ARITHMETICA ELEMENTAR

POR

G. A. BÜCHLER

LIVRO III

ARITHMETICA ELEMENTAR

POR

G. A. BÜCHLER

LIVRO III

Para o ensino primario,
de accordo com os programmas officiaes

2.A EDIÇÃO

EDITORA - PROPRIETARIA
COMP. MELHORAMENTOS DE S. PAULO
(Weiszflog Irmãos Incorporada)
SÃO PAULO - CAYEIRAS - RIO DE JANEIRO

PREFACIO

O meu methodo tem sido taxado de moroso. Confesso que é mesmo, comparado com alguns ainda em uso nas escolas.

A longa pratica que tenho do magisterio tem-me ensinado a avaliar os methodos, não pelo resultado directo obtido a custa da memoria; mas pelo indirecto, obtido pelo desenvolvimento do raciocinio.

Os problemas que se offerecem ao homem do povo, são geralmente de uma simplicidade surprehendente. Para resolvel-os bastam as quatro operações elementares.

Condemno, por isso, os problemas complicados, e aproveito o tempo que nelles se gastaria, para educar a capacidade do raciocinio e assegurar a perfeita acquisição das quatro operações.

Para que um homem seja perfeito christão, não é preciso que elle tenha de cór a *Biblia* e o *Catechismo*. Basta que elle viva simplesmente conforme os preceitos divinos.

Estamos todos ainda muito distanciados dum ensino conforme a razão *pela vida e para a vida.*

Neste sentido aventurei um passo, publicando a *Arithmetica Elementar*. O bom acolhimento que tiveram os livros I e II, diz-me bem que o meu trabalho não foi em vão.

Sae — com estas linhas — o livro III. Não brilha pela quantidade de problemas nem pelo numero de regras. O que se dá como regras é cousa sabida antes de enunciada.

O livro precisava de um supplemento, mas este por melhor que fosse, não substituiria o bom professor. E é a este que confio o meu trabalho.

São Paulo, Outubro 1923.

O AUTOR.

I. Exercicios diarios de calculo mental

a) Addição e Subtracção

1)	2)	3)	4)	5)
72 + 24	66 − 26	64 − 27	88 − 69	69 + 26
52 + 36	38 − 15	81 − 78	92 − 57	63 + 35
45 + 45	72 − 13	39 + 35	49 + 43	52 − 17
28 + 13	42 − 38	46 + 52	83 − 66	37 − 19
57 + 25	96 − 48	93 − 65	56 − 38	46 + 48
46 + 39	81 − 45	85 − 68	72 + 19	67 + 29

6)	7)	8)	9)	10)
247 + 46	649 + 32	871 + 18	722 + 38	324 + 37
259 − 26	672 + 28	893 − 45	615 + 77	576 − 49
352 − 42	527 + 58	931 + 48	555 − 39	712 + 78
363 − 55	563 − 19	956 − 38	428 + 67	991 − 64
493 − 56	708 + 65	843 + 49	186 − 77	613 + 19
134 + 36	936 − 29	312 + 19	888 − 79	227 + 55

11)	12)	13)	14)
10 + 90	80 + 30	101 − 2	161 − 93
20 + 80	97 + 45	105 − 25	59 + 72
30 + 70	87 + 39	111 − 38	124 − 68
40 + 60	75 + 68	123 − 56	72 + 59
50 + 50	63 + 68	109 − 25	112 − 46
60 + 40	56 + 87	67 + 33	83 + 38
70 + 30	75 + 48	55 + 45	94 + 67
80 + 20	65 + 89	56 + 45	101 − 86
90 + 10	87 + 63	75 + 68	109 − 75

15) Diga os multiplos de 11, 12, 13...19 (até o decuplo)!

16) Diga a serie dos numeros pares até cem (2, 4, 6...)! (L. I, pg. 109).

17) Diga a serie dos numeros impares!

18) Conte, de 5 em 5, até 100!

19) Conte, de 20 em 20, até 200; de 30 em 30, até 300; etc.!

20) Quanto é 100 — 10, 100 + 10; 200 — 20, 200 + 20; 300 — 30, 300 + 30, etc.?

21)	22)	23)	24)
300 + 400	437 + 200	500 — 300	527 — 215
670 + 300	281 + 510	640 — 400	796 — 432
417 + 200	258 + 360	756 — 300	340 — 8
720 + 50	672 + 280	500 — 60	490 — 38
350 + 50	672 + 285	670 — 50	600 — 56
516 + 40	446 + 338	670 — 80	500 — 180
680 + 70	567 + 246	560 — 340	640 — 270
781 + 30	345 + 278	236 — 120	692 — 225

25) (L. II, pg. 18, 19). Diga os complementos de: 3, 5, 1, 7, 2, 9, 4; 20, 70, 60, 80, 10, 30, 50; 21, 34, 76, 82, 91; 300, 800, 100, 600, 700, 400, 200; 210, 740, 630, 870, 910, 540, 450, 275, 125, 545, 832, 763, 948!

b) Multiplicação

1)

1 × 1 até 10 × 1	1 × 10 até 10 × 10	1 × 100 até 10 × 100	1 × 1000 até 10 × 1000	1 × 2 até 10 × 2	1 × 20 até 10 × 20

Da mesma forma: 1 × 3, 1 × 30, 1 × 300, 1 × 3000; 1 × 4, etc., até 1 × 9, 1 × 90,...

2)

1 × 11 até 10 × 11	1 × 110 até 10 × 110	1 × 12 até 10 × 12	1 × 120 até 10 × 120	....	1 × 19 até 10 × 19	1 × 190 até 10 × 190

Calculo:

9 × 42 = 360 + 18 = 378.

3)	4)	5)	6)	7)
2 × 21	8 × 38	5 × 27	9 × 35	3 × 67
3 × 23	9 × 46	4 × 48	8 × 53	7 × 75
4 × 25	7 × 75	7 × 55	7 × 26	5 × 79
5 × 31	5 × 83	2 × 68	6 × 62	9 × 86
6 × 32	3 × 67	6 × 37	5 × 83	6 × 66
7 × 34	6 × 89	8 × 56	4 × 38	8 × 88

8) *a*) Quantos dias são: 6 sem. 4 d; 7 sem. 3 d; 9 sem. 5 d?

b) Quantas horas são: 2 d 10 h, 4 d 14 h, 6 d 8 h?

9) Accrescente uma cifra aos multiplicandos dos problemas 3 a 7 e calcule:

2 × 210 = 400 + 20 = 420!

10) Accrescente duas cifras aos multiplicandos dos problemas 3 a 7 e calcule:

2 × 2100 = 4000 + 200 = 4200!

11)	12)	13)
2 × 1$400	2 × 4 m 60	3 × 5 hl 50
5 × 1$900	4 × 5 m 80	5 × 3 hl 80
5 × 2$700	6 × 7 m 30	7 × 7 hl 50
6 × 3$800	8 × 6 m 40	9 × 3 hl 40

14)	15)
4 × 2 Km 200	2 × 2 Kg 400
7 × 1 Km 300	9 × 1 Kg 200
5 × 2 Km 400	8 × 3 Kg 100
3 × 3 Km 500	4 × 2 Kg 500

Calculo:

12 × 18 = (10 × 18) + (2 × 18) = 180 + 36 = 216.

16) a) 11 × 14, 23, 36, 42;
b) 12 × 12, 15, 19, 35;
c) 13 × 15, 21, 27, 32;

17) a) 24 × 16, 19, 12, 15
b) 35 × 17, 21, 13, 16;
c) 42 × 81, 23, 14, 15;

c) Divisão

1) Decomponha os seguintes numeros em parcellas divisiveis:

a) por 2: 48, 186, 230, 342, 676, 576, 754, 974!

Calculo:

342 = **200** + **140** + **2** (L. II, pg. 153).

b) por 3: 69, 369, 450, 540, 555, 882!
c) por 4: 56, 128, 176, 296, 384, 568!
d) por 5: 85, 170, 375, 485, 835, 615!
e) por 6: 240, 840, 318, 252, 636, 738!
f) por 7: 140, 770, 357, 511, 644, 861!
g) por 8: 560, 464, 736, 904, 872, 936!
h) por 9: 450, 369, 567, 261, 486, 972!

2) *a*) 1$200 : 2 *b*) 6 m 30 : 3 *c*) 4 Kg 500 : 2 *d*) 6 hl 30 : 6.

e) 4$800 : 3 *f*) 8 m 40 : 4 *g*) 7 Kg 500 : 3.

3) 105, 133, 168, 203, 245, 364, 476 dias = ? semanas.

4) 345, 190, 375, 120, 660, 105, 900 Kg = ? @.

Quantas vezes ha:

5)			6)			7)			8)		
40	em	240	20	em	180	80	em	400	70	em	630
70	»	490	90	»	540	30	»	210	40	»	320
50	»	250	40	»	160	70	»	350	90	»	360
30	»	180	60	»	420	50	»	200	50	»	350
80	»	640	30	»	270	90	»	630	80	»	240
60	»	300	50	»	400	60	»	480	60	»	420
20	»	140	70	»	560	40	»	360	30	»	150
90	»	810	40	»	200	20	»	120	80	»	480
70	»	280	80	»	720	90	»	450	20	»	160
30	»	120	50	»	300	70	»	420	40	»	280

9)			10)			11)		
200	em	600	500	em	2500	400	em	3200
400	»	2800	800	»	4800	600	»	3000
700	»	4200	200	»	1600	500	»	3500
300	»	2100	400	»	1200	800	»	7200
500	»	1500	900	»	1800	600	»	4800
900	»	7200	600	»	5400	700	»	2100
400	»	2000	300	»	2700	800	»	6400
800	»	3200	700	»	3500	400	»	3600
200	»	1200	400	»	2400	600	»	4200
700	»	2800	900	»	3600	900	»	4500

12) 100 rs em 200 rs, 500 rs, 1$000, 2$000, 5$000, 4$000, 3$000?

13) 200 rs em 1$000, 3$000, 5$000, 4$000, 400 rs, 2$000, 6$000?

14) 400 rs em 2$000, 6$000, 10$000, 5$000, 4$000?

15) 500 rs em 1$000, 7$000, 10$000, 5$000, 4$000, 8$000?

II. Numeração Romana

(Repetir L. II, pg. 141).

Os algarismos são:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Querendo escrever um numero com algarismos romanos é preciso observar as seguintes regras:

1.ª *Algarismos repetidos 2 ou 3 vezes, representam numeros 2 ou 3 vezes maiores.*

II $= 2 \times$ I $= 2$	XX $= 2 \times$ X $= 20$
III $= 3 \times$ I $= 3$	XXX $= 3 \times$ X $= 30$
CC $= 2 \times$ C $= 200$	MM $= 2 \times$ M $= 2000$
CCC $= 3 \times$ C $= 300$	MMM $= 3 \times$ M $= 3000$

Os algarismos V, L, D não se repetem. *

2.ª *O algarismo menor á esquerda de um algarismo maior deve ser subtrahido deste.*

IV = V − I = 4
IX = X − I = 9
XL = L − X = 40
XC = C − X = 90
CD = D − C = 400
CM = M − C = 900

* O professor explicará por que não é necessaria a repetição desses algarismos.

3.ª *O algarismo menor á direita do algarismo maior deve ser sommado a este.*

VI = V + I = 6
XI = X + I = 11
XV = X + V = 15
XIX = X + IX = 19
LI = L + I = 51
LV = L + V = 55
CL = C + L = 150
DC = D + C = 600
MI = M + I = 1001
MV = M + V = 1005

4.ª *Para representar os milheiros além de 3000, empregam-se os algarismos com traço horizontal:*

$\overline{\mathrm{V}}$ = 5.000
$\overline{\mathrm{X}}$ = 10.000
$\overline{\mathrm{L}}$ = 50.000
$\overline{\mathrm{C}}$ = 100.000
$\overline{\mathrm{D}}$ = 500.000
$\overline{\mathrm{M}}$ = 1000.000

Leia os seguintes numeros:

XXXVI	CVI	CCXVI
XLVII	CXIX	CCXXXVIII
LVIII	CXXXI	CCLXXXIV
LXIX	CL	CCCXXXIII
LXXVIII	CLXVI	CCCLXIX
XCIX	CXCII	CCCXCIX

Escreva os seguintes numeros com algarismos romanos:

1492, 1500, 1565, 1567, 1630, 1640, 1720, 1808, 1817, 1822, 1831, 1840, 1888, 1889, 1923.

Quadro dos numeros escriptos com algarismos romanos.

I	1	CC	200	$\overline{\text{XXX}}$	30.000
II	2	CCC	300	$\overline{\text{XL}}$	40.000
III	3	CD	400	$\overline{\text{L}}$	50.000
IV	4	**D**	500	$\overline{\text{LX}}$	60.000
V	5	DC	600	$\overline{\text{LXX}}$	70.000
VI	6	DCC	700	$\overline{\text{LXXX}}$	80.000
VII	7	DCCC	800	$\overline{\text{XC}}$	90.000
VIII	8	CM	900	$\overline{\textbf{C}}$	100.000
IX	9	**M**	1.000	$\overline{\text{CC}}$	200.000
X	10	MM	2.000	$\overline{\text{CCC}}$	300.000
XX	20	MMM	3.000	$\overline{\text{CD}}$	400.000
XXX	30	$\overline{\text{IV}}$	4.000	$\overline{\text{D}}$	500.000
XL	40	$\overline{\text{V}}$	5.000	$\overline{\text{DC}}$	600.000
L	50	$\overline{\text{VI}}$	6.000	$\overline{\text{DCC}}$	700.000
LX	60	$\overline{\text{VII}}$	7.000	$\overline{\text{DCCC}}$	800.000
LXX	70	$\overline{\text{VIII}}$	8.000	$\overline{\text{CM}}$	900.000
LXXX	80	$\overline{\text{IX}}$	9.000	$\overline{\text{M}}$	1000.000
XC	90	$\overline{\textbf{X}}$	10.000		
C	100	$\overline{\text{XX}}$	20.000		

III. Algumas propriedades dos numeros

a) Multiplos de 2 e Divisibilidade por 2

(Rep. L. II, pg. 63).

1) Diga os multiplos de 2 até 20.

2) Quantas vezes se póde tirar 2 de 8, 14, 18, 6, 10, 20?

3) Quanto é 16, 12, 10, 8, 18, 14 dividido por 2?

4) Diga todos os numeros até 20 que podem ser divididos por 2!

Todos esses numeros, sendo divididos por 2, não deixam resto.

Os multiplos de 2 são divisiveis por 2. (L. I, pg. 186, 6).

(Rep. L. I, pg. 109, 6 fim).

Os multiplos de 2 são numeros pares.

Os numeros pares são:

2	*4*	*6*	*8*	*10*
12	*14*	*16*	*18*	*20*
22	*24*	*26*	*28*	*30*
—	—	—	—	—

Todos os numeros pares terminam em 2, 4, 6, 8 ou 0.

Todos os numeros pares são divisiveis por 2.

5) Escreva os numeros divisiveis por 2 a começar de: 130 até 150, 950 até 966, 1470 até 1488, 15268 até 15282.

6) Copie os seguintes numeros e cancelle (= risque) os que não forem divisiveis por 2: 105, 510, 221, 122, 1202, 2021, 4560, 4605, 8761, 7816.

7) Escreva 10 numeros não divisiveis por 2.

8) (Numeração de casas). Entre que numeros fica a casa n.º 18, n.º 46, n.º 122, n.º 198 da Rua...?

9) Quantas vezes póde tirar 2 de 11? Qual o resto?

Entre que numeros fica a casa n.º 27, 39, 77, 115 da Rua...?

10) Diga os numeros impares até 29!

b) Multiplos de 5 e Divisibilidade por 5

Os multiplos de 5 são:

5	*10*
15	*20*
25	*30*
—	—

Os multiplos de 5 terminam em 5 ou 0.

1) 40 : 5, 35 : 5, 50 : 5, 60 : 5, 100 : 5, 75 : 5, 95 : 5?

Os multiplos de 5 são divisiveis por 5.

Todos os numeros terminados em 5 ou 0, são divisiveis por 5.

2) Diga os numeros divisiveis por 5 entre 120 e 140; 470 e 500; 890 e 930; 980 e 1020; 7670 e 7710; 9985 e 10030!

3) Escreva todos os numeros de 392 até 436! Sublinhe os que são divisiveis por 2!

Assignale por uma cruz (+) aquelles que são divisiveis por 5!

c) Multiplos de 10 e Divisibilidade por 10

Os multiplos de 10 são:

10, 20, 30, 40, ... 100
110, 120, 130, ... 200
. . . .
910, 920, ...1000
1010, 1020, ...

Os multiplos de 10 terminam em 0.

Todos os numeros terminados em 0, são divisiveis por 10.

d) Multiplos de 100 e Divisibilidade por 100

Os multiplos de 100 são:

100, 200, . . . 1000
1100, 1200, ...

Os multiplos de 100 terminam em 0 0 (2 cifras).

Todos os numeros terminados em 2 cifras, são divisiveis por 100.

Escreva os numeros de 756 até 824, assignalando os que são divisiveis por 2, 5, 10 ou 100.

Exemplo:

96	2
97	
98	2
99	
100	2, 5, 10, 100

e) Multiplos de 3 e Divisibilidade por 3

Diga os multiplos de 3 até 100!

$$
\begin{aligned}
1 &= (0\times3)+1\\
2 &= (0\times3)+2\\
3 &= (0\times3)+3\\
4 &= (0\times3)+4\\
&\text{— — — —}\\
9 &= (0\times3)+9
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
10 &= (3\times3)+1 & 20 &= (6\times3)+2\\
100 &= (33\times3)+1 & 200 &= (66\times3)+2\\
1000 &= (333\times3)+1 & 2000 &= (666\times3)+2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
30 &= (9\times3)+3\\
300 &= (99\times3)+3\\
3000 &= (999\times3)+3
\end{aligned}
$$

Vê-se que:

$$
\begin{aligned}
10 &= \text{multiplo de } 3+1\\
20 &= \text{mult. } 3 \quad +2\\
30 &= \text{mult. } 3 \quad +3\\
40 &= \text{mult. } 3 \quad +4\\
&\text{— — — — — —}\\
90 &= \text{mult. } 3 \quad +9\\
\\
100 &= \text{mult. } 3 \quad +1\\
200 &= \text{mult. } 3 \quad +2\\
300 &= \text{mult. } 3 \quad +3\\
&\text{— — — — — —}\\
900 &= \text{mult. } 3 \quad +9\\
\\
1000 &= \text{mult. } 3 \quad +1\\
2000 &= \text{mult. } 3 \quad +2\\
3000 &= \text{mult. } 3 \quad +3\\
&\text{— — — — — —}
\end{aligned}
$$

De *10* póde-se tirar 3×3, ficando o resto *1*
» *20* » » 6×3, » » » *2*
. . . .

De *100* póde-se tirar um mult. 3, ficando o resto *1*
» *200* » » » » » » » » *2*
— — — — — — — — — — — —

De *900* » » » » » » » » *9*
» *1000* » » » » » » » » *1*
» *2000* » » » » » » » » *2*

De 1 unidade, 1 dezena, 1 centena ou 1 milhar pode-se tirar um multiplo de 3, ficando o resto 1.

De 2 unidades, 2 dezenas, 2 centenas ou 2 milhares pode-se tirar um multiplo de 3, ficando o resto 2.

— — — — — — — — — — — —

De 9 unidades, 9 dezenas, 9 centenas ou 9 milhares pode-se tirar um multiplo de 3, ficando o resto 9.

Vejamos, si o numero 2481 é divisivel por 3.

$$
2481 = \left| \begin{array}{r} 2000\\ 400\\ 80\\ 1 \end{array} \right.
$$

De 2000 podemos tirar um mult. 3, fic.ndo o resto *2*,
» *400* » » » » » » » » *4*,
» *80* » » » » » » » » *8*,
» 1 » » » » » » » » 1,

De 2481 » » » » » » » » 15,=2+4+8+1

Ora, esta somma dos restos é divisivel por 3; portanto, tambem o é o numero 2481.

```
Prova:  2 4 8 1 : 3 = 8 2 7
        2 4
        ---
          8
          6
          ---
          2 1
          2 1
          ---
```

Os restos *2*, *4*, *8* e *1* correspondem a *2* milhares, *4* centenas, *8* dezenas e *1* unidade.

Os restos são representados pelos mesmos algarismos do numero.

Assim é muito facil achar a somma dos restos. Basta sommar os algarismos como si fossem numeros.

Podemos, pois, dizer: 2481 é divisivel por 3, porque $2+4+8+1$ é divisivel por 3; ou:

Um numero é divisivel por 3, quando a somma de seus algarismos é um multiplo de 3.

Outro exemplo:

2721 é divisivel por 3, porque $2+7+2+1=12$ é um multiplo de 3.

8206 não é divisivel por 3, porque $8+2+0+6=16$ não é multiplo de 3.

2721, 8206, 1043, 9261, 24756, 341742, 754815.

f) Resumo:

Um numero é divisivel por 2, quando termina em 2, 4, 6, 8, ou 0
» » » » » *3, quando a somma de seus algarismos é um multiplo de 3.*
» » » » » *5, quando termina em 5 ou 0*
» » » » » *10,* » » » *0*
» » » » » *100,* » » » *00* (duas cifras)
» » » » » *1000,* » » » *000* (tres cifras)

g) Numeros primos e multiplos

1. Os numeros terminados em algarismo par (2, 4, 6, 8, 0) são multiplos de 2.

4, 6, 8, 10, 12, 14... são multiplos de 2.

Ha outros numeros que são multiplos de 3, de 4, de 5...

O numero 6 é ao mesmo tempo multiplo de 1, 2, 3 e 6.

O numero 20 é multiplo de 1, 2, 4, 5, 10 e 20.

Como os numeros são compostos de unidades, é claro que todos elles são multiplos de 1.

Sabe-se tambem que cada numero é um multiplo de si mesmo. Assim, o numero $6=6\times\mathbf{1}$ e $1\times\mathbf{6}$, i. é, multiplo de 1 e multiplo de 6.

Cada numero é um multiplo de si mesmo e da unidade.

O numero 6, além de ser multiplo de si mesmo e da unidade, é multiplo de 2 e 3.

O numero 20, além de ser multiplo de si mesmo e da unidade, é multiplo de 2, 4, 5 e 10.

Si 20 é um multiplo de 1, 2, 4, 5, 10 e 20, tambem é divisivel por esses mesmos numeros.

Vejamos agora a serie natural de numeros quanto á divisibilidade:

1 é a unidade
2 » divisivel sómente por si e pela unidade
3 » » » » » » » »
4 » » » » » pela unidade e por 2 (por ser multiplo de 2)
5 » » » » » e pela unidade
6 » » por si, pela unidade, e por 2 e 3 (por ser multiplo de 2 e 3)
7 » » sómente por si e pela unidade

8 é divisivel por si, pela unidade, e por 2 e 4
(por ser multiplo de 2 e 4)
9 » » » » » » e por 3
(por ser multiplo de 3)
10 » » » » » » e por 2 e 5
(por ser multiplo de 2 e 5)
11 » » sómente por si e pela unidade.

Continuar a serie até 100).

Deduzir: *Ha duas especies de numeros:*

1.ª *numeros que são divisiveis apenas por si e pela unidade.*

2.ª *numeros que, além de serem divisiveis por si e pela unidade, tambem são divisiveis por outros numeros.*

Aos numeros da 1.ª especie chama-se *numeros primos.*
» » » 2.ª » » *numeros multiplos.*

2. Numeros primos são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.*

Vê-se logo que todos os numeros primos superiores a 2 são impares.

E' porque todos os numeros pares superiores a 2 são multiplos de 2.

Querendo, pois, achar os numeros primos superiores a 2, não se precisa procural-os entre os numeros pares.

Começando por 2, cada segundo numero é multiplo de 2. **2** 3 **4** 5 **6** 7 **8.**

Começando por 3, cada terceiro numero é multiplo de 3. **3** 4 5 **6** 7 8 **9** 10 11 **12.**

Cancellando, na serie natural dos numeros, todos esses multiplos, desapparecem, ao mesmo tempo, os multiplos de 4, 6, 8, 10,... porque esses numeros são multiplos de 2.

* E de grande vantagem que o alumno conheça bem esses n.os primos.

Exemplos: 1 2 3 5 7
11 13 17 19.

O primeiro numero ainda não cancellado depois de 3 é 5; quer dizer que 5, não sendo multiplo de 2, 3 nem 4, é numero primo.

Começando por 5, cada quinto numero é multiplo de 5. Cancellando esses numeros, desapparecem todos os numeros terminados em 5 e maiores que 5.

O proximo numero ainda não cancellado é 7; quer dizer que 7, não sendo multiplo de 2, 3, 4, 5 nem 6, é numero primo.

(Continuar esse raciocinio, demonstrando como se póde obter o crivo de Eratosthenes*).

1	2	3	(4)	5	(6)	7	(8)	(9)	(10)
11	(12)	13	(14)	(15)	(16)	17	(18)	19	(20)
(21)	(22)	23	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)	29	(30)
31	(32)	(33)	(34)	(35)	(36)	37	(38)	(39)	(40)
41	(42)	43	(44)	(45)	(46)	47	(48)	(49)	(50)
(51)	(52)	53	(54)	(55)	(56)	(57)	(58)	59	(60)
61	(62)	(63)	(64)	(65)	(66)	67	(68)	(69)	(70)
71	(72)	73	(74)	(75)	(76)	(77)	(78)	79	(80)
(81)	(82)	83	(84)	(85)	(86)	(87)	(88)	89	(90)
(91)	(92)	(93)	(94)	(95)	(96)	97	(98)	(99)	(100)

* Sabio escriptor grego, cerca de 275-195 a. Chr., que escreveu sobre astronomia, geographia e chronologia.

3. Ficou demonstrado que os numeros todos ou são primos, ou multiplos de numeros primos.

2 = é n. pr.
3 = » » »
4 = 2 × 2 (producto de numeros primos)
5 = é n. pr.
6 = 2 × 3 » » » »
7 = é n. pr.
8 = 2 × 2 × 2 » » » »
9 = 3 × 3 » » » »

Esses factores todos são numeros primos, sendo por isso denominados *factores primos.*

Cada numero multiplo póde ser decomposto em factores primos.

O numero 324 é multiplo. Vê-se logo que é multiplo de 2.

Dividindo 324:2, obtem-se 162, que é tambem mult. de 2.
» 162:2, » 81, » » mult. de 3 (por que?)
» 81:3, » 27, » » » » » (» »)
» 27:3, » 9, » » » » » (» »)
9:3, 3, » » numero primo.

Portanto, $324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$.

Para achar os factores primos de um numero multiplo, divide-se-o, primeiro, pelo menor numero primo nelle contido; divide-se depois o respectivo quociente pelo menor n. pr. nelle contido; divide-se em seguida o novo quociente pelo menor n. pr. nelle contido, continuando essa operação até que o quociente seja um n. pr.

Os divisores primos e o quociente primo são os factores primos do numero multiplo. *

* Essas explicações só têm valor, sendo aproveitadas em muitos exemplos.

Decomponha os seguintes numeros em seus factores primos:

Exemplo:	324	2
1.º quociente	162	2
2.º »	81	3
3.º »	27	3
4.º »	9	3
ult. »	3	

$324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

32, 48, 65, 72, 84, 86, 93, 95, 99, 100, 125, 144, 156, 200, 300, 500, 700, 800, 900, 1000.

h) O menor multiplo commum

Em duas columnas, uma ao lado da outra, dez (ou mais) multiplos de 3 e 5.

	Mult. de 3	Mult. de 5
Ex.	3	5
	6	10
	9	**15**
	12	20
	15	25
	18	**30**
	21	35
	24	40
	27	45
	30	50

E' facil descobrir nas duas columnas os multiplos iguaes 15 e 30.
15 e 30 são *multiplos communs* de 3 e 5 porque são mult. tanto de 3 como de 5.
Continuando as series de multiplos, observa-se que ha uma infinidade de multiplos communs.
Qual é o menor multiplo commum (m. m. c.) de 3 e 5? Em que columna se encontra primeiro o menor multiplo commum? (na do numero maior).

(O mesmo raciocinio, observando as outras series.)

i) Procurar, do mesmo modo, o menor multiplo commum de 3 e 4; 4 e 6; 6 e 8.

Quaes os multiplos communs de 2, 3 e 4?

Mult. de 2	Mult. de 3	Mult. de 4
2	3	4
4	6	8
6	9	**12**
8	**12**	16
10	15	20
12	18	**24**
14	21	28
16	**24**	32
18	27	**36**
20	30	40
22	33	44
24	**36**	**48**

O primeiro numero igual nas tres columnas é 12.

12 é o numero multiplo commum de 2, 3 e 4 (Por que?)

Entre os multiplos de que numero se encontra primeiro o menor multiplo commum?

2) Procurar por esse processo o menor multiplo commum de 2, 4 e 6; 2, 3 e 5; 4, 6 e 8.

3) Procurar por esse processo o menor multiplo commum de 2, 3, 4, 6; 2, 3, 5, 6; 4, 5, 6, 10.

O menor multiplo commum encontra-se primeiro entre os multiplos do numero maior.

O numero 12 tem os factores primos 2, 2 e 3.

$$\mathbf{12 = 2 \times 2 \times 3}$$

portanto é multiplo de 2
» » 2 × 2 i. é 4
» » 2 × 3 i. é 6
» » 2 × 2 × 3 i. é 12

2, 4, 6 e 12 são numeros formados com os factores primos de 12.

Havendo só duas vezes o factor primo 2, não se póde formar o numero 8.

Multiplicando o numero 12 por 5, ter-se-ia:

$$\mathbf{60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5,}$$

portanto multiplo de 2
» » 2 × 2 i. é 4
» » 2 × 3 i. é 6

multiplo de 2 × 5 i. é 10
» » 2 × 2 × 3 i. é 12
» » 3 × 5 i. é 15
» » 2 × 2 × 5 i. é 20
» » 2 × 3 × 5 i. é 30
» » 2 × 2 × 3 × 5 i. é 60

60 é multiplo commum de 2, 4, 6, 10, 12, 15, 20, 30 e 60 porque com seus factores primos se póde formar qualquer desses numeros.

2, 4, 6, 10, 12, 15, 20, 30 e 60 são divisores de 60.

Sendo o maior dos divisores (60) igual ao multiplo commum 60, este deve ser o menor multiplo commum de 2, 4... e 60.

Querendo procurar um multiplo commum de 60 e 14 ($=2 \times 7$), é preciso accrescentar aos factores primos de 60 (2, 2, 3, 5), mais o factor primo 7. Não é preciso accrescentar o f. pr. 2, porque já existe entre os fs. prs. de 60. O novo multiplo commum é $60 \times 7 = 420$.

Este numero, contendo os fs. prs. 2, 2, 3, 5 e 7, não é multiplo sómente de 14 e 2, 4, 6, 10, 12, 15, 20, 30 e 60, mas tambem de todos os numeros que se pódem formar com os factores primos de 60 e 7, i. é:

2, 2, 3, 5, 7
2 × 7 = 14
3 × 7 = 21
5 × 7 = 35
2 × 2 × 7 = 28
2 × 3 × 7 = 42
2 × 5 × 7 = 70
2 × 2 × 3 × 7 = 84
2 × 2 × 5 × 7 = 140

420 é o menor multiplo commum de 14 e 60 porque, além dos factores primos de 60, contém sómente o f. p. 7 que não existe entre os de 60.

Para achar o menor multiplo commum de 60 e 14, é preciso accrescentar, aos factores primos de 60, os factores primos de 14 ainda não existentes entre os de 60, o m. m. c. de 60 e $14 = 60 \times 7 = 420$.

Para achar o menor multiplo commum de 420 e 66, será preciso accrescentar aos fs. prs. de 420 os de 66 ainda não existentes entre os de 420.

$$420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$$
$$66 = 2 \times 3 \qquad \times 11.$$

Os fs. prs. 2 e 3. já existem; por conseguinte basta accrescentar o f. pr. 11.

$$\underbrace{2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7}_{420} \times 11 =$$
$$\times 11 = 4200 \times 420 = 4620.$$

4620 é o menor multiplo commum de 12, 60, 14 e 66.

Aproveitando o exposto, comprehende-se facilmente o seguinte processo para achar o m. m. c.

1.º Escreve-se em primeiro logar o maior dos numeros e em seguida os immediatamente inferiores 66, 60, 14, 12.

2.º Decompõe-se todos os numeros em seus factores primos.

3.º Cancella-se, do 2.º numero, todos os factores já existentes no 1.º.

4.º Cancella-se, do 3.º numero, todos os factores já existentes no 1.º e 2.º e a. p. d.

O producto dos fs. prs. restantes é o m. m. c.

Calcule o m. m. c. de

3, 9, 12	2, 5, 8, 15
4, 6, 15	3, 6, 10, 12
3, 7, 14	5, 12, 18, 21
6, 8, 10	10, 12, 14, 16

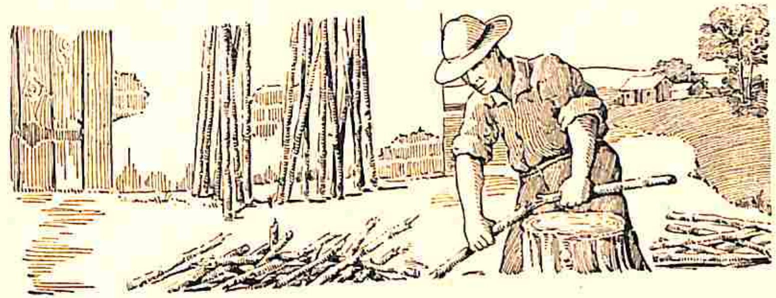
IV. Fracção ordinaria

(Rep. L. II, 144).

a) Introducção

(*Fracção* é a acção de *quebra*, de *fraccionar*, uma ou mais partes que se obtêm *quebrando*, *fraccionando*, *partindo* uma cousa inteira. Em logar de fracção usa-se tambem o termo: *quebrado* que significa uma ou mais partes de um todo.

Fracturar = quebrar com força; *Fractura* do braço = quebradura do braço).



O homem *quebrou* a vara em duas partes.

Cada uma das duas partes é uma fracção (um quebrado) da vara inteira.

As duas fracções não são exactamente iguaes.

Si se désse uma vara a cada alumno para quebral-a em duas partes, é provavel que não se obteria duas fracções perfeitamente iguaes.

Como seria possivel partil-as todas as fracções iguaes? (Partindo-as pelo meio).

1. *A denominação das partes.*

Sendo as duas partes da vara perfeitamente iguaes, póde-se dar-lhes nomes iguaes. (Metade, meio).

Os nomes *metade* ou *meio* usam-se sómente quando o inteiro (a vara inteira) é partido em *duas* partes iguaes.

Que *nome* ou *denominador* se applica ás partes que se obtêm fraccionando o inteiro em *tres* (*quatro, cinco,... dez*) partes iguaes? (terço,...).

O *denominador* é o nome da fracção.

O denominador é escolhido conforme o numero de partes iguaes do inteiro.

Si ha *tres*	
» » *quatro*	fracções iguaes do inteiro, cada uma
» » *cinco*	
» » *dez*	

se denomina respectivamente: *terço, quarto, quinto, decimo.*

Havendo mais de dez partes iguaes do inteiro, forma-se-lhes o denominador, accrescentando ao numero de partes a palavra *ávo*. Assim, estando o inteiro fraccionado

em 11	partes iguaes, ellas se chamam	*onzeávos**
» 12	» » » » »	*dozeávos*
» 13	» » » » »	*trezeávos*
» 20	» » » » »	*vinteávos*
» 30	» » » » »	*trintávos*
» 90	» » » » »	*noventávos*
» 100	» » » » »	*centávos* ou *centésimos*
» 101	» » » » »	*centoeumávos*
» 111	» » » » »	*centoeonzeávos*
» 200	» » » » »	*duzentávos*
» 900	» » » » »	*novecentoávos*
» 1000	» » » » »	*milávos* ou *millésimos*

Pelo denominador sabe-se logo, em quantas partes iguaes está partido o inteiro.

---

* É preferivel escrever esses denominadores em uma palavra.

Si, por exemplo, uma fracção se denomina «*oitavo*», sabe-se tambem que o inteiro foi fraccionado em *oito* partes iguaes, ou que oito dessas partes, i. é, *oito oitávos* perfazem o inteiro.

Nos calculos costuma-se *abreviar os denominadores.*

O denominador:		*meio* ou *metade*	abrevia-se	por	*2*
»	»	*terço*	»	»	*3*
»	»	*decimo*	»	»	*10*
»	»	*quinzeávo*	»	»	*15.*

Mas, como essas abreviações poderiam ser confundidas com os numeros 2, 3, 10, 15, os mathematicos combinaram entre si escrever sempre os *denominadores abreviados abaixo de um traço horizontal.* Exemplo $\overline{4}$ significa *quarto;* $\overline{5}$ significa *quinto.*

1) Leia os seguintes denominadores:

$\overline{3}$, $\overline{5}$, $\overline{7}$, $\overline{10}$, $\overline{15}$, $\overline{20}$, $\overline{21}$, $\overline{8}$, $\overline{100}$, $\overline{40}$.

2) O que lhe diz o denominador: $\overline{3}$, $\overline{5}$, $\overline{7}$, ...? (Que o inteiro está partido em 3 (5, 7), partes iguaes).

3) Quantos $\overline{3}$ ($\overline{10}$, $\overline{7}$, $\overline{9}$, $\overline{6}$, $\overline{15}$, $\overline{50}$, $\overline{100}$) ha em 1 inteiro?

4) Escreva abreviadamente os denominadores: setimo, quinto, decimo, vinteávo, trintaedoisávo, centésimo!

5) Qual é o menor numero de partes que se póde obter, fraccionando um inteiro?

6) Póde-se fraccionar um inteiro em uma só parte? O que significa então $\overline{1}$? (inteiro).

7) Cite casos em que sua mãe se vê obrigada a partir um pessego inteiro, um doce inteiro, um pau inteiro de chocolate, um queijo inteiro, um pudim inteiro!

8) E' facil partir igualmente um pudim?

9) Diga como sua mãe parte um queijo em 4 partes iguaes?

10) Como você partiria um pão para repartil-o com seus dois irmãos?

11) Querendo repartir uma laranja entre tres alumnos, como deve fazel-o? Quanto cabe a cada um?

12) Si eu partisse a laranja em partes desiguaes, o que vocês diriam da partilha?

13) Os quartos de uma rez são iguaes?

(Mostrar como se fracciona igualmente um pedaço de barbante, uma vara, uma folha de papel).

2. *A contagem das partes.*

14) Quantos $\frac{}{2}$, $\frac{}{3}$, $\frac{}{8}$, $\frac{}{9}$, $\frac{}{11}$, $\frac{}{16}$ ha em um inteiro?

15) Em quantas partes devo partir a vara, para obter $\frac{}{2}$, $\frac{}{4}$, $\frac{}{8}$, $\frac{}{3}$, $\frac{}{6}$, $\frac{}{9}$, $\frac{}{10}$, $\frac{}{5}$?

16) Vamos representar, no quadro negro, dez varas iguaes por meio de linhas rectas!

Quantas extremidades tem cada vara?

Vamos assignalar as extremidades por meio de pequenos traços verticaes!

Cada uma das linhas representa uma vara inteira, ou um inteiro.

Vá partir a segunda linha em 2 partes iguaes, A.!*

Vá verificar si as partes são iguaes, B.!** (***)

---

* Diga o nome, depois de dada a ordem!
** Verificar por meio de um barbante ou de uma regua!
*** O mesmo exercicio mostrando como partir a linha em 3 4, ... partes!

1)* ______________________________ $^1/_1$ = inteiro

2) $^1/_2$ $^1/_2$ — $^2/_2$

3) $^1/_3$ $^1/_3$ $^1/_3$ — $^3/_3$

4) $^1/_4$ $^1/_4$ $^1/_4$ $^1/_4$ — $^4/_4$

5) $^1/_5$ $^1/_5$ $^1/_5$ $^1/_5$ $^1/_5$ — $^5/_5$

6) $^1/_6$ $^1/_6$ $^1/_6$ $^1/_6$ $^1/_6$ $^1/_6$ — $^6/_6$

7) $^1/_7$ $^1/_7$ $^1/_7$ $^1/_7$ $^1/_7$ $^1/_7$ $^1/_7$ — $^7/_7$

8) $^1/_8$ $^1/_8$ $^1/_8$ $^1/_8$ $^1/_8$ $^1/_8$ $^1/_8$ $^1/_8$ — $^8/_8$

9) $^1/_9$ $^1/_9$ $^1/_9$ $^1/_9$ $^1/_9$ $^1/_9$ $^1/_9$ $^1/_9$ $^1/_9$ — $^9/_9$

10) $^1/_{10}$ $^1/_{10}$ $^1/_{10}$ $^1/_{10}$ $^1/_{10}$ $^1/_{10}$ $^1/_{10}$ $^1/_{10}$ $^1/_{10}$ $^1/_{10}$ — $^{10}/_{10}$

17) Quantos $\frac{}{2}$ ($\frac{}{8}$, $\frac{}{10}$, $\frac{}{7}$, $\frac{}{5}$, $\frac{}{9}$, $\frac{}{6}$) ha em 1 inteiro?

As fracções são contadas como se contam os inteiros.

Assim contamos: um meio, dois meios, **
um terço, dois terços, tres terços,
um quarto, dois quartos, tres quartos, quatro quartos
um quinto, dois ....
....

Meio, terço, quarto, etc., são os denominadores das fracções.

As palavras: *um, dois, tres* dizem o numero das fracções contadas.

---

* Desenho no quadro negro.
** Contando as partes no desenho.

Esses numeros de fracções ou *numeradores* escrevem-se acima do traço do denominador.

$\frac{1}{2}$ um meio, $\frac{1}{3}$ um terço, $\frac{2}{3}$ dois terços — numero de partes ou numerador / nome das partes ou denominador

18) Conte os sextos do inteiro (os oitavos, os decimos, os setimos, os nonos).

19) Quantos $\frac{\ }{3}$ ($\frac{\ }{4}$, $\frac{\ }{6}$, $\frac{\ }{10}$, $\frac{\ }{2}$, $\frac{\ }{7}$) ha em um inteiro? Por que?

Deduzir a regra:

A fracção vem a ser igual ao inteiro quando o numerador e o denominador se escrevem com o mesmo numero.

20) Como se obtem $\frac{3}{4}$ de uma laranja? (Cortando-a em 4 partes e tirando 3 dessas partes).

21) Como se obtem $\frac{7}{10}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{8}$?

22) Tendo $\frac{3}{4}$ da vara, quanto falta para completar a vara inteira? Por que?

23) Complete as seguintes fracções:

$1=\frac{3}{4}+\frac{\ }{4}$	$1=\frac{5}{7}+\frac{\ }{7}$	$1=\frac{10}{20}+\frac{\ }{20}$
$1=\frac{2}{3}+\frac{\ }{3}$	$1=\frac{6}{10}+\frac{\ }{10}$	$1=\frac{8}{15}+\frac{\ }{15}$
$1=\frac{5}{8}+\frac{\ }{8}$	$1=\frac{5}{9}+\frac{\ }{9}$	$1=\frac{8}{12}+\frac{\ }{12}$
$1=\frac{3}{6}+\frac{\ }{6}$	$1=\frac{3}{5}+\frac{\ }{5}$	$1=\frac{12}{18}+\frac{\ }{18}$

b) Fracções proprias e improprias

1. As fracções $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{8}{10}$ representam um numero de partes em que foi repartido um inteiro.

Todas ellas são menores que 1 inteiro, pois, para obter 1 inteiro de $\frac{1}{2}$, é preciso accrescentar-lhe $\frac{1}{2}$
de $\frac{1}{3}$ » » » ?
de $\frac{2}{3}$ » » » ?
de $\frac{1}{4}$ » » » ?
de $\frac{2}{4}$ » » » ? etc.

$\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{5}{5}$ já não representam fracções, e sim inteiros.

Apesar disso chama-se-lhes *fracções*, porque se escrevem com numerador e denominador, i. é, como se costuma escrever as fracções *propriamente ditas*.

Fraccionando 2 inteiros em quintos, obtem-se $\frac{10}{5}$. Esta expressão $\frac{10}{5}$ escreve-se com o numerador 10 e o denominador 5, mas não é *propriamente* uma fracção. E' uma *fracção impropria* porque não representa uma parte de um inteiro, e sim uma porção maior que o inteiro.

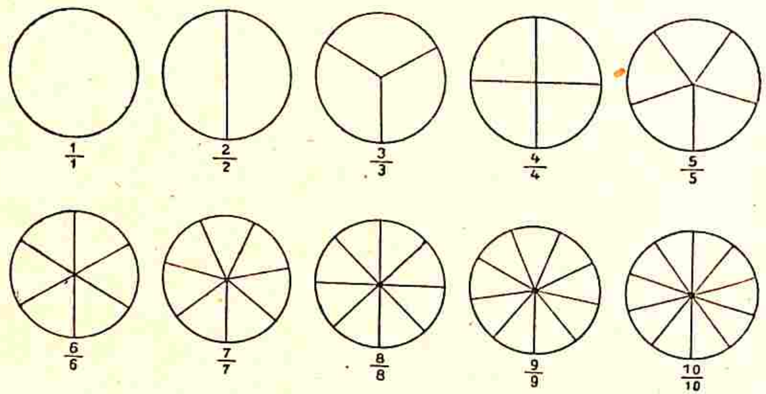
A *fracção propria* representa uma porção menor que 1 inteiro.

24) Estude o valor de cada uma das seguintes fracções, dizendo si é propria ou impropria e explicando por que.

Exemplo: $\frac{7}{5}$ As partes chamam-se *quintos;* quer dizer que o inteiro só póde conter 5 dessas partes; portanto $\frac{7}{5}$ representa uma porção maior que 1 inteiro. Por conseguinte $\frac{7}{5}$ é uma fracção impropria.

$\frac{5}{7}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{12}{10}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{15}{8}$, $\frac{17}{20}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{15}{10}$

2. *Excesso.* *



25) Quantos $\frac{}{3}$ ($\frac{}{8}$, $\frac{}{10}$, $\frac{}{7}$) perfazem um inteiro?

A fracção $\frac{7}{5}$ *excede* o valor de 1 inteiro, porque em 1 inteiro só cabem $\frac{5}{5}$. Ha, portanto, um *excedente* de $\frac{2}{5}$.

26) Quaes são os *excessos* das seguintes fracções?

$\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{13}{7}$, $\frac{15}{9}$, $\frac{25}{20}$, $\frac{26}{18}$ (fracções improprias).

27) Quaes são os *complementos* das seguintes fracções?

$\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{7}{13}$, $\frac{9}{15}$, $\frac{20}{25}$, $\frac{18}{26}$ (fracções proprias).

c) Numeros mixtos

1. Vocês, tendo que escrever uma pagina e meia, em quantas paginas escrevem? Quanto escrevem na 1.ª pagina? na 2.ª?

* O professor, tendo feito o desenho no quadro negro ou recortado todas fracções em cartão ou papelão, mostre aos alumnos que $^1/_1 = ^2/_2 = ^3/_3$, etc.

Uma e meia escreve-se assim $1\frac{1}{2}$.

O que representa o algarismo grande? (o inteiro).

O que representam os algarismos pequenos? (a fracção).

Que quer dizer: A viagem daqui a... leva duas horas e meia?

Como se escreve: duas e meia? ($2\frac{1}{2}$).

Este numero compõe-se de duas partes: 2 e $\frac{1}{2}$; a primeira representa as horas inteiras, a segunda representa uma fracção de hora.

Um numero assim, composto de inteiros e uma fracção, chama-se *numero mixto*.

28) Diga os inteiros e as fracções dos seguintes numeros mixtos:

$1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{3}$, $3\frac{1}{4}$, $4\frac{2}{5}$, $5\frac{3}{4}$, $8\frac{5}{10}$, $7\frac{5}{8}$.

29) Quantos $\frac{}{2}$ ($\frac{}{3}$, $\frac{}{4}$, $\frac{}{10}$, $\frac{}{8}$, $\frac{}{12}$) ha em 1, 3, 2, 5, 4, 10 inteiros?

2. De 1 inteiro póde-se fazer $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{6}{6}$ ....

Todas estas expressões 1, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$.... têm o mesmo valor.

Na expressão 1 exprime-se o valor por 1 unidade inteira.
» » $\frac{2}{2}$ » » mesmo valor por meios.
» » $\frac{3}{3}$ » » » » » terços.

Tendo, por exemplo, 1 laranja inteira, conta-se só esta unidade.

Tendo 1 laranja partida em meios, conta-se os meios.
» » » » » terços, » » terços.
» » » » » quartos, » » quartos.
» » »

Como chamamos a todas as cousas que contamos, uma por uma?

(Unidades, vêr L. II, pg. 3, n.º 4).

Contando meios, terços, quartos, etc., não contamos cousas inteiras, e sim fracções de cousas. Porisso chama-se a essas unidades — *unidades fraccionarias.*

As unidades fraccionarias são: $\frac{}{2}$, $\frac{}{3}$, $\frac{}{4}$, $\frac{}{5}$, ... $\frac{}{10}$, ... $\frac{}{100}$.

Ha, portanto, uma infinidade de unidades fraccionarias, e é porisso que se deve accrescentar sempre, ao numero das fracções contadas, o respectivo denominador.

Veremos mais adiante que, em casos especiaes, se póde dispensar esse denominador. (Liç. X).

d) Reducção de numeros inteiros a uma expressão fraccionaria e uniformisação de numeros mixtos

1. **30)** Exemplo: $5 = \frac{?}{3}$.

Raciocinio: O denominador *terço* nos diz que o inteiro deve ser partido em tres partes. Por conseguinte: 1 inteiro $= \frac{3}{3}$

5 » $= \frac{15}{3}$

5, 8, 3, 2, 7, 6 $= \frac{?}{3}$ ($\frac{?}{5}$, $\frac{?}{2}$, $\frac{?}{7}$, $\frac{?}{10}$, $\frac{?}{20}$).

31) Como se distinguem as expressões: 3 e $\frac{6}{2}$?

a) quanto ao valor? *b)* quanto á maneira de escrevel-as?

Transformando um numero inteiro em uma fracção, o valor continúa o mesmo.

Querendo, pois, *reduzir* um numero inteiro a uma fracção, é preciso fazel-o de maneira que as unidades fraccionarias compostas equivalham ao numero inteiro.

Vimos que $3 = \frac{6}{2}$

$$\frac{6}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2}$$
$$= 1 + 1 + 1 = 3.$$

32) O que representa a expressão $2\frac{1}{2}$? (2 int. e a fracção $\frac{1}{2}$).

Quantos $\frac{}{2}$ ha em 1? em 2? em $2\frac{1}{2}$?

33) O mesmo processo para reduzir a fracções os seguintes numeros:

3,	$2\frac{1}{3}$,	$4\frac{2}{3}$,	$5\frac{1}{3}$,	6	a terços
2,	$2\frac{1}{4}$,	$3\frac{3}{4}$,	$4\frac{1}{4}$,	5	a quartos
1,	$1\frac{2}{5}$,	3,	$2\frac{4}{5}$,	$8\frac{3}{5}$	a quintos.

34) Outro processo: Para reduzir 3 a $\frac{}{5}$, é preciso partir cada inteiro em 5 partes. De 3 inteiros obtemos 3×5 quintos $= 15$ quintos $= \frac{15}{5}$. O numerador é 15. Obtem-se o numerador 15, multiplicando o numero de inteiros (3) pelo numero que representa o denominador (5). Diz-se tambem, abreviadamente:

O numerador (15) se obtem multiplicando o numero inteiro (3) pelo denominador (5).

Outro exemplo: Reduzir 5 a $\frac{}{8}$.

Multiplica-se o numero inteiro (5) pelo denominador (8); $5 \times 8 = 40$.

Debaixo do numerador escreve-se o denominador (8).

Regra para o calculo escripto:

Para reduzir um numero inteiro a uma expressão fraccionaria, multiplica-se o numero inteiro pelo denominador dado, escrevendo esse producto como numerador acima do referido denominador.

35) Reduza

$5, \quad 7, \quad 3, \quad 6, \quad 9$ a $\overline{}\,4$

$8, \quad 10, \quad 15, \quad 2, \quad 7$ a $\overline{}\,8$

$3, \quad 12, \quad 14, \quad 6, \quad 5$ a $\overline{}\,9$.

2. O numero mixto $5\frac{2}{3}$ compõe-se de inteiros e terços ou de unidades inteiras e unidades fraccionarias.

As duas partes de que consta o numero mixto não são *uniformes*, não teem a mesma *forma*, pois a primeira (5) tem a forma inteira, a outra ($\frac{2}{3}$) tem a forma fraccionaria.

$\frac{2}{3}$ é uma fracção propria, i. é, a fracção é menor que 1, e porisso não se póde transformal-a em inteiros.

Podemos, porém, reduzir os 5 inteiros a terços.

$$5 = \frac{15}{3}.$$

Temos, assim: $\frac{15}{3} + \frac{2}{3}$, que são duas expressões uniformes.

O primeiro numerador (15) obtem-se, multiplicando o numero inteiro pelo denominador (3) da parte fraccionaria, e o segundo (2) já existia nesta parte.

Juntando essas duas expressões uniformes ($\frac{15}{3}$ e $\frac{2}{3}$), obtemos $\frac{17}{3}$.

Outro exemplo: $7\frac{2}{8}$. Para uniformizar esse numero mixto, multiplica-se o numero inteiro (7) pelo denominador (8) da parte fraccionaria ($\frac{2}{8}$) e junta-se o numerador já existente (2).

Novo numerador: $7 \times 8 = 56$; $+ 2 = 58$

Denominador . . . . $\overline{8}$

Regra para o calculo escripto:

Para uniformizar um numero mixto, multiplica-se o numero inteiro pelo denominador e accrescenta-se o numerador já existente.

O numero assim obtido escreve-se acima do denominador.

36) Uniformizar:

$2\frac{1}{2}$, $4\frac{3}{5}$, $7\frac{2}{9}$, $12\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{6}$; $8\frac{3}{4}$, $16\frac{1}{8}$, $5\frac{1}{6}$,

$6\frac{1}{7}$, $8\frac{1}{9}$, $9\frac{1}{10}$, $15\frac{1}{5}$, $15\frac{4}{5}$, $23\frac{2}{5}$, $48\frac{5}{6}$, $20\frac{7}{8}$,

$9\frac{3}{4}$ m, $8\frac{2}{3}$ l, $5\frac{3}{4}$ horas, $2\frac{1}{4}$ annos, $5\frac{4}{24}$ dias.

37) Um negociante comprou $15\frac{1}{2}$ Kg de manteiga. Quantos pacotes de $\frac{1}{2}$ Kg póde fazer com essa manteiga?

38) Para amarrar esses pacotes o negociante precisa de pedaços de barbante de $\frac{1}{4}$ m cada um. Elle tem ainda $12\frac{1}{4}$ m de barbante. Quantos pedaços de $\frac{1}{4}$ m póde cortar? Quantos pedaços gasta para amarrar os pacotes? Quantos pedaços sobram?

e) Fracções applicadas a medidas

1 m = 100 cm = 1000 mm; 1 Km = 1000 m.

1 Hl = 100 l; 1 Kg = 1000 g; 1 t = 1000 Kg, 1 @ = 15 Kg.

1 dia = 24 horas; 1 mez = 30 dias; 1 anno = 12 mezes.

1 dz = 12; 1 grosa = 144; 1 cento = 100; 1 milheiro = 1000.

39) $\frac{1}{2}$ m, $\frac{1}{4}$ m, $\frac{2}{4}$ m, $\frac{3}{4}$ m, $1\frac{1}{2}$ m, $1\frac{1}{4}$ m, $1\frac{3}{4}$ m ? cm

40) $2\frac{1}{4}$ m, $5\frac{1}{2}$ m, $3\frac{3}{4}$ m, $2\frac{1}{10}$ m, $5\frac{5}{10}$ m, $3\frac{5}{100}$ m ? cm

41) $\frac{1}{2}$ cm, $\frac{1}{10}$ cm, $\frac{5}{10}$ cm, $1\frac{1}{2}$ cm, $2\frac{5}{10}$ cm, $5\frac{4}{10}$ cm ? mm

42) $\frac{1}{2}$ Km, $\frac{1}{4}$ Km, $\frac{1}{8}$ Km, $\frac{1}{5}$ Km, $\frac{3}{4}$ Km, $\frac{3}{8}$ Km ? m

43) $1\frac{1}{2}$ Km, $5\frac{1}{4}$ Km, $3\frac{1}{8}$ Km, $2\frac{1}{5}$ Km, $4\frac{3}{4}$ Km ? m

44) $\frac{1}{10}$ Km, $\frac{1}{100}$ Km, $\frac{1}{1000}$ Km, $\frac{5}{10}$ Km, $\frac{17}{100}$ Km ? m

45) $3\frac{1}{10}$ Km, $2\frac{1}{100}$ Km, $4\frac{3}{1000}$ Km, $8\frac{5}{10}$ Km ? m

46) $\frac{1}{2}$ Hl, $\frac{1}{4}$ Hl, $\frac{1}{5}$ Hl, $\frac{1}{10}$ Hl, $\frac{1}{20}$ Hl, $\frac{1}{50}$ Hl, $\frac{3}{4}$ Hl ? l

47) $2\frac{1}{2}$ Hl, $3\frac{3}{4}$ Hl, $4\frac{5}{10}$ Hl, $2\frac{5}{100}$ Hl, $7\frac{4}{10}$ Hl ? l

48) $\frac{1}{2}$ Kg, $\frac{1}{4}$ Kg, $\frac{2}{4}$ Kg, $\frac{3}{4}$ Kg, $\frac{1}{8}$ Kg, $\frac{3}{8}$ Kg, $\frac{1}{5}$ Kg ? g

49) $\frac{1}{10}$ Kg, $\frac{1}{100}$ Kg, $\frac{1}{1000}$ Kg, $\frac{1}{20}$ Kg, $\frac{1}{50}$ Kg, $\frac{5}{10}$ Kg ? g

50) $2\frac{5}{10}$ Kg, $3\frac{750}{1000}$ Kg, $2\frac{10}{100}$ Kg, $6\frac{1}{20}$ Kg, $4\frac{3}{50}$ Kg ? g

51) $\frac{1}{2}$ t, $\frac{1}{4}$ t, $\frac{1}{8}$ t, $\frac{1}{10}$ t, $1\frac{1}{2}$ t, $1\frac{5}{10}$ t, $1\frac{3}{4}$ t ? Kg

52) $\frac{1}{3}$ @, $\frac{2}{3}$ @, $\frac{1}{5}$ @, $2\frac{1}{3}$ @, $3\frac{1}{5}$ @, $4\frac{3}{5}$ @ ? Kg

53) $\frac{1}{2}$ dia, $\frac{1}{4}$ d, $\frac{3}{4}$ d, $\frac{1}{8}$ d, $\frac{1}{12}$ d, $2\frac{3}{24}$ d, $1\frac{1}{6}$ d ? horas

54) $2\frac{1}{2}$ d, $3\frac{1}{4}$ d, $1\frac{3}{4}$ d, $5\frac{1}{8}$ d, $1\frac{1}{12}$ d, $2\frac{3}{24}$ d ? horas

55) $\frac{1}{2}$ mez, $\frac{1}{3}$ mez, $\frac{1}{10}$ mez, $\frac{1}{6}$ mez, $\frac{1}{5}$ mez ? dias

56) $\frac{1}{2}$ anno, $\frac{1}{3}$ anno, $\frac{1}{6}$ anno, $\frac{1}{12}$ anno, $\frac{1}{4}$ anno ? mezes

57) $\frac{1}{2}$ dz, $\frac{1}{4}$ dz, $\frac{3}{4}$ dz, $\frac{1}{3}$ dz, $\frac{2}{3}$ dz, $\frac{1}{6}$ dz, $\frac{5}{6}$ dz ? cousas

58) $2\frac{1}{2}$ dz, $5\frac{1}{4}$ dz, $3\frac{3}{4}$ dz, $2\frac{2}{3}$ dz, $5\frac{1}{3}$ dz ? cousas

59) $\frac{1}{2}$ grosa, $\frac{1}{4}$ gr, $\frac{3}{4}$ gr, $2\frac{1}{2}$ gr, $1\frac{3}{4}$ gr, $5\frac{1}{4}$ gr ? cousas

60) $\frac{1}{2}$ cento, $\frac{1}{4}$ c°, $\frac{1}{5}$ c°, $\frac{1}{10}$ c°, $\frac{3}{4}$ c°, $\frac{5}{10}$ c° ? cousas

61) $\frac{1}{2}$ milheiro, $\frac{1}{4}$ m°, $\frac{3}{4}$ m°, $\frac{1}{10}$ m°, $2\frac{1}{2}$ m° ? cousas

62) $\frac{1}{2}$ hora, $\frac{1}{4}$ h, $\frac{3}{4}$ h, $\frac{1}{12}$ h, $\frac{1}{10}$ h, $\frac{5}{10}$ h, $\frac{2}{3}$ h ? minutos

63) $1\frac{1}{4}$ h, $2\frac{3}{4}$ h, $5\frac{1}{2}$ h, $3\frac{1}{12}$ h, $4\frac{5}{10}$ h, $2\frac{5}{12}$ h ? minutos

f) Extracção de inteiros

64) Quantos $\frac{}{5}$, $\frac{}{20}$, $\frac{}{16}$, $\frac{}{100}$, $\frac{}{10}$ formam um inteiro?

65) Nas seguintes fracções $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{6}{20}$, $\frac{24}{100}$, quantas partes perfazem um inteiro?

66) Quantos $\frac{}{4}$ ($\frac{}{3}$, $\frac{}{8}$, $\frac{}{10}$, $\frac{}{20}$, $\frac{}{25}$) perfazem 1, 2, 3, 4, 5, ... 10 int.?

67) Quantos inteiros são:

$\frac{4}{4}$ =	$\frac{15}{3}$ =	$\frac{12}{6}$ =	$\frac{18}{9}$ =
$\frac{8}{4}$ =	$\frac{9}{3}$ =	$\frac{24}{6}$ =	$\frac{27}{9}$ =
$\frac{20}{4}$ =	$\frac{18}{3}$ =	$\frac{36}{6}$ =	$\frac{63}{9}$ =
$\frac{28}{4}$ =	$\frac{24}{3}$ =	$\frac{18}{6}$ =	$\frac{36}{9}$ =

68) Escreva todas as fracções, menores que as abaixo citadas, que perfaçam inteiros:

$\frac{37}{8}$, $\frac{35}{4}$, $\frac{57}{10}$, $\frac{80}{9}$, $\frac{46}{7}$, $\frac{115}{25}$, $\frac{195}{30}$, $\frac{750}{100}$.

Exemplos: $\frac{37}{8}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{16}{8}$, $\frac{24}{8}$, $\frac{32}{8}$
$\frac{34}{6}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{12}{6}$, $\frac{18}{6}$, $\frac{24}{6}$, $\frac{30}{6}$.

69) Em $\frac{750}{100}$ ha $\frac{700}{100}$ que formam 7 int., e mais $\frac{50}{100}$. O mesmo exercicio com as fracções do n.° 68. Para saber quantas vezes ha $\frac{100}{100}$ em $\frac{750}{100}$, basta

dividir o numerador 750 por 100 (denominador). Em 750 ha $7 \times \frac{100}{100}$, portanto 7 int. Sobram $\frac{50}{100}$ que não dão para formar um inteiro.

De $\frac{750}{100}$ póde-se, pois extrahir (= tirar fóra) 7 inteiros, ficando ainda $\frac{50}{100}$. $\frac{750}{100} = 7\frac{50}{100}$.

70) O mesmo raciocinio com as seguintes fracções: $\frac{3}{2}, \frac{6}{5}, \frac{8}{3}, \frac{7}{2}, \frac{14}{4}, \frac{17}{6}, \frac{17}{7}, \frac{19}{8}, \frac{20}{3}, \frac{45}{10}$.

71) De que fracções póde-se extrahir inteiros? (de proprias ou improprias?) *

* É preferivel os alumnos ficarem conhecendo esse processo analytico, a decorarem uma regra que, para ser completa e geral, teria que ser longa e impria para estudantes deste gráu.

V. Fracção ordinaria (continuação)

(Rep. L. II, pg. 85-91).

A) *Alteração do numerador.*

a) Addição e Subtracção

1) *a)* $\frac{1}{4}$ m $+\frac{1}{4}$ m $=$

$\frac{1}{8}$ Kg $+\frac{1}{8}$ Kg $=$

$\frac{1}{4}$ hora $+\frac{2}{4}$ hora $=$

b) $\frac{1}{3}$ dz $+\frac{1}{3}$ dz $=$

$\frac{1}{6}$ dia $+\frac{2}{6}$ dia $=$

$\frac{1}{4}$ \$ $+\frac{2}{4}$ \$ $=$

Somma-se as fracções de nomes iguaes, sommando os numeradores.

c) $2\frac{1}{4} + 3\frac{2}{4} =$

$4\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3} =$

$3\frac{1}{5} + 5\frac{2}{5} =$

d) $4\frac{2}{10} + 5\frac{3}{10} =$

$6\frac{20}{100} + 3\frac{30}{100} =$

$5\frac{3}{9} + 4\frac{5}{9} =$

2) *a)* $\frac{3}{4}$ m $-\frac{1}{4}$ m $=$

$\frac{5}{8}$ Kg $-\frac{2}{8}$ Kg $=$

$\frac{3}{4}$ de hora $-\frac{1}{4}$ de hora $=$

b) $\frac{3}{4}$ dz $-\frac{1}{4}$ dz $=$

$\frac{2}{3}$ dia $-\frac{1}{3}$ dia $=$

$\frac{8}{10}$ \$ $-\frac{5}{10}$ \$ $=$

Subtraem-se as fracções de nomes iguaes, subtrahindo os numeradores.

c) $4\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4} =$

$6\frac{3}{5} - 3\frac{2}{5} =$

$5\frac{4}{6} - 2\frac{3}{6} =$

d) $7\frac{5}{10} - 5\frac{2}{10} =$

$8\frac{75}{100} - 6\frac{25}{100} =$

$10\frac{5}{8} - 5\frac{3}{8} =$

b) Multiplicação e divisão por inteiros

1. $4 \times \frac{2}{10} = \underbrace{\frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10}}_{\frac{8}{10}} = 4$ grupos de $\frac{2}{10}$ cada um.

$5 \times \frac{6}{10} = \underbrace{\frac{6}{10} + \frac{6}{10} + \frac{6}{10} + \frac{6}{10} + \frac{6}{10}}_{\frac{30}{10}} = 5$ grupos de $\frac{6}{10}$ cada um.

3) $3 \times \frac{6}{8}$; $6 \times \frac{6}{9}$; $5 \times \frac{9}{15}$; $6 \times \frac{12}{18}$.

4) $5 \times \frac{3}{4}$; $6 \times \frac{2}{5}$; $6 \times \frac{4}{7}$; $9 \times \frac{6}{12}$.

5) $3 \times \frac{1}{5}$ m; $4 \times \frac{1}{4}$ Kg; $3 \times \frac{3}{4}$ dia; $5 \times \frac{3}{4}$ hora.

Multiplica-se uma fracção por um numero inteiro, multiplicando sómente o numerador.

6) 2, 5, 7, 9, 10 $\times \frac{1}{2}$. 7) 2, 4, 6, 8, 11 $\times \frac{2}{3}$.

8) 3, 6, 9, 5, 12 $\times \frac{7}{8}$. 9) 3, 5, 7, 9, 13 $\times \frac{9}{10}$.

10) $5 \times \frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{10}$. 11) $8 \times \frac{7}{8}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{10}{11}$; $\frac{11}{12}$.

12) $9 \times \frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{7}{8}$. 13) $10 \times \frac{3}{4}$ dz; $\frac{1}{2}$ hora; $\frac{3}{4}$ \$.

2. $\frac{6}{10} : 3$ $\quad \underbrace{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}} \big| \underbrace{+ \frac{1}{10} + \frac{1}{10}} \big| \underbrace{+ \frac{1}{10} + \frac{1}{10}}$. Afastamos, do grupo $\frac{6}{10}$, tres grupos menores e iguaes entre si, cada um de $\frac{2}{10}$.

$\frac{4}{5} : 2$ $\quad \underbrace{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}} \big| \underbrace{+ \frac{1}{5} + \frac{1}{5}}$. Afastamos, do grupo de $\frac{4}{5}$, dois grupos menores e iguaes entre si, cada um de $\frac{2}{5}$.

14) Quanto é a metade de $\frac{4}{5}$ m, $\frac{6}{10}$ \$, $\frac{4}{8}$ Kg ?

15) Quanto é um terço de $\frac{3}{4}$ m, $\frac{6}{10}$ \$, $\frac{9}{10}$ Kg ?

16) $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{12}{25} : 2$.

17) $\frac{8}{9} : 4$; $\frac{5}{6} : 5$; $\frac{12}{13} : 3$.

18) $\frac{24}{25} : 2$; 3; 4; 6; 8; 12.

Divide-se uma fracção por um numero inteiro, dividindo sómente o numerador.

Uniformize os seguintes numeros mixtos, dividindo depois:

19) $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{3}$, $3\frac{3}{4}$, $4\frac{1}{6}$, $4\frac{2}{7}$, $2\frac{2}{9}$ por 5.

20) $2\frac{2}{5}$, $2\frac{4}{7}$, $3\frac{3}{5}$, $4\frac{2}{7}$, $5\frac{1}{7}$, $4\frac{4}{5}$ » 6.

21) $3\frac{1}{2}$, $4\frac{2}{3}$, $5\frac{1}{4}$, $5\frac{3}{5}$, $4\frac{3}{8}$, $4\frac{9}{10}$ » 7.

22) $2\frac{2}{3}$, $4\frac{4}{5}$, $5\frac{1}{3}$, $6\frac{2}{5}$, $5\frac{5}{7}$, $6\frac{2}{9}$ » 8.

23) $4\frac{1}{2}$, $6\frac{3}{4}$, $5\frac{5}{8}$, $3\frac{3}{5}$, $7\frac{5}{7}$, $7\frac{7}{8}$ » 9.

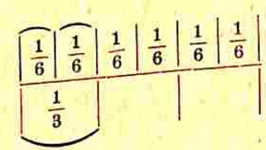
24) $3\frac{1}{3}$, $6\frac{2}{3}$, $5\frac{5}{7}$, $4\frac{2}{7}$, $8\frac{4}{7}$, $7\frac{7}{9}$ » 10.

25) O café, sendo torrado, perde $\frac{1}{3}$ de seu peso. Qual é a perda de peso em $\frac{3}{4}$ Kg, $\frac{3}{5}$ Kg, $\frac{9}{10}$ Kg de café?

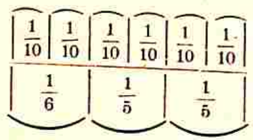
B) *Alteração do denominador.*

a) Multiplicação por um numero inteiro

Exemplo: $2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$



$$2\times\frac{3}{10}=\frac{3}{5}$$



1) Trace uma recta, divida-a em 8 partes iguaes. Junte 4 dessas partes e diga que parte é do inteiro!

Repare: *Quanto maior a parte, tanto menor o denominador.*

Fazendo uma fracção 2 vezes maior, o denominador fica 2× menor.

Em vez de multiplicar uma fracção por 2, póde-se dividir o denominador por 2.

Dividir o denominador é multiplicar a fracção.

Multiplique:

2) $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{5}{24}$, $\frac{7}{40}$, $\frac{11}{48}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{16}$ por 4 (8).

3) $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{11}{30}$, $\frac{17}{40}$, $\frac{19}{50}$, $\frac{23}{60}$, $\frac{27}{100}$ por 5 (10).

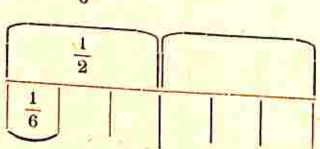
4) $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{18}$, $\frac{13}{24}$, $\frac{17}{30}$, $\frac{19}{36}$, $\frac{29}{60}$ por 3 (6).

5) Uma torneira aberta fornece em 1 segundo $\frac{7}{20}$ l de agua; quanto fornece em 2, 4, 5, 10 segundos?

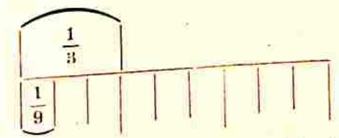
6) A mesma torneira meio aberta, fornece em 1 segundo $\frac{7}{50}$ l de agua; quanto fornece em 5, 10, 25 segundos?

b) Divisão por um numero inteiro

Exemplo: $\frac{1}{2}:3=\frac{1}{6}$



$$\frac{1}{3}:3=\frac{1}{9}$$



Repare: *Quanto menor a parte, maior o denominador.*

Em vez de dividir a fracção por 3, póde-se multiplicar o denominador por 3.

Multiplicar o denominador é dividir a fracção.

7) A metade de $\frac{1}{2}$ m é $\frac{1}{4}$ m; de $\frac{1}{4}$ m é ?

8) » » » $\frac{1}{3}$ dz ? $\frac{1}{2}$ dz ?

9) Divida $\frac{1}{2}$ m por 4, 5, 10.

10) » $\frac{1}{3}$ hora por 2, 4, 5.

11) » $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ .... $\frac{1}{10}$ por 2.

12) » $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{8}$ .... $\frac{1}{2}$ » 3.

13) » $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$ » 4.

14) » $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$ » 5.

15) » $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ » 6.

16) » $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{8}$ » 10.

17) » $\frac{2}{3}$ por 3, 4, 5, 6, 10.

18) » $\frac{3}{4}$ » 2, 4, 5, 6, 10.

19) » $\frac{4}{5}$ » 3, 5, 6, 8, 10.

20) » $\frac{5}{6}$ » 3, 4, 6, 8, 10.

21) » $\frac{7}{8}$ » 2, 3, 4, 6, 10.

22) » $\frac{9}{10}$ » 2, 4, 5, 6, 10.

23) Quanto é: meio quinto, meio quarto, meio terço, meio decimo?

Multiplique e divida:

24) $\frac{1}{2}$ por 5; $\frac{1}{3}$ por 4; $\frac{3}{4}$ por 6; $\frac{2}{3}$ por 8!

25) $\frac{7}{10}$ por 5; $\frac{3}{4}$ por 10; $\frac{11}{12}$ por 3; $\frac{13}{15}$ por 4!

c) Multiplicação e Divisão de numeros mixtos alterando o denominador

Exemplo: $2\frac{3}{4}\times 2$.

Convem neste caso uniformizar o numero mixto.

$$\frac{11}{4}\times 2=\frac{11}{2}=5\frac{1}{2}$$

$$2\frac{3}{4}:2$$

$$\frac{11}{4}:2=\frac{11}{8}=1\frac{3}{8}$$

Multiplique e divida:

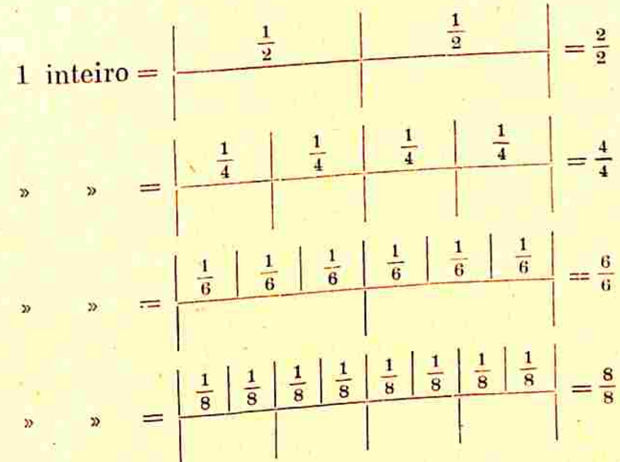
26) $5\frac{3}{4}$ por 2; $4\frac{1}{6}$ por 3; $2\frac{4}{9}$ por 3

27) $4\frac{3}{10}$ por 4; $5\frac{7}{20}$ por 4; $6\frac{1}{6}$ por 2

VI. Fracção ordinaria (continuação)

Alteração da forma sem alteração do valor

a) Ampliação de fracções



$\frac{1}{2}=\frac{?}{4}$; $\frac{1}{2}=\frac{?}{6}$; $\frac{1}{2}=\frac{?}{8}$; $\frac{1}{2}=\frac{?}{16}$

1) $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$

$\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$

até

$\frac{1}{2}=\frac{10}{20}$

2) $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$

$\frac{1}{3}=\frac{3}{9}$

até

$\frac{1}{3}=\frac{10}{30}$

3) $\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$

$\frac{1}{4}=\frac{3}{12}$

até

$\frac{1}{4}=\frac{10}{40}$

4) $\frac{1}{5}=\frac{2}{10}$

$\frac{1}{5}=\frac{3}{15}$

até

$\frac{1}{5}=\frac{10}{50}$

Multiplique por 4 o numerador e o denominador de $\frac{2}{5}$ e diga por que alterações passa o valor da fracção com cada uma das multiplicações. (Pela multiplicação do numerador, a fracção fica 4 vezes maior ($\frac{8}{5}$) e pela multiplicação do denominador fica 4 vezes menor ($\frac{8}{20}$), portanto o valor da fracção fica inalterado, e $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$).

Multiplicando o numerador e o denominador pelo mesmo numero, não se altera o valor da fracção.

5) Multiplique o numerador e o denominador de $\frac{1}{3}$ por 2, 3, 4, 5, explicando como se altera o valor da fracção com cada uma das multiplicações!

O numerador e o denominador são chamados: *termos* da fracção.

Multiplicados esses termos pelo mesmo numero, o valor da fracção continua o mesmo, mas ella se acha representada de uma forma mais *ampla*. D'ahi o nome: *ampliar* a fracção.

Pela ampliação não se altera o valor da fracção.

6) Amplíe $\frac{3}{8}$ por 4, 6, 9, 10, 12!

7) » $\frac{5}{9}$ » 3, 8, 7, 12, 15!

8) » $\frac{7}{10}$ » 2, 3, 8, 5, 10!

9) Por quanto se precisa ampliar:

a) $\frac{}{2}$ para obter $\frac{}{10}$?
$\frac{}{3}$ » » $\frac{}{15}$?
$\frac{}{4}$ » » $\frac{}{12}$?
$\frac{}{5}$ » » $\frac{}{10}$?

b) $\frac{}{10}$ para obter $\frac{}{100}$?
$\frac{}{20}$ » » $\frac{}{100}$?
$\frac{}{25}$ » » $\frac{}{100}$?
$\frac{}{50}$ » » $\frac{}{100}$?

10) Por quanto se precisa ampliar:

$\frac{}{2}$, $\frac{}{3}$, $\frac{}{4}$, $\frac{}{5}$, $\frac{}{6}$, $\frac{}{10}$, $\frac{}{12}$, $\frac{}{15}$, $\frac{}{20}$, $\frac{}{30}$ para obter $\frac{}{60}$?

11) Transforme em $\frac{}{30}$: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{15}$!

12) Transforme em $\frac{}{10}$: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{1}{20}$!

13) » » $\frac{}{100}$: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{2}{25}$!

14) » » $\frac{}{1000}$: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{2}{200}$, $\frac{4}{500}$!

15) » $\frac{5}{10}$ em $\frac{}{100}$, $\frac{}{1000}$; $\frac{15}{100}$ em $\frac{}{1000}$!

b) Simplificação de fracções

1. Divida os termos de $\frac{4}{6}$ por 2, explicando como se altera o valor da fracção em cada uma das divisões.

Dividindo ambos os termos pelo mesmo numero, não se altera o valor da fracção.

16) Divida por 10 os termos de $\frac{30}{50}$!

17) » » 12 » » » $\frac{48}{60}$!

18) » » 15 » » » $\frac{75}{90}$!

Divididos ambos os termos pelo mesmo numero, o valor da fracção continua o mesmo, mas ella se acha representada de uma forma mais *simples*. D'ahi o nome: *simplificar* a fracção.

19) Simplifique por 2 as fracções $\frac{12}{14}$, $\frac{18}{20}$, $\frac{32}{42}$, $\frac{16}{22}$, $\frac{200}{600}$!

20) » » 5 » » $\frac{5}{10}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{35}{45}$, $\frac{85}{90}$, $\frac{50}{10}$!

21) » » 4 » » $\frac{4}{12}$, $\frac{16}{20}$, $\frac{32}{36}$, $\frac{48}{100}$, $\frac{32}{92}$!

22) » » 8 » » $\frac{16}{40}$, $\frac{40}{72}$, $\frac{104}{112}$, $\frac{200}{312}$, $\frac{40}{176}$!

23) » » 10 » » $\frac{20}{30}$, $\frac{30}{50}$, $\frac{60}{70}$, $\frac{170}{200}$, $\frac{250}{470}$!

24) » » 3 » » $\frac{15}{18}$, $\frac{24}{27}$, $\frac{30}{51}$, $\frac{15}{27}$, $\frac{33}{93}$!

25) » » 3 » » $\frac{111}{120}$, $\frac{27}{84}$, $\frac{45}{78}$, $\frac{105}{123}$!

26) Simplifique por 9 as fracções $\frac{63}{72}$, $\frac{18}{63}$, $\frac{72}{99}$, $\frac{81}{117}$!

27) » » 6 » » $\frac{24}{30}$, $\frac{36}{78}$, $\frac{78}{96}$, $\frac{48}{69}$, $\frac{132}{138}$!

28) » » 15 » » $\frac{30}{45}$, $\frac{105}{150}$, $\frac{270}{285}$, $\frac{315}{615}$, $\frac{240}{345}$!

Simplifique as seguintes fracções:

29) $\frac{62}{82}$; $\frac{14}{18}$; $\frac{33}{81}$; $\frac{135}{144}$; $\frac{44}{92}$; $\frac{350}{700}$; $\frac{70}{350}$; $\frac{160}{180}$; $\frac{200}{1000}$.

30) Escreva a serie de $\frac{\ }{30}$, procurando simplificar as fracções. Ex.: $\frac{1}{30}$

$\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$

$\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$

$\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$

$\frac{5}{30}=\frac{1}{6}$, etc.

31) Simplifique da mesma maneira todos os $\frac{\ }{50}$!

32) Simplifique todos os $\frac{\ }{100}$, de $\frac{50}{100}$ até $\frac{99}{100}$!

2. *Reducção á expressão mais simples.*

Simplificando por 2 a fracção $\frac{16}{64}$, obtem-se $\frac{8}{32}$.

$\frac{8}{32}$ póde-se simplificar mais uma vez, dividindo os dois termos por 4; obtem-se $\frac{2}{8}$. Como 2 e 8 são divisiveis por 2, póde-se simplificar $\frac{2}{8}$ dividindo mais uma vez por 2. Esta nova fracção $\frac{1}{4}$ não se póde simplificar mais, porque o unico divisor contido ao mesmo tempo em 1 e 4 é 1.

$\frac{1}{4}$ é a expressão mais simples da fracção $\frac{16}{64}$.

Obtem-se a expressão mais simples de uma fracção, simplificando-a até que o unico divisor commum dos dois termos seja 1.

33) Reduza á expressão mais simples as fracções: $\frac{15}{300}$, $\frac{16}{20}$, $\frac{35}{60}$, $\frac{32}{160}$, $\frac{120}{600}$, $\frac{125}{1000}$, $\frac{250}{1000}$, $\frac{750}{1000}$.

c) **Reducção ao minimo denominador commum** (m. den. c.).

3 bananas + 2 laranjas = 3 fructas + 2 fructas = 5 fructas.

Não se póde sommar cousas de nomes differentes. E' preciso que todas as cousas que se queira contar, tenham o mesmo nome.

Da mesma maneira, não se póde sommar fracções que tenham denominadores differentes.

As fracções $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, e $\frac{4}{9}$ teem denominadores differentes (4, 6, 9).

Para sommal-as é preciso reduzil-as a um denominador commum. O denominador commum deverá ser um multiplo commum de 4, 6 e 9. Havendo, porém, uma infinidade de multiplos communs de 4, 6 e 9 (Veja III, pag. 9) e não convindo calcular com numeros muito elevados, escolhe-se sempre o menor multiplo commum.

Processo: $\left.\begin{array}{l} 9=3\times 3 \\ 6=2\times 3 \\ 4=2\times 2 \end{array}\right|\ 9\times 2\times 2=36$

36 é o m. m. c. dos denominadores ou o minimo (=menor) denominador commum (m. den. c.).

E' preciso, portanto, reduzir as fracções $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ e $\frac{4}{9}$ ao m. den. c. 36, sem alterar os valores das fracções, i. é: precisa-se ampliar $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ e $\frac{4}{9}$ de forma tal que o denominador das tres fracções seja 36.

Por quanto se precisa ampliar a fracção $\frac{3}{4}$? ($\frac{5}{6}$?; $\frac{4}{9}$?)

	36	
$\frac{3}{4}$	9	$\frac{27}{36}$
$\frac{5}{6}$	6	$\frac{30}{36}$
$\frac{4}{9}$	4	$\frac{16}{36}$

Reduza ao m. den. c.

34) $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{8}$

35) $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{10}$

36) $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{4}$ e $\frac{3}{8}$; $\frac{5}{7}$ e $\frac{5}{21}$

37) $\frac{3}{7}$ e $\frac{6}{35}$; $\frac{4}{5}$ e $\frac{7}{15}$; $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{24}$

38) $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{7}$ e $\frac{1}{8}$

39) $\frac{1}{15}$ e $\frac{1}{13}$; $\frac{1}{7}$ e $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{11}$; $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{7}$

40) $\frac{3}{5}$ e $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{9}$; $\frac{2}{7}$ e $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{8}$ e $\frac{3}{13}$

41) $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{9}$; $\frac{4}{5}$ e $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{10}$ e $\frac{4}{9}$; $\frac{6}{11}$ e $\frac{8}{13}$

42) $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{15}$ e $\frac{1}{10}$

43) $\frac{5}{6}$ e $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{4}$ e $\frac{7}{10}$; $\frac{5}{8}$ e $\frac{7}{12}$; $\frac{4}{15}$ e $\frac{3}{10}$

44) $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{16}$ e $\frac{7}{24}$; $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{13}$ e $\frac{8}{65}$; $\frac{3}{14}$, $\frac{6}{11}$ e $\frac{5}{21}$; $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{7}$ e $\frac{5}{12}$

45) $\frac{3}{16}$, $\frac{5}{24}$ e $\frac{7}{30}$; $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{12}$ e $\frac{7}{18}$; $\frac{3}{22}$, $\frac{5}{33}$ e $\frac{4}{35}$; $\frac{5}{18}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{6}$

VII. As quatro operações com fracções

a) Addição

1) *de fracções proprias*

Exemplo: $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{5}{8}=?$

Solução: 1.º achar o m. den. c. $\left.\begin{array}{l} 8=2\times2\times2 \\ 4=2\times2 \\ 3=3 \end{array}\right\} 8\times3=24$

2.º reduzir ao m. den. c.

$$\begin{array}{c|c|l} & 24 & \\ \frac{2}{3} & 8 & 16 \\ \frac{3}{4} & 6 & 18 \\ \frac{5}{8} & 3 & 15 \\ \hline \end{array}$$

3.º sommar $\frac{49}{24}=2\frac{1}{24}$

4.º extrahir os inteiros

Problemas:

1) $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}$; $\frac{2}{7}+\frac{6}{7}$; $\frac{4}{9}+\frac{5}{9}$

2) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}+\frac{3}{10}$; $\frac{1}{7}+\frac{3}{14}$

3) $\frac{3}{5}+\frac{7}{15}$; $\frac{4}{9}+\frac{11}{18}$; $\frac{2}{5}+\frac{9}{20}$

4) $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}$; $\frac{5}{6}+\frac{2}{7}$; $\frac{3}{8}+\frac{3}{11}$

5) $\frac{5}{9}+\frac{3}{7}$; $\frac{2}{15}+\frac{4}{11}$; $\frac{2}{5}+\frac{3}{7}$

6) $\frac{3}{4}+\frac{5}{7}$; $\frac{7}{10}+\frac{5}{11}$; $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$

7) $\frac{5}{8}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$; $\frac{4}{9}+\frac{5}{18}+\frac{7}{12}$; $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$

8) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}+\frac{5}{7}+\frac{3}{8}$; $\frac{1}{5}+\frac{4}{7}+\frac{5}{8}$

9) $\frac{5}{9}+\frac{3}{8}+\frac{5}{6}$; $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}$; $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{5}{12}$

10) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{5}$
$\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\frac{1}{5}$
$\frac{3}{8}+\frac{5}{9}+\frac{7}{10}+\frac{4}{5}$

11) $\frac{3}{7}+\frac{4}{5}+\frac{1}{6}+\frac{2}{3}$
$\frac{2}{5}+\frac{3}{10}+\frac{4}{15}+\frac{6}{25}$
$\frac{2}{3}+\frac{5}{9}+\frac{7}{12}+\frac{8}{15}$

2) *de numeros mixtos*

Exemplo: $1\frac{1}{6}+2\frac{5}{8}$

Solução: 1.º uniformizar $\frac{6}{7}+\frac{21}{8}$

2.º achar o m. den. c. $\left.\begin{array}{l}8=2\times2\times2\\6=2\times3\end{array}\right|\ 8\times3=24$

3.º reduzir ao m. den. c. $\begin{array}{c|c|l} & 24 & \\ \frac{7}{6} & 4 & 28 \\ \frac{21}{8} & 3 & 63 \end{array}$

4.º sommar $+\frac{91}{24}$

5.º extrahir os inteiros $=3\frac{19}{24}$

Problemas:

12) $1\frac{1}{3}+2\frac{1}{3}$
$2\frac{2}{3}+3\frac{5}{6}$
$4\frac{1}{2}+5\frac{3}{4}$

13) $5\frac{2}{5}+4\frac{1}{5}$
$6\frac{2}{3}+4\frac{1}{9}$
$8\frac{1}{4}+6\frac{3}{8}$

14) $8\frac{1}{2}+2\frac{2}{3}$
$4\frac{1}{5}+3\frac{1}{4}$
$6\frac{3}{5}+3\frac{4}{9}$

15) $4\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}+2\frac{2}{3}$
$3\frac{3}{5}+5\frac{1}{4}+4\frac{1}{2}$
$8\frac{2}{3}+5\frac{1}{8}+3\frac{5}{12}$

16) $6\frac{1}{2}+7\frac{1}{4}+8\frac{1}{5}$
$3\frac{3}{8}+6\frac{3}{4}+7\frac{3}{4}$
$4\frac{1}{5}+5\frac{3}{10}+7\frac{9}{10}$

17) $3\frac{1}{2}$ m $+2\frac{2}{3}$ m
$2\frac{3}{4}$ m $+4\frac{1}{3}$ m
$3\frac{1}{5}$ m $+2\frac{1}{4}$ m

18) $2\frac{1}{2}$ l $+1\frac{1}{4}$ l $+3\frac{1}{4}$ l
$1\frac{3}{4}$ l $+2\frac{1}{8}$ l $+1\frac{1}{4}$ l
$3\frac{3}{4}$ l $+1\frac{5}{8}$ l $+2\frac{1}{2}$ l

19) $4\frac{1}{2}$ annos
$3\frac{1}{5}$ »
$5\frac{1}{6}$ »

20) $8\frac{1}{3}$ dz
$4\frac{1}{2}$ »
$5\frac{1}{6}$ »

21) $3\frac{3}{4}$ dias
$5\frac{1}{4}$ »
$2\frac{2}{3}$ »

22) $6\frac{1}{5}$ mezes
$7\frac{1}{3}$ »
$8\frac{5}{10}$ »
$4\frac{7}{30}$ »

23) $18\frac{1}{2}$ horas
$13\frac{5}{6}$ »
$14\frac{2}{3}$ »
$17\frac{11}{12}$ »

24) $2\frac{3}{8}$ dias
$4\frac{1}{2}$ »
$9\frac{3}{4}$ »
$11\frac{5}{12}$ »

25) Um operario trabalha nos dias uteis de uma semana: $10\frac{1}{2}$ hs., $9\frac{1}{4}$ hs., $8\frac{5}{6}$ hs., $4\frac{3}{4}$ hs., $10\frac{2}{5}$ hs. e $8\frac{2}{3}$ hs. Quantas horas trabalhou?

26) Um menino deve levar para casa dois pacotes, sendo um de $3\frac{1}{2}$ Kg e o outro de $1\frac{3}{4}$ Kg. Quantos Kg precisa carregar?

27) Num passeio os alumnos andaram $\frac{3}{4}$ de hora; depois de descançarem, foram mais $\frac{1}{2}$ hora; e, tendo descançado outra vez, gastaram mais $\frac{1}{4}$ de hora até a escola. Quantas horas andaram ao todo?

b) Subtracção

1) *de fracções de denominadores differentes*

Exemplo: $\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$

1.º achar o m. den. c. $\left.\begin{array}{l}3=2\\3=2\end{array}\right|\ 3\times2=6$

2.º reduzir ao m. den. c.
$$\begin{array}{c|c|l} & 6 & \\ \frac{2}{3} & 2 & 4 \\ \frac{1}{2} & 3 & 3 \\ \hline & & \frac{1}{6} \end{array}$$

3.º subtrahir

Problemas:

1) $\frac{4}{7}-\frac{1}{8}$ $\quad \frac{5}{11}-\frac{3}{10}$ $\quad \frac{6}{13}-\frac{2}{15}$

2) $\frac{2}{5}-\frac{1}{15}$ $\quad \frac{25}{26}-\frac{11}{13}$ $\quad \frac{17}{25}-\frac{7}{100}$

3) $\frac{5}{33}-\frac{1}{22}$ $\quad \frac{8}{15}-\frac{3}{20}$ $\quad \frac{9}{25}-\frac{3}{50}$

2) *de numeros mixtos*

Exemplo: $7\frac{5}{6}-3\frac{2}{3}$

1.º uniformizar: $\frac{47}{6}-\frac{11}{3}$

2.º achar o m. den. c. $\left.\begin{array}{l} 6=2\times3 \\ 3=3 \end{array}\right| 6$

3.º reduzir ao m. den. c.
$$\begin{array}{c|c|l} & 6 & \\ \frac{47}{6} & 1 & 47 \\ \frac{11}{3} & 2 & 22 \\ \hline & & \frac{25}{6} \end{array}$$

4.º subtrahir

5.º extrahir os inteiros $=4\frac{1}{6}$

Problemas:

4) $11\frac{2}{3}-5\frac{5}{8}$ $\quad 19\frac{1}{4}-2\frac{1}{5}$ $\quad 8-3\frac{5}{7}$

5) $14-3\frac{7}{25}$ $\quad 12\frac{1}{10}-3\frac{13}{100}$ $\quad 23\frac{7}{100}-18\frac{7}{10}$

6) $3\frac{1}{2}$ dz. $-2\frac{1}{4}$ dz.
$4\frac{1}{2}$ an. $-2\frac{3}{4}$ an.
$5\frac{2}{3}$ @ $-2\frac{3}{4}$ @

7) Uma senhora mandou comprar $2\frac{1}{2}$ Kg de carne. Depois de tirar os ossos, verificou que o pedaço de carne pesava sómente $2\frac{1}{4}$ Kg. Qual era o peso dos ossos?

8) Em uma familia gastam $\frac{3}{4}$ Kg de assucar por dia. Comprando 1 @, quantos Kg sobram depois de 1 dia, 2 dias, 3 dias, etc.?
Para quantos dias dá 1 @?

9) Si a mesma familia gastasse $\frac{1}{2}$ Kg por dia, quantos Kg sobrariam depois de 1 dia, 2 dias, etc.?
Para quantos dias daria 1 @ de assucar?

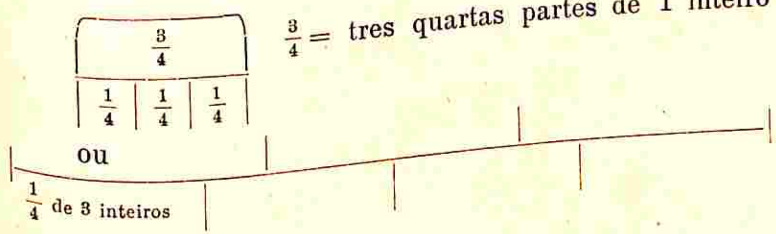
10) Uma senhora compra a banha em latas de 2 Kg (5 Kg). A lata pesa $\frac{1}{5}\left(\frac{1}{4}\right)$ Kg. Quanto pesa o conteúdo da lata?

11) Uma menina foi comprar $2\frac{1}{2}$ Kg de fubá. De volta para casa, a mãe verificou que faltavam $\frac{3}{10}$ Kg. Quantos Kg tinha dado o vendeiro?

c) Multiplicação

1) *Preliminares*

$\frac{3}{4}=$ tres quartas partes de 1 inteiro



$\frac{1}{2}=1:2$

$\frac{1}{3}=1:3$

$\frac{2}{3}=2:3$

$\frac{1}{4}=1:4$

$\frac{2}{4}=2:4$

2) *de fracção por numero inteiro*

$3\times\frac{1}{4}=3\times1:4=3:4=\frac{3}{4}$

$3\times\frac{2}{4}=\frac{6}{4}$

$3\times\frac{3}{4}=\frac{9}{4}$

Multiplica-se um numero inteiro por uma fracção, multiplicando-o sómente pelo numerador e dividindo o producto pelo denominador.

1) $3\times\frac{5}{8}$, $5\times\frac{7}{9}$ 2) $4\times\frac{4}{7}$, $2\times\frac{3}{5}$ 3) $8\times\frac{7}{11}$, $3\times\frac{9}{13}$ 4) $5\times\frac{6}{19}$, $4\times\frac{22}{25}$

5) $\frac{5}{16}\times3$, $\frac{2}{23}\times3$ 6) $\frac{3}{4}\times5$, $\frac{5}{6}\times3$ 7) $\frac{4}{5}\times11$, $\frac{3}{8}\times23$ 8) $\frac{5}{8}\times3$, $\frac{2}{3}\times11$

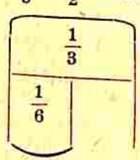
3) *de fracção por fracção*

a) sem reducção á expressão mais simples.

Quanto é $\frac{1}{3}$ de 1? (a terça parte); $\frac{2}{3}$ de 2?; $\frac{1}{5}$ de 1? $\frac{2}{5}$ de 2? $\frac{3}{5}$ de 3?

$\frac{1}{3}\times1=\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=$ metade de $\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$



$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=$ a terça parte de $\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$ *

$\frac{2}{3}\times1=\frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=$ metade de $\frac{2}{3}=\frac{2}{6}$

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=$ a terça parte de $\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$

9) $\frac{1}{2}\times1$, $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$

10) $\frac{1}{3}\times1$, $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}$

11) $\frac{2}{3}\times2$, $\frac{2}{3}\times1$, $\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}$

12) $\frac{1}{4}\times4$, $\frac{1}{4}\times3$, $\frac{1}{4}\times2$, $\frac{1}{4}\times1$, $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}\times2=\frac{2}{4}=\frac{1\times2}{4}$ Para multiplicar a fracção, multiplica-se o numerador.

$\frac{1}{4}:3=\frac{1}{12}=\frac{1}{4\times3}$ Para dividir a fracção, multiplica-se o denominador.

$\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{4}\times2:3$ i. é: precisa-se multiplicar a fracção $\frac{1}{4}$ por 2 e dividir esse producto por 3; ou, por outra, precisa-se multiplicar o numerador por 2 e o denominador por 3

$$\frac{1}{4}\times2:3=\frac{1\times2}{4\times3}=\frac{2}{12}$$

Outro exemplo: $\frac{3}{7}\times\frac{5}{8}=\frac{3}{7}\times5:8$

$$=\frac{3\times5}{7\times8}=\frac{\text{numerador}\times\text{numerador}}{\text{denominador}\times\text{denominador}}=\frac{15}{56}$$

Multiplica-se uma fracção por outra, multiplicando o numerador da primeira pelo numerador da segunda, e o denominador da primeira pelo denominador da segunda.

* Para facilitar a comprehensão, convem explicar por meio do desenho.

13) $\frac{3}{7}\times\frac{5}{8}$, $\frac{4}{7}\times\frac{5}{9}$, $\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}$

14) $\frac{8}{9}\times\frac{11}{13}$, $\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}$, $\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}$

15) $\frac{4}{9}\times\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}\times\frac{5}{6}$, $\frac{3}{5}\times\frac{2}{11}$

16) $\frac{8}{15}\times\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}$, $\frac{5}{6}\times\frac{6}{5}$

4) *Multiplicação cancellada* (Rep. VI, C, 1).

Exemplo: $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{3\times 2}{4\times 3}$

No producto $\frac{3\times 2}{4\times 3}$ póde-se dividir o numerador e o denominador por 3, sem alterar o valor da fracção.

$3:3=1$.

Assim, póde-se cancellar o 3 no numerador e no denominador, escrevendo em seu lugar 1. $\frac{1\times 2}{4\times 1}$

O numerador 2 e o denominador 4, teem o factor commum 2.

Póde-se, portanto, dividir esses dois termos por 2, sem alterar o valor da fracção. Obtem-se então: $\frac{1\times 1}{2\times 1}=\frac{1}{2}$

Outro exemplo: $\frac{4}{9}\times\frac{3}{10}$

$$\frac{2\times 1}{3\times 5}=\frac{2}{15}$$

17) $\frac{6}{11}\times\frac{2}{9}$, $\frac{7}{8}\times\frac{4}{13}$, $\frac{5}{12}\times\frac{3}{10}$

18) $\frac{4}{10}\times\frac{5}{6}$, $\frac{5}{7}\times\frac{14}{15}$, $\frac{8}{9}\times\frac{3}{16}$

19) $\frac{5}{9}\times\frac{3}{20}$, $\frac{7}{12}\times\frac{4}{21}$, $\frac{6}{7}\times\frac{5}{8}$

20) $\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}$, $\frac{3}{16}\times\frac{8}{15}$, $\frac{5}{9}\times\frac{3}{10}$

5) *de numero mixto por numero mixto*

Exemplo: $3\frac{1}{5}\times 5\frac{1}{8}=?$

Processo: 1.º uniformizar $\frac{16}{5}\times\frac{41}{8}$

2.º multiplicar $\frac{2\times 41}{5\times 1}=\frac{82}{5}$

3.º extrahir os inteiros $82:5=16\frac{2}{5}$

21) $1\frac{1}{2}\times 2\frac{1}{3}$, $3\frac{1}{4}\times 2\frac{1}{5}$, $2\frac{1}{3}\times 3\frac{1}{2}$

22) $4\frac{1}{2}\times 3\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{3}\times 1\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{2}\times 3\frac{1}{5}$

23) $8\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$, $4\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{2}\times\frac{5}{7}$

d) Divisão

1) *Preliminares*

a) *Divisão dos inteiros e dos numeradores*

1) $3\frac{3}{4}$ m : 3; $4\frac{4}{5}$ m : 4; $6\frac{9}{10}$ m : 3

2) $9\frac{3}{4}$ m : 3; $8\frac{4}{10}$ m : 4; $10\frac{5}{10}$ m : 5

3) $6\frac{3}{4}$ @ : 3; $28\frac{4}{5}$ l : 4; $50\frac{5}{10}$ Kg. : 5

4) $\frac{15}{5}:3$, $\frac{24}{7}:6$, $\frac{39}{3}:13$

5) $\frac{40}{6}:10$, $\frac{25}{3}:5$, $\frac{28}{10}:7$

6) $\frac{50}{3}:25$, $\frac{42}{12}:7$, $\frac{45}{10}:9$

b) *Multiplicação dos denominadores*

7) $\frac{1}{3}:4$ *, $\frac{2}{3}:4$, $\frac{5}{7}:4$

8) $\frac{3}{8}:5$, $\frac{4}{9}:3$, $\frac{5}{12}:7$

9) $\frac{4}{25}:3$, $\frac{7}{12}:5$, $\frac{4}{5}:6$

Multiplicando o denominador, divide-se a fracção.

2) *Fracção por fracção*

$$\frac{1}{3}:3=\frac{1}{3\times 3}=\frac{1}{9}$$
$$\frac{1}{3}:2=\frac{1}{3\times 2}=\frac{1}{6}$$
$$\frac{1}{3}:1=\frac{1}{3\times 1}=\frac{1}{3}$$

* Explicar por uma figura.

$$\underset{\text{dividendo}}{\tfrac{1}{3}} \quad : \quad \underset{\text{divisor}}{1} \quad = \quad \underset{\text{quociente}}{\tfrac{1}{3}}$$

10) $\frac{1}{4}:4$*	11) $\frac{1}{5}:5$	12) $\frac{1}{6}:6$	13) $\frac{1}{10}:10$
$\frac{1}{4}:3$	$\frac{1}{5}:4$	$\frac{1}{6}:5$	$\frac{1}{10}:9$
$\frac{1}{4}:2$	$\frac{1}{5}:3$	$\frac{1}{6}:4$	$\frac{1}{10}:8$
$\frac{1}{4}:1$	$\frac{1}{5}:2$	até	até
	$\frac{1}{5}:1$	$\frac{1}{6}:1$	$\frac{1}{10}:1$

Quanto menor o divisor, maior o quociente

$$\tfrac{1}{4}:4=\tfrac{1}{16}$$
$$\tfrac{1}{4}:2=\tfrac{1}{8}$$

O ultimo divisor (2) é 2 × menor que o primeiro (4).
» » quociente $\left(\frac{1}{8}\right)$ é 2 × maior que o primeiro $\left(\frac{1}{16}\right)$.

$$\tfrac{1}{4}:6=\tfrac{1}{24}$$
$$\tfrac{1}{4}:2=\tfrac{1}{8}$$

O ultimo divisor (2) é 3 × menor que o primeiro (6).
» » quociente $\left(\frac{1}{8}\right)$ é 3 × maior que o primeiro $\left(\frac{1}{24}\right)$.

Si o divisor é 2× menor, o quociente fica 2× maior.
» » » » 3× » » » » 3× »

$\frac{1}{2}$ é 2× menor que 1
$\frac{1}{3}$ » 3× » » 1
$\frac{1}{4}$ . . . . . .
até $\frac{1}{10}$

---

* Comparar os quocientes.

$\frac{1}{3}$ é 3 × menor que 1
$\frac{2}{3}$ » 3 × » » 2
$\frac{3}{3}$ » 3 × » » 3

$\frac{1}{4}$ » 4 × » » 1
$\frac{2}{4}$ » 4 × » » 2
$\frac{3}{4}$ » 4 × » » 3
$\frac{4}{4}$ » 4 × » » 4

1.º Exemplo: $\frac{2}{3}:\frac{1}{2}=?$ *Raciocinio* $\frac{2}{3}:1=\frac{2}{3\times 1}$.

O divisor $\frac{1}{2}$ é 2 × menor que o divisor 1, portanto o quociente deve ser 2 × maior que $\frac{2}{3\times 1}$.

$$\tfrac{2}{3}:\tfrac{1}{2}=\tfrac{2}{3\times 1}\times 2=\tfrac{2\times 2^{*}}{3\times 1}=\tfrac{4}{3}.$$

O mesmo raciocinio resolvendo os seguintes problemas:

$$\tfrac{3}{4}:\tfrac{1}{3}^{*};\quad \tfrac{1}{2}:\tfrac{1}{3}^{*};\quad \tfrac{3}{4}:\tfrac{1}{5}^{*};\quad \tfrac{4}{5}:\tfrac{1}{2}^{*}.$$

2.º Exemplo: $\frac{2}{3}:\frac{3}{4}=?$ *Raciocinio* $\frac{2}{3}:3=\frac{2}{3\times 3}$.

O divisor $\frac{3}{4}$ é 4 × menor que o divisor 3, portanto o quociente deve ser 4 × maior que $\frac{2}{3\times 3}$.

$$\tfrac{2}{3}:\tfrac{3}{4}=\tfrac{2\times 4^{*}}{3\times 3}=\tfrac{8}{9}.$$

O mesmo raciocinio resolvendo os seguintes problemas:

$$\tfrac{3}{4}:\tfrac{2}{5}^{*};\quad \tfrac{4}{5}:\tfrac{2}{3}^{*};\quad \tfrac{3}{10}:\tfrac{2}{5}^{*};\quad \tfrac{5}{8}:\tfrac{4}{7}^{*}.$$

---

* Mostrar que o divisor apparece invertido.

Deduzir: *Divide-se uma fracção por outra, invertendo esta ultima e multiplicando a fracção assim obtida pela primeira.*

Exemplo: $\frac{5}{10} : \frac{2}{3} = ?$

Solução: 1.º inverter $\frac{2}{3} : \frac{3}{2}$

2.º multiplicar $\frac{5 \times 3}{10 \times 2} = \frac{15}{20}$

(Sendo possivel) 3.º simplificar $\frac{3}{4}$

14) $5 : \frac{3}{8}$; $4 : \frac{3}{7}$; $7 : \frac{4}{5}$

15) $14 : \frac{3}{4}$; $17 : \frac{3}{5}$; $18 : \frac{1}{2}$

16) $20 : \frac{4}{7}$; $12 : \frac{6}{11}$; $15 : \frac{3}{4}$

17) $\frac{4}{9} : \frac{5}{7}$; $\frac{11}{12} : \frac{3}{5}$; $\frac{20}{21} : \frac{3}{4}$

18) $\frac{20}{21} : \frac{3}{4}$; $\frac{2}{7} : \frac{3}{10}$; $\frac{8}{9} : \frac{9}{10}$

19) $\frac{2}{9} : \frac{1}{4}$; $\frac{1}{8} : \frac{1}{5}$; $\frac{1}{9} : \frac{1}{10}$

3) *Numero mixto por numero mixto*

Exemplo: $1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{4} = ?$

Solução: 1.º uniformizar $\frac{4}{3} : \frac{5}{4}$

2.º inverter o divisor $\frac{4 \times 4}{3 \times 5}$

3.º multiplicar $\frac{16}{15}$

(Sendo possivel) 4.º extrahir os inteiros $16 : 15 = 1\frac{1}{15}$

20) $1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3}$; $4\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4}$; $3\frac{1}{3} : 5\frac{1}{2}$

21) $2\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4}$; $3\frac{1}{3} : 1\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{4} : 2\frac{1}{3}$

22) $\frac{5}{8} : 3\frac{1}{2}$; $\frac{5}{16} : 2\frac{1}{5}$; $6\frac{1}{2} : 4\frac{1}{3}$

Quantas vezes está contido:

23) $\frac{3}{4}$ em $\frac{5}{8}$; $\frac{2}{7}$ » $\frac{3}{5}$; $\frac{1}{2}$ » $\frac{1}{5}$

24) $\frac{1}{3}$ em $\frac{2}{7}$; $\frac{4}{5}$ » $\frac{3}{8}$; $1\frac{2}{5}$ » $\frac{9}{10}$

25) $\frac{3}{8}$ em $7\frac{5}{12}$; $5\frac{5}{12}$ » $8\frac{3}{7}$; $2\frac{1}{2}$ » $12\frac{1}{2}$

26) $1\frac{1}{2}$ em $3\frac{3}{5}$; $4\frac{1}{2}$ » $2\frac{1}{2}$; $3\frac{1}{8}$ » $5\frac{1}{2}$

27) $1\frac{4}{7}$ em $2\frac{5}{8}$; $3\frac{1}{2}$ » $1\frac{5}{6}$; $1\frac{1}{4}$ » $2\frac{1}{3}$

28) $3\frac{1}{2}$ em 100; $4\frac{1}{8}$ » »; $3\frac{3}{5}$ » »

29) Uma senhora comprou um resto de fazenda de $5\frac{1}{4}$ m. ($8\frac{3}{4}$ m., $15\frac{3}{4}$ m.).

Ella calcula $1\frac{3}{4}$ m por um vestido de sua filhinha. Para quantos vestidos dá a fazenda?

30) Um negociante comprou um barril de vinho de $17\frac{1}{4}$ l. Quantas garrafas de $\frac{3}{4}$ l são necessarias para engarrafar o vinho?

31) Uma sacca de assucar pesa 60 Kg. Quantos pacotes de $7\frac{1}{2}$ Kg póde-se fazer com essa quantidade?

32) Um carpinteiro precisa de sarrafos de $\frac{3}{4}$ m de comprimento. Para quantos sarrafos dá um de $4\frac{1}{2}$ m de comprimento?

VIII. O Metro

(Rep. L. I, pg. 211, 212; L. II, pg. 47, 49).

a) Medição com o pollegar, a mão e o braço

1) Meça com a segunda phalange do pollegar o comprimento do seu lapis, largura do seu livro, etc.

(Empregar o termo: pollegada*)

2) Meça com a mão bem extendida o comprimento da carteira; comprimento, largura e altura da mesa; largura e altura do quadro negro.

(Empregar o termo: palmo*)

3) Meça com os braços bem extendidos o comprimento e a largura da sala, comprimento do corredor, etc.

(Empregar o termo: braça*)

Os alumnos, antes de medirem, avaliarão os comprimentos ou distancias, tomarão nota dos tamanhos avaliados, depois escreverão o resultado da medição; por exemplo:

A mesa do professor:

	avaliado	medido
comprimento	10 palmos	12 palmos
largura	5 »	6 »

* Na accepção primitiva da palavra.

b) Medição por pés e passos

1) Meça com os pés, postos um em frente do outro, o comprimento da sala, da escola, a frente do terreno vizinho, etc.

(Empregar o termo: pé)

2) Meça com seus passos a distancia da escola até a mais proxima esquina da rua, a profundidade e largura do terreno da escola, a distancia da escola até a casa de F. Note os logares onde começa nova dezena de passos, nova centena de passos.

3) Varios alumnos, um após outro, medirão com seus passos a mesma distancia. Calcular a média de passos.

c) Duração da medição a passsos

1) Quantos passos você dá em um minuto? (Tirar a média de varios minutos).

2) Em quantos minutos você dá 1000 passos?

3) Você vae daqui até a casa de F. em 5 minutos. Quantos passos precisa fazer até lá. Prova!

4) Voltando para casa, conte o numero de passos e note os logares onde completar 1000 passos.

d) Reducção dos passos a metros

1) Calcule o comprimento do seu passo por uma distancia conhecida.

Exemplo:

Esta sala tem 8 m de compr. = 12 passos.

O pateo do recreio tem 40 m de compr. = 60 passos.

2) Você deu 18 passos para a largura do terreno da escola. Qual é a largura em metros?

3) Quantos passos precisa fazer para percorrer um kilometro?

4) Quantos metros percorre em um minuto?

(Verificar que nestas medições sempre haverá differenças sensiveis).

e) Medição com a regua graduada, o metro dobradiço, fita metrica e trena

1) Medir com a regua graduada: o livro, a caneta, o lapis, e outros objectos pequenos.

2) Medir com o metro a sala, a carteira, a mesa, o quadro negro, etc.

3) Medir o comprimento de objectos muito usados: lapis, phosphoros, alfinete, etc.

4) Medir com a fita metrica a circumferencia de uma chicara, de um balde, de um copo, de uma garrafa, das moedas.

5) Medir com a trena o pateo de recreio, o predio escolar.

6) Medir alturas com o metro dobradiço: da cadeira, do banco, dos degraus da escada.

7) Medir areas com um bambú de comprimento conhecido.

8) Medir circumferencias com um barbante já medido.

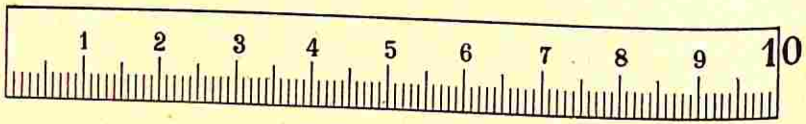
(Mostrar aos alumnos que essas medições são exactas).

f) Medidas do nosso corpo

1) *Quantos cm. tem de altura?*
2) *Qual o comprimento de seu pé?*
3) *Qual o comprimento da segunda phalange de seu pollegar?*

4) *Qual é a sua altura até a cintura?*
5) » » » » » » *o hombro?*
6) » » *o comprimento do seu palmo?*
7) » » » » » » *antebraço?*
8) » » » » » » *braço até a ponta dos dedos? medio?*
9) » » » » *de sua braça?*
10) » » *a circumferencia de sua cabeça?*
11) » » » » » *seu peito (depois de inspirar, depois de expirar)?*
12) » » » » » » *pescoço?*

IX. Fracção decimal



1 dcm = 10 cm

a) O metro é a unidade que serve para a medição de comprimento ou distancias.

O decimetro é a decima parte do metro.

Portanto, o metro é o decuplo do decimetro, assim como a dezena é o decuplo da unidade, ou como a centena é o decuplo da dezena. (Rep. L. II, pgs. 2-6).

No seguinte numero

7ª c.	6ª c.	5ª c.	4ª c.	3ª c.	2ª c.	1ª casa
1	1	1	1	1	1	1

partindo da 7.ª casa, cada numero seguinte é a decima parte do anterior.

Exemplo:

O alg. 1 na 7.ª casa significa 1.000.000,
» » 1 » 6.ª » » 100.000, i. é $\frac{1}{10}$ de 1.000.000
» » 1 » 5.ª » » 10.000, i. é $\frac{1}{10}$ de 100.000
» » 1 » 4.ª » » 1.000, i. é $\frac{1}{10}$ de 10.000
» » 1 » 3.ª » » 100, i. é $\frac{1}{10}$ de 1.000
» » 1 » 2.ª » » 10, i. é $\frac{1}{10}$ de 100
» » 1 » 1.ª » » 1, i. é $\frac{1}{10}$ de 10

A 1.ª casa é a ultima contendo unidades inteiras.

Querendo accrescentar ao numero acima um decimo da unidade, deveria escrevê-lo á direita da 1.ª casa, indicando, porém, que a nova casa e as que seguem não conteem inteiros.

Assim, para escrever 11 inteiros e 1 decimo, escreve-se primeiro os inteiros, depois uma virgula para mostrar que segue uma casa contendo só partes do inteiro, e nessa casa escreve-se o decimo:

inteiros		partes da unidade	
2ª c.	1ª c.		
1	1	1	= 11, 1

Lê-se: 11 inteiros e 1 decimo (de um inteiro).

Leia: 2,5; 4,7; 10,5; 125,2; 207,6.

b) 1 m e 1 dcm é 1 m inteiro e $\frac{1}{10}$ de metro, por conseguinte $1^m,1$

1 m e 5 dcm é 1 m » e $\frac{5}{10}$ de metro, por conseguinte $1^m,5$

1 m e 0 dcm é 1 m » e $\frac{0}{10}$ de metro, por conseguinte $1^m,0$

Os decimos de metro estão na 1.ª casa á direita da virgula.

Não havendo metros inteiros, escreve-se uma cifra no lugar dos inteiros.

Por exemplo: 5 decimos de metro escreve-se assim: $0^m,5$.

1 dcm = $0^m,1$
2 dcm = $0^m,2$
. . . . .
9 dcm = $0^m,9$

c) O metro está dividido em 10 partes ou fracções, chamadas decimetros.

Cada decimetro está dividido em 10 fracções, chamadas centimetros.

Em 1 m ha 10 dcm.

Em 1 dcm ha 10 cm.

1 cm é a decima parte do dcm.

Já vimos que os decimetros se escrevem na 1.ª casa á direita da virgula.

Ora, os cm, sendo decimos de decimetro e centesimos do metro, escrevem-se na 2.ª casa á direita.

1 m, 1 dcm e 1 cm = 1 m inteiro + $\frac{1}{10}$ m + $\frac{1}{100}$ m = $1^m,11$

Lê-se: 1 m, 1 dcm e 1 cm.

1 m, 1 dcm e 5 cm = 1 m inteiro + $\frac{1}{10}$ m + $\frac{5}{100}$ m = $1^m,15$

0 m, 0 dcm e 1 cm = 0 m inteiro + $\frac{0}{10}$ m + $\frac{1}{100}$ m = $0^m,01$

Leia: 1 cm

ou: 1 centesimo de metro.

Os centesimos de metro estão na 2.ª casa á direita da virgula.

2 cm = $0^m,02$

. . . . .

9 cm = $0^m,09$

10 cm perfazem 1 decimetro.

10 cm = $0^m,10$ = 1 dcm e 0 cm

= 10 centesimos de metro

ou = 10 centimetros

11 cm = $0^m,11$ = 1 dcm e 1 cm

= 11 centesimos de metro

= 11 centimetros

. . . .

20 cm = $0^m,20$.

Cada vez que ha 10 centesimos, forma-se 1 decimo.

21 cm = $0^m,21$ = 2 dcm e 1 cm

21 centesimos de metro

. . . .

90 cm =

. . . .

100 cm = $1^m,00$ = 100 centesimos de metro

De 100 centesimos forma-se 1 inteiro.

200 cm = $2^m,00$

300 cm = $3^m,00$

10 dcm perfazem 1 m inteiro

10 dcm = $1^m,0$ = 1 m inteiro mais 0 decimo de m, ou também: 10 decimos de metro

11 dcm = $1^m,1$ = 1 m e 1 decimo de m, ou $\frac{11}{10}$ de m.

. . . .

15 dcm = $1^m,5$ = 1 m e 5 decimos de m, ou $\frac{15}{10}$ de m.

. . . .

20 dcm = $2^m,0$ = 2 m e 0 decimo de m, ou $\frac{20}{10}$ de m.

. . . .

até 90 dcm =

Cada vez que ha 10 decimos forma-se 1 inteiro.

1) Quantos m e dcm são: $4^m,5$; $2^m,3$; $12^m,5$; $45^m,8$; $5^m,6$?

2) Escreva como partes do m: 3 dcm, 9 dcm, 8 dcm, 5 dcm, 1 dcm.

3) Escreva como m e partes do m: 47 dcm, 50 dcm, 25 dcm, 18 dcm.

4) $0^m,4 + 0^m,3$
$0^m,2 + 0^m,5$
$0^m,6 + 0^m,3$
$0^m,1 + 0^m,7$

5) $0^m,2 + 0^m,8$
$0^m,7 + 0^m,3$
$0^m,5 + 0^m,5$
$0^m,4 + 0^m,6$

6) $0^m,8 - 0^m,6$
$0^m,9 - 0^m,5$
$0^m,7 - 0^m,3$
$0^m,6 - 0^m,5$

7) $1^m,0 - 0^m,8$
$1^m,0 - 0^m,3$
$1^m,0 - 0^m,5$
$1^m,0 - 0^m,9$

8) $0^m,7 + ? = 1^m,0$
$0^m,5 + ? = 1^m,0$
$0^m,1 + ? = 1^m,0$
$0^m,4 + ? = 1^m,0$

9) $0,1 + 0,1 = 0,2$
$0,2 + 0,1 =$
até 1,0

10) $0,2 + 0,2 = 0,4$
$0,4 + 0,2 =$
até 2,0

11) $0,3 + 0,3 =$ (até 3,0)

12) $0,4 + 0,4 =$ (até 4,0)

13) $2 \times 0,4$
$4 \times 0,3$
$5 \times 0,2$
$6 \times 0,1$
$3 \times 0,3$

14) $4 \times 0,5$
$5 \times 0,4$
$4 \times 0,6$
$6 \times 0,4$
$10 \times 0,1$

15) $2 \times 1,5$
$4 \times 1,5$
$6 \times 1,5$
$5 \times 1,2$
$2 \times 2,5$

16) $5 \times 1,1$
$7 \times 1,2$
$3 \times 2,5$
$4 \times 1,7$
$9 \times 1,1$

1) Quantos m, dcm e cm são: $4^m,05$; $2^m,75$; $6^m,50$; $8^m,20$; $9^m,25$?

2) Escreva como partes do m: 4 cm, 9 cm, 1 cm, 10 cm, 6 cm, 8 cm.

3) Escreva como partes do m: 4 dcm 3 cm; 5 dcm 2 cm; 8 dcm 5 cm; 0 dcm 6 cm.

4) Escreva como m e partes do m: 100 cm, 120 cm, 125 cm, 200 cm, 205 cm, 475 cm.

5) $0^m,04 + 0^m,05$
$0^m,03 + 0^m,02$
$0^m,09 - 0^m,05$
$0^m,07 - 0^m,06$

6) $2 \times 0^m,04$
$3 \times 0^m,03$
$4 \times 0^m,02$
$5 \times 0^m,02$

7) $0^m,06 + 0^m,04$
$0^m,07 + 0^m,03$
$0^m,05 + 0^m,05$
$0^m,02 + 0^m,08$

8) $0^m,10 - 0^m,02$
$0^m,10 - 0^m,03$
$0^m,10 - 0^m,06$
$0^m,10 - 0^m,05$

9) $0,01 + 0,01 = 0,02$
$0,02 + 0,01 =$
até 0,10

10) $0,03 + 0,03 = 0,06$
$0,06 + 0,03 =$
até 0,30

11) $0,05 + 0,05 = 0,10$
$0,10 + 0,05 =$
até 0,50

12) $0,10 + 0,10 = 0,20$
$0,20 + 0,10 =$
até 1,00

13) $0,40 + 0,40 = 0,80$
$0,80 + 0,02 =$
até 4,00

14) $0,60 + 0,60 = 1,20$
$1,20 + 0,60 =$
até 6,00

d) O metro está dividido em 10 decimos ou decimetros
» » » » 100 centesimos ou centimetros
» » » » 1000 millesimos ou millimetros

O millimetro é um decimo do centimetro.

Os centimetros escrevem-se na segunda casa á direita da virgula.

Os millimetros, sendo decimos do centimetro, escrevem-se na terceira casa á direita da virgula.

$$1\text{ m},\ 1\text{ dcm},\ 1\text{ cm e } 1\text{ mm} = 1\text{ m int.} + \tfrac{1}{10}\text{m} + \tfrac{1}{100}\text{m} + \tfrac{1}{1000}\text{m} = 1^m,111$$

Lê-se: 1 m, 1 dcm, 1 cm e 1 mm

0 m, 0 dcm, 0 cm e 1 mm $= 0^m,001$.

0 m, 0 dcm, 0 cm e 2 mm $= 0^m,002$.

Os millesimos do metro estão na 3.ª casa á direita da virgula.

3 mm $= 0^m,003$
4 mm $= 0^m,004$
. . . . . .
9 mm $= 0^m,009$
10 mm perfazem 1 cm $= 0^m,010$.

Cada vez que ha 10 millesimos, forma-se um centesimo.

10 mm $= 0^m,010$
20 mm $= 0^m,020$
. . . . . .
90 mm $= 0^m,090$
100 mm perfazem 1 dcm $= 0^m,100$.

Cada vez que ha 100 millesimos, forma-se um decimo.

$100\,mm = 0^m{,}100$
$200\,mm = 0^m{,}200$
. . . .
$900\,mm = 0^m{,}900$
$1000\,mm$ perfazem $1\,m$ inteiro $= 1^m{,}000$.

Cada vez que ha 1000 millesimos, forma-se um inteiro

$1000\,mm = 1^m{,}000$
$2000\,mm = 2^m{,}000$
. . . .
$9000\,mm = 9^m{,}000$

1) $0^m{,}005 + 0^m{,}005$
$0^m{,}002 + 0^m{,}007$
$0^m{,}008 - 0^m{,}006$
$0^m{,}009 - 0^m{,}007$

2) $0^m{,}001 + 0^m{,}009$
$0^m{,}003 + 0^m{,}007$
$0^m{,}006 + 0^m{,}004$
$0^m{,}002 + 0^m{,}008$

3) $2 \times 0{,}004$
$3 \times 0{,}003$
$4 \times 0{,}002$
$5 \times 0{,}002$

4) $2 \times 0{,}025$
$3 \times 0{,}031$
$4 \times 0{,}012$
$5 \times 0{,}011$

5) $7 \times 0{,}101$
$8 \times 0{,}015$
$6 \times 0{,}030$
$4 \times 0{,}222$

6) $2 \times 4{,}200$
$3 \times 1{,}500$
$2 \times 2{,}600$
$5 \times 1{,}200$

e) Systema:

Inteiros						P. da unid.		
		2	4	5	6	1	2	5
Centenas de milhares	Dezenas de milhares	Milhares	Centenas	Dezenas	Unidades	Decimos da unidade .	Centesimos da unid. .	Millesimos da unidade

	2	4	5	6	,	1	2	5	
=	2	0	0	0	,	0	0	0	$= 2 \times 1000$ unid. (Inteiros)
	+	4	0	0	,	0	0	0	$= 4 \times 100$ » (Inteiros)
		+	5	0	,	0	0	0	$= 5 \times 10$ » (Inteiros)
			+	6	,	0	0	0	$= 6$ unidades (Inteiros)
			+	0	,	1	0	0	$= \frac{1}{10}$ da unid. (Partes do inteiro)
			+	0	,	0	2	0	$= \frac{2}{100}$ da unid. (Partes do inteiro)
			+	0	,	0	0	5	$= \frac{5}{1000}$ da unid. (Partes do inteiro)

X. Fracção decimal

Revisão e Generalização

a) O decimo

A decima parte de 1 unidade se chama 1 decimo (dc).

1) Quantos decimos são: 1, 4, 2, 3, 5, 8, 6, 9, 7 unidades?

2) Quantas unidades são: 10, 30, 70, 50, 90, 80, 40, 100, 60 decimos?

3) Quantos decimos são: 2 u 5 dc, 6 u 3 dc, 8 u 1 dc, 3 u 4 dc?

4) Quantas u e dc são: 34 dc, 25 dc, 56 dc, 75 dc, 91 dc, 85 dc, 64 dc?

NOTE: *Os decimos são separados das unidades por meio de uma virgula, chamada virgula decimal. Os decimos escrevem-se na primeira casa á direita da virgula decimal.*
Não havendo inteiros, escreve-se uma cifra na casa das unidades.

5) Leia os seguintes numeros e escreva-os em forma de fracções decimaes:

$2\frac{1}{10}$, $3\frac{5}{10}$, $5\frac{8}{10}$, $\frac{4}{10}$, $1\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $3\frac{9}{10}$, $7\frac{0}{10}$.

(Escrevendo varias fracções decimaes no quadro preto, o prof. mandará enunciá-las de dois modos.)

A fracção decimal póde-se lêr de dois modos:

1.º *Lê-se o numero todo como si fosse de inteiros e accrescenta-se a denominação do numero da ultima casa.*

Por exemplo: 1,5 (quinze decimos)
1,0 dez »
0,3 tres »

2.º *Lê-se primeiro o numero que representa os inteiros, depois lê-se a parte decimal, como si fosse de inteiros, accrescentando a denominação do numero da ultima casa.*

Por exemplo: 1,5 um (inteiro) e cinco decimos
21,3 vinte e um... e tres decimos
10,7 dez.... e sete decimos

Leia de dois modos:

2,7; 0,5; 3,8; 15,6; 1,0; 10,0; 10,7; 15,3; 4,0!

b) O centesimo

A decima parte de um decimo se chama 1 centesimo (cs).

Os centesimos escrevem-se na segunda casa á direita da virgula decimal.

1 unidade = 10 decimos
1 decimo = 10 centesimos
10 decimos = 100 centesimos

1) Quantos cs são: 3 dc, 8 dc, 9 dc, 4 dc, 7 dc?

2) Quantos cs são: 1 u, 4 u, 6 u, 9 u, 5 u, 2 u?

3) Quantos cs são: 1 u 2 dc, 3 u 5 dc, 6 u 4 dc, 9 u 5 dc, 7 u 9 dc, 5 u 6 dc, 8 u 4 dc, 0 u 8 dc?

4) Quantos cs são: 1 dc 1 cs, 4 dc 3 cs, 6 dc 7 cs, 8 dc 5 cs?

5) Quantos cs são: 1 u 1 cs, 3 u 4 cs, 5 u 7 cs, 9 u 2 cs?

6) Quantos cs são: 1 u 1 dc 1 cs, 2 u 3 dc 4 cs, 5 u 7 dc 6 cs, 4 u 8 dc 5 cs, 3 u 7 dc 9 cs, 8 u 7 dc 2 cs?

7) Escreva como fracções decimaes: 5 u 3 dc 2 cs; 6 u 2 dc 7 cs; 4 u 0 dc 5 cs; 0 u 2 dc 5 cs; 2 u 5 dc 0 cs!

8) Reduza a dc e cs: 49 cs, 25 cs, 64 cs, 72 cs!

9) Reduza a u e cs: 150 cs, 205 cs, 615 cs, 475 cs!

10) Reduza a u, dc e cs: 564, 385, 792, 865 cs!

11) Leia as seguintes fracções decimaes: 0,15; 0,05; 1,05; 1,50; 5,10; 5,01; 10,50; 15,00; 1,28; 8,02!

c) O millesimo

A decima parte de um centesimo se chama 1 millesimo (mls).

Os millesimos escrevem-se na terceira casa á direita da virgula decimal.

1 unidade = 10 decimos
10 decimos = 100 centesimos
1 centes. = 10 millesimos
100 centes. = 1000 millesimos

1 unidade = 10 decimos = 100 centesimos = 1000 millesimos

1) Quantos mls são: 4 cs, 3 cs, 1 cs, 6 cs!
2) » » » 3 dc, 8 dc, 5 dc, 9 dc!
3) » » » 2 dc 4 cs, 6 dc 5 cs, 7 dc 2 cs, 8 ds 9 cs?
4) » » » 2 u, 6 u, 9 u 8 u, 1 u?
5) » » » 1 u 2 dc 3 cs, 4 u 7 dc 2 cs, 6 u 5 dc 3 cs?

6) Decomponha em unidades, dc, cs e mls: 2,436; 7,058; 2,375; 9,803; 0,083; 3,008; 8,030; 8,300; 1,001; 0,003; 7,020!

7) Como se escreve: 4 cs 5 mls; 3 mls; 1 u 2 mls; 5 u 3 cs 2 mls; 10 mls; 100 mls; 1 u 15 mls; 2 u 125 mls?

— Revisão —

Inteiros							Partes da unidade				
cM	dM	M	c	d	u		dc	cs	mls		
6ª c.	5ª c.	4ª c.	3ª c.	2ª c.	1ª c.		1ª c.	2ª c.	3ª c.		
					1	,	1				
				1	0	,	2	5			
			1	2	8	,	1	2	5		
		4	6	0	2	,	0	0	3		
				1	4	,	7	5	0		

d) O valor da fracção decimal

1 u = 10 dc = 100 cs = 1000 mls
1 = 1,0 = 1,00 = 1,000

O valor desses quatro numeros é o mesmo. As denominações, porém, são differentes.

1 inteiro 10 dc 100 cs 1000 mls

Para reduzir 1 inteiro a decimos, basta accrescentar-lhe uma virgula e uma cifra.

Para reduzir 1 inteiro a centesimos, basta accrescentar-lhe uma virgula e duas cifras.

Para reduzir 1 inteiro a millesimos, basta accrescentar-lhe uma virgula e tres cifras.

1 dc = 10 cs = 100 mls
0,1 = 0,10 = 0,100

O valor dessas tres fracções decimaes é o mesmo.

As denominações, porém, são differentes.

Para reduzir 1 dc a centesimos, basta accrescentar-lhe uma cifra.

Para reduzir 1 dc a millesimos, basta accrescentar-lhe duas cifras

1 cs = 10 mls
0,01 = 0,010 valor igual, denominações differentes.

Para reduzir 1 cs a millesimos, basta accrescentar-lhe uma cifra.

Diga por que as seguintes fracções representam valores iguaes.

Exemplo:

0,5 = 0,50; 1 dc = 10 cs; portanto 5 dc = 50 cs
0,6 = 0,60; 1,2 = 1,20; 5 = 5,00; 0,07 = 0,070;
3,5 = 3,50; 4,6 = 4,600; 7,8 = 7,80; 0,9 = 0,900.

NOTE: *As cifras accrescentadas* a uma fracção decimal, não lhe alteram o valor.*

e) Reducção de fracções á mesma denominação

As fracções: 1,5; 0,4; 1,2 e 0,7 teem a mesma denominação, porque todas ellas se compõem de decimos.

As fracções: 1,5; 2,04 e 1,256 não teem a mesma denominação, porque a 1.ª se compõe de decimos, a 2.ª de centesimos e a 3.ª de millesimos.

Assim tambem 0,5; 0,50 e 0,500 não teem a mesma denominação, apezar de terem o mesmo valor.

* Entende-se que só se accresçenta á direita da virgula.

A 1.ª tem só uma casa decimal, a 2.ª tem duas e a 3.ª tem tres.

Para reduzir essas tres fracções á mesma denominação, basta empregar a regra que acabamos de aprender. (Veja *d*).

Ensina a regra que podemos accrescentar á fracção decimal 1, 2, 3 cifras sem alterar-lhe o valor.

Accrescentando uma cifra a 0,5 obtemos 0,50. Ficam, pois, as tres fracções 0,50; 0,50 e 0,500 com duas denominações. Accrescentando mais uma virgula a 0,50, obtemos: 0,500; 0,500 e 0,500, cada qual = 500 millesimos e com o mesmo numero de casas decimaes, portanto com a mesma denominação.

1,5	2,04	1,256	
15 dc	204 cs	1256 mls	tres denominações differentes
150 cs	204 cs	1256 mls	duas » »
1500 mls	2040 mls	1256 mls	*a mesma denominação*
1,500	2,040	1,256	*o mesmo numero de casas decimaes.*

NOTE: *As fracções decimaes teem a mesma denominação quando teem o mesmo numero de casas decimaes.*

Por conseguinte, querendo reduzir varias fracções decimaes á mesma denominação, basta fazer-lhes igual o numero de casas decimaes.

Começando pelas fracções que tiverem o menor numero de decimaes, accrescenta-se-lhes tantas cifras, quantas forem precisas para igualar os numeros de decimaes.

I) Reduza á mesma denominação:

1,2	2,50	4,0	7,25
0,6	3,05	0,005	2,5
6,8	0,032	2,12	4,300

NOTE: *Para reduzir varias fracções decimaes á mesma denominação, iguala-se-lhes o numero de casas decimaes accrescentando cifras.*

f) 0,4 = 0,40 Por que? (Veja *d*).
0,40 = 0,4
0,800 = 0,8
0,080 = 0,08

O valor das duas fracções é o mesmo. A primeira fracção (0,40) póde ser simplificada supprimindo a cifra final (simplificar = tornar simples; final = que está no fim).

2) Simplifique as seguintes fracções decimaes:
0,20; 5,300; 8,020; 17,60; 22,350; 3,100

NOTE: *A fracção decimal terminada em cifras, póde ser simplificada supprimindo as cifras finaes.*

XI. As quatro operações com fracções decimaes

a) Addição

1) 2 dc + 5 dc
5 dc + 4 dc
10 dc + 7 dc

2) 0,2 + 0,5
0,5 + 0,4
1,0 + 0,7

3) 0,7 + 0,5
0,8 + 0,8
0,9 + 0,6

4) 0,3 + 0,9
0,7 + 0,8
1,7 + 0,8

5) 4,3 + 2,6
2,9 + 3,8
5,2 + 4,5

6) 1,2
4,6
3,2

7) 0,6
2,5
3,4

8) 2,8
4,9
3,2

9) 2,0
1,7
5,6

10) 0,1
1,0
2,7

11) 0,40 + 0,30
0,70 + 0,20
1,50 + 0,40

12) 2,40 + 2,20
4,10 + 3,80
2,30 + 5,60

13) 5,65 + 2,40
2,48 + 1,30
4,30 + 2,56

14) 4,25
2,34
1,27

15) 0,200 + 0,500
0,250 + 0,400
0,245 + 0,300

16) 2,540 + 1,500
5,630 + 2,150
3,450 + 4,440

17) 1,250
2,500
0,175

18) 2,540
1,200
2,340

Tendo as fracções decimaes denominações differentes, como neste exemplo

$$\begin{array}{r} 1,430 \\ 0,2 \\ 1,65 \\ +\ 2,043 \\ \hline \end{array}$$

convem reduzi-las todas á mesma denominação, accrescentando cifras á direita, assim

$$\begin{array}{r} 1{,}430 \\ 0{,}200 \\ 1{,}650 \\ +\ 2{,}043 \\ \hline \end{array}$$

Escriptos os numeros uns debaixo dos outros, de modo que as virgulas fiquem uma debaixo da outra, somma-se os numeros como si fossem inteiros. A somma deve ter tantas casas decimaes como cada parcella.

19) 0,5 — 2,30 — 4,752

20) 2,452 — 0,3 — 12,46

21) 28,05 — 2,5 — 4,75

22) 3 — 4,6 — 0,25

b) Subtracção

1) 0,8 — 0,2; 0,9 — 0,5; 2,0 — 0,5

2) 1 — 0,4; 4 — 0,6; 5 — 0,2

3) 2,8 — 1,4; 5,6 — 4,0; 9,2 — 8,1

4) 4 — 2,400; 5 — 3,500; 10 — 5,700

5) 2,5 − 1,3; 4,8 − 2,5; 12,45 − 8,36; 14,350 − 2,525; 25,825 − 12,250; 32,406 − 17,250

Convem reduzir o minuendo e o subtrahendo á mesma denominação, antes de começar a subtracção.

6) 4,6 − 2,35; 2,35 − 1,225; 8,06 − 5,524; 2,435 − 1,25; 3,06 − 0,005

Depois de escrever o subtrahendo debaixo do minuendo de forma que as virgulas fiquem uma debaixo da outra, subtrae-se como si fossem numeros inteiros. O resto ou a differença deve ter tantas casas decimaes como o minuendo ou o subtrahendo.

c) Multiplicação

1) 5×6 dc; 4×3 cs; 6×8 dc

2) $3\times0{,}6$; $5\times0{,}4$; $2\times0{,}8$

3) $4\times0{,}002$; $5\times0{,}02$; $3\times0{,}30$

4) $6\times0{,}25$; $5\times1{,}12$; $4\times5{,}30$

5) $7\times2{,}15$; $6\times8{,}20$; $9\times4{,}50$

6) $8\times5{,}11$; $7\times6{,}15$; $9\times5{,}05$

7) $8\times4{,}25$; $4\times1{,}25$; $3\times2{,}50$

8) $6\times2{,}500$; $8\times2{,}250$; $3\times3{,}125$

10×1 dc $=10$ dc $=1$ int	$10\times0{,}1=1{,}0$
10×1 cs $=10$ cs $=1$ dc	$10\times0{,}01=0{,}1$
10×1 mls $=10$ mls $=1$ cs	$10\times0{,}001=0{,}01$
100×1 dc $=100$ dc $=10$ int	$100\times0{,}1=10{,}0$
100×1 cs $=100$ cs $=1$ int	$100\times0{,}01=1{,}0$
100×1 mls $=100$ mls $=1$ dc	$100\times0{,}001=0{,}1$
1000×1 dc $=1000$ dc $=100$ int	$1000\times0{,}1=100{,}0$
1000×1 cs $=1000$ cs $=10$ int	$1000\times0{,}01=10{,}0$
1000×1 mls $=1000$ mls $=1$ int	$1000\times0{,}001=1{,}0$

9) $10\times0{,}3$; 0,8; 0,7; 1,2; 4,6; 5,3;
$10\times0{,}03$ 0,08; 0,07; 0,12; 0,46; 0,53;
$10\times0{,}003$; 0,008; 0,006; 0,015; 0,046;

NOTE: *Para multiplicar uma fracção decimal por 10, basta deslocar-lhe a virgula 1 casa decimal para a direita.*

$10\times1{,}5=15,$ (A' direita da virgula accrescenta-se 1 cifra)
$=15{,}0$

10) $10 \times 8{,}45$; 4,325; 7,255; 3,0; 0,6; 0,02; 0,035; 0,004.

Em vez de multiplicar um numero por 100, póde-se multiplicá-lo primeiro por 10, depois mais uma vez por 10.

Assim 100×5 . . . . . $10 \times 5 = 50$,
$10 \times 50 = 500$.

Para multiplicar 1,5 por 10, adianta-se a virgula uma casa para a direita $= 15{,}0$. Deslocando a virgula mais uma casa para a direita, obtem-se o decuplo de $15{,}0 = 150{,}0$ que é o centuplo de 1,5, porque é igual a $1{,}5 \times 10 \times 10$.

$$100 \times 1{,}5 = 1{,}5 \times 10 \times 10 \times 10.$$

Para tornar 1,5 dez vezes maior, adianta-se a virgula 1 casa para a direita.

Para tornar 1,5 cem vezes maior, adianta-se a virgula 2 casas para a direita.

Para tornar 1,5 mil vezes maior, adianta-se a virgula 3 casas para a direita.

$1{,}5 \times 10 \quad = \quad 15{,}0$
$1{,}5 \times 100 \quad = \quad 150{,}0$ Nas casas vazias escreve-se cifras.
$1{,}5 \times 1000 = 1500{,}0$

11) Multiplique successivamente por 10, 100, 1000.

7,245; 9,406; 1,005; 8,225; 5,123;
6,50; 2,25; 9,17; 7,28; 6,05
14,1; 2,5; 7,4; 3,9; 1,1
0,3; 0,005; 0,04; 0,020; 0,205;

$10 \times 1{,}2 = 12{,}0$; o multiplicador é 10; 10 tem 1 cifra.

Para multiplicar por 10, adianta-se a virgula 1 casa para a direita.

$100 \times 1{,}2 = 120{,}0$; o multiplicador é 100; 100 tem 2 cifras.

Para multiplicar por 100, desloca-se a virgula 2 casas para a direita.

$1000 \times 1{,}2 = 1200{,}0$; o multiplicador é 1000; 1000 tem 3 cifras.

Para multiplicar por 1000, desloca-se a virgula 3 casas para a direita.

NOTE: *Para tornar uma fracção decimal 10, 100 ou 1000 vezes maior, basta deslocar-lhe a virgula 1, 2 ou 3 casas para a direita.*

(Inversão: Para tornar uma fracção 10, 100 ou 1000 vezes menor, basta deslocar-lhe a virgula 1, 2 ou 3 casas para a esquerda).

d) Multiplicação por escripto

I *Fracção e numero inteiro*

$0{,}6 \times 7 = 7 \times$ 6 dc $=$ 42 dc $=$ 4 u 2 dc $= 4{,}2$
$0{,}16 \times 7 = 7 \times$ 16 cs $=$ 112 cs $=$ 1 u 12 cs $= 1{,}12$
$0{,}116 \times 7 = 7 \times$ 116 mls $=$ 812 mls $=$ 0 u 812 mls $= 0{,}812$

NOTE: *Multiplica-se a fracção decimal por um numero inteiro como si ella fosse tambem um numero inteiro, separando do producto, por meio da virgula, tantas casas decimaes quantas tem a fracção.*

Exemplo:

$\underline{\underline{2{,}25 \times 6}}$

$225 \times 6 = 1350$; 2,25 tem duas casas decimaes; portanto, é preciso separar por virgula duas casas

$\underline{\underline{13{,}50}}$

1) $3{,}5\times4$; $7{,}2\times8$; $4{,}6\times6$
2) $9{,}25\times4$; $7{,}75\times6$; $2{,}33\times7$
3) $1{,}125\times8$; $6{,}045\times6$; $3{,}012\times9$

II *Fracção e fracção*

$$0{,}5\times0{,}3$$

Si se multiplicasse por 5, o producto seria $5\times0{,}3=1{,}5$.

Multiplicando, porém, por 0,5, i. é, a decima parte de 5, o producto tambem deve ser a decima parte de $1{,}5=0{,}15$.

0,15 tem duas casas decimaes, i. é, tantas quantas teem os dois factores juntos.

$$0{,}05\times0{,}3$$

Si se multiplicasse por 5, o producto seria $5\times0{,}3=1{,}5$.

Multiplicando, porém, por 0,05, i. é, a centesima parte de 5, o producto tambem deve ser a centesima parte de $1{,}5=0{,}015$.

0,015 tem tres casas decimaes, i. é, tantas quantas teem os dois factores juntos.

(Explicar tambem: $0{,}005\times0{,}3$; $0{,}05\times0{,}03$, etc.).

NOTE: *Multiplicam-se as fracções decimaes como si fossem numeros inteiros, separando do producto, por meio de uma virgula, tantas casas decimaes quantas teem os factores juntos.*

1) $0{,}5\times0{,}2$; $0{,}3\times0{,}5$; $0{,}8\times0{,}7$
2) $0{,}4\times0{,}03$; $0{,}7\times0{,}05$; $0{,}9\times0{,}06$
3) $0{,}08\times0{,}05$; $0{,}07\times0{,}03$; $0{,}05\times0{,}09$
4) $0{,}7\times0{,}09$; $0{,}2\times0{,}03$; $0{,}1\times0{,}05$
5) $0{,}04\times0{,}05$; $0{,}03\times0{,}04$; $0{,}08\times0{,}08$
6) $0{,}05\times0{,}07$; $0{,}04\times0{,}08$; $0{,}08\times0{,}09$

7) $0{,}25\times0{,}4$; $0{,}38\times0{,}7$; $0{,}75\times0{,}6$
8) $0{,}452\times0{,}6$; $0{,}275\times0{,}8$; $0{,}106\times0{,}4$
9) $0{,}285\times0{,}25$; $1{,}564\times0{,}32$; $15{,}238\times0{,}28$
10) $5{,}67\times2{,}25$; $4{,}75\times1{,}35$; $18{,}42\times9{,}65$
11) $2{,}355\times8{,}46$; $45{,}32\times28{,}65$; $98{,}208\times22{,}48$
12) $432{,}6\times128{,}2$; $240{,}25\times248{,}65$; $135{,}75\times115{,}72$

III *Fracção e numero inteiro.*

1) $25{,}4\times6$; $10{,}5\times8$; $11{,}4\times9$
2) $10{,}45\times0{,}5$; $1{,}03\times0{,}7$; $5{,}6\times0{,}8$
3) $18{,}75\times0{,}3$; $24{,}66\times0{,}5$; $17{,}89\times0{,}4$
4) $5{,}72\times0{,}02$; $2{,}25\times0{,}03$; $4{,}65\times0{,}08$
5) $2{,}25\times100$; $7{,}64\times10$; $3{,}14\times100$
6) $0{,}05\times10$; $1{,}50\times100$; $0{,}250\times1000$
7) $4{,}32\times100$; $1{,}2\times1000$; $2{,}7\times100$

3,45 × 18
27 60
34 50
62,10

ou

3,45 × 18
2760
345
62,10

8) $1{,}28\times12$; $3{,}67\times15$; $8{,}56\times24$
9) $15{,}6\times45$; $25{,}25\times71$; $12{,}5\times85$
10) $542{,}25\times24$; $225{,}46\times32$; $19{,}6\times45$

Casos especiaes.

Exemplo: $52{,}46\times70$.

Em vez de multiplicar por 70, póde-se multiplicar primeiro por 10, deslocando a virgula uma casa para a direita, e depois multiplicar por 7. Ou, multiplica-se primeiro por 7 e no producto, em vez de separar 2 casas decimaes, separa-se só uma, assim:

52,46 × 70
3672,2

11) 125,4 × 200
345,76 × 80
462,25 × 170

12) 27,66 × 240
54,84 × 2300
9,743 × 6000

e) Divisão de fracções decimaes

1) 12 dc : 4
8 cs : 2
15 mls : 3
0,6 : 2
0,8 : 2

2) 1,8 : 3
2,5 : 5
4,2 : 7
3,2 : 4
4,8 : 12

3) 0,25 : 5
0,64 : 8
1,50 : 3
2,70 : 9
8,50 : 5

4) 0,348 : 3
5,205 : 5
7,147 : 7
12,600 : 6
0,048 : 8

5) Quantas vezes ha
4 dc em 8 dc
3 dc em 15 dc
0,3 em 0,9
0,7 em 4,9
0,6 em 3,6

6) Quantas vezes ha
5 cs em 15 cs
4 cs em 24 cs
0,02 em 0,08
0,03 em 0,15
0,04 em 0,12

7) Quantas vezes ha
3 mls em 18 mls
8 mls em 32 mls
0,004 em 0,008
0,007 em 0,035
0,008 em 0,040

8) Quantas vezes ha
0,2 em 2
0,02 em 2
0,002 em 2

9) Quantas vezes ha
0,3 em 3
0,03 em 3
0,003 em 3

10) 0,7 em 7
0,07 em 7
0,007 em 7

11) 0,30 em 3
0,60 em 6
0,50 em 5

12) 0,070 em 7
0,040 em 4
0,005 em 5

Quanto é

13) a terça parte de 0,9; 0,06; 0,009; 1,2; 3,9; 4,8?
14) a metade de 0,8; 0,18; 1,8; 2,04; 4,60; 6,24?
15) a quarta parte de 0,08; 8,0; 0,20; 0,48; 4,28; 8,40?
16) a oitava parte de 2,4; 4,8; 7,2; 0,40; 2,40 1,60?
17) a setima parte de 2,1; 5,6; 3,5; 6,3; 7,28; 14,7?

18) um quinto de 0,5; 3,5; 4,0; 2,5; 5,25; 10,5?
19) um nono de 1,8; 0,9; 6,3; 7,2; 4,5; 2,7?
20) um decimo de 0,10; 1,0; 3,0; 0,5; 7,5; 4,6?

(Rep. c. 11).

21) 5,6 : 10
2,4 : 10
7,9 : 10

22) 12,4 : 100
24,3 : 100
58,7 : 100

23) 49,6 : 1000
163,2 : 1000
244,8 : 1000

NOTE: *Para tornar uma fracção decimal 10, 100 ou 1000 vezes menor, basta mudar-lhe a virgula 1, 2 ou 3 casas para a esquerda.*

f) (O professor, munido de uma tesoura, uma regua e fitas de papel de 1 m cada uma, reparta igualmente entre 2, 4, 8 alumnos 3, 5, 1 fitas).

Exemplo:

3 : 2 Quantas inteiras recebe cada um?
Quantas inteiras ficam para ser repartidas?
Cada um poderá receber mais inteiras?
A fita que sobra, divide-se em 10 decimos.
Quantos decimos cabem a cada um?
Onde se escrevem os dc?
Quantos decimos sobram?

(Ao mesmo tempo o prof. desenvolve o calculo).

3 : 2 = 1,5
2
10
10
0

NOTE: *Colloca-se a virgula depois de abaixar o ultimo algarismo da parte inteira do dividendo.*

$$\begin{array}{l} 5:4=1{,}25 \\ \underline{4} \\ 10 \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 1:8=0{,}125 \\ 10 \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

1) 85:2
17:2
35:2

2) 21:4
29:4
125:4

3) 10:8
17:8
73:8

4) 47:5
52:5
64:5

5) 33:6
45:6
51:6

6) 102:15
15:12
90:25

7) 28:20
63:18
220:25

8) 39:12
160:25
99:18

9) 20$:8
15$:4
14$:3

10) 5 Kg: 4
30 Kg:12
75 Kg: 6

11) 28 m: 5
185 m:25
63 m:12

g) O professor proponha o problema: Repartir, p. ex., 3 fitas (de 1 m) de forma que a cada um caiba $\frac{6}{10}$ da fita (i. é, de 1 m). Quantos alumnos poderão receber $\frac{6}{10}$?

3:0,6 Quanto deve receber cada um? (6 dc).
Quantos dc podemos repartir? (30).
Portanto, temos que vêr quantas vezes ha 6 dc em 30 dc, ou: quanto é 30 dc: 6 dc, ou 30:6.
3:0,6 é o mesmo que 30:6 = 5.
Quer dizer que o quociente não se altera, multiplicando o dividendo e o divisor por 10.

3:0,6 = 30:6 = 5

3:0,06 (Explicar quanto deve caber a cada um).
Quanto deve receber cada um? (6 cs).
Quantos cs podemos repartir? (300 cs).
Precisamos, portanto, vêr quantas vezes ha 6 cs em 300 cs, ou, quanto é 300 cs: 6 cs, ou 300:6.
3:0,06 é o mesmo que 300:6 = 50.
Quer dizer que o quociente não se altera, multiplicando o dividendo e o divisor por 100.

3:0,06 = 300:6

(O mesmo raciocinio com 3:0,006).

NOTE: *Multiplicando o dividendo e o divisor por 10, 100 ou 1000, não se altera o valor do quociente.*

Sabendo esse facto, podemos evitar a divisão por uma fracção decimal, multiplicando o dividendo e o divisor por 10, 100 ou 1000, conforme o numero de casas decimaes do divisor.

Exemplo:

$$\begin{array}{l} 17:0{,}5=170:5=34 \\ \qquad\qquad\ \ \underline{15} \\ \qquad\qquad\quad 20 \\ \qquad\qquad\quad \underline{20} \\ \qquad\qquad\quad\ 0 \end{array}$$

12) 35:0,5
35:0,05
35:0,005

13) 108:0,9
108:0,09
108:0,009

14) 51:0,3
51:0,03
51:0,003

(Explicar um problema).

10,8 : 0,6 = (Multiplicar dividendo e divisor por 10)
108 : 6 = 18
6

48
48

0

15) 11,2 : 0,4
11,2 : 0,16
11,2 : 0,014

16) 17,4 : 2,9
174 : 2,9
17,4 : 0,29

17) 425 : 17
42,5 : 17
42,5 : 1,7

18) 4,25 : 1,7
4,25 : 0,17
4,25 : 0,017

19) 475 : 25
47,5 : 25
47,5 : 2,5

20) 4,75 : 2,5
4,75 : 0,25
4,75 : 0,025

Deduzir:

Em vez de dividir uma fracção decimal por outra, multiplica-se o dividendo e o divisor por 10, 100 ou 1000 conforme o divisor tiver 1, 2 ou 3 casas decimaes e divide-se os numeros inteiros.

XII. Applicação das fracções decimaes

a) Estatura

Com relação á *estatura*, o escolar é considerado *normal*, dentro dos seguintes limites:

6 annos	1 m – 1,m13	11 annos	1,m33 – 1,m35
7 annos	1,m14 – 1,m18	12 annos	1,m36 – 1,m40
8 annos	1,m19 – 1,m22	13 annos	1,m41 – 1,m46
9 annos	1,m23 – 1,m27	14 annos	1,m47 – 1,m50
10 annos	1,m28 – 1,m32	15 annos	1,m51 – 1,m54

Quando a sua estatura não attingir o primeiro numero, o escolar será considerado *pequeno*, e quando ultrapassar o segundo, *grande*, para a sua idade.

(Cada alumno escreverá e não deverá esquecer:)

Tenho ... annos de idade e ... m de altura.

Minha estatura é...

(Cada alumno deverá saber até onde lhe chega 1 m).

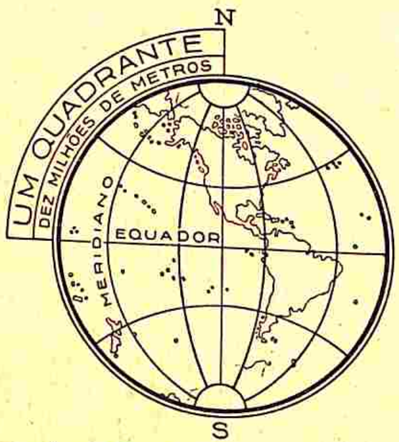
b) Os multiplos do metro

EXPLICAÇÃO: A unidade que serve para medir comprimentos ou distancias, é o metro.

A palavra vem do grego: *metron* que significa: instrumento para medir.

(Thermometro-instrumento para medir a temperatura.)
(Pluviometro-instrumento para medir a chuva cahida.)

O comprimento do metro foi estabelecido de forma que 10.000.000 dessa medida perfaçam a distancia do Equador a um Polo.



O metro normal, o chamado «mètre des archives» acha-se em Pariz.

O systema de medidas baseadas sobre o metro foi introduzido na França em 1799 e adoptado no Brasil em 1862, mas ainda não conseguiu desalojar completamente o antigo systema metrico, cuja unidade era o pé.

As vantagens do novo systema metrico são tantas que todos se devem esforçar pela adopção geral do mesmo *.

Depois de estudar o systema antigo, faremos uma comparação entre os dois systemas para conhecer as vantagens do que vamos estudar em primeiro logar.

A unidade para a medição de comprimentos ou distancias, é o metro.

---

* Essas vantagens deverão ser estudadas depois de os alumnos estarem habilitados a reconhecerem-nas por si mesmos pela comparação do systema metrico decimal com os systemas antigos.

(Repetir L. II, pg. 108, 4). Quanto maior a medida, tanto menor é o numero de medições e tanto mais facil a medição.

(Repetir L. II, pg. 47, 4). Os agrimensores * servem-se da corrente ou da trena para facilitar e abreviar a medição de comprimentos ou distancias. Os jardineiros muitas vezes se servem de um bambú de 5 m de comprimento. Uns empregam para suas medições *multiplos* do metro; outros, *submultiplos* (i. é, pequenas partes do metro).

Vê-se que na vida pratica o metro não se emprega para todas as medições.

O relojoeiro, para medir o comprimento de um parafuso, serve-se de um micrometro (micro = pequeno) que marca até decimos do millimetro.

c) Os submultiplos do metro

Como já vimos: 1 m se divide em $\frac{10}{10}$ de m ou 10 dcm,
1 dcm » » » de dcm ou 10 cm,
1 cm » » » de cm ou 10 mm.

O *dcm*, o *cm* e o *mm* são os *submultiplos do m.*

(Os nomes dos submultiplos do m abreviam-se com iniciaes minusculas).

Os submultiplos do m servem para medições de pequenos comprimentos ou pequenas distancias.

Para os grandes comprimentos e as grandes distancias servem as grandes medidas:

A medida de *10 m* chama-se *decámetro* ** (Dm) (Deca = dez).

A medida de *100 m* chama-se *hectómetro* ** (Hm) (hecto = cem).

A medida de *1000 m* chama-se *kilómetro* ** (Km) (kilo = mil).

---

* Explicar a origem da palavra.
** Medida pouco usada na vida pratica.

(Os nomes dos multiplos do m abreviam-se com inicial maiuscula).

O *Dm*, o *Hm* e o *Km* são os multiplos do m.

10 m = 1 Dm
10 Dm = 1 Hm
10 Hm = 1 Km

A relação que existe entre as medidas consecutivas (= que se seguem) é sempre 10.

Em todo o systema metrico observa-se esta relação decimal.

Submultiplos:
10 mm = 1 cm
10 cm = 1 dcm
10 dcm = 1 m = Unidade

Multiplos:
10 m = 1 Dm
10 Dm = 1 Hm
10 Hm = 1 Km

Por isso deram a este systema o nome *systema metrico decimal.*

NOTE: A *unidade* do syst. metr. decimal é o *metro*.
Os *submultiplos* do m são o *dcm*, o *cm* e o *mm*.
Os *multiplos* do m são o *Dm*, o *Hm* e o *Km*.

Multiplos do m	1 Km = 1000 m
	1 Hm = 100 m
	1 Dm = 10 m
Unidade	1 m = 1 m
Submultiplos do m	1 dcm = 0,1 m
	1 cm = 0,01 m
	1 mm = 0,001 m

Forme as seguintes series:

1) 1 cm = 10 mm . . . até 10 cm = 100 mm
2) 1 mm = 0,1 cm . . . » 10 mm = 1,0 cm
3) 5 m, 10 m; 15 m . . » 100 m = ? cm
4) 5 cm = 0m,05; 10 cm . . » 100 cm = ? m
5) 3 m = 3000 mm; 6 m. » 30 m = ? mm
6) 4 mm = 0m,004; 8 mm . » 40 mm = ? m
7) 7 Dm = 70 m; 14 Dm . » 70 Dm = ? m
8) 8 Hm = 900 m; 18 Hm. » 90 Hm = ? m
9) 2 Km = 2000 m; 4 Km. » 20 Km = ? m

10) 3; 50; 0,2; 5,0; 6,6 cm = ? mm
11) 0,3; 3,0; 4,5; 70; 90,9 dcm = ? cm
12) 4; 60; 0,08; 0,8; 0,75 m = ? cm
13) 6; 7,4; 0,5; 2,05; 3,2 Hm = ? m
14) 3,7; 0,05; 2,1; 10,0; 0,1 Dm = ? m
15) 7,5; 2,4; 0,001; 0,02; 0,3 Km = ? m

16) Escreva *a*) como m; *b*) como cm; *c*) como mm: 8,765 m; 1,905 m; 3,8 m; 0,75 m; 0,666 m; 0,04 m; 0,003 m; 0,055 m; 3,09 m!

17) Escreva *a*) como m; *b*) como cm; *c*) como mm: 8 dcm 8 mm; 5 m 5 cm; 6 m 6 mm; 3 m 3 cm 3 mm!

18) 7; 6,235; 0,8; 1,5 m = ? mm
19) 0,009; 0,05; 0,1; 3,333 m = ? mm
20) 9; 15; 75,500; 0,8 Km = ? m
21) 0,004; 0,567; 0,7; 0,33 Km = ? m

22) 5; 25; 125; 250 m = ? Km
23) 1845; 501; 12; 4005 m = ? Km
24) $\frac{1}{4}$ m = 25 cm, até $\frac{4}{4}$ m = 100 cm
25) $\frac{1}{4}$ m = 250 mm, até $\frac{4}{4}$ m = 1000 mm
26) $\frac{1}{4}$ Km = 125 m . . . até $\frac{8}{8}$ Km = 1000 m

27) Em quantos minutos você percorre 1 Km?
D'aqui até... são 2,5 Km. Quantos minutos v. leva para chegar até lá?
Em quantos minutos você percorre 1 Dm, 1 Hm?
Com quantos passos v. percorre 1 Km? 1 Hm? 1 Dm?

28) F, vá descer pela escada que leva ao pateo do recreio, contando os degraus!
S, vá medir a altura de tres degraus differentes daquella escada.
Resuma os dados: A escada tem... degraus, cada um de... cm de altura.
Calcule a altura da escada!

29) Quantos m de cerca são necessarios para cercar o terreno onde fica a escola?
(Sendo o terreno rectangular, mostrar que basta medir a largura e o comprimento).
(A medição será feita por duas turmas, sendo os resultados conferidos na aula).
(Explicar por que as pequenas differenças não alteram o valor do calculo).

Quadrados magicos

4	**9**	**2**
3	**5**	**7**
8	**1**	**6**

8	**1**	**6**
3	**5**	**7**
4	**9**	**2**

Calcule a somma **1)** das columnas verticaes **2)** das columnas horizontaes **3)** das diagonaes.

XIII. Processos mentaes para abreviar os calculos

a) Addição

1.º caso

1) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 . . . .
2) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 . . . .
3) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 . . . .
4) 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29 . . . .
5) 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 . . . .
6) 1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36 . . . .
7) 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56 . . . .

A differença entre os numeros consecutivos da mesma linha é a mesma.

Qual a differença dos numeros consecutivos da primeira linha, da 2.ª, da 3.ª, da 4.ª, da 5.ª, da 6.ª, da 7.ª?

Os numeros de cada uma dessas linhas formam uma *serie*.

Destaque de cada serie 3 numeros consecutivos!

Diga o numero que fica no meio dos 3 primeiros numeros, dos 3 segundos numeros. O numero que fica no meio chama-se *a média*.

1.º Exemplo (1.ª serie):

$\mathbf{4} + \mathbf{5} + \mathbf{6} = \mathbf{3 \times 5} = \mathbf{15}$

$5 - 1 + 5 + 5 + 1 = 5 + 5 + 5 - 1 + 1 = 15$

2.º Exemplo (4.ª serie):

$\mathbf{9} + \mathbf{13} + \mathbf{17} = \mathbf{3 \times 13} = \mathbf{39}$

$13 - 4 + 13 + 13 + 4 = 13 + 13 + 13 - 4 + 4 = 39$

NOTE: *A somma de tres numeros consecutivos de uma serie é igual ao triplo da respectiva média.*

Aproveite a regra nos seguintes problemas:

1) $29 + 30 + 31$
2) $42 + 44 + 46$
3) $70 + 75 + 80$
4) $23 + 26 + 29$
5) $83 + 85 + 87$
6) $38 + 44 + 50$
7) $55 + 57 + 59$
8) $47 + 51 + 55$
9) $78 + 79 + 80$
10) $61 + 65 + 69$
11) $97 + 98 + 99$
12) $64 + 67 + 70$

2.º caso

$$\mathbf{73 + 99 = 73 + 100 - 1 = 172}$$

13) 153, 264, 375 + 99
14) 431, 542, 653 + 98
15) 473$, 265$, 683$ + 97$
16) 2,57 m, 4,36 m, 8,79 m + 95 cm

$$\mathbf{169 + 199 = 169 + 200 - 1 = 368}$$

17) 226, 437, 579 + 198
18) 763, 675, 874 + 297
19) 269$, 385$, 764$ + 299$
20) 348 m, 735 m, 384 m + 495 m

b) Subtracção

$$\mathbf{146 - 99 = 146 - 100 + 1 = 47}$$

1) 258, 367, 476 − 99
2) 541, 652, 763 − 98
3) 548 − 99, 98, 95
4) 672 − 98, 97, 96

$$\mathbf{466 - 399 = 466 - 400 + 1 = 67}$$

5) 421, 532, 643 − 197
6) 756, 867, 979 − 296
7) 538$, 675$, 389$ − 299$
8) 672 l, 483 l, 756 l − 395 l

c) Multiplicação

1.º caso

$$5 \times 22 = (\mathbf{10 \times 22}) : \mathbf{2} \quad \text{ou} \quad \mathbf{10 \times (22 : 2) = 110}$$
$$25 \times 16 = (\mathbf{100 \times 16}) : \mathbf{4} \quad \text{ou} \quad \mathbf{100 \times (16 : 4) = 400}$$
$$50 \times 28 = (\mathbf{100 \times 28}) : \mathbf{2} \quad \text{ou} \quad \mathbf{100 \times (28 : 2) = 1400}$$
$$125 \times 56 = (\mathbf{1000 \times 56}) : \mathbf{8} \quad \text{ou} \quad \mathbf{1000 \times (56 : 8) = 7000}$$

NOTE: *Em vez de multiplicar por 5, póde-se multiplicar por 10 e dividir por 2, ou dividir por 2 e multiplicar por 10.*

Diga o mesmo para a multiplicação por 25, 50, 125!

9) 5×22, 34, 38, 46, 54, 62, 66, 72, 78, 82, 98.
10) 25×12, 48, 24, 52, 60, 68, 76, 84, 88, 92, 96.
11) 125×32, 40, 48, 56, 72, 88, 96, 104, 120, 136.
12) 50×24, 32, 46, 54, 36, 48, 56, 72, 84, 96.

2.º caso

$$\mathbf{8 \times 98 = (8 \times 100) - (8 \times 2) = 784}$$
$$\mathbf{8 \times 198 = (8 \times 200) - (8 \times 2) = 1584}$$

13) 8×99, 98, 97, 95
14) 7×98, 99, 95, 96
15) 6×199, 298, 397, 595
16) 8×397, 199, 298, 496

3.º caso

$$\mathbf{9 \times 27 = (10 \times 27) - (1 \times 27) = 270 - 27 = 243}$$
$$\mathbf{19 \times 27 = (20 \times 27) - (1 \times 27) = 540 - 27 = 513}$$

17) 9×36, 58, 73, 92
18) 19×42, 57, 64, 82
19) 29×38, 68, 74, 33
20) 39×47, 66, 52, 42
21) 49×36, 54, 78, 94
22) 59×32, 43, 58, 23
23) 69×24, 32, 41, 54
24) 79×51, 57, 34, 28
25) 89×56, 43, 52, 64
26) 99×17, 39, 48, 65

d) Divisão

$\mathbf{100:25=4}$; portanto $\mathbf{200:25=2\times4}$

27) 100, 200, 400, 300, 500 : 25 28) 125, 250, 375, 425 : 25

$\mathbf{100:50=2}$, portanto $\mathbf{200:50=2\times2}$

29) 100, 300, 500, 400, 600 : 50 30) 150, 350, 250, 450 : 50

$\mathbf{180:5=(180:10)\times2=36}$

31) 260, 380, 490, 640, 730 : 5 32) 280, 340, 460, 790 : 5

e) Casos especiaes

$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ $0,25 \times 24 = \frac{1}{4}\times 24 = 6$

$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ $0,5 \times 24 = \frac{1}{2}\times 24 = 12$

$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ $0,75 \times 24 = \frac{3}{4}\times 24 = 18$

$0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$ $0,125 \times 24 = \frac{1}{8}\times 24 = 3$

Em vez de multiplicar por 0,25, póde-se dividir por 4
» » » » » 0,5, » » » 2
» » » » » 0,125, » » » 8
» » » » » 0,75, » » » 4 e
multiplicar por 3.

33) 0,5 ×8; 26; 40,2; 48,8; 72,50
34) 0,25 ×8; 26; 40,8; 48,8; 72,60
35) 0,125×8; 32; 40,8; 48,8; 72,40
36) 0,75 ×8; 32; 40,8; 48,8; 72,40

37) $24:0,25 = 24:\frac{1}{4} = 24\times4 = 96$

$24:0,5 = 24:\frac{1}{2} = 24\times2 = 48$

$24:0,125 = 24:\frac{1}{8} = 24\times8 = 192$

$24:0,75 = 24:\frac{3}{4} = 24\times\frac{4}{3} = 32$

Em vez de dividir por 0,25, póde-se multiplicar por 4
» » » » » 0,5, » » » 2
» » » » » 0,125, » » » 8
» » » » » 0,75, » » » 4 e
dividir por 3.

38) 8; 10; 20,60; 42; 75:0,25
39) 8; 10; 20,60; 42; 75:0,50
40) 8; 10; 20,8; 42; 75:0,125
41) 9; 15; 21,6; 42; 75:0,75

XIV. Conversão de fracções ordinarias em decimaes e vice-versa

a) fracções ordinarias em decimaes

1) Escreva em forma de divisões as seguintes fracções:

$\frac{3}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{16}$; $\frac{5}{17}$; $\frac{3}{20}$; $\frac{5}{31}$

2) Execute a divisão, reduzindo os inteiros a decimos, os decimos restantes a centesimos, os centesimos restantes a millesimos, e. a. p. d.

Exemplo: 3:4
3 = 30 decimos
30 » :4 = 7 decimos
4×7 dc 28 »
resto 2 »
2 decimos = 20 centesimos
20 » :4 = 5 centesimos
4×5 cs 20
= =
3:4 = 0,75

Calculo abreviado:

3:4 = 0,75
28
20
20
= =

3) Reduza a fracções decimaes:

$\frac{7}{30}$; $\frac{3}{44}$; $\frac{5}{101}$; $\frac{8}{37}$; $\frac{7}{64}$; $\frac{9}{80}$; $\frac{3}{32}$; $\frac{4}{25}$

Reduza as seguintes fracções a decimaes.

Ex. $\frac{1}{3}$ Kg. = 0,333 Kg.

4) $\frac{5}{6}$ Kg.; $\frac{2}{7}$ Kg.; $\frac{3}{8}$ Kg.

5) $\frac{3}{5}$ \$; $\frac{4}{7}$ \$; $\frac{5}{9}$ \$

6) $\frac{3}{8}$ \$; $\frac{5}{16}$ \$; $\frac{3}{32}$ \$

7) $\frac{3}{7}$ Hl.; $\frac{5}{12}$ Hl.; $\frac{7}{23}$ Hl.

8) $\frac{4}{25}$ Km.; $\frac{2}{3}$ Km.; $\frac{4}{5}$ Km.

9) $\frac{3}{8}$ Ha.; $\frac{5}{20}$ Ha.; $\frac{7}{25}$ Ha.

b) fracções decimaes em ordinarias

Escreva as seguintes fracções decimaes com o respectivo denominador, reduzindo-as á expressão mais simples.

Ex. $0{,}8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

10) 0,6; 0,4; 0,2

11) 0,25; 0,025; 0,625

12) 0,45; 0,075; 0,125

13) 0,08; 0,004; 0,025

14) 0,500; 0,008; 0,040

XV. A medição de superficies ou áreas

(Rep. L. II, pg. 107, 3).

MATERIAL NECESSARIO: Alguns ladrilhos de tamanhos differentes e 1 tampa de caixão de 1 m por 1 m.

a) Introducção

Vamos vêr quantos ladrilhos seriam necessarios para calçar o soalho da classe?

Qual é a medida com que medimos? (um ladrilho).

F., colloque o ladrilho naquelle canto da sala! Contorne o ladrilho com giz! Tire o ladrilho!

O que se vê no soalho? (uma figura que tem a mesma forma do ladrilho).

Meça os 4 lados do ladrilho! Meça os quatro lados da figura desenhada no chão!

Diga o que verificou! (Os lados são todos iguaes no ladrilho e na figura).

Colloque o ladrilho com a face lisa para baixo, sobre a figura! O que percebe?

A face superior do ladrilho cobre exactamente a figura.

A *face superior* do ladrilho é a *superficie* do ladrilho.

A figura é igual á superficie do ladrilho.

Colloque o ladrilho de forma que um lado caia sobre um lado da figura e um outro lado toque a parede.

Contorne o ladrilho com giz! Quantos lados precisa contornar?

Tire o ladrilho e diga o que vê no chão.

(Continuando assim, mande-se desenhar no chão uma carreira de figuras iguaes ao ladrilho, ao longo da parede mais comprida. Convem que o professor escolha para esse fim um ladrilho cujo lado caiba um numero inteiro de vezes no comprimento e na largura da sala).

As figuras traçadas no chão ao longo da parede formam uma carreira.

Quantos ladrilhos cabem nesta carreira? Compare a largura da carreira com o lado do ladrilho!

(Explicar que cada figura é um quadrado; o que é um quadrado).

Podemos, portanto, dizer: Em uma carreira cabem (p. ex.) 45 quadrados iguaes á superficie do ladrilho.

Collocando uma segunda carreira ao lado da primeira, qual será a largura das duas?

Que largura occupam 3, 4, 5 carreiras? (3, 4, 5 vezes o lado do ladrilho).

Meça quantas vezes cabe o ladrilho na largura da sala (p. ex. 30 vezes) *.

A cada largura do ladrilho corresponde uma carreira.

Quantas carreiras cabem no soalho; (tantas quantos ladrilhos cabem na largura da sala).

Para calçar todo o soalho serão necessarios, portanto: 30 carreiras, cada uma de 45 quadrados ou $30 \times 45 = 1350$ quadrados.

Os 1350 quadrados cobrem toda a superficie do soalho. A superficie de um terreno, do soalho de uma sala tambem se chama: *area*.

Primitivamente, a palavra significava um terreiro plano para jogos.

A area do soalho = 1350 quadrados iguaes á superficie do ladrilho.

A area se mede com um quadrado.

Compare estes ladrilhos que eu trouxe quanto a seu tamanho! (Não são iguaes).

(Explicar que o ladrilho, podendo ser de varios tamanhos, não serve como medida para areas).

b) O metro quadrado

A medida geralmente adoptada para medições de areas, é o *metro quadrado*, i. é, *um quadrado cujos lados são iguaes a 1 m.*

(Mostrar e explicar o modelo do metro quadrado (tampa).

(Mandar fazer metros quadrados de papelão, papel de jornal).

Collocando o metro quadrado no canto da sala, que comprimento occupa? que largura?

O metro quadrado occupa um metro em dois sentidos ou duas direcções. *O metro quadrado tem duas dimensões*, i. é, duas direcções em que póde ser medido, comprimento e largura. As duas dimensões do metro quadrado são iguaes.

---

* Por exemplo para uma sala de 9 m, sendo os ladrilhos de 20 cm. por 20 cm.

Por isso costuma-se abreviar o nome «metro quadrado» escrevendo sómente m². *O numero elevado significa que o metro é medido em duas direcções* (comprimento e largura, largura e altura, ou comprimento e altura). M² significa, pois, uma área ou superficie.

1 metro quadrado = 1 m².

c) Medição com o metro quadrado

Quantos m de comprimento tem a sala? (9 m).
Quantos m² cabem ao longo do comprimento? (Verificar com a tampa).
Os 9 m² occupam uma carreira ou uma faixa.
Qual é a largura da faixa?
Qual é a largura da sala?
Quantas faixas cabem na largura?
Temos, portanto, 6 faixas, cada uma de 9 m², ou 6×9 m² = 54 m².
Dizemos: Tendo a sala 6 m de largura e 9 m de comprimento, sua área = 6×9 m² = 54 m².

O numero de metros do comprimento diz-nos quantos m² ha em uma faixa.

O numero de metros da largura diz-nos quantas faixas cabem na área.

O producto dos dois numeros diz-nos quantos m² ha na área.

O que é preciso saber para calcular a área? (compr. e larg.).

Como se acha a área? (multiplicando, etc.)

1) Medir a área de outra sala, do corredor.

2) Medir a área de um pequeno terreno desoccupado.

3) Demarcar no pateo de recreio uma área de 20 m²; 36 m²; 40 m² (largura 1 m, 2 m, 4 m, 5 m, 10 m, 20 m).

4) Demarcar uma área de 10 m de comprimento e 10 m de largura.

Qual a área?

d) O decimetro quadrado

O m é a unidade para a medição de comprimentos ou distancias.

O m² é a unidade para a medição de áreas.

O m tem multiplos para a medição de grandes comprimentos ou distancias, e submultiplos para a medição de pequenos comprimentos ou distancias.

Da mesma forma o m tem multiplos para a medição de áreas vastas, e submultiplos para a medição de áreas pequenas.

Vamos estudar primeiro os submultiplos do m².

Como se subdivide o m? (10 dcm, cada dcm em 10 cm, etc.).

Collocar a tampa de 1 m no soalho, contornar com giz, dividir cada lado em 10 partes, dividir o quadrado em faixas, perguntar quantas faixas são e por que são tantas, traçar as linhas transversaes, perguntar em quantas partes fica dividida cada faixa, e por que. Que forma teem as divisões, qual o comprimento de uma divisão, qual a largura. Como se chama um quadrado de 1 m de compr. e 1 m de larg. Como se chamará o quadrado de 1 dcm de compr. e 1 dcm de larg. Deduzir:

NOTE: *O decimetro quadrado é um quadrado cujos lados são iguaes a 1 dcm, ou que tem 1 dcm de comprimento e 1 dcm de largura.*
1 decimetro quadrado = 1 dcm².

Quantos dcm² ha em cada faixa do m²? Por que?
Quantas faixas tem o m²?
Quantos dcm² tem o m²? Por que? (Tem 10 faixas, cada um de 10 dcm²; portanto, tem 10×10 dcm² = 100 dcm²).

NOTE: *1 m = 10 dcm.*
1 m² = 10 × 10 dcm² = 100 dcm².

5) 6, 8, 9, 7 m² = ? dcm².

6) 400, 500, 900, 600, 200 dcm² = ? m².

7) Corte em papelão ou cartão 1 dcm²! *

8) Calcule quantos dcm² cabem no comprimento da sala? Verificar medindo!

9) Qual a largura dessa faixa? Quantas faixas cabem na largura?

10) Calcule quantos dcm² tem a área da sala!

e) O centimetro quadrado

Como se subdivide o dcm? (10 cm).

(Cada alumno subdividirá (com sua regua) os lados do dcm² em 10 cm; depois dividirá o dcm² em 10 faixas e finalmente traçará as linhas transversaes, etc., conforme *d*).

NOTE: *O centimetro quadrado é um quadrado cujos lados são iguaes a 1 cm, ou que tem 1 cm de comprimento e 1 cm de largura.*
1 centimetro quadrado = 1 cm².

(Perguntas como em *d*).

NOTE: *1 dcm = 10 cm.*
1 dcm² = 10 × 10 cm² = 100 cm².

* Cada alumno deverá ter seu dcm².

1 cm

1 cm²	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1 cm — 1 faixa

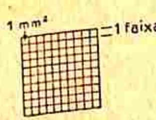
1 dcm² = 100 cm²

(Exercicios analogos aos de *d*).

f) O millimetro quadrado

(Desenvolver como em *d*).

NOTE: *O millimetro quadrado é um quadrado de 1 mm de comprimento e 1 mm de largura.*
1 millimetro quadrado = 1 mm². (Perguntas como em *d*).



1 cm = 10 mm.
1 cm² = 10 × 10 mm² = 100 mm².

(Exercicios como em *d*).

g) Resumo

$1\ m = 10\ dcm$	$1\ m^2 = 100\ dcm^2$
$1\ dcm = 10\ cm$	$1\ dcm^2 = 100\ cm^2$
$1\ cm = 10\ mm$	$1\ cm^2 = 100\ mm^2$

h) Os multiplos do metro quadrado

11) Quaes são os multiplos do m? (Dm, Hm, Km). Quantos m de comprimento deverá ter 1 Dm²? Quantos m de largura?

(Demarcar no pateo 1 Dm²).

NOTE: *O decametro quadrado tem 10 m de comprimento e 10 m de largura.*

1 decametro quadrado = 1 Dm².
1 Dm = 10 m.
1 Dm² = 10 × 10 m² = 100 m².
1 Dm² de terreno é chamado 1 *are* (1 a).
1 a = 100 m².

12) *O hectometro quadrado tem 100 m de comprimento e 100 m de largura.*

1 hectometro quadrado = 1 Hm².

$$1\ Hm = 100\ m$$
$$1\ Hm^2 = 100 \times 100\ m^2 = 10.000\ m^2$$
$$1\ Hm = 10\ Dm$$
$$1\ Hm^2 = 10 \times 10\ Dm^2 = 100\ Dm^2$$

1 Hm² de terreno = 100 Dm² = 100 a = 1 hectare (1 Ha).

(Sendo possivel, demarcar 1 Ha. Lêr alguns annuncios contendo o termo «Ha»).

13) *O kilometro quadrado tem 1000 m de comprimento e 1000 m de largura.*

1 kilometro quadrado = Km².

$$1\ Km = 1.000\ m$$
$$1\ Km^2 = 1.000 \times 1.000\ m^2 = 1.000.000\ m^2$$
$$1\ Km = 10\ Hm$$
$$1\ Km^2 = 10 \times 10\ Hm^2 \qquad 100\ Hm^2 = Ha\ 100$$

$$1\ Km = 100\ Dm$$
$$1\ Km^2 = 100 \times 100\ Dm^2 = 10.000\ Dm^2 = 10.000\ a$$

(Dar uma idéa do tamanho do Km², perguntando p. ex., quantos Km perfazem os 4 lados do Km²; quanto tempo se precisa para percorrer os 4 lados a pé. Sendo possivel, demarcar 1 Km². Perto de S. Paulo, de Campinas, de Curityba será bem possivel).

i) Resumo

Multiplos do m²	$1\ Km^2 = 1000 \times 1000\ m^2 = 1.000.000\ m^2$
	$1\ Hm^2 = 100 \times 100\ m^2 = 10.000\ m^2 = 1\ Ha$
	$1\ Dm^2 = 10 \times 10\ m^2 = 100\ m^2 = 1\ a$
Unidade	$1\ m^2 = 1 \times 1\ m^2 = 1\ m^2$
Submultiplos do m²	$1\ m^2 = 10 \times 10\ dcm^2 = 100\ dcm^2$
	$1\ m^2 = 100 \times 100\ cm^2 = 10.000\ cm^2$
	$1\ m^2 = 1000 \times 1000\ mm^2 = 1.000.000\ mm^2$

$$1\ dcm^2 = 10 \times 10\ cm^2 = 100\ cm^2$$
$$1\ cm^2 = 10 \times 10\ mm^2 = 100\ mm^2$$

(Voltando a falar sobre a grande extensão de 1 Km², dar aos alumnos uma idéa de 1.000.000 de Km², dizendo-lhes, que caminhando cada dia 40 Km, precisariam 100 dias, i. é, 3 mezes e 10 dias para fazer a volta do milhão de Km². Dizer que a superficie do Brasil é de cerca de 8.000.000 Km², que para fazer a volta de todo o paiz, precisaria percorrer mais de 20.000 Km, ou caminhando 40 Km por dia, levaria 25 dias para percorrer 1.000 Km e 20 × 25 = 500 dias para percorrer os limites do Brasil, i. é 1 anno, 4 mezes e 15 dias, sem nenhum dia de descanço. Dar aos alumnos, desta maneira uma idéa approximada da grandeza de sua patria.)

O Brasil tem 8.061.260 Km² de superficie.

A população do Brasil em 1920

	ESTADOS	AREA EM Km2	POPULAÇÃO
1	Alagôas..................		
2	Amazonas................	26.915	978.748
3	Bahia	1.672.987	363.166
4	Ceará	536.867	3.334.465
5	Districto Federal...........	160.987	1.319.228
6	Espirito Santo.............	1.165	1.157.873
7	Goyaz.....................	43.675	457 328
8	Maranhão..................	692.025	511.919
9	Matto-Grosso..............	390.660	874 337
10	Minas-Geraes..............	1.435.895	246.612
11	Pará	588 547	5.888.174
12	Parahyba	1.033 600	983.507
13	Paraná	58.400	961.106
14	Pernambuco................	190.277	685 711
15	Piauhy	99.896	2.154.835
16	Rio Grande do Norte	232.712	609 003
17	Rio Grande do Sul	41.246	537 135
18	Rio de Janeiro	239.187	2.182 713
19	Santa Catharina	41.870	1.559.371
20	São Paulo	111.807	668.743
21	Sergipe....................	252.880	4.592.188
22	Territorio do Acre	23.268	477 064
		175.375	92.379
	Total....	8.061.260	30.635.605

XVI. Problemas

a) Medidas de superficie

(Rep. IX, i, Resumo). (Rep. Multiplic. e Div. por 10, 100, 1000).

1) Quantos m² são 4, 8, 17, 45, 26, 72, a?

2) » » » 7, 3, 25, 16, 39, 48 Ha?

3) » » » 3, 6, 5, 18, 32, 75 Km²?

1 Km² = 1.000 × 1.000 m² = 1.000.000 m²
0,1 Km² = decima parte de 1.000.000 m² = 100.000 m²
0,01 Km² = centesima parte de 1.000.000 m² = 10.000 m²
= **1 Ha**

1 Ha = 100 × 100 m² = 10.000 m²
0,1 Ha = decima parte de 10.000 m² = 1.000 m²
0,01 Hm = centesima parte de 10.000 m² = 100 m² = **1 a**

1 a = 10 × 10 m² = 100 m²
0,1 a = decima parte de 100 m² = 10 m²
0,01 a = centesima parte de 100 m² = **1 m²**

4) 0,5, 0,7, 0,07; 0,50; 0,70; 0,53 Km² = ? Ha

5) 1,0; 0,4; 0,05; 0,40; 0,45; 0,75 Ha = ? a

6) 0,1; 0,8; 0,08; 0,80; 0,86; 0,92 a = ? m²

7) Escreva como a: 450, 1.250, 675, 325 m²!

8) » » Ha: 60.000, 74.000, 90.000, 85.000 m²!

9) » » » : 100, 500, 450, 750, 1.000 a!

10) » » Km²: 4.000.000, 8.000.000, 8.400.000, 4.550.000 m²!

11) » » » 250, 470, 25, 125, 1250 Ha!

12) Quantos m² são: 9 a 7 m²; 3 Ha 25 a; 5 Ha 5 a 5 m²; 5 a 6 m²; 15 Ha 7 a; 64 Ha 64 a 64 m²?

13) Quantos Km², Ha, a e m² são: 3.745.125 m², 15.642.850 m², 7.300.425 m², 3.248.105 m²?

14) Quantos m² são: 4,25 3,60 0,75 0,1 0,07 a?

15) Quantos a são: 0,35 0,8 0,07 0,90 4,65 23,55 Ha?

16) Quantos Ha são: 6,25 0,50 0,4 0,04 2,30 84,20 Km².

b) Medição de áreas

$$1\ m^2 = 10 \times 10\ dcm^2 = 100\ dcm^2$$
$$0{,}1\ m^2 \ldots = 10\ dcm^2$$
$$0{,}01\ m^2 \ldots = 1\ dcm^2$$

$$1\ dcm^2 = 10 \times 10\ cm^2 = 100\ cm^2$$
$$0{,}1\ dcm^2 \ldots = 10\ cm^2$$
$$0{,}01\ dcm^2 \ldots = 1\ cm^2$$

$$1\ cm^2 = 10 \times 10\ mm^2 = 100\ mm^2$$
$$0{,}1\ cm^2 \ldots = 10\ mm^2$$
$$0{,}01\ cm^2 \ldots = 1\ mm^2$$

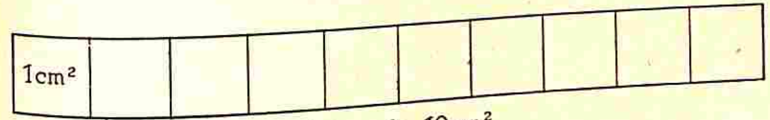
$$1\ m^2 = 10 \times 10\ dcm^2 = 100\ dcm^2$$
$$1\ m^2 = 100 \times 100\ cm^2 = 10.000\ cm^2$$
$$1\ m^2 = 1000 \times 1000\ mm^2 = 1.000.000\ mm^2$$

17) 3 7 40 5,75 0,80 0,08 14,25 cm² = ? mm²

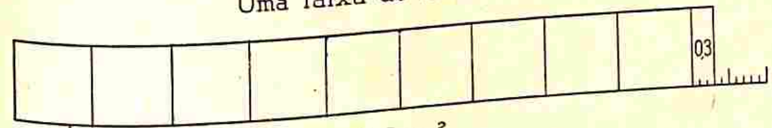
18) 5 15 1,5 0,15 2,05 0,05 24,75 dcm² = ? cm²

19) 100 300 3.000 4.500 475 47 7 mm² = ? cm²

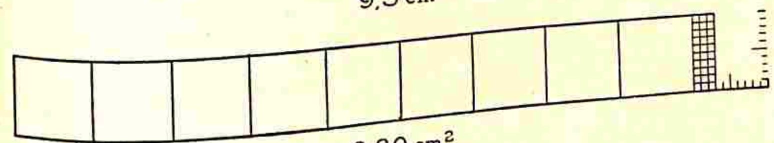
20) 10.000 70.000 45.000 5.000 15.000 50.000 = ? m²



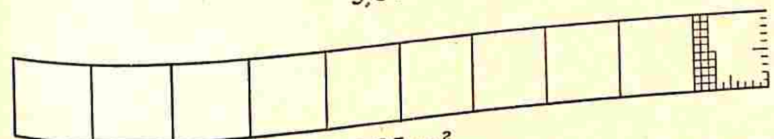
Uma faixa de 10 cm²



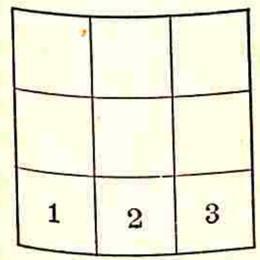
9,3 cm²



9,30 cm²



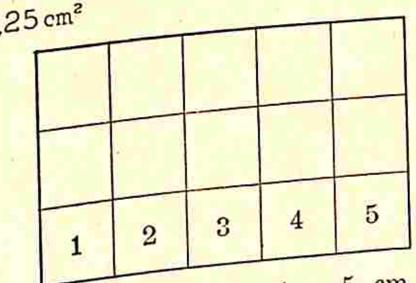
9,25 cm²



Este quadrado tem 3 cm de comprimento e 3 cm de largura.

O quadrado divide-se em 3 faixas, cada uma de 3 cm².

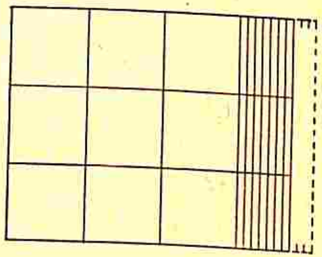
A área do quadrado é de. . . . $3 \times 3\ cm^2 = 9\ cm^2$.



Este rectangulo tem 5 cm de comprimento e 3 cm de largura.

O rectangulo divide-se em 3 faixas, cada uma de 5 cm².

A área do rectangulo é de $3 \times 5\ cm^2 = 15\ cm^2$.

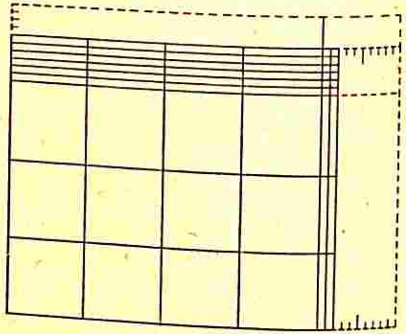


Este rectangulo tem 3,7 cm de comprimento e 3 cm de largura.

O rectangulo divide-se em 3 faixas, cada uma de 3,7 cm².

A área = 3 × 3,7 cm²

11,1 cm²



Este rectangulo tem 4,2 cm de comprimento e 3,6 cm de largura.

O rectangulo divide-se em 3,6 faixas, cada uma de 4,2 cm².

A área = 3,6 × 4,2 cm²

72
1440

15,12 cm²

Um quadrado tem 1 (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10) cm de comprimento.

Calcule a área!

Um quadrado tem 1 (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10) dcm de comprimento.

Calcule a área!

Um quadrado tem 1 (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10) m de comprimento.

Calcule a área!

Um quadrado tem 10 (20, 30, 40 ... 100) m de comprimento.

Calcule a área!

Um quadrado tem 100 (200, 300, 400 ... 1000) m de comprimento.

Calcule a área!

Um quadrado tem 1 (2, 3, 4, 5, 6 ... 10) Dm de comprimento.

Calcule a área!

Um quadrado tem 1 (2, 3, 4 ... 10) Hm de comprimento.

Calcule a área!

Um quadrado tem 1 (2, 3, 4 ... 10) Km de comprimento.

Calcule a área!

Calculando a área de quadrados, multiplica-se sempre um numero por si mesmo, i. é, os dois factores que se multiplicam são iguaes. Por isso, o producto de dois factores iguaes tem o nome *«quadrado»*.

Por exemplo $4 \times 4 = 16$; 16 é o quadrado de 4.

Os dois factores iguaes são 4 e 4.

Em vez de escrever 4×4 costuma-se escrever 4^2 e lê-se: quadrado de 4.

O numero á direita de 4 e ao alto diz-nos que ha dois factores iguaes a 4.

$$4^2 = 4 \times 4 = 16$$
$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$
$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$
$$1^2 = 1 \times 1 = 1$$

21) Quanto é o quadrado de 1, 10, 100, 1000; 2, 20, 200, 2000; 3, 30, 300, 3000, etc.

22) Calcule o quadrado dos numeros de 1 até 20!

23)

1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2	11^2
1	**4**	**9**	**16**	**25**	**36**	**49**	**64**	**81**	**100**	**121**
12^2	13^2	14^2	15^2	16^2	17^2	18^2	19^2	20^2		
144	**169**	**196**	**225**	**256**	**289**	**324**	**361**	**400** *		

* Os alumnos deverão saber de cór os quadrados dos numeros de 1 até 20.

24) Quanto é: 25^2, 50^2, 62^2, 250^2, 85^2?

$$\mathbf{1{,}2^2 = 1{,}2 \times 1{,}2} \qquad \mathbf{0{,}5^2 = 0{,}5 \times 0{,}5}$$

$$\begin{array}{r} 2\;4 \\ 1\;2\;0 \\ \hline \mathbf{1{,}44} \end{array} \qquad \mathbf{0{,}25}$$

25) Calcule: $1{,}8^2$; $5{,}6^2$; $1{,}5^2$; $0{,}8^2$; $0{,}3^2$; $0{,}7^2$?

26) Calcule a área dos seguintes terrenos:

5	m	de	frente	por	30	de	fundo
8	»	»	»	»	40	»	»
12	»	»	»	»	60	»	»
8,5	»	»	»	»	54	»	»
10,75	»	»	»	»	62	»	»
14,6	»	»	»	»	52,5	»	»
24,5	»	»	»	»	75,8	»	»

Escreva as áreas como ares!

27) Calcule a área dos seguintes lotes:

150	m	de	frente	por	600	m	de	fundo
180	»	»	»	»	750	»	»	»
240	»	»	»	»	830	»	»	»
60	»	»	»	»	400	»	»	»
320	»	»	»	»	1000	»	»	»
530	»	»	»	»	1250	»	»	»

Escreva as áreas como hectares!

28) As taboas do soalho teem:

10	cm	de	largura	por	4 m*	de	comprimento
12	»	»	»	»	3,50	»	»
15	»	»	»	»	3,75	»	»
12,5	»	»	»	»	3,80	»	»

Calcule a área occupada por uma taboa!
Calcule a área occupada por 6, 12, 24, 36, 48 taboas!

* Explicar por que é necessario exprimir o comprimento em cm.

XVII. Regra de tres simples

a) Partindo da unidade, achar o multiplo

(E' conveniente que os alumnos organizem uma lista de preços dos artigos mais usados na vida, podendo a lista obedecer á seguinte ordem:

1: Pão, leite, café, assucar, sal, vinagre, manteiga, banha, carne, etc.
2: Lenha (feixe, carroçada, metro), carvão, kerozene (lata, garrafa, litro).
3: Alugueis, luz, agua, gaz.
4: Chapéus, calçado, vestidos, ternos, roupa.
5: Fazendas, etc., etc.

O processo a seguir para resolver os problemas deve obedecer á seguinte ordem:

1.º clareza: *a*) Explicação de tudo que possa ser desconhecido ao alumno, devendo elle depois expor o que sabe e o que deve calcular.
b) eliminação do que é de importancia secundaria.
2.º reflexão: O alumno deverá fazer o raciocinio para a solução do problema.
3.º calculo.
4.º declaração: O alumno resumirá em poucas palavras o resultado.)

Exemplo:

Problema: — Nosso jardineiro ganha 5$ por dia. Elle começou a trabalhar na segunda-feira, e no sabbado vae acabar o serviço. Eu queria saber, quanto papae deverá pagar pelo serviço.

1.º *Clareza:* Cada dia que o jardineiro trabalha, elle ganha 5$.
Elle trabalha na segunda, na terça... e no sabbado.
São 6 dias de trabalho.

2.º *Reflexão:* Si em 1 dia elle ganha 5$, em 6 dias ganhará 6×5$.

3.º *Calculo:* 6×5$ = 30$.

4.º *Declaração:* Papae deverá pagar ao jardineiro a importancia de 30$.

1) Um leiteiro vende o leite a 600 rs o litro. Por quanto vende 3 l, 5 l, 8 l, 10 l?

2) O kilo de manteiga fresca é vendido a 8$. Uma familia gasta 2 kilos (4, 6, 8) por semana. Quanto gasta em manteiga?

3) O kilo de café custa actualmente 4$200 o kilo. Quanto se paga por 2 (5, 4, 8), kilos?

4) Uma senhora compra diariamente 700 rs de pão. Quanto gasta em pão por semana (por mez)?

5) Uma senhora compra uma carroça de lenha com 180 feixes. Pagando 200 rs por feixe, em quanto fica a lenha?

6) A familia que mora no n.º 20 da Rua Affonso Penna paga 80$000 de aluguel mensal. Quanto paga em um trimestre (em um semestre, em um anno, em 8 mezes, em 10 mezes)?

7) Annuncios

> **Terreno á venda**
> 12 × 50 m, á Rua Theodoro Sampaio, 20. 6$ o m².
> **Tratar á Rua S. Bento, 16**

Calcule o preço do terreno!

> **A 300$ o m. de frente**
> vende-se um terreno de 15 m de frente por 60 de fundo.
> **Tratar á Rua da Liberdade, 46**

Por quanto se vende este terreno?

> **Casa**
> aluga-se uma com todas as commodidades. Aluguel 170$
> **Chaves á Rua Paraizo, 25.**

Em quanto importa o aluguel de 3 (5, 7, 8) mezes?

8) Quanto valem 6 (3, 5, 7) frangos a 3$?

9) 5 (2, 8, 4) duzias de ovos a 2$500, em quanto importam?

10) Uma familia gasta 230$ por mez. Quanto gasta em 4 (2, 6) mezes?

11) Uma sacca de café pesa 60 kilos. 10 (20, 50, 80, 75, 200, 800, 1000) saccas, quanto pesam?

12) Uma carroça póde carregar 400 tijolos. Quantos tijolos ella póde transportar em (2, 5, 10) viagens?

13) Um operario ganha 36$ por semana. Quanto ganha em 4 (8, 12, 16, 20) semanas?

14) Os bondes desta cidade teem 9 bancos, cada um para 5 pessoas*.

a) Quantas pessoas podem embarcar em um dos bondes?

b) Qual é o total das passagens, pagando cada passageiro 200 rs?

c) Em quanto importam as passagens de 20 passageiros?

15) Uma carta de 20 grammos ou menos paga para o interior 200 rs de sello.

4 (6, 8, 2) cartas, quanto pagam de sello?

---

* Explicar a significação do termo: *lotação.*

b) Partindo de um multiplo, achar outro multiplo

Exemplo:

5 m de uma fazenda custam 35\$. Quanto custam 15 m?

1.º *Clareza:*

Um corte de 5 m custa 35\$.
15 m é o triplo de 5 m.

2.º *Reflexão:*

O triplo da mercadoria custa o triplo do preço.

Si 5 m custam 35\$, 15 m, i. é, o triplo de 5 m, custam o triplo de 35\$ ou 3 × 35\$.

3.º *Calculo:*

$$\frac{3 \times 35\$}{105\$}$$

4.º *Declaração:*

5 m da mesma fazenda custam 105\$.

16) 2 l custam 400 rs. Quanto custam 8 l?
2 m custam 6\$. » » 12 m?
2 lapis de pedra custam 100 rs. » » 12 lapis de pedra?
3 laranjas custam 200 rs. » » 12 laranjas?
2 bananas custam 100 rs. » » 12 bananas?

17) 3 kilos de milho custam 500 rs. Em quanto ficam 6, 9, 12, 21, 30 kilos?

18) Um operario ganha 30\$000 por semana. Quanto ganha em 36, 18, 30, 24 dias?

19) 3 caixas de phosphoros são vendidas por 200 rs. Por quanto se compra 1 duzia de caixas, 15 caixas, 30 caixas?

20) Uma familia paga 500\$ de aluguel por trimestre, quanto precisa pagar por 6 (9, 12) mezes?

c) Partindo do multiplo, achar a unidade

Exemplo:

15 m de uma fazenda custam 90\$. Quanto custa o metro?

1.º *Clareza:* Sabemos que 15 m custam 90\$. Pergunta-se quanto custa 1 m.

2.º *Reflexão:* Si 15 m custam 90\$, 1 m custa 90\$: 15.

3.º *Calculo:*

$$90\$: 15 = 6\$$$
$$\underline{90}$$

4.º *Declaração:* O metro da fazenda custa 6\$.

21) Uma senhora comprou um sacco de batatas de 60 kilos pagando 15\$. Quanto pagou por kilo?

22) Uma duzia de cadernos é vendida a 3\$. Qual é o preço de 1 caderno?

23) Um homem comprou por 15:000\$000 um terreno de 30 m de frente por 80 m de fundo. Em quanto lhe ficou o metro corrente? *

24) Alguem adquiriu um terreno de 15 m por 60 m, pagando 2:700\$000. A quanto lhe sahiu o m²?

* Explicar o termo.

25) Comprando 15 a de terreno por 3:750$000, em quanto ficou o m²?

26) D'aqui até... são... Km de distancia. O trem leva... horas para esse percurso: Quantos Km percorre por hora?

Em todos esses problemas trata-se de calcular um numero desconhecido, sabendo *tres* numeros conhecidos. Dahi o nome: *regra de tres.*

XVIII. A Medição de Volumes

a) A unidade para a medição de comprimentos, é um comprimento (o m).

A unidade para a medição de áreas, é uma área (o m²).

A unidade para a medição de volumes, é um volume.

Toma-se como unidade de volume um cubo* de 1 m de comprimento, 1 m de largura e 1 m de altura. O cubo é medido em tres direcções.

Diz-se, por isso, que o cubo tem tres dimensões: comprimento, largura e altura. O quadrado tem duas dimensões: comprimento e largura.

Um cubo de 1 m de comprimento, 1 m de largura e 1 m de altura, se denomina metro cubico.

1 metro cubico, tendo 3 dimensões, escreve-se *1 m³.*

b) Imaginem um caixão de 1 m de compr., 1 m de larg. e 1 m de altura!

Como lhe poderiamos chamar?

Quantos desses m³ poderiamos collocar ao longo da parede? (9).

Que largura occuparia a carreira de m³?

Que altura occuparia?

Uma carreira tem 9 m³.

Quantas carreiras caberiam no soalho? (6) Por que?

As 6 carreiras formariam uma camada de 6×9 m³ = 54 m³.

Tendo a sala 5 m de altura poderiamos sobrepôr á 1.ª camada mais 4 camadas.

* Descrever o cubo, numero de faces, base, arestas, etc.

Assim teriamos: 5 camadas sobrepostas $= 5 \times 54$ m³ $= 270$ m³; ou

$$1 \text{ carreira} = 9 \text{ m}^3$$
$$1 \text{ camada} = 6 \times 9 \text{ m}^3$$
$$5 \text{ camadas} = 5 \times 6 \times 9 \text{ m}^3 = 270 \text{ m}^3$$

O numero de metros de comprimento diz-nos quantos m³ ha em uma carreira.

O numero de metros de largura diz-nos quantas carreiras ha em uma camada.

O numero de metros de altura diz-nos quantas camadas ha no volume.

Calcule o volume de um cubo de 3, 5, 2, 6, 7, 10 m de lado.

Calculando o volume de cubos, multiplicam-se sempre tres factores iguaes que representam as tres dimensões iguaes. Por isso dá-se o nome *«cubo»* ao producto de tres factores iguaes.

Por exemplo: $4 \times 4 \times 4 = 64$; 64 é o cubo de 4.

Os tres factores iguaes são 4, 4 e 4.

Em vez de $4 \times 4 \times 4$ costuma-se escrever 4^3 e lê-se: cubo de 4.

O numero á direita de 4 e ao alto diz-nos que ha tres factores iguaes a 4.

$$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$
$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$
$$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$$
$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

1) Quanto é o cubo de: 2, 7, 9, 10, 50, 30, 20?

2) Calcule os cubos de 1 até 10!

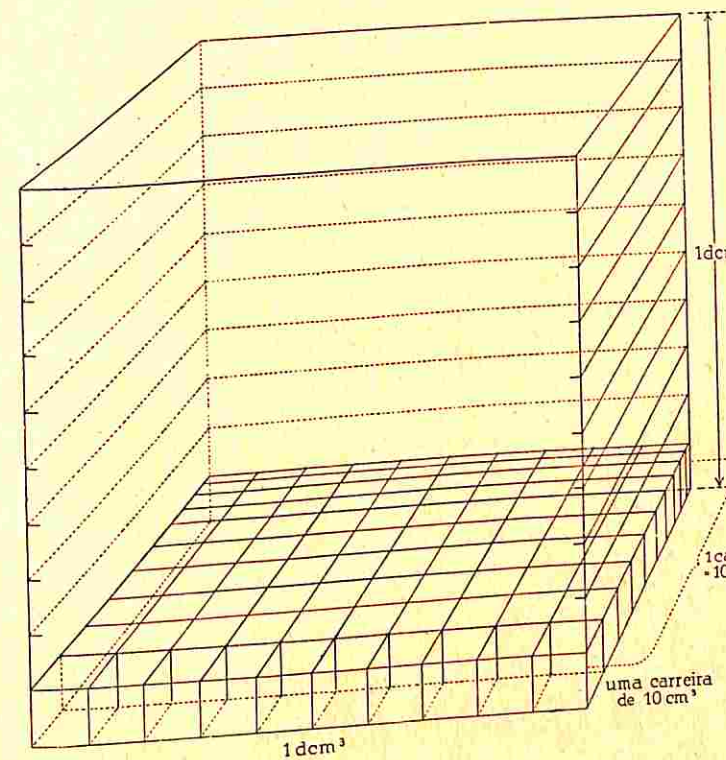
(Calcular o volume de outras salas).

b) Submultiplos do m³

O m³ póde ser dividido em 10 camadas, cada uma de 1 dcm de altura.

Cada camada póde ser dividida em 10 carreiras de 1 dcm de largura e 10 dcm de comprimento.

Cada carreira póde ser dividida em 10 dcm³.



O dcm³ é um cubo que tem 1 dcm de comprimento, 1 dcm de largura e 1 dcm de altura.

$1\ m = 10\ dcm.$
$1\ m^2 = 10 \times 10\ dcm^2 = 100\ dcm^2.$
$1\ m^3 = 10 \times 10 \times 10\ dcm^3 = 1000\ dcm^3.$

O dcm^3, por sua vez, é dividido em 10 camadas de 1 cm de altura.

Cada camada é dividida em 10 carreiras de 1 cm de larg. e 10 de compr.

Cada carreira é dividida em 10 cm^3.

O cm^3 é um cubo que tem 1 cm de comprimento, 1 cm de largura e 1 cm de altura.

$1\ dcm = 10\ cm.$
$1\ dcm^2 = 10 \times 10\ cm^2 = 100\ cm^2.$
$1\ dcm^3 = 10 \times 10 \times 10\ cm^3 = 1000\ cm^3.$

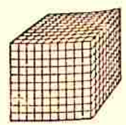
O cm^3 é subdividido em 10 camadas de 1 mm de altura.

Cada camada é subdividida em 10 carreiras de 1 mm de larg. e 10 mm de compr.

Cada carreira é dividida em 10 mm^3.

O mm^3 é um cubo que tem 1 mm de comprimento, 1 mm de largura e 1 mm de altura.

$1\ cm = 10\ mm.$
$1\ cm^2 = 10 \times 10\ mm^2 = 100\ mm^2.$
$1\ cm^3 = 10 \times 10 \times 10\ mm^3 = 1000\ mm^3.$



$1\ cm^3$

Resumo:

1 dimensão comprimento	2 dimensões compr. e largura	3 dimensões compr., larg., altura
1 m = 10 dcm	1 m^2 = 100 dcm_2	1 m^3 = 1000 dcm^3
1 dcm = 10 cm	1 dcm^2 = 100 cm^2	1 dcm^3 = 1000 cm^3
1 cm = 10 mm	1 cm^2 = 100 mm^2	1 cm^3 = 1000 mm^3

3) Quantos mm^3 são 4; 3; 0,1; 4,5; 24,5 cm^3?

4) Quantos cm^3 são 5000, 3000, 300, 30, 3 mm^3?

5) Quantos cm^3 são 5; 3; 0,2; 2,5; 4,05 dcm^3?

6) Quantos dcm^3 são 6000, 2000, 1500, 150, 15 cm^3?

7) Quantos m^3 são 8000, 3000, 30, 20, 2 dcm^3?

8) Quantos dcm^3 são 3; 1,5; 0,5; 0,03; 0,002 m^3?

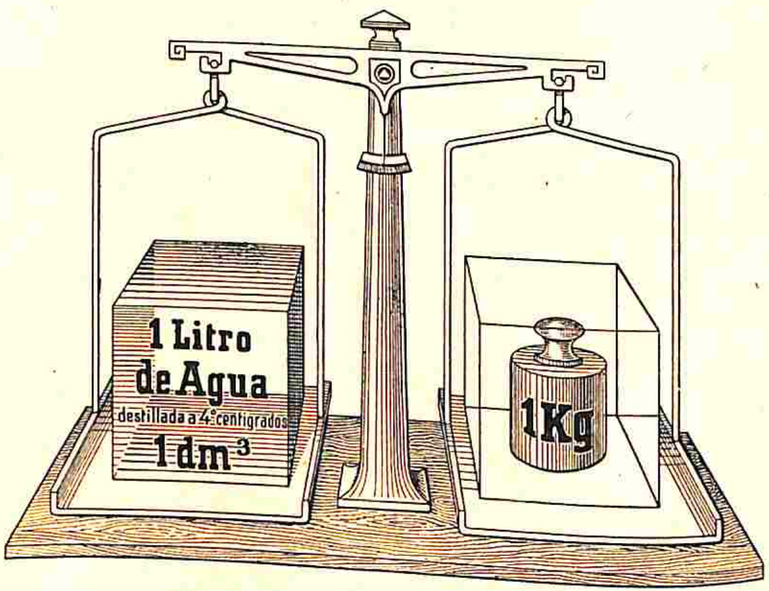
XIX. A Medição de Pesos

A unidade para a medição de pesos é um peso.

Toma-se como unidade de peso o peso de um cm^3 de agua. *

(Mostrar um cm^3 ou millilitro de folha fina. Encher dois cm^3 de agua. Verificar que os dois pesos manteem a balança em equilibrio. Despejar a agua de um dos cm^3 e substituir a agua por um peso de 1 g.)

O peso de 1 cm^3 de agua denomina-se 1 g.



* Não é preciso falar, neste gráu, das condições especiaes da agua.

Os submultiplos do g são:

o dcg = $\frac{1}{10}$ g; 1g = 10 dcg (decigrammo)

o cg = $\frac{1}{100}$ g; 1g = 100 cg (centigrammo)

o mg = $\frac{1}{1000}$ g; 1g = 1000 mg (milligrammo)

O mg é o peso de 1 mm^3 de agua.

Os multiplos do g são:

o Dg = 10 g (decagrammo)
o Hg = 100 g (hectogrammo)
o Kg = 1000 g (kilogrammo)

O Kg é o peso de 1000 cm^3 ou 1 dcm^3 = 1 l de agua.
1000 Kg = 1000 dcm^3 de agua = 1 m^3 de agua = 1 t (tonelada).

A tonelada é o peso de 1 m^3 de agua.

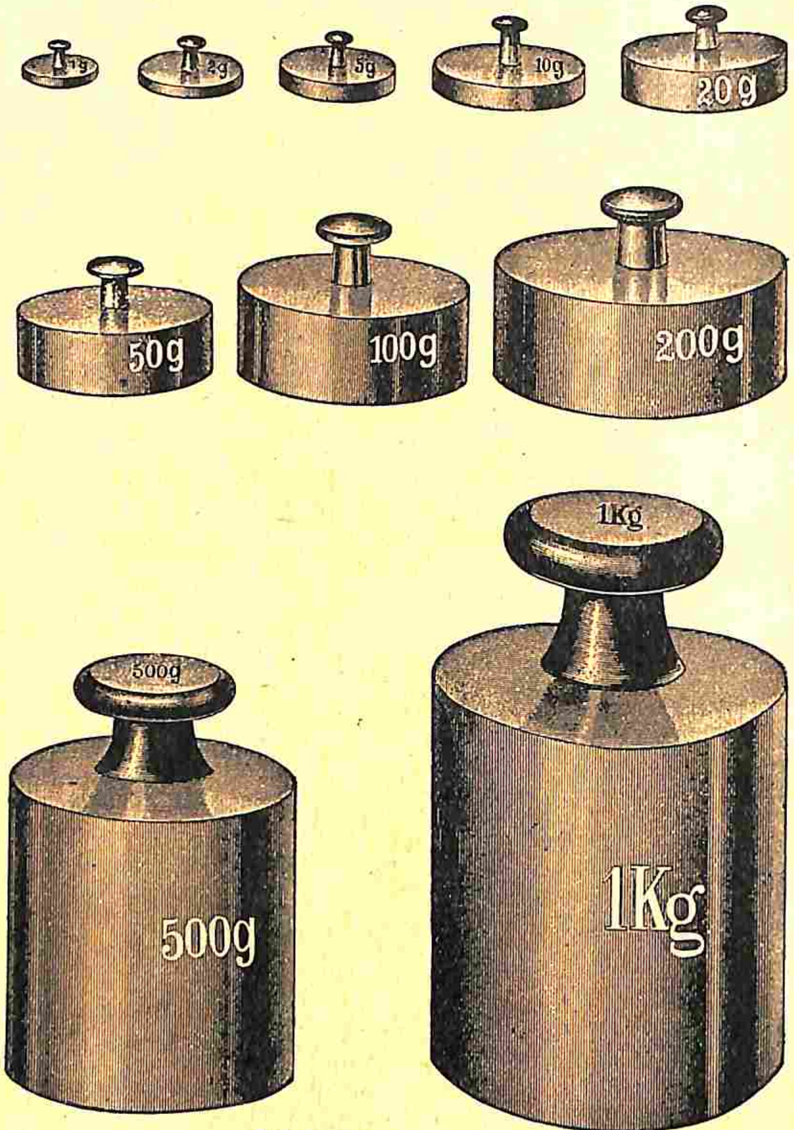
Resumo:

	1 mm^3	de agua		pesa	1 mg
1000 mm^3 =	1 cm^3	» »		»	1 g
1000 cm^3 =	1 dcm^3	» »	(= 1 l)	»	1 kg
1000 dcm^3 =	1 m^3	» »	1 t	»	1 t = 1000 kg

No commercio usa-se tambem o peso denominado *quintal* (Q) que é o peso de 1 Hl de agua, ou seja 100 Kg.

1)	3;	5;	2;	10;	15;	24;	32	Kg = ? g
2)	3,2;	4,7;	15,5;	24,10;	6,25;	3,125		Kg = ? g
3)	4;	2,5;	6,8;	2,75;	8,25;	9,60		Q = ? Kg
4)	3000;	10.000;		17.000;	9.000;	6.000		g = ? Kg
5)	2500;	4750;		8125;	10275;	15050		g = ? Kg
6)	475;	236;		565;	948;	145		Kg = ? Q
7)	3000;	3250;		1250;	250;	1500		Kg = ? t

Outra unidade muito usada é a arroba (@) de 15 Kg que já conhecemos.



OS PESOS USUAES

INDICE

O papel deste livro é da fabrica de papel da Comp. Melhoramentos de São Paulo, em Cayeiras.