



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E SISTEMAS
CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO CIVIL

Ivan Aune de Aguiar Filho

Otimização de portfólios de ações brasileiras e Bitcoin: uma análise comparativa entre a Teoria Moderna do Portfólio e o Modelo de Black-Litterman

Florianópolis
2025

Ivan Aune de Aguiar Filho

Otimização de portfólios de ações brasileiras e Bitcoin: uma análise comparativa entre a Teoria Moderna do Portfólio e o Modelo de Black-Litterman

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao curso de Engenharia de Produção Civil do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Civil em Engenharia de Produção Civil.

Orientador(a): Prof. Javier Gutierrez de Castro, Dr.

Florianópolis

2025

Aguiar Filho, Ivan Aune de
Otimização de portfólios de ações brasileiras e
Bitcoin: uma análise comparativa entre a Teoria Moderna do
Portfólio e o Modelo de Black-Litterman / Ivan Aune de
Aguiar Filho ; orientador, Javier Gutierrez de Castro,
2025.
89 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro
Tecnológico, Graduação em Engenharia de Produção Civil,
Florianópolis, 2025.

Inclui referências.

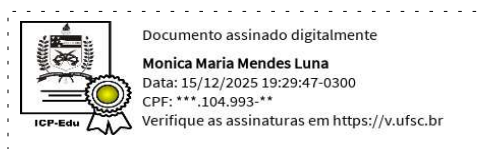
1. Engenharia de Produção Civil. 2. Bitcoin. 3.
Otimização de portfólio. 4. Teoria Moderna do Portfólio.
5. Black-Litterman. I. Castro, Javier Gutierrez de. II.
Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em
Engenharia de Produção Civil. III. Título.

Ivan Aune de Aguiar Filho

Otimização de portfólios de ações brasileiras e Bitcoin: uma análise comparativa entre a Teoria Moderna do Portfólio e o Modelo de Black-Litterman

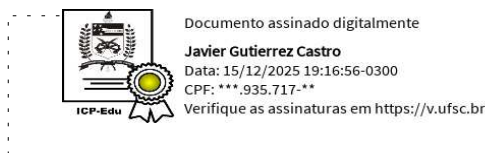
Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de Engenheiro Civil com habilitação em Engenharia de Produção e aprovado em sua forma final pelo Curso Engenharia de Produção Civil

Florianópolis, 11 de dezembro de 2025.



Mônica Maria Mendes Luna
Coordenação do Curso

Banca examinadora



Prof. Javier Gutierrez de Castro, Dr.
Orientador



Prof. Artur Santa Catarina, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Edison Américo Huarsaya Tito, Dr.
Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Florianópolis, 2025

RESUMO

O presente trabalho analisa o impacto da inclusão do Bitcoin em carteiras otimizadas compostas por ações do mercado brasileiro. Foram implementados os modelos de Teoria Moderna do Portfólio e Teoria Moderna do Portfólio ajustada pelo modelo Black-Litterman, comparando carteiras tradicionais (somente ações) com carteiras híbridas (ações + Bitcoin) no período 2022-2025. A amostra incluiu nove ações brasileiras de alta liquidez e o Bitcoin. As carteiras foram otimizadas por critérios de mínima variância e máximo Índice de Sharpe, e avaliadas pelas métricas de retorno esperado, volatilidade, Índice de Sharpe e Medida Ômega. Os resultados demonstram que a inclusão do Bitcoin reduziu a volatilidade entre 4,81% e 9,71%, com alocações ótimas variando de 9,97% a 18,77%. O Índice de Sharpe aumentou em todos os métodos, com ganhos de 5,85% a 66,67%. O modelo da Teoria Moderna do Portfólio apresentou desempenho superior ao modelo de Black-Litterman. A análise de robustez temporal revelou instabilidade em horizontes curtos, reforçando a importância de estratégias de longo prazo. Conclui-se que o Bitcoin pode melhorar a relação risco-retorno de carteiras brasileiras, mas requer gestão prudente considerando instabilidade temporal e custos de implementação.

Palavras-chave: Bitcoin; Otimização de portfólio; Teoria Moderna do Portfólio, Black-Litterman;

ABSTRACT

This study evaluated the impact of including Bitcoin in optimized portfolios composed of Brazilian stock market equities. Modern Portfolio Theory and Modern Portfolio Theory adjusted by Black-Litterman models were implemented, comparing traditional portfolios (stocks only) with hybrid portfolios (stocks + Bitcoin) over the period 2022-2025. The sample included nine highly liquid Brazilian stocks and Bitcoin. The portfolios were optimized using minimum variance and maximum Sharpe Ratio criteria, and evaluated through expected return, volatility, Sharpe Ratio, and Omega Measure metrics. The results demonstrate that the inclusion of Bitcoin reduced volatility by 4.81% to 9.71%, with optimal allocations ranging from 9.97% to 18.77%. The Sharpe Ratio increased across all methods, with gains from 5.85% to 66.67%. The Modern Portfolio Theory model showed superior performance compared to the Black-Litterman model. Temporal robustness analysis revealed instability over short windows, reinforcing the importance of long-term investment strategies. It is concluded that Bitcoin can improve the risk-return relationship of Brazilian equity portfolios but requires prudent management considering temporal instability and implementation costs.

Keywords: Bitcoin; Portfolio optimization; Modern Portfolio Theory; Black-Litterman.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Redução do risco total da carteira por meio da diversificação.....	16
Figura 2 – Risco-retorno dos ativos individuais.....	59
Figura 3 – Composição 8 carteiras otimizadas.....	66
Figura 4 – Índice Sharpe das 12 carteiras.....	72
Figura 5 – Medida Ômega das 12 carteiras.....	74
Figura 6 – Fronteiras Eficientes – Modelo MPT.....	75
Figura 7 – Fronteiras Eficientes – Modelo BL.....	76

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Ações selecionadas para composição da carteira.....	32
Tabela 2 - Retornos médio e desvio padrão dos ativos em periodicidade diária e anualizada.....	39
Tabela 3 - Taxa livre de risco.....	40
Tabela 4 – Correlação entre os ativos.....	41
Tabela 5 – Covariâncias ($\times 10^4$) entre os ativos.....	42
Tabela 6 – Identificação carteiras otimizadas.....	44
Tabela 7 – Visões subjetivas das ações brasileiras.....	50
Tabela 8 – Visões subjetivas do Bitcoin por cenário.....	51
Tabela 9 – Estatísticas individuais.....	58
Tabela 10 – Pesos ótimos – Carteiras de Mínima Variância.....	60
Tabela 11 – Pesos ótimos – Carteiras de Máximo Sharpe pelo modelo MPT.....	62
Tabela 12 – Pesos ótimos – Carteiras de Máximo Sharpe pelo modelo BL: Tradicional e Cenário 1.....	63
Tabela 13 – Pesos ótimos – Carteiras de Máximo Sharpe pelo modelo BL: Cenários 2 e 3.....	64
Tabela 14 – Retornos esperados e volatilidade – Carteira de Mínima Variância pelo modelo MPT.....	67
Tabela 15 – Retornos esperados e volatilidade – Carteiras de Máximo Sharpe pelo modelo MPT.....	68
Tabela 16 – Retornos esperados e volatilidade – Carteiras de Mínima Variância pelo modelo BL.....	69
Tabela 17 – Retornos esperados e volatilidade – Carteiras de máximo Sharpe pelo modelo BL.....	70
Tabela 18 – Índice de Sharpe – Carteiras Otimizadas.....	71
Tabela 19 – Medida Ômega – Carteiras Otimizadas.....	73
Tabela 20 – Impacto do Bitcoin – Comparação das carteiras.....	78
Tabela 21 – Composição ótima das carteiras pelo modelo MPT – Últimos 12 Meses.....	80
Tabela 22 – Composição ótima das carteiras pelo modelo BL – Últimos 12 Meses.....	80
Tabela 23 – Métricas de desempenho carteiras ótimas – Últimos 12 Meses.....	81

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

B3 – Brasil, Bolsa, Balcão

BBDC4 – Banco Bradesco S.A., ação preferencial

BL – Black-Litterman (modelo de otimização de portfólios)

BTC – Bitcoin

BTC-BRL – Par de negociação do Bitcoin em reais brasileiros

BRAP4 – Bradespar S.A., ação preferencial

BRL – Real brasileiro

CDI – Certificado de Depósito Interbancário

LMC - Linha do Mercado de Capitais

CMIG4 – Companhia Energética de Minas Gerais (CEMIG), ação preferencial

CPLE6 – Companhia Paranaense de Energia (COPEL), ação preferencial classe B

CVM – Comissão de Valores Mobiliários

CYRE3 – Cyrela Brazil Realty S.A., ação ordinária

ETF – Exchange Traded Fund (fundo de índice negociado em bolsa)

GGBR4 – Gerdau S.A., ação preferencial

IBOV – Índice Bovespa

ITSA4 – Itaúsa S.A., ação preferencial

MPT – Modern Portfolio Theory (Teoria Moderna do Portfólio)

PETR4 – Petróleo Brasileiro S.A. (Petrobras), ação preferencial

SELIC – Sistema Especial de Liquidação e de Custódia

VBBR3 – Vibra Energia S.A., ação ordinária

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
1.1	PROBLEMA DE PESQUISA.....	12
1.2	OBJETIVO GERAL.....	12
1.3	OBJETIVO ESPECÍFICO.....	12
1.4	JUSTIFICATIVA.....	13
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	14
2.1	CONCEITOS GERAIS.....	14
2.2	MODELOS DE OTIMIZAÇÃO.....	19
2.3	MÉTRICAS DE DESEMPENHO.....	24
3	METODOLOGIA.....	28
3.1	TIPO DE PESQUISA.....	28
3.2	UNIVERSO E AMOSTRA.....	29
3.3	COLETA DE DADOS.....	34
3.4	TRATAMENTO E PREPARAÇÃO DOS DADOS.....	36
3.5	CONSTRUÇÃO DAS CARTEIRAS.....	42
3.6	MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRA.....	44
3.7	MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO DAS CARTEIRAS OTIMIZADAS.....	52
3.8	FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS.....	54
3.9	LIMITAÇÕES DA PESQUISA.....	56
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	58
4.1	CARACTERIZAÇÃO DOS ATIVOS.....	58
4.2	COMPOSIÇÃO DAS CARTEIRAS OTIMIZADAS.....	60
4.3	MÉTRICAS DE DESEMPENHO DAS CARTEIRAS.....	66
4.4	FRONTEIRAS EFICIENTES.....	75
4.5	IMPACTO DA INCLUSÃO DO BITCOIN.....	77
4.6	ANÁLISE DE ROBUSTEZ: PERÍODO DOS ÚLTIMOS 12 MESES.....	79
5	CONCLUSÃO.....	84

1 INTRODUÇÃO

O mercado financeiro brasileiro atravessa um período de transformações significativas. O número de investidores pessoa física cadastrados na B3 ultrapassou 6 milhões em 2025, refletindo o processo de democratização do acesso ao mercado de capitais impulsionado pelo avanço das tecnologias financeiras (B3, 2025). Simultaneamente, a taxa Selic atingiu 15% ao ano, patamar não observado desde 2006 (Banco Central do Brasil, 2025), impondo desafios adicionais à construção de carteiras de investimento competitivas. Neste contexto, a busca por estratégias de diversificação eficientes que maximizem retornos e mitiguem riscos permanece fundamental (Markowitz, 1952).

Paralelamente à evolução do mercado tradicional, os criptoativos emergiram como uma nova classe de ativos, com destaque para o Bitcoin (BTC). Sua baixa correlação histórica com ativos tradicionais, como ações e renda fixa, tem atraído crescente interesse de investidores individuais e institucionais (Huang, 2025). Empresas não financeiras passaram a incluir BTC em suas tesourarias (Seixas, 2024), sinalizando sua crescente legitimação como reserva de valor. Evidências empíricas sugerem que a alocação de pequenas parcelas de criptoativos em portfólios diversificados pode melhorar a relação risco-retorno das carteiras, apesar da elevada volatilidade característica desses ativos (Liu & Tsyvinski, 2021).

No entanto, o contexto brasileiro apresenta uma particularidade relevante: as taxas de juros historicamente elevadas proporcionam retornos significativos em ativos de baixo risco indexados ao CDI. Este cenário torna especialmente desafiador construir portfólios de renda variável capazes de superar consistentemente esse benchmark conservador. Dados recentes indicam que uma parcela substancial dos fundos de investimento não consegue superar o CDI (Guimarães, 2024), evidenciando a dificuldade de gerar retornos superiores ao benchmark em um ambiente de juros reais elevados.

Diante deste cenário, a presente pesquisa tem como objetivo avaliar o impacto da inclusão do BTC na composição e no desempenho de carteiras formadas por ações brasileiras. Para tal, foram implementados dois modelos de otimização de portfólio: a Teoria Moderna do Portfólio (*Modern Portfolio Theory* - MPT), que utiliza exclusivamente dados históricos, e o modelo de Black-Litterman (BL), que incorpora visões subjetivas do investidor aos retornos esperados. A comparação entre

carteiras tradicionais (somente ações) e híbridas (ações + Bitcoin) permite isolar o efeito da inclusão do criptoativo nas características de risco-retorno dos portfólios.

A análise do desempenho das carteiras otimizadas utiliza quatro métricas complementares: retorno esperado, volatilidade, Índice de Sharpe e Medida Ômega. O retorno esperado e a volatilidade constituem as medidas fundamentais de desempenho e risco, respectivamente. O Índice de Sharpe, métrica amplamente utilizada no mercado financeiro, sintetiza a relação risco-retorno ajustada pela taxa livre de risco. A Medida Ômega complementa a análise ao capturar toda a distribuição de retornos, sem assumir normalidade, sendo particularmente relevante para ativos com assimetria e caudas pesadas, como os criptoativos. A utilização conjunta dessas métricas permite uma avaliação abrangente e robusta do desempenho das carteiras, verificando se os resultados são consistentes independentemente do critério adotado.

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

No contexto brasileiro, as taxas de juros historicamente elevadas tornam os ativos de renda fixa indexados ao CDI altamente competitivos, representando um benchmark desafiador para carteiras de renda variável. Simultaneamente, o BTC tem ganhado relevância como alternativa de investimento devido à sua baixa correlação com ativos tradicionais e aos ciclos significativos de valorização observados nos últimos anos. Diante desse cenário, surge o problema central desta pesquisa: Qual o impacto da inclusão do Bitcoin na composição e no desempenho de carteiras otimizadas compostas por ações do mercado brasileiro, e como esse impacto varia entre diferentes modelos de otimização e métricas de avaliação?

1.2 OBJETIVO GERAL

Avaliar o impacto da inclusão do Bitcoin na composição e no desempenho de carteiras otimizadas formadas por ações do mercado brasileiro, comparando os resultados obtidos pelos modelos da Teoria Moderna do Portfólio (MPT) e Black-Litterman (BL) sob as métricas de desempenho.

1.3 OBJETIVO ESPECÍFICO

- a) Construir carteiras otimizadas de mínima variância e máximo Índice de Sharpe, com e sem a inclusão do Bitcoin;
- b) Construir carteiras otimizadas pelo modelo de Black-Litterman incorporando visões subjetivas sobre o desempenho futuro dos ativos;
- c) Comparar as composições ótimas das carteiras tradicionais (somente ações) e híbridas (ações + Bitcoin) sob diferentes estratégias de otimização;
- d) Avaliar o desempenho das carteiras otimizadas por meio das métricas de retorno esperado, volatilidade, Índice de Sharpe e Medida Ômega;
- e) Analisar a robustez temporal dos resultados comparando o desempenho das carteiras no período completo e nos últimos 12 meses;
- f) Identificar os efeitos da inclusão do Bitcoin na relação risco-retorno e na diversificação das carteiras de investimento.

1.4 JUSTIFICATIVA

Este estudo justifica-se pela necessidade de avaliar os efeitos da inclusão do Bitcoin em portfólios compostos especificamente por ações do mercado brasileiro, considerando as particularidades do contexto nacional, como as taxas de juros estruturalmente elevadas.

A originalidade metodológica reside na comparação entre os modelos da Teoria Moderna do Portfólio e Black-Litterman e na análise de robustez temporal dos resultados. Esta abordagem permite verificar se os efeitos observados são consistentes sob diferentes premissas e horizontes de tempo.

Os resultados podem contribuir para a literatura sobre otimização de portfólios em mercados emergentes e subsidiar decisões de alocação de ativos por investidores e gestores de fundos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 CONCEITOS GERAIS

2.1.1 Mercado de Capitais

O mercado de capitais desempenha um papel essencial no desenvolvimento econômico ao possibilitar que empresas captem recursos de longo prazo por meio da emissão de ações e títulos de dívida. Esse ambiente permite que investidores direcionem suas economias para ativos produtivos, contribuindo para o crescimento das empresas e da economia como um todo (Bodie; Kane; Marcus, 2015).

No contexto brasileiro, o mercado de capitais tem passado por uma importante transformação nos últimos anos, impulsionada por fatores como a flutuação da taxa de juros real, o avanço das plataformas digitais de investimento e o aumento do interesse de investidores pessoas físicas. Esse movimento tem promovido a diversificação das carteiras e a popularização de produtos antes restritos a grandes investidores, como fundos imobiliários e ETFs, além de ativos internacionais e criptoativos.

Segundo Samanez (2007), a inserção do investidor no mercado de capitais deve considerar o perfil de risco, a liquidez e os objetivos financeiros de longo prazo. A alocação eficiente de recursos dentro desse mercado está diretamente relacionada ao entendimento de como os diferentes ativos se comportam em termos de risco e retorno, conceito abordado pela MPT.

Além disso, Damodaran (2012) destaca que a análise do mercado de capitais deve considerar aspectos como volatilidade, correlação entre ativos e mudanças estruturais nos ambientes regulatórios e econômicos. Em países emergentes como o Brasil, essas variáveis podem ter um impacto ainda mais significativo, exigindo do investidor um acompanhamento constante das condições do mercado.

Dessa forma, compreender o funcionamento e a dinâmica do mercado de capitais é fundamental para a construção de estratégias de investimento robustas, capazes de equilibrar risco e retorno de maneira alinhada ao perfil do investidor.

2.1.2 Risco Sistemático e Risco Não Sistemático

A gestão de risco é um dos fundamentos mais importantes na construção de portfólios de investimento. Segundo Bodie, Kane e Marcus (2015), a incerteza quanto aos retornos futuros de ativos financeiros exige que investidores avaliem o equilíbrio entre risco e retorno na hora de compor suas carteiras. A MPT, desenvolvida por Harry Markowitz em 1952, introduziu um modelo quantitativo que formalizou a relação entre risco e diversificação, representando um divisor de águas na teoria financeira.

De acordo com Samanez (2007), o risco de um portfólio pode ser dividido em duas categorias principais: risco não sistemático e risco sistemático.

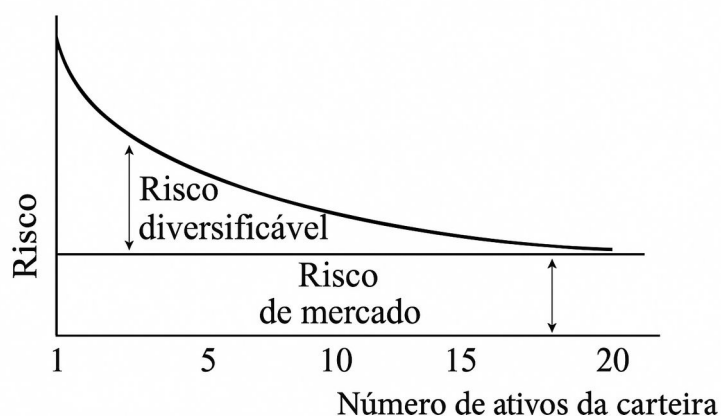
O risco não sistemático, também conhecido como risco diversificável ou específico, é aquele relacionado a fatores internos de uma empresa ou setor econômico, como mudanças na gestão, problemas operacionais ou eventos regulatórios específicos. Esse tipo de risco pode ser significativamente reduzido ou até eliminado por meio da diversificação do portfólio (Samanez, 2007; Bodie; Kane; Marcus, 2015).

A redução do risco não sistemático ocorre porque os ativos dentro de um portfólio tendem a não apresentar correlação perfeita entre si. Como explica Bodie, Kane e Marcus (2015), ao combinar ativos com diferentes comportamentos, os retornos negativos de alguns podem ser compensados pelos retornos positivos de outros, suavizando a volatilidade total da carteira.

Por outro lado, o risco sistemático, também chamado de risco de mercado ou não diversificável, é aquele que afeta todos os ativos simultaneamente. Exemplos incluem variações na taxa de juros, inflação, crises políticas e recessões econômicas. Como apontam Bodie, Kane e Marcus (2015), esse risco não pode ser eliminado pela diversificação, pois decorre de fatores macroeconômicos que impactam o mercado como um todo.

A Figura 1 ilustra essa distinção, mostrando que o risco total de uma carteira é composto por duas parcelas: o risco diversificável, que pode ser reduzido ao aumentar o número de ativos, e o risco de mercado (sistemático), que permanece constante e representa o limite inferior do risco total, independentemente do tamanho da carteira.

Figura 1 – Redução do risco total da carteira por meio da diversificação.



Fonte: Adaptado de Samanez (2007)

Dentro do modelo do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), o risco sistemático de um ativo é representado pelo seu beta (β), que indica a sensibilidade dos retornos desse ativo às variações no mercado (Samanez, 2007). Isso significa que, mesmo com uma carteira altamente diversificada, o investidor estará sempre exposto ao risco sistemático, que é o único pelo qual o mercado oferece uma recompensa adicional em termos de retorno esperado.

Portanto, a correta compreensão e separação entre risco sistemático e não sistemático é essencial para que o investidor tome decisões mais informadas e estruturadas no processo de construção de carteiras eficientes.

2.1.3 Variância

A variância e seu desdobramento, o desvio padrão, são medidas estatísticas fundamentais na análise de risco em finanças. A variância representa a média dos quadrados dos desvios dos retornos de um ativo em relação à sua média, enquanto o desvio padrão é a raiz quadrada da variância, expressando o grau de dispersão dos retornos em unidades comparáveis à média (Bodie; Kane; Marcus, 2015).

No contexto da MPT, o desvio padrão é utilizado como principal medida de risco. Segundo Markowitz (1952), a volatilidade dos retornos de um ativo, representada por seu desvio padrão, é um indicativo do grau de incerteza associado

a seus resultados futuros. Quanto maior o desvio padrão, maior a variabilidade dos retornos e, portanto, maior o risco do ativo.

Além de sua aplicação na análise isolada de ativos, a variância também desempenha um papel central na composição e otimização de portfólios. A variância de um portfólio não é simplesmente a média ponderada das variâncias individuais dos ativos, mas também depende das covariâncias entre os pares de ativos. Assim, dois ativos com alta volatilidade individual podem, quando combinados, gerar um portfólio com risco reduzido, desde que apresentem correlação baixa ou negativa (Elton *et al.*, 2014).

Em aplicações práticas, o desvio padrão é amplamente utilizado para comparar ativos e portfólios sob a ótica do risco absoluto. No entanto, como destaca Keating e Shadwick (2002), ele assume que os retornos dos ativos seguem uma distribuição normal, o que pode não se verificar especialmente no caso de ativos alternativos como o Bitcoin, cujos retornos tendem a ser mais assimétricos e com caudas pesadas.

Portanto, a compreensão da variância e do desvio padrão é essencial para a mensuração e gestão de risco em portfólios de investimento, sendo também base para métricas compostas, como o Índice de Sharpe, que relaciona retorno e risco de forma padronizada.

2.1.4 Correlação

Segundo Samanez (2007), a correlação entre ativos é um dos elementos centrais na gestão de portfólios, pois influencia diretamente a capacidade de reduzir o risco por meio da diversificação. De forma geral, a correlação mede o grau de associação entre os retornos de dois ativos financeiros. O coeficiente de correlação pode ser calculado de acordo com a Equação 1:

$$\rho_{i,j} = \frac{\sigma_{i,j}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (1)$$

Sendo, $\rho_{i,j}$ o coeficiente de correlação entre os ativos i e j , $\sigma_{i,j}$ a covariância entre os ativos i e j e σ_i e σ_j o desvio padrão do ativo i e j , respectivamente.

O coeficiente de correlação varia entre -1 e +1. Valores positivos indicam que os ativos tendem a se mover na mesma direção, enquanto valores negativos sugerem que os ativos se movem em direções opostas. Valores próximos de zero indicam baixa ou nenhuma correlação entre os retornos.

Segundo Bodie, Kane e Marcus (2015), a diversificação eficaz ocorre quando se combinam ativos com correlações imperfeitas, reduzindo a volatilidade total da carteira sem necessariamente reduzir o retorno esperado. A diversificação atinge sua máxima eficiência quando os ativos têm correlação negativa ou nula.

Markowitz (1952) destacou que o risco de um portfólio não é apenas a média ponderada dos riscos dos ativos individuais, mas depende também da covariância entre eles, o que torna o coeficiente de correlação um componente essencial na modelagem do risco conjunto. A matriz de covariância e sua correspondente matriz de correlação são ferramentas fundamentais na MPT, utilizadas para calcular o risco total da carteira.

A compreensão da correlação é especialmente importante em portfólios que buscam incluir ativos não tradicionais, como o Bitcoin. Estudos como Liu e Tsyvinski (2018) sugerem que criptoativos tendem a apresentar baixa correlação com ativos convencionais, o que pode aumentar os benefícios da diversificação e justificar sua inclusão em portfólios bem estruturados.

2.1.5 Bitcoin

O Bitcoin (BTC) é um sistema de dinheiro eletrônico ponto a ponto (*peer-to-peer*) que permite transações diretas entre partes, resolvendo o problema do gasto duplo por meio de uma rede que encadeia transações em blocos via prova de trabalho (*proof-of-work*). A cadeia mais longa funciona como registro público e como prova de que a maior capacidade honesta de computação sustenta o histórico, dispensando um terceiro de confiança e reduzindo custos de mediação típicos do modelo bancário tradicional (Nakamoto, 2008).

No arranjo institucional-tecnológico, o Bitcoin combina uma *blockchain*, validação descentralizada e carteiras que não se conectam, à identidade dos usuários. As transações são publicamente visíveis e podem ser associadas a endereços quando há elos externos de identificação (Ulrich, 2014).

A segurança e os incentivos econômicos decorrem da mineração por prova de trabalho e de uma política monetária programada. Novos blocos são verificados aproximadamente a cada dez minutos e as recompensas sofrem reduções periódicas, conhecidas como *halvings*, o que limita o suprimento a 21 milhões de unidades. À medida que a emissão converge ao teto, as taxas de transação tendem a compor parcela crescente da remuneração aos validadores (Nakamoto, 2008; Ulrich, 2014).

Na literatura financeira, o Bitcoin é caracterizado como um ativo investível, com fundamentos distintos (descentralização, consenso, base criptográfica), baixa correlação média com ações, títulos e moedas, e histórico de retornos ajustados ao risco competitivos. Esses critérios são usualmente mobilizados para defendê-lo como investimento alternativo e, em certos estudos, como uma nova classe de ativo (Ram, 2019).

Do ponto de vista estatístico, criptoativos exibem alta volatilidade e, em geral, descorrelação com ativos tradicionais. Além disso, observa-se uma assimetria invertida na dinâmica de volatilidade, onde, movimentos positivos tendem a elevar mais a volatilidade do que movimentos negativos, fenômeno associado a comportamento de manada e FOMO (*fear of missing out*, medo de perder oportunidades). Este padrão é identificado como menos pronunciado justamente em Bitcoin e Ethereum, ativos mais maduros e com maior participação de investidores informados e instrumentos de hedge (Baur & Dimpfl, 2018).

Esses traços ajudam a explicar por que, apesar da maior volatilidade, pequenas alocações de Bitcoin tendem a proporcionar benefícios de diversificação quando combinadas com ações e outros ativos. Contudo, tais alocações devem ser acompanhadas de controles de risco adequados, como limites de peso e métricas apropriadas à não-normalidade dos retornos, como a medida $\hat{\Omega}$, para que a contribuição de risco permaneça compatível com os objetivos do investidor (Ram, 2019; Baur & Dimpfl, 2018).

2.2 MODELOS DE OTIMIZAÇÃO

2.2.1 Teoria Moderna do Portfólio

A Teoria Moderna do Portfólio (MPT), desenvolvida por Harry Markowitz em 1952, representa um marco na história das finanças ao estabelecer um modelo quantitativo para a formação de portfólios de investimento. Sua principal contribuição foi demonstrar matematicamente que o risco de um portfólio não é simplesmente a média ponderada dos riscos individuais dos ativos que o compõem, mas também depende da correlação entre esses ativos (Markowitz, 1952).

Para tornar esse ponto explícito, considere o retorno esperado de um portfólio p (Equação 2) e sua variância (Equação 3), definidos por:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N x_i \mu_i \quad (2)$$

Em que, $E(R_p)$ representa o retorno esperado do portfólio p , x_i são os pesos de cada ativo no portfólio e μ_i são os retornos esperados de cada ativo (N no total).

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \quad (3)$$

Em que σ_p^2 representa a variância dos retornos do portfólio p , x_i o peso do ativo i carteira, x_j o peso do ativo j na carteira e σ_{ij} a covariância entre os retornos do ativo i e do ativo j .

O processo de seleção de uma carteira ótima envolve a etapa de formação de expectativas quanto aos retornos futuros dos ativos (Equação 2) e, em seguida, a determinação da combinação de pesos (x) que otimiza a relação risco-retorno.

A otimização, que se baseia na chamada regra média-variância (Markowitz, 1952), é formalmente definida pela minimização da variância do portfólio (Equação 4), sujeita a um conjunto de restrições:

$$\min \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \quad (4)$$

Sujeito às restrições mostradas nas Equações 5 e 6. Assim, garante-se que tenha investimento total e não exista venda a descoberto (operação em que se

vende um ativo que não se possui, equivalente a pesos negativos na carteira) na composição do portfólio.

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (5)$$

$$x_i \geq 0 \quad (6)$$

Embora a teoria tenha sido inicialmente concebida para ativos tradicionais, sua aplicação prática evoluiu para incluir ativos de maior risco, como o Bitcoin.

Apesar de suas limitações, como restringir sua análise à média e variância dos retornos, assumir correlações estáveis entre ativos e pressupor distribuições normais de retornos, a MPT continua sendo a base de diversas estratégias de alocação de ativos utilizadas atualmente por investidores individuais e institucionais.

Das suas vantagens, a MPT consolidou-se como um dos modelos mais relevantes da teoria financeira por sua simplicidade conceitual, clareza matemática e pela contribuição fundamental de demonstrar a importância da diversificação e da correlação entre ativos na redução do risco total da carteira (Bodie; Kane; Marcus, 2015; Elton *et al.*, 2014).

No entanto, a literatura também aponta desvantagens significativas. O modelo é altamente sensível a erros de estimação dos parâmetros, em especial dos retornos esperados e da matriz de covariância, o que pode levar a resultados instáveis e pouco realistas na prática (Bodie; Kane; Marcus, 2015).

2.2.2 Fronteira Eficiente

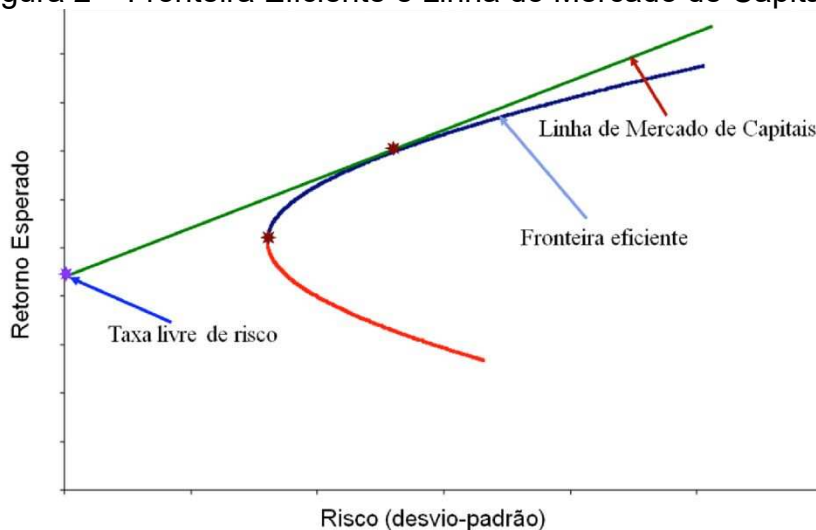
A Fronteira Eficiente é um dos conceitos centrais da MPT. Segundo o autor, para cada nível de risco assumido pelo investidor, existe um conjunto de portfólios que proporcionam o máximo retorno possível. Esses portfólios formam o que se denomina Fronteira Eficiente (Markowitz, 1952).

A construção da Fronteira Eficiente faz parte da análise conjunta entre o retorno esperado e o risco, geralmente representado pelo desvio padrão dos

retornos. Para cada combinação possível de ativos, calcula-se o risco total da carteira considerando as correlações entre os ativos. Assim, apenas as carteiras que oferecem o maior retorno possível para um determinado nível de risco, ou o menor risco para um nível específico de retorno, são consideradas eficientes (Bodie; Kane; Marcus, 2015).

Do ponto de vista gráfico, a Fronteira Eficiente é representada em um plano cartesiano no qual o eixo x indica o risco (desvio padrão) e o eixo y indica o retorno esperado. O conjunto de portfólios não eficientes aparece abaixo da fronteira, enquanto os eficientes situam-se ao longo da curva que delimita a melhor relação risco-retorno possível (Elton *et al.*, 2014), tal como se exibe na Figura 2.

Figura 2 – Fronteira Eficiente e Linha do Mercado de Capitais



Fonte: Adaptado de Reis (2020).

A inclusão de um ativo livre de risco, como o CDI no contexto brasileiro, amplia a análise ao introduzir a Linha do Mercado de Capitais (LMC). Essa linha tangencia a Fronteira Eficiente no ponto de máxima eficiência, denominado Portfólio de Mercado. A LMC representa todas as combinações possíveis entre o ativo livre de risco e o portfólio de mercado, oferecendo uma nova referência de eficiência para o investidor (Bodie; Kane; Marcus, 2015).

Na prática, a definição da Fronteira depende diretamente da qualidade das estimativas dos parâmetros de risco, retorno e correlação dos ativos (Damodaran, 2012). A presença de ativos de alta volatilidade, como o Bitcoin, exige cuidados especiais na modelagem e interpretação dos resultados, dada a sua influência sobre o risco total da carteira.

Portanto, compreender o conceito de Fronteira Eficiente é fundamental para investidores que buscam maximizar os retornos ajustados ao risco, respeitando seus perfis de tolerância e as condições de mercado.

2.2.3 Modelo de Black-Litterman

O modelo de Black-Litterman (BL), surgiu como uma evolução à MPT, propondo uma abordagem mais robusta para a alocação ótima de ativos. Sua principal contribuição está em permitir a incorporação de expectativas subjetivas dos investidores no processo de otimização, superando limitações práticas do modelo de média-variância de Markowitz (Elton *et al.*, 2014).

Na MPT tradicional, o portfólio eficiente depende fortemente de estimativas dos retornos esperados dos ativos, que são notoriamente instáveis e difíceis de prever com precisão. O modelo de BL, busca contornar esse problema ao combinar, de forma bayesiana, as expectativas do investidor com a distribuição implícita dos retornos de mercado. Dessa forma, ele gera uma nova distribuição de retornos esperados ajustada às visões subjetivas do investidor, ponderadas de acordo com o grau de confiança atribuído a elas (Black; Litterman, 1992).

Segundo Bodie, Kane e Marcus (2015), uma das principais vantagens do modelo Black-Litterman é sua capacidade de produzir portfólios mais estáveis e diversificados, evitando alocações extremas que podem surgir na MPT tradicional quando pequenas alterações nas estimativas de retorno são realizadas. Além disso, o modelo melhora a consistência das decisões de investimento ao alinhar as visões subjetivas dos analistas com as condições de equilíbrio do mercado.

O modelo opera em duas etapas principais: primeiro, estima-se o vetor de retornos esperados de equilíbrio (π):

$$\pi = \delta \Sigma w^{mkt} \quad (7)$$

Onde π é o vetor de retornos esperados de equilíbrio, δ um escalar de aversão ao risco implícito, Σ a matriz de covariância dos retornos dos ativos e w^{mkt} é o vetor dos pesos do portfólio de mercado.

Em seguida, as opiniões do investidor sobre determinados ativos ou relações entre ativos são expressas em forma de vetores e matrizes, com graus de confiança definidos.

A fusão dessas informações resulta em um vetor ajustado de retornos esperados (μ_{BL}) que serve como base para a alocação ótima de ativos (Black; Litterman, 1992).

$$\mu_{BL} = [(\tau \Sigma)^{-1} - 1 + P' \Omega^{-1} P]^{-1} [(\tau \Sigma)^{-1} \pi + P' \Omega^{-1} Q] \hat{\mu} \quad (8)$$

Sendo P uma matriz ($k \times n$) que especifica quais ativos estão envolvidos nas k visões e como elas se relacionam, Q o vetor ($k \times 1$) quantitativo que contém as visões que o investidor espera para cada ativo, Ω matriz diagonal ($k \times k$) que reflete o grau de incerteza que o investidor tem em cada visão e τ escalar que mede a incerteza do equilíbrio.

No contexto deste trabalho, a aplicação do modelo BL permite avaliar o impacto da inclusão do BTC na carteira sob uma ótica que integra tanto as expectativas subjetivas quanto o equilíbrio de mercado. Isso se mostra particularmente relevante dado o comportamento atípico e a elevada volatilidade do BTC, que podem distorcer os resultados da MPT se não forem tratados com o devido rigor técnico.

Assim, o modelo BL será utilizado como modelo complementar à MPT tradicional, possibilitando uma comparação entre abordagens de alocação que incorporam visões qualitativas e quantitativas dos investidores, o que enriquece a análise de desempenho das carteiras compostas por ativos tradicionais e criptoativos.

Apesar de suas contribuições, o modelo de BL também apresenta vantagens e desvantagens que merecem destaque. Entre as vantagens estão, a redução da sensibilidade a erros de estimação, a possibilidade de integrar visões de mercado com opiniões subjetivas do investidor e a geração de portfólios mais estáveis e consistentes (Black; Litterman, 1992; Bodie; Kane; Marcus, 2015). Contudo, o modelo exige maior complexidade de implementação, demanda a definição do parâmetro de incerteza (τ) e introduz um grau de subjetividade que pode comprometer os resultados caso as crenças do investidor não sejam fundamentadas de forma adequada (Elton *et al.*, 2014).

2.3 MÉTRICAS DE DESEMPENHO

2.3.1 Índice de Sharpe

O Índice de Sharpe, desenvolvido por William Sharpe em 1966, é uma das métricas mais amplamente utilizadas para avaliar o desempenho de carteiras de investimento ajustadas ao risco. O indicador mede o prêmio de risco da carteira, ou seja, o retorno excedente em relação à taxa livre de risco, em relação à sua volatilidade. Seu objetivo é indicar quanto retorno adicional o investidor está obtendo para cada unidade de risco assumida (Sharpe, 1966).

A fórmula do Índice de Sharpe é expressa da seguinte forma:

$$S = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \quad (9)$$

Onde, R_p representa o retorno médio do portfólio, R_f a taxa livre de risco e σ_p o desvio padrão dos retornos do portfólio;

De acordo com Bodie, Kane e Marcus (2015), o Índice de Sharpe é especialmente útil na comparação entre diferentes portfólios, pois permite identificar qual deles oferece melhor relação risco-retorno. Quanto maior o índice, melhor é o desempenho da carteira sob o ponto de vista do investidor avesso ao risco.

Samanez (2007) destaca que o Índice de Sharpe é particularmente importante em mercados com alta volatilidade, como o brasileiro, onde os gestores precisam justificar não apenas o retorno absoluto, mas também a eficiência com que esses retornos são obtidos. Além disso, é uma ferramenta útil tanto na análise de portfólios tradicionais quanto naqueles que incluem ativos de maior risco, como o BTC.

2.3.2 Medida Ômega

A avaliação de desempenho ajustado ao risco tem sido tradicionalmente associada ao Índice de Sharpe, que relaciona o excesso de retorno em relação ao ativo livre de risco com a volatilidade da carteira. Entretanto, o pressuposto implícito de normalidade da distribuição de retornos limita sua aplicabilidade em mercados nos quais se observam assimetrias e caudas pesadas. Essa limitação é

particularmente relevante em contextos que envolvem ativos alternativos e criptomoedas, como o BTC, cujas distribuições empíricas frequentemente se afastam do modelo gaussiano (Huarsaya *et al.*, 2022).

Com o objetivo de superar essas restrições, Keating e Shadwick (2002) propuseram a medida $\hat{\Omega}$, concebida como uma métrica universal de desempenho capaz de incorporar todos os momentos da distribuição dos retornos. Formalmente, a medida é definida como:

$$\Omega(L) = \frac{\int_L^b [1 - F(x)] dx}{\int_L^a F(x)} \quad (10)$$

Em que, $F(x)$ é a função de distribuição acumulada dos retornos, L representa o retorno mínimo aceitável, também denominado *threshold* ou limiar e (a, b) representam, respectivamente, aos limites inferiores e superiores do intervalo de retorno possíveis.

Essa formulação mostra que a medida $\hat{\Omega}$ expressa a razão entre a probabilidade ponderada de ganhos acima do limiar e a probabilidade ponderada de perdas abaixo desse mesmo limiar para todo o período de análise.

Huarsaya *et al.* (2022) destacam que, em distribuições normais, a medida $\hat{\Omega}$ converge para o Índice de Sharpe, fornecendo o mesmo portfólio ótimo. Nesse sentido, a $\hat{\Omega}$ não substitui o Sharpe, mas o generaliza, oferecendo maior robustez para distribuições não gaussianas.

Kazemi, Schneeweis e Gupta (2004), apresentam uma fórmula alternativa, que facilita sua aplicação prática:

$$\Omega(L) = \frac{E[\max(r_p - L, 0)]}{E[\max(L - r_p, 0)]} \quad (11)$$

Na Equação 11, o numerador corresponde ao ganho esperado da carteira acima do retorno mínimo aceitável, enquanto o denominador representa a perda esperada abaixo desse patamar.

Os autores introduzem ainda o conceito de Sharpe-Ômega, uma variação que mantém os rankings produzidos pela medida Ômega, mas apresenta uma formulação mais intuitiva e próxima ao Índice de Sharpe tradicional (Kazemi; Schneeweis; Gupta, 2004).

A relevância prática da medida Ômega foi reforçada por Castro *et al.* (2019), que a aplicaram na otimização de carteiras compostas por BTC e ativos tradicionais. Em cenários de elevada volatilidade e distribuições não gaussianas, a métrica apresentou melhor desempenho do que medidas tradicionais, oferecendo uma visão mais realista do *trade-off* risco-retorno em portfólios híbridos.

Assim, a medida Ômega constitui um avanço metodológico na teoria de portfólio por incorporar toda a distribuição de retornos ao processo de avaliação de desempenho, manter consistência com o Índice de Sharpe em distribuições normais e, ao mesmo tempo, apresentar vantagens claras em contextos de retornos não gaussianos, especialmente quando se analisam ativos complexos como as criptomoedas.

3 METODOLOGIA

3.1 TIPO DE PESQUISA

Este estudo se caracteriza como uma pesquisa aplicada de natureza quantitativa, com objetivos descritivos e explicativos, realizada por meio de otimização computacional.

Quanto à sua natureza, trata-se de uma pesquisa aplicada, uma vez que visa gerar conhecimento voltado à solução de um problema prático específico: avaliar o impacto da inclusão do Bitcoin, em carteiras de investimento compostas por ações do mercado brasileiro. Segundo Gil (2008), pesquisas aplicadas têm como motivação a necessidade de produzir conhecimento para aplicação imediata na solução de problemas concretos, característica que se alinha aos propósitos deste trabalho.

Quanto à abordagem, a pesquisa é classificada como quantitativa, pois se fundamenta na coleta, tratamento e análise de dados numéricos objetivos. São calculadas e comparadas métricas mensuráveis como retorno esperado, volatilidade (desvio padrão), Índice de Sharpe e Medida Ômega, obtidas a partir de séries históricas de preços dos ativos analisados. A análise estatística e a otimização matemática de portfólios constituem os pilares metodológicos deste estudo (Gil, 2008).

Do ponto de vista dos objetivos, a pesquisa possui caráter descritivo-explicativo. É descritiva na medida em que busca descrever e caracterizar as propriedades estatísticas dos ativos selecionados (retornos, volatilidade, correlações) e o desempenho das diferentes composições de carteiras otimizadas. Simultaneamente, possui caráter explicativo ao investigar e analisar os efeitos da inclusão do BTC nas métricas de desempenho, buscando identificar e explicar as causas das diferenças de desempenho observadas entre as estratégias de alocação (Gil, 2008).

Quanto aos procedimentos técnicos, o trabalho adota o método de otimização computacional baseado na Teoria Moderna do Portfólio (Markowitz, 1952). Utilizam-se dados históricos de preços de ativos financeiros, disponíveis publicamente em bases de dados de mercado, para construir e otimizar diferentes composições de carteiras sob variados critérios de risco-retorno. A otimização

computacional permite a construção e a comparação sistemática de estratégias alternativas de investimento, possibilitando avaliar o impacto de diferentes decisões de alocação sem os custos e riscos associados à implementação real das carteiras (Gil, 2008).

Este procedimento oferece flexibilidade para testar múltiplas configurações de portfólio (com e sem BTC, otimizadas por diferentes métricas) e analisar de forma comparativa seus desempenhos sob condições equivalentes, contribuindo tanto para o avanço do conhecimento acadêmico quanto para a tomada de decisão prática por parte de investidores e gestores de recursos.

Adicionalmente, como procedimento de validação metodológica, as otimizações de carteira foram realizadas através de dois softwares distintos: Microsoft Excel (Solver) e linguagem Python (biblioteca `scipy.optimize`). Esta abordagem permite verificar a robustez dos resultados e avaliar a sensibilidade das soluções a diferentes implementações algorítmicas, contribuindo para a confiabilidade das conclusões obtidas.

3.2 UNIVERSO E AMOSTRA

A definição do universo e da amostra constitui etapa fundamental para delimitar o escopo da pesquisa e assegurar a validade dos resultados. Segundo Gil (2008), o universo ou população refere-se ao conjunto total de elementos que compartilham características comuns e sobre os quais se pretende inferir conclusões, enquanto a amostra representa o subconjunto selecionado para análise.

No contexto deste trabalho, o universo teórico compreende o conjunto de todos os ativos financeiros negociáveis disponíveis para investidores pessoas físicas no mercado brasileiro e internacional. Dada a impossibilidade prática de analisar a totalidade deste universo, procedeu-se à seleção de uma amostra intencional composta por ativos representativos de diferentes classes: renda variável nacional, renda fixa nacional de baixo risco e criptoativos.

A escolha dos ativos específicos que compõem a amostra foi orientada por critérios objetivos de representatividade, liquidez, acessibilidade e disponibilidade de dados históricos consistentes, conforme detalhado nas subseções seguintes. O período de análise foi estabelecido de forma a capturar ciclos econômicos relevantes e assegurar robustez estatística às estimativas realizadas.

3.2.1 Período de análise

O período de análise compreende o intervalo entre 01/01/2022 e 30/09/2025, totalizando 45 meses de dados. A escolha deste recorte temporal foi orientada por critérios que buscam equilibrar a necessidade de robustez estatística com a representatividade das condições atuais de mercado.

A delimitação do período inicial em janeiro de 2022 teve como objetivo principal minimizar o impacto dos efeitos extraordinários da pandemia de COVID-19 sobre os mercados financeiros. Como mostrado no estudo de Huang (2025), entre março de 2020 e o final de 2021, os mercados globais experimentaram volatilidades extrema, intervenções governamentais sem precedentes, políticas monetárias expansionistas e mudanças abruptas no comportamento dos investidores. A inclusão deste período atípico poderia distorcer as estimativas de risco e retorno, comprometendo a aplicabilidade prática dos resultados para condições normais de mercado.

3.2.2 Critérios de seleção e ativos selecionados.

A seleção dos ativos que compõem as carteiras analisadas neste estudo seguiu critérios objetivos e sistemáticos, diferenciados segundo a natureza de cada classe de ativos. O processo de seleção priorizou a combinação entre rigor metodológico, fundamentação de princípios consolidados de análise de investimentos e acessibilidade para o investidor pessoa física brasileiro.

3.2.2.1 Seleção de ações

A composição da parcela de renda variável da carteira seguiu um processo estruturado em múltiplas etapas, inspirado nos critérios de análise fundamentalista propostos por Graham (2003) na obra "O Investidor Inteligente", considerada referência clássica para a seleção qualitativa de ações.

O processo iniciou-se com a definição do universo de análise, restringindo-se exclusivamente a ações negociadas na B3, o que assegura o cumprimento de

padrões regulatórios e de governança corporativa estabelecidos pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM). Em seguida, aplicou-se um primeiro filtro de liquidez, limitando o universo aos ativos que compõem o Índice Ibovespa (IBOV), principal indicador do desempenho das ações mais negociadas e representativas do mercado brasileiro.

Sobre este universo pré-filtrado, foram aplicados critérios fundamentalistas quantitativos para identificar empresas com características de solidez financeira e atratividade relativa.

Os critérios adotados foram:

- a) Lucratividade consistente: Foram selecionadas exclusivamente empresas que apresentaram lucros positivos durante todo o período de análise (janeiro de 2022 a setembro de 2025). Este filtro elimina companhias em situação financeira instável ou com histórico recente de prejuízos, reduzindo o risco específico da carteira.
- b) Relação Preço/Lucro (P/L): Estabeleceu-se como critério que o indicador P/L médio de cada ativo, calculado para o período analisado, fosse menor ou igual a 15. Segundo Graham (2003), múltiplos de lucro moderados indicam que a ação não está excessivamente sobrevalorizada em relação aos seus resultados operacionais, oferecendo margem de segurança ao investidor.
- c) Relação Preço/Valor Patrimonial (P/VP): Aplicou-se o filtro de P/VP médio menor ou igual a 1,5, seguindo a orientação de Graham (2003) de que ações negociadas próximas ou abaixo do valor patrimonial contábil apresentam menor risco de sobrevalorização e maior potencial de proteção de capital em cenários adversos.
- d) Política de distribuição de proventos: Foram selecionadas apenas empresas com histórico de pagamento de proventos (dividendos ou juros sobre capital próprio) pelo menos uma vez ao ano durante o período analisado. Este critério identifica companhias com geração consistente de caixa e compromisso de remuneração aos acionistas, características associadas à maturidade e estabilidade empresarial.

Após a aplicação destes filtros quantitativos, procedeu-se a uma etapa de diversificação setorial. As empresas remanescentes foram classificadas segundo

seus setores de atuação econômica, e selecionados os dois maiores ativos por setor, considerando participação no IBOV, respeitando o princípio fundamental de diversificação proposto por Markowitz (1952). Esta abordagem assegura que a carteira não apresente concentração excessiva em segmentos específicos da economia, mitigando riscos setoriais e capturando oportunidades em diferentes indústrias.

A aplicação sistemática destes critérios resultou na seleção de 9 ações distribuídas em 5 setores da economia, conforme apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 – Ações selecionadas para composição da carteira

Código	Empresa	Setor	% de Participação no IBOV
CPL6	COPEL - PN classe B	Utilidade pública	0,98
CMIG4	CEMIG - PN	Utilidade pública	0,97
PETR4	Petrobras - PN	Petróleo gás e biocombustíveis	6,32
VBBR3	Vibra - ON	Petróleo gás e biocombustíveis	1,25
GGBR4	Gerdau - PN	Materiais básicos	0,96
BRAP4	Bradespar - PN	Materiais básicos	0,19
BBDC4	Bradesco - PN	Financeiro	4,11
ITSA4	Itaúsa - PN	Financeiro	3,06
CYRE3	Cyrela - ON	Consumo cíclico	0,36

Fonte: Elaborado pelo autor.

A carteira resultante contempla os setores: utilidade pública (2 ativos – CPL6 e CMIG4), petróleo gás e biocombustíveis (2 ativos – PETR4 e VBBR3), materiais básicos (2 ativos – GGBR4 e BRAP4), financeiro (2 ativos – BBDC4 e ITSA4) e consumo cíclico (1 ativo – CYRE3), que em conjunto os 9 ativos possuem representação de 18,20% da composição do IBOV.

3.2.2.2 Seleção do Criptoativo

Para representar a classe de criptoativos na composição das carteiras híbridas, selecionou-se o Bitcoin (BTC) como ativo único. Essa escolha fundamenta-se em critérios objetivos que posicionam o BTC como o criptoativo mais adequado para análises de investimento em portfólios diversificados.

O BTC detém a maior capitalização de mercado entre todos os criptoativos, superando US\$1 trilhão de valor de mercado em diversos momentos do período analisado, o que representa mais de 50% do valor total do mercado de criptomoedas (CoinMarketCap, 2025). Esta dominância confere ao BTC maior liquidez, profundidade de mercado e menores chances de manipulações em comparação a altcoins de menor porte. Adicionalmente, apresenta o histórico mais longo de negociação entre os criptoativos permitindo análises estatísticas mais robustas.

A infraestrutura de acesso ao BTC para investidores brasileiros é significativamente desenvolvida, com disponibilidade em múltiplas corretoras regulamentadas, plataformas de negociação e fundos de investimento autorizados pela CVM. A aprovação de ETFs de BTC à vista nos Estados Unidos em janeiro de 2024 marcou um ponto de inflexão na aceitação institucional do ativo, reforçando sua legitimidade como alternativa de investimento (Huang, 2025).

Quanto à cotação, utilizou-se a série de preços em reais brasileiros (BTC-BRL). Esta decisão fundamenta-se na necessidade de consistência na unidade monetária de análise uma vez que todas as ações brasileiras são naturalmente denominadas em reais, e considerando que o objetivo é avaliar carteiras para o investidor brasileiro, a utilização do BTC cotado em BRL permite comparabilidade direta e reflete a realidade operacional do investidor local, que efetivamente auferirá retornos em moeda nacional. Reconhece-se que esta escolha implica que o retorno do Bitcoin em BRL incorpora tanto a variação do preço em dólares quanto a oscilação cambial BRL/USD (Real brasileiro/Dólar americano).

3.2.2.3 Seleção do ativo livre de risco

Para representar a taxa livre de risco, adotou-se o Certificado de Depósito Interbancário (CDI) como *proxy*. O CDI é a taxa de referência para operações interbancárias de curtíssimo prazo no Brasil, acompanhando de forma muito próxima a taxa básica de juros da economia (taxa SELIC) definida pelo Comitê de Política Monetária (Copom) do Banco Central do Brasil.

A escolha do CDI como ativo livre de risco no contexto brasileiro é amplamente consolidada na prática de mercado. Segundo Assaf Neto (2014), esta convenção fundamenta-se em características que aproximam o CDI do conceito teórico de ativo livre de risco:

- a) risco de crédito praticamente nulo, uma vez que as operações ocorrem entre instituições financeiras de grande porte com garantias;
- b) liquidez imediata, com possibilidade de resgate diário sem perdas de principal;
- c) volatilidade próxima de zero no curtíssimo prazo;
- d) acessibilidade universal ao investidor pessoa física por meio de fundos DI, CDBs de liquidez diária ou títulos públicos.

Adicionalmente, o CDI representa o custo de oportunidade relevante para o investidor brasileiro, constituindo o benchmark natural contra o qual estratégias de investimento em renda variável e ativos alternativos devem ser comparadas. Em um contexto de taxas de juros estruturalmente elevadas no Brasil, a superação deste benchmark representa desafio significativo para gestores e investidores, justificando sua adoção como referência de retorno mínimo aceitável.

3.3 COLETA DE DADOS

A coleta de dados constitui etapa fundamental do processo de pesquisa, assegurando a qualidade e confiabilidade das análises subsequentes. Esta seção detalha as fontes utilizadas, os procedimentos adotados e as características dos dados obtidos para cada classe de ativos.

3.3.1 Fontes de dados

3.3.1.1 Ações

Os dados históricos de preços das 9 ações brasileiras selecionadas foram obtidos através da plataforma Yahoo Finance, que é uma fonte amplamente utilizada em pesquisas acadêmicas e na prática de mercado, oferecendo séries históricas de preços ajustados que incorporam eventos corporativos como splits, bonificações e pagamento de proventos (Perlin, 2023).

A escolha do Yahoo Finance fundamenta-se em sua ampla cobertura de ativos brasileiros negociados na B3, confiabilidade dos dados, gratuidade de acesso

e facilidade de automação através de interfaces de programação. A plataforma disponibiliza dados com ajustes retroativos de preços, que segundo Perlin (2023) são essenciais para análises de séries temporais que envolvem cálculo de retornos.

3.3.1.2 *Bitcoin*

Os dados históricos de preços do Bitcoin em reais brasileiros (BTC-BRL) foram obtidos através da plataforma Investing.com, um dos principais portais de informações financeiras globais. A plataforma consolida cotações de múltiplas corretoras de criptomoedas, fornecendo preços representativos do mercado brasileiro.

A coleta foi realizada mediante acesso à seção de dados históricos da plataforma, com seleção manual do período de análise. Esta abordagem, embora manual, assegura a obtenção de dados verificados e consolidados, reduzindo potenciais inconsistências que poderiam surgir de coletas automatizadas em corretoras individuais.

3.3.1.3 *CDI*

Os dados da taxa CDI foram obtidos diretamente do Relatório Focus publicado semanalmente pelo Banco Central do Brasil. Utilizou-se esse relatório pois consiste em resumir as expectativas do mercado para diversos indicadores de mercado, incluindo a Taxa SELIC, e optou-se por utilizar essa projeção devido a proximidade histórica entre as taxas SELIC e CDI.

3.3.2 **Procedimentos de Coleta**

3.3.2.1 *Coleta de dados de ações*

A coleta de dados das ações brasileiras foi automatizada utilizando a linguagem de programação Python, com a biblioteca yfinance. O código foi estruturado para baixar simultaneamente os dados históricos dos 9 ativos selecionados, abrangendo o período completo de análise (01/01/2022 a 30/09/2025).

Os tickers das ações foram especificados no formato adotado pelo Yahoo Finance para ativos brasileiros, acrescentando o sufixo ".SA" ao código de negociação da B3 (por exemplo, PETR4.SA para Petrobras - PN). Este procedimento automatizado assegura consistência temporal entre os ativos, uma vez que os dados são coletados simultaneamente com a mesma referência de datas.

A biblioteca `yfinance` retorna automaticamente os dados em formato de `DataFrame` do `pandas`, facilitando o processamento posterior. A coleta incluiu preços de fechamento ajustado (`Close`), que incorporam retroativamente os efeitos de dividendos, juros sobre capital próprio, splits e bonificações.

3.3.2.2 *Coleta de dados do Bitcoin*

A coleta de dados do Bitcoin foi realizada manualmente através do portal `Investing.com`. O procedimento envolveu:

1. Acesso à página de dados históricos do Bitcoin em reais (BTC/BRL);
2. Seleção do período de análise através da interface de calendário (01/01/2022 a 30/09/2025);
3. Configuração da frequência diária dos dados;
4. Exportação dos dados através da funcionalidade de download disponibilizada pela plataforma.

O arquivo exportado contém as colunas: `Data`, `Ultimo`, `Abertura`, `Máxima`, `Mínima`, `Volume` e `Variação`. Para as análises realizadas neste estudo, utilizou-se especificamente a coluna "`Ultimo`", que representa o último preço negociado em cada dia, fornecendo uma medida consistente e comparável com os preços de fechamento dos demais ativos da carteira.

3.3.2.3 *Coleta de dados do CDI*

A taxa livre de risco utilizada neste estudo foi obtida a partir do Relatório Focus, publicado pelo em 27/10/2025 (Banco Central do Brasil, 2025). O dado coletado corresponde à média das expectativas de mercado para a taxa SELIC anualizada referente ao ano de 2026.

3.4 TRATAMENTO E PREPARAÇÃO DOS DADOS

Após a coleta dos dados brutos, procedeu-se a uma série de tratamentos e transformações necessárias para viabilizar as análises estatísticas e a aplicação dos algoritmos de otimização de carteiras. Esta seção detalha os procedimentos adotados para garantir a consistência, qualidade e adequação dos dados aos objetivos do estudo.

3.4.1 Sincronização temporal dos ativos

Um dos principais desafios metodológicos na análise conjunta de criptoativos e ativos tradicionais reside na incompatibilidade dos calendários de negociação. Enquanto as ações brasileiras e o CDI seguem o calendário de dias úteis da B3, o BTC é negociado continuamente, 24 horas por dia, 7 dias por semana.

Para assegurar consistência temporal e permitir o cálculo de correlações e covariâncias válidas, adotou-se como critério de sincronização a manutenção exclusiva dos dias em que todos os ativos da B3 foram negociados. Operacionalmente, isso implicou filtrar a série temporal do BTC, retendo apenas as observações correspondentes aos dias úteis de negociação na bolsa brasileira.

Este procedimento, embora resulte em perda de informações sobre a movimentação do BTC em finais de semana e feriados, é metodologicamente necessário e foi o método adotado neste trabalho para garantir a consistência temporal entre todos os ativos analisados.

3.4.2 Cálculo dos retornos

Para realizar a análise de desempenho e a otimização de carteiras, os preços dos ativos foram convertidos em séries de retornos. Dada a frequência diária dos dados, utilizou-se de retornos simples, calculados pela fórmula:

$$r = \frac{(P_{i,t} - P_{i,t-1})}{P_{i,t-1}} \quad (12)$$

Onde r é o retorno do ativo no período analisado, P_n o preço no ativo no período n e P_{n-1} o preço do ativo no período anterior a n .

Para facilitar a interpretação e comparação dos resultados com benchmarks e referências de mercado, os retornos médios diários e as volatilidades (desvio padrão) foram convertidos para base anual. A anualização permite que os resultados sejam expressos em termos mais intuitivos e diretamente comparáveis com métricas tradicionalmente reportadas em base anual.

A anualização de retornos médios diários foi realizada mediante capitalização composta, conforme a equação abaixo:

$$r_{anual} = (1 + r_{diário})^{252} - 1 \quad (13)$$

Em que r_{anual} representa o retorno anualizado do ativo, $r_{diário}$ o retorno médio diário e o 252 é o número médio de dias úteis no ano para o mercado brasileiro.

Para o desvio padrão, a anualização segue a propriedade de escalonamento da raiz quadrada do tempo, conforme a Equação 14:

$$\sigma_{anual} = \sigma_{diário} * \sqrt{252} \quad (14)$$

Onde, σ_{anual} é o desvio padrão dos ativos anualizados, $\sigma_{diário}$ representa o desvio padrão diário dos ativos.

Previamente à aplicação dos métodos de otimização, procedeu-se ao cálculo das estatísticas descritivas fundamentais das séries de retornos: retorno médio e desvio padrão. Estas medidas são essenciais por constituírem os parâmetros centrais da MPT e servirem como insumos diretos aos algoritmos de otimização.

Tabela 2 - Retornos médio e desvio padrão dos ativos em periodicidade diária e anualizada

Ativo	Retorno médio diário (%)	Desvio Padrão diário (%)	Retorno médio anual (%)	Desvio Padrão anual (%)
BBDC4	0,0467%	1,8749%	12,4954%	29,7628%
BRAP4	0,0186%	1,7094%	4,8090%	27,1364%
CMIG4	0,1130%	1,7343%	32,9219%	27,5311%
CPL6	0,1084%	1,6380%	31,4026%	26,0032%
CYRE3	0,1276%	2,4728%	37,9006%	39,2541%
GGBR4	0,0192%	2,0035%	4,9535%	31,8047%
ITSA4	0,0866%	1,3370%	24,3818%	21,2244%
PETR4	0,1366%	2,0045%	41,0512%	31,8206%
VBBR3	0,0639%	2,0722%	17,4602%	32,8947%
BTC-BRL	0,1397%	3,1928%	42,1457%	50,6846%

Fonte: Elaborado pelo autor.

A análise da Tabela 2 revela padrões esperados e importantes para a compreensão dos resultados subsequentes. O Bitcoin apresenta o maior retorno médio diário de 0,1397% (42,1457% anualizado), seguido por PETR4 com 0,1366% (41,0512% anualizado).

Quanto ao risco, medido pelo desvio padrão, o BTC também se destaca com volatilidade diária de 3,1928% (50,6846% anualizada). As ações brasileiras apresentam volatilidades entre 26% e 40% ao ano.

É importante ressaltar que a anualização dos retornos e do desvio padrão, embora útil para facilitar a comparação com benchmarks e outras referências de mercado, pressupõe que os retornos diários se comportam de forma consistente ao longo do ano.

3.4.3 Tratamento da taxa Livre de Risco (CDI)

A taxa CDI, obtida através do Relatório Focus, é originalmente expressa em percentual ao ano. Para sua utilização nos cálculos de otimização e avaliação de desempenho das carteiras, procedeu-se ao tratamento adequado dos dados transformando a base anual para base diária.

Dos dados coletados, obteve-se uma taxa média diária e anualizadas representadas na Tabela 3, a seguir:

Tabela 3 - Taxa livre de risco

	Diário	Anual
r_f	0,04587%	12,25%

Fonte: Elaborado pelo autor.

A taxa livre de risco calculada será utilizada em dois contextos distintos ao longo deste estudo:

- a) Como taxa de desconto nos cálculos do Índice de Sharpe, representando o custo de oportunidade do capital investido;
- b) Como limiar na Medida Ômega, definindo o retorno mínimo aceitável abaixo do qual os retornos são considerados perdas;

3.4.4 Análise de correlação entre ativos

A matriz de correlação entre os retornos dos ativos foi calculada para avaliar o grau de associação linear entre os pares de ativos, utilizando a Equação 1.

A análise da matriz de correlação é fundamental por duas razões. Primeiro, permite identificar se existem ativos com correlação muito elevada (próxima de 1), situação que indicaria redundância na diversificação e poderia justificar a exclusão de um dos ativos altamente correlacionados. Segundo, fornece percepções preliminares sobre os benefícios potenciais da diversificação já que ativos com correlações baixas ou negativas entre si oferecem maior potencial de redução de risco quando combinados em uma carteira (Markowitz, 1952).

No contexto deste estudo, a análise de correlação assume relevância particular na avaliação do comportamento do BTC em relação aos ativos tradicionais. Estudos anteriores sugerem que criptoativos tendem a apresentar baixa correlação com ações e renda fixa, propriedade que poderia justificar sua inclusão em carteiras diversificadas (Liu & Tsyvinski, 2018).

A Tabela 4 apresenta a matriz de correlação completa entre os retornos diários dos 10 ativos analisados.

Tabela 4 – Correlação entre os ativos

	BBDC4	BRAP4	CMIG4	CPLE 6	CYRE3	GGBR4	ITSA4	PETR4	VBBR3	BTC-BRL
BBDC4	1	0,21	0,35	0,32	0,43	0,22	0,67	0,22	0,39	0,04
BRAP4		1	0,16	0,14	0,15	0,60	0,28	0,23	0,19	0,10
CMIG4			1	0,58	0,40	0,23	0,47	0,23	0,37	-0,04
CPLE6				1	0,46	0,22	0,46	0,13	0,36	-0,06
CYRE3					1	0,20	0,57	0,17	0,54	-0,01
GGBR4						1	0,30	0,22	0,26	0,15
ITSA4							1	0,27	0,55	0,02
PETR4								1	0,25	-0,03
VBBR3									1	-0,01
BTC-BRL										1

Fonte: Elaborado pelo autor.

A análise da matriz de correlação revela aspectos importantes para a diversificação das carteiras. Primeiramente, observa-se que nenhum par de ativos apresenta correlação perfeita ou próxima de 1, indicando ausência de redundância completa na amostra selecionada. A correlação mais elevada ocorre entre BBDC4 e ITSA4 (0,67), o que é esperado dado que ambas são do mesmo setor gerando movimentos correlacionados entre os ativos.

O resultado mais relevante, no entanto, refere-se ao BTC. O criptoativo apresenta correlações baixas ou negativas com todos os ativos tradicionais, variando entre 0,15 (GGBR4) e -0,06 (CPLE6). Estas correlações baixas e negativas confirmam a literatura prévia (Liu & Tsyvinski, 2018) e sugerem que a inclusão do BTC em carteiras de ações brasileiras pode oferecer benefícios de diversificação, já que seus retornos não estão fortemente associados aos movimentos dos mercados tradicionais.

3.4.5 Cálculo da matriz de covariância

A matriz de covariância dos retornos dos ativos constitui o insumo central para a aplicação da MPT, uma vez que determina o risco total de qualquer combinação de ativos. A covariância entre dois ativos foi calculada utilizando a Equação 3.

A matriz de covariância (Σ) de dimensão $n \times n$, onde n é o número de ativos, é simétrica e contém as variâncias dos ativos na diagonal principal e as covariâncias entre pares de ativos fora da diagonal. Esta matriz é fundamental para o cálculo do risco de qualquer carteira, e está presente na Tabela 5 abaixo, onde a matriz foi multiplicada por 10^4 apenas para facilitar a leitura, para os cálculos das otimizações foram utilizados seus dados sem a adequação visual.

Tabela 5 – Covariâncias ($\times 10^4$) entre os ativos

	BBDC4	BRAP4	CMIG4	CPL6	CYRE3	GGBR4	ITSA4	PETR4	VBBR3	BTC-BRL
BBDC4	3,52	0,68	1,13	0,99	2,00	0,84	1,67	0,82	1,50	0,26
BRAP4		2,92	0,49	0,40	0,63	2,05	0,64	0,79	0,66	0,52
CMIG4			3,01	1,66	1,73	0,79	1,09	0,80	1,33	-0,20
CPL6				2,68	1,87	0,72	1,00	0,41	1,21	-0,33
CYRE3					6,11	0,99	1,89	0,86	2,76	-0,05
GGBR4						4,01	0,81	0,88	1,06	0,94
ITSA4							1,79	0,73	1,52	0,09
PETR4								4,02	1,04	-0,19
VBBR3									4,29	-0,09
BTC-BRL										10,19

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.5 CONSTRUÇÃO DAS CARTEIRAS

A construção das carteiras de investimento analisadas neste estudo fundamenta-se na aplicação de diferentes métodos de otimização sobre duas configurações base de ativos: carteiras tradicionais, compostas exclusivamente por ações brasileiras, e carteiras híbridas, que incorporam o BTC como ativo adicional de diversificação. Onde a alocação de 100% do capital será distribuída entre os ativos disponíveis em cada uma das carteiras.

Para ambos os tipos de carteira, aplicam-se as seguintes restrições metodológicas:

- Restrição de investimento total: A soma dos pesos de todos os ativos deve ser igual a 1 (equivalente a 100% do capital), assegurando que todo o capital disponível seja alocado.

- b) Restrição de não-negatividade: Não são permitidas vendas a descoberto, ou seja, todos os pesos devem ser não-negativos.

Não foram impostas restrições adicionais de limites mínimos ou máximos para ativos individuais, permitindo que os algoritmos de otimização determinem livremente as alocações ótimas dentro das restrições básicas estabelecidas. Esta abordagem possibilita identificar a real contribuição de cada ativo, quando não forçado por limites arbitrários.

3.5.1 Métodos de otimização aplicados

Sobre cada tipo de carteira (Tradicional e Híbrida), aplicam-se dois métodos de otimização distintos, resultando em diferentes alocações ótimas de ativos:

Otimização por Mínima Variância: Determina a alocação que minimiza o risco total da carteira, medido pela covariância dos retornos históricos, sem imposição de retorno-alvo específico. Este método identifica a carteira de menor risco possível dentro do conjunto de oportunidades disponível.

Otimização por Máximo Índice de Sharpe: Determina a alocação que maximiza a relação entre o excesso de retorno (acima da taxa livre de risco) e o risco assumido. Este método identifica a carteira com melhor relação risco-retorno ajustada.

A aplicação destes dois métodos fundamenta-se na complementaridade de suas abordagens: enquanto a mínima variância prioriza exclusivamente a redução de risco, o máximo Sharpe equilibra risco e retorno de forma explícita. A comparação entre as carteiras resultantes permite avaliar os *trade-off* envolvidos em cada estratégia.

3.5.2 Síntese de carteiras construídas

A combinação entre os modelos de otimização, o tipo de carteira e os métodos de otimização, descritos resulta na construção dos seguintes portfólios que serão otimizadas e utilizados para análise deste trabalho.

Tabela 6 – Identificação carteiras otimizadas

Modelo	Tipo da carteira	Método de otimização	Visões Subjetivas BTC	Identificação
MPT	Tradicional	Mínima Variância	-	MPT_TRAD_MV
MPT	Híbrida	Mínima Variância	-	MPT_HIBR_MV
MPT	Tradicional	Máximo Sharpe	-	MPT_TRAD_MS
MPT	Híbrida	Máximo Sharpe	-	MPT_HIBR_MS
BL	Tradicional	Mínima Variância	-	BL_TRAD_MV
BL	Híbrida	Mínima Variância	Cenário 1	BL_HIBR_MV_1
BL	Híbrida	Mínima Variância	Cenário 2	BL_HIBR_MV_2
BL	Híbrida	Mínima Variância	Cenário 3	BL_HIBR_MV_3
BL	Tradicional	Máximo Sharpe	-	BL_TRAD_MS
BL	Híbrida	Máximo Sharpe	Cenário 1	BL_HIBR_MS_1
BL	Híbrida	Máximo Sharpe	Cenário 2	BL_HIBR_MS_2
BL	Híbrida	Máximo Sharpe	Cenário 3	BL_HIBR_MS_3

Fonte: Elaborado pelo autor.

É importante ressaltar que a otimização por mínima variância não depende das expectativas de retorno dos ativos, baseando-se exclusivamente na matriz de covariância histórica. Conseqüentemente, os pesos ótimos obtidos através da MPT e do modelo de BL seriam idênticos para este método, uma vez que ambos utilizam a mesma matriz de covariância. Por esta razão, apenas uma versão de cada carteira otimizada por mínima variância (Tradicional e Híbrida) serão otimizadas, e os pesos ótimos serão utilizados para os cálculos das métricas dos dois modelos.

Por outro lado, a otimização por Máximo Sharpe depende diretamente das expectativas de retorno, justificando a distinção entre MPT (retornos históricos) e BL (retornos ajustados por visões subjetivas). Para este método, todas as variações são apresentadas, incluindo os três cenários de expectativas para o BTC nas carteiras híbridas otimizadas pelo modelo de Black-Litterman.

O desempenho destas carteiras otimizadas será comparado e analisado através das seguintes métricas de desempenho: retornos esperados, volatilidade, índice de Sharpe e medida Ômega.

3.6 MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRA

Conforme apresentado na subseção 3.5.1, este estudo aplicou dois métodos de otimização - Mínima Variância e Máximo Índice de Sharpe - combinados com duas abordagens de estimação de retornos esperados: MPT e Modelo de BL.

As subseções seguintes detalham a formulação matemática de cada método, os parâmetros específicos adotados e os procedimentos de implementação computacional utilizados para obtenção das carteiras ótimas.

A implementação foi realizada através de duas plataformas distintas - Microsoft Excel (Solver) e Python (scipy.optimize) - para validação cruzada dos resultados, conforme será descrito na subseção 3.6.4.

3.6.1 Otimização por mínima variância – modelo MPT

A otimização por mínima variância constitui o método mais conservador de alocação de ativos, priorizando exclusivamente a redução do risco da carteira sem considerar explicitamente os retornos esperados. Este método identifica a combinação de pesos que minimiza a volatilidade total do portfólio, sendo particularmente adequado para investidores com elevada aversão ao risco (Markowitz, 1952).

O problema de otimização é formulado matematicamente onde busca minimizar a variância da carteira sujeito às restrições de alocação completa do capital (Equação 5) e não-negatividade dos pesos (Equação 6).

A minimização da variância da carteira, conforme visto na Equação 4, que tem seu equivalente matricial abaixo:

$$\min \sigma_p^2 = w \Sigma w' \quad (15)$$

Sendo σ_p^2 a variância do portfólio, w o vetor de pesos dos ativos no portfólio e Σ a matriz de covariância dos retornos dos ativos.

Geometricamente, a carteira de mínima variância corresponde ao ponto mais à esquerda da fronteira eficiente no espaço risco-retorno. Este ponto representa o portfólio de menor risco possível dada a estrutura de covariância dos ativos disponíveis, independentemente do nível de retorno que proporciona. Todos os demais pontos da fronteira eficiente possuem maior risco do que a carteira de mínima variância.

É importante notar que, embora o método não considere explicitamente os retornos esperados no processo de otimização, a carteira resultante ainda

proporcionará algum retorno esperado, que pode ser calculado através da Equação 2 de retornos esperados para a carteira, utilizando os pesos dos ativos otimizados.

3.6.2 Otimização por máximo índice Sharpe – Modelo MPT

A otimização por máximo Índice de Sharpe busca identificar a carteira que oferece a melhor relação entre risco e retorno, maximizando o excesso de retorno por unidade de risco assumido. Diferentemente do método de mínima variância, esta abordagem considera explicitamente os retornos esperados dos ativos, sendo mais alinhada aos objetivos de investidores que buscam não apenas reduzir risco, mas maximizar a eficiência da alocação (Sharpe, 1966).

O Índice de Sharpe, conforme apresentado na subseção 2.3.1, mede quantas unidades de excesso de retorno (acima da taxa livre de risco) a carteira gera para cada unidade de risco total (desvio padrão). Valores mais elevados do índice indicam melhor relação risco-retorno ajustada.

O problema de otimização foi calculado maximizando a Equação 9, e seguindo as restrições de alocação completa do capital (Equação 5) e não-negatividade dos pesos (Equação 6). A fórmula da otimização está descrita abaixo:

$$\text{máx } S = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \quad (16)$$

Onde, S representa o valor do índice de Sharpe, R_p o retorno médio da carteira, R_f a taxa livre de risco e σ_p o desvio padrão dos retornos da carteira.

Esta formulação evidencia que a otimização deve balancear simultaneamente a busca por ativos com maiores retornos esperados e a minimização da contribuição para o risco total da carteira.

Uma diferença fundamental entre este método e o de mínima variância reside na dependência explícita dos retornos esperados. A solução ótima é sensível às estimativas de retornos esperado, gerados a partir do histórico dos retornos, o que pode gerar instabilidade nas alocações quando há incerteza significativa sobre os retornos futuros.

Do ponto de vista geométrico, a carteira de máximo Sharpe corresponde ao ponto de tangência entre a LMC e a fronteira eficiente no espaço risco-retorno. A

LMC representa todas as combinações possíveis entre o ativo livre de risco e a carteira de tangência (Bodie; Kane; Marcus, 2015). Este ponto de tangência possui a propriedade de maximizar a inclinação da reta que parte da taxa livre de risco e toca a fronteira eficiente, e esta inclinação é precisamente o Índice de Sharpe.

3.6.3 Modelo de Black-Litterman

3.6.3.1 Coeficiente de aversão ao risco (δ)

No modelo de BL, o parâmetro de aversão ao risco (δ) determina o equilíbrio entre retorno esperado e risco na construção da carteira ótima. Quanto maior o valor de δ , menor será a alocação em ativos de maior risco para um dado conjunto de expectativas e covariâncias (He; Litterman, 1999).

A calibração de δ pode seguir duas abordagens principais. A primeira consiste em estimar o coeficiente empiricamente através da razão entre o prêmio de risco de mercado e a variância do mercado, resultando tipicamente em valores entre 2 e 4 para mercados desenvolvidos (Idzorek, 2004). A segunda abordagem utiliza valores de referência consolidados na literatura acadêmica e na prática de mercado.

He e Litterman (1999), em seu trabalho sobre o modelo, estabeleceram o valor de $\delta = 2,5$ como representativo para a aversão ao risco média de investidores com perfil moderado. Este valor foi posteriormente adotado em diversos estudos aplicados e implementações práticas do modelo. Nordin (2012) analisa o uso deste parâmetro e

confirma que $\delta = 2,5$ representa a convenção mais amplamente aceita na literatura. Pirner e Fischer (2018), em estudo sobre implementação do BL em plataformas de investimento automatizadas, utiliza explicitamente este mesmo valor como padrão.

Este trabalho adota $\delta = 2,5$ por sua ampla aceitação na literatura e por facilitar a comparação dos resultados com outros estudos que utilizam o modelo de BL. Adicionalmente, o foco central deste estudo é avaliar o impacto da inclusão do BTC nas carteiras otimizadas, e não realizar análise de sensibilidade dos parâmetros do modelo.

3.6.3.2 Definição das carteiras de mercado (w^{mkt})

No modelo de BL, o vetor de pesos de mercado w^{mkt} representa a carteira de equilíbrio, refletindo a alocação que equilibra oferta e demanda de ativos quando todos os investidores mantêm expectativas neutras. Black e Litterman (1992) estabelecem que esta carteira de equilíbrio deve ser ponderada pela capitalização de mercado de cada ativo, representando a estrutura de propriedade agregada do mercado.

Para a carteira tradicional composta exclusivamente por ações brasileiras, os pesos de mercado foram calculados com base no valor de mercado de cada ativo em relação ao valor total de mercado da carteira.

$$w_i^{mkt} = \frac{\text{Valor de mercado } i}{\sum \text{Valor de mercado } j} \quad (17)$$

Onde i representa cada ativo j e representa todos os ativos da carteira. Os valores de mercado foram obtidos a partir das capitalizações de mercado das empresas listadas na B3, assegurando que os pesos reflitam a importância relativa de cada ativo no mercado brasileiro.

Para a carteira híbrida, adotou-se uma abordagem mista. Atribuiu-se um peso fixo de 10% ao BTC, valor que reflete tanto a crescente relevância do ativo em carteiras institucionais quanto limitações práticas de liquidez e volatilidade que inviabilizariam alocações substancialmente maiores no contexto brasileiro. Os 90% restantes foram distribuídos entre as ações conforme seus pesos relativos na carteira tradicional, mantendo a proporcionalidade baseada em capitalização de mercado:

$$w_{BTC}^{mkt} = 0,10 \quad (18)$$

$$w_i^{mkt} = 0,90 w_i^{mkt} \quad (19)$$

É importante reconhecer que uma abordagem alternativa seria calcular o peso do BTC com base na razão entre sua capitalização de mercado global e a soma das capitalizações das ações brasileiras mais a capitalização do Bitcoin.

No entanto, essa metodologia apresentaria desafios práticos significativos, incluindo a necessidade de conversão cambial consistente e a incomparabilidade de escalas entre um ativo global (BTC) e ativos domésticos (ações da B3). A abordagem adotada, embora envolva um componente arbitrário, oferece uma aproximação pragmática e permite avaliar o impacto incremental do Bitcoin em carteiras brasileiras tradicionais de forma controlada e replicável.

3.6.3.3 *Parâmetro de incerteza (τ)*

No modelo de BL, o parâmetro τ representa a incerteza sobre os retornos de equilíbrio. Quanto menor o valor de τ , maior a confiança nos retornos de equilíbrio e menor o peso atribuído às visões do investidor. Quanto maior τ , maior a incerteza sobre o equilíbrio e maior o peso das visões na determinação da carteira ótima (He; Litterman, 1999).

Idzorek (2004) e Fuhrer e Hock (2023) utilizam $\tau = 0,05$ em seus trabalhos, valor que se tornou adotado como padrão na literatura e em implementações práticas do modelo. Idzorek (2004) demonstra que, quando a matriz de incerteza das visões (Ω) é calculada proporcionalmente a τ , variações no valor específico de τ têm impacto limitado nos resultados.

Este trabalho adota $\tau = 0,05$

para todas as otimizações realizadas, consistente com o valor estabelecido por Idzorek (2004) e Fuhrer e Hock (2023). Análises de sensibilidade com diferentes valores de τ poderiam ser conduzidas em estudos futuros.

3.6.3.4 *Matriz de Incerteza (Ω)*

No modelo de BL, a matriz Ω representa a incerteza associada às visões do investidor. Quanto menor o valor dos elementos de Ω , maior a confiança nas visões e maior seu impacto na determinação da carteira ótima.

Este estudo utiliza exclusivamente visões absolutas, nas quais cada ativo possui uma expectativa de retorno especificada de forma independente. A matriz Ω é calculada seguindo a abordagem a seguir:

$$\hat{\sigma} \tau \times \text{diag}(\Sigma) \quad (20)$$

Onde $\text{diag}(\Sigma)$ representa a matriz diagonal formada pelas variâncias dos retornos dos ativos e τ o parâmetro de incerteza. Esta especificação assume que a incerteza sobre cada visão é proporcional à volatilidade histórica do respectivo ativo e ao parâmetro de incerteza ($\tau = 0,05$).

3.6.3.5 Especificação das visões (Q)

As visões subjetivas para as ações brasileiras foram obtidas a partir do consenso de analistas disponibilizado pelo Yahoo Finance, coletado em 05 de outubro de 2025. O Yahoo Finance agrega recomendações de 15 analistas para cada ativo, fornecendo preços-alvo que representam a expectativa média do mercado para cada ativo. Os retornos esperados foram calculados utilizando a Equação 12, onde nos preços dos ativos correspondem ao fechamento em 30 de setembro de 2025.

Como os retornos históricos utilizados para estimar a matriz de covariância Σ estão em periodicidade diária, todas as visões foram convertidas para retornos diários utilizando a fórmula de capitalização composta, similar a Equação 13:

$$r_{\text{diário}} = (1 + r_{\text{anual}})^{\frac{1}{252}} - 1 \quad (21)$$

Onde 252 representa o número de dias úteis de negociação em um ano.

A Tabela 7 a seguir apresenta as visões subjetivas para as 9 ações da B3 incluídas no estudo.

Tabela 7 – Visões subjetivas das ações brasileiras

Ativo	Preço (R\$)	Preço alvo (R\$)	Visão Anual	Visão Diária
BBDC4	17,67	19,02	7,64%	0,0292%
BRAP4	16,93	20,61	21,74%	0,0781%
CMIG4	11,15	11,6	4,04%	0,0157%
CPEL6	12,88	14,04	9,01%	0,0342%
CYRE3	30,7	34,96	13,88%	0,0516%
GGBR4	16,61	22,46	35,22%	0,1198%
ITSA4	11,47	12,95	12,90%	0,0482%

PETR4	31,46	40,65	29,21%	0,1018%
VBBR3	24,59	27,06	10,04%	0,0380%

Fonte: Yahoo Finance (2025). Elaborado pelo autor.

Para o Bitcoin, a ausência de consenso de analistas tradicional motivou a especificação de três cenários alternativos, refletindo diferentes graus de otimismo sobre a valorização do ativo. Estes cenários foram baseados em projeções de instituições financeiras globais para o horizonte futuro, incluindo estimativas do Citigroup (USD 181.000), JPMorgan (USD 165.000) e projeções mais conservadoras em torno de USD 135.000 (CoinDesk, 2025a; CoinDesk, 2025b; Yahoo Finance, 2025).

Com base nestas referências e considerando a cotação do BTC-BRL em R\$607.491 em 30 de setembro de 2025, foram definidos três cenários para a carteira híbrida, apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Visões subjetivas do Bitcoin por cenário

Ativo	Preço (R\$)	Preço alvo (R\$)	Visão Anual	Visão Diária
CENÁRIO 1	607491	650000	7,00%	0,0268%
CENÁRIO 2	607491	750000	23,46%	0,0837%
CENÁRIO 3	607491	850000	39,92%	0,1334%

Fonte: CoinDesk (2025a, 2025b) e Yahoo Finance (2025). Fonte: Elaborado pelo autor.

Foram realizadas quatro otimizações distintas utilizando o modelo de Black-Litterman: uma otimização para a carteira tradicional composta exclusivamente por ações brasileiras, e três otimizações para a carteira híbrida correspondendo aos cenários 1, 2 e 3 de valorização do Bitcoin. Em todas as otimizações, as visões das ações permanecem constantes, variando apenas a expectativa de retorno do Bitcoin.

3.6.3.6 Retornos de equilíbrio implícitos (π)

O modelo parte da premissa de que os pesos de mercado refletem o consenso dos investidores sobre os retornos esperados dos ativos. Os retornos de equilíbrio implícitos (π) são aqueles que, justificam a estrutura de pesos observada no mercado (Black; Litterman, 1992).

Esses retornos são calculados através da Equação 7. Esta formulação estabelece que os retornos de equilíbrio são proporcionais ao risco que cada ativo contribui para a carteira de mercado, ponderado pelo grau de aversão ao risco.

Os retornos π servem como ponto de partida neutro do modelo, sendo posteriormente ajustados pelas visões do investidor para gerar os retornos esperados finais.

3.6.3.7 *Retornos esperados ajustados (μ_{BL})*

Os retornos esperados ajustados (μ_{BL}) do modelo de Black-Litterman são obtidos pela Equação 8, que combina os retornos de equilíbrio implícitos (π) com as visões do investidor (Q), ponderados pelas respectivas incertezas $\tau\Sigma$ e Ω . Estes retornos ajustados são então utilizados como inputs no processo de otimização da carteira.

3.6.3.8 *Otimização das carteiras*

Após obter os retornos esperados ajustados (μ_{BL}), a determinação dos pesos ótimos das carteiras segue o mesmo critério já utilizado pela otimização de máximo Índice de Sharpe, apenas alterando o vetor de retorno esperado. O problema de otimização é formulado abaixo:

$$R_{p,BL} = \mu_{BL} * w \quad (22)$$

$$máx S = \frac{R_{p,BL} - R_f}{\sigma_p} \quad (23)$$

Sendo $R_{p,BL}$ o retorno médio do portfólio a partir dos retornos esperados ajustados, w os pesos ótimos da carteira, R_f a taxa livre de risco e σ_p o desvio padrão do portfólio.

3.7 MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO DAS CARTEIRAS OTIMIZADAS

Após a otimização das carteiras pelos diferentes métodos apresentados, torna-se necessário estabelecer um conjunto de métricas que permitam avaliar e comparar o desempenho esperado de cada estratégia de alocação.

3.7.1 Retorno esperado

O retorno esperado do portfólio representa a média ponderada dos retornos esperados dos ativos que a compõem, sendo calculado conforme a Equação 2 já apresentada na seção 2.2.1. Para os portfólios pelo modelo da MPT, os retornos esperados dos ativos individuais correspondem às médias aritméticas simples das séries históricas de retornos diários observados no período analisado.

Para os portfólios otimizados pelo modelo de BL, os retornos esperados utilizados são os retornos esperados ajustados (μ_{BL}), conforme apresentado na seção 3.6.3.7.

Como os retornos históricos foram calculados em periodicidade diária, procede-se à anualização dos retornos esperados dos portfólios utilizando a Equação 13, já comentada anteriormente.

3.7.2 Volatilidade

A volatilidade do portfólio, medida pelo desvio padrão dos seus retornos, representa a métrica fundamental de risco na MPT. O cálculo da volatilidade de uma carteira considera não apenas a volatilidade individual de cada ativo, mas também as covariâncias entre todos os pares de ativos, conforme a Equação 3 apresentada na seção 2.2.1.

A volatilidade do portfólio é calculada durante o processo de otimização utilizando a matriz de covariância estimada com dados históricos diários. Após a otimização, a volatilidade diária resultante é anualizada utilizando a Equação 14 para fins de apresentação e comparação dos resultados.

3.7.3 Índice de Sharpe

O Índice de Sharpe, proposto por William Sharpe (1966), representa uma das métricas de desempenho ajustado ao risco mais utilizadas na avaliação de investimentos. O índice mede o excesso de retorno obtido pela carteira em relação à taxa livre de risco por unidade de risco total assumido, conforme a Equação 9.

Para o cálculo do Índice de Sharpe das carteiras otimizadas neste estudo, utilizamos o retorno esperado de cada portfólio, a taxa livre de risco e o desvio padrão dos portfólios otimizados, todos os parâmetros já anualizados.

3.7.4 Medida Ômega

A Medida Ômega será calculada para todos os portfólios otimizados utilizando a formulação apresentada por Kazemi, Schneeweis e Gupta (2004) na Equação 11, conforme fundamentado na seção 2.3.2.

Para o cálculo, os pesos ótimos obtidos em cada otimização são aplicados às séries históricas de retornos diários dos ativos em todo o período analisado, gerando a série de retornos diários de cada carteira. A Medida Ômega é então calculada sobre estes retornos diários, utilizando como limiar mínimo aceitável (L), que no caso desse estudo foi utilizado o valor da taxa livre de risco em valor diário.

A utilização de retornos diários no cálculo da medida Ômega é metodologicamente necessária, uma vez que a métrica depende da frequência e magnitude de ganhos e perdas observados em relação ao limiar.

A comparação dos valores da medida Ômega entre as diferentes estratégias permitirá avaliar qual método de otimização e composição de ativos oferece melhor desempenho considerando toda a distribuição de retornos, sendo particularmente relevante para as carteiras híbridas que incluem BTC.

3.8 FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS

A implementação dos modelos de otimização de carteiras e o cálculo das métricas de desempenho foram realizados utilizando duas plataformas computacionais distintas: Microsoft Excel e a linguagem de programação Python. Esta abordagem dual tem como objetivo assegurar a robustez e confiabilidade dos resultados através da validação cruzada das soluções obtidas por diferentes métodos numéricos.

3.8.1 Microsoft Excel

O Microsoft Excel foi utilizado como plataforma principal para a estruturação dos dados, cálculo dos parâmetros estatísticos (retornos médios, matriz de covariância, correlações) e visualização preliminar dos resultados. A ferramenta Solver, suplemento nativo do Excel, foi empregada para resolver os problemas de otimização quadrática associados aos modelos de Mínima Variância, Máximo Índice de Sharpe, pelos modelos da MPT e BL.

O Solver utiliza algoritmos de programação não-linear, especificamente o método GRG (*Generalized Reduced Gradient*) Nonlinear, adequado para problemas de otimização com restrições lineares e não-lineares.

3.8.2 Python

Como procedimento de validação metodológica, todas as otimizações foram reimplementadas utilizando a linguagem de programação Python, através do Google Colab, e a biblioteca `scipy.optimize`, reconhecida por sua robustez em problemas de otimização numérica.

A biblioteca `scipy.optimize` oferece múltiplos algoritmos de otimização, tendo sido utilizado neste estudo o método SLSQP (*Sequential Least Squares Programming*), especialmente adequado para problemas de otimização com restrições de igualdade e desigualdade. Este método implementa uma aproximação sequencial de programação quadrática e demonstra convergência eficiente para problemas de otimização de portfólio.

3.8.3 Validação entre as ferramentas

A validação cruzada dos resultados obtidos pelas duas plataformas constitui procedimento fundamental para assegurar a confiabilidade das soluções de otimização. Problemas de otimização não-linear podem apresentar múltiplos ótimos locais ou sensibilidade a parâmetros numéricos, tornando essencial a verificação da convergência de diferentes implementações para soluções equivalentes.

Para cada uma das oito carteiras otimizadas, os pesos ótimos obtidos pelo Solver do Excel foram comparados com os pesos resultantes da otimização via `scipy.optimize` em Python.

Adicionalmente, as métricas de desempenho (retorno esperado, volatilidade, Índice de Sharpe e Medida Ômega) calculadas a partir dos pesos ótimos foram verificadas em ambas as plataformas, assegurando consistência dos resultados apresentados.

3.9 LIMITAÇÕES DA PESQUISA

3.9.1 Limitações de dados

O período de análise de 01/01/2022 a 30/09/2025 (45 meses), embora suficiente para estimação de parâmetros estatísticos, pode não capturar ciclos econômicos completos ou eventos extremos de mercado que ocorram em horizontes temporais mais longos. A escolha deliberada de iniciar a amostra em 2022, visando evitar distorções causadas pela pandemia de COVID-19, implica que os resultados refletem predominantemente condições de mercado do período pós-pandêmico.

O universo de ativos analisado restringe-se a nove ações brasileiras e ao BTC. Esta limitação foi imposta por critérios de seleção rigorosos baseados em análise fundamentalista e liquidez, mas implica que os resultados não capturam a totalidade das oportunidades de investimento disponíveis no mercado brasileiro. Setores econômicos importantes podem estar sub-representados ou ausentes na amostra, e a exclusão de outros criptoativos além do BTC limita as conclusões sobre a classe de ativos digitais como um todo.

3.9.2 Limitações MPT

A MPT, base fundamental dos modelos de otimização aplicados, assume premissas que podem não se verificar completamente na prática. A premissa de normalidade dos retornos, particularmente relevante para o cálculo do Índice de Sharpe, pode ser violada por ativos de alta volatilidade como o BTC, que frequentemente apresentam distribuições com assimetria (Baur; Dimpfl, 2018).

Os modelos de otimização assumem que os parâmetros estimados a partir de dados históricos permanecerão estáveis no futuro. Esta premissa de estacionariedade constitui simplificação necessária para viabilizar a otimização, mas ignora a possibilidade de mudanças estruturais nas características dos ativos ao longo do tempo. Em particular, as correlações entre ativos podem variar significativamente em períodos de crise em relação a períodos normais de mercado.

3.9.3 Limitações Black-Litterman

As visões subjetivas utilizadas no modelo de Black-Litterman baseiam-se em consenso de analistas disponibilizado publicamente, o que introduz subjetividade e possibilidade de viés sistemático nas estimativas. Para o Bitcoin, os três cenários de expectativas de retorno foram definidos com base em projeções de instituições financeiras, mas permanecem arbitrários e não exaustivos do espectro de possibilidades futuras.

O parâmetro de incerteza sobre os retornos de equilíbrio (τ) foi fixado em 0,05, seguindo a literatura estabelecida (Idzorek, 2004; Fuhrer; Hock, 2023), mas análises de sensibilidade com valores alternativos não foram conduzidas. Similarmente, o coeficiente de aversão ao risco (δ) foi estimado de forma aproximada, e sua variação poderia impactar os resultados obtidos.

A estimação dos pesos de mercado para as ações brasileiras e para o Bitcoin envolveu simplificações metodológicas, conforme discutido nas seções 3.6.3.2. Estes pesos não refletem necessariamente a estrutura real de capitalização de mercado e alocação de investidores, introduzindo um componente adicional de incerteza nos retornos de equilíbrio implícitos.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo apresenta e analisa os resultados obtidos pela aplicação dos métodos de otimização de carteiras descritos no capítulo anterior. A análise é estruturada de forma a responder aos objetivos específicos estabelecidos, avaliando o desempenho das estratégias de alocação sob diferentes métricas de risco-retorno e investigando o impacto da inclusão do BTC em carteiras compostas por ações brasileiras.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DOS ATIVOS

Antes de apresentar as carteiras otimizadas, é fundamental caracterizar o comportamento individual dos ativos que compõem o universo de investimento. Esta análise preliminar permite compreender as propriedades estatísticas que influenciam os resultados da otimização e estabelece a referência para avaliar os benefícios da diversificação.

Tabela 9 – Estatísticas individuais

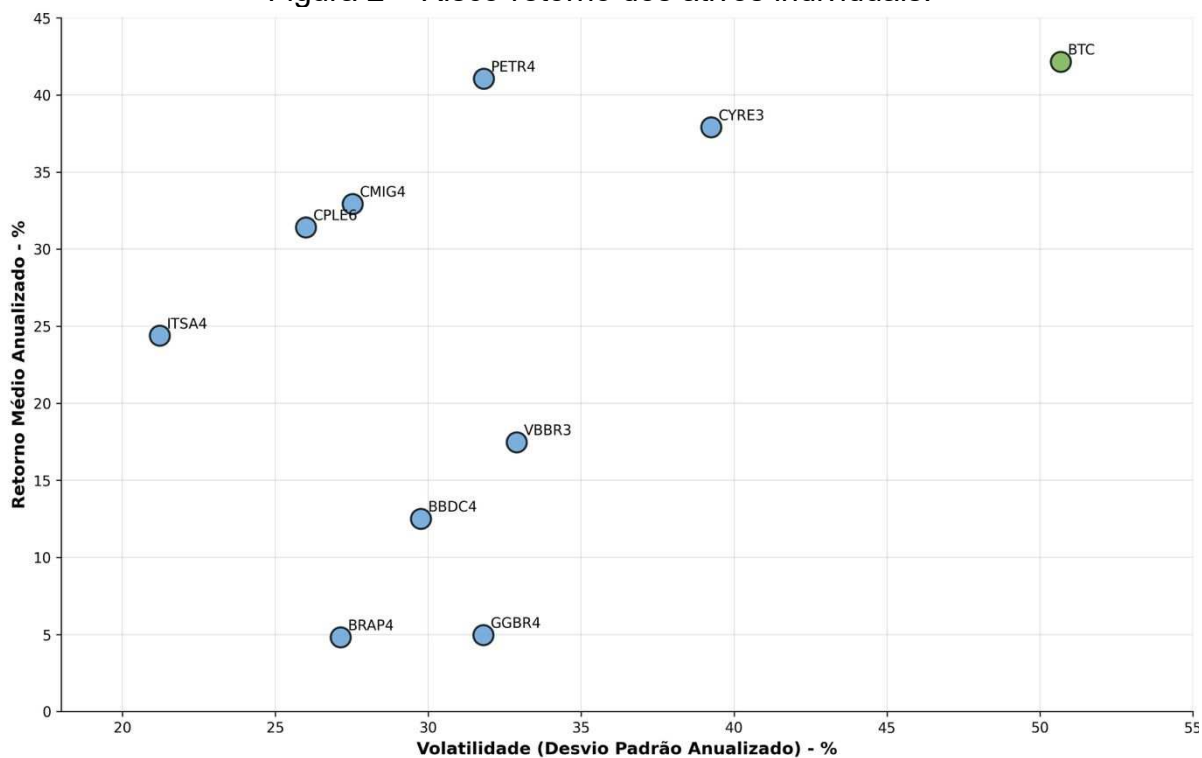
Ativo	Retorno médio anual	Desvio Padrão anual	Sharpe Individual
BBDC4	12,50%	29,76%	0,01
BRAP4	4,81%	27,14%	-0,27
CMIG4	32,92%	27,53%	0,75
CPLE6	31,40%	26,00%	0,74
CYRE3	37,90%	39,25%	0,65
GGBR4	4,95%	31,80%	-0,23
ITSA4	24,38%	21,22%	0,57
PETR4	41,05%	31,82%	0,91
VBBR3	17,46%	32,89%	0,16
BTC-BRL	42,15%	50,68%	0,59

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 9, sintetizou as estatísticas descritivas dos retornos dos dez ativos analisados. Conforme observado, o BTC apresenta o maior retorno médio anualizado (42,15%), seguido por PETR4 (41,05%). Em termos de risco, medido pelo desvio padrão anualizado, o BTC também se destaca significativamente com

volatilidade de 50,68%, substancialmente superior às ações brasileiras, que apresentam volatilidades entre 26% e 40% ao ano.

Figura 2 – Risco-retorno dos ativos individuais.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 4 representa o gráfico de dispersão com volatilidade (desvio padrão) no eixo x e retorno médio no eixo y. Cada ponto representa um ativo, identificado pelo seu ticker.

A visualização gráfica evidencia o *trade-off* fundamental entre risco e retorno. Observa-se que o BTC ocupa posição única no espaço risco-retorno, apresentando simultaneamente o maior potencial de ganho e a maior volatilidade. Entre as ações brasileiras, PETR4 destaca-se por combinar retorno elevado com volatilidade relativamente moderada.

A análise de correlações, apresentada na Tabela 4 da seção 3.4, revelou que o BTC apresenta correlações baixas ou próximas de zero com todos os ativos tradicionais, variando entre 0,15 (GGBR4) e -0,06 (CPLE6). Entre as ações, observam-se correlações moderadas a altas dentro de setores similares, como esperado pela exposição a fatores de risco comuns.

A combinação de alto retorno médio, alta volatilidade e baixa correlação com ativos tradicionais posiciona o BTC como um ativo com características para

otimização de portfólio. A MPT sugere que ativos com baixa correlação podem contribuir para redução do risco total da carteira mesmo quando individualmente voláteis, desde que sua inclusão seja adequadamente dimensionada.

4.2 COMPOSIÇÃO DAS CARTEIRAS OTIMIZADAS

Esta seção apresenta os pesos ótimos obtidos para cada uma das oito carteiras otimizadas, organizadas segundo os três métodos de otimização aplicados. Conforme estabelecido na metodologia, todas as otimizações foram implementadas em duas plataformas computacionais distintas - Microsoft Excel (Solver) e Python (scipy.optimize) - como procedimento de validação cruzada dos resultados.

Os pesos são apresentados comparativamente para ambas as plataformas, seguidos de discussão sobre as diferenças observadas e análise das composições resultantes. A validação cruzada permite verificar a robustez das soluções obtidas e identificar a sensibilidade dos resultados a diferentes implementações algorítmicas.

4.2.1 Carteiras de mínima variância

O método de Mínima Variância busca exclusivamente minimizar o risco total da carteira, sem considerar explicitamente os retornos esperados dos ativos. A Tabela 10 apresenta os pesos ótimos obtidos para as carteiras tradicional e híbrida em ambas as plataformas computacionais.

Tabela 10 – Pesos ótimos – Carteiras de Mínima Variância

ATIVOS	MPT_TRAD_MV		diferença (p.p)	MPT_HIBR_MV		diferença (p.p)
	EXCEL	PYTHON		EXCEL	PYTHON	
BBDC4	0,87%	2,14%	-1,27	0,48%	0,48%	0,00
BRAP4	22,72%	25,58%	-2,86	19,88%	21,69%	-1,81
CMIG4	7,03%	6,32%	0,71	6,76%	6,28%	0,48
CPL6	19,62%	20,97%	-1,35	19,59%	21,34%	-1,75
CYRE3	0,00%	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00
GGBR4	2,24%	1,20%	1,04	0,00%	0,00%	0,00
ITSA4	33,50%	29,16%	4,34	29,36%	26,58%	2,78
PETR4	14,02%	13,96%	0,06	13,66%	13,37%	0,29
VBBR3	0,00%	0,67%	-0,67	0,30%	0,34%	-0,04
BTC-BRL	-	-		9,97%	9,92%	0,05
Total	100,00%	100,00%		100,00%	100,00%	

Fonte: Elaborado pelo autor.

A validação cruzada revela certa divergência entre as plataformas, com a maior divergência individual observada em ITSA4 na carteira tradicional (4,34 pontos percentuais). Esta diferença pode ser atribuída aos diferentes modelos de otimização usados por cada software, como comentado na seção 3.8.

Apesar das diferenças pontuais nos pesos, ambas as plataformas convergiram para a mesma estratégia em concentração em ITSA4 (33,5% e 29,2%), BRAP4 (22,7% e 25,6%) e CPLE6 (19,6% e 20,1%) como ativos principais da carteira de Mínima Variância tradicional. Esta composição reflete a busca por ativos com volatilidades individuais moderadas e correlações que favorecem a redução do risco total do portfólio.

A exclusão de CYRE3 em ambas as implementações (peso zero) é particularmente significativa. CYRE3 apresenta a segunda maior volatilidade entre as ações brasileiras (39,25%), o que torna sua inclusão incompatível com o objetivo de minimização do risco total. A exclusão consistente em ambos os softwares reforça a robustez desta conclusão.

A inclusão do Bitcoin na carteira híbrida (MPT_HIBR_MV) resultou em alocação próxima de 10% no criptoativo em ambas as plataformas (9,97% Excel; 9,92% Python). Esse peso moderado reflete o *trade-off* entre o potencial de diversificação proporcionado pela baixa correlação do BTC com os ativos tradicionais (correlações variando entre -0,06 e 0,15, conforme Tabela 4) e sua elevada volatilidade individual (50,68%).

A entrada do BTC provocou ajustes similares em ambas as implementações: redução mais significativa em ITSA4 (de 33,50% para 29,36% no Excel; de 29,16% para 26,58% no Python) e BRAP4 (de 22,72% para 19,88% no Excel; de 25,58% para 21,69% no Python). A consistência destes ajustes entre as plataformas reforça a interpretação de que representam o rebalanceamento necessário para acomodar o novo ativo mantendo a minimização da volatilidade total como objetivo.

Só reforçando a observação colocada na seção 3.6.1, por conta da otimização não levar em conta os retornos, os pesos ótimos encontrados para o método de Mínima Variância pelo modelo MPT também serão utilizados para o cálculo das métricas dos portfólios de Mínima Variância do modelo de BL.

4.2.2 Carteiras de máximo Sharpe – Modelo MPT

As carteiras de Máximo Sharpe otimizadas pelo método de Markowitz utilizam as médias históricas dos retornos como estimativas dos retornos esperados futuros. A Tabela 11 apresenta os pesos ótimos obtidos em ambas as plataformas.

Tabela 11 – Pesos ótimos – Carteiras de Máximo Sharpe pelo modelo MPT

ATIVOS	MPT_TRAD_MS		diferença (p.p)	MPT_HIBR_MS		diferença (p.p)
	EXCEL	PYTHON		EXCEL	PYTHON	
BBDC4	0,00%	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00
BRAP4	0,00%	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00
CMIG4	17,37%	17,85%	-0,48	13,63%	14,19%	-0,56
CPLE6	26,66%	28,11%	-1,45	23,62%	24,95%	-1,33
CYRE3	11,77%	11,15%	0,62	8,44%	7,82%	0,62
GGBR4	0,00%	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00
ITSA4	0,00%	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00
PETR4	44,20%	42,89%	1,31	35,54%	34,63%	0,91
VBBR3	0,00%	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00
BTC-BRL	-	-		18,77%	18,41%	0,36
Total	100,00%	100,00%		100,00%	100,00%	

Fonte: Elaborado pelo autor.

As carteiras de Máximo Sharpe pelo modelo MPT apresentam mais convergência entre as plataformas, com diferença máxima de apenas 1,45 pontos percentuais. Esta convergência superior à observada nas carteiras de Mínima Variância pode ser atribuída à maior clareza do objetivo de otimização: maximizar uma razão definida (Sharpe) em vez de minimizar uma variância sujeita a múltiplas interações de covariância.

Ambas as implementações convergem para carteiras substancialmente mais concentradas que as de Mínima Variância, com alocações em apenas quatro ativos na carteira tradicional: PETR4, CPLE6, CMIG4 e CYRE3. A exclusão de cinco dos nove ativos disponíveis ocorre de forma idêntica em ambas as plataformas, evidenciando que esta concentração não é artefato computacional, mas resultado estrutural do método.

A composição obtida reflete diretamente os Índices de Sharpe individuais dos ativos apresentados na Tabela 9: PETR4 possui o maior Sharpe entre todas as ações (0,91), seguido por CMIG4 (0,75) e CPLE6 (0,74).

A exclusão consistente de ativos como BRAP4 e GGBR4, que apresentam Índices de Sharpe negativos (-0,27 e -0,23 respectivamente), valida a lógica do modelo: estes ativos proporcionam retornos médios históricos inferiores à taxa livre de risco utilizada tornando-os ineficientes do ponto de vista da relação risco-retorno ajustada.

A inclusão do BTC na carteira híbrida resultou em alocação de 18,77% para o Excel e 18,41% para o Python, demonstrando convergência. Este peso expressivo, substancialmente superior ao observado na carteira de Mínima Variância, reflete a consideração explícita do alto retorno médio histórico do BTC (42,15% a.a.) na otimização de Máximo Sharpe.

Embora o Índice de Sharpe individual do BTC (0,59) seja inferior ao de PETR4 (0,91), CMIG4 (0,75) e CPLE6 (0,74), sua inclusão em proporção significativa melhora a relação risco-retorno total da carteira devido aos benefícios de diversificação proporcionados pela baixa correlação com os ativos tradicionais.

4.2.3 Carteiras de máximo Sharpe – Modelo BL

O modelo de BL combina retornos de equilíbrio implícitos com visões subjetivas de analistas para estimar os retornos esperados utilizados na otimização. As Tabelas 12 e 13 apresentam os pesos ótimos dos quatro portfólios otimizados por este método em ambas as plataformas.

Tabela 12 – Pesos ótimos – Carteiras de Máximo Sharpe pelo modelo BL: Tradicional e Cenário 1

ATIVOS	BL_TRAD_MS		diferença (p.p)	BL_HIBR_MS_1		diferença (p.p)
	EXCEL	PYTHON		EXCEL	PYTHON	
BBDC4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BRAP4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CMIG4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CPLE6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CYRE3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
GGBR4	38,06%	38,42%	-0,36%	41,82%	42,21%	-0,39%
ITSA4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PETR4	61,94%	61,58%	0,36%	58,18%	57,79%	0,39%
VBBR3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BTC-BRL	-	-		0,00%	0,00%	0,00%
Total	100,00%	100,00%		100,00%	100,00%	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 13 – Pesos ótimos – Carteiras de Máximo Sharpe pelo modelo BL: Cenários 2 e 3

ATIVOS	BL_HIBR_MS_2		diferença (p.p)	BL_HIBR_MS_3		diferença (p.p)
	EXCEL	PYTHON		EXCEL	PYTHON	
BBDC4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BRAP4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CMIG4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CPL6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CYRE3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
GGBR4	40,70%	38,90%	1,80%	33,73%	32,65%	1,08%
ITSA4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PETR4	54,51%	55,08%	-0,57%	47,97%	48,88%	-0,91%
VBBR3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BTC-BRL	4,79%	6,02%	-1,23%	18,30%	18,47%	-0,17%
Total	100,00%	100,00%		100,00%	100,00%	

Fonte: Elaborado pelo autor.

As carteiras otimizadas pelo modelo de BL apresentam uma boa convergência entre as plataformas dentre todos os métodos analisados, com diferenças máximas de apenas 1,80 pontos percentuais.

A convergência valida a implementação correta do modelo em ambas as plataformas e ambas as implementações convergem para a mesma estratégia fundamental: concentração extrema na combinação PETR4 + GGBR4, com eventual participação do BTC nos cenários mais otimistas.

A dominância de PETR4 é consistente com seu desempenho histórico superior (retorno de 41,05% a.a. e Sharpe de 0,91) e reflete as expectativas positivas dos analistas para o ativo, conforme visões apresentadas na Tabela 7 (seção 3.6.3.5).

A alocação expressiva em GGBR4, convergente em ambas as plataformas, merece análise detalhada por sua aparente contradição com o desempenho histórico do ativo. GGBR4 apresentou retorno médio histórico de apenas 4,95% a.a., consideravelmente inferior à taxa livre de risco de 12,25%, resultando em Índice de Sharpe individual negativo (-0,27). Nas carteiras de Markowitz, este ativo recebeu peso zero em ambas as plataformas para a otimização de maximização do Índice de Sharpe, como esperado dado seu desempenho histórico desfavorável.

A alocação em GGBR4 nas carteiras pelo modelo BL, consistente entre Excel e Python, evidencia a influência dominante das visões de analistas no modelo. As visões obtidas do consenso de mercado (Tabela 7) indicam expectativas

fortemente positivas para GGBR4, com preço-alvo significativamente superior ao preço corrente em 30/09/2025.

Este resultado, replicado de forma consistente em ambas as plataformas computacionais, ilustra a característica fundamental que diferencia os modelos, enquanto a MPT é exclusivamente baseada em dados históricos, o BL é prioriza expectativas futuras sobre performance passada. A convergência entre as implementações valida que esta é uma consequência estrutural do modelo quando visões otimistas dominam retornos históricos desfavoráveis.

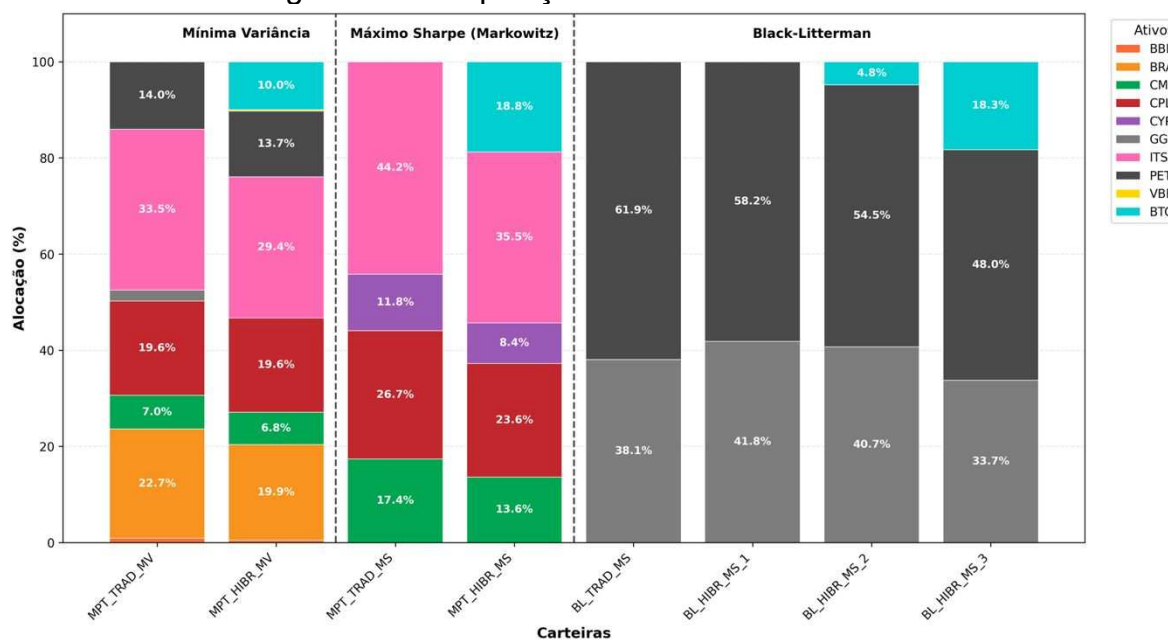
A comparação entre os três cenários de expectativas para o BTC revela sensibilidade clara e consistente das alocações aos retornos esperados ajustados em ambas as plataformas:

- a) Cenário 1 (BL_HIBR_MS_1): Com expectativa de retorno de +7% para o BTC, ambos os otimizadores alocaram peso zero no criptoativo. Esta visão conservadora, combinada com a elevada volatilidade do BTC, resultou em relação risco-retorno ajustada insuficiente para justificar sua inclusão na carteira ótima.
- b) Cenário 2 (BL_HIBR_MS_2): Com expectativa de +23,5%, o BTC entrou na composição ótima com peso de 4,79% para o Excel e 6,02% para o Python, apresentando a maior divergência para o BTC entre plataformas dentre as carteiras BL (1,23 pontos percentuais). Esta alocação limitada reflete o balanceamento entre o retorno esperado elevado e a alta volatilidade.
- c) Cenário 3 (BL_HIBR_MS_3): Com expectativa de +39,9%, a alocação em BTC aumentou substancialmente para ambas 18,30% no Excel e 18,47% no Python, evidenciando convergência. Esses pesos são próximos aos observados na carteira de MPT_HIBR_MS (18,77% Excel; 18,41% Python).

4.2.4 Síntese visual das composições

Para facilitar a comparação visual entre as oito carteiras otimizadas, a Figura 3 apresenta gráfico de barras empilhadas com a distribuição dos pesos encontrados em Excel, escolhido por ser mais amplamente utilizado.

Figura 3 – Composição 8 carteiras otimizadas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A visualização evidencia o contraste entre os modelos com as carteiras de Mínima Variância apresentando diversificação mais ampla, as carteiras de Máximo Sharpe via MPT concentram-se em quatro a cinco ativos, e as carteiras de BL exibem concentrações extremas em dois a três ativos.

A participação do BTC varia significativamente conforme o método e cenário, oscilando entre 0% (BL Cenário 1) e 18,77% (MPT híbrida), validando a sensibilidade das alocações às expectativas de retorno do criptoativo.

4.3 MÉTRICAS DE DESEMPENHO DAS CARTEIRAS

Esta seção apresenta e analisa as métricas de desempenho das doze carteiras, avaliadas segundo quatro indicadores: retorno esperado anualizado, volatilidade anualizada, Índice de Sharpe e Medida Ômega. Conforme estabelecido na metodologia (seção 3.7), estas métricas capturam diferentes dimensões do desempenho de investimentos, permitindo comparação entre as estratégias implementadas.

Seguindo o procedimento de validação cruzada adotado para os pesos ótimos, todas as métricas foram calculadas em ambas as plataformas

computacionais (Excel e Python), permitindo verificar a convergência dos resultados e a robustez das conclusões obtidas.

4.3.1 Retorno esperado e volatilidade

O retorno esperado e a volatilidade constituem os parâmetros fundamentais da MPT, representando respectivamente o retorno médio esperado e o risco total da carteira.

4.3.1.1 Análise das carteiras de Mínima Variância - modelo MPT

Vale ressaltar que para as carteiras de Mínima Variância, a otimização foi baseada na mínima volatilidade encontrada para cada carteira. Na Tabela 14 podemos verificar a convergência entre as plataformas para esse modelo.

Tabela 14 – Retornos esperados e volatilidade – Carteira de Mínima Variância pelo modelo MPT

CARTEIRAS	RETORNO		diferença (p.p)	VOLATILIDADE		diferença (p.p)
	EXCEL	PYTHON		EXCEL	PYTHON	
MPT_TRAD_MV	23,08%	22,52%	0,56	17,04%	17,07%	-0,03
MPT_HIBR_MV	25,77%	25,40%	0,37	16,22%	16,23%	-0,01

Fonte: Elaborado pelo autor.

As carteiras de Mínima Variância via MPT apresentam, conforme esperado, as menores volatilidades dentre todas as estratégias analisadas: 17,04 em Excel e 17,07% em Python para a carteira tradicional e 16,22% em Excel e 16,23% em Python para a híbrida. A inclusão do BTC na carteira de Mínima Variância resultou em redução adicional da volatilidade de aproximadamente 0,8 p.p. em ambas as plataformas, validando empiricamente o potencial de diversificação do criptoativo.

Simultaneamente, a carteira híbrida apresentou retorno esperado superior, evidenciando que a inclusão do BTC permitiu melhorar tanto o retorno quanto o risco. Este resultado, consistente em ambas as implementações, confirma que o BTC, apesar de sua alta volatilidade individual (50,68%), contribui positivamente para carteiras de Mínima Variância.

4.3.1.2 *Análise das carteiras de Máximo Sharpe - modelo MPT*

Para as carteiras de Máximo Sharpe, a função objetivo tinha como finalidade a maximização do Índice de Sharpe. Com isso, a Tabela 15 mostra diferenças proporcionais, fazendo sentido com a Equação 9.

Tabela 15 – Retornos esperados e volatilidade – Carteiras de Máximo Sharpe pelo modelo MPT

CARTEIRAS	RETORNO		diferença (p.p)	VOLATILIDADE		diferença (p.p)
	EXCEL	PYTHON		EXCEL	PYTHON	
MPT_TRAD_MS	36,63%	36,47%	0,16	21,31%	21,18%	0,13
MPT_HIBR_MS	37,53%	37,37%	0,16	19,24%	19,12%	0,12

Fonte: Elaborado pelo autor.

As carteiras de Máximo Sharpe via MPT alcançaram os maiores retornos esperados dentre todas as estratégias: 36,63% em Excel e 36,47% em Python para a tradicional e 37,53% em Excel e 37,37% em Python para a híbrida. Há convergência entre plataformas, com diferenças de 0,16 pontos percentuais, visto que o modelo de otimização não tinha como objetivo o retorno em específico da carteira.

A inclusão do BTC elevou o retorno esperado em aproximadamente 0,9 p.p. enquanto reduziu a volatilidade em cerca de 2 p.p, resultado convergente em ambas as plataformas. Esta melhoria simultânea em retorno e risco representa o cenário ideal de diversificação, justificando a alocação de BTC nas carteiras híbridas de Máximo Sharpe.

4.3.1.3 *Análise das carteiras Mínima Variância - modelo BL*

Como estabelecido na metodologia (seção 3.6.1), as carteiras de Mínima Variância do modelo BL utilizam os pesos ótimos obtidos pela otimização MPT, uma vez que a minimização de variância não depende dos retornos esperados. Apenas as métricas de retorno esperado e, conseqüentemente, os índices de desempenho, são impactados pelas visões do modelo BL. A Tabela 16 apresenta os retornos esperados e volatilidades destas carteiras.

Tabela 16 – Retornos esperados e volatilidade – Carteiras de Mínima Variância pelo modelo BL

CARTEIRAS	RETORNO		diferença (p.p)	VOLATILIDADE		diferença (p.p)
	EXCEL	PYTHON		EXCEL	PYTHON	
BL_TRAD_MV	13,21%	13,24%	0,03	17,04%	17,07%	0,03
BL_HIBR_MV_1	12,32%	12,35%	0,03	16,22%	16,23%	0,01
BL_HIBR_MV_2	13,10%	13,13%	0,03	16,22%	16,23%	0,01
BL_HIBR_MV_3	13,79%	13,81%	0,02	16,22%	16,23%	0,01

Fonte: Elaborado pelo autor.

As carteiras BL de Mínima Variância apresentam volatilidades idênticas às correspondentes MPT (17,04% para tradicional; 16,22% para híbridas), confirmando a utilização dos mesmos pesos ótimos. Entretanto, os retornos esperados divergem substancialmente: as carteiras BL apresentam retornos entre 12,32% e 13,79%, consideravelmente inferiores aos das carteiras MPT (23,08% e 25,77%).

Enquanto o modelo MPT utiliza diretamente as médias históricas dos retornos, o modelo BL combina retornos de equilíbrio implícitos com visões de analistas. Para o conjunto de ativos analisado, esta combinação resultou em expectativas de retorno substancialmente mais conservadoras que as médias históricas.

A inclusão do BTC nas carteiras híbridas produziu efeito marginal nos retornos esperados BL, elevando-os de 13,21% (tradicional) para 13,79% (cenário 3 sendo o mais otimista), ganho de apenas 0,58 pontos percentuais. Este contraste com o ganho de 2,69 pontos percentuais observado nas carteiras MPT (de 23,08% para 25,77%) evidencia que os retornos ajustados pelo modelo BL limitaram a contribuição do BTC mesmo nos cenários mais otimistas.

4.3.1.4 *Análise das carteiras Máximo Sharpe - modelo BL*

Para as carteiras de Máximo Sharpe pelo modelo BL, a otimização visa maximizar o Índice de Sharpe utilizando os retornos esperados ajustados pelo

modelo BL. A Tabela 17 apresenta os retornos esperados e volatilidades das quatro carteiras BL de Máximo Sharpe.

Tabela 17 – Retornos esperados e volatilidade – Carteiras de máximo Sharpe pelo modelo BL

CARTEIRAS	RETORNO		diferença (p.p)	VOLATILIDADE		diferença (p.p)
	EXCEL	PYTHON		EXCEL	PYTHON	
BL_TRAD_MS	24,09%	24,08%	0,01	25,29%	25,26%	0,03
BL_HIBR_MS_1	23,44%	23,44%	0,00	25,05%	25,03%	0,02
BL_HIBR_MS_2	23,16%	23,09%	0,07	24,07%	23,93%	0,14
BL_HIBR_MS_3	23,62%	23,63%	0,01	22,95%	22,98%	0,03

Fonte: Elaborado pelo autor.

As carteiras otimizadas pelo modelo de BL apresentam retornos esperados consideravelmente inferiores (entre 23,16 e 24,09%) aos das carteiras pelo modelo MPT (entre 36,47 e 37,53%), apesar da concentração extrema em poucos ativos. Simultaneamente, exibem as maiores volatilidades dentre todas as estratégias analisadas (entre 22,95 e 25,29%).

Este resultado aparentemente contraditório - alta concentração sem benefício de retorno e com penalidade de risco - pode ser atribuído à composição específica das carteiras BL, dominadas por GGBR4 e PETR4. Embora PETR4 apresente excelente desempenho histórico, GGBR4 possui retorno médio inferior à taxa livre de risco (4,95%). e volatilidade elevada (31,80%), arrastando o desempenho agregado das carteiras.

A influência das visões otimistas dos analistas para GGBR4, que elevaram seus retornos esperados ajustados no modelo BL, não se reflete em retornos esperados competitivos quando ponderados pela alta volatilidade do ativo.

A inclusão do BTC nas carteiras otimizadas pelo modelo BL teve pouco impacto nos retornos, mas reduziu a volatilidade entre 1,2 p.p. e 2,3 p.p. nos cenários mais otimistas.

4.3.2 Índice de Sharpe

O Índice de Sharpe mede o excesso de retorno obtido por unidade de risco assumido, constituindo métrica fundamental para avaliação de eficiência de investimentos. A Tabela 18 apresenta os Índices de Sharpe calculados para as doze carteiras em ambas as plataformas.

Tabela 18 – Índice de Sharpe – Carteiras Otimizadas

CARTEIRAS	ÍNDICE DE SHARPE		diferença
	EXCEL	PYTHON	
MPT_TRAD_MV	0,64	0,60	0,04
MPT_HIBR_MV	0,83	0,81	0,02
MPT_TRAD_MS	1,14	1,14	0,00
MPT_HIBR_MS	1,31	1,31	0,00
BL_TRAD_MV	0,06	0,06	0,00
BL_HIBR_MV_1	0,00	0,01	0,01
BL_HIBR_MV_2	0,05	0,05	0,00
BL_HIBR_MV_3	0,10	0,10	0,00
BL_TRAD_MS	0,47	0,47	0,00
BL_HIBR_MS_1	0,45	0,45	0,00
BL_HIBR_MS_2	0,45	0,45	0,00
BL_HIBR_MS_3	0,50	0,50	0,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

A convergência do Índice de Sharpe entre plataformas é notável, com diferenças máximas de apenas 0,04 e convergência exata para nove das doze carteiras. Esta convergência superior à observada para retornos e volatilidades individualmente reflete o fato de que o Sharpe é uma razão que tende a amplificar convergências e atenuar divergências de seus componentes.

A carteira MPT_HIBR_MS (Máximo Sharpe Markowitz Híbrida) apresenta o melhor Índice de Sharpe dentre todas as estratégias analisadas, sendo 1,31 em ambas as plataformas. Este resultado valida a eficácia da otimização de Máximo Sharpe quando aplicada com retornos esperados históricos e reforça o papel positivo do BTC em carteiras híbridas.

A carteira MPT_TRAD_MS alcança Sharpe de 1,14, confirmando a superioridade do método MPT em relação às demais abordagens quando o objetivo é maximizar a relação risco-retorno ajustada.

As carteiras de Mínima Variância pelo modelo MPT apresentam Índices de Sharpe intermediários. A inclusão do BTC elevou o Sharpe em aproximadamente 0,2 em ambas as plataformas, confirmando que mesmo em estratégias focadas exclusivamente na minimização de risco, o criptoativo contribui positivamente para a eficiência da carteira.

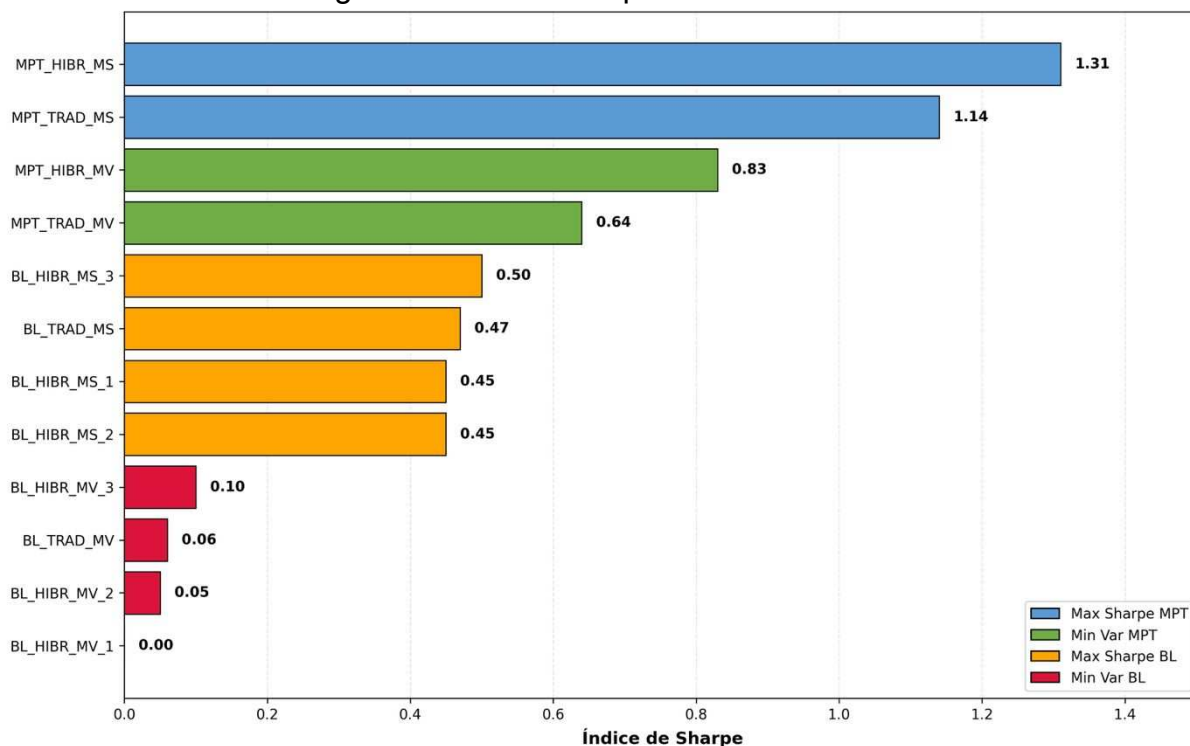
As carteiras de Máximo Sharpe pelo modelo BL exibem Índices de Sharpe intermediários (entre 0,45 e 0,50), com convergência entre as plataformas. Estes valores substancialmente inferiores aos das carteiras de Markowitz evidenciam que

as visões otimistas para GGBR4, embora tenham direcionado alocações elevadas no ativo, não resultaram em relação risco-retorno competitiva quando ponderadas pela volatilidade do ativo e pela concentração da carteira.

Entre as carteiras BL híbridas, observa-se melhoria marginal do Sharpe à medida que as expectativas para o BTC se tornam mais otimistas, de 0,45 (cenário 1) até 0,50 (cenário 3), padrão convergente em ambas as plataformas. No entanto, mesmo no cenário mais favorável, o Sharpe da carteira BL permanece substancialmente inferior ao das estratégias de Markowitz.

As carteiras de Mínima Variância pelo modelo BL apresentaram Índices de Sharpe extremamente baixos, variando entre 0,00 e 0,10. Esses valores indicam que os retornos esperados dessas carteiras são apenas marginalmente superiores à taxa livre de risco, sugerindo uma relação risco-retorno desfavorável. Neste cenário, a estratégia torna-se economicamente questionável, uma vez que retornos similares poderiam ser obtidos através de aplicações em ativos livres de risco, sem exposição à volatilidade do mercado acionário.

Figura 4 – Índice Sharpe das 12 carteiras.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A visualização gráfica torna imediata a identificação da hierarquia de desempenho: as carteiras pelo modelo MPT dominam claramente, com as carteiras pelo modelo BL ocupando as posições inferiores.

4.3.3 Medida Ômega

A Medida Ômega constitui métrica universal de desempenho que incorpora todos os momentos da distribuição de retornos, oferecendo avaliação mais completa que o Índice de Sharpe em contextos de distribuições não-normais. A Tabela 19 apresenta a Medida Ômega calculada para as doze carteiras utilizando como limiar a taxa livre de risco diária conforme especificado na seção 3.7.4.

Tabela 19 – Medida Ômega – Carteiras Otimizadas

CARTEIRAS	MEDIDA ÔMEGA		diferença
	EXCEL	PYTHON	
MPT_TRAD_MV	1,092	1,088	0,004
MPT_HIBR_MV	1,123	1,119	0,004
MPT_TRAD_MS	1,168	1,168	0,000
MPT_HIBR_MS	1,194	1,194	0,000
BL_TRAD_MV	1,092	1,088	0,004
BL_HIBR_MV_1	1,072	1,072	0,000
BL_HIBR_MV_2	1,078	1,078	0,000
BL_HIBR_MV_3	1,100	1,100	0,000
BL_TRAD_MS	1,081	1,080	0,001
BL_HIBR_MS_1	1,073	1,072	0,001
BL_HIBR_MS_2	1,079	1,083	0,004
BL_HIBR_MS_3	1,101	1,103	0,002

Fonte: Elaborado pelo autor.

A convergência da Medida Ômega entre plataformas é forte, com diferenças máximas de apenas 0,004 e convergência exata para cinco carteiras. Esta convergência valida a robustez do cálculo da medida Ômega implementado em ambas as plataformas.

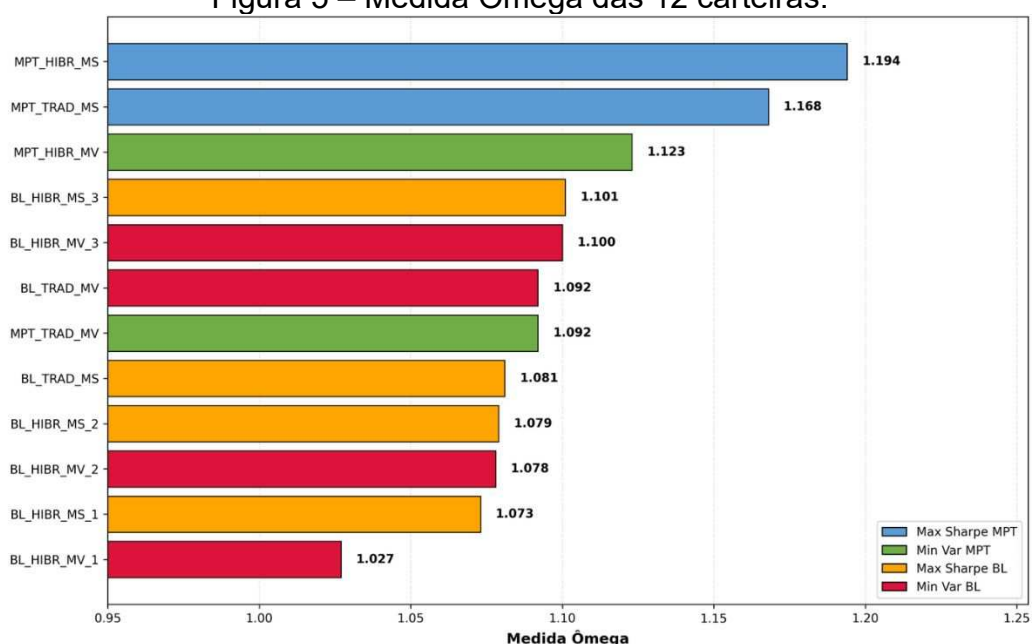
A hierarquia de desempenho estabelecida pela Medida Ômega é consistente com a do Índice de Sharpe, com as carteiras pelo modelo MPT apresentando o melhor desempenho e as carteiras pelo modelo BL ocupam as posições inferiores com medidas Ômega entre 1,072 e 1,103.

A consistência entre os rankings de Sharpe e $\hat{\Omega}$ sugere que, no contexto deste estudo, a premissa de normalidade subjacente ao Índice de Sharpe não foi violada de forma significativa o suficiente para alterar as conclusões sobre desempenho relativo das carteiras. A literatura indica que a Medida $\hat{\Omega}$ divergiria substancialmente do Sharpe em presença de assimetria (Keating; Shadwick, 2002). A convergência observada sugere que as distribuições de retornos das carteiras analisadas não apresentam desvios extremos da normalidade.

No entanto, a Medida $\hat{\Omega}$ apresenta valores sistematicamente superiores ao Índice de Sharpe para todas as carteiras. Enquanto o Sharpe da melhor carteira é 1,31, sua medida $\hat{\Omega}$ é 1,194. Esta diferença reflete as formulações matemáticas distintas: o Sharpe é uma razão linear de médias, enquanto a $\hat{\Omega}$ incorpora probabilidades ponderadas de toda a distribuição.

A inclusão do BTC melhorou a Medida $\hat{\Omega}$ de forma consistente em todos os métodos de otimização: de 1,088 para 1,120 em Excel e 1,093 para 1,124 em Python, na Mínima Variância (aumento de aproximadamente 3%), e de 1,169 para 1,195 no Máximo Sharpe Markowitz (aumento de aproximadamente 2%), e progressivamente nas carteiras BL conforme o cenário torna-se mais otimista (de 1,073 até 1,104, ganho de ~3%). A convergência destes ganhos entre plataformas valida a contribuição positiva do BTC para o desempenho das carteiras híbridas mesmo quando avaliado por métrica que considera toda a distribuição de retornos.

Figura 5 – Medida $\hat{\Omega}$ das 12 carteiras.

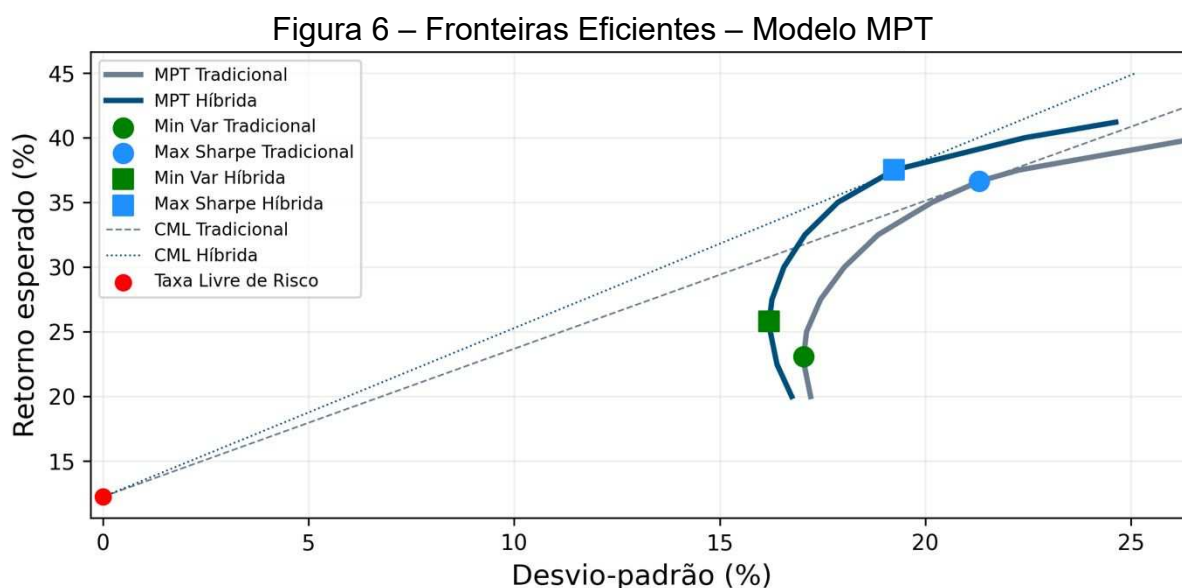


Fonte: Elaborado pelo autor.

4.4 FRONTEIRAS EFICIENTES

Esta seção apresenta as fronteiras eficientes construídas pelos modelos MPT e BL, permitindo visualização e comparação das relações risco-retorno oferecidas por cada método. A fronteira eficiente representa o conjunto de carteiras ótimas, em que, para cada nível de risco, a carteira com maior retorno esperado (Markowitz, 1952).

A Figura 8 apresenta as fronteiras eficientes do modelo de MPT para as carteiras tradicionais e híbridas, incluindo as respectivas LMCs



Fonte: Elaborado pelo autor.

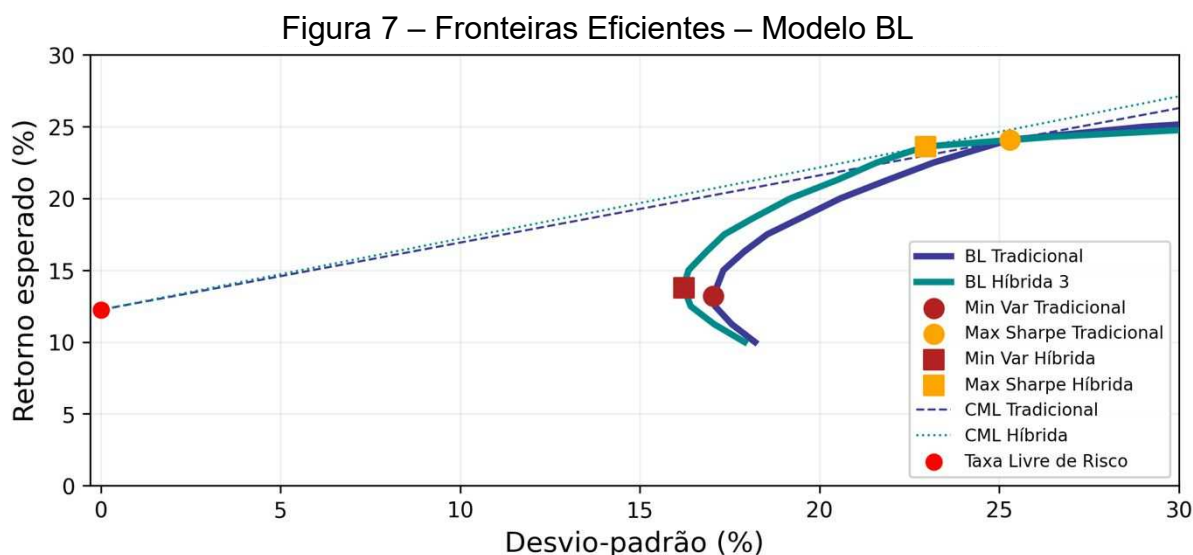
A fronteira tradicional (linha cinza) parte do ponto de Mínima Variância (17,04% volatilidade; 23,08% retorno) e estende-se até retornos superiores a 40% a.a., com volatilidade crescente. O ponto de Máximo Sharpe (círculo azul) localiza-se em 21,31% de volatilidade e 36,63% de retorno, onde a LMC Tradicional (linha tracejada cinza) tangencia a fronteira, com inclinação de 1,14 representando o Índice de Sharpe desta carteira.

A fronteira híbrida (linha azul escura) desloca-se para cima e à esquerda em relação à tradicional, evidenciando melhoria simultânea em retorno e risco. O ponto de Máximo Sharpe híbrida (19,24% volatilidade; 37,63% retorno) resulta em Índice

de Sharpe de 1,31, superior ao tradicional, com LMC Híbrida de inclinação mais acentuada.

Este deslocamento decorre de duas características do BTC no período, sendo correlações próximas de zero com as ações brasileiras (Tabela 4), permitindo diversificação mesmo com volatilidade individual elevada (50,68%); e retorno médio histórico de 42,15% a.a., o maior entre todos os ativos.

A Figura 9 apresenta as fronteiras do modelo BL para as carteiras Tradicional e Híbrida no cenário 3 (Híbrida 3), selecionadas para facilitar a comparação visual sem poluição gráfica.



A fronteira BL Tradicional (linha roxa) apresenta características distintas da fronteira MPT. O ponto de Mínima Variância (17,04% volatilidade; 13,21% retorno) possui retorno substancialmente inferior ao MPT Tradicional (23,08%), refletindo os retornos ajustados mais conservadores do modelo BL. O ponto de Máximo Sharpe (25,21% volatilidade; 24,09% retorno) resulta em Índice de Sharpe de apenas 0,47, inferior ao MPT (1,14).

A fronteira BL Híbrida 3 (linha verde-azulada) desloca-se para cima e à esquerda da tradicional em quase todos os pontos, indicando uma melhora na relação risco-retorno da carteira, em relação à tradicional, com a inclusão otimista do BTC. O ponto de Mínima Variância híbrida (16,22% volatilidade; 13,79% retorno) mantém redução de volatilidade por diversificação, mas o retorno permanece baixo. O ponto de Máximo Sharpe híbrida (22,95% volatilidade; 23,62% retorno) apresenta

Sharpe de 0,50, marginalmente superior ao tradicional, mas inferior às carteiras MPT.

A comparação das fronteiras revela dominância clara do modelo MPT sobre o BL. Para qualquer nível de volatilidade, as carteiras MPT oferecem retornos superiores. Esta dominância manifesta-se tanto nas carteiras tradicionais quanto nas híbridas.

A inclusão do BTC beneficiou ambos os modelos, deslocando as fronteiras favoravelmente. No MPT, o deslocamento é mais expressivo, com melhorias simultâneas em retorno e risco. No BL, o benefício limita-se principalmente à redução de volatilidade, com ganhos modestos em retorno.

4.5 IMPACTO DA INCLUSÃO DO BITCOIN

Esta seção consolida os resultados das análises de composição (seção 4.2) e desempenho (seção 4.3) para responder à questão central da pesquisa: Qual o impacto da inclusão do Bitcoin na composição e no desempenho de carteiras otimizadas compostas por ações do mercado brasileiro, e como esse impacto varia entre diferentes modelos de otimização e métricas de avaliação?

A inclusão do Bitcoin produziu efeitos diferenciados conforme o método de otimização empregado. A Tabela 20 sintetiza os impactos observados nas quatro estratégias analisadas: Mínima Variância MPT, Máximo Sharpe MPT, Mínima Variância BL e Máximo Sharpe BL.

Tabela 20 – Impacto do Bitcoin – Comparação das carteiras

Método	Métrica	Carteira Tradicional	Carteira híbrida	Variação absoluta	Variação (%)
Mínima Variância - MPT	Peso Bitcoin	-	9,97%	-	-
	Retorno	23,08%	25,77%	2,68%	11,61%
	Volatilidade	17,04%	16,22%	-0,82%	-4,83%
	Sharpe	0,64	0,84	0,20	30,84%
	Ômega	1,092	1,123	0,031	2,84%
Máximo Sharpe - MPT	Peso Bitcoin	-	18,77%	-	-
	Retorno	36,63%	37,53%	0,90%	2,46%
	Volatilidade	21,31%	19,24%	-2,07%	-9,71%
	Sharpe	1,14	1,31	0,170	14,91%
	Ômega	1,168	1,194	0,026	2,23%
Mínima Variância - BL	Peso Bitcoin	-	9,97%	-	-
	Retorno	12,32%	13,79%	0,015	11,93%
	Volatilidade	17,04%	16,22%	-0,008	-4,81%
	Sharpe	0,06	0,10	0,040	66,67%
	Ômega	1,092	1,100	0,008	0,73%
Máximo Sharpe - BL	Peso Bitcoin	-	18,30%	-	-
	Retorno	24,09%	23,62%	-0,47%	-1,94%
	Volatilidade	25,29%	22,95%	-2,34%	-9,25%
	Sharpe	0,47	0,50	0,028	5,85%
	Ômega	1,081	1,101	0,020	1,87%

Fonte: Elaborado pelo autor. Valores retirados apenas do Software Excel.

A inclusão do Bitcoin reduziu a volatilidade em todas as estratégias analisadas, com variações entre 4,81% e 9,71%. As maiores reduções ocorreram nas carteiras de Máximo Sharpe: 9,71% no modelo MPT e 9,25% no modelo BL, onde a alocação em Bitcoin superou 18%. Nas carteiras de Mínima Variância, as reduções foram menores (aproximadamente 4,8%), com alocação de 9,97% em Bitcoin. Este resultado valida o potencial de diversificação do criptoativo mesmo com sua volatilidade individual elevada (50,68%).

O impacto no retorno esperado variou conforme o modelo. Nas carteiras MPT, houve aumento: 11,61% na Mínima Variância e 2,46% no Máximo Sharpe. Nas carteiras BL, o efeito foi distinto: aumento de 11,93% na Mínima Variância, mas redução de 1,94% no Máximo Sharpe. Esta queda aparentemente contraditória ocorreu porque a redução de volatilidade (9,25%) foi proporcionalmente maior que a queda no retorno, resultando em melhoria no Índice de Sharpe apesar do retorno menor.

O Índice de Sharpe aumentou em todas as estratégias. Os ganhos percentuais mais expressivos ocorreram nas carteiras de pior desempenho: 66,67% de aumento na Mínima Variância BL (de 0,06 para 0,10) e 30,84% na Mínima Variância MPT (de 0,64 para 0,84). A carteira de Máximo Sharpe MPT manteve o melhor desempenho absoluto, com Sharpe de 1,31 na versão híbrida (aumento de 14,91%).

A Medida Ômega seguiu padrão similar, com aumentos entre 0,73% e 2,84%, confirmando que os benefícios persistem sob métricas que consideram toda a distribuição de retornos. A consistência entre os rankings de Sharpe e Ômega sugere que as distribuições não apresentam desvios extremos da normalidade.

4.6 ANÁLISE DE ROBUSTEZ: PERÍODO DOS ÚLTIMOS 12 MESES

A validação da estabilidade dos resultados em diferentes horizontes temporais constitui etapa essencial para avaliar a aplicabilidade prática das estratégias de otimização. Esta seção analisa o desempenho das carteiras no período dos últimos 12 meses (01/10/2024 a 30/09/2025), permitindo verificar se os padrões observados no período completo se mantêm em horizontes mais curtos.

As otimizações foram reprocessadas utilizando exclusivamente dados do último ano, gerando novas composições ótimas e métricas de desempenho. As implementações foram validadas em ambas as plataformas, confirmando convergência. Os resultados apresentados referem-se à implementação em Excel.

4.6.1 Composição ótima dos ativos

As Tabelas 21 e 22 apresenta as composições ótimas das oito carteiras principais para o período dos últimos 12 meses. Lembrando que para as carteiras de Mínima Variância pelo modelo BL não são otimizadas pela igualdade com as do modelo MPT.

Tabela 21 – Composição ótima das carteiras pelo modelo MPT – Últimos 12 Meses

Ativos	MPT_TRAD_MV	MPT_HIBR_MV	MPT_TRAD_MS	MPT_HIBR_MS
BBDC4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BRAP4	22,83%	19,20%	0,00%	0,00%
CMIG4	16,48%	15,32%	0,00%	0,00%
CPLE6	13,57%	13,73%	0,00%	0,00%
CYRE3	0,00%	0,00%	100,00%	48,19%
GGBR4	2,95%	0,00%	0,00%	0,00%
ITSA4	17,75%	17,09%	0,00%	0,00%
PETR4	26,42%	22,93%	0,00%	0,00%
VBBR3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BTC-BRL	-	11,73%	-	51,81%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 22 – Composição ótima das carteiras pelo modelo BL – Últimos 12 Meses

Ativos	BL_TRAD_MS	BL_HIBR_MS_1	BL_HIBR_MS_2	BL_HIBR_MS_3
BBDC4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BRAP4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CMIG4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CPLE6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CYRE3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
GGBR4	38,39%	41,24%	42,35%	33,73%
ITSA4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PETR4	61,61%	58,76%	55,56%	46,67%
VBBR3	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BTC-BRL	-	0,00%	2,09%	19,60%

Fonte: Elaborado pelo autor.

As carteiras de Mínima Variância mantiveram estrutura similar ao período completo, com pequenos ajustes. MPT_TRAD_MV preservou diversificação entre seis ativos, com PETR4 (26,42%), BRAP4 (22,83%) e ITSA4 (17,75%) como principais. MPT_HIBR_MV alocou 11,73% em Bitcoin, marginalmente superior aos 9,97% do período completo.

As carteiras de Máximo Sharpe apresentaram mudança radical. MPT_TRAD_MS concentrou-se integralmente em CYRE3 (100%), em contraste com a diversificação entre quatro ativos observada no período completo. Esta alteração reflete o desempenho de CYRE3 no último ano, com retorno de aproximadamente +65%. MPT_HIBR_MS distribuiu-se entre CYRE3 (48,19%) e BTC (51,81%),

divergindo substancialmente da composição do período completo que incluía múltiplos ativos. A concentração nestes dois ativos específicos evidencia o desempenho dos ativos no subperíodo: CYRE3 com retorno próximo a +65% e BTC com retorno próximo a +100%.

As carteiras BL mantiveram a estrutura de concentração extrema em GGBR4 e PETR4 observada no período completo. BL_TRAD_MS alocou 61,61% em PETR4 e 38,39% em GGBR4, proporções praticamente idênticas às do período completo. As carteiras híbridas BL_HIBR_MS apresentaram alocações em Bitcoin variando de 0% (cenário 1) a 19,60% (cenário 3), padrão similar ao período completo, comprovando novamente o impacto das visões nos retornos esperados para os portfólios.

4.6.2 Métricas de desempenho

A Tabela 23 apresenta as métricas de desempenho das doze carteiras calculadas sobre o período dos últimos 12 meses.

Tabela 23 – Métricas de desempenho carteiras ótimas – Últimos 12 Meses

CARTEIRAS	RETORNOS	VOLATILIDADE	ÍNDICE SHARPE	MEDIDA OMEGA
MPT_TRAD_MV	10,36%	15,15%	-0,125	0,982
MPT_HIBR_MV	19,75%	14,31%	0,524	1,077
MPT_TRAD_MS	65,71%	33,11%	1,615	1,216
MPT_HIBR_MS	82,99%	26,25%	2,695	1,374
BL_TRAD_MV	13,54%	15,15%	0,085	0,982
BL_HIBR_MV_1	12,30%	14,31%	0,004	0,890
BL_HIBR_MV_2	13,21%	14,31%	0,067	0,717
BL_HIBR_MV_3	14,00%	14,31%	0,123	1,003
BL_TRAD_MS	21,23%	20,52%	0,438	0,898
BL_HIBR_MS_1	21,10%	20,65%	0,429	0,897
BL_HIBR_MS_2	21,36%	20,49%	0,445	0,722
BL_HIBR_MS_3	22,07%	19,62%	0,501	1,007

Fonte: Elaborado pelo autor.

As carteiras MPT de Máximo Sharpe apresentaram desempenho excepcional. MPT_TRAD_MS alcançou retorno de 65,71% com volatilidade de 33,11%, resultando em Índice de Sharpe de 1,615. MPT_HIBR_MS atingiu retorno

de 82,99% com volatilidade de 26,25%, gerando Índice de Sharpe de 2,695 valor excepcionalmente elevado que supera, e muito, a própria carteira no período completo (Sharpe de 1,31).

As carteiras MPT de Mínima Variância apresentaram desempenho abaixo da própria carteira no período completo. MPT_TRAD_MV obteve retorno de 10,36% com volatilidade de 15,15%, Índice de Sharpe de -0,125, indicando que os retornos foram abaixo da taxa livre de risco. MPT_HIBR_MV alcançou retorno de 19,75% com volatilidade de 14,31%, Sharpe de 0,524. A inclusão do Bitcoin resultou em aumento de 9,39 p.p. no retorno e redução de 0,84 p.p. na volatilidade.

As carteiras BL mantiveram desempenho inferior às MPT, assim como foi analisado para o período completo. As carteiras BL de Mínima Variância apresentaram Índices de Sharpe entre 0,004 e 0,123, valores que indicam retornos apenas marginalmente superiores à taxa livre de risco. As carteiras BL de Máximo Sharpe alcançaram retornos entre 21,10% e 22,07% com volatilidades entre 19,62% e 20,65%, e percebemos que quanto maior o otimismo com o BTC, melhor o Índice Sharpe, comprovando que a alocação no criptoativo beneficia a relação risco-retorno.

A Medida Ômega apresentou padrão distinto do observado no período completo. MPT_HIBR_MS alcançou Ômega de 1,374, valor superior ao período completo (1,194) e a todas as demais carteiras. MPT_TRAD_MS obteve Ômega de 1,216, também superior ao período completo (1,169). As carteiras de Mínima Variância MPT apresentaram Ômega de 0,982 (tradicional) e 1,077 (híbrida), valores inferiores aos do período completo (1,088 e 1,120), refletindo o retorno modesto no último ano (10,36% e 19,75%).

As carteiras BL apresentaram degradação acentuada. BL_HIBR_MV registraram Ômega inferior a 1 em três dos quatro cenários (0,717 a 0,890), indicando que a probabilidade de ganhos acima da taxa livre de risco foi inferior à probabilidade de perdas abaixo deste limiar. Este resultado contrasta com o período completo, onde todas as carteiras BL apresentaram Ômega superior a 1 (entre 1,073 e 1,104). As carteiras BL de Máximo Sharpe também registraram Ômega reduzida (entre 0,897 e 1,007), substancialmente inferior aos valores do período completo (1,081 a 1,101).

A divergência entre os rankings de Sharpe e Ômega no último ano, sugere presença de não normalidade das distribuições de retorno. No período completo,

ambas as métricas convergiram em rankings similares, indicando distribuições próximas à normalidade. No último ano, carteiras com Sharpe elevado mantiveram Ômega elevada, mas carteiras com Sharpe baixo apresentaram Ômega desproporcionalmente inferior. Esta discrepância indica que estas carteiras apresentaram não apenas baixo retorno médio, mas também distribuição desfavorável de retornos, com maior probabilidade de resultados negativos em relação ao limiar da taxa livre de risco.

4.6.3 Impacto do Bitcoin nos últimos 12 meses

A inclusão do Bitcoin resultou em benefícios substancialmente mais pronunciados no último ano em comparação ao período completo. Na estratégia de Mínima Variância, o Bitcoin aumentou o retorno de 10,36% para 19,75% com simultânea redução de volatilidade de 15,15% para 14,31%. Na estratégia de Máximo Sharpe, o Bitcoin elevou o retorno de 65,71% para 82,99% com redução de volatilidade de 33,11% para 26,25%.

O Índice de Sharpe de MPT_HIBR_MS (2,695) representou aumento de 66,9% em relação a MPT_TRAD_MS (1,615), superando amplamente o aumento de 14,8% observado no período completo (de 1,14 para 1,31). Esta amplificação dos benefícios decorre do desempenho excepcional do Bitcoin no último ano, que permitiu alocação superior a 50% na carteira de Máximo Sharpe.

5 CONCLUSÃO

Este estudo teve como objetivo avaliar o impacto da inclusão do Bitcoin na composição e no desempenho de carteiras otimizadas formadas por ações do mercado brasileiro. Para tal, foram implementados os modelos de Teoria Moderna do Portfólio (MPT) e Black-Litterman (BL), comparando carteiras tradicionais (somente ações) com carteiras híbridas (ações + Bitcoin) sob múltiplas métricas de risco-retorno ao longo do período 01/01/2022 até 30/09/2025.

Os resultados demonstram que a inclusão do BTC produziu efeitos positivos consistentes nas carteiras analisadas. A volatilidade foi reduzida entre 4,81% e 9,71% em todas as estratégias de otimização, validando o potencial de diversificação do criptoativo mesmo com sua volatilidade individual elevada. O Índice de Sharpe e a Medida Ômega aumentaram em todos os métodos, confirmando que os benefícios persistem sob diferentes critérios de avaliação.

A alocação ótima de BTC variou conforme o objetivo de otimização entre 9,97% nas carteiras de Mínima Variância e 18,77% nas carteiras de Máximo Sharpe. Essa diferença é coerente com os objetivos de cada abordagem: métodos voltados à minimização do risco tendem a reduzir a exposição ao ativo mais volátil, enquanto estratégias que buscam maximizar a relação risco-retorno aumentam naturalmente a participação do BTC em razão de seu desempenho superior no período analisado.

A comparação entre os modelos revelou superioridade do MPT sobre o BL no contexto analisado. Esta diferença decorre dos retornos esperados do modelo BL, que ao combinar retornos de equilíbrio implícitos com visões subjetivas o modelo tende a puxar as alocações em direção ao equilíbrio, resultando em expectativas inferiores às médias históricas utilizadas pelo MPT. O modelo BL limitou os benefícios da inclusão do BTC ao reduzir as expectativas de retorno do criptoativo mesmo nos cenários mais otimistas.

A robustez temporal revelou instabilidade significativa nas composições ótimas quando avaliadas em horizontes mais curtos. Enquanto o período completo apresentou alocações diversificadas e benefícios consistentes, janelas temporais reduzidas mostraram variações radicais, incluindo concentrações extremas em ativos específicos que capturaram desempenhos excepcionais pontuais. Esta instabilidade evidencia a sensibilidade das otimizações ao horizonte temporal e ao ciclo de mercado, reforçando a importância de estratégias de investimento com foco

em prazos mais longos, onde os benefícios de diversificação se mostram mais consistentes e as alocações mais estáveis.

Do ponto de vista prático, os resultados sugerem que alocações em BTC podem melhorar a eficiência de carteiras compostas por ações brasileiras, contribuindo para superar o desafio do benchmark CDI em um ambiente de juros elevados. Ainda assim, a instabilidade observada em horizontes mais curtos alerta para os riscos de seguir otimizações retroativas sem considerar limitações práticas. Investidores conservadores devem considerar alocações inferiores, equilibrando benefícios de diversificação com exposição controlada à volatilidade do criptoativo, e manter perspectiva de longo prazo para capturar os benefícios de forma mais estável.

O estudo apresenta limitações que devem ser consideradas. A amostra restrita a nove ações brasileiras e um criptoativo não representa a totalidade do mercado, e o período analisado (2022-2025) caracterizou-se por ciclos de valorização expressiva do mercado de renda variável no período pós-pandemia. Adicionalmente, as otimizações não incorporaram custos de transação, spreads de compra e venda ou tributação, elementos que podem reduzir os benefícios observados nas otimizações.

Cabe ressaltar que a seleção de ações adotada seguiu um método clássico, fundamentado em indicadores fundamentalistas e critérios de liquidez. Entretanto, essa abordagem não é estritamente determinante na prática: a composição da carteira de ações deve refletir o perfil do investidor. Perfis mais conservadores tendem a priorizar empresas maduras e pagadoras de dividendos, enquanto investidores com maior tolerância ao risco buscam companhias em crescimento acelerado. Assim, a metodologia de escolha de ações proposta deve ser entendida como um ponto de partida estruturado para os modelos, passível de ajustes conforme os objetivos e a tolerância ao risco de cada investidor.

Em síntese, este estudo contribui para a literatura sobre otimização de portfólios em mercados emergentes ao fornecer evidências empíricas sobre os benefícios e limitações da inclusão de Bitcoin em carteiras brasileiras. Os resultados demonstram que, sob condições adequadas e com perspectiva de longo prazo, o criptoativo pode melhorar a relação risco-retorno de portfólios de ações, mas ressalvam a necessidade de gestão prudente que considere instabilidade temporal

em horizontes curtos, custos de implementação e particularidades do contexto nacional.

Pesquisas futuras podem expandir este estudo em três direções metodológicas principais. Primeiro, a modelagem não representa a extensão conceitualmente mais relevante, pois visa superar a principal limitação do modelo média-variância. Como o Bitcoin apresenta caudas pesadas e assimetria, estudos futuros podem modelar a dependência conjunta entre criptoativos e ações brasileiras utilizando cópulas (t-, Clayton, Gumbel, Frank), estimar estruturas de cauda para capturar co-movimentos extremos e construir portfólios eficientes sob risco extremo.

Segundo, a aplicação de métodos de Machine Learning pode aprimorar tanto a estimação de retornos quanto a construção de carteiras, através de modelos de previsão (LSTM, Random Forest, XGBoost), clustering para agrupamento de ativos e seleção automática de features. Essas técnicas poderiam ser integradas na MPT com retornos previstos por ML ou no modelo Black-Litterman com visões derivadas de algoritmos de aprendizado.

Terceiro, a implementação de métodos de Otimização Hierárquica (Hierarchical Risk Parity – HRP) pode endereçar problemas clássicos da MPT, como instabilidade da matriz de covariância e excesso de concentração, construindo portfólios mais robustos através de clustering hierárquico e partições sucessivas de risco. Adicionalmente, a ampliação da amostra para incluir outras classes de ativos (renda fixa, fundos imobiliários, ativos internacionais) e criptoativos adicionais (Ethereum, stablecoins), bem como a incorporação explícita de custos de transação e tributação, aproximaria as análises da realidade prática dos investidores brasileiros.

REFERÊNCIAS

ASSAF NETO, Alexandre. **Finanças corporativas e valor**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2014.

B3 – Brasil, Bolsa, Balcão. **Perfil pessoas físicas por faixa etária – Mercado à vista**. São Paulo: B3, [s.d.]. Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/consultas/mercado-a-vista/perfil-pessoas-fisicas/faixa-etaria/. Acesso em: 13 jun. 2025.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Relatório Focus: expectativas de mercado**. Brasília: Banco Central do Brasil, 2025. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/publicacoes/focus>. Acesso em: 30 out. 2025.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Sistema Gerenciador de Séries Temporais (SGS) – Consultar valores**. Brasília: BCB. Disponível em: <https://www3.bcb.gov.br/sgspub/consultarvalores/consultarValoresSeries.do?method=consultarValores>. Acesso em: 8 out. 2025.

BAUR, D. G.; DIMPFL, T. Asymmetric volatility in cryptocurrencies. **Economics Letters**, v. 173, p. 148-151, 2018.

BLACK, F.; LITTERMAN, R. **Global Portfolio Optimization**. Financial Analysts Journal, 1992.

BODIE, Zvi; KANE, Alex; MARCUS, Alan J. **Investimentos**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH Editora, 2015.

CASTRO, J. G.; TITO, E. A. H.; BRANDÃO, L. E. T.; GOMES, L. L. Crypto-assets portfolio optimization under the omega measure. **The Engineering Economist**, 65(2), 114–134, 2019. <https://doi.org/10.1080/0013791X.2019.1668098>

COINDESK. Bitcoin could reach USD 165k based on gold's record run: JPMorgan. **CoinDesk**, 2 out. 2025a. Disponível em: <https://www.coindesk.com/markets/2025/10/02/bitcoin-could-reach-usd165k-based-on-gold-s-record-run-jpmorgan>. Acesso em: 8 out. 2025.

COINDESK. Citi sees Bitcoin hitting USD 181k in 2026 as ETF flows drive crypto higher. **CoinDesk**, 2 out. 2025b. Disponível em: <https://www.coindesk.com/markets/2025/10/02/citi-sees-bitcoin-hitting-usd181k-in-2026-as-etf-flows-drive-crypto-higher>. Acesso em: 8 out. 2025.

COINMARKETCAP. **Cryptocurrency market capitalizations**. 2025. Disponível em: <https://coinmarketcap.com/charts/bitcoin-dominance/>. Acesso em: 10 out. 2025.

DAMODARAN, Aswath. **Investment Valuation: Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset**. 3. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2012.

ELTON, Edwin J.; GRUBER, Martin J.; BROWN, Stephen J.; GOETZMANN, William N. **Modern Portfolio Theory and Investment Analysis**. 9. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2014.

FUHRER, A.; HOCK, T. Uncertainty in the Black-Litterman model: Empirical estimation of the equilibrium. **Journal of Empirical Finance**, v. 72, p. 251-275, 2023.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GRAHAM, Benjamin. **O investidor inteligente**. Tradução de Afonso Celso da Cunha Serra. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2003.

GUIMARÃES, Leo. 183 fundos de renda fixa falharam em 2024 e renderam menos do que o CDI. **E-Investidor (Estadão)**, 27 dez. 2024. Disponível em: <https://einvestidor.estadao.com.br/investimentos/melhor-fundo-de-renda-fixa-2024-dolar-cambio-rendimento/>. Acesso em: 15 jun. 2025.

HE, G.; LITTERMAN, R. **The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios**. Goldman Sachs Asset Management, 1999.

HUANG, Yi. **Risk, Reward, and Correlation: Bitcoin and Traditional Assets in a Volatile Market Environment**. 2025. Master's Thesis (Master of Applied Statistics and Data Science) – University of California, Los Angeles, 2025.

HUARSAYA, L. J. R.; BRANDÃO, L. E. T.; TITO, E. A. H.; CASTRO, J. G. Um Método Universal para Seleção de Carteiras. **Cadernos do IME – Série Estatística**, v. 52, p. 1-23, 2022.

IDZOREK, Thomas M. **A Step-by-Step Guide to the Black-Litterman Model: Incorporating user-specified confidence levels**. Zephyr Cove: Zephyr Associates, 2004.

KAZEMI, H.; SCHNEEWEIS, T.; GUPTA, R. Omega as a performance measure. **Journal of Performance Measurement**, v. 8, n. 3, p. 16-25, 2004.

KEATING, C.; SHADWICK, W. F. A universal performance measure. **Journal of Performance Measurement**, Spring, p. 59-84, 2002

LIU, Y.; TSYVINSKI, A. Risks and Returns of Cryptocurrency. **NBER Working Paper** n. 24877, 2018.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

NAKAMOTO, Satoshi. **Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System**. 2008. Disponível em: <https://bitcoin.org/bitcoin.pdf>. Acesso em: 8 out. 2025.

NORDIN, Erik. **Portfolio Optimization – An Evaluation of the Black-Litterman Approach**. 80 f. Dissertação (Mestrado em Applied Economics & Finance) – Copenhagen Business School, Copenhagen, 2012.

PERLIN, Marcelo S. **Analyzing Financial and Economic Data with R**. 3. ed. Porto Alegre, Brasil: Publicação Independente (Amazon.com), 2023.

PIRNER, Daniel; FISCHER, Matthias. **Asset Allocation with Black-Litterman in a case study of Robo Advisor Betterment**. Financial Research Note 04. Nürnberg: Technische Hochschule Nürnberg, Kompetenzzentrum Finanzen, 2018.

RAM, A. J. Bitcoin as a new asset class. **The Journal of Alternative Investments**, v. 22, n. 3, p. 101-124, 2019.

REIS, Tiago. Fronteira eficiente: conheça a teoria de risco de Harry Markowitz. **Suno Research**, São Paulo, 26 set. 2020. Atualizado em: 23 mar. 2023. Disponível em: <https://www.suno.com.br/artigos/fronteira-eficiente/>. Acesso em: 11 nov. 2025.

SAMANEZ, Carlos Patricio. **Gestão de Investimentos e Geração de Valor**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

SEIXAS, Fábio. Bitcoin e o "caixa das empresas": por que a criptomoeda está sendo adotada por instituições. **Exame**, 2024. Disponível em: <https://exame.com/future-of-money/bitcoin-e-o-caixa-das-empresas-por-que-a-criptomoeda-esta-sendo-adotada-por-instituicoes/>. Acesso em: 15 jun. 2025.

SHARPE, William F. Mutual Fund Performance. **Journal of Business**, v. 39, n. 1, p. 119–138, 1966.

ULRICH, F. **Bitcoin: a moeda na era digital**. São Paulo: Instituto Ludwig von Mises Brasil, 2014.

YAHOO FINANCE. Bitcoin could reach \$135,000. **Yahoo Finance**, 2025. Disponível em: <https://finance.yahoo.com/news/bitcoin-could-reach-135-000-115246937.html>. Acesso em: 8 out. 2025.