanto no tempo discreto possui valores apenas nos instantes no qual o sinal é amostrado.

Figura 1 - Onda senoidal representada de forma contínua e discreta



Fonte: Lyons (2011).

2.1. HISTÓRIA DO PROCESSAMENTO DE SINAIS

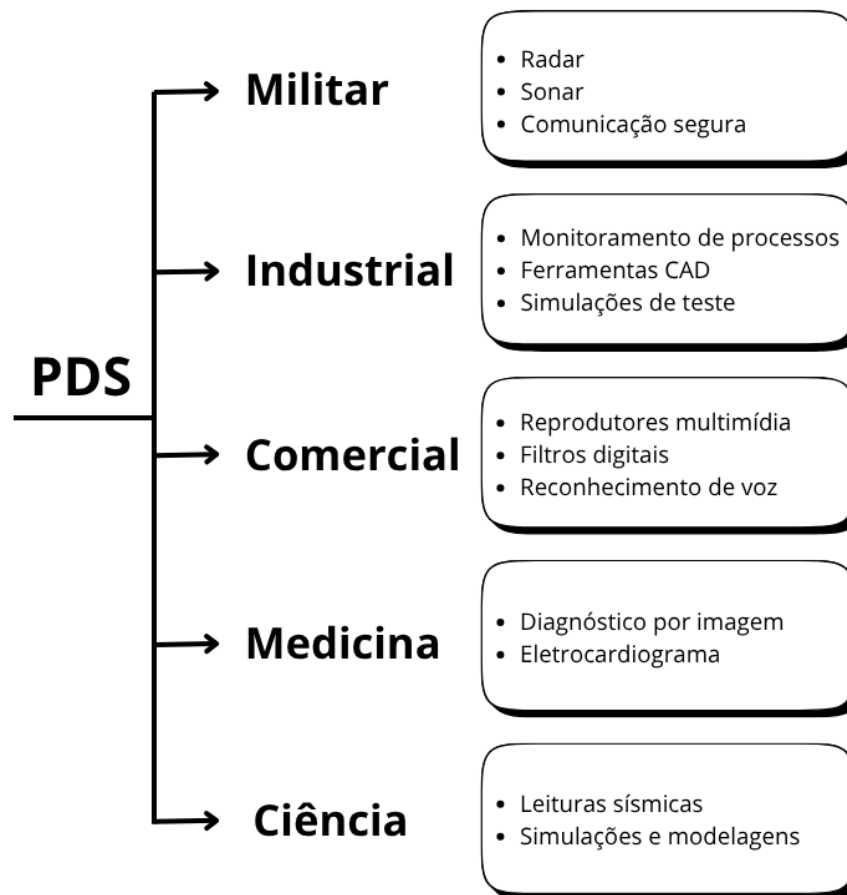
Em 1876 Alexander Graham Bell inventou o telefone, e com isso estabeleceu um marco no processo da conversão de som em sinal elétrico. Posteriormente, a invenção do fonógrafo, por Thomas Edison, e seu aprimoramento, o gramofone de Emile Berliner, demonstraram uma capacidade de não apenas armazenar, mas como também de alterar o som.

O primeiro oscilador eletrônico foi criado por Edwin Armstrong em 1912. Esse era composto por um circuito ressonador paralelo alternando a energia entre um indutor e um capacitor. Com isso, conseguia armazenar energia e produzir uma onda senoidal com amplitude e frequências fixas.

As origens do processamento digital de sinais remetem às décadas de 1960 e 1970, onde surgiram os primeiros computadores com componentes digitais. Contudo, devido aos altos custos desses equipamentos, as aplicações eram limitadas a algumas áreas, sejam elas essenciais (segurança, radares e saúde), ou com objetivos financeiros, através de pesquisas em exploração de petróleo, ou exploração espacial.

Com a evolução dos computadores pessoais em meados dos anos 80, as novas possibilidades de aplicações para o PDS se expandiu para um mercado comercial. Nota-se essa evolução com os telefones móveis, reprodutores de mídias digitais e outros. Alguns exemplos de usos estão presentes na Figura 2.

Figura 2 - Exemplos de aplicações de PDS em diversas áreas



Fonte: Autoria própria (2025).

2.2. PROCESSAMENTO DE ÁUDIO

A audição é uma das principais fontes de informação para o ser humano, desde identificação do ambiente, até experiências culturais como a música. Nesse contexto específico, o processamento de sinais encontra-se fundamentalmente presente, desde a captação e digitalização do sinal do microfone, passando pela mixagem e efeitos sonoros, até a reprodução em um alto-falante.

No exemplo da utilização de um microfone, o caminho entre a voz do locutor e as caixas de som é longo. Portanto, é necessária a digitalização do áudio para não ocorrer uma perda ou degradação do sinal, assim como em meios analógicos. Esse fato fica nítido na comparação entre meios de armazenamento mais antigos, vinil e fitas cassetes e mais modernos, como os CDs.

Uma gravação nem sempre será perfeita, apresenta ruídos, excessos de frequências, entre outros e, por isso, existem ferramentas como filtros e efeitos que auxiliam no resultado. Atenuar ou ampliar frequências, proporcionar sensação de ambiência, entre outras técnicas, são possíveis mediante processamento de sinais.

Além de técnicas no áudio, destaca-se o reconhecimento de voz, que é uma maneira que as máquinas podem entender os humanos. Atualmente essa tecnologia é amplamente utilizada e só se tornou possível com a utilização de processos de digitalização e processamento dos sinais. Normalmente, o PDS utiliza duas abordagens para realizar a tarefa: extração seguida de comparação. Cada palavra é isolada e analisada suas frequências, essas sendo posteriormente comparadas a um banco de dados já existente para identificar a correspondência mais próxima (SMITH,1999).

2.3. CONCEITOS BÁSICOS DO SOM

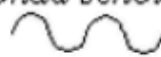
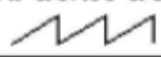

O som é uma onda mecânica que se propaga em um meio material, ou seja, uma vibração emitida por um alto-falante se propaga através do ar e são captadas pelos ouvidos. Portanto, em um espaço onde não existe meio material, o som não poderá se propagar. Diz-se que o som é uma onda periódica se a vibração varia com um padrão repetitivo ao longo do tempo.

A característica do som poder ser grave ou agudo é conhecida como altura tonal. Em uma onda periódica, cada repetição é conhecida como um ciclo. Sendo um som mais agudo, seu ciclo por unidade de tempo será maior, enquanto no grave será o oposto. Define-se que o número de ciclos por segundo são os Hertz (Hz), logo quanto maior for o valor em Hertz mais agudo será o som. Para definir uma oitava a cima, basta dobrar essa frequência. Com isso, a altura tonal e a frequência são relacionadas logaritmicamente (Miletto et al., 2004).

A amplitude e a magnitude, apesar de parecidas nominalmente, não significam o mesmo. A amplitude é a medida que expressa o quão longe uma variável se difere do zero. Portanto, amplitudes podem variar entre sinais positivos e negativos. Em contrapartida, a magnitude representa o quanto a variável se difere do zero independentemente de sua direção. Logo, essas sempre adotam valores positivos (LYONS, 2011).

Duas notas iguais com o mesmo volume podem assim possuir sons diferentes, isso ocorre, pois nem sempre o timbre é o mesmo entre as fontes. Uma onda com formato mais arredondado, senoidal, por exemplo, possui um timbre mais suave. Em contrapartida, ondas pontiagudas, possuem um som mais estridente. A Figura 3 demonstra três formas de onda distintas e como o timbre se correlaciona com elas.

Figura 3 - Correlação entre formas de onda e seus timbres

Forma de onda	Timbre
<i>Onda senoidal</i> 	<i>suave</i>
<i>Onda dente de serra</i> 	<i>claro</i>
<i>Onda retangular</i> 	<i>simples</i>

Fonte: Miletto et al. (2004).

2.4. CONVERSÃO ANALÓGICA DIGITAL

Visando extrair informações ou alterar características, sinais com variáveis contínuas podem ser processados diretamente por outros sistemas analógicos, tais como filtros ou analisadores de frequência. Contudo, para um processamento digital, é necessário a conversão por meio de uma interface, denominada conversor analógico-digital (ADC).

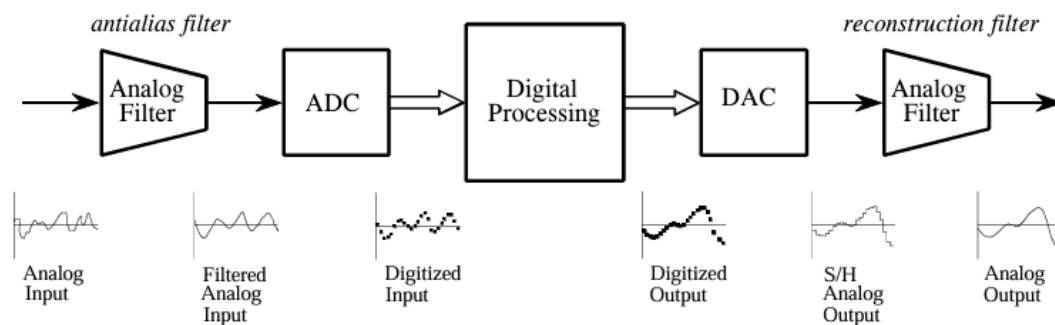
O PDS é comumente utilizado para tarefas em tempo real, ou seja, seu processamento anda paralelo a um evento externo. Enquanto sistemas analógicos são sensíveis à condição do ambiente, sistemas digitais podem não sofrer do mesmo. Para processar o sinal digital, pode-se utilizar desde grandes recursos computacionais com super computadores ou um microprocessador programado para executar tal tarefa.

Em aplicações onde é necessária uma saída analógica, como a reprodução de áudio em alto-falantes, é implementado um novo processo de conversão do sinal,

nesse caso um conversor digital-analógico (DAC). Entretanto, nem todas as abordagens necessitam de ambos os conversores, como um radar que recebe informações analógicas posteriormente convertidas em digitais que já fornecem os dados desejados.

A Figura abaixo ilustra um fluxo de um sinal analógico processado, onde inicialmente ele é introduzido no sistema, passa por um filtro anti-aliasing, ou seja, um filtro passa-baixas responsável por cortar frequências acima da metade da taxa de amostragem. O sinal é posteriormente digitalizado através do ADC, podendo agora ser processado. Para obter novamente uma saída analógica, é convertido pelo DAC e, por fim, usa-se um filtro de reconstrução que também elimina frequências acima da metade da taxa de amostragem, para eliminação de ruído.

Figura 4 - Processo de conversão entre analógico e digital



Fonte: Smith (1999).

Por se tratar de um sistema programável, a flexibilidade de utilizar sistemas digitais é notável, visto que basta alterar o programa para gerar novos testes e resultados. Ao mesmo tempo, um sistema analógico demanda de componentes, onde será necessário reprojeter e testar todo o hardware a cada alteração.

A precisão é algo indispensável em diversas aplicações. Sistemas totalmente analógicos possuem diversas variáveis intrínsecas de cada componente, sendo muito complexo obter resultados precisos em comparação aos sistemas digitais. Outro fator onde o PDS se destaca é no armazenamento e transporte de informações, onde dados são facilmente armazenados em diversos dispositivos sem ocorrer perdas, adição de ruídos ou distorção do sinal.

Sob essa ótica, um programa digital pode ser considerado menos custoso financeiramente, visto que possuem maior capacidade de processamento. No caso

de processamento analógico, componentes precisos tendem a ser mais caros. Entretanto, a velocidade dos conversores e processadores são um ponto de atenção, pois sinais analógicos com grande largura de banda requerem uma taxa de amostragem e processamento capazes de suportar os mesmos.

2.5. TAXA DE AMOSTRAGEM E QUANTIZAÇÃO

A representação proporcional de N pontos da amplitude de uma onda em forma numérica é chamada de amostragem, ou seja, a amplitude da onda em um único instante de tempo é representada por um valor. O número de segundos entre as amostras é chamado período de amostragem (T_s). Com isso, se um som possuir frequências limitadas, esse pode ser perfeitamente representado como uma sequência de números.

Segundo o teorema de amostragem de Nyquist-Shannon, a frequência de amostragem (f_s) deve ser maior que o dobro da frequência mais alta presente no sinal original (STEPHAN, 2015). Pensando em termos de sinais de áudio, o ouvido humano interpreta frequências entre 20 Hz e 20 kHz. Portanto, seguindo o teorema, a taxa de amostragem mínima necessária seria de 40 kHz. Um exemplo prático são os CDs que possuem uma taxa de amostragem de 44,1 kHz.

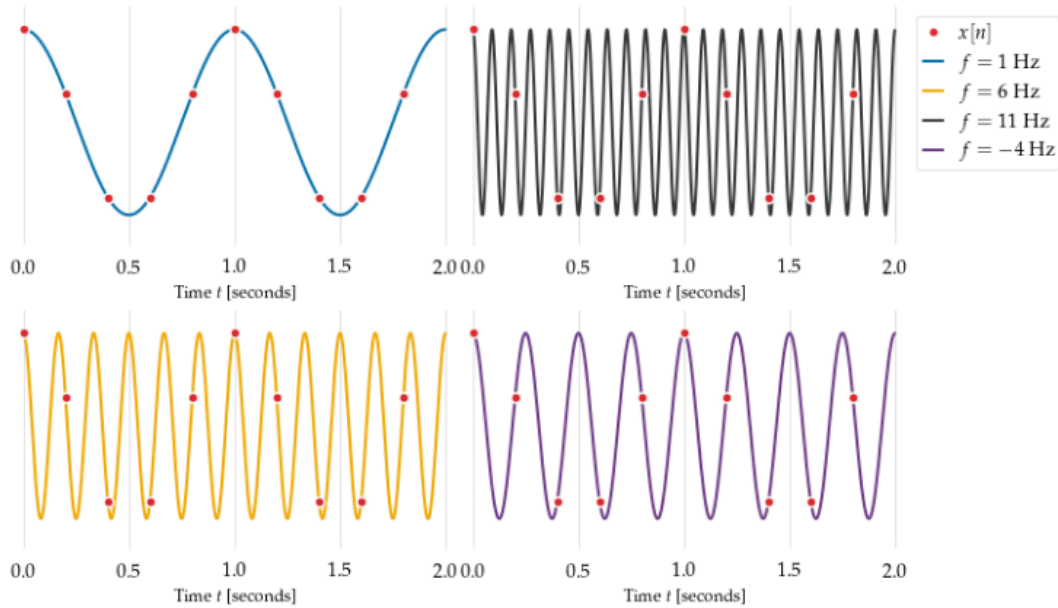
$$f_s = \frac{1}{T_s} \quad (1)$$

$$f_s \geq 2 \cdot f_{max} \quad (2)$$

Quando o teorema não é obedecido e taxa de amostragem é menor, ocorre o *aliasing* ou falseamento. Esse efeito é resultado de uma sobreposição de bandas de frequência contínuas e, conseqüentemente, em uma representação distorcida do sinal, ou seja, escolhendo uma taxa de amostragem (f_s), duas frequências f e f' podem possuir resultados idênticos para algum número inteiro k , conforme Equação 3 e Figura 5, onde diferentes formas de onda possuem valores amostrados iguais nos mesmos instantes de tempo. Logo, um som originalmente agudo poderá ser representado como sendo mais grave.

$$f' = f + k \cdot f_s \quad (3)$$

Figura 5 - Representação de uma taxa de amostragem idêntica para sinais com frequências distintas

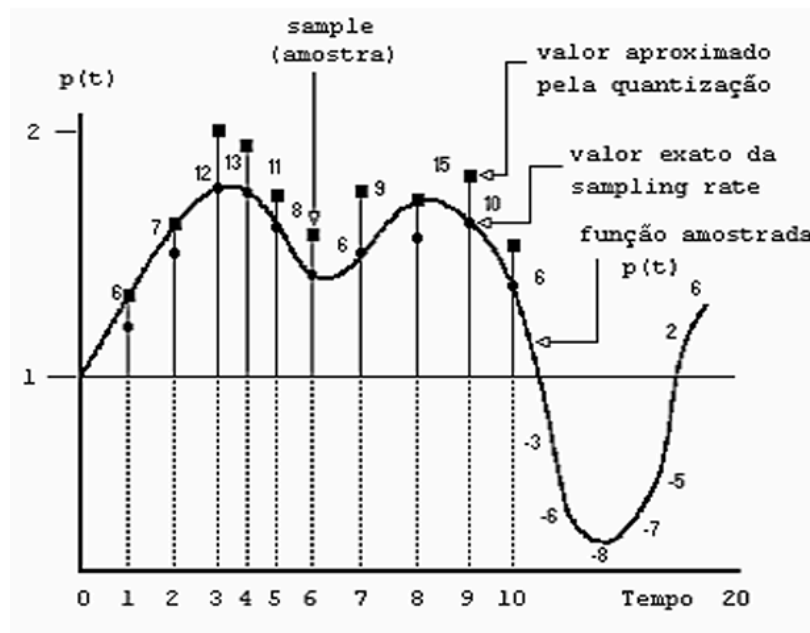


Fonte: McFee (2025).

Enquanto a amostragem discretiza um sinal no tempo, esse ainda possui precisão infinita nos valores de amplitude (análogo). Contudo, sistemas digitais não possuem tal resolução, podendo registrar um conjunto finito de valores de amplitude (digital). O processo de converter um sinal analógico em um digital é denominado quantização, e pode ser visto na Figura 6.

Sabendo que os meios digitais guardam números binários, os dados devem ser convertidos em bits. Buscando um nível maior de detalhamento entre as variações dinâmicas de amplitude, será necessária uma representação com maior quantidade de bits por amostra. Para um áudio digitalizado isso é chamado de resolução ou profundidade de bits. Um equipamento profissional usa normalmente uma taxa entre 16 a 24 bits. Portanto, a taxa de amostragem e a resolução, são fundamentais para a qualidade da digitalização de um sinal de áudio.

Figura 6 - Ilustração do processo de quantização



Fonte: Miletto et al. (2004).

2.6. FILTROS ANALÓGICOS

Os filtros analógicos podem ser de natureza passiva e ativa. No primeiro caso, apenas são utilizados componentes passivos em sua implementação, como resistores, capacitores e indutores. Em contrapartida, filtros ativos possuem componentes que necessitam de energia, por exemplo, amplificadores operacionais e transistores. Além de sua classificação derivada dos componentes que os compõem, filtros analógicos também são denotados por seus efeitos sobre diferentes frequências. Alguns tipos são: passa-altas, passa-baixas e passa-faixas.

O modelo passa-altas atenua os sinais abaixo de uma frequência (ω_c) de corte determinada enquanto o restante permanece inalterado. Seu oposto é representado pelo passa-baixas, onde frequências abaixo a ω_c não sofrem alteração. A união dos dois filtros mencionados anteriormente é conhecida como passa-faixas, onde existem duas frequências de corte, inferior (ω_1) e superior (ω_2), e apenas as componentes fora dessa banda de passagem são atenuadas. Com isso, define-se que a largura de banda (BW) será a diferença entre a ω_2 e ω_1 . Também estão presentes o fator de qualidade Q e a frequência central (ω_0) (FERREIRA, 2018).

É importante ressaltar que as frequências podem ser denotadas em rad/s ou Hz, conforme Equação 7 (SPANIAS, 2007).

$$BW = \omega_2 - \omega_1 \quad (4)$$

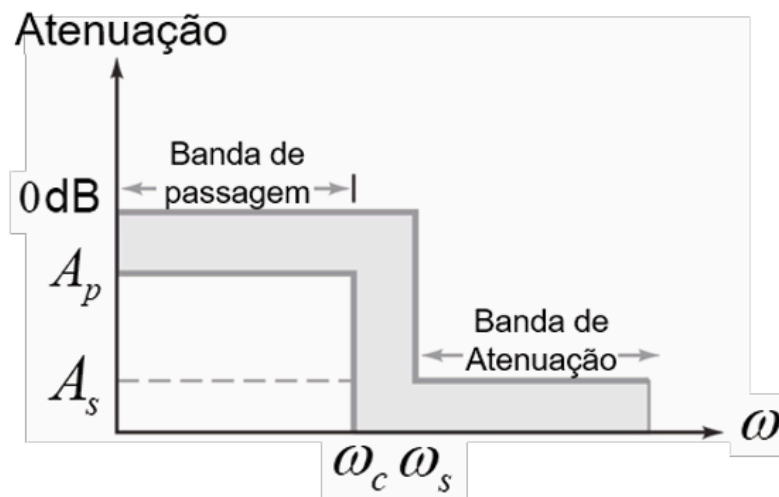
$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \quad (5)$$

$$Q = \frac{\omega_0}{BW} \quad (6)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (7)$$

Idealmente, um filtro na banda de passagem e na banda de rejeição deve apresentar uma atenuação nula e infinita, respectivamente. Com isso, a largura na faixa de transição seria nula, conforme mostra a Figura 7. A presença de um filtro, também pode alterar a fase do sinal de entrada e, em condições ideais, na banda de passagem essa variante deve ser mínima.

Figura 7 - Atenuação em um filtro ideal



Fonte: Malvino; Bates (2016).

A função de atenuação ($H(\omega)$) pode ser definida através da função característica ($K(\omega)$), onde a amplitude cresce com a frequência e $k(0) \approx 0$.

$$|H(\omega)|^2 = 1 + |K(\omega)|^2 \quad (8)$$

Para definir a atenuação em Decibel é utilizada a expressão:

$$A(\omega) = 10 \log(1 + |K(\omega)|^2) \quad (9)$$

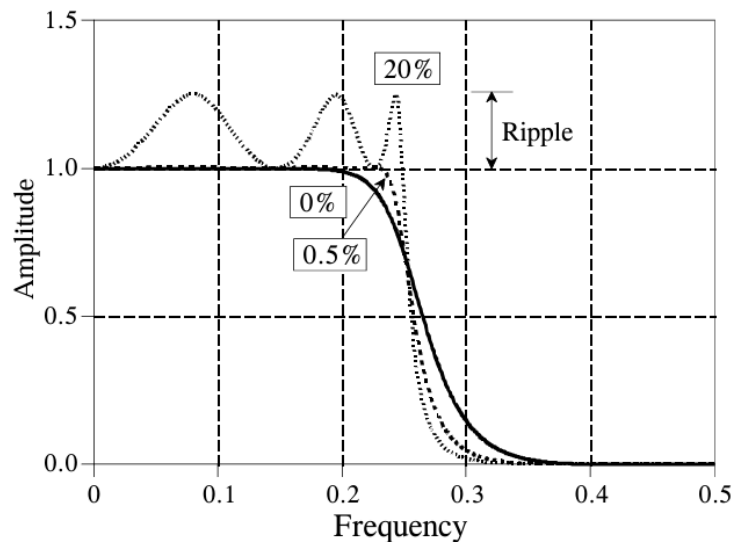
Chama-se ripple (ϵ) o parâmetro que define a ondulação máxima de amplitude na banda de passagem, como visto na Figura 8. Com isso, utilizando ω_p como sendo a frequência limite da banda de passagem, obtém-se:

$$K(\omega_p) = \epsilon \quad (10)$$

$$A(\omega_p) = A_{max} = 10 \log(1 + \epsilon^2) \quad (11)$$

$$\epsilon = \sqrt{10^{A_{max}/10} - 1} \quad (12)$$

Figura 8 - Demonstração do ripple



Fonte: Smith (1999).

2.6.1 Aproximação de Butterworth

Stephen Butterworth descreveu seu filtro em 1930 no seu artigo “On the theory of filter amplifiers” (BUTTERWORTH, 1930). Também denominado como filtro de resposta plana, essa aproximação não possui ripple, ou seja, as curvas obtidas não possuem nenhum tipo de ondulações, logo sua variação é monotônica decrescente (PERTENCE JÚNIOR, 2003). Sua função característica é demonstrada abaixo.

Para um modelo passa-baixas, sua função-resposta é dada por:

$$|H(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{1+(\omega/\omega_c)^{2n}}} \quad (13)$$

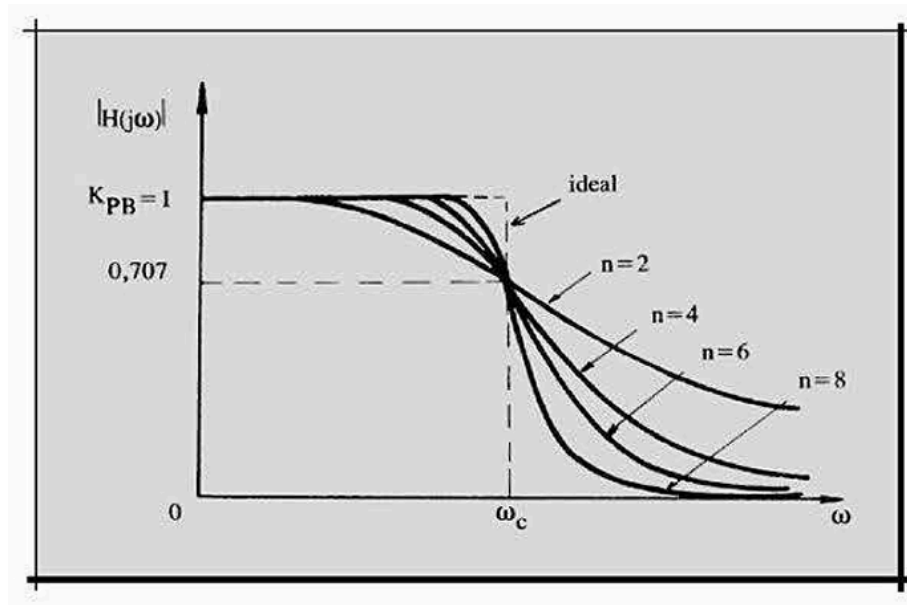
e sua função característica:

$$K(\omega) = \epsilon(\omega/\omega_p)^n \quad (14)$$

onde n é a ordem do filtro, K é seu ganho em corrente contínua, ω_c sua frequência de corte e ω_p a frequência limite da banda passante.

A ordem de um filtro se relaciona inversamente com a amplitude da faixa de transição, como demonstra a Figura 9. Portanto, quanto maior sua ordem, sua resposta será mais próxima de uma curva ideal. Em circuitos passivos, é a quantidade de capacitores e indutores. Para os filtros ativos, é a quantidade de circuitos RC (polos), aproximadamente o número de capacitores no circuito (MALVINO; BATES, 2016).

Figura 9 - Relação entre ordem do filtro e sua curva de resposta



Fonte: Pertence Júnior (2003).

Utilizando $\omega \gg \omega_c$ à função-resposta, obtém-se a seguinte aproximação:

$$|H(j\omega)| \simeq K \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)^n \quad (15)$$

Reescrevendo em termos de decibéis, onde $\omega \gg \omega_c$:

$$|H(j\omega)|_{dB} \simeq 20 \log K - 20n \log \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \quad (16)$$

Logo é possível determinar a taxa de atenuação (TA) do filtro de Butterworth.

$$TA = -20n \log \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \text{ (dB/década)} \quad (17)$$

Portanto, afirma-se que conforme a ordem aumenta, sua atenuação também será maior. Sendo: 20 dB/década para um filtro de primeira ordem, 40 dB/década de segunda ordem e assim conseqüentemente. Na frequência de corte, a atenuação é 3 dB.

Para determinar a ordem mínima do filtro passa-baixas, é utilizada a Equação 18. Nesse caso, A_{max} é a atenuação máxima permitida na banda passante, A_{min} atenuação mínima na banda de rejeição, ω_p a frequência limite da banda passante e ω_s a frequência limite da banda de rejeição.

$$n \geq \frac{\log \frac{\sqrt{10^{A_{min}/10}} - 1}{\sqrt{10^{A_{max}/10}} - 1}}{\log \frac{\omega_s}{\omega_p}} \quad (18)$$

Os polos do filtro são demonstrados em uma circunferência no plano complexo, tendo sua origem no centro do plano, logo existem valores no semiplano esquerdo e direito. Entretanto, apenas são considerados valores dentro do semiplano complexo esquerdo, pois a existência de polos em seu oposto resultaria em um sistema instável (SANDIM, 2023).

Com isso, é possível determinar que a diferença entre os ângulos de cada polo seja uniforme dado Equação 19, onde n é a ordem do filtro.

$$\theta_k = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{2n} + \frac{\pi(k-1)}{n}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

Multiplicando cada polo por um escalar, tem-se:

$$\omega_0 = \omega_p \sqrt[n]{1/\epsilon} \quad (20)$$

Portanto, os polos são dados pela equação abaixo.

$$p_k = \omega_0 (\cos \theta_k + j \sin \theta_k) \quad (21)$$

Nesse caso, tem-se que para filtros de primeira ordem o polo se encontra em $\pi/2$. Em segunda ordem, o primeiro polo em $\pi/4$ e o segundo em $3\pi/4$. Terceira ordem, $\pi/6$, $\pi/2$ e $5\pi/6$, sendo primeiro, segundo e terceiro polo.

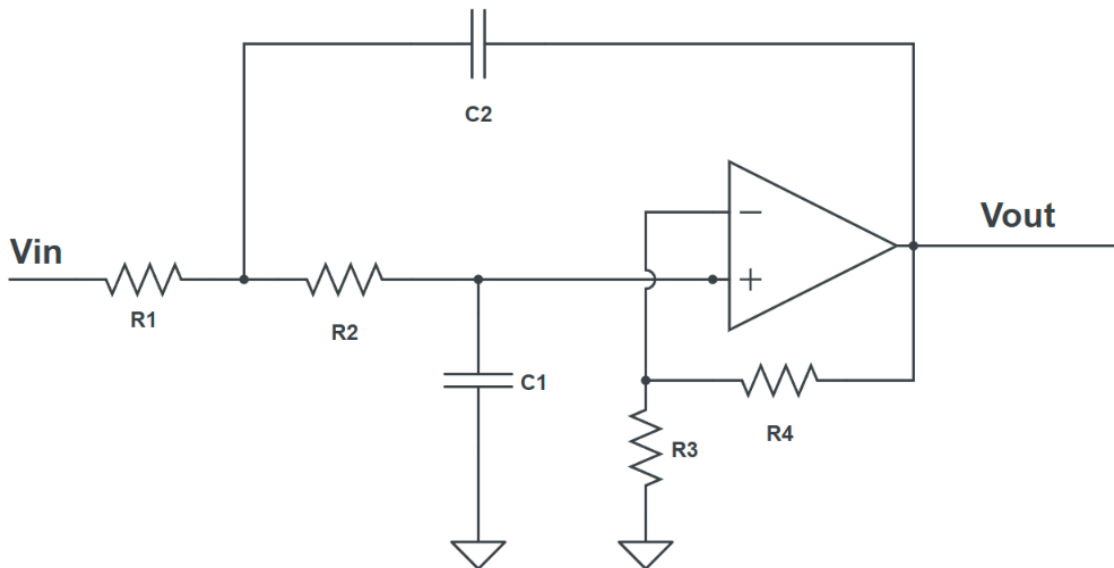
Dado um filtro de ordem n , polos p_x ganho K e, em corrente contínua, sua função de transferência $T(s)$ será:

$$T(s) = \frac{K\omega_0^n}{\prod_{x=1}^n (s-p_x)} \quad (22)$$

2.7. TOPOLOGIA DE SALLEN-KEY

A topologia de Sallen-key é tipicamente utilizada para implementar filtros de segunda ordem. Nesse modelo com ganho no sistema, utiliza-se de um amplificador operacional, quatro resistores e dois capacitores, conforme figura abaixo.

Figura 10 - Topologia Sallen-Key para um filtro passa-baixas ativo de segunda ordem



Fonte: Autoria própria (2025).

Sua função de transferência para um filtro passa-baixas é dada por:

$$H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \quad (23)$$

onde, K é o ganho em corrente contínua e Q o fator de qualidade.

$$H(0) = K \quad (24)$$

$$\omega_0 = 2\pi f_c = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (25)$$

$$Q = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{R_1 C_1 + R_2 C_1 + R_2 C_2 (1-K)} \quad (26)$$

Comumente é realizada uma simplificação que iguala os valores dos componentes, a fim de simplificar o projeto. É importante lembrar que o fator de qualidade Q para o filtro de Butterworth vale $Q = 0,7071$, equivalente a $1/\sqrt{2}$, ou seja, uma resposta mais plana possível na banda de passagem.

2.8. FILTROS DIGITAIS

Filtros digitais são algoritmos matemáticos que podem ser implementados em software ou hardware. Em geral, possuem uma resposta mais precisa e uma menor variação em relação ao meio, sendo preferíveis nas mais diversas aplicações.

A resposta ao impulso dos filtros digitais os dividem em duas classes: resposta ao impulso finita (*finite impulse response* - FIR) e resposta ao impulso infinita (*infinite impulse response* - IIR). A primeira se caracteriza pela saída depender apenas de momentos passados e presente da entrada. Estes apresentam fase linear e são sempre estáveis, ou seja, não produzem distorção no sinal de saída, visto que o atraso é igual para todas as frequências. Em contraponto, filtros do tipo IIR são recursivos, isto é, a saída presente depende dos valores passados da saída e dos valores passados e presentes da entrada (NALON, 2014; OPPENHEIM; WILLSKY; 2010).

2.8.1 Transformada Z e transformação bilinear

A transformada z (TZ) é utilizada para converter sequências de tempo discreto $x[n]$ em uma representação no domínio da frequência complexa, onde z é uma variável complexa e \mathcal{Z} é o operador que indica a transformação. Pode-se dizer que essa é o equivalente de tempo discreto da transformada de Laplace (FERREIRA, 2018).

$$X(z) = \mathcal{Z}\{x[n]\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n} \quad (27)$$

Considerando $z = e^{j\omega}$, obtém-se a transformada de Fourier de tempo discreto (TFTD).

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} \quad (28)$$

Em contrapartida, a transformação bilinear é utilizada para converter funções de transferência de sistemas contínuos para discretos. Com isso, realiza um mapeamento do plano s analógico para o plano z , assim, convertendo os polos e zeros para o domínio digital e mantendo as principais características do filtro. Sua expressão é dada por:

$$s = \frac{2}{T_s} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad (29)$$

sendo T_s o tempo de amostragem.

Como a transformação bilinear não é linear, podem ocorrer distorções nas respostas de frequências após a conversão. Para prevenir esse problema, utiliza-se a técnica de *pre-warping*, ou seja, frequências de interesse, como a de corte, são previamente distorcidas para que após a transformação estejam mapeadas corretamente.

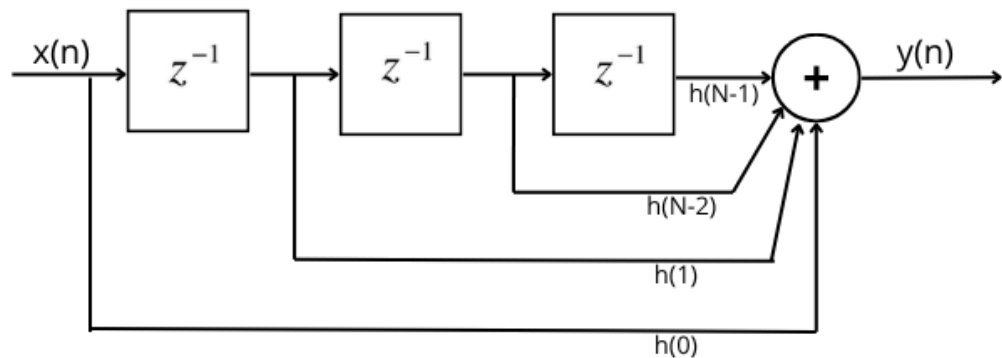
$$\Omega_p = \frac{2}{T_s} \tan\left(\frac{\omega_0 T}{2}\right) \quad (30)$$

2.8.2 Filtros FIR

Um filtro FIR se caracteriza pela resposta ao impulso de duração finita. Como sua saída não é realimentada, este pode ser implementado por equações diferenciais que não contenham termos recursivos. Em caso de uma função de

transferência de ordem alta, os filtros são considerados ineficientes. Entretanto, apresentam uma fase linear e são inerentemente estáveis.

Figura 11 - Fluxograma filtro FIR



Fonte: Mattar (2006).

Um filtro FIR tem sua saída descrita como:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n-k) \quad (31)$$

onde, $h(k)$ são os coeficientes da resposta ao impulso do sistema.

Aplicando a transformada Z é possível obter a função de transferência, definida pela equação abaixo.

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)z^{-k} \quad (32)$$

2.8.3 Filtros IIR

O filtro IIR é aquele onde a sua resposta ao impulso é de duração infinita. Como sua saída apresenta realimentação, pois a saída depende dos sinais presentes na entrada e sinais de saída passados, é conhecido como recursivo. Pode-se descrever a sua saída como:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k x(n-k) - \sum_{m=1}^M a_m y(n-m) \quad (33)$$

nesse caso os coeficientes b_k e a_m determinam sua resposta em frequência.

Aplicando a transformada Z, obtém-se sua função de transferência dada por:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} b_k z^{-k}}{1 + \sum_{m=1}^M a_m z^{-m}} \quad (34)$$

Um problema de filtros IIR é o fato de poder ocorrer saídas que permanecem constantes ou que crescem continuamente com o mesmo valor de entrada. Três propriedades podem ser descritas para esses filtros: causalidade, linearidade e invariância no tempo.

Denomina-se causal o sistema que a saída em um determinado instante depende apenas das entradas atuais e passadas, ou seja, quando um índice for menor que zero a saída será zero. Um sistema é linear quando a combinação linear das entradas resulta na mesma combinação linear das saídas para cada entrada. Por fim, invariante no tempo será um sistema cuja saída reflete a invariância do sinal de entrada, ou seja, se a entrada estiver defasada a saída sofrerá a mesma variação (WEEKS, 2012).

3. METODOLOGIA

Nesta secção será demonstrada a escolha dos filtros e suas implementações. Para tal, serão apresentados os cálculos, componentes e simulações utilizados, juntamente com aplicações reais. O objetivo fundamental deste trabalho é comparar o desempenho de um filtro Butterworth implementado em dois domínios distintos: analógico e digital. Para isso, é necessário validar que ambas as implementações processam o sinal de entrada de forma equivalente.

A análise por sinal de entrada é a metodologia utilizada, pois permite avaliar diretamente a função de transferência do filtro, que é definida como a relação entre saída e entrada. Verificar se um filtro atua corretamente significa confirmar que ele atenua as frequências acima de 1 kHz e preserva as frequências abaixo dessa faixa.

Diferentemente de amplificadores de potência, onde o interesse reside em características de saída como distorção harmônica e eficiência, filtros são sistemas cuja qualidade é medida pela precisão da transformação que aplicam ao espectro de entrada.

3.1. DEFINIÇÃO DO FILTRO ANALÓGICO

Para este trabalho será desenvolvido um filtro Butterworth passa-baixas de segunda ordem. Sua frequência de corte está definida em 1 kHz, ou seja, o filtro apresentará a resposta mais plana possível na banda de passagem e no ponto de corte será necessária uma atenuação de 3 dB.

3.1.1 Cálculo dos componentes

Para a implementação do filtro analógico, será utilizada a topologia de Sallen-Key apresentada anteriormente. A fim de facilitar a compra de componentes e a construção, utiliza-se uma simplificação onde: $R_1 = R_2 = R$ e $C_1 = C_2 = C$. As equações com a simplificação são dadas por:

$$H(s) = \frac{K}{s^2(R^2C^2) + s\frac{(3-K)}{RC} + 1} \quad (35)$$

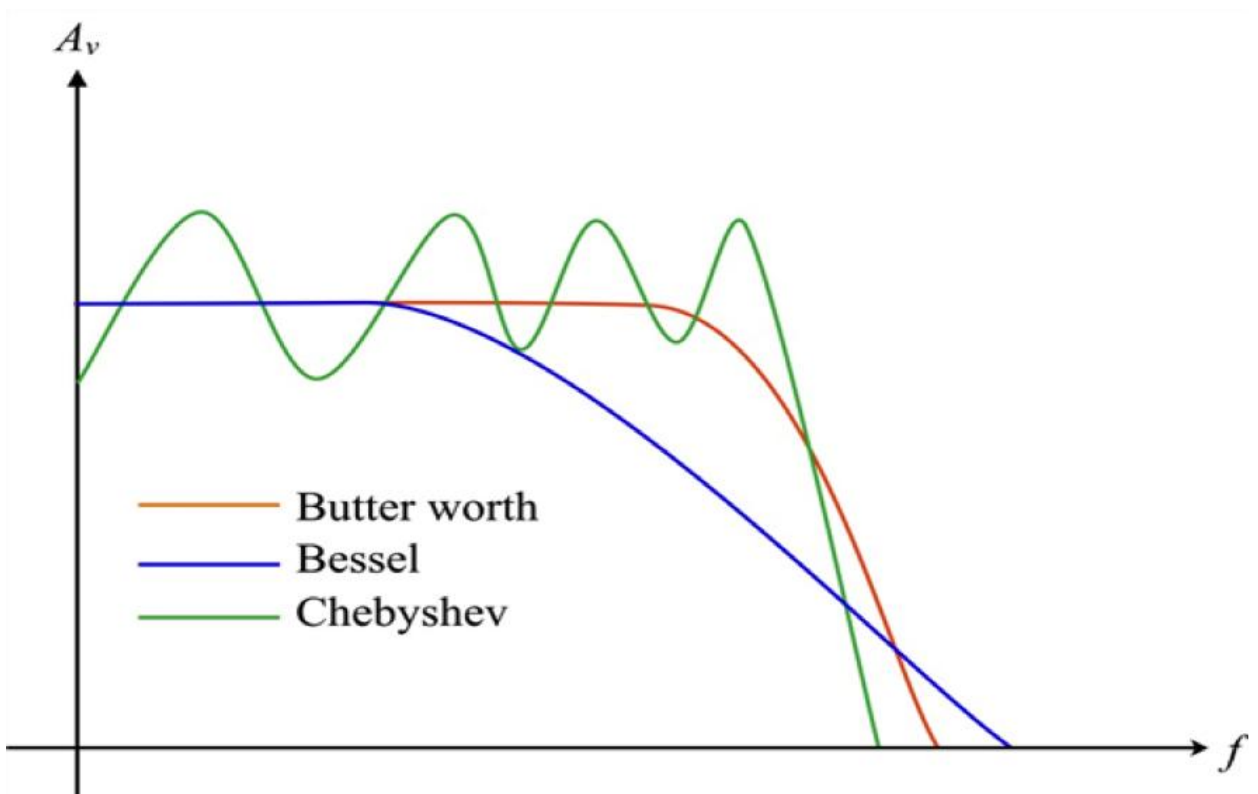
$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (36)$$

$$Q = \frac{1}{3-K} \quad (37)$$

$$K = 1 + \frac{R_4}{R_3} \quad (38)$$

O fator de qualidade Q é determinante para o formato da resposta do filtro. Quando é baixo apresenta uma atenuação antes da frequência de corte, resposta típica de um filtro do tipo Bessel. Já sendo alto, próximo do corte apresentará um pico de ressonância, por exemplo, filtro de Chebyshev. Portanto, para uma resposta Butterworth, resposta plana, seu valor necessita ser $Q = 1/\sqrt{2} \approx 0,7071$. As diferentes respostas podem ser observadas na comparação da Figura 12.

Figura 12 - Comparação entre os filtros de Bessel, Butterworth e Chebyshev



Fonte: Magalhães (2024).

Determinando K em função de Q , tem-se:

$$K = 3 - \frac{1}{Q} = 3 - \sqrt{2} \approx 1,5858 \quad (39)$$

definindo um valor comercial de $10 \text{ k}\Omega$ para R_4 , obtém-se R_3 .

$$K = 1,5858 = 1 + \frac{R_3}{10k} \quad (40)$$

$$R_3 \approx 5,9 \text{ k}\Omega \quad (41)$$

Para obter um filtro Butterworth de segunda ordem, nem sempre é necessário um ganho. Para filtro aplicado nesse projeto ele se faz presente, pois sem ele não seria possível obter uma amplitude plana na banda passante. Logo, se utilizasse de um ganho unitário, a resposta deixaria de ser plana e apresentaria uma atenuação antes da frequência de corte.

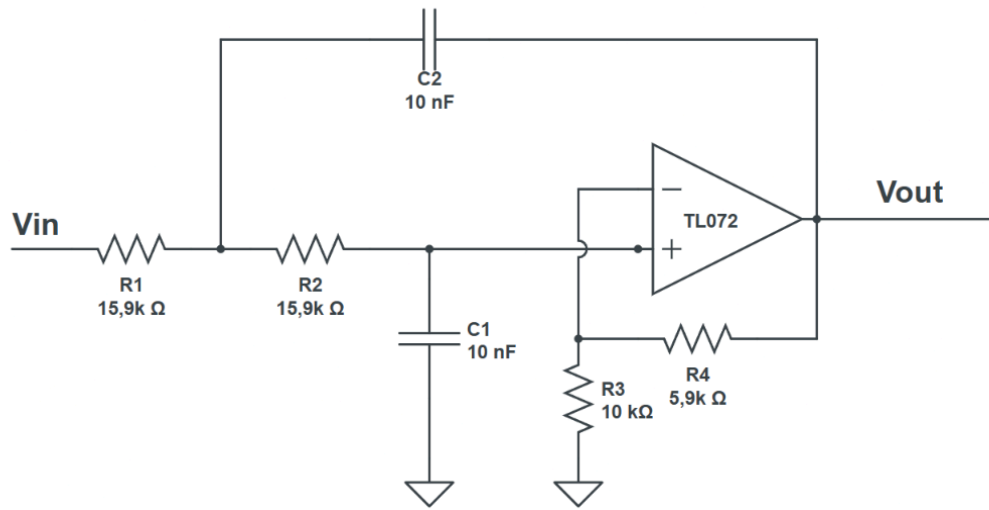
Posteriormente foram definidos valores comerciais para os capacitores, nesse caso 10nF . Logo os resistores R_1 e R_2 são encontrados a partir da frequência de corte.

$$R = \frac{1}{2\pi f_c C} = \frac{1}{2\pi \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} \approx 15,91 \text{ k}\Omega \quad (42)$$

Para finalizar os componentes foi escolhido o amplificador operacional TL072. Sua escolha se baseia em possuir características de baixo consumo energético e baixo ruído, também por ser comumente utilizado em circuitos profissionais de áudio. Suas informações detalhadas podem ser vistas em seu datasheet (TEXAS INSTRUMENTS, 2025).

Por fim, o filtro com seus valores finais é visto na Figura 13.

Figura 13 - Filtro passa-baixas Butterworth de segunda ordem com componentes descritos

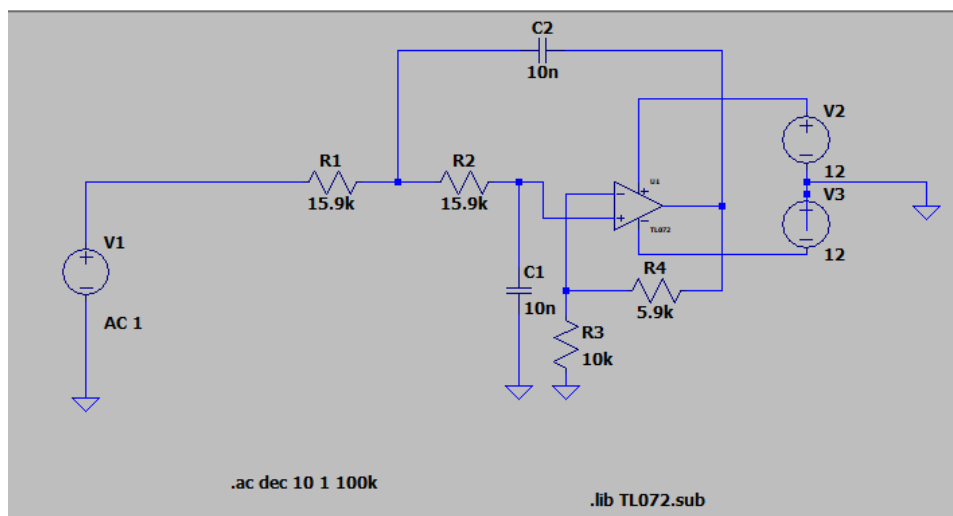


Fonte: Autoria própria (2025).

3.2 SIMULAÇÃO

Definido todos os componentes, passa-se para a fase de simulação, onde é possível visualizar e comprovar de maneira efetiva o comportamento do sistema analógico calculado. Nessa etapa foi utilizado o *software* LTspice.

Figura 14 - Simulação do filtro analógico no software LTspice



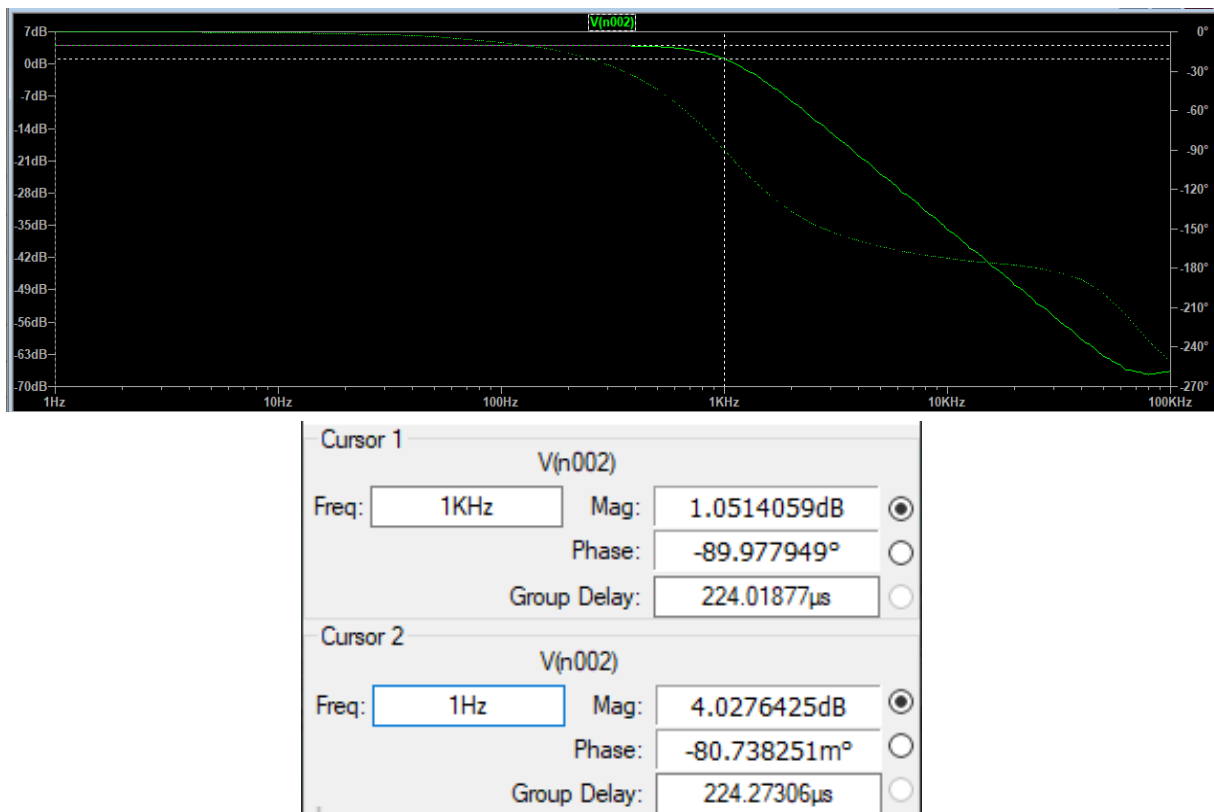
Fonte: Autoria própria (2025).

O resultado da simulação vista acima são dois gráficos, um para a magnitude e outro para a fase do sistema, chamado de diagrama de Bode. O primeiro expressa como a amplitude do sinal é atenuado ou amplificado em relação ao sinal de entrada. Já o segundo, demonstra a defasagem do sinal de saída em relação com a entrada. Em aplicações de filtros, o diagrama é um meio visual de identificar o tipo de filtro e sua frequência de corte.

Analisando a saída obtida através da simulação, Figura 15, é possível perceber que os critérios definidos foram atendidos, visto que a banda passante está plana e o ponto da frequência de corte apresenta uma atenuação de 3 dB. Sabendo que o sistema apresenta um ganho, isso reflete em uma amplificação do sinal, onde seu valor em decibel é calculado como:

$$dB = 20\log_{10}(K) = 20\log_{10}(1,59) \approx 4,028 \quad (43)$$

Figura 15 - Diagrama de Bode resultante da simulação



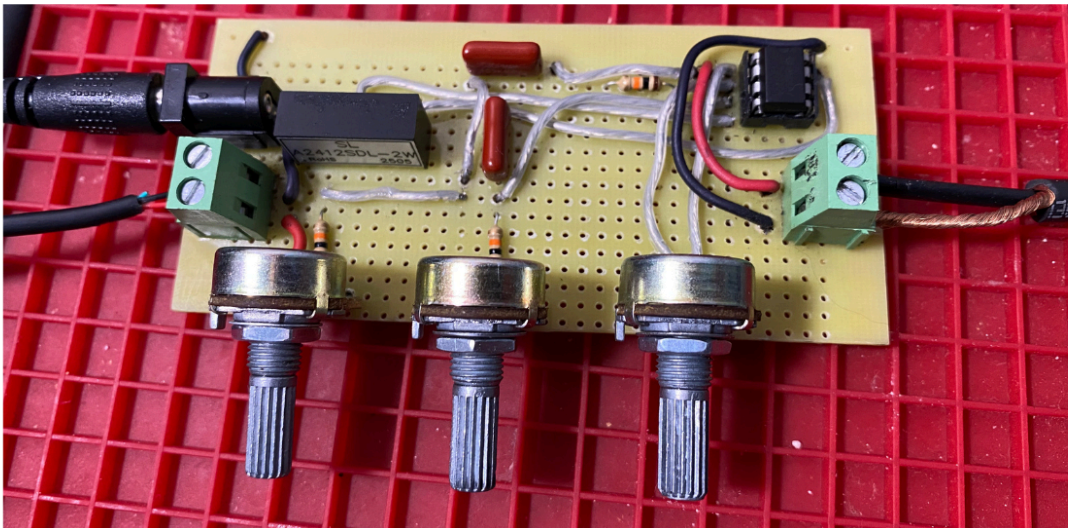
Fonte: Autoria própria (2025).

3.3. IMPLEMENTAÇÃO REAL DO FILTRO ANALÓGICO

Com a validação do sistema através da simulação, é possível iniciar a montagem com componentes reais. Para tal foram utilizados: dois capacitores de poliéster, modelo 103k 400V; um amplificador operacional, TL072; dois potenciômetros lineares B10k, cada um em série com um resistor de $10\text{k}\Omega$, sendo R_1 e R_2 ; um potenciômetro B10k para R_4 ; um resistor $10\text{k}\Omega$ para R_3 ; um conversor DC-DC A2412SDL-2W e uma fonte 24V corrente contínua, para alimentar o TL072.

Para atender aos requisitos de resistências, os potenciômetros foram ajustados conforme o projeto, por exemplo, onde é necessário $15,9\text{k}\Omega$, utiliza-se um resistor de $10\text{k}\Omega$ em série com o potenciômetro ajustado em $5,9\text{k}\Omega$. O conversor juntamente com a fonte são necessários para alimentar o amplificador operacional, que exige tensões simétricas de $+12\text{V}$ e -12V . A montagem final do filtro é demonstrada abaixo.

Figura 16 - Filtro implementado com componentes em PCI



Fonte: Autoria própria (2025).

3.4. FILTRO DIGITAL

Visando desenvolver um filtro digital para a comparação de resultados, foi construído um código em Python com as mesmas características do filtro analógico

(Anexo A). Esse se divide em três etapas principais: leitura e decodificação do sinal de áudio, cálculo dos coeficientes do filtro digital e a aplicação do filtro.

Na primeira etapa é utilizada a biblioteca wave, essa sendo uma ferramenta que auxilia na leitura e escrita de arquivos de áudio no formato WAV. Com isso, foram desenvolvidas duas funções: “read_wav” e “write_wav”. A primeira é responsável por abrir um arquivo de áudio, verificar se ele é estéreo ou mono e qual sua profundidade de bits. Inicialmente, as amostras do áudio são representadas como inteiros de 16 bits e, posteriormente, são normalizadas entre -1 a 1. A função retorna então a taxa de amostragem e o vetor com as amostras normalizadas. De forma inversa, a função de escrita realiza o processo de conversão das amostras para inteiros de 16 bits e escreve um novo arquivo WAV de saída. Para a frequência de amostragem, o valor obtido foi de $f_s = 44,1 \text{ kHz}$.

Para o filtro é utilizado o tipo IIR, baseando-se na discretização do modelo analógico contínuo para o domínio digital. Para tal, é empregada a transformação bilinear juntamente com a técnica de *pre-warping*. Logo, a função de transferência digital é obtida como:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (44)$$

A função “butterworth_2_LP” calcula e retorna os coeficientes b_0, b_1, b_2, a_1 e a_2 , esses sendo essenciais para o comportamento do filtro, os valores obtidos foram: $b_0 = 0,0073$, $b_1 = 0,0146$, $b_2 = 0,0073$, $a_1 = -1,7991$ e $a_2 = 0,8175$. O ganho K é correspondente do filtro analógico implementado, permitindo assim uma comparação direta entre eles.

Por fim, a filtragem do sinal é realizada pela função “iir_filter”, que implementa a equação de diferenças correspondente à $H(z)$. Essa função descreve como cada amostra de saída é calculada com base nas entradas atuais e passadas e saídas passadas.

$$y[n] = -a_1 y[n-1] - a_2 y[n-2] + b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2] \quad (45)$$

Os dois primeiros termos correspondem à parte recursiva do filtro, ou seja, a saída atual depende diretamente das saídas anteriores. É através dessa característica que o filtro se torna de resposta infinita. Já a parte não recursiva são os três últimos termos, que processam a entrada atual e anteriores.

4. TESTES E RESULTADOS

Para a análise experimental, foi implementada uma metodologia de aquisição de dados para realizar a leitura dos sinais de saída do filtro analógico, assim como sinais de referência. Para tal, foi utilizado um Direct Box (DI), em que a sua entrada é conectada ao sinal que se deseja gravar (sinal de referência, ou saída do filtro). Esse tem como função o casamento de impedâncias, ou seja, convertendo o sinal desbalanceado de alta impedância para um balanceado de baixa impedância. Com a conversão, é possível minimizar a suscetibilidade a ruídos externos e perdas de sinal, garantindo uma medição mais fiel.

Posteriormente, o sinal proveniente do DI é ligado à entrada de uma interface de áudio. Ela atua como o conversor analógico-digital, recebendo o sinal analógico do sistema e enviando por cabo USB ao computador. Através de seu pré-amplificador, é possível ajustar o nível do sinal de entrada, assegurando que não ocorrerão distorções por altos ganhos. O modelo da interface utilizada apresenta resolução de 16, 24 ou 32 bits, com taxa de amostragem de 44.1 kHz, 48 kHz, 96 kHz, 192 kHz ou 384 kHz, neste caso foram utilizados $f_s = 44.1 \text{ kHz}$ e 32 bits.

Por fim, o sinal digitalizado é enviado para o *software* REAPER, onde o sinal foi gravado e analisado com o auxílio de plug-ins que se baseiam na Transformada Rápida de Fourier (FFT). Com isso, é possível analisar graficamente as repostas obtidas e a comparação direta entre o comportamento teórico simulado dos sinais.

4.1. TESTE DA FREQUÊNCIA DE CORTE

A fim de comparar e analisar o desempenho dos filtros, foi estabelecida uma metodologia de testes baseada em um sinal de referência. Para isso, foi inicialmente utilizado um gerador de funções, modelo DSO-510, que produziu um sinal contínuo senoidal com frequência de 1 kHz e amplitude de 1V, visto na Figura 17. Dessa maneira, ambos os sistemas (analógico e digital) poderiam ser alimentados com o mesmo sinal, proporcionando uma comparação entre resultados equivalentes.

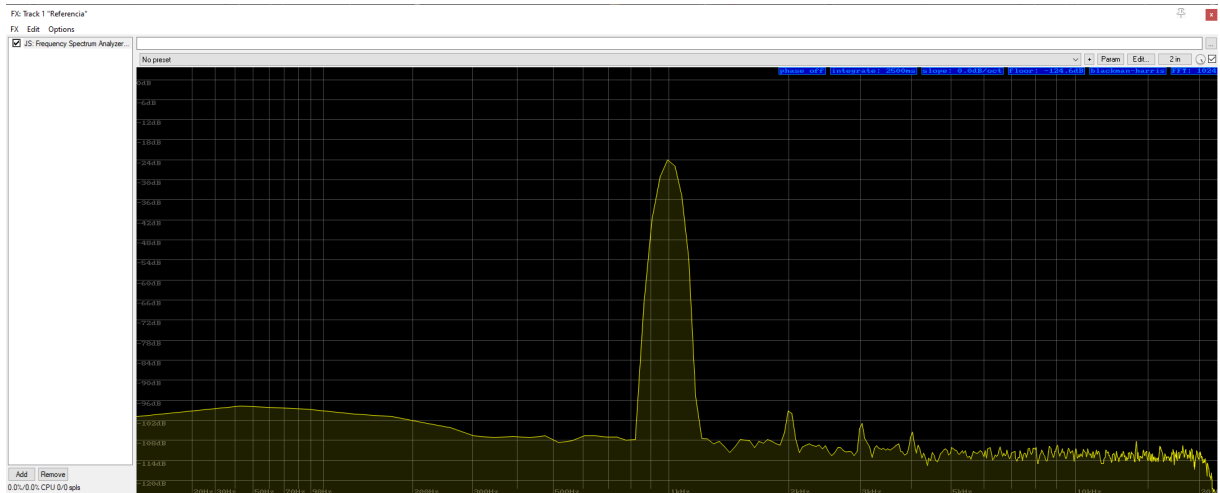
Figura 17 - Testes com filtro analógico e gerador de sinais



Fonte: Autoria própria (2025).

O sinal de referência foi gravado sem passar por nenhum dos filtros, conectando a saída do gerador de sinais no DI, desse na interface de áudio, e para o REAPER. Essa gravação serviu para estabelecer as características originais do sinal, como a amplitude. Verificando o espectro gerado na Figura 18, é possível verificar que na frequência desejada, o sinal possui uma amplitude de -24 dB.

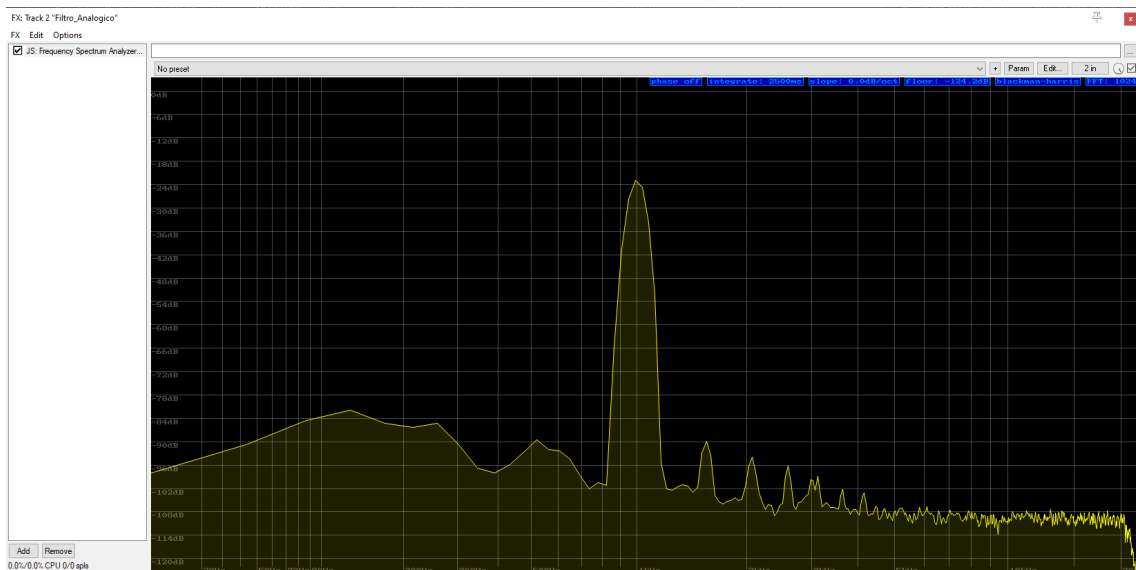
Figura 18 - Sinal 1 kHz referência



Fonte: Autoria própria (2025).

Em seguida, o mesmo sinal foi aplicado à entrada do filtro analógico. Sua captação e gravação segue o mesmo princípio já mencionado. O resultado obtido é visto na Figura 19, onde na frequência de 1 kHz o sinal possui um valor de amplitude aproximado de -23 dB. Sabe-se que o ganho do sistema é K aproximadamente 1,59, equivalente a 4,02 dB. O sinal tendo originalmente -24 dB nessa frequência, um ganho de 4 dB com uma atenuação de 3 dB na frequência de corte resultam em -23 dB. Portanto, nesse ponto de interesse, o filtro está operando como foi projetado.

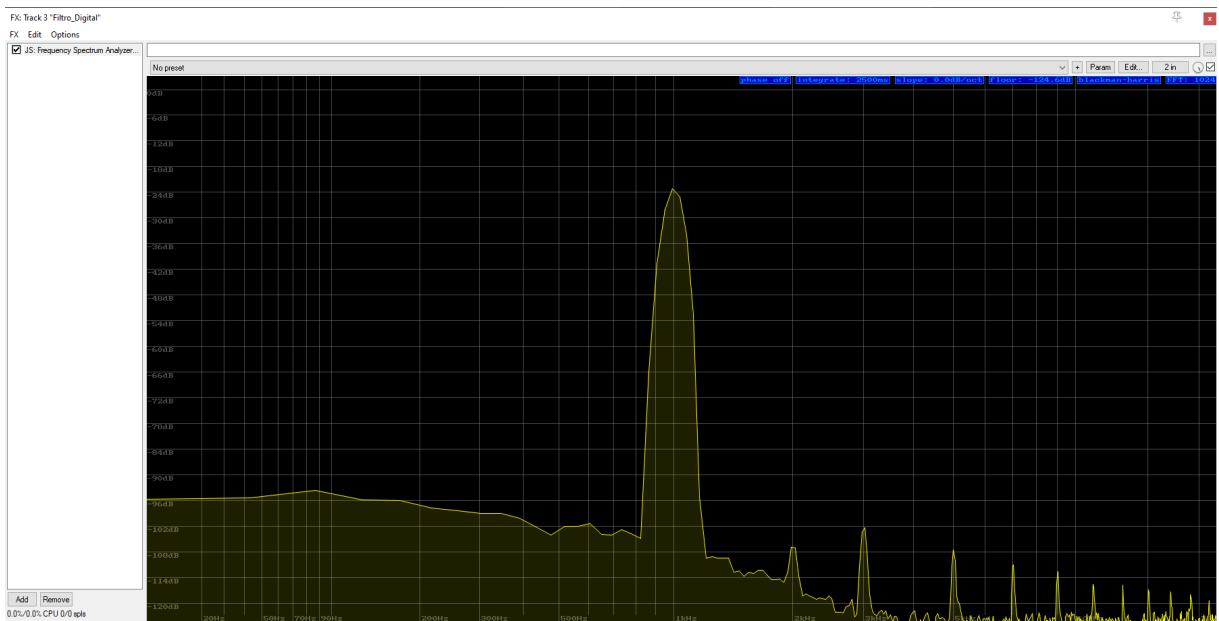
Figura 19 - Sinal 1 kHz após filtragem analógica



Fonte: Autoria própria (2025).

Por fim, o sinal gravado para referência foi processado pelo filtro digital. A saída resultante é um arquivo de áudio WAV, posteriormente adicionado ao REAPER para obter um gráfico semelhante ao obtido para o filtro analógico. Observa-se na Figura 20 que em 1 kHz a resposta do sistema é praticamente idêntica ao obtido no filtro analógico, onde seu pico está em -23 dB.

Figura 20 - Sinal 1 kHz após filtragem digital



Fonte: Autoria própria (2025).

Essas respostas de ambos os sistemas demonstram a validação da frequência de corte assim como do ganho do sistema. Pois, em ambos os casos, em comparação com a referência, o sistema atuou como foi projetado.

4.2. RESPOSTA EM FREQUÊNCIA COM RUÍDO BRANCO

Visando validar os filtros como passa-baixas de segunda ordem, foi realizado testes utilizando o ruído branco como sinal de entrada. O ruído branco é um sinal aleatório cuja principal característica é sua densidade espectral de potência constante em todas as frequências (HAYKIN, 2001). De forma prática, isso implica que esse sinal possui todas as frequências audíveis distribuídas com a mesma energia. Uma aplicação desse sinal é no momento de alinhamento dos sistemas de som profissionais.

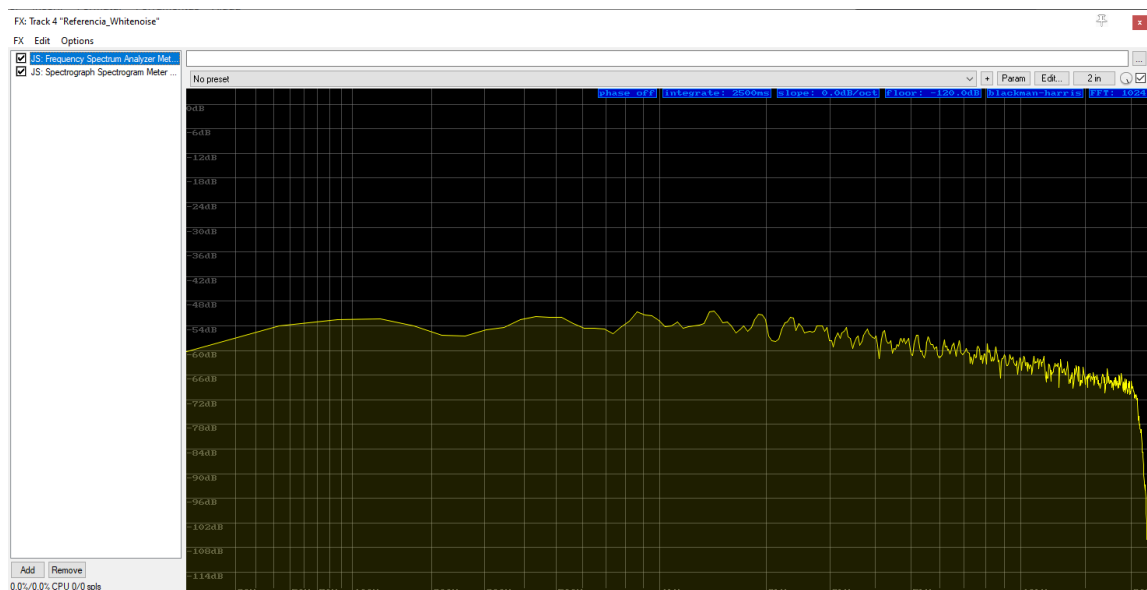
A vantagem de utilizar o ruído branco nos sistemas deste trabalho é poder visualizar diretamente a curva de resposta em frequência dos sistemas de maneira gráfica e intuitiva, com isso é possível verificar como o filtro se comporta ao longo do espectro de interesse.

Assim como descrito anteriormente, também será produzido um áudio de referência que posteriormente será aplicado aos filtros. Contudo, a fonte de sinal dessa vez é proveniente do computador, onde um arquivo WAV contendo um ruído branco será reproduzido.

Embora anteriormente apenas a amplitude do espectro do sinal na frequência foi analisada, agora também será analisado o comportamento do sistema no tempo, com um espectrograma. Esse, por sua vez, apresenta no eixo vertical as frequências, onde as mais baixas ficam na parte inferior e as mais altas no topo. O tempo é representado no eixo horizontal, da esquerda para direita. Por fim, a intensidade de cada frequência é denotada com cores, onde cores mais fortes, como o vermelho, demonstra uma amplitude maior e cores mais fracas uma amplitude menor.

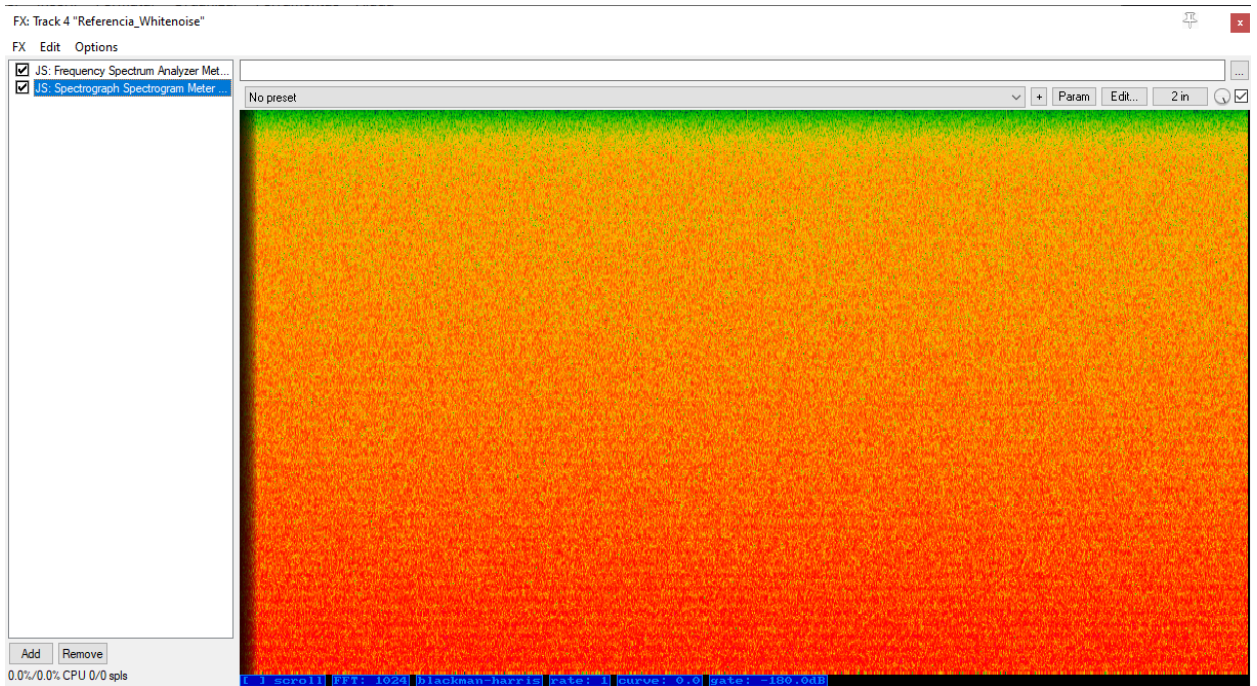
Os gráficos gerados através do sinal de referência são demonstrados abaixo. É possível perceber a característica do ruído branco, onde praticamente representa uma linha reta na amplitude das frequências e um gráfico com cores fortes para todas elas. Contudo, alguns desvios desse sinal serão explicados posteriormente.

Figura 21 - Ruído branco referência



Fonte: Autoria própria (2025).

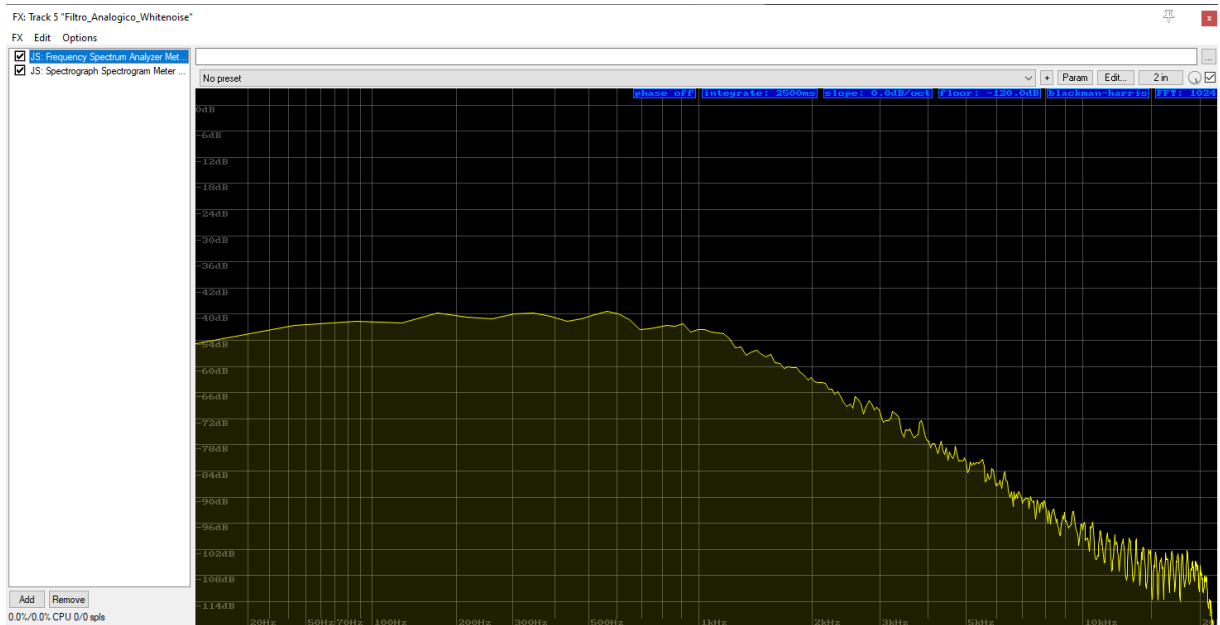
Figura 22 - Espectrograma ruído branco



Fonte: Autoria própria (2025).

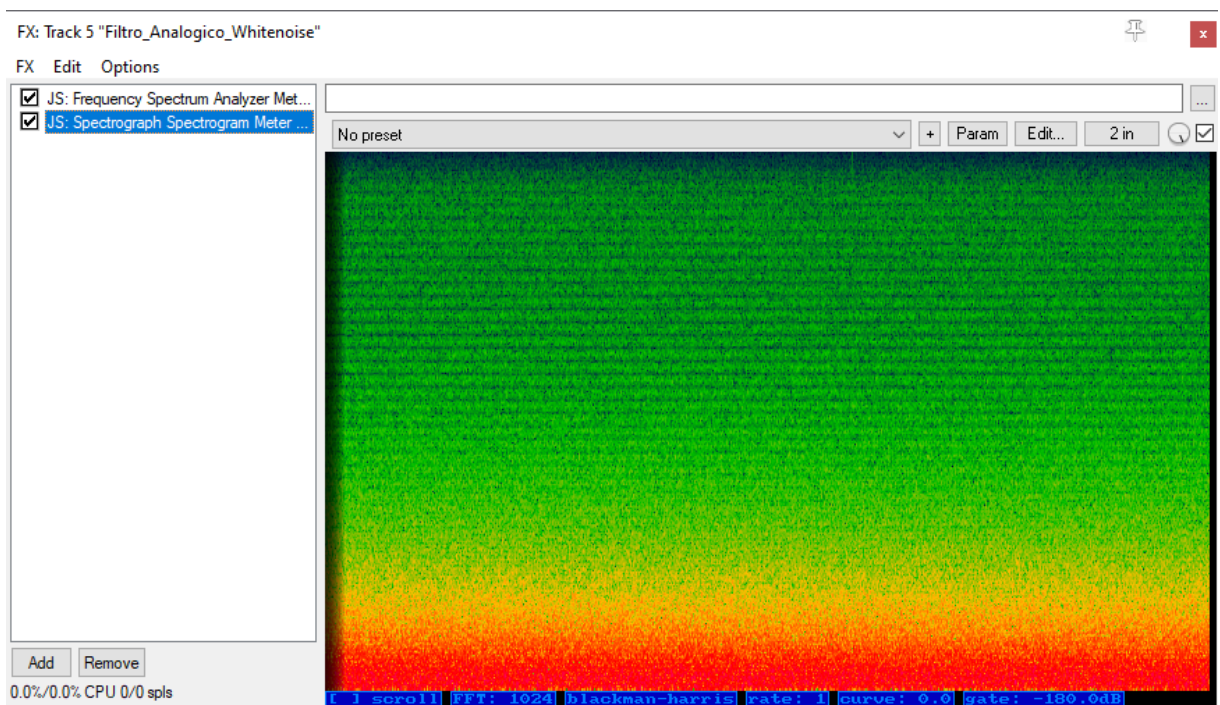
Em posse do sinal de referência, é possível iniciar o teste com os filtros. Começando com o analógico, a Figura 23 e a Figura 24 demonstram claramente um filtro do tipo passa-baixas. Na banda passante, sua característica plana foi mantida, assim como um ganho no sistema e a frequência de corte correta. Portanto, é possível dizer que o filtro analógico está atuando como projetado, correspondendo a um filtro Butterworth de segunda ordem.

Figura 23 - Ruído branco após filtragem analógica



Fonte: Aatoria própria (2025).

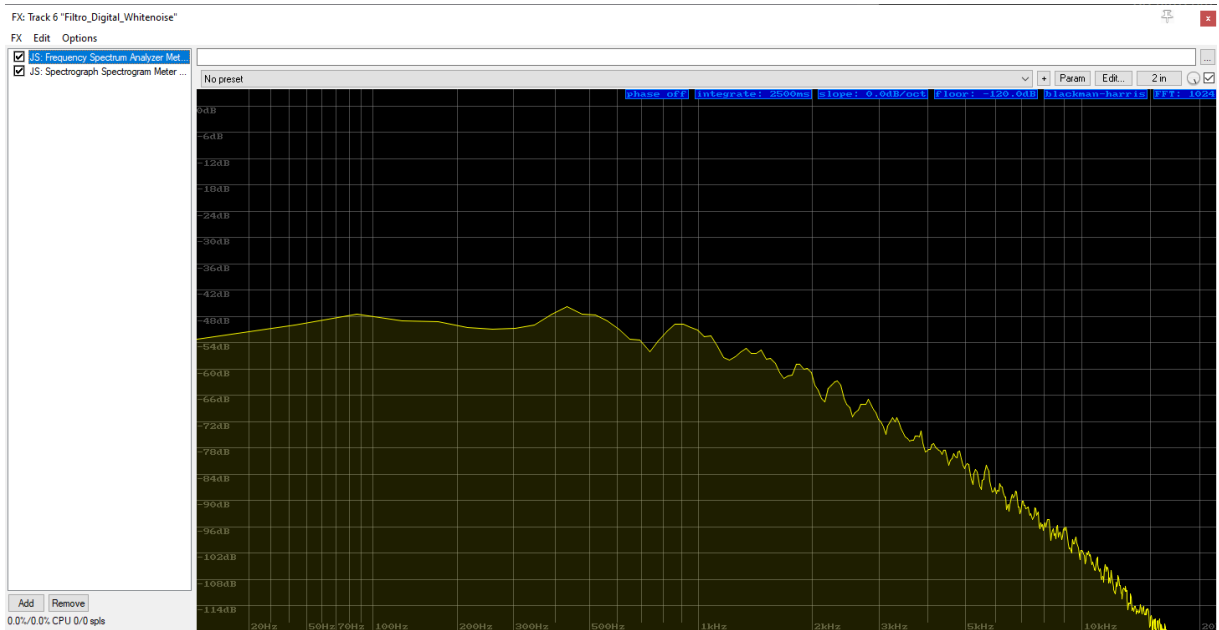
Figura 24 - Espectrograma ruído branco após filtragem analógica



Fonte: Aatoria própria (2025).

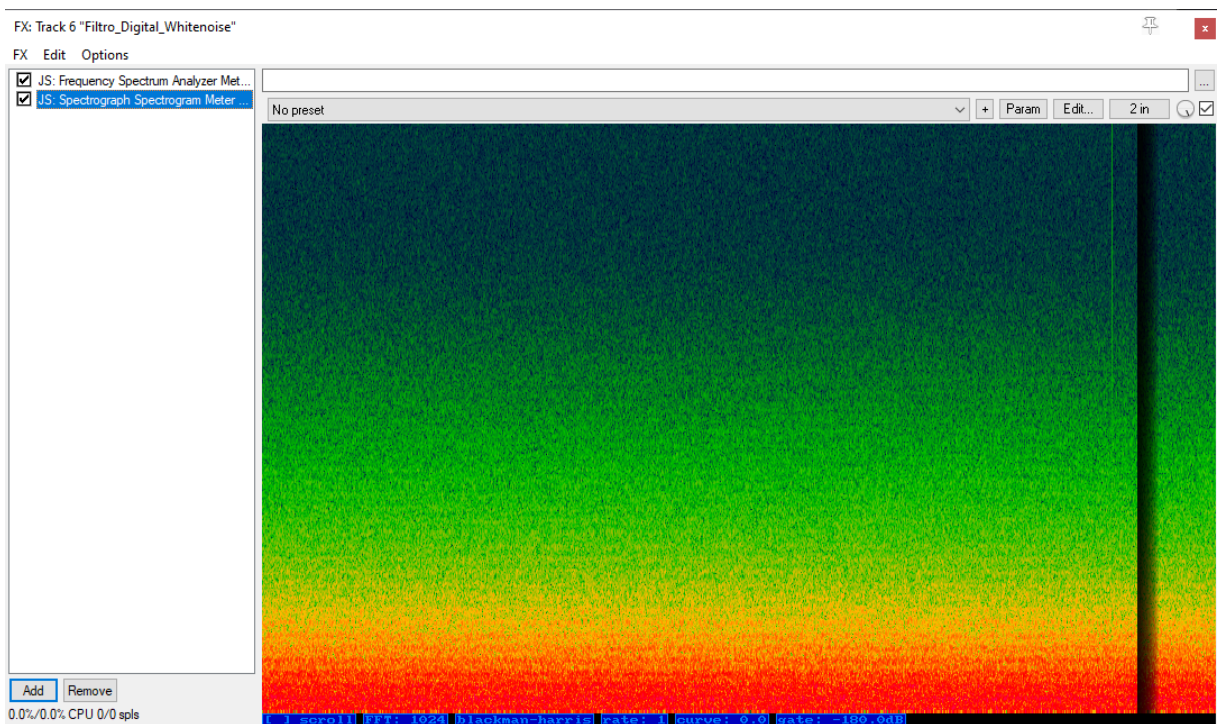
Realizando o processo para o filtro digital, obtém-se a Figura 25 e a Figura 26.

Figura 25 - Ruído branco após filtragem digital



Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 26 - Espectrograma ruído branco após filtragem digital



Fonte: Autoria própria (2025).

Assim como no filtro analógico, o sistema digital representa com ainda mais precisão a resposta do filtro projetado. Com isso, ambas aplicações conseguiram replicar com fidelidade o comportamento teórico do filtro.

4.3. PERDAS E DESVIOS DO SISTEMA

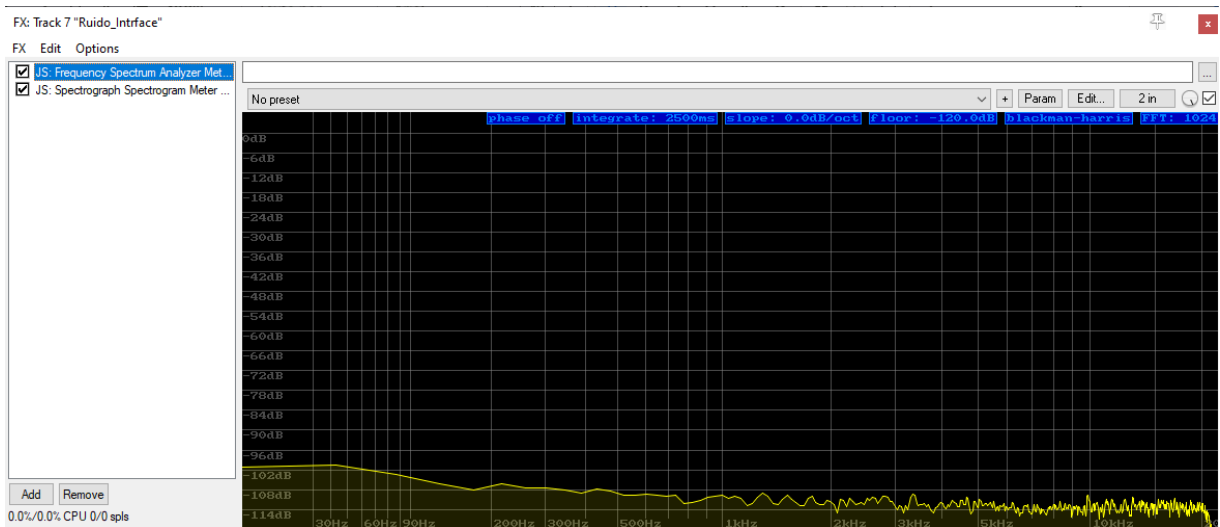
Embora ambos os filtros apresentem respostas praticamente idênticas, uma análise mais detalhada revela que a curva de atenuação do filtro digital é mais acentuada, assim como no espectrograma as frequências mais altas são menos evidentes. Essa diferença não denota um erro, mas sim a distinção entre um modelo praticamente ideal e um modelo real.

O filtro digital, por ser baseado apenas em cálculos, representa uma implementação quase perfeita do filtro. Em contrapartida, o filtro analógico é uma aproximação física, onde as imperfeições dos componentes e as variáveis do ambiente afetam o sistema. Resistores e capacitores geralmente possuem tolerâncias de um ou cinco por cento em seus valores nominais. Assim como o amplificador operacional que também possui suas limitações.

Outro fator a ser discutido é o piso de ruído. Esse pode ser descrito como a quantidade de ruído em um sistema quando não há nenhum sinal intencional, é um sinal que o próprio sistema está produzindo, normalmente oriundo dos componentes. Enquanto no sistema digital não existe ruído eletrônico, possibilitando atenuar o sinal para níveis muito baixos, no analógico a curva de atenuação desce até encontrar o piso de ruído e, então, o sistema acaba medindo mais o ruído do que o próprio sinal de entrada. Esse efeito pode ser visualizado nas frequências mais altas da Figura 23.

Um ponto de atenção é como os dados foram adquiridos, mais especificamente qual a ferramenta utilizada, nesse caso, uma interface de áudio. Ela possui uma faixa dinâmica de 82 dB, essa é a razão entre o sinal mais alto que o sistema pode processar sem distorções e o nível de sinal mais baixo antes do piso de ruído. O ruído da interface sem nenhuma entrada de sinal é demonstrado na Figura 27.

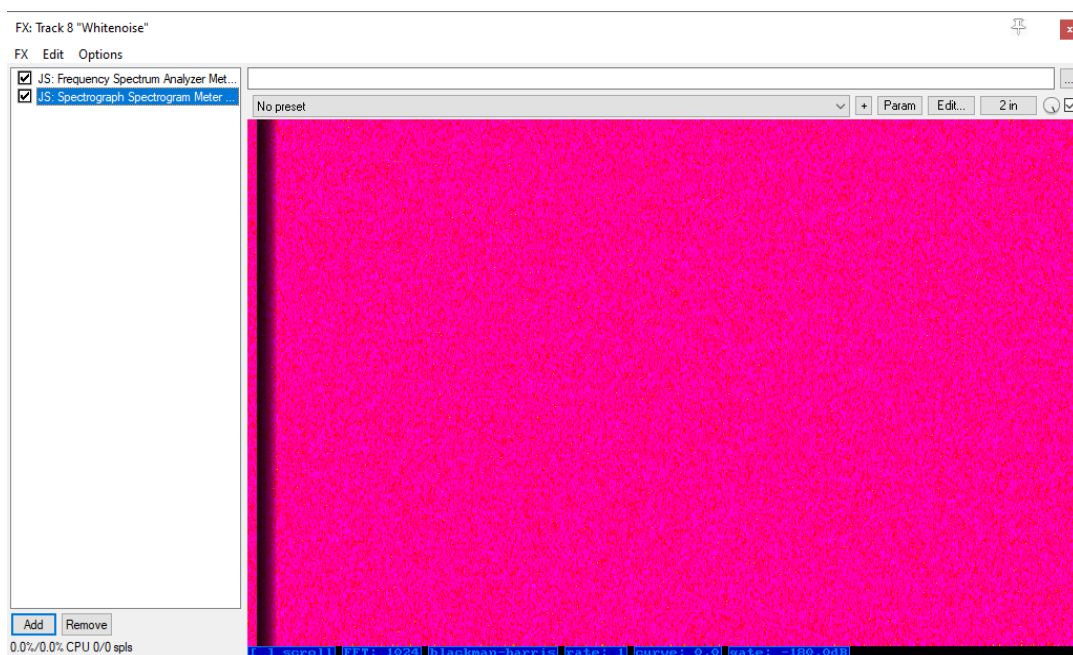
Figura 27 - Piso de ruído da interface de áudio



Fonte: Autoria própria (2025).

Apesar de oferecer múltiplas taxas de amostragem, o circuito analógico da interface é limitado na resposta de frequência, onde atua de 20 Hz a 20 kHz, com uma pequena atenuação nos extremos dessa faixa. Retomando aos testes com ruído branco, é possível analisar o sinal original, Figura 28, e o de referência, Figura 22. Com isso, é notável as características do ruído branco e os desvios de sinal gerados após o processamento.

Figura 28 - Espectrograma ruído branco antes da interface



Fonte: Autoria própria (2025).

5. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou o estudo, desenvolvimento e análise entre filtros implementados nos domínios analógico e digital, visando comparar limitações, características e vantagens de cada abordagem no processamento de sinais de áudio. Com os resultados experimentais, foi possível extrair conclusões e validar objetivos propostos para a comparação entre os métodos.

Os objetivos previamente estabelecidos foram cumpridos com êxito, onde todos foram aprofundados e aplicados ao longo do estudo. A base formal entre as diferentes características do processamento de sinais no meio analógico e digital foram exploradas com conceitos de quantização, amostragem, transformadas e topologias de circuitos. Os projetos e metodologia foram validados tanto por meio de simulações como também por testes experimentais com algoritmos e componentes reais.

Avaliando o desempenho de ambos os filtros implementados por meio de análises espectrais e diagramas, foi possível comprovar a correta implementação da frequência de corte em 1 kHz, com atenuação de 3 dB no ponto especificado e um ganho de aproximadamente 4 dB, assim validando o projeto teórico. Também foram comprovadas as características de um filtro de Butterworth de segunda ordem, com resposta plana na banda passante e a inclinação de 40 dB/década na banda de rejeição.

Realizado os testes comparativos, foi possível obter aspectos relevantes sobre as diferenças entre as implementações. Enquanto o filtro digital apresentou uma curva de resposta mais acentuada e próxima do ideal teórico, o filtro analógico apresentou desvios decorrentes dos componentes, visto que os mesmos apresentam tolerâncias de valores, limitações intrínsecas e variações ao ambiente que estão inseridos. Além disso, analisando o piso de ruído, verificou-se que o sistema analógico possui limites inferiores de operação determinados pelo ruído eletrônico dos componentes, à medida que o sistema digital se limita apenas pela resolução numérica e interface de conversão utilizada.

Um aspecto relevante identificado ao longo dos testes foi a influência do sistema de medição e obtenção dos dados nos resultados experimentais. A interface de áudio utilizada, mesmo com boas especificações, apresentou limitações práticas que impactaram a fidelidade das medições, especialmente nas extremidades do

espectro da frequência e em baixos níveis de amplitude. A comparação do espectrograma do ruído branco antes e após a interface ilustra essas limitações, o que reforça a importância de toda a cadeia de processamento em aplicações de maior rigor.

Do ponto de vista prático, este trabalho demonstra que é possível implementar e comparar sistemas analógicos e digitais com recursos acessíveis. A metodologia de testes se mostrou eficaz e objetiva, enquanto comprova os cálculos e simulações previamente realizados. Contudo, algumas limitações podem ser destacadas, dentre elas o fato da comparação se restringir apenas a um único tipo de filtro, Butterworth passa-baixas de segunda ordem, não expandindo o estudo para aproximações de Bessel ou Chebyshev e nem outras ordens.

Outros aspectos como relação sinal-ruído e análise de transientes não foram sistematizados e abordados profundamente, embora sejam observados e discutidos de maneira qualitativa. A implementação do filtro digital também se limitou apenas ao processamento *offline* dos dados, não sendo aplicado em tempo real, utilização comum em sistemas embarcados.

Visando trabalhos futuros, sugere-se a expansão desta pesquisa para diferentes ordens de filtro e diferentes aproximações, com isso permitindo uma análise mais abrangente das características de cada topologia. Uma visão de arquiteturas híbridas, combinando processamentos analógicos e digitais, representa uma área de interesse, principalmente no meio do áudio profissional. A implementação em sistemas embarcados, como microcontroladores, possibilitaria avaliar o desempenho em tempo real e explorar aplicações práticas como equalizadores paramétricos. Por fim, a exploração de técnicas avançadas de filtros adaptativos ou modelagem não-linear para a implementação digital aprofundaria a compreensão entre os domínios.

Portanto, este trabalho cumpriu seu propósito de explorar, comparar e validar implementações de processamentos de sinais de áudio nos domínios analógico e digital. Os testes e resultados reafirmam a premissa de que a inovação no processamento de sinais não substitui um método pelo outro, mas sim se complementam na integração entre as diferentes abordagens. Enquanto sistemas digitais são precisos e flexíveis, os sistemas analógicos apresentam características naturais e comportamentos não lineares únicos que continuam valorizados, especialmente no meio musical. A compreensão de ambos os mundos capacita

desenvolver soluções mais eficientes e adaptadas às necessidades específicas de cada aplicação, contribuindo para o avanço do processamento de sinais.

REFERÊNCIAS

- BUTTERWORTH, S. **On the theory of filter amplifiers**. Experimental Wireless and the Wireless Engineer, v. 7, p. 536-541, 1930.
- FERREIRA, Daniel Augusto Pagi. **Análise e Processamento de Sinais**. Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2018. 192 p.
- HAYKIN, Simon. **Communication Systems**. 4. ed. Hamilton: John Wiley & Sons, Inc., 2001. 839 p.
- TEXAS INSTRUMENTS. **TL07xx Low-Noise, FET-Input Operational Amplifiers**. 2025. Disponível em: <https://www.ti.com/lit/ds/symlink/tl072.pdf>. Acesso em: 29 jun. 2025.
- LYONS, Richard G. **Understanding Digital Signal Processing**. 3. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2011. 858 p.
- MACIEL, Carlos Dias. **Processamento de Sinais**. São Carlos: EESC/USP, 2022. 248 p.
- MAGALHÃES, Roberto. **Tipos de respostas de filtro**. 2024. Disponível em: <https://compraco.com.br/blogs/tecnologia-e-desenvolvimento/tipos-de-respostas-de-filtro>. Acesso em: 18 mar. 2025.
- MALVINO, A.; BATES, D. J. **Eletrônica**. 8. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.
- MATTAR, Karina Mahon. **IMPLEMENTAÇÕES EM PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS UTILIZANDO O TMS320C6711**. 2006. 163 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, 2006.
- MCFEE, Brian. **Digital Signals Theory**. Disponível em: <https://brianmcfree.net/dstbook-site/content/intro.html>. Acesso em: 15 fev. 2025.
- MILETTO, E. M.; COSTALONGA, L. L.; FLORES, L. V.; FRITSCH, E. F.; PIMENTA, M. S.; VICARI, R. M. **Introdução à Computação Musical**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO, 4., 2004, Itajaí.
- NALON, José Alexandre. **Introdução ao processamento digital de sinais**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2014. 200 p.
- OPPENHEIM, Alan V.; WILLSKY, Alan S. **Sinais e sistemas**. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice-Hall, 2010. 568 p.
- PERTENCE JÚNIOR, Antonio. **Eletrônica Analógica: amplificadores operacionais e filtros ativos**. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2003. 308 p.
- SANDIM, Caio Costa. **ESTUDO E IMPLIMENTAÇÃO DE FILTROS ATIVOS ANALÓGICOS**. 2023. 71 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia de Computação, Universidade Federal do Mato Grosso do sul, Campo Grande, 2023.

SMITH, Steven W. **The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing**. 2. ed. San Diego: California Technical Publishing, 1999. 664 p.

SPANIAS, Andreas; PAINTER, Ted; ATTI, Venkatraman. **AUDIO SIGNAL PROCESSING AND CODING**. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2007. 486 p.

STEPHAN, Karl D. **ANALOG AND MIXED-SIGNAL ELECTRONICS**. San Marcos: John Wiley & Sons, Inc., 2015. 538 p.

WEEKS, Michael. **Processamento digital de sinais utilizando MATLAB e Wavelets**. 2^a. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. 435 p.

APÊNDICE A - CÓDIGO EM PYTHON PARA IMPLEMENTAÇÃO DO FILTRO DIGITAL

```

import wave
import struct
import math

input_wav = "Entrada.wav" # arquivo de entrada
output_wav = "Saida.wav" # arquivo de saída
fc = 1000.0 # frequência de corte desejada (Hz)
K = 1.586 # ganho DC do Sallen–Key

##### #
# WAV (leitura/escrita 16 bit mono) #
##### #
def read_wav(path):

    #Lê WAV PCM 16-bit mono e retorna fs e vetor float em [-1,1]

    with wave.open(path, 'rb') as wf:
        n_channels = wf.getnchannels()
        sampwidth = wf.getsampwidth()
        fs = wf.getframerate()
        n_frames = wf.getnframes()
        raw = wf.readframes(n_frames)

    if sampwidth != 2:
        raise ValueError("Este exemplo assume entrada 16-bit PCM (sampwidth=2).")
    if n_channels != 1:
        raise ValueError("Este exemplo assume áudio mono (1 canal).")

    samples_int16 = struct.unpack('<' + str(n_frames) + 'h', raw)
    x = [s / 32768.0 for s in samples_int16]

```

```

return fs, x

def write_wav(path, fs, y_float):

    #Escreve WAV PCM 16-bit mono a partir de float em [-1,1]

    y_int16 = [int(max(-1.0, min(1.0, s)) * 32767) for s in y_float]
    with wave.open(path, 'wb') as wf:
        wf.setnchannels(1)
        wf.setsampwidth(2) # 16 bits
        wf.setframerate(int(fs))
        wf.writeframes(struct.pack('<' + str(len(y_int16)) + 'h', *y_int16))

# ##### #
# Butterworth 2ª ordem #
# ##### #
def butterworth_2_LP(fc, fs, K=1.0):

    #H(s) = K*Ωp^2 / (s^2 + sqrt(2)*Ωp*s + Ωp^2)
    #Ωp = (2/T)*tan(pi*fc/fs), T=1/fs
    #Bilinear: s = (2/T) * (1 - z^-1) / (1 + z^-1)
    #y[n] = -a1*y[n-1] - a2*y[n-2] + b0*x[n] + b1*x[n-1] + b2*x[n-2]

    T = 1.0 / fs
    Omega_p = (2.0 / T) * math.tan(math.pi * fc / fs) # rad/s
    rt2 = math.sqrt(2.0)
    alpha = 2.0 / T

    # Denominador D(z) = s^2 + rt2*Ωp*s + Ωp^2, com denominador comum
    (1+z^-1)^2
    # Expandindo em z^-k: D(z) = D0 + D1 z^-1 + D2 z^-2
    D0 = 0.0; D1 = 0.0; D2 = 0.0

    # s^2 -> alpha^2*(1 - 2z^-1 + z^-2) / (1 + 2z^-1 + z^-2)

```

```

D0 += (alpha**2)
D1 += (-2.0)*(alpha**2)
D2 += (alpha**2)

# rt2*Ωp*s -> rt2*Ωp*alpha*(1 - z^-1) / (1 + z^-1) = rt2*Ωp*alpha*(1 - z^-2)/(1 +
2z^-1 + z^-2)
D0 += (rt2 * Omega_p * alpha)
D2 += (-rt2 * Omega_p * alpha)

# Ωp^2 -> Ωp^2*(1 + 2z^-1 + z^-2)/(1 + 2z^-1 + z^-2)
D0 += (Omega_p**2)
D1 += (2.0 * (Omega_p**2))
D2 += (Omega_p**2)

# Numerador N(z): K * Ωp^2 * (1 + z^-1)^2 sobre (1 + z^-1)^2 => (1 + 2z^-1 + z^-2)
N0 = K * (Omega_p**2)
N1 = 2.0 * K * (Omega_p**2)
N2 = K * (Omega_p**2)

# Normalização por a0 = D0
a0 = D0
b0 = N0 / a0
b1 = N1 / a0
b2 = N2 / a0
a1 = D1 / a0
a2 = D2 / a0

return b0, b1, b2, a1, a2

# ##### #
# Aplicação do filtro IIR #
# ##### #
def iir_filter(b0,b1,b2,a1,a2, x):

```

```
#y[n] = -a1*y[n-1] - a2*y[n-2] + b0*x[n] + b1*x[n-1] + b2*x[n-2]
```

```
y = [0.0]*len(x)
```

```
for n in range(len(x)):
```

```
    x0 = x[n]
```

```
    x1 = x[n-1] if n-1 >= 0 else 0.0
```

```
    x2 = x[n-2] if n-2 >= 0 else 0.0
```

```
    y1 = y[n-1] if n-1 >= 0 else 0.0
```

```
    y2 = y[n-2] if n-2 >= 0 else 0.0
```

```
    y[n] = -a1*y1 - a2*y2 + b0*x0 + b1*x1 + b2*x2
```

```
return y
```

```
# ##### #
```

```
# Main #
```

```
# ##### #
```

```
# Ler WAV (mono 16-bit) e converter para float [-1,1]
```

```
fs, x = read_wav(input_wav)
```

```
# Calcular coeficientes
```

```
b0,b1,b2,a1,a2 = butterworth_2_LP(fc, fs, K=K)
```

```
# Aplicar filtro
```

```
y = iir_filter(b0,b1,b2,a1,a2, x)
```

```
# Escrever WAV de saída
```

```
write_wav(output_wav, fs, y)
```