



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS FLORIANÓPOLIS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Bruno Pamplona Huebes

**Desenvolvimento de uma Heurística para o Problema do Roteamento de
Veículos Elétricos com Minimização do Consumo Elétrico**

Florianópolis
2025

Bruno Pamplona Huebes

**Desenvolvimento de uma Heurística para o Problema do Roteamento de
Veículos Elétricos com Minimização do Consumo Elétrico**

Trabalho de Conclusão de Curso do Curso de Graduação em Ciência da Computação do Campus Florianópolis da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação.
Orientador: Prof. Dr. Rafael de Santiago

Florianópolis
2025

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.
Dados inseridos pelo próprio autor.

Pamplona Huebes, Bruno

Desenvolvimento de uma heurística para o problema do roteamento de veículos elétricos com minimização do consumo elétrico / Bruno Pamplona Huebes ; orientador, Rafael de Santiago, 2025.

67 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico,
Graduação em Ciências da Computação, Florianópolis, 2025.

Inclui referências.

1. Ciências da Computação. 2. Consumo de energia. 3. Heurísticas. 4. Roteamento de veículos. I. Santiago, Rafael de. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Ciências da Computação. III. Título.

Bruno Pamplona Huebes

Desenvolvimento de uma Heurística para o Problema do Roteamento de Veículos Elétricos com Minimização do Consumo Elétrico

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de “Bacharel em Ciência da Computação” e aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Ciência da Computação.

Florianópolis, 2025.

do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Rafael de Santiago
Orientador

Prof. Álvaro Junio Pereira Franco, Dr.
Avaliador
UFSC

Prof. Pedro Belin Castellucci, Dr.
Avaliador
UFSC

AGRADECIMENTOS

Esse trabalho foi auxiliado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq através do processo: 405247/2023-0.

RESUMO

O problema de roteamento de veículos elétricos tem crescente relevância, dado o interesse existente na adoção em grande escala de veículos elétricos. O problema consiste na utilização de um número de veículos para atender clientes distribuídos espacialmente, com restrições temporais. Como variante do problema de roteamento de veículos, este problema também traz como restrição uma quantidade limitada de bateria para cada veículo, que pode ser recarregada. Este trabalho aborda a situação de estudo deste problema, propondo uma heurística que visa reduzir o consumo total de energia elétrica da frota de veículos, usando um par de populações para melhorar as estratégias de roteamento e recarregamento dos veículos. Também são analisados os resultados obtidos ao executar o método proposto com diferentes parâmetros.

Palavras-chave: Consumo de Energia, Roteamento de Veículos, Heurísticas

ABSTRACT

The electric vehicle routing problem has become increasingly relevant, given the growing large-scale adoption of electric vehicles. The problem involves utilizing a fleet of vehicles to fulfill the demands of multiple customers in specific time windows. Being a variant of the vehicle routing problem, this problem also requires the consideration of each vehicle's limited rechargeable battery. This work considers current studies around the problem, presenting a heuristic that aims to provide a viable routing solution with low energy consumption across the vehicle fleet, utilizing a pair of improvement populations to find routing and recharging strategies to generate solutions. Additionally, the developed method is run and analyzed under different parameter combinations.

Keywords: Energy Consumption, Vehicle Routing, Heuristics

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de solução do PRV.	18
Figura 2 – Exemplo de divisão de trajetos da instância c101C5.	33
Figura 3 – Correlação entre custo elétrico e distância percorrida do roteamento da solução.	41
Figura 4 – Distribuição do tempo de execução no método padrão por tamanho. . .	45
Figura 5 – Comparação dos tempos médios de cada etapa por tamanho de instância no método padrão.	45
Figura 6 – Visualização dos custos elétricos obtidos para os métodos A, B e C para cada instância pequena solucionada.	46
Figura 7 – Visualização dos tempos de execução para os métodos métodos A, B e C para cada instância pequena solucionada.	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 2 – Tabela comparativa dos trabalhos considerados.	30
Tabela 3 – Parâmetros usados em cada caso analisado.	38
Tabela 4 – Resultados observados nos casos com melhoria.	39
Tabela 5 – Resultados observados nos casos sem melhoria.	40
Tabela 6 – Inserções observadas no conjunto elite nos métodos de melhores resultados.	42
Tabela 7 – Tempos de execução observados,	44

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACO	Otimização de Colônia de Formigas
BACO	<i>Bi-Level Ant Colony Optimization</i>
CBACO	<i>Confidence-Based Ant Colony Optimization</i>
DPCA	<i>Dual-Population-Based Co-evolutionary Algorithm</i>
IECA	<i>Interaction Enhanced Co-Evolutionary Algorithm</i>
MACS	<i>Multiple Ant-Colony System</i>
MMAS	<i>Max-Min Ant System</i>
PRV	Problema de Roteamento de Veículos
PRVE	Problema de Roteamento de Veículos Elétricos
PRVEJT	Problema de Roteamento de Veículos Elétricos com Janelas de Tempo
PRVJT	Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo
TS	<i>Tabu Search</i>
VNS	<i>Variable Neighborhood Search</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	OBJETIVOS	13
1.1.1	Objetivo Geral	13
1.1.2	Objetivos Específicos	13
1.2	METODOLOGIA	13
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	14
2	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	15
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
3.1	MODELAGEM E SOLUÇÃO DE PROBLEMAS	17
3.2	PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS	18
3.3	PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS ELÉTRICOS	19
3.4	HEURÍSTICAS E META-HEURÍSTICAS	20
4	TRABALHOS RELACIONADOS	22
4.1	THE ELECTRIC VEHICLE-ROUTING PROBLEM WITH TIME WINDOWS AND RECHARGING STATIONS	22
4.2	GENETIC PROGRAMMING WITH SURROGATE EVALUATION FOR THE ELECTRIC VEHICLE ROUTING PROBLEM	23
4.3	A HYBRID GENETIC SEARCH APPROACH FOR ELECTRIC VEHICLE ROUTING WITH TIME WINDOWS	25
4.4	A MULTIPLE ANT COLONY SYSTEM FOR THE ELECTRIC VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH TIME WINDOWS	26
4.5	AN INTERACTION-ENHANCED CO-EVOLUTIONARY ALGORITHM FOR ELECTRIC VEHICLE ROUTING OPTIMIZATION	28
4.6	DISCUSSÃO DOS TRABALHOS	30
5	DESENVOLVIMENTO	31
5.1	ALGORITMO PROPOSTO	31
5.2	MELHORIA DA POPULAÇÃO DE ROTEAMENTO	32
5.3	MELHORIA DA POPULAÇÃO DE RECARGA	33
5.4	ETAPA DE INTERAÇÃO	35
6	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	37
6.1	DETALHES DA EXECUÇÃO	37
6.2	DETALHES DAS INSTÂNCIAS	37
6.3	RESULTADOS OBSERVADOS	37
6.4	ANÁLISE DA EVOLUÇÃO DAS ROTAS	41
6.5	ANÁLISE DE TEMPO DE EXECUÇÃO	41
6.6	AVALIAÇÃO DO EFEITO DO TAMANHO DA POPULAÇÃO	43
7	CONCLUSÃO	48

7.1	TRABALHOS FUTUROS	48
	REFERÊNCIAS	49
	ANEXO A – CÓDIGO-FONTE	54
	ANEXO B – ARTIGO	55

1 INTRODUÇÃO

Com as crescentes preocupações ao redor do aquecimento global e das emissões causadas pelo uso de combustíveis fósseis, veículos elétricos têm sido cada vez mais adotados. De acordo com Agency (2024), em 2023, as vendas de carros elétricos ultrapassaram 18% das vendas globais de carros, com a venda de cerca de 14 milhões de veículos, e representando um aumento de 35% em relação ao ano anterior. Essa mudança é, em parte, fortalecida por incentivos governamentais, como a Lei Europeia do Clima que, entre outros objetivos, pretende reduzir em 55% as emissões de gases de efeito estufa no território em relação a 1990, até 2030 (Union, 2024).

Estes veículos trazem diversos benefícios ambientais, em comparação aos veículos baseados no uso de combustíveis tradicionais, como a redução da emissão de dióxido de carbono, incluindo os processos de geração de energia, em até 50%, de acordo com Aderibigbe e Gumbo (2023). No entanto, ainda há preocupações quanto à eficiência energética e tempo de vida de baterias de veículos elétricos, dado que a produção e descarte das baterias e a produção da energia elétrica para recarregá-las podem ter impactos ambientais consideráveis, como analisado em Albrechtowicz (2023) e Messagie (2014). Neste contexto, surge o interesse em métodos eficientes de roteamento de veículos, de modo a reduzir, conforme possível, o consumo de energia.

O problema de roteamento de veículos elétricos é relevante neste cenário. Este é derivado do problema de roteamento de veículos, apresentado primeiramente em Dantzig e Ramser (1959). Tradicionalmente, ambos abordam o uso de uma frota de veículos para atender a um conjunto de clientes, geralmente buscando reduzir a distância percorrida pelos veículos. Encontrar soluções ótimas para estes problemas é difícil, dado que são tipicamente classificados como de complexidade NP-difícil, com crescimento exponencial do tempo de execução de métodos de solução convencionais de acordo com o tamanho da entrada do problema, abrindo espaço para soluções mais práticas, comumente na forma de heurísticas (Erdoğan; Miller-Hooks, 2012; Rothlauf et al., 2011). Tratando-se de veículos elétricos, ainda há a necessidade de produzir uma solução que atenda aos requisitos de bateria dos veículos, ou seja, não permita que veículos percorram sem ter carga elétrica para funcionar. Além disso, podem ser consideradas janelas de tempo para realizar os atendimentos dos clientes, colocando restrições adicionais no roteamento (Ren; Gao; Zhu, 2024).

Este trabalho apresenta uma heurística para o problema de roteamento de veículos elétricos com janelas de tempo, visando gerar um resultado com baixo consumo de energia elétrica. São detalhadas as condições e especificidades do problema de modo a formalizar um procedimento que encontra uma solução viável para casos arbitrários do problema.

1.1 OBJETIVOS

Nesta seção, são apresentados o objetivo geral e os objetivos específicos deste trabalho.

1.1.1 Objetivo Geral

Especificar uma heurística para o problema de roteamento de veículos elétricos com janelas de tempo com baixo gasto de energia elétrica para o recarregamento da frota de veículos.

1.1.2 Objetivos Específicos

Para atingir o objetivo geral, pretende-se cumprir os seguintes objetivos específicos:

- levantar trabalhos relacionados ao problema de roteamento de veículos elétricos;
- propor uma heurística para o problema abordado;
- desenvolver a heurística proposta como programa;
- analisar os resultados produzidos pela heurística implementada, operando sob casos de teste;
- redigir documento da monografia.

1.2 METODOLOGIA

Este trabalho busca a especificação e avaliação da heurística em si proposta. Deste modo, destaca outros trabalhos relevantes no tópico de roteamento de veículos elétricos; detalha, em passos, seu comportamento e avalia os resultados de *benchmarks* realizados com base em uma implementação em programa da heurística.

As seguintes etapas foram realizadas para fins deste trabalho.

Primeiramente, é realizada uma análise da bibliografia existente, destacando trabalhos de alta relevância e propostas similares a este. A plataforma SCOPUS foi utilizada para reunir eficientemente obras da área que abordam os temas deste trabalho.

Em seguida, é desenvolvido um detalhamento em alto nível do algoritmo desenvolvido, tendo como base os trabalhos analisados. O algoritmo é, então, implementado como programa, aceitando como entrada possíveis casos do problema.

O algoritmo é então avaliado com base em múltiplas entradas, com o objetivo de interpretar como a proposta se adequou ao objetivo de redução de consumo elétrico na solução do problema.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O Capítulo 1 do trabalho apresenta a introdução à proposta, objetivos e metodologia do trabalho.

O Capítulo 2 detalha e formaliza o problema principal a ser abordado, tratando de uma especificação do problema de roteamento de veículos definido com base em teoria dos grafos.

O Capítulo 3 aborda conceitos fundamentais para a elaboração e compreensão deste trabalho.

O Capítulo 4, então, cita obras relacionadas à proposta deste trabalho, apresentando uma visão geral destas.

O Capítulo 5 apresenta o algoritmo heurístico proposto, especificando, conforme necessário, partes de sua implementação.

O Capítulo 6 é focado na análise dos testes realizados, desta forma avaliando os resultados nas decisões tomadas na formulação da heurística.

Por fim, o Capítulo 7 apresenta as conclusões, encerrando o trabalho.

2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Este capítulo introduz e descreve o problema do roteamento de veículos elétricos com estações de recarregamento e janelas de tempo, a ser tratado. A definição usada é baseada em Zhang, Gajpal et al. (2018) e Zhu e Wang (2024).

O problema considera um grafo $G = (V, E)$ direcionado (com cada aresta ligando um vértice de origem e um vértice de destino) e completo (de modo que haja uma aresta ligando qualquer par de vértices do grafo). Há três subconjuntos de V : o conjunto de vértices clientes $C = \{1, 2, 3, 4, \dots, N\}$; o conjunto de estações de recarga $F = \{N + 1, N + 2, N + 3, N + 4, \dots, N + N_s\}$; e o depósito de veículos $D = \{0\}$, tal que $V = C \cup F \cup D$. De V , deriva-se um conjunto expandido $V' = C \cup F' \cup D$, tal que F' corresponda ao conjunto de estações de recarga original com $|C|$ cópias de cada estação, garantido que essas possam ser visitadas múltiplas vezes. O grafo é utilizado para representar os trajetos utilizados pela frota de veículos para alcançar clientes, estações de recarga e retornar ao depósito.

O conjunto de arestas E é definido por $E = \{(c_i, c_j), c_i, c_j \in V, i \neq j\}$, representando os trajetos que conectam os pontos representados por vértices em V . Para cada aresta em E , há um valor representando a distância $D_{s_{ij}}$ entre os dois pontos. O problema, ainda, considera uma frota homogênea de veículos, inicialmente em um depósito, para o qual retornam após atender a um conjunto de clientes. Uma capacidade de carga de produto K e limite de carga de bateria M são definidos para os veículos. Cada veículo sai do depósito com bateria totalmente carregada, e com exatamente a carga de produto necessária para atender os clientes na rota deste veículo, e não há limite para o número de veículos usados.

Cada cliente em C é atendido, por qualquer veículo, uma única vez, na qual sua demanda individual é atendida inteiramente, tomando um tempo de serviço W_i . Seguindo a definição do problema com janelas de tempo, cada cliente em C possui uma janela de tempo definida pelo momento mais cedo de atendimento, e_i , e o momento mais tardio para atendimento, l_i , tal que o atendimento deva iniciar, mas não necessariamente finalizar, dentro da janela de tempo, com o veículo aguardando ociosamente caso chegue a um cliente antes do seu período de atendimento. O problema considera que um veículo nunca deve esgotar totalmente sua bateria T durante o percurso. Desta forma, os veículos podem transladar para qualquer estação de recarga um número arbitrário de vezes, tendo suas baterias recarregadas em tempo linear em função da diferença entre a carga de bateria máxima e a carga de bateria atual. Ao atender o cliente, a carga de produto U do veículo é reduzida pela demanda J_i do cliente.

Considerando o objetivo de minimização do consumo de energia, pode-se definir o problema tratado com base nas seguintes restrições:

- cada vértice cliente é visitado uma única vez;

- para qualquer vértice, o número de entradas neste deve ser igual ao número de saídas, garantindo continuidade do caminho dos veículos;
- cada estação de recarga pode ser visitada um número qualquer de vezes;
- em qualquer ponto, a carga de produto de um veículo deve estar entre 0 e o máximo K definido;
- a carga de produto inicial de um veículo deve ser, no máximo, K ;
- após deslocar um veículo entre um par de pontos $i, j \in V$, sua carga de bateria T deve ser ajustada de acordo com a definição de consumo de bateria $\Delta T_{i,j}$;
- a carga de bateria T de um veículo, após visitar uma estação de recarga, não deve exceder o limite de bateria M .

Ainda, a especificação do problema considera o efeito da carga carregada pelo veículo no consumo energético. Para este fim, um modelo proposto em Rastani e Çatay (2023) é adotado para encontrar o consumo elétrico ΔT_{ij} entre um par de nós i e j , calculando-o em função da taxa de consumo simples do veículo sem considerar a carga, h ; a quantidade de carga do veículo entre os dois vértices, u_{ij} ; a quantidade de energia para transportar uma unidade de carga, w ; e a distância euclidiana entre o par de vértices, Ds_{ij} . Assim, o consumo de energia entre um par de nós é definido como na Equação 1.

$$\Delta T_{ij} = ((h + w \cdot u_{ij}) \cdot Ds_{ij}) \quad (1)$$

Para determinar o custo elétrico w de transportar uma unidade de produto ao longo de uma unidade de distância, consideram-se pesos realistas para o veículo sem carga e para a quantidade de carga máxima que pode ser carregada pelo veículo (neste trabalho, 6350 e 3650 quilos, respectivamente), ϕ_v e ϕ_k (Rastani; Çatay, 2023; Demir; Bektaş; Laporte, 2012). Assumindo, para este trabalho, h como igual a 1 para todas as instâncias, w é calculado, para dada instância do problema como $(\phi_k/K)/\phi_v$.

Dado o exposto, a função objetivo do problema tratado é determinada como $\sum_{i,j} ((h + w * u_{ij}) * Ds_{ij} * y_{ij}), \forall i, j \in V'$, assumindo y_{ij} como uma variável binária de decisão que controla o deslocamento do veículo entre um par de nós do conjunto de vértice estendido.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, são abordados conceitos fundamentais que serão utilizados como base para a elaboração do trabalho.

3.1 MODELAGEM E SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Para representar problemas do mundo real para a produção de métodos de solução, é conveniente descrever estes como modelos matemáticos, representando fatores relevantes do problema como variáveis. Nessa representação, é necessário encontrar um equilíbrio entre a tratabilidade e a validade, ou seja, a viabilidade de solucionar o modelo produzido e a similaridade entre este e o problema do mundo real (Rothlauf et al., 2011).

Nessa modelagem, as decisões tomadas na solução são tipicamente representadas como um conjunto de variáveis de decisão binárias, todas representando a tomada de uma decisão na solução (Rothlauf et al., 2011). Para expressar a qualidade de uma dada solução do problema, uma função objetivo é definida. Esta função considera múltiplos fatores da solução descrita pelas variáveis de decisão, podendo também considerar penalidades por violação de restrições (Mart; Pardalos; Resende, 2018; Rothlauf et al., 2011). Restrições são expressões complementares na definição de um problema, representando formalmente condições para que uma dada solução seja considerada válida (Rothlauf et al., 2011).

Havendo um problema definido, um algoritmo, procedimento com estados de início e de finalização, pode ser usado para encontrar soluções. Apesar de existirem algoritmos generalistas, denominados algoritmos de caixa preta, capazes de resolver múltiplos tipos de problemas, esses métodos são tipicamente menos eficientes que algoritmos específicos para um dado problema, que podem tomar proveito de propriedades encontradas nestes (Rothlauf et al., 2011).

O Teorema do Almoço Grátis explicita que qualquer algoritmo considerado eficiente para certa classe de problemas será, em média, menos eficiente para os demais problemas. Ou seja, não há um algoritmo generalista que seja bom em solucionar todos os problemas, visto que sempre há características específicas de cada problema que podem ser aproveitadas por métodos de solução específicos. (Wolpert; Macready, 1997)

No tratamento de soluções de um problema, o espaço de busca é definido como o conjunto das soluções viáveis. A vizinhança de uma dada solução é um conjunto de soluções consideradas próximas dela, tipicamente com base em uma expressão baseada nas variáveis de decisão (Rothlauf et al., 2011). A melhor solução (de acordo com uma função objetivo) em uma dada vizinhança é denominada um ótimo local, diferente da melhor solução existente para um problema, denominada de ótimo global. Em ambos os casos, podem haver soluções com qualidades equivalentes, possibilitando múltiplos ótimos globais ou locais. Certos algoritmos de solução, tipicamente generalistas, operam diretamente sobre todo o espaço de solução (Rothlauf et al., 2011).

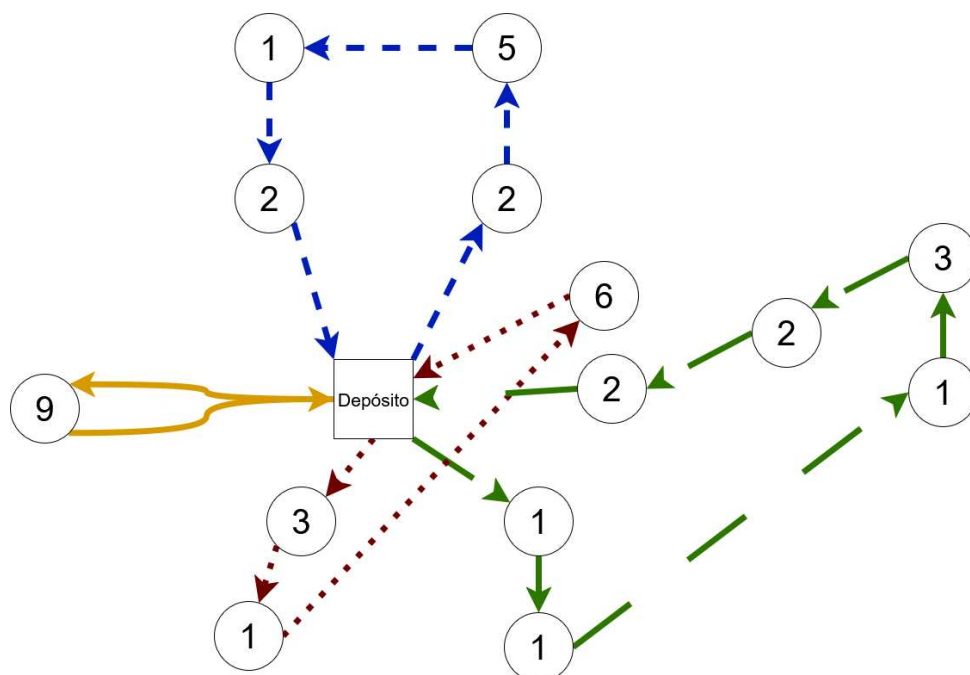
3.2 PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

Originalmente abordado em Dantzig e Ramser (1959), o problema de roteamento de veículos, ou Problema de Roteamento de Veículos (PRV), aborda a definição de um roteamento ótimo para uma frota de veículos, originados de um ponto definido como um "depósito", que devem atender a um conjunto de pontos "clientes", em que cada cliente i possui uma demanda J_i de produto, dado que cada veículo possui capacidade de carga K (com alguns variantes do problema também tratando de frotas heterogêneas, em que cada veículo possui uma capacidade de carga diferente).

Derivado do Problema do Caixeiro Viajante, o problema define:

1. Um conjunto de $n + 1$ pontos P_i tal que $i = (1, 2, \dots, n)$ correspondem a estações e P_0 corresponde ao depósito.
2. Uma matriz D em que d_{ij} corresponde a distância entre um par de pontos (i, j) , $(i, j = 0, 1, \dots, n)$.
3. Um vetor J que define a quantidade de produto J_i que deve ser entregue em cada ponto P_i ($i = 1, 2, \dots, n$).
4. Uma capacidade de carga K , que seja maior ou igual à maior quantidade de produto requerida em qualquer ponto ($C \geq k_i, \forall i \leq n$).

Figura 1 – Exemplo de solução do PRV.



O caminho percorrido é descrito por uma matriz X tal que $x_{ij} = x_{ji} = 1$ caso os pontos estejam pareados, e $x_{ij} = x_{ji} = 0$ caso contrário, com a condição de que

$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1$, ou seja, cada ponto P_i está ligado a, no máximo, um outro ponto. Dada a definição do problema, e a distância a ser percorrida definida como $D_s = \sum_{i,j=0}^n d_{ij}x_{ij}$, o trabalho original apresenta como objetivo encontrar os valores da matriz X tal que D_s seja mínimo. Figura 1, adaptada de Laporte (2007), apresenta uma possível solução para um caso do PRV com 14 clientes e veículos de capacidade $K = 10$, em que cada conjunto de arestas de uma cor representa um veículo ou trajeto iniciando e encerrando no depósito. Os números em cada nó-cliente representam a demanda de cada cliente.

Considerando a dificuldade do problema, trabalhos envolvendo o PRV tendem a abordar métodos heurísticos ao invés de algoritmos exatos (Laporte; Nobert, 1987). Laporte (1992) aborda múltiplos algoritmos exatos e heurísticos, destacando um algoritmo heurístico de busca tabu. Golden, Magnanti e Nguyen (1977) aborda três algoritmos heurísticos clássicos para a solução do problema, focando em uma versão do Algoritmo de Economia de Clarke e Wright (Clarke; Wright, 1964) modificado para encontrar uma solução de forma eficiente.

A proposta do PRV foi extensamente explorada em trabalhos seguintes. Com o crescente interesse no avanço de processos logísticos, diversas extensões do trabalho foram apresentadas com o passar do tempo. O problema de roteamento de veículos com janelas de tempo, por exemplo, introduz períodos limitados em que cada cliente pode ser atendido. Dessa forma, é imposta uma restrição em que, para uma solução válida, cada cliente precisa ser atendido após o início do seu período de disponibilidade, mas nunca após o fim deste (Kumar; Panneerselvam, 2012).

3.3 PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS ELÉTRICOS

O Problema de Roteamento de Veículos Elétricos (PRVE) é considerado uma generalização do PRV com a condição de uma bateria limitada nos veículos da frota. O trabalho de Erdoğan e Miller-Hooks (2012) é considerado fundamental para a definição da generalização, tratando de uma frota de veículos homogêneos cujas reservas de combustível podem ser recarregadas em período fixo em pontos de recarga.

Neste trabalho, fatores como limite de carga e prazos para atendimento de clientes não são tratados. Para a resolução do problema, buscando minimização da distância percorrida pelos veículos, os autores abordam heurísticas baseadas no Algoritmo de Agrupamento Baseado em Densidade (Ester et al., 1996) e Algoritmo de Economia de Clarke e Wright (Clarke; Wright, 1964) para encontrar soluções válidas para o problema.

O Problema de Roteamento de Veículos Elétricos com Janelas de Tempo (PRVEJT), conforme descrito em Schneider, Stenger e Goeke (2014), além das considerações de bateria e recarregamento, aborda condições de períodos específicos em que é permitido atender os clientes do problema. Dada a existência de estações de recarregamento, o problema permite que um vértice possa ser visitado múltiplas vezes por um mesmo veículo, considerando que a visita pode pertencer a uma solução ótima do problema. Com a taxa de consumo

de energia elétrica baseada em diversas propriedades dos veículos (incluindo velocidade e carga atuais), o problema permite o direcionamento dos veículos para estações de recarregamento, em que sua bateria é recarregada em tempo linear.

Em geral, uma definição tradicional do PRVE (Kucukoglu; Dewil; Cattrysse, 2021) apresenta:

- veículos cujas rotas iniciam e terminam em um vértice de depósito;
- vértices clientes que devem ser atendidos por apenas um veículo;
- vértices de estações de recarga, que podem ser visitadas pelo veículo entre duas visitas a clientes, inclusive múltiplas vezes em um mesmo problema;
- distâncias conhecidas para qualquer par composto por estações de recarga, clientes, depósitos ou uma combinação destes;
- baterias, para cada veículo, que devem possuir sempre entre 0 e seu limite máximo de carga, o qual é atingido ao visitar uma estação de recarga;
- no caso de especificações com janelas de tempo, um par de momentos, para cada cliente, que define o começo e o final do período em que o atendimento deste pode ser iniciado.

Trabalhos posteriores especificaram o problema de diversas formas, com divergências de objetivos (como redução de consumo de energia, número de veículos utilizados ou distância percorrida) (Kucukoglu; Dewil; Cattrysse, 2021).

3.4 HEURÍSTICAS E META-HEURÍSTICAS

Tratando-se de problemas da classe de complexidade NP-difícil, até o momento, métodos exatos para encontrar uma solução ótima apresentam um crescimento exponencial no consumo de tempo, de acordo com o crescimento do tamanho do problema (Rothlauf et al., 2011). Como exemplo, considerando o Problema do Caixeiro Viajante, para encontrar uma solução exata, estima-se uma complexidade de crescimento exponencial de acordo com o número de vértices da instância (Rosenkrantz; Stearns; Lewis II, 1977). Apesar de algoritmos exatos ainda serem suficientes para casos muito pequenos, encontrar soluções em tempo hábil para casos com entradas grandes é frequentemente custoso em relação ao tempo de execução necessário.

Dessa forma, problemas complexos, incluindo especificações do Problema de Roteamento de Veículos, tendem a utilizar heurísticas, ou seja, processos de solução que não garantem soluções ótimas, e com isso, podem utilizar simplificações, características e padrões encontrados no problema para encontrar soluções de modo eficiente (Rothlauf et al., 2011).

Heurísticas são tipicamente classificadas entre dois formatos: construtivas e baseadas em melhorias. O primeiro formato aborda qualidades específicas do problema, iterando por múltiplos passos de construção e gerando uma única solução, enquanto o formato baseado em melhorias parte de uma solução inicial e explora o conjunto de soluções possíveis a partir dessa, utilizando operadores de busca específicos ao problema, buscando uma solução viável (Rothlauf et al., 2011; Zäpfel; Braune; Bögl, 2010).

Ainda, entre as heurísticas de melhoria, há uma tendência de utilização de estratégias de busca menos específicas ao problema tratado, focando em utilizar uma estratégia de exploração do espaço de soluções. Esses métodos, chamados de meta-heurísticas (ou heurísticas modernas), geralmente tomam proveito de estratégias de busca derivadas de outras áreas de conhecimento, como física e estudos naturais, resultando em procedimentos mais genéricos, porém de maior facilidade de implementação, possuindo grande utilidade especialmente na ausência de conhecimento de uma heurística tradicional para um dado problema (Rothlauf et al., 2011).

Rothlauf et al. (2011) nota que meta-heurísticas tendem a seguir ciclos de intensificação e diversificação. Durante a intensificação, operadores de busca (denominados operadores de variação, visto que geram novas soluções com base em soluções já encontradas) são aplicados sobre soluções consideradas de alta qualidade. Na diversificação, os operadores de variação são aplicados sobre o conjunto de soluções já geradas sem considerar a qualidade destas, sistematicamente explorando o espaço de soluções. É relevante que uma solução meta-heurística busque balancear o efeito de ambas as etapas de modo a obter maior eficiência (Sörensen; Sevaux, 2006).

O trabalho de Zäpfel, Braune e Bögl (2010) detalha múltiplos formatos de meta-heurísticas de grande relevância. Algoritmos evolutivos, que incluem os algoritmos genéticos, tratam de iterações de soluções que sofrem um processo de evolução caracterizado pela mutação e seleção das soluções sendo analisadas. Metaheurísticas baseadas na Otimização de Colônia de Formigas (ACO) baseiam-se em uma geração probabilística de soluções em que feromônios deixados por soluções geradas anteriormente influenciam a criação de novas soluções de modo a, idealmente, priorizar características com forte correlação com soluções de alta qualidade. Outras classes de metaheurísticas incluem algoritmos meméticos, busca tabu, e hiper-heurísticas.

4 TRABALHOS RELACIONADOS

Na busca por trabalhos correlatos, foi inicialmente realizada uma busca por trabalhos de referência na área do PRVE. O trabalho de Schneider, Stenger e Goeke (2014), historicamente fundamental na definição do PRVE, foi considerado um dos mais próximos em termos da especificação do problema tratado, e usado como referência devido à disponibilização do conjunto de instâncias utilizado para sua avaliação.

Foi realizada uma busca no portal SCOPUS. Foram buscadas palavras indicando o tema de PRVE e janelas de tempo, limitando a busca para a área de Ciência da Computação e trabalhos na língua inglesa, filtrando para 108 trabalhos. Destes, foram incluídos trabalhos que, como este, abordam meta-heurísticas na resolução do problema, com preferência para aqueles que apresentaram *benchmarks* utilizando os conjuntos de referência de testes apresentados em Schneider, Stenger e Goeke (2014) e métodos multi-populacionais.

Entre os trabalhos encontrados, destacou-se como muito relevante o de Mavrouniotis, Ellinas et al. (2022), com o uso de um método de ACO com múltiplas populações. Também foi analisado o método genético em Ren, Gao e Zhu (2024). Ainda, uma hiper-heurística para formação da função de prioridade para encontrar soluções a partir de um método genético é observada em Gil-Gala, Đurasević et al. (2025).

Para garantir o escopo da busca, foi realizada uma busca, também na SCOPUS, dos trabalhos que citam Schneider, Stenger e Goeke (2014), resultando em 497 documentos, que puderam ser eficientemente filtrados manualmente com base nos temas que trabalhavam. Destes, destacou-se o trabalho de Zhu e Wang (2024), que apresentou uma meta-heurística multi-populacional colaborativa que foi aproveitada neste trabalho.

4.1 THE ELECTRIC VEHICLE-ROUTING PROBLEM WITH TIME WINDOWS AND RECHARGING STATIONS

O trabalho de Schneider, Stenger e Goeke (2014) introduz o problema do roteamento de veículos com janelas de tempo e estações de recarga. Em visão do crescente interesse em logísticas sustentáveis, os autores propuseram um problema de roteamento que leva em consideração, de forma realista, as necessidades de recarga dos veículos elétricos e expectativas de atendimento a prazos agendados. Em visão do exposto, e da ineficiência de métodos exatos para a solução de problemas da classe dos NP-Difícil, os autores apresentaram um método meta-heurístico denominado *Variable Neighborhood Search* (VNS)/*Tabu Search* (TS), uma solução híbrida combinando a busca em vizinhança variável e busca tabu. Os autores comparam o método proposto com heurísticas desenvolvidas em outros trabalhos, demonstrando alta eficiência, e introduzem um conjunto de casos de teste do PRVEJT que se tornaria de referência para trabalhos futuros.

O trabalho define o PRVEJT com base na definição do PRVE, introduzindo um

conjunto de estações de recarga entre os vértices do grafo de análise. Apesar de analisarem potenciais fatores que contribuam no consumo energético do veículo, os autores optam por deixar essas considerações para trabalhos futuros, utilizando uma simples taxa de consumo baseada na distância percorrida pelo veículo para calcular o consumo elétrico do veículo. A recarga ocorre em tempo linear, até que a carga do veículo alcance o seu valor limite.

Os autores definem uma janela de tempo $[e_i, l_i]$ para cada vértice cliente, e também uma duração de trabalho para cada. Dessa forma, o trabalho de atendimento de um cliente deve iniciar dentro da janela de tempo, mesmo que acabe depois desta. Enfim, os autores definem a função objetivo, priorizando a redução do número de veículos usados na solução, e depois considerando a distância total percorrida.

O método de solução proposto utiliza, inicialmente, um componente de VNS, apresentado por Mladenovir (1997), para realizar uma busca diversificada, partindo da solução inicial gerada e um conjunto de vizinhanças. Nas iterações, é buscada uma solução superior à melhor conhecida na estrutura de vizinhança. Caso se encontre uma superior, esta é utilizada como a solução inicial da próxima iteração, com uma nova estrutura de vizinhança adequada sendo escolhida. Ainda, um processo de busca tabu é realizado para diversificar a exploração do espaço de busca,

Os autores introduzem um novo conjunto de casos de teste, baseado em um conjunto trabalhado por Solomon (1987). O conjunto proposto possui três classes de problema: uma com clientes aleatoriamente espaçados, uma com clientes agrupados e uma híbrida.

Por fim, são realizados testes do método VNS/TS. É notada a eficiência do método, frequentemente encontrando soluções próximas de ótimas em até 20 segundos para instâncias com até 15 clientes. Isso inclui casos em que, buscando pelo programa de otimização CPLEX, expira-se o tempo máximo de 7200 segundos sem encontrar uma solução ótima. O método produzido também é analisado favoravelmente contra outros problemas, como o PRV verde (Erdoğan; Miller-Hooks, 2012) e o Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo (PRVJT) (Solomon, 1987).

4.2 GENETIC PROGRAMMING WITH SURROGATE EVALUATION FOR THE ELECTRIC VEHICLE ROUTING PROBLEM

O trabalho de Gil-Gala, Đurasević et al. (2025) adota uma abordagem diferente dos outros trabalhos correlatos citados. O trabalho aborda uma hiper-heurística de programação genética para a construção de políticas de roteamento eficazes para o PRVE, buscando redução do número de veículos e consumo de energia. Considerando que a avaliação das políticas de roteamento é custosa, sendo necessário aplicar estas sobre múltiplos casos de teste para avaliar sua eficácia, uma etapa de avaliação suplente é introduzida, para maior eficiência.

O trabalho aborda o contexto do PRVE, notando que, apesar dos diversos estudos

na área, a falta de trabalhos utilizando heurísticas construtivas, com heurísticas de melhoria sendo mais comumente utilizadas, representa uma oportunidade para trabalhos que utilizem menos recursos computacionais.

O trabalho baseia-se na obra de Schneider, Stenger e Goeke (2014) para definir o PRVE, com um valor objetivo z próprio sendo utilizado, detalhado na Equação 2, onde V é o conjunto de veículos, e_{ij} é o consumo de energia realizado para o deslocamento entre dois vértices, n representa um vértice (com o depósito sendo n_0), k representa o total de vértices únicos visitados por um veículo e λ_1 e λ_2 são valores de balanceamento para cada critério (número de veículos e consumo de energia). Considera-se que cada veículo realiza um trajeto viável de formato $R_v = (n_0, n_{v_1}, n_{v_2}, \dots, n_{v_{k_v}}, n_0)$.

$$z = \min(\lambda_1 \cdot |V| + \lambda_2 \cdot \sum_{v \in V} (e_{n_0 n_{v_1}} + \sum_{j=1}^{k_v} e_{n_{v_j} n_{v_{j+1}}} + e_{n_{v_{k_v}} n_0})) \quad (2)$$

O método genético proposto é utilizado para definir uma função de prioridade eficaz, que define a seleção de rotas realizada pelos veículos em um algoritmo de geração de rotas.

A programação genética essencialmente trabalha sobre uma gramática de símbolos. Neste caso, são utilizados símbolos representativos das características do PRVE, como a energia necessária para cruzar uma rota, momentos iniciais e finais de uma janela de tempo, carga atual de um veículo, entre outros; e operadores unários e binários. Dessa forma, o algoritmo genético é aplicado, com operações de pareamento, *crossover* e mutação para gerar expressões descrevendo funções de prioridade. Uma política de elitismo é aplicada para manter os melhores indivíduos entre gerações.

Para avaliar a qualidade dos indivíduos gerados, é utilizado um conjunto de treinamento, composto por casos de teste do PRVE. Para definir o melhor indivíduo, um conjunto de teste é usado para avaliar as funções. Em ambos os casos, a função objetivo é a recíproca da função objetivo descrita anteriormente, na Equação 2.

Para reduzir a disruptividade do *crossover*, geram-se múltiplos filhos para cada par, mantendo-se apenas os melhores destes. Como a avaliação pode ser custosa, são introduzidas duas alternativas de avaliação suplente. A primeira dessas estratégias, a avaliação de dois níveis, consiste em avaliar as funções com base em um conjunto menor gerado com base nos casos de treino, denominado conjunto de filtro. Ao encontrar o melhor filho, este é então avaliado de acordo com o conjunto de treino, mais amplo.

Ainda, há o método de avaliação multi-nível. Considerando que um único conjunto de filtros poderia ser pouco representativo das possibilidades de instâncias do PRVE, a avaliação multi-nível introduz múltiplas camadas de filtragem. Assim, instâncias pouco promissoras são rapidamente descartadas, enquanto um número cada vez menor de indivíduos é avaliado com mais casos de teste. Contudo, é necessário o ajuste fino de seus parâmetros, como o número de indivíduos mantidos entre cada iteração.

Para avaliação, são comparadas três hiper-heurísticas: uma utilizando programação

genética, uma utilizando também a avaliação de dois níveis, e outra utilizando a avaliação multi-nível. Os casos de Schneider, Stenger e Goeke (2014) formam os conjuntos de teste e treino. Percebe-se que o método de dois níveis gera políticas de roteamento com menor número de veículos usados. Em comparação, o método multi-nível, apropriadamente configurado, apresentou resultados com menor consumo energético, por 1,28%, e funções 23,70% menores, em comparação ao método com dois níveis.

4.3 A HYBRID GENETIC SEARCH APPROACH FOR ELECTRIC VEHICLE ROUTING WITH TIME WINDOWS

O trabalho de Ren, Gao e Zhu (2024) apresenta, como contribuições principais, um modelo do PRVEJT com considerações da carga de produto dos veículos em seu consumo de energia durante o deslocamento e uma heurística de busca genética híbrida apropriada para esta variante do problema. O trabalho reapresenta uma fórmula para cálculo do consumo de energia elétrica, introduzida em Kancharla e Ramadurai (2020), com considerações realistas sobre o consumo de acordo com a situação do veículo, incluindo carga de produto e velocidade. O trabalho apresenta como objetivo principal a redução da distância percorrida total da solução.

Na heurística apresentada, é inicialmente gerada uma população de soluções em que os veículos possuem ordenações aleatórias. O método proposto trabalha iterativamente sobre essas soluções. São enfatizadas três partes iterativas principais da Busca Genética tradicional, atribuída a Vidal (2022), partindo de soluções iniciais geradas aleatoriamente:

- a avaliação de *fitness*, em que as soluções geradas na iteração anterior (ou no começo do procedimento) são avaliadas com base em dada função objetivo e classificadas de acordo;
- *crossover* e iteração, em que, entre múltiplas gerações de soluções, soluções-pais suficientemente distintas são combinadas em uma solução-filha com elementos de ambas;
- busca em vizinhança, em que, utilizando alguns operadores clássicos, ocorre a troca de vértices, caso providencie uma melhora na avaliação de *fitness*, seguido pela inserção de estações de recarga nas rotas.

Para a avaliação de *fitness*, a população de soluções trabalhada é avaliada de acordo com a distância total percorrida, grau de violação de janelas de tempo, grau de violação de limites da bateria e grau de violação do limite de capacidade dos veículos.

Em relação ao método tradicional, a busca genética híbrida destaca-se pela existência de múltiplas populações. Dessa forma, o *crossover* pode ocorrer tanto entre membros de uma mesma população quanto entre duas soluções de populações diferentes, neste

último caso com a solução-filha sendo adicionada em ambas as populações. Também há um processo de migração, em que uma solução pode ser adicionada em outra população.

Ainda, a etapa de busca em vizinhança detalhada é robusta. Operadores como *2-opt* e *Swap Relocate* são escolhidos em ordem aleatória, sendo avaliados para a troca de vértices até que se encontre um que providencie aumento de *fitness*. Para a inserção de estações de recarga em rotas, o algoritmo estocástico de inserção gulosa e um algoritmo de marcações baseado em Kullman et al. (2021) são utilizados.

Avaliando os resultados, usando os mesmos conjuntos de dados apresentados em Schneider, Stenger e Goeke (2014), os autores destacam a maior confiança aproveitada pelo método desenvolvido, com variância menor em comparação aos dois trabalhos de comparação, Schneider, Stenger e Goeke (2014) e Kancharla e Ramadurai (2018), tanto no caso médio quanto no melhor caso encontrado, também reduzindo a diferença relativa média em 4,21% e 6,32%, respectivamente. O método também demonstra maior velocidade, tomando apenas 295 segundos de acordo com os autores, comparado aos 920 em Schneider, Stenger e Goeke (2014).

Em relação ao efeito do fator multi-populacional do método, os autores enfatizam que, comparando a performance com uma única solução e com múltiplas, os testes com múltiplas populações apresentam menor diferença entre os resultados produzidos e os melhores resultados conhecidos, com base na função de *fitness*. Entre execuções com populações de 15, 25 e 40 soluções, nota-se que o método de busca genética híbrida apresentou resultados similares entre os tamanhos de populações, mas apresentou uma redução no erro percentual absoluto médio entre 0,57% e 0,70%, dependendo do tamanho das populações, em relação ao método tradicional com uma única população.

Os autores também avaliam a eficiência entre valores diferentes de tempo de execução, notando rápida convergência dos resultados, com uma solução com tempo de execução de 20 segundos alcançando 91,98% da *fitness* alcançada em 600 segundos, e uma de 60 segundos alcançando 97,67%.

4.4 A MULTIPLE ANT COLONY SYSTEM FOR THE ELECTRIC VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH TIME WINDOWS

O trabalho por Mavrovouniotis, Ellinas et al. (2022) apresenta uma metodologia meta-heurística para encontrar soluções do PRVEJT com baixos custo e consumo energético em função do número de veículos utilizados e da distância total percorrida. O trabalho nota que, frequentemente, esses objetivos são conflitantes, dando prioridade à redução do número de veículos utilizados.

O trabalho aborda a utilização de um algoritmo *Multiple Ant-Colony System* (MACS), um método meta-heurístico em que, seguindo o clássico algoritmo de ACO, duas colônias com funções de melhoria diferentes são iniciadas, iteradas e combinadas, a fim de encontrar uma solução de alta qualidade. O trabalho cita Gambardella, Taillard e

Agazzi (1999), modificando o método MACS originalmente pensado para o PRVJT para o PRVEJT. Aproveitando o uso de múltiplas colônias, é possível melhorar as soluções em relação a ambos os objetivos, paralelamente.

No método proposto, duas colônias são inicialmente geradas, denominadas *ACS – VEI*, com função objetivo de redução do número de veículos a serem usados, e *ACS – DIST*, com função de objetivo de redução da distância total. É inicialmente gerada uma solução inicial com base na heurística de vizinho mais próximo, com um número qualquer de veículos sendo utilizado. O número m de veículos observado nessa solução é usado de referência para ambas as colônias, na próxima iteração, com *ACS – VEI* gerando soluções com $m - 1$ veículos e *ACS – DIST* gerando soluções de baixa distância percorrida com m veículos. Desta forma, soluções com objetivos diferentes podem ser geradas em paralelo iterativamente. Caso uma solução viável seja encontrada por *ACS – VEI*, a informação é utilizada para que *ACS – DIST* passe a procurar soluções com o número reduzido de veículos.

Na ACO, cada possível solução (com as rotas de todos os veículos desta) é representada por uma formiga (ou agente), que produz feromônios que estocasticamente afetam a probabilidade de tomada de decisões similares a serem tomadas em soluções geradas no futuro próximo. No caso do MACS, as duas colônias não compartilham formigas ou feromônios entre si. No PRV e especificações deste, a formiga é tipicamente inserida em um nó inicial (o depósito) e estocasticamente seleciona os próximos nós da sua rota.

Iniciando de um vértice i (inicialmente o depósito), a probabilidade p de seleção do nó j para uma formiga k é descrita como

$$p_{ij}^k = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}^k]^\beta}{\sum_{l \in N_i^k} [\tau_{il}]^\alpha [\eta_{il}^k]^\beta}, & \text{se } j \in N_i^k, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3)$$

A descrição de probabilidade permite que o controle do efeito da trilha de feromônios e informações da heurística sobre a tomada de decisões da formiga. τ_{ij} e η_{ij}^k representam, respectivamente, o valor da trilha de feromônios e a informação dinâmica do problema na solução tratada pela formiga k , entre um par de nós i e j . As influências relativas desses valores são controladas por α e β . N_i^k é o conjunto de clientes não visitados adjacentes ao nó i para a formiga k , que são alcançáveis sem violar condições de energia, capacidade e janelas de tempo.

O trabalho nota que o depósito e as estações de recarga não são considerados nessa tomada de decisões, sendo acessados sob situações pré-definidas. Ao final da criação de uma solução, clientes não visitados são inseridos nas posições de menor efeito na qualidade da solução sem violar alguma das restrições. Ainda, uma heurística de busca local de troca é aplicada para as soluções geradas por *ACS – VEI*, buscando melhorias nas rotas geradas.

A atualização global de feromônios para pares de nós (i, j) , com base na melhor formiga, é descrita na expressão abaixo. Nela, ρ representa a taxa de evaporação definida para os feromônios (entre 0 e 1) e C^{bs} representa a qualidade da melhor solução T^{bs}

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{ij} + \rho/C^{bs}, \forall (i, j) \in T^{bs} \quad (4)$$

O trabalho é avaliado entre dez execuções do algoritmo, utilizando o conjunto de dados utilizados por Schneider, Stenger e Goeke (2014), com cada uma das duas colônias tendo 10 formigas, e o valor feromônico inicial sendo o inverso do produto do tamanho do problema pela qualidade da solução gerada pela heurística de vizinho mais próximo. Em comparação ao método de busca tabu (Schneider; Stenger; Goeke, 2014), os autores notam resultados melhores ou equivalentes na enorme maioria dos casos analisados, em termos de distância percorrida e veículos utilizados. Esse fator é atribuído à exploração de múltiplos pontos do espaço de busca paralelamente que o método produzido possibilita.

4.5 AN INTERACTION-ENHANCED CO-EVOLUTIONARY ALGORITHM FOR ELECTRIC VEHICLE ROUTING OPTIMIZATION

O trabalho de Zhu e Wang (2024) aborda um algoritmo co-evolutivo com interação aprimorada, ou *Interaction Enhanced Co-Evolutionary Algorithm* (IECA), baseado no algoritmo co-evolucionário de duas populações, ou *Dual-Population-Based Co-evolutionary Algorithm* (DPCA), para encontrar soluções para o PRVE abordando múltiplos objetivos paralelamente.

Os autores abordam o contexto de PRVE, observando a necessidade de desenvolver soluções que busquem aperfeiçoar tanto a ordem de visita de clientes quanto a estratégia para recarregamento dos veículos. Sob essa perspectiva, e destacando a interdependência existente entre ambas essas necessidades, é destacado o DPCA proposto por Wang, Qin et al. (2024). Este, apesar de aproveitar o uso de um par de colônias para tratar ambos os subproblemas, utiliza apenas a melhor solução encontrada para atualizar os feromônios usados para explorar o espaço de soluções, abrindo espaço para um modelo que utilize múltiplas soluções de cada população para uma troca de informações mais completa (Zhu; Wang, 2024; Wang; Qin et al., 2024).

Dado o exposto, é proposto um algoritmo que possibilite melhor evolução colaborativa, ampliando a diversidade de soluções de ambas as populações. O IECA utiliza um algoritmo de ACO, com duas populações iniciais sendo geradas: uma para melhorias no roteamento e outra para melhorias na estratégia de recarga. Também é gerado um conjunto de soluções elite, do qual se obterá a solução resultado. Em cada iteração, o roteamento é iterado por meio de métodos de ACO, utilizando feromônios com informações da população de recarga, enquanto a estratégia de recarga é iterada por meio de um algoritmo genético binário.

Os feromônios utilizados no processo de ACO são controlados de modo a se manter entre um par de valores mínimo e máximo, definidos em função de fatores heurísticos, de modo a acelerar a convergência das soluções e reduzir a chance de a solução se limitar a um ótimo local. Os feromônios também passam por um processo de reajuste de modo a reduzir acessos excessivos a uma mesma rota, possibilitando maior diversidade de soluções.

A população de melhoria de recarga é mutada e avaliada. As melhores soluções são utilizadas para repopular o conjunto de soluções elite, substituindo soluções elite consideradas inferiores. As soluções elite são ainda utilizadas para atualizar as trilhas de feromônios, definindo o caráter colaborativo do método.

Ainda com o objetivo de preservar a diversidade de soluções utilizadas, um método de atualização dos membros da população de roteamento é aplicado após certo número de gerações, preservando as melhores soluções e estocasticamente selecionando entre as soluções de menor qualidade. Ao final, a melhor solução do conjunto elite é melhorada com um algoritmo ganancioso iterado e apresentada.

Os autores trazem avaliações dos métodos trabalhados. Estimou-se uma complexidade de ordem $O(N^3 \cdot N_{gen})$, com N_{gen} se referindo a um número de gerações a serem trabalhadas de acordo com o critério de parada.

O trabalho apresenta uma extensa etapa de experimentação e análise, utilizam os casos de teste em Zhang, Chen et al. (2020), com entre 30 e 200 clientes em um quadro 100X100 e número variável de estações de recarga disponíveis. Também são utilizados os casos de teste de Mavrovouniotis, Menelaou et al. (2020), com padrões mais realistas e, dessa forma, variáveis entre casos. Inicialmente, a heurística é comparada com variações simplificadas de si mesma, com etapas removidas. Com isso, a atualização periódica das populações é levantada como um fator que limita a qualidade da melhor solução durante as primeiras poucas gerações, visto que é um fator que busca aumentar a diversidade de soluções trabalhadas. Em geral, a solução completa apresenta resultados superiores em comparação com as simplificações.

Os autores levantam comparações com os algoritmos *Max-Min Ant System* (MMAS) (Mavrovouniotis; Menelaou et al., 2020), *Bi-Level Ant Colony Optimization* (BACO) (Jia; Mei; Zhang, 2022a), *Confidence-Based Ant Colony Optimization* (CBACO) (Jia; Mei; Zhang, 2022b) e o DPCA (Wang; Qin et al., 2024) citado anteriormente. Nos casos analisados com poucos clientes (60 ou menos), o IECA apresentou forte redução na distância percorrida, se aproximando apenas do DPCA. Em casos com mais clientes, o IECA alcança o valor objetivo mínimo encontrado 14 vezes, um resultado superior àqueles dos outros métodos. Os autores atribuem essa situação à exploração diversificada do espaço de soluções que a heurística apresenta, evitando ótimos locais de forma mais eficaz que outros métodos. Ainda, em casos com uso de energia calculado com base na carga de produto, o IECA manteve-se como o mais eficaz em alcançar os melhores valores objetivos mínimos, com a metodologia co-evolutiva permitindo uma tomada de decisões

Tabela 2 – Tabela comparativa dos trabalhos considerados.

Trabalho	Uso de meta-heurística iterativa	Foco em minimização de consumo de energia	Uso dos instâncias de teste relevantes	Cálculo dinâmico do consumo de energia
(Schneider; Stenger; Goeke, 2014)	×		×	
(Gil-Gala; Đurasević; Jakobović, 2024)	×	×	×	
(Zhu; Wang, 2024)	×			×
(Vahedi-Nouri et al., 2023)	×	×		×
(Moradi; Kayvanfar; Baldacci, 2024)	×	×	×	×
(Perić et al., 2023)	×	×		×
(Bruglieri; Paolucci; Pisacane, 2023)	×	×	×	×
(Wang; Peng; Liu, 2020)		×		×
(Gil-Gala; Đurasević et al., 2025)	×	×	×	×
(Ren; Gao; Zhu, 2024)	×		×	×
(Mavrovouniotis; Ellinas et al., 2022)	×	×	×	

mais complexa em relação ao uso de bateria. Os autores ressaltam a necessidade de trabalhos futuros abordarem casos de teste maiores, além de expandir o problema para abordar especificações como o PRV de dois níveis.

4.6 DISCUSSÃO DOS TRABALHOS

Observando os trabalhos expostos, percebe-se que o uso de meta-heurísticas, incluindo o uso de algoritmos genéticos e ACO, traz ótimos resultados para a geração de soluções para o PRVEJT. Ainda, trabalhos como Mavrovouniotis, Ellinas et al. (2022) demonstram o potencial no uso de múltiplas populações, com objetivos diferentes, para encontrar viável.

O trabalho de Zhu e Wang (2024), apesar de não tratar de janelas de tempo, apresenta uma estratégia promissora para lidar com variações do PRVE utilizando múltiplas populações, que abordamos neste trabalho.

A Tabela 2 demonstra uma comparação dos trabalhos em relação a características consideradas relevantes para a abordagem neste trabalho. Também são incluídos outros trabalhos que foram considerados para inclusão neste capítulo.

5 DESENVOLVIMENTO

Esse capítulo aborda o desenvolvimento de um método meta-heurístico para gerar soluções para o PRVEJT, como definido no Capítulo 2.

5.1 ALGORITMO PROPOSTO

O Algoritmo 1, descrito como pseudo-código, baseado no algoritmo IECA (Zhu; Wang, 2024), é utilizado neste trabalho.

Algoritmo 1: IECA com Baixo Consumo Elétrico

Entrada: C (O conjunto de clientes), F (O conjunto de estações de recarga), D (O depósito), A (O tamanho da população de formigas), α (peso dos feromônios na seleção de vértices), β (peso das distâncias na seleção de vértices), N (O número de iterações), ρ (A taxa de redução dos feromônios), K (O limite de produto carregável por um veículo), M (O limite de bateria de um veículo), h (A taxa base de consumo elétrico), w (A taxa de consumo para mover uma unidade de produto).

Saída: S (Uma solução viável).

- 1 $Q \leftarrow \text{Inicialização}(A)$;
 - 2 Inicialize a primeira solução elite e_0 com uma solução gulosa;
 - 3 Inicialize a matriz de feromônios ϕ com base no custo em distância obtido via *nearest neighbour*;
 - 4 **para** $k = 1$ **até** N **faça**
 - 5 $[P^{best}, I_s] \leftarrow \text{MelhoriaDeRoteamento}(C, F, D, A, \alpha, \beta, K, M, h, w, \phi)$;
 - 6 $O \leftarrow \text{MelhoriaDeCarga}(Q, I_s)$;
 - 7 $[Q, \phi, E] \leftarrow \text{InteraçãoMelhorada}(Q, O, P^{best}, E, A, \rho, K, M, h, w, \phi)$;
 - 8 $S \leftarrow$ Melhor roteamento no conjunto elite E ;
-

Neste método, duas populações, uma para definir o roteamento e outra para definir a estratégia de recarga, são utilizadas. Enquanto a população de recarga é inicializada no início da execução, a população de roteamento é essencialmente redefinida cada iteração, sendo guiada pela matriz de feromônios produzida. O conjunto de soluções elite, do mesmo tamanho das duas soluções mencionadas, inicialmente possui apenas uma única solução obtida ingenuamente, recebendo mais soluções conforme soluções válidas são encontradas.

Por um número de gerações estabelecido, múltiplos ciclos de iterações são realizados. A população de roteamento é melhorada com base no Algoritmo 2 (Wang; Qin et al., 2024), enquanto uma população de estratégia de recarga filha é gerada via programação genética. O melhor roteamento é obtido da população de roteamento, e então, a estratégia de carga que produz a solução mais eficiente ao ser combinada com este roteamento é selecionado como a melhor solução encontrada nesta iteração. Caso esta solução seja viável e superior

a pior solução do conjunto elite (ou o conjunto elite ainda não esteja cheio) ela é inserida neste conjunto. Este processo é detalhado mais a fundo no Algoritmo 3 (Zhu; Wang, 2024).

Nota-se que apesar das simplificações em relação ao trabalho anterior, com a remoção do processo de melhoria da solução final (Wang; Qin et al., 2024; Zhu; Wang, 2024) e a falta do método de diversificação periódica descrito por Zhu e Wang (2024), a versão desenvolvida do método toma cuidados específicos para atender os requisitos de janelas de tempo e de consumo elétrico considerando o fator dinâmico do consumo no problema tratado.

5.2 MELHORIA DA POPULAÇÃO DE ROTEAMENTO

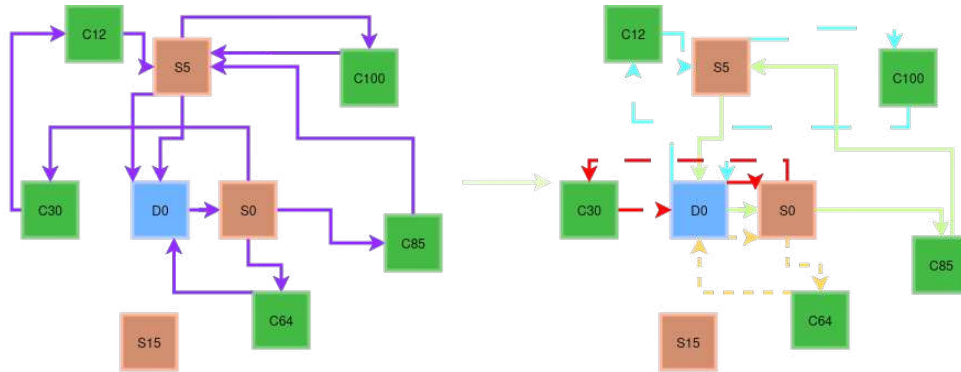
Cada membro da população de roteamento possui, em si, um ou múltiplos trajetos, considerando a possível utilização de vários veículos, com cada trajeto iniciando e encerrando no depósito e contendo cliente e estações, caso necessário. Todos os clientes fazem parte de um trajeto de cada membro, sem aparecer em múltiplos trajetos de um mesmo membro.

O procedimento geracional de melhoria dessa população, baseado em ACO e implementado com base em Wang, Qin et al. (2024), está detalhado no algoritmo 2. Para cada formiga da população, é selecionado um vértice inicial arbitrário, do qual se inicia a geração da rota. Após o início, nós (clientes, estações de recarga ou o depósito) são aleatoriamente inseridos na rota via seleção à roleta, com a probabilidade de seleção de um nó disponível sendo definida como $p_{ij} = \frac{\phi_{ij}^\alpha / d_{ij}^\beta}{\sum_{k \in I} \phi_{ik}^\alpha / d_{ik}^\beta}$ para a seleção de um nó j saindo de um nó i (d_{ij} representa a distância entre os nós). Ou seja, os parâmetros α e β representam pesos para a tomada de decisões, definindo se a matriz de feromônios ou a distância tem maior efeito sobre a tomada de decisões. Nós são inseridos até que todos os clientes e o depósito façam parte da rota, com uma iteração a mais para garantir que exista uma estação de recarga destino para o último nó inserido (que pode ser mantido ou não, de acordo com a etapa de interação melhorada).

A rota gerada é dividida em múltiplos trajetos, com o ponto de divisão sendo o momento em que um requisito de tempo, bateria ou carga de produto seja ferido, e com o retorno ao depósito sendo inserido ao fim de cada trajeto. Visto que este trabalho considera uso dinâmico da bateria de acordo com a carga de produto, o cálculo de consumo de bateria nesta etapa prevê apenas o consumo relativo ao peso do veículo, não calculando o aumento de consumo causado pela carga de produto. Este fator é considerado, porém, no cálculo de consumo elétrico de cada rota para selecionar a melhor, visto que neste ponto já se tem a rota inteira formada, sendo trivial definir a quantidade de produto que um veículo carrega ao sair do depósito. A Figura 2 apresenta um exemplo de divisão possível para uma das instâncias utilizadas, com uma única rota sendo dividida em quatro trajetos, tratados por veículos diferentes. É retornada a melhor estratégia de roteamento encontrada nesta

iteração, ainda, para guiar a estratégia de melhoria de recarga, em seguida.

Figura 2 – Exemplo de divisão de trajetos da instância c101C5.



Em relação ao trabalho de Wang, Qin et al. (2024), a implementação apresentada realiza algumas simplificações, omitindo a melhoria via busca local, considerando a maior complexidade causada pela introdução dos fatores de janelas de tempo e consumo dinâmico, que tornariam essas etapas de melhoria menos previsíveis e mais difíceis de implementar.

5.3 MELHORIA DA POPULAÇÃO DE RECARGA

A população de estratégia de recarga é composta por sequências binárias de $|C| + 1$ bits, representando, para o depósito e os nós clientes, se é necessário recarga após visitar o nó. Apesar das versões por Zhu e Wang (2024) e Wang, Qin et al. (2024) apresentarem $|C|$ bits, um bit para o depósito foi adicionado neste trabalho, visto que um veículo apresenta maior carga no começo do trajeto, aumentando o consumo elétrico. Na primeira iteração, os bits para a população são configurados aleatoriamente, com probabilidade de ativação mais alta para bits de clientes próximos a estações de recarga (Wang; Qin et al., 2024). Especificamente, nesta primeira iteração, a probabilidade de ativação de cada bit correspondente a um cliente é inversamente proporcional a distância entre este cliente e a sua estação de recarga mais próxima.

Para cada geração, um processo de *K-Tournament Selection* (Fang; Li, 2010) é adotado para selecionar $2 \cdot A$ sequências binárias (incluindo repetições) para serem usadas como pais na geração de sequências-filhas, mantendo diversidade de seleções mas ainda dando preferência para aquelas de maior qualidade, avaliadas de acordo com o consumo elétrico e ferimento de restrições observado ao aplicar a estratégia de carga descrita a melhor estratégia de roteamento obtida na geração. Com a seleção de pais obtida, uma população de A sequências binárias filhas é obtida usando *crossover* uniforme entre duas metades do conjunto de pais, com a primeira metade sofrendo uma operação de *AND bit por bit* (filtragem binária) para guiar o resultado. Por fim, uma operação de *bit-flip* é realizada sobre o conjunto de filhas.

Algoritmo 2: Melhoria de Roteamento

Entrada : C (O conjunto de clientes), F (O conjunto de estações de recarga), D (O depósito), A (O tamanho da população de formigas), α (peso dos feromônios na seleção de vértices), β (peso das distâncias na seleção de vértices), K (O limite de produto carregável por um veículo), M (O limite de bateria de um veículo), h (A taxa base de consumo elétrico), w (A taxa de consumo para mover uma unidade de produto), ϕ (A matriz de feromônios).

Saída : P^{best} (o melhor roteamento encontrado), I_s (a estratégia de carga observada na melhor estratégia de roteamento).

```

1  $P \leftarrow \{\}$ ;
2 para  $k = 1$  até  $A$  faça
3    $\hat{I} = D \cup F \cup C$ ;
4    $r \leftarrow \{\}$ ;
5   Selecione um nó aleatório  $i$  de  $\hat{I}$ ;
6   Insira  $i$  em  $r$ ;
7   Remova  $i$  de  $\hat{I}$ ;
8    $cont \leftarrow True$ ;
9   enquanto  $cont$  faça
10     se todos os clientes e o depósitos não estão mais em  $\hat{I}$  então
11        $cont \leftarrow False$ ;
12     Encontre o último nó  $i$  em  $r$ ;
13     se  $i \in C$  então
14        $j \leftarrow seleçãoPorRoleta(\hat{I}, i, \alpha, \beta, \phi)$ ;
15       Insira  $j$  em  $r$ ;
16       Remova  $j$  de  $\hat{I}$ ;
17     se  $r_0 \notin D$  então
18        $Desloque$  a rota circularmente para que inicie no depósito;
19     Separe  $r$  em múltiplos trajetos de veículos, formando uma estratégia de
20       roteamento  $R$ ;
21     Insira  $R$  em  $P$ ;
22  $P^{best} \leftarrow$  Encontre em  $P$  o elemento com menor custo elétrico( $P, K, M, g, w$ );
23  $I_s \leftarrow$  extração da estratégia de carregamento de  $P^{best}$ ;

```

5.4 ETAPA DE INTERAÇÃO

A etapa de interação implementada mantém o uso de um conjunto de soluções elite, em vez de uma única solução, para guiar a matriz de feromônios, uma inovação do trabalho Zhu e Wang (2024) em relação a Wang, Qin et al. (2024). Tendo-se uma melhor estratégia de roteamento e um conjunto de estratégias de carregamento (no caso, o conjunto de soluções binárias filhas), é avaliado o custo que cada estratégia de carregamento da população filha providencia ao ser combinada com a estratégia de roteamento. Cada resultado viável, e de melhor custo que alguma solução do conjunto do elite (assumindo que o conjunto elite já tenha alcançado o tamanho de população parametrizado), é inserida ao conjunto, substituindo a pior solução neste caso necessário (ou seja, caso o tamanho do conjunto elite já seja igual ao tamanho de população parametrizado). O resultado é considerado viável se satisfizer as condições de energia, janelas de tempo e limite de carga.

Neste momento, também é atualizada a matriz de feromônios que guia o processo de melhoria de roteamento. A matriz de feromônios é uma matriz $|V|X|V|$ em que cada valor ϕ_{ij} na matriz corresponde a chance relativa de uma formiga de roteamento se locomover de um vértice i para j . Um valor de evaporação ρ é usado para reduzir o efeito de contribuições antigas de feromônios. Ainda são estabelecidos, em cada geração, valores limites máximos e mínimos, tal que $\tau_{max} = \frac{1}{(1-\rho) \cdot C^{best}}$ e $\tau_{min} = \frac{\tau_{max} \cdot (1 - \frac{1}{|V|} \sqrt{0,05})}{(\frac{|V|}{2} - 1) \cdot (\frac{1}{|V|} \sqrt{0,05})}$, com C^{best} correspondendo ao custo da melhor solução encontrada. Assim, para cada solução e no conjunto elite ao fim de uma iteração, cada célula representando um deslocamento presente na solução é incrementada em $1/C_e$. O mesmo processo é aplicado para a singular melhor solução viável produzida na etapa de interação melhorada. O processo é descrito pelo Algoritmo 4.

Ao final da execução do programa, com base em um limite parametrizado de gerações, o melhor roteamento do conjunto elite é utilizado como resultado. Caso o algoritmo não encontre nenhuma solução viável para o problema, a primeira solução elite obtida ingênuamente é apresentada como resultado.

Algoritmo 3: Processo de Interação Melhorada

Entrada: Q (A população de carga), O (A população de carga filha), P^{best} (A melhor solução de roteamento dessa iteração), E (A população elite), A (O tamanho da população de formigas), ρ (A taxa de redução dos feromônios), K (O limite de produto carregável por um veículo), M (O limite de bateria de um veículo), h (A taxa base de consumo elétrico), w (A taxa de consumo para mover uma unidade de produto), ϕ (A matriz de feromônios).

Saída: Q, ϕ, E

```

1 para cada estratégia de carga  $o$  em  $O$  faça
2    $e' \leftarrow$  criar uma nova solução combinando  $P^{best}$  e  $o$ ;
3   se  $|E| < A$  então
4      $\lfloor$  Insira  $e'$  em  $E$ ;
5   senão se  $e'$  for melhor que a pior solução em  $E$  então
6      $\lfloor$  Substitua a pior solução em  $E$  por  $e'$ ;
7  $p' \leftarrow$  a melhor combinação de  $P^{best}$  com algum  $o \in O$ ;
8  $\phi \leftarrow$  AtualizaçãoDeFeromônios( $p', E, \rho, \phi$ );
9  $Q \leftarrow$  os melhores  $|A|$  esquemas de carga em  $Q \cup O$ ;

```

Algoritmo 4: Atualização de Feromônios

Entrada: p' (A melhor solução válida gerada na interação melhorada), E (A população elite), ρ (A taxa de redução dos feromônios), ϕ (A matriz de feromônios).

Saída: ϕ (A matriz de feromônios)

```

1 para cada  $\phi_{i,j}$  em  $\phi$  faça
2    $\lfloor \phi_{i,j} \leftarrow \rho * \phi_{i,j}$ ;
3 Calcule os limites máximo e mínimo de feromônios desta iteração;
4 Restrinja todos os valores em  $\phi$  para dentro dos limites;
5  $E' \leftarrow E \cup \{p'\}$ ;
6 para  $k = 0$  até  $|E'|$  faça
7    $S \leftarrow E'_k$ ;
8    $C \leftarrow$  custo elétrico de  $S$ ;
9   para  $i = 0$  até  $|S|$  faça
10     $R \leftarrow S'_i$ ;
11    para  $j = 0$  até  $|R| - 1$  faça
12       $\lfloor \phi_{R_j, R_{j+1}} = \phi_{R_j, R_{j+1}} + \frac{1}{C}$ ;
13 Restrinja todos os valores em  $\phi$  para dentro dos limites novamente;

```

6 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Este capítulo aborda análises e comparações dos resultados observados na execução do método meta-heurístico implementado. Os testes executados visam avaliar o método, comparando sua efetividade sob diferentes parâmetros, especificamente alterando os pesos utilizados para a tomada de decisão na geração de rotas e o tamanho de população utilizado, verificando o efeito destes em métricas de custo elétrico final e tempo de execução. Também é avaliado o efeito das características das instâncias de teste sobre os resultados observados.

6.1 DETALHES DA EXECUÇÃO

O método desenvolvido foi implementado como um programa na linguagem *Python*, com uso frequente da biblioteca *NumPy*, especialmente para o tratamento eficiente de matrizes. A execução foi realizada em um computador de 32 *gigabytes* de memória RAM e um processador Intel Xeon W-2133 com frequência de 3,60Hz, com sistema operacional Ubuntu 24.04.2. Como o processador possui 12 *threads*, diferentes casos de teste foram executados em paralelo de modo a coletar resultados para uma variedade de cenários, para cada instância de teste, em tempo hábil.

6.2 DETALHES DAS INSTÂNCIAS

As instâncias de teste utilizadas são as 92 instâncias de Schneider, Stenger e Goeke (2014). Cada instância possui um depósito e um conjunto de clientes e estações, todos com suas coordenadas, e com os clientes também apresentando janelas de tempo, demanda e tempo de serviço. Cada instância também indica um limite para a bateria e quantidade de produto a ser carregada por um veículo, além da taxa de reabastecimento, enquanto a taxa de consumo elétrico base e velocidade, apesar de serem apresentados, sempre possuem o mesmo valor (1), de forma que a implementação geralmente os trata como constantes.

Quanto à classificação, 56 das instâncias são consideradas grandes, com 100 clientes, enquanto as demais apresentam 5, 10 ou 15 clientes. A distribuição de clientes também é descrita pelos autores como, dependendo da instância, baseada em escolhas aleatórias; baseada em agrupamentos; ou uma combinação de ambas.

6.3 RESULTADOS OBSERVADOS

Para este trabalho, de modo a comparar os efeitos dos tamanho das populações de melhoria e dos pesos aplicados no cálculo de roteamento, foram realizadas 5 execuções com parâmetros diferentes para cada instância. Uma delas, o Método A, representa um caso base, similar ao usado no trabalho de Zhu e Wang (2024), com $\alpha = 1$ e $\beta = 2$, e tamanho da população de formigas (A) igual ao número de clientes ($|C|$) da instância. Para avaliar o efeito do tamanho da população, é avaliado um Método B, com população

Tabela 3 – Parâmetros usados em cada caso analisado.

Parâmetros	Método A	Método B	Método C	Método D	Método E
α	1	1	1	1	2
β	2	2	2	1	1
A	$ C $	$0,7 \cdot C $	$0,5 \cdot C $	$ C $	$ C $
ρ	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98
N	5000	5000	5000	5000	5000

de 70% do número dos clientes, e um Método C, com população de 50% do número dos clientes. Ainda, para avaliar o efeito dos pesos usados no roteamento, foi executado um Método D, com $\alpha = \beta = 1$, ou seja, com ambos os fatores de mesmo peso na tomada de decisões, e um Método E, em que $\alpha = 2$ e $\beta = 1$, tal que os feromônios tenham maior efeito sobre a tomada de decisões de roteamento do que a distância entre nós. Todas as execuções realizaram 5000 iterações (N), com taxa de evaporação de feromônios (ρ) configurada para 0,98%. A Tabela 3 apresenta uma visão clara dos parâmetros usados em cada método.

Entre as 92 instâncias, 62 não apresentaram melhoria em relação a primeira solução obtida por força bruta, enquanto as outras 31 apresentaram melhorias com o método apresentado. A Tabela 4 apresenta os custos elétricos obtidos para cada combinação de método e instância, entre estas 31, com o melhor resultado para uma instância em negrito. Na instância c109_21, não houve melhoria em relação a primeira solução durante a execução. Estes casos são marcados com asterisco. Para as demais instâncias, os resultados obtidos no início da execução são mostrados na Tabela 5. Como a solução elite inicial é obtida de maneira não-estocástica, não há diferença do custo entre os métodos, neste caso.

Com base nesses resultados preliminares, a maior percepção que pode-se ter é uma aparente baixa escalabilidade do método para instâncias grandes, conseguindo apenas mostrar avanços para a solução de duas instâncias de 100 clientes. Ainda, os valores alterados de α e β em relação ao trabalho original não apresentam uma piora, com os Métodos D e E representando mais frequentemente o custo mínimo encontrado para dada instância do que o Método A (incluindo empates, os Método A, D e E representaram o melhor valor 18, 22 e 21 vezes, respectivamente).

Dado que o trabalho original buscava a redução da distância percorrida, o gráfico da Figura 3 demonstra a correlação forte entre a distância percorrida e o custo elétrico observado para cada método executado, com aqueles com melhoria em relação a primeira solução marcados em verde. É observada uma correlação forte, o que não foge do esperado.

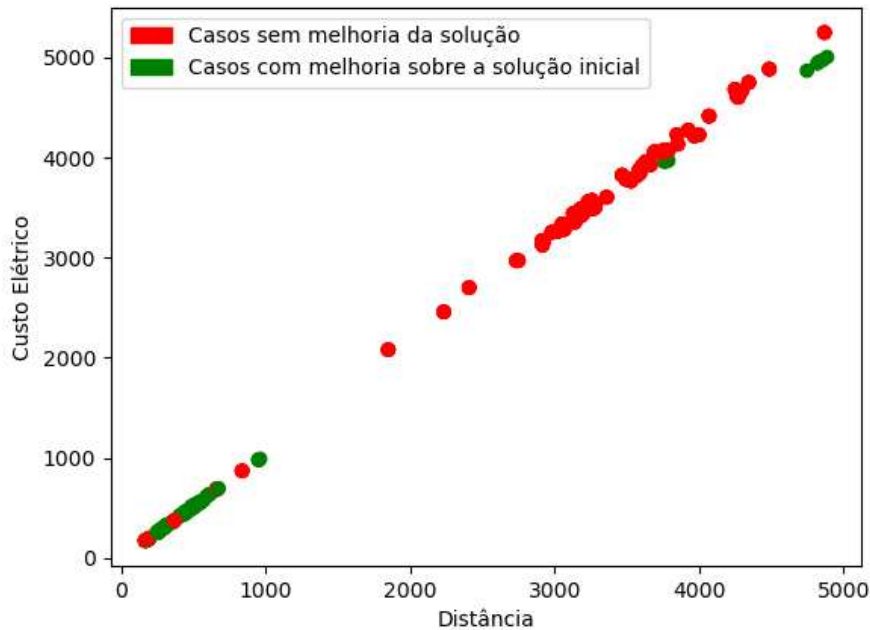
Tabela 4 – Resultados observados nos casos com melhoria.

Instância	Método A	Método B	Método C	Método D	Método E
r102C15	564,239	559,7627	554,4031	545,2284	540,3413
c202C15	553,3501	551,2403	545,8085	539,0058	577,0058
r104_21	4867,1704	4938,1688	4958,6662	4972,3317	5003,8253
rc202C15	503,6333	507,8681	510,1961	484,7281	493,2117
r102C10	313,7461	313,7461	313,7461	313,7461	319,7162
rc201C10	353,6226	358,2089	358,2089	353,6226	354,0743
r202C5	182,1943	182,461	182,1943	182,1943	182,1943
r105C5	199,4927	199,4927	199,4927	199,4927	199,4927
c109_21	3955,9069	3967,7217	4229,8178*	4229,8178*	4229,8178*
rc205C10	450,176	450,176	451,9381	450,176	450,176
rc108C5	328,3997	328,3997	331,8147	328,3997	328,3997
r104C5	174,0022	174,0022	174,0022	174,0022	174,0022
c101C10	526,2628	523,0727	526,3469	518,9149	511,5976
r201C10	252,7733	257,46	261,1245	249,8334	253,4979
rc108C10	500,5168	500,5168	500,5168	500,5168	500,5168
c101C5	259,921	259,921	259,921	259,921	259,921
c208C15	480,9615	514,588	509,3408	557,146	561,2415
rc105C5	285,2979	285,2979	285,2979	285,2979	285,2979
r105C15	464,3284	471,3762	468,1625	467,3366	454,2151
rc108C15	983,4852	981,4265	991,5971	981,4265	981,4265
c103C15	633,4892	637,1317	636,8447	625,9235	616,8259
rc103C15	694,5098	695,7029	696,1054	688,9993	686,4526
r209C15	435,9667	441,0524	452,8305	427,0002	442,8938
c202C10	310,0151	308,5487	310,0151	308,4367	308,4367
c104C10	536,6262	536,6262	539,3568	536,6262	536,6262
c205C10	294,9155	294,9155	308,3466	294,9155	298,7141
r103C10	273,9327	273,9327	272,7094	272,2835	272,2835
r203C5	253,797	253,797	253,797	253,797	253,797
c106C15	423,9465	433,85	433,85	422,353	418,9174
c206C5	266,6787	266,6787	270,3413	266,6787	266,6787
c208C5	193,2501	193,2501	193,2501	193,2501	193,2501

Tabela 5 – Resultados observados nos casos sem melhoria.

Instância	Custo Elétrico Observado	Instância	Custo Elétrico Observado
rc204C15	692,553	r107_21	3408,36
rc204C5	197,772	rc102C10	871,229
rc208C5	197,305	r202C15	686,284
c208_21	2701,39	c103C5	176,909
rc205_21	4072,43	rc201_21	3948,72
r202_21	3282,69	r211_21	3337,51
r208_21	3355,25	r206_21	2969,93
r205_21	3254,03	rc103_21	3923,15
c204_21	4413,91	c104_21	4883,2
r112_21	4215,02	r203_21	3490
c106_21	4057,42	r102_21	3603,82
rc104_21	4273,34	c207_21	3533,83
rc106_21	3561,63	c203_21	3959,49
r103_21	3927,76	rc102_21	4070,33
c201_21	2458,91	r210_21	3126,21
rc207_21	4069,45	r209_21	3425,41
c206_21	3485,39	rc208_21	4045,52
c107_21	3571,77	rc206_21	3937,7
r105_21	3165,46	r207_21	3259,86
rc202_21	3476,84	r109_21	3412,95
c102_21	4749,54	r111_21	3766,43
rc108_21	4662,91	r203C10	375,973
rc101_21	3782,18	c108_21	3825,04
r204_21	3535,39	r108_21	3818,98
r201_21	2970,7	c101_21	4615,18
c202_21	3441,2	rc204_21	4133,55
rc203_21	4226,41	r106_21	3169,31
rc107_21	4601,43	r101_21	3500,01
c103_21	4680,81	c105_21	5248,18
c205_21	2081,08	rc105_21	3879,9
r110_21	3845,87		

Figura 3 – Correlação entre custo elétrico e distância percorrida do roteamento da solução.



6.4 ANÁLISE DA EVOLUÇÃO DAS ROTAS

É relevante verificar como os diferentes fatores das instâncias afetam a gradual melhoria da solução desenvolvida pelo método. Primeiramente, é verificado o número de inserções realizadas no conjunto elite para cada instância, ao longo do método com melhor resultado (excluindo a inserção no início da execução). A Tabela 6 mostra a quantidade de inserções para as execuções de melhores resultados entre as 31 instâncias com resultados satisfatórios. Observando os tipos das instâncias, percebe-se que aquelas com seleção de clientes aleatórios (identificadas pela inicial *rr* no nome da instância) aparentam mostrar maior facilidade de encontrar soluções de qualidade. Estas apresentam, além do maior número de inserções em uma instância, no caso da *r102C15*, também a segunda melhor média de inserções, em 12,27, enquanto a melhor média pertence a classe das instâncias aleatórias com agrupamento (com inicial "*rc*"), com média 12,5. Visto isso, é possível que o método apresentado tenha maior facilidade com as instâncias de seleção arbitrária de clientes. A Tabela também apresenta a melhoria em relação a primeira solução encontrada, tanto em valor de unidade de energia elétrica quanto em porcentagem.

6.5 ANÁLISE DE TEMPO DE EXECUÇÃO

A fim de analisar o tempo de execução do método implementado, a Tabela 7 apresenta os tempos de execução, em segundos, para o método de melhor resultado

Tabela 6 – Inserções observadas no conjunto elite nos métodos de melhores resultados.

Instância	Inserções no Conjunto Elite	Método observado	Melhoria observada
r102C15	33	Método E	259,99(32,49%)
c202C15	19	Método D	609,59(53,07%)
r104_21	14	Método A	2127,48(30,42%)
rc202C15	12	Método D	424,62(46,70%)
r102C10	11	Método A	142,07(31,17%)
rc201C10	11	Método D	117,61(24,96%)
r202C5	2	Método D	8,75(4,58%)
r105C5	7	Método E	156,33(43,93%)
c109_21	3	Método A	273,91(6,48%)
rc205C10	11	Método D	217,92(32,62%)
rc108C5	5	Método E	85,48(20,65%)
r104C5	5	Método C	37,07(17,56%)
c101C10	10	Método E	120,36(19,05%)
r201C10	11	Método D	144,38(36,62%)
rc108C10	19	Método A	87,75(14,92%)
c101C5	3	Método C	17,11(6,18%)
c208C15	5	Método A	134,19(21,81%)
rc105C5	9	Método C	28,44(9,07%)
r105C15	10	Método E	416,70(47,85%)
rc108C15	20	Método E	397,03(28,80%)
c103C15	21	Método E	101,45(14,12%)
rc103C15	13	Método E	33,79(4,69%)
r209C15	27	Método D	438,53(50,67%)
c202C10	25	Método D	194,49(38,67%)
c104C10	6	Método D	67,70(11,20%)
c205C10	7	Método B	79,86(21,31%)
r103C10	11	Método E	89,70(24,78%)
r203C5	4	Método B	12,44(4,67%)
c106C15	17	Método E	168,80(28,72%)
c206C5	7	Método D	71,99(21,26%)
c208C5	1	Método E	15,81(7,56%)

para cada uma das 31 instâncias com melhoria de solução. Nota-se, como esperado, alto crescimento da duração de execução conforme aumenta-se a quantidade de clientes. Como as instâncias de 100 clientes obtiveram seus melhores resultados apenas no método A, com os mesmos números de populações de roteamento, carga e elite e de clientes, e dada a complexidade da etapa de melhoria de roteamento, estas levaram ao redor de 3 horas para uma execução. Para avaliar o tempo de execução em um cenário padronizado, o tempo de execução obtido utilizando o Método A também é exibido.

A Figura 4 mostra os *box-plots* de tempos de execução pelo método A, separando entre os tamanhos de instâncias disponíveis. Como há apenas duas instâncias viáveis para observação com 100 clientes, este tamanho não é avaliado. Nota-se maior variabilidade, mesmo para o mesmo método, conforme é aumentado o número de clientes tratados. Em especial, os casos com 10 e 15 clientes apresentam *outliers* distantes (r201C10 e c106C15, respectivamente).

Para analisar a execução, a Figura 5 demonstra a duração média de cada etapa, separando por tamanho de instância, para o Método A. Devido a grande diferença de tempo entre as etapas, os gráficos utilizam escala logarítmica. As etapas representadas correspondem a inicialização da primeira geração de sequência binárias de carga, a geração da primeira solução elite, a melhoria de roteamento, a etapa de divisão da rota subsequente, a etapa de melhoria de recarga, a etapa de interação entre populações, a seleção dos indivíduos da população de carga para a próxima geração, a atualização de feromônios e o tempo dedicado para outras atividades. Nota-se que a etapa de melhoria de roteamento supera em tempo de execução as outras etapas, mesmo tendo a parte de divisão da rota gerada separada em outra etapa para fins de visualização. Isso pode ser atribuído, em parte, ao aumento do tamanho da população, que é decidido em proporção ao número de clientes, e ao crescimento do tempo necessário para inserir todos os clientes na rota produzida.

6.6 AVALIAÇÃO DO EFEITO DO TAMANHO DA POPULAÇÃO

A Figura 6 permite visualizar o efeito dos tamanhos populacionais passados como parâmetro no resultado obtido em 5000 iterações, comparando os métodos A, B e C. Nota-se que a imagem apresenta entidades com maior número de clientes mais a direita, possibilitando a visualização do crescente impacto do tamanho da população conforme as instâncias crescem. Com instâncias maiores, como analisado na Tabela 4, percebe-se uma melhoria de 5% no caso da instância c109_21. A fim de visualizar a relação do tamanho populacional com o tempo de execução, a Figura 7 compara os tempos de execução por instância e método, permitindo perceber forte separação entre os tamanhos de instâncias, com o aumento deste tendendo a também aumentar o tempo necessário para as etapas e, ainda, permitindo maior variabilidade do tempo de execução. Com essa percepção, um trabalho futuro pode considerar iniciar com um tamanho de população pequeno, e alternar

Tabela 7 – Tempos de execução observados,

Instância	Tempo de execução	Método observado	Tempo de Exec, (Método A)
r102C15	199,07	Método E	97,6
c202C15	84,81	Método D	95,73
r104_21	11058,5	Método A	11058,5
rc202C15	166,35	Método D	82,42
r102C10	33,67	Método A	33,67
rc201C10	64,66	Método D	31,56
r202C5	19,24	Método D	9,47
r105C5	20,05	Método E	10,48
c109_21	11406,8	Método A	11406,8
rc205C10	31,02	Método D	31,89
rc108C5	10,93	Método E	11,11
r104C5	3,99	Método C	15,47
c101C10	33,66	Método E	35,55
r201C10	32,22	Método D	68,51
rc108C10	36,02	Método A	36,02
c101C5	4,64	Método C	10,01
c208C15	77,01	Método A	77,01
rc105C5	5,13	Método C	10,55
r105C15	186,32	Método E	95,8
rc108C15	245,17	Método E	90,65
c103C15	169,3	Método E	87,27
rc103C15	178,71	Método E	82,4
r209C15	84,85	Método D	103,24
c202C10	70,73	Método D	35,27
c104C10	37,89	Método D	38,42
c205C10	20,02	Método B	27,76
r103C10	27,98	Método E	32,06
r203C5	6,52	Método B	10,21
c106C15	119,76	Método E	57,74
c206C5	10,44	Método D	10,56
c208C5	15,15	Método E	7,83

para um valor maior após um certo número de iterações, com uma matriz de feromônios mais desenvolvida em direção a uma solução de qualidade.

Figura 4 – Distribuição do tempo de execução no método padrão por tamanho.

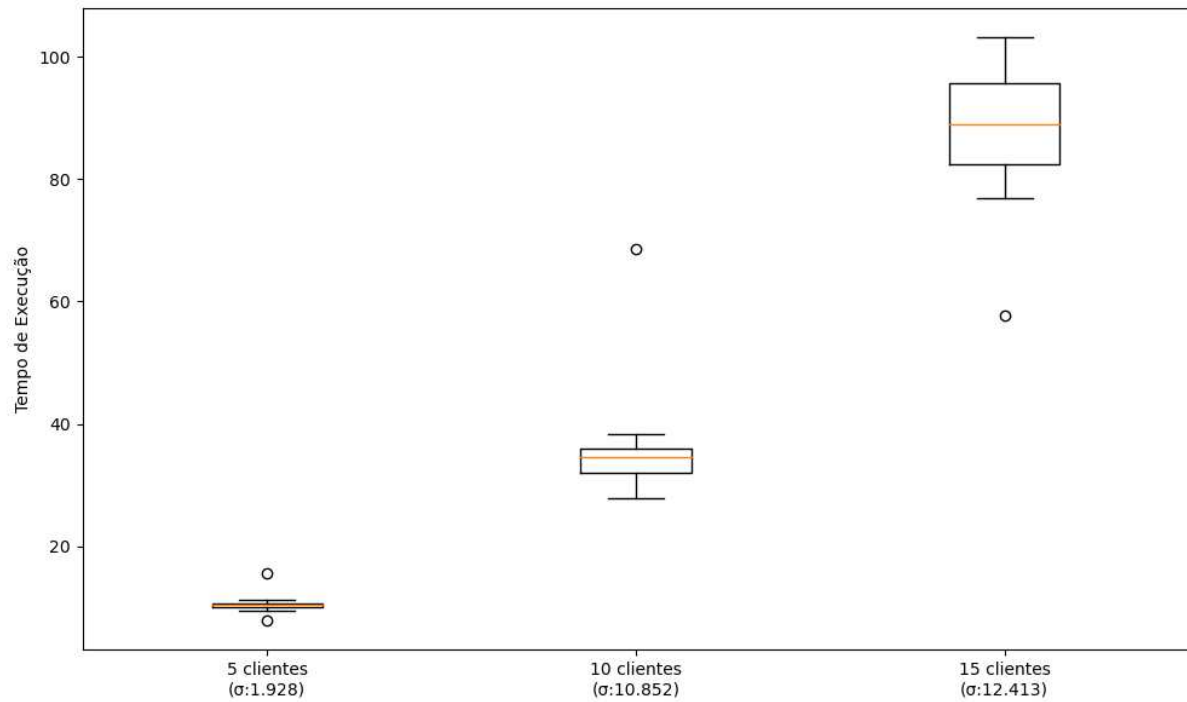


Figura 5 – Comparação dos tempos médios de cada etapa por tamanho de instância no método padrão.

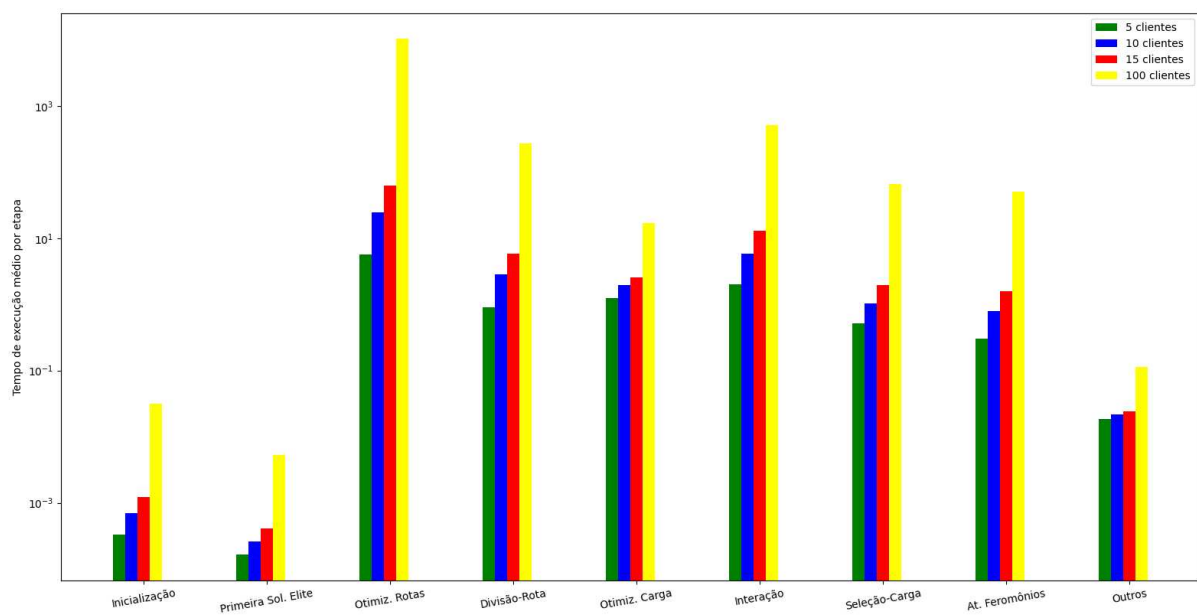


Figura 6 – Visualização dos custos elétricos obtidos para os métodos A, B e C para cada instância pequena solucionada.

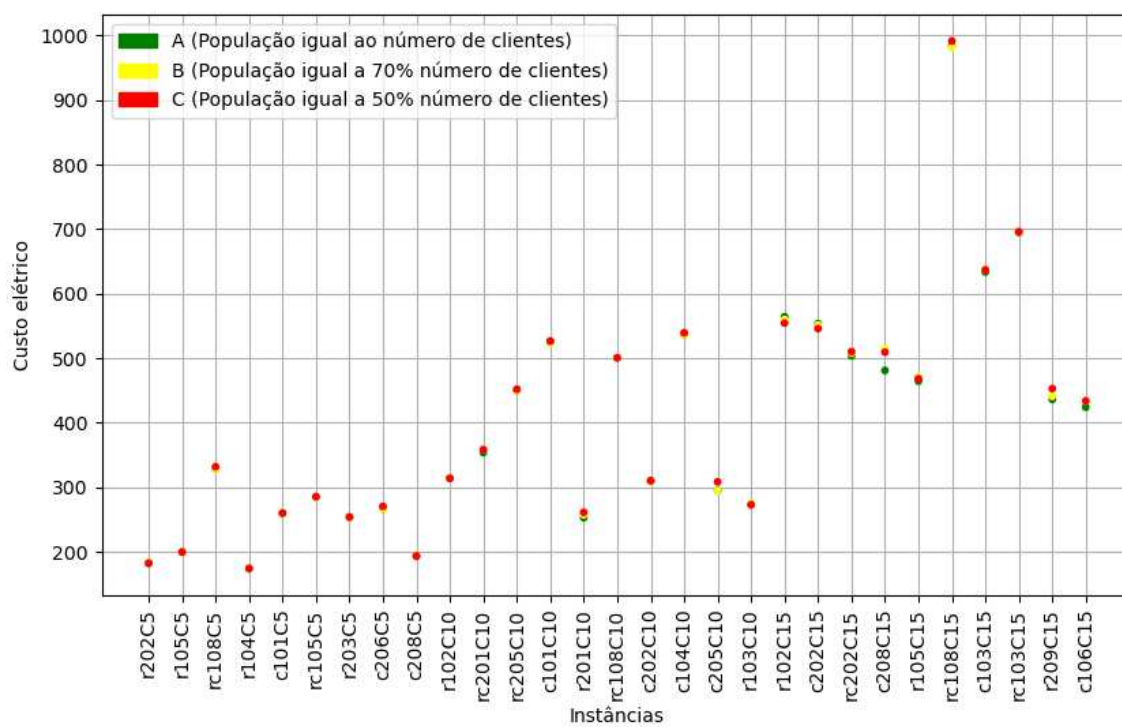
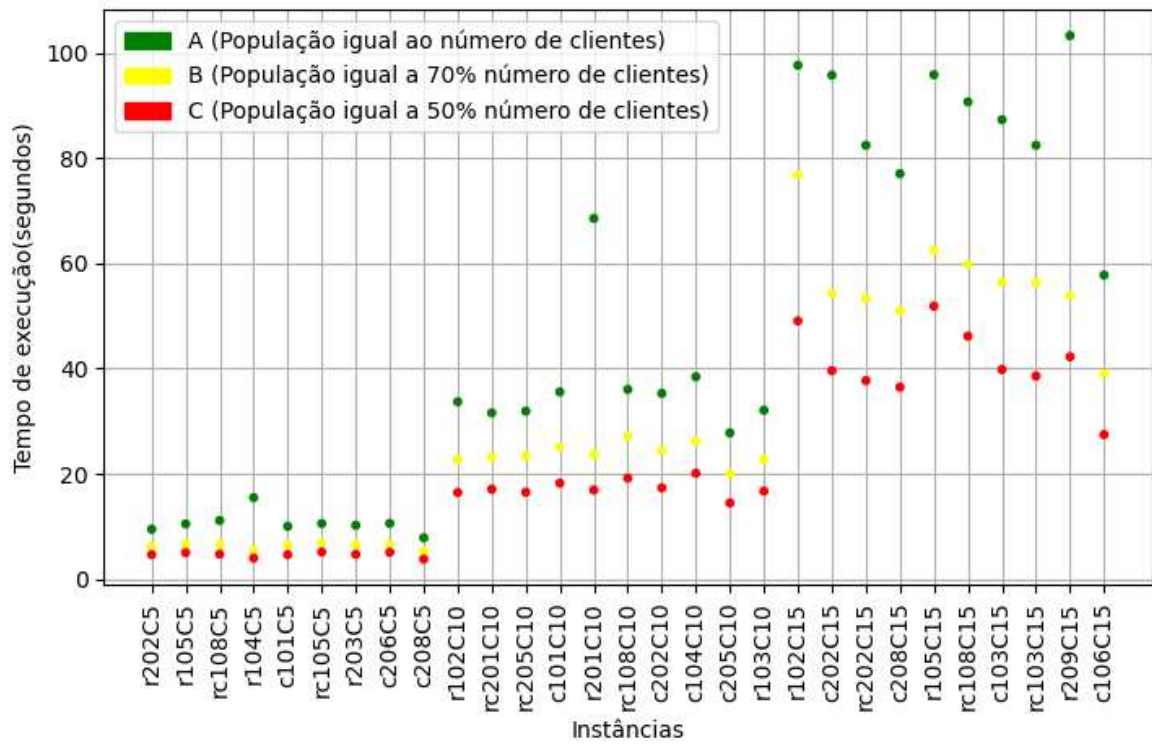


Figura 7 – Visualização dos tempos de execução para os métodos métodos A, B e C para cada instância pequena solucionada.



7 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou a implementação de um método meta-heurístico para encontrar soluções para o problema de roteamento de veículos elétricos com janelas de tempo, priorizando soluções de baixo consumo elétrico e considerando o produto carregado pelo veículo na energia consumida. O método apresentado utilizou duas populações: uma para a geração de rotas e outra para a geração de estratégias de carregamento, para formar soluções viáveis para as instâncias do problema. Foram apresentados trabalhos relevantes ao presente, que também abordam métodos evolutivos, bipopulacionais ou com cálculo dinâmico do consumo elétrico, possibilitando a definição do foco deste trabalho.

O método, adaptado de Zhu e Wang (2024), com a adição de considerações sobre janelas de tempo e consumo dinâmico de energia, foi capaz de produzir soluções de custo elétrico reduzido, especialmente para casos menores, com até 15 clientes. Dessa forma, entre as 92 instâncias avaliadas, 31 apresentaram melhoria no consumo elétrico em relação a solução ingênua inicial, com melhorias entre 4,58% e 53,07%. Ainda, foi realizada uma análise do tempo de execução observado, majoritariamente definido pelo procedimento de melhoria de roteamento, que cresce em complexidade conforme aumentam os tamanhos da instância e da população utilizada para gerar a solução.

Foram realizadas avaliações do método, considerando diferentes parametrizações. Considerando os pesos utilizados para a tomada de decisões, foram observadas poucas diferenças ao priorizar a menor distância entre vértices e a maior quantidade de feromônios, com a priorização da menor distância tendo resultados de maior qualidade com frequência levemente maior. Em relação ao tamanho das populações usadas para gerar as soluções, instâncias maiores apresentaram maior dependência de populações grandes para encontrar soluções de alta qualidade, porém com um aumento considerável do tempo de execução.

7.1 TRABALHOS FUTUROS

Para contribuições futuras, podem ser realizadas explorações considerando os trabalhos de Zhu e Wang (2024) e Wang, Qin et al. (2024). Por exemplo, como este trabalho realizou algumas simplificações, como a remoção da melhoria da melhor solução da população de roteamento via busca local, pode ser interessante reinserir essas etapas e verificar possíveis mudanças nos resultados avaliados.

Ainda, como há poucos trabalhos que abordam o cálculo do consumo elétrico pelo mesmo método que este, o cálculo de consumo elétrico pode ser alterado, visando facilitar comparações diretas com outros trabalhos com o mesmo objetivo deste. Outra contribuição possível está na introdução de aperfeiçoamentos no programa desenvolvido em busca de reduzir o tempo de execução, como a introdução de algoritmos mais eficientes ou o uso de outra linguagem de programação, especialmente em relação à etapa de melhoria de roteamento, que representa uma parte considerável do tempo de execução do programa.

REFERÊNCIAS

ADERIBIGBE, Oluwayemi-Oniya; GUMBO, Trynos. The role of electric vehicles in greening the environment: Prospects and challenges. **Proceedings of the REAL CORP, Ljubljana, Slovenia**, p. 18–20, 2023.

AGENCY, International Energy. **Global EV Outlook 2024**. Paris: IEA, 2024. Licence: CC BY 4.0.

ALBRECHTOWICZ, Paweł. Electric vehicle impact on the environment in terms of the electric energy source — Case study. **Energy Reports**, v. 9, p. 3813–3821, 2023. ISSN 2352-4847. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.egy.2023.02.088>.

BRUGLIERI, Maurizio; PAOLUCCI, Massimo; PISACANE, Ornella. A matheuristic for the electric vehicle routing problem with time windows and a realistic energy consumption model. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 157, p. 106261, 2023.

CLARKE, Geoff; WRIGHT, John W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. **Operations research**, Informs, v. 12, n. 4, p. 568–581, 1964.

DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The Truck Dispatching Problem. **Management Science**, v. 6, n. 1, p. 80–91, 1959. DOI: 10.1287/mnsc.6.1.80. eprint: <https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80>.

DEMIR, Emrah; BEKTAŞ, Tolga; LAPORTE, Gilbert. An adaptive large neighborhood search heuristic for the Pollution-Routing Problem. **European Journal of Operational Research**, v. 223, n. 2, p. 346–359, 2012. ISSN 0377-2217. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.06.044>.

ERDOĞAN, Sevgi; MILLER-HOOKS, Elise. A Green Vehicle Routing Problem. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 48, n. 1, p. 100–114, 2012. DOI: 10.1016/j.tre.2011.08.001.

ESTER, Martin et al. A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise. In: PROCEEDINGS of the Second International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. Portland, Oregon: AAAI Press, 1996. (KDD'96), p. 226–231.

FANG, Yongsheng; LI, Jun. A Review of Tournament Selection in Genetic Programming. In: p. 181–192. DOI: 10.1007/978-3-642-16493-4_19.

GAMBARDELLA, Luca Maria; TAILLARD, Éric; AGAZZI, Giovanni. **MACS-VRPTW: A multiple ant colony system for vehicle routing problems with time windows**. [S.l.]: Istituto Dalle Molle Di Studi Sull Intelligenza Artificiale, 1999.

GIL-GALA, Francisco J; ĐURASEVIĆ, Marko; JAKOBOVIĆ, Domagoj. Evolving routing policies for electric vehicles by means of genetic programming. **Applied Intelligence**, Springer, v. 54, n. 23, p. 12391–12419, 2024.

GIL-GALA, Francisco J.; ĐURASEVIĆ, Marko et al. Genetic programming with surrogate evaluation for the electric vehicle routing problem. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 96, p. 101969, 2025. ISSN 2210-6502. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2025.101969>.

GOLDEN, BL; MAGNANTI, TL; NGUYEN, HQ. Implementing vehicle routing algorithms. **Networks**, Wiley, v. 7, n. 2, p. 113–148, 1977.

JIA, Ya-Hui; MEI, Yi; ZHANG, Mengjie. A Bilevel Ant Colony Optimization Algorithm for Capacitated Electric Vehicle Routing Problem. **IEEE Transactions on Cybernetics**, v. 52, n. 10, p. 10855–10868, 2022. DOI: 10.1109/TCYB.2021.3069942.

JIA, Ya-Hui; MEI, Yi; ZHANG, Mengjie. Confidence-based ant colony optimization for capacitated electric vehicle routing problem with comparison of different encoding schemes. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, IEEE, v. 26, n. 6, p. 1394–1408, 2022.

KANCHARLA, Surendra Reddy; RAMADURAI, Gitakrishnan. An adaptive large neighborhood search approach for electric vehicle routing with load-dependent energy consumption. **Transportation in Developing Economies**, Springer, v. 4, p. 1–9, 2018.

KANCHARLA, Surendra Reddy; RAMADURAI, Gitakrishnan. Electric vehicle routing problem with non-linear charging and load-dependent discharging. **Expert Systems with Applications**, Elsevier, v. 160, p. 113714, 2020.

KUCUKOGLU, Ilker; DEWIL, Reginald; CATTRYSSE, Dirk. The electric vehicle routing problem and its variations: A literature review. **Computers Industrial Engineering**, v. 161, p. 107650, 2021. ISSN 0360-8352. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107650>.

KULLMAN, Nicholas D et al. frvcpy: An open-source solver for the fixed route vehicle charging problem. **INFORMS Journal on Computing**, INFORMS, v. 33, n. 4, p. 1277–1283, 2021.

KUMAR, Suresh Nanda; PANNEERSELVAM, Ramasamy. A survey on the vehicle routing problem and its variants. Scientific Research Publishing, 2012.

LAPORTE, Gilbert. The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. **European Journal of Operational Research**, v. 59, n. 3, p. 345–358, 1992. ISSN 0377-2217. DOI: [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(92\)90192-C](https://doi.org/10.1016/0377-2217(92)90192-C).

LAPORTE, Gilbert. What you should know about the vehicle routing problem. **Naval Research Logistics (NRL)**, v. 54, n. 8, p. 811–819, dez. 2007. DOI: 10.1002/nav.20261.

LAPORTE, Gilbert; NOBERT, Yves. Exact algorithms for the vehicle routing problem. In: NORTH-HOLLAND mathematics studies. [S.l.]: Elsevier, 1987. v. 132. p. 147–184.

MART, Rafael; PARDALOS, Panos M; RESENDE, Mauricio GC. **Handbook of heuristics**. [S.l.]: Springer Publishing Company, Incorporated, 2018.

MAVROVOUNIOTIS, Michalis; ELLINAS, Georgios et al. A Multiple Ant Colony System for the Electric Vehicle Routing Problem with Time Windows. In: 2022 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI). [S.l.: s.n.], 2022. p. 796–803. DOI: 10.1109/SSCI51031.2022.10022257.

MAVROVOUNIOTIS, Michalis; MENELAOU, Charalambos et al. A Benchmark Test Suite for the Electric Capacitated Vehicle Routing Problem. In: 2020 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). [S.l.: s.n.], 2020. p. 1–8. DOI: 10.1109/CEC48606.2020.9185753.

MESSAGIE, Maarten. Life cycle analysis of the climate impact of electric vehicles. **Journal of Life Cycle Assessment**, v. 2014, p. 14, 2014.

MLADENOVIR, N. VARIABLE NEIGHBORHOOD SEARCH, 1997.

MORADI, Nima; KAYVANFAR, Vahid; BALDACCI, Roberto. Electric-vehicle routing problem with time windows and energy minimization: green logistics with same-day delivery approaches. In: IEEE. 2024 International Conference on Electrical, Computer and Energy Technologies (ICECET). [S.l.: s.n.], 2024. p. 1–6.

PERIĆ, Nikica et al. Vehicle Routing Problem Considering Electric Vehicle Battery Consumption. In: 2023 3rd International Conference on Electrical, Computer, Communications and Mechatronics Engineering (ICECCME). [S.l.: s.n.], 2023. p. 1–6. DOI: 10.1109/ICECCME57830.2023.10252897.

RASTANI, Sina; ÇATAY, Bülent. A large neighborhood search-based matheuristic for the load-dependent electric vehicle routing problem with time windows. **Annals of Operations Research**, Springer, v. 324, n. 1, p. 761–793, 2023.

REN, Wentao; GAO, Benhe; ZHU, Guowei. A Hybrid Genetic Search Approach for Electric Vehicle Routing with Time Windows. In: 2024 4th International Symposium on Artificial Intelligence and Intelligent Manufacturing (AIIM). [S.l.: s.n.], 2024. p. 887–890. DOI: 10.1109/AIIM64537.2024.10934446.

ROSENKRANTZ, Daniel J; STEARNS, Richard E; LEWIS II, Philip M. An analysis of several heuristics for the traveling salesman problem. **SIAM journal on computing**, SIAM, v. 6, n. 3, p. 563–581, 1977.

ROTHLAUF, Franz et al. **Design of modern heuristics: principles and application**. [S.l.]: Springer, 2011. v. 8.

SCHNEIDER, Michael; STENGER, Andreas; GOEKE, Dominik. The Electric Vehicle-Routing Problem with Time Windows and Recharging Stations. **Transportation Science**, INFORMS, v. 48, n. 4, p. 500–520, 2014. ISSN 00411655, 15265447.

SOLOMON, Marius M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. **Operations research**, Informs, v. 35, n. 2, p. 254–265, 1987.

SÖRENSENA, Kenneth; SEVAUXB, Marc. MA|PM: memetic algorithms with population management. **Computers & Operations Research**, Citeseer, v. 33, p. 1214–1225, 2006.

UNION, European. **European Climate Law**. [S.l.: s.n.], 2024. Accessed: 2024-10-09.

VAHEDI-NOURI, Behdin et al. Bi-objective collaborative electric vehicle routing problem: Mathematical modeling and matheuristic approach. **Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing**, Springer, v. 14, n. 8, p. 10277–10297, 2023.

VIDAL, Thibaut. Hybrid genetic search for the CVRP: Open-source implementation and SWAP* neighborhood. **Computers Operations Research**, v. 140, p. 105643, 2022. ISSN 0305-0548. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2021.105643>.

WANG, Chao; QIN, Fang et al. A Dual-Population-Based Co-Evolutionary Algorithm for Capacitated Electric Vehicle Routing Problems. **IEEE Transactions on Transportation Electrification**, v. 10, n. 2, p. 2663–2676, 2024. DOI: 10.1109/TTE.2023.3294588.

WANG, Qing; PENG, Shuai; LIU, Shuan. Optimization of electric vehicle routing problem using tabu search. In: IEEE. 2020 Chinese control and decision conference (CCDC). [S.l.: s.n.], 2020. p. 2220–2224.

WOLPERT, David H; MACREADY, William G. No free lunch theorems for optimization. **IEEE transactions on evolutionary computation**, IEEE, v. 1, n. 1, p. 67–82, 1997.

ZÄPFEL, Günther; BRAUNE, Roland; BÖGL, Michael. Metaheuristic search concepts: A tutorial with applications to production and logistics. Springer Science & Business Media, 2010.

ZHANG, Shuai; CHEN, Mingzhou et al. Fuzzy optimization model for electric vehicle routing problem with time windows and recharging stations. **Expert Systems with Applications**, v. 145, p. 113123, 2020. ISSN 0957-4174. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.113123>.

ZHANG, Shuai; GAJPAL, Yuvraj et al. Electric Vehicle Routing Problem with Recharging Stations for Minimizing Energy Consumption. **International Journal of Production Economics**, v. 203, jul. 2018. DOI: 10.1016/j.ijpe.2018.07.016.

ZHU, Shouliang; WANG, Chao. An interaction-enhanced co-evolutionary algorithm for electric vehicle routing optimization. **Applied Soft Computing**, v. 165, p. 112113, 2024. ISSN 1568-4946. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2024.112113>.

Anexos

ANEXO A – CÓDIGO-FONTE

O código-fonte produzido pelo autor, para fins deste trabalho, acompanhado de instruções para a sua execução, está disponível no repositório acessível pelo seguinte liame: <https://codigos.ufsc.br/bruno.ph/IECA-LowEnergyConsumption/>.

ANEXO B – ARTIGO

Desenvolvimento de uma Heurística para o Problema do Roteamento de Veículos Elétricos com Minimização do Consumo Elétrico

Bruno Pamplona Huebes¹, Rafael de Santiago¹

¹Departamento de Informática e Estatística
Centro Tecnológico – Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

Abstract. *The electric vehicle routing problem has become increasingly relevant, considering the growing large-scale adoption of electric vehicles. The problem considers the utilization of a fleet of vehicles to fulfill the demands of multiple customers in specific time windows. Being a variant of the vehicle routing problem, this problem also requires the consideration of each vehicle's limited rechargeable battery. This work presents a heuristic that seeks to present a viable routing solution with low energy consumption across the vehicle fleet, utilizing a pair of improvement populations to find routing and recharging strategies to generate solutions.*

Keywords: *Energy Consumption, Vehicle Routing, Heuristics*

Resumo. *O problema de roteamento de veículos elétricos tem crescente relevância, considerando-se o interesse existente na adoção em grande escala de veículos elétricos. O problema enfatiza a utilização de um número de veículos para atender clientes espaçados entre si, com restrições temporais. Como variante do problema de roteamento de veículos, este problema também traz como restrição uma quantidade limitada de bateria para cada veículo, com capacidade de recarga. Este trabalho propõe uma heurística que tenta reduzir o consumo de energia elétrica total da frota de veículos, usando um par de populações para melhorar as estratégias de roteamento e recarregamento dos veículos.*

Palavras-chave: *Consumo de Energia, Roteamento de Veículos, Heurísticas*

1. Introdução

Com as crescentes preocupações em torno do aquecimento global e das emissões causadas pelo uso de combustíveis fósseis, veículos elétricos têm sido cada vez mais adotados. Em 2023, as vendas de carros elétricos ultrapassaram 18% das vendas globais de carros, com a venda de cerca de 14 milhões de veículos, e representando um aumento de 35% em relação ao ano anterior [Agency 2024].

Estes veículos trazem diversos benefícios ambientais, em relação aos veículos baseados no uso de combustíveis tradicionais, como a redução da emissão de dióxido de carbono, incluindo os processos de geração de energia, em até 50%, de acordo com [Aderibigbe and Gumbo 2023]. No entanto, ainda há preocupações quanto à eficiência energética e tempo de vida de baterias de veículos elétricos, dado que a produção e descarte das baterias e a produção da energia elétrica para recarregá-las podem ter impactos ambientais consideráveis [Albrechtowicz 2023, Messagie 2014]. Neste contexto, surge o

interesse em métodos eficientes de roteamento de veículos, de modo a reduzir, conforme possível, o consumo de energia.

O problema de roteamento de veículos elétricos é relevante neste cenário. Este aborda o uso de uma frota de veículos para atender a um conjunto de clientes, geralmente buscando reduzir a distância percorrida pelos veículos, que possuem uma bateria limitada. Encontrar soluções ótimas para este problema é difícil e tipicamente demorado, abrindo espaço para soluções mais práticas, comumente na forma de heurísticas [Erdoğan and Miller-Hooks 2012, Rothlauf et al. 2011].

Este trabalho apresenta uma heurística para o Problema de Roteamento de Veículos Elétricos com Janelas de Tempo (PRVEJT), buscando eficientemente gerar um resultado com baixo consumo de energia. São detalhadas as condições e especificidades do problema de modo a formalizar um procedimento que encontra uma solução viável para casos do problema.

2. Definição do Problema

O problema considera um grafo $G = (V, E)$ direcionado e completo. Há três subconjuntos de V : o conjunto de vértices clientes C ; o conjunto de estações de recarga F ; e o depósito de veículos $D = \{0\}$. De V , deriva-se um conjunto expandido $V' = C \cup F' \cup D$, tal que F' corresponda ao conjunto de estações de recarga original com $|C|$ cópias de cada estação, garantido que estas possam ser visitadas múltiplas vezes. O grafo é utilizado para representar os trajetos utilizados pela frota de veículos para alcançar clientes e estações de recarga e retornar ao depósito.

O conjunto de arestas E é definido por $E = \{(c_i, c_j), c_i, c_j \in V, i \neq j\}$, definindo os trajetos que conectam os pontos representados por vértices em V . Para cada aresta em E , há um valor representando a distância Ds_{ij} entre os dois pontos. O problema considera uma frota homogênea de veículos, inicialmente em um depósito, para o qual retornam após atender a um conjunto de clientes. Uma capacidade de carga de produto K e limite de carga de bateria M são definidos para os veículos. Cada veículo sai do depósito com bateria totalmente carregada, e com exatamente a carga de produto necessária para atender os clientes no trajeto planejado deste veículo.

Cada cliente em C é atendido uma única vez, na qual sua demanda é atendida inteiramente, tomando um tempo de serviço W_i . Seguindo a definição do problema com janelas de tempo, cada cliente em C possui uma janela de tempo definida pelos momentos inicial e final de sua disponibilidade, e_i e l_i , tal que o atendimento deva iniciar dentro da janela de tempo, com o veículo aguardando ociosamente caso chegue antecipadamente. O problema considera que um veículo nunca deve esgotar totalmente sua carga de bateria T durante o percurso. A bateria é recarregada em tempo linear em função da diferença entre a carga de bateria máxima e a carga de bateria atual, em uma estação. Ao atender o cliente, a carga de produto U do veículo é reduzida pela demanda J_i do cliente.

Ainda, a especificação do problema considera o efeito da carga carregada pelo veículo no consumo energético. Para encontrar o consumo elétrico ΔT_{ij} entre um par de nós i e j , utiliza-se a taxa de consumo simples do veículo sem considerar a carga, h ; a quantidade de carga do veículo entre os dois vértices, u_{ij} ; a quantidade de energia para transportar uma unidade de carga, w ; e a distância euclidiana entre o par de vértices, Ds_{ij}

[Rastani and Çatay 2023]. Assim, o consumo de energia entre um par de nós é definido como na Equação 1.

$$\Delta T_{ij} = ((h + w \cdot u_{ij}) \cdot D_{s_{ij}}) \quad (1)$$

Para determinar o custo elétrico w de transportar uma unidade de produto ao longo de uma unidade de distância, consideram-se pesos realistas para o veículo sem carga e para a quantidade de carga máxima que pode ser carregada pelo veículo (neste trabalho, 6350 e 3650 quilos, respectivamente), ϕ_v e ϕ_k [Rastani and Çatay 2023, Demir et al. 2012]. Assumindo, para este trabalho, h como igual a 1 para todas as instâncias, w é calculado, para dada instância do problema como $(\phi_k/K)/\phi_v$.

Dado o exposto, a função objetivo do problema tratado é determinada como $\sum_{i,j} ((h + w * u_{ij}) * D_{s_{ij}} * y_{ij}), \forall i, j \in V'$, assumindo y_{ij} como uma variável binária de decisão que controla o deslocamento do veículo entre um par de nós do conjunto de vértices.

3. Trabalhos Relacionados

Na busca por trabalhos para fundamentar a pesquisa, foi inicialmente realizada uma busca por trabalhos de referência na área do Problema de Roteamento de Veículos Elétricos (PRVE). Usando o portal SCOPUS, foram buscadas palavras indicando o tema de PRVE e janelas de tempo, limitando a busca para a área de Ciência da Computação e trabalhos na língua inglesa, filtrando para 108 trabalhos. Destes, foram analisados principalmente trabalhos que abordam meta-heurísticas na resolução do problema, com preferência para aqueles que apresentaram *benchmarks* utilizando os conjuntos de referência de testes apresentados por [Schneider et al.] e métodos multi-populacionais.

O trabalho de [Schneider et al.] é um destaque claro, tendo introduzido a especificação do problema com uso de janelas de tempo e estações de recarga. Este trabalho abordou a solução do problema com utilização de um método baseado em busca em vizinhança variável e busca tabu, observando maior eficiência da meta-heurística em relação ao uso de outros métodos já conhecidos para o PRV (Problema de Roteamento de Veículos) clássico. Também foram propostas instâncias de testes que se tornariam de alta relevância no estudo do problema.

O trabalho de [Gil-Gala et al. 2025] aborda uma hiper-heurística de programação genética para a construção de políticas de roteamento eficazes para o PRVE, buscando redução do número de veículos e consumo de energia. Uma etapa de avaliação suplente é utilizada, para tornar eficiente o processo de avaliação dos casos de teste utilizados. O método desenvolvido trabalha com programação genética, priorizando os melhores indivíduos encontrados.

[Mavrovouniotis et al. 2022] trabalharam um método meta-heurístico visando baixo consumo elétrico e uso de poucos veículos no roteamento. O trabalho propõe um método de *Multiple Ant-Colony System* (MACS) modificado de [Gambardella et al. 1999], baseado em Otimização de Colônia de Formigas (ACO) com uso de duas colônias, individualmente otimizando os dois objetivos do trabalho. Apesar de em geral serem isoladas entre si, as colônias se comunicam para atualização de metas, com um número reduzido de veículos sendo utilizado pela população de redução de

custo elétrico caso a outra população verifique viabilidade no uso de menos veículos. Os autores atribuem qualidade similar àquele baseado em busca tabu do trabalho de [Schneider et al.], com resultados similares ou superiores na enorme maioria dos casos comparados, graças a capacidade de explorar diversos pontos do espaço de busca do problema por parte da implementação de MACS.

Por fim, o trabalho de [Zhu and Wang 2024] aborda o *Interaction Enhanced Co-Evolutionary Algorithm* (IECA), um método para encontrar soluções para o PRVE abordando múltiplos objetivos paralelamente. É proposto um método que possibilite evolução colaborativa, ampliando a diversidade de soluções de ambas as populações. O IECA utiliza um algoritmo de ACO, com duas populações iniciais sendo geradas: uma para melhorias no roteamento e outra para a estratégia de recarga. O método itera sobre o *Dual-Population-Based Co-evolutionary Algorithm* (DPCA) [Wang et al. 2024], expandindo o conjunto de soluções elite usadas para a atualização de feromônios e extração da solução final, e adicionam uma etapa de diversificação periódica da população. Os autores levantam comparações com os algoritmos *Max-Min Ant System* (MMAS) [Mavrouniotis et al. 2020], *Bi-Level Ant Colony Optimization* (BACO) [Jia et al. 2022a], *Confidence-Based Ant Colony Optimization* (CBACO) (CBACO) [Jia et al. 2022b] e o DPCA [Wang et al. 2023] citado anteriormente. Nos casos com até 60 clientes, o IECA apresentou forte redução na distância percorrida, se aproximando apenas do DPCA. Em casos com mais clientes, o IECA alcança o valor objetivo mínimo encontrado 14 vezes, um resultado superior aos de outros métodos. Os autores atribuem essa situação à exploração diversificada do espaço de soluções que a heurística apresenta, evitando ótimos locais de forma mais eficaz que outros métodos.

4. Método Proposto

O Algoritmo 1 descreve o método implementado. Nele, duas populações, uma para definir o roteamento e outra para definir a estratégia de recarga, são utilizadas. Enquanto a população de recarga é inicializada no início da execução, a população de roteamento é redefinida a cada iteração, sendo guiada pela matriz de feromônios produzida. O conjunto de soluções elite inicialmente possui apenas uma solução, obtida de forma ingênua, recebendo mais membros conforme soluções válidas são encontradas.

Por um número de gerações estabelecido, múltiplos ciclos de iteração são realizados. A população de roteamento é melhorada com base em um algoritmo de melhoria de roteamento, enquanto uma população de estratégia de recarga filha é gerada [Wang et al. 2024, Zhu and Wang 2024].

Cada membro da população de roteamento pode incluir vários trajetos, considerando a possível utilização de vários veículos, com cada trajeto iniciando e encerrando no depósito. O processo de melhoria é baseado em ACO, com seleção do próximo nó baseada em seleção por roleta, com o uso de pesos α e β para a tomada de decisões, definindo se a matriz de feromônios ou a distância entre vértices tem maior efeito sobre a tomada de decisões, respectivamente. Vértices são inseridos até que todos os clientes e o depósito façam parte da rota gerada. Esta é dividida em múltiplos trajetos, com o ponto de divisão sendo o momento em que um requisito de tempo, bateria ou carga de produto seja ferido.

A população de estratégia de recarga é composta por sequências binárias de $|C|+1$ bits, representando, para o depósito e os nós clientes, se é necessário recarga após visitar o

Algoritmo 1: IECA com Baixo Consumo Elétrico

Entrada : C (O conjunto de clientes), F (O conjunto de estações de recarga), D (O depósito), A (O tamanho da população de formigas), α (peso dos feromônios na seleção de vértices), β (peso das distâncias na seleção de vértices), N (O número de iterações), ρ (A taxa de redução dos feromônios), K (O limite de produto carregável por um veículo), M (O limite de bateria de um veículo), h (A taxa base de consumo elétrico), w (A taxa de consumo para mover uma unidade de produto).

Saída : S (Uma solução viável).

1 $Q \leftarrow \text{Inicialização}(A)$;

2 Inicialize a primeira solução elite e_0 com uma solução gulosa;

3 Inicialize a matriz de feromônios ϕ com base no custo em distância obtido via *nearest neighbour*;

4 **para** $k = 1$ **até** N **faça**

5 $[P^{best}, I_s] \leftarrow \text{MelhoriaDeRoteamento}(C, F, D, A, \alpha, \beta, K, M, h, w, \phi)$;

6 $O \leftarrow \text{MelhoriaDeCarga}(Q, I_s)$;

7 $[Q, \phi, E] \leftarrow \text{InteraçãoMelhorada}(Q, O, P^{best}, E, A, \rho, K, M, h, w, \phi)$;

8 $S \leftarrow$ Melhor roteamento no conjunto elite E ;

nó. Em relação aos trabalhos usados como base [Zhu and Wang 2024, Wang et al. 2024], que utilizam membros com $|C|$ bits, um bit para o depósito foi adicionado neste trabalho, visto que um veículo apresenta maior carga no começo do trajeto, aumentando o consumo energético. Para cada geração, um processo de *K-Tournament Selection* [Fang and li 2010] é adotado para selecionar $2 \cdot A$ sequências binárias para serem usadas como pais na geração de sequências-filhas, mantendo diversidade de seleções mas ainda dando preferência para aquelas de maior qualidade. Após escolher os pais, uma população de A sequências binárias filhas é obtida usando *crossover* uniforme entre duas metades do conjunto de pais, com a primeira metade sofrendo uma operação de filtragem binária para guiar o resultado. Por fim, uma operação de *bit-flip* é realizada no conjunto de filhas.

Na etapa de interação, avalia-se o custo que cada estratégia de carregamento da população filha proporciona quando combinada com a melhor estratégia de roteamento construída na iteração. Cada resultado viável, e de melhor custo que alguma solução do conjunto elite (assumindo que o conjunto elite já tenha alcançado o tamanho limite de população parametrizado), é inserido no conjunto, substituindo a pior solução caso necessário. O resultado é considerado viável se satisfizer as condições de energia, janelas de tempo e limite de carga. Neste momento, também é atualizada a matriz de feromônios que guia o processo de melhoria de roteamento. Ao final da execução do programa, a melhor solução do conjunto elite é utilizada como resultado.

Nota-se que apesar das simplificações em relação ao trabalho usado como base, com a remoção do processo de melhoria da solução final [Wang et al. 2024, Zhu and Wang 2024] e a falta do método de diversificação periódica descrito por [Zhu and Wang 2024], a versão desenvolvida do método toma cuidados específicos para atender os requisitos de janelas de tempo e de consumo elétrico considerando o fator

dinâmico do consumo no problema tratado.

5. Experimentos Computacionais

Os testes executados visam avaliar o método desenvolvido, comparando sua efetividade sob diferentes parâmetros, especificamente alterando os pesos utilizados para a tomada de decisão na geração de rotas e o tamanho de população, verificando o efeito destes em métricas de custo elétrico final e tempo de execução. Também é avaliado o efeito das características das instâncias de teste sobre os resultados observados. O código-fonte produzido está disponível no seguinte *link*: <https://codigos.ufsc.br/bruno.ph/IECA-LowEnergyConsumption/>.

5.1. Detalhes da execução

O método trabalhado foi implementado como um programa na linguagem *Python*, com uso da biblioteca *NumPy*, especialmente para tratamento eficiente de matrizes. A execução foi feita em um computador de 32 *gigabytes* de memória RAM e um processador Intel Xeon W-2133 com frequência de 3,60Hz, com sistema operacional Ubuntu 24.04.2 LTS.

5.2. Detalhes das instâncias

As instâncias de testes utilizadas são as 92 clássicas do PRVEJT [Schneider et al.]. Cada instância possui um depósito e um conjunto de clientes e estações, todos com suas coordenadas, e com os clientes também apresentando janelas de tempo, demanda e tempo a ser gasto em serviço. Cada instância também indica um limite para a bateria e quantidade de produto a ser carregado por um veículo, além da taxa de reabastecimento, enquanto a taxa de consumo elétrico base e velocidade, apesar de serem apresentados, sempre possuem o mesmo valor (1), de forma que a implementação geralmente os trata como constantes. O tamanho das instâncias varia entre 5 e 100 clientes.

5.3. Resultados observados

Para este trabalho, de modo a comparar os efeitos do tamanho das populações de melhoria e dos pesos aplicados no cálculo de roteamento, foram realizadas 5 execuções com parâmetros diferentes para cada instância. A Tabela 1 demonstra os parâmetros utilizados, com os Métodos A, B e C variando em relação ao tamanho de população A , sempre baseado no número de clientes da instância tratada, e os Métodos A, D e E variando em relação aos pesos α e β usados para controlar a etapa de seleção por roleta na melhoria de roteamento. O número de iterações é constantemente mantido em 5000, e a taxa de evaporação de feromônios em 0,98.

Entre as 92 instâncias, 62 não apresentaram melhoria em relação à primeira solução obtida por força bruta, enquanto as outras 31 apresentaram melhorias com o método apresentado. A Tabela 2 apresenta os custos elétricos obtidos para cada combinação de método e instância, entre estas 31, com o melhor resultado para uma instância em negrito. Na instância c109_21, não houve melhoria em relação a primeira solução durante a execução de certos métodos. Estes casos são marcados com asterisco. Para as demais instâncias, como não houve melhoria em relação a primeira solução elite, esta foi apresentada ao fim da execução.

Tabela 1. Parâmetros usados em cada caso analisado.

Parâmetros	Método A	Método B	Método C	Método D	Método E
α	1	1	1	1	2
β	2	2	2	1	1
A	$ C $	$0,7 \cdot C $	$0,5 \cdot C $	$ C $	$ C $
ρ	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98
N	5000	5000	5000	5000	5000

Tabela 2. Resultados observados nos casos com melhoria,

Instância	Método A	Método B	Método C	Método D	Método E
r102C15	564,239	559,7627	554,4031	545,2284	540,3413
c202C15	553,3501	551,2403	545,8085	539,0058	577,0058
r104_21	4867,1704	4938,1688	4958,6662	4972,3317	5003,8253
rc202C15	503,6333	507,8681	510,1961	484,7281	493,2117
r102C10	313,7461	313,7461	313,7461	313,7461	319,7162
rc201C10	353,6226	358,2089	358,2089	353,6226	354,0743
r202C5	182,1943	182,461	182,1943	182,1943	182,1943
r105C5	199,4927	199,4927	199,4927	199,4927	199,4927
c109_21	3955,9069	3967,7217	4229,8178*	4229,8178*	4229,8178*
rc205C10	450,176	450,176	451,9381	450,176	450,176
rc108C5	328,3997	328,3997	331,8147	328,3997	328,3997
r104C5	174,0022	174,0022	174,0022	174,0022	174,0022
c101C10	526,2628	523,0727	526,3469	518,9149	511,5976
r201C10	252,7733	257,46	261,1245	249,8334	253,4979
rc108C10	500,5168	500,5168	500,5168	500,5168	500,5168
c101C5	259,921	259,921	259,921	259,921	259,921
c208C15	480,9615	514,588	509,3408	557,146	561,2415
rc105C5	285,2979	285,2979	285,2979	285,2979	285,2979
r105C15	464,3284	471,3762	468,1625	467,3366	454,2151
rc108C15	983,4852	981,4265	991,5971	981,4265	981,4265
c103C15	633,4892	637,1317	636,8447	625,9235	616,8259
rc103C15	694,5098	695,7029	696,1054	688,9993	686,4526
r209C15	435,9667	441,0524	452,8305	427,0002	442,8938
c202C10	310,0151	308,5487	310,0151	308,4367	308,4367
c104C10	536,6262	536,6262	539,3568	536,6262	536,6262
c205C10	294,9155	294,9155	308,3466	294,9155	298,7141
r103C10	273,9327	273,9327	272,7094	272,2835	272,2835
r203C5	253,797	253,797	253,797	253,797	253,797
c106C15	423,9465	433,85	433,85	422,353	418,9174
c206C5	266,6787	266,6787	270,3413	266,6787	266,6787
c208C5	193,2501	193,2501	193,2501	193,2501	193,2501

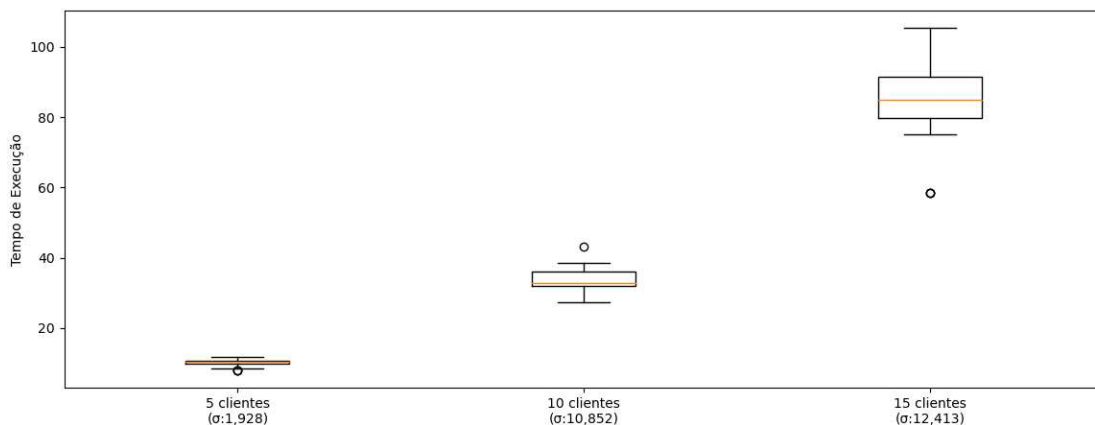
Com base nesses resultados preliminares, percebe-se uma aparente baixa escalabilidade do método para instâncias grandes, conseguindo apenas mostrar avanços para a solução de duas instâncias de 100 clientes. Os valores alterados de α e β em relação à implementações anteriores não resultaram em piora, com os Métodos D e E representando mais frequentemente o custo mínimo encontrado para dada instância do que o Método A (incluindo empates, os Método A, D e E representaram o melhor valor 18, 22 e 21 vezes, respectivamente).

5.4. Análise de tempo de execução

A análise dos tempos de execução mostrou execuções superando 3 horas, nos casos mais complexos. A Figura 1 mostra os *box-plots* de tempos de execução pelo Método A, separando-os entre os tamanhos de instâncias disponíveis. Como há apenas duas instâncias viáveis para observação com 100 clientes, este tamanho não é avaliado. Nota-se maior variabilidade e variância, mesmo para o mesmo método, conforme aumenta-se o número de clientes tratados. Em especial, os casos com 10 e 15 clientes apresentam *outliers* afastados (r201C10 e c106C15, respectivamente).

Para analisar a execução, a Figura 2 demonstra a duração média de cada etapa para as 31 instâncias analisadas, para o Método A, em escala logarítmica. As etapas representadas correspondem a inicialização da primeira geração de sequência binárias de carga, a geração da primeira solução elite, a melhoria de roteamento, a etapa de divisão da rota subsequente, a etapa de melhoria de recarga, a etapa de interação entre populações, a seleção dos indivíduos da população de carga para a próxima geração, a atualização de feromônios e o tempo dedicado para outras atividades. Nota-se que a etapa de melhoria de roteamento supera em tempo de execução as outras etapas. Isso ocorre principalmente devido ao aumento do tamanho da população, que é decidido em proporção ao número de clientes, e ao crescente tempo necessário para inserir todos os clientes na rota produzida.

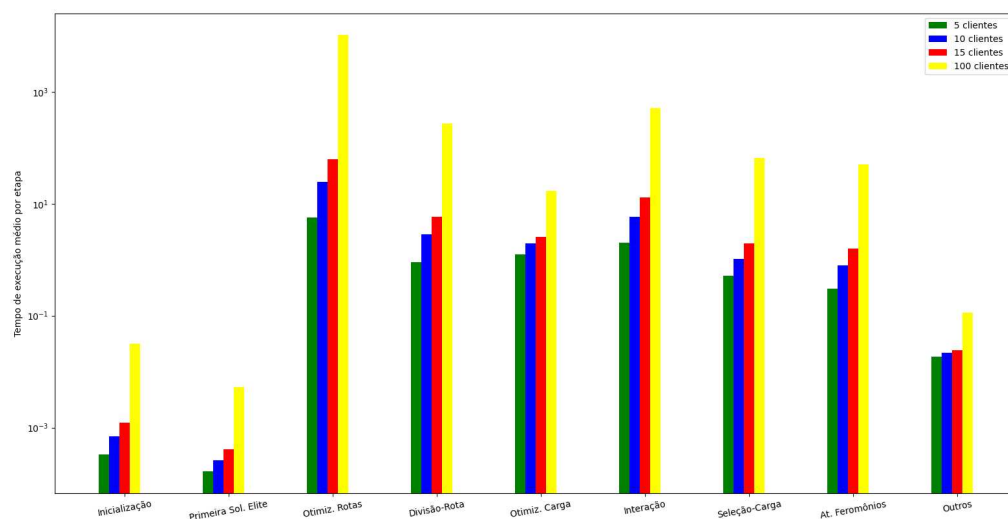
Figura 1. Distribuição do tempo de execução do Método A por tamanho.



5.5. Avaliação do efeito do tamanho da população

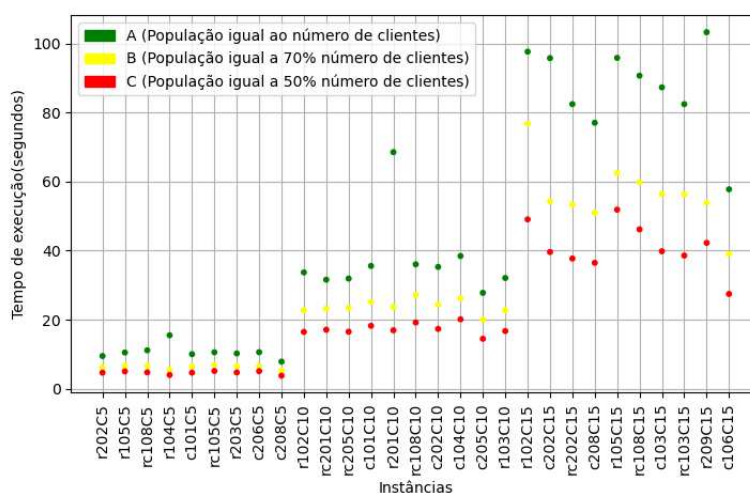
A Figura 3 compara os tempos de execução por instância e método, permitindo perceber forte separação entre os tamanhos de instâncias, com o aumento tendendo a também aumentar o tempo necessário para as etapas e, ainda, permitindo maior variabilidade do

Figura 2. Comparação dos tempos médios de cada etapa por tamanho de instância no método padrão.



tempo de execução. Com essa percepção, e considerando a diferença relativamente pequena entre as qualidades obtidas por cada método na Tabela 2 um trabalho futuro pode considerar iniciar com um tamanho de população pequeno, e alternar para um valor maior após um certo número de iterações, com uma matriz de feromônios mais desenvolvida em direção a uma solução de qualidade.

Figura 3. Visualização dos tempos de execução para os métodos métodos A, B e C para cada instância pequena solucionada.



6. Conclusão

Este trabalho apresentou a implementação de um método meta-heurístico para encontrar soluções para o problema de roteamento de veículos elétricos com janelas de tempo, priorizando soluções de baixo consumo elétrico e considerando o produto carregado pelo veículo na energia consumida. O método apresentado utilizou duas populações: uma para

geração de rotas e outra para as estratégias de carregamento, para formar soluções viáveis para as instâncias do problema.

O método foi capaz de produzir soluções de custo elétrico reduzido, especialmente para casos menores, com até 15 clientes. Desta forma, entre as 92 instâncias avaliadas, 31 apresentaram melhoria do consumo elétrico em relação a solução ingênua inicial, com melhorias entre 4,58% e 53,07%. Ainda, foi realizada uma análise do tempo de execução observado, majoritariamente definido pelo procedimento de melhoria de roteamento, que cresce em complexidade conforme aumenta-se os tamanhos da instância e da população utilizada para gerar a solução.

Foram realizadas avaliações do trabalho considerando diferentes parametrizações. Considerando os pesos utilizados para a tomada de decisões, foram analisadas poucas diferenças ao priorizar a menor distância entre vértices e a maior quantidade de feromônios, com a priorização da menor distância tendo resultados de maior qualidade com frequência levemente maior. Em relação ao tamanho das populações usadas para gerar as soluções, instâncias maiores apresentaram maior dependência de populações grandes para encontrar soluções de alta qualidade, porém com um aumento considerável do tempo de execução.

6.1. Trabalhos futuros

Para contribuições futuras, podem ser realizadas explorações considerando os trabalhos de base de [Zhu and Wang 2024, Wang et al. 2024]. Por exemplo, como este trabalho realizou algumas simplificações, como a remoção da melhoria da melhor solução da população de roteamento via busca local, pode ser interessante reinserir estas etapas e verificar possíveis mudanças nos resultados avaliados.

Ainda, como há poucos trabalhos que abordam o cálculo do consumo elétrico pelo mesmo método que este, o cálculo de consumo elétrico pode ser alterado, visando facilitar comparações diretas com outros trabalhos com o mesmo objetivo deste. Outra contribuição está na possibilidade de aperfeiçoamentos no programa desenvolvido em busca de reduzir o tempo de execução, como a introdução de algoritmos mais eficientes ou o uso de outra linguagem de programação, especialmente em relação à etapa de melhoria de roteamento, que representa uma parte considerável do tempo de execução do programa.

Referências

- Aderibigbe, O.-O. and Gumbo, T. (2023). The role of electric vehicles in greening the environment: Prospects and challenges. *Proceedings of the REAL CORP, Ljubljana, Slovenia*, pages 18–20.
- Agency, I. E. (2024). Global ev outlook 2024.
- Albrechtowicz, P. (2023). Electric vehicle impact on the environment in terms of the electric energy source — case study. *Energy Reports*, 9:3813–3821.
- Demir, E., Bektaş, T., and Laporte, G. (2012). An adaptive large neighborhood search heuristic for the pollution-routing problem. *European journal of operational research*, 223(2):346–359.
- Erdoğan, S. and Miller-Hooks, E. (2012). A Green Vehicle Routing Problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 48(1):100–114.

- Fang, Y. and li, J. (2010). A review of tournament selection in genetic programming. pages 181–192.
- Gambardella, L. M., Taillard, É., and Agazzi, G. (1999). Macs-vrptw: A multiple ant colony system for vehicle routing problems with time windows.
- Gil-Gala, F. J., Đurasević, M., Jakobović, D., and Varela, R. (2025). Genetic programming with surrogate evaluation for the electric vehicle routing problem. *Swarm and Evolutionary Computation*, 96:101969.
- Jia, Y.-H., Mei, Y., and Zhang, M. (2022a). A bilevel ant colony optimization algorithm for capacitated electric vehicle routing problem. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 52(10):10855–10868.
- Jia, Y.-H., Mei, Y., and Zhang, M. (2022b). Confidence-based ant colony optimization for capacitated electric vehicle routing problem with comparison of different encoding schemes. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 26(6):1394–1408.
- Mavrovouniotis, M., Ellinas, G., Li, C., and Polycarpou, M. (2022). A multiple ant colony system for the electric vehicle routing problem with time windows. In *2022 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI)*, pages 796–803.
- Mavrovouniotis, M., Menelaou, C., Timotheou, S., Ellinas, G., Panayiotou, C., and Polycarpou, M. (2020). A benchmark test suite for the electric capacitated vehicle routing problem. In *2020 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, pages 1–8.
- Messagie, M. (2014). Life cycle analysis of the climate impact of electric vehicles. *Journal of Life Cycle Assessment*, 2014:14.
- Rastani, S. and Çatay, B. (2023). A large neighborhood search-based matheuristic for the load-dependent electric vehicle routing problem with time windows. *Annals of Operations Research*, 324(1):761–793.
- Rothlauf, F. et al. (2011). *Design of modern heuristics: principles and application*, volume 8. Springer.
- Schneider, M., Stenger, A., and Goeke, D. The electric vehicle-routing problem with time windows and recharging stations. *Transportation Science*, (4):500–520.
- Wang, C., Qin, F., Xiang, X., Jiang, H., and Zhang, X. (2023). A dual-population-based co-evolutionary algorithm for capacitated electric vehicle routing problems. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 10(2):2663–2676.
- Wang, C., Qin, F., Xiang, X., Jiang, H., and Zhang, X. (2024). A dual-population-based co-evolutionary algorithm for capacitated electric vehicle routing problems. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 10(2):2663–2676.
- Zhu, S. and Wang, C. (2024). An interaction-enhanced co-evolutionary algorithm for electric vehicle routing optimization. *Applied Soft Computing*, 165:112113.