

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ESTUDO SOBRE IDENTIFICADORES E
SEGUIDORES DE VARIÂNCIA MÍNIMA

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

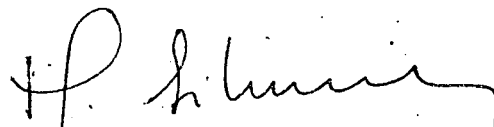
ALEXANDRE TERNES BEHR

FLORIANÓPOLIS, MARÇO - 1982

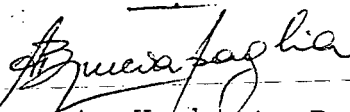
ESTUDO SOBRE IDENTIFICADORES E SEGUIDORES
DE VARIÂNCIA MÍNIMA

ALEXANDRE TERNES BEHR

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE
EM ENGENHARIA, ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E APROVADA EM
SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO.

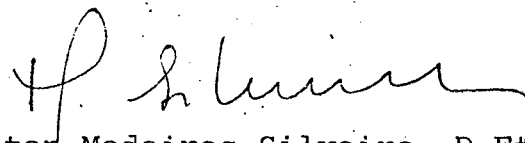


Prof. Hamilton Medeiros Silveira, D.Et.
ORIENTADOR

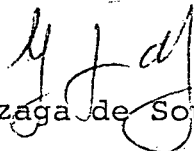


Prof. Augusto Humberto Bruciapaglia, Dr.Ing.
Coordenador de Curso de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica

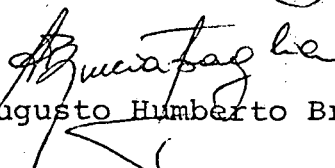
BANCA EXAMINADORA



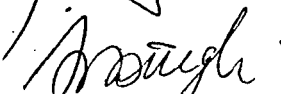
Prof. Hamilton Medeiros Silveira, D.Et.



Prof. Luiz Gonzaga de Souza Fonseca, D.Sc.



Prof. Augusto Humberto Bruciapaglia, D.Ing.



Prof. Sahjendra Narain Singh, Ph.D.

Aos meus pais e irmão

Wilmar, Rosa e Alfredo

A minha esposa Maria Alice

Aos meus filhos

Renata, Diana e Thales

A G R A D E C I M E N T O S

A CAPES e à UFSC pelo apoio financeiro.

Ao Professor Hamilton Medeiros Silveira pelo estímulo e inestimável ajuda prestada na orientação deste trabalho.

A todos que colaboraram para tornar possível a realização deste trabalho.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica e secretaria do curso de Pós-Graduação.

A Maria Bernardete Arruda pela datilografia e José Carlos Luiz pelos desenhos.

R E S U M O

Este trabalho estuda os identificadores paralelos de Landau para processos lineares observáveis e controláveis, com parâmetros constantes: o identificador a compensação fixa, identificador a compensação variável e identificador de estimação estendida. Para cada um dos identificadores estudados realizou-se simulações digitais com o processo perturbado por um ruído Gaussiano. Constatou-se que os três identificadores apresentam um bom desempenho se utilizarmos os algoritmos a ganho decrescente.

Este trabalho estuda também o seguidor clássico baseado na moderna teoria de controle robusto para processo discretos. Realizaram-se simulações digitais, e verificou-se que este seguidor tem um bom desempenho em processos sem perturbação estocástica.

Foi estudado o regulador a variância mínima de Åström. Constatou-se que este regulador apresenta certas limitações em aplicações de seguidor com perturbação estocástica. É proposto então, para resolver o problema do seguidor em ambiente estocástico, o seguidor à variância mínima, onde intervêm um estimador da perturbação. Foram realizadas diversas simulações com o seguidor proposto. Verificou-se que o seguidor à variância mínima apresenta um ótimo desempenho em ambientes estocásticos e que pode ser sintetizado a partir de um modelo do processo obtido por identificação.

A B S T R A C T

This work studies Landau's parallel identifiers for linear observable and controllable process with constant parameters: the identifier with fixed compensator, the identifier with adjustable compensator and the identifier with extended estimation model. Digital simulations have been performed for each of the studied identifiers with the process disturbed by Gaussian noise. It has been verified that the three identifiers perform well when the algorithm with decreasing gain is used.

This work also studies the classical follower based on the modern theory of robust control for discrete processes. Digital simulations have been performed, and it has been shown that this follower has a good performance in processes without stochastic perturbations.

Åström's minimal variance regulator has also been studied. It has been verified that this regulator presents certain limitations in applications of the follower with stochastic perturbation. To solve the problem of the follower in a stochastic environment, the minimal variance follower is proposed with the intervention of a perturbation predictor. Several simulations have been performed with the proposed follower. It has been shown that the minimal variance follower has an optimal performance in stochastic environments and that it can be synthesized from a process model obtained by identification.

S U M Á R I O

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 - REVISÃO DE IDENTIFICADORES ADAPTATIVOS	3
2.1 - Introdução	3
2.2 - Descrição do processo	3
2.3 - Identificador paralelo com compensação fixa	5
2.3.1 - O algoritmo	5
2.3.2 - Modelo do processo identificado	7
2.3.3 - Fluxograma de programação	9
2.3.4 - Resultados de simulação	9
2.4 - Identificador paralelo com compensador ajustável	13
2.4.1 - O algoritmo	14
2.4.2 - Modelo do processo identificado	15
2.4.3 - Fluxograma de programação	17
2.4.4 - Resultados de simulação	17
2.5 - Identificador paralelo com modelo de estimação esten- dido	20
2.5.1 - O algoritmo	20
2.5.2 - Modelo do processo identificado	22
2.5.3 - Fluxograma de programação	23
2.5.4 - Resultados de simulação	25
2.6 - Conclusão	26
CAPÍTULO 3 - O SEGUIDOR CLÁSSICO	28
3.1 - Introdução	28

	ix
3.2 - O seguidor clássico	28
3.3 - Resultados de simulação	36
3.4 - Conclusão	42
 CAPÍTULO 4 - SEGUIDOR À VARIÂNCIA MÍNIMA	 42
4.1 - Introdução	43
4.2 - O seguidor visto com um regulador	43
4.3 - O regulador à variância mínima de Aström	48
4.4 - O regulador à variância mínima usando estimador da perturbação	 52
4.5 - Resultados de simulação	57
4.6 - Conclusão	77
 CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	 78
 APÊNDICE A - POSITIVIDADE E HIPERESTABILIDADE	 80
 APÊNDICE B - PROVA DO ALGORÍTMO DE IDENTIFICAÇÃO SEM PERTUR- BAÇÃO	 87
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 91

C A P Í T U L O 1

INTRODUÇÃO

Este trabalho foi motivado pela necessidade de se automatizar processos de soldagem com elétrodo consumível revestido.

Os resultados apresentados em trabalhos científicos referentes a solda com elétrodo consumível revestido não permitem repetibilidade em laboratório uma vez que, como a operação é manual, os resultados obtidos dependem fortemente do soldador. A solução para resolver este problema consiste em automatizar a operação de soldagem eliminando assim a influência do soldador.

Assim, propõe-se, devido à perturbação estocástica, que o controlador para resolver este problema fosse do tipo seguidor no qual o erro de seguimento tivesse variância mínima.

No entanto, para aplicação deste técnica seria necessário se conhecer os parâmetros do processo, o que não existe atualmente disponível. Surgiu então a necessidade de se estudar, além de seguidores, esquemas de identificação para levantamento dos parâmetros desconhecidos do processo.

O problema de identificação é largamente estudado na literatura [12, 13, 14, 15]. Devido a simplicidade de implementação e precisão de resultados estudou-se e implementou-se os métodos de identificação paralela de Landau [3, 4, 1].

Para se sintetizar um seguidor eficaz estudou-se o problema de servomecanismo robusto proposto na literatura por

Davison [7, 9, 11, 16, 17]. onde em [9] é apresentado uma estrutura adaptativa. Verificou-se que o servomecanismo robusto não tem bom desempenho em ambiente estocástico. Baseado no regulador a variância mínima proposto por Åström [8] e no seguidor de Davison pensou-se em construir um seguidor que tem por objetivo minimizar a variância do erro de seguimento. Este seguidor originou o Capítulo 4 deste trabalho.

Este trabalho foi organizado como segue. O Capítulo 1 tem o caráter de introdução. O Capítulo 2 estuda os identificadores paralelos de Landau. O Capítulo 3 estuda o seguidor clássico de Davison. O Capítulo 4 estuda o seguidor a variância mínima. O capítulo 5 conclusões e perspectivas para desenvolvimento de novos trabalhos. Finalmente os Apêndices apresentam noções de positividade e hiperestabilidade, e o método de síntese dos identificadores.

Cabe ainda salientar que os programas desenvolvidos para este trabalho se encontram disponíveis na Biblioteca de Informática do Departamento de Engenharia Elétrica desta Universidade.

C A P Í T U L O 2

REVISÃO DE IDENTIFICADORES ADAPTATIVOS

2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados três diferentes tipos de identificadores desenvolvidos por Landau [1], [3], [4] que são denominados: identificador a compensação fixa, identificador a compensação variável e identificador a modelo de estimação estendida.

Com os resultados apresentados neste capítulo implementou-se os citados algoritmos em computador digital. Alguns resultados de simulação, visando mostrar a eficácia das diversas técnicas, são apresentados.

O objetivo do estudo de algoritmos neste trabalho é o levantamento dos modelos de processos em ambiente estocástico que permitam sintetizar seguidores de variância mínima.

2.2 DESCRIÇÃO DO PROCESSO

É considerado um sistema discreto com uma entrada e uma saída, linear, a parâmetros constantes mas desconhecidos, descrito por:

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k) + W(k) \quad (2.2-1)$$

onde

$$W(k) = \frac{M(q^{-1})}{N(q^{-1})} \omega(k) \quad (2.2-2)$$

ou

$$W(k) = \frac{M(q^{-1})}{N(q^{-1})A(q^{-1})} \omega(k) \quad (2.2-3)$$

se a dinâmica do processo é envolvida pelo ruído.

As sequências $\{y(k)\}$ e $\{u(k)\}$ são respectivamente a saída e a entrada do processo, $W(k)$ é a perturbação dada por um processo autoregressivo com média móvel excitado por um processo estocástico estacionário de variáveis aleatórias independentes $\omega(k)$ de média zero e desvio padrão σ_w . A entrada do processo é suposta ser um processo estocástico estacionário. Os polinômios A , B , M e N são de grau n_a , n_b , n_m e n_n respectivamente.

Por simplicidade nas notações, será admitido que $n_a = n_m = n_n = n$ e que $n_b = m$. Portanto:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 - a_1 q^{-1} - \dots - a_n q^{-n} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m} \\ M(q^{-1}) &= 1 + m_1 q^{-1} + \dots + m_n q^{-n} \\ N(q^{-1}) &= 1 + n_1 q^{-1} + \dots + n_n q^{-n} \end{aligned} \quad (2.2-4)$$

Sendo q^{-1} o operador de atraso ($q^{-1}y(k) = y(k-1)$).

Os polinômios $A(q^{-1})$ e $B(q^{-1})$, $M(q^{-1})$ e $N(q^{-1})$ são supostos primos entre si.

Introduzindo as notações seguintes:

$$p^T = [a_1 a_2 \dots a_n b_0 b_1 \dots b_m]$$

$$V_O^T(k) = [y(k-1) y(k-2) \dots y(k-n) u(k) u(k-1) \dots u(k-m)]$$

A equação (2.2-1) pode ser descrita como segue:

$$y(k) = p^T V_O(k) + W(k) \quad (2.2-5)$$

2.3 IDENTIFICADOR PARALELO COM COMPENSAÇÃO FIXA

Será apresentado em seguida o algoritmo de identificação do tipo paralelo com compensação fixa. Este algoritmo foi desenvolvido por Landau [1], [3], [4].

2.3.1. O ALGORÍTMO

O processo a ser identificado segue a equação (2.2.-1). Os tipos de perturbação $W(k)$ para o qual o presente algoritmo tem bom desempenho serão mostrados na secção 2.3.2 .

No algoritmo de identificação paralelo com compensação fixa é definido um modelo ajustável "à posteriori" dado por:

$$\hat{y}(k) = \hat{p}^T(k) v(k) \quad (2.3-1)$$

onde

$$\hat{p}^T(k) = [\hat{a}_1(k) \hat{a}_2(k) \dots \hat{a}_n(k) \hat{b}_0(k) \hat{b}_1(k) \dots \hat{b}_m(k)]$$

e

$$v^T(k) = [\hat{y}(k-1) \hat{y}(k-2) \dots \hat{y}(k-n) u(k) u(k-1) \dots u(k-m)]$$

O modelo ajustável "à priori":

$$\hat{y}_0(k) = \hat{p}^T(k-1) v(k) \quad (2.3-2)$$

O erro de saída "à posteriori":

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (2.3-3)$$

onde $y(k)$ é a saída do processo.

O erro de saída "à priori":

$$\varepsilon_0(k) = y(k) - \hat{y}_0(k) \quad (2.3-4)$$

O erro generalizado "à priori"

$$v_0(k) = \varepsilon_0(k) - c^T e(k-1) \quad (2.3-5)$$

onde

$$c^T = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n]$$

e

$$e^T(k-1) = [\varepsilon(k-1) \ \varepsilon(k-2) \ \dots \ \varepsilon(k-n)]$$

Dois algoritmos de adaptação podem ser determinados:

a) Algoritmo a ganho constante

$$\hat{p}(k) = \hat{p}(k-1) + F \frac{v_0(k) v^T(k)}{1 + v^T(k) F v(k)} \quad (2.3-6)$$

onde a matriz de ponderação F é definida positiva;

b) Algoritmo a ganho decrescente

$$\hat{p}(k) = \hat{p}(k-1) + F(k) \frac{V(k)}{1 + V^T(k) F(k) V(k)} \quad (2.3-7)$$

onde a matriz de ponderação $F(k)$ é gerada pela equação matricial

$$F(k+1) = F(k) - \frac{F(k) V(k) V^T(k) F(k)}{1 + V^T(k) F(k) V(k)} \quad (2.3-8)$$

com $F(0)$ definida positiva.

O objetivo do algoritmo de identificação exposto é fazer com que o vetor de parâmetros ajustáveis $\hat{p}(k)$ convirja para o vetor de parâmetros desconhecidos do processo.

$$p^T = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_m]$$

quando o tempo tende para o infinito.

Uma prova deste identificador para o caso do processo sem perturbação é apresentada no Anexo B.

2.3.2 MODELO DO PROCESSO IDENTIFICADO

Landau e Dugard mostraram em [1] que se os parâmetros c_i do polinômio

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \dots + c_n q^{-n}$$

são calculados de tal forma que o sistema

$$\frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}$$

pertence à classe $L(1/2)$ (ver Anexo A) então \hat{p}^T converge para $p^T = [a^T, b^T]$ nos diversos modelos de $W(k)$ mostrados na tabela 2.1 onde

$$a^T = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n]$$

e

$$b^T = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m]$$

TIPO DE DISTÚRBIO	ALGORÍTMO COM COMPENSAÇÃO FIXA
$W(k) = \omega(k)$	$\hat{p}^T(k) \rightarrow p^T = [a^T, b^T]$; $\frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}$ pertence à classe $L(1/2)$
$W(k) = \frac{1}{A(q^{-1})} \omega(k)$	idem
$W(k) = \frac{M(q^{-1})}{A(q^{-1})} \omega(k)$	idem
$W(k) = \frac{1}{N(q^{-1})} \omega(k)$	idem
$W(k) = M(q^{-1}) \omega(k)$	idem
$W(k) = \frac{M(q^{-1})}{N(q^{-1})} \omega(k)$	idem

TABELA 2.1

Note que a convergência de \hat{p} para p é independente da modelagem do distúrbio. Esta é uma propriedade inte-

ressante da configuração deste identificador paralelo. Um inconveniente deste identificador é a necessidade de se ter uma estimação prévia dos parâmetros a_i para se determinar os parâmetros c_i do compensador.

2.3.3 FLUXOGRAMA DE PROGRAMAÇÃO

A Figura 2.1 apresenta um fluxograma para o identificador paralelo com compensador fixo.

Os dados de entrada são a ordem do processo, os parâmetros do processo p , o vetor c de compensação, os polinômios de modelização do ruído M e N , a indicação se o ruído envolve a dinâmica do processo, a variância do processo estocástico $\omega(k)$, o tipo de algoritmo, o número de iterações desejadas, e as condições iniciais. O sinal $\omega(k)$ é suprido pela subrotina Gauss (ver Anexo D). Lido os dados, o programa gera u , ω , e , V , V_0 e simula o sistema. Em seguida é calculado y_0 , ϵ_0 e v_0 . Dependendo do tipo de algoritmo o programa calcula convenientemente \hat{p} . A seguir são calculados \hat{y} e ϵ . Se o número de iterações corresponde ao valor desejado o programa imprime o valor médio de \hat{p} , se não, incrementa a contagem do número de iterações e gera u , ω e etc...

2.3.4 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta secção serão apresentados resultados de simulação referente ao identificador com compensação fixa.

O computador utilizado foi o PDP 11/40 (minicompu-

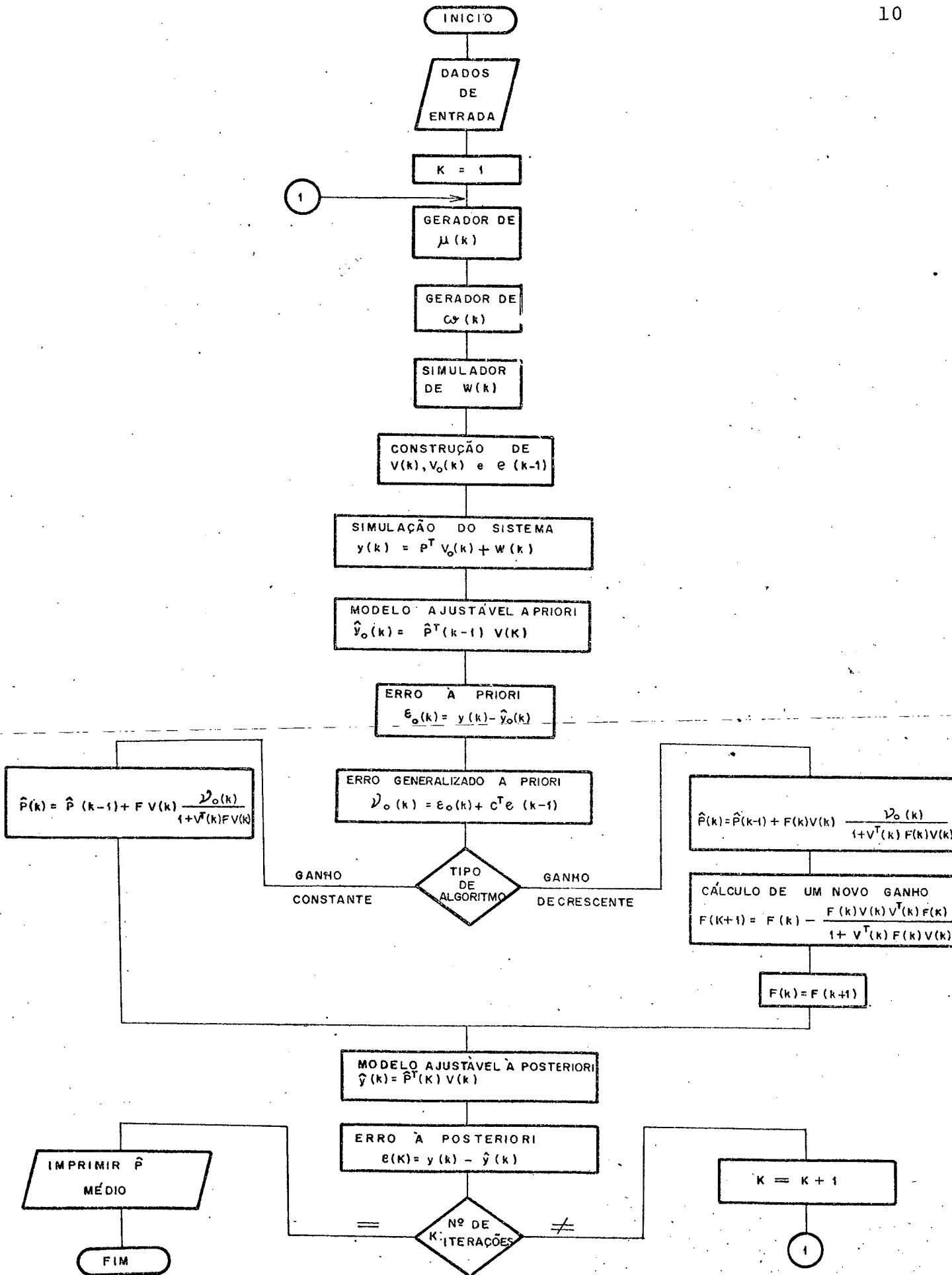


Figura 2.1

tador) do Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC. O computador em questão é apropriado como dispositivo de computação em tempo real, mas também como componente de sistemas de controle e instrumentação, tais como controle de temporização e sequência lógica de operação, armazenamento, codificação de dados e geração de funções. Sua capacidade de memória é de 20 kB.

Nestas simulações, bem como nas demais apresentadas neste capítulo o número de iterações foi de 4000, o ruído w foi gerado pela subrotina Gauss desenvolvida em [5] com média zero (0) e variância 0,01. Como entrada foi considerado um sinal binário pseudo-aleatório de comprimento 10 [6]. Nos algoritmos a ganho constante a matriz F foi considerada $I \times 10^5$ e nos algoritmos a ganho decrescente a matriz F(0) foi também considerada $I \times 10^5$. Como média dos parâmetros estimados foi considerada a média aritmética da 200 últimas iterações.

O processo foi considerado ter a seguinte relação entrada-saída-perturbação:

$$y(k) = \frac{0,850 q^{-1} + 0,200 q^{-2}}{1 + 0,500 q^{-1} - 0,700 q^{-2}} u(k) + W(k) \quad (2.3-9)$$

onde $W(k)$ é modelado diferentemente.

O compensador definido em (2.3-5) e usado na identificação com compensação fixa foi:

$$c^T = [-1,000 \quad 0,300]$$

Quatro simulações do identificador com compensação fixa são apresentadas a seguir:

Simulação 1:

O algoritmo de adaptação foi o de ganho constante e $W(k)$ foi modelado por:

$$W(k) = \omega(k) \quad (2.3-10)$$

O modelo estimado do processo foi:

$$y(k) = \frac{0,040 + 0,843 q^{-1} + 0,221 q^{-2}}{1 + 0,496 q^{-1} - 0,697 q^{-2}} u(k) + W(k) \quad (2.3-11)$$

Simulação 2:

O algoritmo de adaptação foi o de ganho decrescente e $W(k)$ foi modelado como na simulação anterior (2.3-10). O modelo do processo obtido foi:

$$y(k) = \frac{0,850 q^{-1} + 0,191 q^{-2}}{1 + 0,505 q^{-1} - 0,704 q^{-2}} u(k) + W(k) \quad (2.3-12)$$

Comparando os resultados (2.3-11) e (2.3-12) com o processo (2.3-9) observa-se que o algoritmo a ganho decrescente é nitidamente superior ao algoritmo a ganho constante. Conforme mostrado em 3. Por esta razão os demais resultados somente levarão em conta o algoritmo a ganho decrescente.

Simulação 3:

A modelado do ruído é dada por:

$$W(k) = \frac{1 - 1,000 q^{-1} + 0,200 q^{-2}}{1 - 0,400 q^{-1} + 0,030 q^{-2}} \omega(k) \quad (2.3-13)$$

O modelo estimado do processo foi:

$$y(k) = \frac{0,002 + 0,851 q^{-1} + 0,191 q^{-2}}{1 + 0,505 q^{-1} - 0,703 q^{-2}} u(k) + W(k) \quad (2.3-14)$$

Simulação 4:

A modelagem do ruído é dada por:

$$W(k) = \frac{1 - 1,000 q^{-1} + 0,200 q^{-2}}{1 + 0,500 q^{-1} - 0,700 q^{-2}} \omega(k) \quad (2.3-15)$$

O modelo estimado do processo foi:

$$y(k) = \frac{-0,001 + 0,854 q^{-1} + 0,197 q^{-2}}{1 + 0,503 q^{-1} - 0,703 q^{-2}} u(k) + W(k) \quad (2.3-16)$$

Este identificador não modela $W(k)$ estimando apenas os parâmetros a_i e b_i do processo (2.2-1). Este fato constitui uma desvantagem deste tipo de identificador, pois, os modelos levantados por este método não podem ser usados em esquemas de controle que vizam minimizar a variância do erro de seguimento.

2.4 IDENTIFICADOR PARALELO COM COMPENSADOR AJUSTÁVEL

VEL

Será apresentado agora o algoritmo de identificação do tipo paralelo com compensador ajustável. Este algoritmo também foi desenvolvido por Landau [1], [3], [4].

2.4.1 O ALGORÍTMO

No algoritmo de identificação paralelo com compensador ajustável é definido um modelo ajustável "à posteriori" dado por:

$$\hat{Y}(k) = \hat{p}_E^T(k) V_E^T(k) \quad (2.4-1)$$

onde

$$\hat{p}_E^T(k) = [\hat{p}^T(k), -\hat{c}^T(k)]$$

sendo

$$\hat{c}^T(k) = [\hat{c}_1(k) \ \hat{c}_2(k) \ \dots \ \hat{c}_n(k)]$$

e

$$V_E^T(k) = [V^T(k), e^T(k-1)]$$

O erro generalizado "à priori"

$$v_o(k) = \epsilon_o(k) + \hat{c}^T(k-1) e(k-1) \quad (2.4-2)$$

Os algoritmos de adaptação são:

a) Algoritmo a ganho constante

$$\hat{p}_E(k) = \hat{p}_E(k-1) + F V_E(k) \frac{v_o(k)}{1 + V_E^T(k) F V_E(k)} \quad (2.4-3)$$

onde a matriz de ponderação F é definida positiva;

b) Algoritmo a ganho decrescente

$$\hat{p}_E(k) = \hat{p}_E(k-1) + F(k) V_E(k) \frac{v_o(k)}{1 + V_E^T(k) F(k) V_E(k)} \quad (2.4-4)$$

$\omega(k)$ sendo a matriz de transferência

$$H_2(q^{-1}) = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{ccc|c} 1/A(q^{-1}) & & 0 & \\ & \ddots & & \\ & & & 0 \\ 0 & & 1/A(q^{-1}) & \\ \hline & & 0 & I \end{array} \right] \begin{array}{l} n+m+1 \\ \\ \\ n \\ \\ n \end{array} \end{array}$$

pertencente à classe $L(1/2 I)$, \hat{p}_E^T converge para $[p^T, 0]$ como na Tabela 2.-2.

TIPO DE DISTÚRIBIO	ALGORÍTMO COM COMPENSAÇÃO AJUSTÁVEL
$W(k) = \frac{1}{N(q^{-1})} \omega(k)$	$\hat{p}_E^T \rightarrow [p^T, -n^T]$ se $H_1(q^{-1})$ pertencer à classe $L(1/2 I)$
$W(k) = \omega(k)$	$\hat{p}_E^T \rightarrow [p^T, 0]$ se $H_2(q^{-1})$ pertencer à classe $L(1/2 I)$
$W(k) = \frac{1}{A(q^{-1})} \omega(k)$	$\hat{p}_E^T \rightarrow [p^T, a^T]$ sem restrições

TABELA 2.2

2.4.3 FLUXOGRAMA DE PROGRAMAÇÃO

A Figura 2.2 apresenta um fluxograma para o identificador paralelo com compensador ajustável.

Os dados de entrada são a ordem do processo, os parâmetros do processo p , os vetores de modelação do ruído M e N , a indicação se o ruído envolve a dinâmica do processo, a variância do processo estocástico ω , o tipo de algoritmo, o número de iterações desejadas, e as condições iniciais. Lido os dados, o programa gera u , ω , e , V , V_0 e simula o sistema. Em seguida é calculado \hat{y}_0 , ϵ_0 e v_0 . Dependendo do tipo de algoritmo o programa calcula convenientemente \hat{p}_E . A seguir são calculados \hat{y} e ϵ . Se o número de iterações corresponde ao valor desejado o programa imprime o valor médio de p_E , se não incrementa a contagem do número de iterações e gera u , ω e etc....

2.4.4 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção serão apresentados resultados de simulação referente ao identificador com compensação ajustável. Todos utilizarão o algoritmo de adaptação a ganho decrescente. Três simulações serão apresentadas e em todas elas o processo utilizado é o mesmo do identificador anterior (2.3-9). Em cada simulação W foi modelado diferentemente.

Simulação 1:

A modelagem do ruído é dada por:

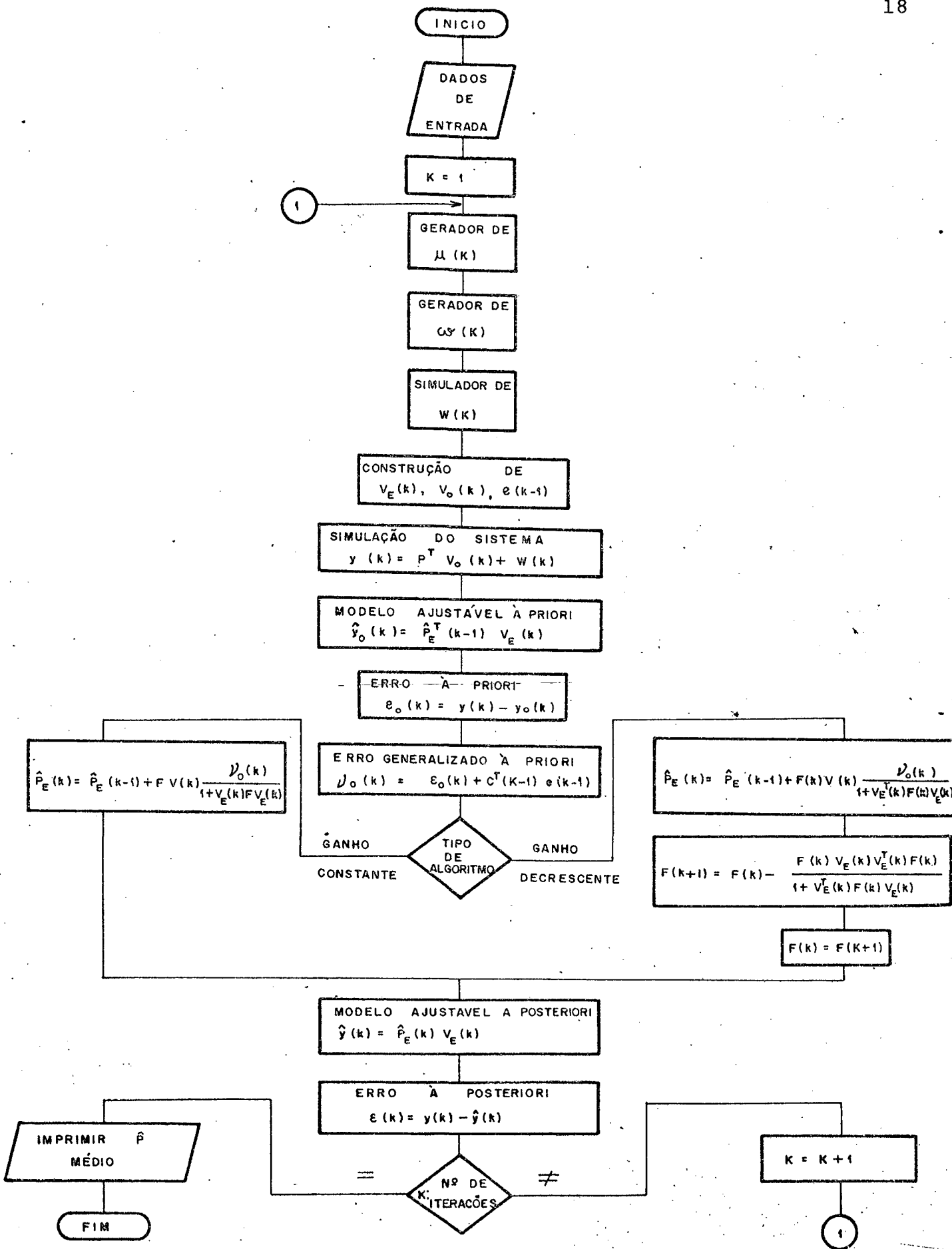


Figura 2.2

$$W(k) = \frac{1}{1 - 0,400 q^{-1} + 0,030 q^{-2}} \omega(k) \quad (2.4-6)$$

O modelo estimado do processo foi:

$$y(k) = \frac{-0,002 + 0,850 q^{-1} + 0,196 q^{-2}}{1 + 0,502 q^{-1} - 0,702 q^{-2}} u(k) +$$

$$+ \frac{1}{1 - 0,421 q^{-1} + 0,090 q^{-2}} \omega(k) \quad (2.4-7)$$

Simulação 2:

A modelagem do ruído é dada por:

$$W(k) = \omega(k) \quad (2.4-8)$$

O modelo estimado do processo foi:

$$y(k) = \frac{-0,001 + 0,851 q^{-1} + 0,195 q^{-2}}{1 + 0,502 q^{-1} - 0,701 q^{-2}} u(k) + \omega(k) \quad (2.4-9)$$

onde

$$\hat{c}^T = [0,035 \quad -0,038]$$

que é aproximadamente $[0 \quad 0]$ como esperado teoricamente.

Simulação 3:

A modelagem do ruído é dada por:

$$W(k) = \frac{1}{1 + 0,500 q^{-1} - 0,700 q^{-2}} \omega(k) \quad (2.4-10)$$

O modelo estimado do processo foi

$$y(k) = \frac{-0,001 + 0,851 q^{-1} + 0,200 q^{-2}}{1 + 0,500 q^{-1} - 0,701 q^{-2}} u(k) + \frac{1}{1 + 0,508 q^{-1} - 0,707 q^{-2}} \omega(k) \quad (2.4-11)$$

Notar que os modelos obtidos apresentam resultados compatíveis com os esperados teoricamente.

2.5 IDENTIFICADOR PARALELO COM MODELO DE ESTIMAÇÃO ESTENDIDO

Será apresentado agora o algoritmo de identificação do tipo paralelo com modelo de estimação estendido. Este algoritmo como os anteriores também foi desenvolvido por Landau [1], [3], [4].

2.5.1 O ALGORÍTMO

A estrutura do sistema ajustável é significativamente diferente da estrutura usada anteriormente.

A saída "a priori" do sistema ajustável é dada por:

$$\hat{y}_0(k) = \hat{p}^T(k-1) V(k) - \hat{c}^T(k-1) e(k-1) \quad (2.5-1)$$

que pode ser escrito na forma

$$\hat{y}_0(k) = \hat{p}_E^T(k-1) V_E(k) \quad (2.5-2)$$

A saída "ã posteriori" é dada por:

$$\hat{y}(k) = \hat{p}^T(k) V(k) - \hat{c}^T(k) e(k-1) \quad (2.5-3)$$

Logo

$$\hat{y}(k) = \hat{p}_E^T(k) V_E(k) \quad (2.5-4)$$

O erro de saída "ã priori" que neste caso é o mesmo que o erro generalizado "ã priori". é definido por

$$\varepsilon_0(k) = v_0(k) = y(k) - \hat{y}_0(k) \quad (2.5-5)$$

e, o "ã posteriori"

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (2.5-6)$$

Os algoritmos de adaptação são:

a) Algoritmo a ganho constante

$$\hat{p}_E(k) = \hat{p}_E(k-1) + F V_E(k) \frac{\varepsilon_0(k)}{1 + V_E^T(k) F V_E(k)} \quad (2.5-7)$$

onde a matriz de ponderação F é definida positiva;

b) Algoritmo a ganho decrescente

$$\hat{p}_E(k) = \hat{p}_E(k-1) + F(k) V_E(k) \frac{\varepsilon_0(k)}{1 + V_E^T(k) F(k) V_E(k)} \quad (2.5-8)$$

onde a matriz de ponderação F(k) é gerada pela equação matricial

$$F(k+1) = F(k) - \frac{F(k) V_E(k) V_E^T(k) F(k)}{1 + V_E^T(k) F(k) V_E(k)} \quad (2.5-9)$$

com $F(0)$ definida positiva.

Cumpra salientar que nos três algoritmos apresentados é considerado que a ordem do modelo sempre é conhecida e igual a ordem do processo e supondo-se ainda ser o processo observável e controlável.

2.5.2 MODELO DO PROCESSO IDENTIFICADO

Foi mostrado em [1], que se o sistema

$$1/A(q^{-1})$$

pertencer a classe $L(1/2)$ (ver Anexo A) e $W(k)$ é modelado pelo ruído branco $\omega(k)$ então \hat{p}_E^T converge para $[p^T, 0]$ como mostrado na Tabela 2.3 . Se $W(k)$ for modelado por $(M(q^{-1})/A(q^{-1})) \omega(k)$ e o sistema

$$1/M(q^{-1})$$

pertencer a classe $L(1/2)$ então \hat{p}_E^T converge para $[p^T, m^T + a^T]$ como mostrado na Tabela 2.3 onde

$$m^T = [m_1 \ m_2 \ \dots \ m_n]$$

TIPO DE DISTÚRBO	ALGORÍTMO COM MODELO DE ESTIMAÇÃO ESTENDIDO
$W(k) = \omega(k)$	$\hat{p}_E^T \rightarrow [p^T, 0]$ se $1/A(q^{-1})$ perten- cer a classe $L(1/2)$
$W(k) = \frac{1}{A(q^{-1})} \omega(k)$	$\hat{p}_E^T \rightarrow [p^T, a^T]$ sem restrições
$W(k) = \frac{M(q^{-1})}{A(q^{-1})} \omega(k)$	$\hat{p}_E^T \rightarrow [p^T, m^T + a^T]$ se $1/M(q^{-1})$ pertencer a classe $L(1/2)$

TABELA 2.3

2.5.3 FLUXOGRAMA DE PROGRAMAÇÃO

A figura 2.3 apresenta um fluxograma para o identificador paralelo com compensador ajustável.

Os dados de entrada são a ordem do processo, os parâmetros do processo p , o vetor de modelação do ruído M , a indicação se o ruído envolve a dinâmica do processo, a variância do processo estocástico ω , o tipo de algoritmo, o número de iterações desejadas, e as condições iniciais. Lido os dados o programa gera u , ω , V_o e V_e e simula o sistema. Em seguida é calculado \hat{y}_o e ϵ_o . Dependendo do tipo de algoritmo o programa calcula convenientemente \hat{p}_E . A seguir é calculado \hat{y} e ϵ . Se o número de iterações corresponde ao valor desejado o programa imprime o valor médio de \hat{p}_E , se não, incrementa a contagem do número de iterações e gera u , ω e etc....

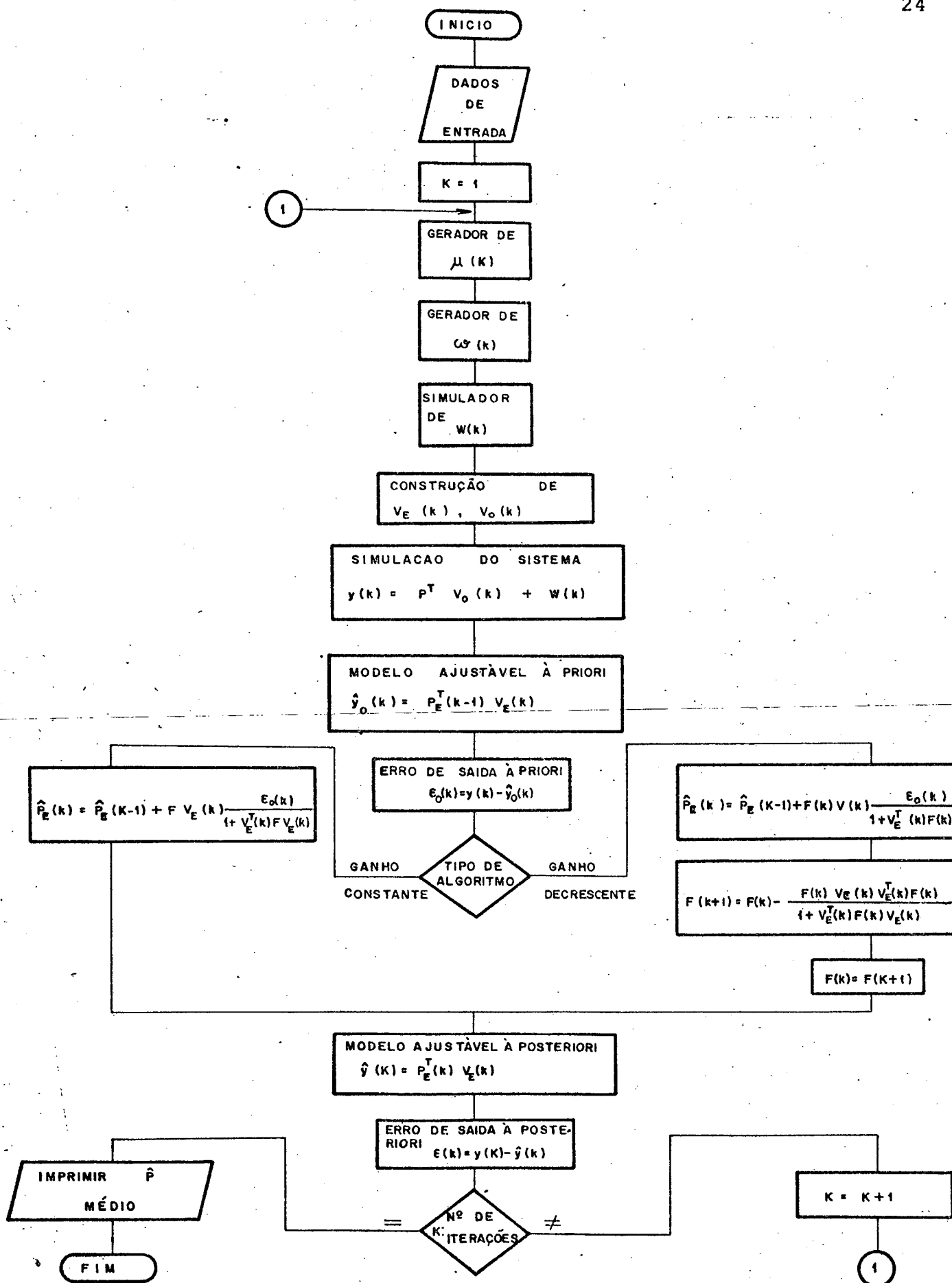


Figura 2.3

2.5.4 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta secção serão apresentados resultados de simulação referente ao identificador com modelo de estimação estendido. Todos eles utilizarão o algoritmo de adaptação a ganho decrescente. Três simulações serão apresentadas e em todas elas são utilizadas o processo (2.3-9) onde W é modelado diferentemente.

Simulação 1:

A modelagem do ruído é dada por:

$$W(k) = \omega(k) \quad (2.5-10)$$

O modelo estimado do processo foi:

$$y(k) = \frac{-0,001 + 0,851 q^{-1} + 0,197 q^{-2}}{1 + 0,501 q^{-1} - 0,701 q^{-2}} + \omega(k) \quad (2.5-11)$$

onde

$$\hat{c}^T = [0,027 \quad -0,022]$$

que é aproximadamente $[0 \quad 0]$ como esperado teoricamente.

Simulação 2:

A modelagem do ruído é dada por:

$$W(k) = \frac{1}{1 + 0,500 q^{-1} - 0,700 q^{-2}} \omega(k) \quad (2.5-12)$$

O modelo estimado do processo foi:

$$y(k) = \frac{-0,001 + 0,851 q^{-1} + 0,200 q^{-2}}{1 + 0,500 q^{-1} - 0,701 q^{-2}} u(k) + \frac{1}{1 + 0,520 q^{-1} - 0,702 q^{-2}} \omega(k) \quad (2.5-13)$$

Simulação 3:

A modelagem do ruído é dada por:

$$W(k) = \frac{1 - 1,000 q^{-1} + 0,200 q^{-2}}{1 + 0,500 q^{-1} - 0,700 q^{-2}} \omega(k) \quad (2.5-14)$$

O modelo estimado do processo foi:

$$y(k) = \frac{-0,001 + 0,850 q^{-1} + 0,197 q^{-2}}{1 + 0,501 q^{-1} - 0,701 q^{-2}} u(k) + \frac{1 - 0,955 q^{-1} + 0,153 q^{-2}}{1 + 0,501 q^{-1} - 0,701 q^{-2}} \omega(k) \quad (2.5-15)$$

2.6 CONCLUSÃO

Os três algoritmos de identificação estudados apresentam um bom desempenho.

O identificador a compensação fixa necessita de uma pré-estimação dos parâmetros a_i para a determinação dos parâmetros do compensador bem como não modela a perturbação $W(k)$. Este identificador é conveniente para síntese de regulador ou seguidor a variância mínima somente no caso onde o projetista tiver

certeza que a perturbação $W(k)$ é modelada por $\omega(k)$ ou $(1/A(q^{-1})) \omega(k)$.

Os dois outros identificadores apresentados evitam o problema da pré-estimação dos parâmetros a_i e permitem modelar a perturbação $W(k)$, sendo portanto úteis em problemas de controle do tipo regulador ou seguidor a variância mínima, onde a modelização de $W(k)$ intervém nestes controladores.

C A P Í T U L O 3

O SEGUIDOR CLÁSSICO

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo será apresentado um método de síntese de seguidor onde o sinal de referência deve sair de um sistema linear autônomo e invariante. O sinal de referência é desta forma uma composição de sinais constante, rampa, parábola, senoide, exponencial, etc. A síntese deste seguidor é baseada na moderna teoria de controle robusto [9], [10], [11] para processos discretos. O processo é suposto linear e invariante no tempo.

Este capítulo apresenta uma exposição teórica que permite sintetizar o seguidor bem como resultados de simulação visando evidenciar a eficácia do esquema.

3.2 O SEGUIDOR CLÁSSICO

Seja um processo discreto com uma entrada e uma saída completamente controlável e observável, descrito por:

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k) \quad (3.2-1)$$

onde $u(k)$ é a entrada no instante k , $y(k)$ a saída no instante k e $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ são polinômios da forma:

$$A(q^{-1}) = 1 - a_1 q^{-1} - \dots - a_n q^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m}$$

O objetivo do seguidor é encontrar um sinal de controle $u(k)$ de tal forma que o erro de seguimento $\varepsilon(k)$ entre um sinal de referência $y_r(k)$ e $y(k)$ convirja assintoticamente para zero, ou seja

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} |y_r(k) - y(k)| = 0 \quad (3.2-2)$$

O sinal de referência é saída de um sistema linear autônomo e invariante, ou seja, $y_r(k)$ satisfaz a seguinte equação:

$$D(q^{-1})y_r(k) = 0 \quad (3.2-3)$$

onde

$$D(q^{-1}) = 1 - d_1 q^{-1} - \dots - d_p q^{-p}$$

A estrutura do seguidor é dada na Figura 3.1 a seguir. O sinal de controle $u(k)$ é o sinal de saída do servocompensador, cuja entrada é o erro de seguimento $\varepsilon(k)$, subtraído do sinal de saída do filtro estabilizante, cuja entrada é o sinal estabilizante $V(k)$.

Será mostrado a seguir que a estrutura proposta permite obter um sistema dinâmico para $\varepsilon(k)$ que é excitado apenas pelo sinal estabilizante $V(k)$ e independente do sinal de referência $y_r(k)$.

A equação (3.2-1) pode ser reescrita na forma:

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k) \quad (3.2-4)$$

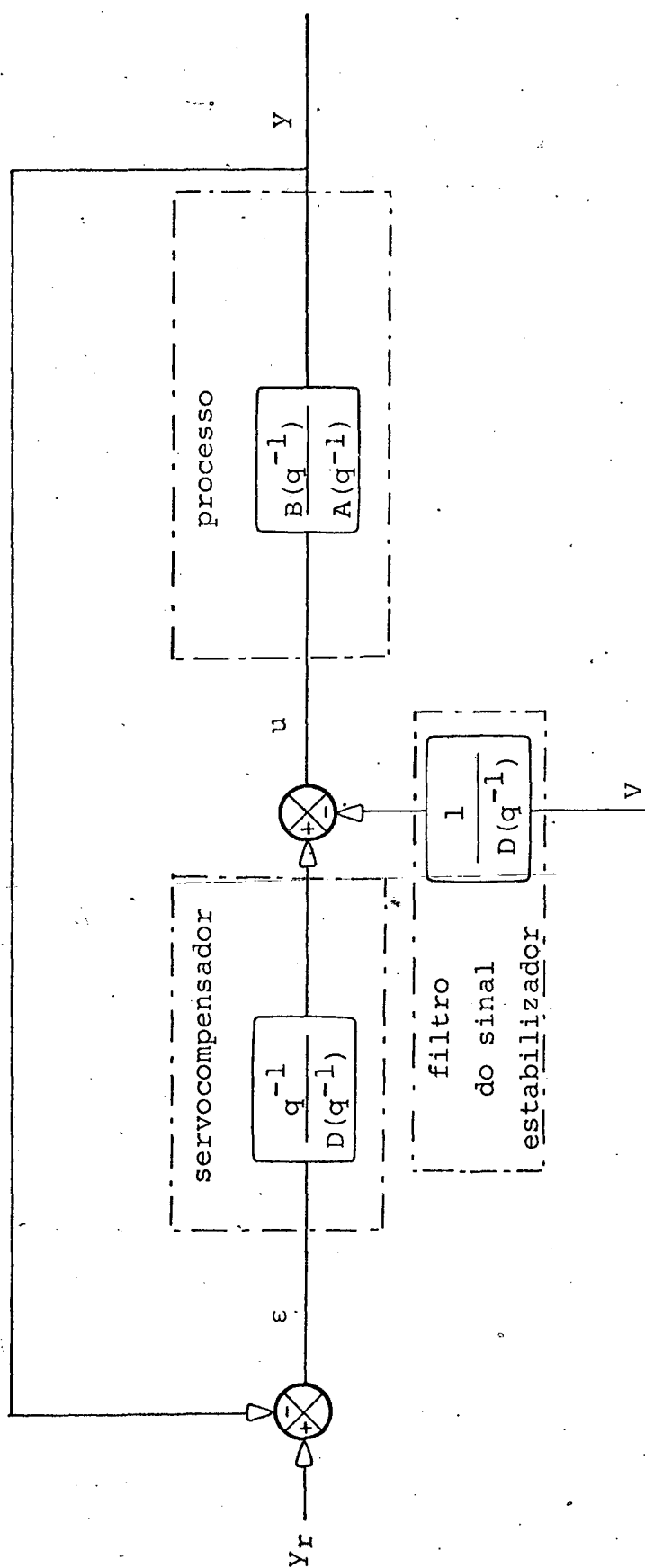


Figura 3.1 - Diagrama em bloco do seguidor clássico.

Da estrutura do seguidor podemos tirar que

$$u(k) = \frac{q^{-1}}{D(q^{-1})} \varepsilon(k) - \frac{1}{D(q^{-1})} v(k)$$

ou seja

$$D(q^{-1})u(k) = q^{-1} \varepsilon(k) - v(k), \quad (3.2-5)$$

onde

$$\varepsilon(k) = y_r(k) - y(k). \quad (3.2-6)$$

Aplicando o operador $D(q^{-1})$ em ambos os membros de (3.2-6) tem-se:

$$D(q^{-1}) \varepsilon(k) = D(q^{-1}) y_r(k) - D(q^{-1}) y(k) \quad (3.2-7)$$

Considerando-se a equação (3.2-3) conclui-se que:

$$D(q^{-1}) \varepsilon(k) = -D(q^{-1}) y(k) \quad (3.2-8)$$

Aplicando agora o polinômio $D(q^{-1})$ em (3.2-4),

$$A(q^{-1}) D(q^{-1}) y(k) = B(q^{-1}) D(q^{-1}) u(k) \quad (3.2-9)$$

e substituindo (3.2-5) e (3.2-8) em (3.2-9) obtêm-se a equação

$$-A(q^{-1}) D(q^{-1}) \varepsilon(k) = B(q^{-1}) q^{-1} \varepsilon(k) - B(q^{-1}) v(k)$$

que pode ser reescrita na forma

$$|A(q^{-1}) D(q^{-1}) + B(q^{-1}) q^{-1}| \varepsilon(k) = B(q^{-1}) v(k) \quad (3.2-10)$$

A equação (3.2-10) é a equação dinâmica do erro procurada. O problema agora resume-se em encontrar uma entrada conveniente $v(k)$ de tal forma que o sistema descrito acima seja assintoticamente estável. Serão apresentadas a seguir duas solu-

ções para este problema.

Solução 1:

Nesta solução [7] propõe-se para o regulador

$$V(k) = \frac{M(q^{-1})}{N(q^{-1})} \varepsilon(k) \quad (3.2-11)$$

com

$$M(q^{-1}) = m_1 q^{-1} + m_2 q^{-2} + \dots + m_{n1} q^{-n1},$$

$$N(q^{-1}) = 1 + n_1 q^{-1} + n_2 q^{-2} + \dots + n_{n2} q^{-n2}$$

onde m_i e n_i deverão ser convenientemente calculados.

Substituindo agora (3.2-11) em (3.2-10),

$$\left[A(q^{-1}) D(q^{-1}) + B(q^{-1}) q^{-1} \right] \varepsilon(k) = B(q^{-1}) \frac{M(q^{-1})}{N(q^{-1})} \varepsilon(k)$$

que pode ser reescrita na forma

$$\{ N(q^{-1}) [A(q^{-1}) D(q^{-1}) + B(q^{-1}) q^{-1}] - B(q^{-1}) M(q^{-1}) \} \varepsilon(k) = 0 \quad (3.2-12)$$

O problema agora é encontrar M e N tal que os polos da equação (3.2-12) estejam dentro do círculo unitário. Chen mostra em [7] através dos teoremas algébricos (9-12) e (9-13) que este problema pode ser facilmente resolvido através da solução de um sistema de equações lineares.

Solução 2:

A apresentação deste segundo regulador [9],[18] será feita através de um exemplo. Supondo que:

$$A(q^{-1})D(q^{-1}) + B(q^{-1})q^{-1} = 1 - \tilde{a}_1q^{-1} - \tilde{a}_2q^{-2}$$

e

$$B(q^{-1}) = b_1q^{-1}$$

Da equação (3.2-10) obtém-se a seguinte equação dinâmica para o erro de seguimento:

$$\varepsilon(k) = \tilde{a}_1\varepsilon(k-1) + \tilde{a}_2\varepsilon(k-2) + b_1V(k-1) \quad (3.2-13)$$

Da equação acima pode-se obter que:

$$\varepsilon(k+1) = \tilde{a}_1\varepsilon(k) + \tilde{a}_2\varepsilon(k-1) + b_1V(k) \quad (3.2-14)$$

Substituindo (3.2-13) em (3.2-14) vem:

$$\begin{aligned} \varepsilon(k+1) &= (\tilde{a}_1^2 + \tilde{a}_2)\varepsilon(k-1) + \tilde{a}_1\tilde{a}_2\varepsilon(k-2) + \\ &+ b_1V(k) + \tilde{a}_1b_1V(k-1) \end{aligned} \quad (3.2-15)$$

Encontrando $V(k)$ de tal forma que:

$$(\tilde{a}_1^2 + \tilde{a}_2)\varepsilon(k-1) + \tilde{a}_1\tilde{a}_2\varepsilon(k-2) + b_1V(k) + \tilde{a}_1b_1V(k-1) = 0 \quad (3.2-16)$$

A equação (3.2-15) fica

$$\varepsilon(k+1) = 0 \quad (3.2-17)$$

o que implica em

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon(k) = 0 \quad (3.2-18)$$

O regulador procurado é obtido da equação (3.2-16),

$$V(k) = \frac{M(q^{-1})}{N(q^{-1})} \varepsilon(k) = \frac{(\tilde{a}_1^2 + \tilde{a}_2)q^{-1} + \tilde{a}_1\tilde{a}_2q^{-2}}{b_1 + \tilde{a}_1b_1q^{-1}} \varepsilon(k) \quad (3.2-19)$$

que é a solução para o problema apresentado.

A estrutura dos dois reguladores é a mesma conforme atestam as equações (3.2-11) e (3.2-19), o que implica numa única estrutura de regulador, apresentada na Figura 3.2 (seguidor clássico mais regulador).

Algumas considerações serão feitas a respeito da estrutura do polinômio $D(q^{-1})$ através dos dois exemplos ilustrativos apresentados a seguir:

a) Para $y_r(k) = F$, onde F é constante, a estrutura de $D(q^{-1})$ é

$$D(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$$

uma vez que

$$(1 - q^{-1})F = F - F = 0;$$

b) Para $y_r(k) = F + Gk$, onde F e G são constantes, a estrutura de $D(q^{-1})$ é

$$D(q^{-1}) = 1 - 2q^{-1} + q^{-2}$$

uma vez que

$$(1 - 2q^{-1} + q^{-2})(F + Gk) = F + Gk - 2(F + G(k-1)) + F + G(k-2) = 0$$

Notar que tanto $y_r(k) = F$ como $y_r(k) = F + Gk$ são soluções de

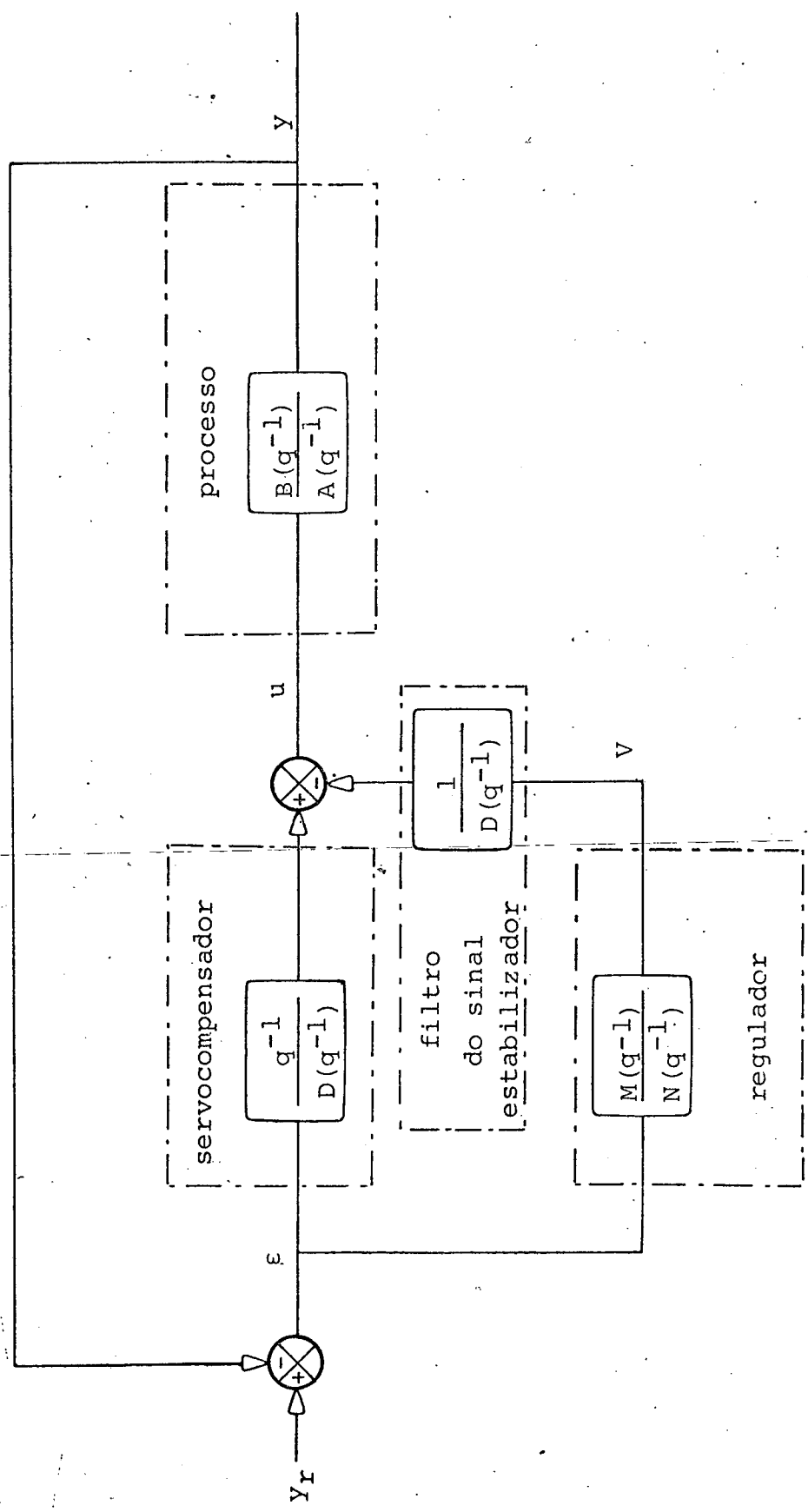


Figura 3.2 - Estrutura do seguidor mais regulador proposta na solução apresentada.

$$(1 - 2q^{-1} + q^{-2})y_r(k) = 0$$

3.3 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Serão apresentados dois resultados de simulação onde no primeiro é usado um processo de 2ª ordem e no segundo é usado um processo de 4ª ordem. As simulações foram realizadas no computador PDP 11/40 da UFSC.

O sinal a ser rastreado é dado na Figura 3.3. Como a referência é do tipo rampa e constante o polinômio $D(q^{-1})$ é do tipo

$$D(q^{-1}) = 1 - 2q + q^{-2}$$

O processo de 2ª ordem é

$$y(k) = \frac{0,85 q^{-1} + 0,2 q^{-2}}{1 + 0,5 q^{-1} - 0,7 q^{-2}} u(k)$$

e o esquema de controle é apresentado na Figura 3.4. Para a determinação do regulador foi usada a solução 1. A Figura 3.5a mostra a saída do processo $y(k)$ e o sinal de referência $y_r(k)$. Notar que apenas no início e nas transições rampa-constante e constante-rampa $y(k)$ não segue exatamente $y_r(k)$ devido a um natural transitório. A Figura 3.5b mostra o erro de seguimento.

O processo de 4ª ordem é

$$y(k) = \frac{1}{1 - 1,3 q^{-1} + 0,22 q^{-2} + 0,832 q^{-3} + 0,269 q^{-4}} u(k)$$

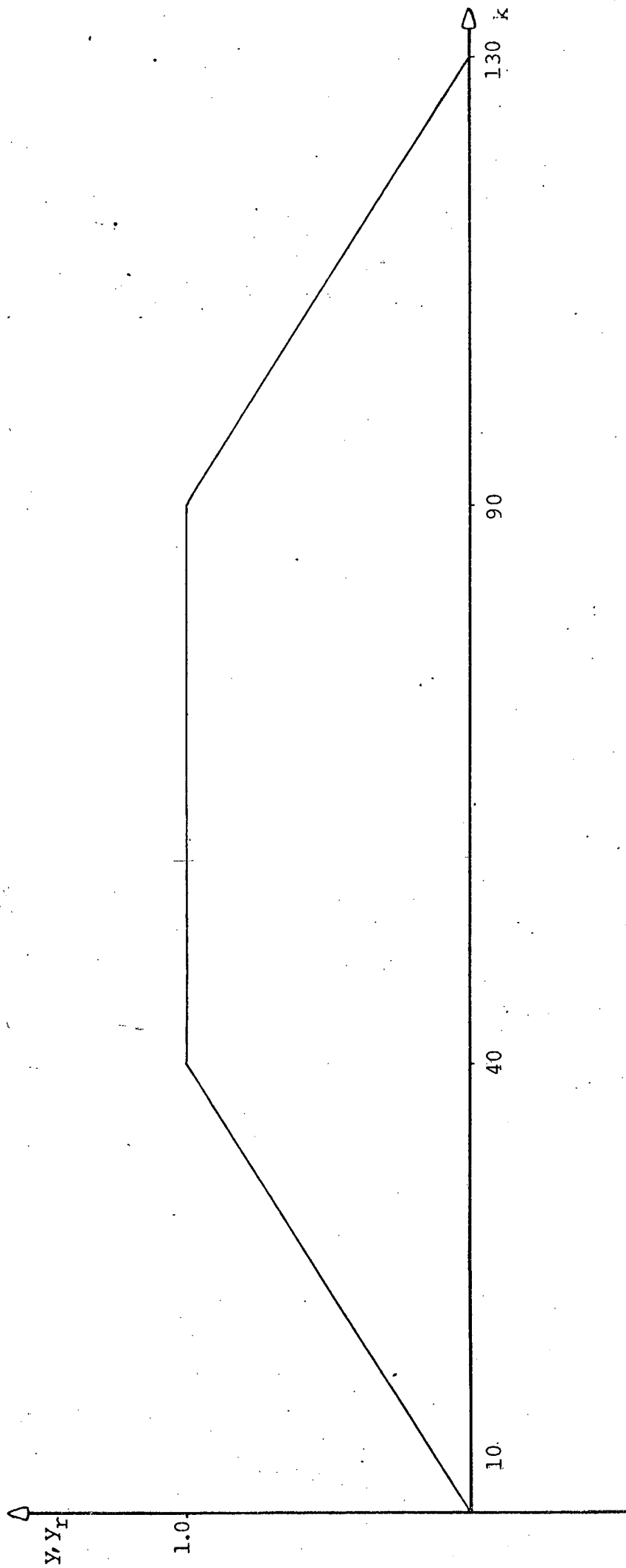


Figura 3.3 - Sinal de referência

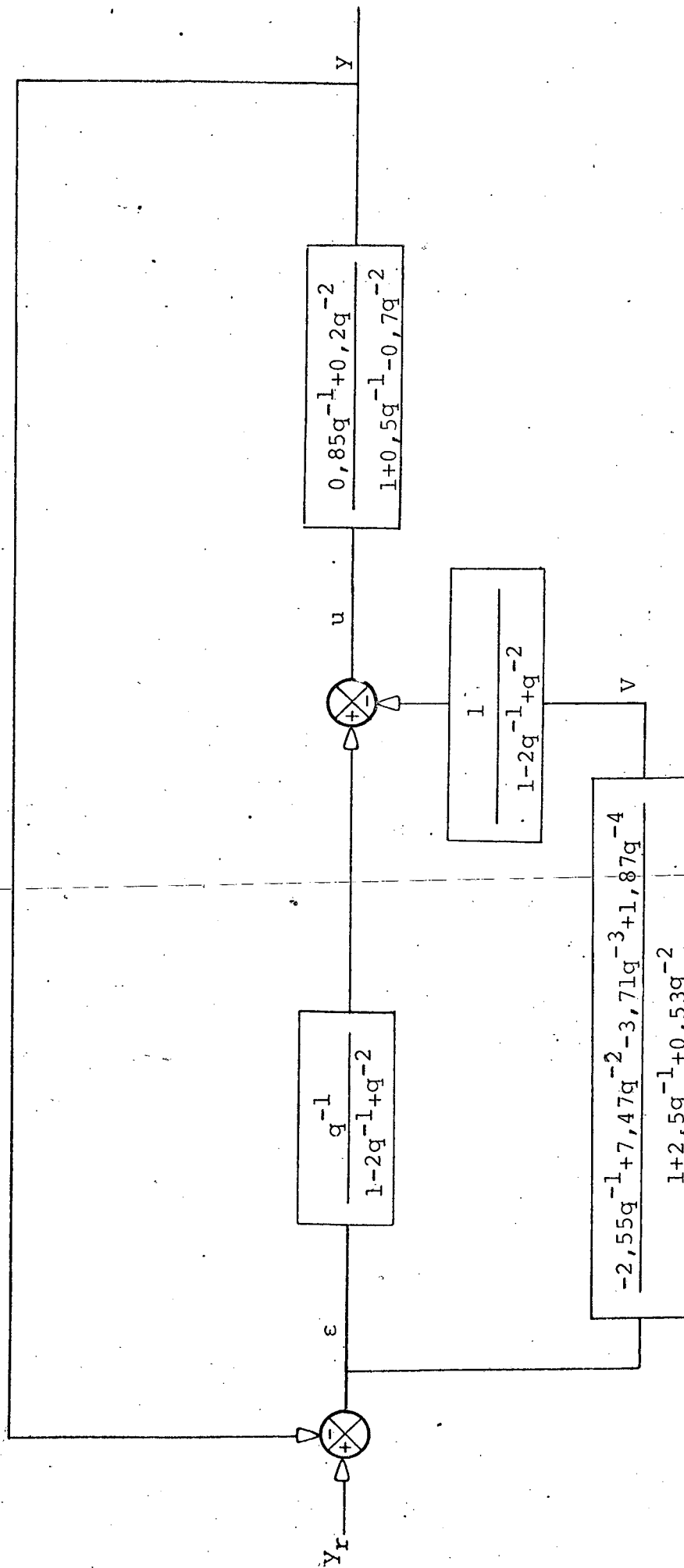


Figura 3.4 - Esquema de controle para o processo de 2º ordem com o seguidor clássico.

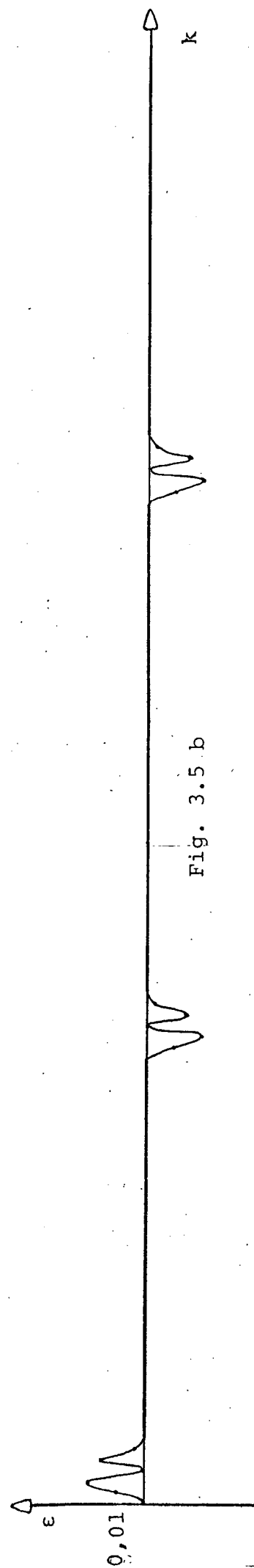
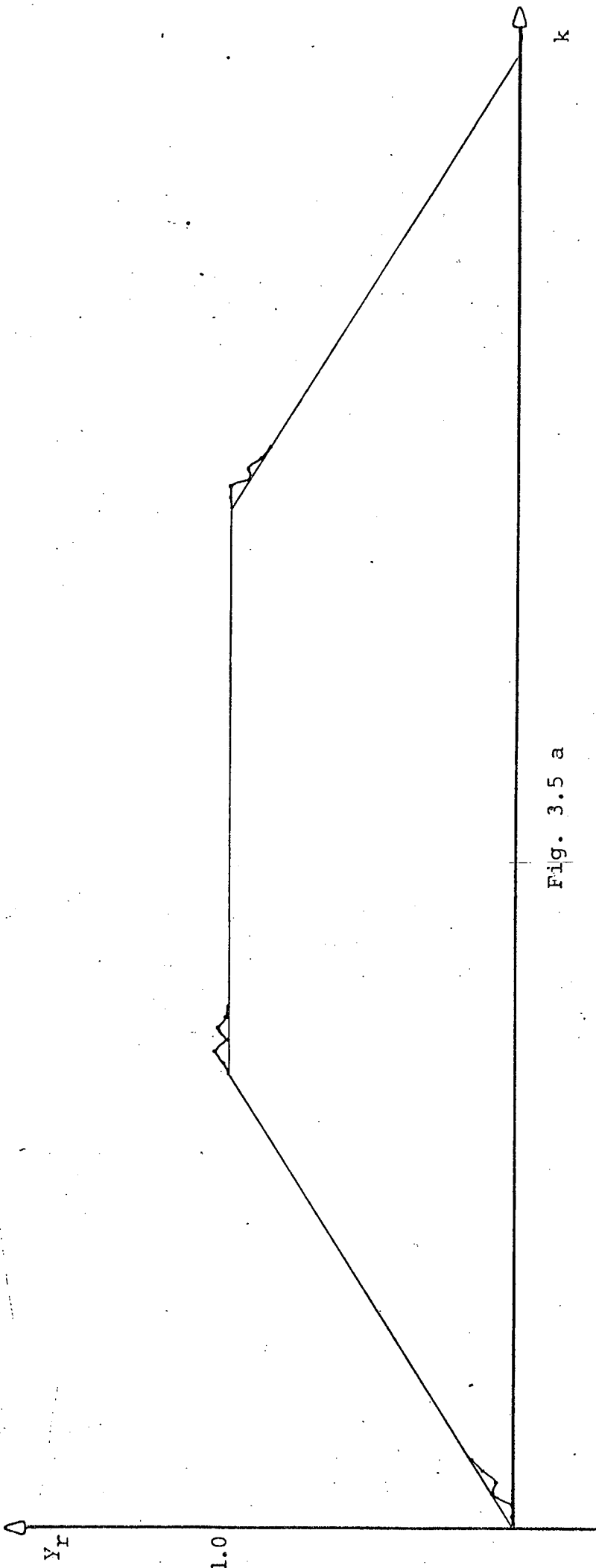


Figura 3.5 - a) Saída do processo e sinal de referência. Processo de 2ª ordem com seguidor clássico. b) Erro de segmento.

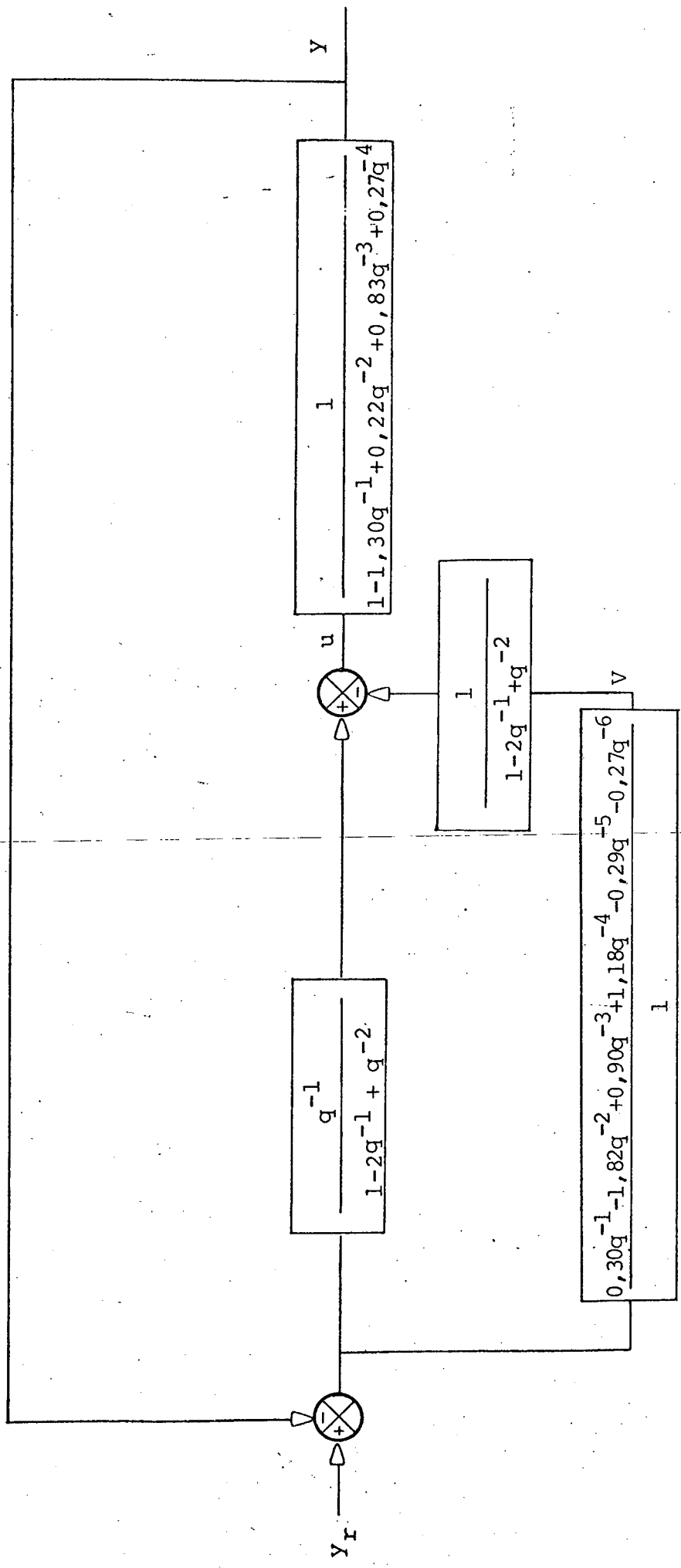


Figura 3.6 - Esquema de controle para o processo de 4º ordem com o seguidor clássico.

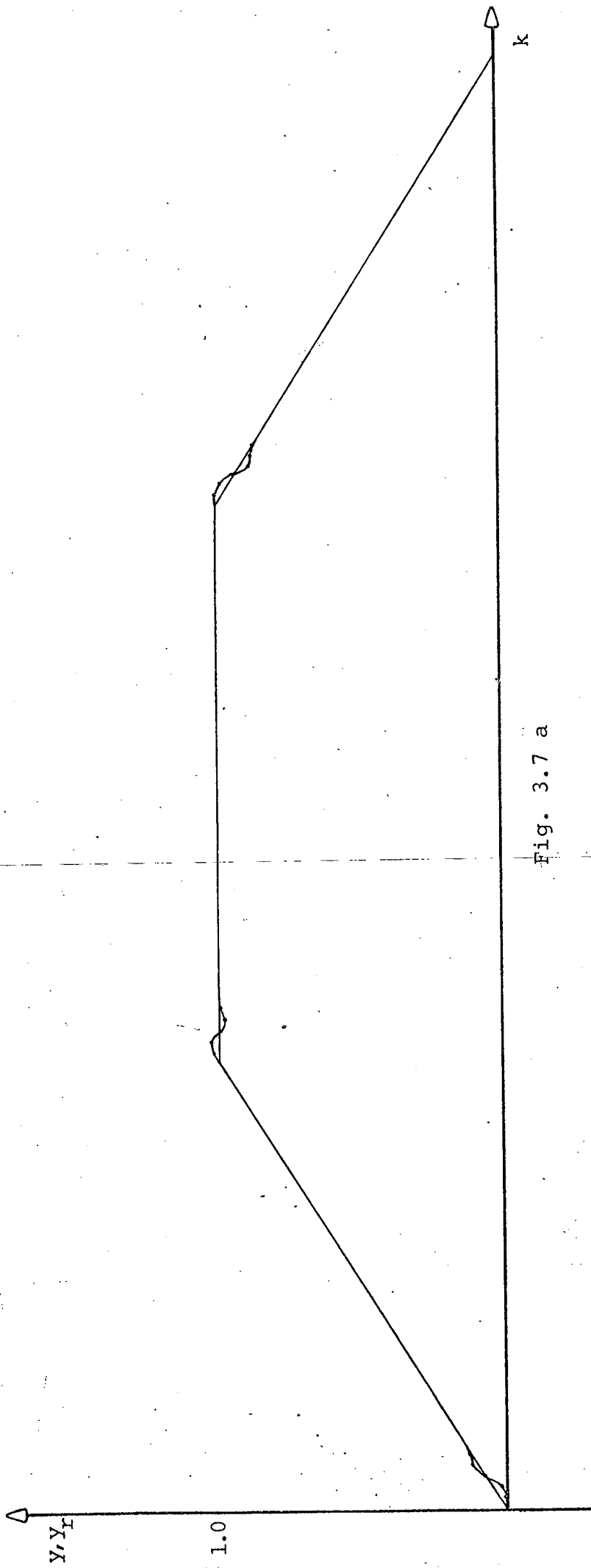


Fig. 3.7 a

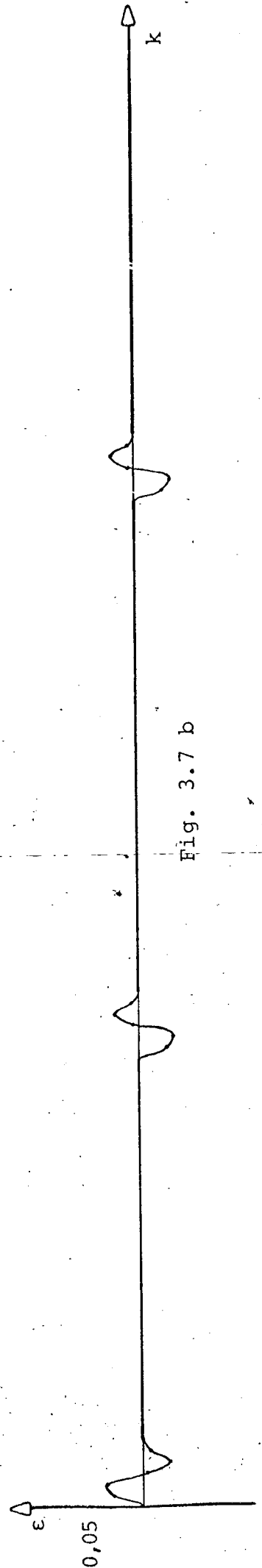


Fig. 3.7 b

Sendo o esquema de controle apresentado na Figura 3.6. Para a determinação do regulador foi usada a solução 1. A Figura 3.7a mostra a saída do processo $y(k)$ e o sinal de referência $y_r(k)$ e a figura 3.7b mostra o erro de seguimento. Notar que, como no processo de 2ª ordem, aparecem erros de seguimento no início e nas transições rampa-constante e constante-rampa devido a um transitório natural.

3.4 CONCLUSÃO

As simulações apresentadas ilustram que o seguidor clássico tem um bom desempenho como atestam as Figuras 3.5 e 3.7.

Mostrar-se-á quando o processo está perturbado por um processo estocástico, que o desempenho deste esquema não é bom e deve-se usar o seguidor à variância mínima que será apresentado no próximo capítulo.

O seguidor clássico não leva em conta o modelo da perturbação estocástica como o faz o seguidor a variância mínima e por esta razão este último tem melhor desempenho em ambiente estocástico.

C A P Í T U L O 4

SEGUIDOR À VARIÂNCIA MÍNIMA

4.1 INTRODUÇÃO

O problema do seguidor em meio estocástico deve levar em conta o modelo da perturbação para se ter um bom desempenho do erro de seguimento. Conhecido o processo e o modelo da perturbação, que podem ser obtidos com os métodos de identificação apresentados no capítulo 2, pode-se construir seguidores de um sinal que é saída de um sistema linear autônomo, onde a variância do erro de seguimento seja mínima. O objetivo deste capítulo é apresentar esquemas que resolvam este problema.

Neste capítulo são apresentados dois esquemas baseados na estimação da perturbação, bem como evidenciadas limitações do regulador de Åström. É mostrado que os esquemas podem ser sintetizados a partir do modelo do processo identificado. Uma comparação entre o seguidor clássico e os seguidores propostos é feita evidenciando-se que o desempenho destes últimos é bem melhor.

4.2 O SEGUIDOR VISTO COM UM REGULADOR

Seja um processo discreto completamente controlável e observável, descrito por:

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k) + W(k) \quad (4.2-1)$$

onde

$$W(k) = \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} \omega(k) \quad (4.2-2)$$

As sequências $\{y(k)\}$ e $\{u(k)\}$ são respectivamente a saída e a entrada do processo. $W(k)$ é a perturbação dada por um processo autoregressivo com média móvel excitada por um processo estocástico estacionário de variáveis aleatórias independentes $\omega(k)$ de média zero e desvio padrão σ_w . Os polinômios A , B , e C são da forma:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = b_m q^{-m} + b_{m+1} q^{-(m+1)} + \dots + b_n q^{-n}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_n q^{-n}$$

onde o polinômio $C(z)$ tem todos os seus zeros dentro do círculo unitário e $m=0,1,\dots,n$.

O objetivo do regulador é encontrar um sinal de controle $u(k)$ de tal forma que o erro de seguimento $\varepsilon(k)$ entre $y_r(k)$ e $y(k)$

$$\varepsilon(k) = y_r(k) - y(k) \quad (4.2-3)$$

tenha variância mínima.

O sinal de referência é saída de um sistema linear autônomo e invariante, ou seja, y_r satisfaz a seguinte equação

$$D(q^{-1}) y_r(k) = 0 \quad (4.2-4)$$

onde

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_p q^{-p}.$$

A estrutura do seguidor é dada na Figura 4.1.

O sinal de controle $u(k)$ é o sinal de saída do servocompensador que é excitado pelo erro de seguimento subtraído do sinal de saída do filtro estabilizante que é excitado pelo sinal estabilizante $V(k)$.

Será mostrado a seguir que a estrutura proposta permite obter um sistema dinâmico para $\varepsilon(k)$ que é excitado pelo sinal $V(k)$ e pela variável aleatória $\omega(k)$, sendo no entanto independente do sinal de referência $y_r(k)$.

A equação (4.2-1) pode ser reescrita na forma:

$$A(q^{-1}) y(k) = B(q^{-1}) u(k) + C(q^{-1}) \omega(k) \quad (4.2-5)$$

Da estrutura do seguidor, mostrada na Figura 4.1, podemos tirar que

$$u(k) = \frac{q^{-1}}{D(q^{-1})} \varepsilon(k) - \frac{1}{D(q^{-1})} V(k)$$

ou seja

$$D(q^{-1}) u(k) = q^{-1} \varepsilon(k) - V(k) \quad (4.2-6)$$

Uma vez que

$$\varepsilon(k) = y_r(k) - y(k), \quad (4.2-7)$$

Aplicando $D(q^{-1})$ em ambos os membros de (4.2-7) temos:

$$D(q^{-1}) \varepsilon(k) = -D(q^{-1}) y(k) \quad (4.2-8)$$

$$D(q^{-1}) y_r(k) = 0 \quad (4.2-4)$$

onde

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_p q^{-p}.$$

A estrutura do seguidor é dada na Figura 4.1.

O sinal de controle $u(k)$ é o sinal de saída do servocompensador que é excitado pelo erro de seguimento subtraído do sinal de saída do filtro estabilizante que é excitado pelo sinal estabilizante $V(k)$.

Será mostrado a seguir que a estrutura proposta permite obter um sistema dinâmico para $\varepsilon(k)$ que é excitado pelo sinal $V(k)$ e pela variável aleatória $\omega(k)$, sendo no entanto independente do sinal de referência $y_r(k)$.

A equação (4.2-1) pode ser reescrita na forma:

$$A(q^{-1}) y(k) = B(q^{-1}) u(k) + C(q^{-1}) \omega(k) \quad (4.2-5)$$

Da estrutura do seguidor, mostrada na Figura 4.1, podemos tirar que

$$u(k) = \frac{q^{-1}}{D(q^{-1})} \varepsilon(k) - \frac{1}{D(q^{-1})} V(k)$$

ou seja

$$D(q^{-1}) u(k) = q^{-1} \varepsilon(k) - V(k) \quad (4.2-6)$$

Uma vez que

$$\varepsilon(k) = y_r(k) - y(k), \quad (4.2-7)$$

Aplicando $D(q^{-1})$ em ambos os membros de (4.2-7) temos:

$$D(q^{-1}) \varepsilon(k) = -D(q^{-1}) y(k) \quad (4.2-8)$$

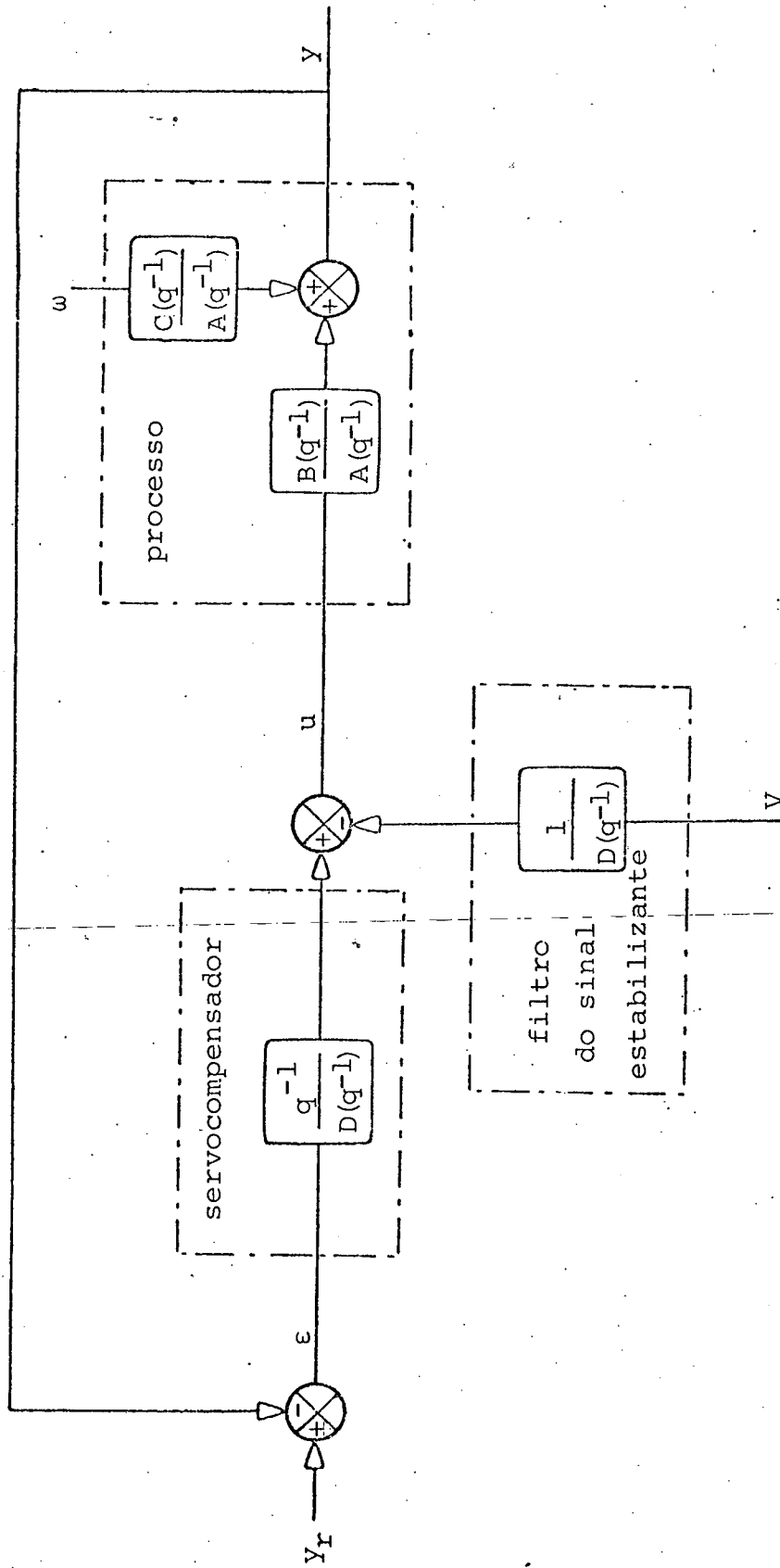


Figura 4.1 - Modelo para determinação do regulador, quando o processo é envolvido por uma perturbação estocástica.

Aplicando agora o operador $D(q^{-1})$ em (4.2-5),

$$A(q^{-1}) D(q^{-1}) y(k) = B(q^{-1}) D(q^{-1}) u(k) + C(q^{-1}) D(q^{-1}) \omega(k) \quad (4.2-9)$$

e substituindo (4.2-6) e (4.2-8) em (4.2-9) obtêm-se a equação

$$\begin{aligned} -A(q^{-1}) D(q^{-1}) \varepsilon(k) &= B(q^{-1}) (q^{-1} \varepsilon(k) - V(k)) + \\ &+ C(q^{-1}) D(q^{-1}) \omega(k) \end{aligned} \quad (4.2-10)$$

que pode ser reescrita na forma:

$$\begin{aligned} \left[A(q^{-1}) D(q^{-1}) + B(q^{-1}) q^{-1} \right] \varepsilon(k) &= B(q^{-1}) V(k) - \\ &- C(q^{-1}) D(q^{-1}) \omega(k) \end{aligned} \quad (4.2-11)$$

ou

$$\tilde{A}(q^{-1}) \varepsilon(k) = B(q^{-1}) V(k) - \tilde{C}(q^{-1}) \omega(k) \quad (4.2-12)$$

onde

$$\tilde{A}(q^{-1}) = A(q^{-1}) D(q^{-1}) + B(q^{-1}) q^{-1} \quad (4.2-12a)$$

e

$$\tilde{C}(q^{-1}) = C(q^{-1}) D(q^{-1}) \quad (4.2-12b)$$

A equação (4.2-12) é a equação dinâmica do erro procurada. O problema agora resume-se em encontrar uma entrada conveniente $V(k)$ de tal maneira que a equação (4.2-3) tenha a variância mínima.

A equação (4.2-12) mostra que o problema de seguimento onde se quer que o erro de seguimento $\varepsilon(k)$ tenha a variância mínima foi transformado num problema de regulação para zero com erro de regulação de variância mínima.

O problema de regulação à variância mínima foi de-

envolvido pela primeira vez por Åström e uma boa exposição deste método se encontra em [8] .

Para a aplicação de regulador de Åström é necessário que na equação (4.2-12) o polinômio $\tilde{C}(z)$ tenha todos os seus zeros dentro do círculo unitário. Isto ocorre somente quando o polinômio $D(z)$ tenha por sua vez todos os seus zeros dentro do círculo unitário conforme equação (4.2-12b). Isto implica que, de acordo com a equação (4.2-4), o sinal y_r tem que convergir assintoticamente para zero. Na prática o sinal y_r pode ser persistente, como por exemplo constante, senoide, etc., implicando que os zeros de $D(z)$ estejam sobre o círculo unitário e portanto para este tipo de problema o regulador de Åström não pode ser usado.

4.3 O REGULADOR A VARIÂNCIA MÍNIMA DE ÅSTRÖM

Da equação dinâmica do erro (4.2-12) obtém-se:

$$\varepsilon(k+m) = \frac{\tilde{B}(q^{-1})}{\tilde{A}(q^{-1})} V(k) + \frac{\tilde{C}(q^{-1})}{\tilde{A}(q^{-1})} \omega(k+m) \quad (4.3-1)$$

onde

$$\tilde{B}(q^{-1}) = b_m + b_{m+1}q^{-1} + \dots + b_n q^{-(n-m)} \quad (4.3-1a)$$

Considere agora que

$$\tilde{C}(q^{-1}) = \tilde{A}(q^{-1}) F(q^{-1}) + q^{-m} G(q^{-1}) \quad (4.3-2)$$

onde F e G são polinômios de grau $m-1$ e $n+p-1$ definidos por

$$F(q^{-1}) = 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{m-1} q^{-(m-1)}$$

e

$$G(q^{-1}) = g_0 + q_1 q^{-1} + \dots + g_{n+p-1} q^{-(n+p-1)}$$

Substituindo agora (4.3-2) em (4.3-1), temos

$$\varepsilon(k+m) = F(q^{-1}) \omega(k+m) + \frac{\tilde{B}(q^{-1})}{\tilde{A}(q^{-1})} V(k) + \frac{G(q^{-1})}{\tilde{A}(q^{-1})} \omega(k) \quad (4.3-3)$$

De (4.2-12), vem que:

$$\omega(k) = \frac{\tilde{A}(q^{-1})}{\tilde{C}(q^{-1})} \varepsilon(k) - \frac{\tilde{B}(q^{-1})}{\tilde{C}(q^{-1})} q^{-m} V(k) \quad (4.3-4)$$

Substituindo (4.3-4) em (4.3-3):

$$\varepsilon(k+m) = F(q^{-1}) \omega(k+m) + \left[\frac{\tilde{B}(q^{-1})}{\tilde{A}(q^{-1})} - q^{-m} \frac{\tilde{B}(q^{-1}) G(q^{-1})}{\tilde{A}(q^{-1}) \tilde{C}(q^{-1})} \right] V(k) + \frac{G(q^{-1})}{\tilde{C}(q^{-1})} \varepsilon(k),$$

da identidade (4.3-2):

$$\varepsilon(k+m) = F(q^{-1}) \omega(k+m) + \frac{G(q^{-1})}{\tilde{C}(q^{-1})} \varepsilon(k) + \frac{\tilde{B}(q^{-1}) F(q^{-1})}{\tilde{C}(q^{-1})} V(k). \quad (4.3-5)$$

Agora temos $V(k)$ como uma função arbitrária de $\varepsilon(k)$, $\varepsilon(k-1)$, ... e $V(k-1)$, $V(k-2)$, Então a variância do erro de seguimento seguimento será

$$E \left[\varepsilon^2(k+m) \right] = E \left[F(q^{-1}) \omega(k+m) \right]^2 + E \left[\frac{G(q^{-1})}{\tilde{C}(q^{-1})} \varepsilon(k) + \right.$$

$$\left. + \frac{\tilde{B}(q^{-1}) F(q^{-1})}{\tilde{C}(q^{-1})} V(k) \right]^2 \quad (4.3-6)$$

tendo em vista que

$$E [\omega(k)] = 0$$

$$E [\omega(k) \omega(k+i)] = 0 \quad i = 1, 2, \dots$$

Os termos combinados vão a zero, porque $\omega(k+1)$, $\omega(k+2)$, ... $\omega(k+m)$ são independentes de $\epsilon(k)$, $\epsilon(k-1)$, ... e $V(k-1)$, $V(k-2)$, ..., então

$$E [\epsilon^2(k+1)] \geq [1 + f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_{m-1}^2] \quad (4.3-7)$$

onde a igualdade é assegurada por

$$\tilde{B}(q^{-1}) F(q^{-1}) V(k) + G(q^{-1}) \epsilon(k) = 0 \quad (4.3-8)$$

o qual proporciona a lei de controle desejada:

$$V(k) = \frac{G(q^{-1})}{\tilde{B}(q^{-1}) F(q^{-1})} \epsilon(k) \quad (4.3.9)$$

A Figura 4.2 mostra o regulador a variância mínima da Åström.

Como podemos observar a solução (4.3-8) só é possível se $\tilde{C}(z)$ tiver seus zeros dentro do círculo unitário. Para superar este problema é proposto uma solução usando um estimador da perturbação que permite que $\tilde{C}(k)$ tenha zeros dentro e sobre o círculo unitário.

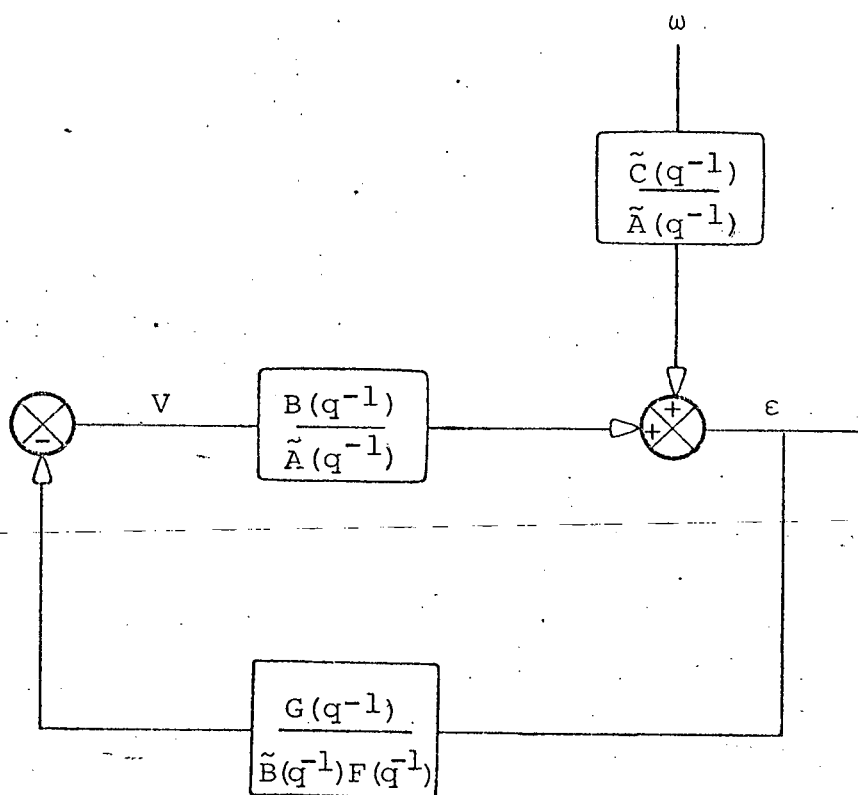


Figura 4.2 - Regulador a variância mínima
de Åström.

4.4 REGULADOR À VARIÂNCIA MÍNIMA USANDO ESTIMADOR DA PERTURBAÇÃO

No regulador a variância mínima usando estimador da perturbação serão abordados dois casos particulares de processo onde $m=0$ ou $m=1$.

No primeiro caso onde $m=0$, o polinômio B é

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_n q^{-n}$$

e, no segundo caso onde $m=1$,

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_n q^{-n}$$

Quando o polinômio $\tilde{C}(z)$ tiver raízes sobre o círculo unitário, o problema do regulador a variância mínima pode ser resolvido com a ajuda de um sinal suplementar que é a estimação da perturbação ω .

O estimador de ω é regido pela seguinte equação:

$$C(q^{-1})\hat{\omega}(k) = A(q^{-1})y(k) - B(q^{-1})u(k) \quad (4.4-1)$$

Vamos mostrar que $\hat{\omega}$ gerado pelo sistema (4.4-1) é realmente uma estimação de ω . Definido um sinal de erro de estimação

$$\zeta(k) = \omega(k) - \hat{\omega}(k), \quad (4.4-2)$$

mostra-se que $\hat{\omega}$ é uma estimação de ω se

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \zeta(k) = 0 \quad (4.4-3)$$

Das equações (4.2-1) e (4.2-2) podemos escrever:

$$C(q^{-1}) \omega(k) = A(q^{-1}) y(k) - B(q^{-1}) u(k). \quad (4.4-4)$$

Usando (4.4-1), (4.4-2) e (4.4-4), a equação dinâmica de $\zeta(k)$ é:

$$C(q^{-1}) \zeta(k) = 0.$$

Como por hipótese as raízes do polinômio $C(z)$ estão dentro do círculo unitário, a equação (4.4-3) é então verdadeira.

De (4.4-1) o sinal $\hat{\omega}(k)$ é equivalentemente obtido por:

$$\hat{\omega}(k) = \frac{A(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(k) - \frac{B(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(k) \quad (4.4-5)$$

O problema que se pretende resolver agora é encontrar uma entrada conveniente $V(k)$ para o sistema (4.2-12) de tal forma que o erro de seguimento $\epsilon(k)$ tenha variância mínima. Serão então abordados os dois casos já mencionados onde $m=0$ e $m=1$.

Caso 1: $m=0$.

Este é o caso onde o processo tem transferência direta.

Da equação (4.2-12b) podemos escrever que:

$$\tilde{C}(q^{-1}) = 1 + \tilde{c}_1 q^{-1} + \dots + \tilde{c}_{n+p} q^{-(n+p)}$$

Da equação dinâmica do erro (4.2-12) obtém-se:

$$\epsilon(k) = -\tilde{a}_1 \epsilon(k-1) - \dots - \tilde{a}_{n+p} \epsilon(k-n-p) + b_0 V(k) + \dots +$$

$$\begin{aligned}
& + b_n V(k-n) - \omega(k) - \tilde{c}_1 \omega(k-1) - \dots - \tilde{c}_{n+p} \omega(k-n-p) = \\
& = -\tilde{a}_1 \varepsilon(k-1) - \dots - \tilde{a}_{n+p} \varepsilon(k-n-p) + b_0 V(k) + \dots + b_n V(k-n) \\
& - \omega(k) - \tilde{c}_1 \zeta(k-1) - \dots - \tilde{c}_{n+p} \zeta(k-n-p) - \tilde{c}_1 \hat{\omega}(k-1) - \dots - \\
& - \tilde{c}_{n+p} \hat{\omega}(k-n-p) \tag{4.4-6}
\end{aligned}$$

Definindo a lei de controle por

$$\begin{aligned}
& b_0 V(k) + \dots + b_n V(k-n) - \tilde{a}_1 \varepsilon(k-1) - \dots - \tilde{a}_{n+p} \varepsilon(k-n-p) - \\
& - \tilde{c}_1 \hat{\omega}(k-1) - \dots - \tilde{c}_{n+p} \hat{\omega}(k-n-p) = 0 \tag{4.4-7}
\end{aligned}$$

então

$$\varepsilon(k) = -\omega(k) - \tilde{c}_1 \zeta(k-1) - \dots - \tilde{c}_{n+p} \zeta(k-n-p) \tag{4.4-8}$$

Tendo em vista a equação (4.4-3)

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [\varepsilon(k) + \omega(k)] = 0 \tag{4.4-9}$$

o que implica que o erro de seguimento converge para $-\omega$ e assim obtém-se a menor variância para $\varepsilon(k)$.

Da equação (4.4-7) obtém-se finalmente que

$$\begin{aligned}
V(k) & = \frac{\tilde{a}_1 q^{-1} + \dots + \tilde{a}_{n+p} q^{-n-p}}{b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_n q^{-n}} \varepsilon(k) \\
& + \frac{\tilde{c}_1 q^{-1} + \dots + \tilde{c}_{n+p} q^{-n-p}}{b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_n q^{-n}} \hat{\omega}(k) \tag{4.4-10}
\end{aligned}$$

A Figura 4.3 mostra o seguidor com regulador a variância mínima.

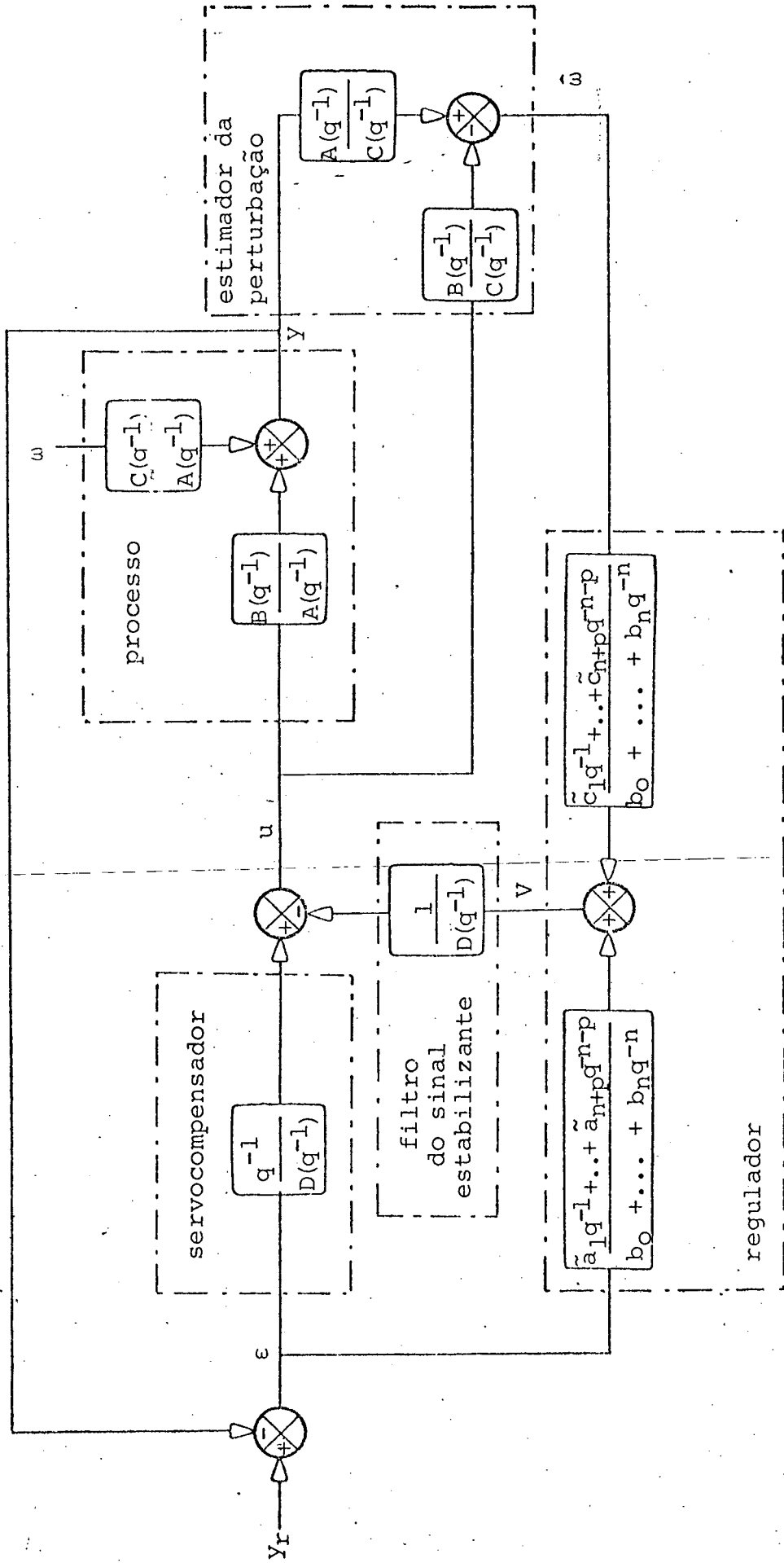


Figura 4.3 - Seguidor com um regulador a variância mínima para o caso

onde $m = 0$.

Caso 2: $m=1$.

Este é o caso onde o processo discreto foi obtido de um processo contínuo sem atrazo através de um sustentador de ordem zero [2].

Da equação dinâmica do erro (4.2-12) obtém-se:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon(k) &= -\tilde{a}_1 \varepsilon(k-1) - \dots - \tilde{a}_{n+p} \varepsilon(k-n-p) + b_1 V(k-1) + \dots + \\
 &+ b_n V(k-n) - \omega(k) - \tilde{c}_1 \omega(k-1) - \dots - \tilde{c}_{n+p} \omega(k-n-p) = \\
 &= -\tilde{a}_1 \varepsilon(k-1) - \dots - \tilde{a}_{n+p} \varepsilon(k-n-p) + b_1 V(k-1) + \dots + b_n V(k-n) \\
 &- \omega(k) - \tilde{c}_1 \zeta(k-1) - \dots - \tilde{c}_{n+p} \zeta(k-n-p) - \tilde{c}_1 \hat{\omega}(k-1) - \dots - \\
 &- \tilde{c}_{n+p} \hat{\omega}(k-n-p) \tag{4.4-11}
 \end{aligned}$$

Definindo a lei de controle por,

$$\begin{aligned}
 b_1 V(k-1) + \dots + b_n V(k-n) - \tilde{a}_1 \varepsilon(k-1) - \dots - \tilde{a}_{n+p} \varepsilon(k-n-p) - \\
 - \tilde{c}_1 \hat{\omega}(k-1) - \dots - \tilde{c}_{n+p} \hat{\omega}(k-n-p) = 0 \tag{4.4-12}
 \end{aligned}$$

então

$$\varepsilon(k) = -\omega(k) - \tilde{c}_1 \zeta(k-1) - \dots - \tilde{c}_{n+p} \zeta(k-n-p) . \tag{4.4-13}$$

Tendo em vista a equação (4.4-3)

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [\varepsilon(k) + \omega(k)] = 0 \tag{4.4-14}$$

que implica que o erro de seguimento converge para $-\omega$ e assim originando a menor variância para $\varepsilon(k)$.

Da equação (4.4-12) obtém-se finalmente que:

$$\begin{aligned}
 V(k) = & \frac{\tilde{a}_1 q^{-1} + \dots + \tilde{a}_{n+p} q^{-n-p}}{b_1 q^{-1} + \dots + b_n q^{-n}} \varepsilon(k) + \\
 & + \frac{\tilde{c}_1 q^{-1} + \dots + \tilde{c}_{n+p} q^{-n-p}}{b_1 q^{-1} + \dots + b_n q^{-n}} \hat{\omega}(k)
 \end{aligned} \tag{4.4-15}$$

A Figura 4.4 mostra o seguidor com regulador a variância mínima para o caso onde $m=1$.

4.5 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Serão apresentados alguns resultados de simulação envolvendo um processo de 2ª ordem e outro de 4ª ordem. As simulações foram realizadas no computador PDP 11/40 da UFSC. A perturbação ω em todas as simulações foi considerada com média zero e variância 0,01.

O sinal a ser rastreado é o apresentado na Figura 3.3 do capítulo 3. Como a referência é do tipo rampa e constante o polinômio $D(q^{-1})$ foi considerado ser

$$D(q^{-1}) = 1 - 2q^{-1} + q^{-2} \tag{4.5-1}$$

A fim de comparar o desempenho dos esquemas apresentados neste capítulo com o esquema de seguidor do capítulo anterior realizaram-se simulações usando o seguidor clássico e os seguidores deste capítulo para os mesmos processos em ambiente estocásticos.

A Figura 4.5 mostra o seguidor clássico do capítulo 3 para o processo

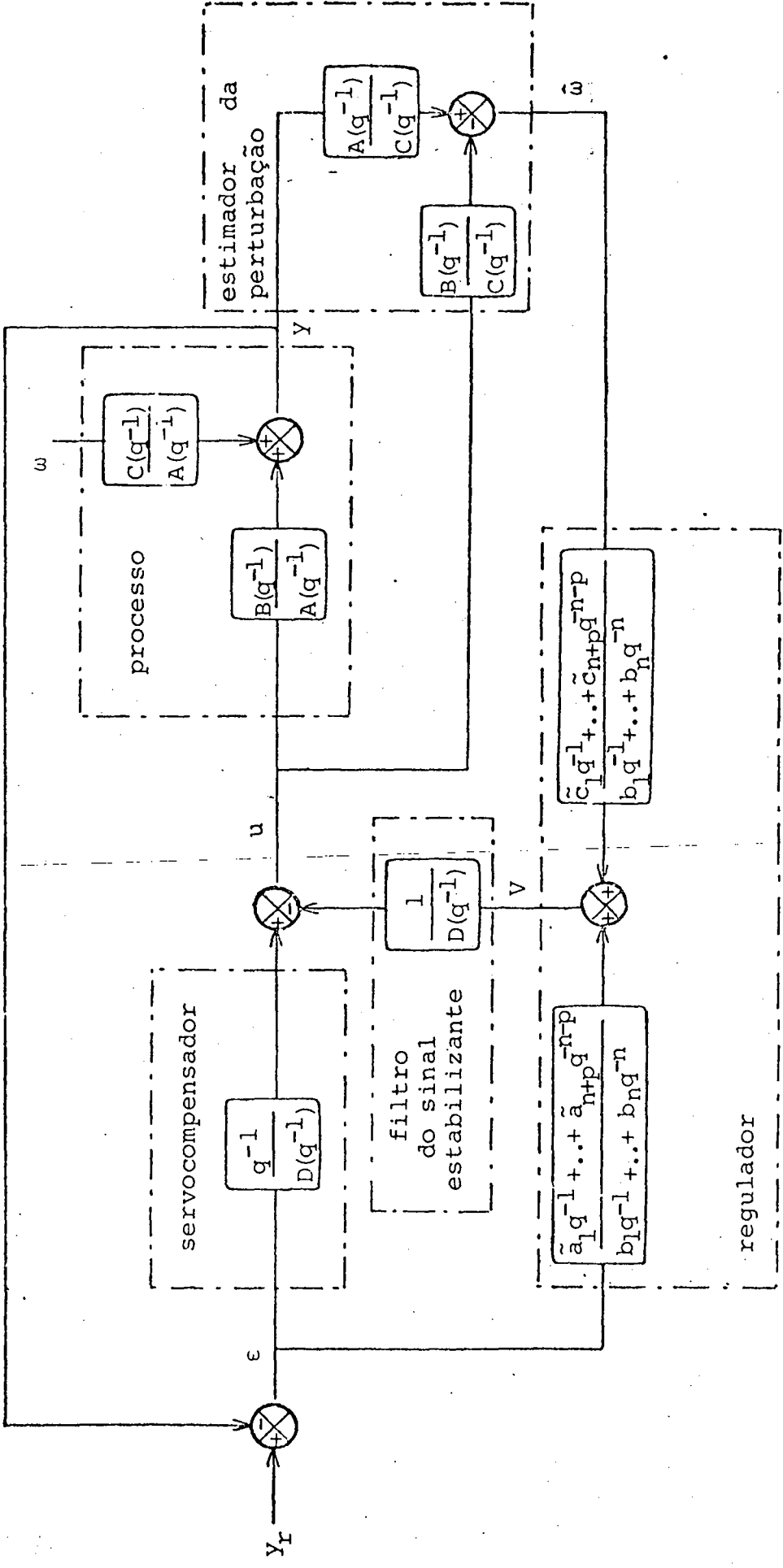


Figura 4.4 - Seguidor com um regulador a variância mínima para o caso

onde $m = 1$.

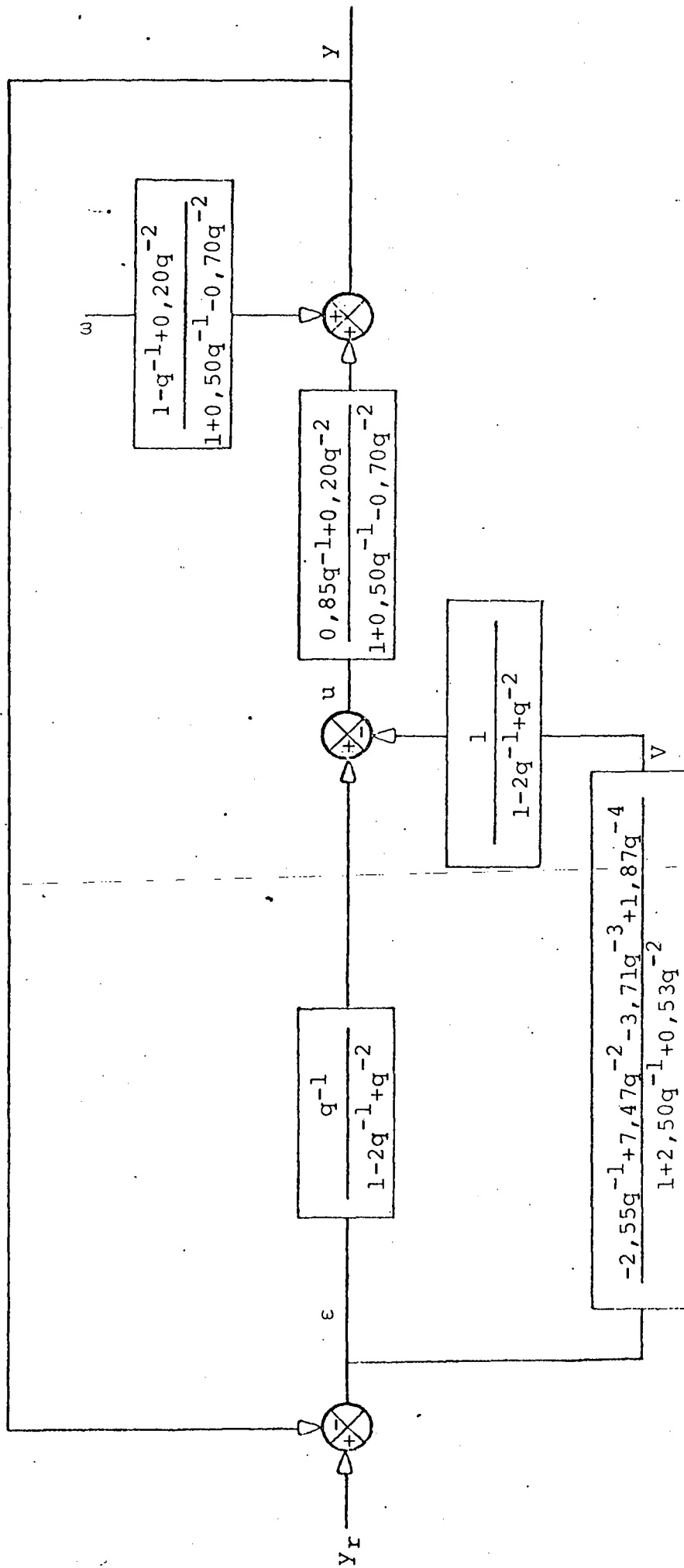


Figura 4.5 - Seguidor clássico para o processo de 2º ordem.

$$y(k) = \frac{0,85 q^{-1} + 0,20 q^{-2}}{1 + 0,50 q^{-1} - 0,70 q^{-2}} u(k) + \frac{1 - q^{-1} + 0,2 q^{-2}}{1 + 0,50 q^{-1} - 0,70 q^{-2}} \omega(k). \quad (4.5-2)$$

A Figura 4.6 mostra o sinal de referência e a saída y do processo (4.5-2). Observe que devido a perturbação ω , a saída do processo não segue y_r .

A Figura 4.7 representa o seguidor a variância mínima para o processo de 2ª ordem (4.5-2).

A Figura 4.8-a representa o sinal de referência e a saída y do processo para o esquema da Figura 4.7. A Figura 4.8-b representa o sinal $\varepsilon + \omega$.

Comparando a Figura 4.6 com 4.8-a observa-se que o desempenho do seguidor a variância mínima é superior ao desempenho do seguidor clássico. Além do mais a Figura 4.8-b mostra que após os transitórios naturais o sinal ε tende para $-\omega$ comprovando que após o transitório o sinal ε tem variância mínima como esperado teoricamente.

A diferença essencial entre o esquema clássico da Figura 4.5 com o seguidor a variância mínima reside no fato de neste último ser incluído um estimador de ω que interfere também no regulador. Esta diferença de estrutura de controle é que foi a responsável pelo melhor desempenho do seguidor da Figura 4.6.

Os resultados até agora apresentados referem-se ao caso onde $m=1$. Será mostrado em seguida resultados referentes ao caso onde $m=0$ para um processo de 4ª ordem.

A Figura 4.9 mostra o seguido clássico para o processo.

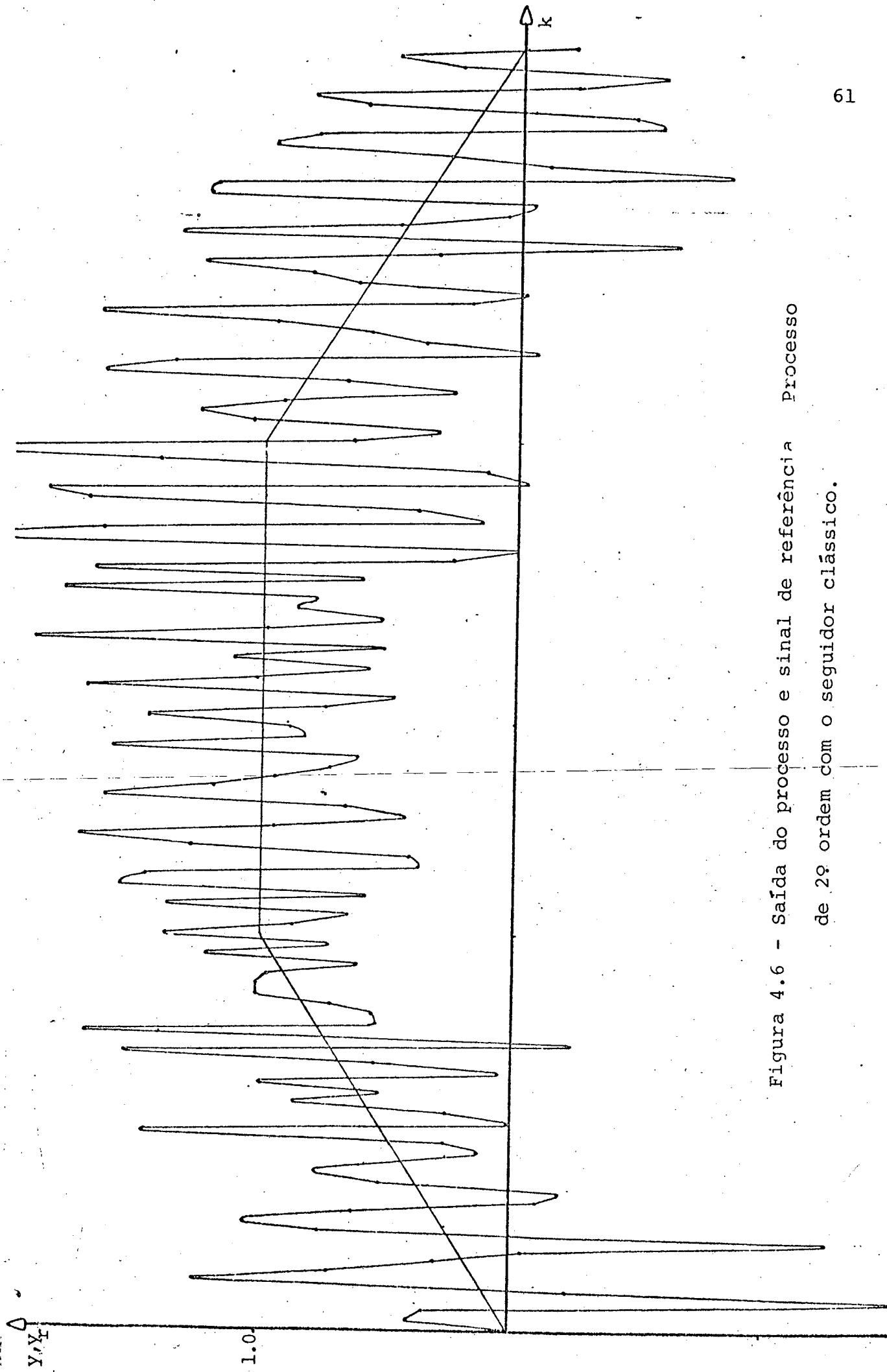


Figura 4.6 - Saída do processo e sinal de referência Processo de 2º ordem com o seguidor clássico.

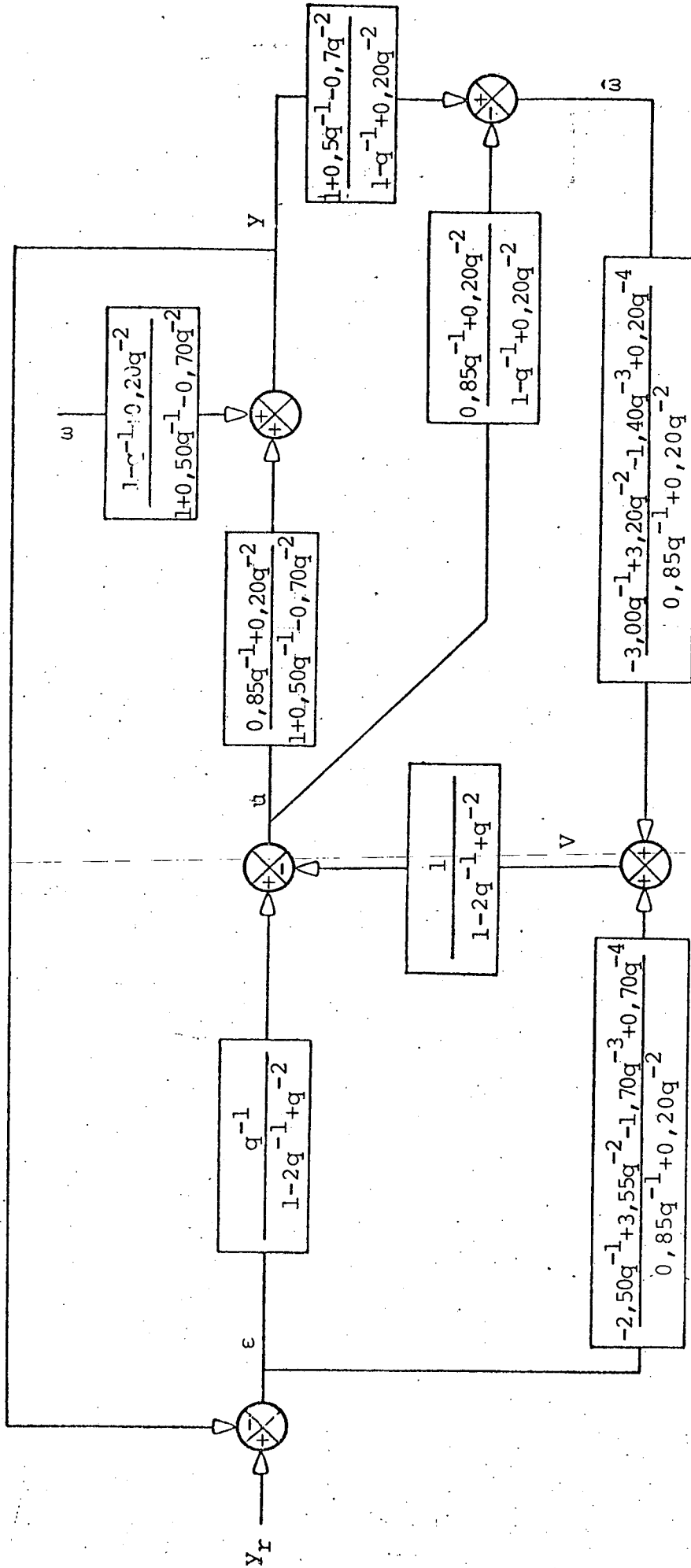


Figura 4.7 - Seguidor à variância mínima para o processo de 2ª ordem.

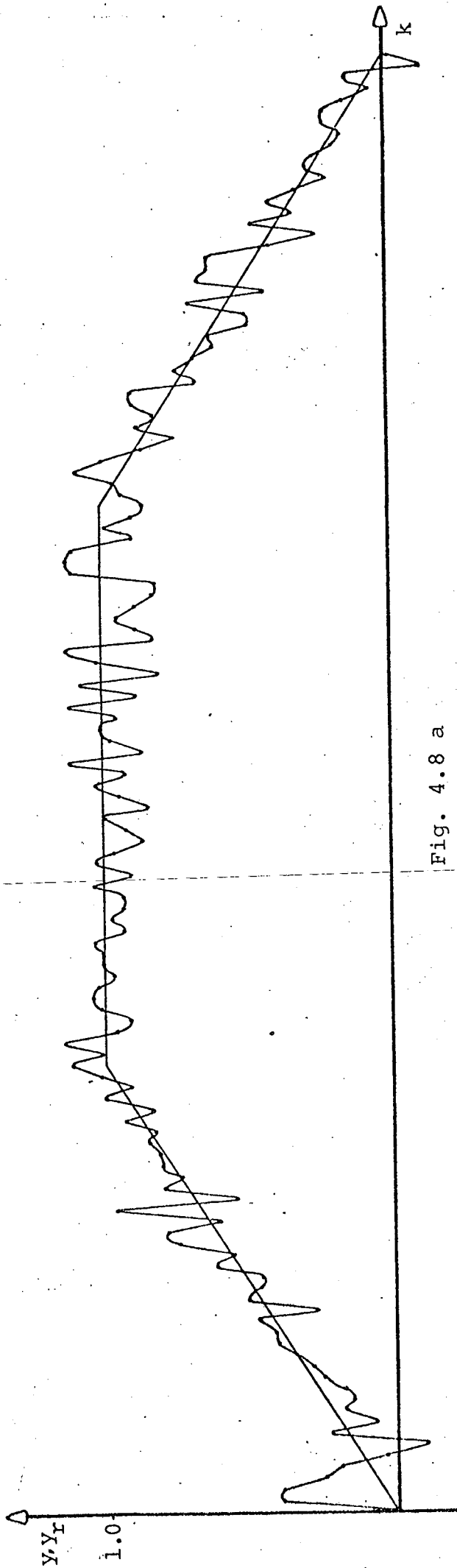


Fig. 4.8 a

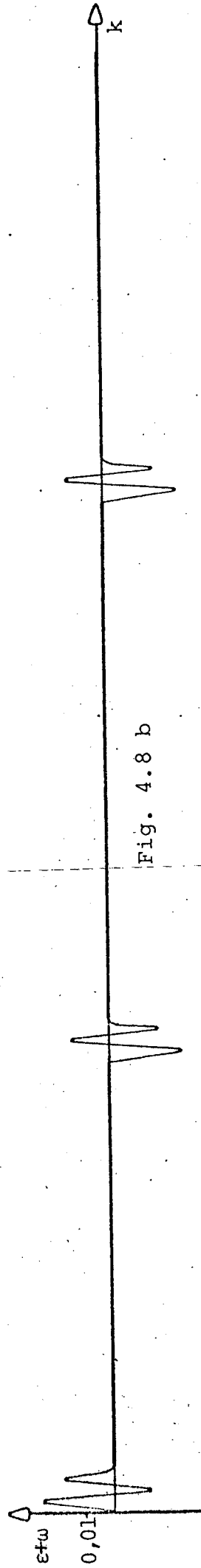


Fig. 4.8 b

Figura 4.8 - a) Saída do processo e sinal de referência. Processo de 20ª ordem com o seguidor à variância mínima.

b) Equação diferença entre o erro de estado e a saída do observador.

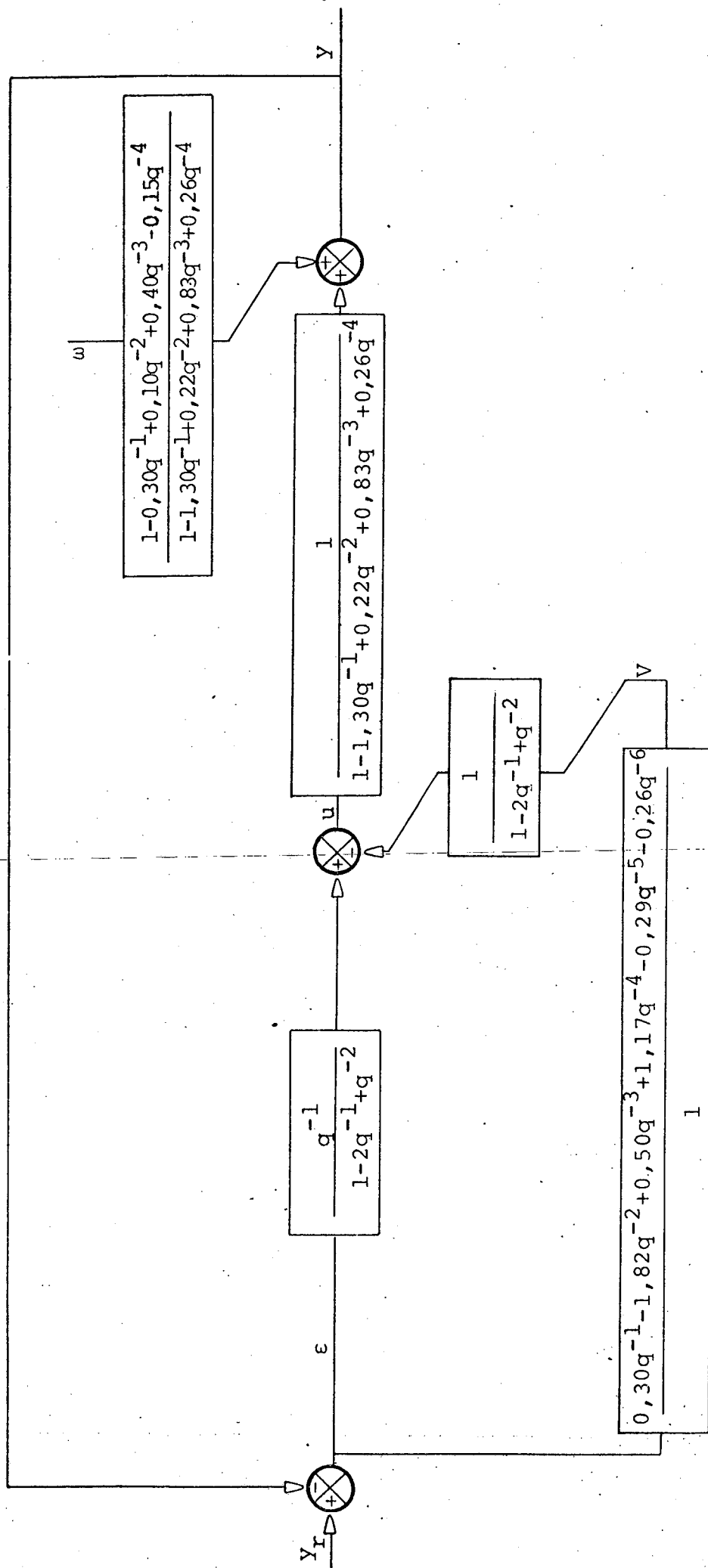


Figura 4.9 - Seguidor clássico para o processo de 4º ordem.

$$y(k) = \frac{1}{1 - 1,30 q^{-1} + 0,22 q^{-2} + 0,83 q^{-3} + 0,26 q^{-4}} u(k) + \frac{1 - 0,30 q^{-1} + 0,10 q^{-2} + 0,40 q^{-3} - 0,15 q^{-4}}{1 - 1,30 q^{-1} + 0,22 q^{-2} + 0,83 q^{-3} + 0,26 q^{-4}} \omega(k) \quad (4.5-3)$$

A Figura 4.10-a mostra o sinal de referência y_r e a saída y do processo (4.5-3). Observe que devido a perturbação ω , a saída do processo não segue y_r .

A Figura 4.11 representa o seguidor a variância mínima para o processo de 4ª ordem (4.5-3).

A Figura 4.12-a representa o sinal de referência y_r e a saída y do processo. A Figura 4.12-b representa o sinal $\varepsilon + \omega$, que é o erro de segmento mais o ruído.

Comparando a Figura 4.10 com 4.12-a observa-se que o desempenho do seguidor a variância mínima é superior ao desempenho do seguido clássico. Além do mais a Figura 4.8-b mostra que após transitórios naturais o sinal ε tende para $-\omega$, logo após o transitório. O sinal ε tem então variância mínima como esperado teoricamente.

A Figura 4.13 mostra o seguidor à variância mínima para um processo de 2ª ordem com $m=0$, ou seja, para o processo

$$y(k) = \frac{0,70 + 0,85 q^{-1} + 0,20 q^{-2}}{1 + 0,50 q^{-1} - 0,70 q^{-2}} u(k) + \frac{1 - q^{-1} + 0,20 q^{-2}}{1 + 0,50 q^{-1} - 0,70 q^{-2}} \omega(k). \quad (4.5-4)$$

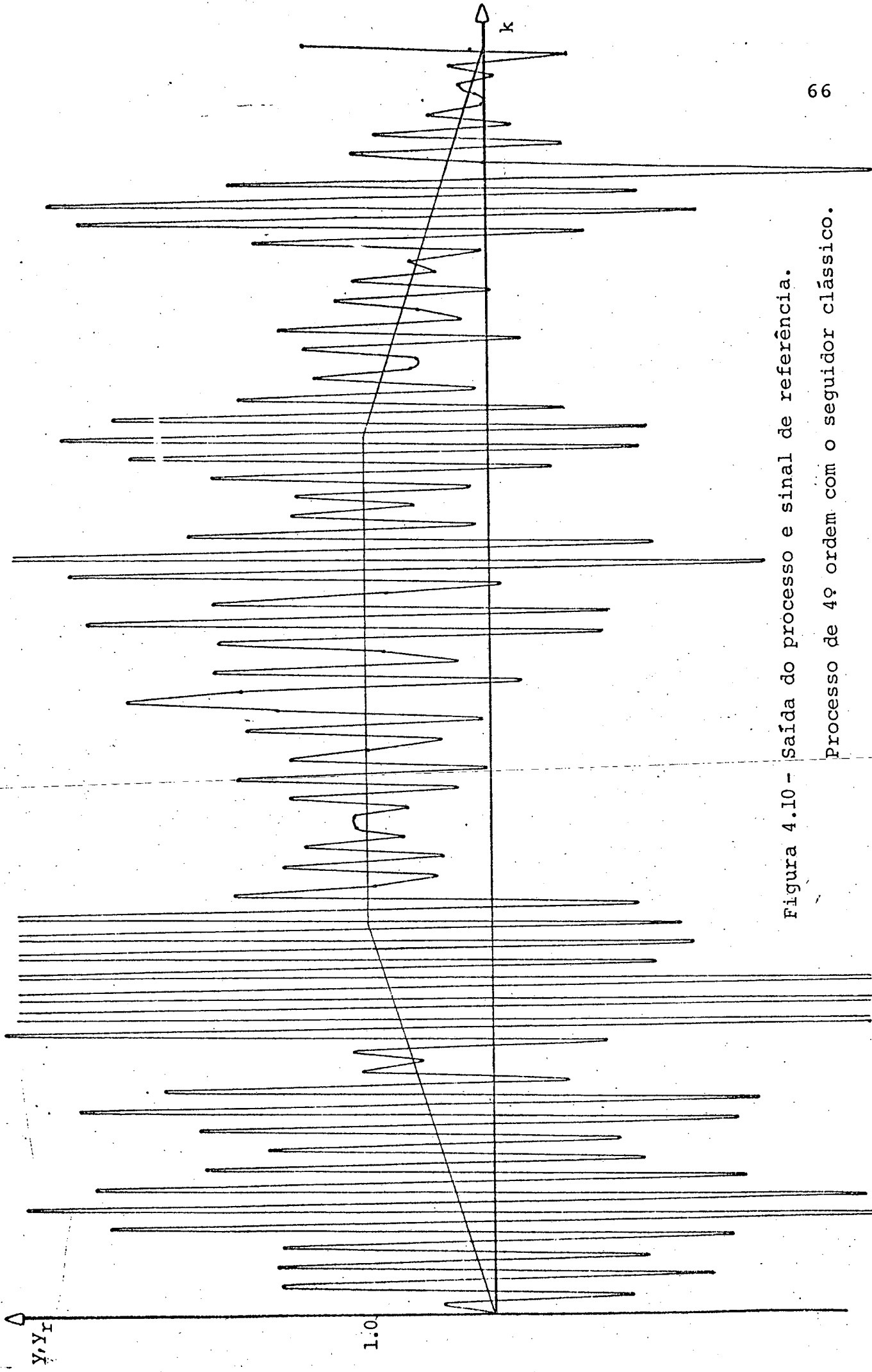


Figura 4.10 - Saída do processo e sinal de referência.
Processo de 4º ordem com o seguidor clássico.

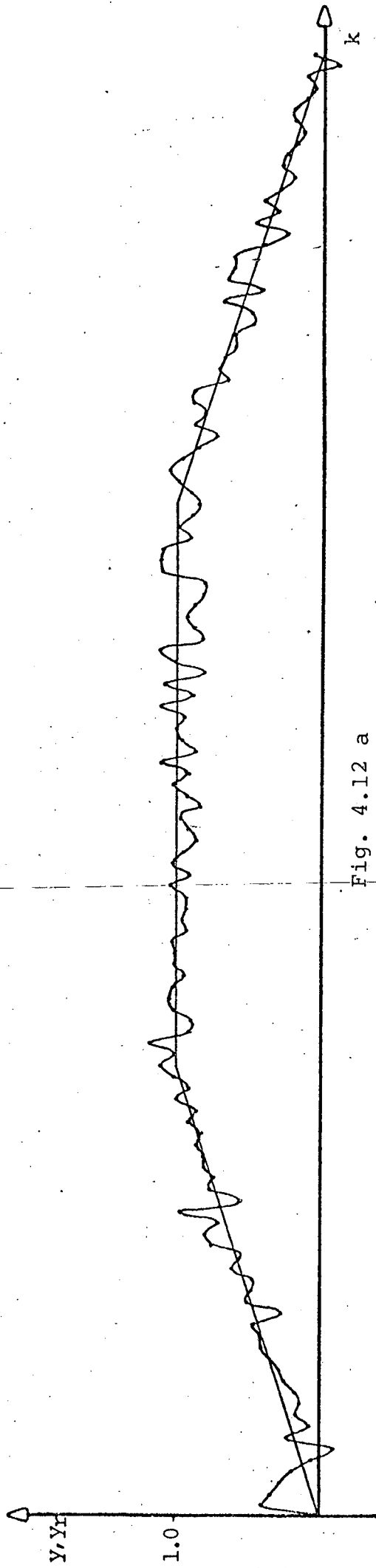


Fig. 4.12 a

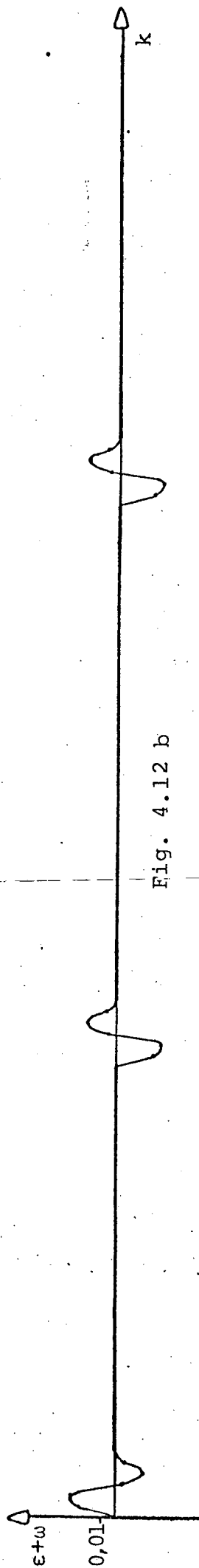


Fig. 4.12 b

Figura 4.12 - a) Saída do processo e sinal de referência. Processo de 4ª ordem com o seguidor à variância mínima.

b) Equação diferença entre o erro de estado e a saída do observador.

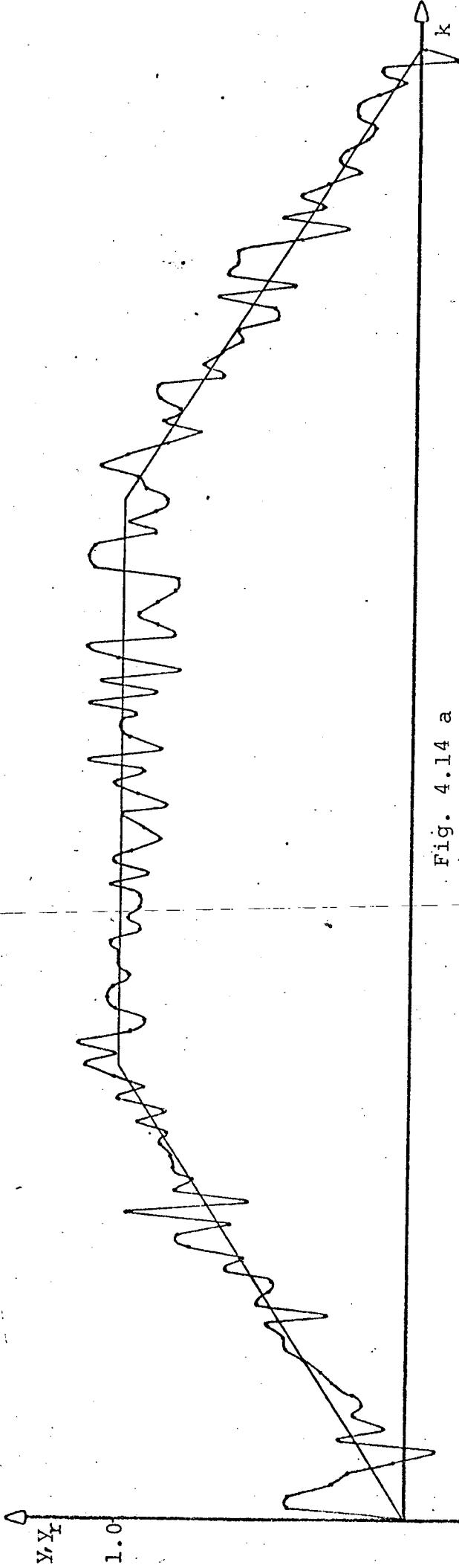


Fig. 4.14 a

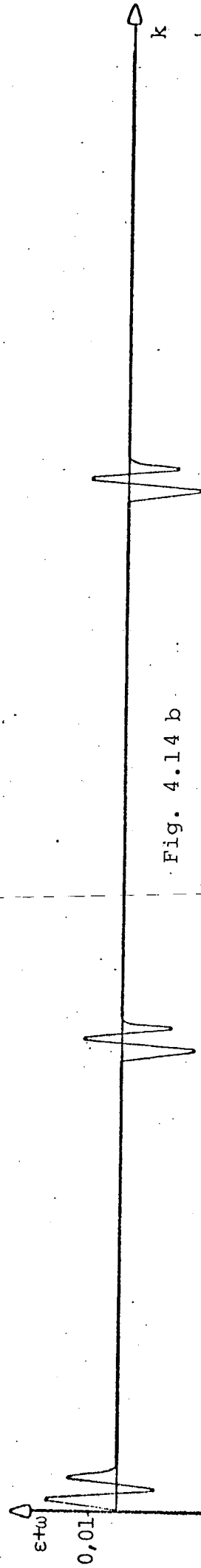


Fig. 4.14 b

Figura 4.14 - a) Saída do processo e sinal de referência. Processo de 2º ordem com o seguidor à variância mínima.

b) Equação diferença entre o erro de estado e a saída do observador.

A saída deste processo e o sinal de referência são apresentados na Figura 4.14-a. Como podemos observar a curva de saída do processo é semelhante a curva da Figura 4.8-a e da Figura 4.12-a, o que é de se esperar, uma vez que o ruído gerado para estas simulações é o mesmo e os sinais tendem a ter variância mínima. A diferença entre estas curvas está presente apenas nos transitórios.

Os resultados até agora apresentados referem-se a seguidores que foram calculados a partir dos parâmetros exatos do processo. Na prática, entretanto, é difícil se conhecer exatamente os parâmetros do processo e tem-se então que identificá-los pelas técnicas do capítulo 2.

Supondo que os processos (4.5-2) e (4.5-4) tem parâmetros desconhecidos, identificou-se pelo método do modelo estimado usando-se ganho decrescente (apresentado no capítulo 2). O sinal $u(k)$ foi considerado ser binário pseudo-aleatório de comprimento 10. Em 20 iterações obteve-se os seguintes modelos:

$$y(k) = \frac{0,000 + 0,850 q^{-1} + 0,202 q^{-2}}{1 + 0,499 q^{-1} - 0,700 q^{-2}} u(k) + \frac{1 - 0,99 q^{-1} + 0,175 q^{-2}}{1 + 0,499 q^{-1} - 0,700 q^{-2}} \omega(k) \quad (4.5-5)$$

para o processo (4.5-2), e

$$y(k) = \frac{0,699 + 0,850 q^{-1} + 0,203 q^{-2}}{1 + 0,499 q^{-1} - 0,700 q^{-2}} u(k) +$$

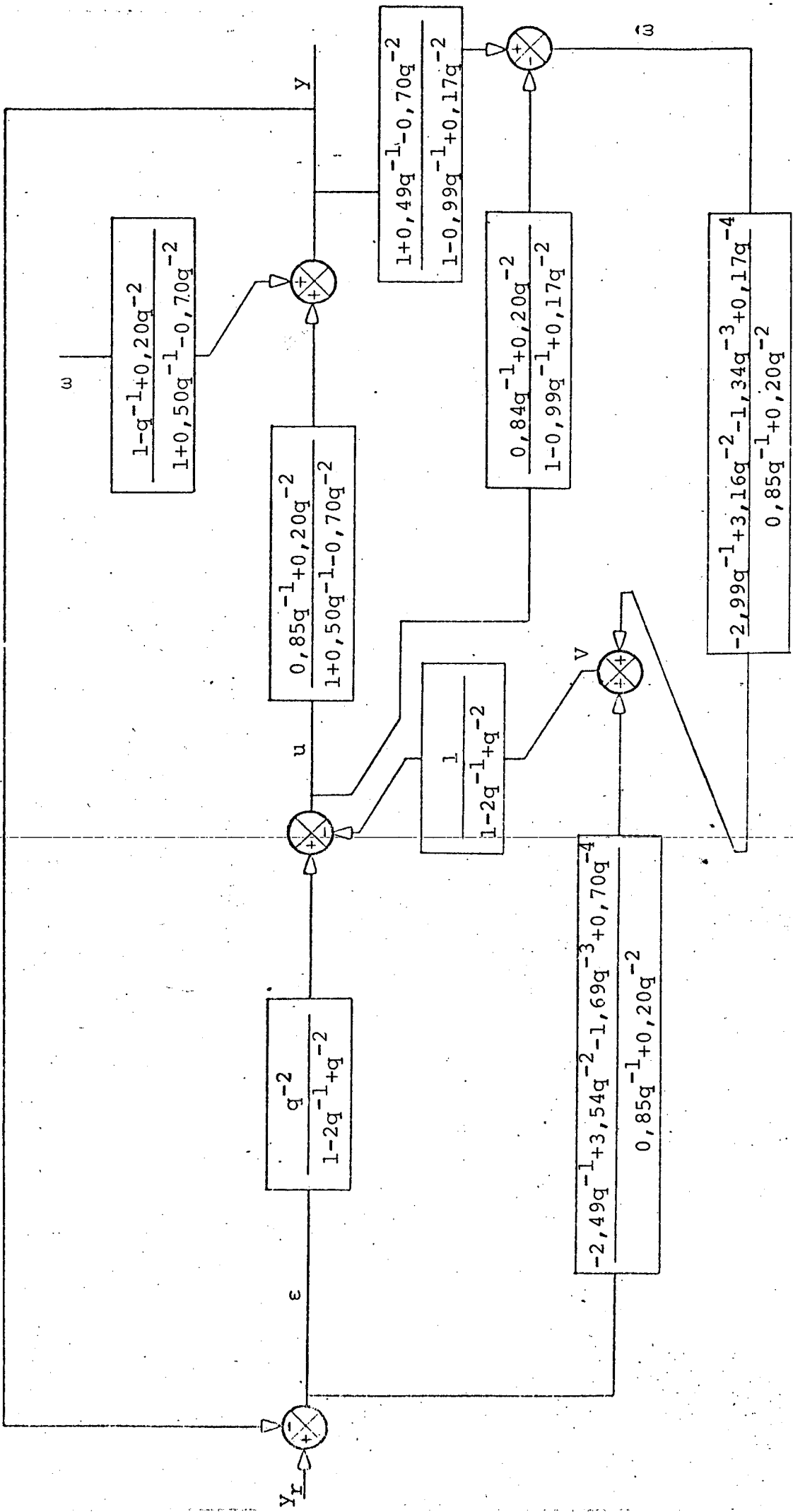


Figura 4.15 - Seguidor à variância mínima para o processo de 2º ordem.

$$+ \frac{1 - 0,993 q^{-1} + 0,175 q^{-2}}{1 + 0,499 q^{-1} - 0,700 q^{-2}} \omega(k) \quad (4.5-6)$$

para o processo (4.5-4).

A Figura 4.15 representa o seguidor a variância mínima para o processo de 2ª ordem (4.5-2) com $m=1$, porém o controlador foi calculado a partir do modelo identificado. A Figura 4.16-a representa a saída do processo y e o sinal de referência y_r e a Figura 4.16-b representa o sinal $\varepsilon + \omega$.

Comparando-se as curvas de saídas do processo nas Figuras 4.16-a e 4.8-a observa-se que elas são bastante semelhantes. Isto comprova que os esquemas da Figura 4.7 obtido com os parâmetros verdadeiros do processo e o esquema da Figura 4.15 obtido com parâmetros identificados tem desempenho semelhante. Este fato comprova que pode-se usar sem problemas técnicas de identificação para se contruir um seguidor a variância mínima.

As curvas das Figuras 4.16-b e 4.8-b são diferentes devido a imprecisão dos parâmetros identificados. Na Figura 4.16-b pode-se dizer que ε converge para $-\omega$ com um erro menor que 0,01 o que é razoável.

A Figura 4.17 representa o seguidor a variância mínima para o processo de 2ª ordem (4.5-4) com $m=0$, porém o controlador foi calculado a partir do modelo identificado. A Figura 4.18 representa a saída do processo, o sinal de referência e $\varepsilon + \omega$.

Comparando-se as curvas de saída do processo nas Figuras 4.18-a e 4.14-a comprova-se também que para $m=0$ pode-se usar parâmetros identificados para a construção do seguidor a variância mínima. A Figura 4.18-b mostra também que converge razoavelmente para $-\omega$.

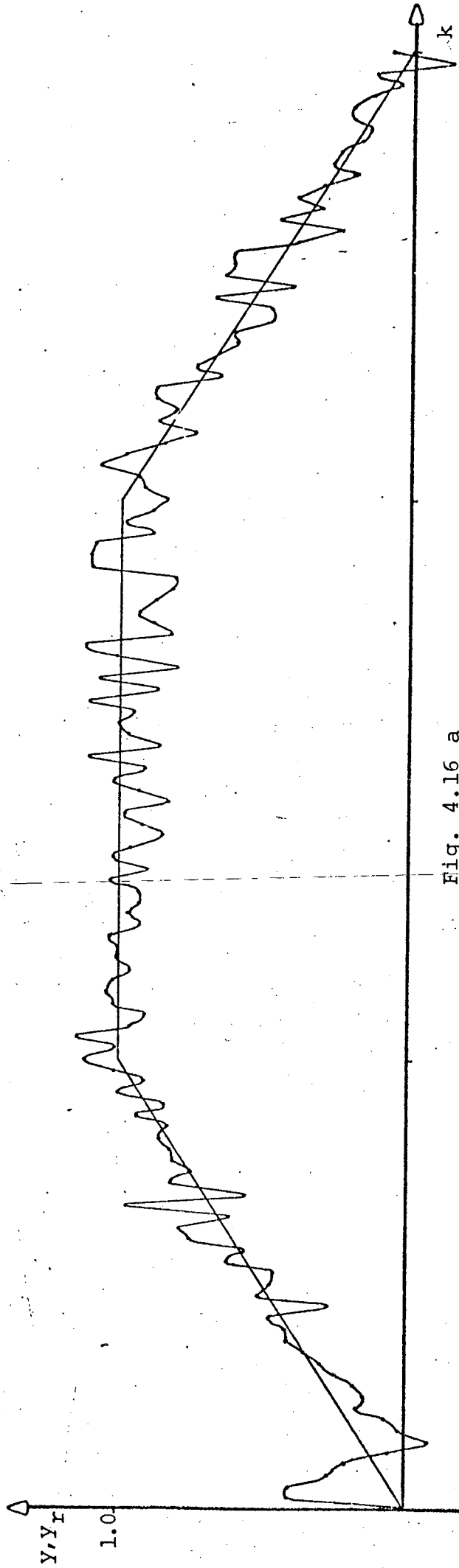


Fig. 4.16 a

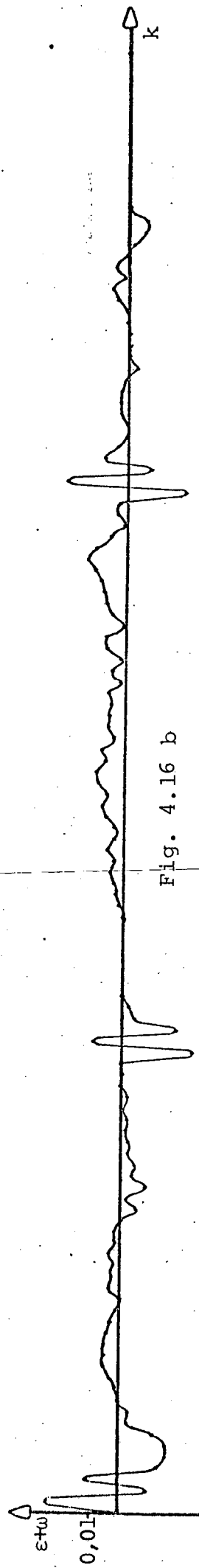


Fig. 4.16 b

Figura 4.16 - a) Saída do processo e sinal de referência. Processo de 2º ordem com o seguidor a variância mínima, $m=1$. Controlador calculado a partir dos parâmetros identificados.

b) Equação diferença entre o erro de estado e a saída do observador.

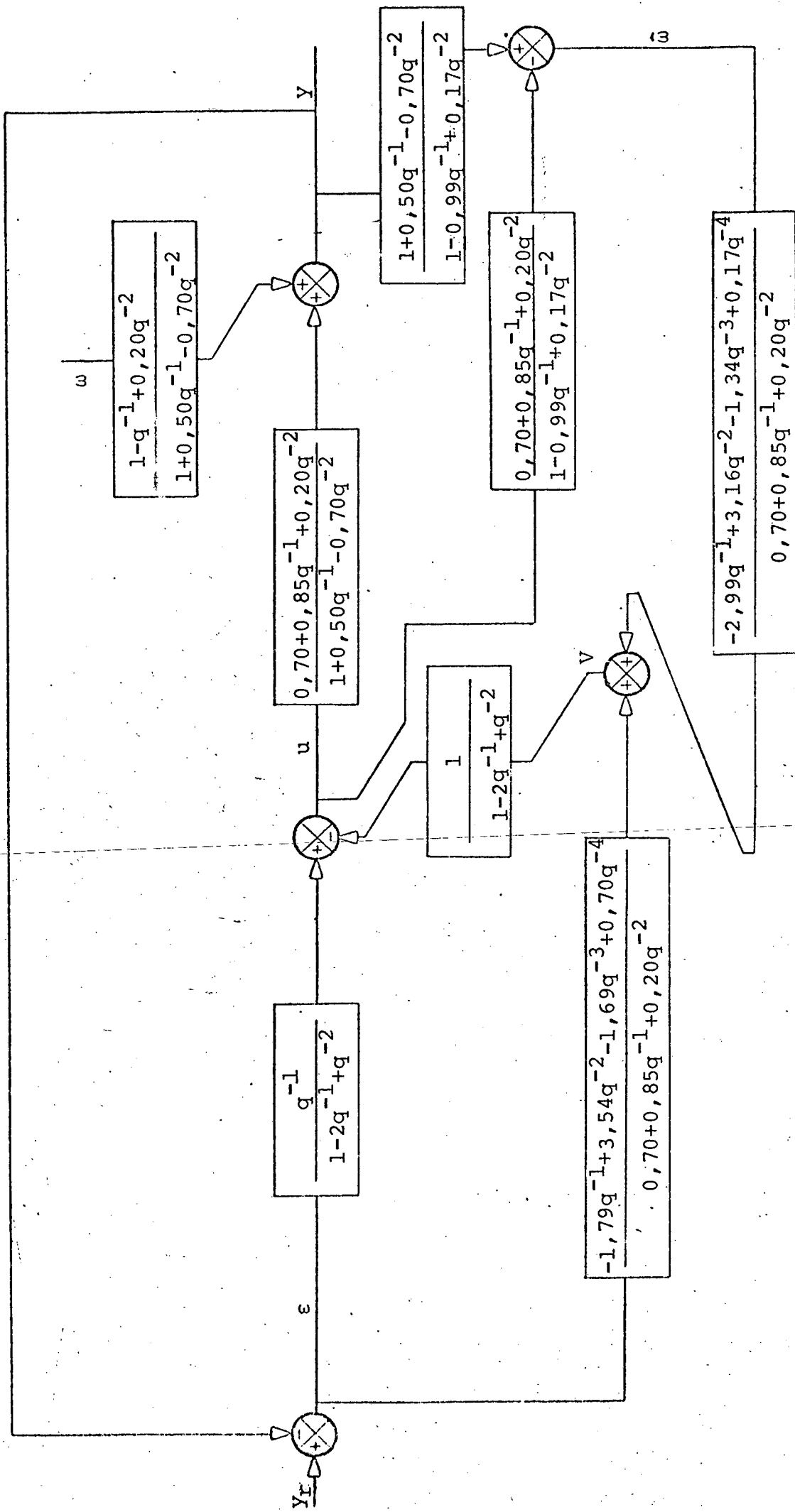


Figura 4.17 - Seguidor à variância mínima para o processo de 2º ordem.

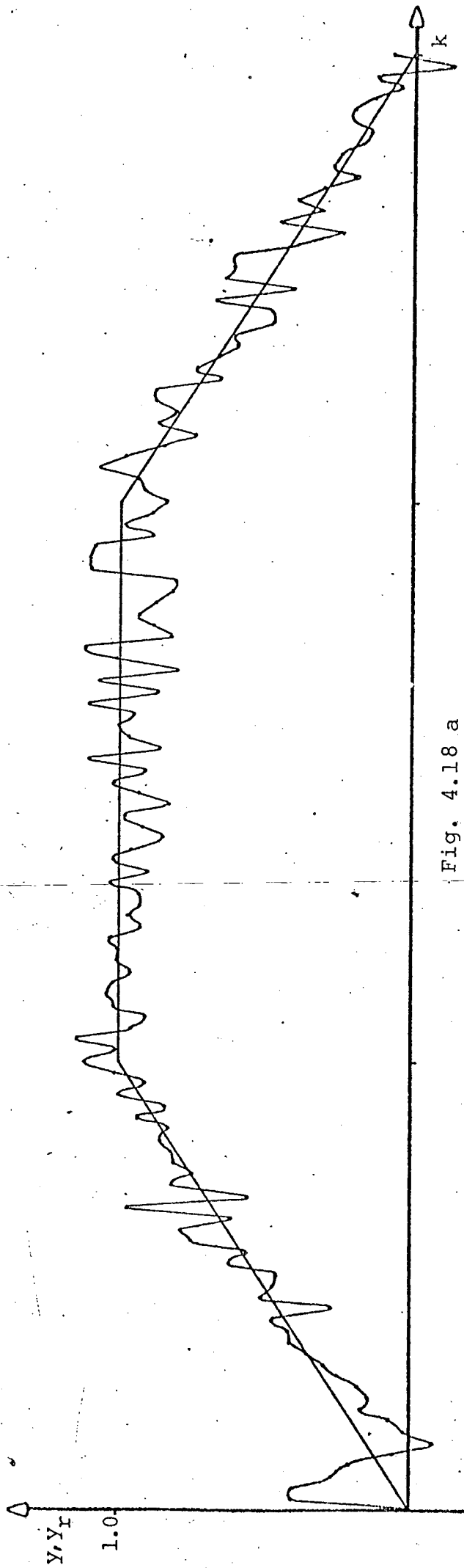


Fig. 4.18 a

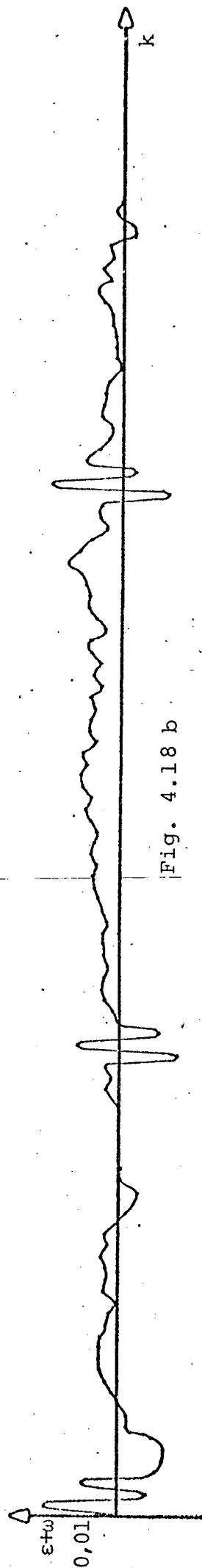


Fig. 4.18 b

Figura 4.18 - a) Saída do processo e sinal de referência. Processo de 2ª ordem com o seguidor a variância mínima, $m=0$. Controlador calculado a partir dos parâmetros identificados.

b) Equação diferença entre o erro de estado e a saída do observador.

4.6 CONCLUSÃO

Foi apresentado neste capítulo dois esquemas de regulador a variância mínima. Comparando-se os desempenhos destes reguladores com os clássicos do capítulo 3 observa-se que os reguladores a variância mínima são nitidamente melhores em ambiente estocástico.

Quando os parâmetros do processo são desconhecidos os reguladores a variância mínima podem ser calculados a partir de parâmetros identificados pelos algoritmos do capítulo 2 e seus desempenhos são semelhantes aos reguladores a variância mínima calculados com os parâmetros verdadeiros do processo.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Foi apresentado neste trabalho um estudo de identificadores paralelos monovariáveis para processos lineares e invariantes no tempo. Foram estudados os identificadores de compensação fixa, de compensação variável e com o modelo estendido, bem como, foi estudado o problema do algoritmo tipo a ganho constante e tipo a ganho decrescente. Identificou-se diversos processos em ambiente estocástico, estudando-se diversos modelos de perturbação. Constatou-se que o identificador a ganho decrescente tem um desempenho superior ao de ganho constante. Os identificadores com compensação variável e com modelo estendido são melhores que a compensação fixa por dois motivos: com eles consegue-se modelar a perturbação, que é útil em controle de processos, e evitam a necessidade de uma pré estimação. Estudados os identificadores passou-se a estudar esquemas de seguimento.

Foi feito um estudo do seguidor clássico baseado na moderna teoria de controle robusto para processos discretos. Verificou-se que o seguidor clássico tem um bom desempenho em processos sem perturbação estocástica.

Para estudar o problema de seguimento em ambiente estocástico foi estudado o seguidor à variância mínima que é o objetivo principal deste trabalho. O problema de seguidor pode ser transformado num problema de regulação e foi visto que a solução proposta por Åström não se aplica a este tipo de problema uma

vez que os zeros da parte estocástica estão geralmente sobre o círculo unitário. Para resolver este problema foi proposto um esquema onde intervém um estimador da perturbação. Em diversas simulações digitais, verificou-se que o seguidor à variância mínima tem um desempenho nitidamente melhor que o seguidor clássico em um ambiente estocástico. Verificou-se ainda que podemos utilizar parâmetros identificados para se construir um seguidor a variância mínima.

Como seguimento deste trabalho, deixam-se os seguintes problemas a serem abordados:

1. Resolver o problema do seguidor à variância mínima para qualquer m .
2. Estudar para o caso multivariável o seguidor à variância mínima.
3. Estudar o seguidor a variância mínima para processo perturbados simultaneamente por sinais estocásticos e determinísticos.
4. Fazer implementações práticas em um sistema de soldagem com elétrodo consumível revestido por exemplo. O processo tem parâmetros desconhecidos que tem que ser identificados e está imerso em ambiente fortemente estocástico. Os estudos deste trabalho dão a base teórica necessária para a solução deste importante problema.

A P Ê N D I C E A

POSITIVIDADE E HIPERESTABILIDADE

A classe de sistemas realimentados aqui considerado é formada por um bloco de malha direta linear invariante no tempo pertencente a classe $L(\Lambda)$ e, um bloco de realimentação não linear variante no tempo pertencente a classe $N(\Gamma)$. As definições de classe $L(\Lambda)$ e $N(\Gamma)$ são dadas a seguir:

Classe $L(\Lambda)$

Considere um sistema invariante linear completamente controlável e completamente observável, descrito por:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= A x(k) + B u(k) \\y(k) &= C x(k) + D u(k)\end{aligned}\tag{A.1}$$

O sistema (A.1) pertence a classe $L(\Lambda)$ se existe uma matriz simétrica Λ tal que o sistema resultante da operação em paralelo de (A.1) com a matriz de ganho $(-1/2)\Lambda$ (como mostrado na Figura A.1) é estritamente real positivo.

Da Figura A.1 e definição 1, conclui-se que o sistema resultante é descrito por:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= A x(k) + B u^R(k) \\y^R(k) &= C x(k) + (D - (1/2)\Lambda) u(k)\end{aligned}\tag{A.2}$$

que gera uma matriz de transferência

$$H(z) = [D - (1/2)\Lambda] + C(zI - A)^{-1} B \quad (A.3)$$

Para que $H(z)$ dado pela equação (A.3) seja estritamente real positivo (para definição, ver [4]), a condição algébrica pode ser estabelecida usando o seguinte Lema [2]:

Lema 1

O sistema (A.1) pertence a classe $L(\Lambda)$ se existem matrizes definidas positivas P e Q , uma matriz simétrica Λ e matrizes k e L , tais que:

$$A^T P A - P = -L L^T - Q \quad (A.4)$$

$$B^T P A + k^T L^T = C \quad (A.5)$$

$$k^T k = D + D^T - 1/2(\Lambda + \Lambda^T) - B^T P B \quad (A.6)$$

Classe $N(\Gamma)$

Considere o sistema discreto linear variante no tempo descrito por:

$$x(k+1) = A(k) x(k) + B(k) u(k) \quad (A.7)$$

$$y(k) = C(k) x(k) + D(k) u(k) \quad (A.7)$$

O sistema (A.7) pertence a classe $N(\Gamma)$ se existe uma matriz simétrica $\Gamma(k)$ tal que o sistema resultante da combinação em realimentação de (A.7) com a matriz ganho $1/2 \Gamma(k)$ (mostrado na Figura A.2) satisfaça a desigualdade de Popov.

Para se testar se um sistema pertence a classe $N(\Gamma)$

é dado o seguinte Lema 2 :

Lema 2

O sistema (A.7) pertence a classe $N(\Gamma)$ se existir uma matriz definida positiva ou semi-definida positiva $P(k)$, uma matriz simétrica $\Gamma(k)$ e matrizes $Q(k)$, $S(k)$ e $R(k)$ tais que:

$$A^T P(k+1) A(k) - P(k) = -Q(k) + C^T(k) \Gamma(k) C(k) \quad (\text{A.8})$$

$$B^T(k) P(k+1) A(k) + S^T(k) = C(k) + D^T(k) \Gamma(k) C(k) \quad (\text{A.9})$$

$$R(k) - D^T(k) \Gamma(k) D(k) = D(k) + D^T(k) - B^T(k) P(k+1) B(k) \quad (\text{A.10})$$

A matriz

$$M(k) = \begin{vmatrix} Q(k) & S(k) \\ S^T(k) & R(k) \end{vmatrix} \quad (\text{A.11})$$

é definida positiva ou semi-definida positiva.

Uma vez que as classes $L(\Lambda)$ e $N(\Lambda)$ estão definidas, os seguintes teoremas podem ser provados [2]:

Teorema 1

Um sistema linear invariante no tempo pertencente a classe $L(\Lambda)$ realimentado por um sistema linear variante no tempo pertencente a classe $N(\Gamma)$ (como mostra a figura A.3) é assintoticamente estável globalmente se

$$\Lambda - \Gamma(k) \geq 0 \quad k \geq k_0 \quad (\text{A.12})$$

Teorema 2

Considere o sistema

$$x(k+1) = A x(k) + B u(k) = A x(k) - B \omega(k) \quad (\text{A.13})$$

$$v(k) = C x(k) + d u(k) = C x(k) - d \omega(k) \quad (\text{A.13})$$

pertencendo a classe $L(1/2)$ realimentado pelo sistema

$$\theta(k+1) = \theta(k) + F(k) V(k) v(k) \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{aligned} \omega(k) &= V^T(k) \left| \hat{p}(k) - p \right| = V^T(k) \theta(k) + \\ &+ V^T(k) F(k) V(k) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Se a matriz $F(k)$ é definida por

$$F(k+1) = F(k) - \frac{\lambda F(k) V(k) V^T(k) F(k)}{1 + \lambda V^T(k) F(k) V(k)} \quad (\text{A.15})$$

$$F(0) > 0$$

e

$$0 \leq \lambda < 1$$

então:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} v(k) = 0$$

A prova deste teorema é dada em [2] e ele permite a determinação de leis de adaptação paramétrica. Se $\lambda=0$ a matriz F fica constante e se diz que o sistema (A.14) define o algoritmo a ganho constante. Quando $\lambda=1$ os auto valores de F decrescem com o tempo e se diz que o sistema (A.14) define o algoritmo a ganho decrescente.

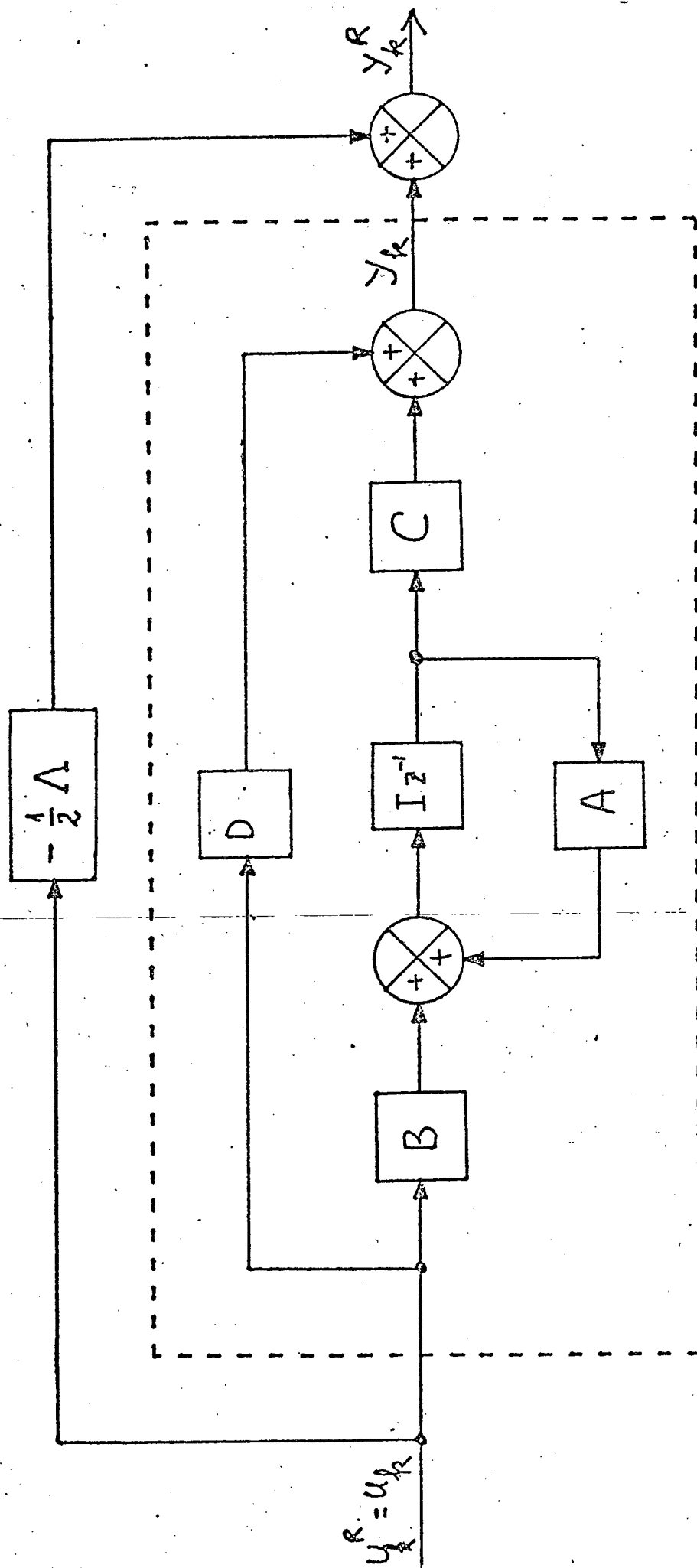


Fig. A1

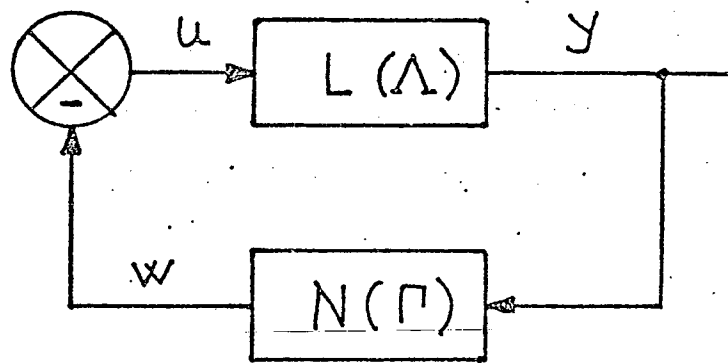


Fig. A3

A P Ê N D I C E B

PROVA DO ALGORÍTMO DE IDENTIFICAÇÃO SEM PERTURBAÇÃO

Faremos uma explanação suscinta do identificador com compensação fixa para o caso de não existência de perturbação. Os demais identificadores são solucionados de forma semelhante, variando apenas o modelo ajustável.

Definição de Processo

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k) \quad B(1)$$

onde $A(q^{-1})$ e $B(q^{-1})$ são definidos em (2.1-4).

Definição do modelo ajustável

$$\begin{aligned} \hat{y}(k) = & \hat{a}_1(k) \hat{y}(k-1) + \dots + \hat{a}_n(k) \hat{y}(k-n) + \\ & + \hat{b}_0(k) u(k) + \hat{b}_1(k) u(k-1) + \dots + \hat{b}_m(k) u(k-m) \end{aligned} \quad B(2)$$

Se $\hat{a}_1(k) \dots \hat{b}_m(k)$ convergem, quando o tempo tende para infinito, para $a_1 \dots b_m$ então $\hat{y}(k)$ converge para y_k . O teste de convergência é efetuado através do erro de saída.

Definição do erro de saída

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (\text{B.3})$$

Quando o erro de saída se anula espera-se que os parâmetros do modelo ajustável convirjam para os parâmetros do processo. O seguinte problema pode então ser formulado:

Encontrar $\hat{a}_1(k), \dots, \hat{a}_n(k), \hat{b}_0(k), \dots, \hat{b}_m(k)$ tal que:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon(k) = 0 \quad (\text{B.4})$$

Observação

A condição (B.4) implica em um problema de estabilidade assintótica. Para estudar este problema é necessário encontrar a equação dinâmica do erro.

Equação dinâmica do erro

Usando as equações (B.1), (B.2) e (B.3) obtêm-se:

$$\left[1 - a_1 q^{-1} - \dots - a_n q^{-n} \right] \varepsilon(k) = -v^T(k) \left[\hat{p}(k) - p \right] \quad (\text{B.6})$$

onde

$$p^T = [a_1 \dots a_n \ b_0 \ b_1 \dots b_m]$$

$$\hat{p}^T(k) = [\hat{a}_1(k) \dots \hat{a}_n(k) \ \hat{b}_0(k) \ \hat{b}_1(k) \dots \hat{b}_m(k)]$$

e

$$v^T(k) = [\hat{y}(k-1) \dots \hat{y}(k-n) \ u(k) \ u(k-1) \dots u(k-m)]$$

Compensador e leis de adaptação paramétrica

Considerando o compensador

$$v(k) = C(q^{-1}) \varepsilon(k) = [1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_n q^{-n}] \varepsilon(k) \quad (B.4)$$

e a equação (B.6) obtém-se que

$$v(k) = \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k) = \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} (-\omega(k)) \quad (B.5)$$

onde

$$\omega(k) = V^T(k) [\hat{p}(k) - p]$$

Se o sistema (B.5) pertence à classe $L(1/2)$, e $[\hat{p}(k) - p]$ definido por

$$\theta(k+1) = \theta(k) + F(k) V(k) v(k) \quad (B.7)$$

$$\hat{p}(k) - p = \theta(k) + F(k) V(k) v(k) \quad (B.7)$$

onde $F(k)$ é definido por (A.15) então pelo Teorema 2 do Apêndice A

$$\lim_{k \rightarrow \infty} v(k) = 0 \quad (B.8)$$

Como $C(z)$ tem seus zeros dentro do círculo unitário de (B.4) e (B.8) tira-se que:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon(k) = 0 \quad (B.9)$$

De (B.7) pode-se mostrar que

$$\hat{p}(k) = \hat{p}(k-1) + F(k) V(k) v(k) \quad (B.10)$$

Usando (2.3-2), (2.3-4) e (2.3-5) pode-se mostrar que

$$v(k) = \frac{v_o(k)}{1 + V^T(k) F(k) V(k)} \quad (\text{B.11})$$

que substituindo em (B.10) dá as leis de adaptação (2.2-6) e (2.3-7).

Os parâmetros c_i que aparecem em (B.4) devem ser determinados de tal forma que o sistema (B.5) pertença a classe $L(1/2)$. Para isto, este método necessita que os parâmetros de A sejam pré-estimados.

Foi mostrado que \hat{p} tende para zero e este fato implica que \hat{p} tende para p quando a entrada $u(k)$ é rica em frequências [2].

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - DUGARD, L. & LANDAU, I.D. "RECURSIVE OUTPUT ERROR IDENTIFICATION ALGORITHMS THEORY AND EVALUATION". NOTE INTERNE LAG Nº 79-02, FÉVRIER 1979. INSTITUT NACIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, GRENOBLE, FRANCE.
- 2.- SILVEIRA, H.M. "CONTRIBUTIONS A LA SYNTHÈSE DES SYSTEMES ADAPTATIFS AVEC MODÈLE SANS ACCES AUX VARIABLES D'ETAT". THÈSE DE DOCTEUR ES-SCIENCES PHYSIQUES, GRENOBLE, 1978.
- 3 - LANDAU, I.D. "SUR UNE METHODE DE SYNTHÈSE DES SYSTEMS ADAPTATIFS, AVEC MODÈLE UTILISES POUR LA COMMANDE E L'IDENTIFICATION D'UNE CLASSE DE PROCÉDES PHYSIQUES". THESE DE DOCTEUR ES-SCIENCES PHYSIQUES, GRENOBLE, 1973.
- 4 - LANDAU, I.D. "ADAPTIVE CONTROL: THE MODEL REFERENCE APPROACH". NEW YORK AND BASEL, MARCEL DEKKER, INC., 1979.
- 5 - ALVES, J.B.M. "EXTRAÇÃO DE MENSAGEM GAUSSIANA A PARTIR DE OBSERVAÇÃO NÃO GAUSSIANA USANDO UM FILTRO LINEAR VARIANTE NO TEMPO". TESE DE DOUTORADO COPPE, UFRJ, RJ, JUNHO DE 1981.
- 6 - CARDOSO Fº, M. "IDENTIFICAÇÃO EM TEMPO REAL DE SISTEMAS LINEARES PELO MÉTODO DA CORRELAÇÃO". DISSERTAÇÃO DE MESTRADO, UFSC, 1979.
- 7 - CHEN, C.T. "INTRODUCTION TO LINEAR SYSTEM THEORY", NEW YORK, HOLT - RINEHART AND WINSTON, INC., 1970.
- 8 - ÅSTROM, K.J. "INTRODUCTION TO ESTOCASTIC CONTROL THEORY". NEW YORK AND LONDON, ACADEMIC PRESS, 1970.

- 9 - SILVEIRA, H.M & DORAISWAMI, R. "AN ADAPTATIVE SERVOMECHANISM CONTROL FOR A SINGLE-INPUT SINGLE-OUTPUT LINEAR DISCRETE SYSTEM". IEEE CONFERENCE ON DECISION AN CONTROL. VOL. 3, DEC. 1981, pp. 1251-1256.
- 10- DAVISON, E.J. "THE ROBUST CONTROL OF A MECHANISM PROBLEM FOR LINEAR TIME-INVARIANT MULTIVARIABLE SYSTEM" IEEE, TRANS. AUTOMATIC CONTROL, VOL. AC-21, PP. 25-34 FEB. 1976.
- 11- LIVRAMENTO, C.A. "CONTROLE DIGIT.L ANALÓGICO PARA RASTREAMEN TO ROBUSTO E RÁPIDO ENTRE AMOSTRAGENS". DISSERTAÇÃO DE MESTRADO, UFSC, 1979.
- 12- MEHRA, R.M. & LAINIOTIS, D.G. "SYSTEM IDENTIFICATION: ADVANCES AND CASE STUDIES". NEW YORK: ACADEMIC PRESS, INC, 1976.
- 13- EYKHOFF, P. "IDENTIFICATION AND SYSTEM PARAMETER ESTIMATION" PART 2. LONDON: JOHN WILEY & SONS. 1974.
- 14- MENENDEZ-MARTINEZ, A. "IDENTIFICATION DE LA RÉPONSE IMPULSIINELLE D'UN SYSTÈME PAR INTERCORRÉLATION AU MOYEN DE SÉQUENCES BINAIRES PSEUDO-ALÉATOIRES". TESE DE DOUTORA-DO - GRENOBLE.- 1970
- 15- LANDAU, I.D. "ELIMINATION OF THE REAL POSITIVITY CONDITION IN THE DESIGN OF PARALLEL MRAS". IEEE TRANS. AUTOMATIC CONTROL, T-AC VOL. 23, PP. 1015-1020, DEC., 1978.
- 16--DORAISWAMI, R. "A ROBUST DECENTRALIZED CONTROL OF A SERVOMECHANISM PROBLEM FOR A CLASS OF NONLINEAR SYSTEM", PROC. IEEE, MARCH 1981.
- 17- DORAISWAMI, R. "A ROBUST CONTROL STRATEGY FOR SINGLE-INPUT SINGLE-OUTPUT SAMPLED DATA SERVOMECHANISM PROBLEM", IFAC WORLD CONGRESS, TOKYO, JAPAN, AUG. 1981.

18- GOODWIN, G.C., RAMADGE, P.J. AND CAINES, P.E. "DISCRETE-TIME MULTIVARIABLE ADAPTATIVE CONTROL", IEEE TRANS. AUTOMATIC CONTROL, VOL. AC-25, PP. 449-456, JUNE 1980.