

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

REPRODUTIBILIDADE FUNCIONAL ASSINTÓTICA E CONTROLE DE SISTEMAS NÃO
LINEARES MULTIVARIÁVEIS INVERSÍVEIS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

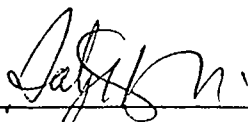
ALDAYR DANTAS DE ARAÚJO

FLORIANÓPOLIS, MAIO , 1983

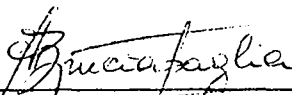
REPRODUTIBILIDADE FUNCIONAL ASSINTÓTICA E CONTROLE DE
SISTEMAS NÃO LINEARES MULTIVARIÁVEIS INVERSÍVEIS

ALDAYR DANTAS DE ARAÚJO

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM
ENGENHARIA - ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E APROVADA EM SUA FOR
MA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO.

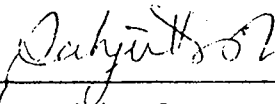


Prof. Sahjendra Narain Singh, Ph.D.
Orientador

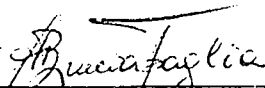


Prof. Augusto Humberto Bruciapaglia, Dr. Ing.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica

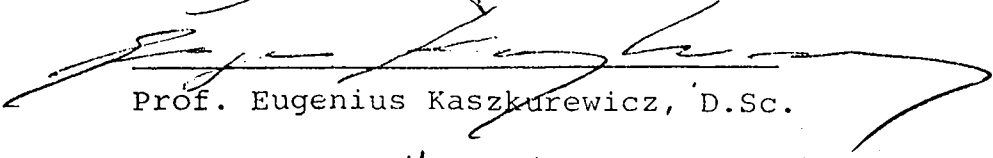
BANCA EXAMINADORA



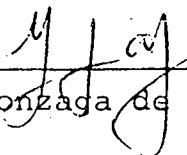
Prof. Sahjendra Narain Singh, Ph.D



Prof. Augusto Humberto Bruciapaglia, Dr. Ing.



Prof. Eugenius Kaszkurewicz, D.Sc.



Prof. Luiz Gonzaga de Souza Fonseca, D.Sc.

Ao meu pai - Francisco

À minha mãe - Letícia

Ao meu irmão - Auridan

AGRADECIMENTOS

À UFRN, UFSC e CAPES pelo apoio financeiro.

Ao Professor Sahjendra Narain Singh pela amizade e inestimável ajuda prestada na orientação deste trabalho.

Aos professores, alunos e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFSC pelo apoio e amizade.

Aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica da UFRN pelo incentivo e amizade.

Ao professor e amigo Jorge Dantas de Melo pelas conversas proveitosas e incentivo.

A Valdélia Maria Gurgel de Queiroz e Délia Maria de Melo Tavares pela datilografia e desenhos, respectivamente.

SUMÁRIO

SIMBOLOGIA	vii
RESUMO	x
ABSTRACT	xii
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 - REPRODUTIBILIDADE FUNCIONAL ASSINTÓTICA EM SISTEMAS INVERSÍVEIS	9
2.1 - Introdução	9
2.2 - Algoritmo de inversão	12
2.3 - Reprodutibilidade funcional assintótica	18
2.3.1 - Sistemas com apenas o estado inicial disponível- -método 1	23
2.3.2 - Sistemas com estado disponível durante todo o período de controle-método 2	24
2.4 - Conclusões	29
CAPÍTULO 3 - APLICAÇÃO AO CONTROLE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA MÁQUINA-BARRAMENTO INFINITO	31
3.1 - Introdução	31
3.2 - Modelo do sistema	32
3.3 - Inversão do sistema	33
3.4 - Reprodutibilidade funcional assintótica	36
3.4.1 - Aplicação do método 1	37
3.4.2 - Aplicação do método 2	64
3.5 - Conclusões	75
CAPÍTULO 4 - APLICAÇÃO AO CONTROLE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA MUL	

TIMÁQUINA	78
4.1 - Introdução	78
4.2 - Modelo do sistema	78
4.3 - Inversão do sistema	81
4.4 - Aplicação do método 1 para a reprodutibilidade funcional assintótica	86
4.5 - Conclusões	102
 CAPÍTULO 5 - APLICAÇÃO AO CONTROLE ORIENTACIONAL DE SATÉLITES.	104
5.1 - Introdução	104
5.2 - Modelo do sistema	104
5.3 - Inversão do sistema	107
5.4 - Aplicação do método 2 para a reprodutibilidade funcional assintótica	110
5.5 - Conclusões	133
 CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	136
 APÊNDICE A - DEFINIÇÕES E TEOREMAS RELACIONADOS COM O ALGO- RITMO DE INVERSÃO	139
 APÊNDICE B - MODELO DO SISTEMA DE POTÊNCIA MÁQUINA-BARRAMEN- TO INFINITO, SISTEMA DE POTÊNCIA MULTIMÁQUINA E DO SATÉLITE EM ÓRBITA CIRCULAR	151
 APÊNDICE C - SUBROTINAS UTILIZADAS NO DESENVOLVIMENTO DESTE TRABALHO	162
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	174

S I M B O L O G I A

SISTEMA DE POTÊNCIA

Para o gerador i

d_i	= constante de amortecimento - s
P_{ei}	= potência elétrica gerada - p.u.
P_{mi}	= potência mecânica no eixo - p.u.
P_{gi}	= potência de saída da governadora - p.u.
E_{fdi}	= tensão de campo - p.u.
$E_i \left \delta_i \right.$	= tensão interna (δ_i é o ângulo rotórico)-p.u. <u>rad</u>
ψ_{fi}	= fluxo de campo - p.u.
ω_i	= perturbação na frequência ($\dot{\delta}_i$) - rad/s
M_i	= constante de momento angular - s ²
H_i	= constante de inércia - s
$Y_{ij} \left \frac{\pi}{2} - \theta_{ij} \right.$	= admitância pós-falta de transferência entre os nós de geração i e j (obtida após a redução da rede, onde permanecem apenas os nós de geração)-p.u. <u>rad</u>
T'_{doi}	= constante de tempo transitória de circuito aberto do eixo direto - s
x_{di}	= reatância de armadura do eixo direto - p.u.
x_{qi}	= reatância de armadura do eixo em quadratura - p.u.
x'_{di}	= reatância transitória do eixo direto - p.u.
x_{afi}	= reatância mútua de eixo direto - p.u.
x_{fi}	= reatância de campo - p.u.
r_{fi}	= resistência de campo - p.u.
T_{ei}	= constante de tempo da excitação de campo - s
T_{ti}	= constante de tempo da turbina - s
T_{gi}	= constante de tempo da governadora - s

k_{ei}	= ganho da excitação de campo-adimensional
u_{ei}	= sinal atuando na excitação de campo - p.u.
u_{gi}	= sinal atuando na válvula da governadora - p.u.
ω_o	= velocidade síncrona - rad/s
δ_{ij}	= $\delta_i - \delta_j$
P_{vi}	= variações na demanda de carga - p.u.

SATÉLITE

I	= matriz de inércia do satélite (incluído os rotores)
I_1, I_2, I_3	= momentos de inércia do satélite sobre seus eixos principais - kg.m^2
J	= matriz de inércia para os rotores
J_1, J_2, J_3	= momentos de inércia dos rotores 1, 2 e 3 sobre seus eixos de giro - kg.m^2
k	= vetor cujos componentes são os momentos angulares dos rotores
k_1, k_2, k_3	= momentos angulares dos rotores 1, 2 e 3 sobre seus eixos de giro - N.m
x_1, x_2, x_3	= eixos principais de inércia para o satélite
α	= ângulo de orientação do satélite em torno da normal ao plano de órbita (pitch angle) - rad
β	= ângulo de orientação do satélite em torno do vetor radial local (yaw angle) - rad
γ	= ângulo de orientação do satélite em torno da tangente à órbita (roll angle) - rad
θ	= matriz dos cossenos direcionais especificando a orientação do satélite relativa ao sistema de coordenadas ξ

- ξ_1, ξ_2, ξ_3 = eixos do sistema de coordenadas orbital ξ
- ξ_{ij} = cosseno direcional, um dos elementos da matriz θ
- ϕ = vetor cujos componentes ϕ_1, ϕ_2 , e ϕ_3 são as coordenadas angulares dos rotores 1, 2 e 3 (ϕ_1, ϕ_2 e ϕ_3 em rad)
- ω = vetor das velocidades angulares do satélite
- $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ = projeções nos eixos principais de inércia x_1, x_2 e x_3 das velocidades angulares do satélite com relação ao espaço inercial (elementos do vetor ω) - rad/s.
- ω_o = magnitude da velocidade angular do satélite em sua órbita-rad/s
- u = vetor cujos componentes u_1, u_2 e u_3 são os momentos de controle dos rotores 1, 2 e 3 (u_1, u_2 e u_3 em N.m)
- T_d = vetor cujos componentes T_{d1}, T_{d2} e T_{d3} são as projeções nos eixos principais de inércia x_1, x_2 e x_3 da resultante dos torques de distúrbio atuando no satélite com relação ao espaço inercial (T_{d1}, T_{d2} e T_{d3} em N.m)

RESUMO

Para uma classe de sistemas não lineares multivariáveis, é deduzida uma condição suficiente para a existência do controle que gera a saída, a qual tende assintoticamente para uma função vetorial analítica real dada. Para gerar o controle requisitado, é construído um pré-filtro (sistema inverso à direita), quando apenas o estado inicial do sistema é disponível. Quando o estado do sistema é disponível em todo o período de controle, utiliza-se realimentação de estado.

Para um caso particular em que o controle é desenvolvido por realimentação de estado, a lei de controle é modificada, e, com a introdução de integradores, é possível a rejeição dos efeitos de ruídos e de conhecimento inexato dos parâmetros dos sistemas.

As saídas controláveis dos sistemas são forçadas a seguir formas de onda polinomiais amortecidas, senoidais amortecidas e exponenciais amortecidas durante o período transitório.

A teoria desenvolvida é aplicada em sistemas de potência máquina-barramento infinito e multimáquina, submetidos a faltas severas. Também é feita uma aplicação a satélites, contendo três rotores em uma órbita circular, necessitando de grandes mudanças na orientação de equilíbrio.

Para o caso de um sistema de potência máquina-barramento infinito, utiliza-se como saídas controláveis, o ângulo rotórico e o fluxo de campo. Através do controle da saída da turbina e da voltagem de campo, consegue-se que as saídas atinjam os valores de equilíbrio desejáveis. Para efeito de comparação de resul-

tados, o controle é gerado com a utilização de um pré-filtro e por realimentação de estado.

As leis de controle obtidas para um sistema de potência máquina-barramento infinito são, então, generalizadas para um sistema de potência multimáquina, onde utiliza-se um modelo matemático mais simplificado. São obtidas conclusões semelhantes e observa-se que cada área controla seu próprio ângulo rotórico e sua própria voltagem gerada.

Para a obtenção de mudanças na orientação de equilíbrio de um satélite, o controle é gerado por realimentação de estado, tendo em vista a facilidade de medição do estado do sistema. Utiliza-se como saídas controláveis, os três ângulos de orientação e, através do controle dos momentos aplicados pelos rotores, obtêm-se as mudanças de orientação desejáveis.

Em todas as simulações efetuadas, observa-se a grande flexibilidade proporcionada pelo método na obtenção de respostas desejáveis com boas características dinâmicas. As magnitudes de controle requeridas são moderadas.

ABSTRACT

For a class of multivariable nonlinear systems, it is derived a sufficient condition for the existence of the control that generates the output which asymptotically tends to a given real analytic vector function. To generate the required control it is constructed a prefilter (right inverse system) when only the initial state of the system is available. When the state of the system is available through the entire period of control, state feedback is used.

For a particular case of state feedback control, the control law is modified, and with the introduction of integrators, it is possible the rejection of noises and inexact knowledge of the system parameters effects.

The controllable outputs of the systems are forced to follow damped polynomial, damped sinusoidal and damped exponential waveforms during the transient period.

The developed theory is applied to simple and multimachine power systems submitted to severe faults. An application is also made to three-rotor satellites in a circular orbit needing large transitions on the equilibrium attitude.

In the simple power system the rotor angle and the field flux are utilized as controllable outputs. Through the control of the turbine output and the field voltage, the outputs attain the desirable equilibrium values. In order to compare the results, the control is generated by prefilter and by state feedback.

The control laws obtained for a simple power system

are then generalized for a multimachine power system, where a more simplified mathematical model is used. Similar conclusions are obtained and it is observed that each area controls its own rotor angle and generated voltage.

For equilibrium attitude transitions of a satellite, the control is generated by state feedback since that system state is easily measurable. The three attitude angles are utilized as controllable outputs and the desirable attitude transitions are obtained through the control of the moments applied by the rotors.

Due to the large flexibility of the method, desirable responses with good dynamic characteristics are obtained in all simulations performed. The control magnitude requirements are moderate.

C A P Í T U L O 1

INTRODUÇÃO

O grande avanço verificado na tecnologia analógica e digital nos últimos anos, tem possibilitado o desenvolvimento de leis de controle bastante complexas, com a utilização de algoritmos não lineares. Como uma consequência direta do desenvolvimento destas leis, tem-se a possibilidade de representar o sistema que se deseja controlar, através de um modelo não linear bastante realístico, em uma ampla região do espaço de estado.

Entretanto, a maior parte das leis de controle, já implementadas, ainda foram deduzidas a partir da linearização do sistema em torno de um ponto de operação nominal. Embora funcionem de uma forma bastante satisfatória nas aplicações normalmente previstas, apresentam limitações que, para determinadas situações, podem comprometer o desempenho do sistema. Estas limitações devem-se ao fato de que o modelo do sistema só é válido em uma certa vizinhança do ponto de operação nominal e que, para certos sistemas fortemente não lineares e com alto grau de acoplamento, esta vizinhança é bastante reduzida. Grandes perturbações no sistema e/ou a necessidade de grandes manobras, podem ultrapassar esta vizinhança. Além disso, para o caso em que há a necessidade de uma análise mais acurada do comportamento do sistema, o modelo linearizado pode não apresentar resultados muito satisfatórios, tendo em vista que, na realidade, é uma simplificação de um modelo mais elaborado.

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma técnica em que os sistemas possam ter uma modelagem bastante realística, diminuindo consideravelmente as limitações da utilização de um modelo linearizado, vistas no parágrafo anterior. As leis de controle deduzidas baseiam-se em um algoritmo não linear e apresentam uma grande flexibilidade para melhorar o desempenho dinâmico dos sistemas.

A técnica considerada é denominada reprodutibilidade funcional assintótica de sistemas não lineares.

Denomina-se reprodutibilidade funcional ao controle de um sistema, tal que sua saída siga um dado caminho [1]. Este assunto está relacionado com a inversibilidade à direita do mapeamento entrada-saída do sistema. Brevemente, existem duas importantes classes de problemas de inversão. Um sistema inverso à esquerda, para um dado sistema S , é um sistema S^L , o qual calcula a entrada de S , a partir do conhecimento de sua saída, ou seja, $S^L S u = u$, para todo controle admissível u . Por outro lado, um sistema inverso à direita, para um dado sistema S , é um sistema S^R , o qual calcula a entrada requerida por S , a fim de que este tenha uma certa saída desejável y , isto é, $S S^R y = y$. Existe uma considerável bibliografia tratando de inversibilidade de sistemas lineares e não lineares [1 - 36]. Tem sido observado que o problema do desacoplamento de um sistema multivariável com m entradas e m saídas (número de entradas igual ao número de saídas), também está relacionado com a inversibilidade deste sistema (para esta classe de sistemas, o sistema inverso à esquerda e o sistema inverso à direita são idênticos). Diz-se que um sistema (m entradas / m saídas) está desacoplado se a i -ésima saída é independente da j -ésima entrada, $i \neq j$. Este assunto tem recebido considerável atenção nos últimos

anos [21, 23 -36].

Os resultados de reprodutibilidade funcional para sistemas não lineares [11], baseiam-se em um algoritmo de Hirschorn [8] para a construção de sistema inverso à esquerda. A partir de um algoritmo modificado para a construção de sistema inverso à esquerda [12], Singh também obteve resultados para a reprodutibilidade funcional [14, 18, 19 e 21].

Em muitos problemas, a condição de existência para a reprodutibilidade funcional não é satisfeita. Para estes casos, o conceito de reprodutibilidade funcional assintótica é, então, introduzido aqui. É importante salientar que Singh [33-34] obteve o rastreamento assintótico de funções tipo degrau, com a utilização da teoria de desacoplamento não linear, mas não generalizou o rastreamento assintótico para qualquer função $f(t)$, nem utilizou o enfoque que é dado neste trabalho.

Diz-se que uma função $f(t)$ pode ser reproduzida funcionalmente assintoticamente, para uma dada condição inicial $x(0)$, se existe algum controle, tal que a saída do sistema tenda assintoticamente a $f(t)$ quando $t \rightarrow \infty$.

São estudadas duas formas de gerar o controle para a reprodutibilidade funcional assintótica em sistemas não lineares multivariáveis. As duas formas levam em consideração a disponibilidade do estado do sistema em estudo. No caso em que se dispõe apenas do estado inicial do sistema, é construído um pré-filtro (sistema inverso à direita). No caso em que o estado do sistema é disponível durante todo o período de controle, é utilizada realimentação de estado. Em ambos os casos, sob certas condições, a saída do sistema pode convergir para qualquer função vetorial analítica e é forçada a seguir formas de onda polinomiais amorteci-

das, senoidais amortecidas e exponenciais amortecidas durante o período transitório.

São analisados os efeitos de ruídos e de conhecimento inexato dos parâmetros e, para o caso do pré-filtro, é também analisado o efeito de conhecimento inexato do estado inicial dos sistemas. Para um caso particular em que o controle é desenvolvido através de realimentação de estado, a lei de controle é modificada e, com a introdução de integradores, é possível a rejeição dos efeitos acima citados.

Esta estratégia de controle é aplicada em sistemas de potência e em satélites.

Atualmente, os sistemas de potência consistem de redes interligadas de linhas de transmissão unindo geradores e cargas. Idealmente, as cargas devem ser supridas com voltagem e frequência constantes em todos os instantes. Em termos práticos isto significa que, tanto a voltagem quanto a frequência devem permanecer dentro de limites toleráveis. É, também, necessário que as máquinas não percam o sincronismo após uma falta no sistema. Impactos de potência aleatórios ocorrem durante a operação normal de um sistema de potência e esta potência adicional deve ser suprida pelos geradores. Além disso, é necessário manter determinados fluxos de potência entre as áreas do sistema interligado. O controlador para um sistema de potência deve ser projetado para desempenhar as funções acima citadas.

Tradicionalmente, o controle de um sistema de potência é feito da seguinte forma. Para cada máquina, considera-se o restante do sistema como um barramento infinito e, por simplicidade, projeta-se o controlador da excitação de campo independentemente do controlador da governadora. Assumindo torque mecânico de en

trada constante, projeta-se o controlador da excitação de campo para regular a tensão terminal e aumentar o domínio de estabilidade do gerador. Assumindo fluxo concatenado constante, projeta-se o controlador da governadora para a regulação da potência e da frequência simultaneamente. O modelo utilizado para cada máquina é, normalmente, um modelo linearizado em torno do ponto de operação em regime permanente e, conseqüentemente, não é adequado para grandes perturbações no sistema. É claro que um único controlador para a excitação de campo e para a governadora de cada máquina, utilizando um modelo mais completo do sistema, tornaria bem melhor o desempenho deste.

Recentemente, alguns trabalhos têm tratado de controladores para modelos não lineares de sistemas de potência [37-44], mas não foi considerado o controle para sistemas submetidos a faltas severas.

Neste trabalho, considera-se o controle de sistemas de potência submetidos a faltas severas e que é considerado um problema de grande importância [46]. Perturbações, tais como, desligamento de linhas, saída de geradores e mudanças de carga, podem afetar seriamente o comportamento do sistema.

Embora considerável trabalho tenha sido desenvolvido para estudar a questão da estabilidade assintótica e a determinação da região de estabilidade, usando os métodos de Liapunov ([45] apresenta um estudo bastante abrangente), a questão do controle de sistemas de potência para grandes perturbações tem recebido pouca atenção. Uma lei de controle para regular a saída da turbina, tal que o estado de alerta seja levado para o estado normal, foi apresentada por [47]. Recentemente, assumindo que certas ferramentas de controle são disponíveis em cada barramento de geração

(por exemplo, resistores e/ou desligamento de cargas), o controle do estado de emergência de sistemas de potência foi apresentado em [48-49]. Entretanto, o controle das voltagens geradas não foi considerado em [47-49]. Singh [34] utilizou a teoria de desacoplamento não linear no controle de um sistema de potência máquina-barramento infinito, mas só foi considerado o rastreamento de funções tipo degrau.

Uma das contribuições deste trabalho é a aplicação dos resultados obtidos para a reprodutibilidade funcional assintótica, no controle de um sistema de potência submetido a faltas severas. O efeito das variações dos fluxos de campo nas voltagens geradas é, também, considerado.

O sistema atinge os ângulos rotóricos e as voltagens geradas de equilíbrio, e desvios na frequência e nos fluxos de potência tendem a zero assintoticamente. Isto é obtido através do controle das saídas das turbinas e das voltagens de campo, e cada área controla seu próprio ângulo rotórico e sua própria voltagem gerada.

Através da seleção adequada de certos parâmetros livres nas leis de controle deduzidas, consegue-se obter boas características dinâmicas para as respostas dos sistemas estudados.

Para a síntese das leis de controle, é necessário que cada área tenha a informação completa do estado inicial do sistema, quando o controle começa a atuar, ou do estado do sistema durante todo o período de controle, conforme a disponibilidade do estado do sistema. Pode-se considerar isto impraticável atualmente, o que não é necessariamente verdade em vista da moderna tecnologia computacional.

Para um sistema de potência máquina-barramento infi

nito, o controle é gerado com a utilização de um pré-filtro e por realimentação de estado, para efeito de comparação dos resultados. O modelo utilizado inclui o efeito de polos salientes no desempenho da máquina.

Para um sistema de potência multimáquina, utiliza-se um modelo mais simplificado, que não inclui o efeito de polos salientes explicitamente, e generaliza-se as leis de controle obtidas para o caso de um sistema de potência máquina-barramento infinito.

Convém salientar que [17, 20 e 22] baseiam-se nos resultados obtidos neste trabalho.

A outra aplicação para a técnica estudada é no controle orientacional de satélites.

A necessidade de mudanças na orientação de um satélite pode surgir devido a muitos motivos. Como exemplos, poder-se-ia citar razões comerciais (término do contrato de transmissão de sinais entre duas regiões e início de outro contrato entre outras duas regiões), razões operacionais (aquecimento demasiado de uma parte do satélite tendo em vista a posição do sol) e ocorrência de perturbações (choque de uma partícula, etc).

No passado, alguns estudos têm abordado o controle orientacional de satélites contendo três rotores simétricos em uma órbita circular[52-54]. Sistemas de controle orientacional tri-dimensional que, aproximadamente, minimizam uma integral de índice de desempenho quadrático, foram deduzidos em [52-53]. Anchev[54] obteve leis de controle para a transição de orientação de um estado de equilíbrio para outro estado de equilíbrio. Entretanto, o controle orientacional de um estado arbitrário não foi considerado e, além disso, o controle deduzido não foi desenvolvido para os três

ângulos de orientação simultaneamente. Recentemente, foram deduzidas leis de controle estabilizantes para satélites, usando os métodos de Liapunov [55].

Neste trabalho, aplica-se os resultados para a reprodutibilidade funcional assintótica, no controle orientacional de satélites contendo três rotores simétricos em uma órbita circular. Utiliza-se realimentação de estado na síntese da lei de controle, tendo em vista a relativa facilidade para a obtenção das variáveis de estado durante todo o período de controle.

O controle orientacional é desenvolvido para os três ângulos de orientação (α, β e γ) simultaneamente e isto é obtido através do controle dos momentos aplicados pelos rotores ao satélite.

São efetuadas simulações para a transferência de estados arbitrários para um estado de equilíbrio desejável, e as respostas obtidas apresentam boas características dinâmicas.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. O capítulo 2 apresenta o desenvolvimento do algoritmo de inversão e os resultados para a reprodutibilidade funcional assintótica. Uma análise bastante completa da aplicação da técnica estudada, em um sistema de potência máquina-barramento infinito, encontra-se no capítulo 3. No capítulo 4, generaliza-se para um sistema de potência multimáquina, os resultados obtidos no capítulo 3. O capítulo 5 emprega a técnica estudada no controle orientacional de satélites. O capítulo 6 apresenta as conclusões gerais e perspectivas para futuros trabalhos.

CAPÍTULO 2

REPRODUTIBILIDADE FUNCIONAL ASSINTÓTICA EM SISTEMAS INVERSÍVEIS

2.1 - Introdução

Neste capítulo é apresentado o algoritmo de inversão de sistemas não lineares multivariáveis deduzido por Hirschorn [8 e 11], juntamente com os resultados obtidos por Hirschorn para a reprodutibilidade funcional [11]. Apresenta-se, também, os resultados para a reprodutibilidade funcional assintótica deduzidos neste trabalho.

Considera-se uma classe de sistemas não lineares da forma

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(x(t)) + B(x(t))u(t); \quad x(t) \in M \\ y(t) &= C(x(t)) \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde $M \subset \mathbb{R}^n$ (espaço euclidiano de dimensão n) é o espaço de estado, $B(x(t)) = [B_1(x(t)), \dots, B_m(x(t))]$, A, B_1, \dots, B_m são funções vetoriais analíticas reais em M , $u(t) = [u_1(t), \dots, u_m(t)]^T$ onde $u_i(t)$ é uma função analítica real de $[0, \infty)$ em \mathbb{R} e $C : M \rightarrow \mathbb{R}^l$ é um mapeamento analítico real. No apêndice A encontra-se a definição de uma função analítica real. Nas aplicações, introduz-se ruídos não analíticos. Seja $t \rightarrow x(t, u, x_0)$ a representação da trajetória do sistema (2.1) correspondente à escolha de um controle admissível $u = (u_1, \dots, u_m)^T$ e de um estado inicial $x(0) = x_0 \in M$ e seja $y(t, u, x_0) = C(x(t, u, x_0))$ a saída do sistema (2.1).

$$y(t, u, x_0) = [y_1(t, u, x_0), \dots, y_l(t, u, x_0)]^T \quad e$$

$$C(x(t, u, x_0)) = [c_1(x(t, u, x_0)), \dots, c_l(x(t, u, x_0))]^T.$$

Neste trabalho o símbolo T em uma matriz denota a transposta desta.

Para um sistema não linear (2.1) pode-se associar os conceitos de inversibilidade à esquerda e/ou inversibilidade à direita.

Definição 2.1: O sistema não linear (2.1) é inversível à esquerda em $x_0 \in M$ se, quando $u(t)$ e $\hat{u}(t)$ são dois controles admissíveis distintos, $y(.,u,x_0) \neq y(.,\hat{u},x_0)$. Em outras palavras, o sistema não linear (2.1) é inversível à esquerda se u é obtida univocamente de y e x_0 .

No caso da saída $y(.,u,x_0)$ ser disponível, é possível, sob certas condições, construir-se um sistema inverso ao sistema original, dirigido por derivadas apropriadas de $y(.,u,x_0)$, tal que a entrada $u(t)$ seja recuperada (Figura 2.1). Esta forma de aplicação tem muita utilidade em sistemas biológicos [13], onde a entrada $u(t)$ para o sistema não é mensurável ou muito difícil de ser medida. Tem, também, muita utilidade em sistemas de comunicação. O sistema inverso utilizado desta forma é denominado sistema inverso à esquerda.

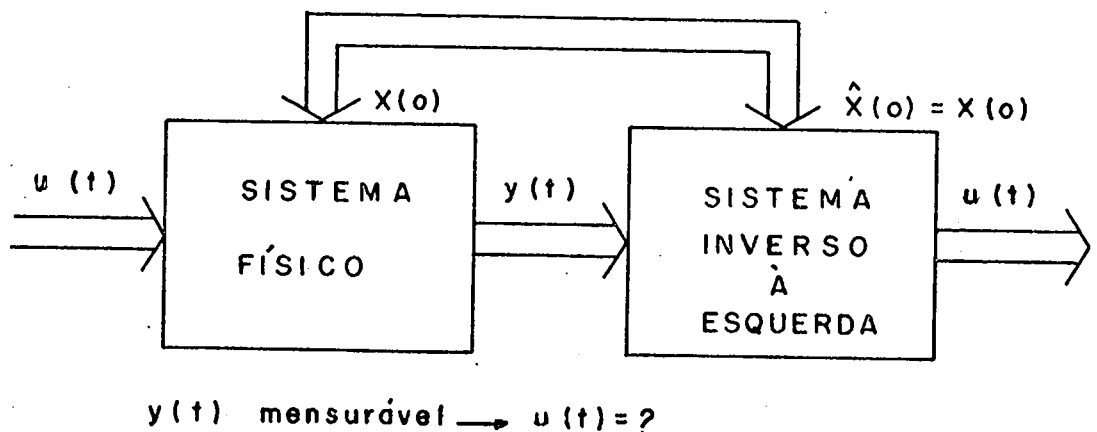


Figura 2.1 Sistema inverso à esquerda

Definição 2.2: O sistema não linear (2.1) é inversível à direita se, para qualquer saída desejável $y_{ref}(\cdot) = f(\cdot)$ definida em $[0, \infty)$, existe um controle $u(\cdot)$ e uma escolha de x_0 , tal que $y(t) = y_{ref}(t) = f(t)$ para todo $t \in [0, \infty)$.

No caso de desejar-se que a saída $y(\cdot, u, x_0)$ siga uma determinada função analítica $f(t)$, é possível construir-se um sistema inverso ao sistema original, dirigido por derivadas apropriadas de $f(t)$, tal que sob certas condições, é gerada a entrada $u(t)$ necessária para o rastreamento de $f(t)$ pela saída do sistema original. Esta forma de aplicação tem especial importância em controle de sistemas com rastreamento da saída. Aplicações neste sentido foram apresentadas em problemas aeronáuticos [10 e 33] e em sistemas de potência [34]. O sistema inverso utilizado desta forma é denominado sistema inverso à direita (Figura 2.2).

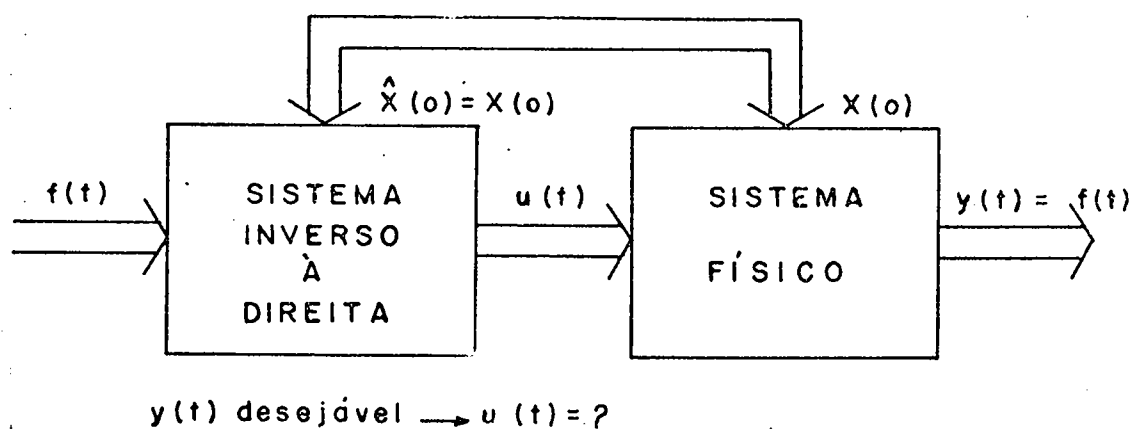


Figura 2.2. Sistema inverso à direita.

Em ambos os casos, a construção do sistema inverso não é necessária quando o estado do sistema é disponível durante todo o período de controle.

Este trabalho trata particularmente da aplicação de sistemas inversos à direita no controle de sistemas não lineares multivariáveis.

Para verificar-se a inversibilidade à direita de um sistema, utiliza-se um algoritmo de inversão dado por Hirschorn [8 e 11].

2.2 - Algoritmo de inversão

Seja o sistema não linear (2.1) descrito com uma nomenclatura mais simplificada

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u ; x \in M \subset \mathbb{R}^n$$

$$y = C(x).$$

Utiliza-se as seguintes definições no desenvolvimento do algoritmo.

$$A^{(1)}(x) \triangleq (d(\cdot))_x A$$

$$A^j(\cdot)(x) \triangleq A(A^{j-1}(\cdot))(x), j \geq 2$$

$$BA(\cdot)(x) \triangleq B(A(\cdot))(x)$$

Neste trabalho será considerado unicamente o caso em que $l \leq m$, ou seja, o número de saídas dos sistemas estudados é menor ou igual ao número de entradas.

Então,

$$\frac{dy}{dt} = y^{(1)}(t) = (AC)(x) + (BC)(x)u.$$

Fazendo

$$D(x) = (BC)(x) = [B_1 C(x), \dots, B_m C(x)]$$

uma matriz $l \times m$ para cada $x \in M$, fica-se com

$$\frac{dy}{dt} = AC(x) + D(x)u.$$

Seja $r_1 = \max_{x \in M} \{\text{posto } D(x)\}$. Seja E_0^1 uma matriz ele

mentar $\ell \times \ell$, a qual reordena as linhas de $D(x)$, tal que as primeiras r_1 linhas sejam linearmente independentes para algum $x \in M$.

Assim,

$$E_0^1 D(x) = \begin{bmatrix} D_{11}(x) \\ D_{12}(x) \end{bmatrix}$$

onde $D_{11}(x)$ é uma matriz $r_1 \times m$. Seja $M_1 = \{x \in M \mid \text{posto de } D_{11}(x) = r_1\}$. Desde que B_i, c_j são funções analíticas reais, segue que M_1 é um subconjunto de M . Efetua-se, agora, uma redução das linhas dependentes em x de $E_0^1 D(x)$. Seja

$$E_0^2(x) = \left[\begin{array}{c|c} I_{r_1 \times r_1} & 0 \\ \hline F_0(x) & I_{(\ell-r_1) \times (\ell-r_1)} \end{array} \right]$$

uma matriz elementar $\ell \times \ell$, onde os elementos de $F_0(x)$ são funções analíticas reais em M_1 , com a propriedade de que

$$E_0^2(x) E_0^1 D(x) = \begin{bmatrix} D_{11}(x) \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ para } x \in M_1.$$

Assim, $D_{11}(x)$ é uma matriz $r_1 \times m$ de posto r_1 para todo $x \in M_1$. Seja $R_0(x) = E_0^2(x) E_0^1$. Obtém-se, então, o sistema 1.

Sistema 1:

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u; \quad x \in M_1$$

$$z_1 = C_1(x) + D_1(x)u$$

onde

$$z_1 = R_0(x) \frac{dy}{dt}$$

$$C_1(x) = R_0(x)AC(x)$$

$$D_1(x) = R_0(x)D(x) = \begin{bmatrix} D_{11}(x) \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Denomina-se r_1 de índice de inversibilidade do sistema 1.

Constrói-se, então, indutivamente uma sequência de

sistemas não lineares, tal que o k-ésimo sistema seja

Sistema k:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x) + B(x)u; \quad x \in M_k \\ z_k &= C_k(x) + D_k(x)u \end{aligned} \tag{2.2}$$

onde M_k é um subconjunto de M , $C_k(x)$ e $D_k(x)$ são matrizes $\ell \times 1$ e $\ell \times m$, respectivamente, cujos elementos são funções analíticas reais em M_k , e

$$D_k(x) = \begin{bmatrix} D_{k1}(x) \\ 0 \end{bmatrix}$$

com $D_{k1}(x)$ sendo uma matriz $r_k \times m$ de posto r_k para todo $x \in M_k$.

Para a construção do (k + 1)-ésimo sistema, decompõe-se a saída do k-ésimo sistema, tal que

$$z_k = \begin{bmatrix} \bar{z}_k \\ \hat{z}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_k(x) \\ \hat{C}_k(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{k1}(x) \\ 0 \end{bmatrix} u$$

e, diferenciando \hat{z}_k com relação a t, obtém-se

$$\dot{\hat{z}}_k^{(1)}(t) = A\hat{C}_k(x) + \hat{D}_k(x)u$$

onde

$$\hat{D}_k(x) = B\hat{C}_k(x) = [B_1\hat{C}_k(x), \dots, B_m\hat{C}_k(x)].$$

Assim,

$$\begin{bmatrix} \bar{z}_k \\ \hat{z}_k^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_k(x) \\ A\hat{C}_k(x) \end{bmatrix} + \bar{D}_k(x)u$$

onde

$$\bar{D}_k(x) = \begin{bmatrix} D_{k1}(x) \\ \hat{D}_k(x) \end{bmatrix}.$$

Seja $r_{k+1} = \max_{x \in M_k} \{\text{posto de } \bar{D}_k(x)\}$ e seja E_k^1 uma matriz elementar $\ell \times \ell$, a qual reordena as últimas $\ell - r_k$ linhas de $\bar{D}_k(x)$, tal que as primeiras r_{k+1} linhas de $E_k^1 \bar{D}_k$ sejam linearmente

independentes para algum $x \in M_k$, isto é,

$$E_k^1 \bar{D}_k(x) = \begin{bmatrix} \hat{D}_{k1}(x) \\ \hat{D}_{k2}(x) \end{bmatrix}$$

e a matriz $r_{k+1} \times m$ $\hat{D}_{k1}(x)$ tenha posto r_{k+1} para algum $x \in M_k$. Seja $M_{k+1} = \{x \in M_k \mid \text{posto de } \hat{D}_{k1}(x) = r_{k+1}\}$, um subconjunto de M_k e, assim, de M . Finalmente, seja

$$E_k^2(x) = \left[\begin{array}{c|c} I_{r_{k+1} \times r_{k+1}} & 0 \\ \hline F_k(x) & I_{(l-r_{k+1}) \times (l-r_{k+1})} \end{array} \right]$$

uma matriz elementar, cujos elementos são funções analíticas reais em M_{k+1} com a propriedade de que

$$E_k^2(x) E_k^1 \bar{D}_k(x) = \begin{bmatrix} \hat{D}_{k1}(x) \\ 0 \end{bmatrix}$$

para todo $x \in M_{k+1}$. Fazendo $R_k(x) = E_k^2(x) E_k^1$ e $D_{k+1}(x) = \begin{bmatrix} \hat{D}_{k1}(x) \\ 0 \end{bmatrix}$,

obtém-se o (k+1)-ésimo sistema.

Sistema k + 1:

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u ; x \in M_{k+1}$$

$$z_{k+1} = C_{k+1}(x) + D_{k+1}(x)u$$

onde M_{k+1} é um subconjunto de M ,

$$z_{k+1} = R_k(x) \begin{bmatrix} z_k \\ \hat{z}_k(1) \end{bmatrix},$$

$$C_{k+1}(x) = R_k(x) \begin{bmatrix} \bar{C}_k(x) \\ A\hat{C}_k(x) \end{bmatrix}$$

e

$$D_{k+1}(x) = \begin{bmatrix} D_{k+1,1}(x) \\ 0 \end{bmatrix}$$

com $D_{k+1,1}(x) = \hat{D}_{k1}(x)$ sendo uma matriz $r_{k+1} \times m$, de posto r_{k+1} para

todo $x \in M_{k+1}$.

Na construção acima, é produzida uma sequência de inteiros não negativos r_1, r_2, r_3, \dots , onde r_k é denominado índice de inversibilidade do k -ésimo sistema. Por construção,

$0 \leq r_1 \leq r_2 \leq r_3 \leq \dots \leq \ell$, onde ℓ é o número de saídas.

Definição 2.3: A ordem de rastreamento β do sistema (2.1) é o mínimo inteiro positivo k , tal que $r_k = \ell$ ou $\beta = \infty$ se $r_k < \ell$ para todo $k > 0$.

Para continuar o desenvolvimento da teoria de inversão de sistemas, deve-se garantir que a saída z_k do k -ésimo sistema, para todo $k > 0$, é dependente da entrada $u(\cdot)$ implicitamente e não explicitamente. Esta verificação torna-se necessária no caso não linear tendo em vista que, as reduções de linhas usadas na criação da sequência de sistemas são dependentes de $x(t)$. Considere-se $\beta < \infty$ (esta condição é relevante no desenvolvimento posterior).

Teorema 2.1: Seja o sistema não linear (2.1) com ordem de rastreamento $\beta < \infty$.

Se $\beta = 1$, então

$$z_1 = \bar{z}_1 = R_0(x)Y_1 = H_1(x)Y_1 = K_1(x)Y_1$$

onde

$$Y_1 = y^{(1)} \quad \text{e} \quad y^{(1)} = \frac{dy}{dt}.$$

Isto é, a saída z_1 do sistema 1 é dependente implicitamente da entrada $u(\cdot)$.

Se $\beta \geq 2$ e

$$B_i A^j R_k(\cdot) \equiv 0 \quad \text{em } M \tag{2.3}$$

para $0 \leq k \leq \beta - 2$, $0 \leq j \leq \beta - 2 - k$ e $i = 1, \dots, m$, então, a saída do k -ésimo sistema (2.2) pode ser decomposta como

$$z_k = \begin{bmatrix} \bar{z}_k \\ \hat{z}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_k(x) \\ J_k(x) \end{bmatrix} Y_k = K_k(x) Y_k \quad (2.4)$$

onde

$$Y_k = \begin{bmatrix} Y^{(1)} \\ \vdots \\ Y^{(k)} \end{bmatrix}$$

e

$$Y^{(i)} = \frac{dy^i}{dt^i}.$$

Isto é, a saída z_k do k -ésimo sistema, $k = 1, \dots, \beta$, é dependente implicitamente da entrada $u(\cdot)$.

Tem-se, então,

$$z_k = \begin{bmatrix} H_k(x) \\ J_k(x) \end{bmatrix} Y_k = \begin{bmatrix} \bar{C}_k(x) \\ \hat{C}_k(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{k1}(x) \\ 0 \end{bmatrix} u(t). \quad (2.5)$$

Observa-se que, para $\beta < \infty$, o β -ésimo sistema é dado por

Sistema β :

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u; \quad x \in M_\beta \quad (2.6)$$

$$z_\beta = C_\beta(x) + D_\beta(x)u$$

onde $D_\beta(x)$ é uma matriz $\ell \times m$ de posto ℓ , cuja pseudo-inversa é $D_\beta^*(x) = D_\beta^T (D_\beta D_\beta^T)^{-1}$ ($D_\beta D_\beta^* = I$ em M_β) e

$$z_\beta = K_\beta(x) Y_\beta = H_\beta(x) Y_\beta \quad (2.7)$$

onde $H_\beta(x)$ é uma matriz $\ell \times \beta\ell$.

Prova (Teorema 2.1): A prova encontra-se no apêndice A.

2.3 - Reprodutibilidade funcional assintótica

Definição 2.4: Diz-se que uma função $f(t)$ definida em $[0, \infty)$ pode ser reproduzida funcionalmente pela saída $y(t)$ do sistema (2.1), para uma dada condição inicial $x(0)$, se existe algum controle $u(\cdot)$, tal que $y(t) = f(t)$ para todo $t \in [0, \infty)$.

Hirschorn [11] deduziu uma condição suficiente para a reprodutibilidade funcional.

Teorema 2.2: Seja o sistema não linear (2.1) com ordem de rastreamento $\beta < \infty$ e, para $\beta \geq 2$, supõe-se que a condição (2.3) seja satisfeita.

Seja $f(t)$ uma função analítica real e seja o estado inicial $x(0) = x_0 \in M_\beta$. Então, $f(\cdot) = y(\cdot, u, x_0)$ para algum controle admissível u , se e somente se,

$$f(0) = C(x_0) \quad \text{e} \quad (2.8)$$

$$J_k(x_0)F_k(0) = \hat{C}_k(\dot{x}_0), \quad \text{para } k = 1, \dots, \beta-1$$

onde

$$F_k(t) = \begin{bmatrix} f^{(1)}(t) \\ \vdots \\ f^{(k)}(t) \\ f(t) \end{bmatrix}$$

Prova (Teorema 2.2): A prova encontra-se no apêndice A.

Corolário 2.1: Seja o sistema não linear (2.1) com ordem de rastreamento $\beta < \infty$ e, para $\beta \geq 2$, supõe-se que a condição (2.3) seja satisfeita. Então, o sistema

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= \hat{A}(\hat{x}) + \hat{B}(\hat{x})\hat{u}; \quad \hat{x} \in M_\beta \text{ e } \hat{x}(0) = x_0 \\ \hat{y} &= \hat{C}(\hat{x}) + \hat{D}(\hat{x})\hat{u} \end{aligned}$$

onde

$$\hat{A}(\hat{x}) = A(\hat{x}) - B(\hat{x})D_{\beta}^*(\hat{x})C_{\beta}(\hat{x})$$

$$\hat{B}(\hat{x}) = B(\hat{x})D_{\beta}^*(\hat{x})H_{\beta}(\hat{x})$$

$$\hat{C}(\hat{x}) = -D_{\beta}^*(\hat{x})C_{\beta}(\hat{x})$$

$$\hat{D}(\hat{x}) = D_{\beta}^*(\hat{x})H_{\beta}(\hat{x})$$

atua como um sistema inverso à direita para o sistema (2.1). Em particular, se $f(\cdot)$ pode ser reproduzida por $y(\cdot, u, x_0)$ para algum u e $x_0 \in M_{\beta}$, então, $f(\cdot) = y(\cdot, u_f, x_0)$ onde $u_f(\cdot) = \hat{y}(\cdot, F_{\beta}, x_0)$.

Prova (Corolário 2.1): A prova encontra-se no apêndice A.

Neste trabalho é assumido que o teorema 2.2 não é satisfeito e, assim, $f(t)$ não é reproduzível. Para uma tal função $f(\cdot)$, obtém-se leis de controle, tal que $y(\cdot, u, x_0)$ convirja a $f(t)$ quando $t \rightarrow \infty$.

Definição 2.5: Diz-se que uma função $f(t)$ definida em $[0, \infty)$ pode ser reproduzida funcionalmente assintoticamente pela saída $y(t)$ do sistema (2.1), para uma dada condição inicial $x(0)$, se existe algum controle $u(\cdot)$, tal que a saída $y(t)$ do sistema (2.1) tenda assintoticamente a $f(t)$ quando $t \rightarrow \infty$, isto é, $\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - f(t)) = 0$.

Seja s_i o mínimo inteiro positivo, tal que $y_i^{(s_i)}$ apareça em $H_{\beta}(x)Y_{\beta}$. Define-se l funções reais

$$g_i(t) = e^{-\gamma_i t} (k_{i0} + k_{i1}t + \dots + k_{i, s_i-1}t^{s_i-1}) \quad (2.9)$$

onde $\gamma_i > 0$ e k_{ij} são números reais.

Teorema 2.3: Seja o sistema não linear (2.1) com ordem de rastreamento $\beta < \infty$ e, para $\beta \geq 2$, supõe-se que a condição (2.3) seja satisfeita. Seja $f(t)$ uma função analítica real arbitrária que não satisfaz (2.8), $x(0) = x_0 \in M_{\beta}$ e $\gamma_i > 0$, $i = 1, \dots, l$. Então, exis-

tem números reais k_{ij} , $i = 1, \dots, \ell$, $j = 0, 1, \dots, s_i - 1$ e um controle $u(\cdot)$, tal que para $i = 1, \dots, \ell$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y_i(\cdot, u, x_0) - f_i(\cdot)) = 0 \quad (2.10)$$

isto é, $f(t)$ é reproduzível funcionalmente assintoticamente. Além do mais, os parâmetros k_{ij} podem ser unicamente determinados com a resolução das seguintes equações

$$\begin{aligned} f(0) + g(0) &= C(x_0) \quad e \\ J_k(x_0) [F_k(0) + G_k(0)] &= \tilde{C}_k(x_0), \quad \text{para } k = 1, \dots, \beta - 1 \end{aligned} \quad (2.11)$$

onde

$$G_k(t) = \begin{bmatrix} g^{(1)}(t) \\ \vdots \\ g^{(k)}(t) \end{bmatrix}$$

e as funções $g_i(t)$, $i = 1, \dots, \ell$ são definidas em (2.9).

Corolário 2.2: Seja o sistema não linear (2.1) com ordem de rastreamento $\beta < \infty$ e, para $\beta \geq 2$, supõe-se que a condição (2.3) seja satisfeita. Então, o sistema

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= \hat{A}(\hat{x}) + \hat{B}(\hat{x})\hat{u}; \quad \hat{x} \in M_\beta \quad e \quad \hat{x}(0) = x_0 \\ \hat{y} &= \hat{C}(\hat{x}) + \hat{D}(\hat{x})\hat{u} \end{aligned} \quad (2.12)$$

onde

$$\begin{aligned} \hat{A}(\hat{x}) &= A(\hat{x}) - B(\hat{x})D_\beta^*(\hat{x})C_\beta(\hat{x}) \\ \hat{B}(\hat{x}) &= B(\hat{x})D_\beta^*(\hat{x})H_\beta(\hat{x}) \\ \hat{C}(\hat{x}) &= -D_\beta^*(\hat{x})C_\beta(\hat{x}) \\ \hat{D}(\hat{x}) &= D_\beta^*(\hat{x})H_\beta(\hat{x}) \end{aligned}$$

atua como um sistema inverso à direita para o sistema (2.1). Em particular, se $\hat{u}(\cdot) = F_\beta(\cdot) + G_\beta(\cdot)$, então, $f(\cdot) + g(\cdot) = y(\cdot, u_{f+g}, x_0)$ onde faz-se $u_{f+g}(\cdot) = \hat{Y}(\cdot, \hat{u}, x_0)$.

Prova (Teorema 2.3): Desde que o sistema não linear (2.1) tem ordem de rastreamento $\beta < \infty$ e que a condição (2.3) é satisfeita, pode ser mostrado, de uma forma análoga ao teorema 2.2, que $f(.) + g(.)$ pode aparecer como uma saída do sistema (2.1) se (2.11) é satisfeita e se a entrada para o sistema (2.1) é $u_{f+g}(.) = \hat{y}(., \hat{u}, x_0)$, saída do pré-filtro, e onde a entrada para o pré-filtro é $\hat{u}(.) = F_\beta(.) + G_\beta(.)$. Então, $\lim_{t \rightarrow \infty} (y_i(t, u_{f+g}, x_0) - f_i(t)) = 0$, desde que $\lim_{t \rightarrow \infty} g_i(t) = 0$, para $i=1, \dots, l$.

Para completar a demonstração, é suficiente mostrar que para $\gamma_i > 0$, $i = 1, \dots, l$, existem números reais k_{ij} que satisfazem (2.11) para qualquer $x_0 \in M_\beta$ e qualquer função analítica real arbitrária $f(.)$. Conforme o algoritmo de inversão e o teorema 2.1, observa-se facilmente que (2.11) consiste de $s = s_1 + s_2 + \dots + s_l$ equações e que, portanto, pode ser satisfeita pela escolha dos s parâmetros k_{ij} de (2.9) para qualquer $x_0 \in M_\beta$ e qualquer função analítica real $f(t)$. Com isto, estabelece-se o teorema 2.3.

Prova (Corolário 2.2): A prova deste corolário é similar à prova do corolário 2.1 e, portanto, será omitida aqui.

Observação 1: O pré-filtro tem estado inicial $\hat{x}(0) = x_0$. Assim, o valor do estado inicial x_0 , quando o controle começa a atuar, é considerado conhecido. Entretanto, se o estado $x(t)$ é disponível por realimentação, a construção do pré-filtro não é essencial. Em tal caso, o controle requerido para a reprodutibilidade funcional assintótica é (nota-se, da demonstração do teorema 2.3, que $\hat{x}(t) = x(t)$ desde que $\hat{x}(0) = x(0) = x_0$)

$$u(t) = D_\beta^*(x) \left[-C_\beta(x) + H_\beta(x) (F_\beta(t) + G_\beta(t)) \right].$$

Observação 2: Os parâmetros γ_i em (2.9) devem ser escolhidos adequadamente, para que seja possível a obtenção de características de resposta da saída desejáveis e para que sejam satisfeitas as limitações na magnitude do controle. Além do mais, não é necessário escolher $g_i(t)$ da forma dada em (2.9). Qualquer outra função vetorial analítica $g(t)$ que convirja a zero quando $t \rightarrow \infty$ e satisfaça (2.11) pode, também, ser usada no teorema 2.3. Por exemplo,

$$g_i(t) = e^{-\gamma_i t} \left[k_{i1} \text{sen}(\lambda_{i1} t) + k_{i2} \text{cos}(\lambda_{i2} t) + \dots + k_{is_i} \text{cos}(\lambda_{is_i} t) \right], \tag{2.13}$$

$$g_i(t) = e^{-\gamma_i t} \left[k_{i1} \text{sen}(\lambda_{i1} t) + k_{i2} \text{cos}(\lambda_{i2} t) + \dots + k_{is_i} \text{sen}(\lambda_{is_i} t) \right]$$

para s_i par e para s_i ímpar, respectivamente, e

$$g_i(t) = e^{-\gamma_i t} \left[k_{i1} e^{-\lambda_{i1} t} + k_{i2} e^{-\lambda_{i2} t} + \dots + k_{is_i} e^{-\lambda_{is_i} t} \right]. \tag{2.14}$$

Estas funções serão analisadas de uma forma mais detalhada nos capítulos seguintes. Observa-se que, nestas funções tem-se mais flexibilidade para a obtenção de melhores características de resposta da saída tendo em vista que, dispõe-se de mais parâmetros livres, ajustáveis arbitrariamente, que em (2.9).

Nos sub-ítemos seguintes, estuda-se com mais detalhes as duas formas de gerar a entrada do sistema (2.1) para a reprodutibilidade funcional assintótica: através do pré-filtro e por realimentação de estado.

2.3.1. Sistemas com apenas o estado inicial disponível-método 1

No caso em que apenas o estado inicial do sistema é disponível, torna-se necessária a utilização de um pré-filtro (sistema inverso à direita), para gerar o controle que garanta a reproduzibilidade funcional assintótica (Figura 2.3).

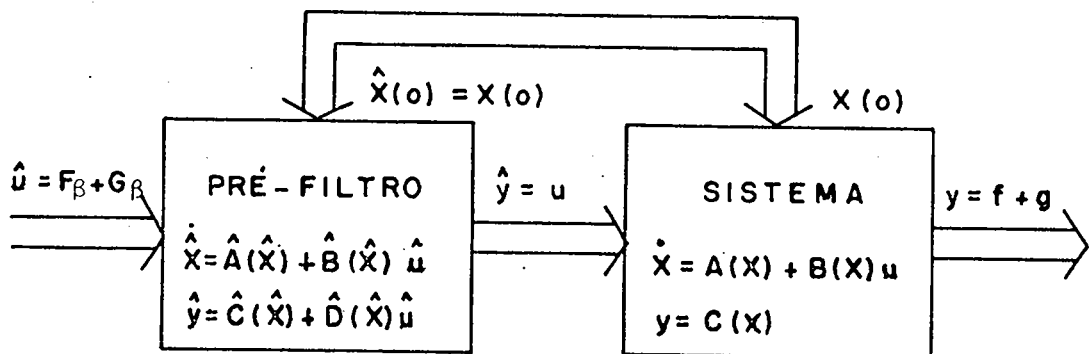


Figura 2.3. Controle de um sistema com a utilização de um pré-filtro: método 1.

Utilizando as equações (2.12) para a construção do pré-filtro, obtém-se a seguinte expressão para a entrada $u(t)$ do sistema, onde supõe-se que a saída do pré-filtro $\hat{y}(t)$ é a entrada $u(t)$ do sistema e que a entrada do pré-filtro é $\hat{u}(t) = F_\beta(t) + G_\beta(t)$. Conforme é visto na demonstração do teorema 2.3, $\hat{x}(t) = x(t)$, desde que $\hat{x}(0) = x(0) = x_0$. Então,

$$u(t) = \hat{y}(t) = D_\beta^*(x) \left[-C_\beta(x) + H_\beta(x) (F_\beta(t) + G_\beta(t)) \right] \quad (2.15)$$

e, utilizando (2.15) no β -ésimo sistema (2.6), obtém-se

$$z_\beta(t) = H_\beta(x) \left[F_\beta(t) + G_\beta(t) \right]. \quad (2.16)$$

Com a utilização do teorema 2.3, onde deduziu-se

que $y(t) = f(t) + g(t)$, conclui-se que, para o sistema não linear (2.1), cada saída é controlada independentemente por uma única entrada de referência. No caso particular em que $l = m$, diz-se que o sistema está desacoplado.

Uma limitação para a utilização do pré-filtro, consiste no fato de que o método apresenta uma razoável sensibilidade à ocorrência de ruídos e ao conhecimento inexato dos parâmetros e do estado inicial do sistema.

Pode-se construir um pré-filtro de ordem reduzida, quando algumas variáveis de estado do sistema podem ser medidas durante todo o período de controle.

2.3.2. Sistemas com estado disponível durante todo o período de controle-método 2

No caso em que o estado do sistema é disponível durante todo o período de controle; utiliza-se realimentação de estado para gerar o controle requisitado para a reprodutibilidade funcional assintótica. A lei de controle fica, então,

$$u(t) = D_{\beta}^* (x) \left[-C_{\beta} (x) + H_{\beta} (x) (F_{\beta} (t) + G_{\beta} (t)) \right] \quad (2.17)$$

Nas leis de controle estudadas até agora, para que uma função $f(t)$ fosse reproduzível assintoticamente, era necessário que existisse uma função $g(t)$, tal que as condições dadas em (2.11) fossem satisfeitas. Para um caso particular de sistemas da forma dada em (2.1), pode-se eliminar a necessidade de (2.11) ser satisfeita, através da introdução na lei de controle (2.17), de termos adicionais que contenham o erro entre a saída $y(t)$ e o sinal de referência $f(t)$. Pode-se utilizar uma função $g(t)$ arbitrária, desde que $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$, junto com $f(t)$ como sinal de referên-

cia, com o intuito de possibilitar uma flexibilidade adicional da lei de controle para a obtenção de melhores características de resposta da saída.

Seja o caso particular de sistemas não lineares (2.1), tal que

$$z_\beta = H_\beta(x) Y_\beta = \begin{bmatrix} y_1^{(s_1)} \\ \vdots \\ y_\ell^{(s_\ell)} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Modificando a lei de controle dada em (2.17) para sistemas em que (2.18) é verdadeira e, decompondo a entrada $u(t)$, tem-se

$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} = D_\beta^*(x) \begin{bmatrix} -c_{\beta 1}(x) + (f_1^{(s_1)} + g_1^{(s_1)}) + p_1 s_1 [(f_1^{(s_1-1)} + g_1^{(s_1-1)}) - y_1^{(s_1-1)}] + \dots + p_{11} [(f_1 + g_1) - y_1] \\ \vdots \\ -c_{\beta \ell}(x) + (f_\ell^{(s_\ell)} + g_\ell^{(s_\ell)}) + p_\ell s_\ell [(f_\ell^{(s_\ell-1)} + g_\ell^{(s_\ell-1)}) - y_\ell^{(s_\ell-1)}] + \dots + p_{\ell 1} [(f_\ell + g_\ell) - y_\ell] \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

onde $C_\beta(x) = [c_{\beta 1}(x), \dots, c_{\beta \ell}(x)]^T$, $f(t) = [f_1(t), \dots, f_\ell(t)]^T$ e $g(t) = [g_1(t), \dots, g_\ell(t)]^T$.

Teorema 2.4: Seja o sistema não linear (2.1) com estado disponível durante todo o período de controle, com ordem de rastreamento $\beta < \infty$ e, para $\beta \geq 2$, supõe-se que a condição (2.3) seja satisfeita. Seja $f(t)$ uma função analítica real arbitrária que não satisfaz (2.8) e deseja-se que seja reproduzida assintoticamente pela saída $y(t)$ de (2.1). Seja $g(t)$ uma função analítica real conveniente, tal que $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$. $x(0) = x_0 \in M_\beta$. Então, desde que (2.18) seja

satisfeita, existe um controle $u(\cdot)$ da forma dada em (2.19), com parâmetros p_{ij} , $i = 1, \dots, \ell$ e $j = 1, \dots, s_i$ determinados de tal forma que os ℓ sub-sistemas do sistema β sejam estáveis, tal que para $i = 1, \dots, \ell$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y_i(\cdot, u, x_0) - f_i(\cdot)) = 0$$

isto é, $f(t)$ é reproduzível funcionalmente assintoticamente.

Próva (Teorema 2.4): Desde que $\beta < \infty$ e, para $\beta \geq 2$, a condição (2.3) é satisfeita, o sistema não linear (2.1) é inversível e z_k , $k = 1, \dots, \beta$ depende implicitamente da entrada $u(\cdot)$. Como o estado do sistema é disponível durante todo o período de controle, pode-se utilizar realimentação de estado na síntese da lei de controle. Desde que a condição (2.18) é satisfeita, é possível decompor $u(t)$ segundo

$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} = D_{\beta}^*(x) \begin{bmatrix} -c_{\beta 1}(x) + (f_1^{(s_1)} + g_1^{(s_1)}) \\ \vdots \\ -c_{\beta \ell}(x) + (f_{\ell}^{(s_{\ell})} + g_{\ell}^{(s_{\ell})}) \end{bmatrix}$$

Expandindo $u(t)$ com o acréscimo dos termos adicionais que contêm o erro entre a saída $y(t)$ e o sinal de referência $f(t) + g(t)$, obtêm-se (2.19). Introduzindo (2.19) no β -ésimo sistema (2.6), obtêm-se para $i = 1, \dots, \ell$

$$\begin{aligned} & [(f_i^{(s_i)} + g_i^{(s_i)}) - y_i^{(s_i)}] + p_{is_i} [(f_i^{(s_i-1)} + g_i^{(s_i-1)}) - \\ & - y_i^{(s_i-1)}] + \dots + p_{i1} [(f_i + g_i) - y_i] = 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

A equação característica para (2.20) é, para $i = 1, \dots, \ell$,

$$(D^{s_i} + p_{is_i} D^{s_i-1} + \dots + p_{i1}) [(f_i + g_i) - y_i] = 0$$

onde utiliza-se o operador $D = \frac{d}{dt}$.

Desde que os parâmetros p_{ij} , $i=1, \dots, \ell$ e $j=1, \dots, s_i$ são determinados de tal forma que os ℓ sub-sistemas do sistema β sejam estáveis, tem-se para $i=1, \dots, \ell$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [f_i(t) + g_i(t) - y_i(t)] = 0$$

e como $\lim_{t \rightarrow \infty} g_i(t) = 0$, fica-se com

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y_i(t) - f_i(t)) = 0$$

Isto completa a demonstração.

Com a utilização do teorema 2.4 conclui-se que, para o sistema não linear (2.1), cada saída é controlada independentemente por uma única entrada de referência. No caso particular em que $\ell = m$, diz-se que o sistema está desacoplado. Como era esperado, esta conclusão é idêntica ao caso anterior, onde utiliza-se um pré-filtro para gerar $u(\cdot)$.

Com a finalidade de tornar o sistema (2.1) robusto em relação aos efeitos de ruídos e de conhecimento inexato dos parâmetros do sistema, pode-se introduzir integradores na lei de controle [62-63]. Neste trabalho, utiliza-se apenas um integrador para cada sub-sistema do sistema β , constituindo-se, estes integradores, em servocompensadores de primeira ordem. Nas simulações efetuadas, conforme será visto nos capítulos seguintes, são obtidas respostas desejáveis com a utilização destes servocompensadores.

Tem-se, então,

$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} = D_\beta^* (x) \begin{bmatrix} -c_{\beta 1}(x) + (f_1^{(s_1)} + g_1^{(s_1)}) + p_{1s_1} [(f_1^{(s_1-1)} + \\ + g_1^{(s_1-1)}) - y_1^{(s_1-1)}] + \dots + p_{11} [(f_1 + g_1) - y_1] + w_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ -c_{\beta \ell}(x) + (f_\ell^{(s_\ell)} + g_\ell^{(s_\ell)}) + p_{\ell s_\ell} [(f_\ell^{(s_\ell-1)} + \\ + g_\ell^{(s_\ell-1)}) - y_\ell^{(s_\ell-1)}] + \dots + p_{\ell 1} [(f_\ell + g_\ell) - y_\ell] + w_\ell \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

onde, $W(x) = [w_1(x), \dots, w_\ell(x)]^T$, e para $i = 1, \dots, \ell$

$$\dot{w}_i(x) = p_{i0} [(f_i(t) + g_i(t)) - y_i(t)]. \quad (2.22)$$

Substituindo $u(t)$ dada em (2.21) no β -ésimo sistema (2.6), derivando uma vez cada uma das ℓ equações correspondentes aos ℓ sub-sistemas obtidos, e utilizando (2.22) obtém-se, para $i = 1, \dots, \ell$

$$(D^{s_i+1} + p_{is_i} D^{s_i} + \dots + p_{i1} D + p_{i0}) [(f_i + g_i) - y_i] = 0 \quad (2.23)$$

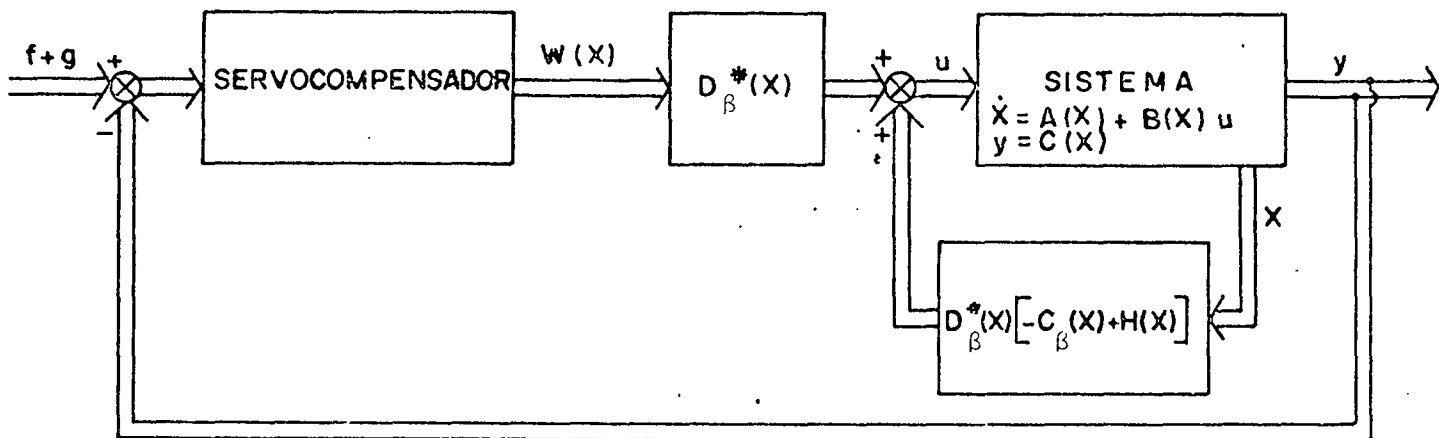
Desde que os parâmetros p_{ij} , $i = 1, \dots, \ell$ e $j = 0, \dots, s_i$ sejam determinados de tal forma que os ℓ sub-sistemas do sistema β sejam estáveis, tem-se para $i = 1, \dots, \ell$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [f_i(t) + g_i(t) - y_i(t)] = 0$$

e, como $\lim_{t \rightarrow \infty} g_i(t) = 0$, fica-se com

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y_i(t) - f_i(t)) = 0$$

É importante ressaltar que a obtenção de uma lei de controle mais poderosa e robusta conforme (2.21), só é válida para o caso particular de sistemas (2.1) em que o teorema (2.1) e a condição (2.18) sejam satisfeitos e desde que o estado do sistema seja disponível durante todo o período de controle. A figura 2.4 mostra o sistema com $u(t)$ dada da forma (2.21) e colocada na forma compacta $u(t) = D_{\beta}^*(x) [-C_{\beta}(x) + H(x) + W(x)]$.



$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - f(t)) = 0$$

Figura 2.4. Controle de um sistema com a utilização de realimentação de estado: método 2.

2.4 - Conclusões

Este capítulo apresentou os conceitos de inversibilidade à esquerda e à direita para sistemas não lineares da forma dada em (2.1). Foi desenvolvido o algoritmo de inversão apresen-

tado por Hirschorn [8 e 11] e mostrado os resultados de Hirschorn [11] para a reprodutibilidade funcional de uma função analítica real $f(t)$, e a relação deste assunto com a inversibilidade à direita do sistema. Nos casos em que as condições para que $f(t)$ fosse reproduzida não fossem satisfeitas, introduziu-se o conceito de reprodutibilidade funcional assintótica, e deduziu-se uma condição suficiente para que $f(t)$ fosse reproduzida assintoticamente. Foram analisados dois casos, conforme a disponibilidade do estado do sistema. Para sistemas em que apenas o estado inicial era disponível, construiu-se um pré-filtro (sistema inverso à direita) para gerar o controle requisitado. Quando o estado do sistema era disponível em todo o período de controle, utilizou-se realimentação de estado. Para um caso particular de controle por realimentação de estado, a lei de controle foi modificada e, para tornar o sistema malha fechada robusto em relação aos efeitos de ruídos e de variação dos parâmetros do sistema, introduziu-se integradores.

Nos capítulos seguintes, os resultados obtidos neste capítulo para a reprodutibilidade funcional assintótica, são aplicados no controle de sistemas de potência máquina-barramento infinito, sistemas de potência multimáquina e no controle orientacional de satélites.

CAPÍTULO 3

APLICAÇÃO AO CONTROLE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA MÁQUINA-BARRAMENTO
INFINITO3.1 - Introdução

Neste capítulo, apresenta-se a aplicação dos resultados para a reprodutibilidade funcional assintótica no controle de um sistema de potência simples, constituído por uma máquina ligada a um barramento infinito.

Utiliza-se um modelo não linear que inclui o efeito de polos salientes no desempenho da máquina síncrona, e que considera a variação do fluxo de campo no período transitório.

Inicialmente o controle é gerado com a utilização de um pré-filtro (Método 1). Analisa-se o efeito de conhecimento inexato dos parâmetros e do estado inicial do sistema, bem como, o efeito de variações desconhecidas na demanda de carga.

Para efeito de comparação gera-se, também, o controle através de realimentação de estado (Método 2). Analisa-se o efeito da utilização de servocompensadores na lei de controle, quando existem variações na demanda de carga e inexatidão no conhecimento dos parâmetros do sistema.

São apresentados vários resultados de simulações.

3.2 - Modelo do sistema

O modelo matemático de um sistema de potência constituído por uma máquina síncrona ligada a um barramento infinito, utilizado neste trabalho, é similar ao usado por Singh [34] e encontra-se de uma forma mais detalhada no apêndice B.

Escrevendo as equações na forma vetorial, tem-se

$$\dot{x} = A(x) + Bu, \quad x \in M = \mathbb{R}^6 \quad (3.1)$$

onde

$$x = (\delta, \omega, \psi_f, E_{fd}, P_m, P_g)^T$$

$$A(x) = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ p_1 \sin 2\delta - p_2 \omega - p_3 \psi_f \sin \delta + p_4 P_m - p_4 P_v \\ p_5 \cos \delta - p_6 \psi_f + p_7 E_{fd} \\ -E_{fd}/T_e \\ (-P_m + P_g)/T_t \\ -P_g/T_g \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} u_e \\ u_g \end{bmatrix}, \quad u \in \mathbb{R}^2 \quad (3.2)$$

$$B = [B_1 \quad B_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ k_e/T_e & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1/T_g \end{bmatrix}$$

São escolhidos o fluxo de campo ψ_f e o ângulo rotórico δ como saídas controláveis do sistema. Nota-se que ψ_f e δ

são duas variáveis importantes da máquina síncrona e o ângulo rotórico tem um importante papel em análise de estabilidade de um sistema de potência. Além do mais, se as saídas ψ_f e δ são funções analíticas e conhecidas sobre um certo intervalo de tempo, então, esta informação é suficiente para determinar univocamente o vetor de estado completo $x(t)$ para cada t sobre este intervalo (processo de continuação analítica - apêndice A).

Seja o vetor de saída

$$y(t) = C(x) = \begin{bmatrix} \psi_f \\ \delta \end{bmatrix}, \quad y(t) \in \mathbb{R}^2 \quad (3.3)$$

Observa-se que $m=l=2$

3.3 - Inversão do sistema

Aplicando o algoritmo de inversão descrito no capítulo anterior para o sistema (3.1) - (3.3), obtêm-se a seguinte sequência de sistemas. Considera-se $P_v=0$.

Sistema 1:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x) + Bu, \quad M_1 = \mathbb{R}^6 \\ z_1 &= C_1(x) + D_1u \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde

$$z_1 = \hat{z}_1 = \begin{bmatrix} \psi_f^{(1)} \\ (1) \\ \delta \end{bmatrix}$$

$$C_1(x) = \hat{C}_1(x) = \begin{bmatrix} a_3 \\ \omega \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

e

$$R_0(x) = R_0 = I_{(2 \times 2)} \text{ (matriz identidade de ordem 2)}$$

$$r_1 = 0$$

$$K_1(x) = K_1 = J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sistema 2:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x) + B u, \quad M_2 = R^6 \\ z_2 &= C_2(x) + D_2 u \end{aligned} \quad (3.5)$$

onde

$$z_2 = \begin{bmatrix} \bar{z}_2 \\ \hat{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_f^{(2)} \\ \delta^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$C_2(x) = \begin{bmatrix} \bar{C}_2(x) \\ \hat{C}_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_5 \omega \text{ sen } \delta - p_6 a_3 + p_7 a_4 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} p_7 k_e / T_e & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

e

$$R_1(x) = R_1 = I_{(2 \times 2)}$$

$$r_2 = 1$$

$$K_2(x) = K_2 = \begin{bmatrix} H_2 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sistema 3:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x) + B u, \quad M_3 = R^6 \\ z_3 &= C_3(x) + D_3 u \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde

$$z_3 = \begin{bmatrix} \bar{z}_3 \\ \hat{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_f^{(2)} \\ \delta^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$C_3(x) = \begin{bmatrix} \bar{C}_3(x) \\ \hat{C}_3(x) \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_3(x) = \bar{C}_2(x)$$

$$\hat{C}_3(x) = 2p_1 \omega \cos 2\delta - p_2 a_2 - p_3 (a_3 \sin \delta + \omega \psi_f \cos \delta) + p_4 a_5$$

$$D_3 = D_2$$

e

$$R_2(x) = R_2 = I_{(2 \times 2)}$$

$$r_3 = 1$$

$$K_3(x) = K_3 = \begin{bmatrix} H_3 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sistema 4:

$$\dot{x} = A(x) + B u, \quad M_4 = R^6$$

$$z_4 = C_4(x) + D_4(x) u \quad (3.7)$$

onde

$$z_4 = \bar{z}_4 = \begin{bmatrix} \psi_f^{(2)} \\ \delta^{(4)} \end{bmatrix}$$

$$C_4(x) = \bar{C}_4(x) = \begin{bmatrix} \bar{C}_2(x) \\ \tilde{C}_4(x) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \tilde{C}_4(x) = & 2p_1 (a_2 \cos 2\delta - 2\omega^2 \sin 2\delta) - p_2 \bar{C}_3 - p_3 [(\bar{C}_2 - \omega^2 \psi_f) \sin \delta + \\ & + (2\omega a_3 + \psi_f a_2) \cos \delta] + p_4 (-a_5 + a_6) / T_t \end{aligned}$$

$$D_4(x) = \begin{bmatrix} p_7^k e / T_e & 0 \\ -p_3 p_7^k e \text{ sen } \delta / T_e & p_4 / (T_t T_g) \end{bmatrix}$$

e

$$R_3(x) = R_3 = I_{(2 \times 2)}$$

$$r_4 = 2 = \ell$$

$$K_4(x) = K_4 = H_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De acordo com o algoritmo de inversão, tem-se a ordem de rastreamento $\beta = 4$ e pode-se verificar facilmente que $B_i A^j R_k(\cdot) \equiv 0$ em $M = R^6$ para todo $0 \leq k \leq 2$, $0 \leq j \leq 2 - k$ e $i = 1, 2$. Portanto, o sistema de potência é inversível para todo $x_0 \in M_4 = R^6$. Segue que, qualquer função vetorial analítica $f(t)$ pode aparecer como uma saída do sistema de potência, desde que, para um dado estado inicial x_0 , a condição (2.8) seja satisfeita. Do sistema 4 tem-se ainda

$$D_4^*(x) = D_4^{-1}(x) = \begin{bmatrix} T_e / (p_7^k e) & 0 \\ p_3 T_t T_g \text{ sen } \delta / p_4 & T_t T_g / p_4 \end{bmatrix}$$

3.4 - Reprodutibilidade funcional assintótica

Seja x_0 o estado do sistema de potência correspondente ao estado após uma falta severa e que deseja-se levar o sistema para o estado de equilíbrio x^* . Sejam ψ_f^* e δ^* o fluxo de campo e o ângulo rotórico correspondentes ao estado x^* . Define-se $f(t) = (\psi_f^*, \delta^*)^T$. Pode ser facilmente verificado que $f(t)$ não satisfaz a condição (2.8) e, portanto, torna-se necessária a utiliza

ção de um dos dois métodos deduzidos no capítulo 2, para garantir a reprodutibilidade funcional assintótica de $f(t)$. Observa-se que $s_1 = 2$ e $s_2 = 4$.

3.4.1 - Aplicação do método 1

Considera-se que apenas o estado inicial x_0 do sistema de potência é disponível. Então, para o rastreamento assintótico de $f(t)$, pode-se escolher qualquer função vetorial analítica $g(t)$, desde que, a condição (2.11) seja satisfeita e $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$. Serão utilizadas funções $g(t)$ com as formas dadas em (2.9), (2.13) e (2.14).

Seja

$$g(t) = \begin{bmatrix} g_1(t) \\ g_2(t) \end{bmatrix}, \quad g_1(t) \text{ e } g_2(t) \in \mathbb{R}$$

Define-se o vetor do sinal de referência como

$$f(t) + g(t) = \begin{bmatrix} \psi_f^* + g_1(t) \\ \delta^* + g_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{fr}(t) \\ \delta_r(t) \end{bmatrix}$$

Desde que as hipóteses do Teorema (2.3) sejam satisfeitas, então, existe um controle, tal que a saída do sistema (3.1)-(3.3) converge assintoticamente para $f(t)$ se (2.11) é verdadeira. Para a determinação dos parâmetros da função $g(t)$ utiliza-se as equações (3.3), (3.4), (3.5) e (3.6), e escreve-se (2.11) na forma vetorial.

Assim,

$$\begin{bmatrix} \psi_{fr}(0) \\ \delta_r(0) \\ \dots \\ \psi_{fr}^{(1)}(0) \\ \delta_r^{(1)}(0) \\ \dots \\ \delta_r^{(2)}(0) \\ \dots \\ \delta_r^{(3)}(0) \end{bmatrix} = C_1(x_0) \begin{bmatrix} \psi_f(0) \\ \delta(0) \\ \dots \\ \dots \\ \hat{C}_2(x_0) \\ \dots \\ \hat{C}_3(x_0) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

São realizadas várias simulações com $g(t)$ dada das formas abaixo.

1º caso: Seja $g(t)$ da forma dada em (2.9), assim

$$g(t) = \begin{bmatrix} g_1(t) \\ g_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\alpha t} (k_{10} + k_{11}t) \\ e^{-\beta t} (k_{20} + k_{21}t + k_{22}t^2 + k_{23}t^3) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

onde $\alpha > 0$ e $\beta > 0$.

Utilizando (3.8) obtém-se

$$\begin{aligned} k_{10} &= \psi_f(0) - \psi_f^* \\ k_{11} &= a_3(x_0) + \alpha k_{10} \\ k_{20} &= \delta(0) - \delta^* \\ k_{21} &= \omega(0) + \beta k_{20} \\ k_{22} &= 0,5(a_2(x_0) - \beta^2 k_{20} + 2\beta k_{21}) \\ k_{23} &= (\hat{C}_3(x_0) + \beta^3 k_{20} - 3\beta^2 k_{21} + 6\beta k_{22})/6 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Os parâmetros α e β devem ser escolhidos adequadamente para a obtenção de boas respostas da saída. Considera-se $\alpha = 1,5$ e $\beta = 2,3$.

Com o intuito de obter melhores características no desempenho do sistema em regime transitório, pode-se utilizar o seguinte procedimento. Sem alterar a condição (3.8) e, também, a determinação das constantes dadas em (3.10), introduz-se termos de ordem mais elevada em $g_1(t)$ e $g_2(t)$. Então,

$$g(t) = \begin{bmatrix} g_1(t) \\ g_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\alpha t} (k_{10} + k_{11}t + k_{12}t^2 + k_{13}t^3 + \dots) \\ e^{-\beta t} (k_{20} + k_{21}t + k_{22}t^2 + k_{23}t^3 + k_{24}t^4 + k_{25}t^5 + \dots) \end{bmatrix}$$

Nas simulações efetuadas considera-se

$$g(t) = \begin{bmatrix} g_1(t) \\ g_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\alpha t} (k_{10} + k_{11}t) \\ e^{-\beta t} (k_{20} + k_{21}t + k_{22}t^2 + k_{23}t^3 + k_{24}t^4 + k_{25}t^5) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

onde $k_{24} = -2,0$ e $k_{25} = +2,0$.

2º caso: Seja $g(t)$ da forma dada em (2.13), assim

$$g(t) = \begin{bmatrix} g_1(t) \\ g_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\alpha t} (k_{11} \text{sen} \lambda_1 t + k_{12} \text{cos} \lambda_1 t) \\ e^{-\beta t} (k_{21} \text{sen} \lambda_2 t + k_{22} \text{cos} \lambda_2 t + k_{23} \text{sen} \lambda_3 t + k_{24} \text{cos} \lambda_3 t) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

onde $\alpha > 0$ e $\beta > 0$.

Utilizando (3.8) obtém-se

$$\begin{aligned}
 k_{11} &= [a_3(x_0) + \alpha(\psi_f(0) - \psi_f^*)] / \lambda_1 \\
 k_{12} &= \psi_f(0) - \psi_f^* \\
 k_{21} &= [\hat{C}_3(x_0) + 3\beta a_2(x_0) + (3\beta^2 + \lambda_3^2)\omega(0) + \beta(\beta^2 + \lambda_3^2)(\delta(0) - \delta^*)] / [\lambda_2(\lambda_3^2 - \lambda_2^2)] \\
 k_{22} &= [a_2(x_0) + 2\beta\omega(0) + (\beta^2 + \lambda_3^2)(\delta(0) - \delta^*)] / (\lambda_3^2 - \lambda_2^2) \\
 k_{23} &= [\omega(0) + \beta(\delta(0) - \delta^*) - k_{21}\lambda_2] / \lambda_3 \\
 k_{24} &= \delta(0) - \delta^* - k_{22}
 \end{aligned}
 \tag{3.13}$$

onde $\lambda_2 \neq \lambda_3$ e $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \neq 0$.

Considera-se $\alpha = 1,5$, $\beta = 2,2$, $\lambda_1 = 1,0$, $\lambda_2 = 2,0$ e $\lambda_3 = 2,5$. Observa-se que, neste caso, dispõe-se de 5 parâmetros livres que podem ser escolhidos arbitrariamente, tendo em vista a obtenção de boas respostas da saída.

3º caso: Seja $g(t)$ da forma dada em (2.14), assim

$$g(t) = \begin{bmatrix} g_1(t) \\ g_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\alpha t} (k_{11} e^{-\lambda_{11} t} + k_{12} e^{-\lambda_{12} t}) \\ e^{-\beta t} (k_{21} e^{-\lambda_{21} t} + k_{22} e^{-\lambda_{22} t} + k_{23} e^{-\lambda_{23} t} + k_{24} e^{-\lambda_{24} t}) \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

onde $\alpha > 0$ e $\beta > 0$.

Utilizando (3.8) obtêm-se

$$\begin{aligned}
 k_{12} &= k_{12}' / (\lambda_{12} - \lambda_{11}) \\
 k_{11} &= k_{11}' - k_{12} \\
 \text{onde} \\
 k_{11}' &= \psi_f(0) - \psi_f^* \\
 k_{12}' &= -a_3(x_0) - (\alpha + \lambda_{11})k_{11}'
 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
 k_{24} &= k_{24}' / [(\lambda_{24} - \lambda_{21})(\lambda_{24} - \lambda_{22})(\lambda_{24} - \lambda_{23})] \\
 k_{23} &= [k_{23}' - (\lambda_{24} - \lambda_{21})(\lambda_{24} - \lambda_{22})k_{24}'] / [(\lambda_{23} - \lambda_{21})(\lambda_{23} - \lambda_{22})] \quad (3.15) \\
 k_{22} &= [k_{22}' - (\lambda_{23} - \lambda_{21})k_{23}' - (\lambda_{24} - \lambda_{21})k_{24}'] / (\lambda_{22} - \lambda_{21}) \\
 k_{21} &= k_{21}' - k_{22}' - k_{23}' - k_{24}'
 \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}
 k_{21}' &= \delta(0) - \delta^* \\
 k_{22}' &= -\omega(0) - (\beta + \lambda_{21})k_{21}' \\
 k_{23}' &= a_2(x_0) - (\beta + \lambda_{21})^2 k_{21}' - (2\beta + \lambda_{21} + \lambda_{22})k_{22}' \\
 k_{24}' &= -\tilde{C}_3(x_0) - (\beta + \lambda_{21})^3 k_{21}' - [3\beta(\beta + \lambda_{21} + \lambda_{22}) + \lambda_{21}\lambda_{22} + \lambda_{21}^2 + \lambda_{22}^2]k_{22}' - \\
 &\quad - (3\beta + \lambda_{21} + \lambda_{22} + \lambda_{23})k_{23}'
 \end{aligned}$$

$$e \quad \lambda_{11} \neq \lambda_{12},$$

$$\lambda_{21} \neq \lambda_{22} \neq \lambda_{23} \neq \lambda_{24},$$

$$\lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{21}, \lambda_{22}, \lambda_{23}, \lambda_{24} > 0.$$

Considera-se $\alpha = 1,5, \beta = 2,2, \lambda_{11} = 0,1, \lambda_{12} = 0,2, \lambda_{21} = 0,1, \lambda_{22} = 0,2, \lambda_{23} = 0,3$ e $\lambda_{24} = 0,4$. Neste caso, dispõe-se de 8 parâmetros livres que podem ser escolhidos adequadamente para a obtenção de boas respostas da saída.

Para gerar $g(t)$ conforme as equações (3.9), (3.11), (3.12) e (3.14), utiliza-se um pré-filtro (sistema inverso à direita) de acordo com (2.12). Então, o pré-filtro assume a seguinte forma

$$\dot{\hat{x}}(t) = \hat{A}(\hat{x}) + B D_4^{-1}(\hat{x}) \begin{bmatrix} \psi_{fr}^{(2)}(t) \\ \delta_r^{(4)}(t) \end{bmatrix}, \hat{x}(0) = x_0 \in M_4 = R^6$$

$$\hat{y}(t) = \hat{C}(\hat{x}) + D_4^{-1}(\hat{x}) \begin{bmatrix} \psi_{fr}^{(2)}(t) \\ \delta_r^{(4)}(t) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Desde que $\hat{C}(\hat{x}) = -D_4^{-1}(\hat{x})C_4(\hat{x})$, obtém-se

$$u(t) = \hat{y}(t) = -D_4^{-1}(\hat{x})C_4(\hat{x}) + D_4^{-1}(\hat{x}) \begin{bmatrix} \psi_{fr}^{(2)}(t) \\ \delta_r^{(4)}(t) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

e, decompondo $u(t)$, fica-se com a seguinte lei de controle

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_e(t) \\ u_g(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_e(-\bar{C}_2(\hat{x}) + \psi_{fr}^{(2)}(t)) / (p_7 k_e) \\ p_3 T_t T_g \sin \delta(-\bar{C}_2(\hat{x}) + \psi_{fr}^{(2)}(t)) / p_4 + T_t T_g (-\bar{C}_4(\hat{x}) + \delta_r^{(4)}(t)) / p_4 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

onde $u(t) \in \mathbb{R}^2$.

Então, a trajetória do sistema (3.1)-(3.3) iniciando em $x_0, x(t, u, x_0)$, converge assintoticamente para o estado de equilíbrio x^* quando $t \rightarrow \infty$.

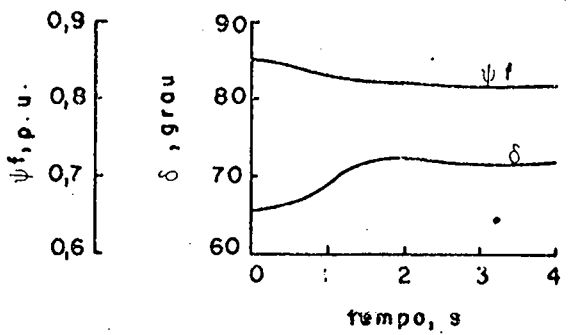
É interessante notar que é obtida uma expressão explícita para a entrada de controle $u(t)$.

São realizadas várias simulações onde considera-se o estado de equilíbrio $x^* = (72^\circ; 0; 0,82; 2,06; 0,90; 0,90)^T$ correspondente a uma voltagem terminal $V_t^* = 0,975$ e a uma potência elétrica gerada $P_e^* = 0,90$.

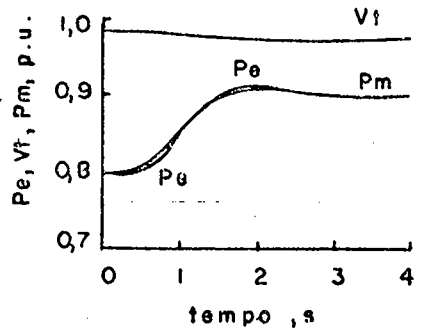
a-) Transferência de um estado de equilíbrio para outro estado de equilíbrio.

Supõe-se que o sistema de potência encontra-se inicialmente no estado de equilíbrio $\bar{x}^* = (66^\circ; 0; 0,85; 1,90; 0,80; 0,80)^T$ correspondente a $\bar{V}_t^* = 0,985$ e $\bar{P}_e^* = 0,80$ e deseja-se transferi-lo pa

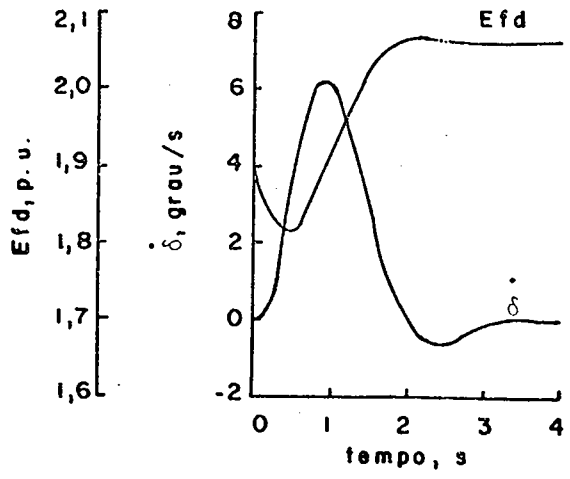
ra x^* . A figura 3.1 mostra a resposta do sistema com a utilização de $g(t)$ da forma dada em (3.12).



(3.1.1)



(3.1.2)



(3.1.3)

Figura 3.1. Resposta para a transferência de um estado de equilíbrio para outro estado de equilíbrio.

3.1.1. δ e ψ_f

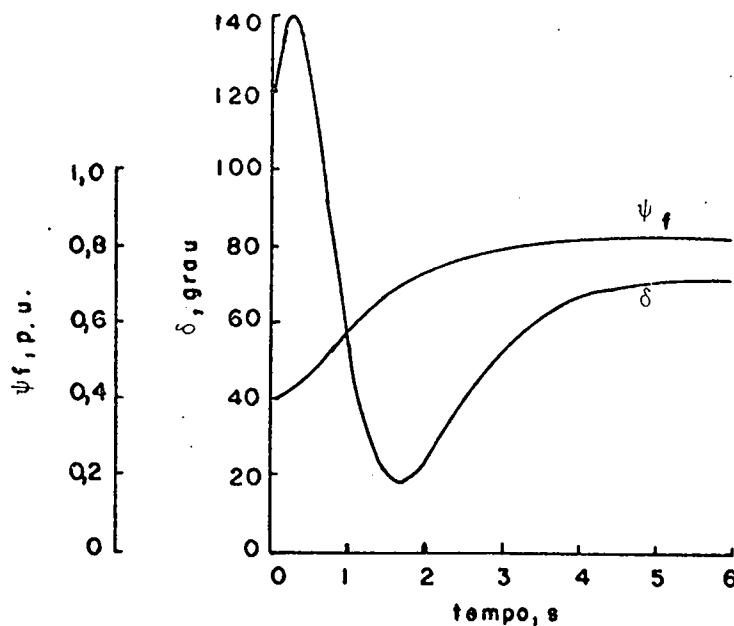
3.1.1. P_m , V_t e P_e

3.1.3. δ e E_{fd}

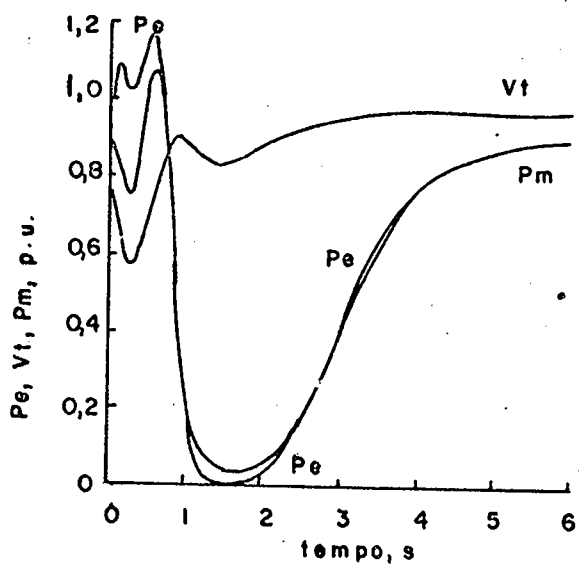
Observa-se que são obtidas respostas bem amortecidas e que as solicitações de controle são pequenas.

b-) Transferência de um estado perturbado para um estado de equilíbrio.

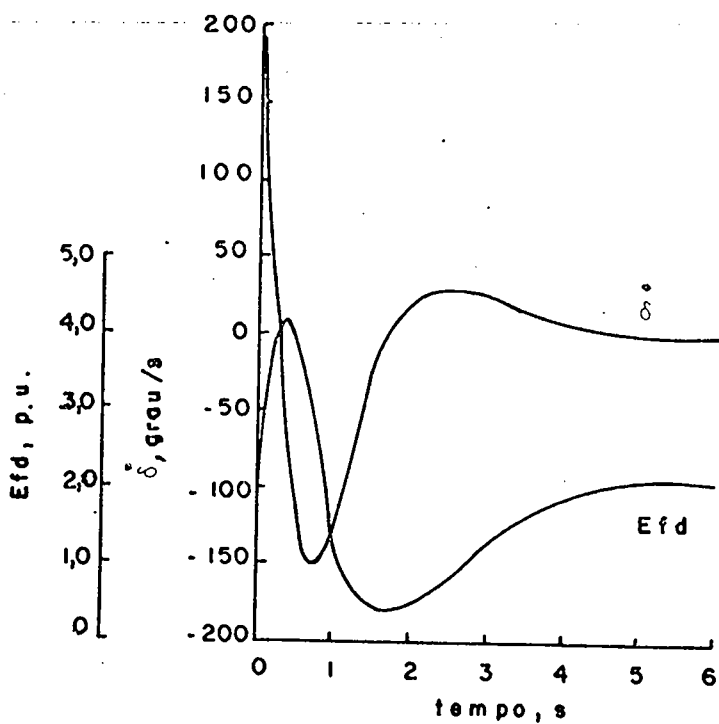
Supõe-se que o sistema de potência é submetido a uma falta severa e que deseja-se levar o sistema de uma determinada condição inicial para o estado de equilíbrio x^* . Considerando que $x(0) = (108^\circ; 200^\circ/\text{s}; 0,4; 2,06; 0,90; 0,90)^\text{T}$ e utilizando a função $g(t)$ das formas dadas em (3.9), (3.11), (3.12) e (3.14), são realizadas várias simulações (Figuras 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5).



(3.2.1)



(3.2.2)



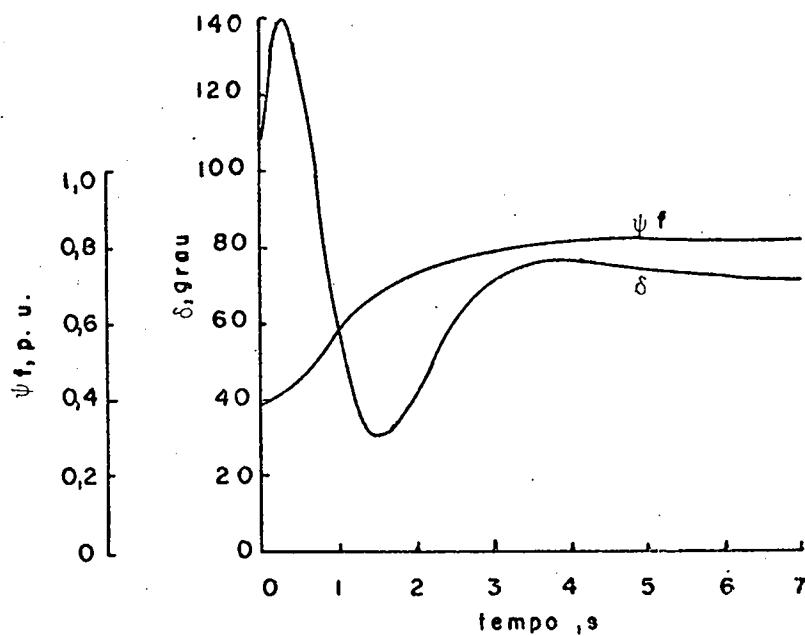
(3.2.3)

Figura 3.2. Resposta a uma perturbação no estado inicial-g(t) da forma dada em (3.9).

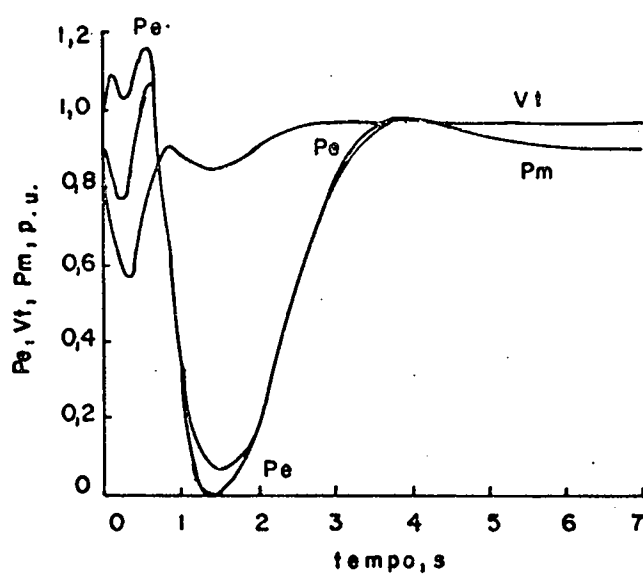
3.2.1. δ e ψ_f

3.2.2. P_m , V_t e P_e

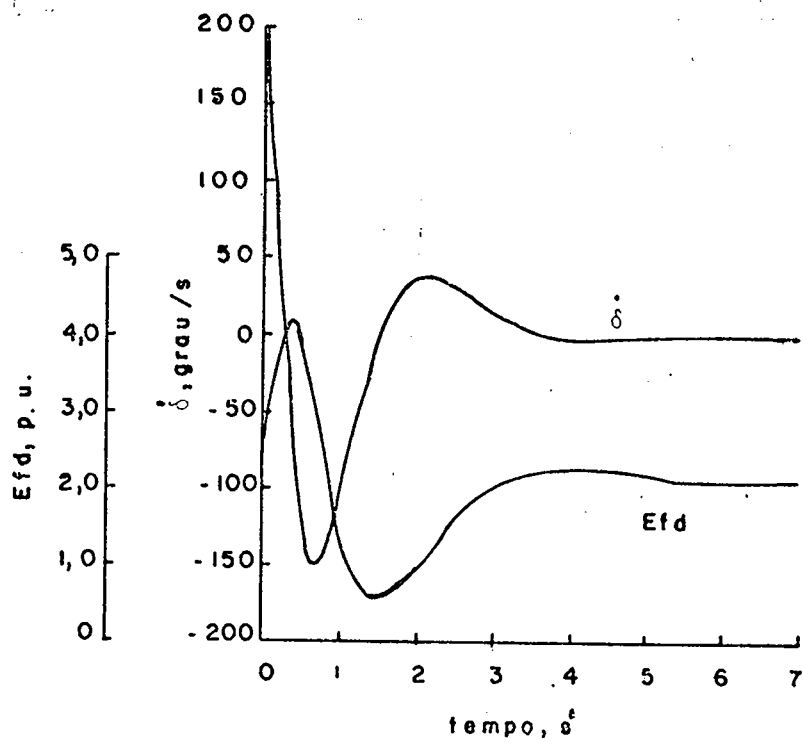
3.2.3. δ e E_{fd}



(3.3.1)



(3.3.2)



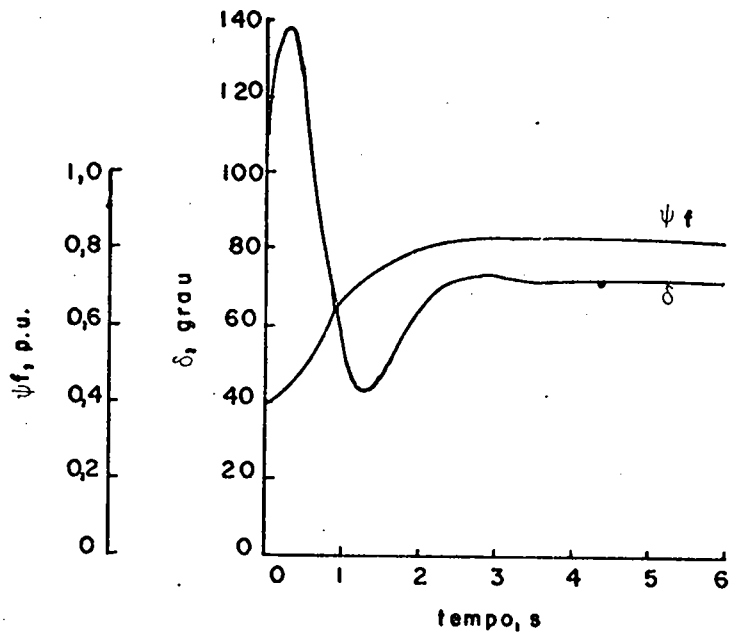
(3.3.3)

Figura 3.3. Resposta a uma perturbação no estado inicial-g(t) da forma dada em (3.11).

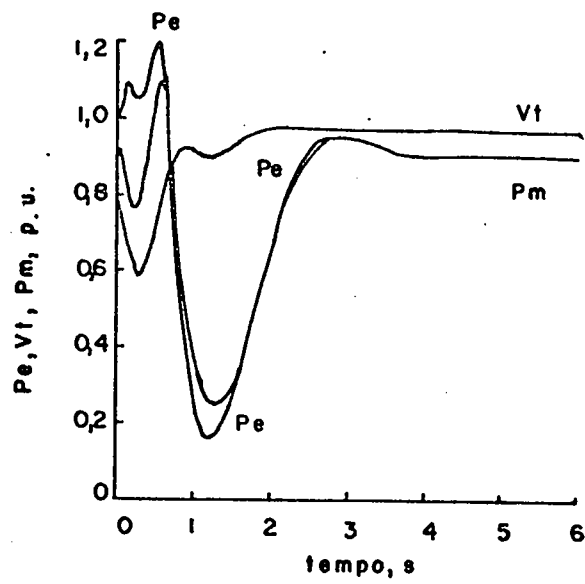
3.3.1. δ e ψ_f

3.3.2. P_m , V_t e P_e

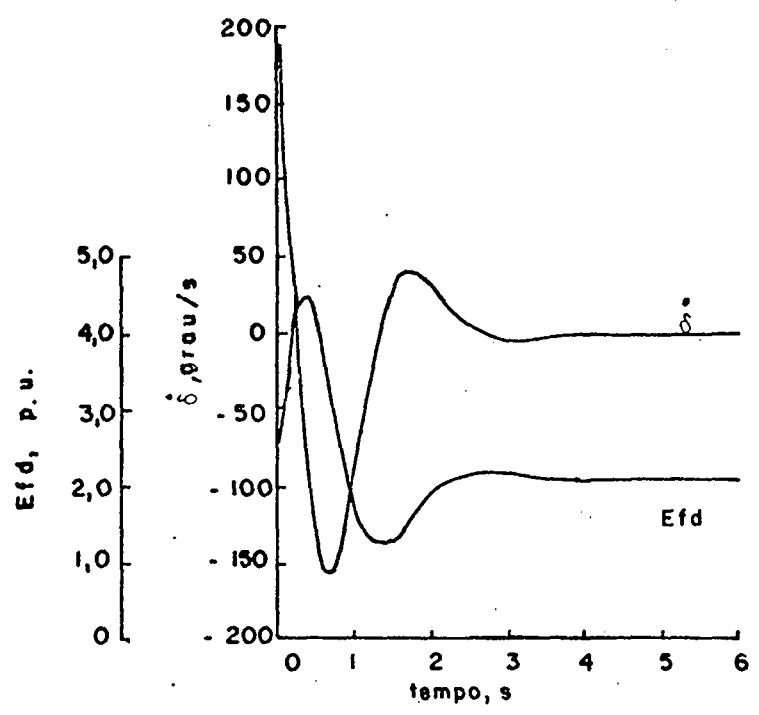
3.3.3. $\dot{\delta}$ e E_{fd}



(3.4.1)



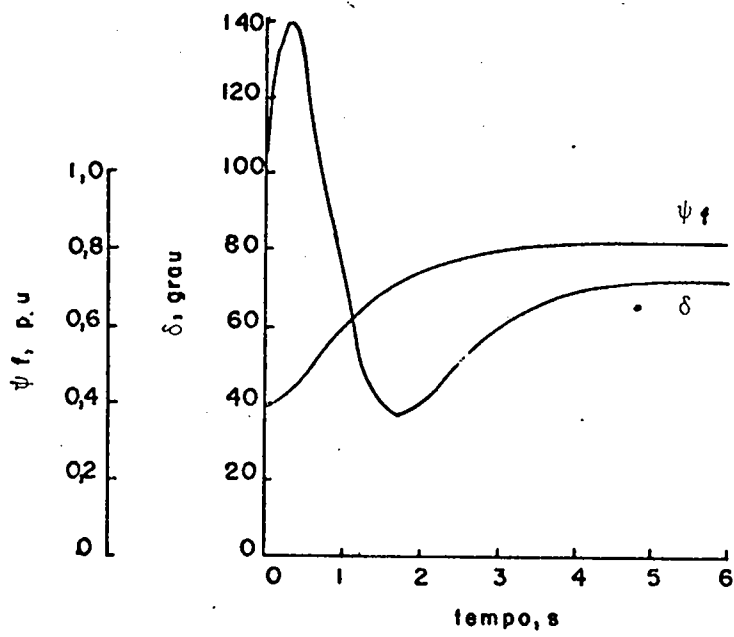
(3.4.2)



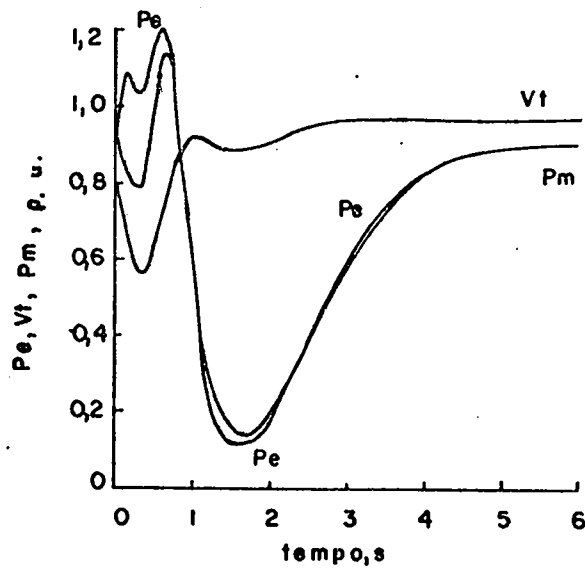
(3.4.3)

Figura 3.4. Resposta a uma perturbação no estado inicial-g(t) da forma dada em (3.12).

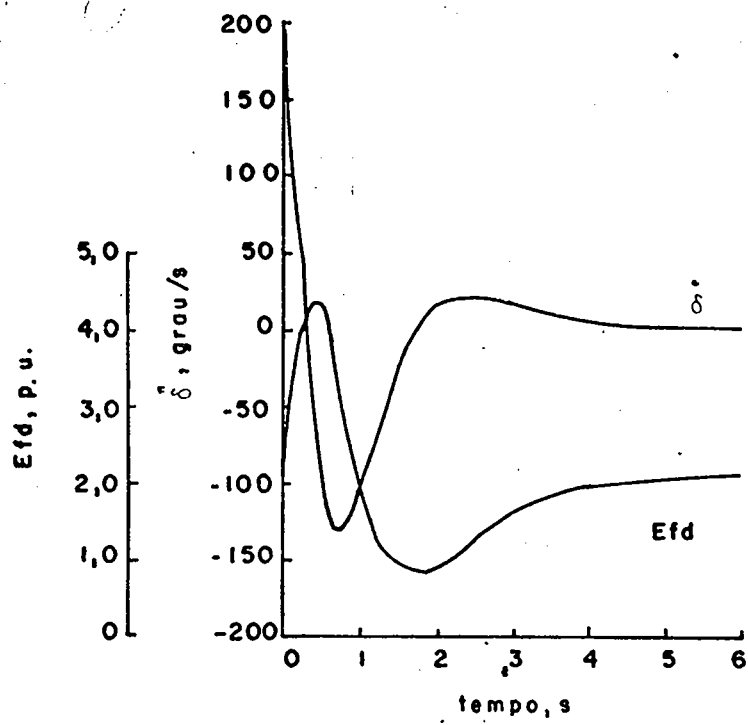
- 3.4.1. δ e ψ_f
- 3.4.2. P_m, V_t e P_e
- 3.4.3. $\dot{\delta}$ e E_{fd}



(3.5.1)



(3.5.2)



(3.5.3)

Figura 3.5. Resposta a uma perturbação no estado inicial-g(t) da forma dada em (3.14).

3.5.1. δ e ψ_f

3.5.2. P_m, V_t e P_e

3.5.3. $\dot{\delta}$ e E_{fd}

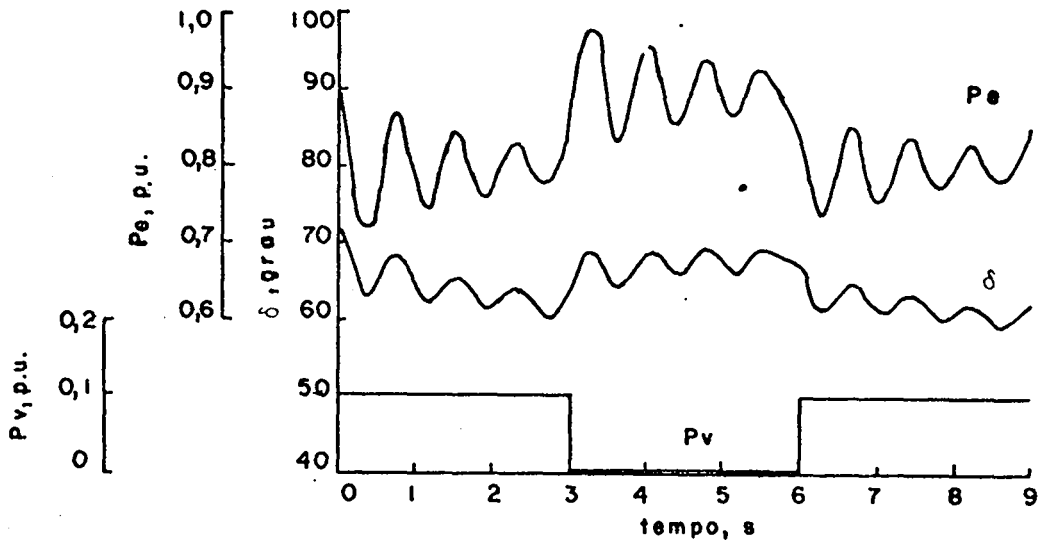
A partir da observação das figuras 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5, pode-se concluir que:

- são obtidas respostas bem amortecidas para δ , δ^* e ψ_f .
- o sistema retorna rapidamente ao estado de equilíbrio x^* , a partir do estado inicial $x(0)$.
- as magnitudes de controle requisitadas, nas simulações efetuadas, são moderadas.
- as faixas de variação da solicitação de potência mecânica e da tensão de campo são ligeiramente menores quando utiliza-se $g(t)$ da forma dada em (3.11), em relação à utilização de $g(t)$ da forma dada em (3.9). Além disso, um melhor desempenho dinâmico das respostas da saída é observado. Entretanto, o tempo de convergência de $\delta(0)$ para δ^* , sofre um pequeno acréscimo devido, justamente, à introdução de termos de ordem mais elevada em (3.11).
- com a utilização da função $g(t)$ da forma dada em (3.12), obteve-se as melhores características dinâmicas para as respostas ψ_f e δ . Isto corresponde a uma resposta mais natural do sistema.

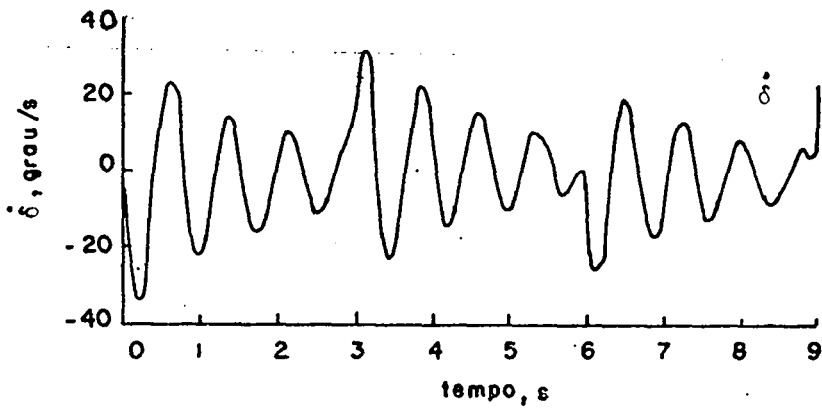
c-) Resposta a variações na demanda de carga.

São considerados dois casos para o controle do sistema sob a ação de variações na demanda de carga $P_V(t)$. A figura 3.6 mostra a resposta do sistema sob a ação de variações constantes por parte na demanda de carga. O valor de $P_V(t)$ é 0,1 p.u. para $0 \leq t < 3$ e $6 \leq t < 9$, e é zero para $3 \leq t < 6$. A figura 3.7 mostra a resposta do sistema para flutuações estocásticas em $P_V(t)$. $P_V(t)$ é gerada com a utilização de um filtro de primeira ordem,

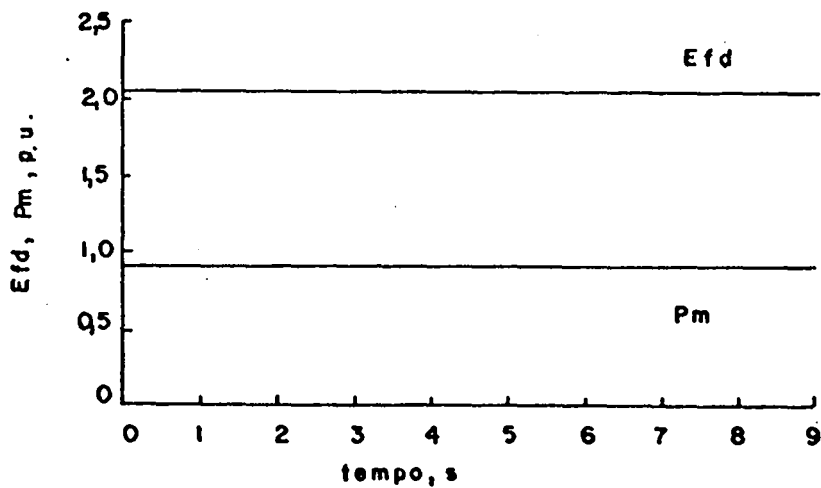
excitado por um ruído branco gaussiano (Apêndice C). Em ambos os casos, considera-se inicialmente o sistema no estado de equilíbrio x^* e, nas simulações, é utilizada a função $g(t)$ dada em (3.12).



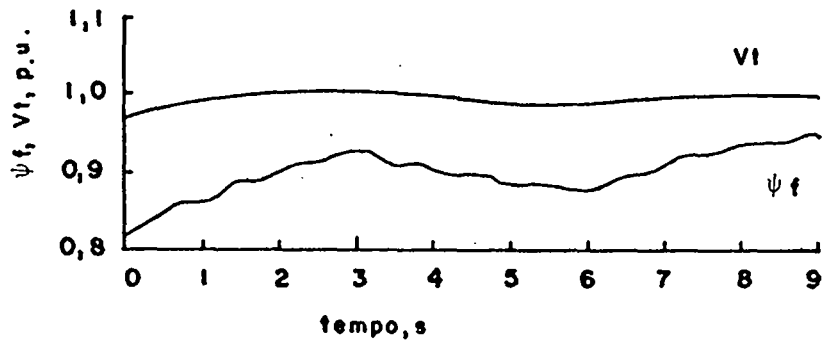
(3.6.1)



(3.6.2)



(3.6.3)



(3.6.4)

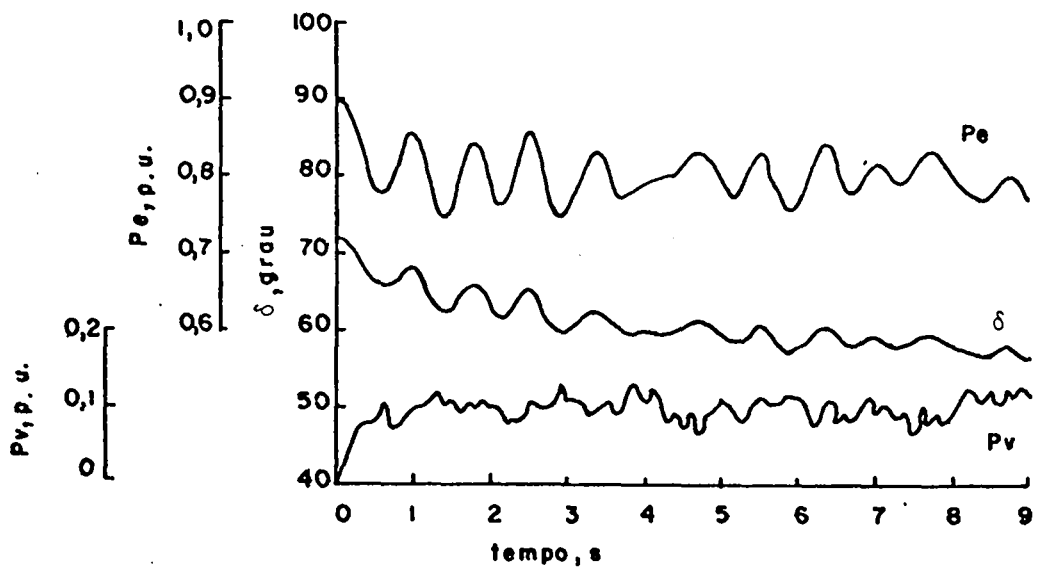
Figura 3.6. Resposta a variações constantes por parte na demanda de carga.

3.6.1. δ , P_e e P_v

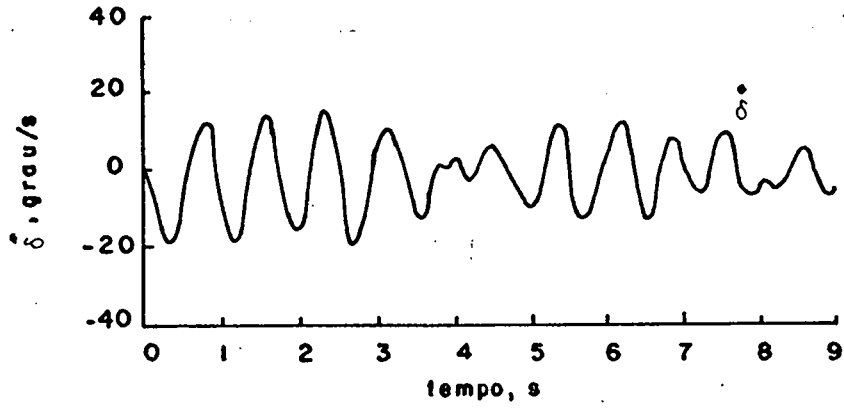
3.6.2. $\dot{\delta}$

3.6.3. E_{fd} e P_m

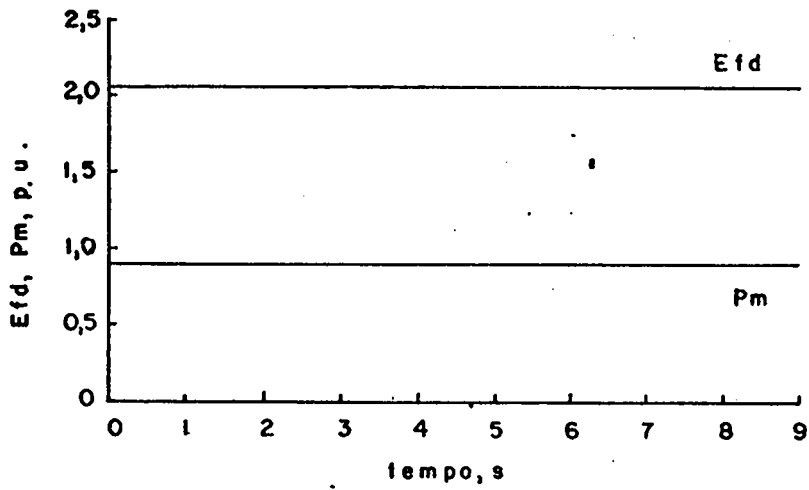
3.6.4. $\dot{\psi}_f$ e v_t



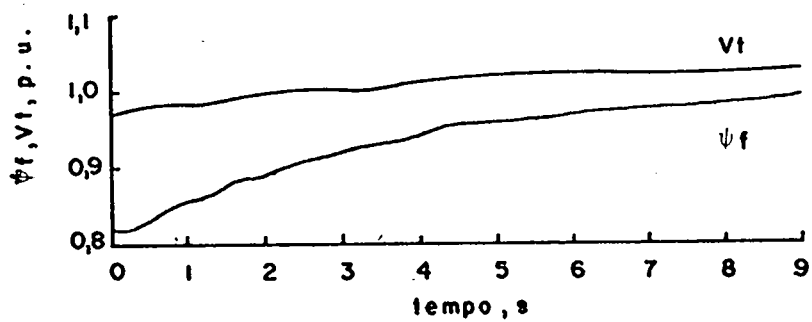
(3.7.1)



(3.7.2)



(3.7.3)



(3.7.4)

Figura 3.7. Resposta a variações estocásticas na de manda de carga.

3.7.1. δ , P_e e P_v

3.7.2. $\dot{\delta}$

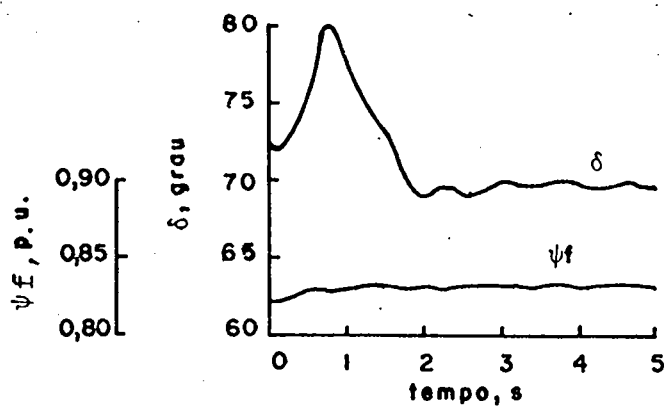
3.7.3. E_{fd} e P_m

3.7.4. ψ_f e V_t

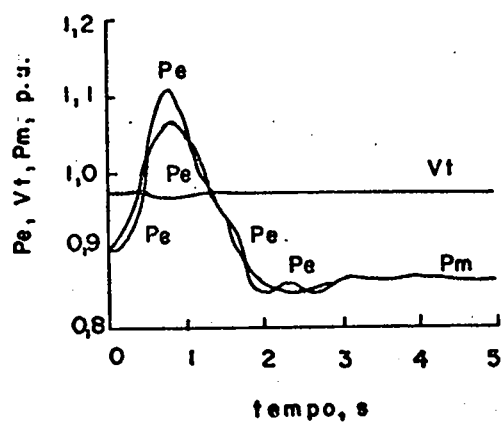
Em ambos os casos, o sistema apresenta oscilações pouco amortecidas em δ , $\dot{\delta}$, ψ_f , P_e e V_t , e são observados erros em relação aos respectivos valores de regime correspondentes ao estado x^* . P_m e E_{fd} permanecem constantes, pois não são afetadas por $P_v(t)$ e, conseqüentemente, não contribuem para que o sistema apresente um melhor desempenho.

d-) Sensibilidade paramétrica

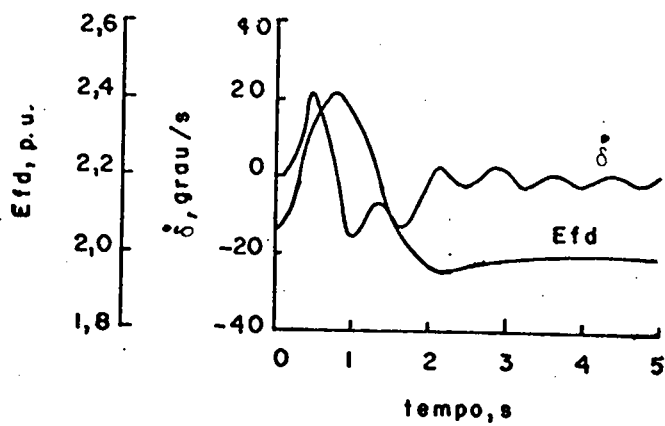
A lei de controle obtida é uma função explícita dos vários parâmetros do sistema de potência. Assim, para quaisquer mudanças conhecidas nestes parâmetros, a lei de controle exata pode ser obtida com a utilização dos novos valores dos parâmetros perturbados. Entretanto, na prática, alguns dos parâmetros não são conhecidos com uma boa exatidão. As figuras 3.8 e 3.9 mostram os resultados de simulações correspondentes a incertezas de 10% na reatância da linha de transmissão x_t e de 5% na voltagem do barramento infinito V , respectivamente. Considera-se inicialmente o sistema no estado de equilíbrio x^* e é utilizada $g(t)$ da forma da da em (3.12).



(3.8.1)



(3.8.2)



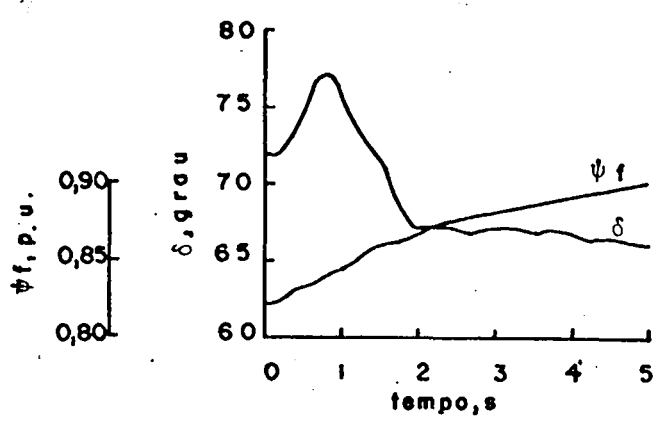
(3.8.3)

Figura 3.8. Resposta a uma incerteza de 10% em x_t .

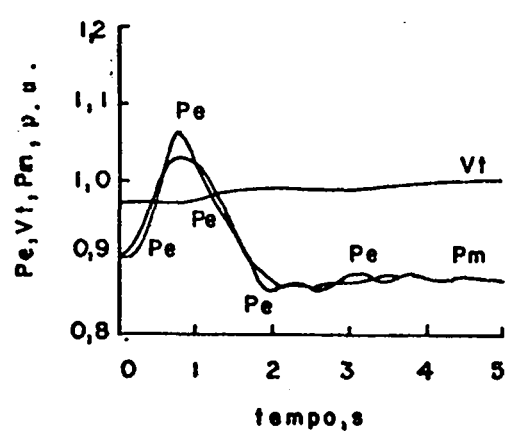
3.8.1. δ e ψ_f

3.8.2. P_m , V_t e P_e

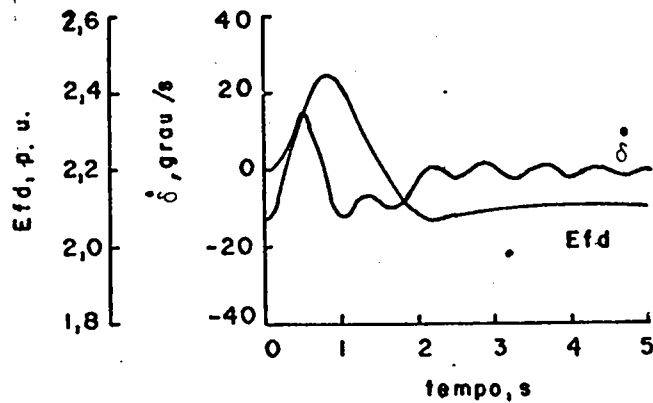
3.8.3. δ e E_{fd}



(3.9.1)



(3.9.2)



(3.9.3)

Figura 3.9. Resposta a uma incerteza de 5% em V .

3.9.1. δ e ψ_f

3.9.2. P_m , V_t e P_e

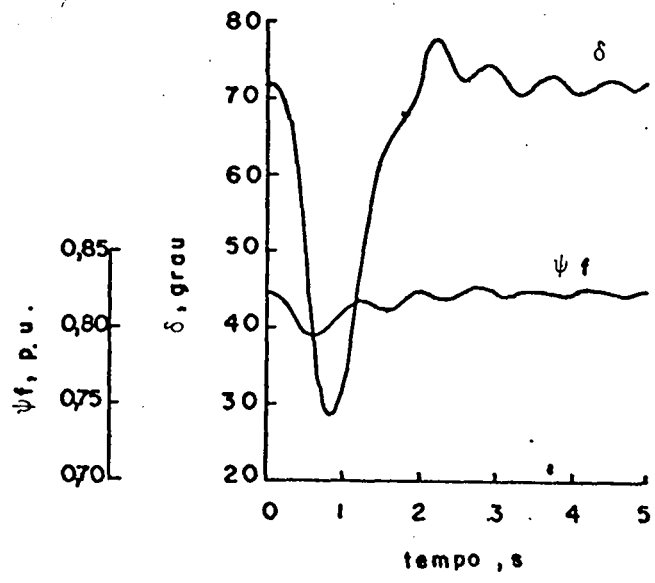
3.9.3. $\dot{\delta}$ e E_{fd}

A lei de controle apresenta uma razoável sensibilidade a incertezas nos valores paramétricos do sistema. Erros em relação aos respectivos valores de regime correspondentes ao estado x^* são observados.

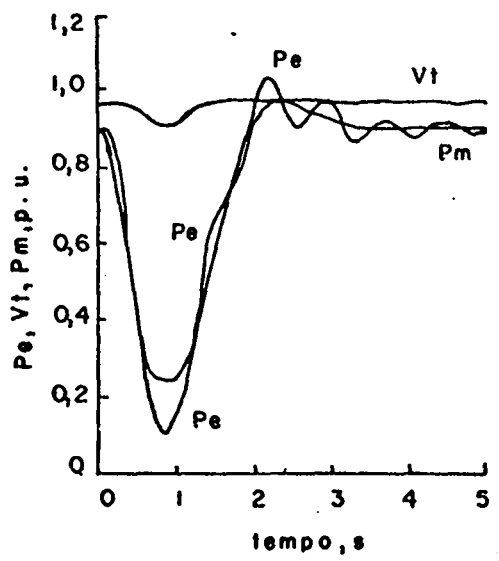
e-) Efeito do conhecimento inexato do estado inicial

O pré-filtro necessita do conhecimento exato do estado inicial do sistema para gerar a lei de controle requisitada. Entretanto, muitas vezes o estado inicial do sistema é apenas conhecido aproximadamente. As figuras 3.10 e 3.11 mostram os resultados de simulações correspondentes a incertezas de 10% em $\delta(0)$.

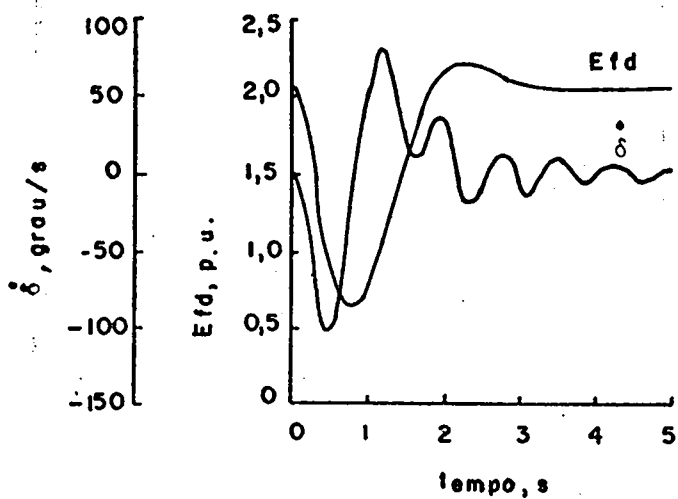
e $\psi_f(0)$, respectivamente. Considera-se inicialmente o sistema no estado de equilíbrio x^* e, nas simulações efetuadas, é utilizada a função $g(t)$ da forma dada em (3.12).



(3.10.1)



(3.10.2)



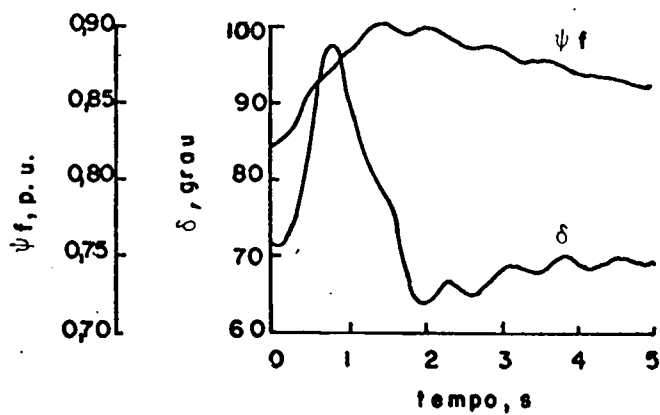
(3.10.3)

Figura 3.10. Resposta a uma incerteza de 10% em $\delta(0)$.

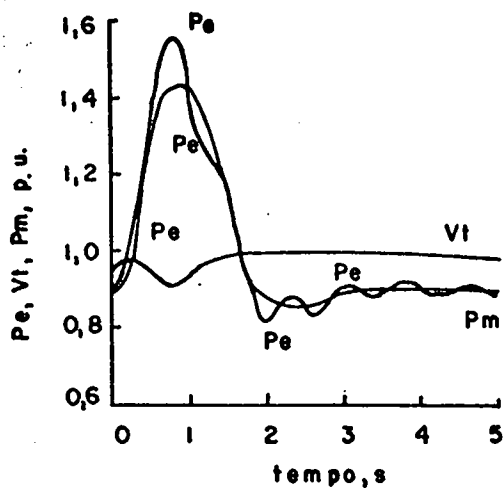
3.10.1. δ e ψ_f

3.10.1. P_m , V_t e P_e

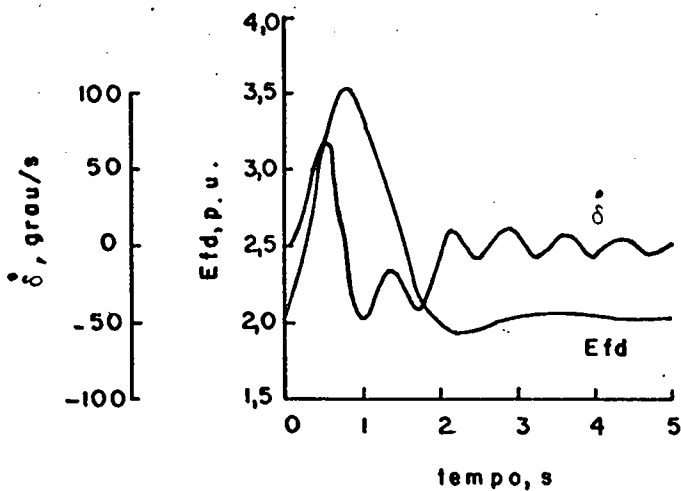
3.10.3. δ e E_{fd}



(3.11.1)



(3.11.2)



(3.11.3)

Figura 3.11. Resposta a uma incerteza de 10% em

$$\psi_f(0).$$

3.11.1. δ e ψ_f

3.11.2. P_m , V_t e P_e

3.11.3. $\dot{\delta}$ e E_{fd}

Observa-se que a lei de controle apresenta uma razoável sensibilidade ao conhecimento inexato do estado inicial do sistema. Erros em relação aos respectivos valores de regime correspondentes ao estado x^* , tendem lentamente a zero quando o tempo tende a infinito.

Para completar este sub-item conclui-se que:

- a utilização do pré-filtro é recomendada nos casos em que se conhece os parâmetros e o estado inicial do sistema com uma boa exatidão e, desde que os ruídos (variações na demanda de carga, por exemplo) tenham pequena magnitude.
- o sistema com o pré-filtro atinge rapidamente o estado de equilíbrio x^* desejável, após ter sido submetido a uma falta severa.
- o ângulo rotórico e o fluxo de campo são controlados independentemente e o estado do sistema pode ser transferido para um novo estado correspondente a qualquer voltagem terminal V_t e potência elétrica P_e , desde que as restrições nas magnitudes do controle sejam observadas.
- as magnitudes de controle requisitadas, nas simulações efetuadas, são moderadas.

No próximo sub-item supõe-se que o estado do sistema de potência é disponível durante todo o período de controle, e aplica-se o método 2 para a reprodutibilidade funcional assintótica.

3.4.2 - Aplicação do método 2

Com o objetivo de comparar os resultados que podem ser obtidos com a utilização dos dois métodos, considera-se, neste sub-item, que o estado do sistema de potência é disponível durante todo o período de controle, e utiliza-se realimentação de estado para gerar $u(t)$.

Observa-se que a condição (2.18) é satisfeita e, assim, pode-se utilizar para gerar a entrada $u(t)$ a equação (2.19) e, com a introdução de integradores na lei de controle, a equação (2.21).

Como foi visto no capítulo 2, a utilização de uma função vetorial analítica conveniente $g(t)$, com $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$, tem a finalidade de melhorar o desempenho transitório das respostas da saída do sistema, não havendo mais a necessidade de que a condição (2.11) seja satisfeita, para garantir a reprodutibilidade funcional assintótica de $f(t)$.

Seja, como no sub-item anterior,

$$g(t) = \begin{bmatrix} g_1(t) \\ g_2(t) \end{bmatrix}, \quad g_1(t) \text{ e } g_2(t) \in \mathbb{R}.$$

e o vetor do sinal de referência como

$$f(t) + g(t) = \begin{bmatrix} \psi_f^* + g_1(t) \\ \delta^* + g_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{fr}(t) \\ \delta_r(t) \end{bmatrix}$$

Utilizando as equações (2.21) e (2.22), obtém-se para $u(t)$ a seguinte expressão:

$$u(t) = D_4^{-1}(x) \begin{bmatrix} -\bar{c}_2(x) + \psi_{fr}^{(2)} + p_{12}(\psi_{fr}^{(1)} - \psi_f^{(1)}) + p_{11}(\psi_{fr} - \psi_f) + v_e \\ -\bar{c}_4(x) + \delta_r^{(4)} + p_{24}(\delta_r^{(3)} - \delta^{(3)}) + p_{23}(\delta_r^{(2)} - \delta^{(2)}) + p_{22} \\ \cdot (\delta_r^{(1)} - \delta^{(1)}) + p_{21}(\delta_r - \delta) + v_g \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

e

$$\begin{aligned} v_e^{(1)} &= p_{10}(\psi_{fr} - \psi_f) \\ v_g^{(1)} &= p_{20}(\delta_r - \delta) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Substituindo $u(t)$ dada em (3.19) no β -ésimo sistema (3.7), obtêm-se

$$\begin{bmatrix} \psi_f^{(2)} \\ \vdots \\ \delta^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{fr}^{(2)} + p_{12}(\psi_{fr}^{(1)} - \psi_f^{(1)}) + p_{11}(\psi_{fr} - \psi_f) + v_e \\ \delta_r^{(4)} + p_{24}(\delta_r^{(3)} - \delta^{(3)}) + p_{23}(\delta_r^{(2)} - \delta^{(2)}) + p_{22}(\delta_r^{(1)} - \delta^{(1)}) + \\ + p_{21}(\delta_r - \delta) + v_g \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Diferenciando a equação (3.21) e substituindo $v_e^{(1)}$ e $v_g^{(1)}$ por (3.20), obtêm-se

$$\begin{aligned} (\psi_{fr}^{(3)} - \psi_f^{(3)}) + p_{12}(\psi_{fr}^{(2)} - \psi_f^{(2)}) + p_{11}(\psi_{fr}^{(1)} - \psi_f^{(1)}) + p_{10}(\psi_{fr} - \psi_f) = 0 \\ (\delta_r^{(5)} - \delta^{(5)}) + p_{24}(\delta_r^{(4)} - \delta^{(4)}) + p_{23}(\delta_r^{(3)} - \delta^{(3)}) + p_{22}(\delta_r^{(2)} - \delta^{(2)}) + \\ + p_{21}(\delta_r^{(1)} - \delta^{(1)}) + p_{20}(\delta_r - \delta) = 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

As equações (3.22) podem ser escritas da seguinte forma, onde utiliza-se o operador $D = \frac{d}{dt}$,

$$(D^3 + p_{12}D^2 + p_{11}D + p_{10})(\psi_{fr} - \psi_f) = 0$$

$$(D^5 + p_{24}D^4 + p_{23}D^3 + p_{22}D^2 + p_{21}D + p_{20})(\delta_r - \delta) = 0 \quad (3.23)$$

Os parâmetros p_{ij} , $i=1,2$ e $j=0, \dots, s_i$ devem ser determinados, tal que as duas equações de (3.23) sejam estáveis. Escreve-se (3.23) da seguinte forma,

$$(D + \lambda_1)(D^2 + 2\xi_1\omega_{n1}D + \omega_{n1}^2)(\psi_{fr} - \psi_f) = 0$$

$$(D + \lambda_2)(D^2 + 2\xi_2\omega_{n2}D + \omega_{n2}^2)(D^2 + 2\xi_3\omega_{n3}D + \omega_{n3}^2)(\delta_r - \delta) = 0 \quad (3.24)$$

O engenheiro de controle está mais familiarizado com a representação da equação característica de um sistema da forma dada em 3.24. Portanto, para a determinação dos parâmetros p_{ij} de (3.23), compara-se (3.23) com (3.24) e obtêm-se,

$$p_{10} = \lambda_1 \omega_{n1}^2$$

$$p_{11} = \omega_{n1}^2 + 2\lambda_1 \xi_1 \omega_{n1}$$

$$p_{12} = \lambda_1 + 2\xi_1 \omega_{n1}$$

$$p_{20} = \lambda_2 \omega_{n2}^2 \omega_{n3}^2$$

$$p_{21} = 2\lambda_2 \omega_{n2} \omega_{n3} (\xi_2 \omega_{n3} + \xi_3 \omega_{n2}) + \omega_{n2}^2 \omega_{n3}^2 \quad (3.25)$$

$$p_{22} = \lambda_2 (\omega_{n2}^2 + 4\xi_2 \xi_3 \omega_{n2} \omega_{n3} + \omega_{n3}^2) + 2\omega_{n2} \omega_{n3} (\xi_2 \omega_{n3} + \xi_3 \omega_{n2})$$

$$p_{23} = 2\lambda_2 (\xi_2 \omega_{n2} + \xi_3 \omega_{n3}) + (\omega_{n2}^2 + 4\xi_2 \xi_3 \omega_{n2} \omega_{n3} + \omega_{n3}^2)$$

$$p_{24} = \lambda_2 + 2(\xi_2 \omega_{n2} + \xi_3 \omega_{n3})$$

Os parâmetros de (3.24) devem ser escolhidos adequadamente para a obtenção de respostas desejáveis para ψ_f e δ .

Uma limitação na utilização do pré-filtro para gerar $u(t)$, é a razoável sensibilidade ao conhecimento inexato dos

parâmetros do sistema e à presença de ruídos, tais como, variações na demanda de carga. Com a utilização de $u(t)$ da forma dada em (3.19), onde são introduzidos integradores na lei de controle, observa-se um melhor desempenho do sistema em relação aos fatores acima mencionados.

Para as simulações utiliza-se, por conveniência, $g(t)$ da forma dada em (3.12) com os parâmetros k_{ij} determinados a partir de (3.13) e com $\alpha=1,5$, $\beta=2,2$, $\lambda_1=1,0$, $\lambda_2=2,0$ e $\lambda_3=2,5$. Com $g(t)$ escolhida desta forma, as respostas correspondentes aos dois métodos serão idênticas, desde que, os parâmetros e o estado do sistema (no caso do pré-filtro é necessário apenas o estado inicial) sejam conhecidos exatamente, e não hajam variações na demanda de carga.

Os parâmetros p_{ij} são determinados com a utilização de (3.25) e com $\omega_{n1}=5,0$, $\omega_{n2}=9,0$, $\omega_{n3}=9,5$, $\xi_1=\xi_2=\xi_3=0,7$ e $\lambda_1=\lambda_2=10,0$.

A trajetória do sistema (3.1)-(3.3), $x(t,u,x_0)$, iniciando em x_0 e com $u(t)$ dada em (3.19), converge assintoticamente para o estado de equilíbrio x^* quando $t \rightarrow \infty$, e da mesma forma que no caso do pré-filtro, é obtida uma expressão explícita para a entrada de controle $u(t)$. Considera-se, também, o mesmo estado de equilíbrio.

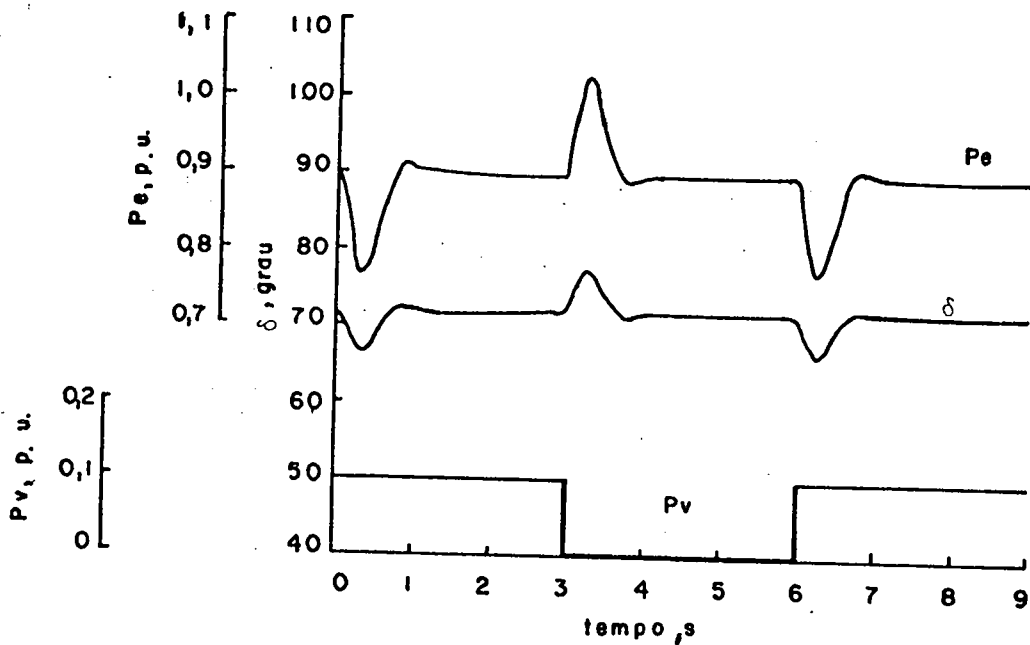
a-) Transferência de um estado de equilíbrio para outro estado de equilíbrio e de um estado perturbado para um estado de equilíbrio.

Desde que $g(t)$ é escolhida de tal forma que (3.8) seja satisfeita, as respostas obtidas por realimentação de estado são idênticas às respectivas respostas obtidas com a utilização do pré-filtro e encontram-se nas figuras 3.1 e 3.4. Conclusões idênticas

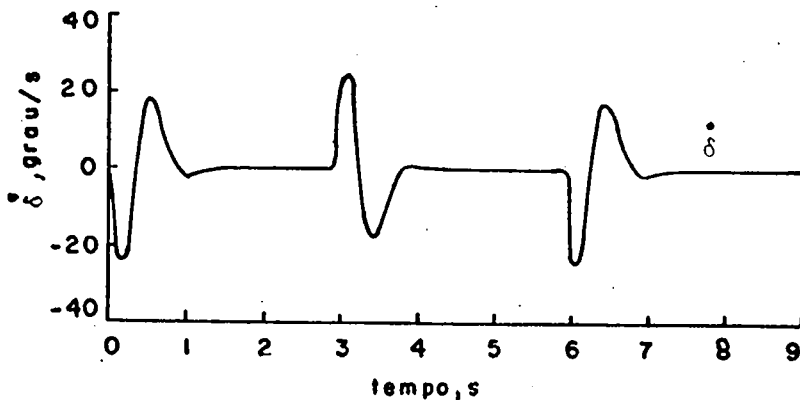
ticas também são obtidas.

b-) Resposta a variações na demanda de carga

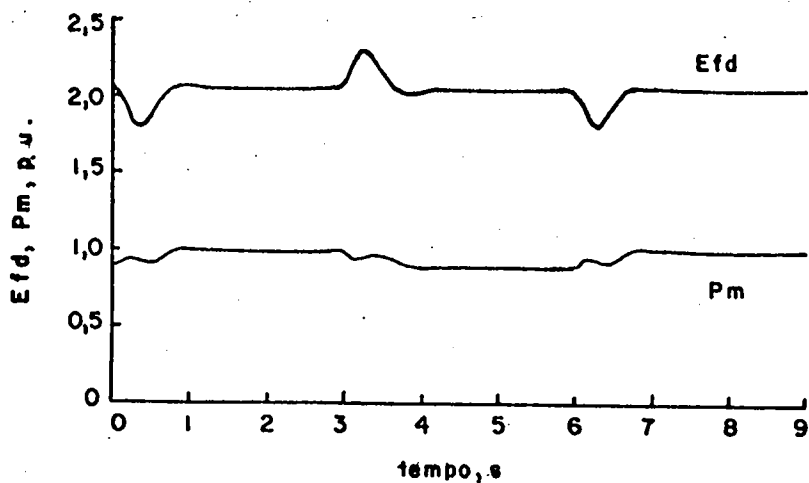
A figura 3.12 mostra a resposta do sistema sob a ação de variações constantes por parte na demanda de carga $P_V(t)$. Considera-se $P_V(t)$ da mesma forma que na figura 3.6 e inicialmente o sistema encontra-se no estado de equilíbrio x^* .



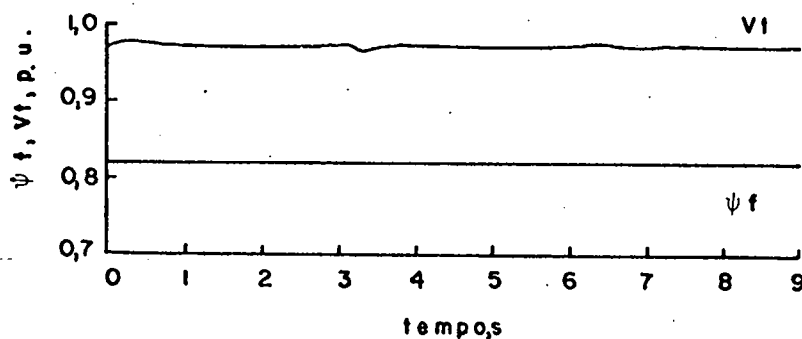
(3.12.1)



(3.12.2)



(3.12.3)



(3.12.4)

Figura 3.12. Resposta a variações constantes por parte na demanda de carga.

3.12.1. δ , P_e e P_v

3.12.2. $\dot{\delta}$

3.12.3. E_{fd} e P_m

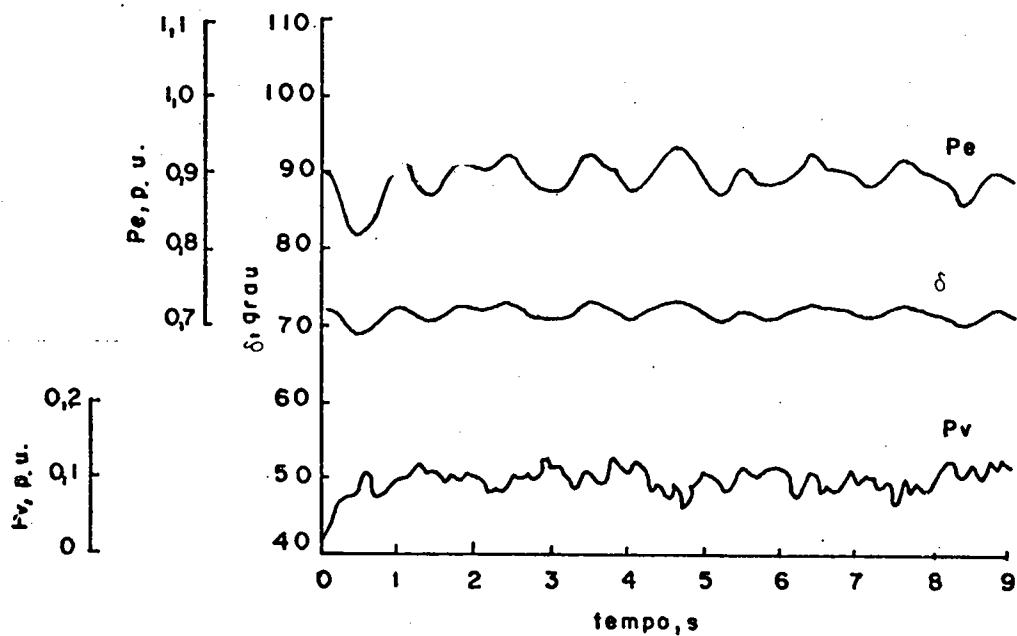
3.12.4. ψ_f e V_t

Observa-se que ψ_f permanece constante no seu valor de regime permanente $\psi_f^* = 0,82$. Em cada instante de variação na demanda de carga, inicia um transitório e o sistema retorna rapidamente para o estado de equilíbrio x^* , e somente pequenas variações

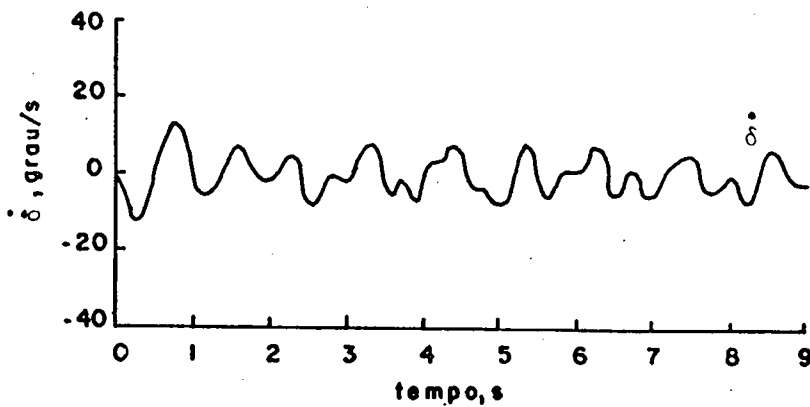
em P_m e E_{fd} são solicitadas.

Portanto, o sistema controlado por realimentação de estado, com integradores na lei de controle, apresenta um desempenho melhor que o caso do pré-filtro.

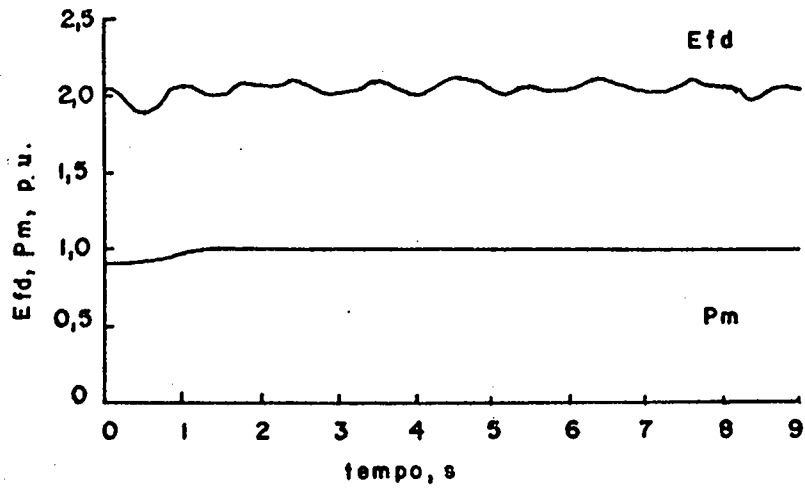
A figura 3.13 mostra a resposta do sistema para flutuações randômicas em $P_v(t)$. $P_v(t)$ é gerada como no sub-item anterior e considera-se o sistema inicialmente no estado de equilíbrio x^* .



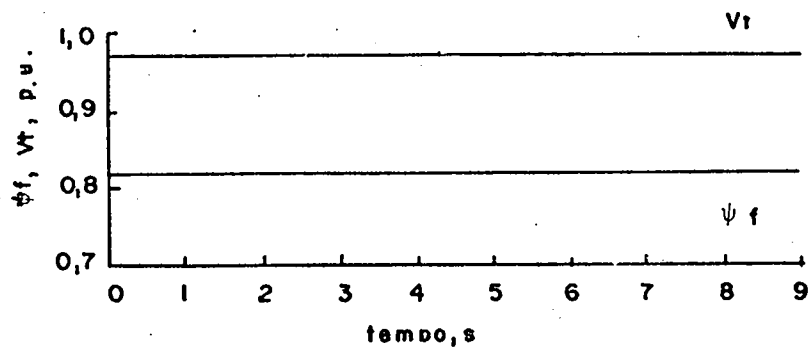
(3.13.1)



(3.13.2)



(3.13.3)



(3.13.4)

Figura 3.13. Resposta a variações estocásticas na demanda de carga.

3.13.1. δ , P_e e P_v

3.13.2. $\dot{\delta}$

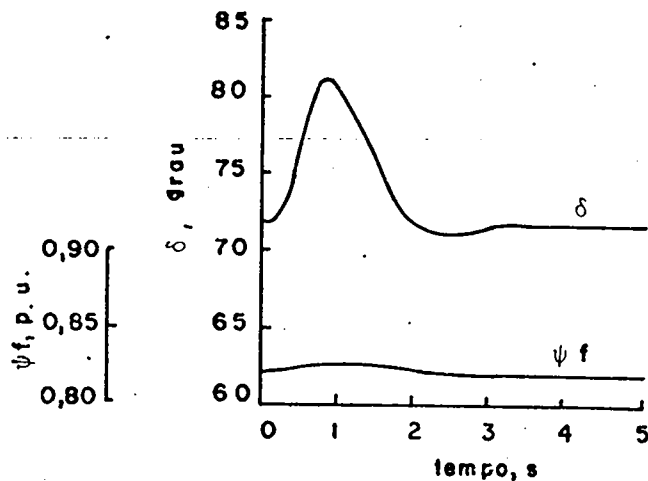
3.13.3. E_{fd} e P_m

3.13.4. ψ_f e V_t

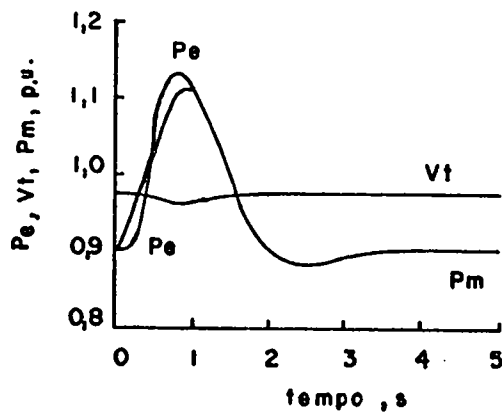
Observa-se que ψ_f permanece constante no seu valor de regime permanente $\psi_f^* = 0,82$. As variáveis δ , $\dot{\delta}$, E_{fd} , P_m , V_t e P_e variam muito pouco em torno dos valores correspondentes ao estado de equilíbrio x^* e, assim, o sistema apresenta, também, um desempenho melhor que o caso do pré-filtro.

c-) Sensibilidade paramétrica

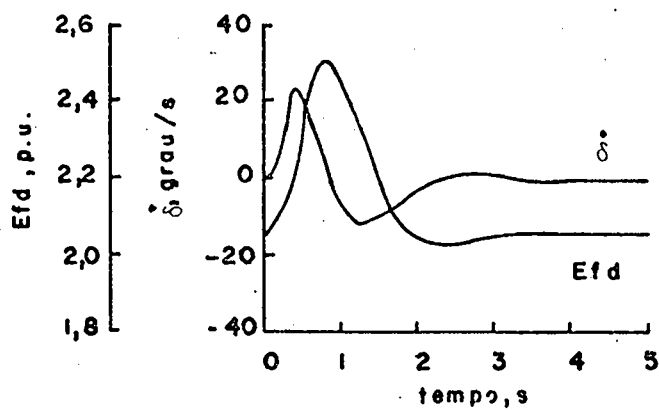
As figuras 3.14 e 3.15 mostram os resultados de simulações para incertezas de 10% na reatância da linha de transmissão x_t e de 5% na voltagem do barramento infinito V , respectivamente. Considera-se inicialmente o sistema no estado de equilíbrio x^* .



(3.14.1)



(3.14.2)



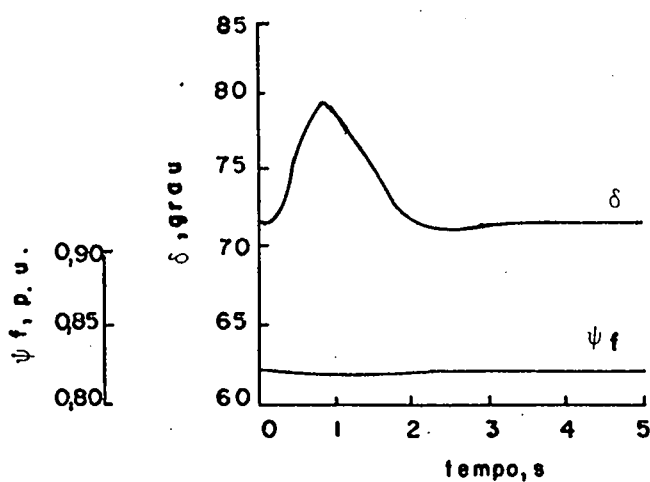
(3.14.3)

Figura 3.14. Resposta a uma incerteza de 10% em x_t .

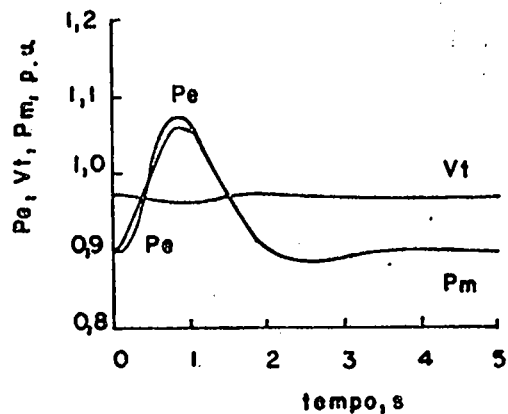
3.14.1. δ e ψ_f

3.14.2. P_m , V_t e P_e

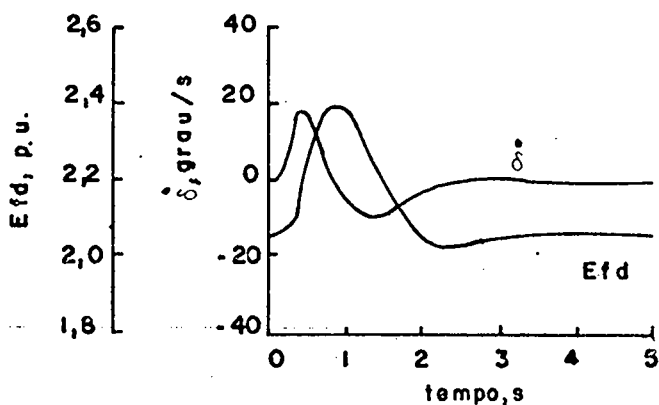
3.14.3. $\dot{\delta}$ e E_{fd}



(3.15.1)



(3.15.2)



(3.15.3)

Figura 3.15. Resposta a uma incerteza de 5% em V .

3.15.1. δ e ψ_f

3.15.2. P_m , V_t e P_e

3.15.3. $\dot{\delta}$ e E_{fd}

Observa-se que a lei de controle apresenta uma sensibilidade muito pequena ao conhecimento inexato de parâmetros do sistema. Os erros em regime permanente das variações de estado são praticamente nulos e, portanto, o desempenho do sistema controlado por realimentação de estado é superior ao desempenho do siste

ma controlado pelo pré-filtro.

3.5 - Conclusões

Neste capítulo foram aplicados os resultados para a reprodutibilidade funcional assintótica no controle de um sistema de potência máquina-barramento infinito. Foi utilizado um modelo não linear que incluiu o efeito de polos salientes no desempenho da máquina síncrona e que considerou a variação do fluxo de campo no período transitório.

As saídas controláveis escolhidas foram o ângulo rotórico δ e o fluxo de campo ψ_f , tendo em vista a grande importância destas duas variáveis no desempenho do sistema de potência. Através do controle da saída da turbina e da voltagem de campo, as saídas atingiram os valores desejáveis.

Foram obtidas expressões explícitas para as entradas de controle dadas em (3.18) e (3.19), que podem ser utilizadas conforme a disponibilidade do estado do sistema. Deve ser ressaltado que estas leis de controle poderiam levar qualquer x_0 para x^* , se as magnitudes de controle não fossem limitadas. Entretanto, devido às restrições nas magnitudes de P_m e E_{fd} , somente os estados x_0 de uma região finita podem ser levados para x^* .

Para a entrada de controle $u(t)$ dada em (3.18), foi necessária a utilização de uma função $g(t)$, $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$, que satisfizesse (3.8). Para $u(t)$ dada em (3.19), utilizou-se uma função $g(t)$ arbitrária, $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$, com a finalidade de melhorar o desempenho dinâmico do sistema, não havendo mais a necessidade de que (3.8) fosse satisfeita.

Foram utilizadas funções $g(t)$ do tipo senoidais amortecidas, polinomiais amortecidas e exponenciais amortecidas. Através de uma escolha conveniente dos parâmetros livres destas funções $g(t)$, obteve-se boas características dinâmicas no desempenho transitório do sistema. Nota-se que valores elevados de α e β implicam em uma convergência mais rápida de $\psi_f(t)$ e $\delta(t)$ para ψ_f^* e δ^* , respectivamente. Entretanto, em geral, isto requer maiores magnitudes das entradas de controle.

Foram realizadas simulações com a utilização de um pré-filtro para gerar a entrada $u(t)$ conforme (3.18), quando apenas o estado inicial era disponível. Para efeito de comparação foi, também, utilizada realimentação de estado para gerar $u(t)$ conforme (3.19), quando o estado era disponível em todo o período de controle. Neste último caso, a escolha apropriada dos parâmetros p_{ij} , prevê uma flexibilidade adicional para a obtenção de boas características dinâmicas das respostas da saída. Além disso, a função $g(t)$ pode ser escolhida arbitrariamente, desde que, $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$.

As simulações efetuadas consideraram dois casos: transferência de um estado de equilíbrio para outro estado de equilíbrio e transferência de um estado perturbado, após uma falta severa, para um estado de equilíbrio desejável. Foram analisados os efeitos de conhecimento inexato dos parâmetros do sistema e da presença de variações na demanda de carga. Para o caso do pré-filtro, foi também analisado o efeito de conhecimento inexato do estado inicial do sistema.

Tanto com a utilização do pré-filtro quanto com realimentação de estado, verificou-se que o sistema atingiu rapidamente o estado de equilíbrio desejável. As magnitudes de controle requeridas foram moderadas.

A utilização de integradores na lei de controle por realimentação de estado, tornaram muito pequenos os efeitos de incertezas no conhecimento dos parâmetros do sistema e de variações na demanda de carga.

O sistema com o pré-filtro apresentou uma sensibilidade razoável ao conhecimento inexato dos parâmetros e do estado inicial do sistema e, um desempenho pouco satisfatório na presença de variações na demanda de carga.

Para concluir este capítulo, sabe-se que existe um caminho $x^*(t, u, x_0)$, unindo x_0 a x^* , ao longo do qual o controle do sistema requer o mínimo de energia e é muito útil a escolha de $g(t)$, tal que, o sistema siga $x^*(t)$. A determinação de tal função $g(t)$ é de considerável interesse prático. Entretanto, este assunto não é tratado aqui.

C A P Í T U L O 4

APLICAÇÃO AO CONTROLE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA MULTIMÁQUINA

4.1 - Introdução

Neste capítulo, generaliza-se as leis de controle deduzidas no capítulo anterior para o caso de um sistema de potência constituído por n máquinas interligadas.

Utiliza-se um modelo não linear que considera o efeito das variações das voltagens geradas, mas, que não inclui o efeito de polos salientes explicitamente no desempenho de cada máquina síncrona.

Com o objetivo de não tornar este trabalho demasiadamente longo, é estudado, apenas, o caso em que a entrada de controle $u(t)$ é gerada através de um pré-filtro.

4.2 - Modelo do sistema

O modelo matemático de um sistema de potência constituído por n máquinas interligadas, utilizado neste trabalho, é uma generalização do modelo utilizado no capítulo anterior, mas não inclui-se o efeito de polos salientes explicitamente. Este efeito é levado em consideração na constante de amortecimento da equação de oscilação [51]. O modelo é similar ao utilizado por Kakimoto e outros [50], e encontra-se de uma forma mais detalhada no apêndice B.

Escrevendo as equações na forma vetorial, tem-se

$$\dot{x} = A(x) + B u, \quad x \in M = R^{6n} \quad (4.1)$$

onde

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad x_i = (\delta_i, \omega_i, E_i, E_{fdi}, P_{mi}, P_{gi})^T, \quad i=1, \dots, n$$

$$A(x) = \begin{bmatrix} A_1(x) \\ \vdots \\ A_n(x) \end{bmatrix}$$

$$A_i(x) = \begin{bmatrix} a_{1i} \\ a_{2i} \\ a_{3i} \\ a_{4i} \\ a_{5i} \\ a_{6i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_i \\ [-d_i \omega_i + P_{mi} - \sum_{j=1}^n Y_{ij} E_i E_j \sin(\delta_{ij} + \theta_{ij}) - P_{vi}] / M_i \\ [-E_i + E_{fdi} + (x_{di} - x'_{di}) \sum_{j=1}^n Y_{ij} E_j \cos(\delta_{ij} + \theta_{ij})] / T_{doi} \\ -E_{fdi} / T_{ei} \\ (-P_{mi} + P_{gi}) / T_{ti} \\ -P_{gi} / T_{gi} \end{bmatrix} \quad i=1, \dots, n \quad (4.2)$$

$$u = \begin{bmatrix} u_e \\ u_g \end{bmatrix}, \quad u_e = \begin{bmatrix} u_{e1} \\ \vdots \\ u_{en} \end{bmatrix}, \quad u_g = \begin{bmatrix} u_{g1} \\ \vdots \\ u_{gn} \end{bmatrix}, \quad u_e, u_g \in R^n$$

$$B = [B_1, \dots, B_{2n}] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{21} \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ B_{1n} & B_{2n} \end{bmatrix} \quad 6n \times 2n$$

$$B_{1i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & k_{ei}/T_{ei} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (6 \times n), \quad , i=1, \dots, n$$

↑
i-ésima coluna

$$B_{2i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1/T_{gi} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (6 \times n), \quad , i=1, \dots, n$$

↑
i-ésima coluna

São escolhidos os ângulos rotóricos δ_i e as voltagens geradas E_i como saídas controláveis do sistema. Da mesma forma que no capítulo anterior, nota-se que δ_i e E_i são duas variáveis importantes de cada máquina síncrona e os ângulos rotóricos δ_i têm um importante papel em análise de estabilidade de um sistema de potência. Além do mais, se as saídas δ_i e $E_i, i=1, \dots, n$, são

funções analíticas e conhecidas sobre um certo intervalo de tempo, então, esta informação é suficiente para determinar univocamente o vetor de estado completo $x(t)$ para cada t sobre este intervalo (processo de continuação analítica-apêndice A).

Seja o vetor de saída

$$y(t) = C(x) = \begin{bmatrix} E \\ \delta \end{bmatrix}, \quad y(t) \in \mathbb{R}^{2n} \quad (4.3)$$

onde

$$E = (E_1, \dots, E_n)^T, \quad E \in \mathbb{R}^n$$

$$\delta = (\delta_1, \dots, \delta_n)^T, \quad \delta \in \mathbb{R}^n$$

Observa-se que $m=l=2n$.

4.3 - Inversão do sistema

Aplicando o algoritmo de inversão descrito no capítulo 2, para o sistema (4.1)-(4,3), obtêm-se a seguinte sequência de sistemas. Considera-se $P_{vi}=0$, $i=1, \dots, n$.

$$\text{Sistema 1: } \dot{x} = A(x) + B u, \quad M_1 = \mathbb{R}^{6n} \quad (4.4)$$

$$z_1 = C_1(x) + D_1 u$$

onde

$$z_1 = \hat{z}_1 = \begin{bmatrix} E^{(1)} \\ \delta^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$C_1(x) = \hat{C}_1(x) = (a_{31}, \dots, a_{3n}; \omega_1, \dots, \omega_n)^T$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0_{(n \times n)} & 0_{(n \times n)} \\ 0_{(n \times n)} & 0_{(n \times n)} \end{bmatrix}$$

e

$$R_0(x) = R_0 = I_{(2n \times 2n)} \text{ (matriz identidade de ordem } 2n)$$

$$r_1 = 0$$

$$K_1(x) = K_1 = J_1 = I_{(2n \times 2n)}$$

$$\text{Sistema 2: } \dot{x} = A(x) + B u, \quad M_2 = R^{6n}$$

$$z_2 = C_2(x) + D_2 u \quad (4.5)$$

onde

$$z_2 = \begin{bmatrix} \bar{z}_2 \\ \hat{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E^{(2)} \\ \delta^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$C_2(x) = \begin{bmatrix} \bar{C}_2(x) \\ \hat{C}_2(x) \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_2(x) = [\bar{c}_{21}(x), \dots, \bar{c}_{2n}(x)]^T$$

$$\bar{c}_{2i}(x) = \{-a_{3i} + a_{4i} + (x_{di} - x'_{di}) \sum_{j=1}^n Y_{ij} [a_{3j} \cos(\delta_{ij} + \theta_{ij}) - \\ - E_j (a_{1i} - a_{1j}) \sin(\delta_{ij} + \theta_{ij})]\} / T'_{doi}, \quad i=1, \dots, n$$

$$\hat{C}_2(x) = [a_{21}(x), \dots, a_{2n}(x)]^T$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} L_{(n \times n)} & 0_{(n \times n)} \\ 0_{(n \times n)} & 0_{(n \times n)} \end{bmatrix}$$

$$L = \text{diagonal } (l_{ii}) \stackrel{\Delta}{=} \text{diagonal } (k_{ei} / (T_{ei} T'_{doi}))$$

e

$$R_1(x) = R_1 = I_{(2n \times 2n)}$$

$$r_2 = n$$

$$K_2(x) = K_2 = \begin{bmatrix} H_2 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_{(n \times n)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{(n \times n)} \end{bmatrix}$$

onde 0 representa uma matriz nula $n \times n$.

$$\text{Sistema 3: } \dot{x} = A(x) + B u, \quad M_3 = R^{6n}$$

$$z_3 = C_3(x) + D_3 u \quad (4.6)$$

onde

$$z_3 = \begin{bmatrix} \bar{z}_3 \\ \hat{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E^{(2)} \\ \delta^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$C_3(x) = \begin{bmatrix} \bar{c}_3(x) \\ \hat{c}_3(x) \end{bmatrix}$$

$$\bar{c}_3(x) = \bar{c}_2(x)$$

$$\hat{c}_3(x) = (\hat{c}_{31}(x), \dots, \hat{c}_{3n}(x))^T$$

$$\hat{c}_{3i}(x) = M_i^{-1} \left\{ -d_i a_{2i} + a_{5i} - \sum_{j=1}^n Y_{ij} [(a_{3i} E_j + E_i a_{3j}) \right.$$

$$\left. \sin(\delta_{ij} + \theta_{ij}) + E_i E_j (a_{1i} - a_{1j}) \cos(\delta_{ij} + \theta_{ij}) \right\}, i=1, \dots, n$$

$$D_3 = D_2$$

e

$$R_2(x) = R_2 = I_{(2nx \times 2n)}$$

$$r_3 = n$$

$$K_3(x) = K_3 = \begin{bmatrix} H_3 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_{(nxn)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{(nxn)} \end{bmatrix}$$

Sistema 4: $\dot{x} = A(x) + B u$, $M_4 = R^{6n}$ (4.7)

$$z_4 = C_4(x) + D_4(x) u$$

onde

$$z_4 = \bar{z}_4 = \begin{bmatrix} E^{(2)} \\ \delta^{(4)} \end{bmatrix}$$

$$C_4(x) = \bar{C}_4(x) = \begin{bmatrix} \bar{C}_2(x) \\ \tilde{C}_4(x) \end{bmatrix}$$

$$\tilde{C}_4(x) = (\tilde{c}_{41}(x), \dots, \tilde{c}_{4n}(x))^T$$

$$\begin{aligned} \tilde{c}_{4i}(x) = M_i^{-1} \{ & -d_i \tilde{c}_{3i} + T_{ti}^{-1} (-a_{5i} + a_{6i}) - \sum_{j=1}^n Y_{ij} \{ [\bar{C}_{2i} E_j + \\ & + 2a_{3i} a_{3j} + E_i \bar{C}_{2j} - E_i E_j (a_{1i} - a_{1j})^2] \text{sen}(\delta_{ij} + \theta_{ij}) + \\ & + [2(a_{3i} E_j + E_i a_{3j}) (a_{1i} - a_{1j}) + E_i E_j (a_{2i} - a_{2j})] \cdot \\ & \cdot \text{cos}(\delta_{ij} + \theta_{ij}) \} \}, i=1, \dots, n \end{aligned}$$

$$D_4(x) = \begin{bmatrix} L & 0_{(nxn)} \\ M & N \end{bmatrix}$$

$$N = \text{diagonal} (n_{ii}) \triangleq \text{diagonal} (1/(M_i^T t_i^T g_i), i=1, \dots, n)$$

$$M = (m_{ij}), i, j=1, \dots, n$$

$$m_{ii} = -k_{ei} [Y_{ii} E_i \sin \theta_{ii} + \sum_{j=1}^n Y_{ij} E_j \sin(\delta_{ij} + \theta_{ij})] / (M_i^T d_{oi}^T e_i),$$

$$i=1, \dots, n$$

$$m_{ij} = -k_{ej} Y_{ij} E_i \sin(\delta_{ij} + \theta_{ij}) / (M_i^T d_{oj}^T e_j), i, j=1, \dots, n, i \neq j$$

e

$$R_3(x) = R_3 = I_{(2n \times 2n)}$$

$$r_4 = 2_n = l$$

$$K_4(x) = K_4 = H_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_{(n \times n)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{(n \times n)} \end{bmatrix}$$

De acordo com o algoritmo de inversão, tem-se a ordem de rastreamento $\beta=4$ e pode-se verificar facilmente que $B_i A^j R_k(\cdot) \equiv 0$ em $M = R^{6n}$ para todo $0 \leq k \leq 2$, $0 \leq j \leq 2-k$ e $i=1, \dots, 2n$. Portanto, o sistema de potência multimáquina é inversível para todo $x_0 \in M_4 = R^{6n}$. Segue que, qualquer função vetorial analítica $f(t)$ pode aparecer como uma saída do sistema de potência, desde que, para um dado estado inicial x_0 , a condição (2.8) seja satisfeita.

Do sistema 4 tem-se ainda

$$D_4^*(x) = D_4^{-1}(x) = \begin{bmatrix} L^{-1} & 0_{(n \times n)} \\ -N^{-1} M L^{-1} & N^{-1} \end{bmatrix}$$

onde $L^{-1} = \text{diagonal}(\ell_{ii}^{-1})$, $N^{-1} = \text{diagonal}(n_{ii}^{-1})$ e $N^{-1}ML^{-1} =$
 $= (n_{ii}^{-1}m_{ij}\ell_{jj}^{-1}), i, j=1, \dots, n.$

4.4 - Aplicação do método 1 para a reprodutibilidade de funcional assintótica

Seja x_0 o estado do sistema de potência multimáquina correspondente ao estado após uma falta severa e que deseja-se levar o sistema para o estado de equilíbrio x^* . Sejam E^* e δ^* os valores das voltagens geradas e dos ângulos rotóricos correspondentes ao estado x^* . Define-se $f(t) = (E^{*T}, \delta^{*T})^T$. Da mesma forma que no capítulo anterior, pode ser facilmente verificado que $f(t)$ não satisfaz a condição (2.8) e, portanto, torna-se necessária a utilização de uma função $g(t)$ para garantir a reprodutibilidade funcional assintótica de $f(t)$.

Considerando que apenas o estado inicial x_0 do sistema de potência é disponível, torna-se necessária a utilização de um pré-filtro para gerar o controle requisitado. Então, para o rastreamento assintótico de $f(t)$, pode-se escolher qualquer função vetorial analítica $g(t)$, desde que, a condição (2.11) seja satisfeita e $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$. Serão utilizadas funções vetoriais $g(t)$ com as formas dadas em (2.9), (2.13) e (2.14). Nota-se que $s_i = 2$ para $i=1, \dots, n$ e $s_i = 4$ para $i=n+1, \dots, 2n$.

Seja

$$g(t) = \begin{bmatrix} g_1(t) \\ g_2(t) \end{bmatrix}, \quad g_1(t) \text{ e } g_2(t) \in \mathbb{R}^n.$$

Define-se o vetor do sinal de referência como

$$f(t)+g(t) = \begin{bmatrix} E^* + g_1(t) \\ \delta^* + g_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_r(t) \\ \delta_r(t) \end{bmatrix}$$

Desde que as hipóteses do Teorema (2.3) sejam satisfeitas, então, existe um controle, tal que a saída do sistema (4.1)-(4.3) converge assintoticamente para $f(t)$ se (2.11) é verdadeira. Para a determinação dos parâmetros da função $g(t)$, utiliza-se as equações (4.3), (4.4), (4.5) e (4.6) e escreve-se (2.11) na forma vetorial.

Assim,

$$\begin{bmatrix} E_r(0) \\ \delta_r(0) \\ \text{---} \\ E_r^{(1)}(0) \\ \delta_r^{(1)}(0) \\ \text{---} \\ \delta_r^{(2)}(0) \\ \text{---} \\ \delta_r^{(3)}(0) \end{bmatrix} = C_1(x_0) \begin{bmatrix} E(0) \\ \delta(0) \\ \text{---} \\ \hat{C}_2(x_0) \\ \text{---} \\ \hat{C}_3(x_0) \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

Nas simulações efetuadas são utilizadas funções $g(t)$ com as formas dadas abaixo.

1º caso: Seja $g(t)$ da forma dada em (2.9), assim

$$g_1(t) = \begin{bmatrix} e^{-\alpha_1 t} (k_{101} + k_{111}t) \\ \vdots \\ e^{-\alpha_n t} (k_{10n} + k_{11n}t) \end{bmatrix}$$

(4.9)

$$g_2(t) = \begin{bmatrix} e^{-\beta_1 t} (k_{201} + k_{211}t + k_{221}t^2 + k_{231}t^3) \\ \vdots \\ e^{-\beta_n t} (k_{20n} + k_{21n}t + k_{22n}t^2 + k_{23n}t^3) \end{bmatrix}$$

onde $\alpha_i > 0$ e $\beta_i > 0$, $i=1, \dots, n$.

Utilizando (4.8) obtém-se, para $i=1, \dots, n$,

$$k_{10i} = E_i(0) - E_i^*$$

$$k_{11i} = a_{3i}(x_0) + \alpha_i k_{10i}$$

$$k_{20i} = \delta_i(0) - \delta_i^*$$

(4.10)

$$k_{21i} = \omega_i(0) + \beta_i k_{20i}$$

$$k_{22i} = 0,5(a_{2i}(x_0) - \beta_i k_{20i} + 2\beta_i k_{21i})$$

$$k_{23i} = (\tilde{c}_{3i}(x_0) + \beta_i k_{20i} - 3\beta_i k_{21i} + 6\beta_i k_{22i})/6$$

2º caso: Seja $g(t)$ da forma dada em (2.13), assim

$$g_1(t) = \begin{bmatrix} e^{-\alpha_1 t} (k_{111} \text{sen} \lambda_{11} t + k_{121} \text{cos} \lambda_{11} t) \\ \vdots \\ e^{-\alpha_n t} (k_{11n} \text{sen} \lambda_{1n} t + k_{12n} \text{cos} \lambda_{1n} t) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$g_2(t) = \begin{bmatrix} e^{-\beta_1 t} (k_{211} \text{sen} \lambda_{21} t + k_{221} \text{cos} \lambda_{21} t + k_{231} \text{sen} \lambda_{31} t + k_{241} \text{cos} \lambda_{31} t) \\ \vdots \\ e^{-\beta_n t} (k_{21n} \text{sen} \lambda_{2n} t + k_{22n} \text{cos} \lambda_{2n} t + k_{23n} \text{sen} \lambda_{3n} t + k_{24n} \text{cos} \lambda_{3n} t) \end{bmatrix}$$

Onde $\alpha_i > 0$ e $\beta_i > 0$, $i=1, \dots, n$.

Utilizando (4.8) obtêm-se, para $i=1, \dots, n$,

$$\begin{aligned} k_{11i} &= [a_{3i}(x_0) + \alpha_i (E_i(0) - E_i^*)] / \lambda_{1i} \\ k_{12i} &= E_i(0) - E_i^* \\ k_{21i} &= [\hat{c}_{3i}(x_0) + 3\beta_i a_{2i}(x_0) + (3\beta_i^2 + \lambda_{3i}^2) \omega_i(0) + \beta_i (\beta_i^2 + \lambda_{3i}^2) (\delta_i(0) - \delta_i^*)] / [\lambda_{2i} (\lambda_{3i}^2 - \lambda_{2i}^2)] \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$k_{22i} = [a_{2i}(x_0) + 2\beta_i \omega_i(0) + (\beta_i^2 + \lambda_{3i}^2) (\delta_i(0) - \delta_i^*)] / (\lambda_{3i}^2 - \lambda_{2i}^2)$$

$$k_{23i} = [\omega_i(0) + \beta_i (\delta_i(0) - \delta_i^*) - k_{21i} \lambda_{2i}] / \lambda_{3i}$$

$$k_{24i} = \delta_i(0) - \delta_i^* - k_{22i}$$

onde $\lambda_{2i} \neq \lambda_{3i}$ e $\lambda_{1i}, \lambda_{2i}, \lambda_{3i} \neq 0$.

3º caso: Seja $g(t)$ da forma dada em (2.14), assim

$$g_1(t) = \begin{bmatrix} e^{-\alpha_1 t} (k_{111} e^{-\lambda_{111} t} + k_{121} e^{-\lambda_{121} t}) \\ \vdots \\ e^{-\alpha_n t} (k_{11n} e^{-\lambda_{11n} t} + k_{12n} e^{-\lambda_{12n} t}) \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$g_2(t) = \begin{bmatrix} e^{-\beta_1 t} (k_{211} e^{-\lambda_{211} t} + k_{221} e^{-\lambda_{221} t} + k_{231} e^{-\lambda_{231} t} + k_{241} e^{-\lambda_{241} t}) \\ \vdots \\ e^{-\beta_n t} (k_{21n} e^{-\lambda_{21n} t} + k_{22n} e^{-\lambda_{22n} t} + k_{23n} e^{-\lambda_{23n} t} + k_{24n} e^{-\lambda_{24n} t}) \end{bmatrix}$$

onde $\alpha_i > 0$ e $\beta_i > 0$, para $i=1, \dots, n$.

Utilizando (4.8) obtém-se, para $i=1, \dots, n$,

$$k_{12i} = k'_{12i} / (\lambda_{12i} - \lambda_{11i})$$

$$k_{11i} = k'_{11i} - k_{12i}$$

onde

$$k'_{11i} = E_i(0) - E_i^*$$

(4.14)

$$k'_{12i} = -a_{3i}(x_0) - (\alpha_i + \lambda_{11i}) k'_{11i}$$

e

$$k_{24i} = k_{24i}' / [(\lambda_{24i} - \lambda_{21i})(\lambda_{24i} - \lambda_{22i})(\lambda_{24i} - \lambda_{23i})]$$

$$k_{23i} = [k_{23i}' - (\lambda_{24i} - \lambda_{21i})(\lambda_{24i} - \lambda_{22i})k_{24i}] / [(\lambda_{23i} - \lambda_{21i})(\lambda_{23i} - \lambda_{22i})]$$

$$k_{22i} = [k_{22i}' - (\lambda_{23i} - \lambda_{21i})k_{23i} - (\lambda_{24i} - \lambda_{21i})k_{24i}] / (\lambda_{22i} - \lambda_{21i})$$

$$k_{21i} = k_{21i}' - k_{22i} - k_{23i} - k_{24i}$$

onde

$$k_{21i}' = \delta_i(0) - \delta_i^*$$

$$k_{22i}' = \omega_i(0) - (\beta_i + \lambda_{21i})k_{21i}'$$

$$k_{23i}' = a_{2i}(x_0) - (\beta_i + \lambda_{21i})^2 k_{21i}' - (2\beta_i + \lambda_{21i} + \lambda_{22i})k_{22i}'$$

$$k_{24i}' = -\tilde{c}_{3i}(x_0) - (\beta_i + \lambda_{21i})^3 k_{21i}' - [3\beta_i(\beta_i + \lambda_{21i} + \lambda_{22i}) + \lambda_{21i}\lambda_{22i} + \lambda_{21i}^2 + \lambda_{22i}^2]k_{22i}' - (3\beta_i + \lambda_{21i} + \lambda_{22i} + \lambda_{23i})k_{23i}'$$

e

$$\lambda_{11i} \neq \lambda_{12i}'$$

$$\lambda_{21i} \neq \lambda_{22i} \neq \lambda_{23i} \neq \lambda_{24i}'$$

$$\lambda_{11i}, \lambda_{12i}', \lambda_{21i}, \lambda_{22i}, \lambda_{23i}, \lambda_{24i}' > 0.$$

Para gerar $g(t)$ conforme as equações (4.9), (4.11) e (4.13), utiliza-se um pré-filtro (sistema inverso à direita) de acordo com (2.12). Então, o pré-filtro assume a seguinte forma

$$\dot{\hat{x}}(t) = \hat{A}(\hat{x}) + B D_4^{-1}(\hat{x}) = \begin{bmatrix} E_r^{(2)}(t) \\ \delta_r^{(4)}(t) \end{bmatrix}, \quad \hat{x}(0) = x_0 \in M_4 = R^{6n} \quad (4.15)$$

$$\hat{y}(t) = \hat{C}(\hat{x}) + D_4^{-1}(\hat{x}) \begin{bmatrix} E_r^{(2)}(t) \\ \delta_r^{(4)}(t) \end{bmatrix}$$

Desde que $\hat{C}(\hat{x}) = -D_4^{-1}(\hat{x})C_4(\hat{x})$, obtêm-se

$$u(t) = \hat{y}(t) = -D_4^{-1}(\hat{x})C_4(\hat{x}) + D_4^{-1}(\hat{x}) \begin{bmatrix} E_r^{(2)}(t) \\ \delta_r^{(4)}(t) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

e, decompondo $u(t)$, fica-se com a seguinte lei de controle

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_e(t) \\ u_g(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L^{-1}(-\bar{C}_2(\hat{x}) + E_r^{(2)}(t)) \\ -N^{-1}ML^{-1}(-\bar{C}_2(\hat{x}) + E_r^{(2)}(t)) + N^{-1}(-\tilde{C}_4(\hat{x}) + \delta_r^{(4)}(t)) \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

onde $u_1(t)$ e $u_2(t) \in \mathbb{R}^n$.

Sejam $E_{ri}(t)$ e $\delta_{ri}(t)$ os i -ésimos elementos de $E_r(t)$ e $\delta_r(t)$, respectivamente. Então, os sinais de controle atuando na excitação de campo e na governadora, obtidos a partir de (4.17), são

$$u_{ei} = (l_{ii})^{-1}(-\bar{c}_{2i}(\hat{x}) + E_{ri}^{(2)}(t)), i=1, \dots, n \quad (4.18)$$

$$u_{gi} = -\sum_{j=1}^n [n_{ii}^{-1} m_{ij} l_{jj}^{-1}(-\bar{c}_{2j}(\hat{x}) + E_{rj}^{(2)}(t))] + n_{ii}^{-1}(-\tilde{c}_{4i}(\hat{x}) + \delta_{ri}^{(4)}(t)), i=1, \dots, n.$$

Portanto, a trajetória do sistema (4.1)-(4.3) iniciando em x_0 , $x(t, u, x_0)$, converge assintoticamente para o estado de equilíbrio x^* quando $t \rightarrow \infty$.

Da mesma forma que para o caso de um sistema de potência máquina-barramento infinito, é obtida uma expressão explícita para a entrada de controle.

Para as simulações é utilizado o sistema de potência, constituído por 3 máquinas interligadas, dado em [51].

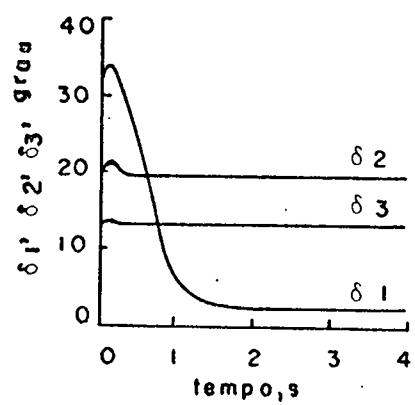
Supõe-se que ocorre uma falta próxima à primeira máquina e que, inicialmente, as duas outras máquinas não sejam afetadas.

Seja o estado de equilíbrio desejável

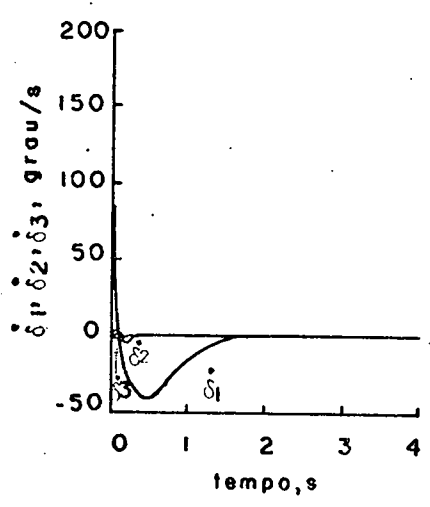
$x^* = (2,27^{\circ}; 0; 1,06; 1,08; 0,72; 0,72; 19,73^{\circ}; 0; 1,05; 1,32; 1,63; 1,63; 13,18^{\circ}; 0; 1,02; 1,04; 0,85; 0,85)^T$ correspondente a $P_{e1}^* = 0,72$, $P_{e2}^* = 1,63$ e $P_{e3}^* = 0,85$ e que a falta perturba $\delta_1(0)$, $\omega_1(0)$ e $E_1(0)$. Seja $x(0) = (25^{\circ}; 200^{\circ}/s; 0,85; 1,08; 0,72; 0,72; 19,73^{\circ}; 0; 1,05; 1,32; 1,63; 1,63; 13,18^{\circ}; 0; 1,02; 1,04; 0,85; 0,85)^T$.

Deseja-se transferir $x(0)$ para x^* . Os parâmetros livres das funções $g(t)$ dadas em (4.9), (4.11) e (4.13), devem ser escolhidos adequadamente para a obtenção de boas respostas da saída.

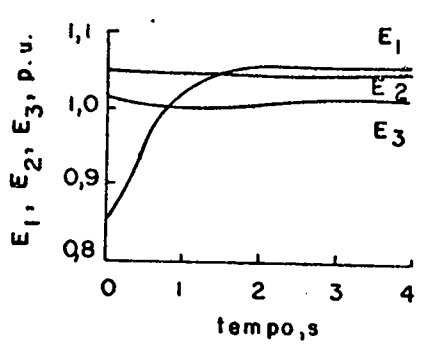
Para $g(t)$ dada em (4.9), são utilizados os seguintes valores para os parâmetros livres: $\alpha_1 = 3,0$, $\alpha_2 = 1,0$, $\alpha_3 = 1,0$, $\beta_1 = 6,4$, $\beta_2 = 15,0$ e $\beta_3 = 35,0$. A figura 4.1 apresenta a resposta do sistema.



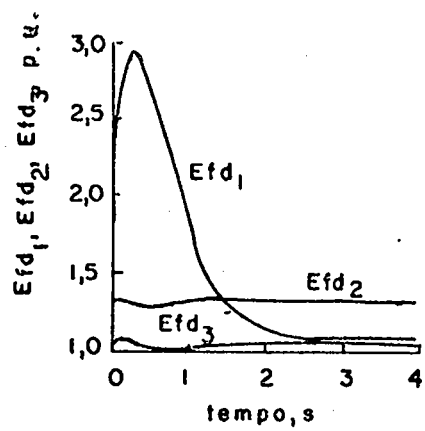
(4.1.1)



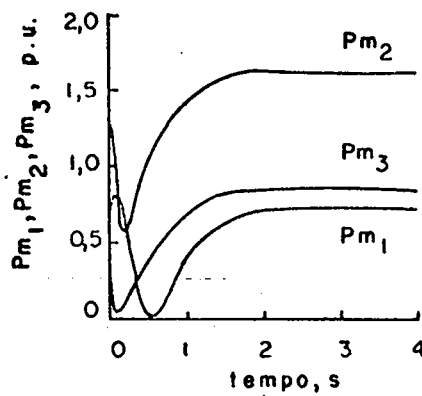
(4.1.2)



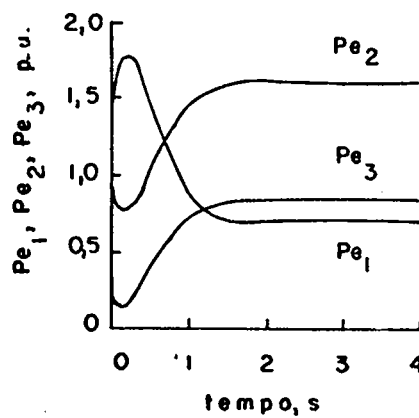
(4.1.3)



(4.1.4)



(4.1.5)



(4.1.6)

Figura 4.1. Resposta a uma perturbação no estado inicial-g(t) da forma dada em (4.9).

4.1.1. δ_1, δ_2 e δ_3

4.1.2. $\dot{\delta}_1, \dot{\delta}_2$ e $\dot{\delta}_3$

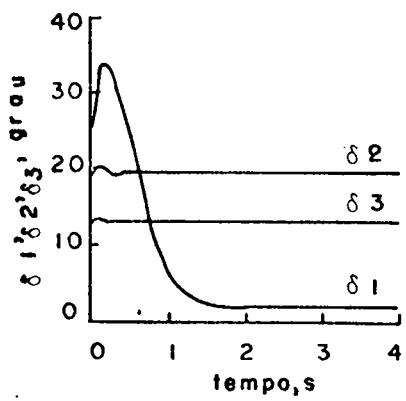
4.1.3. E_1, E_2 e E_3

4.1.4. E_{fd1}, E_{fd2} e E_{fd3}

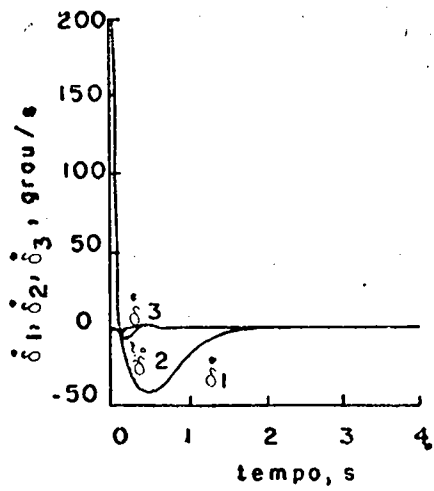
4.1.5. P_{m1}, P_{m2} e P_{m3}

4.1.6. P_{e1}, P_{e2} e P_{e3}

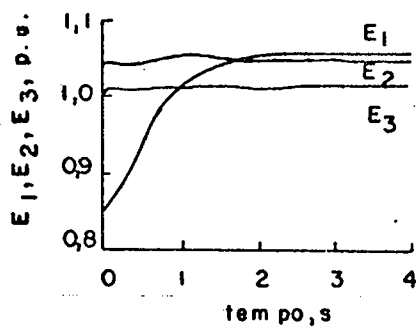
A figura 4.2 apresenta a resposta do sistema com a utilização de g(t) da forma dada em (4.11). São utilizados os seguintes valores para os parâmetros livres: $\alpha_1=3,0, \alpha_2=1,0, \alpha_3=1,0, \beta_1=6,4, \beta_2=15,0, \beta_3=35,0, \lambda_{11}=0,1, \lambda_{12}=4,0, \lambda_{13}=4,0, \lambda_{21}=0,3, \lambda_{22}=7,0, \lambda_{23}=7,0, \lambda_{31}=0,4, \lambda_{32}=13,0$ e $\lambda_{33}=13,0$.



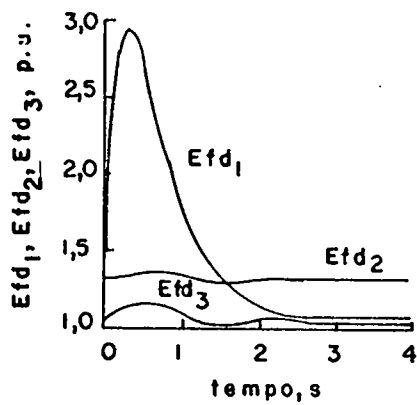
(4.2.1)



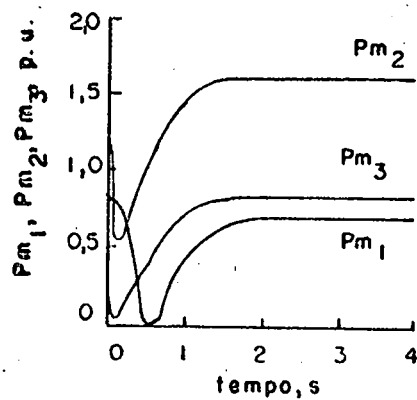
(4.2.2)



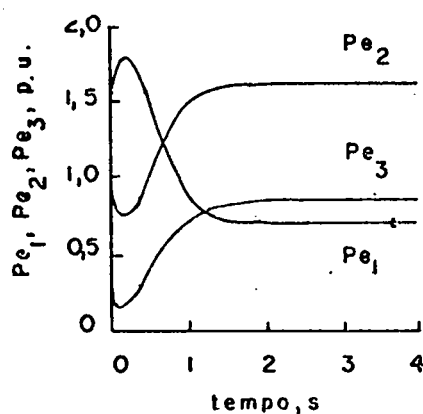
(4.2.3)



(4.2.4)



(4.2.5)



(4.2.6)

Figura 4.2. Resposta a uma perturbação no estado inicial- $g(t)$ da forma dada em (4.11).

4.2.1. δ_1 , δ_2 e δ_3

4.2.2. $\dot{\delta}_1$, $\dot{\delta}_2$ e $\dot{\delta}_3$

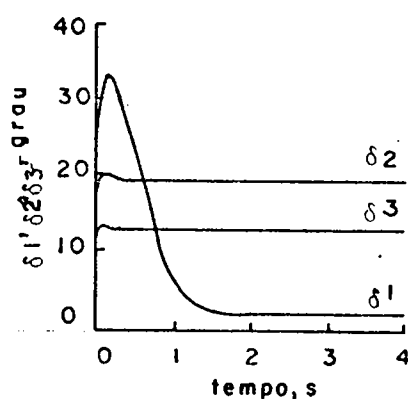
4.2.3. E_1 , E_2 e E_3

4.2.4. E_{fd1} , E_{fd2} e E_{fd3}

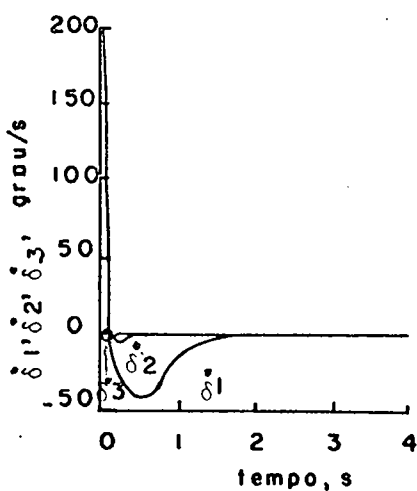
4.2.5. P_{m1} , P_{m2} e P_{m3}

4.2.6. P_{e1} , P_{e2} e P_{e3}

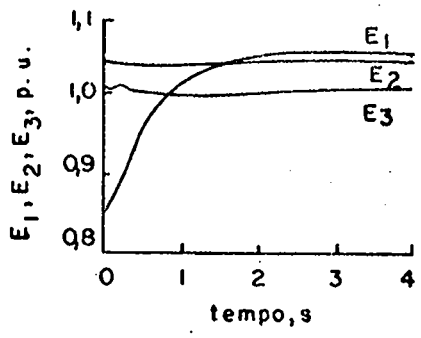
Na figura 4.3 encontra-se a resposta do sistema com a utilização de $g(t)$ da forma dada em (4.13). São utilizados os seguintes valores para os parâmetros livres: $\alpha_1=3,0$, $\alpha_2=1,0$, $\alpha_3=1,0$, $\beta_1=6,4$, $\beta_2=15,0$, $\beta_3=35,0$, $\lambda_{111}=0,05$, $\lambda_{112}=0,1$, $\lambda_{113}=0,1$, $\lambda_{121}=0,07$, $\lambda_{122}=0,2$, $\lambda_{123}=0,2$, $\lambda_{211}=0,05$, $\lambda_{212}=0,1$, $\lambda_{213}=0,1$, $\lambda_{221}=0,07$, $\lambda_{222}=0,2$, $\lambda_{223}=0,2$, $\lambda_{231}=0,09$, $\lambda_{232}=0,3$, $\lambda_{233}=0,3$, $\lambda_{241}=0,11$, $\lambda_{242}=0,4$ e $\lambda_{243}=0,4$.



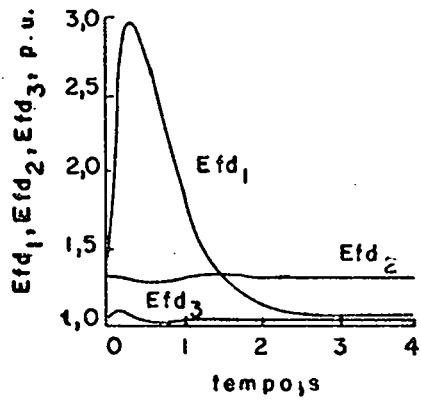
(4.3.1)



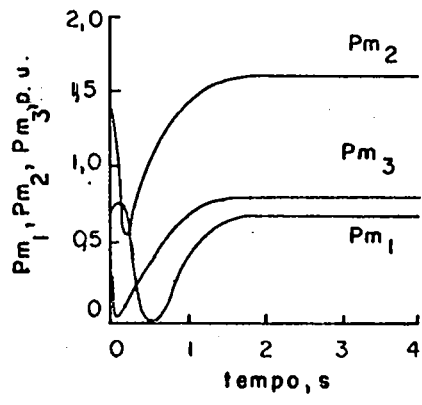
(4.3.2)



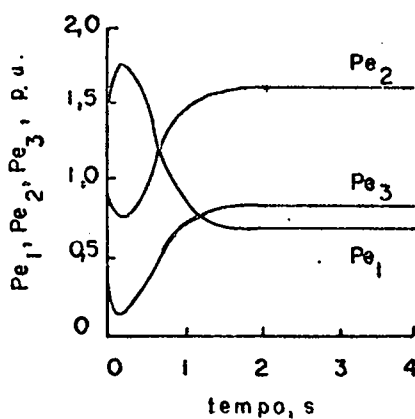
(4.3.3)



(4.3.4)



(4.3.5)



(4.3.6)

Figura 4.3. Resposta a uma perturbação no estado inicial- $g(t)$ da forma dada em (4.13).

4.3.1. δ_1 , δ_2 e δ_3

4.3.2. $\dot{\delta}_1$, $\dot{\delta}_2$ e $\dot{\delta}_3$

4.3.3. E_1 , E_2 e E_3

4.3.4. E_{fd1} , E_{fd2} e E_{fd3}

4.3.5. P_{m1} , P_{m2} e P_{m3}

4.3.6. P_{e1} , P_{e2} e P_{e3}

Através da observação das figuras 4.1, 4.2 e 4.3, pode-se concluir que:

- as variáveis de estado δ , ω e E da 1ª máquina retornam rapidamente aos seus valores de equilíbrio, enquanto as respectivas variáveis de estado da 2ª e 3ª máquinas permanecem praticamente inalteradas em seus valores de equilíbrio. Assim, consegue-se isolar a falta ocorrida na 1ª máquina das outras máquinas.

- são obtidas respostas bem amortecidas para δ , ω e E da 1ª máquina.
- as magnitudes de controle requisitadas são moderadas nas simulações efetuadas.
- cada máquina controla seu próprio ângulo rotórico e sua própria voltagem gerada.

De uma forma análoga ao capítulo anterior, pode-se realizar uma análise do efeito de conhecimento inexato dos parâmetros e do estado inicial do sistema, além do efeito de variações nas demandas de carga.

4.5 - Conclusões

Neste capítulo generalizou-se a aplicação dos resultados para a reprodutibilidade funcional assintótica, em um sistema de potência constituído por n máquinas interligadas, no caso em que apenas o estado inicial $x(0)$ do sistema era disponível. Conclusões semelhantes àsquelas obtidas no capítulo anterior, para o caso de um sistema de potência máquina-barramento infinito, podem ser imediatamente estendidas.

Deve-se salientar que cada máquina controlou seu próprio ângulo rotórico e sua própria voltagem gerada, através do controle da saída da turbina e da voltagem de campo.

Foram realizadas simulações para um sistema de potência com 3 máquinas interligadas, submetido a uma falta próxima à primeira máquina. Verificou-se que o sistema rapidamente atingiu o estado de equilíbrio desejável, partindo do estado perturba



do $x(0)$, e que as magnitudes de controle requisitadas foram moderadas. Além disso, conseguiu-se que as variáveis de estado δ , ω e E da 2ª e 3ª máquinas, permanecessem aproximadamente constantes em seus valores de equilíbrio e, assim, aproximadamente isolou-se a falta ocorrida na 1ª máquina das outras máquinas.

O estudo de faltas que afetem severamente várias máquinas de um sistema de potência interligado, assim como, a generalização da estrutura de controle por realimentação de estado, quando o estado $x(t)$ é conhecido em todo o período de controle, são importantes problemas e são deixados como perspectivas para futuros trabalhos. A análise da influência de ruídos, como variações nas demandas de carga, e da influência de conhecimento inexato dos parâmetros e do estado inicial do sistema, podem ser desenvolvidos de forma análoga ao capítulo anterior.

Para finalizar, sabe-se que para a síntese das leis de controle, precisa-se do valor de $x(0)$, quando o pré-filtro é usado, e do estado $x(t)$ durante todo o período de controle, quando utiliza-se realimentação de estado. Portanto, a determinação do estado com o mínimo possível de medições, e/ou a minimização dos dados medidos enviados de uma área para outra, para permitir a síntese dos controladores, são problemas de considerável interesse prático.

CAPÍTULO 5

APLICAÇÃO AO CONTROLE ORIENTACIONAL DE SATÉLITES

5.1 - Introdução

Neste capítulo, apresenta-se a aplicação dos resultados para a reprodutibilidade funcional assintótica no controle orientacional de um satélite contendo três rotores simétricos em uma órbita circular. É utilizado um modelo não linear bastante complexo, e o controle orientacional é desenvolvido para os três ângulos de orientação (α , β e γ) simultaneamente. Isto é obtido através do controle dos momentos aplicados pelos rotores ao satélite.

Utiliza-se realimentação de estado na síntese da lei de controle, tendo em vista a relativa facilidade para a obtenção das variáveis de estado durante todo o período de controle.

São efetuadas várias simulações para a transferência de estados arbitrários para um estado de equilíbrio desejável.

5.2 - Modelo do sistema

O modelo matemático de um satélite contendo três rotores simétricos em uma órbita circular, utilizado neste traba-

lho, é similar ao usado por Anchev [54], e encontra-se de uma forma mais detalhada no apêndice B. Meirovitch [57] apresenta um estudo bastante abrangente sobre este modelo.

Escrevendo as equações na forma vetorial, tem-se

$$\dot{x} = A(x) + B u, \quad x \in M = \mathbb{R}^{12} - \{x \in \mathbb{R}^{12} \mid \beta = (2k+1)\pi/2, k=0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \quad (5.1)$$

onde

$$x = (\alpha, \beta, \gamma, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3)^T$$

$$A(x) = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12})^T$$

$$a_1 = (\omega_2 \cos \gamma - \omega_3 \sin \gamma) / \cos \beta - \omega_0$$

$$a_2 = \omega_2 \sin \gamma + \omega_3 \cos \gamma$$

$$a_3 = \omega_1 - \tan \beta (\omega_2 \cos \gamma - \omega_3 \sin \gamma)$$

$$a_4 = \{ [3\omega_0^2 (\cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma) (\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) - \omega_2 \omega_3] \cdot$$

$$\cdot (I_3 - I_2) + J_2 \dot{\phi}_2 \omega_3 - J_3 \dot{\phi}_3 \omega_2 + T_{d1} \} / (I_1 - J_1)$$

$$a_5 = \{ [3\omega_0^2 (-\sin \alpha \cos \beta) (\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) - \omega_1 \omega_3] (I_1 - I_3) + J_3 \dot{\phi}_3 \omega_1 -$$

$$- J_1 \dot{\phi}_1 \omega_3 + T_{d2} \} / (I_2 - J_2)$$

$$a_6 = \{ [3\omega_0^2 (-\sin \alpha \cos \beta) (\cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma) - \omega_1 \omega_2] (I_2 - I_1) + J_1 \dot{\phi}_1 \omega_2 -$$

$$- J_2 \dot{\phi}_2 \omega_1 + T_{d3} \} / (I_3 - J_3)$$

$$a_7 = \dot{\phi}_1$$

$$a_8 = \dot{\phi}_2$$

$$a_9 = \dot{\phi}_3$$

$$a_{10} = -a_4$$

$$a_{11} = -a_5$$

$$a_{12} = -a_6$$

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}, \quad u \in R^3 \quad (5.2)$$

$$B = [B_1 \ B_2 \ B_3] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1/(J_1 - I_1) & 0 & 0 \\ 0 & 1/(J_2 - I_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1/(J_3 - I_3) \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ I_1/[J_1(I_1 - J_1)] & 0 & 0 \\ 0 & I_2/[J_2(I_2 - J_2)] & 0 \\ 0 & 0 & I_3/[J_3(I_3 - J_3)] \end{bmatrix}$$

São escolhidos os três ângulos de orientação α , β e γ como saídas controláveis do satélite. Nota-se que α , β e γ são 3 variáveis importantes do satélite e que determinam univocamente a orientação do satélite em cada instante. Além do mais, se as saídas α , β e γ são funções analíticas e conhecidas sobre um certo intervalo de tempo, então, esta informação é suficiente para determinar univocamente o vetor de estado $x(t)$ (exceto os ângulos ϕ_i , $i = 1, 2, 3$, que não são importantes no controle orientacional) para cada t sobre este intervalo (processo de continuação analítica-apêndice A).

Seja o vetor de saída

$$y(t) = C(x) = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}, \quad y(t) \in \mathbb{R}^3 \quad (5.3)$$

Observa-se que $m=l=3$

5.3 - Inversão do sistema

Aplicando o algoritmo de inversão descrito no capítulo anterior para o sistema (5.1)-(5.3), obtêm-se a seguinte sequência de sistemas. Considera-se $T_{d1}=T_{d2}=T_{d3}=0$.

Sistema 1:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x) + B u, \quad M_1 = M \\ z_1 &= C_1(x) + D_1 u \end{aligned} \quad (5.4)$$

onde

$$z_1 = \hat{z}_1 = \begin{bmatrix} (1) \\ \alpha \\ (1) \\ \beta \\ (1) \\ \gamma \end{bmatrix}$$

$$C_1(x) = \hat{C}_1(x) = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_0(x) = R_0 = I_{(3 \times 3)} \text{ (matriz identidade de ordem 3)}$$

$$r_1 = 0$$

$$K_1(x) = K_1 = J_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sistema 2:

$$\dot{x} = A(x) + B u, \quad M_2 = M_1 = M \quad (5.5)$$

$$z_2 = C_2(x) + D_2(x) u$$

onde

$$z_2 = \bar{z}_2 = \begin{bmatrix} \alpha^{(2)} \\ \beta^{(2)} \\ \gamma^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$C_2(x) = \bar{C}_2(x) = \begin{bmatrix} \bar{c}_{21}(x) \\ \bar{c}_{22}(x) \\ \bar{c}_{23}(x) \end{bmatrix}$$

$$\bar{c}_{21}(x) = \{ \cos \gamma [a_2 \omega_2 \operatorname{sen} \beta + (a_5 - a_3 \omega_3) \cos \beta] - \operatorname{sen} \gamma [a_2 \omega_3 \operatorname{sen} \beta + (a_6 + a_3 \omega_2) \cos \beta] \} / \cos^2 \beta$$

$$\bar{c}_{22}(x) = \cos \gamma (a_6 + a_3 \omega_2) + \operatorname{sen} \gamma (a_5 - a_3 \omega_3)$$

$$\bar{c}_{23}(x) = a_4 - (\omega_2 \cos \gamma - \omega_3 \operatorname{sen} \gamma) a_2 / \cos^2 \beta + \operatorname{tg} \beta [\cos \gamma (-a_5 + a_3 \omega_3) + \operatorname{sen} \gamma (a_6 + a_3 \omega_2)]$$

$$D_2(x) = \begin{bmatrix} 0 & \cos\gamma / [\cos\beta (J_2 - I_2)] & -\sin\gamma / [\cos\beta (J_3 - I_3)] \\ 0 & \sin\gamma / (J_2 - I_2) & \cos\gamma / (J_3 - I_3) \\ 1/(J_1 - I_1) & -\operatorname{tg}\beta \cos\gamma / (J_2 - I_2) & \operatorname{tg}\beta \sin\gamma / (J_3 - I_3) \end{bmatrix}$$

e

$$R_1(x) = R_1 = I_{(3 \times 3)}$$

$$r_2 = 3 = \ell$$

$$K_2(x) = K_2 = H_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De acordo com o algoritmo de inversão, tem-se a ordem de rastreamento $\beta=2$, e pode-se verificar facilmente que $B_i A^j R_k(\cdot) \equiv 0$ em $M = R^{12} - \{x \in R^{12} \mid \beta = (2k+1)\pi/2, k=0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ para $k=0$, $j=0$ e $i=1, 2, 3$. Portanto, o sistema é inversível para todo $x_0 \in M_2 = M$. Segue que, qualquer função vetorial analítica $f(t)$ pode aparecer como uma saída do satélite, desde que, para um dado estado inicial x_0 , a condição (2.8) seja satisfeita.

Do sistema 2 tem-se ainda

$$D_2^*(x) = D_2^{-1}(x) = \begin{bmatrix} \sin\beta (J_1 - I_1) & 0 & J_1 - I_1 \\ \cos\beta \cos\gamma (J_2 - I_2) & \sin\gamma (J_2 - I_2) & 0 \\ -\cos\beta \sin\gamma (J_3 - I_3) & \cos\gamma (J_3 - I_3) & 0 \end{bmatrix}$$

5.4 - Aplicação do método 2 para a reprodutibilidade funcional assintótica

Sejam x_0 e x^* os estados do satélite correspondentes a uma orientação arbitrária qualquer e a uma orientação de equilíbrio desejável, respectivamente. Deseja-se levar o satélite de x_0 para x^* . Sejam α^* , β^* e γ^* os ângulos de orientação correspondentes ao estado de equilíbrio x^* . Define-se $f(t) = (\alpha^*, \beta^*, \gamma^*)^T$. Pode ser facilmente verificado que $f(t)$ não satisfaz a condição (2.8). Considerando que o estado do sistema é disponível durante todo o período de controle, utiliza-se realimentação de estado para garantir a reprodutibilidade funcional assintótica de $f(t)$. Desde que a condição (2.18) é satisfeita, pode-se utilizar a equação (2.19) e, com a introdução de integradores, a equação (2.21), para gerar a entrada de controle $u(t)$.

Como foi visto no capítulo 2, a utilização de uma função vetorial analítica conveniente $g(t)$, com $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$, tem a finalidade de melhorar o desempenho transitório das respostas da saída do satélite. Portanto, não há mais a necessidade de que a condição (2.11) seja satisfeita, para garantir a reprodutibilidade funcional assintótica de $f(t)$. Desde que o desempenho do sistema com a utilização de $g(t) = 0$, nas simulações efetuadas, é considerado bom, define-se o vetor do sinal de referência como sendo, simplesmente

$$\begin{bmatrix} \alpha_r(t) \\ \beta_r(t) \\ \gamma_r(t) \end{bmatrix} = f(t) = \begin{bmatrix} \alpha^* \\ \beta^* \\ \gamma^* \end{bmatrix}$$

Utilizando as equações (2.21) e (2.22), obtêm-se para $u(t)$ a seguinte expressão

$$u(t) = D_2^{-1}(x) \begin{bmatrix} -\bar{c}_{21}(x) + \alpha_r^{(2)} + p_{12}(\alpha_r^{(1)} - \alpha^{(1)}) + p_{11}(\alpha_r - \alpha) + v_1 \\ -\bar{c}_{22}(x) + \beta_r^{(2)} + p_{22}(\beta_r^{(1)} - \beta^{(1)}) + p_{21}(\beta_r - \beta) + v_2 \\ -\bar{c}_{23}(x) + \gamma_r^{(2)} + p_{32}(\gamma_r^{(1)} - \gamma^{(1)}) + p_{31}(\gamma_r - \gamma) + v_3 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

e

$$\begin{aligned} v_1^{(1)} &= p_{10}(\alpha_r - \alpha) \\ v_2^{(1)} &= p_{20}(\beta_r - \beta) \\ v_3^{(1)} &= p_{30}(\gamma_r - \gamma). \end{aligned} \quad (5.7)$$

Substituindo $u(t)$ dada em (5.6) no β -ésimo sistema (5.5), obtêm-se

$$\begin{bmatrix} \alpha^{(2)} \\ \beta^{(2)} \\ \gamma^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_r^{(2)} + p_{12}(\alpha_r^{(1)} - \alpha^{(1)}) + p_{11}(\alpha_r - \alpha) + v_1 \\ \beta_r^{(2)} + p_{22}(\beta_r^{(1)} - \beta^{(1)}) + p_{21}(\beta_r - \beta) + v_2 \\ \gamma_r^{(2)} + p_{32}(\gamma_r^{(1)} - \gamma^{(1)}) + p_{31}(\gamma_r - \gamma) + v_3 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Diferenciando a equação (5.8) e substituindo $v_1^{(1)}$, $v_2^{(1)}$ e $v_3^{(1)}$ por (5.7), obtêm-se

$$\begin{aligned}
(\alpha_r^{(3)} - \alpha^{(3)}) + p_{12}(\alpha_r^{(2)} - \alpha^{(2)}) + p_{11}(\alpha_r^{(1)} - \alpha^{(1)}) + p_{10}(\alpha_r - \alpha) &= 0 \\
(\beta_r^{(3)} - \beta^{(3)}) + p_{22}(\beta_r^{(2)} - \beta^{(2)}) + p_{21}(\beta_r^{(1)} - \beta^{(1)}) + p_{20}(\beta_r - \beta) &= 0 \\
(\gamma_r^{(3)} - \gamma^{(3)}) + p_{32}(\gamma_r^{(2)} - \gamma^{(2)}) + p_{31}(\gamma_r^{(1)} - \gamma^{(1)}) + p_{30}(\gamma_r - \gamma) &= 0
\end{aligned} \tag{5.9}$$

As equações (5.9) podem ser escritas da seguinte forma, onde utiliza-se o operador $D = \frac{d}{dt}$,

$$\begin{aligned}
(D^3 + p_{12}D^2 + p_{11}D + p_{10})(\alpha_r - \alpha) &= 0 \\
(D^3 + p_{22}D^2 + p_{21}D + p_{20})(\beta_r - \beta) &= 0 \\
(D^3 + p_{32}D^2 + p_{31}D + p_{30})(\gamma_r - \gamma) &= 0
\end{aligned} \tag{5.10}$$

Os parâmetros p_{ij} , $i=1,2,3$ e $j=0,1,2$ devem ser determinados, tal que as três equações de (5.10) sejam estáveis. Escreve-se (5.10) da seguinte forma,

$$\begin{aligned}
(D + \lambda_1)(D^2 + 2\xi_1\omega_{n1}D + \omega_{n1}^2)(\alpha_r - \alpha) &= 0 \\
(D + \lambda_2)(D^2 + 2\xi_2\omega_{n2}D + \omega_{n2}^2)(\beta_r - \beta) &= 0 \\
(D + \lambda_3)(D^2 + 2\xi_3\omega_{n3}D + \omega_{n3}^2)(\gamma_r - \gamma) &= 0
\end{aligned} \tag{5.11}$$

O engenheiro de controle está mais familiarizado com a representação da equação característica de um sistema da forma dada em (5.11). Portanto, para a determinação dos parâmetros p_{ij} de (5.10), compara-se (5.10) com (5.11), e obtêm-se

$$\begin{aligned}
p_{10} &= \lambda_1 \omega_{n1}^2 \\
p_{11} &= \omega_{n1}^2 + 2\lambda_1 \xi_1 \omega_{n1} \\
p_{12} &= \lambda_1 + 2\xi_1 \omega_{n1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{20} &= \lambda_2 \omega_2^2 \\
p_{21} &= \omega_2^2 + 2\lambda_2 \xi_2 \omega_2 \\
p_{22} &= \lambda_2 + 2\xi_2 \omega_2 \\
p_{30} &= \lambda_3 \omega_3^2 \\
p_{31} &= \omega_3^2 + 2\lambda_3 \xi_3 \omega_3 \\
p_{32} &= \lambda_3 + 2\xi_3 \omega_3
\end{aligned} \tag{5.12}$$

Os parâmetros de (5.11) devem ser escolhidos adequadamente para a obtenção de respostas desejáveis para α, β e γ .

A trajetória do sistema (5.1)-(5.3), $x(t, u, x_0)$, iniciando em x_0 e com $u(t)$ dada em (5.6), converge assintoticamente para o estado de equilíbrio x^* quando $t \rightarrow \infty$. Observa-se que é obtida uma expressão explícita para a entrada de controle.

Com a utilização de $u(t)$ da forma dada em (5.6), onde são introduzidos integradores na lei de controle, observa-se um bom desempenho do sistema na presença de torques de distúrbio e quando existem incertezas no conhecimento dos parâmetros do satélite.

Considera-se o estado de equilíbrio x^* como o estado correspondente à orientação dada por $\alpha = \beta = \gamma = 0$, na qual os eixos principais de inércia estão ao longo dos eixos do sistema de referência ξ [5.4]. Então, $x^* = (0; 0; 0; 0; \omega_0; 0; k_{\phi_1}; k_{\phi_2}; k_{\phi_3}; 0; 0; 0)$, onde $k_{\phi_1}; k_{\phi_2}; k_{\phi_3}$ são constantes correspondentes às posições angulares dos rotores.

Deve ser ressaltado que, no desenvolvimento deste modelo para o satélite, apareceu a restrição $x \in M = R^{12} - \{x \in R^{12} \mid \beta = (2k+1)\pi/2, k=0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$. Conforme [57], podem ser utilizados

outros desenvolvimentos para a modelagem do satélite, onde não aparece a restrição acima citada, mas surgem outras restrições.

São considerados vários casos de mudança de orientação do satélite e, para cada caso, são realizadas várias simulações, correspondentes a diferentes tempos de convergência para o estado x^* . É considerado como tempo de convergência, t_{conv} , o tempo necessário para que cada ângulo permaneça entre $\pm 2\%$ do intervalo de variação em torno do seu valor de equilíbrio.

Os parâmetros $\lambda_i, \xi_i, \omega_{ni}, i=1,2,3$, são escolhidos da seguinte forma.

Para os casos a.1, b.1, c.1, d.1.1 e d.2.1:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0,01 \text{ s}^{-1}$$

$$\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0,7$$

$$\omega_{n1} = \omega_{n2} = \omega_{n3} = 0,004 \text{ rad/s}$$

Para os casos a.2, b.2, c.2, d.1.2 e d.2.2:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0,01 \text{ s}^{-1}$$

$$\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0,7$$

$$\omega_{n1} = \omega_{n2} = \omega_{n3} = 0,002 \text{ rad/s}$$

Para os casos a.3, b.3, c.3, d.1.3 e d.2.3:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0,01 \text{ s}^{-1}$$

$$\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0,7$$

$$\omega_{n1} = \omega_{n2} = \omega_{n3} = 0,001 \text{ rad/s}$$

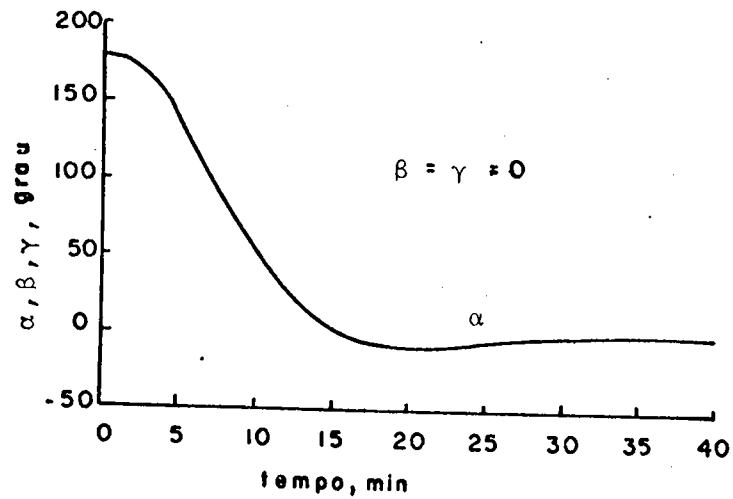
a-) Transição em torno da normal ao plano de órbita

Considera-se x_0 como o estado correspondente à orientação de equilíbrio dada por $\alpha=180^\circ$ e $\beta=\gamma=0$. A tabela

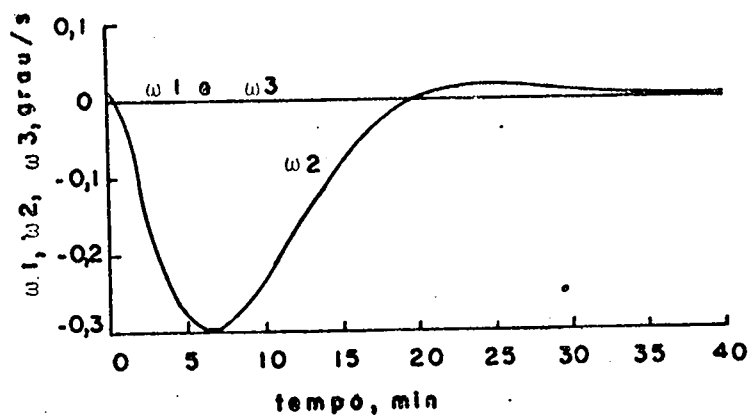
5.1 mostra os resultados obtidos para a transferência de x_0 para x^* e a figura 5.1 apresenta o caso a.1.

CASO	t_{CONV} para α	$ u_1 $ MÁX	$ u_2 $ MÁX	$ u_3 $ MÁX
a.1	27 min	0	$20,1 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	0
a.2	52 min	0	$6,6 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	0
a.3	102 min	0	$2,0 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	0

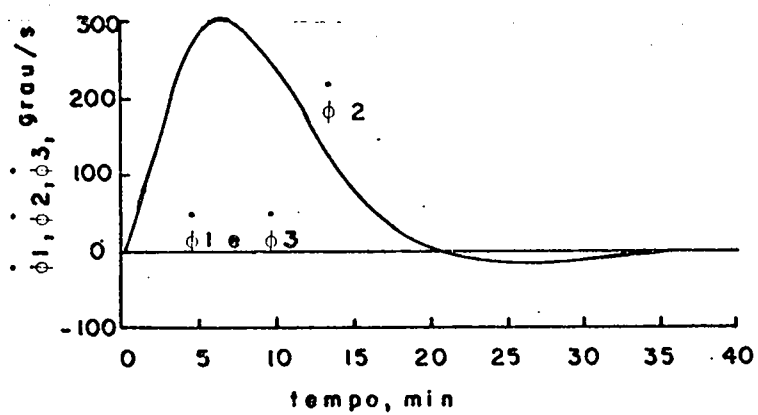
Tabela 5.1. Transição em torno da normal ao plano de órbita.



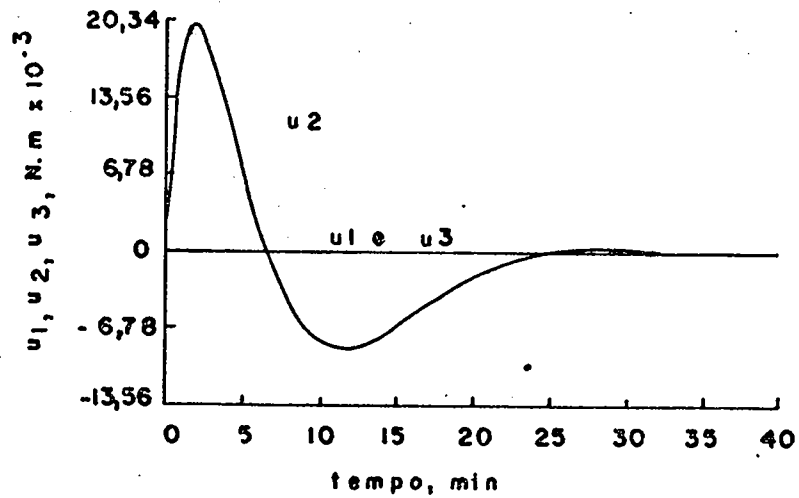
(5.1.1)



(5.1.2)



(5.1.3)



(5.1.4)

Figura 5.1. Transição em torno da normal ao plano de órbita - caso a.1.

5.1.1. α, β e γ

5.1.2. ω_1, ω_2 e ω_3

5.1.3. $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2$ e $\dot{\phi}_3$

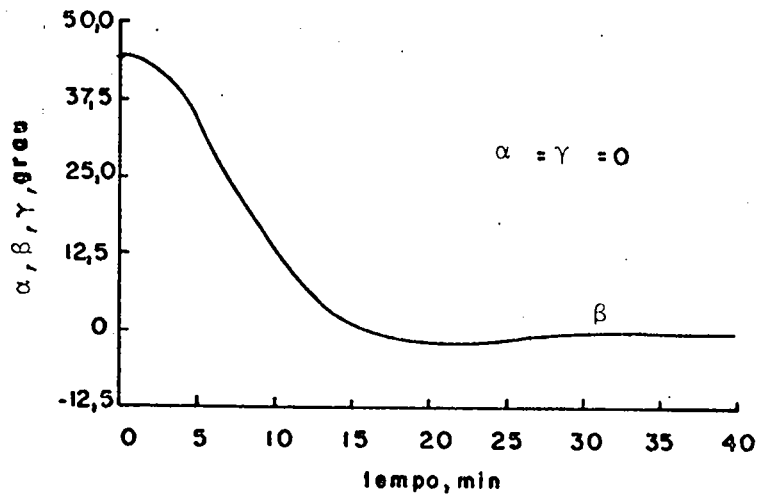
5.1.4. u_1, u_2 e u_3

b-) Transição em torno do vetor radial local

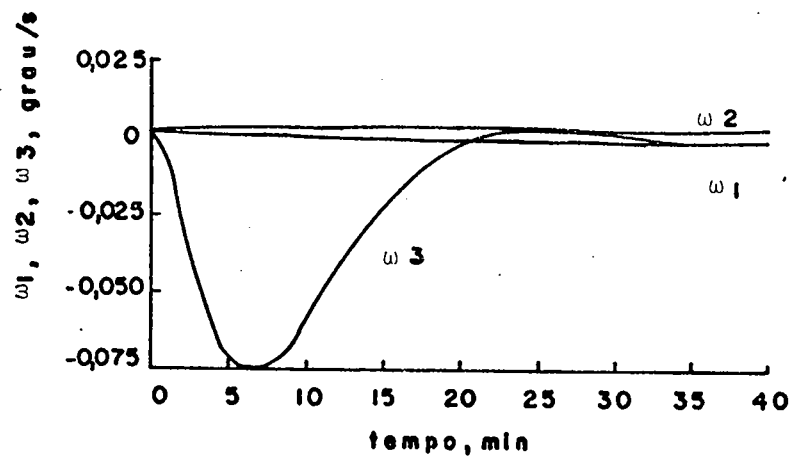
Considera-se x_0 como o estado correspondente à orientação de equilíbrio dada por $\beta=45^\circ$ e $\alpha=\gamma=0$. A tabela 5.2 mostra os resultados obtidos para a transferência de x_0 para x^* e a figura 5.2 apresenta o caso b.1.

CASO	t_{CONV} para β	$ u_1 _{\text{MÁX}}$	$ u_2 _{\text{MÁX}}$	$ u_3 _{\text{MÁX}}$
b.1	27 min	$13,6 \times 10^{-7} \text{ N.m}$	$13,6 \times 10^{-7} \text{ N.m}$	$40,8 \times 10^{-5} \text{ N.m}$
b.2	52 min	$< 13,6 \times 10^{-7} \text{ N.m}$	$< 13,6 \times 10^{-7} \text{ N.m}$	$18,0 \times 10^{-5} \text{ N.m}$
b.3	102 min	$< 13,6 \times 10^{-7} \text{ N.m}$	$< 13,6 \times 10^{-7} \text{ N.m}$	$5,4 \times 10^{-5} \text{ N.m}$

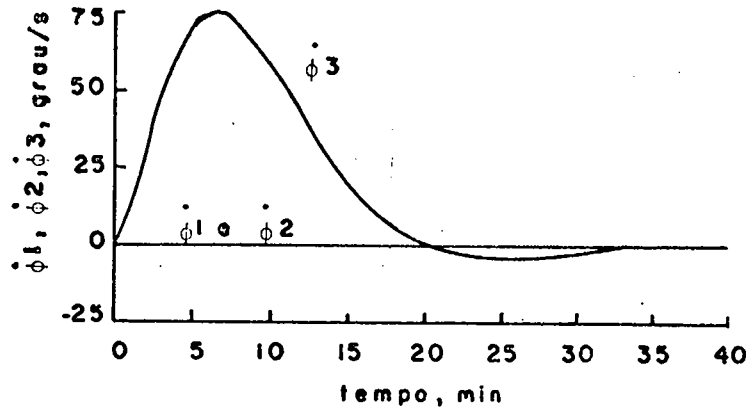
Tabela 5.2. Transição em torno do vetor radial local.



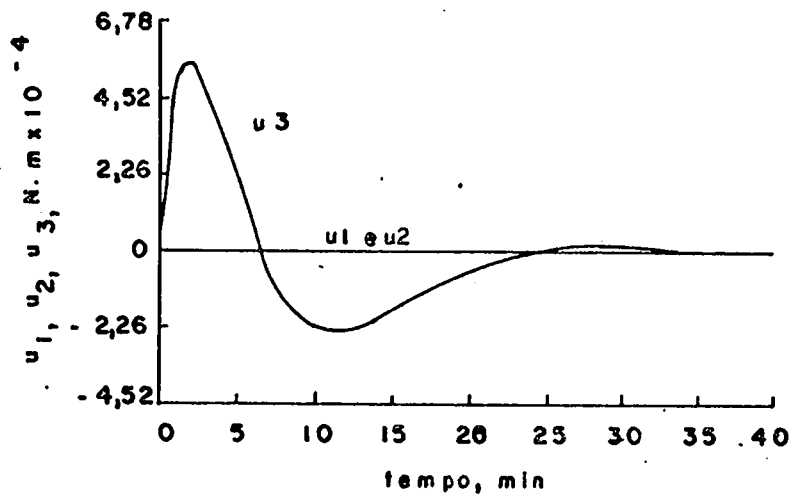
(5.2.1)



(5.2.2)



(5.2.3)



(5.2.4)

Figura 5.2. Transição em torno do vetor radial local - caso b.1.

5.2.1. α, β e γ

5.2.2. ω_1, ω_2 e ω_3

5.2.3. $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2$ e $\dot{\phi}_3$

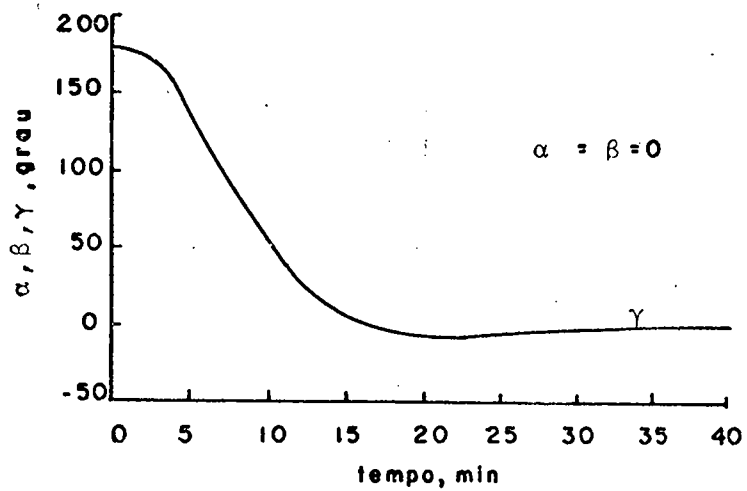
5.2.4. u_1, u_2 e u_3

c-) Transição em torno da tangente à órbita

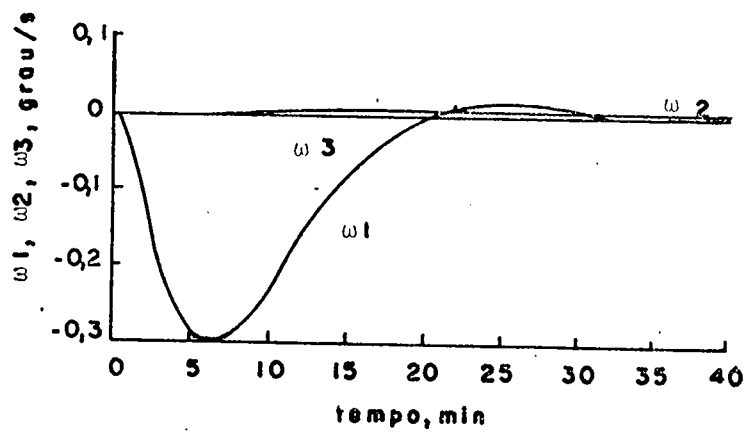
Considera-se x_0 como o estado correspondente à orientação de equilíbrio dada por $\gamma=180^\circ$ e $\alpha=\beta=0$. A tabela 5.3 mostra os resultados obtidos para a transferência de x_0 para x^* e a figura 5.3 apresenta o caso c.1.

CASO	t_{CONV} para γ	$ u_1 _{\text{MÁX}}$	$ u_2 _{\text{MÁX}}$	$ u_3 _{\text{MÁX}}$
c.1	27 min	$19,8 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	$< 13,6 \times 10^{-7} \text{ N.m}$	$2,2 \times 10^{-4} \text{ N.m}$
c.2	52 min	$6,5 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	$< 13,6 \times 10^{-7} \text{ N.m}$	$1,2 \times 10^{-4} \text{ N.m}$
c.3	102 min	$2 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	$< 13,6 \times 10^{-7} \text{ N.m}$	$0,6 \times 10^{-4} \text{ N.m}$

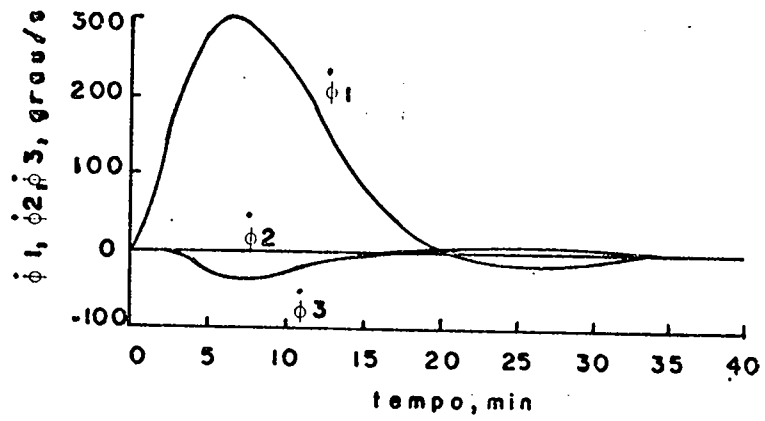
Tabela 5.3. Transição em torno da tangente à órbita.



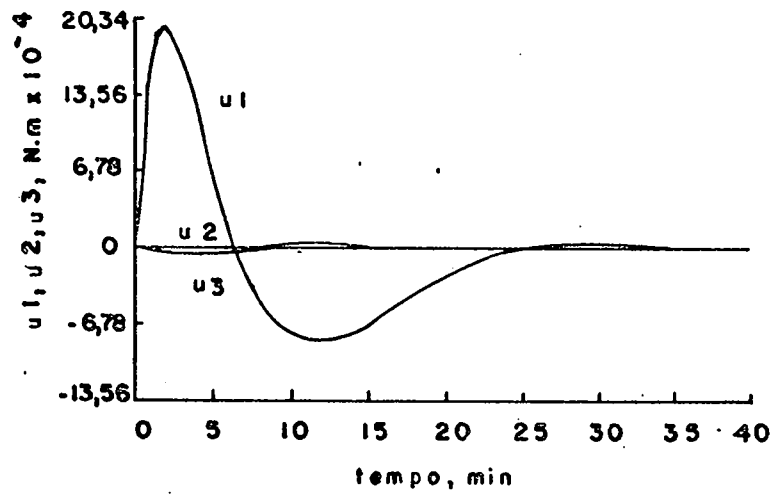
(5.3.1)



(5.3.2)



(5.3.3)



(5.3.4)

Figura 5.3. Transição em torno da tangente à órbita
-caso c.1.

5.3.1. α , β e γ

5.3.2. ω_1 , ω_2 e ω_3

5.3.3. $\dot{\phi}_1$, $\dot{\phi}_2$ e $\dot{\phi}_3$

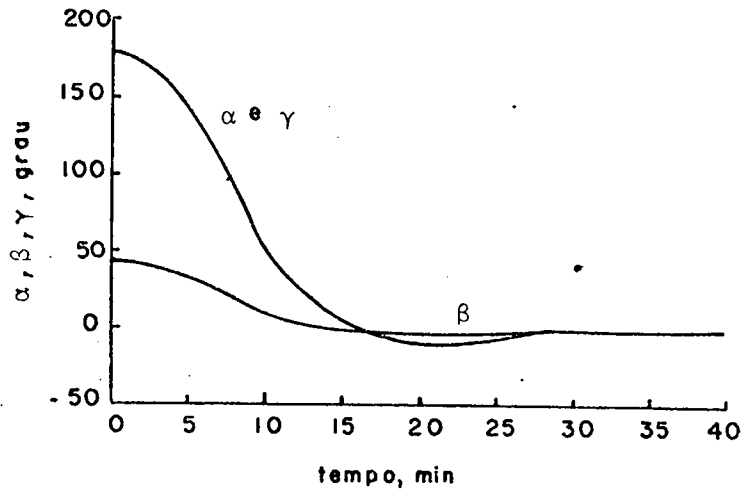
5.3.4. u_1 , u_2 e u_3

d-) Transição em torno da normal ao plano de órbita, em torno do vetor radial local e em torno da tangente à órbita simultaneamente.

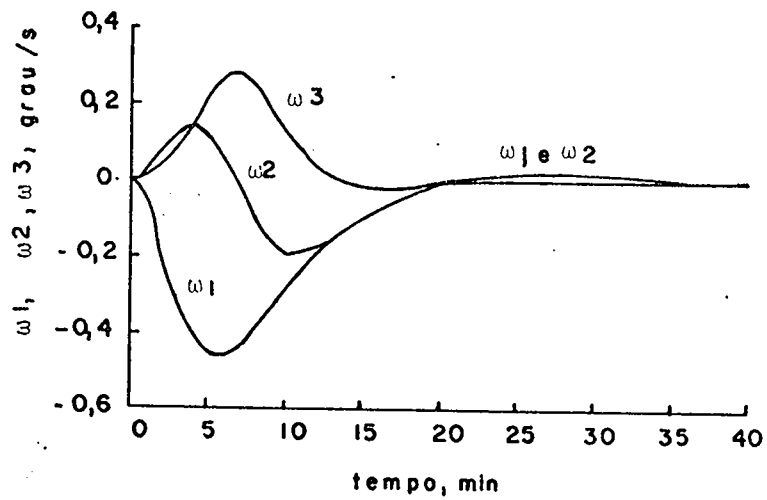
d.1) Considera-se x_0 como o estado correspondente à orientação de equilíbrio dada por $\alpha=180^\circ$, $\beta=45^\circ$ e $\gamma=180^\circ$. A tabela 5.4 mostra os resultados obtidos para a transferência de x_0 para x^* e a figura 5.4 apresenta o caso d.1.1.

CASO	t_{CONV} para α, β e γ	$ u_1 _{\text{MÁX}}$	$ u_2 _{\text{MÁX}}$	$ u_3 _{\text{MÁX}}$
d.1.1	27 min	$32,9 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	$22,3 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	$2,2 \times 10^{-3} \text{ N.m}$
d.1.2	52 min	$10,8 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	$6,3 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	$0,7 \times 10^{-3} \text{ N.m}$
d.1.3	102 min	$3,3 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	$1,6 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	$0,2 \times 10^{-3} \text{ N.m}$

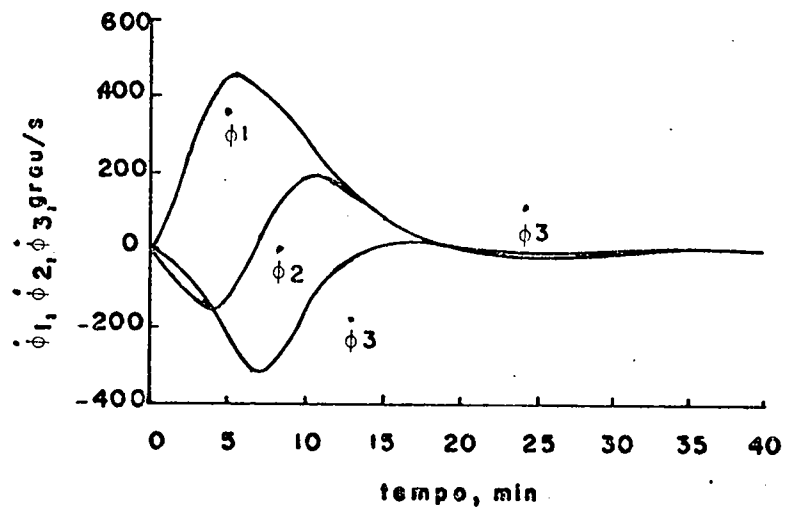
Tabela 5.4. Transição em torno da normal ao plano de órbita, em torno do vetor radial local e em torno da tangente à órbita simultaneamente - caso d.1



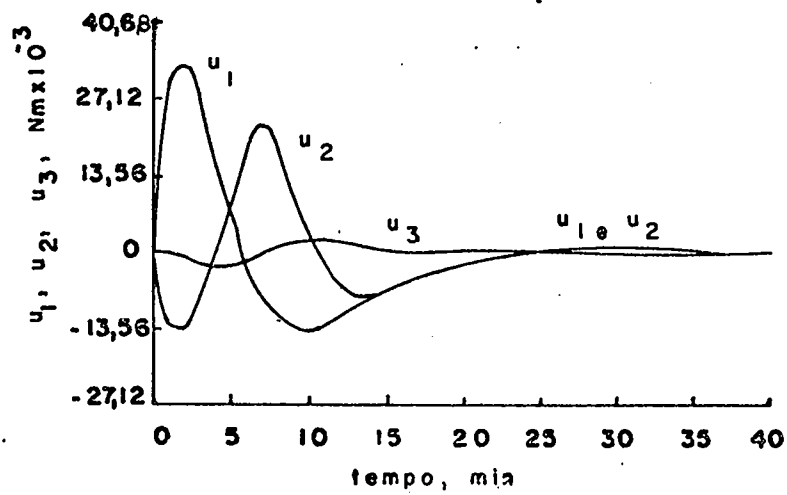
(5.4.1)



(5.4.2)



(5.4.3)



(5.4.4)

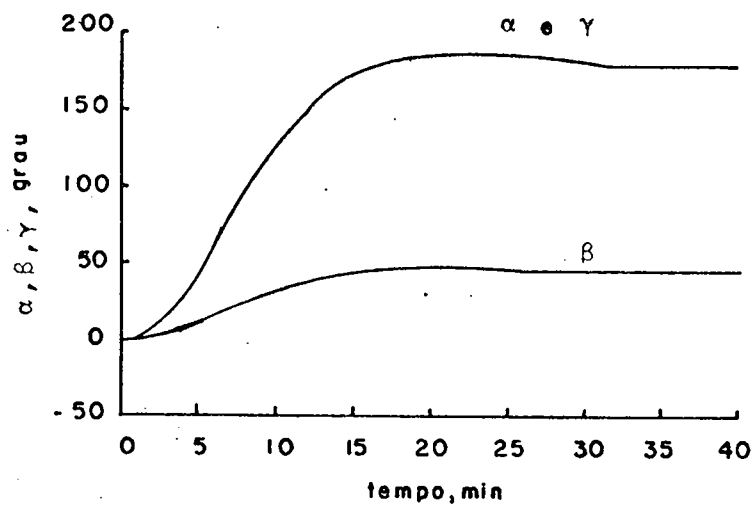
Figura 5.4. Transição em torno da normal ao plano de órbita, em torno do vetor radial local e em torno da tangente à órbita simultaneamente - caso d.1.1.

5.4.1. α, β e γ 5.4.2. ω_1, ω_2 e ω_3 5.4.3. $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2$ e $\dot{\phi}_3$ 5.4.4. u_1, u_2 e u_3

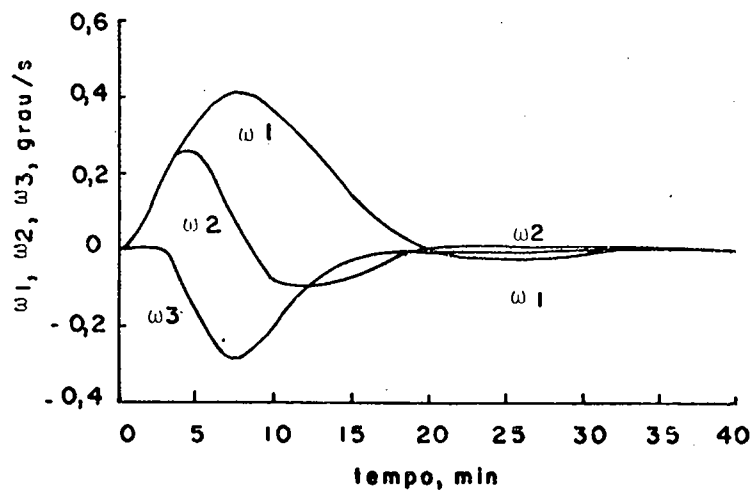
d.2) Considera-se x_0 como o estado correspondente à orientação de equilíbrio dada por $\alpha=\beta=\gamma=0$ e, \bar{x}^* como o estado correspondente à orientação de equilíbrio dada por $\alpha=180^\circ$, $\beta=45^\circ$ e $\gamma=180^\circ$. A tabela 5.5 mostra os resultados obtidos para a transferência de x_0 para \bar{x}^* e a figura 5.5 apresenta o caso d.2.1.

CASO	t_{CONV} para α, β e γ	$ u_1 _{\text{MÁX}}$	$ u_2 _{\text{MÁX}}$	$ u_3 _{\text{MÁX}}$
d.2.1	27 min	$21,3 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	$22,8 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	$2,2 \times 10^{-3} \text{ N.m}$
d.2.2	52 min	$6,8 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	$6,8 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	$0,6 \times 10^{-3} \text{ N.m}$
d.2.3	102 min	$2,0 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	$2,0 \times 10^{-3} \text{ N.m}$	$0,1 \times 10^{-3} \text{ N.m}$

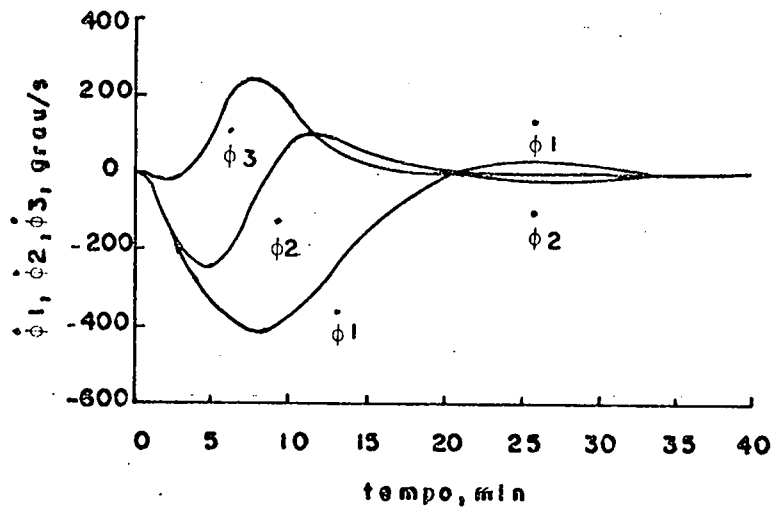
Tabela 5.5. Transição em torno da normal ao plano de órbita, em torno do vetor radial local e em torno da tangente à órbita simultaneamente - caso d.2



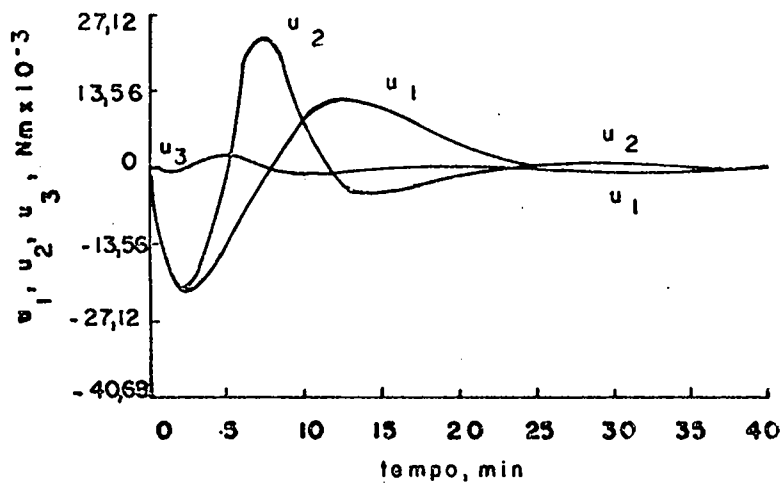
(5.5.1)



(5.5.2)



(5.5.3)



(5.5.4)

Figura 5.5. Transição em torno da normal ao plano de órbita, em torno do vetor radial local e em torno da tangente à órbita simultaneamente - caso d.2.1.

5.5.1. α , β e γ

5.5.2. ω_1 , ω_2 e ω_3

5.5.3. $\dot{\phi}_1$, $\dot{\phi}_2$ e $\dot{\phi}_3$

5.5.4. u_1 , u_2 e u_3

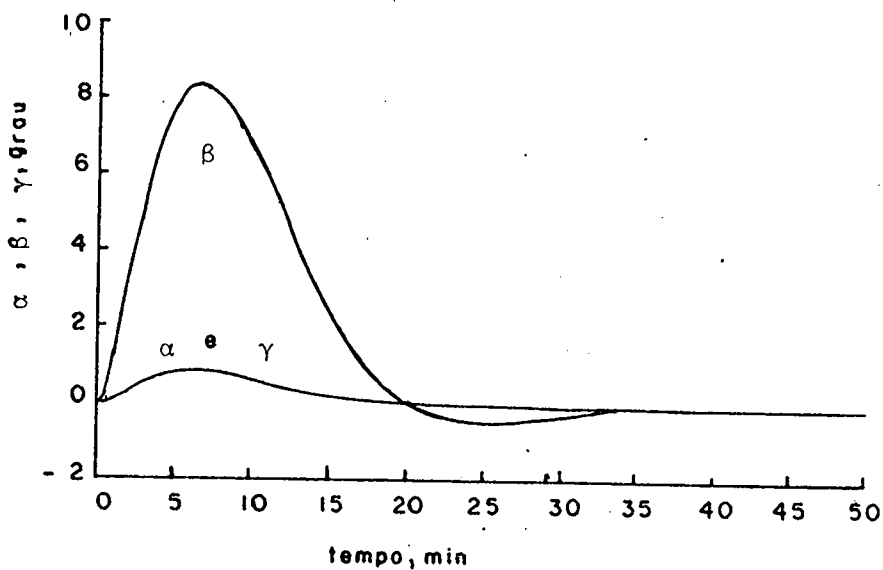
Através da observação das tabelas e figuras anteriormente apresentadas, pode-se concluir que:

- são obtidas respostas bem amortecidas para α , β e γ .
- o sistema retorna ao estado de equilíbrio x^* , a partir do estado inicial $x(0)$, em diversos intervalos de tempo desejados. Pode-se aumentar ou diminuir facilmente o tempo de convergência, conforme a necessidade de tempo para a manobra e, desde que seja observada a disponibilidade de potência para o controle orientacional do satélite.
- as magnitudes de controle requeridas, nas simulações efetuadas, são moderadas.

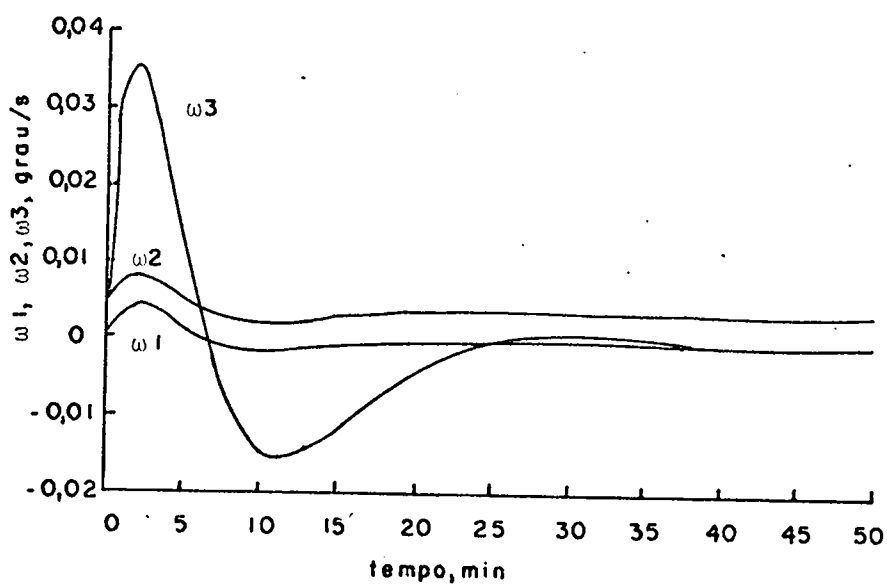
e-) Resposta do sistema sob a ação de torques de distúrbio atuando no satélite

São considerados dois casos para o controle do sistema sob a ação de torques de distúrbio atuando no satélite. A figura 5.6 mostra a resposta do sistema sob a ação de torques de distúrbio constantes, $T_{d1}=T_{d2}=T_{d3}=13,56 \times 10^{-4}$ N.m. A figura 5.7 mostra a resposta do sistema sob a ação de torques de distúrbio estocásticos. $T_{d1}=T_{d2}=T_{d3}$ são gerados com a utilização de um filtro de primeira ordem, excitado por um ruído branco gaussiano (Apêndice C). Em ambos os casos, considera-se inicialmente o sistema no

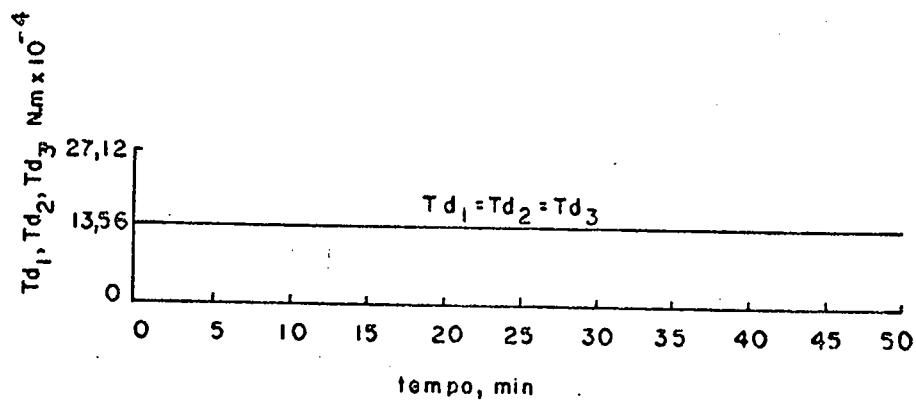
estado de equilíbrio x^* . Os parâmetros λ_i, ξ_i e ω_{ni} assumem os seguintes valores: $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0,01 \text{ s}^{-1}$, $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0,7$ e $\omega_{n1} = \omega_{n2} = \omega_{n3} = 0,004 \text{ rad/s}$.



(5.6.1)



(5.6.2)



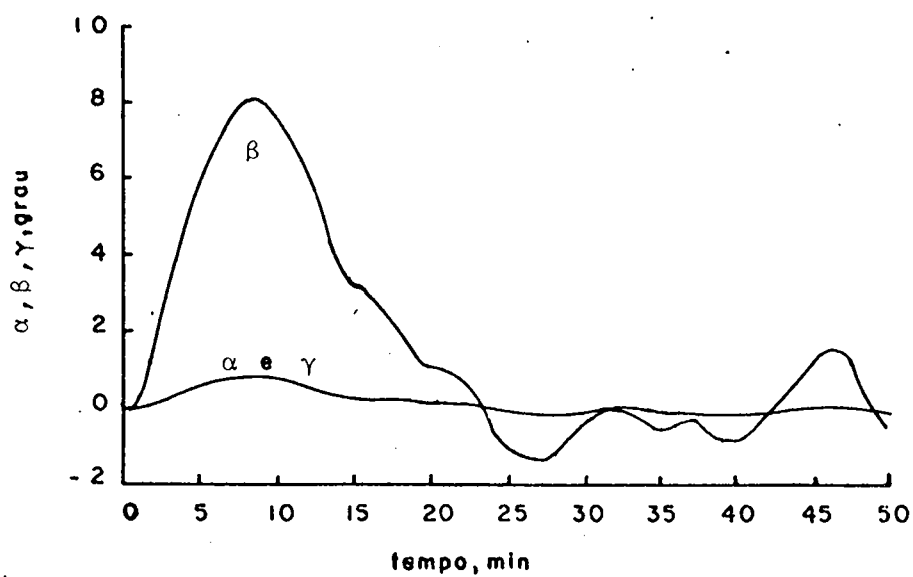
(5.6.3)

Figura 5.6. Resposta do sistema sob a ação de torques de distúrbio constantes atuando no satélite.

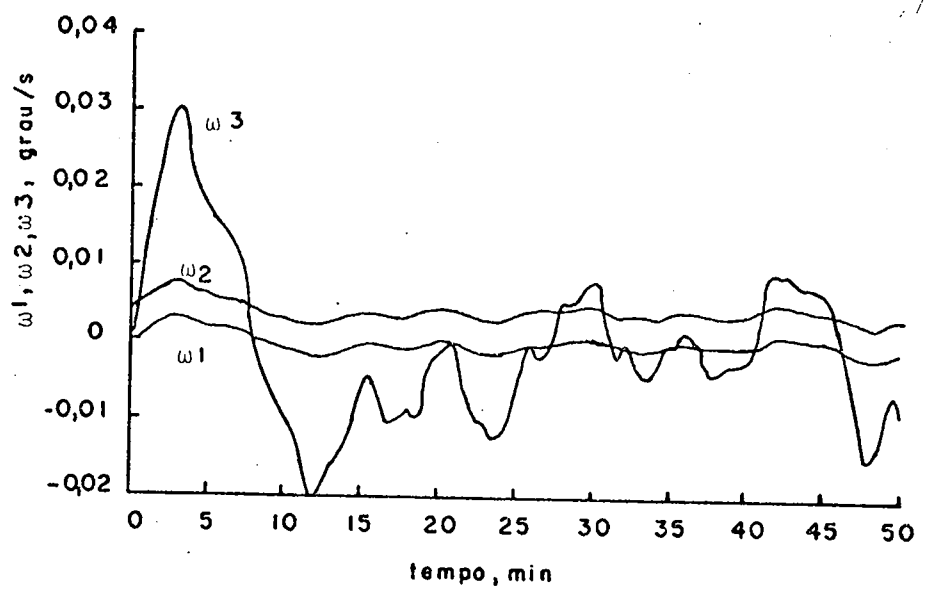
5.6.1. α, β e γ

5.6.2. ω_1, ω_2 e ω_3

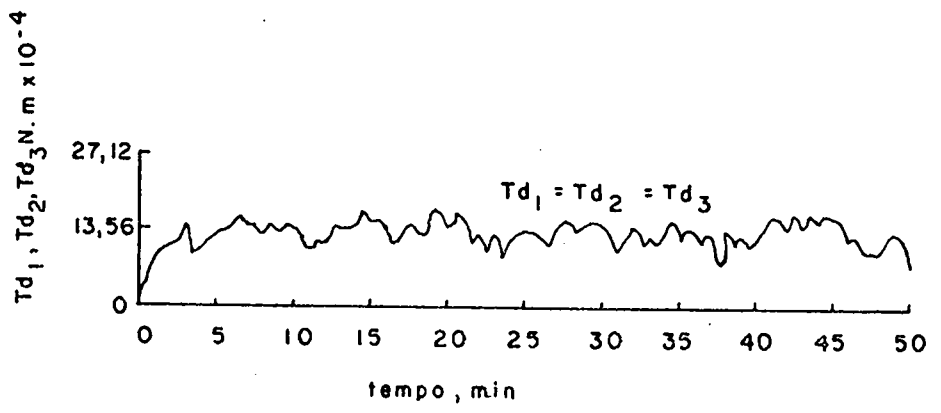
5.6.3. T_{d1}, T_{d2} e T_{d3}



(5.7.1)



(5.7.2)



(5.7.3)

Figura 5.7. Resposta do sistema sob a ação de torques de distúrbio estocásticos atuando no satélite.

5.7.1. α, β e γ

5.7.2. ω_1, ω_2 , e ω_3

5.7.3. T_{d1}, T_{d2} e T_{d3}

Observa-se que é pequena a influência dos torques de distúrbio no comportamento do satélite. As oscilações apresentadas podem ser mais rapidamente amortecidas, conforme a conveniência é a disponibilidade de potência para o controle, através da escolha apropriada dos parâmetros λ_i, ξ_i e ω_{ni} . As magnitudes de controle requeridas, nas simulações efetuadas, são pequenas.

f-) Sensibilidade paramétrica

São realizadas várias simulações para a verificação do efeito de conhecimento inexato dos momentos de inércia dos rotores e do satélite. Para o caso de conhecimento inexato dos momentos de inércia dos rotores, são realizadas simulações com incertezas de 10% em J_1, J_2 e J_3 , e a influência é praticamente desprezível no comportamento do sistema. Para o caso de conhecimento inexato dos momentos de inércia do satélite, são realizadas simulações com incertezas de 10% em I_1, I_2 e I_3 , e a influência é pequena. Erros em regime permanente das variáveis de estado são praticamente nulos. Os resultados não são mostrados neste trabalho.

5.5 - Conclusões

Neste capítulo, foram aplicados os resultados obtidos para a reprodutibilidade funcional assintótica no controle orientacional de um satélite contendo três rotores simétricos em uma ór

bita circular. Foi utilizado um modelo não linear bastante complexo e o controle orientacional foi desenvolvido para os três ângulos de orientação (α , β e γ) simultaneamente. Isto foi obtido através do controle dos momentos aplicados pelos rotores ao satélite.

Utilizou-se realimentação de estado na síntese da lei de controle, tendo em vista a relativa facilidade para a obtenção das variáveis de estado durante todo o período de controle.

Foi obtida uma expressão explícita para a entrada de controle dada em (5.6). Esta lei de controle poderia levar qualquer $x_0 \in M_2$ para x^* , em um tempo desejado, se as magnitudes de controle não fossem limitadas. Entretanto, devido às restrições provenientes da disponibilidade de potência para o controle do satélite, somente os estados $x_0 \in M_2$ de uma região finita podem ser levados para x^* em um intervalo de tempo desejável.

Para a entrada de controle dada em (5.6), não foi necessária a utilização de uma função $g(t)$, pois, os resultados obtidos foram considerados bons.

Foram realizadas várias simulações correspondentes aos seguintes casos: transição em torno da normal ao plano de órbita, transição em torno do vetor radial local, transição em torno da tangente à órbita e estas três transições simultaneamente.

Foram obtidas respostas bem amortecidas para α , β e γ e as magnitudes de controle requisitadas foram moderadas.

A utilização de integradores na lei de controle, tornou muito pequenos os efeitos de incertezas no conhecimento dos parâmetros do sistema e de torques de distúrbio atuando no satélite.

A geração do controle através da construção de um pré-filtro, quando apenas o estado inicial for disponível, e outras simulações correspondentes a outras mudanças de orientação de sejáveis, são deixadas como sugestões para futuros trabalhos.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Para uma classe de sistemas não lineares multivariáveis, foi deduzida uma condição suficiente para a existência do controle que gera a saída, a qual tende assintoticamente para uma função vetorial analítica real dada. Para gerar o controle requisitado, foi construído um pré-filtro (sistema inverso à direita), quando apenas o estado inicial do sistema era disponível. Quando o estado do sistema era disponível em todo o período de controle, utilizou-se realimentação de estado. Os sistemas controlados com o pré-filtro, apresentaram uma sensibilidade razoável ao conhecimento inexato dos parâmetros e do estado inicial dos sistemas, e um desempenho pouco satisfatório na presença de ruídos.

Para um caso particular em que o controle foi desenvolvido por realimentação de estado, a lei de controle foi modificada e, com a introdução de integradores, foi possível a rejeição dos efeitos de ruídos e de conhecimento inexato dos parâmetros dos sistemas.

As saídas controláveis dos sistemas foram forçadas a seguir formas de onda polinomiais amortecidas, senoidais amortecidas e exponenciais amortecidas durante o período transitório.

A teoria desenvolvida foi aplicada em sistemas de potência máquina-barramento infinito e multimáquina, submetidos a faltas severas. Também, foi feita uma aplicação a satélites, contendo três rotores simétricos em uma órbita circular, necessitando

de grandes mudanças na orientação de equilíbrio.

Para o caso de um sistema de potência máquina-barramento infinito, utilizou-se como saídas controláveis, o ângulo rotórico e o fluxo de campo. Através do controle da saída da turbina e da voltagem de campo, conseguiu-se que as saídas atingissem os valores de equilíbrio desejáveis. Para efeito de comparação de resultados, o controle foi gerado com a utilização de um pré-filtro e por realimentação de estado.

As leis de controle obtidas para um sistema de potência máquina-barramento infinito foram, então, generalizadas para um sistema de potência multimáquina, onde utilizou-se um modelo matemático mais simplificado. Foram obtidas conclusões semelhantes e observou-se que cada área controlou seu próprio ângulo rotórico e sua própria voltagem gerada.

Para a obtenção de mudanças na orientação de equilíbrio de um satélite, o controle foi gerado por realimentação de estado, tendo em vista a facilidade de medição do estado do sistema. Utilizou-se como saídas controláveis, os três ângulos de orientação e, através do controle dos momentos aplicados pelos rotores, obteve-se as mudanças de orientação desejáveis.

Em todas as simulações efetuadas, observou-se a grande flexibilidade proporcionada pelo método na obtenção de respostas desejáveis com boas características dinâmicas. As magnitudes de controle requeridas foram moderadas.

Observações mais específicas sobre cada uma das aplicações, encontram-se nas conclusões dos respectivos capítulos.

Como sugestões para futuros trabalhos que dêem continuidade a esta linha de pesquisa, pode-se enumerar os seguintes tópicos:

- sabe-se que existe um caminho $x^*(t, u, x_0)$, unindo x_0 a x^* , ao longo do qual o controle de um sistema requer o mínimo de energia, e é muito útil a escolha de $g(t)$, tal que o sistema siga $x^*(t)$. A determinação de tal função $g(t)$ é de considerável interesse prático.
- a utilização de observadores não lineares com a finalidade de permitir a obtenção do estado $x(t)$ quando este não for disponível.
- a realização de simulações abrangendo outros casos possíveis de controle dos sistemas, em especial para o caso de sistemas de potência multi-máquina (simulação de faltas severas que perturbem várias máquinas, etc.).
- a utilização de outros algoritmos de inversão [9 e 12] com a finalidade de proporcionar maior flexibilidade no controle dos sistemas.
- a realização de outras aplicações.

A P Ê N D I C E A

DEFINIÇÕES E TEOREMAS RELACIONADOS COM O ALGORITMO DE INVERSÃO

A.1 - Introdução

No desenvolvimento teórico da reprodutibilidade funcional assintótica são necessários vários teoremas e corolários relacionados com o algoritmo de inversão. Com o intuito de tornar o texto principal mais conciso, estes teoremas encontram-se demonstrados neste apêndice. Algumas definições básicas também são apresentadas.

A.2 - Algoritmo de inversão

Convém salientar que o algoritmo original para a inversão de sistemas não lineares multivariáveis desenvolvido por Hirschorn [8 e 11], utiliza a teoria muito complexa de variedades diferenciáveis [60-61]. Entretanto, para a grande maioria dos sistemas físicos, o espaço de estado M é o espaço Euclídeano n -dimensional R^n , com a possível exceção de alguns hiperplanos, ou seja, M é um subconjunto de $R^n (M \subset R^n)$. Portanto, é possível o desenvolvimento do algoritmo de inversão de uma forma mais simples, com uma nomenclatura mais familiar ao engenheiro de controle, utilizando os conhecimentos usuais da álgebra matricial e da resolução de equações diferenciais. Este trabalho restringe-se ao estudo de

sistemas físicos conforme as considerações acima expostas.

A.2.1 - Funções analíticas reais [58-59]

Seja D um intervalo aberto no eixo real R e seja $f(.)$ uma função definida em D , isto é, para cada ponto em D , um único número é associado por f . A função $f(.)$ é real se associa unicamente números reais para os elementos de D .

Uma função real $f(.)$ de uma variável real é considerada um elemento de classe C^n em D , se sua n -ésima derivada $f^{(n)}(.)$ existe e é contínua para todo t em D . C^∞ é a classe de funções infinitamente diferenciáveis.

Uma função real de uma variável real $f(.)$ é analítica em D , se f é um elemento de C^∞ e se para cada t_0 em D existe um número real positivo ϵ_0 , tal que para todo t em $(t_0 - \epsilon_0, t_0 + \epsilon_0)$, $f(t)$ pode ser representada por uma série de Taylor sobre o ponto t_0

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(t-t_0)^n}{n!} f^{(n)}(t_0)$$

e, neste caso, é denominada uma função analítica real de uma variável real.

A soma, produto ou quociente (desde que o denominador não seja igual a zero em algum ponto) de funções analíticas reais de uma variável real é uma função analítica real. Todas as funções polinomiais reais, funções senoidais reais e funções exponenciais reais são funções analíticas reais em todo o eixo real.

Se uma função f é analítica real em D , então, a função pode ser completamente determinada a partir de um ponto arbi-

trário em D , se todas as derivadas naquele ponto são conhecidas. Este processo é denominado continuação analítica.

Pode-se generalizar o conceito de função analítica real para o caso de n variáveis reais.

Seja B uma bola aberta em \mathbb{R}^n (espaço euclidiano n -dimensional) e seja $x = (x_1, \dots, x_n)$ uma n -upla em B . Seja $f(x)$ uma função definida em B , isto é, para cada n -upla em B , um único número é associado por f . A função $f(x)$ é real se associa unicamente números reais para os elementos de B .

Uma função real $f(x)$ de n variáveis reais é considerada um elemento de classe C^n em B , se todas as suas derivadas parciais de ordem n existem e são contínuas para toda n -upla (x_1, \dots, x_n) em B . C^∞ é a classe de funções que possuem derivadas parciais de todas as ordens.

Uma função real de n variáveis reais, $f(x)$, é analítica em B , se f é um elemento de C^∞ e se para cada $x_0 = (x_{10}, \dots, x_{n0})$ em B existem números reais positivos $\epsilon_{10}, \dots, \epsilon_{n0}$, tal que para toda n -upla x em uma vizinhança de x_0 , $(x_{10} - \epsilon_{10}, x_{10} + \epsilon_{10}), \dots, (x_{n0} - \epsilon_{n0}, x_{n0} + \epsilon_{n0})$, $f(x)$ pode ser representada por uma série de Taylor sobre a n -upla x_0 .

$$f(x) = f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{r_1 + \dots + r_n = 0}^{\infty} \frac{(x_1 - x_{10})^{r_1}}{r_1!} \dots \frac{(x_n - x_{n0})^{r_n}}{r_n!}.$$

$$\cdot \frac{\partial^{r_1 + \dots + r_n} f(x_0)}{\partial x_1^{r_1} \dots \partial x_n^{r_n}}$$

e, neste caso, é denominada uma função analítica real de n variáveis reais. A expressão $\sum_{r_1 + \dots + r_n = 0}^{\infty} (\cdot)$ significa que o somatório

se toma sobre todas as possíveis combinações de r_1, \dots, r_n cuja soma é um número entre 0 e ∞ . Os números r_1, \dots, r_n são inteiros não-negativos.

Da mesma forma que para o caso de uma função analítica real de uma variável real, conclusões semelhantes podem ser estendidas para o caso de uma função analítica real de n variáveis.

Precisa-se de mais dois conceitos para o desenvolvimento do algoritmo de inversão.

Uma função vetorial analítica real de uma variável real é um vetor constituído por funções analíticas reais de uma única variável real.

Uma função vetorial analítica real de n variáveis reais é um vetor constituído por funções analíticas reais das n variáveis reais.

Observação: Neste contexto, os termos função e mapeamento são usados indistintamente.

A.2.2 - Teoremas do algoritmo de inversão[8 e 11]

Teorema 2.1: Seja o sistema não linear (2.1) com ordem de rastreamento $\beta \leq \infty$.

Se $\beta=1$, então $z_1 = \bar{z}_1 = R_0(x)Y_1 = H_1(x)Y_1 = K_1(x)Y_1$

onde

$$Y_1 = y^{(1)} \quad e \quad \dot{y}^{(1)} = \frac{dy}{dt}.$$

Isto é, a saída z_1 do sistema 1 é dependente implicitamente da entrada $u(.)$.

Se $\beta \geq 2$ e

$$B_i A^j R_k(.) \equiv 0 \text{ em } M$$

para $0 \leq k \leq \beta - 2$, $0 \leq j \leq \beta - 2 - k$ e $i = 1, \dots, m$, então, a saída do k -ésimo sistema (2.2) pode ser decomposta como

$$z_k = \begin{bmatrix} \bar{z}_k \\ \hat{z}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_k(x) \\ J_k(x) \end{bmatrix} y_k = K_k(x) y_k$$

onde

$$y_k = \begin{bmatrix} y^{(1)} \\ \vdots \\ y^{(k)} \end{bmatrix}$$

e

$$y^{(i)} = \frac{dy^i}{dt^i}$$

Isto é, a saída z_k do k -ésimo sistema, $k = 1, \dots, \beta$, é dependente implicitamente da entrada $u(.)$.

Tem-se, então,

$$z_k = \begin{bmatrix} H_k(x) \\ J_k(x) \end{bmatrix} y_k = \begin{bmatrix} \bar{C}_k(x) \\ \hat{C}_k(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{k1}(x) \\ \emptyset \end{bmatrix} u(t)$$

Observa-se que, para $\beta < \omega$, o β -ésimo sistema é dado por

Sistema β :

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u; \quad x \in M_\beta$$

$$z_\beta = C_\beta(x) + D_\beta(x)u$$

onde $D_\beta(x)$ é uma matriz $\ell \times m$ de posto ℓ , cuja pseudo-inversa é $D_\beta^*(x) = D_\beta^T (D_\beta D_\beta^T)^{-1}$ ($D_\beta D_\beta^* = I$ em M_β) e

$$z_\beta = K_\beta(x)Y_\beta = H_\beta(x)Y_\beta$$

onde $H_\beta(x)$ é uma matriz $\ell \times \beta \ell$.

Prova (Teorema 2.1):

1º caso: $\beta = 1$

Do algoritmo de inversão tem-se que as ℓ linhas componentes de z_1 são combinações lineares das derivadas $Y_1^{(1)}, \dots, Y_\ell^{(1)}$ e $z_1 = R_0(x)Y_1$. Considerando, também, a definição de β (neste caso $\beta = 1$), fica-se com $z_1 = \bar{z}_1 = R_0(x)Y_1 = K_1(x)Y_1 = H_1(x)Y_1$, onde $H_1(x) = K_1(x) = R_0(x)$ é uma matriz $\ell \times \ell$ e, portanto, z_1 depende implicitamente da entrada $u(\cdot)$.

2º caso: $\beta \geq 2$

Do algoritmo de inversão, tem-se

$$R_i(x) = E_i^2(x)E_i^1 = \left[\begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{array} & 0 \\ \hline \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ F_i(x) \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{array} \end{array} \right] E_i^1$$

Por suposição $B_i A^j R_k(\cdot) \equiv 0$ em M para $1 \leq i \leq m$, $0 \leq k \leq \beta - 2$ e $0 \leq j \leq \beta - 2 - k$.

Então, para $1 \leq i \leq m$

$$B_i R_0(\cdot) = B_i A R_0(\cdot) = \dots = B_i A^{\beta-2} R_0(\cdot) = 0$$

$$B_i R_1(\cdot) = B_i A R_1(\cdot) = \dots = B_i A^{\beta-3} R_1(\cdot) = 0$$

$$\vdots$$

$$B_i R_{\beta-2}(\cdot) = 0$$

(A.1)

Por construção,

$$z_1 = R_0 y^{(1)} = \begin{bmatrix} R_{01} y^{(1)} \\ R_{02}(x) y^{(1)} \end{bmatrix}$$

onde R_{01} é a sub-matriz de $R_0(x)$ que consiste das primeiras r_1 linhas, e

$$z_2 = \begin{bmatrix} R_{11} \\ R_{12}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{01} y^{(1)} \\ (R_{02}(x) y^{(1)})^{(1)} \end{bmatrix}, \text{ onde } R_1 = \begin{bmatrix} R_{11} \\ R_{12}(x) \end{bmatrix}.$$

Agora, $(R_{02}(x) y^{(1)})^{(1)} = R_{02}(x)^{(1)} y^{(1)} + R_{02}(x) y^{(2)}$, e

$$R_{02}(x)^{(1)} = A R_{02}(x) + B R_{02}(x) u = A R_{02}(x) \text{ desde que } B_i R_0 = 0 \text{ de (A.1).}$$

Assim,

$$z_2 = \begin{bmatrix} R_{11} \\ R_{12}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{01} y^{(1)} \\ (A R_{02}) y^{(1)} + R_{02} y^{(2)} \end{bmatrix} = K_2(x) \begin{bmatrix} y^{(1)} \\ y^{(2)} \end{bmatrix}.$$

Particionando-se a matriz $K_2(x)$ tem-se

$$z_2 = \begin{bmatrix} \bar{z}_2 \\ \hat{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_2(x) \\ J_2(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y^{(1)} \\ y^{(2)} \end{bmatrix}.$$

Segue de (A.1) que

$$B_i K_2 = B_i A K_2 = \dots = B_i A^{\beta-3} K_2 = 0 \text{ para } i=1, \dots, m.$$

Continuando este procedimento, determina-se

$$z_{\beta-1} = \begin{bmatrix} \bar{z}_{\beta-1} \\ \tilde{z}_{\beta-1} \end{bmatrix} = K_{\beta-1}(x) \begin{bmatrix} y^{(1)} \\ \vdots \\ y^{(\beta-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{\beta-1}(x) \\ J_{\beta-1}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y^{(1)} \\ \vdots \\ y^{(\beta-1)} \end{bmatrix}$$

onde $B_i K_{\beta-1}(\cdot) = 0$ para $i=1, \dots, m$ de (A.1). Finalmente,

$$z_{\beta} = R_{\beta} \begin{bmatrix} \bar{z}_{\beta-1} \\ (\tilde{z}_{\beta-1})^{(1)} \end{bmatrix} = R_{\beta-1}(x) \begin{bmatrix} \bar{z}_{\beta-1} \\ A J_{\beta-1}(x) \begin{bmatrix} y^{(1)} \\ \vdots \\ y^{(\beta-1)} \end{bmatrix} + J_{\beta-1}(x) \begin{bmatrix} y^{(2)} \\ \vdots \\ y^{(\beta)} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

e, assim, da definição de β ,

$$z_{\beta} = K_{\beta}(x) \begin{bmatrix} y^{(1)} \\ \vdots \\ y^{(\beta)} \end{bmatrix} = K_{\beta}(x) Y_{\beta} = H_{\beta}(x) Y_{\beta}$$

onde $H_{\beta}(x)$ é uma matriz $l \times \beta l$.

Portanto, a saída z_k do k -ésimo sistema, $k=1, \dots, \beta$, depende implicitamente da entrada $u(\cdot)$. Isto completa a prova.

Teorema 2.2: Seja o sistema não linear (2.1) com ordem de rastreamento $\beta < \infty$ e, para $\beta \geq 2$, supõe-se que a condição (2.3) seja satisfeita. Seja $f(t)$ uma função analítica real e seja o estado inicial $x(0) = x_0 \in M$. Então, $f(\cdot) = y(\cdot, u, x_0)$ para algum controle admissível u , se e somente se, $f(0) = C(x_0)$ e

$$J_k(x_0) F_k(0) = \hat{C}_k(x_0), \text{ para } k=1, \dots, \beta-1$$

onde

$$F_k(t) = \begin{bmatrix} f^{(1)}(t) \\ \vdots \\ f^{(k)}(t) \end{bmatrix}$$

Prova (Teorema 2.2: Seja $x(0) = x_0 \in M_\beta$ e seja $f(\cdot) = y(\cdot, u, x_0)$ para algum controle admissível $u = (u_1, \dots, u_m)^T$. Desde que $x(0, u, x_0) = x_0$, tem-se que $f(0) = y(0, u, x_0) = C(x(0, u, x_0)) = C(x_0)$. Precisa-se demonstrar agora que $J_k(x_0)F_k(0) = \hat{C}_k(x_0)$ para $k=1, \dots, \beta-1$. Por suposição $f(\cdot) = y(\cdot)$. Assim,

$$Y_k(\cdot) = F_k(\cdot) \text{ para todo } k$$

onde $y(t) = y(t, u, x_0)$.

Do algoritmo de inversão e do Teorema 1,

$$z_k(t) = \begin{bmatrix} H_k(x(t)) \\ J_k(x(t)) \end{bmatrix} F_k(t) = \begin{bmatrix} \bar{C}_k(x(t)) \\ \hat{C}_k(x(t)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{k1}(x(t)) \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

e, para $t=0$, tem-se que $x(0) = x_0$ e $J_k(x_0)F_k(0) = \hat{C}_k(x_0)$ o que completa a primeira parte da demonstração.

Seja $x(0) = x_0 \in M_\beta$ e seja $f(\cdot)$ uma função analítica real com $f(0) = C(x_0)$ e $J_k(x_0)F_k(0) = \hat{C}_k(x_0)$ para $k=1, \dots, \beta-1$.

O problema consiste em descobrir um controle u_f com a propriedade de que $f(\cdot) = y(\cdot, u_f, x_0)$. Como no caso linear [2], constrói-se um sistema inverso à direita para o sistema (2.1), o qual utiliza-se como pré-filtro para gerar u_f de f . Tem-se

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A}(\hat{x}) + \hat{B}(\hat{x})\hat{u}; \quad \hat{x} \in M_\beta$$

$$\hat{y} = \hat{C}(\hat{x}) + \hat{D}(\hat{x})\hat{u}$$

onde

$$\hat{A}(\hat{x}) = A(\hat{x}) - B(\hat{x}) D_{\beta}^* (\hat{x}) C_{\beta} (\hat{x})$$

$$\hat{B}(\hat{x}) = B(\hat{x}) D_{\beta}^* (\hat{x}) H_{\beta} (\hat{x})$$

$$\hat{C}(\hat{x}) = -D_{\beta}^* (\hat{x}) C_{\beta} (\hat{x})$$

$$\hat{D}(\hat{x}) = D_{\beta}^* (\hat{x}) H_{\beta} (\hat{x})$$

Gera-se u_f como $u_f(\cdot) = \hat{y}(\cdot, F_{\beta}, x_0)$, a saída do sistema inverso à direita dado acima, dirigido por $\hat{u} = F_{\beta}$. Para verificar-se que para o sistema (2.1), $y(\cdot, \hat{y}, x_0) = f(\cdot)$ onde $\hat{y}(\cdot) = \hat{y}(\cdot, F_{\beta}, x_0)$, utiliza-se o seguinte procedimento.

Em primeiro lugar, verifica-se que $\hat{x}(\cdot, F_{\beta}, x_0) = x(\cdot, \hat{y}, x_0)$.

Seja $\hat{x}_0 = x_0$ e $u = \hat{y}$. Substituindo em (2.1) x por \hat{x} e usando $u = \hat{y}$, tem-se

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A(\hat{x}) + B(\hat{x}) [\hat{C}(\hat{x}) + \hat{D}(\hat{x}) \hat{u}] \\ &= A(\hat{x}) + B(\hat{x}) [-D_{\beta}^* (\hat{x}) C_{\beta} (\hat{x}) + D_{\beta}^* (\hat{x}) H_{\beta} (\hat{x}) \hat{u}] \\ &= A(\hat{x}) - B(\hat{x}) D_{\beta}^* (\hat{x}) C_{\beta} (\hat{x}) + B(\hat{x}) D_{\beta}^* (\hat{x}) H_{\beta} (\hat{x}) \hat{u} \\ &= \hat{A}(\hat{x}) + \hat{B}(\hat{x}) \hat{u}. \end{aligned}$$

Desde que x e \hat{x} satisfazem a mesma equação diferencial, tem-se que $x(\cdot, \hat{y}, x_0) = \hat{x}(\cdot, F_{\beta}, x_0)$.

Continuando, este fato é, então, usado para mostrar que $z_{\beta} = K_{\beta}(x) F_{\beta}$ onde $x = x(t, \hat{y}, x_0)$. De (2.6) e do sistema inverso à direita, tem-se

$$\begin{aligned} z_{\beta} &= C_{\beta}(x) + D_{\beta}(x) u \\ &= C_{\beta}(x) + D_{\beta}(x) \hat{y} \\ &= C_{\beta}(x) + D_{\beta}(x) [\hat{C}(\hat{x}) + \hat{D}(\hat{x}) \hat{u}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= C_{\beta}(x) + D_{\beta}(x) [\hat{C}(x) + \hat{D}(x) F_{\beta}] \\
&= C_{\beta}(x) + D_{\beta}(x) [-D_{\beta}^*(x) C_{\beta}(x) + D_{\beta}^*(x) H_{\beta}(x) F_{\beta}] \\
&= H_{\beta}(x) F_{\beta} \\
&= K_{\beta}(x) F_{\beta}.
\end{aligned}$$

Das fórmulas de recursão para K_i, F_i e z_i e da suposição que $J_{\beta-1}(x_0) F_{\beta-1}(0) = \hat{C}_{\beta-1}(x_0)$, pode-se mostrar que $z_{\beta-1} = K_{\beta-1}(x) F_{\beta-1}$ e continuando este processo, determina-se que $z_1 = K_1(x) F_1$. Desde que $K_1(x) = R_0(x)$, uma matriz inversível, $F_1 = f^{(1)}$ e $z_1 = R_0(x) y^{(1)}$, por definição, tem-se que $y^{(1)}(t) = f^{(1)}(t)$. Integrando, obtém-se $y(t) - y(0) = f(t) - f(0)$ e, tendo em vista que $y(0) = C(x_0) = f(0)$, por suposição, a prova está completa.

Corolário 2.1: Seja o sistema não linear (2.1) com ordem de rastreamento $\beta < \infty$ e, para $\beta \geq 2$, supõe-se que a condição (2.3) seja satisfeita. Então, o sistema

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}} &= \hat{A}(\hat{x}) + \hat{B}(\hat{x}) \hat{u}; \quad \hat{x} \in M_{\beta} \text{ e } \hat{x}(0) = x_0 \\
\hat{y} &= \hat{C}(\hat{x}) + \hat{D}(\hat{x}) \hat{u}
\end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}
\hat{A}(\hat{x}) &= A(\hat{x}) - B(\hat{x}) D_{\beta}^*(\hat{x}) C_{\beta}(\hat{x}) \\
\hat{B}(\hat{x}) &= B(\hat{x}) D_{\beta}^*(\hat{x}) H_{\beta}(\hat{x}) \\
\hat{C}(\hat{x}) &= -D_{\beta}^*(\hat{x}) C_{\beta}(\hat{x}) \\
\hat{D}(\hat{x}) &= D_{\beta}^*(\hat{x}) H_{\beta}(\hat{x})
\end{aligned}$$

atua como um sistema inverso à direita para o sistema (2.1). Em particular, se $f(\cdot)$ pode ser reproduzida por $y(\cdot, u, x_0)$ para algum u e $x_0 \in M_{\beta}$, então, $f(\cdot) = y(\cdot, u_f, x_0)$ onde $u_f(\cdot) = \hat{y}(\cdot, F_{\beta}, x_0)$.

Prova (Corolário 2.1): A prova deste corolário está contida na pro
va do teorema 2.2.

A P Ê N D I C E B

MODELO DO SISTEMA DE POTÊNCIA MÁQUINA-BARRAMENTO INFINITO, SISTEMA DE POTÊNCIA MULTIMÁQUINA E DO SATÉLITE EM ÓRBITA CIRCULAR

B.1 - Introdução

Para o desenvolvimento do algoritmo de inversão representa-se os sistemas na forma matricial dada em (2.1). Este apêndice apresenta maiores detalhes a respeito do modelo de cada um dos sistemas estudados, tendo em vista que a forma matricial acima referida é bastante concisa. Os dados numéricos também são apresentados.

B.2 - Sistema de potência máquina-barramento infinito.

O modelo matemático de um sistema de potência constituído por uma máquina síncrona conectada a um barramento infinito, utilizado neste trabalho, é similar ao usado por Singh [34].

Máquina Síncrona

$$\ddot{\delta} = p_1 \sin 2\delta - p_2 \dot{\delta} - p_3 \psi_f \sin \delta + p_4 P_m - p_4 P_v$$

$$\dot{\psi}_f = p_5 \cos \delta - p_6 \psi_f + p_7 E_{fd}$$

Sistema de Excitação

$$T_e \dot{E}_{fd} = -E_{fd} + k_e u_e$$

Turbina e Governadora

$$T_t \dot{P}_m = -P_m + P_g$$

$$T_g \dot{P}_g = -P_g + u_g$$

onde

$$p_1 = \frac{\omega_o V^2 (x_q - x'_d)}{4H(x_t + x'_d)(x_t + x_q)}$$

$$p_2 = \frac{\omega_o d}{2H}$$

$$p_3 = \frac{\omega_o V x_{af}}{2H x_f (x_t + x'_d)}$$

$$p_4 = \frac{\omega_o}{2H}$$

$$p_5 = \frac{\omega_o r_f V x_{af}}{x_f (x_t + x'_d)}$$

$$p_6 = \frac{\omega_o r_f (x_t + x_d)}{x_f (x_t + x'_d)}$$

$$p_7 = \frac{\omega_o r_f}{x_f}$$

com V sendo a tensão no barramento infinito, x_t a reatância da linha de transmissão e $x'_d = x_d - x_{af}^2/x_f$.

As expressões para a potência elétrica gerada P_e e para a tensão terminal V_t são

$$P_e = \frac{p_3 \psi_f \text{sen} \delta - p_1 \text{sen} 2\delta}{p_4}$$

$$V_t = \left[\left[\frac{Vx_q \text{sen} \delta}{x_t + x_q} \right]^2 + \left[\frac{Vx'_d \text{cos} \delta}{x_t + x'_d} + \frac{x_{af} x_t \psi_f}{(x_t + x'_d) x_f} \right]^2 \right]^{1/2}$$

Os dados numéricos são:

$H = 3,82 \text{ s}$	$r_f = 0,0012 \text{ p.u.}$	$f = 60 \text{ Hz}$
$x_d = 1,75 \text{ p.u.}$	$x_t = 0,3 \text{ p.u.}$	$k_e = 25$
$x_q = 1,68 \text{ p.u.}$	$d = 0,006 \text{ s}$	$T_e = 0,04 \text{ s}$
$x_{af} = 1,56 \text{ p.u.}$	$V = 1 \text{ p.u.}$	$T_t = 0,3 \text{ s}$
$x_f = 1,665 \text{ p.u.}$	$x'_d = 0,285 \text{ p.u.}$	$T_g = 0,08 \text{ s}$

$$e \omega_o = 2\pi f.$$

A figura B.1 mostra o modelo do sistema utilizado neste trabalho.

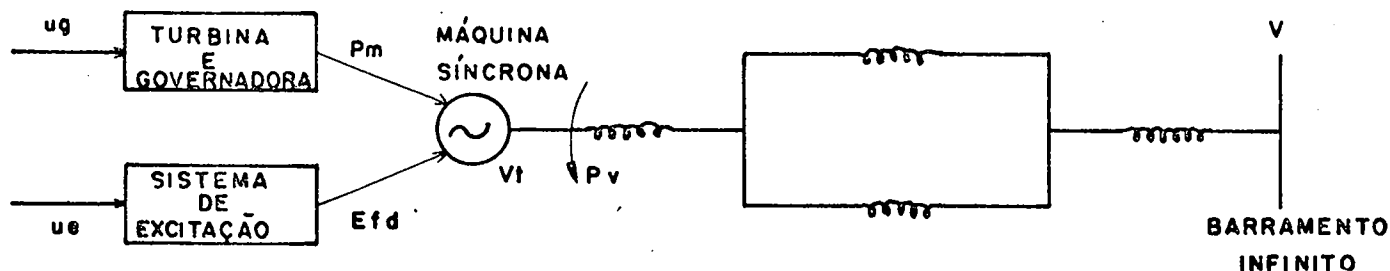


Figura B.1. Configuração do sistema de potência máquina-barramento infinito.

B.3. Sistema de potência multimáquina

O modelo matemático de um sistema de potência constituído por n máquinas interligadas, utilizado neste trabalho, é similar ao usado por Kakimoto e outros [50]. Este modelo é uma generalização do modelo para um sistema máquina-barramento infinito dado no item anterior, mas, não inclui-se o efeito de polos salientes explicitamente. Este efeito é levado em consideração na constante de amortecimento da equação de oscilação [51]. Para $i=1, \dots, n$, tem-se

Máquina Síncrona

$$M_i \ddot{\delta}_i + d_i \dot{\delta}_i = P_{mi} - \sum_{j=1}^n Y_{ij} E_i E_j \sin(\delta_{ij} + \theta_{ij}) - P_{vi}$$

$$T'_{doi} \dot{E}_i = E_{fdi} - E_i + (x_{di} - x'_{di}) \sum_{j=1}^n Y_{ij} E_j \cos(\delta_{ij} + \theta_{ij})$$

Sistema de Excitação

$$T_{ei} \dot{E}_{fdi} = -E_{fdi} + k_{ei} u_{ei}$$

Turbina e Governadora

$$T_{ti} \dot{P}_{mi} = -P_{mi} + P_{gi}$$

$$T_{gi} \dot{P}_{gi} = -P_{gi} + u_{gi}$$

onde $M_i = 2H_i / \omega_o$, $T'_{doi} = x_{fi} / (\omega_o r_{fi})$, e utiliza-se as tensões geradas ao invés dos fluxos de campo como variáveis de estado.

Para as simulações é utilizado o sistema de potência, constituído por 3 máquinas interligadas, dado em [51] e que encontra-se na figura B.2.

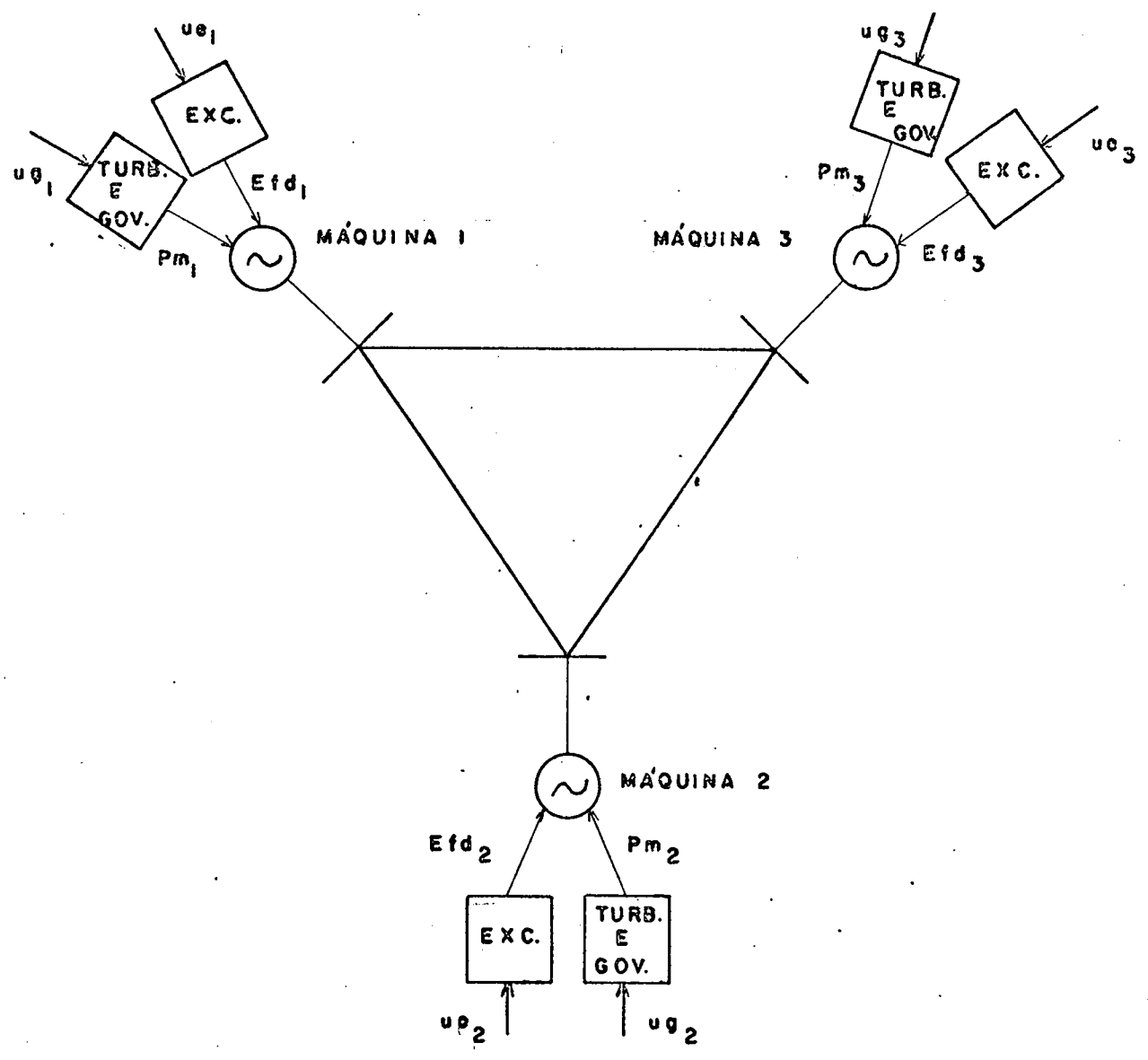


Figura B.2. Configuração do sistema de potência multimáquina após a redução da rede.

Os dados numéricos após a redução da rede, onde permanecem apenas os nós de geração, são:

$d_1 = 2,0 \text{ s}$	$\theta_{11} = 164,2018^\circ$	$T'_{do1} = 8,96 \text{ s}$
$d_2 = 2,0 \text{ s}$	$\theta_{12} = 10,7456^\circ$	$T'_{do2} = 6,0 \text{ s}$
$d_3 = 2,0 \text{ s}$	$\theta_{13} = 9,7048^\circ$	$T'_{do3} = 5,89 \text{ s}$
$H_1 = 23,64 \text{ s}$	$\theta_{21} = 10,7456^\circ$	$T_{e1} = 1,5 \text{ s}$
$H_2 = 6,4 \text{ s}$	$\theta_{22} = 171,2342^\circ$	$T_{e2} = 2,5 \text{ s}$
$H_3 = 3,01 \text{ s}$	$\theta_{23} = 11,0916^\circ$	$T_{e3} = 2,5 \text{ s}$
$Y_{11} = 3,1056 \text{ p.u.}$	$\theta_{31} = 9,7048^\circ$	$T_{t1} = 0,3 \text{ s}$
$Y_{12} = 1,5399 \text{ p.u.}$	$\theta_{32} = 11,0916^\circ$	$T_{t2} = 0,3 \text{ s}$
$Y_{13} = 1,2434 \text{ p.u.}$	$\theta_{33} = 173,3284^\circ$	$T_{t3} = 0,3 \text{ s}$
$Y_{21} = 1,5399 \text{ p.u.}$	$x_{d1} = 0,1460 \text{ p.u.}$	$T_{g1} = 0,08 \text{ s}$
$Y_{22} = 2,7560 \text{ p.u.}$	$x_{d2} = 0,8958 \text{ p.u.}$	$T_{g2} = 0,08 \text{ s}$
$Y_{23} = 1,1086 \text{ p.u.}$	$x_{d3} = 1,3125 \text{ p.u.}$	$T_{g3} = 0,08 \text{ s}$
$Y_{31} = 1,2434 \text{ p.u.}$	$x'_{d1} = 0,0608 \text{ p.u.}$	$k_{e1} = 3,0$
$Y_{32} = 1,1086 \text{ p.u.}$	$x'_{d2} = 0,1198 \text{ p.u.}$	$k_{e2} = 4,0$
$Y_{33} = 2,3842 \text{ p.u.}$	$x'_{d3} = 0,1813 \text{ p.u.}$	$k_{e3} = 3,5$

com $f=60 \text{ Hz}$ e $\omega_0 = 2\pi f$.

B.4 - Satélite em órbita circular

O modelo matemático de um satélite em órbita circular contendo três rotores simétricos, utilizado neste trabalho, é

similar ao usado por Anchev [54]. Um estudo bastante completo sobre este modelo pode ser encontrado em Meirovitch [57]. A figura B.3 mostra os sistemas de coordenadas e o modelo do satélite.

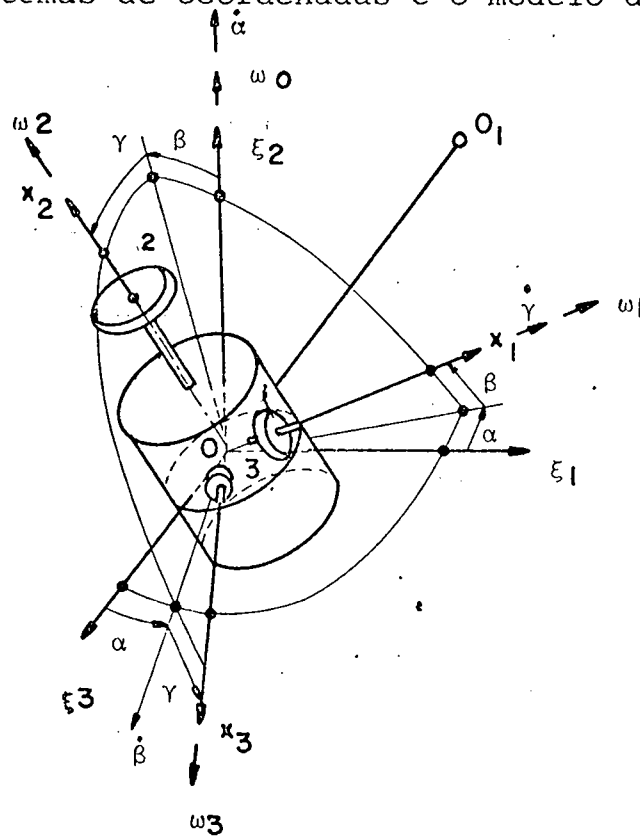


Figura B.3. Sistemas de coordenadas e modelo do satélite.

Seja um satélite em uma órbita circular em um campo gravitacional inverso ao quadrado, e assume-se que a orientação do satélite não tenha efeito na órbita, isto é, considera-se o problema restrito. Com referência à figura B.3, seja o sistema de eixos principais de inércia, x_1, x_2, x_3 . Por conveniência, considera-se um modelo de um satélite com três rotores, cujos eixos de giro estão ao longo ou paralelos a estes eixos principais. J_1, J_2 e J_3 são os momentos de inércia dos rotores 1, 2 e 3, respectivamente, em torno de seus eixos de giro. I_1, I_2 e I_3 são os momentos de inércia do satélite incluindo os rotores em relação aos eixos principais. Então, a matriz de inércia I é

$$I = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix}.$$

Os eixos de referência $\{\xi_i\}$ são definidos da seguinte forma: ξ_3 é o eixo ao longo do vetor radial local, do centro gravitacional O_1 até o centro de massa do satélite O ; ξ_2 é o eixo normal ao plano da órbita e ξ_1 é o eixo tangente à órbita. ξ_1 e ξ_2 tem os sentidos indicados na figura B.3.

Os elementos da matriz dos cossenos direcionais entre os sistemas de coordenadas x e ξ são

$$\begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} & \xi_{13} \\ \xi_{21} & \xi_{22} & \xi_{23} \\ \xi_{31} & \xi_{32} & \xi_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

ou $\xi = \theta x$, onde $\theta = [\xi_{ij}]$.

Na base vetorial dos vetores unitários do sistema de coordenadas x , define-se os seguintes vetores

$$\xi_1 = \begin{bmatrix} \xi_{11} \\ \xi_{12} \\ \xi_{13} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta \\ \sin\alpha\sin\gamma - \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma \\ \sin\alpha\cos\gamma + \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma \end{bmatrix}^T$$

$$\xi_2 = \begin{bmatrix} \xi_{21} \\ \xi_{22} \\ \xi_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \sin\beta \\ \cos\beta\cos\gamma \\ -\cos\beta\sin\gamma \end{bmatrix}^T$$

$$\xi_3 = \begin{bmatrix} \xi_{31} \\ \xi_{32} \\ \xi_{33} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -\text{sen}\alpha \cos\beta \\ \cos\alpha \text{sen}\gamma + \text{sen}\alpha \text{sen}\beta \cos\gamma \\ \cos\alpha \cos\gamma - \text{sen}\alpha \text{sen}\beta \text{sen}\gamma \end{bmatrix}^T$$

Para os vetores unitários do sistema de coordenadas ξ , seus elementos são expressos em termos dos ângulos de orientação α (pitch angle), β (yaw angle) e γ (roll angle).

O vetor

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\omega_0 + \dot{\alpha}) \xi_{21} + \dot{\gamma} \\ (\omega_0 + \dot{\alpha}) \xi_{22} + \dot{\beta} \text{sen}\gamma \\ (\omega_0 + \dot{\alpha}) \xi_{23} + \dot{\beta} \cos\gamma \end{bmatrix}$$

dá a velocidade angular ω do satélite em relação ao espaço inercial, onde ω_0 representa a velocidade orbital do centro de massa do satélite.

A matriz

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{bmatrix}$$

é a matriz de inércia para os rotores e o vetor

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix}$$

é o vetor das coordenadas angulares ϕ_1, ϕ_2 e ϕ_3 dos rotores.

Finalmente,

$$k = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \dot{\phi}_1 \\ J_2 \dot{\phi}_2 \\ J_3 \dot{\phi}_3 \end{bmatrix}$$

onde k é o vetor dos momentos angulares dos rotores e

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

é o vetor dos momentos de controle dos rotores.

A equação dinâmica matricial do movimento em torno do centro de massa do satélite é

$$I\dot{\omega} + k + \tilde{\omega}(I\omega + k) = 3\omega_o^2 \tilde{\xi}_3 I \xi_3 + T_d$$

e a equação do movimento para os rotores é

$$J(\dot{\omega} + \dot{\phi}) = u$$

onde, para qualquer vetor 3×1 v , a notação \tilde{v} significa

$$\tilde{v} = \begin{bmatrix} 0 & -v_3 & v_2 \\ v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{bmatrix}$$

onde

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

e $T_d = [T_{d1} \ T_{d2} \ T_{d3}]^T$ é o vetor das projeções nos eixos principais de inércia da resultante dos torques de distúrbio no satélite com relação ao espaço inercial.

Os dados numéricos utilizados para as simulações, encontram-se em [56] e são:

$$I_1 = 874,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_1 = 0,8746 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_2 = 888,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_2 = 0,8882 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_3 = 97,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_3 = 0,0976 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

e

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{86400} \text{ rad/s},$$

ou seja, considerou-se o satélite geo-estacionário.

SUBROTINAS UTILIZADAS NO DESENVOLVIMENTO DESTE TRABALHO

C.1 - Introdução

Este apêndice apresenta uma listagem do programa utilizado nas simulações desenvolvidas neste trabalho, e tece-se alguns comentários sobre a utilização do mesmo. Isto é feito com o intuito de contribuir para a formação da biblioteca de programas computacionais do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFSC, que tem a finalidade de facilitar a utilização de programas por possíveis futuros usuários.

C.2 - Comentários sobre o programa principal e sub-rotinas

O programa utilizado neste trabalho, fundamenta-se em sub-rotinas bastante usadas em engenharia, e podem ser facilmente encontradas na literatura existente sobre métodos computacionais como, por exemplo, [64-66].

A sub-rotina SIAM4 resolve um sistema de equações diferenciais da forma dada em (2.1), a partir do estado inicial da do em cada problema. Utiliza o método de Runge-Kutta de 4ª ordem até a obtenção dos 4 primeiros valores da solução (incluindo o valor inicial) e, então, utiliza o método preditor de Adams-Bashforth

e o método corretor de Adams-Moulton, mais rápidos que o Runge-Kutta, para continuar a resolução do sistema.

A subrotina DERSUB contém as expressões das equações diferenciais que vão ser resolvidas.

A subrotina RAN gera um sinal estocástico e a subrotina NORMAL coloca este sinal em uma distribuição gaussiana.

Seja um sistema de equações diferenciais da forma dada em (2.1) com n variáveis de estado.

PROGRAMA PRINCIPAL

- dimensionamento dos vetores CUVAR, VAR, DER = $n+1$.
- dimensionamento dos vetores DER1, DER2, DER3 = n .
- dimensionamento do vetor Y = número de pontos do sinal estocástico a ser gerado.
- colocar as variáveis necessárias nas subrotinas em declarações COMMON.
- utilizar a declaração EXTERNAL DERSUB.
- IX = variável que deve ter um valor bastante próximo de $32767 = 2^{15}-1$ (maior inteiro positivo para uma palavra de 2 bytes). Utilizada na subrotina RAN.
- S = desvio padrão para a distribuição gaussiana do sinal estocástico.
- AM = valor médio para a distribuição gaussiana do sinal estocástico.
- chamar a subrotina NORMAL. Esta subrotina é chamada o número de vezes correspondente ao número de pontos do sinal estocástico desejado.
- N = nº de equações diferenciais a serem resolvidas.

- CI = passo de integração.
- SPEC = intervalo de impressão dos resultados.
- NN = variável com um valor apropriado, tal que o instante final seja igual a (NN-1) vezes SPEC.
- zerar os vetores DER1, DER2 e DER3.
- entrada de todos os parâmetros e valores iniciais das n variáveis de estado do sistema de equações diferenciais.
- colocar os valores iniciais das variáveis de estado no vetor VAR, observando que VAR(1) é o instante inicial e que, portanto, o valor inicial da primeira variável deve ser colocada em VAR(2) e, assim por diante.
- chamar a subrotina SIAM4 NN vezes.
- imprimir os resultados.
- MMM = valor correspondente ao número de impressões já realizadas.

SUBROTINA SIAM 4

- dimensionamento dos vetores ELE1, ELE2, TEMP = n.
- dimensionamento do vetor S1VAR = n + 1.
- esta subrotina chama várias vezes a subrotina DERSUB.

SUBROTINA DERSUB

- as n variáveis de estado do sistema de equações diferenciais estão disponíveis no vetor CUVAR, sendo que, CUVAR(1) é o tempo, CUVAR(2) é a primeira variável, etc.
- colocar as expressões das equações de estado no

vetor DER, sendo que, DER(2) é a equação de estado para a primeira variável, etc.

SUBROTINA NORMAL

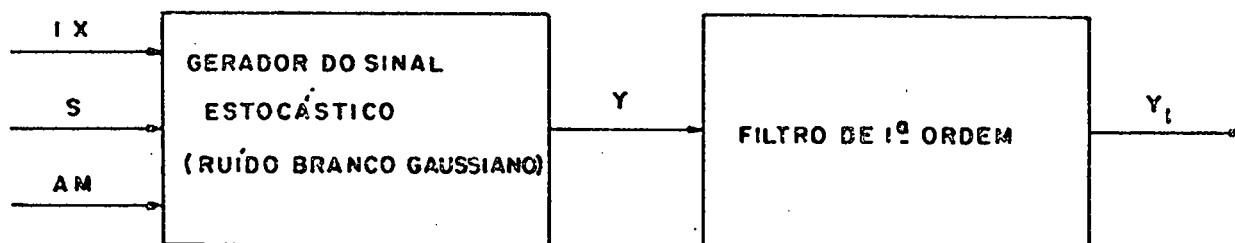
- V = valor do sinal estocástico gerado.
- esta subrotina chama a subrotina RAN.

SUBROTINA RAN

- 32767 é o maior inteiro positivo para uma palavra de 2 bytes ($2^{15}-1$).

Para completar este apêndice, observa-se que no programa principal e nas subrotinas, utiliza-se as declarações IMPLICIT INTEGER*2(I-N) e IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z). A primeira declaração tem por finalidade a utilização, na subrotina para gerar números aleatórios, de 32767 como o maior inteiro admissível. A segunda, permite a obtenção de resultados mais exatos (precisão dupla).

O sinal estocástico, utilizado nas simulações, é obtido através das subrotinas NORMAL e RAN. Utiliza-se um filtro de primeira ordem para a obtenção de um sinal mais comportado (Figura C.1).



$$\frac{Y_1(s)}{Y(s)} = \frac{5}{s + 5}$$

Figura C.1. Geração do sinal estocástico utilizado nas simulações.

Nas simulações do capítulo 5 utiliza-se escalonamento de tempo, com $t_{MÁQUINA} = \alpha \cdot t_{REAL}$, e $\alpha < 1,0$.

Segue a listagem do programa para o sistema de potência máquina-barramento infinito, controlado por realimentação de estado (método 2), correspondente à transferência de um estado perturbado, após uma falta severa, para um estado de equilíbrio desejado (caso a do sub-item 3.4.2). Os resultados encontram-se na figura 3.4.

C SIMULACAO DE EQUACOES DIFERENCIAIS ORDINARIAS NAO-LINEARES
 C RESULTADOS - TABELA E GRAFICO
 C ROTINA DE INTEGRACAO-METODO DE RUNGE-KUTTA DE QUARTA ORDEM
 C -METODO DE PREDICAO DE ADAMS-BASHFORTH
 C -METODO DE CORRECAO DE ADAMS-MOULTON
 C LIMITACOES-CONSULTAR MANUAL DE UTILIZACAO DO PROGRAMA
 C

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,D-Z)
IMPLICIT INTEGER*2(I-N)
COMMON CUVAR(10),VAR(10),CI,DER(10)
COMMON /CTL/ U1,U2,F1,F2
COMMON /PAR/ P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7,P11,P21,P31,P41,P51,P61,P71,TE,F
*K,TT,TG
COMMON /PCT/ XK12,XK11,XK10,XK24,XK23,XK22,XK21,XK20
COMMON /ENT/ XK1,XK2,XK3,XK4,XK5,XK6,A1,A2,W1,W2,W3,X1STAR,X3STAR
COMMON Y(100)
COMMON MMM
COMMON /TPD/ DER1,DER2,DER3
DIMENSION DER1(9),DER2(9),DER3(9)
EXTERNAL DERSUB
S=DSORT(0.001D0)
IX=32761
AM=0.1D0
DO 2 I=1,100
CALL NORMAL(IX,S,AM,V)
2 Y(I)=V
WRITE(6,3)(Y(I),I=1,100)
3 FORMAT(10(10X,10(5X,F5.2),/))
RAD=0.01745329252D0
N=9
CI=0.001D0
SPEC=0.1D0
NN=61
II=C
DO 10 J=1,N
DER1(J)=0.0D0
DER2(J)=0.0D0
DER3(J)=0.0D0
10 CONTINUE
WO=2.0D0*60.0D0*3.1415926D0
H=3.82D0
DK=0.006D0
XD=1.75D0
XQ=1.68D0
XAF=1.562D0
XF=1.665D0
XDD=0.2846D0
RF=0.0012D0
XT=0.3D0
V=1.0D0
EK=25.0D0
TE=0.04D0
TT=0.3D0
  
```

```

TG=0.0800
P1=WO*V*V*(XQ-XDD)/(4.000*H*(XT+XDD)*(XT+XC))
P2=WO*DK/(2.000*H)
P3=WO*V*XAF/(2.000*H*XF*(XT+XDD))
P4=WO/(2.000*H)
P5=WO*RF*V*XAF/(XF*(XT+XDD))
P6=WO*RF*(XT+XD)/(XF*(XT+XDD))
P7=WO*RF/XF
XT1=XT
V1=V
WRITE(6,5)XT1,V1
5  FORMAT(5X,2F12.6)
P11=WO*V1*V1*(XQ-XDD)/(4.000*H*(XT1+XDD)*(XT1+XC))
P21=WO*DK/(2.000*H)
P31=WO*V1*XAF/(2.000*H*XF*(XT1+XDD))
P41=WO/(2.000*H)
P51=WO*RF*V1*XAF/(XF*(XT1+XDD))
P61=WO*RF*(XT1+XD)/(XF*(XT1+XDD))
P71=WO*RF/XF
WRITE(6,15)P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7,P11,P21,P31,P41,P51,P61,P71
15  FORMAT(2(7(2X,F15.6),/))
X1STAR=72.000*PI
X3STAR=0.822800
XL1=10.000
CSI1=0.700
WN1=5.000
XL2=10.000
CSI2=0.700
WN2=9.000
CSI3=0.700
WN3=9.500
WRITE(6,25)XL1,CSI1,WN1,XL2,CSI2,WN2,CSI3,WN3
25  FORMAT(8(2X,F12.6),/)
XK12=XL1+2.000*CSI1*WN1
XK11=WN1**2+2.000*XL1*CSI1*WN1
XK10=XL1*WN1**2
XK24=XL2+2.000*(CSI2*WN2+CSI3*WN3)
XK23=2.000*XL2*(CSI2*WN2+CSI3*WN3)+(WN2**2+4.000*CSI2*CSI3*WN2*WN3
*+WN3**2)
XK22=XL2*(WN2**2+4.000*CSI2*CSI3*WN2*WN3+WN3**2)+2.000*WN2*WN3*(CSI
*I2*WN3+CSI3*WN2)
XK21=2.000*XL2*WN2*WN3*(CSI2*WN3+CSI3*WN2)+WN2**2*WN3**2
XK20=XL2*WN2**2*WN3**2
WRITE(6,35)XK12,XK11,XK10,XK24,XK23,XK22,XK21,XK20
35  FORMAT(8(2X,F12.6),/)
A1=1.500
A2=2.200
W1=1.000
W2=2.000
W3=2.500
WRITE(6,45)A1,A2,W1,W2,W3
45  FORMAT(5(2X,F12.6),/)
X10=108.000*PI
X20=200.000*PI
X30=0.400

```

```

X40=(-P5*DCOS(X1STAR)+P6*X3STAR)/P7
X50=(-P1*DSIN(2.000*X1STAR)+P3*X3STAR+DSIN(X1STAR))/P4
X60=X50
AA10=X20
AA20=P11*DSIN(2.000*X10)-P21*X20-P31*X30*DSIN(X10)+P41*X50
AA30=P51*DCOS(X10)-P61*X30+P71*X40
AA40=-X40/TE
AA50=(-X50+X60)/TT
AA60=-X60/TG
C30=2.000*P11*X20*DCOS(2.000*X10)-P21*AA20-P31*(AA30*DSIN(X10)+X20
**X30*DCCS(X10))+P41*AA50
XK1=(AA30+A1*(X30-X3STAR))/W1
XK2=X30-X3STAR
XK3=(C30+3.000*A2*AA20+(3.000*A2**2+W3**2)*X20+A2*(A2**2+W3**2)*(X
*10-X1STAR))/(W2*(W3**2-W2**2))
XK4=(AA20+2.000*A2*X20+(A2**2+W3**2)*(X10-X1STAR))/(W3**2-W2**2)
XK5=(X20+A2*(X10-X1STAR)-XK3*W2)/W3
XK6=X10-X1STAR-XK4
WRITE(6,55)XK1,XK2,XK3,XK4,XK5,XK6
55 FORMAT(6(2X,F15.6),/)
V10=0.000
V20=0.000
PVC=0.000
VAR(1)=C.000
VAR(2)=X10
VAR(3)=X20
VAR(4)=X30
VAR(5)=X40
VAR(6)=X50
VAR(7)=X60
VAR(8)=V10
VAR(9)=V20
VAR(10)=PVC
DD 100 M=1,NN
MMM=M
CALL SIAM4(TI,N,C1,SPEC,VAR,CUVAR,DER,DERSUP)
T=VAR(1)
X1=VAR(2)
X2=VAR(3)
X3=VAR(4)
X4=VAR(5)
X5=VAR(6)
X6=VAR(7)
V1=VAR(8)
V2=VAR(9)
PV=VAR(10)
VT=DSQRT(((V*XQ*DSIN(X1))/(XQ+XT))**2+((V*X00*DCOS(X1))/(XT+X00))+
*XAF*XT*X3)/((XT+X00)*XF)**2)
PTIE=(-P1*DSIN(2.000*X1)+P3*X3*DSIN(X1))/P4
X1=VAR(2)/RAD
X2=VAR(3)/RAD
F2=F2/RAD
WRITE(6,75)T
75 FORMAT(2X,F15.6,/)
WRITE(6,65)X1,X2,X3,X4,X5,X6,F2,F1,V1,PTIE,U1,U2,V1,V2,PV

```

```

65 FORMAT(6(2X,F15.6),/,2X,F15.6,19X,F15.6,/,2(51X,2(2X,F15.6),/),3(2
  *X,F15.6),/)
100 CONTINUE
  STOP
  END
  SUBROUTINE SIAM4(I1,N,CI,SPEC,VAR,CUVAR,DER,DERSUB)
  IMPLICIT REAL*(A-H,O-Z)
  IMPLICIT INTEGER*(I-N)
  COMMON /TRD/ DER1,DER2,DER3
  DIMENSION DER1(9),DER2(9),DER3(9)
  DIMENSION ELE1(9),ELE2(9)
  DIMENSION TEMP(9),SIVAR(10),VAR(10),CUVAR(10),DER(10)
  RAD=0.01745329252D0
  C
  C INITIALIZATION SECTION
  IF(I1)1,1,2
  1 IF(CI) 3,4,3
  4 WRITE(6,1000)
1000 FORMAT(11HOCI=0 STOP)
  STOP
  C
  C SAVE CI
  3 H=CI
  TO = VAR(1)
  MODE=1
  II= 1
  N1=N+1
  DO 5 J=1,N1
  CUVAR(J)=VAR(J)
  5 CONTINUE
  C
  C EVALUATION SECTION HERE
  3 CALL DEFSUB
  IF(MODE.LE.1) GO TO 7
  DO 38 J=1,N1
  38 VAR(J)=CUVAR(J)
  GO TO 6
  7 RETURN
  6 IF(SPEC) 9,7,9
  9 DELP=(VAR(1)-TO)*(1.0D0+0.0001D0)
  IF(DABS(DELP)-DABS(SPEC))2,10,10
  10 TO = VAR(1)
  GO TO 7
  2 IF(MODE-4) 11,12,12
  C
  C RUNGE-KUTTA
  11 DO 20 J=2,N1
  DER3(J-1)=DER2(J-1)
  DER2(J-1)=DER1(J-1)
  DER1(J-1)=DER(J)
  ELE1(J-1)=DER(J)
  DELT=0.4D0*ELE1(J-1)*H
  SIVAR(J)=VAR(J)
  CUVAR(J)=SIVAR(J)+DELT
  20 CONTINUE
  SIVAR(1)=VAR(1)
  CUVAR(1)=SIVAR(1)+0.4D0*H
  CALL DEFSUB
  CUVAR(1)=SIVAR(1)+0.45573725421879D0*H

```

```

DO 24 J=2,N1
ELE2(J-1)=DER(J)
DELT=(0.2969776092477500*ELE1(J-1)+0.1587596449710400*ELE2(J-1))*H
CUVAR(J)=S1VAR(J)+DELT
24 CONTINUE
CALL DERSUB
CUVAR(1)=S1VAR(1)+H
DO 26 J=2,N1
TEMP(J-1)=DER(J)
DELT=(0.2181003382259200*ELE1(J-1)-3.050965148692900*ELE2(J-1)+
*3.832864760467000*TEMP(J-1))*H
CUVAR(J)=S1VAR(J)+DELT
26 CONTINUE
CALL DERSUB
DH=H
CUVAR(1)=VAR(1)+DH
DO 28 J=2,N1
DOUB=(0.1747602822626900*ELE1(J-1)-0.5514806628747300*ELE2(J-1)+
*1.205535599396500*TEMP(J-1)+0.1711347812195200*DER(J))
CUVAR(J)=VAR(J)+DH*DOUB
28 CONTINUE
MODE=MODE+1
GO TO 8
ADAMS-BASHFORTH PREDICTOR
12 CUVAR(1)=VAR(1)+H
DH=H/24.000
DO 13 J=2,N1
DOUB=(55.000*DER(J)-59.000*DER1(J-1)+37.000*DER2(J-1)-9.000*DER3(J
*-1))
CUVAR(J)=VAR(J)+DH*DOUB
13 CONTINUE
DO 14 J=1,N
DER3(J )=DER2(J)
DER2(J )=DER1(J)
14 DER1(J )=DER(J+1)
CALL DERSUB
ADAMS-MCULTON CORRECTOR
DO 16 J=2,N1
DOUB=(9.000*DER(J)+19.000*DER1(J-1)-5.000*DER2(J-1)+DER3(J-1))
CUVAR(J)=VAR(J)+DH*DOUB
16 CONTINUE
GO TO 8
END
SUBROUTINE DERSUB
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
IMPLICIT INTEGER*2(I-N)
COMMON CUVAR(10),VAR(10),CI,DER(10)
COMMON /CTL/ J1,U2,F1,F2
COMMON /PAR/ P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7,P11,P21,P31,P41,P51,P61,P71,TE,5
*K,TT,TG
COMMON /PCT/ XK12,XK11,XK10,XK24,XK23,XK22,YK21,XK20
COMMON /ENT/ XK1,XK2,XK3,XK4,XK5,XK6,A1,A2,W1,W2,W3,X1STAR,X3STAR
COMMON Y(100)
COMMON MMM
SS1=5.000

```



```

SS2=5.000
RAD=0.0174532925200
T=CUVAR(1)
X1=CUVAR(2)
X2=CUVAR(3)
X3=CUVAR(4)
X4=CUVAR(5)
X5=CUVAR(6)
X6=CUVAR(7)
V1=CUVAR(8)
V2=CUVAR(9)
PV=CUVAR(10)
F1=X3STAR+DEXP(-A1*T)*(XK1*DSIN(W1*T)+XK7*DCCOS(W1*T))
FF1=DEXP(-A1*T)*((-A1*XK1-W1*XK2)*DSIN(W1*T)+(-A1*XK2+W1*XK1)*DCCOS
*(W1*T))
FFF1=DEXP(-A1*T)*(((A1**2-W1**2)*XK1+2.000*A1*W1*XK2)*DSIN(W1*T)+(
*(A1**2-W1**2)*XK2-2.000*A1*W1*XK1)*DCCOS(W1*T))
F2=X1STAR+DEXP(-A2*T)*(XK3*DSIN(W2*T)+XK4*DCCOS(W2*T)+XK5*DSIN(W3*T
*))+XK6*DCCOS(W3*T))
FF2=DEXP(-A2*T)*((-A2*XK3-W2*XK4)*DSIN(W2*T)+(-A2*XK4+W2*XK3)*DCCOS
*(W2*T)+(-A2*XK5-W3*XK6)*DSIN(W3*T)+(-A2*XK6+W3*XK5)*DCCOS(W3*T))
FFF2=DEXP(-A2*T)*(((A2**2-W2**2)*XK3+2.000*A2*W2*XK4)*DSIN(W2*T)+(
*(A2**2-W2**2)*XK4-2.000*A2*W2*XK3)*DCCOS(W2*T)+((A2**2-W3**2)*XK5+2
*.000*A2*W3*XK6)*DSIN(W3*T)+((A2**2-W3**2)*XK6-2.000*A2*W3*XK5)*DCC
OS(W3*T))
FFFF2=DEXP(-A2*T)*(((A2**2+3.000*W2**2)*A2*XK3+(W2**2-3.000*A2**2
*)*W2*XK4)*DSIN(W2*T)+((-W2**2+3.000*A2**2)*W2*XK3+(-A2**2+3.000*W2
**2)*A2*XK4)*DCCOS(W2*T)+((-A2**2+3.000*W3**2)*A2*XK5+(W3**2-3.000*
*A2**2)*W3*XK6)*DSIN(W3*T)+((-W3**2+3.000*A2**2)*W3*XK5+(-A2**2+3.0
00*W3**2)*A2*XK6)*DCCOS(W3*T))
FFFFF2=DEXP(-A2*T)*(((A2**4-6.000*A2**2*W2**2+W2**4)*XK3+(A2**2-W2
**2)*4.000*A2**2*W2**2*W2**4)*XK4+((-A2**2+W2**2)*4.000*A2**2*W2**2*
*A2**4-6.000*A2**2*W2**2+W2**4)*XK4)*DCCOS(W2*T)+((A2**4-6.000*A2**2
**W3**2+W3**4)*XK5+(A2**2-W3**2)*4.000*A2**2*W3**2*W3**4)*XK6+((-A2
**2+W3**2)*4.000*A2**2*W3**2*W3**4+W3**4)*XK6)*DCCOS(W3*T))
AA1=X2
AA2=P1*DSIN(2.000*X1)-P2*X2-P3*X3*DSIN(X1)+P4*V5-P4*PV
AA3=P5*DCCOS(X1)-P6*X3+P7*X4
AA4=-X4/TE
AA5=(-X5+X6)/TT
AA6=-X6/TC
AA11=X2
AA21=P11*DSIN(2.000*X1)-P21*X2-P31*X3*DSIN(X1)+P41*V5
AA31=P51*DCCOS(X1)-P61*X3+P71*X4
AA41=-X4/TE
AA51=(-X5+X6)/TT
AA61=-X6/TC
C21=-P51*X2*DSIN(X1)-P61*AA31+P71*AA41
C31=2.000*P11*X2*DCCOS(2.000*X1)-P21*AA21-P31*(AA31*DSIN(X1)+X2*X3*
*DCCOS(X1))+P41*AA51
C41=2.000*P11*(AA21*DCCOS(2.000*X1)-2.000*X2**2*DSIN(2.000*X1))-P21
**C31-P31*(C21-X2**2*X3)*DSIN(X1)+(2.000*X2*AA31+X3*AA21)*DCCOS(X1)
*)+P41*(-AA51+AA61)/TT
D411=TE/(P71*EK)

```

```

D412=0.000
D421=P31*TT*TC*DSIN(X1)/P41
D422=TT*TC/P41
UU1=-C21+XK12*(FF1-AA31)+XK11*(F1-X3)+FFF1+V1
UU2=-C41+XK24*(FFF2-C31)+XK23*(FFF2-AA21)+XK22*(FF2-X2)+XK21*(F2-
*X1)+FFFFF2+V2
U1=D411*UU1+D412*UU2
U2=D421*UU1+D422*UU2
DER(2)=AA1
DER(3)=AA2
DER(4)=AA3
DER(5)=AA4+EK*U1/TF
DER(6)=AA5
DER(7)=AA6+U2/TC
DER(8)=XK10*(F1-X3)
DER(9)=XK20*(F2-X1)
DER(10)=-SS1*PV+SS2*Y(MMM)
DER(10)=0.000
RETURN
END
SUBROUTINE NORMAL(IX,S,AM,V)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
IMPLICIT INTEGER*2(I-N)
A=0.000
DO 50 I=1,12
CALL RAN(IX,IY,Y)
IX=IY
50 A=A+Y
V=(A-6.000)*S+AM
RETURN
END
SUBROUTINE RAN(IX,IY,YFL)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
IMPLICIT INTEGER*2(I-N)
IY=IX*899
IF(IY)5,6,6
5 IY=IY+32767+1
6 YFL=IY
YFL=YFL/32767.000
RETURN
END

```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Brockett, R.W. & Mesarovic, M.D., "The Reproducibility of Multivariable Systems", J. Math. Anal. Appl., vol. 11, pg. 548-563, Julho 1965.
- [2] Sain, M.K. & Massey, J.L., "Invertibility of Linear Time-Invariant Dynamical Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-14, pg. 141-149, Abril 1969.
- [3] Silverman, L.M., "Inversion of Multivariable Linear Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-14, pg. 270-276, Junho 1969.
- [4] Willsky, A.S., "On the Invertibility of Linear Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-19, pg. 272-274, Junho 1974.
- [5] Moylan, P.J. "Stable Inversion of Linear Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-22, pg. 74-78, Fevereiro 1977.
- [6] Hirschorn, R.M. "Invertibility of Control Systems on Lie Groups", SIAM J. Control and Optimization, vol. 15, pg. 1034-1049, Novembro 1977.
- [7] Hirschorn, R.M., "Invertibility of Nonlinear Control Systems", SIAM J. Control and Optimization, vol. 17, pg. 289-297, Março 1979.
- [8] Hirschorn, R.M., "Invertibility of Multivariable Nonlinear Control Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-24, pg. 855-865, Dezembro 1979.
- [9] Rebhuhn, D., "Invertibility of C^∞ Multivariable Input-Output Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-25, pg. 207-212.

Abril 1980.

- [10] Meyer, G., "Use of System Inverses in the Design of Flight Control Systems for Aircraft with Nonlinear Characteristics", 1980 Joint Automatic Control Conference, San Francisco, California, Agosto 1980.
- [11] Hirschorn, R.M., "Output Tracking in Multivariable Nonlinear Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-26, pg. 593-595, Abril 1981.
- [12] Singh, S. N., "A Modified Algorithm for Invertibility in Nonlinear Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-26, pg. 595-598, Abril 1981.
- [13] Hsu, C.S. & Mohler, R.R., "On the Inverse of a Special Class of Bilinear Systems", J. Dynamic Systems, Measurement and Control, vol. 102, pg. 103-105, Junho 1981.
- [14] Singh, S.N., "Functional Reproducibility of Multivariable Nonlinear Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-27, pg. 270-272, Fevereiro 1982.
- [15] Singh, S.N., "Invertibility of Multivariable Parabolic Distributed Parameter Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-27, pg. 276-279, Fevereiro 1982.
- [16] Singh S.N., "Invertibility of Observable Multivariable Nonlinear Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-27, pg. 487-489, Abril 1982.
- [17] Araújo, A.D. & Singh, S.N., "Asymptotic Functional Reproducibility and Alert State Steering of Nonlinear Interconnected Power System", 1982 American Control Conference, Arlington, Virginia, Junho 1982.

- [18] Singh, S.N., "Reproducibility in Nonlinear Systems Using Dynamic Compensation and Output Feedback", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-27, Agosto 1982.
- [19] Singh, S.N., "Generalized Functional Reproducibility Condition for Nonlinear Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-27, Agosto 1982.
- [20] Araújo, A.D. & Singh, S.N., "Uma Abordagem em Inversão de Sistemas para Controle de Sistemas de Potência Não Lineares", 4º Congresso Brasileiro de Automática, Campinas, São Paulo, Setembro 1982.
- [21] Singh, S.N., "Output Functional Reproducibility and Decoupling Control in Parabolic Distributed Parameter Systems", IEEE Conference on Decision and Control, Florida, Dezembro 1982.
- [22] Araújo, A.D. & Singh, S.N., "Asymptotic Functional Reproducibility and Control of Interconnected Power System", International Journal of Systems Science, 1983.
- [23] Falb, P.L., and Wolovich, W.A., "Decoupling in the Design and Synthesis of Multivariable Control Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-12, pg. 651-659, Dezembro 1967.
- [24] Porter, W.A., "Decoupling of and Inverses of Time-Varying Linear Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-14, pg. 378-380, Agosto 1969.
- [25] Gilbert, E.G., "The Decoupling of Multivariable Systems by State Feedback", SIAM J. Control and Optimization, vol. 7, pg. 50-63, 1969.
- [26] Wonham, W.M. & Morse, A.S., "Decoupling and Pole Assignment in Linear Multivariable Systems", SIAM J. Control and

- Optimization, vol. 8, pg. 1-18, 1970.
- [27] Porter, W.A., "Diagonalization and Inverses for Nonlinear Systems", Int. J. Control, vol. 11, pg. 67-70, 1970.
- [28] Sato, S.M. & Lopresti, P.V., "On the Generalization of State Feedback Decoupling Theory", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-16, pg. 133-139, April 1971.
- [29] Silverman, L.M. & Payne, H.J., "Input-Output Structure of Linear Systems with Application to the Decoupling Problem", SIAM J. Control and Optimization, vol. 9, pg. 199-233, Maio 1971.
- [30] Majumdar, A.K. & Choudhury, A. K., "On the Decoupling of Nonlinear Systems", Int. J. Control, vol. 16, pg. 705 - 718, 1972.
- [31] Tokumaru, H. & Iwai, Z., "Non-Interacting Control of Nonlinear Multivariable Systems", Int. J. Control, vol. 16, pg.945-958, 1972.
- [32] Singh, S.N.. & Rugh, W. J., "Decoupling in a Class of Nonlinear Systems by State Variable Feedback", J. Dynamic Systems, Measurement and Control. vol. 94, pg. 323-329, 1972.
- [33] Singh, S.N. & Schy, A.A., "Output Feedback Nonlinear Decoupled Control Synthesis and Observer Design for Manoeuvring Aircraft", Int. J. Control, vol. 31, pg. 781-806, 1980.
- [34] Singh, S.N., "Nonlinear State Variable Feedback Excitation and Governor Control Design Using Decoupling Theory", IEE Proceedings, vol. 127, pg. 131-141, Maio 1980.
- [35] Singh, S.N., "Decoupling of Invertible Nonlinear Systems with State Feedback and Precompensation", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-25, pg. 1237-1239, 1980.

- 178
- [36] Singh, S.N., "Generalized Decoupled Control Synthesis for Invertible Nonlinear Systems", IEE Proceedings, vol. 128, pg. 157-161, Julho 1981.
- [37] Iyer, S.N. & Cory, B.J., "Optimal Control of a Turbo-Alternator Including Exciter and Governor", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-90, pg. 2142-2148, 1971.
- [38] Mukhopadhyay, B.K. & Malik, O.P., "Optimal Control of Synchronous Machine Excitation by Quasilinearisation Techniques", IEE Proceedings, vol. 119, pg. 91-98, 1972.
- [39] Elmetwally, M.M., Rao, N.D. & Malik, O.P., "Experimental Results on the Implementation of an Optimal Control of Synchronous Machines", IEEE Trans: Power Apparatus and Systems, vol. PAS-94, pg. 1192-1200, 1975.
- [40] Wilson, W.J., Raina, V.M. & Anderson, J.H., "Nonlinear Output Feedback Excitation Controller Design Based on Nonlinear Optimal Control and Identification Methods", apresentado no encontro de verão do IEEE PES, Portland, 1976.
- [41] Daniels, A.R., Lee, Y.B. & Pal, M.K., "Nonlinear Power System Optimisation Using Dynamic Sensitivity Analysis", IEE Proceedings, vol. 123, pg. 365-370, 1976.
- [42] Daniels, A.R., Lee, Y.B. & Pal, M.K., "Combined Sub-Optimal Excitation Control and Governing of A.C. Turbogenerators Using Dynamic Sensitivity Analysis", IEE Proceedings, vol. 124, pg. 473-478, 1977.
- [43] Doraiswami, R. & Gondar, U.C.M., "The Design and Stability of a Multiarea Load-Frequency Control under Varying Loads", apresentado no encontro de inverno do IEEE PES, New York, 1978.

- [44] Doraiswami, R., "A Nonlinear Load-Frequency Control Design", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-97, pg.1278-1284, 1978.
- [45] Willems, J.L., "Direct Methods for Transient Stability Studies in Power Systems Analysis", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-16, pg. 332-341, Agosto 1971.
- [46] Fink, L.H. & Carlsen, K., "Operating under Stress and Strain", IEEE Spectrum, pg. 48-53, Março 1978.
- [47] Sastry, S. & Varaiya, P., "Hierarchical Stability and Alert State Steering Control of Interconnected Power Systems", IEEE Trans. Circ. and Systems, vol. CAS-27, pg.1102-1112, Novembro 1980.
- [48] Zaborszky, J., Prasad, K. & Whang, K.W., "Stabilizing Control in Emergencies-Part 2. Control by Local Feedback", IEEE Trans. Apparatus and Systems, vol. PAS-100, pg. 2381 - 2389, Maio 1981.
- [49] Somuah, C.B. & Schweppe, F.C., "On-Line Computer Control of a Power System During an Emergency", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-100, pg. 2619-2627, Maio 1981.
- [50] Kakimoto, N., Ohsawa, Y. & Hayashi, M., "Transient Stability Analysis of Multimachine Power Systems with Field Flux Decays via Liapunov's Direct Method", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-99, pg.1819-1827, Setembro/Outubro 1980.
- [51] Anderson, P.M. & Fouad, A.A., "Power System Control and Stability - Volume 1", The Iowa State University Press, Ames-Iowa, 1977.
- [52] Kalman, R.E., Englar, J.S. & Bucy, R.S., "Fundamental Study

- of Adaptive Control Systems", vol. II, ASD-TR-61-27, Air Force Systems Command, Wright-Patterson AFB, Outubro 1965.
- [53] Garrard, W.L. & Clark, L.G., "On the Synthesis of Suboptimal, Inertia-Wheel Attitude Control Systems", Automatica, vol. 5, pg. 781-789, 1969.
- [54] Anchev, A.A., "Equilibrium Attitude Transitions of a Three-Rotor Gyrostat in a Circular Orbit", AIAA Journal, vol. 11, pg. 467-472, Abril 1973.
- [55] Singh, S.N., "Stabilizing Feedback Controls for Nonlinear Hamiltonian Systems and Nonconservative Bilinear Systems in Elasticity", J. Dynamic Systems, Measurement and Control, vol. 103, Março 1982.
- [56] Sen, A.K., "The Use of a Spinning Dissipator for Attitude Stabilization of Earth-Orbiting Satellites", IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, vol. AES-9, pg. 272 - 279, Março 1973.
- [57] Meirovitch, L., "Methods of Analytical Dynamics", McGraw Hill Book Company, New York, 1970.
- [58] Chen, C.T., "Introduction to Linear System Theory", Holt, Rinehart and Winston, INC, New York, 1970.
- [59] Protter, M.H. & Morrey Jr., C.B., "Modern Mathematical Analysis", Addison-Wesley Publishing Company, Berkeley - California - 1964.
- [60] Bishop, R.L. & Crittenden, R.J., "Geometry of Manifolds", Academic Press, INC., New York, 1964.
- [61] Warner, F.W., "Foundations of Differentiable Manifolds and

- Lie Groups", Scott, Foresman and Company, Glenview - Illinois, 1971.
- [62] Davison, E.J., "The Output Control of Linear Time - Invariant Multivariable Systems with Unmeasurable Arbitrary Disturbances", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-17, pg. 621-630, 1972.
- [63] Wang, S.H. & Dorato, P., "Robust Decoupled Servomechanism Theory for Linear Multivariable Systems", apresentado na 12ª Conferência em Circuitos, Sistemas e Computadores em Asilomar, 1978.
- [64] Pacitti, T. & Atkinson, C.P., "Programação e Métodos Computacionais - Volume 2", Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 1976.
- [65] Conte, S.D., "Elementos de Análise Numérica", Editora Globo, Porto Alegre, 1975.
- [66] Stagg, G.W. & El-Abiad, A.H., "Computer Methods in Power System Analysis", McGraw-Hill Kogakusha, Ltd. Tokyo, 1968.