

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA INDUSTRIAL

MODELOS MATEMÁTICOS DE
PLANEJAMENTO EM UNIVERSIDADES

TESE SUBMETIDA A UNIVERSIDADE FEDERAL DE
SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE

MESTRE EM CIÊNCIAS

WILSON MACIEL RAMOS

ABRIL - 1974

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A
OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

MESTRE EM CIÊNCIAS - ESPECIALIDADE ENGENHARIA
INDUSTRIAL E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Dominicos Boechat Alves

PROF. DOMINICOS BOECHAT ALVES, Ph.D.
Integrador dos Programas de Pós-Graduação em Engenharia

APRESENTADA PERANTE A BANCA EXAMINADORA COMPOSTA
DOS PROFESSORES :

Rajamani Doraiswami

PROF: RAJAMANI DORAISWAMI , Ph.D.
Orientador

Sundaraian Neelamegham

PROF: SUNDARAIAN NEELAMEGHAM, Ph.D.

Raul Valerim da Silva

PROF. RAUL VALENTIM DA SILVA, M.Sc.

Walter Celso de Lima

PROF. WALTER CELSO DE LIMA , M.Sc.



0.249.165-9

UFSC-BU

À

Jadna, minha esposa

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Rajamani Doraiswami pela orientação e pela boa vontade que mostrou durante a realização deste trabalho .

Ao CNPq pelo financiamento durante o curso .

Ao Prof. Raul Valentim da Silva pelas sugestões sempre válidas que muito me auxiliaram .

Em especial a meus pais pelo apôio e confiança que sempre demonstraram .

Ao Prof. José Carlos Mello pelo incentivo e entusiasmo que comunica .

A todos os professores do Departamento de Engenharia Industrial pelos ensinamentos que me deram .

S U M Á R I O

O presente trabalho tem por objetivo apresentar modelos matemáticos de planejamento aplicados às universidades .

No Capítulo 1 são discutidos modelos estáticos e dinâmicos de planejamento, suas aplicações, vantagens e desvantagens .

No Capítulo 2 é proposto um modelo para o planejamento do corpo docente em universidades federais, utilizando-se de programação por objetivos .

No Capítulo 3 é resolvido um exemplo para mostrar a aplicação do modelo proposto .

Finalmente são apresentadas conclusões sobre o estudo realizado .

ABSTRACT

The objective of this work is to present mathematical models applied to university planning .

In Chapter 1 static and dynamic models are discussed according to their applications, advantages and disadvantages .

In Chapter 2 a goal programming model for planning the faculty staffing in federal universities is proposed.

In Chapter 3 an example is solved which shows on applications of the proposed model .

In the last Chapter conclusions about the studied models are presented .

I N D I C E

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - A Utilização de Modelos Matemáticos no Planejamento de Instituições Educacio- nais	1
1.2 - Modelos com Horizonte de Planejamento de um Ano	3
1.2.1 - Modelos para Alocar o Corpo Do- cente entre Ensino e Pesquisa em um Departamento	3
1.2.2 - Modelo de Planejamento a Dois Planos	5
1.2.3 - Modelo de Programação por Obje- tivos	6
1.3 - Modelos com Horizonte de Planejamento Plurianuais	8
1.3.1 - Modelos de Programação Recursi- va	8
1.3.2 - Modelos de Programação Dinâmi- ca	8
1.4 - Objetivos e Formulação do Modelo Desen- volvido no Presente Trabalho	9
CAPÍTULO 2 - MODELO GERAL	11
2.1 - Programação por Objetivos	11
2.2 - Um Modelo de Planejamento em Universi- dades	14
2.2.1 - Modelo Geral Para Um Departa- mento	17

2.2.2 - Modelo Geral para a Universidade	25
2.3 - Como Utilizar o Modelo	27
2.4 - Critérios Para Procura de Uma Solução <u>A</u> ceitável	27
2.5 - Estrutura Matricial	30
CAPÍTULO 3 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO	32
3.1 - Características dos Departamentos e Fixa ção dos Objetivos	32
3.2 - Restrições e Função Objetiva	35
3.3 - Solução do Problema	48
3.3.1 - Resultados	48
CAPÍTULO 4 - CONCLUSÕES	66
BIBLIOGRAFIA.	68

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - Características dos Departamentos da Universidade	33
QUADRO 2 - Carga Anual de Trabalho por Professor	34
QUADRO 3 - Salário Mais Encargos Sociais Por Pro- fessor-Ano	36
QUADRO 4 - Resultados Para o Departamento A	49
QUADRO 5 - Análise das Restrições Para o Departa- mento A	57
QUADRO 6 - Comparação entre o Mínimo Necessário e o Resultado Obtido em Capacidade de Ensino no Departamento	54
QUADRO 7 - Resultados Para o Departamento B	55
QUADRO 8 - Análise das Restrições Para o Departamento B	56
QUADRO 9 - Comparação Entre o Mínimo Necessário e o Resultado Obtido em Capacidade de Ensino no Departamento B	56
QUADRO 10 - Resultados Para o Departamento C	57
QUADRO 11 - Análise das Restrições Para o Departa- mento C	58
QUADRO 12 - Comparação Entre o Mínimo Necessário e o Resultado Obtido em Capacidade de Ensino no Departamento C	58
QUADRO 13 - Novos Resultados Para o Departamento B	60
QUADRO 14 - Análise das Restrições Para a Nova So- lução no Departamento B	61
QUADRO 15 - Novos Resultados Para o Departamento C	62

QUADRO 16 - Análise das Restrições Para a Nova Solução no Departamento C	63
QUADRO 17 - Comparação Entre o Mínimo Necessário e o Novo Resultado Obtido em Capacidade de <u>En</u> sino no Departamento C	63

INTRODUÇÃO

Neste Capítulo serão feitos comentários sobre a utilização, vantagens e problemas na formulação de modelos matemáticos existentes para o planejamento em Universidades .

Ao final do Capítulo será tratado o modelo desenvolvido no presente trabalho : sua formulação e objetivos .

1.1 - A Utilização de Modelos Matemáticos no Planejamento de Instituições Educacionais

Nos últimos anos grande atenção tem sido dada nos países europeus e nos Estados Unidos a um planejamento cuidadoso e sistemático do ensino em seus diversos níveis . Isto fez-se necessário devido às somas cada vez maiores que eram requeridas pelo sistema educacional, notadamente pelas universidades e à relativa escassez de recursos para aplicação em ensino .

No trabalho apresentado por Lee e Clayton (1) sobre este assunto, é feito o seguinte comentário : " A crescente despesa com educação superior fez com que os legisladores e o público desenvolvessem um severo e crítico ponto de vista sobre a eficiência operacional das instituições educacionais. As instituições não mais podiam requerer grandes somas de dinheiro do governo sem clara justificativa em termos de objetivos, alternativas e resultados esperados. Tornou-se necessário à várias instituições educacionais desenvolver um dinâmico e sistemático modelo de planejamento para a eficiente alocação de seus recursos, para sua própria sobrevivência " .

No Brasil onde a educação desempenha papel de suma importância para o desenvolvimento, pois é o ponto de apoio para o país tecnológica, culturalmente e socialmente desenvolvido que se pretende presenciar dentro de algumas décadas, o planejamento é primordial .

Modernas técnicas de administração científica tem sido desenvolvidas e aplicadas com êxito em empresas e em universidades estrangeiras . No Brasil, embora a universidade seja local onde se desenvolvem e se ensinam estas técnicas, nada tem sido utilizado para seu próprio planejamento e operação .

Um sistema educacional pode ser definido em vários planos : ao plano nacional, ao plano de uma universidade em particular e ao plano de um departamento (instituto) ou mesmo de uma disciplina em uma universidade específica . A cada plano se apresentam problemas fundamentais de planejamento os quais não são menos interessantes e importantes do que aqueles do planejamento econômico nacional, os quais são usualmente discutidos no contexto de modelos de crescimento econômico e fixação de políticas .

O planejamento de sistemas educacionais em qualquer dos planos definidos anteriormente, deve incluir todos ou ao menos um dos seguintes aspectos (2) :

A) Uma análise quantitativa e qualitativa de variáveis básicas que caracterizam o sistema educacional. A análise deve englobar as variáveis exógenas e endógenas ao sistema, de tal modo que uma variação no conjunto das variáveis endógenas devido a variações no conjunto das exógenas possa ser analisado, previsto e otimizado sempre que possível através do uso de uma fun

ção objetiva .

- B) Uma análise do objetivo geral e seus componentes, os sub-objetivos bem como dos custos para atingi-los .
- C) Uma previsão da tendência do crescimento (ou declínio) e seus aspectos estruturais que caracterizam a evolução do sistema educacional . De tal modo que os efeitos de uma tomada de decisão em um determinado período possam ser analisados tendo em vista a mudança de orientação da tendência .
- D) Uma avaliação sistemática dos componentes incertos que entram na avaliação da oferta e da procura, preço e custo ou aspectos intangíveis do retorno e despesa. Definindo-se desse modo qual a política a ser adotada, de tal forma que se obtenha uma alocação ótima de recursos sempre que for possível.

A seguir são discutidos alguns modelos que foram elaborados por pesquisadores. A discussão limita-se apenas aos modelos destinados ao planejamento de universidades, centro ou departamento de ensino .

1.2 - Modelos com Horizonte de Planejamento de um Ano

1.2.1 - Modelos Para Alocar o Corpo Docente Entre Ensino e Pesquisa em um Departamento

Talvez o mais simples problema no enfoque microanalítico seja o de alocar o tempo disponível dos professores de um departamento entre ensinar diversas disciplinas e trabalhar em diferentes tipos de pesquisa . De modo a maximizar o va

lor presente líquido da produção do departamento, sob um conjunto plausível de restrições que levam em conta as limitações do tempo disponível dos professores e de outros recursos .

Para situações estáticas o modelo de transportes ou de atribuições oferece um bom ponto de partida .

Um modelo bastante simples é devido a Winkelmann (vide Ref. 2) e tem a forma linear . Levando em conta que existe um número limitado e fixo de professores, o modelo tem por objetivo maximizar o valor presente líquido da produção do departamento e desta forma obter a melhor atribuição de tarefas a cada professor .

O aspecto crucial neste modelo é a determinação dos pesos das atividades de ensino e pesquisa que entram na função objetiva . Isto pode ser feito muito grosseiramente na base da estimativa do valor presente do retorno líquido para um estudante médio, beneficiado pelo ensino e uma estimativa aproximada da contribuição da pesquisa, através da relação custo da pesquisa e salário recebido pelo pesquisador .

Modelo semelhante é apresentado por Fox, McCanley e Plessner (3) (vide Ref. 4), o qual tem a forma de um modelo de transportes, onde os objetivos do departamento são representados através da função objetiva .

A formulação do problema na forma de um modelo de transportes apresenta como vantagens sua simplicidade e a de obter resultados inteiros. Além disto há necessidade de apenas três tipos de informações :

1. Uma lista dos professores e sua disponibilidade para ensino e pesquisa, medida em uma mesma unidade de tempo .

2. Uma lista das disciplinas que devem ser lecionadas e das pesquisas a executar com o respectivo tempo requerido por cada uma .

3. Um conjunto de pesos para a função objetiva . Estes pesos devem indicar, para o $i^{\text{ésimo}}$ professor e para a $j^{\text{ésima}}$ atividade, qual a contribuição que será dada aos objetivos do departamento se o $i^{\text{ésimo}}$ professor atender a uma unidade da $j^{\text{ésima}}$ atividade . No total $n \times m$ destes pesos serão necessários , onde n é o número de professores e m o número de diferentes atividades .

A maior dificuldade do modelo se refere à determinação dos valores dos pesos da função objetiva que devem refletir de alguma forma a relação entre os professores e as atividades . Em (3) e (4) são sugeridas duas maneiras de fazê-lo .

A primeira seria dar pesos, dentro de uma determinada escala de valores, relacionando a aptidão que cada professor apresenta para cada disciplina ou programa de pesquisa. No entanto esta maneira seria bastante subjetiva .

Outra alternativa seria estimar os preços de mercado, isto é, o salário médio por curso ou pesquisa que seria pago a um professor com as mesmas qualificações do $i^{\text{ésimo}}$ professor para que trabalhasse na $j^{\text{ésima}}$ atividade .

1.2.2 - Modelo de Planejamento a Dois Planos

Fox, McCanley e Plessner (3) (vide Ref. 4) apresentam um modelo de planejamento a dois planos para a alocação de recursos financeiros de uma universidade entre seus departamentos

e otimização da utilização da disponibilidade do corpo docente .

Os objetivos do modelo de programação linear descrito consistem em alocar recursos financeiros que são fixados por uma unidade central entre os diversos departamentos da universidade, de modo que estes produzam as atividades de ensino (graduação e pós-graduação) e pesquisa . E ainda, determinar como as atividades devem ser desenvolvidas por cada um dos departamentos , de modo a maximizar a utilização dos recursos financeiros e o tempo disponível do corpo docente .

O modelo foi desenvolvido pelos pesquisadores utilizando os resultados dos estudos de Kornai-Liptak (vide Ref. 4) e de Dantzig-Wolf (vide Ref. 4) sobre métodos de decomposição em programação linear .

A determinação dos pesos da função objetiva são na verdade de difícil eleição . Eles poderiam ser baseados simplesmente em intuição, porém isto tiraria bastante a confiança nos resultados . Os autores sugerem que os pesos poderiam ser estimados através da possível contribuição que teria cada trabalho publicado para a literatura científica, no caso de atividades de pesquisa e do mercado nacional para mestres e alunos de graduação, no caso de atividades de ensino . Tarefa esta nada fácil de ser executada .

1.2.3 - Modelo de Programação por Objetivos

O modelo desenvolvido por Lee e Clayton (1) tem por finalidade obter uma solução para determinado problema tendo em vista um conjunto de objetivos traçados pela administração da universidade. Objetivos estes que são muitas vezes conflitantes e podem ser somente atingidos a expensas uns dos outros . A pro

gramação por objetivos (goal programming) é a ferramenta mais a apropriada para trabalhar com problemas desse tipo .

Nesse tipo de modelo matemático os objetivos são definidos através de equações (ou inequações) lineares que formam as restrições do modelo e a função objetiva tem por finalidade mi nimizar os desvios dos objetivos traçados .

São objetivos do modelo :

- encontrar o número ótimo de professores para ensino de graduação e pós-graduação .
- determinar o pessoal de apoio para atender as tarefas re lacionadas com ensino .
- determinar o número ótimo de assistentes de pesquisa.

O modelo poderá ser utilizado tanto para determi - nar quanto será necessário em recursos financeiros para que os ob jetivos sejam alcançados bem como para encontrar a melhor solução possível para determinado problema proposto tendo-se recursos fi nanceiros pré-fixados .

A grande vantagem deste tipo de modelo é que aos pesos da função objetiva não precisam ser dados valores numéricos exatos como no caso de modelos de programação linear convencional. Os pesos representam a importância relativa que é dada a cada ob jetivo, bastando portanto, estabelecer uma ordem de prioridade pa ra os mesmos e representá-la através da função objetiva .

A dificuldade que se apresenta na utilização do mo delo é a da determinação dos objetivos, pois deverá haver uma ma neira sistemática para a identificação, definição e estabelecimen- to de prioridades para os mesmos .

A restrição que se pode fazer ao modelo de Lee e

Clayton é que devido à sua formulação não é possível estabelecer objetivos diferentes para cada departamento da universidade. Com isto tira-se bastante a flexibilidade impedindo que a administração trate diferentemente problemas muitas vezes diferentes .

1.3 - Modelos com Horizonte de Planejamento Plurianuais

1.3.1 - Modelos de Programação Recursiva

Os modelos de programação recursiva podem ser utilizados para examinar os efeitos das decisões tomadas este ano sobre as alternativas em anos futuros. São úteis também para mostrar as decisões que poderiam ser tomadas se somente as informações deste ano fôsem usadas como base para tomada de decisões.

Um modelo deste tipo que tem por finalidade obter a política ótima de ingresso na universidade de estudantes de graduação e pós-graduação foi proposto por Fox, McCanley e Pressner (3) .

1.3.2 - Modelos de Programação Dinâmica

Fox, McCanley e Plessner (3) apresentam também um modelo de programação dinâmica com horizonte de dez a nos, com a finalidade de otimizar a política de ingresso de estudantes a nível de graduação e pós-graduação em cada um destes a nos .

Outro modelo, com horizonte de quatro a nos, foi desenvolvido por Fox, Plessner e Sanyal (vide Ref.4) e (5) e envolve a otimização dos seguintes aspectos : alocação do

tempo dos professores entre ensino de graduação, pós-graduação, pesquisa e administração, considerando também o espaço físico. Tendo como restrições o orçamento, salários e espaço disponível para escritórios. O modelo analisa ainda o impacto da adição de novos professores ao corpo docente e a conseqüente modificação na alocação do tempo dos professores.

Hã poucas dúvidas de que se a disponibilidade de recursos puder ser prevista com boa precisão para diversos anos, os modelos de programação dinâmica serão melhores para o propósito de planejamento do que os de programação recursiva. Porém, se os recursos puderem ser previstos com precisão apenas para o ano corrente (ou talvez somente para dois ou três anos) a relativa vantagem da programação dinâmica fica grandemente reduzida (3).

1.4 - Objetivos e Formulação do Modelo Desenvolvido no Presente Trabalho

O presente trabalho tem por finalidade propor um modelo estático de planejamento, utilizando-se da técnica de programação por objetivos para determinar o número de professores em cada departamento de uma universidade.

O modelo é composto por conjuntos de restrições que são independentes de departamento para departamento, sendo interrelacionadas apenas por restrições que envolvem recursos para o pagamento do corpo docente. Como neste tipo de formulação o lado direito das restrições representam os objetivos, a administração da universidade terá a possibilidade de estabelecer objetivos diferentes para cada departamento de acordo com seus planos ou com a necessidade dos mesmos.

As restrições do modelo dirão respeito a necessidade de cada departamento para atender as atividades de ensino de graduação, pós-graduação e orientação de trabalhos de tese, além de restrições envolvendo recursos financeiros. É previsto no modelo um modo de planejar a composição do corpo docente de maneira a distribuir os professores entre os diversos regimes de tempo e categoria funcional, para obter o melhor rendimento do ensino. É levada em consideração, também, a relação professor por aluno que deverá ser mantida em cada departamento para propiciar um bom atendimento aos estudantes .

É proposta uma nova maneira de obter a solução do problema através da determinação de intervalos de aceitação para a solução encontrada. Com isto elimina-se uma falha da programação por objetivos que é a de possuir múltiplas soluções, já que os coeficientes da função objetiva são valores arbitrários .

Para obter-se a solução final para o problema duas alternativas são propostas, através do estudo de sensibilidade do sistema .

Pode-se requer do modelo dois tipos de resultados:

- A) Determinação do número de professores e a necessidade de recursos para a manutenção deste corpo docente.
- B) Determinação do número de professores se os recursos forem pré-fixados .

CAPÍTULO 2

MODELO GERAL

Neste capítulo é apresentado um modelo de programação linear para o planejamento acadêmico em universidades.

Primeiramente são apresentados alguns comentários sobre programação por objetivos (goal programming) que é a ferramenta utilizada para a elaboração e resolução do modelo.

Na parte final do capítulo faz-se comentários sobre a determinação da solução do problema proposto, bem como das possíveis utilizações do mesmo pela administração.

Ainda é apresentado o modelo geral em forma matricial e possíveis conclusões e extensões que podem ser tiradas da forma como se agrupam as restrições.

2.1 - Programação por Objetivos

A programação por objetivos (goal programming) é uma extensão da programação linear (1), (6). Este método pode ser utilizado quando o problema tem um objetivo com múltiplos sub-objetivos ou quando possui múltiplos objetivos com múltiplos sub-objetivos. Na programação linear convencional a função objetiva é unidimensional (ex.: maximizar o lucro; minimizar o custo). Os modelos de programação por objetivos trabalham com múltiplos objetivos (múltiplas dimensões), portanto não há limitação dimensional para a função objetiva.

O modelo geral de programação por objetivos pode ser expresso matematicamente da seguinte forma (1) :

$$\text{minimizar } Z = \sum_{j=1}^m M_j (d_j^+ + d_j^-) \quad (1)$$

$$\text{sujeito a : } Ax - Id^+ + Id^- = b \quad (2)$$

$$x, d^+, d^- \geq 0 \quad (3)$$

onde os m objetivos são expressos por um vetor coluna b de m componentes b_1, b_2, \dots, b_m , A é uma matriz $m \times n$ que expressa a relação entre os objetivos e os sub-objetivos, x representa os sub-objetivos (x_1, x_2, \dots, x_n) , d^+ e d^- são vetores com m componentes que representam os desvios e I é uma matriz identidade com m dimensões.

Nesse modelo cada restrição incorporada ao sistema está relacionada com um objetivo. Poderão, no entanto, haver restrições propriamente ditas, ou em outras palavras, restrições não relacionadas com objetivos na formulação do modelo.

Quando os objetivos são conflitantes e as vezes, também, não quantificáveis é possível de toda maneira estabelecer uma hierarquia entre eles de modo que os menos importantes somente sejam atingidos após os mais importantes.

Na programação por objetivos, em vez de se tentar maximizar ou minimizar diretamente os objetivos, será minimizada a soma ponderada dos desvios entre o lado direito (objetivos) e o lado esquerdo de cada restrição. No algoritmo simplex esses desvios são chamados de variáveis de folga. Na programação por objetivos as variáveis de desvio tomam novo significado. Elas são representadas através de desvios positivos e negativos (para mais ou para menos) em relação a cada objetivo ou sub-objetivo. A função objetiva será a soma ponderada dos desvios, ponderação esta baseada na importância hierárquica estabelecida para cada objeti

vo; poderão no entanto entrar na função objetiva outras variáveis do modelo .

Uma grande vantagem desse tipo de modelo é que o mesmo fornece uma solução numérica para problemas em que a administração não tem condições de fixar um custo ou valor para cada objetivo, porém pode decidir qual a ordem de importância destes objetivos.

Os m objetivos considerados no modelo devem ser analisados sobre o seguinte aspecto :

- 1) Deseja-se obter no mínimo ou mais do que o valor estipulado como objetivo .
- 2) Deseja-se obter no máximo ou menos do que o valor limite estipulado como objetivo .
- 3) Deseja-se obter exatamente o valor estipulado como objetivo .

Se o primeiro caso ocorrer na restrição j , então d_j^+ deve ser eliminado da função objetiva e d_j^- minimizado .

No segundo caso d_j^- é eliminado da função objetiva e d_j^+ minimizado .

Se o terceiro caso for aceitável d_j^+ e d_j^- precisam estar representados na função objetiva .

As variáveis d_j^+ e d_j^- recebem um peso na função objetiva, de acordo com a prioridade que é dada ao objetivo ao qual estão relacionadas. Desta maneira os objetivos de ordem mais baixa serão atingidos somente após os de ordem mais alta serem alcançados .

Em alguns casos pode-se para facilitar o estabele-

cimento da ordem de importância dos objetivos colocar dois ou mais sob a mesma ordem. Porém deseja-se estabelecer que embora estejam no mesmo nível deve haver uma certa hierarquia entre eles. Como o critério utilizado é o de minimização, diferencia-se cada um desses objetivos através de um coeficiente σ (positivo) que multiplicando M_j na função objetiva, mostrará esta hierarquia.

Quando é obtida uma solução aceitável para o problema, isto é, aquela que satisfaz aos objetivos estabelecidos, um valor positivo para Z mede o grau de afastamento destes objetivos (6) e valores positivos para d_j indicam quais os objetivos que foram sub ou sobre alcançados.

2.2 - Um Modelo de Planejamento em Universidades

Para melhor compreensão da organização do modelo o mesmo será apresentado da seguinte forma :

- 1) Será apresentado primeiramente o conjunto de restrições referentes a um departamento de ensino .
- 2) A seguir será apresentado o modelo para a universidade , formado pelos conjuntos de restrições que são impostas a cada departamento individualmente e mais as restrições que são referentes a universidade como um todo .

As restrições que são impostas a cada departamento tem por finalidade a determinação dos seguintes aspectos :

- 1) Quantos professores são necessários para o ensino de graduação, pós-graduação e orientação de teses durante o ano em questão desde que sejam definidas as cargas de trabalho .

que cada professor pode assumir em cada uma destas atividades, e sendo conhecidas ou estimadas as demandas das mesmas .

2) Quantos professores devem ser mantidos em cada regime de tempo de trabalho e em cada categoria funcional se forem traçados objetivos quanto a composição do corpo docente .

3) Formação do corpo docente de tal modo que uma determinada percentagem dos professores que lecionam nos cursos de graduação sejam pós-graduados .

4) E ainda, obter uma relação desejada de professor/aluno.

Os objetivos estarão condicionados a um recurso : orçamento da universidade no ano em questão para pagamento do corpo docente.

O corpo docente nas universidades federais é classificado de acordo com o regime de tempo de trabalho, em professores de 12 horas, 24 horas, 40 horas e dedicação exclusiva . Sendo ainda classificado funcionalmente em professores auxiliares de ensino, assistentes, adjuntos e titulares. Poderá ainda haver mais classificações como no caso da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) onde existem professores visitantes, os quais lecionam na universidade por períodos determinados e APG (alunos de pós-graduação) que auxiliam os professores em disciplinas dos cursos de graduação. No presente trabalho consideraremos para a formulação do modelo, os professores convencionais e os APG devido a peculiaridade dos mesmos não estarem incluídos no orçamento como professores e sim como bolsistas. Não serão considerados os professores visitantes, pois se for necessário sua inclusão no modelo é bastante simples .

Para efeitos da formulação do modelo os professores são subdivididos ainda em pós-graduados e sem pós-graduação.

Pode-se definir a partir do exposto as variáveis que farão parte do modelo. São :

- | | |
|--------------------------------|---|
| x_{ki} , $i = 1, 2, 3, 4$ | Professor em 12 h. sem pós-graduação. Auxiliar de ensino, assistente, adjunto e titular respectivamente . |
| x_{ki} , $i = 5, 6, 7, 8$ | Professor em 24 h. sem pós-graduação. Auxiliar de ensino, assistente, adjunto e titular respectivamente . |
| x_{ki} , $i = 9, 10, 11, 12$ | Professor em 40 h. sem pós-graduação, auxiliar de ensino, assistente, adjunto e titular respectivamente . |
| x_{ki} , $i=13, 14, 15, 16$ | Professor em dedicação exclusiva sem pós-graduação. Auxiliar de ensino, assistente, adjunto e titular respectivamente . |
| x_{ki} , $i=17, 18, 19, 20$ | Professor em 12 h. pós-graduado. Auxiliar de ensino, assistente, adjunto e titular respectivamente . |
| x_{ki} , $i=21, 22, 23, 24$ | Professor em 24 h. pós-graduado . Auxiliar de ensino, assistente, adjunto e titular respectivamente . |
| x_{ki} , $i=25, 26, 27, 28$ | Professor em 40 h. pós-graduado . Auxiliar de ensino, assistente, ad |

x_{ki} , $i= 29, 30, 31, 32$ junto e titular respectivamente .
 Professor em dedicação exclusiva,
 pós-graduado. Auxiliar de ensino,
 assistente, adjunto e titular res
 pectivamente .

x_{k33} , APG

No modelo supõe-se que os professores que lecionam nos cursos de graduação poderão ser qualquer dos especificados anteriormente, enquanto que somente os pós-graduados lecionam nos cursos em nível de pós-graduação .

2.2.1 - Modelo Geral Para um Departamento

Cada departamento da universidade terá que resolver um problema da forma :

$$\text{minimizar } Z_k = \sum_j M_j (d_{kj}^+ + d_{kj}^-) \quad (4)$$

onde k representa o departamento ($k = A, B, C, \dots$), d_{kj}^+ e d_{kj}^- os desvios dos objetivos representados em cada restrição j e M_j os pesos dados a cada objetivo .

As restrições impostas a cada departamento são os seguintes :

A. Quanto ao Ensino de Graduação

Para escrever esta restrição supõe-se que as matrículas nos cursos de graduação são efetuadas por disciplina. De modo que se o departamento k oferece u_{k1} disciplinas nos cursos

de graduação durante o ano, forem previstas n_k matrículas nessas disciplinas e ficar estabelecido que uma turma média terá t_k alunos, obter-se-á o número de turmas que deverão ser lecionadas no período :

$$q_k = \frac{n_k}{t_k} \quad (5)$$

e poder-se-á escrever a restrição :

$$\sum_{i=1}^{33} c_{ki} x_{ki} \geq q_k \quad (6)$$

onde c_{ki} são as cargas de trabalho (número de turmas que cada professor x_{ki} pode lecionar por ano) que são fixadas pelo órgão competente da administração da universidade ou pelo chefe de cada departamento .

Aqui se fez uma simplificação talvez um pouco grosseira, mas que é necessária na formulação do modelo . Pois na verdade, c_{ki} deveria não só depender do departamento k e da posição i do professor, mas também do próprio professor, levando por exemplo em consideração sua experiência didática, sua formação, etc. Porém deve-se levar em conta que o modelo é formulado sempre em termos de valores médios .

B. Quanto ao Ensino de Pós-Graduação (Mestrado)

Os professores que estão vinculados ao ensino de pós-graduação (será considerado no modelo apenas cursos de mestrado), ou seja, aqueles que possuem grau de M.Sc., D.Sc., ou equivalentes devem atender a duas atividades :

- ensino propriamente dito
- orientação de teses .

B.1. Ensino Propriamente Dito

Se o departamento k oferecer u_{k2} disciplinas em cursos de pós-graduação, durante o ano e for estabelecida a carga de trabalho (c'_{ki}) (número de disciplinas que um professor x_{ki} pode lecionar em pós-graduação), pode-se escrever que :

$$\sum_{i=17}^{32} c'_{ki} x_{ki} \geq u_{k2} \quad (7)$$

supondo que o número alunos-disciplina não comporte divisão em turmas. Caso contrário a restrição seria semelhante a (6) .

Sobre c'_{ki} vale o mesmo comentário feito sobre c_{ki} item A .

B.2. Orientação de Teses

Além do ensino é também uma das tarefas dos professores que lecionam nos cursos de pós-graduação, a orientação dos trabalhos de tese .

Se o departamento ou órgão responsável da universidade estabelecer o número de teses de mestrado que cada professor poderá orientar, ter-se-á :

$$\sum_{i=17}^{32} a_{ki} x_{ki} \geq b_{kl} \quad (8)$$

onde a_{ki} representa o número de teses que o professor x_{ki} poderá orientar e b_{kl} a estimativa dos alunos em tese no departamento k durante o período .

O que foi dito em relação a c_{ki} e c'_{ki} vale de forma semelhante como comentário para a_{ki} .

C. Restrições Quanto ao Regime de Tempo

O corpo docente das universidades federais é formado por professores nos regimes de 12 horas , 24 horas , 40 horas semanais e dedicação exclusiva . Cada um destes regimes de tempo tem suas vantagens e desvantagens relativas, que devem ser analisadas em termos quantitativos e qualitativos. Por exemplo, se for analisada a produtividade de cada regime de tempo, em termos da razão horas aula/horas de trabalho, os professores de 12 horas levariam nítida vantagem sobre os demais e os de 24 horas sobre os de 40 horas e dedicação exclusiva . Porém se for tomada como base a qualidade do ensino é patente que os professores de tempo integral teriam aspecto mais destacado, pois os mesmos tem maior tempo e oportunidade para estudar os assuntos relacionados com as disciplinas que lecionam . É neles também que os alunos encontram maior disponibilidade para atendimento em horários de consulta, aspecto muito importante para o aprendizado .

Na universidade atual, a pesquisa e publicação de trabalhos assume cada vez mais um caráter de prioridade porque daí é que surge a formação de uma cultura científica e tecnológica para o país. Também neste aspecto os professores que dedicam maior tempo à universidade são os mais atuantes .

Portanto a administração da universidade deve ter em mente esses aspectos e possuir uma forma de avaliar o desempenho do seu corpo docente, de maneira que possa decidir quantos professores manter em cada regime por departamento .

No presente trabalho sugere-se o estabelecimento de percentagens que deverão ser mantidas entre os docentes em determinado regime de tempo e o total dos docentes em cada departa-

mento .

Será definido para cada restrição um parâmetro (p_{k1}, p_{k2}, \dots) que representará o objetivo a ser atingido (percentagem em termos unitários) .

As restrições quanto ao regime de tempo são as seguintes :

C.1 - Percentagem do Corpo Docente em Tempo Integral

C.1.1 Em Regime de 40 horas

$$\left(\sum_{i=9}^{12} x_{ki} + \sum_{i=25}^{28} x_{ki} \right) / \sum_{i=1}^{33} x_{ki} = P_{k1} \quad (9)$$

C.1.2 - Em Regime de Dedicção Exclusiva

$$\left(\sum_{i=13}^{16} x_{ki} + \sum_{i=29}^{32} x_{ki} \right) / \sum_{i=1}^{33} x_{ki} = P_{k2} \quad (10)$$

C.2 - Percentagem dos Professores em Tempo Parcial

C.2.1 - Em Regime de 24 Horas

$$\left(\sum_{i=5}^{8} x_{ki} + \sum_{i=21}^{24} x_{ki} \right) / \sum_{i=1}^{33} x_{ki} = P_{k3} \quad (11)$$

C.2.2 - Em Regime de 12 Horas

$$\left(\sum_{i=1}^{4} x_{ki} + \sum_{i=17}^{20} x_{ki} \right) / \sum_{i=1}^{33} x_{ki} = P_{k4} \quad (12)$$

C.2.3 - Professores APG

$$x_{k33} \quad / \quad \sum_{i=1}^{33} x_{ki} = p_{k5} \quad (13)$$

D. Quanto a Relação Professores Com Pós-Graduação/Professores sem Pós-Graduação

Um aspecto que deve ser observado com muito cuidado pela administração da universidade é o nível de seus cursos. Pode-se dizer que a qualidade de ensino varia na razão direta da qualidade do corpo docente da instituição. Portanto é aconselhável que os professores que lecionam nos cursos de graduação possuam títulos de pós-graduação para se obter um constante aperfeiçoamento nos currículos dos cursos e no conteúdo das disciplinas .

A restrição a seguir expressa este ponto de vista.

$$\sum_{i=17}^{32} x_{ki} \quad / \quad \sum_{i=1}^{33} x_{ki} = p_{k6} \quad (14)$$

E. Relação Professor/Aluno

A exemplo do que se fez anteriormente, também para a relação professor/aluno podem ser definidas, pelo órgão competente da universidade, parâmetros p_{k7} e p_{k8} que indicam quais as relações ótimas de maneira que os alunos sejam atendidos em suas dúvidas e orientados nos trabalhos de pesquisa .

O atendimento ao aluno é um aspecto muito importante do aprendizado, pois na verdade o aluno aprende durante as aulas apenas uma pequena fração da matéria que lhe é apresentada .

A complementação do aprendizado é feita através de pesquisa bibliográfica e da elaboração de exercícios que somente surtirão o efeito desejado se o aluno tiver a quem recorrer em caso de necessidade .

Sendo b_{k2} e b_{k3} as estimativas do número de alunos nos cursos de graduação e pós-graduação, respectivamente, pode-se escrever as restrições seguintes .

E.1 - No Ensino de Graduação

$$\sum_{i=1}^{33} x_{ki} / b_{k2} = p_{k7} \quad (15)$$

E.2 - No Ensino de Pós-Graduação

$$\sum_{i=17}^{32} x_{ki} / b_{k3} = p_{k8} \quad (16)$$

F. Restrições Quanto a Categoria Funcional

Possuindo o presente modelo como um dos objetivos a minimização da despesa com pagamento de professores, é lógico que a solução tenderá a colocar todos os professores na categoria funcional de menor salário . Faz-se necessário, portanto, criar restrições no modelo de forma que tal efeito seja evitado .

As restrições a seguir tem justamente esta finalidade .

Se a administração determinar para cada regime de trabalho uma distribuição ótima $(p_{k9}, p_{k10}, p_{k11}, \dots, p_{k24})$

que diga como devem os professores ficar distribuídos em cada categoria funcional, podem ser montadas as seguintes restrições :

F.1 - Para os Professores em 12 Horas

$$\left(x_{kL} + x_{k17} \right) / \left(\sum_{i=1}^4 x_{ki} + \sum_{i=17}^{20} x_{ki} \right) = P_{k9} \quad (17)$$

A relação expressa que os auxiliares de ensino em regime de 12 horas devem ser em número igual a P_{k9} do total dos professores em 12 horas no departamento k .

Interpretação semelhante se aplica às restrições que seguem .

$$\left(x_{kL} + x_{k(L+16)} \right) / \left(\sum_{i=1}^4 x_{ki} + \sum_{i=17}^{20} x_{ki} \right) = P_{k(9+L-1)} \quad (18)$$

$L = 2, 3, 4$, representando a relação para assistentes, adjuntos e titulares respectivamente .

F.2 - Para os Professores em 24 Horas

$$\left(x_{kL} + x_{k(L+16)} \right) / \left(\sum_{i=5}^8 x_{ki} + \sum_{i=21}^{24} x_{ki} \right) = P_{k(9+L-1)} \quad (19)$$

$$L = 5, 6, 7, 8 .$$

F.3 - Para os Professores em 40 Horas

$$\left(x_{kL} + x_{k(L+16)} \right) / \left(\sum_{i=9}^{12} x_{ki} + \sum_{i=25}^{28} x_{ki} \right) = P_{k(9+L-1)} \quad (20)$$

$$L = 9, 10, 11, 12 .$$

F.4 - Para os Professores em Dedicção Exclusiva

$$\left(x_{kL} + x_{k(L+16)} \right) / \left(\sum_{i=13}^{16} x_{ki} + \sum_{i=29}^{32} x_{ki} \right) = P_{k(9+L-1)} \quad (21)$$

$$L = 13, 14, 15, 16 .$$

2.2.2 - Modelo Geral Para a Universidade

O modelo para a universidade é composto pelo conjunto das restrições que são impostas a cada departamento em particular, mais as restrições envolvendo a despesa com pagamento do corpo docente e bolsas que são pagas pela universidade aos alunos de pós-graduação (APG) que atuam como auxiliares dos professores nos cursos de graduação .

A administração da universidade terá, então , que resolver o seguinte problema :

$$\begin{aligned} \text{minimizar } Z &= \sum_k Z_k = \left[\sum_k \sum_j M_j \left(d_{kj}^+ + d_{kj}^- \right) \right] + \\ &+ \sum_{g=1}^2 M_g \left(d_g^+ + d_g^- \right) \end{aligned} \quad (22)$$

onde $k = A, B, C, \dots$ representa o departamento, d_{kj}^+ e d_{kj}^- os desvios dos objetivos estabelecidos no departamento k e restrição j e, d_g^+ e d_g^- os desvios dos objetivos nas restrições que envolvem recursos financeiros .

As restrições que formam o modelo para a universidade são as seguintes :

A. Conjunto de Restrições Impostas aos Departamentos

São as restrições numeradas de (5) a (21) com $k = A, B, C, \dots$.

B. Restrições no Orçamento da Universidade

A consecução dos objetivos que estão relacionados com as restrições referidas em A dependerá exclusivamente dos recursos que a universidade dispuser, no ano em questão, para o pagamento de professores e APG. Se esses recursos forem suficientes todos os objetivos serão alcançados, porém se forem escassos somente os objetivos mais importantes (a ordem de prioridade está expressa pelos coeficientes da função objetiva) o serão.

Mais duas restrições devem ser incorporadas ao modelo, uma expressando a limitação de recursos para o pagamento dos professores e outra para o pagamento dos APG¹.

B.1 - Despesa Total da Universidade com Professores

$$\left[\begin{array}{c} 32 \\ \sum_{k=1}^n s_i x_{ki} \end{array} \right] - r_1 \leq 0 \quad (23)$$

onde : s_i = salário + encargos sociais por professor i durante um período.

r_1 = orçamento da universidade para pagamento de professores no período.

¹ Está-se considerando restrições diferentes para o pagamento dos Prof. e APG, porque o dinheiro provem de fontes diferentes do orçamento da UFSC.

B.2 - Despesa da Universidade Com Pagamento de APG

$$\left(\sum_k s_{33} x_{k33} \right) - r_2 \leq 0 \quad (24)$$

onde : s_{33} = remuneração de um APG durante um período.
 r_2 = orçamento para pagamento de APG.

2.3 - Como Utilizar o Modelo

Dévido a estrutura do modelo torna-se bastante flexível para a administração da universidade o estabelecimento dos objetivos para cada departamento . Isto é, os parâmetros que definem os objetivos podem ser diferentes para cada departamento, assim como os pesos na função objetiva. Desse modo a administração pode fazer com que uma maior parcela de recursos seja injetada naqueles departamentos que considera como os mais necessitados no momento.

Além disso pode-se requerer do modelo dois tipos de solução. Numa primeira fase pode-se determinar qual a necessidade de recursos financeiros para alcançar os objetivos estabelecidos para os departamentos . Numa segunda fase, considerando que hajam sido definidos os recursos, ou seja r_1 e r_2 sejam valores determinados, verificar quais os objetivos que podem ser alcançados e os que não podem ser atingidos. Nesta segunda fase se não houver recursos suficientes para alcançar todos os objetivos, somente serão atingidos aqueles que recebem maior peso na função objetiva, isto é, os considerados mais importantes pela administração .

2.4 - Critérios Para Procura de Uma Solução Aceitável

Como já foi enfatizado anteriormente, uma gran

de vantagem da programação por objetivos para modelos do tipo do proposto é a de não ser necessário conhecer-se exatamente os pesos da função objetiva como no caso da programação linear convencional, já que eles devem apenas caracterizar a ordem de importância dos objetivos.

No entanto o método simplex, que será o utilizado para resolver o modelo, poderá dar uma infinidade de soluções para o problema, dependendo dos valores numéricos dados aos coeficientes M_j da função objetiva. Mesmo que se considere uma mesma escala de prioridades para os objetivos, se o sistema for sensível à variações nos pesos da função objetiva, pode-se obter diferentes soluções.

Para contornar-se esse problema definiu-se como uma solução aceitável, a um conjunto de valores para as variáveis do modelo tal que os valores calculados em cada restrição estejam contidos num intervalo de aceitação definido para cada objetivo.

Assim para cada objetivo p_k , definiu-se um intervalo de aceitação $p_k \pm t_k$ dentro do qual devem estar situados os valores calculados nas restrições, para que se aceite a solução.

É lógico que, como os valores de M_j são estabelecidos arbitrariamente, pois somente se sabe que um objetivo é mais importante que outro mas não quanto, a solução aceitável deverá ser obtida por tentativas.

Pode-se optar por duas alternativas para encontrar essa solução, dependendo da sensibilidade do sistema à variações nos coeficientes da função objetiva.

ALTERNATIVA 1 :

Se o sistema for sensível ², a sequência de operações é a seguinte :

1. Arbitram-se valores para os coeficientes M_j . Encontrar-se-á então uma solução onde provavelmente nem todos os intervalos de aceitação serão obedecidos.
2. Para aqueles objetivos j onde os intervalos não foram satisfeitos, os pesos M_j das variáveis de desvio d_{kj}^+ e d_{kj}^- são modificados da seguinte forma :
 - 2.a.) Reduzir o valor de M_j , se o objetivo houver sido sobre-alcançado e a variável correspondente for d_{kj}^- ; ou se, o objetivo tiver sido sub-alcançado e a variável correspondente for d_{kj}^+ .
 - 2.b.) Aumentar o valor de M_j , se o objetivo for sobre-alcançado e a variável correspondente for d_{kj}^+ ; ou se, o objetivo houver sido sub-alcançado e a variável correspondente for d_{kj}^- .

² Através de programas de computador do tipo 1130 Linear Programming-Mathematical Optimization System (1130-LPMOSS), o qual é utilizado no Cap. 3 para resolução de um exemplo do modelo, pode-se saber os limites entre os quais os pesos da função objetiva podem variar sem alterar a solução encontrada. Deste modo pode-se verificar se é possível alterar a solução sem mudar a hierarquia estabelecida para os objetivos, ou seja, se o sistema é sensível.

ALTERNATIVA 2 :

Caso a sensibilidade do sistema a variações de valor nos pesos da função objetiva seja pequena, segue-se o seguinte raciocínio :

1. Identificam-se as variáveis de desvio que não fazem parte da função objetiva e que assumem valores positivos na solução do problema .
2. Inclui-se estas variáveis na função objetiva com coeficientes M_j maiores do que zero .
3. Se a nova solução não for aceitável deve-se continuar a utilizar a primeira ou a segunda alternativa até encontrá-la .

O exemplo no Capítulo 3 mostra que a solução é encontrada depois de um número finito de tentativas .

2.5 - Estrutura Matricial

Do exposto pode-se verificar que as restrições do modelo se apresentam sob a forma de um sistema angular, ou seja :

$$\begin{bmatrix}
 \boxed{A} & & & \\
 & \boxed{B} & & \\
 & & \boxed{V} & \\
 \boxed{S} & & &
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 x_A \\
 x_B \\
 \vdots \\
 x_V
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 b_A \\
 b_B \\
 \vdots \\
 b_V \\
 R
 \end{bmatrix}$$

onde A, B, \dots, V são as matrizes dos coeficientes representando as relações entre os objetivos e sub-objetivos nos departamentos respectivos; os vetores coluna X_A, X_B, \dots, X_V representam os sub-objetivos em cada departamento e os vetores b_A, b_B, \dots, b_V os objetivos para cada departamento; S representa a matriz dos coeficientes nas restrições que envolvem recursos financeiros e o vetor R estes recursos .

A estrutura tomada pelo modelo é de interesse em casos onde o número de departamentos é grande . Nestes casos, dependendo do computador a ser utilizado, é possível que seja necessário a aplicação de técnicas de decomposição em programação linear . Estas técnicas, no entanto, somente são possíveis de utilizar para estruturas particulares das quais a estrutura angular é uma delas .

CAPÍTULO 3

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Neste capítulo se fará uma aplicação do modelo para o caso de uma universidade hipotética que possui três departamentos de ensino, objetivando demonstrar a aplicabilidade do mesmo, bem como o modo de agir para encontrar uma solução aceitável.

No Capítulo 2 foi dito que o modelo poderá ser utilizado tanto para se determinar a necessidade de recursos financeiros que serão necessários para alcançar os objetivos estabelecidos, ou para verificar quais os objetivos que poderão ser alcançados se os recursos forem préfixados. O exemplo trata apenas do primeiro caso, uma vez que o raciocínio em ambos é o mesmo.

3.1 - Características dos Departamentos e Fixação dos Objetivos

As características dos departamentos estão apresentadas no Quadro 1. Os dados seriam baseados em séries históricas que mostrariam a evolução do número de matrículas em cada departamento, bem como o número esperado de alunos. As disciplinas a serem oferecidas são aquelas que os departamentos tem em perspectiva para o ano em questão. Os dados do Quadro 1 são estabelecidos para o período de um ano.

No Quadro 2 estão apresentadas as cargas de trabalho por professor de acordo com o regime de tempo e as atividades que o mesmo se dedica. A carga de trabalho é definida, por exemplo, como disciplinas que um professor deverá lecionar durante o

Quadro 1 - Características dos Departamentos da Universidade

DEPARTAMENTO CARACTERÍSTICAS	A	B	C
Nº Esperado de Matrículas no Graduação	1.200	600	200
Nº Esperado de Alunos no Graduação	600	300	200
Alunos por Turma Média no Graduação	30	20	20
Nº de Disciplinas Oferecidas no Graduação	10	6	4
Nº Esperado de Alunos no Pós-Graduação	20	30	30
Nº Esperado de Alunos Mestrados	10	10	18
Nº de Disciplinas Oferecidas no Pós-Graduação	14	15	12

ano. Se o curso de Graduação for dividido em semestres, um professor em 12 horas teria que lecionar duas turmas no primeiro semestre e duas no segundo, o que resultaria uma carga de quatro turmas por ano.

Os objetivos que a universidade estabeleceu para o ano em questão são os seguintes (para simplificar o exemplo será adotada uma política uniforme para os departamentos) :

- No mínimo 30% dos professores deverão estar em regime de dedicação exclusiva, sendo de \pm 5% o intervalo de a

Quadro 2 - Carga Anual de Trabalho por Professor

PROFESSOR \ ATIVIDADE		Ensino de Gra <u>du</u> ação (c_{ki})		Ensino de Pós-Grad. (c'_{ki})	Orientação de teses (a_{ki})
		Prof. sem curso de pós-grad.	Prof. com curso de pós-grad.		
Aux. de Ensino	12h	4		2	2
Assistente	12h	4		2	2
Adjunto	12h	4		2	2
Titular	12h	4		2	2
Aux. de Ensino	24h	6	2	2	2
Assistente	24h	6	2	2	2
Adjunto	24h	6	2	2	2
Titular	24h	6	2	2	2
Aux. de Ensino	40h	6	2	3	3
Assistente	40h	6	2	3	3
Adjunto	40h	6	2	3	3
Titular	40h	6	2	3	3
Aux. de Ensino	D.E	6	2	3	4
Assistente	D.E	6	2	3	4
Adjunto	D.E	6	2	3	4
Titular	D.E	6	2	3	4
A P G		2			

ceitação .

- No mínimo 30% em regime de 40 horas, com $\pm 8\%$ de intervalo de aceitação .
- No máximo 20% em regime de 24 horas, com $\pm 5\%$ de intervalo de aceitação .
- No máximo 15% em regime de 12 horas, com $\pm 2\%$ de intervalo de aceitação .

Ficando ainda estabelecido que não mais do que $5 \pm 1\%$ dos professores seriam APG e que a relação professor pós-graduados / sem pós-graduação deverá ser no mínimo $40 \pm 10\%$.

A relação professor/aluno deverá ser de $1:20 \pm 5$ nos cursos de graduação e de $1:10 \pm 8$ nos de pós-graduação .

No Quadro 3 tem-se os salários mais encargos sociais que são pagos aos professores de acordo com o regime de tempo e categoria funcional .

Como o exemplo tem por finalidade ilustrar a aplicabilidade do modelo e para simplificar a ilustração, não são consideradas as restrições de (17) a (21) que se referem a categoria funcional .

3.2 - Restrições e Função Objetiva

O problema montado com os dados anteriores vai de terminar uma solução aceitável, de maneira que se obtenha o corpo docente por departamento e a necessidade de dinheiro para manter este corpo docente .

As restrições por departamento são :

Quadro 3 - Salário + Encargos Sociais
Por Professor-Ano (Cr\$) ³

CATEGORIA REGIME	Aux. Ensino	Assistente	Adjunto	Titular	APG
12 h	12.000	14.400	18.000	21.600	
24 h	24.000	26.400	30.000	33.600	
40 h	48.000	57.600	67.200	72.000	
Ded. Excl.	52.800	64.800	74.400	79.200	
Especial					7.200

DEPARTAMENTO A

A. Quanto ao Ensino de Graduação

É esperado um número de 1.200 matrículas em disciplinas oferecidas pelo departamento (Quadro 1). As turmas em média tem 30 alunos (Quadro 1) de modo que há :

$$q_A = \frac{m_A}{t_A} = \frac{1200}{30} = 40 \quad (25)$$

turmas nos cursos de graduação. No Quadro 2 são dadas as cargas de trabalho dos professores. Então :

$$\sum_{i=1}^4 4 x_{Ai} + \sum_{i=5}^{16} 6 x_{Ai} + \sum_{i=21}^{32} 2 x_{Ai} + 2 x_{A33} \geq 40 \quad (26)$$

³ Os salários do Quadro 3 são fictícios .

No exemplo supõe-se que os professores de 12 horas pós-graduados não lecionam disciplinas na graduação .

B. Quanto ao Ensino de Pós-Graduação

Como parte do ensino de pós-graduação considera-se o ensino propriamente dito e a orientação de teses . Somente os docentes pós-graduados exercem estas atividades .

B.1 - Ensino Propriamente Dito

No Quadro 1 tem-se que o departamento A oferece 14 disciplinas de pós-graduação durante o ano e, no Quadro 2, as cargas de trabalho nesta atividade, de modo que a restrição fica :

$$\sum_{i=17}^{24} 2 x_{Ai} + \sum_{i=25}^{32} 3 x_{Ai} \geq 14 \quad (27)$$

B.2 - Orientação de Teses

Espera-se que 10 alunos estejam em fase de tese (Quadro 1) . No Quadro 2 estão definidas as cargas de trabalho em orientação de teses, o que resulta :

$$\sum_{i=17}^{24} 2 x_{Ai} + \sum_{i=25}^{28} 3 x_{Ai} + \sum_{i=29}^{32} 4 x_{Ai} \geq 10 \quad (28)$$

As inequações (26), (27) e (28) representam as restrições propriamente ditas no modelo, uma vez que elas esta

belecem que o número de professores deve ser no mínimo o suficiente para cumprir as atividades do departamento .

As restrições a seguir estão relacionadas com os objetivos estabelecidos .

C. Restrições Quanto ao Regime de Tempo

De acordo com os objetivos que foram propostos em 3.1 quanto ao regime de tempo dos professores pode-se escrever as seguintes restrições :

C.1 - Percentagem do Corpo Docente em Tempo Integral

C.1.1 - Em Regime de 40 horas

Tem-se como objetivo que no mínimo 30% do corpo docente seja composto por professores em 40 horas , ou seja, que :

$$\sum_{i=9}^{12} x_{Ai} + \sum_{i=25}^{28} x_{Ai} - 0,3 \sum_{i=1}^{33} x_{Ai} + d_{A1}^- - d_{A1}^+ = 0 \quad (29)$$

d_{A1}^+ e d_{A1}^- são as variáveis de desvio, ou seja, as variáveis que representam os desvios do objetivo a ser atingido, as quais serão minimizadas . O intervalo de aceitação de $\pm 8\%$ será considerado quando se fizer a análise da solução para verificar se a mesma é aceitável ou não .

C.1.2 - Em Regime de Dedicção Exclusiva

No mínimo 30% do corpo docente de

ve ter regime de dedicação exclusiva. Então :

$$\sum_{i=13}^{16} x_{Ai} + \sum_{i=29}^{32} x_{Ai} - 0,3 \sum_{i=1}^{33} x_{Ai} + d_{A2}^- - d_{A2}^+ = 0 \quad (30)$$

O intervalo de aceitação é de $\pm 5\%$.

C.2 - Percentagem dos Professores em Tempo Parcial

C.2.1 - Em Regime de 24 Horas

No máximo 20% dos professores do departamento devem ter regime de 24 horas, então :

$$\sum_{i=5}^8 x_{Ai} + \sum_{i=21}^{24} x_{Ai} - 0,2 \sum_{i=1}^{33} x_{Ai} + d_{A3}^- - d_{A3}^+ = 0 \quad (31)$$

Sendo de $\pm 5\%$ o intervalo de aceitação .

C.2.2 - Em Regime de 12 Horas

No máximo 15% dos professores de vem estar incluídos neste regime .

$$\sum_{i=1}^4 x_{Ai} + \sum_{i=17}^{20} x_{Ai} - 0,15 \sum_{i=1}^{33} x_{Ai} + d_{A4}^- - d_{A4}^+ = 0 \quad (32)$$

Com intervalo de aceitação de $\pm 2\%$.

C.2.3 - Professores APG

No máximo 5% devem ser professores

APG .

$$x_{A33} - 0,05 \sum_{i=1}^{33} x_{Ai} + d_{A5}^- - d_{A5}^+ = 0 \quad (33)$$

com $\pm 1\%$ de intervalo de aceitação .

D. Quanto a Relação Professores Pós-Graduados / Professores Sem Pós-Graduação

Um dos objetivos estabelece que no mínimo 40 % dos professores do departamento devem ser pós-graduados. De modo que, tem-se

$$\sum_{i=21}^{32} x_{Ai} - 0,4 \sum_{i=1}^{33} x_{Ai} + d_{A6}^- - d_{A6}^+ = 0 \quad (34)$$

uma vez que os professores de 12 horas (x_{A17} , x_{A18} , x_{A19} e x_{A20}) pós-graduados não lecionam no graduação (Quadro 2) .

Sendo de $\pm 10\%$ o intervalo de aceitação .

E. Relação Professor/Aluno

Outro aspecto a ser considerado é a relação professor aluno, tanto no graduação como no pós-graduação. No exemplo, a relação desejada é de 1:20 \pm 5 no graduação e de 1:10 \pm 8 no pós-graduação .

E.1 - No Ensino de Graduação

No Quadro 1 tem-se que o número esperado de alunos nos cursos de graduação oferecidos pelo departamento A é de 600 . A relação desejada é, então :

$$\sum_{i=1}^{16} x_{Ai} + \sum_{i=21}^{33} x_{Ai} + d_{A7}^- - d_{A7}^+ = 0,05 \times 600 = 30 \quad (35)$$

E.2 - No Ensino de Pós-Graduação

O número esperado de alunos no pós-graduação é de 20 , no período (Quadro 1) . De modo que :

$$\sum_{i=17}^{32} x_{Ai} + d_{A8}^- - d_{A8}^+ = 0,10 \times 20 = 2 \quad (36)$$

DEPARTAMENTO B

A - Quanto ao Ensino de Graduação

$$\sum_{i=1}^4 4 x_{Bi} + \sum_{i=5}^{16} 6 x_{Bi} + \sum_{i=21}^{32} 2 x_{Bi} + 2 x_{B33} \geq 15 \quad (37)$$

B - Quanto ao Ensino de Pós-Graduação

B.1 - Ensino Propriamente Dito

$$\sum_{i=17}^{24} 2 x_{Bi} + \sum_{i=25}^{32} 3 x_{Bi} \geq 15 \quad (38)$$

B.2 - Orientação de Teses

$$\sum_{i=17}^{24} 2 x_{Bi} + \sum_{i=25}^{28} 3 x_{Bi} + \sum_{i=29}^{32} 4 x_{Bi} \geq 20 \quad (39)$$

C - Restrições Quanto ao Regime de Tempo

C.1 - Porcentagem do Corpo Docente em Tempo Integral

C.1.1 - Em Regime de 40 Horas

$$\sum_{i=9}^{12} x_{Bi} + \sum_{i=25}^{28} x_{Bi} - 0,3 \sum_{i=1}^{33} x_{Bi} + d_{B1}^- - d_{B1}^+ = 0 \quad (40)$$

Intervalo de aceitação : $\pm 8\%$.

C.1.2 - Em Regime de Dedicção Exclusiva

$$\sum_{i=13}^{16} x_{Bi} + \sum_{i=29}^{32} x_{Bi} - 0,3 \sum_{i=1}^{33} x_{Bi} + d_{B1}^- - d_{B1}^+ = 0 \quad (41)$$

Intervalo de aceitação : $\pm 5\%$.

C.2 - Porcentagem dos Professores em Tempo Parcial

C.2.1 - Em Regime de 24 Horas

$$\sum_{i=5}^8 x_{Bi} + \sum_{i=21}^{24} x_{Bi} - 0,2 \sum_{i=1}^{33} x_{Bi} + d_{B3}^- - d_{B3}^+ = 0 \quad (42)$$

Intervalo de aceitação : $\pm 5\%$.

C.2.2 - Em Regime de 12 Horas

$$\sum_{i=1}^4 x_{Bi} + \sum_{i=17}^{20} x_{Bi} - 0,15 \sum_{i=1}^{33} x_{Bi} + d_{B4}^- - d_{B4}^+ = 0 \quad (43)$$

Intervalo de aceitação : $\pm 2\%$.

C.2.3 - Professores APG

$$x_{B33} - 0,05 \sum_{i=1}^{33} x_{Bi} + d_{B5}^- - d_{B5}^+ = 0 \quad (44)$$

Intervalo de aceitação : $\pm 1\%$.

D. Quanto a Relação Professores Pós-Graduados/Professores sem Pós-Graduação

$$\sum_{i=21}^{32} x_{Bi} - 0,4 \sum_{i=1}^{33} x_{Bi} + d_{B6}^- - d_{B6}^+ = 0 \quad (45)$$

intervalo de aceitação : $\pm 10\%$.

E. Relação Professor/Aluno

E.1 - No Ensino de Graduação

$$\sum_{i=1}^{16} x_{Bi} + \sum_{i=21}^{33} x_{Bi} + d_{B7}^- - d_{B7}^+ = 0,05 \times 300 = 15 \quad (46)$$

Intervalo de aceitação : $\pm 5\%$.

E.2 - No Ensino de Pós-Graduação

$$\sum_{i=17}^{32} x_{Bi} + d_{B8}^- - d_{B8}^+ = 0,10 \times 30 = 3 \quad (47)$$

Intervalo de aceitação : $\pm 8\%$.

DEPARTAMENTO C

A - Quanto ao Ensino de Graduação

$$\sum_{i=1}^4 4 x_{Ci} + \sum_{i=5}^{16} 6 x_{Ci} + \sum_{i=21}^{32} 2 x_{Ci} + 2 x_{C33} \geq 10 \quad (48)$$

B - Quanto ao Ensino de Pós-Graduação

B.1 - Ensino Propriamente Dito

$$\sum_{i=17}^{24} 2 x_{Ci} + \sum_{i=25}^{32} 3 x_{Ci} \geq 12 \quad (49)$$

B.2 - Orientação de Teses

$$\sum_{i=17}^{24} 2 x_{Ci} + \sum_{i=25}^{28} 3 x_{Ci} + \sum_{i=29}^{32} 4 x_{Ci} \geq 18 \quad (50)$$

C. Restrições Quanto ao Regime de Tempo

C.1 - Percentagem do Corpo Docente em Tempo Integral

C.1.1 - Em Regime de 40 Horas

$$\sum_{i=9}^{12} x_{Ci} + \sum_{i=25}^{28} x_{Ci} - 0,3 \sum_{i=1}^{33} x_{Ci} + d_{C1}^- - d_{C1}^+ = 0 \quad (51)$$

Intervalo de aceitação : + 8% .

C.1.2 - Em Regime de Dedicção Exclusiva

$$\sum_{i=13}^{16} x_{Ci} + \sum_{i=29}^{32} x_{Ci} - 0,3 \sum_{i=1}^{33} x_{Ci} + d_{C2}^- - d_{C2}^+ = 0 \quad (52)$$

Intervalo de aceitação : ± 5% .

C.2 - Percentagem dos Professores em Tempo Parcial

C.2.1 - Em Regime de 24 Horas

$$\sum_{i=5}^8 x_{Ci} + \sum_{i=21}^{24} x_{Ci} - 0,2 \sum_{i=1}^{33} x_{Ci} + d_{C3}^- - d_{C3}^+ = 0 \quad (53)$$

Intervalo de aceitação : ± 5% .

C.2.2 - Em Regime de 12 Horas

$$\sum_{i=1}^4 x_{Ci} + \sum_{i=17}^{20} x_{Ci} - 0,15 \sum_{i=1}^{33} x_{Ci} + d_{C4}^- - d_{C4}^+ = 0 \quad (54)$$

Intervalo de aceitação : $\pm 2\%$.

C.2.3 - Professores APG

$$x_{C33} - 0,05 \sum_{i=1}^{33} x_{Ci} + d_{C5}^- - d_{C5}^+ = 0 \quad (55)$$

Intervalo de aceitação : $\pm 1\%$.

D - Quanto a Relação Professores Pós-Graduados/Professores sem Pós-Graduação

$$\sum_{i=21}^{32} x_{Ci} - 0,4 \sum_{i=1}^{33} x_{Ci} + d_{C6}^- - d_{C6}^+ = 0 \quad (56)$$

Intervalo de aceitação : $\pm 10\%$.

E - Relação Professor/Aluno

E.1 - No Ensino de Graduação

$$\sum_{i=1}^{16} x_{Ci} + \sum_{i=21}^{33} x_{Ci} + d_{C7}^- - d_{C7}^+ = 0,05 \times 200 = 10 \quad (57)$$

Intervalo de aceitação : $\pm 5\%$.

E.2 - No Ensino de Pós-Graduação

$$\sum_{i=17}^{32} x_{Ci} + d_{C8}^- - d_{C8}^+ = 0,10 \times 30 = 3 \quad (58)$$

Intervalo de aceitação : $\pm 8\%$.

Restrições no Orçamento da Universidade

No exemplo vai ser apresentada somente uma das aplicações do modelo, ou seja, quer-se determinar quanto será preciso para manter o corpo docente de acordo com os objetivos traçados.

As restrições quanto a recursos financeiros são :

$$\begin{aligned}
 & 12.000 \sum_{k=A}^C (x_{k1} + x_{k17}) + 14.400 \sum_{k=A}^C (x_{k2} + x_{k18}) + \\
 & + 18.000 \sum_{k=A}^C (x_{k3} + x_{k19}) + 21.600 \sum_{k=A}^C (x_{k4} + x_{k20}) + \\
 & + 24.000 \sum_{k=A}^C (x_{k5} + x_{k21}) + 26.400 \sum_{k=A}^C (x_{k6} + x_{k22}) + \\
 & + 30.000 \sum_{k=A}^C (x_{k7} + x_{k23}) + 33.600 \sum_{k=A}^C (x_{k8} + x_{k24}) + \\
 & + 48.000 \sum_{k=A}^C (x_{k9} + x_{k25}) + 57.600 \sum_{k=A}^C (x_{k10} + x_{k26}) + \\
 & + 67.200 \sum_{k=A}^C (x_{k11} + x_{k27}) + 72.000 \sum_{k=A}^C (x_{k12} + x_{k28}) + \\
 & + 52.800 \sum_{k=A}^C (x_{k13} + x_{k29}) + 64.800 \sum_{k=A}^C (x_{k14} + x_{k30}) + \\
 & + 74.400 \sum_{k=A}^C (x_{k15} + x_{k31}) + 79.200 \sum_{k=A}^C (x_{k16} + x_{k32}) + \\
 & - r_1 + d_1^- - d_1^+ = 0 \qquad (59)
 \end{aligned}$$

Os coeficientes da restrição são dados no Quadro 3.

3.

r_1 representa os recursos necessários para o pagamento dos professores .

Despesa com Pagamento de APG

A despesa com APG é dada pela equação :

$$7.200 \sum_{k=A}^C x_{k33} - r_2 + d_2^- - d_2^+ = 0 \quad (60)$$

onde 7.200,00 é a remuneração anual de um APG (Quadro 3) e r_2 representa os recursos que são necessários para cobrir a despesa.

Função Objetiva

A administração da universidade estabeleceu a seguinte ordem de prioridade para os objetivos ($M_4 > M_3 > M_2 > M_1$):

- M_4 - Obter as relações estabelecidas para os regimes de tempo .
- M_3 - Manter a relação professores pós-graduados/graduados.
- M_2 - Manter a relação professor/aluno, sendo que para o pós-graduação é considerada 2 vezes mais importante do que no graduação .
- M_1 - Minimizar as despesas .

A função objetiva tomará a seguinte forma, de acordo com os objetivos definidos :

$$\begin{aligned} \text{MIN } Z = & M_4 \sum_{k=A}^C \sum_{j=1}^2 d_{kj}^- + M_4 \sum_{k=A}^C \sum_{j=3}^5 d_{kj}^+ + \\ & + M_3 \sum_{k=A}^C d_{k6}^- + 2 M_2 \sum_{k=A}^C (d_{k8}^- + d_{k8}^+) + \\ & + M_2 \sum_{k=A}^C (d_{k7}^- + d_{k7}^+) + M_1 \sum_{j=1}^2 d_j^+ \end{aligned} \quad (61)$$

3.3 - Solução do Problema

Para a resolução do problema foi utilizado o programa LP-MOSS (Linear Programming - Mathematical Optimization System) para o computador IBM-1130 . Este programa além de obter a solução de problemas de programação linear ainda oferece análises de pós-otimização, que são bastante úteis para obter uma solução para o modelo em questão .

Não foi adotado um algoritmo para programação inteira por considerar-se esta sofisticação desnecessária. Para obter uma solução inteira arredondou-se os resultados obtidos pelo LPMOSS .

3.3.1 - Resultados

As soluções obtidas para o problema proposto estão resumidos a seguir .

1ª Solução

Aos pesos da função objetiva escrita no item anterior foram dados os seguintes valores :

$$\begin{aligned} M_4 &= 10.000.000 \\ M_3 &= 1.000.000 \\ M_2 &= 100.000 \\ M_1 &= 10.000 \end{aligned}$$

Os valores encontrados para as variáveis são os seguintes :

PARA O DEPARTAMENTO AQuadro 4 - Resultados Para o Departamento A

REGIME (horas)	Prof. Sem Pós-Grad.		Prof. Com Pós-Grad.	
	Variável	Catêgoria Funcional	Variável	Catêgoria Funcional
12	$x_{A1}=4,5$	Aux.Ensino		
24	$x_{A6}=6,0$	Assistente		
40			$x_{A25}=9,0$	Aux.Ensino
D.E.	$x_{A14}=6,0$	Assistente	$x_{A29}=3,0$	Aux.Ensino
APG	$x_{A33}=1,5$			
TOTAL	18,0		12,0	

Das variáveis de desvio somente $d_{A8}^+ = 10,0$ assume valor maior do que zero .

As demais variáveis referentes ao departamento tem valor zero .

A seguir será feita uma análise de cada uma das restrições referentes ao departamento, para verificar se a solução é aceitável ou não .

A. Quanto ao Ensino de Graduação

Os professores deveriam ser em número suficiente para atender no mínimo 40 turmas . Com o resultado obtido o departamento tem capacidade para atender 117 turmas .

O resultado obtido é um tanto exagerado, pois o que seria esperado é que a capacidade do departamento ficasse próximo de 40 turmas . Tal fato pode ser resultado dos dados

do exemplo, que por não serem reais podem ter ocasionado esta distorção. Ou pode ser uma falha do modelo, pois esta restrição é do tipo \geq e não foi estabelecido um intervalo de aceitação para a mesma. Portanto se o modelo for testado para uma situação real e a distorção permanecer, deverá ser incluída nesta restrição, também, um intervalo de aceitação.

No ítem seguinte, quanto ao ensino de pós-graduação, o mesmo fato ocorre, e o comentário é também válido.

B. Quanto ao Ensino de Pós-Graduação

B.1 - Ensino Propriamente Dito

A restrição impõe que haja, no mínimo, um número de professores tal que permita lecionar 14 disciplinas no curso de pós-graduação. A solução do problema mostra que há capacidade para atender até 36 turmas.

B.2 - Orientação de Teses

O departamento A deveria ter condições de orientar no mínimo 10 alunos em fase de tese. Com o presente resultado terá capacidade para orientar até 39 trabalhos.

C. Quanto ao Regime de Tempo

C.1 - Porcentagem do Corpo Docente em Tempo Integral

C.1.1 - Em Regime de 40 Horas

Conforme o Quadro 4 o número de pro-

fessores do departamento, segundo a solução, é de 30 . Sendo

$x_{A25} = 9$ em 40 horas .

De acordo com a restrição (9) tem-se :

$$x_{A25} - 0,3 \sum_{i=1}^{33} x_{Ai} + d_{A1}^- - d_{A1}^+ = 0 \quad (62)$$

$$\therefore 9,0 - 0,3 (30) + 0 - 0 = 0$$

De forma que o objetivo que era o de encontrar o número de professores em 40 h no intervalo de $30 \pm 8\%$ do total dos professores foi obtido .

C.1.2 - Em Regime de Dedicção Exclusiva

$$x_{A14} = 6,0$$

$$x_{A29} = 3,0$$

Conforme (10), tem-se :

$$x_{A14} + x_{A29} - 0,3 \sum_{i=1}^{33} x_{Ai} + d_{A2}^- - d_{A2}^+ = 0 \quad (63)$$

$$\therefore 6,0 + 3,0 - 0,3 (30) + 0 - 0 = 0$$

sendo satisfeito o intervalo de aceitação de $30 \pm 5\%$.

C.2 - Percentagem dos Professores em Tempo Parcial

C.2.1 - Em Regime de 24 Horas

$$x_{A6} = 6,0$$

Conforme (11) tem-se :

$$x_{A6} - 0,2 \sum_{i=1}^{33} x_{Ai} + d_{A3}^- - d_{A3}^+ = 0 \quad (64)$$

$$\therefore 6 - 0,2 (30) + 0 - 0 = 0$$

sendo satisfeito o intervalo de aceitação de $20+5\%$.

C.2.2 - Em Regime de 12 Horas

$$x_{A1} = 4,5$$

De acordo com (12) :

$$x_{A1} - 0,15 \sum_{i=1}^{33} x_{Ai} + d_{A4}^- - d_{A4}^+ = 0 \quad (65)$$

$$\therefore 4,5 - 0,15 (30) + 0 - 0 = 0$$

de modo que o intervalo de $15+2\%$ foi satisfeito.

C.2.3 - Professores APG

$$x_{A33} = 1,5$$

conforme (13) :

$$x_{A33} - 0,05 \sum_{i=1}^{33} x_{Ai} + d_{A5}^- - d_{A5}^+ = 0 \quad (66)$$

$$\therefore 1,5 - 0,05 (30) + 0 - 0 = 0$$

satisfazendo o intervalo de aceitação de $5+1\%$.

D. Quanto a Relação Professores com Pós-Graduação/ Sem Pós-Graduação

De acordo com (14) , tem-se :

$$x_{A25} + x_{A29} - 0,4 \sum_{i=1}^{33} x_{Ai} + d_{A6}^- - d_{A6}^+ = 0 \quad (67)$$

$$\therefore 9,0 + 3,0 - 0,4 (30) + 0 - 0 = 0$$

o que satisfaz o intervalo de aceitação de $40 \pm 10 \%$.

E. Relação Professor Aluno

E.1 - No Ensino de Graduação

Conforme (15) :

$$x_{A1} + x_{A6} + x_{A14} + x_{A25} + x_{A29} + d_{A7}^- - d_{A7}^+ = 30 \quad (68)$$

$$\therefore 4,5 + 6,0 + 6,0 + 9,0 + 3,0 + 0 - 0 = 30$$

satisfazendo o intervalo de $1:20 \pm 5$.

E.2 - No Ensino de Pós-Graduação

De acordo com (16) :

$$x_{A25} + x_{A29} + d_{A8}^- - d_{A8}^+ = 2 \quad (69)$$

$$\therefore 9,0 + 3,0 + 0 - 10 = 2$$

satisfazendo o intervalo de aceitação de $1:10 \pm 8$.

Conclui-se que para o departamento A todos os intervalos de aceitação foram satisfeitos, ou seja, os objetivos atingidos (Quadro 5) .

De forma semelhante se faria a análise para os departamentos B e C . Os resultados para os três departamentos serão apresentados a seguir na forma de quadros .

Quadro 5 - Análise das Restrições Para o Departamento A

RESTRIÇÕES	Nº de Profes.	% Obtida	Intervalo de Aceitação (%)	Objetivo
Regime de 40 h.	9,0	30	30+8	Obtido
Regime de Ded. Excl.	9,0	30	30+5	Obtido
Regime de 24 h.	6,0	20	20+5	Obtido
Regime de 12 h.	4,5	15	15+2	Obtido
Regime de APG	1,5	5	5+1	Obtido
Prof. c/Pós-Gra.	12,0	40	40+10	Obtido
Prof. / Aluno Grad.		1:20	1:20+5	Obtido
Prof./Aluno Pós-Grad		1:1,7	1:10+8	Obtido
Nº TOTAL DE PROF.	30			

Quadro 6 - Comparação Entre o mínimo Necessário e o Resultado Obtido em Capacidade de Ensino no Departamento A

RESTRIÇÕES	NECESSIDADE MÍNIMA	RESULTADO OBTIDO
Ensino de Graduação	40	117
Ensino de Pós-Graduação	14	36
Orientação de Teses	10	39

PARA O DEPARTAMENTO B

Os valores encontrados para as variáveis foram as seguintes :

Quadro 7 - Resultados Para o Departamento B

REGIME (horas)	Prof. Sem Pós-Grad.		Prof. Com Pós-Grad.	
	Variável	Categoria Funcional	Variável	Categoria Funcional
12	$x_{B2}=2,25$	Assistente		
24				
40	$x_{B10}=0,5$	Assistente	$x_{B25}=4,0$	Aux. Ensino
D.E.	$x_{B16}=5,5$	Titular	$x_{B29}=2,0$	Aux. Ensino
APG	$x_{B33}=0,75$			
TOTAL	9,0		6,0	

As variáveis de desvio que assumem valor positivo são :

$$d_{B2}^+ = 3,0$$

$$d_{B3}^- = 3,0$$

$$d_{B8}^+ = 3,0$$

As demais variáveis referentes ao departamento tem valor zero .

A análise das restrições está no Quadro 8 .

Quadro 8 - Análise das Restrições Para o Departamento B

R E S T R I Ç Õ E S	Nº de Profes.	% Obtida	Intervalo de Aceitação (%)	Objetivo
Regime de 40 h.	4,5	30	30 + 8	Obtido
Regime de Ded. Excl.	7,5	50	30 + 5	Não Obtido
Regime de 24 h.	0,0	0	20 + 5	Não Obtido
Regime de 12 h.	2,25	15	15 + 2	Obtido
Regime de APG	0,75	5	5 + 1	Obtido
Prof. c/Pós-Grad.	6,0	40	40 + 10	Obtido
Prof. / Aluno Grad.		1:20	1:20+ 5	Obtido
Prof./Aluno Pós-Grad.		1: 5	1:10+ 8	Obtido
Nº TOTAL DE PROF .	15			

Apenas dois objetivos não foram atingidos : o de manter $30 \pm 5 \%$ dos professores do departamento em regime de dedicação exclusiva e $20 \pm 5 \%$ em 24 horas .

As restrições que impõe a necessidade mínima de professores para ensino de graduação e pós-graduação foram atendidas . No Quadro 9 tem-se os resultados obtidos .

Quadro 9 - Comparação entre o Mínimo Necessário e o Resultado Obtido em Capacidade de Ensino no Departamento B.

R E S T R I Ç Õ E S	Necessidade Mínima	Resultado Obtido
Ensino de Graduação	15	58,5
Ensino de Pós-Graduação	15	18,0
Orientação de Teses	20	20,0

PARA O DEPARTAMENTO C

São os seguintes os resultados encontrados para o departamento C .

Quadro 10 - Resultados Para o Departamento C

REGIME (horas)	Prof. Sem Pós-Grad.		Prof. Com Pós-Grad.	
	Variável	Categoria Funcional	Variável	Categoria Funcional
12	$x_{C1}=1,5$	Aux. Ensino		
24	$x_{C6}=0,5$	Assistente		
40	$x_{C10}=3,0$	Assistente		
D.E.			$x_{C29}=4,5$	Aux. Ensino
APG	$x_{C33}=0,5$			
TOTAL	5,5		4,5	

As variáveis de desvio que assumem valor positivo são :

$$d_{C2}^+ = 1,5$$

$$d_{C3}^- = 1,5$$

$$d_{C6}^- = 0,5$$

$$d_{C8}^+ = 1,5$$

As demais variáveis referentes ao departamento tem valor zero .

A análise das restrições está apresentada no Quadro 11 .

Quadro 11 - Análise das Restrições Para o Departamento C

R E S T R I Ç Õ E S	Nº de Profes.	% Obtida	Intervalo de Aceitação (%)	Objetivo
Regime de 40 h.	3,0	30	30 ± 8	Obtido
Regime de Ded.Excl.	4,5	45	30 ± 5	Não Obtido
Regime de 24 h.	0,5	5,0	20 ± 5	Não Obtido
Regime de 12 h.	1,5	15	15 ± 2	Obtido
Regime de APG	0,5	5	5 ± 1	Obtido
Prof.c/Pós-Grad.	4,5	45	40 ± 10	Obtido
Prof./Aluno-Grad.		1:20	1:20± 5	Obtido
Prof./Aluno Pós-Grad		1:6,6	1:10± 8	Obtido
Nº TOTAL DE PROF .	10,0			

Os objetivos não atingidos são, o de manter 30±5% dos professores em regime de dedicação exclusiva e o de possuir 20 ± 5% em 24 horas .

As restrições que impõe a necessidade mínima de professores para o ensino de graduação e pós-graduação foram atendidas . No Quadro 12 tem-se os resultados obtidos .

Quadro 12 - Comparação entre o Mínimo Necessário e o Resultado Obtido em Capacidade de Ensino no Departamento C

R E S T R I Ç Õ E S	Necessidade Mínima	Resultado Obtido
Ensino de Graduação	10	37,0
Ensino de Pós-Graduação	12	13,5
Orientação de Teses	18	18,0

Solução Aceitável

Na solução anterior verificou-se que nem todos os objetivos haviam sido alcançados. Há necessidade portanto, de recorrer a uma das alternativas propostas em 2.4, Capítulo 2, para corrigir os resultados .

Através dos relatórios dados pelo programa LP-MOSS, verificou-se que o sistema é pouco sensível a variações nos pesos da função objetiva. Deve-se, portanto, optar pela alternativa 2 para procurar uma solução aceitável .

Incluir-se-á, então, as variáveis d_{E2}^+ , d_{E3}^- , d_{C2}^+ e d_{C3}^- na função objetiva, pois estas variáveis correspondem às restrições onde os objetivos não foram alcançados na solução anterior .

A função objetiva toma então, a forma :

$$\begin{aligned}
 \text{MIN } Z = & M_4 (d_{A1}^- + d_{A2}^- + d_{B1}^- + d_{E2}^- + d_{E2}^+ + d_{C1}^- + d_{C2}^- + \\
 & + d_{C2}^+) + M_4 (d_{A3}^+ + d_{A4}^+ + d_{A5}^+ + d_{E3}^+ + d_{E3}^- + \\
 & + d_{E4}^+ + d_{E5}^+ + d_{C3}^+ + d_{C3}^- + d_{C4}^+ + d_{C5}^+) + M_3 (\\
 & d_{A6}^- + d_{E6}^- + d_{C6}^-) + 2 M_2 (d_{A8}^- + d_{A8}^+ + d_{B8}^- + \\
 & + d_{E8}^+ + d_{C8}^- + d_{C8}^+) + M_2 (d_{A7}^- + d_{A7}^+ + d_{E7}^- + \\
 & + d_{E7}^+ + d_{C7}^- + d_{C7}^+) + M_1 (d_1^+ + d_2^+) \quad (70)
 \end{aligned}$$

com :

$$M_4 = 10.000.000$$

$$M_3 = 1.000.000$$

$$M_2 = 100.000$$

$$M_1 = 10.000$$

Devido à modificação introduzida o resultado obtido foi o seguinte :

PARA O DEPARTAMENTO A

Como não foi feita qualquer modificação no problema que envolve-se variáveis relacionadas com o departamento A, a solução encontrada é igual a obtida na primeira solução e está apresentada nos Quadros 4, 5 e 6.

PARA O DEPARTAMENTO B

Os valores encontrados para as variáveis foram os seguintes :

Quadro 13 - Novos Resultados para o Departamento B

REGIME (horas)	Prof. Sem Pós-Grad.		Prof. Com Pós-Grad.	
	Variável	Categoria Funcional	Variável	Categoria Funcional
12	$x_{B2}=2,25$	Assistente		
24	$x_{B7}=3,0$	Adjunto		
40	$x_{B10}=0,5$	Assistente	$x_{B25}=4,0$	Aux. Ensino
D.E.	$x_{B16}=2,5$	Titular	$x_{B29}=2,0$	Aux. Ensino
APG	$x_{B33}=0,75$			
TOTAL	9,0		6,0	

A variável de desvio que assume valor positivo é $d_{B8}^- = 3,0$.

As demais variáveis referentes ao departamento tem valor zero.

A análise das restrições está apresentada no Quadro 14.

Quadro 14 - Análise das Restrições Para a Nova Solução no Departamento B

R E S T R I Ç Õ E S	Nº de Profes.	% Obtida	Intervalo de Aceitação (%)	Objetivo
Regime de 40 h.	4,5	30	30 + 8	Obtido
Regime de Ded. Excl.	4,5	30	30 + 5	Obtido
Regime de 24 h.	3,0	20	20 + 5	Obtido
Regime de 12 h.	2,25	15	15 + 2	Obtido
Regime de APG	0,75	5	5 + 1	Obtido
Prof. c/Pós-Grad.	6,0	40	40 + 10	Obtido
Prof./Aluno Grad.		1:20	1:20+5	Obtido
Prof./Aluno Pós-Grad		1:5	1:10+8	Obtido
Nº TOTAL DE PROF .	15,0			

Ou seja, todos os objetivos para o departamento B foram atingidos .

As restrições que impõe a necessidade mínima de professores foram atingidas . A capacidade do departamento permanece a mesma mostrada no Quadro 9 .

PARA O DEPARTAMENTO C

Para o departamento C foram estes os resultados obtidos :

Quadro 15 - Novos Resultados Para o Departamento C

REGIME (horas)	Prof.Sem	Pós-Grad.	Prof. Com Pós-Grad.	
	Variável	Categoria Funcional	Variável	Categoria Funcional
12	$x_{C1}=1,5$	Aux.Ensino		
24	$x_{C6}=2,0$	Assistente		
40	$x_{C10}=1,0$	Assistente	$x_{C25}=2,0$	Aux.Ensino
D.E.			$x_{C29}=3,0$	Aux.Ensino
APG	$x_{C33}=0,5$			
TOTAL	5,0		5,0	

As variáveis de desvio que assumem valor positivo

são :

$$d_{C6}^+ = 1,0$$

$$d_{C8}^+ = 2,0$$

As demais variáveis referentes ao departamento tem valor zero .

A análise das restrições está no Quadro 16 .

Quadro 16 - Análise das Restrições Para a Nova Solução no Departamento C

R E S T R I Ç Õ E S	Nº de Profes.	% Obtida	Intervalo de Aceitação (%)	Objetivo
Regime de 40 h.	3,0	30	30 ± 8	Obtido
Regime de Ded.Excl.	3,0	30	30 ± 5	Obtido
Regime de 24 h.	2,0	20	20 ± 5	Obtido
Regime de 12 h.	1,5	15	15 ± 2	Obtido
Regime de APG	0,5	5	5 ± 1	Obtido
Prof. c/Pós-Grad.	5,0	50	40 ± 10	Obtido
Prof./Aluno Grad.		1:20	1:20±5	Obtido
Prof./Aluno Pós-Grad		1:6	1:10±8	Obtido
Nº TOTAL DE PROF.	10,0			

De modo que todos os objetivos estabelecidos para o departamento C foram atingidos .

As restrições que impõe a necessidade mínima de professores para ensino foram atendidas. A capacidade do departamento está apresentada no Quadro 17 .

Quadro 17 - Comparação entre o Mínimo Necessário e o Novo Resultado Obtido em Capacidade de Ensino no Departamento C

R E S T R I Ç Õ E S	Necessidade Mínima	Resultado Obtido
Ensino de Graduação	10	35,0
Ensino de Pós-Graduação	12	15,0
Orientação de Teses	18	18,0

Os objetivos estabelecidos para os departamentos foram todos alcançados como se pode ver pelos Quadros 5, 14 e 16. Portanto os resultados obtidos representam uma solução aceitável para o problema proposto. Nos Quadros 4, 13 e 15 tem-se o corpo docente dos departamentos da universidade.

Note-se que a categoria funcional aparece ao acaso. Isto se deve às cargas de trabalho não dependerem da categoria funcional, sendo somente função do regime de tempo, no exemplo. Para satisfazer uma determinada restrição, é indiferente, portanto, tomar um professor em 40 horas auxiliar de ensino ou um titular, por exemplo. O fato deve-se também, a ausência das restrições quanto a categoria funcional, as quais não são colocadas no exemplo para simplificá-lo.

As variáveis r_1 e r_2 representam os recursos necessários para o pagamento dos professores e APG, respectivamente, tem os seguintes valores :

$$r_1 = 2.222.800,00$$

$$r_2 = 19.800,00$$

Para dar sentido físico aos resultados obtidos, eles devem ser arredondados para o inteiro mais próximo.

Os resultados corrigidos são :

$x_{A1} = 5$	$x_{B2} = 2$	$x_{C1} = 2$
$x_{A6} = 6$	$x_{B7} = 3$	$x_{C6} = 2$
$x_{A14} = 6$	$x_{B10} = 1$	$x_{C10} = 1$
$x_{A25} = 9$	$x_{B16} = 3$	$x_{C25} = 2$
$x_{A29} = 3$	$x_{B25} = 4$	$x_{C29} = 2$
$x_{A33} = 2$	$x_{B29} = 2$	$x_{C33} = 1$
	$x_{B33} = 1$	

$$r_1 = 2.263.960,00$$

$$r_2 = 28.800,00$$

CAPÍTULO 4

CONCLUSÕES

A) Do exposto no Capítulo 1 deste trabalho, verifica-se que os modelos de programação linear convencional usados para o planejamento em universidades, por mais simples que seja sua formulação, apresentam uma grande dificuldade na determinação dos pesos da função objetiva. Tal fato não se verifica na programação por objetivos, pois não é necessário o conhecimento dos valores exatos desses pesos.

B) Do modelo proposto, não se pode dizer que esteja pronto para aplicação imediata. Pois, embora tenham sido propostos parâmetros e intervalos de aceitação para os objetivos, nada foi dito sobre como determiná-los. É mister para que uma universidade possa utilizar o modelo, que possua antes uma forma sistemática para definição e estabelecimento destes parâmetros. O mesmo pode ser dito sobre a eleição da ordem de prioridade para os objetivos.

Portanto, o modelo será sem dúvidas de utilidade para a administração de universidades, desde que elas possuam infra estrutura para dele se utilizar.

C) O método proposto para se chegar a uma solução aceitável para um problema, é bastante trabalhoso para sistemas que possuam número muito grande de variáveis. Sugere-se a elaboração de um trabalho que torne possível encontrar uma solução aceitável em um número finito de iterações.

D) No Capítulo 2 mostrou-se que o modelo apresenta estrutura angular, o que vem facilitar sobre maneira sua utilização para grandes sistemas, pois é possível utilizar-se técnicas de decomposição em programação linear e resolvê-lo por partes, o que torna possível resolver o modelo em computadores de pequeno porte .

E) Seria interessante desenvolver um método analítico que verificasse a priori se determinado problema proposto tem ou não uma solução aceitável .

B I B L I O G R A F I A

1. LEE, Sang & CLAYTON, Edward. A Goal Programming Model for Academic Resource Allocation. *Management Science*, New York, 18 (8) : B-395-B-408, April 1972.
2. FOX, Karl A. & SENGUPTA, Jati K. The Specification of Econometric Models for Planning Educational Systems : An Appraisal of Alternative Approaches. *Kyklos*, {s.l.}, 21 (4) : 665-694, 1968.
3. FOX, Karl A. ; McCanley, Francis P. ; PLESSNER, Yakir. *Formulation of Management Science Models for Selected Problems of College Administration*. Final report (cyclostyled) submitted to U.S. Department of Health, Education and Welfare, Ames, Department of Economics. Iowa State University, 1967.
4. SENGUPTA, Jati K. & FOX, Karl A. "Models of Resource Allocation and Planning in Educational Institutions and Systems". In: *Economic Analysis and Operations Research : Optimization Techniques in Quantitative Economic Models*. Amsterdam, North-Holland, 1969, cap. 7, p. 358-416.
5. PLESSNER, Yakir; FOX, Karl A.; SANYAL, Bikas C. On the Allocation of Resources in a University Department. *Metroeconomica*, {s.l.}, 1968.
6. CHARNES, A. & COOPER, W.M. "Basic Existence Theorems and Goal Programming". In : *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*. 4. ed. New York, John-Wiley & Sons, 1967, Apêndice B, p.215-221.

7. IBM. *Application Program, LP-MOSS data Presentation*, {s.l.} , {s.d.}, manual 60 III .
8. SOUZA BASTOS, P. de. *Programação Linear : O Programa LP-MOSS, uma aplicação na indústria petroquímica*. Rio de Janeiro, PUC/RJ, 1969 .
9. DANTZIG, G. & WOLFE, P. *Decomposition Principles for Linear Programs*. *Operations Research*, Baltimore, 8:101-111, 1960 .