



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Henrique Steinhorst Carsten

Correlação numérico-experimental e ajuste de modelo vibratório de um painel de fuselagem utilizando o Método de Elementos Finitos

Florianópolis
2026

Henrique Steinhorst Carsten

Correlação numérico-experimental e ajuste de modelo vibratório de um painel de fuselagem utilizando o Método de Elementos Finitos

Trabalho apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Júlio Apolinário Cordioli, Dr. Eng.
Coorientador: Lucas Meirelles Pereira, M. Eng.

Florianópolis
2026

Ficha catalográfica gerada por meio de sistema automatizado gerenciado pela BU/UFSC.
Dados inseridos pelo próprio autor.

Carsten, Henrique Steinhorst
Correlação numérico-experimental e ajuste de modelo
vibratório de um painel de fuselagem utilizando o Método de
Elementos Finitos / Henrique Steinhorst Carsten ;
orientador, Júlio Apolinário Cordioli, coorientador, Lucas
Meirelles Pereira, 2026.
80 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico,
Graduação em Engenharia Mecânica, Florianópolis, 2026.

Inclui referências.

1. Engenharia Mecânica. 2. Análise modal. 3. Elementos Finitos. 4. Ajuste de modelo numérico. 5. Estruturas aeronáuticas. I. Cordioli, Júlio Apolinário. II. Pereira, Lucas Meirelles. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

Henrique Steinhorst Carsten

Correlação numérico-experimental e ajuste de modelo vibratório de um painel de fuselagem utilizando o Método de Elementos Finitos

O presente trabalho em nível de Bacharel foi avaliado e aprovado por banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Olavo Mecias da Silva Junior, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Jonny Carlos da Silva, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Certificamos que esta é a **versão original e final** do trabalho de conclusão que foi julgado adequado para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.



Documento assinado digitalmente

Antonio Carlos Valdiero

Data: 18/03/2026 09:23:57-0300

CPF: ***.227.377-**

Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

Prof. Antonio Carlos Valdiero, Dr. Eng.
Coordenador do Curso



Documento assinado digitalmente

Julio Apolinario Cordioli

Data: 17/03/2026 17:27:57-0300

CPF: ***.276.989-**

Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

Prof. Júlio Apolinário Cordioli, Dr. Eng.
Orientador

Florianópolis, 20 de fevereiro de 2026.

Aos meus pais e à minha família.

AGRADECIMENTOS

Dedico um agradecimento especial aos meus pais, Elton e Roselane, que fizeram da minha educação uma prioridade constante e me sustentaram com apoio incondicional em todos os momentos da minha vida.

À minha namorada, Júlia, sou grato pelo cuidado, pela presença e pelo engajamento em todos os caminhos que percorri durante a graduação. Obrigado por estar sempre ao meu lado.

Às minhas avós, Mirta e Nilda. Aos meus tios e tias, Renato, Rodrigo, Maria Angélica, Maria Antônia e Silviane; às minhas primas, Ana Helena e Lívia; aos meus padrinhos, Cláudia e Fernando; e à Roberta, minha “primiga” e irmã de alma. Obrigado por estarem ao meu lado em cada grande conquista. Por fim, dedico este momento aos meus avôs, Jorge e Guilherme. Sei que o orgulho de vocês ilumina este trabalho e que o brinde de celebração ecoa até o céu.

Ao meu orientador, Professor Júlio Cordioli, agradeço pela confiança, pelas portas abertas no LVA e pela orientação fundamental para a concretização deste trabalho.

Ao meu coorientador, Lucas Meirelles, meu muito obrigado pela paciência e por nunca poupar esforços para me auxiliar nas dificuldades e dúvidas que enfrentei durante este desafio.

Ao Laboratório de Vibrações e Acústica, agradeço pela estrutura e suporte técnico. Aos colegas de projeto e amigos Joanna Oliveira, Ana Santin, Fabricio Novicki, Heitor, Lorenzo Diehl, Pedro Cardoso e Lucas Bonomo, obrigado por tornarem a jornada mais leve e divertida. Agradeço também ao Bruno Simões, rigoroso fiscal de expediente.

Minha gratidão à Ampera Racing, que foi um pilar essencial para formação das minhas capacidades acadêmicas que possuo e aos grandes amigos que pude fazer durante minha participação, como os eternos membros de dinâmica veicular lateral - Gabriel Costa, Gabriel Figueredo, Gabriel Jacinto e Luiz Fonseca — e aos agregados Gustavo Crema e Fernando Picolli, que são meus irmãos da universidade para a vida.

Aos meus parceiros do CS: Fábio, Gui, Joca, Mini, Pablo, Carlos, Villa e Biu. Muito obrigado por cada partida e cada risada que serviram para aliviar a rotina pesada da graduação, foi com vocês que recarreguei as energias e encontrei o equilíbrio para enfrentar os momentos de maior pressão desta jornada.

Agradeço à FEESC e à Embraer pelo apoio indispensável ao desenvolvimento deste projeto. Por fim, estendo minha gratidão aos meus professores, por todo o conhecimento compartilhado, e à UFSC, pela excelência de seu ensino público, gratuito e de referência.

Se você quiser descobrir os segredos do Universo, pense em termos de energia, frequência e vibração
(Nikola Tesla)

RESUMO

A validação de modelos numéricos é uma etapa crítica no desenvolvimento de estruturas aeronáuticas, assegurando que as previsões computacionais reflitam com precisão o comportamento físico real. Este trabalho apresenta o desenvolvimento e o ajuste de um modelo vibratório de um painel de alumínio reforçado, representativo de uma seção de fuselagem, utilizando o Método de Elementos Finitos (FEM) e dados de Análise Modal Experimental (EMA). A metodologia numérica investigou três estratégias de modelagem de conexões (Contato Colado, Elementos Rígidos RBE2 e Malha Única), sendo a técnica de Malha Única selecionada para a etapa de atualização devido à sua melhor correlação com a resposta dinâmica global. Experimentalmente, o painel foi ensaiado em condição livre-livre utilizando excitação por *shaker* eletrodinâmico, sendo identificados 51 modos de vibração através do algoritmo PolyMAX. A correlação inicial revelou discrepâncias sistemáticas de frequência e uma diferença de massa de 1,1% devido a elementos não modelados. Através de uma análise de sensibilidade, foi realizado o ajuste paramétrico da densidade efetiva e do módulo de elasticidade nas conexões. O modelo final ajustado apresentou um maior espaçamento entre as frequências naturais dos modos globais de flexão, situando-se mais próximos às frequências medidas, trazendo uma melhora na correlação de formas modais (MAC). Os resultados validam a metodologia proposta para a obtenção de modelos FEM confiáveis para uso em projetos aeronáuticos.

Palavras-chave: Análise Modal Experimental. Elementos Finitos. Painéis Reforçados. Ajuste de Modelo. Estruturas Aeronáuticas.

ABSTRACT

The validation of numerical models is a critical step in the development of aeronautical structures, ensuring that computational predictions accurately reflect actual physical behavior. This work presents the development and updating of a dynamic model of a stiffened aluminum panel, representative of a fuselage section, using the Finite Element Method (FEM) and Experimental Modal Analysis (EMA) data. The numerical methodology investigated three connection modeling strategies (Glued Contact, RBE2 Rigid Elements, and Single Mesh), with the Single Mesh technique selected for the updating stage due to its better correlation with the global dynamic response. Experimentally, the panel was tested under free-free conditions using electrodynamic shaker excitation, with 51 vibration modes identified via the PolyMAX algorithm. The initial correlation revealed systematic frequency discrepancies and a 1.1% mass difference due to non-modeled elements. Through a sensitivity analysis, a parametric adjustment of the effective density and the elastic modulus at the connections was performed. The final updated model presented a larger spacing between the natural frequencies of the global bending modes, closer to the measured frequencies, resulting in an improvement in mode shape correlation (MAC). The results validate the proposed methodology for obtaining reliable FEM models for use in aeronautical design.

Keywords: Experimental Modal Analysis. Finite Elements. Stiffened Panels. Model Updating. Aeronautical Structures.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Abordagem <i>Building Block</i> (Pirâmide de Testes) na validação de estruturas aeronáuticas.	19
Figura 2 – Representação esquemática de um elemento rígido RBE2 conectando a <i>skin</i> ao reforçador.	22
Figura 3 – Exemplo de uma matriz Auto - MAC indicando alta correlação na diagonal principal.	27
Figura 4 – Modelo da placa reforçada selecionada para a análise.	29
Figura 5 – Pesagem da placa reforçada.	30
Figura 6 – Representação dos elementos conectados via <i>Glued Contact</i> , ilustrando a continuidade da malha sem a necessidade de furos físicos.	32
Figura 7 – Detalhe da conexão utilizando elementos RBE2 (<i>spider</i>), destacando a preservação dos furos e a discretização radial.	33
Figura 8 – Modelo desenvolvido com a técnica de Malha Única, ilustrando a continuidade nodal e os campos de compensação de inércia.	34
Figura 9 – Curvas de convergência de malha para os primeiro modo de vibração.	37
Figura 10 – Curvas de convergência de malha para os segundo modo de vibração.	37
Figura 11 – Curvas de convergência de malha para os terceiro modo de vibração.	38
Figura 12 – Curvas de convergência de malha para os quarto modo de vibração.	38
Figura 13 – Curvas de convergência de malha para os quinto modo de vibração.	39
Figura 14 – Curvas de convergência de malha para os sexto modo de vibração.	39
Figura 15 – Formas modais numéricas (1 a 10) obtidas com o modelo de Malha Única, ilustrando a transição de modos globais para locais.	41
Figura 16 – Formas modais numéricas de ordem superior (11 a 20) obtidas com o modelo de Malha Única.	42
Figura 17 – Excitação: Shaker B&K Type 4809.	44
Figura 18 – Sensoriamento: Acelerômetro B&K Type 4535.	44
Figura 19 – Placa reforçada suspensa para o ensaio.	45
Figura 20 – Instalação do <i>shaker</i>	46
Figura 21 – Acoplamento da cabeça de impedância.	46
Figura 22 – Fixação dos acelerômetros.	47
Figura 23 – Esquema de numeração dos nós e sistema de coordenadas.	48
Figura 24 – FRF e Coerência média força-aceleração medida no ponto de excitação (cabeça de impedância).	50
Figura 25 – FRFs e Coerências obtidas para os pontos 1, 9, 17, 86, 94 e 102.	51
Figura 26 – Diagrama de estabilização do <i>PolyMAX</i> no intervalo de 0 a 50 Hz.	53
Figura 27 – Diagrama de estabilização do <i>PolyMAX</i> no intervalo de 50 a 100 Hz.	53
Figura 28 – Diagrama de estabilização do <i>PolyMAX</i> no intervalo de 100 a 150 Hz.	54

Figura 29 – Diagrama de estabilização do <i>PolyMAX</i> no intervalo de 150 a 200 Hz.	54
Figura 30 – 10 primeiras formas modais identificadas experimentalmente.	56
Figura 31 – Matriz Auto-MAC dos modos experimentais, confirmando a independência linear dos vetores modais identificados.	57
Figura 32 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a segunda forma modal.	60
Figura 33 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a terceira forma modal.	61
Figura 34 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a quarta forma modal.	61
Figura 35 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a quinta forma modal.	61
Figura 36 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a sexta forma modal.	62
Figura 37 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a sétima forma modal.	62
Figura 38 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a oitava forma modal.	62
Figura 39 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a nona forma modal.	62
Figura 40 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a décima forma modal.	63
Figura 41 – Área de cobertura da medição.	63
Figura 42 – Matriz MAC cruzada.	64
Figura 43 – Correlação entre FRFs experimental e numérica.	65
Figura 44 – Comparação entre a FRF antes e depois do ajuste de massa da cabeça de impedância.	67
Figura 45 – Comparação entre as FRFs do ponto 103 obtidas nas baterias de medição 1 e 13.	67
Figura 46 – Comparação entre FRFs simuladas para o ponto 103 sem e com massas pontuais.	68
Figura 47 – FRF obtida após o ajuste da densidade do material.	69
Figura 48 – FRF obtida após o ajuste do módulo de elasticidade nas interfaces das conexões.	70
Figura 49 – Matriz MAC final entre o modelo ajustado e o ensaio experimental.	72

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades do Material (Al6061)	30
Tabela 2 – Dimensões nominais dos componentes [mm]	30
Tabela 3 – Comparação das frequências naturais (Hz) entre as estratégias de modelagem	36
Tabela 4 – Parâmetros de configuração da aquisição de dados.	49
Tabela 5 – Dez primeiros parâmetros modais identificados experimentalmente (Frequência e Amortecimento)	55
Tabela 6 – Comparação de frequências naturais e erros relativos.	59
Tabela 7 – Valores da diagonal principal da matriz MAC para os seis primeiros modos.	65
Tabela 8 – Propriedades do material: Modelo Base vs. Modelo Ajustado	70
Tabela 9 – Comparação final: Frequências Modelo sem Ajuste vs. Modelo com Ajuste vs. Experimentais	71
Tabela 10 – Valores da diagonal principal da matriz MAC para os seis primeiros modos depois do ajuste.	71
Tabela 11 – Correspondência final entre modos simulados e experimentais após a análise da matriz MAC.	72
Tabela 12 – Lista completa das frequências naturais (Hz) obtidas.	79
Tabela 13 – Coordenadas dos pontos de medição e excitação da placa reforçada [mm]. .	80

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ATC	Aluminum Testbed Cylinder
CAD	Computer Aided Design
EMA	Análise Modal Experimental
FEM	Finite Element Method
FRF	Função de Resposta em Frequência
GDL	Graus de Liberdade
ISO	International Organization for Standardization
LDV	Laser Doppler Vibrometer
LSCE	Least Squares Complex Exponential
LVA	Laboratório de Vibrações e Acústica
MAC	Modal Assurance Criterion
MPC	Multipoint Constraint
PolyMAX	Polyreference Least-Squares Complex Frequency-Domain
RBE2	Rigid Body Element Type 2
RBE3	Rigid Body Element Type 3
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	OBJETIVOS	16
1.1.1	Objetivos específicos	16
1.2	ESTRUTURA DO TRABALHO	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
2.1	CONTEXTUALIZAÇÃO E ESTRUTURA AERONÁUTICA	18
2.1.1	A Pirâmide de Testes e o Painel Reforçado	18
2.1.2	Estado da Arte na Dinâmica de Painéis de Fuselagem	19
2.2	MODELAGEM NUMÉRICA POR ELEMENTOS FINITOS	20
2.2.1	Estratégias de Elementos: Casca e Sólidos	21
2.2.2	Modelagem de Juntas e Conexões	21
2.3	ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL	23
2.3.1	Condições de Contorno: Livre-Livre e Engastada	23
2.3.2	Função Resposta em Frequência (FRF)	23
2.3.3	Técnicas de Excitação e Aquisição	24
2.3.4	Linearidade e Validação de Dados	25
2.4	CORRELAÇÃO E AJUSTE DE MODELO	26
2.4.1	Estimação de Parâmetros Modais: O Algoritmo PolyMAX	26
2.4.2	Métricas de Correlação FEA-Teste	26
2.4.3	Estratégias de Ajuste de Modelo	27
3	METODOLOGIA - SIMULAÇÃO NUMÉRICA	29
3.1	DEFINIÇÃO DO OBJETO DE ESTUDO	29
3.2	ESTRATÉGIA DE MODELAGEM COMPUTACIONAL	31
3.2.1	Formulações de Elementos e Softwares	31
3.2.2	Preparação da Geometria	31
3.3	METODOLOGIAS DE MODELAGEM DAS JUNÇÕES	32
3.3.1	Modelo 1: Contato Colado (<i>Glued Contact</i>)	32
3.3.2	Modelo 2: Conexões Rígidas (RBE2)	33
3.3.3	Modelo 3: Malha Unificada com Espessuras Equivalentes	34
3.4	CONFIGURAÇÃO DA ANÁLISE MODAL	35
3.4.1	Tratamento dos Modos de Corpo Rígido	35
3.5	RESULTADOS PRELIMINARES E VERIFICAÇÃO	35
3.5.1	Comparativo entre Estratégias de Conexão	35
3.5.2	Análise de Convergência de Malha	36
3.6	RESULTADOS DA SIMULAÇÃO BASE	40
3.7	CONSIDERAÇÕES FINAIS DA ETAPA NUMÉRICA	42
4	METODOLOGIA - ENSAIO MODAL	44

4.1	INSTRUMENTAÇÃO	44
4.2	MONTAGEM DO APARATO EXPERIMENTAL	45
4.3	PROCEDIMENTO DE MEDIÇÃO	47
4.4	PARÂMETROS DE AQUISIÇÃO	49
4.5	QUALIDADE DOS DADOS E COERÊNCIA	49
4.6	METODOLOGIA DE IDENTIFICAÇÃO MODAL	52
4.7	RESULTADOS DA IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL	54
4.8	FORMAS MODAIS EXPERIMENTAIS E VALIDAÇÃO DO ENSAIO (AUTO- MAC)	55
4.9	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	57
5	CORRELAÇÃO DOS RESULTADOS E AJUSTE DE MODELO	59
5.1	CORRELAÇÃO INICIAL	59
5.1.1	Comparação de Frequências Naturais e Definição do Modelo Numérico Utilizado	59
5.1.2	Correlação de Formas Modais	60
5.1.3	Correlação pela matriz MAC	63
5.1.4	Comparação entre as Funções de Resposta em Frequência	65
5.2	AJUSTE DE MODELO	66
5.2.1	Ajuste da massa dos transdutores	66
5.2.2	Estratégia adotada para o ajuste	68
5.2.3	Correção da massa total do modelo numérico	69
5.2.4	Ajuste na rigidez das conexões	69
5.2.5	Definição do Modelo Final Ajustado	70
5.3	RESULTADOS DO MODELO FINAL	70
5.3.1	Comparação de Frequências (Pós-Ajuste)	70
5.3.2	Correlação MAC Final	71
6	CONCLUSÕES	74
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	75
	Referências Bibliográficas	76
	APÊNDICE A – FREQUÊNCIAS NATURAIS NATURAIS PREVIS- TAS PELO MODELO NUMÉRICO BASE	79
	APÊNDICE B – PONTOS DE MEDIÇÃO E EXCITAÇÃO DA PLACA REFORÇADA.	80

1 INTRODUÇÃO

A indústria aeronáutica opera sob rigorosos padrões de segurança e eficiência, onde a garantia da integridade estrutural é mandatória. No desenvolvimento de novas aeronaves, a capacidade de prever com precisão o comportamento dinâmico de componentes da fuselagem é crítica não apenas para evitar falhas por fadiga, mas também para garantir o conforto vibroacústico dos passageiros (Kersten; Mechefske, 2023).

Visando garantir a confiabilidade dessas previsões numéricas frente à realidade física, a estratégia de validação adotada pela indústria segue a abordagem conhecida como “Building Block” ou Pirâmide de Testes. Antes de se analisar uma aeronave completa, validam-se materiais, componentes e subestruturas. Os painéis reforçados (compostos por revestimento, longarinas e cavernas) representam uma unidade fundamental dessa estrutura. Embora as ferramentas baseadas no Método de Elementos Finitos (FEM - *Finite Element Method*) tenham evoluído significativamente, modelos numéricos baseados apenas em desenhos de projeto (CAD) e propriedades nominais de materiais frequentemente divergem do comportamento real da estrutura fabricada. Incertezas associadas às técnicas de junção (como rebites), variabilidade de materiais e condições de contorno reais introduzem erros que podem comprometer o projeto final (Buehrle; Fleming et al., 2000).

A Análise Modal Experimental (EMA) surge como a ferramenta padrão para aferir o comportamento real da estrutura. No entanto, a simples obtenção de dados experimentais não é suficiente: é necessário utilizar essas informações para corrigir e calibrar os modelos matemáticos, em um processo denominado Ajuste de Modelo (*Model Updating*) (Lam; Mechefske, 2020).

Este trabalho propõe-se a investigar e aplicar metodologias de correlação e ajuste de modelo em um painel de alumínio reforçado, representativo de uma seção de fuselagem. Através da comparação entre diferentes estratégias de modelagem numérica e dados experimentais de alta fidelidade, busca-se estabelecer um fluxo de trabalho que garanta um modelo numérico validado e fisicamente representativo para análises dinâmicas futuras.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver, validar e ajustar um modelo em FEM de uma placa de alumínio reforçada, utilizando dados obtidos via Análise Modal Experimental, visando minimizar as discrepâncias de frequência natural, formas modais e Funções de Resposta em Frequência (FRF) entre a simulação e o ensaio físico.

1.1.1 Objetivos específicos

Para alcançar o objetivo geral, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- Realizar uma revisão bibliográfica sobre a dinâmica de estruturas aeronáuticas, modelagem de juntas e técnicas de análise modal;
- Desenvolver e comparar diferentes estratégias de modelagem numérica (Contato, Elementos Rígidos e Malha Única), avaliando a convergência de malha para determinar a abordagem mais eficiente para a representação de painéis rebitados;
- Planejar e executar um ensaio de Análise Modal Experimental (EMA) utilizando a condição de contorno livre-livre, garantindo a qualidade dos dados através de métricas de coerência;
- Identificar os parâmetros modais experimentais (frequências, fatores de amortecimento e formas modais) utilizando algoritmos robustos no domínio da frequência (PolyMAX);
- Realizar uma análise de sensibilidade para identificar as variáveis críticas e aplicar o ajuste de modelo (atualização de propriedades de massa e rigidez) para calibrar a resposta numérica.
- Correlacionar os resultados numéricos e experimentais através do Critério de Garantia Modal (MAC) e erros percentuais de frequência para validar o resultado atingido pelo ajuste;

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está estruturado em seis capítulos. O **Capítulo 1** apresenta a introdução, contextualização e os objetivos da pesquisa. O **Capítulo 2** traz a Revisão Bibliográfica, abordando os conceitos fundamentais da pirâmide de testes, as formulações utilizadas em FEM para cascas e conexões, e os fundamentos da análise modal experimental.

O **Capítulo 3** descreve a Metodologia Numérica, detalhando a construção dos modelos computacionais, o estudo de convergência de malha e a análise comparativa preliminar entre as estratégias de modelagem. O **Capítulo 4** apresenta a Metodologia Experimental, descrevendo a instrumentação, o procedimento de aquisição de dados e os resultados da identificação modal.

No **Capítulo 5**, realiza-se a Correlação e o Ajuste de Modelo. Nesta etapa, os dados dos capítulos anteriores são confrontados para definir a estratégia de modelagem definitiva, as discrepâncias são diagnosticadas e o modelo final calibrado é apresentado. Por fim, o **Capítulo 6** apresenta as conclusões finais e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica e o estado da arte pertinentes à análise dinâmica de estruturas aeronáuticas, fornecendo a base acadêmica necessária para o desenvolvimento deste trabalho. A seleção e a progressão dos tópicos refletem as etapas cronológicas exigidas para a validação de um modelo numérico frente a dados físicos. Inicialmente, a Seção 2.1 aborda a importância da análise de painéis reforçados dentro da filosofia de certificação da indústria aeroespacial. Em seguida, a Seção 2.2 discute as melhores práticas e os desafios da modelagem por Elementos Finitos (FEA), com foco nas estratégias de discretização e representação matemática de juntas flexíveis. O domínio físico é detalhado na Seção 2.3, que revisa os preceitos da Análise Modal Experimental (EMA), essenciais para a extração de dados de referência confiáveis e mitigação de incertezas operacionais. Por fim, a Seção 2.4 consolida a integração entre simulação e ensaio, revisando métricas de correlação e técnicas de ajuste de modelo. Essa estrutura foi elaborada para embasar as premissas e justificar as escolhas metodológicas que serão aplicadas na avaliação vibroacústica do painel em estudo nas etapas seguintes.

2.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E ESTRUTURA AERONÁUTICA

A garantia da integridade estrutural e do conforto vibroacústico em aeronaves modernas exige um rigoroso processo de validação que integra ensaios experimentais e simulações numéricas. Dentro deste contexto, a análise dinâmica de componentes estruturais não ocorre de forma isolada, mas segue uma filosofia de complexidade incremental conhecida como a abordagem “*Building Block*” ou Pirâmide de Testes (Caputo et al., 2020). Esta seção contextualiza o papel dos painéis reforçados nesta hierarquia e traça a evolução das metodologias de validação dinâmica aplicadas a estas estruturas ao longo das últimas três décadas.

2.1.1 A Pirâmide de Testes e o Painel Reforçado

A indústria aeroespacial adota a Pirâmide de Testes para mitigar riscos de projeto e validar modelos numéricos de forma progressiva. Esta metodologia, ilustrada na Figura 1 decompõe a aeronave completa em níveis hierárquicos de teste, partindo do material, avançando para elementos, subcomponentes e componentes, até atingir a estrutura completa da aeronave (Caputo et al., 2020; Kersten; Mechefske, 2023).



Figura 1 – Abordagem *Building Block* (Pirâmide de Testes) na validação de estruturas aeronáuticas.

Fonte: Adaptado de (Caputo et al., 2020).

Nesta hierarquia, os painéis reforçados ocupam uma posição estratégica no nível de subcomponentes (4º nível da pirâmide). Eles representam a unidade fundamental da fuselagem metálica, tipicamente constituída por um revestimento fino (*skin*) reforçado longitudinalmente por longarinas (*stringers*) e transversalmente por cavernas (*frames*) (Cabell, 2010). A validação dos modelos dinâmicos neste nível é crítica pois permite isolar fenômenos físicos complexos, como o acoplamento entre modos locais da *skin* e modos globais de flexão, sem a incerteza da condição de contorno utilizada e a densidade modal excessiva de uma fuselagem completa (Bahari et al., 2021; Chamberlain; Mechefske, 2017).

Estudos seminais indicam que a caracterização precisa destes painéis no regime linear (pré-flambagem) é um pré-requisito para a calibração de modelos em FEM que são posteriormente utilizados em análises de vibração e acústica de toda a aeronave (Brancaccio et al., 2025; Grosveld, 1998). Se o modelo numérico não for capaz de prever corretamente o comportamento dinâmico de um painel isolado, erros significativos de propagação ocorrerão na modelagem da fuselagem completa (Brancaccio et al., 2025).

2.1.2 Estado da Arte na Dinâmica de Painéis de Fuselagem

A literatura técnica documenta uma evolução clara nas metodologias de ensaio e modelagem de painéis de fuselagem, partindo de validações fundamentais no final da década de 1990 para esquemas complexos de atualização de modelo (*model updating*) na década de 2020.

No final dos anos 1990, os trabalhos do cluster de pesquisa da NASA Langley, liderados por Fleming, Buehrle e Storaasli, estabeleceram as fundações para a Análise Modal Experimental (EMA) de painéis e cilindros reforçados (Fleming; Buehrle; Storaasli, 1998; Buehrle; Fleming, 1998). Estes estudos, focados no *Aluminum Testbed Cylinder* (ATC), demonstraram a

viabilidade do uso de modelos em FEM baseados predominantemente em elementos de casca (*shells*) para capturar a dinâmica global de estruturas aeronáuticas, desde que devidamente correlacionados com dados experimentais (Grosveld, 1998; Grosveld et al., s.d.).

Avançando para a década de 2010, Cabell (Cabell, 2010) refinou esta abordagem ao investigar um painel plano de alumínio reforçado, projetado explicitamente como um análogo de uma parede lateral de fuselagem. Diferente dos estudos anteriores focados em condições idealizadas, Cabell introduziu maior realismo ao modelar as conexões rebitadas entre *skin* e reforçadores utilizando elementos rígidos (RBE2) e replicar as condições de contorno de engaste (*clamped*) em aberturas de teste de perda de transmissão em câmaras acústicas. Este trabalho foi fundamental para legitimar o uso de malhas densas de elementos de casca para prever a resposta vibroacústica em médias frequências (Cabell, 2010).

Mais recentemente, na década de 2020, o foco da pesquisa deslocou-se para a integração de efeitos de fabricação e condições de contorno reais (“as-built”). Pesquisas conduzidas por Mechefske e colaboradores investigaram subestruturas de fuselagem em meia-escala, como seções de cauda e anteparas pressurizadas (Donaldson; Mechefske, 2020; Sekijoba; Gunawardana; Mechefske, 2025). Estes estudos modernos destacam que a correlação entre teste e modelo não pode ignorar os efeitos de pré-tensão induzidos pelo processo de fabricação e montagem dos painéis. Em particular, Lam e Mechefske (Lam; Mechefske, 2020) demonstraram que a atualização de modelos numéricos para incluir a rigidez geométrica decorrente da pré-tensão de flexão da *skin* melhora significativamente a correlação de frequências e formas modais.

Entretanto, apesar desta evolução, a literatura ainda apresenta lacunas na comparação sistemática de estratégias de modelagem de juntas (ex: elementos rígidos versus elementos de interpolação ou Contato Colado) aplicadas especificamente ao nível de painel para fins de ajuste de modelo modal. Enquanto a modelagem baseada em cascas é amplamente aceita (Cabell, 2010; Brancaccio et al., 2025), a influência detalhada da topologia da malha na interface *skin*-reforçador e a representação matemática da rigidez da junta permanecem áreas abertas para investigação detalhada, justificando o foco deste trabalho.

2.2 MODELAGEM NUMÉRICA POR ELEMENTOS FINITOS

A simulação da dinâmica estrutural de componentes aeronáuticos requer um compromisso criterioso entre fidelidade física e custo computacional. A literatura consolidada aponta que, para painéis de fuselagem no regime linear, a precisão da análise modal depende primariamente de dois fatores: a seleção adequada da formulação do elemento e a estratégia de discretização (malha), principalmente na representação matemática das juntas e conexões (Buehrle; Fleming et al., 2000).

2.2.1 Estratégias de Elementos: Casca e Sólidos

Embora a geometria real de longarinas e cavernas possua volume tridimensional, a modelagem via Elementos Sólidos (3D) é frequentemente proibitiva para análises de fuselagem completa ou grandes painéis. Elementos sólidos isoparamétricos, como o CHEXA (hexaédrico) ou CTETRA (tetraédrico) do MSC Nastran (MSC Software Corporation, 2024), possuem apenas três graus de liberdade translacionais por nó. Para capturar o comportamento de flexão de paredes finas sem travamento por cisalhamento, é necessário um refinamento excessivo da malha através da espessura (Brancaccio et al., 2025).

Em contraste, a literatura privilegia o uso de Elementos de Casca (2D) para estruturas de paredes finas. Trabalhos de referência, como o de Cabell (Cabell, 2010) e Brancaccio et al. (Brancaccio et al., 2025), demonstram que elementos de casca quadrilaterais (como o CQUAD4) são capazes de representar com precisão os modos globais e locais de painéis reforçados. Estes elementos possuem seis graus de liberdade por nó (três translações e três rotações) e formulam a rigidez à flexão baseados na teoria de placas (Mindlin-Reissner ou Kirchhoff), permitindo que uma única camada de elementos represente o comportamento da *skin* e da alma dos reforçadores com alta eficiência computacional (Cabell, 2010; Grosveld, 1998). Portanto, a abordagem padrão na indústria, validada por décadas de ensaios no *Aluminum Testbed Cylinder* (ATC), consiste na discretização da *skin* e dos reforçadores majoritariamente por elementos de casca, reservando elementos sólidos apenas para detalhamento local ou validação cruzada (Grosveld, 1998; Grosveld et al., s.d.).

2.2.2 Modelagem de Juntas e Conexões

A representação das conexões entre a *skin* e os reforçadores (longarinas e cavernas) é um dos maiores desafios na modelagem de fuselagens metálicas. Em estruturas reais, estas conexões são realizadas por fileiras de rebites ou parafusos, que introduzem rigidez local e amortecimento devido ao atrito nas interfaces. Em FEM, diversas abordagens simplificadas são adotadas para evitar a modelagem explícita de cada fixador com elementos de contato não-linear.

A abordagem mais comum documentada na literatura para painéis metálicos é o uso de elementos rígidos, especificamente o RBE2 (*Rigid Body Element, Type 2*) no MSC Nastran. Conforme detalhado por Cabell (Cabell, 2010), esta técnica conecta os nós da *skin* aos nós do reforçador impondo uma restrição cinemática rígida. Matematicamente, o RBE2 atua como uma Restrição Multiponto (MPC), onde os deslocamentos dos nós dependentes (u_{dep}) são acoplados rigidamente ao nó independente (u_{ind}):

$$u_{dep} = u_{ind} + \omega_{ind} \times r, \quad (1)$$

onde ω_{ind} é a rotação do nó mestre e r é o vetor distância, como pode ser visto na Figura 2. Embora eficiente e amplamente utilizada para representar a rigidez infinita de uma conexão perfeita (Cabell, 2010; Buehrle; Fleming et al., 2000), a literatura carece de estudos que quantifiquem o

erro introduzido por essa rigidez artificial em comparação com a flexibilidade real de um rebite, especialmente em modos de alta frequência onde a flexibilidade da junta se torna relevante.

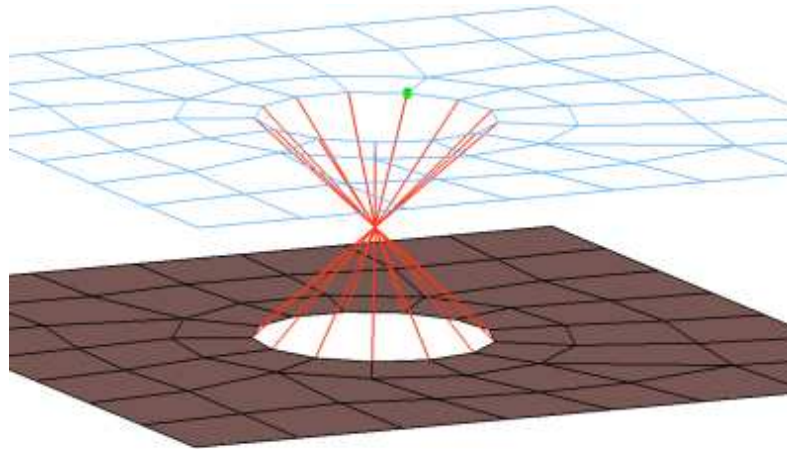


Figura 2 – Representação esquemática de um elemento rígido RBE2 conectando a *skin* ao reforçador.

Fonte: (Altair Engineering Inc., 2022)

Alternativamente, elementos de interpolação (RBE3) ou contatos lineares do tipo *Glued Contact* (disponíveis em solvers modernos como MSC Nastran) permitem distribuir as cargas sem adicionar rigidez artificial infinita à região da conexão. Enquanto o RBE2 “solda” os nós, o *Glued Contact* utiliza formulações de penalidade ou multiplicadores de Lagrange para unir malhas incongruentes, permitindo transições de malha mais suaves (Buehrle; Fleming et al., 2000).

Apesar da disponibilidade destas formulações, a revisão realizada indica uma escassez de comparações sistemáticas, ao nível de painel, que avaliem o impacto destas diferentes estratégias (RBE2 vs. RBE3 vs. *Glued*) na correlação modal (MAC) e no ajuste de modelos. A maioria dos trabalhos assume o RBE2 como padrão (Cabell, 2010) sem apresentar uma justificativa quantitativa baseada em testes experimentais modernos, lacuna que este trabalho visa preencher.

Finalmente, a geometria da seção transversal do painel impõe um desafio de topologia. Como a *skin* e o reforçador possuem espessuras finas, suas superfícies médias estão geometricamente afastadas. A estratégia principal apresentada pela literatura para tal problema é a seguinte:

- **Malha Unificada (Unified Mesh):** Os nós da *skin* e dos reforçadores e cavernas são tornados coincidentes (colapsados) na interface através da translação e união dos componentes. Esta abordagem, utilizada por Cabell (Cabell, 2010), simplifica a conexão mas altera ligeiramente o momento de inércia da seção se não corrigida.
- **Uso de Offsets:** As espessuras das regiões equivalentes aos componentes colapsados são somadas e aplica-se um deslocamento em relação ao plano normal da malha, de modo a compensar o momento de inércia e recuperar a rigidez da geometria original.

2.3 ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL

A Análise Modal Experimental (EMA) constitui a referência física primária para a validação de modelos numéricos na indústria aeroespacial. Para componentes leves e rígidos, como painéis de fuselagem reforçados, a precisão da EMA é altamente sensível à configuração do ensaio. A literatura estabelece três pilares metodológicos críticos para garantir a qualidade dos dados adquiridos: a implementação das condições de contorno, a seleção do método de excitação e a verificação da linearidade do sistema (Fleming; Buehrle; Storaasli, 1998; Donaldson; Mechefske, 2020).

2.3.1 Condições de Contorno: Livre-Livre e Engastada

A escolha da condição de contorno define a natureza dos modos de vibração que serão excitados. A literatura apresenta duas abordagens distintas, cada uma com propósitos específicos na validação de modelos:

- **Suspensão Livre-Livre:** É a condição ideal para validação de modelos numéricos puros, pois isola a dinâmica do corpo de prova da influência de fixações externas. Estudos fundamentais em painéis e cilindros frequentemente utilizam suspensões elásticas (bungees) ou espumas macias para aproximar esta condição, onde as frequências dos modos de corpo rígido devem ser, por regra prática, inferiores a 10-20% da primeira frequência elástica da estrutura (Fleming; Buehrle; Storaasli, 1998; Grosveld, 1998). Esta configuração é vantajosa para correlação inicial, pois elimina a incerteza associada à rigidez desconhecida de parafusos ou grampos.
- **Condições de Contorno Restritas (Clamped/In-situ):** Para representar o comportamento operacional, é necessário simular a fixação do painel na fuselagem. Cabell documenta o uso de uma janela de teste com bordas fixadas para simular o engaste de um painel lateral, demonstrando que esta condição altera drasticamente a densidade modal e o amortecimento devido ao atrito nas bordas. Trabalhos recentes de Mechefske et al. (Sekijoba; Gunawardana; Mechefske, 2025; Lam; Mechefske, 2020) expandiram este conceito para ensaios “*in-situ*”, onde subestruturas são testadas montadas em seus suportes reais (ex: suportes de motor), utilizando o ajuste de modelo para calibrar a rigidez destas conexões.

2.3.2 Função Resposta em Frequência (FRF)

O passo fundamental no processo de validação via análise modal é a obtenção das Funções de Resposta em Frequência (FRF). A FRF é uma função de transferência no domínio da frequência que descreve a relação entre a resposta de saída da estrutura (seja deslocamento, velocidade ou aceleração) e a força de excitação de entrada (Cordioli; Jordan, 2021).

Matematicamente, para um sistema linear, a FRF ($H(\omega)$) é definida como a razão entre a transformada de Fourier da resposta ($X(\omega)$) e a transformada de Fourier da força de excitação ($F(\omega)$):

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)}. \quad (2)$$

Dependendo da grandeza física medida na resposta, a FRF recebe denominações específicas: Receptância (deslocamento/força), Mobilidade (velocidade/força) ou Acelerância (aceleração/força). No contexto de painéis aeronáuticos, onde o uso de acelerômetros é predominante devido à faixa de frequência de interesse, a função de Acelerância ($A(\omega)$) é a métrica padrão. É a partir do processamento de um conjunto dessas funções que os parâmetros modais (frequências naturais, taxas de amortecimento e formas modais) são extraídos pelos algoritmos de identificação. Portanto, a precisão na medição da FRF é pré-requisito mandatório para a confiabilidade do modelo experimental.

2.3.3 Técnicas de Excitação e Aquisição

A excitação adequada de painéis reforçados apresenta desafios devido à alta densidade modal e à leveza da estrutura. As duas técnicas predominantes na literatura são o martelo de impacto e os excitadores eletrodinâmicos (*shakers*), comparados extensivamente em estudos de subestruturas de fuselagem.

- **Martelo de Impacto:** O martelo de impacto é valorizado pela rapidez e mínima intrusão na estrutura (sem adição de massa e rigidez do excitador). No entanto, Donaldson e Mechefske alertam que, para estruturas complexas com não-linearidades locais, o impacto pode não fornecer energia suficiente ou controlável para excitar adequadamente todos os modos de interesse com alta coerência (Donaldson; Mechefske, 2020).
- **Shakers:** Em contraste, o uso de *shakers* permite o controle preciso do sinal de entrada. Sinais como *Burst Random* ou *Sine Chirp* são preferidos para minimizar erros de vazamento (*leakage*) e maximizar a relação sinal-ruído. Contudo, a conexão física do *shaker* à estrutura (via uma haste metálica, chamada de *stinger*) introduz o risco de influenciar a dinâmica do painel, exigindo o uso de cabeças de impedância para medir a força e aceleração reais aplicadas no ponto de excitação (Cabell, 2010).

A instrumentação evoluiu de acelerômetros piezoelétricos tradicionais para técnicas sem contato. Enquanto acelerômetros leves ainda são o padrão para EMA clássica, o carregamento de massa em painéis de *skin* fina pode distorcer as frequências naturais dos modos locais, fenômeno conhecido como *mass loading*. A técnica de acelerômetro móvel (*roving accelerometer*), embora vantajosa por reduzir a massa total distribuída simultaneamente sobre a estrutura, introduz uma variação local da inércia a cada ponto de medição.

Segundo (Ren; Wang, 2017), a metodologia para mitigar esses erros consiste primeiramente na correção analítica da massa da cabeça de impedância (transdutor de força, m_f), que permanece fixa no ponto de excitação durante todo o teste, deve ser aplicada idealmente à FRF de ponto (A_{pp}) através da seguinte formulação:

$$A_{pp} = \frac{A_{pp}^{(p)}}{1 - m_f A_{pp}^{(p)}}, \quad (3)$$

onde $A_{pp}^{(p)}$ representa a FRF medida experimentalmente. Já a correção da massa dos acelerômetros em ensaios modais pelo método *roving* é complexa, pois a mudança de posição do sensor altera a distribuição de massa da estrutura a cada medição. Enquanto a correção no ponto de excitação é direta, para as Funções de Resposta em Frequência (FRFs) de transferência, os autores descrevem um método que utiliza uma massa inerte (m_d) com massa idêntica à do acelerômetro ($m_d = m_a$).

Para eliminar o efeito do acelerômetro de uma FRF de transferência medida, é necessário realizar uma medição adicional da FRF de ponto ($A_{pp}^{(p_1, p_2, l)}$) mantendo a massa inerte fixada no nó de resposta l . A formulação apresentada para obter a FRF de transferência corrigida ($A_{lp}^{(p_1)}$) é:

$$A_{lp}^{(p_1)} = \frac{A_{pp}^{(p_1, p_2)} - A_{pp}^{(p_1, p_2, l)}}{m_a A_{lp}^{(p_1, p_2, l)} (1 - m_a A_{pp}^{(p_1, p_2)})}, \quad (4)$$

onde $A_{pp}^{(p_1, p_2)}$ é a FRF de ponto convencional e $A_{lp}^{(p_1, p_2, l)}$ é a FRF de transferência medida. Alternativamente, caso o uso de massa inerte não seja viável, o artigo sugere um método baseado na medição repetida com dois acelerômetros de massas distintas para isolar analiticamente a contribuição inercial do sensor.

Por outro lado, há alternativas para evitar a necessidade da análise da incerteza trazida pela inércia dos acelerômetros: estudos modernos como os de Cabell (Cabell, 2010) empregam vibrômetros laser Doppler (LDV) e técnicas de varredura, permitindo alta resolução espacial na identificação de formas modais de alta frequência sem alterar as propriedades inerciais do painel.

2.3.4 Linearidade e Validação de Dados

A premissa fundamental para a aplicação da EMA é o comportamento linear da estrutura. Em componentes rebitados, a presença de micro-deslizamentos nas juntas pode introduzir não-linearidades de rigidez e amortecimento. No entanto, para o escopo deste trabalho, assume-se a operação em regime de pequenas amplitudes, faixa na qual esses efeitos são desprezíveis e as hipóteses lineares são consideradas válidas para a validação numérica (Cabell, 2010; Sekijoba; Gunawardana; Mechefske, 2025).

2.4 CORRELAÇÃO E AJUSTE DE MODELO

A convergência entre as previsões numéricas e os resultados experimentais é o objetivo final da validação estrutural. Na indústria aeronáutica moderna, a simples sobreposição visual de funções de resposta em frequência (FRFs) tornou-se insuficiente. O estado da arte exige um fluxo de trabalho quantitativo composto por três estágios: a estimação robusta de parâmetros modais, a quantificação da correlação via métricas quantitativas e a atualização sistemática das variáveis de projeto.

2.4.1 Estimação de Parâmetros Modais: O Algoritmo PolyMAX

A extração precisa de frequências naturais, fatores de amortecimento e formas modais a partir de dados experimentais ruidosos é um pré-requisito para qualquer correlação. Atualmente, o padrão industrial para esta tarefa é o estimador *Polyreference Least-Squares Complex Frequency-Domain*, comercialmente conhecido como PolyMAX (Peeters et al., 2004). O PolyMAX gera diagramas de estabilização extremamente limpos, facilitando a identificação de polos físicos (estáveis) em meio a polos matemáticos (ruído) (Donaldson; Mechefske, 2020). Embora a literatura de aplicação em subestruturas muitas vezes omita o nome comercial do algoritmo, o uso de “estimadores polireferência” modernos é implícito em campanhas de alta fidelidade como as de Wyen e Eason (Wyen; Schoettelkotte et al., 2017; Wyen; Perez et al., 2019), sendo fundamental para garantir que os dados de entrada para o ajuste do modelo FEM sejam livres de contaminação por ruído ou modos espúrios.

2.4.2 Métricas de Correlação FEA-Teste

Uma vez extraídos os parâmetros experimentais, é necessário quantificar o grau de similaridade com os modos numéricos. Uma métrica frequentemente mencionada na literatura é o Critério de Garantia Modal (*Modal Assurance Criterion* - MAC). O MAC avalia a colinearidade entre dois vetores de forma modal, podendo ser entre eles próprios (Auto - MAC) ou entre duas fontes diferentes (como um experimental $\{\phi_x\}$ e um numérico $\{\phi_a\}$), variando de 0 (ortogonalidade total/sem correlação) a 1 (correlação perfeita). Matematicamente, o termo MAC_{jk} para o j-ésimo modo experimental e o k-ésimo modo analítico é definido como:

$$MAC_{jk} = \frac{|\{\phi_x\}_j^T \{\phi_a\}_k|^2}{(\{\phi_x\}_j^T \{\phi_x\}_j)(\{\phi_a\}_k^T \{\phi_a\}_k)}. \quad (5)$$

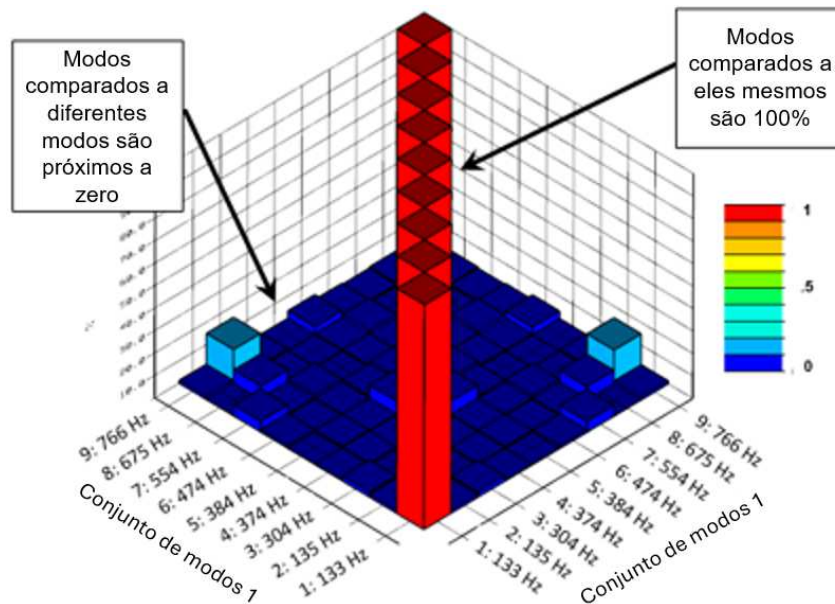


Figura 3 – Exemplo de uma matriz Auto - MAC indicando alta correlação na diagonal principal.
 Fonte: Adaptado de (Siemens Digital Industries Software, 2024)

Em estudos de subestruturas de fuselagem, como os conduzidos por Sekijoba e Mechefske (Sekijoba; Gunawardana; Mechefske, 2025), valores de MAC superiores a 0,8 são tipicamente exigidos para considerar um modo “correlacionado” e apto para uso no processo de ajuste (em casos de forma modal visualmente igual, um valor de MAC acima de 0,6 é aceitável). A matriz de MAC resultante permite identificar rapidamente problemas como troca de modos ou erros de modelagem espacial na malha em FEM.

2.4.3 Estratégias de Ajuste de Modelo

O passo final é o ajuste de modelo, um processo inverso onde os parâmetros físicos do modelo FEM são modificados para minimizar a discrepância em relação aos dados experimentais. Embora a literatura recente aponte para o uso crescente de algoritmos de otimização automatizada, a calibração manual iterativa, fundamentada na análise de sensibilidade, permanece uma abordagem essencial. Ela permite avaliar o significado físico de cada alteração, evitando correções puramente matemáticas que não correspondam à realidade estrutural.

Trabalhos seminais em placas reforçadas, como os de Rahman et al. (Rahman; Zubair; Amin, 2003), estabeleceram que os parâmetros mais eficazes para atualização são tipicamente as propriedades incertas do material (como o módulo de Young efetivo e a densidade) e a rigidez das juntas. Lam e Mechefske (Lam; Mechefske, 2020) reforçam que, em estruturas aeronáuticas reais, erros sistemáticos, como a massa não modelada de rebites ou a rigidez geométrica de pré-tensão, dominam o comportamento dinâmico. Nestes casos, a identificação manual das variáveis macroscópicas que afetam a inércia e a rigidez global mostra-se muitas vezes mais eficiente do que otimizações locais cegas (Sekijoba; Gunawardana; Mechefske, 2025; Lam; Mechefske, 2020).

Desta forma, a metodologia adotada neste trabalho baseia-se em um processo iterativo de ajuste manual guiado pela sensibilidade dos parâmetros. A estratégia consiste na variação controlada de propriedades globais (densidade, módulo de elasticidade, espessura de conexões e fatores de amortecimento) para corrigir vieses sistemáticos, utilizando a sobreposição das Funções de Resposta em Frequência (FRF) e a evolução da matriz de Critério de Garantia Modal (MAC) como métricas de validação do ajuste.

3 METODOLOGIA - SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Este capítulo detalha a metodologia computacional adotada para a predição do comportamento dinâmico da estrutura. A estratégia de modelagem foi desenvolvida com base nas práticas de FEM revisadas no Capítulo 2, priorizando a fidelidade na representação das juntas e a eficiência computacional adequada para futuras etapas de correlação e atualização de modelo.

3.1 DEFINIÇÃO DO OBJETO DE ESTUDO

O componente selecionado para análise insere-se no nível de subcomponente da Pirâmide de Testes aeronáutica (Caputo et al., 2020). Trata-se de um painel reforçado representativo de uma seção de fuselagem metálica, composto por uma placa de revestimento (*skin*) integrada a um sistema ortogonal de reforços (longarinas e cavernas), mostrado na Figura 4.



Figura 4 – Modelo da placa reforçada selecionada para a análise.

A estrutura é fabricada em liga de alumínio Al6061, cujas propriedades elásticas e inerciais nominais são apresentadas na Tabela 1. A topologia é constituída por 6 longarinas longitudinais, 4 cavernas transversais, 20 junções de intersecção e 4 suportes de fixação, totalizando um conjunto complexo cujas dimensões principais constam na Tabela 2.

Tabela 1 – Propriedades do Material (Al6061)

Propriedade	Valor
Módulo de elasticidade (E)	69 GPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0,3
Densidade (ρ)	2700 kg/m ³

Tabela 2 – Dimensões nominais dos componentes [mm]

Componente	Largura (W)	Altura (h)	Comprimento (L)	Espessura (t)
Placa (<i>Skin</i>)	1800	1130	-	1,63
Longarinas (perfil L)	20,8	24,8	1762	1,55
Cavernas (perfil C)	20	40	1010	1,45
Junções (perfil L)	19	56	155,4	1,2
Suportes (perfil T)	30	30	40	2,65

Um aspecto observado na fase preliminar é a discrepância de massa. Com base no modelo CAD 3D idealizado, a massa total calculada é de 12,78 kg. Entretanto, a pesagem experimental do corpo de prova físico indicou uma massa de 12,64 kg, como exibido na Figura 5.



Figura 5 – Pesagem da placa reforçada.

Esta diferença de aproximadamente 1,1% (140 g), com a massa do modelo numérico superando a massa medida experimentalmente, não é desprezível em análises dinâmicas. Visto que a inclusão de detalhes não precisamente modelados (como a massa de rebites) apenas aumentaria a massa do sistema físico, atribui-se este desvio a uma superestimativa das propriedades inerciais no modelo computacional. A causa mais provável reside na adoção de um valor de densidade nominal superior à densidade efetiva da liga de alumínio empregada, ou ainda a variações na espessura das chapas (tolerâncias de fabricação) que resultem em um volume real menor que o teórico. Esta incerteza paramétrica inicial fundamenta a necessidade da etapa posterior de ajuste de modelo, onde a densidade efetiva poderá ser calibrada para garantir a equivalência inercial com o sistema físico.

3.2 ESTRATÉGIA DE MODELAGEM COMPUTACIONAL

A simulação numérica foi estruturada em um fluxo de trabalho dividido entre pré-processamento (discretização e montagem) e solução (cálculo de autovalores).

3.2.1 Formulações de Elementos e Softwares

Para a discretização da geometria, utilizou-se o ambiente MSC Apex. A escolha desta ferramenta deve-se às suas funcionalidades de extração de superfície média e *scripting*, essenciais para automatizar a criação das centenas de conexões presentes no painel.

Em consonância com a revisão bibliográfica apresentada na Seção 2.2, optou-se pela utilização exclusiva de elementos de casca bidimensionais. Como a relação entre a espessura e as dimensões características dos componentes é muito pequena ($t/L \ll 0, 1$), a teoria de placas é suficiente para capturar o comportamento dinâmico da placa. O uso de elementos sólidos (3D) neste contexto, além de computacionalmente oneroso, poderia induzir erros numéricos de rigidez excessiva caso não houvesse um número suficiente de elementos na espessura (Brancaccio et al., 2025).

A malha foi gerada majoritariamente com elementos quadrilaterais lineares de 4 nós (CQUAD4), reservando-se elementos triangulares (CTRIA3) apenas para regiões de transição geométrica complexa ou fechamento de malha. O arquivo de entrada (*.bdf*) gerado foi então processado no *solver* Actran, utilizando o algoritmo de Lanczos para a extração dos modos normais de vibração.

3.2.2 Preparação da Geometria

A geometria original passou por um processo rigoroso de limpeza (*defeaturing*) para garantir a qualidade da malha. Detalhes como pequenos raios de concordância e excessos de material irrelevantes para a rigidez global foram removidos. As superfícies médias foram extraídas matematicamente para garantir que a propriedade de espessura fosse atribuída simetricamente ao plano do elemento.

Um ponto de atenção especial foi dado aos furos dos rebites, cuja abordagem variou conforme a estratégia de conexão testada:

- **Para modelos RBE2:** A geometria dos furos foi preservada explicitamente na malha, garantindo que o elemento rígido se conecte às bordas reais da furação;
- **Para modelos Glued/Malha Única:** Os furos foram suprimidos, permitindo uma malha contínua e mais uniforme, assumindo-se que a perda de massa relacionada ao rebite é compensada pelo ganho da massa ao preencher o furo.

3.3 METODOLOGIAS DE MODELAGEM DAS JUNÇÕES

Conforme discutido na Revisão Bibliográfica (Seção 2.2), a representação matemática das conexões entre a *skin* e os reforçadores é determinante para a precisão da resposta dinâmica global. Visando preencher a lacuna identificada na literatura sobre a eficiência comparativa de diferentes abordagens no regime linear, foram desenvolvidos três modelos FEM distintos para a mesma geometria base.

A seguir, detalham-se as particularidades de discretização e formulação de cada estratégia.

3.3.1 Modelo 1: Contato Colado (*Glued Contact*)

A primeira abordagem utiliza a formulação de contato linear, conhecida comercialmente no MSC Nastran/Apex como *Glued Contact*. Nesta estratégia, as malhas da *skin* e dos reforçadores são geradas de forma independente e incongruente (nós não coincidentes). O algoritmo de solução detecta a proximidade entre as superfícies e cria internamente equações de restrição que impedem o movimento relativo entre os pares de contato.

A principal vantagem observada nesta metodologia foi a simplificação da geometria. Como a conexão não exige a presença física dos furos, estes foram suprimidos, permitindo a geração de uma malha predominantemente estruturada e uniforme.

- **Discretização:** A malha resultante é composta por 119.982 elementos, sendo 99,8% do tipo CQUAD4 (quadrilaterais) e apenas 138 CTRIA3 (triangulares).
- **Topologia:** A ausência de discontinuidades geométricas (furos) permitiu manter um tamanho médio de elemento de 5 mm com distorção mínima.

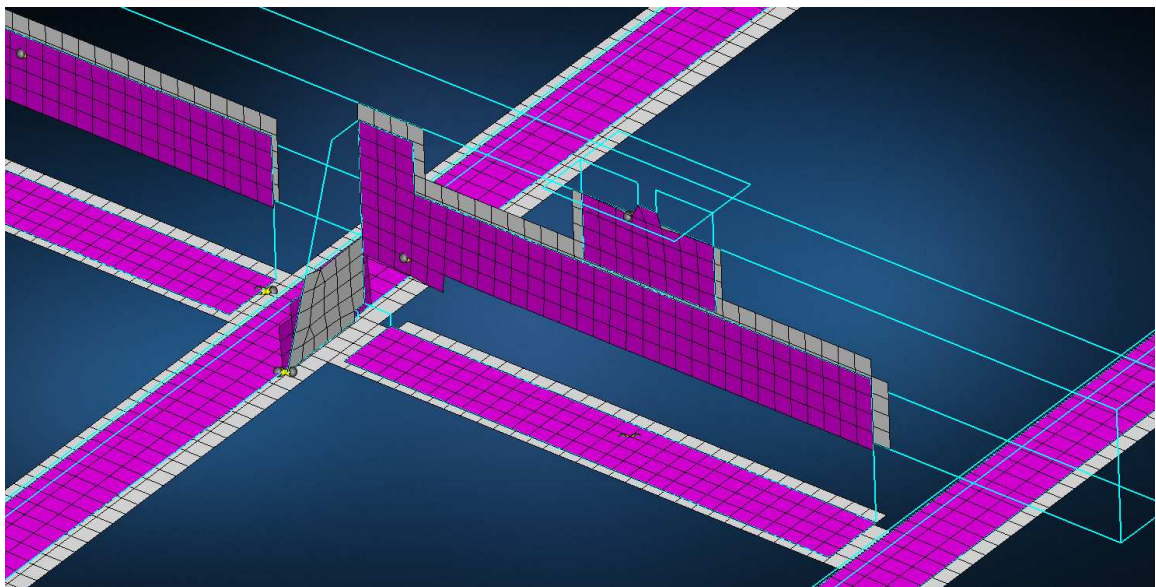


Figura 6 – Representação dos elementos conectados via *Glued Contact*, ilustrando a continuidade da malha sem a necessidade de furos físicos.

3.3.2 Modelo 2: Conexões Rígidas (RBE2)

Este modelo adota uma abordagem mais clássica da indústria aeronáutica, conforme validado por Cabell (Cabell, 2010). As juntas rebitadas são discretizadas explicitamente através de elementos rígidos do tipo RBE2.

Para implementar esta estratégia em escala (centenas de conexões), utilizou-se a ferramenta de automação *Hole-to-hole* do MSC Apex. O algoritmo opera em três etapas:

1. Identificação de pares de furos concêntricos entre a *skin* e a aba do reforçador;
2. Criação de um nó central independente (mestre) no centro geométrico da conexão;
3. Geração das “pernas” do elemento rígido (*spider*), conectando o nó mestre aos nós dependentes nas bordas de ambos os furos.

Nesta configuração, buscou-se conciliar o refinamento da malha global com a representação das fixações. Para manter um tamanho de elemento alvo de 5 mm em uma geometria com furos de rebite de 1/8” (3,175 mm) de diâmetro, a discretização da borda de cada furo foi fixada em 4 nós equidistantes conectados ao elemento RBE2. Cabe ressaltar que, no escopo deste trabalho, não foi realizada uma análise de convergência de malha específica para validar a sensibilidade do modelo a esta quantidade de nós por furo, sugerindo-se este estudo para investigações futuras.

Diferente do modelo *Glued*, esta abordagem exige a preservação da geometria dos furos na malha. A necessidade de acomodar elementos ao redor de uma geometria circular introduz uma complexidade topológica local, forçando o algoritmo de malha a criar zonas de transição. Como consequência, houve um aumento significativo no número de elementos triangulares para garantir o fechamento da malha.

- **Discretização:** O modelo totalizou 132.134 elementos.
- **Topologia:** Observou-se a presença de 6.403 elementos CTRIA3 (triangulares), concentrados nas vizinhanças dos furos, o que representa um aumento de duas ordens de grandeza em relação ao modelo *Glued*.

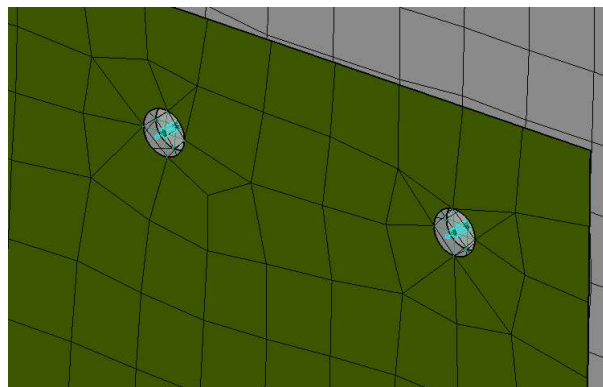


Figura 7 – Detalhe da conexão utilizando elementos RBE2 (*spider*), destacando a preservação dos furos e a discretização radial.

3.3.3 Modelo 3: Malha Unificada com Espessuras Equivalentes

A terceira estratégia buscou a máxima eficiência computacional através da metodologia de Malha Única. Nesta abordagem, a geometria foi modificada: as superfícies médias da *skin* e dos reforçadores foram transladadas para um plano comum e unidas pela ferramenta *Stitch*, que mantém a região de sobreposição marcada na topologia garantindo a coincidência perfeita de nós na interface. Isso elimina a necessidade de equações de restrição externas (como RBE2 ou contato).

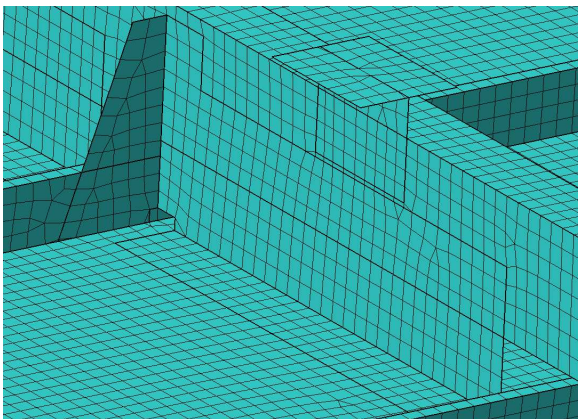
No entanto, a translação geométrica altera artificialmente o momento de inércia da seção transversal, o que introduziria erros grosseiros na rigidez à flexão da estrutura. Para corrigir isso, aplicou-se a técnica de *Z-Offset* nas propriedades físicas dos elementos de casca, conforme a teoria revisada na Seção 2.2.

Nas regiões de sobreposição, a propriedade do elemento foi configurada para ter uma espessura equivalente à soma das partes

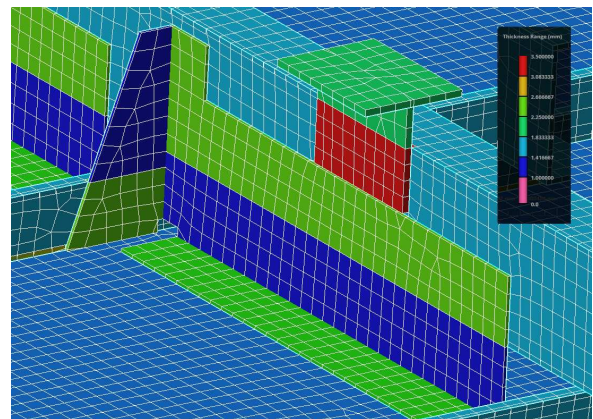
$$t_{eq} = t_{skin} + t_{stringer}, \quad (6)$$

enquanto o campo de *offset* foi ajustado para recuperar a posição original do eixo neutro. Desta forma, o modelo numérico preserva a distribuição de massa e rigidez correta, mesmo que a malha visual pareça plana na junção.

- **Eficiência:** Esta abordagem resultou no modelo mais leve, com 108.238 elementos (aprox. 18% menos que o RBE2).
- **Topologia:** A malha apresentou excelente qualidade, com predominância de quadriláteros (107.805 CQUAD4) e uso residual de triângulos (433 CTRIA3).



(a) Vista detalhada da malha contínua.



(b) Visualização das regiões com *offset* aplicado.

Figura 8 – Modelo desenvolvido com a técnica de Malha Única, ilustrando a continuidade nodal e os campos de compensação de inércia.

3.4 CONFIGURAÇÃO DA ANÁLISE MODAL

A extração dos modos normais foi configurada para simular a condição de contorno “livre-livre”, mimetizando o estado em que a estrutura flutua sem restrições externas. Esta escolha, conforme fundamentado na Seção 2.3, visa isolar as características intrínsecas do painel (massa e rigidez) sem a influência de incertezas provenientes de fixações ou bancadas de teste.

3.4.1 Tratamento dos Modos de Corpo Rígido

Teoricamente, uma estrutura livre possui seis modos de corpo rígido (três translações e três rotações) associados a uma frequência natural nula (0 Hz), pois não há deformação elástica envolvida. Numericamente, no entanto, esses modos podem aparecer como valores infinitesimais ou negativos devido à precisão de máquina.

Para filtrar esses modos não-elásticos e focar exclusivamente na resposta flexível da placa, o intervalo de extração de frequências no solver Actran foi definido a partir de um limite inferior de *cutoff*.

- **Intervalo de Interesse:** 0, 1 Hz a 200 Hz.
- **Justificativa:** O limite superior de 200 Hz foi estabelecido para garantir a captura dos modos globais de flexão e torção, bem como os primeiros modos locais de painel, abrangendo a faixa que se pretende trabalhar nas próximas etapas do projeto.

Nesta etapa de extração de autovalores reais, o amortecimento estrutural foi negligenciado, assumindo-se a matriz de amortecimento $[C] = 0$. Esta simplificação é padrão para a determinação das frequências naturais não amortecidas, sendo o amortecimento inserido posteriormente na etapa de correlação experimental.

3.5 RESULTADOS PRELIMINARES E VERIFICAÇÃO

Antes de prosseguir para a correlação com o ensaio físico, realizou-se uma verificação puramente numérica para avaliar a consistência entre as diferentes estratégias de modelagem e a sensibilidade da malha.

3.5.1 Comparativo entre Estratégias de Conexão

A Tabela 3 apresenta as frequências naturais dos dez primeiros modos flexíveis obtidos para os três modelos (Glued, RBE2 e Malha Única), mantendo-se a malha base de 5 mm constante.

Tabela 3 – Comparação das frequências naturais (Hz) entre as estratégias de modelagem

Modo	Glued	RBE2	Malha Única	Dif. Máx.*	Dif. Méd.*
1	3,70	2,69	3,42	31%	21%
2	20,89	20,54	19,54	7%	4%
3	21,65	21,14	20,24	7%	4%
4	54,96	40,79	51,60	29%	20%
5	56,05	41,69	53,08	29%	20%
6	66,22	51,66	62,86	24%	16%
7	70,64	59,64	67,67	17%	11%
8	75,33	61,89	71,67	19%	13%
9	78,08	63,57	73,94	20%	14%
10	82,03	67,92	77,72	19%	13%

*Diferença calculada em relação à média dos três modelos.

A análise dos resultados revela uma divergência significativa no comportamento dinâmico. O modelo **RBE2** apresentou sistematicamente as frequências mais baixas a partir do modo 4, indicando um comportamento global menos rígido em comparação aos modelos *Glued* e *Malha Única*.

Fisicamente, este comportamento deve ser atribuído à natureza discreta da conexão representada pelo modelo RBE2, em contraste com a continuidade imposta pelas outras estratégias. Enquanto os modelos *Glued* e de *Malha Única* promovem uma união integral das superfícies de contato, restringindo efetivamente todos os nós da interface como se houvesse uma adesão perfeita, a abordagem via RBE2 vincula as chapas apenas nas posições específicas dos conectores. Isso deixa as regiões entre rebites livres para apresentar deslocamentos relativos, resultando em uma rigidez estrutural global menor. Adicionalmente, a consideração das massas pontuais nos nós mestres (representando os rebites) contribui para o incremento da inércia do sistema. Contudo, dado que a massa total do modelo se mantém superior à massa aferida experimentalmente, corrobora-se a hipótese levantada anteriormente de que a densidade efetiva adotada para o material base está superestimada, indicando a necessidade de ajuste neste parâmetro.

3.5.2 Análise de Convergência de Malha

Para garantir que os resultados numéricos sejam independentes da discretização espacial, conduziu-se um estudo de convergência variando o tamanho global dos elementos de 6 mm a 3 mm, conforme ilustrado nas Figuras 9 à 14.

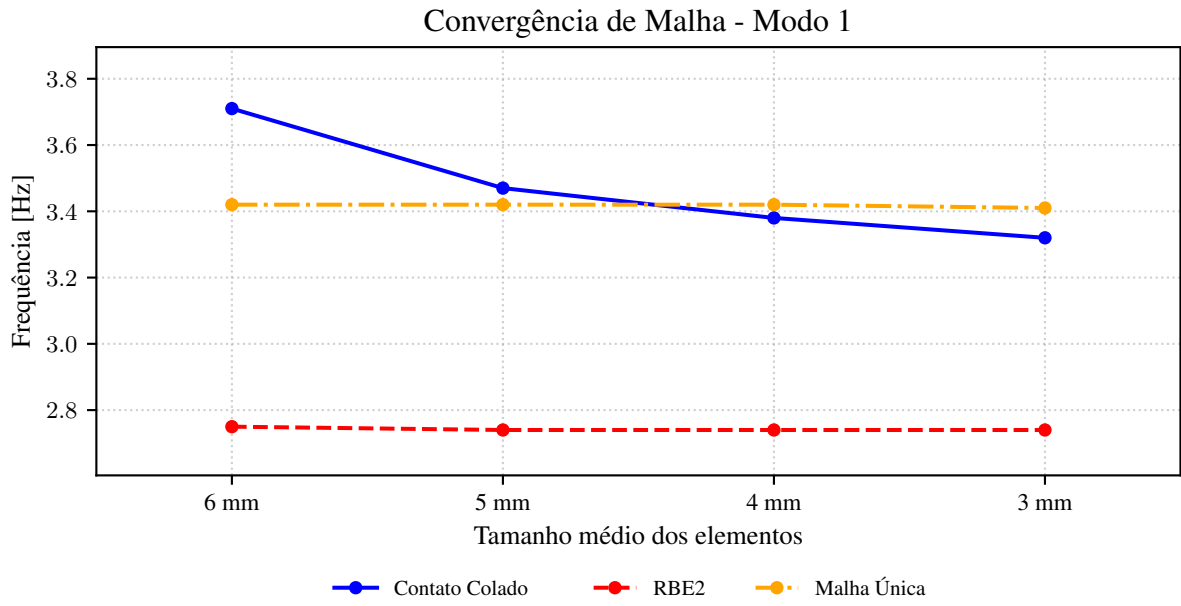


Figura 9 – Curvas de convergência de malha para os primeiro modo de vibração.

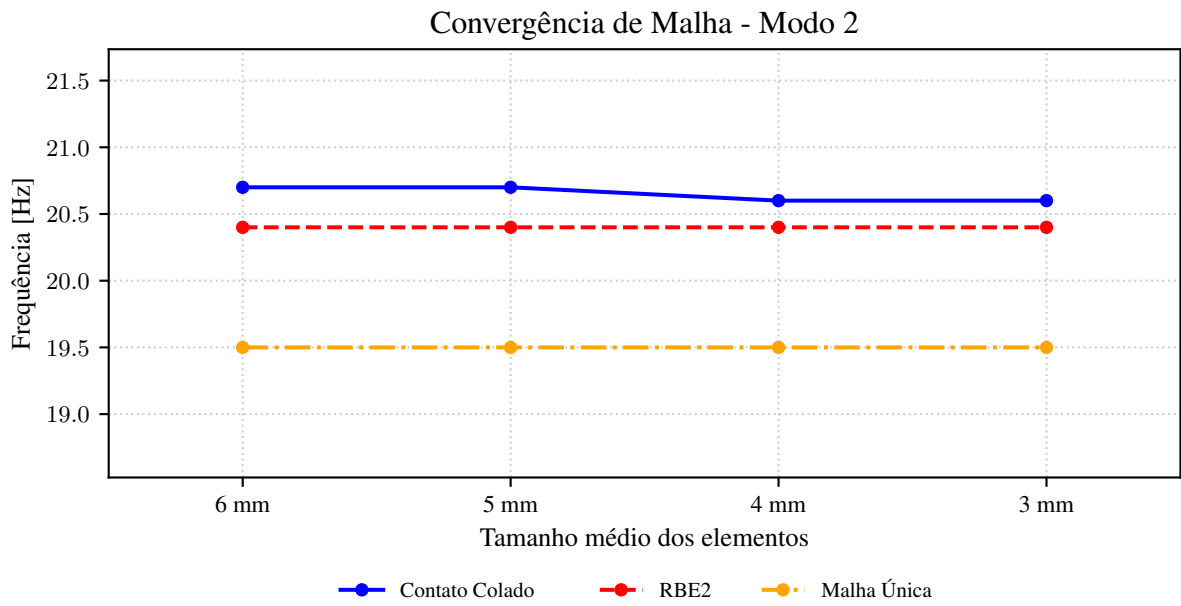


Figura 10 – Curvas de convergência de malha para os segundo modo de vibração.

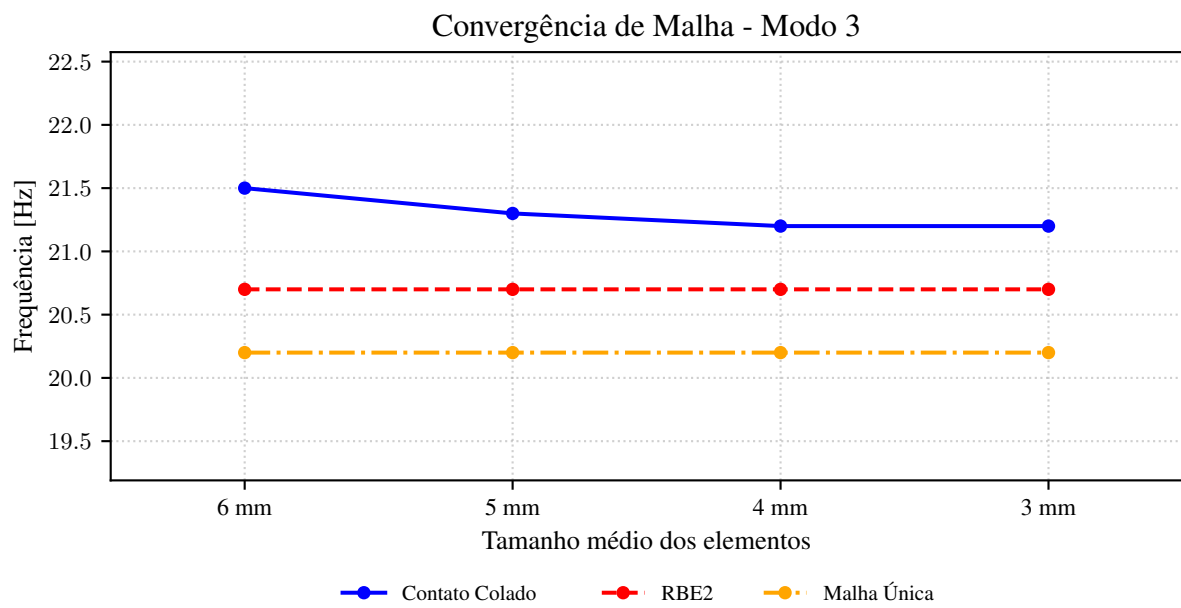


Figura 11 – Curvas de convergência de malha para os terceiro modo de vibração.

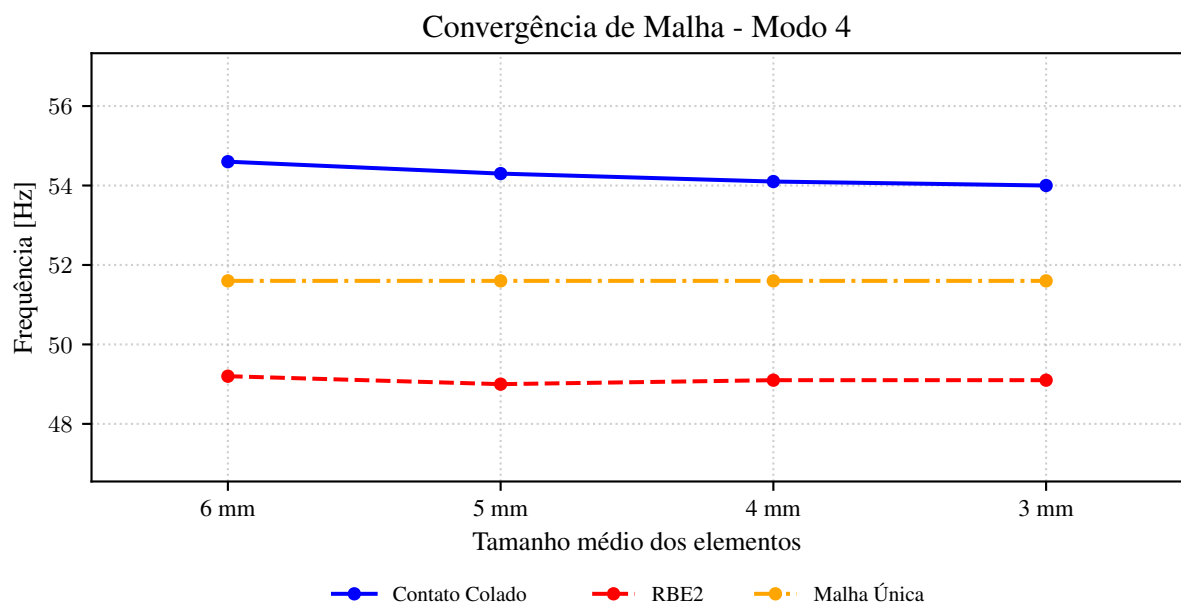


Figura 12 – Curvas de convergência de malha para os quarto modo de vibração.

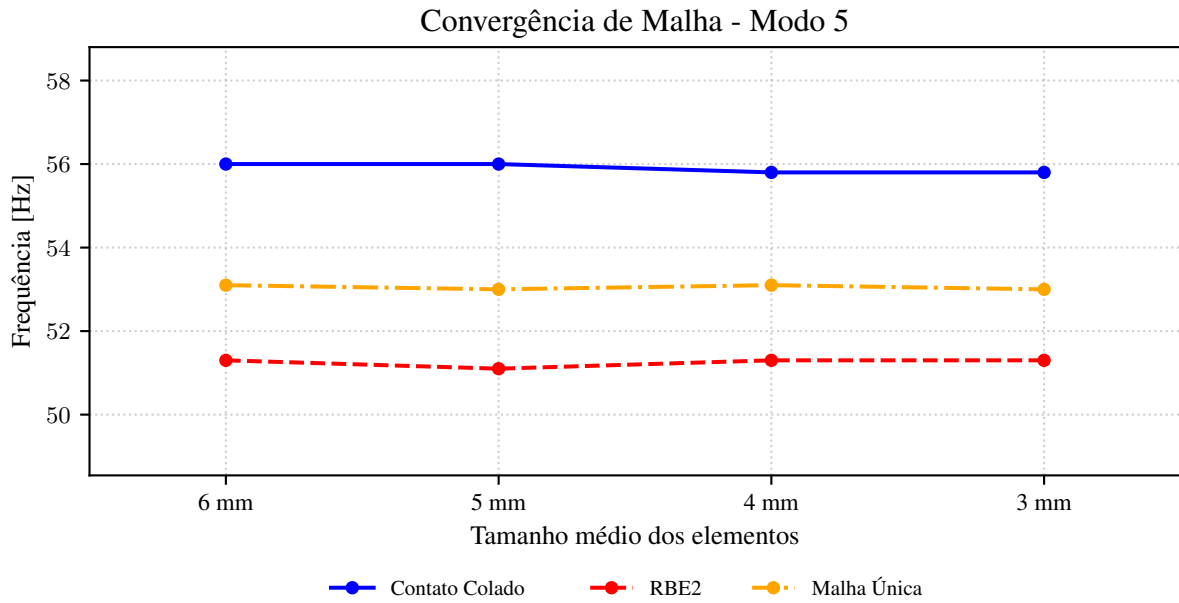


Figura 13 – Curvas de convergência de malha para os quinto modo de vibração.

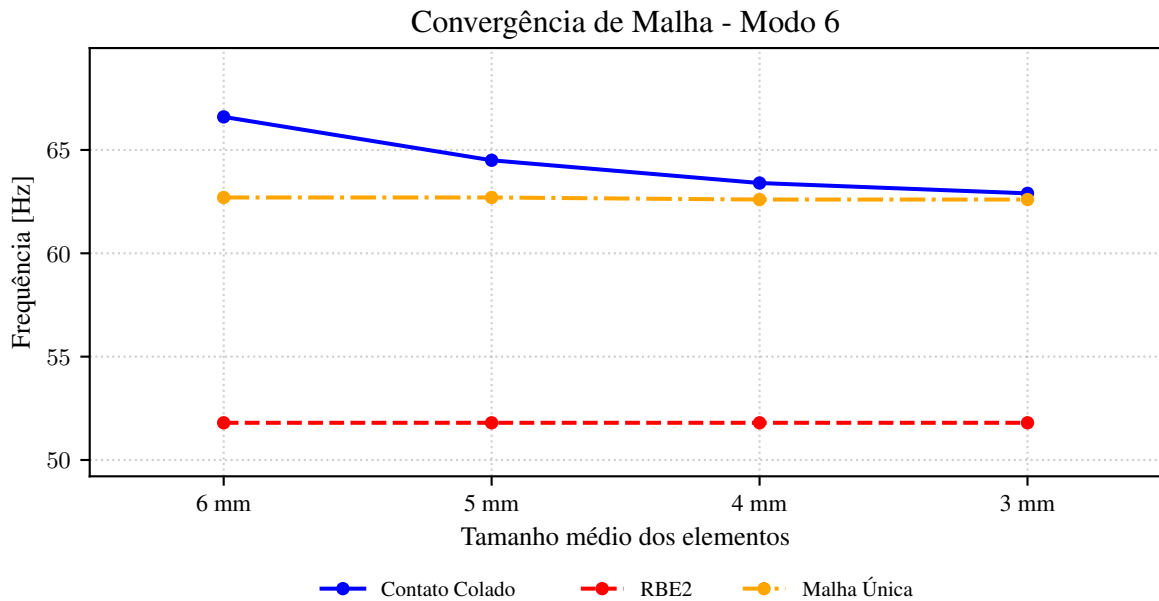


Figura 14 – Curvas de convergência de malha para os sexto modo de vibração.

Com base neste estudo, observa-se:

- **Robustez dos modelos com Malha Única e RBE2:** Este método demonstrou baixa sensibilidade ao refinamento, com variações de frequência desprezíveis ($< 0,5\%$) entre as malhas de 6 mm e 3 mm, indicando que a geometria contínua favorece a convergência rápida.
- **Sensibilidade do Contato Colado:** O modelo *Glued* apresentou flutuações relevantes nos primeiros modos para malhas grossas, estabilizando-se apenas com elementos menores

que 4 mm. Isso ocorre por conta da tolerância de colagem ter se mantido fixa para os diferentes tamanhos de elemento, fazendo com que, para elementos maiores, a área colada também fique maior, resultando em maiores rigidezes nas conexões.

3.6 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO BASE

Com as metodologias de modelagem definidas, procedeu-se à extração dos modos de vibração do modelo de Malha Única com discretização de 5 mm. Este modelo foi adotado como a referência primária para a comparação com os resultados experimentais do Capítulo 4, dada a elevada similaridade das formas modais entre as três estratégias avaliadas. As previsões numéricas obtidas fundamentam o planejamento do ensaio e a etapa subsequente de correlação.

As frequências naturais obtidas para os dez primeiros modos flexíveis da estrutura na condição livre-livre em Malha Única estão sumarizadas na Tabela 3, enquanto o Apêndice A lista todas as frequências naturais dos modos encontrados até 200 Hz.

As formas modais obtidas são apresentadas nas Figuras 15 e 16. Observa-se que os primeiros modos (1 a 4) exibem um comportamento predominantemente global, mobilizando a estrutura em toda a sua extensão, o que favorece a identificação visual e a correlação experimental. Em contrapartida, à medida que se avança na banda de frequência (modos 5 a 16), nota-se uma transição no comportamento dinâmico, caracterizada pelo confinamento da energia de vibração nas extremidades da placa (fenômeno explicado na Figura 41). Por fim, no intervalo dos modos 17 ao 20, este comportamento de borda persiste, mas passa a coexistir com a emergência de vibrações nas baias entre os reforçadores (modos locais de painel). Esta tendência à “localização” dos modos alerta que o sucesso da correlação dependerá fortemente da coincidência espacial entre os nós do modelo e os acelerômetros instrumentados no teste físico.

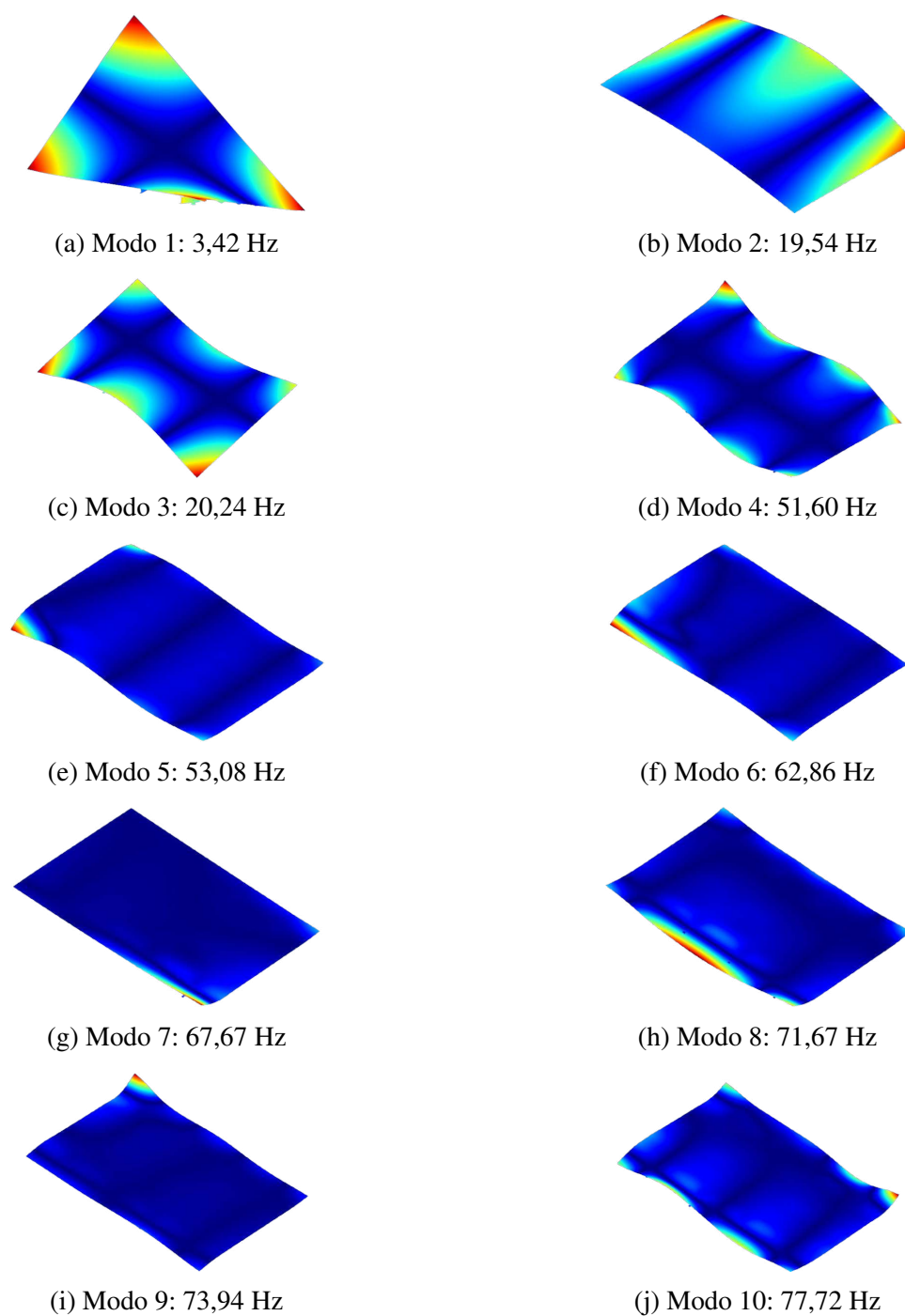


Figura 15 – Formas modais numéricas (1 a 10) obtidas com o modelo de Malha Única, ilustrando a transição de modos globais para locais.

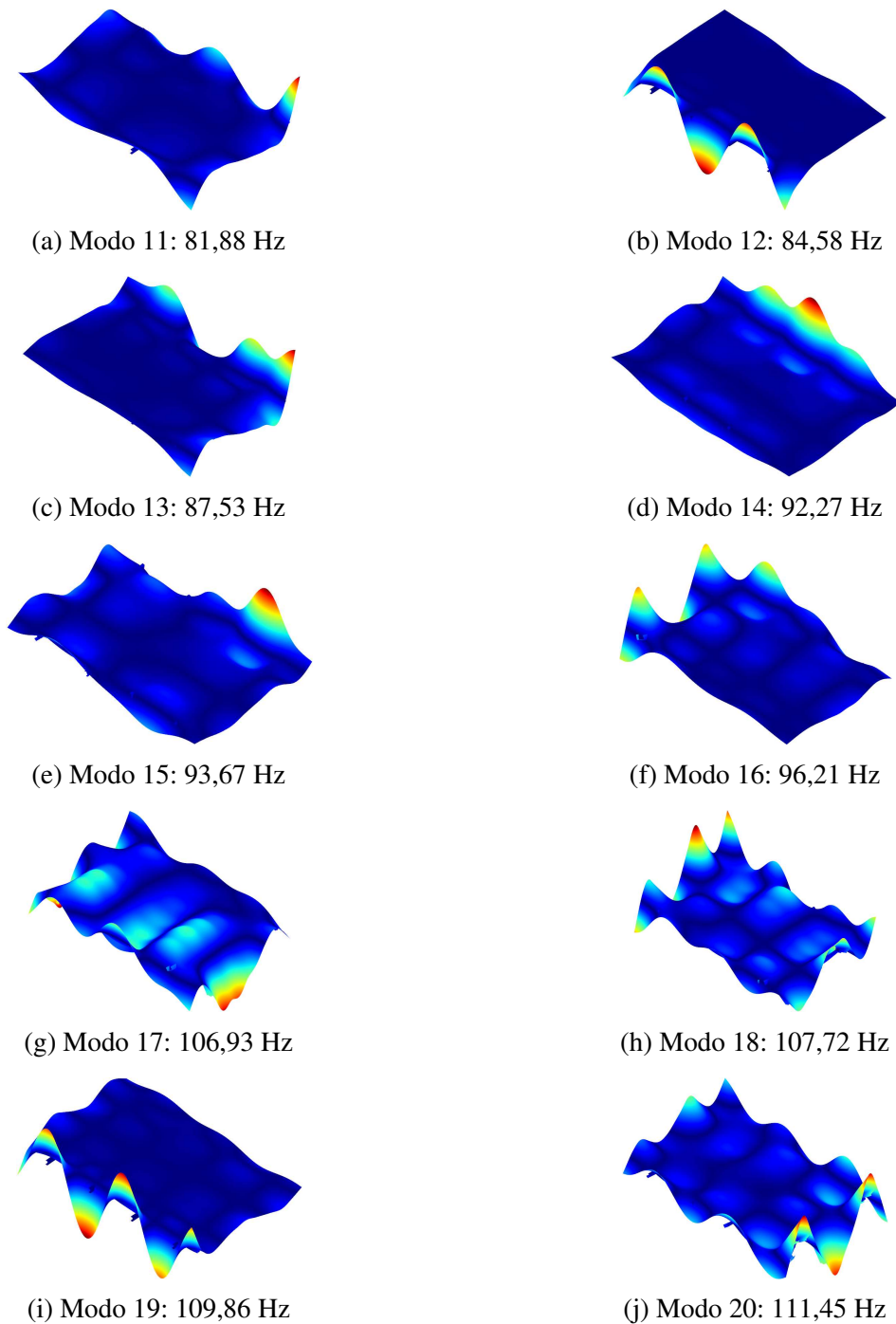


Figura 16 – Formas modais numéricas de ordem superior (11 a 20) obtidas com o modelo de Malha Única.

3.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS DA ETAPA NUMÉRICA

As frequências e formas modais aqui apresentadas constituem as hipóteses teóricas de comportamento da estrutura. No entanto, é fundamental reconhecer que este modelo base possui limitações inerentes: ele assume propriedades materiais nominais e conexões estruturais perfeitas. A validação destas premissas e a quantificação das incertezas reais só podem ser obtidas através da investigação física.

O próximo capítulo, portanto, descreve o Ensaio Modal Experimental, cujos dados servirão como parâmetro para avaliar a precisão deste modelo numérico e guiar o processo de atualização.

4 METODOLOGIA - ENSAIO MODAL

Este capítulo detalha a campanha experimental conduzida para caracterizar o comportamento dinâmico da placa de alumínio reforçada. Os procedimentos descritos englobam a instrumentação utilizada, a definição das condições de contorno e os parâmetros de aquisição e processamento de sinais.

4.1 INSTRUMENTAÇÃO

O aparato experimental utilizou equipamentos calibrados disponibilizados pelo Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA/UFSC). A cadeia de excitação foi composta por um vibrador eletrodinâmico (*shaker*) Brüel & Kjær **Type 4809**, um atuador compacto capaz de fornecer até 60 N de força de pico senoidal em uma largura de banda de 10 Hz a 20 kHz. Este dispositivo foi alimentado por um amplificador de potência Brüel & Kjær **Type 2716C**.

Para minimizar a transmissão de momentos fletores e rigidez parasita à estrutura, o *shaker* foi acoplado à placa através de uma haste metálica flexível (*stinger*). A força de excitação foi monitorada por uma cabeça de impedância PCB Piezotronics **288D01** (SN 5152), de massa total de 19,2 g e massa após o elemento transdutor de 4,8 g, instalada em série com o *stinger* no ponto de excitação e uma ponteira de 9 g para aumentar a área de colagem.

A resposta vibratória da estrutura foi capturada utilizando oito acelerômetros piezoelétricos triaxiais Brüel & Kjær **Type 4535** em treze baterias de medição. Estes sensores possuem uma massa de 6 g, o que pode ser um fator a se considerar na etapa de correlação com o modelo numérico. Previamente aos ensaios, todos os sensores foram calibrados utilizando um excitador de calibração Brüel & Kjær Type 4294.

A aquisição de dados e o condicionamento de sinais foram realizados por um sistema **Siemens SCADAS Mobile**, garantindo a sincronização precisa entre os canais. A interface e o pós-processamento, incluindo a estimativa das Funções de Resposta em Frequência (FRF) e a extração dos parâmetros modais, foram conduzidos no software **Siemens Testlab**.



Figura 17 – Excitação: Shaker B&K Type 4809.



Figura 18 – Sensoriamento: Acelerômetro B&K Type 4535.

4.2 MONTAGEM DO APARATO EXPERIMENTAL

Para aproximar a condição de contorno livre-livre, a placa reforçada foi suspensa verticalmente por dois cabos de aço flexíveis fixados ao teto e conectados aos cantos superiores da placa.



Figura 19 – Placa reforçada suspensa para o ensaio.

Analogamente ao sistema de suspensão da placa, o *shaker* foi instalado em um suporte dedicado, suspenso por cabos de aço em uma estrutura externa (Figura 20). O posicionamento vertical do conjunto foi ajustado para garantir o alinhamento coaxial preciso com o ponto de excitação predefinido, conforme ilustrado na Figura 21. O acoplamento à placa reforçada foi realizado por meio de um *stinger* conectado a uma cabeça de impedância. Na extremidade livre do sensor, utilizou-se uma ponteira metálica para ampliar a superfície de contato, permitindo a adesão à placa mediante o uso de adesivo instantâneo.

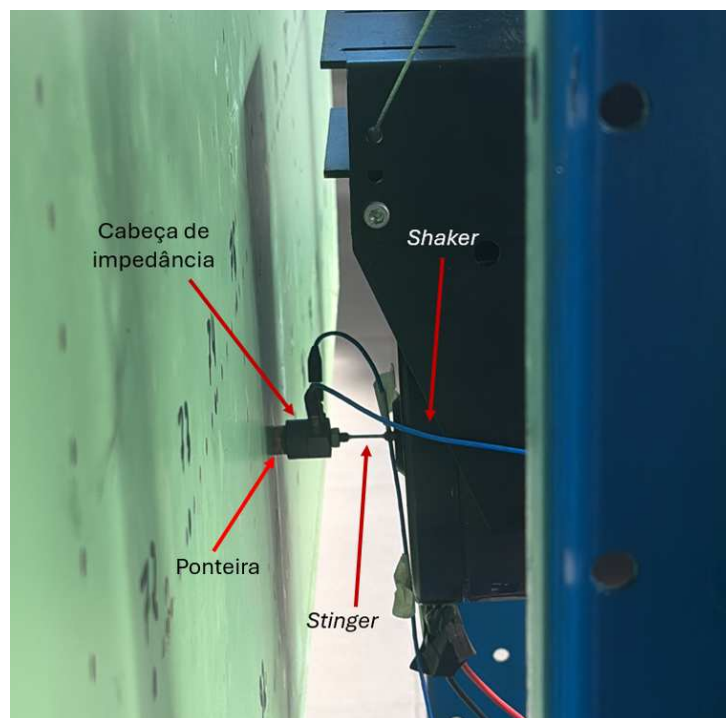
Figura 20 – Instalação do *shaker*.

Figura 21 – Acoplamento da cabeça de impedância.

Por fim, a fixação dos acelerômetros à estrutura foi realizada mediante a aplicação de uma fina camada de cera de abelha, assegurando um acoplamento mecânico rígido e de baixo amortecimento. O gerenciamento dos cabos foi executado suspendendo-os imediatamente acima da placa, de modo a isolar os sensores de tensões mecânicas externas que poderiam distorcer a resposta dinâmica medida. Adicionalmente, esse arranjo atuou como medida de segurança, prevenindo danos aos sensores por queda acidental em caso de descolamento, dada a elevada sensibilidade desses componentes a impactos. Esse arranjo pode ser melhor compreendido na Figura 22.

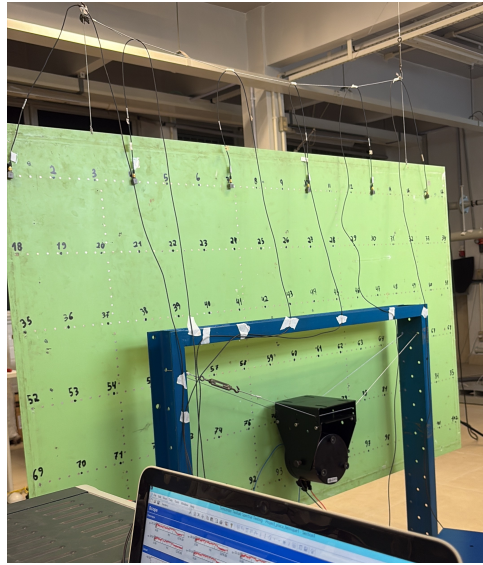


Figura 22 – Fixação dos acelerômetros.

4.3 PROCEDIMENTO DE MEDIÇÃO

Uma malha geométrica consistindo em 307 graus de liberdade (GDL) de resposta foi definida na superfície lisa da placa. A grade compreende 102 pontos de posicionamento dos acelerômetros triaxiais distribuídos em 6 linhas horizontais de 17 pontos cada, alinhadas com a altura das seis longarinas localizadas na face oposta. Um ponto adicional, designado como nó 103, serve como o ponto de excitação. Este nó está localizado no centro geométrico do painel formado pelos nós 76, 77, 93 e 94. As coordenadas de todos os pontos mapeados estão listadas no Apêndice B.

Estabeleceu-se um sistema de coordenadas cartesianas local com a origem no nó 1, orientado da seguinte forma:

- **Eixo Y (Positivo):** Direção horizontal, estendendo-se do canto superior esquerdo para o canto superior direito da placa.
- **Eixo X (Positivo):** Direção vertical, estendendo-se do canto superior esquerdo para o canto inferior esquerdo.
- **Eixo Z:** Normal à superfície da placa, seguindo a regra da mão direita.

A Figura 23 ilustra o esquema de numeração dos nós e a orientação do sistema de coordenadas.

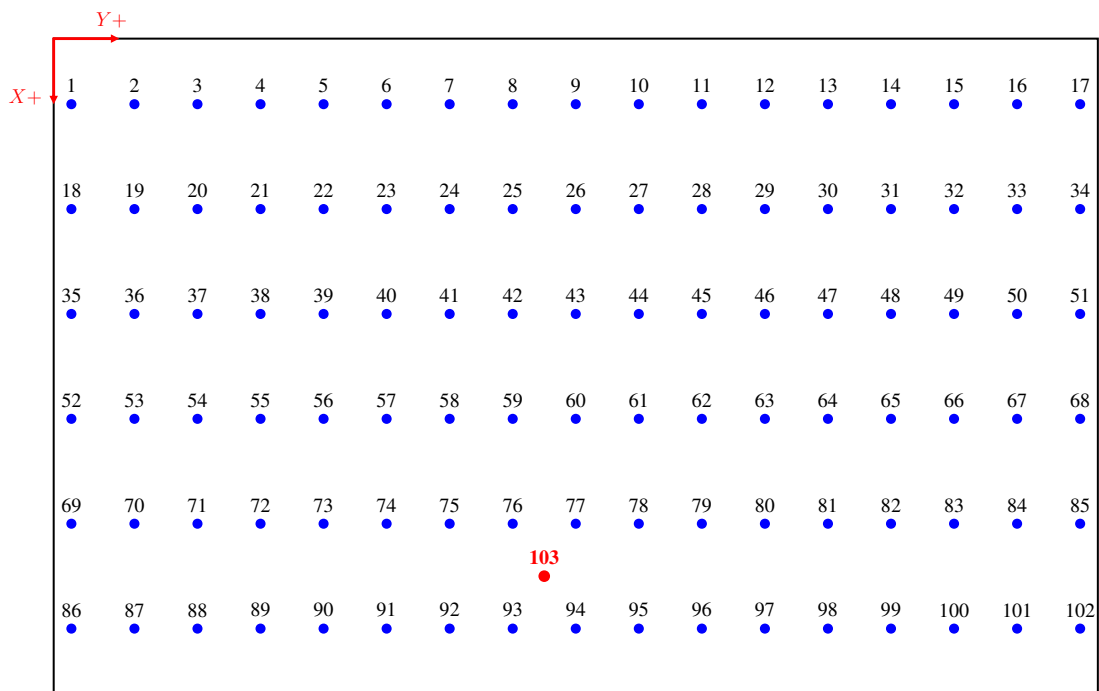


Figura 23 – Esquema de numeração dos nós e sistema de coordenadas.

A distribuição dos sensores priorizou o posicionamento sobre os componentes estruturais rígidos (*stringers* e cavernas), visando a identificação precisa dos modos globais da estrutura na faixa de baixa frequência. Em contrapartida, optou-se pela não instrumentação das baias da fuselagem (regiões de *skin* entre os reforçadores) e das bordas superiores e inferiores. Esta configuração impõe uma limitação espacial que impossibilita a observação dos modos locais de painel e dos modos de borda. Para investigações futuras que visem capturar a dinâmica de alta frequência dessas regiões flexíveis, recomenda-se o refinamento da malha de medição com uma maior discretização espacial.

Dada a disponibilidade de oito acelerômetros para uma malha de 102 pontos (além do ponto de excitação), empregou-se a técnica de acelerômetro móvel (*roving accelerometer*). A aquisição foi dividida em 13 conjuntos de medição (baterias). Para assegurar a resolução espacial e a consistência dos dados, os sensores foram movidos ao longo de cada linha em passos de dois pontos. A sequência para uma linha típica foi definida como:

- **Bateria 1:** Pontos 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.
- **Bateria 2:** Pontos 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16.

Este padrão repete-se para as linhas subsequentes (ex: a Bateria 3 inicia no ponto 18). Por fim, uma última bateria utilizando seis acelerômetros foi realizada para medir os pontos da última coluna de cada linha (17, 34, 51, 68, 85 e 102).

4.4 PARÂMETROS DE AQUISIÇÃO

Para excitar adequadamente os primeiros modos de vibração da estrutura, aplicou-se um sinal de Ruído Branco) no nó 103, cobrindo uma largura de banda de 0 a 200 Hz. Este tipo de excitação proporciona uma alta relação sinal-ruído e assegura que a energia seja distribuída uniformemente por todo o espectro de frequência analisado.

Os parâmetros de aquisição de dados utilizados no procedimento experimental estão sumarizados na Tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros de configuração da aquisição de dados.

Parâmetro	Configuração
Linhas Espectrais	2048
Resolução de Frequência	0,0975 Hz
Tempo de Aquisição	10,24 s
Médias	20 (por bateria)
Janelamento	Hanning
<i>Overlap</i>	50%

Para mitigar o fenômeno de vazamento espectral (*leakage*), aplicou-se uma janela de Hanning aos sinais de referência (força) e resposta (aceleração). Dado que esta técnica atenua a amplitude do sinal nas extremidades do bloco temporal para impor uma periodicidade artificial, há uma inevitável perda de informação energética nessas regiões. Para compensar este efeito, adotou-se uma taxa de sobreposição (*overlap*) de 50% na aquisição das médias. Esta estratégia assegura que os dados suprimidos nas bordas de um bloco sejam reposicionados na região central do bloco subsequente, garantindo a integridade estatística do sinal ao longo de todo o histórico temporal.

O gerenciamento integral do ensaio (controle de excitação, aquisição e processamento de sinais) foi realizado através do software Siemens Simcenter Testlab. As FRFs e as funções de coerência resultantes constituíram a base de dados para a etapa subsequente de identificação dos parâmetros modais.

4.5 QUALIDADE DOS DADOS E COERÊNCIA

A função de coerência entre a força de excitação e a aceleração no ponto de excitação (nó 103), ambas medidas pela cabeça de impedância, apresentou o comportamento característico esperado para medições neste tipo de configuração, como mostrado na Figura 24. A coerência manteve-se próxima da unidade na maior parte da largura de banda analisada, indicando uma elevada relação sinal-ruído e atestando a qualidade das medições realizadas.

Entretanto, observou-se consistentemente uma queda significativa nos valores de coerência na região de baixa frequência (especificamente abaixo de 10 Hz). Este comportamento é atribuído diretamente às especificações operacionais (*shaker* B&K Type 4809), projetado para fornecer

força de excitação adequada apenas na faixa de 10 Hz a 20 kHz. Consequentemente, a energia de entrada fornecida à estrutura na faixa de 0–10 Hz mostrou-se insuficiente para superar o patamar de ruído da medição, resultando na degradação esperada da coerência nesta banda específica.

Além desta limitação em baixa frequência, foram notados leves desvios na coerência especificamente no entorno das frequências de ressonância. Tais reduções localizadas são atribuídas às características inerentes ao arranjo experimental, resultando provavelmente de pequenas não linearidades estruturais excitadas ou da relação sinal-ruído nestes pontos específicos. Apesar destes artefatos previstos, os níveis de coerência mantiveram-se suficientes para validar a hipótese de linearidade necessária para a extração dos parâmetros modais na faixa de interesse (acima de 10 Hz).

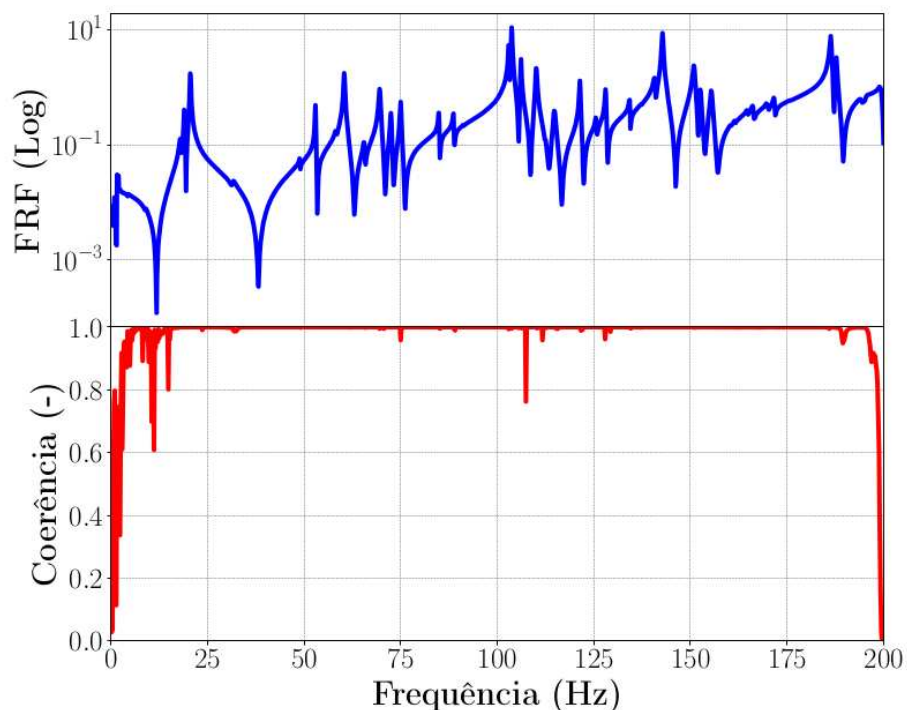
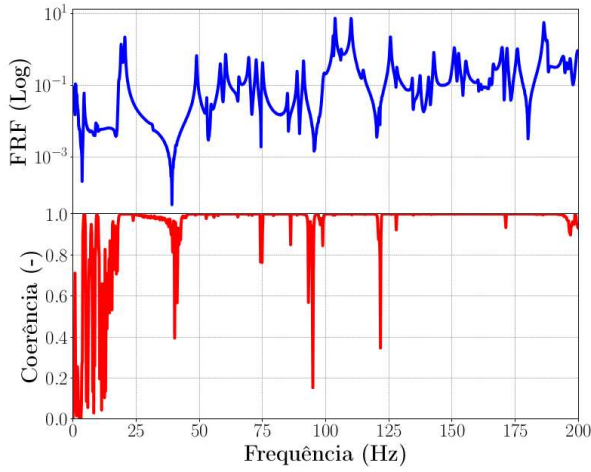
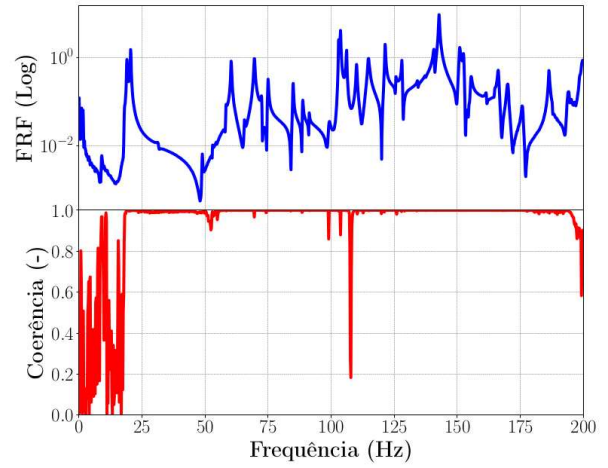


Figura 24 – FRF e Coerência média força-aceleração medida no ponto de excitação (cabeça de impedância).

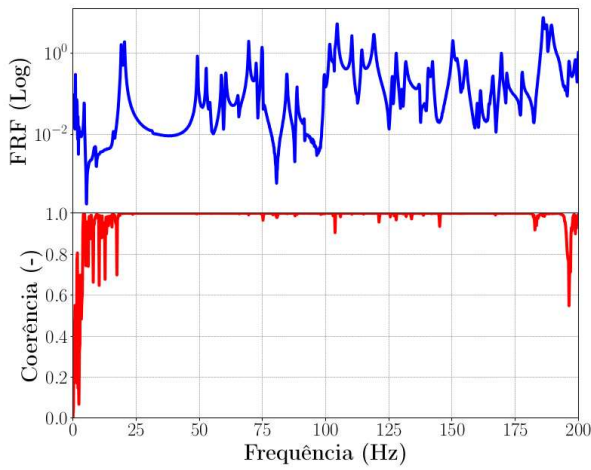
Além da verificação do ponto de excitação, procedeu-se à avaliação individual das funções de coerência e FRFs para todos os pontos de medição. A análise revelou índices elevados ao longo do espectro de frequência, confirmando a eficácia da transmissão de energia e a ausência de contaminação significativa no sinal. Na Figura 25, são apresentadas as coerências para os pontos de maior contribuição para os modos globais. Observa-se uma estabilidade maior nos pontos 86, 94 e 102 em comparação aos seus opostos (1, 9 e 17). Tal fato justifica-se pela menor distância destes sensores em relação ao ponto de excitação, resultando em uma captação de resposta mais robusta e menos suscetível a ruídos.



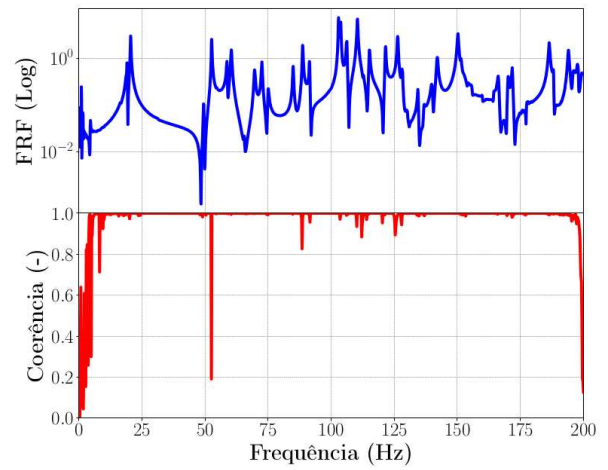
(a) FRF e Coerência em Z no ponto 1



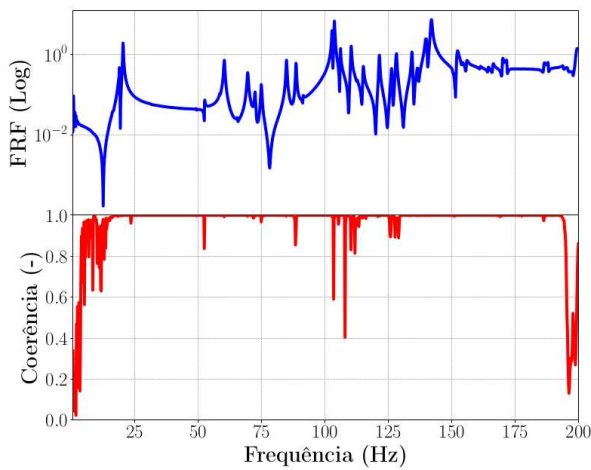
(b) FRF e Coerência em Z no ponto 9



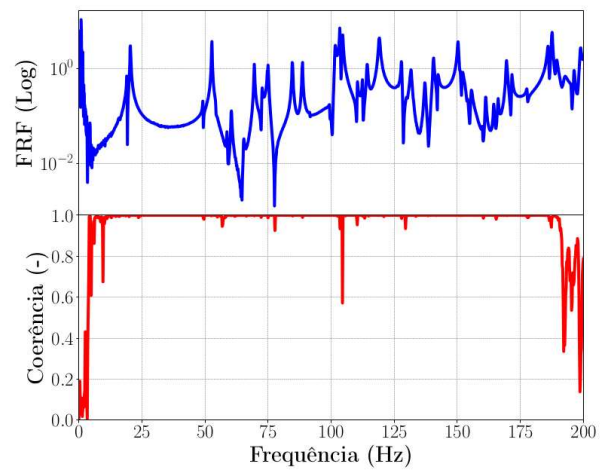
(c) FRF e Coerência em Z no ponto 17



(d) FRF e Coerência em Z no ponto 86



(e) FRF e Coerência em Z no ponto 94



(f) FRF e Coerência em Z no ponto 102

Figura 25 – FRFs e Coerências obtidas para os pontos 1, 9, 17, 86, 94 e 102.

4.6 METODOLOGIA DE IDENTIFICAÇÃO MODAL

A extração dos parâmetros modais foi realizada utilizando o algoritmo *PolyMAX*, disponível na suíte Siemens Testlab. Este método é amplamente adotado em dinâmica estrutural devido à sua robustez numérica, gerando diagramas de estabilização extremamente claros mesmo para modelos de ordem elevada e sistemas com alto amortecimento.

O processo de identificação e seleção dos polos físicos é ilustrado nos diagramas de estabilização das Figuras 26 à 29. A análise seguiu os seguintes critérios metodológicos:

- **Largura de Banda:** A análise abrangeu a faixa de 0–200 Hz. Para facilitar a visualização e a separação de modos próximos, o espectro foi processado em sub-bandas (por exemplo, intervalos de 50 Hz), permitindo um ajuste mais preciso das curvas.
- **Crítérios de Estabilidade (Simbologia):** A consistência dos polos à medida que a ordem do modelo polinomial aumenta (eixo vertical do gráfico) é indicada por uma simbologia padronizada pelo algoritmo. A seleção dos modos físicos priorizou as linhas de estabilização contínuas, interpretadas da seguinte forma:
 - **s (*Stable*):** Indica estabilidade total. A frequência natural, a taxa de amortecimento e o vetor modal (forma do modo) variam dentro das tolerâncias pré-definidas em relação à ordem anterior.
 - **v (*Vector Stable*):** Indica que a frequência e o vetor modal estabilizaram, mas o amortecimento ainda apresenta variação superior à tolerância.
 - **o (*New Pole*):** Representa um novo polo que surgiu naquela ordem específica ou que ainda não satisfaz nenhum critério de estabilidade.
- **Seleção Final:** Foram selecionados apenas os polos que apresentaram uma coluna consistente de símbolos “s” (estáveis), garantindo que a solução numérica convergiu para um comportamento físico real e não se trata de um modo computacional (espúrio).

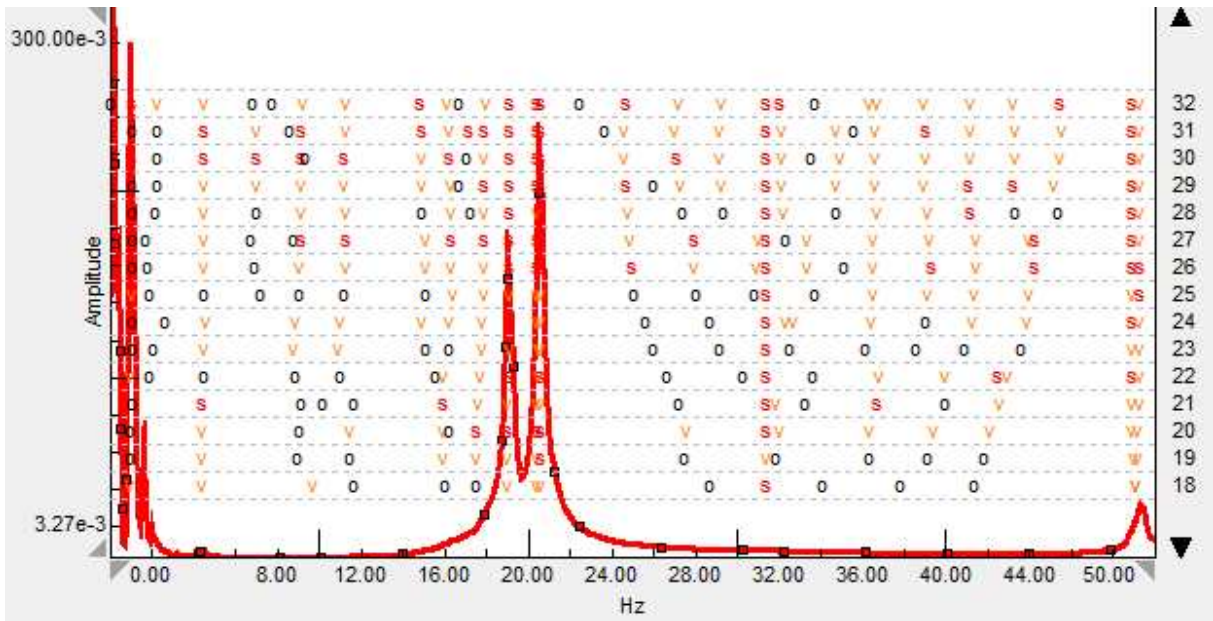


Figura 26 – Diagrama de estabilização do *PolyMAX* no intervalo de 0 a 50 Hz.

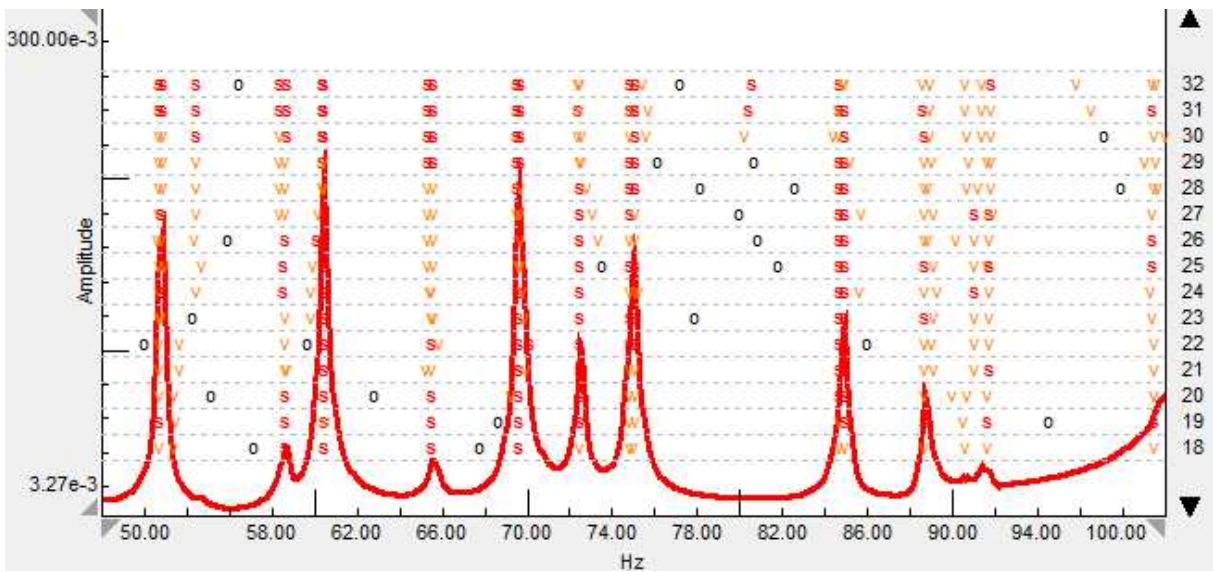


Figura 27 – Diagrama de estabilização do *PolyMAX* no intervalo de 50 a 100 Hz.

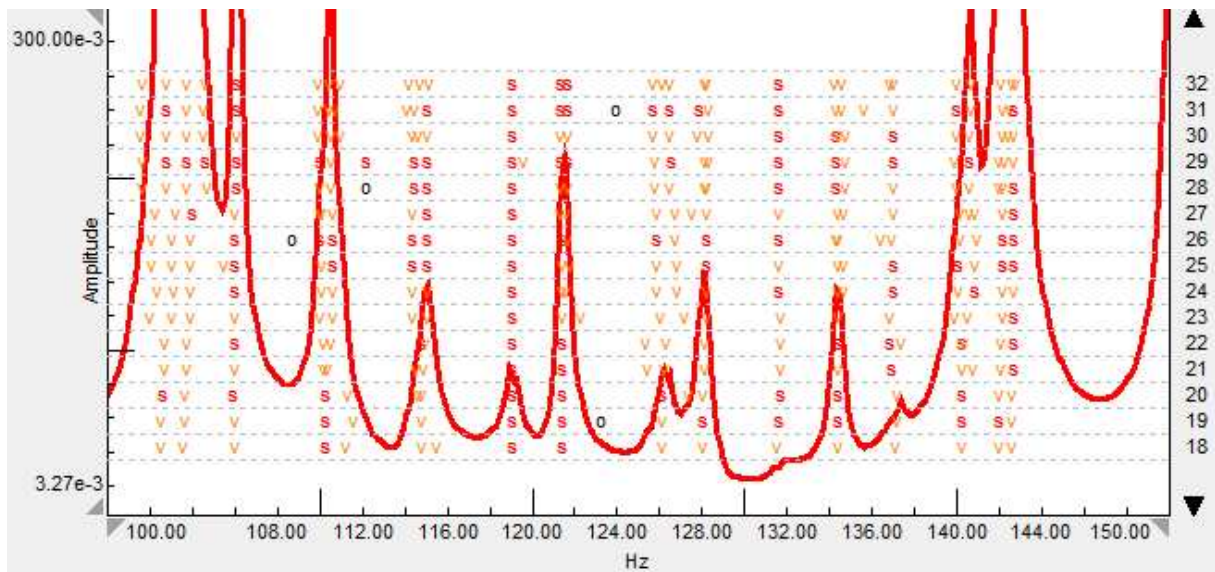


Figura 28 – Diagrama de estabilização do *PolyMAX* no intervalo de 100 a 150 Hz.

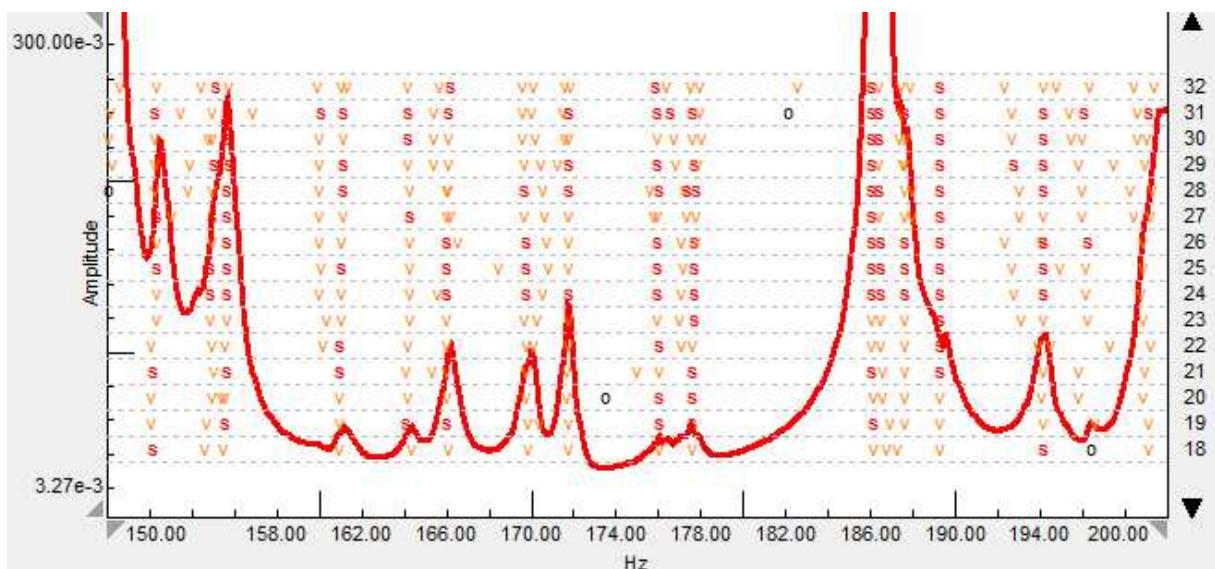


Figura 29 – Diagrama de estabilização do *PolyMAX* no intervalo de 150 a 200 Hz.

Este procedimento possibilitou a identificação clara dos modos primários de flexão e torção da placa reforçada. Adicionalmente, forneceu as estimativas de amortecimento modal necessárias para a correlação subsequente com o modelo numérico. Para cada polo identificado, a forma modal reconstruída foi inspecionada visualmente para verificar sua consistência espacial com o comportamento físico esperado.

4.7 RESULTADOS DA IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL

A aplicação do estimador *PolyMAX* resultou na identificação de 51 modos estáveis na faixa de interesse (0 a 200 Hz). A Tabela 5 sumariza os dez primeiros parâmetros modais extraídos, incluindo as frequências naturais e, crucialmente, os fatores de amortecimento modal

(ζ), parâmetro que foi assumido como nulo na etapa numérica mas que agora é quantificado fisicamente.

Observa-se que os fatores de amortecimento são baixos (inferiores a 1% para a maioria dos modos), o que é coerente com estruturas metálicas monolíticas ou rebitadas de alta qualidade. O primeiro modo, contudo, apresentou um amortecimento ligeiramente superior (2,15%), possivelmente devido aos problemas já citados quanto ao intervalo de atuação do *shaker*.

Tabela 5 – Dez primeiros parâmetros modais identificados experimentalmente (Frequência e Amortecimento)

Modo	Frequência (Hz)	Amortecimento (ζ %)
1	4,46	2,15
2	19,07	0,39
3	20,59	0,38
4	49,30	0,17
5	52,67	0,15
6	54,49	0,34
7	58,67	0,27
8	60,48	0,26
9	65,62	0,25
10	69,55	0,21

4.8 FORMAS MODAIS EXPERIMENTAIS E VALIDAÇÃO DO ENSAIO (AUTO-MAC)

Após a finalização da etapa experimental do trabalho, foram obtidas as formas modais mostradas na Figura 30.

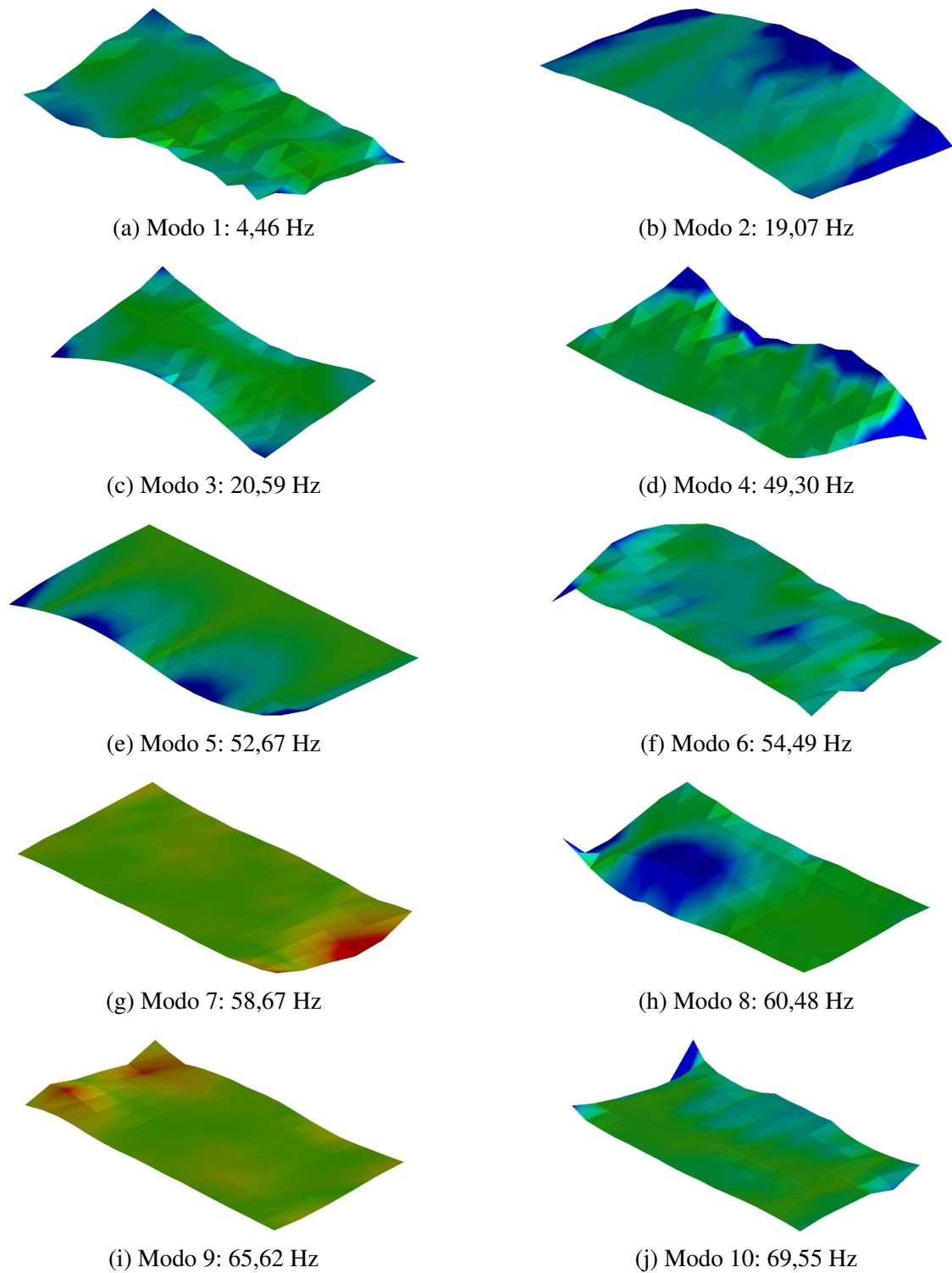


Figura 30 – 10 primeiras formas modais identificadas experimentalmente.

Para garantir que os modos identificados representam fenômenos físicos distintos e linearmente independentes, calculou-se a matriz de Critério de Garantia Modal (MAC) dos dados experimentais em relação a eles mesmos (Auto-MAC).

Em um ensaio ideal com resolução espacial suficiente, a matriz Auto-MAC deve apresentar valores próximos de 1,0 na diagonal principal e valores próximos de 0 fora da diagonal, indicando ortogonalidade entre os modos. A presença de valores altos fora da diagonal indicaria

que dois modos são espacialmente indistinguíveis com a malha de sensores utilizada.

A Figura 31 apresenta a matriz obtida. Verifica-se uma excelente discriminação modal, com a grande maioria dos termos fora da diagonal apresentando valores inferiores a 0,2. Apenas os modos 5 e 6 apresentaram um leve acoplamento ($MAC \approx 0,55$), o que é justificável pela proximidade em frequência (52,67 Hz e 54,49 Hz) e pela semelhança na forma de deflexão da forma modal, como visto nas Figuras 15e e 15f.

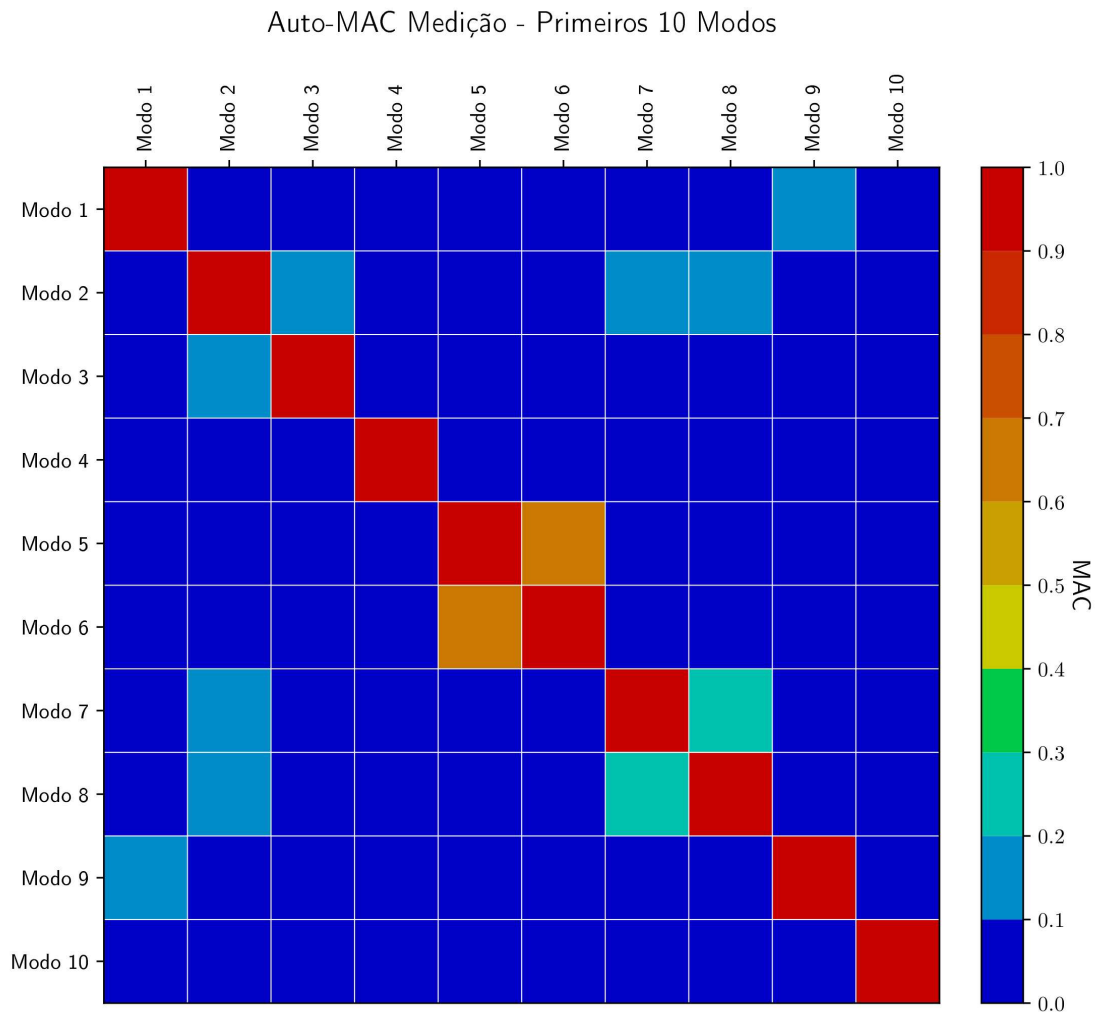


Figura 31 – Matriz Auto-MAC dos modos experimentais, confirmando a independência linear dos vetores modais identificados.

4.9 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Os procedimentos experimentais descritos neste capítulo permitiram a construção de uma base de dados robusta e validada. A coerência elevada (acima de 10 Hz) e a matriz Auto-MAC limpa atestam a qualidade da instrumentação e da metodologia de medição.

Diferente da simulação numérica puramente elástica do Capítulo 3, os resultados aqui obtidos (Tabela 5) incorporam as não-linearidades reais, a massa efetiva e o amortecimento

das juntas rebitadas. Estes dados experimentais servem de referência para a etapa final deste trabalho: a Correlação e o Ajuste do Modelo Numérico, que serão detalhados no Capítulo 5.

5 CORRELAÇÃO DOS RESULTADOS E AJUSTE DE MODELO

Este capítulo integra os resultados das simulações numéricas (Capítulo 3) e dos ensaios experimentais (Capítulo 4). O objetivo é quantificar o grau de fidelidade do modelo FEM inicial e, subsequentemente, aplicar técnicas de atualização de modelo para minimizar as discrepâncias observadas.

5.1 CORRELAÇÃO INICIAL

A primeira etapa consiste na avaliação dos modelo numéricos “como construídos”, ou seja, utilizando a geometria nominal, propriedades de material do fabricante (Al6061), sem qualquer ajuste prévio.

5.1.1 Comparação de Frequências Naturais e Definição do Modelo Numérico Utilizado

A Tabela 6 apresenta o confronto direto entre as frequências naturais previstas e as medidas experimentalmente para os dez primeiros modos flexíveis. O erro percentual foi calculado tomando o valor experimental como referência:

$$Erro [\%] = \frac{f_{num} - f_{exp}}{f_{exp}} \times 100. \quad (7)$$

Tabela 6 – Comparação de frequências naturais e erros relativos.

Modo	Experimental Freq. (Hz)	Contato Colado		RBE2		Malha Única	
		Freq. (Hz)	Erro (%)	Freq. (Hz)	Erro (%)	Freq. (Hz)	Erro (%)
1	4,46	3,47	-22	2,74	-39	3,42	-23
2	19,07	20,7	8	20,4	7	19,5	2
3	20,59	21,3	3	20,7	1	20,2	-2
4	49,30	54,3	10	49,0	-1	51,6	5
5	52,67	56,0	6	51,1	-3	53,0	1
6	54,49	64,5	18	51,8	-5	62,7	15
7	58,67	68,8	17	54,0	-8	67,4	15
8	60,48	73,3	21	54,4	-10	71,4	18
9	65,62	76,2	16	64,6	-2	73,8	12
10	69,55	79,7	15	66,3	-5	77,5	11

A análise da tabela revela três comportamentos distintos para os modos abordados:

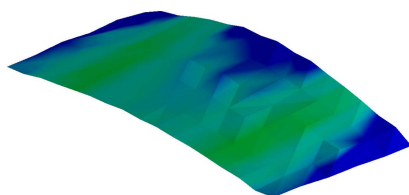
- **Modo Global de Torção (1):** Observa-se uma discrepância severa, que se deve à conclusão obtida a partir das coerências vistas na Figura 25, onde foi mostrado um grande ruído para frequências abaixo de 10 Hz, evidenciando a ineficiência do *shaker* utilizado para esse intervalo de baixa frequência.

- **Modos Globais de Flexão (2 e 3):** O modelo apresenta uma concordância muito boa para o modelo de Malha Única, com erros abaixo de 2,5%. Nota-se que estes modos estão mais próximos um do outro no modelo numérico em comparação ao modelo experimental.
- **Modos Locais (5 a 10):** Nota-se uma melhor correlação do modelo RBE2 nesta faixa de frequência, resultando em desvios percentuais inferiores aos observados nas outras abordagens.

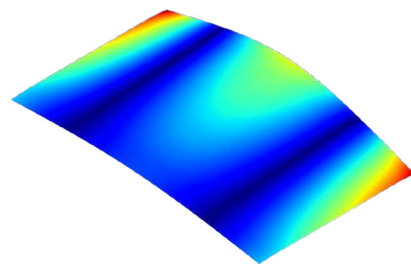
Considerando que a instrumentação experimental limitou-se aos reforçadores, impossibilitando a identificação confiável dos modos locais (conforme discutido no Capítulo 4), a estratégia de ajuste concentrou-se nos modos globais de flexão (2 e 3). Diante disso, definiu-se o modelo de Malha Única com elementos de 5 mm para as etapas subsequentes. Esta escolha fundamenta-se em dois fatores principais: a capacidade do modelo em reproduzir com maior fidelidade o espaçamento entre as frequências dos modos 2 e 3 aferido experimentalmente, indicando uma maior proximidade no comportamento das respectivas FRFs, e o excelente desempenho observado na análise de convergência (Figuras 9 a 14).

5.1.2 Correlação de Formas Modais

Além da frequência, é imprescindível verificar se os modos comparados referem-se à mesma forma de vibração física. Para isso, primeiramente foi feita uma comparação visual entre as formas modais obtidas entre o método experimental e o modelo de Malha Única de forma a avaliar a semelhança dos seus comportamentos em cada frequência de ressonância, conforme mostrado nas Figuras 32 à 40.

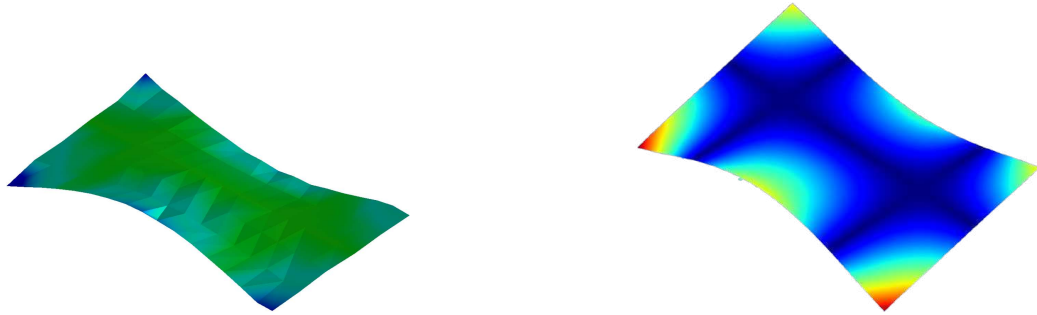


(a) Segunda forma modal experimental – 19,07 Hz.



(b) Segunda forma modal numérica – 19,54 Hz.

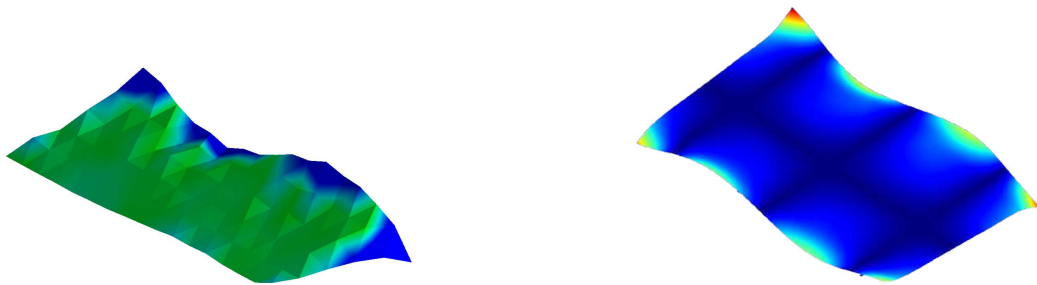
Figura 32 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a segunda forma modal.



(a) Terceira forma modal experimental – 20,59 Hz. (b) Terceira forma modal numérica – 20,24 Hz.

Figura 33 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a terceira forma modal.

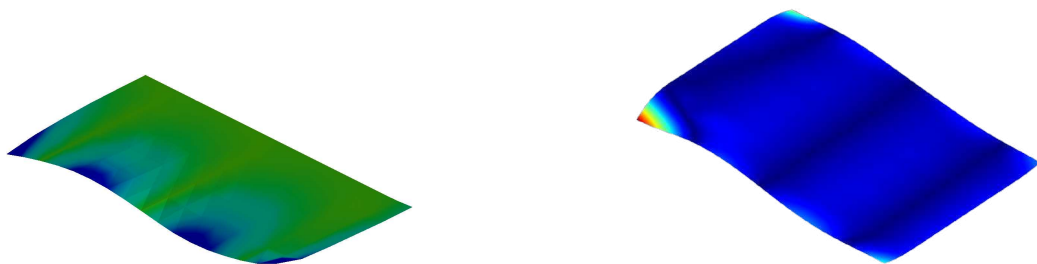
Nota-se uma grande semelhança visual entre a forma modal obtida experimentalmente e a forma modal obtida numericamente para os modos globais 2 e 3.



(a) Quarta forma modal experimental – 49,30 Hz. (b) Quarta forma modal numérica – 51,60 Hz.

Figura 34 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a quarta forma modal.

Para a quarta forma modal, é possível notar a semelhança visual nas extremidades superior e inferior, entretanto com uma assimetria considerável quanto a amplitude do comportamento.



(a) Quinta forma modal experimental – 52,67 Hz. (b) Quinta forma modal numérica – 53,08 Hz.

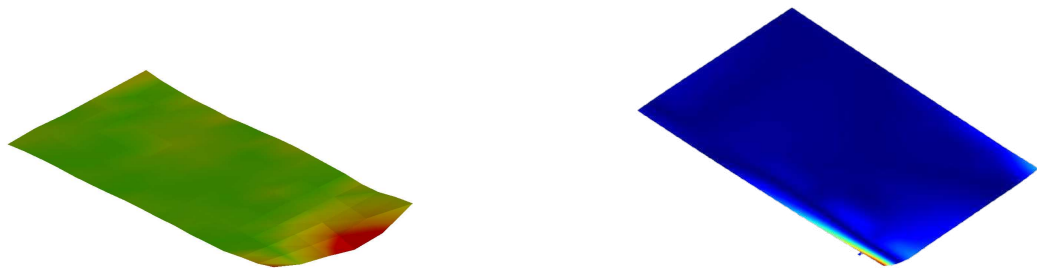
Figura 35 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a quinta forma modal.



(a) Sexta forma modal experimental – 54,49 Hz.

(b) Sexta forma modal numérica – 62,86 Hz.

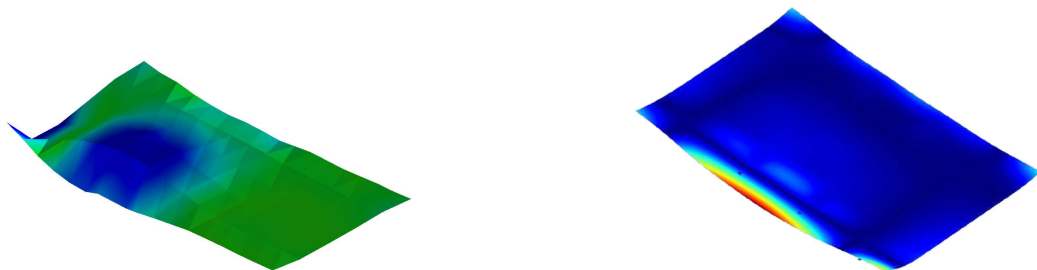
Figura 36 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a sexta forma modal.



(a) Sétima forma modal experimental – 58,67 Hz.

(b) Sétima forma modal numérica – 67,67 Hz.

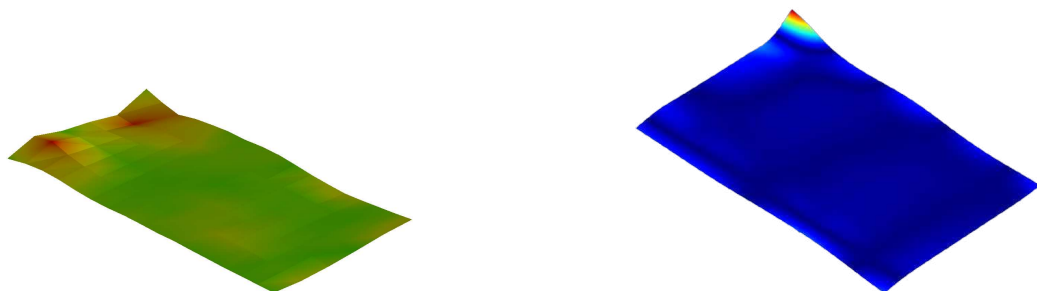
Figura 37 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a sétima forma modal.



(a) Oitava forma modal experimental – 60,48 Hz.

(b) Oitava forma modal numérica – 71,67 Hz.

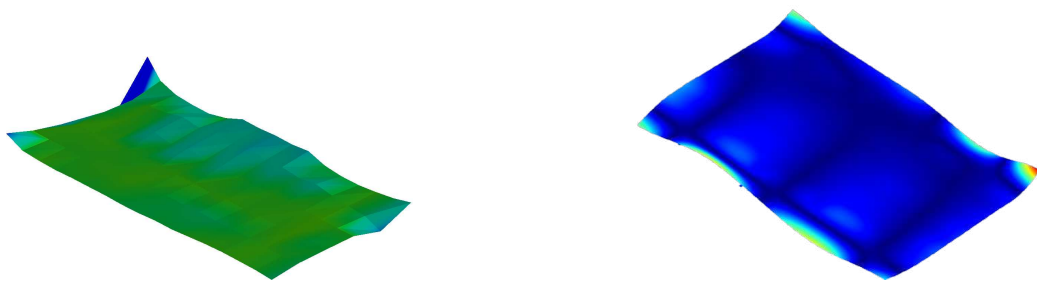
Figura 38 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a oitava forma modal.



(a) Nona forma modal experimental – 65,62 Hz.

(b) Nona forma modal numérica – 73,94 Hz.

Figura 39 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a nona forma modal.



(a) Décima forma modal experimental – 69.55 Hz.

(b) Décima forma modal numérica – 77,72 Hz.

Figura 40 – Comparação entre os resultados experimental e numérico para a décima forma modal.

Já para os modos locais, a comparação visual se torna menos viável por conta da maior amplitude do comportamento dos modos se encontrar nas regiões das extremidades da placa, como exemplificado na Figura 41, onde a área embranquecida representa a área coberta pela medição sobre o mapa de calor do deslocamento do modo 5, obtido numericamente.

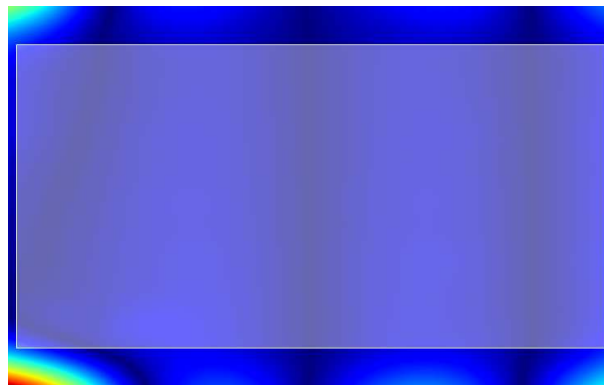


Figura 41 – Área de cobertura da medição.

5.1.3 Correlação pela matriz MAC

Após a análise visual, a etapa seguinte consistiu no cálculo da matriz MAC cruzada entre os vetores modais numéricos e experimentais, apresentada na Figura 42. Neste procedimento foram aplicados os coeficientes de amortecimento obtidos experimentalmente para o cálculo das FRFs do modelo FEM. Nota-se uma diagonal principal levemente predominante, com valores de MAC superiores para os modos globais (1 a 4), confirmando que a topologia da malha e a estratégia de modelagem capturaram adequadamente a física de deformação da placa para estes modos. Adicionalmente, observou-se uma semelhança na comparação entre o quinto e o sexto modos experimentais e o modelo numérico, comportamento que se alinha ao aumento abrupto no erro de frequência a partir do sexto modo, conforme indicado na Tabela 6.

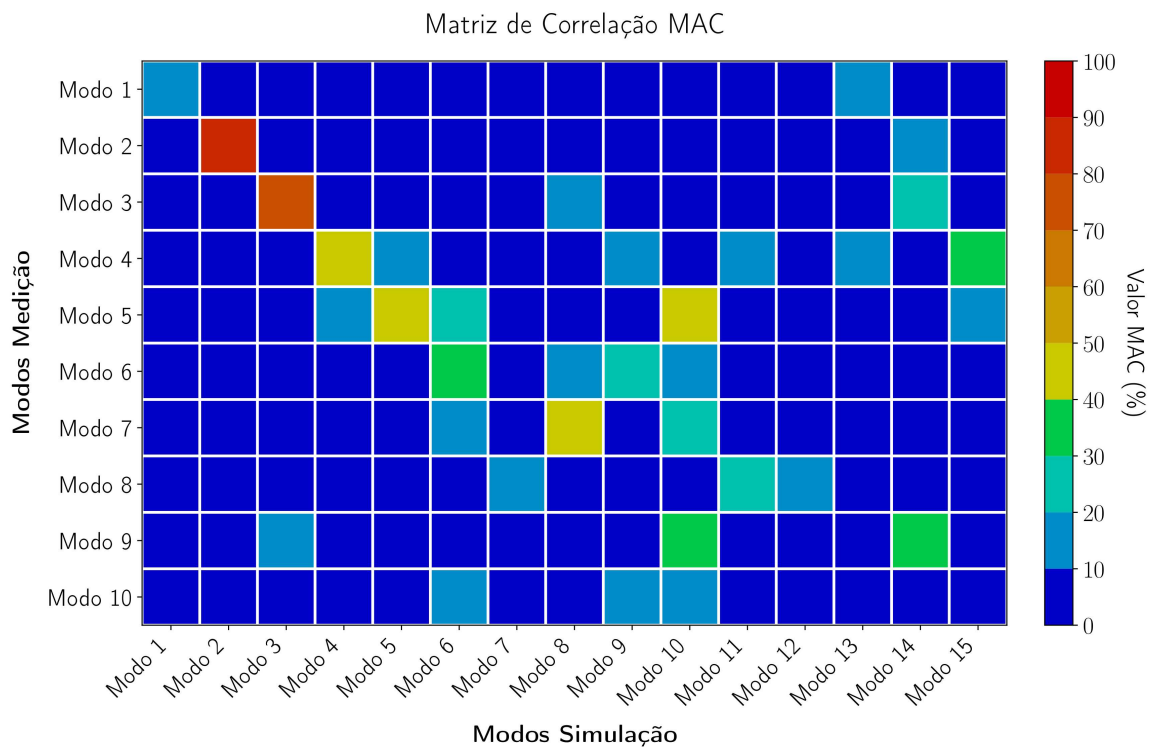


Figura 42 – Matriz MAC cruzada.

A análise preliminar via critério MAC indicou uma correlação satisfatória (superior a 70%) para os modos 2 e 3, embora os índices permaneçam abaixo do limiar de 0,8 recomendado pela literatura (Sekijoba; Gunawardana; Mechefske, 2025). Para os modos 4, 5 e 6, observou-se uma degradação na qualidade da correlação, com valores situados entre 30% e 40% (detalhes na Tabela 7).

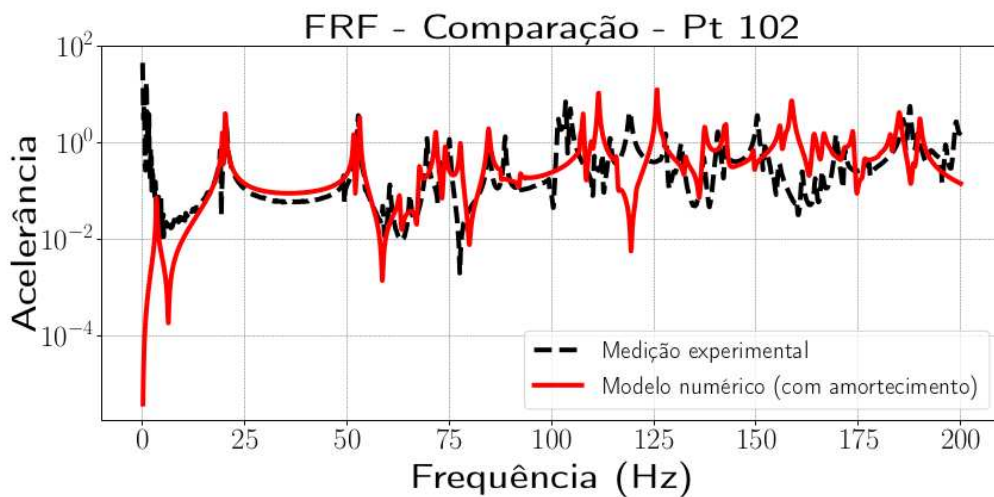
Já para o intervalo do sétimo ao décimo modo, a ausência de valores significativos na diagonal principal demonstra que a matriz MAC não capturou a correspondência direta entre os modelos. Este comportamento justifica-se pela natureza local destas formas modais, cuja complexidade excede a resolução espacial da malha de acelerômetros utilizada. Contudo, a observação de correlações fora da diagonal (associando o 7º modo experimental ao 8º numérico, e o 9º experimental ao 10º numérico) sugere a ocorrência de salto de modos. Isso levanta a hipótese de que o arranjo experimental não foi capaz de identificar os modos 7 e 9 previstos na simulação.

Tabela 7 – Valores da diagonal principal da matriz MAC para os seis primeiros modos.

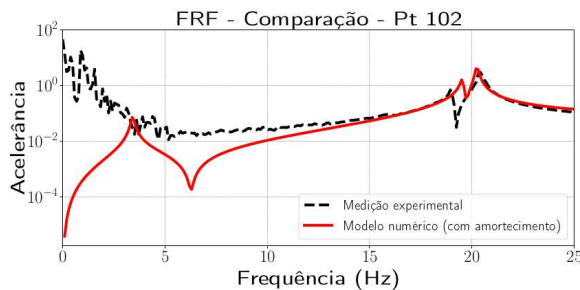
Modo	Correlação
1	17,8%
2	81,5%
3	72,8%
4	43,6%
5	41,0%
6	34,7%

5.1.4 Comparação entre as Funções de Resposta em Frequência

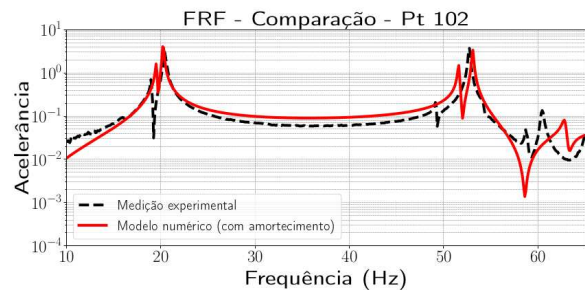
Outra forma para comparar os resultados obtidos é a sobreposição entre a FRF experimental e a numérica, que permite verificar visualmente onde estão os picos que representam cada modo de vibração e ajuda a interpretar o por que das divergências vistas nas matriz MAC. As Figuras 43a à 43c exibem esta comparação em relação ao ponto de medição 102.



(a) FRF experimental x numérica: intervalo completo



(b) FRF experimental x numérica: 0 Hz a 25 Hz



(c) FRF experimental x numérica: 10 Hz a 65 Hz

Figura 43 – Correlação entre FRFs experimental e numérica.

Ao avaliar as FRF na Figura 43a, nota-se que o nível médio de ambas tende a ser similar em todo o intervalo de frequências, porém com os picos do modelo numérico apresentando maior amplitude e deslocados para frequências superiores, indicando uma maior rigidez global.

A Figura 43b evidencia a baixa qualidade da medição em frequências inferiores a 10 Hz, como antecipado na Seção 4.5, além de mostrar a grande proximidade entre o segundo e o terceiro modo nas duas curvas. Já a Figura 43c demonstra a consistência da FRF numérica em relação à experimental mesmo em regiões onde não há modos de vibração, como no intervalo entre 20 e 30 Hz.

5.2 AJUSTE DE MODELO

Diante das discrepâncias observadas na correlação inicial, procedeu-se a uma etapa de ajuste de modelo para identificar quais parâmetros físicos do modelo numérico devem ser retrabalhados a fim de se aproximar das frequências naturais dos modos globais.

O diagnóstico da Seção 5.1 apontou dois problemas fundamentais a serem mitigados:

1. **Erro sistemático de rigidez:** As frequências naturais apresentaram-se consistentemente superiores às experimentais (erro médio positivo). Pela relação fundamental:

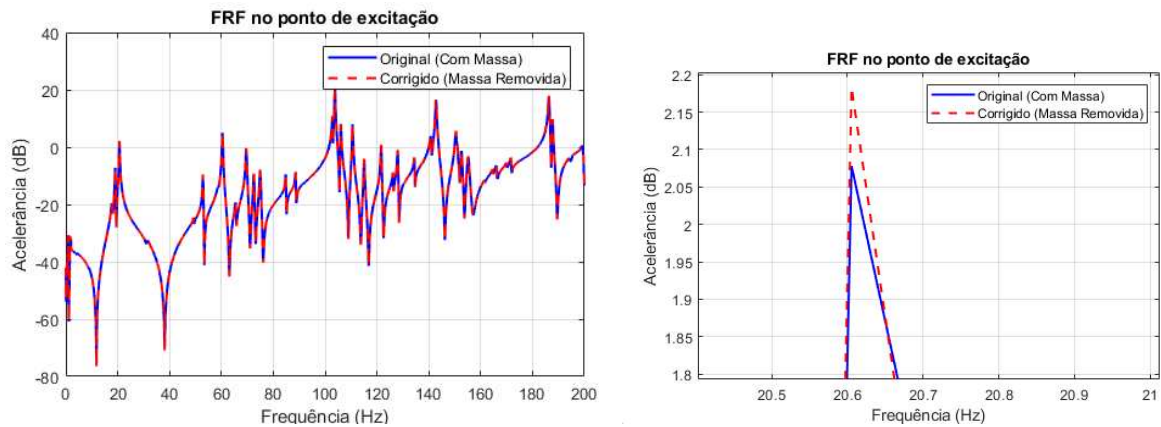
$$f \propto \sqrt{K/M}, \quad (8)$$

é indicado que o modelo numérico inicial possui rigidez excessiva (K superestimado) ou massa insuficiente (M subestimada).

2. **Discrepância de Massa e Geometria:** Conforme detalhado no Capítulo 3, a massa do modelo numérico (12,78 kg) apresentou-se 1,1% superior à massa física aferida (12,64 kg). Atribui-se esta diferença à inclusão da camada de pintura na espessura total das chapas modeladas. Ao considerar todo esse volume com a densidade nominal do alumínio (que é muito superior à da tinta), o modelo superestimou a inércia do sistema, indicando a necessidade de um ajuste na densidade efetiva do material.

5.2.1 Ajuste da massa dos transdutores

Para garantir a confiabilidade do ajuste do modelo, é premissa que os dados experimentais estejam isentos de distorções significativas. Complementando a análise das coerências apresentada no Capítulo 4, verificou-se o impacto da inércia dos transdutores (acelerômetros e cabeça de impedância) nos resultados obtidos. Utilizando a metodologia proposta por (Ren; Wang, 2017), realizou-se a correção da massa introduzida pela massa da cabeça de impedância após o transdutor somada à massa da ponteira utilizada na colagem (13,8 g no total). Conforme demonstrado na Figura 44, tal procedimento resultou em uma diferença desprezível na FRF resultante.



(a) FRF antes e depois do ajuste de massa da cabeça (b) FRF com zoom no pico correspondente ao terceiro modo de vibração da placa.

Figura 44 – Comparação entre a FRF antes e depois do ajuste de massa da cabeça de impedância.

Em contrapartida, a avaliação do efeito de massa dos acelerômetros não pôde seguir estritamente o protocolo sugerido por (Ren; Wang, 2017). A aplicação de massa inerte em cada um dos 102 pontos de medição, distribuídos em múltiplas baterias, mostrou-se impraticável, somada à indisponibilidade de acelerômetros com massas significativamente distintas para validação cruzada. Desta forma, optou-se por uma verificação comparativa da FRF no ponto 103 entre duas configurações distintas: a primeira bateria de medição (com 8 acelerômetros dispostos nos pontos ímpares da primeira linha, exceto o ponto 17) e a última bateria (com 6 acelerômetros nos pontos finais de cada linha). A escolha destas configurações deve-se à distinção na distribuição espacial e na quantidade de massa adicionada, embora ambas contemplem pontos de alta contribuição modal para os modos globais. O resultado desta comparação é apresentado na Figura 45.

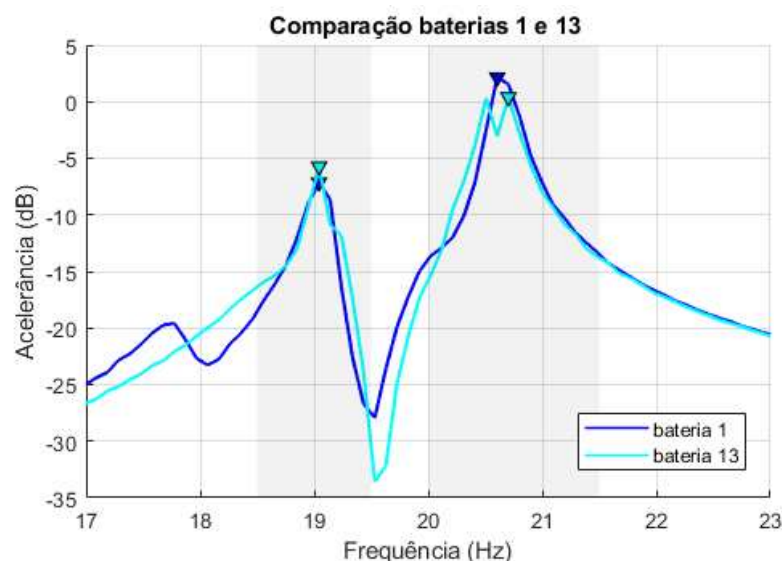


Figura 45 – Comparação entre as FRFs do ponto 103 obtidas nas baterias de medição 1 e 13.

A análise gráfica confirma que as variações nas condições de carregamento de massa exer-

cem pouca influência nas FRFs observadas. Outra abordagem utilizada para esta comparação foi a realização de um modelo numérico incluindo massas pontuais equivalentes aos acelerômetros posicionados na bateria 1 de medição e a comparação das FRFs, como exibido na Figura 46.

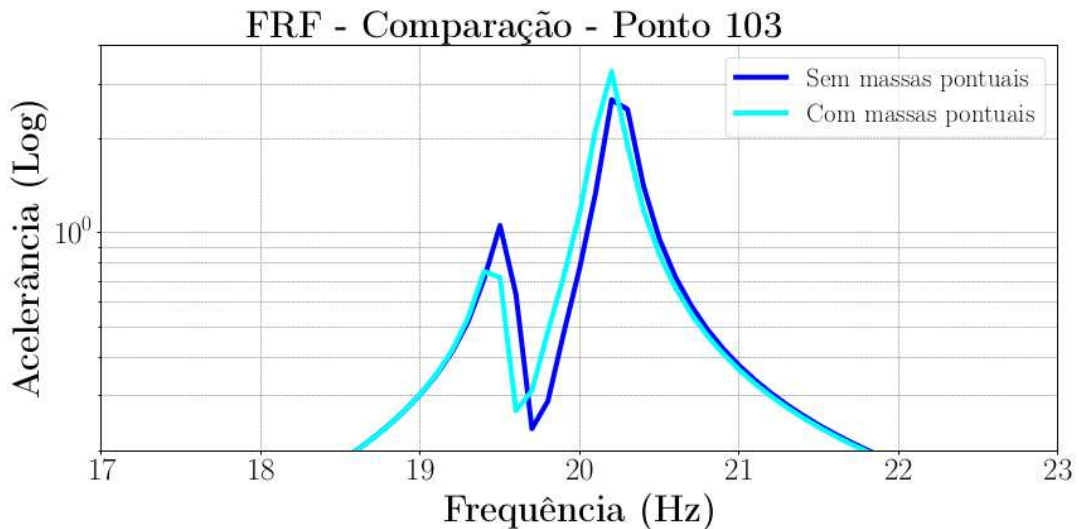


Figura 46 – Comparação entre FRFs simuladas para o ponto 103 sem e com massas pontuais.

Novamente, o efeito provocado no comportamento das FRFs na região dos modos globais de flexão é mínima. Conclui-se, portanto, que o ajuste de massa dos transdutores é desnecessário para a representação adequada da dinâmica da placa reforçada neste estudo.

5.2.2 Estratégia adotada para o ajuste

O próximo passo foi a correção do viés sistemático nas frequências globais, adotando-se uma estratégia de atualização baseada na calibração das propriedades do material e do amortecimento modal. Ao contrário da abordagem de modificar a geometria ou a rigidez local de cada uma das centenas de juntas (o que seria computacionalmente proibitivo e propenso a erros), o ajuste destas propriedades permite corrigir o comportamento global de forma fisicamente coerente, incorporando efeitos de fabricação antes desconsiderados, como a rigidez das fixações (rebites) e a massa da camada de pintura.

Assim, foram definidas três variáveis de projeto para o ajuste do modelo numérico:

- **Densidade Efetiva (ρ_{eff}):** A densidade do material foi recalculada para compensar a massa não-estrutural distribuída, como a camada de tinta aplicada na placa. Este ajuste busca garantir que a massa total do modelo FEM seja consistente com a massa física pesada experimentalmente.
- **Módulo de Elasticidade (E):** O Módulo de Young foi parametrizado principalmente para representar a redução de rigidez nas interfaces de união. O processo de rebiteagem introduz fenômenos de contato e microdeslizamentos que tornam a rigidez global da montagem inferior à de uma peça monolítica ideal. Desta forma, ajustou-se o módulo E

para obter a convergência das frequências naturais nos modos globais, onde a influência dos reforçadores é predominante.

5.2.3 Correção da massa total do modelo numérico

Procedeu-se à correção da densidade considerando a aplicação de uma camada de tinta *primer* aeronáutico de $25 \mu m$ em cada face, totalizando um acréscimo de espessura de $50 \mu m$ por componente. Com base na densidade típica do *primer* (1500 kg/m^3) e ponderando-se a razão de espessura entre a pintura e o alumínio, determinou-se a densidade efetiva do material em 2671 kg/m^3 . Essa mudança provocou uma mudança na massa total do modelo de 140 g, atingindo exatamente os 12,64 kg aferidos na pesagem da placa utilizada.

Por outro lado, a FRF do modelo após este primeiro ajuste foi levemente deslocada para a direita em relação a do modelo inicial (Figura 47). Conforme esperado pela relação fundamental, este comportamento evidencia ainda mais a necessidade do ajuste da rigidez da placa.

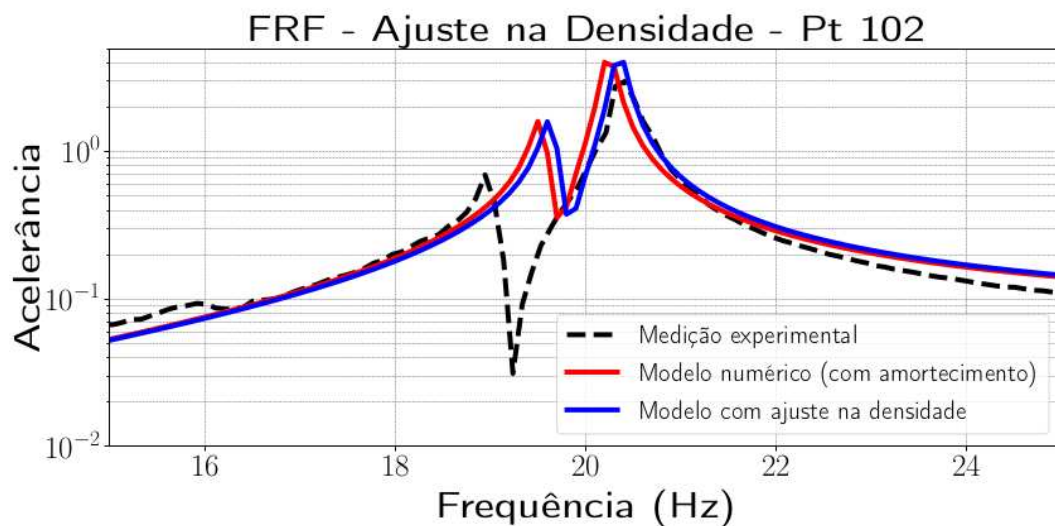


Figura 47 – FRF obtida após o ajuste da densidade do material.

5.2.4 Ajuste na rigidez das conexões

Dando sequência ao ajuste do modelo, partiu-se para a correção do módulo de elasticidade do material atribuído às regiões que representam as sobreposições de chapas no modelo de Malha Única, ou seja, as conexões da placa. Nesta fase, propôs-se uma redução de 2,5% no módulo nessas interfaces em relação ao material original, visando considerar os microdeslizamentos existentes nas juntas rebitadas, chegando-se a um valor de $E = 67,3 \text{ GPa}$. A FRF obtida após esse ajuste é exibida na Figura 48, a qual apresenta um deslocamento dos picos para a esquerda em relação ao modelo anterior e ao inicial, ficando centralizados entre os picos correspondentes da FRF experimental.

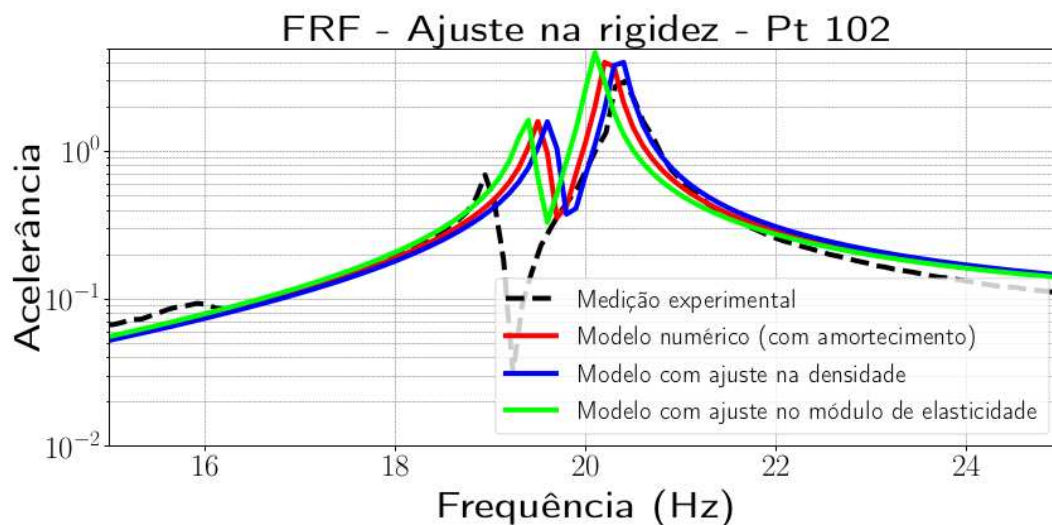


Figura 48 – FRF obtida após o ajuste do módulo de elasticidade nas interfaces das conexões.

5.2.5 Definição do Modelo Final Ajustado

Após ajustes finos nos parâmetros utilizados para o ajuste de modelo, determinou-se um novo conjunto de propriedades de material que minimizou o erro médio global.

A correção da massa exigiu uma diminuição na densidade de 2700 kg/m^3 para 2671 kg/m^3 . Simultaneamente, observou-se que a redução do Módulo de Elasticidade para $67,1 \text{ GPa}$ nos elementos presentes nas interfaces das conexões, o que centralizou as frequências numéricas entre as experimentais.

Tabela 8 – Propriedades do material: Modelo Base vs. Modelo Ajustado

Propriedade	Base	Ajustado
Massa Total (kg)	12,64	12,64
Densidade (kg/m^3)	2700	2671
Módulo de Young global (GPa)	69	69
Fator de rigidez nas conexões	$1E$	$0,975E$
Coef. de Poisson	0,3	0,3

5.3 RESULTADOS DO MODELO FINAL

Com a aplicação das propriedades atualizadas, procedeu-se a uma nova rodada de simulação e correlação.

5.3.1 Comparação de Frequências (Pós-Ajuste)

A Tabela 9 apresenta a correlação de frequências para o modelo ajustado. Nota-se uma melhor centralização das frequências dos modos globais de flexão em relação aos resultados

experimentais quando comparado ao modelo sem ajuste, além de trazer uma melhora no erro para a maioria dos modos locais.

Tabela 9 – Comparação final: Frequências Modelo sem Ajuste vs. Modelo com Ajuste vs. Experimentais

Modo	Experimental	Numérico sem ajuste		Numérico com ajuste	
	Freq. (Hz)	Freq. (Hz)	Erro (%)	Freq. (Hz)	Erro (%)
1	4,46	3,42	-23,32	3,40	-23,77
2	19,07	19,54	2,46	19,40	1,73
3	20,59	20,24	-1,70	20,10	-2,38
4	49,30	51,60	4,67	51,25	3,96
5	52,67	53,08	0,78	52,71	0,08
6	54,49	62,86	15,36	62,43	14,57
7	58,67	67,67	15,34	67,20	14,54
8	60,48	71,67	18,50	71,18	17,69
9	65,62	73,94	12,68	73,44	11,92
10	69,55	77,72	11,75	77,18	10,97

5.3.2 Correlação MAC Final

A Figura 49 apresenta a matriz MAC atualizada após o refinamento do modelo. Verifica-se que o ajuste realizado foi capaz de melhorar a correlação trazida pelo critério de MAC. Os valores dos seis primeiros modos (com exceção do primeiro, por conta do ruído trazido pela baixa resolução do *shaker* nesta frequência) foram todos aumentados, principalmente dos modos 5 e 6, como pode se observar precisamente na Tabela 10.

Tabela 10 – Valores da diagonal principal da matriz MAC para os seis primeiros modos depois do ajuste.

Modo	Sem Ajuste	Com Ajuste
1	17,8%	18,9%
2	81,5%	83,7%
3	72,8%	75,4%
4	43,6%	45,0%
5	41,0%	53,4%
6	34,7%	56,5%

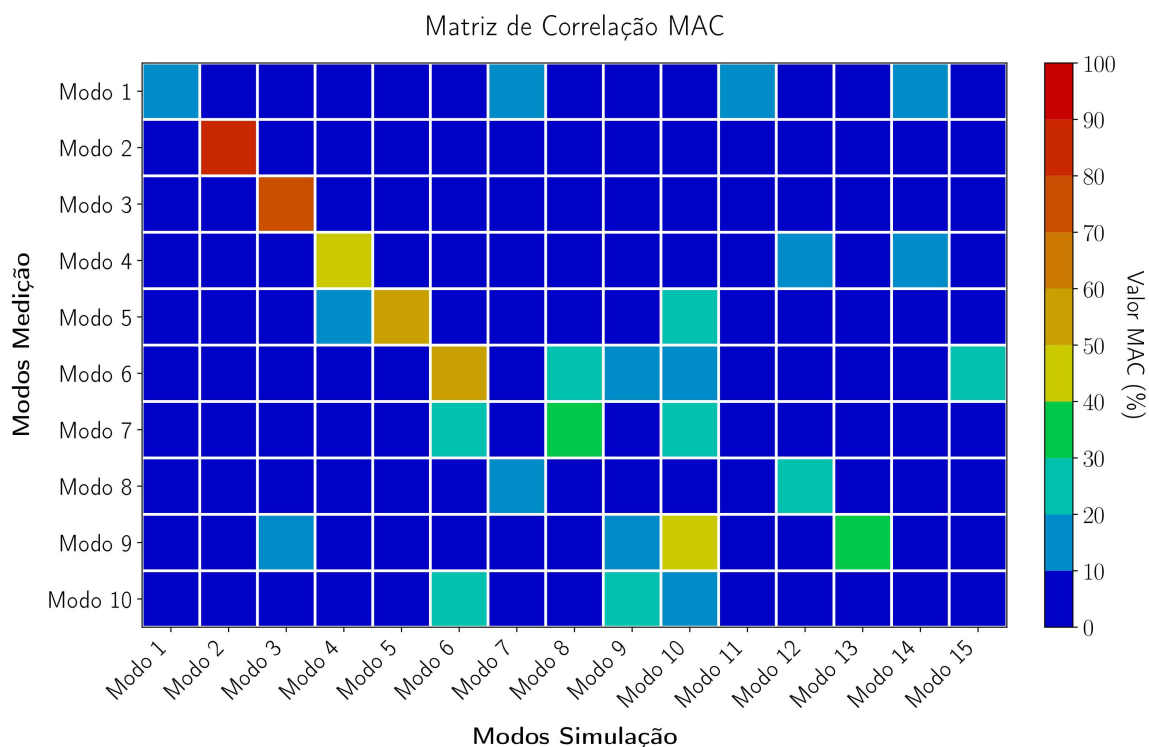


Figura 49 – Matriz MAC final entre o modelo ajustado e o ensaio experimental.

A análise reitera a ocorrência de salto de modos, evidenciada pela forte correlação do 7º modo experimental com o 8º numérico, e do 9º experimental com o 10º numérico. Com base nesta observação, o pareamento definitivo entre as bases física e computacional foi estabelecido conforme a Tabela 11.

Tabela 11 – Correspondência final entre modos simulados e experimentais após a análise da matriz MAC.

Modo Sim.	Freq. (Hz)	Modo Exp.	Freq. (Hz)	Erro (%)
1	3,40	1	4,46	-23,8%
2	19,40	2	19,10	1,6%
3	20,10	3	20,59	-2,4%
4	51,25	4	49,30	4,0%
5	52,71	5	52,67	0,1%
6	62,43	6	54,49	14,6%
7	67,20	–	–	–
8	71,18	7	58,67	21,3%
9	73,44	–	–	–
10	77,18	9	65,62	17,6%

Simultaneamente, observou-se a supressão das correlações espúrias fora da diagonal principal, principalmente entre os pares 5-Experimental/10-Numérico e 4-Experimental/15-Numérico que antes mostravam uma leve correlação. A atenuação destes valores resultou no

reforço da diagonal principal, comportamento característico de uma matriz MAC saudável, o que valida a evolução qualitativa do modelo numérico após o ajuste.

6 CONCLUSÕES

O presente trabalho atingiu seu objetivo principal ao estabelecer e validar uma metodologia robusta para a modelagem numérica e atualização de modelos FEM de painéis aeronáuticos reforçados. A integração entre a análise numérica e a experimental permitiu não apenas prever o comportamento dinâmico da estrutura, mas compreender as limitações físicas e de modelagem inerentes a cada etapa do processo.

Na etapa de modelagem numérica, a investigação sistemática de três estratégias de conexão (Contato Colado, RBE2 e Malha Única) permitiu mapear as características intrínsecas de cada abordagem. Observou-se que o modelo com elementos rígidos (RBE2) tendeu a resultar em uma menor rigidez global devido à discretização pontual das fixações, enquanto a abordagem de Contato Colado apresentou variações significativas de resultados dependendo do refinamento da malha. Já a técnica de Malha Única, corrigida com offsets de espessura, demonstrou baixa sensibilidade à variação do tamanho de elemento e alta estabilidade numérica.

A campanha experimental confirmou a complexidade dinâmica de estruturas reforçadas. A utilização da técnica de *roving accelerometer* aliada ao algoritmo de identificação PolyMAX permitiu a extração segura de 51 modos de vibração na faixa de 0 a 200 Hz. A alta coerência dos dados acima de 10 Hz e a independência linear dos vetores modais, comprovada pela matriz Auto-MAC, validaram o ensaio como uma referência confiável. Identificou-se, no entanto, uma limitação instrumental na faixa de baixa frequência (< 10 Hz) devido às características do *shaker* utilizado, justificando a divergência observada no primeiro modo de torção.

Foi na etapa de correlação inicial que se estabeleceu a escolha definitiva do modelo numérico. Ao confrontar as três estratégias modeladas com os dados experimentais adquiridos, determinou-se o uso do modelo de Malha Única para as etapas de ajuste. Esta decisão fundamentou-se na capacidade superior deste modelo em reproduzir a fidelidade do espaçamento entre as frequências naturais dos modos globais de flexão e na robustez de convergência verificada anteriormente, além da maior simplicidade no desenvolvimento de modelos deste tipo, visando o desenvolvimento de modelos mais complexos futuramente, como de uma fuselagem ou de uma asa.

Uma vez definido o modelo de Malha Única, a correlação evidenciou que simulações baseadas puramente em dados de CAD e propriedades nominais tendem a ser parametricamente imprecisas. A discrepância de massa identificada (aprox. 1,1%), atribuída à camada de pintura, provou ser um fator crítico. A análise de sensibilidade demonstrou que a atualização da densidade efetiva, combinada com um ajuste fino do módulo de elasticidade (para compensar a flexibilidade das junções) e dos fatores de amortecimento, foi eficaz para calibrar o modelo.

O modelo ajustado resultou em uma diminuição global dos erros de frequência, com ênfase na melhoria da fidelidade no espaçamento espectral dos modos globais de flexão em relação aos dados experimentais. A análise do critério MAC pós-ajuste validou a estratégia, apresentando índices elevados para os modos-alvo (2 e 3) e promovendo a limpeza da matriz,

caracterizada pelo fortalecimento da diagonal principal e pela supressão de termos fora da diagonal. Conclui-se, portanto, que a metodologia proposta, fundamentada na seleção de malha via correlação experimental seguida da calibração de propriedades, se mostrou promissora. Contudo, identifica-se a necessidade de refinar a estratégia de instrumentação experimental, visando aumentar a resolução espacial para a correta identificação dos modos locais.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com base nos resultados obtidos e nas limitações identificadas durante o desenvolvimento deste trabalho, sugerem-se os seguintes temas para a continuidade desta pesquisa:

- **Análise de sensibilidade da discretização de furos (Modelo RBE2):** Investigar a influência da quantidade de nós utilizados na borda do furo para a conexão do elemento rígido. O presente trabalho fixou este parâmetro em quatro nós, mas estudos futuros devem avaliar se o refinamento dessa discretização altera a rigidez local da junta e, consequentemente, a resposta dinâmica, validando a representatividade do modelo RBE2.
- **Refinamento da discretização experimental (bacias):** Recomenda-se a execução de uma nova campanha de Análise Modal Experimental com a instrumentação estendida às regiões de revestimento (*skin*) entre os reforçadores. A definição dos novos pontos de medição deve ser guiada por uma Análise Pré-Teste baseada no modelo numérico, assegurando a observabilidade dos modos locais de painel. A restrição da malha atual aos componentes rígidos (longarinas e cavernas) inviabilizou a correlação dos modos locais, previstos numericamente a partir do quinto modo.
- **Correlação de modos locais e validação de estratégias:** Realizar o cruzamento dos dados experimentais obtidos nas bacias com as estratégias de modelagem numérica. O objetivo é verificar se o modelo RBE2, que apresentou melhor desempenho teórico para modos locais na análise preliminar, se mostra superior ao modelo de Malha Única quando validado fisicamente nessas regiões de maior flexibilidade.
- **Análise da fuselagem e da asa:** Aplicar a metodologia de modelagem e ajuste desenvolvida neste subcomponente (painel) para a construção de modelos de elementos finitos da estrutura completa de fuselagem acoplada à asa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALTAIR ENGINEERING INC. **Bolt (Spider) – Altair HyperWorks 2022 Help Documentation**. [S.l.: s.n.], 2022. Acesso em: 07 jan. 2026. Disponível em: https://2022.help.altair.com/2022/hwdesktop/hwx/topics/pre_processing/connectors/realizations/bolt_spider_c.htm.
- BAHARI, Abdul Rahim et al. Finite Element Modelling and Updating of a Thin Plate Structure using Normal Mode Analysis. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, v. 1062, p. 012059, fev. 2021. DOI: 10.1088/1757-899X/1062/1/012059.
- BRANCACCIO, Carmen et al. Finite Element Modeling of Piaggio P.180 Aircraft for Noise Reduction Assessment. **WSEAS TRANSACTIONS ON APPLIED AND THEORETICAL MECHANICS**, v. 20, p. 113–118, set. 2025. DOI: 10.37394/232011.2025.20.13.
- BUEHRLE, Ralph D.; FLEMING, Gary A. Finite-element predictions and experimental measurements of aircraft fuselage panel dynamic response. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 104, 3^{supplement}, p. 1833–1833, set. 1998. ISSN 0001-4966. DOI: 10.1121/1.424394. Disponível em: <https://doi.org/10.1121/1.424394>.
- BUEHRLE, Ralph David; FLEMING, Gary et al. Finite Element Model Development For Aircraft Fuselage Structures. **Sound and Vibration**, v. 35, p. 32–38, 2000. Disponível em: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:8899417>.
- CABELL, Randolph. Vibration Response Models of a Stiffened Aluminum Plate Excited by a Shaker. **Noise Control Engineering Journal**, v. 58, jul. 2010. DOI: 10.3397/1.3455048.
- CAPUTO, F. et al. Experimental and Numerical Crashworthiness Study of a Full-Scale Composite Fuselage Section. **AIAA Journal**, v. 59, p. 1–19, out. 2020. DOI: 10.2514/1.J059216.
- CHAMBERLAIN, Diego; MECHEFSKE, Chris. Experimental Modal Analysis of a Half-Scale Model Twin-Engine Aircraft Rear Fuselage Engine Mount Support Frame. In: (International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference), v008t12a008. DOI: 10.1115/DETC2017-67389.
- CORDIOLI, Júlio A.; JORDAN, Roberto. **Fundamentos de Vibrações: Notas de Aula**. Florianópolis, SC: [s.n.], jan. 2021. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Departamento de Engenharia Mecânica. Apostila de curso.
- DONALDSON, Ian; MECHEFSKE, Chris. Experimental Modal Analysis of Business Jet Fuselage Tail Section Sub-Assemblies. In: DOI: 10.1115/DETC2020-22314.
- FLEMING, Gary A.; BUEHRLE, Ralph D.; STORAASLI, Olaf L. Modal analysis of an aircraft fuselage panel using experimental and finite-element techniques. In: TOMASINI, Enrico Primo (ed.). **Third International Conference on Vibration Measurements by Laser Techniques: Advances and Applications**. [S.l.]: SPIE, 1998. International Society for Optics e Photonics, p. 537–548. DOI: 10.1117/12.307740. Disponível em: <https://doi.org/10.1117/12.307740>.

GROSVELD, Ferdinand. Structural normal mode analysis of the Aluminum Testbed Cylinder (ATC). In: 39TH AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit. [S.l.: s.n.], 1998. DOI: 10.2514/6.1998-1949. eprint: <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.1998-1949>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.1998-1949>.

GROSVELD, Ferdinand et al. Finite Element Modeling of the NASA Langley Aluminum Testbed Cylinder. In: 8TH AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference & Exhibit. [S.l.: s.n.]. DOI: 10.2514/6.2002-2418. eprint: <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.2002-2418>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2002-2418>.

KERSTEN, Simon; MECHEFSKE, Chris. Computational Modal Analysis of an Aircraft Hydraulic Pump Support Structure. In: (International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference). DOI: 10.1115/DETC2023-114951.

LAM, Chris; MECHEFSKE, Chris. Computational Modal Analysis of Half Scale Generic Business Jet Substructures. In: DOI: 10.1115/DETC2020-22317.

MSC SOFTWARE CORPORATION. **MSC Nastran 2024.2 Quick Reference Guide**. Newport Beach, CA, 2024. Product Documentation.

PEETERS, Bart et al. The PolyMAX Frequency-Domain Method: A New Standard for Modal Parameter Estimation? **Shock and Vibration**, v. 11, p. 395-409, ago. 2004. DOI: 10.1155/2004/523692.

RAHMAN, Roslan Abd.; ZUBAIR, M.; AMIN, Norsham. Finite element modeling, correlation and model updating of stiffened plate. In: disponível em: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:113244170>.

REN, Jun; WANG, Jun. Assessment of transducer mass effects on measured FRFs in shaker modal testing. **Journal of Vibroengineering**, v. 19, p. 3472-3487, ago. 2017. DOI: 10.21595/jve.2017.17644.

SEKIJOBA, John; GUNAWARDANA, Rochana; MECHEFSKE, Chris. Experimental and Computational Modal Analysis of a Half Scale Business Jet Fuselage Tail Section. **The International Journal of Acoustics and Vibration**, v. 30, p. 121-132, jun. 2025. DOI: 10.20855/ijav.2025.30.22096.

SIEMENS DIGITAL INDUSTRIES SOFTWARE. **Modal Assurance Criterion (MAC)**. [S.l.: s.n.], 2024. Acesso em: 07 jan. 2026. Disponível em: https://community.sw.siemens.com/articles/en_US/Knowledge/modal-assurance-criterion-mac.

WYEN, Travis; PEREZ, Ricardo et al. Experimental Modal Analysis of an Aircraft Fuselage Panel: Part II. In: [S.l.: s.n.], jan. 2019. p. 289-298. ISBN 978-3-319-74699-9. DOI: 10.1007/978-3-319-74700-2_32.

WYEN, Travis; SCHOETTELKOTTE, Joshua et al. Experimental Modal Analysis of an Aircraft Fuselage Panel. In: [S.l.: s.n.], abr. 2017. p. 155–166. ISBN 978-3-319-54734-3. DOI: 10.1007/978-3-319-54735-0_17.

**APÊNDICE A – FREQUÊNCIAS NATURAIS NATURAIS PREVISTAS PELO
MODELO NUMÉRICO BASE**

Tabela 12 – Lista completa das frequências naturais (Hz) obtidas.

Modo	Frequência (Hz)	Modo	Frequência (Hz)
1	3,42	24	127,42
2	19,54	25	132,66
3	20,24	26	137,39
4	51,60	27	142,26
5	53,08	28	142,66
6	62,86	29	149,37
7	67,67	30	155,90
8	71,67	31	157,51
9	73,94	32	158,66
10	77,72	33	164,11
11	81,88	34	165,92
12	84,58	35	166,45
13	87,53	36	168,35
14	92,27	37	171,31
15	93,67	38	173,66
16	96,21	39	176,35
17	106,93	40	180,04
18	107,72	41	182,91
19	109,86	42	183,59
20	111,45	43	185,02
21	115,89	44	188,51
22	120,60	45	190,02
23	125,75		

APÊNDICE B – PONTOS DE MEDIÇÃO E EXCITAÇÃO DA PLACA REFORÇADA.

Tabela 13 – Coordenadas dos pontos de medição e excitação da placa reforçada [mm].

Nó	X	Y	Z	Nó	X	Y	Z	Nó	X	Y	Z
1	118	30	0	36	480	138	0	71	840	247	0
2	118	138	0	37	480	247	0	72	840	356	0
3	118	247	0	38	480	356	0	73	840	464	0
4	118	356	0	39	480	464	0	74	840	573	0
5	118	464	0	40	480	573	0	75	840	682	0
6	118	573	0	41	480	682	0	76	840	790	0
7	118	682	0	42	480	790	0	77	840	899	0
8	118	790	0	43	480	899	0	78	840	1008	0
9	118	899	0	44	480	1008	0	79	840	1116	0
10	118	1008	0	45	480	1116	0	80	840	1225	0
11	118	1116	0	46	480	1225	0	81	840	1334	0
12	118	1225	0	47	480	1334	0	82	840	1442	0
13	118	1334	0	48	480	1442	0	83	840	1551	0
14	118	1442	0	49	480	1551	0	84	840	1660	0
15	118	1551	0	50	480	1660	0	85	840	1768	0
16	118	1660	0	51	480	1768	0	86	1018	30	0
17	118	1768	0	52	659	30	0	87	1018	138	0
18	298	30	0	53	659	138	0	88	1018	247	0
19	298	138	0	54	659	247	0	89	1018	356	0
20	298	247	0	55	659	356	0	90	1018	464	0
21	298	356	0	56	659	464	0	91	1018	573	0
22	298	464	0	57	659	573	0	92	1018	682	0
23	298	573	0	58	659	682	0	93	1018	790	0
24	298	682	0	59	659	790	0	94	1018	899	0
25	298	790	0	60	659	899	0	95	1018	1008	0
26	298	899	0	61	659	1008	0	96	1018	1116	0
27	298	1008	0	62	659	1116	0	97	1018	1225	0
28	298	1116	0	63	659	1225	0	98	1018	1334	0
29	298	1225	0	64	659	1334	0	99	1018	1442	0
30	298	1334	0	65	659	1442	0	100	1018	1551	0
31	298	1442	0	66	659	1551	0	101	1018	1660	0
32	298	1551	0	67	659	1660	0	102	1018	1768	0
33	298	1660	0	68	659	1768	0	103	929	845	0
34	298	1768	0	69	840	30	0				
35	480	30	0	70	840	138	0				