

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO DE IDENTIFICAÇÃO DE FONTES DE RUÍDO
E VIBRAÇÕES EM UM COMPRESSOR HERMÉTICO

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA
CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
ENGENHARIA

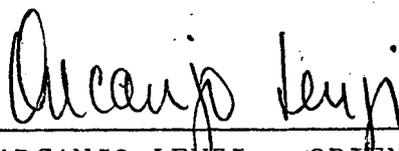
ROGÉRIO SANGOI

FLORIANÓPOLIS, OUTUBRO - 1983

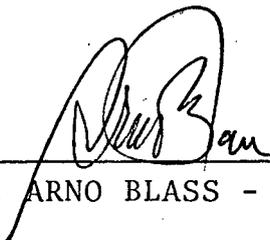
ESTUDO DE IDENTIFICAÇÃO DE FONTES DE RUÍDO
E VIBRAÇÕES EM UM COMPRESSOR HERMÉTICO

ROGÉRIO SANGOI

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO
DE MESTRE EM ENGENHARIA - ESPECIALIDADE ENGENHARIA ME-
CÂNICA E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS
GRADUAÇÃO

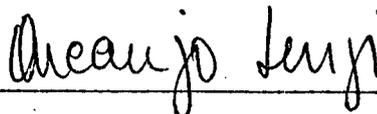


PROF. ARCANJO LENZI - ORIENTADOR



PROF. ARNO BLASS - COORDENADOR

APRESENTADA PERANTE A BANCA EXAMINADORA COMPOSTA DOS
PROFESSORES:

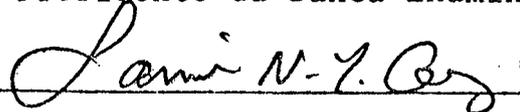


PROF. ARCANJO LENZI, M.Sc.



PROF. JOSÉ JOÃO ESPÍNDOLA, Ph.D.

Presidente da Banca Examinadora



PROF. SAMIR NAGI YOUSRI GERGES, Ph.D.

A meus pais,

Anair e Joaquim

AGRADECIMENTOS

À CAPES e UFSM, pela concessão da bolsa de estudos;

Ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e ao Laboratório de Vibrações e Acústica, do Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC, pela oportunidade de realização do curso e deste trabalho;

Ao meu orientador, prof. Arcanjo Lenzi, pela dedicação, amizade e ensinamentos recebidos, durante o curso e na elaboração desta dissertação;

À UFSC, seus professores e funcionários, a nossa disposição;

Aos funcionários do NPD/UFSC, em especial ao Eng^o Wilson Wronski Ricardo e ao Bel. João Maria Lima, pela colaboração no uso do sistema computacional;

A EMBRACO (Empresa Brasileira de Compressores S.A.), pela doação de compressores e peças e pela construção de protótipos, usados no trabalho experimental;

Aos meus pais, pelo amor, apoio e incentivo durante o curso e a elaboração da dissertação;

À minha irmã Marília T. Sangoi Padilha e Família, pela amizade e acolhedora hospedagem;

A Giana, pela compreensão e carinho;

Aos familiares e amigos, pelo incentivo recebido;

A todos os que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho, os meus sinceros agradecimentos.

SUMÁRIO

Simbologia	I
Resumo	V
Abstract	VI
Capítulo 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - Revisão bibliográfica	2
1.2 - Objetivos do trabalho	9
Capítulo 2 - CARACTERÍSTICAS GERAIS DO COMPRESSOR	11
2.1 - O compressor em estudo	11
2.2 - Potência sonora	12
2.2.1 - Método de medição do nível de potência sonora do compressor ..	13
2.2.2 - Estimativas do desvio padrão das medições	15
2.2.3 - Coeficiente de absorção médio ..	18
2.2.4 - Determinação do nível de potên- cia sonora	18
2.3 - Resposta da carcaça - Admitância me- cânica	25
2.4 - Conclusões	26
Capítulo 3 - VERIFICAÇÃO DO BALANCEAMENTO DINÂMICO	28
3.1 - Introdução	28
3.2 - Equações de balanceamento	28
3.2.1 - Forças exercidas pelas molas helicoidais	30
3.2.2 - Equilíbrio de forças na dire- ção x	30

3.2.3 - Equilíbrio de forças na direção y	32
3.2.4 - Equilíbrio de momentos em relação ao eixo x	33
3.2.5 - Equilíbrio de momentos em relação ao eixo y	34
3.2.6 - Equações obtidas	36
3.3 - Análise com os dados reais do compressor	38
3.3.1 - Determinação da posição do centro de gravidade	38
3.3.2 - Determinação dos momentos de inércia	42
3.3.3 - Determinação dos valores de rigidez das molas e tubo de descarga	46
3.3.4 - Equações de balanceamento com dados do compressor atual	48
3.4 - Modificações introduzidas	50
3.5 - Níveis de vibração	50
3.6 - Análise dos resultados e conclusões	54
Capítulo 4 - AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO TUBO DE DESCARGA	56
4.1 - Impedância mecânica do tubo atual	57
4.2 - Influência da curvatura	59
4.2.1 - Impedância mecânica de uma viga reta tubular fina em balanço	59

4.2.2 - Avaliação experimental da in	
fluência da curvatura	61
4.2.3 - Variação das frequências de	
ressonância com a curvatura	61
4.3 - Efeitos da adição de amortecimento	65
4.4 - Conclusões	66
Capítulo 5 - AVALIAÇÃO DE CARACTERÍSTICAS ACÚSTICAS DE	
CAVIDADE	68
5.1 - A equação da onda tridimensional e	
sua solução em coordenadas esféricas ...	68
5.1.1 - Solução da equação da onda	
em coordenadas esféricas co-	
mo função de r e θ	69
5.2 - Equação da velocidade da onda em co-	
ordenadas esféricas	69
5.2.1 - Frequências de ressonância	
da cavidade	70
5.3 - Equação da pressão acústica em coor-	
denadas esféricas	72
5.4 - Resposta acústica da cavidade a uma	
excitação forçada - impedância acús-	
tica	73
5.4.1 - Determinação das constantes	
de integração	73
5.4.2 - Expressões para velocidade	
da partícula e pressão acús-	
tica na cavidade	75
5.4.3 - Impedância acústica específica ...	76

5.4.4 - Variação do espectro da impedância em função da variação dos raios das esferas	81
5.5 - Resultados experimentais	81
5.5.1 - Frequências de ressonância acústica da cavidade	81
5.5.2 - Resposta acústica da cavidade com o compressor funcionando - Determinação por método analógico	83
5.5.3 - Resposta acústica da cavidade com o compressor funcionando - Determinação por método digital	84
5.6 - Análise dos resultados e conclusões ..	86
Capítulo 6 - DETERMINAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE IRRADIAÇÃO DA CARÇAÇA	89
6.1 - Introdução	89
6.2 - Determinação experimental da eficiência de irradiação	89
6.3 - Análise da carcaça como um cilindro finito	91
6.4 - Avaliação da resposta da carcaça	94
6.5 - Conclusões	94
Capítulo 7 - CONCLUSÕES	97
Referências bibliográficas	99
Apêndice 01	

SIMBOLOGIA

constantes de integração
 $A_n, A, B_n, B, C, D_n, D, E_n$
letras usuais

A_1, A_2, A_3	amplitudes de deslocamentos na direção x
a	raio interno da cavidade, largura da placa
b	raio externo da cavidade, comprimento de placa, raio do cilindro
B_1, B_2, B_3	amplitudes de deslocamentos na direção y
c	distância do eixo do pistão ao plano do centro de gravidade do corpo
c_0	velocidade do som no meio
c_l	velocidade de propagação da onda de flexão no material
CG	centro de gravidade
d	distância do ponto de fixação na superfície do corpo ao seu CG
d_1	cota z do ponto de fixação do tubo de descarga no bloco
d_2	cota y do ponto de fixação do tubo de descarga no bloco
d_3	cota y do ponto de fixação da mola 02 no bloco
d_4	cota y do ponto de fixação da mola 03 no bloco
d_6	cota x do ponto de fixação das molas 02 e 03 no bloco
d_5	cota x do ponto de fixação do tubo de descarga no bloco
d_7	cota x do ponto de fixação da mola 01 no bloco
dm	elemento infinitesimal de massa
dV	elemento infinitesimal de volume
E	módulo de Young
f_n	frequência de ressonância de ordem n

f_1	frequência natural
f_c	frequência de coincidência
f_r	frequência de ressonância circunferencial
F	força
g	aceleração da gravidade
H_n^1, H_n^2	funções esféricas de Hankle
I, I_{exp}	momento de inércia
I_a	momento de inércia de área da seção transversal
j	unidade imaginária
k	número de onda, constante de rigidez
k_t	constante de rigidez transversal da mola
k_a	constante de rigidez axial da mola
k_x, k_y, k_z	constantes de rigidez do tubo de descarga
L	comprimento do fio do pêndulo
l	comprimento da biela, comprimento da viga
l_p	distância do CG da biela ao pistão
m	massa total do compressor, massa do corpo em teste, massa do conjunto corpo em teste e plataforma
m_k	massa da manivela
m_p	massa da biela
m_s	massa do pistão
M_1, M_2	massas equivalentes
p_n	pressão acústica de ordem n
r	primeira coordenada esférica
R	comprimento da manivela
R_1, R_2, R_3	distâncias perpendiculares entre eixo de rotação e os fios do pêndulo
R_a	raio da linha média do anel não deformado
S	área da seção transversal, área da superfície irradiadora

t	tempo
T	período, tempo de reverberação
v_n	velocidade de partícula da onda
x	deslocamento na direção x
x_c, y_c, z_c	coordenadas cartesianas do CG do corpo
X, Y, Z	coordenadas cartesianas do elemento de volume ou de massa
y	deslocamento na direção y
z	deslocamento na direção z
Z_n	impedância acústica específica de ordem n
Z_0	impedância acústica específica do meio gasoso

letras gregas

β	ângulo das molas com o plano vertical
γ	distância vertical entre os CG do excêntrico e do corpo
ϕ_n	potencial de velocidade de ordem n
ϕ	ângulo de giro, amplitude inicial de oscilação, diâmetro do furo central da placa do pêndulo
ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3	ângulos entre os fios do pêndulo trifilar
ψ	terceira coordenada esférica
Ψ	ângulo das molas com a direção y
ω	frequência angular
∇	gradiente
Δ	deslocamento, tamanho da cavidade
θ	segunda coordenada esférica, argumento de função circular
ρ	distância do CG do excêntrico ao eixo de rotação, densidade do material
ρ_0	densidade do meio
ρ_x, ρ_y, ρ_z	raios de giração

ρ_m	densidade do material do corpo
μ	<u>massa do excêntrico</u>
τ	torque, momento
ϵ	erro relativo percentual
δ	alôngamento estático
ξ	deflexão
$\dot{\xi}$	velocidade de flexão da estrutura no ponto considerado
η	fator de amortecimento estrutural
T	coeficiente tabelado
u	espessura da carcaça
λ	comprimento de onda

outros símbolos

$P_n(\cos\theta)$	polinomial de Legendre de ordem n
W_{rad}	potência sonora irradiada
σ_{rad}	eficiência de irradiação sonora (acústica)
$\overline{\langle v^2 \rangle}$	velocidade quadrática média espacial e temporal
l	comprimento do pêndulo

observações

- o sinal \sim sob qualquer símbolo indica valor complexo
- o sinal $-$ sobre qualquer símbolo indica valor médio

RESUMO

Este trabalho aborda fontes principais de ruído e vibrações em um compressor hermético, e os caminhos de transmissão da energia vibratória para a carcaça. Na baixa frequência ocorre desbalanceamento dinâmico da máquina, sendo esta a principal fonte de vibrações nessa região. Análise buscando minimização da energia transmitida pelas molas por otimização da posição e valor da massa de balanceamento e posição do plano de fixação das molas é desenvolvida e os resultados comparados com dados experimentais obtidos a partir de protótipos.

Resultados de testes de impedância mecânica do tubo de descarga são apresentados, sempre que possível com comparação com a teoria existente. Os efeitos da curvatura do tubo e da adição de amortecimento são discutidos.

A cavidade entre o conjunto bloco-motor e a carcaça é um caminho importante de escoamento de energia para esta, devido aos elevados níveis de pressão sonora aí verificados. Análise matemática utilizando coordenadas esféricas é desenvolvida para a impedância acústica da cavidade, sendo validada por resultados experimentais.

A eficiência de irradiação da carcaça é determinada por modelação em esfera e em cilindro, sendo apresentada comparação entre resultados teóricos e experimentais.

ABSTRACT

This work deals with theoretical and experimental studies concerning the main noise and vibration sources in hermetic compressors.

The unbalance of internal forces and torques is the major source of vibration at low frequencies. An analysis seeking minimum energy transfer through the suspension springs and discharge tube by optimization of the distance between centre of gravity and the plane containing the springs attachment points to the body is presented. Experimental verification in a modified prototype is also discussed.

Dynamic characteristics of the discharge tube have been analyzed, since it represents one of the energy transmission paths to the shell. Experiments on the effects of tube curvature and damping addition have been carried out.

Acoustic mode shapes of the cavity between body and shell were theoretically obtained in spherical coordinates. Such cavity was modelled as being the space between two concentric spheres. Measured frequencies agreed well with the theory.

The radiation efficiency of the shell has also been measured and results compared to those of a sphere in pulsation and oscillation.

INTRODUÇÃO

Os sistemas de refrigeração domiciliares, que basicamente podem ser esquematizados pela forma mostrada na figura 01, têm o compressor como uma das principais fontes dos níveis de ruído e vibrações.

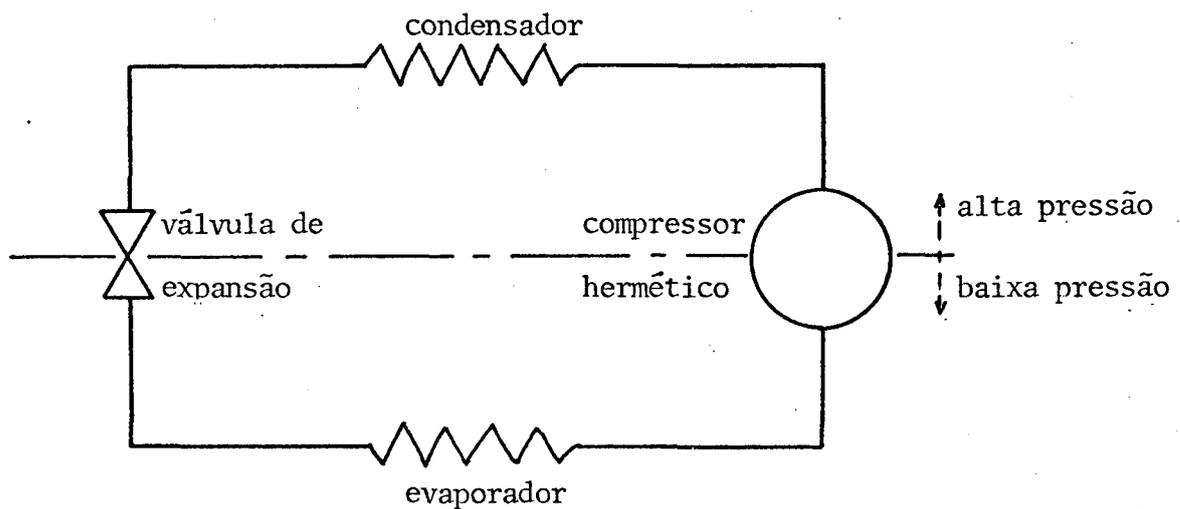


Figura 01 - Esquema básico dos sistemas de refrigeração domiciliares

Devido às crescentes exigências de mercado, tornaram-se necessários estudos científicos para redução dos citados níveis, o que significa melhorar as características internas e de carcaça dessa máquina de pequeno porte, bem como sua fixação no sistema. Assim, a obtenção de menores níveis de vibração e ruído do compressor contribuirá para diminuir o desconforto a que está submetido o usuário desses aparelhos de refrigeração/congelamento, o que poderá implicar modificação na preferência do mercado consumidor.

O compressor hermético PEEWEE, desenvolvido pela empresa

dinamarquesa Danfoss S/A e fabricado pela Empresa Brasileira de Compressores S/A desde 1974, será o compressor sobre o qual serão realizados os estudos experimentais deste trabalho; um desenho em corte está mostrado na figura 02.

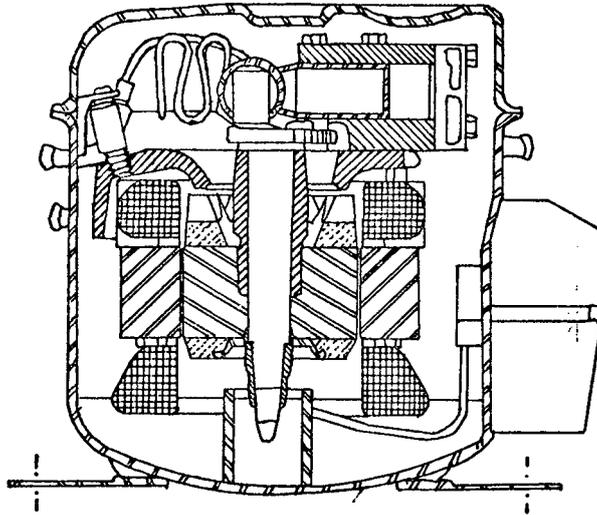


Figura 02 - Vista lateral, em corte, do compressor PEEWEE

Este trabalho apresenta um estudo básico de localização de fontes de ruído e vibrações em compressores herméticos, com discussão de seus mecanismos de geração, apesar de alguns trabalhos já terem sido publicados no assunto, conforme a revisão bibliográfica abaixo.

1.1 Revisão Bibliográfica

O ruído de um sistema de refrigeração de pequeno porte pode ser gerado pelo compressor, fluxo de refrigerante e condições de instalação.

O compressor, se hermético alternativo de único pistão, é inerentemente desbalanceado, devido às forças de excitação de

primeira e segunda ordens que nele ocorrem. Aquelas podem ser em grande parte atenuadas pelo simples uso de uma massa excêntrica, enquanto que estas nunca podem ser balanceadas. Essa energia mecânica é transmitida para a carcaça por três diferentes caminhos: óleo, gás e estruturas. Os dois primeiros dependem ambos da presença do gás no interior da carcaça e têm importância no início de operação; o terceiro caminho, constituído pelas molas internas e tubos de descarga, é o predominante durante o funcionamento do compressor. A vibração, originada nos mecanismos internos, propaga-se à carcaça (e, posteriormente, às demais partes do sistema de que é integrante) excitando-a e fazendo-a vibrar, com consequente emissão sonora.

Segundo WILSON [1], há três tipos de vibração associados com o compressor: desbalanceamento de forças e torques, que ocorrem nas baixas frequências e aparecem principalmente nos dois primeiros harmônicos da frequência de rotação, e vibrações de flexão do corpo, que ocorrem nas altas frequências e provocam a irradiação de som.

Examinando-se o compressor de uma forma simplificada, conclui-se que suas vibrações são determinadas pela inércia da carcaça e pelas forças que nela atuam; forças e torques que dependem do compressor propriamente dito, das conexões de tubo e dos isoladores da base. As forças internas são determinadas pela rigidez e pelos deslocamentos lineares e angulares das molas internas e pela inércia dos componentes. KJELDSEN et al. [2] afirmam que, para o balanceamento dessas forças e momentos utilizando massas adicionais, estas e o ponto de fixação das molas de suspensão interna devem situar-se em lados opostos do plano do centro de gravidade da massa interna suspensa. Sua análise conside-

ra apenas partes integrantes do conjunto pistão/cruzeta e massa de balanceamento; as forças exercidas pelas molas e tubo de descarga não foram consideradas na análise que apresentam.

Durante a operação do compressor, ocorre um fluxo de gás na sucção, que influencia o movimento da válvula da sucção, resultando num movimento oscilatório da mesma, de cuja amplitude de velocidade depende a capacidade da válvula de irradiar som. DHAR et al. [3] estudaram a influência da inclusão de um batente para a válvula e de um silenciador, ambos na sucção, e concluíram que ambas as alterações são favoráveis para a redução do ruído emitido pela válvula e, em consequência, irradiado pelo compressor, tendo a inclusão do batente a vantagem adicional de reduzir as vibrações da válvula.

Ao analisar os níveis de ruído em compressores de refrigeração, TOJO et al. [4] observaram que os picos nas faixas de 500 Hz e 2 kHz, que aparecem no espectro de potência sonora de compressores, têm alta correlação com a aceleração da carcaça. Na região de 500 Hz, o ruído é produzido pelo movimento de corpo sólido da carcaça, sendo a amplitude de pressão sonora sensível às condições de operação do compressor. Afirmam ainda que na região de 2 kHz o ruído é produzido por deformações localizadas da carcaça, causadas pelos mecanismos internos do compressor. Modificações foram propostas e protótipos testados, tendo sido obtidas razoáveis reduções do nível sonoro irradiado.

Estudando a irradiação de ruído por compressores herméticos, INGALLS [5] mostrou que esse ruído pode ser dividido em duas classes: ruído irradiado por movimento de corpo sólido da carcaça, que predomina em frequência abaixo de 500 Hz e que afirma não ser geralmente importante, a menos que coincida com algu-

ma ressonância da cavidade ou com harmônicos da frequência de rotação; e ruído irradiado por deformações localizadas da carcaça, que ocorre em frequência de 630 a 2000 Hz, mais importante e que apresenta como função do projeto da carcaça.

SAITO et al. [6], na tentativa de redução do ruído de compressores herméticos pelo aperfeiçoamento da carcaça, trabalhando com a teoria de elementos finitos, propuseram modificações no formato da carcaça e testaram protótipos com seções transversal e vertical assimétricas, com todas as faces em superfícies esféricas, à exceção da superfície na qual é fixada a caixa da relê. Conseguiram redução do nível sonoro irradiado de 6 dB(A) e redução da espessura da carcaça de 1 mm, o que é explicado pelo fato de que uma carcaça com formato apropriado pode determinar a direção dos eixos principais de inércia, fixando assim os modos normais de vibração e os nodos, dificultando a amplificação das vibrações que coincidem com as frequências de ressonância da carcaça. Em consequência, a energia acústica irradiada pela carcaça é menor, o que leva à redução de ruído conseguida.

BROOKBANK et al. [7] analisaram os efeitos de diferentes tipos de forças aplicadas na carcaça, modelaram matematicamente um suporte para molas e aplicaram-no ao compressor para analisar três tipos de suporte do mecanismo interno na casca, o usual de lâmina, tirantes e a suspensão do conjunto pela parte inferior. Determinaram, a partir dos resultados teóricos e experimentais, a configuração que proporcionava a menor irradiação de ruído pela carcaça e afirmam ser a suspensão inferior em geral mais adequada.

Também estudando a carcaça, SOEDEL [8] propôs modelos

matemáticos razoavelmente simples para os modos de vibração de carcaças, quando estes não possuem simetria perfeita segundo os eixos da carcaça, que modelou como uma casca cilíndrica circular simplesmente apoiada. Obteve para as frequências naturais a equação

$$\omega_{mn}^2 = \frac{1}{b^2} \left\{ \frac{(m\pi b/L)^2}{|(m\pi b/L)^2 + n^2|^2} + \frac{(v/b)^2}{12(1-v^2)} \left| \frac{(m\pi b)^2 + n^2}{L} \right|^2 \right\} \cdot \frac{E}{\rho} \quad (01)$$

onde b é raio da casca,
 L é comprimento da casca,
 v é espessura da casca,
 ν é coeficiente de Poisson,
 E é módulo do Young, e
 ρ é massa da casca por unidade de comprimento.

Também a influência das pressões de sucção e ou descarga nas frequências de ressonância do tubo de descarga e a força transmitida do corpo para a carcaça foram analisadas por SOEDEL [9], com o emprego de modelos matemáticos de tubos de descarga simplesmente apoiados e contendo gás. Utilizando o Princípio de Hamilton, chegou à equação

$$EI \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} + [\rho v^2 - (P-S)A] \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + 2\rho v \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial t} + (m+\rho) \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0 \quad (02)$$

onde ξ é deflexão transversal,
 ρ é massa de gás por unidade de comprimento,

p é pressão de descarga,
 s é pressão de sucção,
 A é área interna do tubo,
 v é velocidade média do gás,
 E é módulo de Young,
 I é momento de área da seção transversal do tubo, e
 m é massa do tubo por unidade de comprimento.

sobre a qual desenvolveu concernente análise.

Sempre que possível, as conclusões teóricas obtidas a partir de modelos matemáticos devem ser comprovadas na prática, o que na maioria dos casos implica procedimentos complicados e limitações várias. SCHARY et al. [10] propuseram métodos analógicos para medições da impedância acústica dos tubos do compressor, usando excitação senoidal e velocidade de volume conhecida, que proporcionam economia de tempo, procedimentos simples, ótima resposta em frequência e ausência de limitações da baixa frequência superior à frequência de corte do transdutor de aquisição dos dados.

Sabedores que as fontes das vibrações de alta frequência em compressores são o motor, as válvulas e o fluxo de descarga do gás refrigerante, IMAICHI et al. [11, 12, 13, 14] analisaram as características das componentes de alta frequência do espectro de vibrações do bloco de compressores herméticos, observadas quando no início de operação ou na saída de regime permanente de funcionamento, e mostraram que essas componentes têm como uma das fontes prováveis as vibrações transversais e torcionais elásticas do eixo de manivela. Quando o compressor é desligado, a energia de que estava tomado o eixo do motor elé-

trico é transformada em trabalho de compressão do gás, em atritos das partes mecânicas, bombeamento do óleo lubrificante e fugas entre pistão e cilindro, ocasionando três ou quatro revoluções residuais do eixo de manivela; daí a ênfase de seus estudos nas referidas folgas, para controle das vibrações de partida e parada do compressor.

GATECLIFF [15] estudou e comparou com resultados experimentais vibrações forçadas no mecanismo biela-manivela de um compressor hermético recíproco; fez uma análise matemática do movimento do compressor, em função das características de projeto e condições de operação, mas não apresentou dados experimentais conclusivos.

Visando facilitar o projeto dos componentes de suspensão em compressores herméticos, ELSON [16] apresentou procedimentos para controle de vibrações de partida e parada do compressor, e para avaliação desses procedimentos, sugerindo ainda um método para eliminar erros prováveis na medição da pulsação da pressão de descarga. Esta ocorre quando abre-se a válvula de descarga, ocasionando um súbito aumento da pressão no tubo de descarga. Surge assim uma onda de pressão que se propaga pelo gás e pelo tubo, alcançando a carcaça e fazendo-a vibrar e irradiar som, além de induzir trepidação no compressor.

Essas vibrações de corpo rígido do compressor hermético foram objeto do modelo matemático geral desenvolvido por GERHOLD et al. [17], capaz de prever tendências da resposta em vibração do centro de gravidade da estrutura a qual o compressor está fixado e dos pontos da fixação dos isoladores da base.

1.2 Objetivos do Trabalho

Nota-se, da revisão bibliográfica apresentada, a existência de uma lacuna considerável no que se refere aos mecanismos básicos de geração de ruído e vibrações do compressor, importância relativa de componentes como molas de suspensão, tubo de descarga e cavidade como caminhos de transmissão de energia à carcaça, que é o agente irradiador do ruído e quem transmite as vibrações aos outros componentes do sistema de refrigeração/aquecimento.

Observa-se distintamente nas referências duas regiões de importância no espectro de vibrações do compressor: a região de baixa frequência até cerca de 125 Hz, onde ocorrem vibrações de maior amplitude, importantes em termos de vibração da máquina; e a região de média e alta frequência acima de 400 Hz, com vibrações de pequena amplitude, importantes do ponto de vista da irradiação sonora pela carcaça. Porém, ambas as regiões citadas têm poucos trabalhos publicados, como mostra a revisão acima.

Buscando contribuir nos estudos sobre compressores hermeticos ora em realização, considera-se importante um trabalho que tente obter resultados e conclusões que os agrupem, sempre que possível com dados práticos. Tem-se, portanto, por objetivo determinar as características mecânicas do compressor, de interesse nos aspectos de vibrações e ruídos, assunto exposto no capítulo 2, e efetuar uma análise mais detalhada do balanceamento dinâmico de forças e torques que atuam sobre o bloco, considerando a influência de forças exercidas pelas molas e tubo de descarga, o que é apresentado no capítulo 3.

Uma análise das características de impedância mecânica do tubo de descarga, e sua variação com a geometria e com a adi-

ção de amortecimento, é o tópico abordado no capítulo 4. A influência da cavidade é considerada no capítulo 5, onde um estudo para determinação das primeiras frequências de ressonância e da resposta acústica a vibrações forçadas está apresentado, juntamente com comprovação experimental.

No capítulo 6, é analisada a eficiência de irradiação da carcaça, considerada como uma casca esférica, e apresentados resultados experimentais, com comparação com a eficiência de irradiação de esferas pulsante e oscilante.

CARACTERÍSTICAS GERAIS DO COMPRESSOR

2.1 O Compressor em Estudo

Dentre os modelos fabricados pela EMBRACO, selecionou-se o compressor hermético alternativo PW 5,5 K11 para a realização dos estudos experimentais, por ser o mais usado nos sistemas de refrigeração domiciliares, sendo porém os resultados aplicáveis aos compressores herméticos alternativos em geral, desde que conhecidas suas características geométricas e de inércia.

Os compressores utilizados estão previstos para rede elétrica de alimentação e frequência de 200 v. 50/60 Hz., sendo admissível uma variação de $\pm 15\%$ da tensão nominal de projeto. Receberam na fábrica a carga de óleo, totalmente desgaseificado e isento de umidade, nas quantidade e qualidade especificadas para operação normal. Suas dimensões gerais externas são mostradas na figura 03, e suas características técnicas na tabela 01.

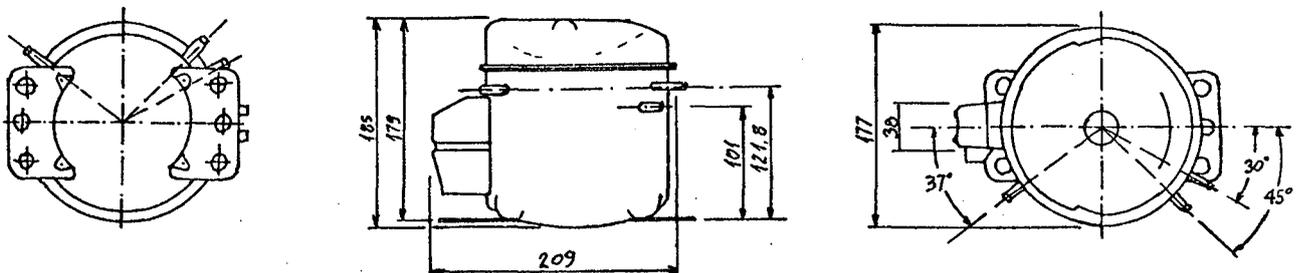


Figura 03: Dimensões externas gerais do compressor PW 5,5 K11

Tabela 01: Características técnicas do compressor PW 5,5K11	
frequência de rotação	60 Hz
capacidade térmica	5,52 cm ³
potência mecânica	125 W
temperatura de operação	-40 a -5°C
carga de óleo	410 ± 5 cm ³
peso sem equipamento elétrico ..	8,6 kg
tipo do motor	monofásico, bipolar

O sistema de acionamento do pistão não é composto pelo mecanismo convencional de biela-manivela e sim por um mecanismo equivalente de cruzeta, que iguala desvios de paralelismo e perpendicularismo. O conjunto mecânico de compressão é de ferro fundido, sendo o motor montado embaixo e as câmaras de sucção e descarga localizadas na parte superior e servindo para reduzir o nível do ruído gerado nas etapas de sucção e descarga.

2.2 Potência Sonora

As medições de ruídos podem variar desde a simples determinação de um nível sonoro até uma análise estatística detalhada ou uma análise em frequência do sinal, envolvendo cálculos com os dados medidos. Devido ao grande número de diferentes fontes sonoras e ambientes onde se encontram, a seleção do método apropriado de medição da potência sonora irradiada por uma ou diversas máquinas deve ser cuidadosamente considerada.

O Nível de Pressão Sonora em decibéis é um parâmetro utilizado para descrever quantitativamente as ondas sonoras, mas não é satisfatório para descrever as características de emissão

sonora de uma máquina, pois varia com a distância entre a fonte e o observador, dependendo também das características do ambiente onde a medição foi realizada, devido às reflexões das ondas sonoras. Entretanto, o Nível de Potência Sonora irradiada por uma máquina é um parâmetro mais adequado, pois independe do ambiente onde os dados foram obtidos, da distância entre fonte e observador, é uma característica da máquina e é um parâmetro internacionalmente adotado, tendo sua determinação normalizada pela Organização Internacional para a Normalização (ISO).

2.2.1 Método de Medição do Nível de Potência Sonora do Compressor

As normas ISO especificam vários métodos para determinação do Nível de Potência Sonora de máquinas e equipamentos, entre os quais será seguida a norma ISO 3741, de 1975, "Determinação de Níveis de Potência Sonora de Fontes de Ruído - Métodos de Precisão para Fontes de Banda Larga em Salas Reverberantes" [18], pois em medição preliminar do espectro irradiado pelo compressor e por informações da bibliografia sobre compressores herméticos alternativos, constatou-se que o ruído irradiado pelo compressor tem espectro de banda larga, com apenas uma componente de frequência discreta em toda a região audível, em 63 Hz, e também devido ao fato que o Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA) da UFSC possui uma câmara reverberante já qualificada para medição da potência sonora de um aparelho de ar condicionado, em bandas de oitavas [19], mostrada na figura 04.

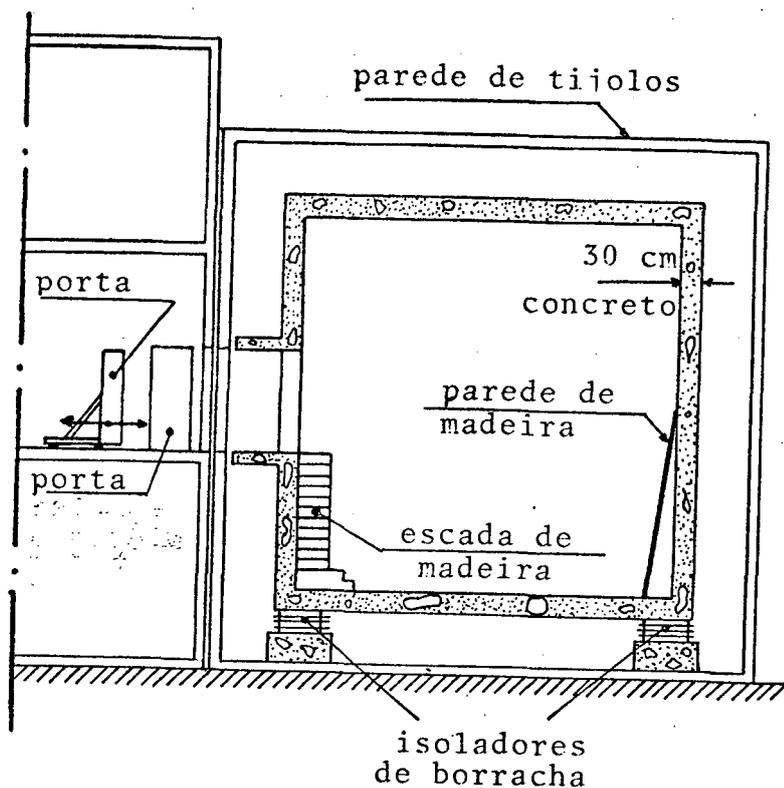


Figura 04: Vista lateral em corte da câmara reverberante do LVA - UFSC

A qualificação tem por finalidade determinar a variação da potência sonora com a frequência e posição da fonte, e estimar o erro introduzido devido ao reduzido número de amostras da pressão sonora média quadrática, medida no interior da câmara.

Como optou-se pela medição em bandas de 1/3 oitava foi avaliada a qualificação da câmara para medições de potência sonora nessa largura de banda, já que a câmara havia sido anteriormente qualificada para medições em bandas de oitava.

A norma ISO 3741 especifica dois critérios principais para qualificação de câmaras reverberantes para medição de potência sonora, estimativa de desvio padrão das medições e absorção sonora

da sala, além de outros critérios normalmente satisfeitos, relativos a dimensões da sala, ruído de fundo, temperatura ambiente e umidade.

2.2.2 Estimativas do Desvio Padrão das Medições

As medições feitas em conformidade com a norma citada devem ter desvio padrão menores ou iguais aos dados na tabela 02, que consideram os efeitos cumulativos das incertezas nas medições, devidas ao espectro do ruído médio e número de posições do microfone.

Tabela 02: Máximo desvio padrão aceitável para qualificação				
frequências centrais	100	200	400	6300
das bandas de 1/3 oitavas, Hz	a	a	a	a
desvio padrão, dB	1,5	1,0	0,5	1,0

Como as bandas de 63 e 80 Hz são importantes no ruído irradiado pelo compressor e não são consideradas pela norma, será assumido para essas bandas o desvio padrão máximo de 1,5 dB, igual ao da banda imediatamente superior. Acredita-se com este procedimento estar se exagerando a incerteza e, em consequência, trabalhando a favor da segurança.

Para a estimativa do desvio padrão em medições em 1/3 oitava, foi assumido o seguinte procedimento normalizado:

- duas posições da fonte (BK 4241), com o uso de seis microfones (BK 4165) separados entre si, das paredes e da fonte, de uma distância mínima igual a meio comprimento de onda do som;
- calibração dos microfones com o auxílio de um Calibrador de Microfones (BK 4220);

- medição do nível de pressão sonora captado por cada microfone, por banda;
- correção dos dados quanto a interferência de ruído de fundo, segundo os valores de correção normalizados;
- média, por microfone e por banda, dos dados das duas posições da fonte (L_I e L_{II}), pela fórmula

$$L_p = 10 \log_{10} \left| \frac{1}{2} (10^{0,1 L_I} + 10^{0,1 L_{II}}) \right| \quad (03)$$

- média dos dados, por banda, usando

$$\bar{L} = 10 \log_{10} \left| \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 (10^{0,1 L_{pi}}) \right| \quad (04)$$

- cálculo da estimativa do desvio padrão das medições, s , por banda, utilizando a fórmula normalizada

$$s = (N-1)^{-1/2} \left| \sum_{i=1}^N (L_{pi} - \bar{L})^2 \right|^{1/2} \quad (05)$$

Os resultados desse procedimento estão mostrados na figura 05; os valores excedendo a recomendação de valor máximo normalizada, em especial as bandas de 1,0 e 1,25 kHz, foram aceitos, embora impliquem maior incerteza nos valores medidos nessas bandas.

Deve-se salientar que, de acordo com a bibliografia [4, 5, 7] e medições preliminares, os maiores níveis do ruído do compressor não estão nas bandas de 1/3 oitava citadas, não qualificadas.

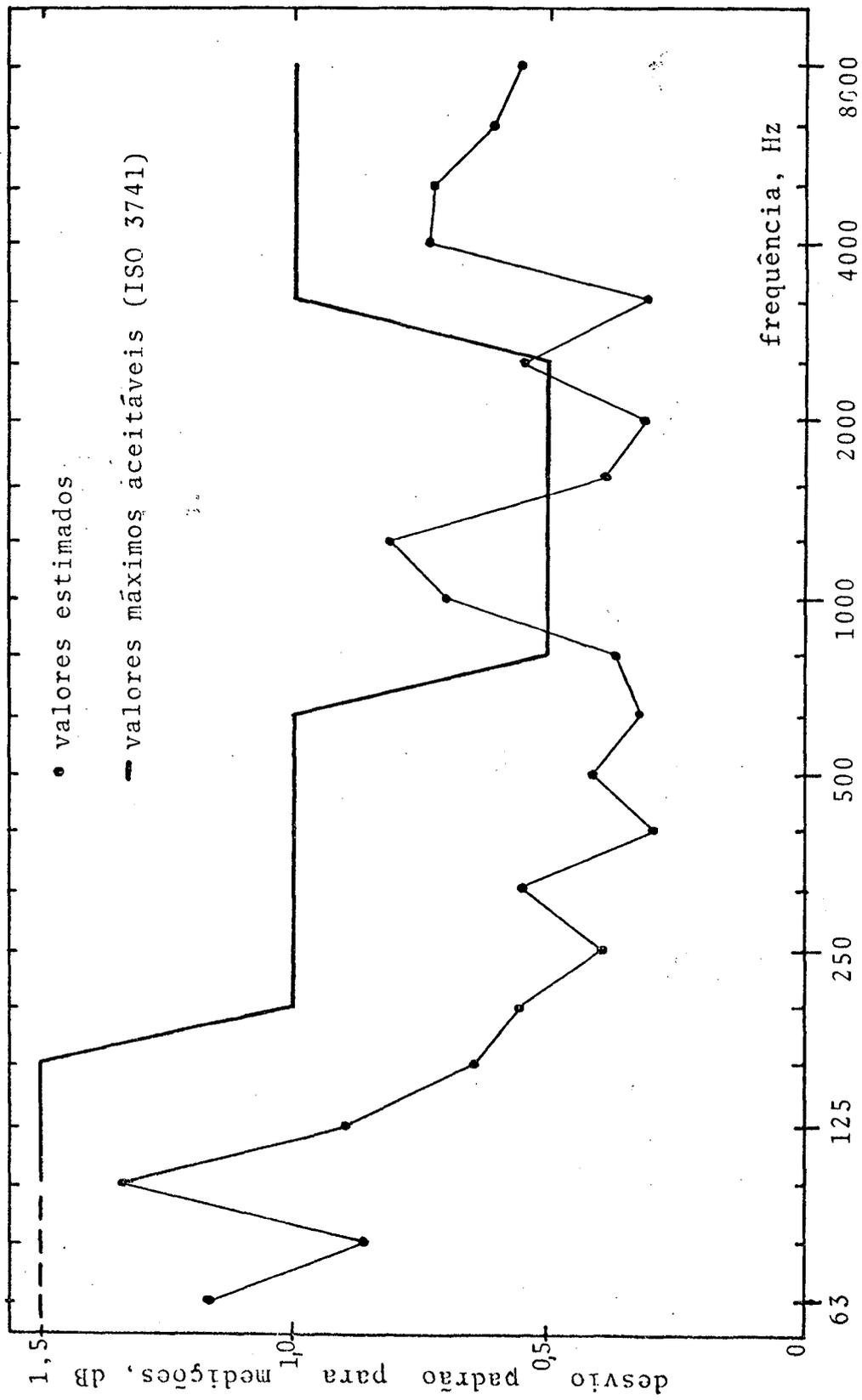


Figura 05 : Qualificação da câmara reverberante para medições em bandas de 1/3 oitava
 Estimativa de desvio padrão nas medições.

2.2.3 Coeficiente de Absorção Médio

Foram medidos os tempos de reverberação por banda de 1/3 oitava, sendo feita uma média dos dados de tempo de três posições da fonte e três microfones, cujos resultados são mostrados na figura 06.

Com os dados de tempo de reverberação foi calculado o coeficiente de absorção médio, $\bar{\alpha}$, pelo uso da fórmula

$$\bar{\alpha} = \frac{0,161 V}{S \cdot \bar{T}} \quad (06)$$

onde V é volume da câmara,

\bar{T} é tempo de reverberação médio, na banda considerada,

S é área total da câmara.

que para a câmara reverberante do LVA-UFSC, de volume 405 m^3 e área $328,6 \text{ m}^2$, torna-se

$$\bar{\alpha} = \frac{0,1984}{\bar{T}} \quad (07)$$

cujos resultados são mostrados na figura 07.

Nesses resultados observa-se elevado tempo de reverberação nas bandas abaixo de 125 Hz, o que pode ser atribuído a que a câmara reverberante utilizada não recebeu tratamentos acústico com absorvedores para frequência inferiores a oitava de 125 Hz. A elevada absorção registrada nas altas frequências é creditada à absorção sonora do grande volume de ar contido na câmara.

2.2.4 Determinação do Nível de Potência Sonora

Inicialmente, foram medidos os níveis de pressão sonora por banda, captados por seis microfones (BK 4165), cujos dados foram corrigidos quanto à influência do ruído de fundo, quando

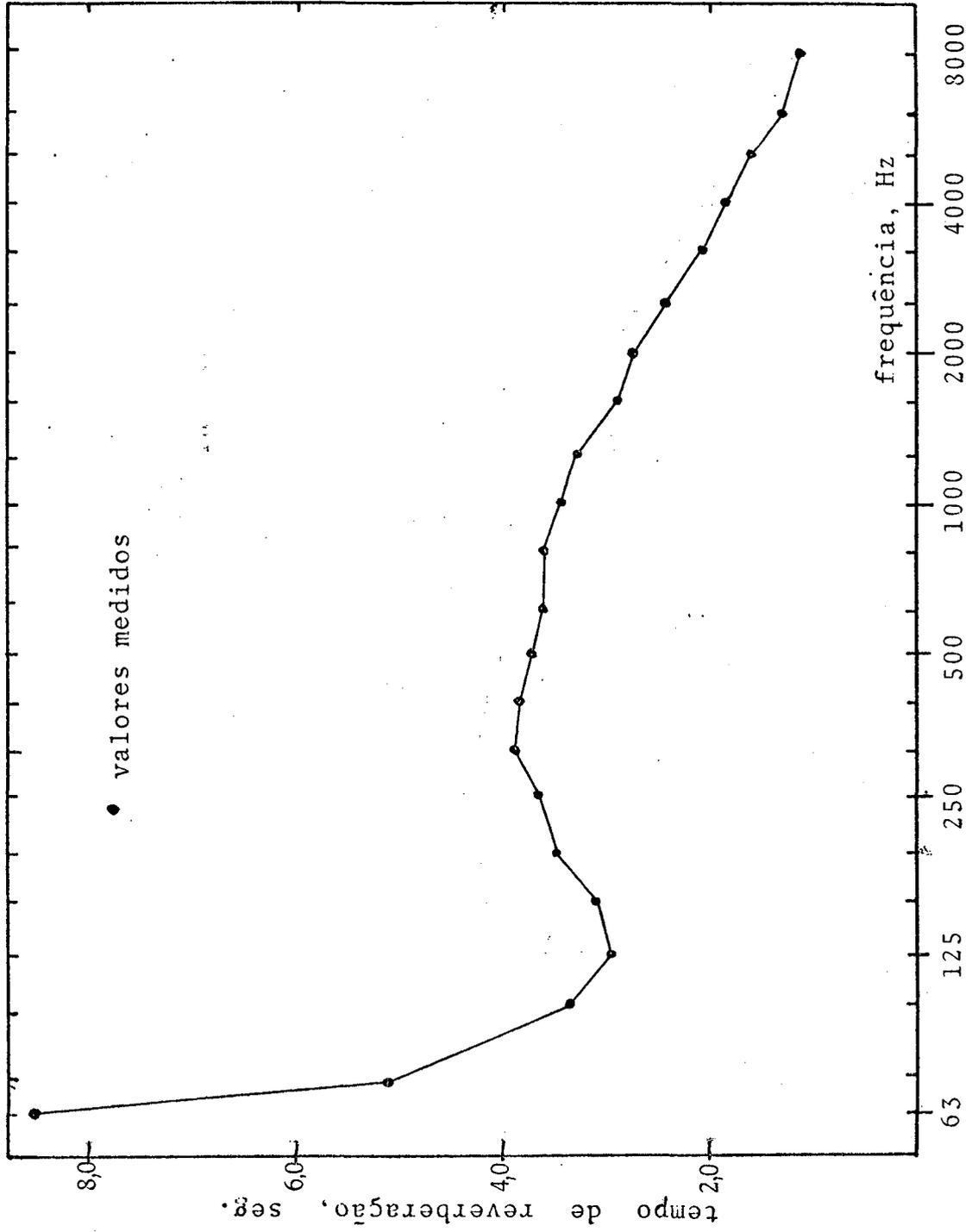


Figura 06 : Qualificação da câmara reverberante para medições em bandas de 1/3 oitava - Tempo de reverberação

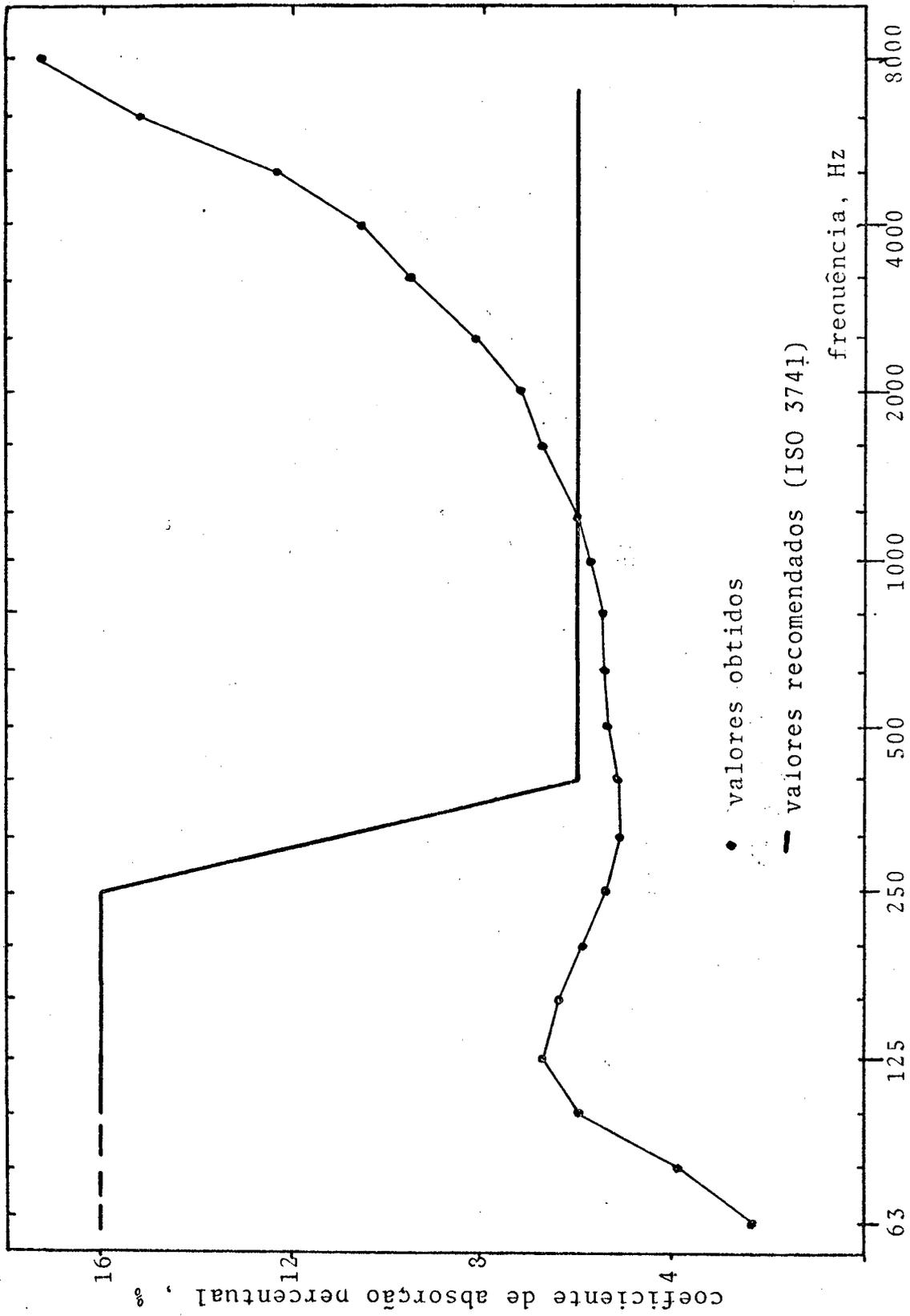


Figura 07 : Qualificação da câmara reverberante para medições em bandas de 1/3 oitava
 Coeficiente de absorção médio

esta existia, segundo a norma adotada. Os valores foram tomados durante a madrugada, quando é menor o nível do ruído de fundo, devido ao baixo nível de ruído do compressor, para garantir a diferença mínima entre o ruído gerado pela máquina e o ruído de fundo, especificada pela norma.

Feita a média dos seis valores, por banda, com o uso da fórmula (04), esses valores foram usados para o cálculo do Nível de Potência Sonora (L_w) do compressor, pela fórmula [18]

$$L_w = \bar{L} - 10 \log_{10} \left(\frac{T}{T_0} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{V}{V_0} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{1+S\lambda}{8V_0} \right) - 10 \log_{10} \left(\frac{B}{1000} \right) - 14 \text{ dB} \quad (08)$$

onde \bar{L} é nível de pressão sonora médio (dB)

T é tempo de reverberação na banda considerada (s),

T_0 vale 1,0 s,

V é volume da câmara (m^3),

V_0 vale 1,0 m^3 ,

λ é comprimento de onda da frequência central da banda considerada (m),

S é área total da câmara (m^2), e

B é pressão barométrica (mbar).

Para a câmara reverberante do LVA, a fórmula acima reduz-se a

$$L_w = \bar{L} - 10 \log_{10} \bar{T} + 12,1 \text{ dB} \quad (09)$$

cujos resultados estão mostrados nas figuras 08 e 09.

Na análise do espectro, identificam-se claramente três regiões que contribuem quase que integralmente à potência total irradiada: 63 - 125 Hz, 500 Hz e 2,5 kHz. A região abaixo de 125 Hz

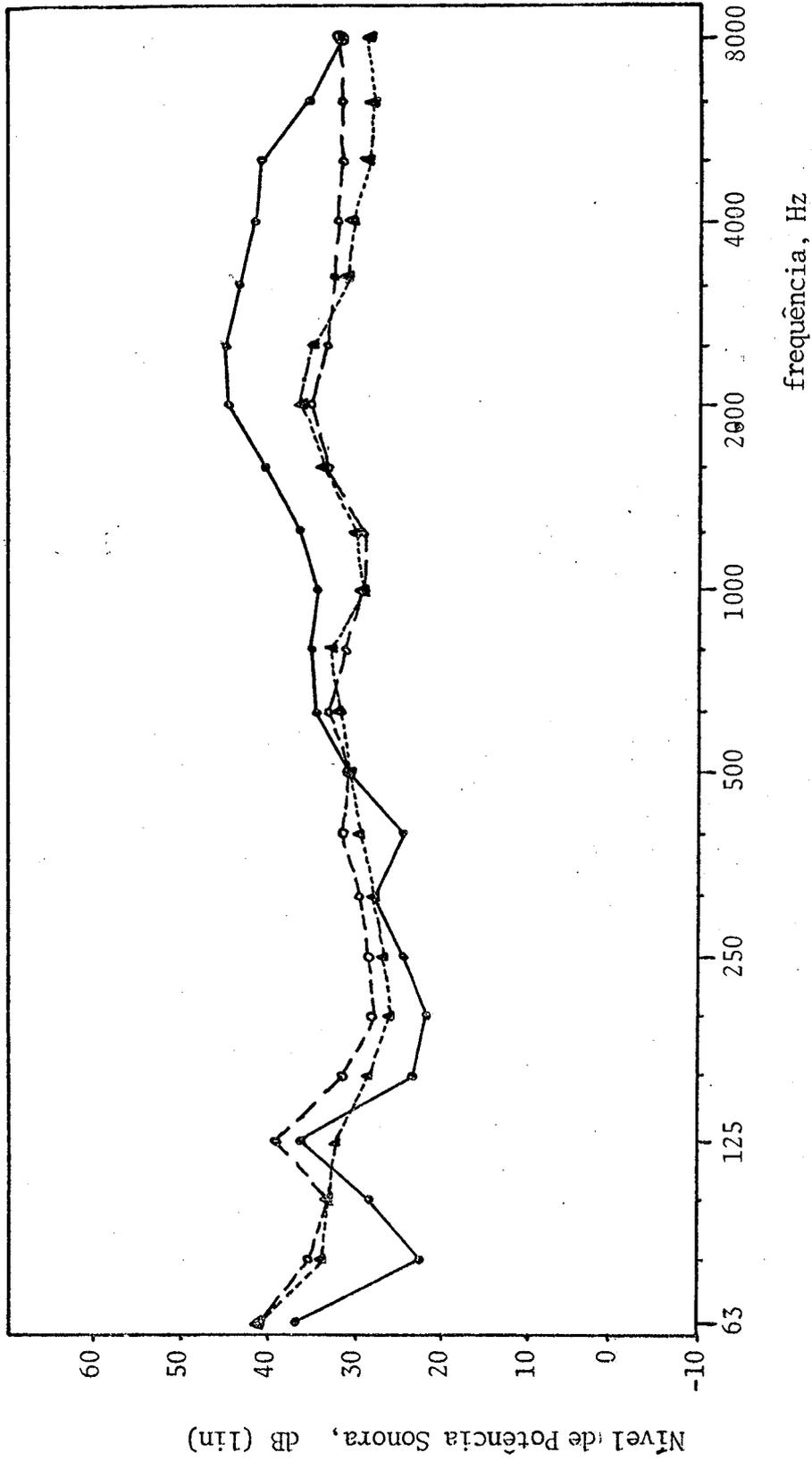


Figura 08 : Níveis de potência sonora do compressor PW 5,5 K 11 - dB
● compressor livre, operando com ar ○ compressor com engates, operando com ar
▲ compressor com engates, operando com Freon

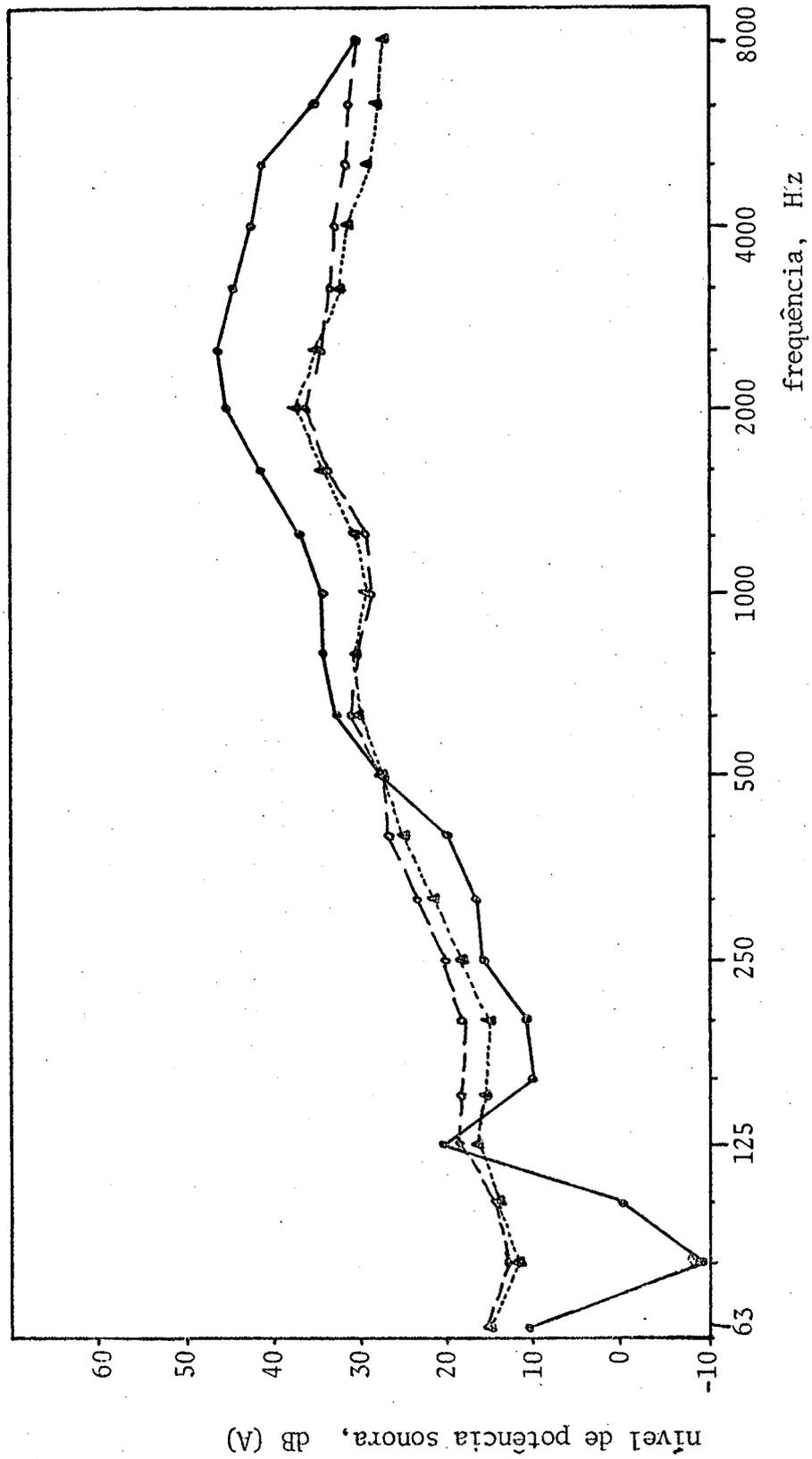


Figura 09 : Níveis de potência sonora do compressor PW 5,5 K 11 - dB (A)

- compressor livre, operando com ar
- ◻ compressor com engates, operando com ar
- ▲ compressor com engates, operando com Freon

tem efeitos significantes no aspecto de vibrações, que facilmente podem propagar-se aos demais componentes dos sistemas de refrigeração/aquecimento, e às estruturas em que estão fixadas. Do ponto de vista da incomodidade causada pelo ruído exclusivamente emitido pelo compressor é desconsiderável, devido a grande atenuação do ouvido humano nessas bandas de frequência, que pode ser expressa pela curva de ponderação A.

Na região de 500 Hz ocorrem vibrações de corpo rígido que se transmitem à carcaça irradiando ruído, segundo TOJO et al. [4], os quais também afirmam ser o ruído na região de 2,5 kHz devido a carcaça apresentar deformação por vibrações localizadas nessa zona de frequências, causadas pelos diversos mecanismos internos do compressor e que excitam as primeiras ressonâncias da carcaça, o que é comprovado por estudos experimentais realizados pelo autor neste trabalho (vide seção 2.3, Resposta da Carcaça).

A potência sonora total irradiada pelo compressor pode ser calculada pela fórmula

$$L_{wt} = 10 \log_{10} \left(\sum_{i=1}^N 10^{0,1 L_{wi}} \right) \quad (10)$$

onde L_{wi} é a potência sonora total irradiada na banda de frequência i considerada, em dB(A), e

N é o número de bandas do espectro observadas,

que fornece os valores abaixo para a potência sonora total irradiada pelo compressor PW 5,5 K11:

- livre, com atenuação nos passadores 52,3 dB (A)
- com carga de freon, conexões e mangueiras 43 dB (A)
- sem carga de freon, com conexões e mangueiras 44 dB (A)

Deve ser salientado que as medições de potência sonora,

para o compressor trabalhando com carga de freon, foram realizadas nas seguintes condições de operação: pressão de sucção de 1,0 bar e temperatura de descarga 50°C.

2.3 Resposta da Carcaça - Admitância Mecânica

Com o objetivo de identificar as frequências de ressonância da carcaça, foi obtido com o uso do computador digital Fourier Analyser HP 5451 C o espectro da admitância mecânica da casca, com o conjunto bloco-motor no interior, mostrado na figura 09. A excitação deu-se por uma força de impacto aplicada na lateral, a meia altura, e a resposta obtida pela integração do sinal captado por um acelerômetro (BK 4366) de sensibilidade de carga 4,54 pc/ms⁻², posicionado em ponto diametralmente oposto à excitação.

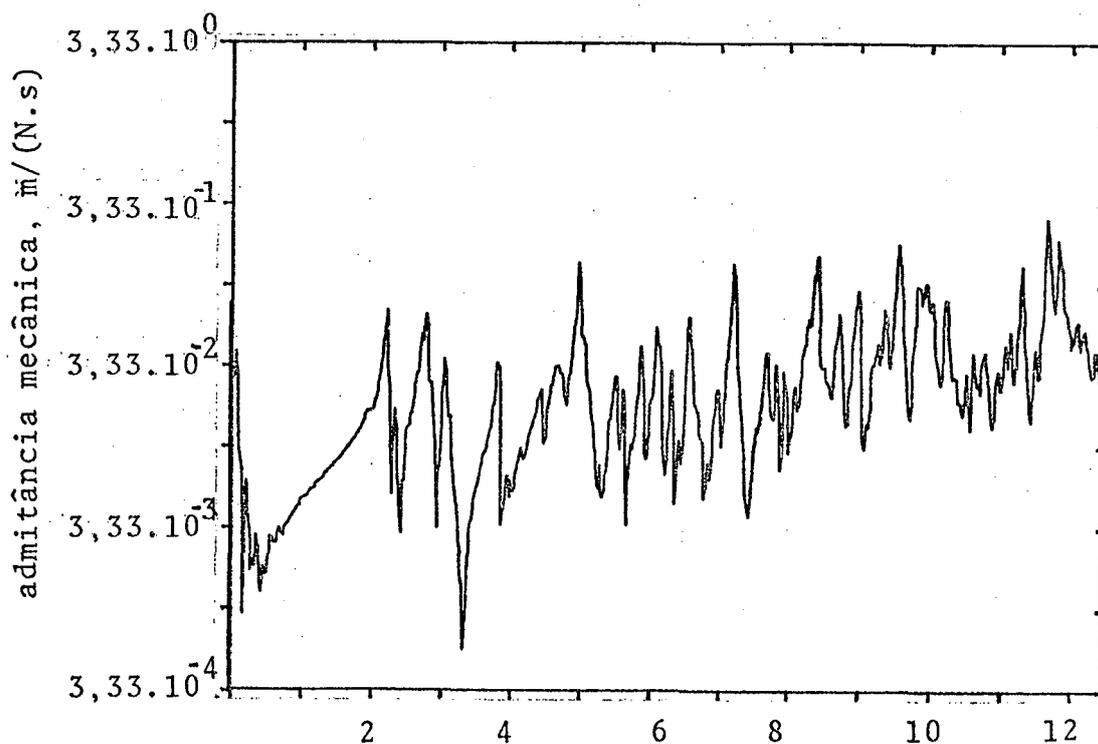


Figura 10 : admitância mecânica da carcaça - excitação por força impulsiva - 250 médias - 2048 pontos

Na análise da figura acima, observa-se que as primeiras

ressonâncias começam a aparecer na região entre 2,0 e 3,0 kHz (aproximadamente em 2200 e 2700 Hz), que é justamente a região de maior contribuição para a potência sonora total irradiada pelo compressor (vide fig. 08). Esta constatação é de grande importância, já que na ressonância qualquer pequena excitação, por mínima que seja, pode provocar grandes amplitudes de vibração e conseqüente expressiva emissão sonora.

2.4 Conclusões

A câmara reverberante do LVA-UFSC não está qualificada para medições de potência sonora em 1/3 oitava nas bandas de 1,0 e 1,25 kHz, segundo os critérios da norma ISO 3741, porém os resultados das medições foram considerados aceitáveis pelo autor, visto apenas implicarem maior incerteza nos valores medidos, não serem bandas, segundo a bibliografia consultada [4,5,7], expressivas na potência total emitida pelo compressor e os valores de desvio padrão obtidos terem excedido os valores limites normalizados por frações de dB.

O espectro do ruído irradiado pelo compressor apresenta três regiões principais de contribuição à potência sonora total, região de 63 - 125 Hz, região de 400 - 800 Hz e região de 2,0 - 3,15 kHz, a primeira importante em termos de vibrações que podem se transmitir às demais partes do sistema, tais como evaporador e condensador, e eventualmente excitar ressonâncias desses componentes, e as duas últimas em termos de ruído, já que estão em região de grande sensibilidade acústica do ouvido humano, em especial a região de 2,0 - 3,15 kHz. A análise da figura 08 mostra que o ruído irradiado na região de 160 a 630 Hz é sensível às condições de operação do compressor.

O ruído do compressor é relativamente pouco intenso, mas causará incomodidade em ambientes de baixo ruído de fundo, tais como dormitórios e bibliotecas.

As diferenças entre os níveis de potência sonora emitidos pelo compressor livre e pelo compressor com mangueiras, sem carga, são creditadas a que, na primeira situação, todo o ruído causado pelo fluxo de ar na sucção e descarga está adicionado ao nível irradiado pela carcaça, enquanto que na segunda situação isto não ocorreu, já que a sucção e descarga dava-se no exterior da câmara, além de que houve adição de massa dos engates rápidos (aproximadamente 1/8 da massa total do compressor) e mangueiras, que também aumentaram o amortecimento.

O fato da carcaça apresentar suas primeiras frequências naturais nas bandas de 2,0 e 2,5 kHz deve ser considerado em detalhe, pois nessa região de frequências qualquer mínima excitação terá como resposta considerável emissão sonora. Prováveis diretrizes para atacar este aspecto são a introdução de amortecimento na carcaça, modificação na sua geometria, de modo a deslocar suas principais ressonâncias para a região superior do espectro, e aumento da rigidez nos pontos de fixação das molas.

A análise da figura 09 mostra que, de um modo geral, ao longo do espectro, a operação do compressor utilizando freon basicamente exerce efeito de atenuação dos níveis de potência sonora irradiados por esta máquina.

VERIFICAÇÃO DO BALANCEAMENTO DINÂMICO

3.1 Introdução

Analisando-se os espectros de potência sonora das figuras 08 e 09, seção 2.2.3 - capítulo 2, vê-se nitidamente picos na baixa frequência, nas bandas de 63 e 125 Hz, região de menor importância em termos de ruído emitido, devido à grande atenuação do ruído pela ponderação do ouvido humano. Porém, esta região é importante do ponto de vista de vibrações da máquina, fenômeno característico da baixa frequência que, entre outros, pode excitar as frequências de ressonância de outros componentes do sistema de refrigeração e até mesmo, em casos extremos, provocar ruptura por fadiga de uniões soldadas.

Kjeldsen et al. [2] estudaram esta região de frequências do espectro, realizando um trabalho que serviu de base a este estudo, porém suas conclusões sobre a análise matemática feita têm restrições de aplicabilidade no compressor em estudo, devido ao modelo básico adotado, e sua recomendação, de que o plano dos pontos de fixação das molas internas de suspensão e o plano da massa excêntrica devem estar em lados opostos do plano horizontal do centro de gravidade da massa suspensa, não foi acatada.

3.2 Equações de balanceamento

A teoria desenvolvida basicamente segue Kjeldsen et al. [2], porém com o modelo exposto na figura 11.

Utilizando-se os princípios de equilíbrio dinâmico de forças,

$$\sum_{i=1}^n F_i = m \cdot d^2\Delta/dt^2 \quad (11)$$

e momentos,

$$\sum_{i=1}^n \tau_i = I \cdot d^2\phi/dt^2 \quad (12)$$

e considerando-se as direções horizontais x e y, pode-se efetuar o desenvolvimento a seguir.

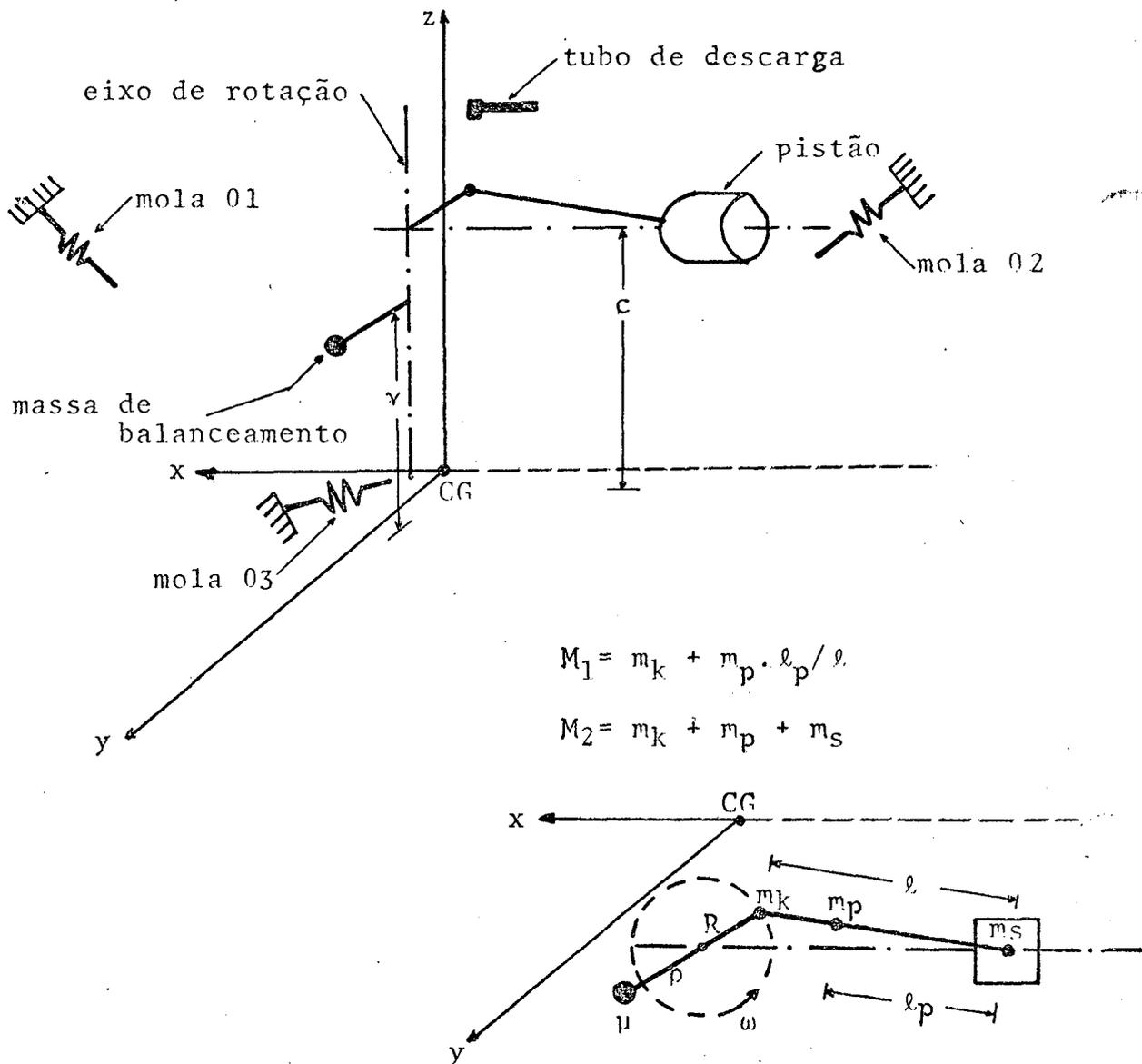


Figura 11 : componentes considerados no balanceamento

3.2.1 Forças exercidas pelas molas helicoidais

Assumindo a Lei de Hooke e considerando a geometria da posição das molas, pode ser mostrado que as forças exercidas pelas molas são dadas por

- direção x, mola 01 :

$$F_x = (k_t \cdot \cos^2 \beta + k_a \cdot \sin^2 \beta) \cdot x \quad (13)$$

- direção x, molas 02 e 03 :

$$F_x = \left| k_t + \frac{\sin^2 \psi \cdot (k_a - k_t)}{\sin^2 \beta} \right| \cdot x \quad (14)$$

- direção y, mola 01 :

$$F_y = k_t \cdot y \quad (15)$$

- direção y, molas 02 e 03 :

$$F_y = \left| k_t + \frac{\sin^2 (\pi/2 - \psi) \cdot (k_a - k_t)}{\sin^2 \beta} \right| \cdot y \quad (16)$$

- direção z, molas 01, 02 e 03 :

$$F_z = (k_a \cdot \cos^2 \beta + k_t \cdot \sin^2 \beta) \cdot z \quad (17)$$

3.2.2 Equilíbrio de forças na direção x

Aplicando a segunda lei de Newton, segundo a direção x, temos

$$-F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4} + F_{x5} + F_{x6} = m \cdot \frac{d^2 x_1}{dt^2} \quad (18)$$

onde

$$F_{x1} = M_2 \omega^2 R \cos \omega t \quad (19)$$

$$F_{x2} = \mu \omega^2 \rho \cos \omega t \quad (20)$$

$$F_{x3} = k_x A_1 \cos \omega t \quad (21)$$

$$F_{x4} = (k_t \cdot \cos^2 \beta + k_a \cdot \sin^2 \beta) \cdot A_1 \cos \omega t \quad (22)$$

$$F_{x5} = \left[k_t + \frac{\sin^2 \psi \cdot (k_a - k_t)}{\sin^2 \beta} \right] A_1 \cos \omega t \quad (23)$$

$$F_{x6} = F_{x5} \quad (24)$$

O movimento é harmônico, logo

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = -\omega^2 A_1 \cos \omega t \quad (25)$$

de onde obtêm-se

$$A_1 = \frac{(M_1 R - \mu \rho)^2}{m \omega^2 + k_x + k_t (\cos^2 \beta + 2) + k_a \sin^2 \beta + 2 \cdot \frac{\sin^2 \psi (k_a - k_t)}{\sin^2 \beta}} \quad (26)$$

3.2.3 Equilíbrio de forças na direção y

Com a aplicação da segunda lei de Newton para o equilíbrio dinâmico de forças na direção y, vem

$$F_{y1} - F_{y2} - F_{y3} - F_{y4} - F_{y5} - F_{y6} = m \cdot \frac{d^2 y_1}{dt^2} \quad (27)$$

onde

$$F_{y1} = M_1 \omega^2 R \operatorname{sen} \omega t \quad (28)$$

$$F_{y2} = \mu \omega^2 \rho \operatorname{sen} \omega t \quad (29)$$

$$F_{y3} = k_y B_1 \operatorname{sen} \omega t \quad (30)$$

$$F_{y4} = k_t B_1 \operatorname{sen} \omega t \quad (31)$$

$$F_{y5} = \left| k_t + \frac{\operatorname{sen}^2(\pi/2 - \Psi)(k_a - k_t)}{\operatorname{sen}^2 \beta} \right| \cdot B_1 \operatorname{sen} \omega t \quad (32)$$

$$F_{y6} = F_{y5} \quad (33)$$

Considerando variação harmônica para o movimento, temos

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} = -\omega^2 B_1 \operatorname{sen} \omega t \quad (34)$$

e a equação (27) pode ser reescrita na forma

$$B_1 = \frac{(M_1 R - \mu \rho) \cdot \omega^2}{m\omega^2 - |k_y + 3k_t + \frac{2 \operatorname{sen}^2(\pi/2 - \Psi)(k_a - k_t)}{\operatorname{sen}^2 \beta}|} \quad (35)$$

3.2.4 Equilíbrio de momentos em relação ao eixo x

Considerando o equilíbrio dinâmico de torques ao redor do eixo x, pode-se escrever

$$\begin{aligned} F_{y1} \cdot c - F_{y2} \cdot \gamma - F_{y3} \cdot d_1 - F_{z3} \cdot d_2 - F_{y4} \cdot z - F_{y5} \cdot z - \\ - F_{z5} \cdot d_3 - F_{y6} \cdot z - F_{z6} \cdot d_4 = I_x \cdot \frac{d^2 \phi_x}{dt^2} \end{aligned} \quad (36)$$

onde

$$F_{y1} = M_1 \omega^2 R \operatorname{sen} \omega t \quad (37)$$

$$F_{y2} = \mu \omega^2 \rho \operatorname{sen} \omega t \quad (38)$$

$$F_{y3} = k_y B_2 \operatorname{sen} \omega t \quad (39)$$

$$F_{y4} = k_t B_2 \operatorname{sen} \omega t \quad (40)$$

$$F_{y5} = \left| k_t + \frac{\operatorname{sen}^2(\pi/2 - \Psi)(k_a - k_t)}{\operatorname{sen}^2 \beta} \right| \cdot B_2 \operatorname{sen} \omega t \quad (41)$$

$$F_{y6} = F_{y5} \quad (42)$$

$$F_{z3} = k_z z \text{ sen}\omega t \quad (43)$$

$$F_{z5} = (k_a \cos^2 \beta + k_t \text{ sen}^2 \beta) \cdot z \text{ sen}\omega t \quad (44)$$

$$F_{z6} = F_{z5} \quad (45)$$

Considerando movimento harmônico, temos

$$\phi_x = \frac{B_2}{z} \text{ sen}\omega t \quad (46)$$

De onde chega-se a

$$B_2 = -\frac{\{(M_1 R c - \mu \rho \gamma) \omega^2 z - z^2 \cdot (k_a \cos^2 \beta + k_t \text{ sen}^2 \beta) (d_3 + d_4) + k_z d_2 \}}{\{I_x \omega^2 - [k_y d_1 z + 3k_t z^2 + 2z^2 \frac{\text{sen}^2(\pi/2 - \psi) (k_a - k_t)}{\text{sen}^2 \beta}]\}} \quad (47)$$

3.2.5 Equilíbrio de momentos em relação ao eixo y

Aplicado o princípio de equilíbrio de momentos em torno do eixo y, temos

$$\begin{aligned} -F_{x1} \cdot c + F_{x2} \cdot \gamma + F_{x3} \cdot d_4 + F_{z3} \cdot d_5 + F_{x4} \cdot z + F_{z4} \cdot d_6 + \\ + F_{z5} \cdot d_7 + F_{x5} \cdot z + F_{x6} \cdot z + F_{z6} \cdot d_7 = I_y \cdot \frac{d^2 \phi_y}{dt^2} \end{aligned} \quad (48)$$

onde

$$F_{x1} = M_2 \omega^2 R \cos \omega t \quad (49)$$

$$F_{x2} = \mu \omega^2 \rho \cdot \cos \omega t \quad (50)$$

$$F_{x3} = k_x A_2 \cdot \cos \omega t \quad (51)$$

$$F_{x4} = (k_t \cos^2 \beta + k_a \sin^2 \beta) A_2 \cos \omega t \quad (52)$$

$$F_{x5} = \left| k_t + \frac{\sin^2 \psi \cdot (k_a - k_t)}{\sin^2 \beta} \right| A_2 \cos \omega t \quad (53)$$

$$F_{x6} = F_{x5} \quad (54)$$

$$F_{z3} = k_z z \cos \omega t \quad (55)$$

$$F_{z4} = (k_a \cos^2 \beta + k_t \sin^2 \beta) z \cos \omega t \quad (56)$$

$$F_{z6} = F_{z5} = F_{z4} \quad (57)$$

Do que pode ser obtido

$$A_2 = \frac{(M_2 R c - \mu \rho \gamma) \omega^2 z - z^2 |k_z d_5 + (k_a \cos^2 \beta + k_t \sin^2 \beta) (d_6 + 2d_7)|}{I_y \omega^2 + k_x d_1 z + z^2 |k_t \cos^2 \beta + k_a \sin^2 \beta + 2k_t + 2 \frac{\sin^2 \psi (k_a - k_t)}{\sin^2 \beta}|} \quad (58)$$

isto se o movimento é harmônico, onde é válido

$$\phi_y = \frac{A_2}{z} \cos \omega t \quad (59)$$

3.2.6 Equações obtidas

Fazendo-se

$$N_1 = 2 \frac{\text{sen}^2 \Psi}{\text{sen}^2 \beta} (k_a - k_t) \quad (60)$$

$$N_2 = k_t \cos^2 \beta + k_a \text{sen}^2 \beta \quad (61)$$

$$N_3 = k_x + N_1 + 2 k_t + N_2 \quad (62)$$

$$N_4 = (k_a \cos^2 \beta + k_t \text{sen}^2 \beta) (d_6 + 2 d_7) + k_z \cdot d_5 \quad (63)$$

$$N_5 = k_y + 3 k_t + 2 \frac{\text{sen}^2 (\pi/2 - \Psi)}{\text{sen}^2 \beta} (k_a - k_t) \quad (64)$$

$$N_6 = k_x d_1 + m \omega^2 c + N_3 c \quad (65)$$

$$N_7 = k_z d_2 + (k_a \cos^2 \beta + k_t \text{sen}^2 \beta) (d_3 + d_4) \quad (66)$$

e assumindo-se que

$$A_3 = A_1 + A_2 \quad (67)$$

$$B_3 = B_1 + B_2 \quad (68)$$

obtêm-se, para os deslocamentos horizontais nos pontos de fixação das molas no bloco as equações

$$A_3 = \frac{(M_2 R - \mu \rho) \omega^2}{m \omega^2 + N_3} + \frac{(M_2 R c - \mu \rho \gamma) \omega^2 z - N_4 z^2}{I_y \omega^2 + d_1 z k_x + z^2 (N_3 - k_x)} \quad (69)$$

$$B_3 = \left[\frac{|(M_1 R - \mu \rho) \omega^2| + |(M_1 R c - \mu \rho \gamma) \omega^2 - N_7 \cdot z^2|}{|m \omega^2 - N_5| \quad |I_x \omega^2 - d_1 z k_y - z^2 (N_5 - k_y)|} \right] \quad (70)$$

Impondo-se a condição de deslocamentos nulos nos pontos de fixação das molas, i. é,

$$A_3 = B_3 = 0 \quad (71)$$

e isolando-se γ na equação (69), tem-se

$$\gamma = \frac{\{M_2 R | (N_3 - k_x) z + (k_x d_1 + m c \omega^2 + N_3 c) | + z (k_x - N_3)\}}{m \omega^2 + N_3} - \frac{z \cdot N_4}{\omega^2 \mu \rho} \quad (72)$$

Levando-se a expressão acima à equação (70), vem

$$\begin{aligned} z^2 \{ & (k_y - N_5) (M_1 R - \mu \rho) + (N_4 - N_1) (m - N_5 / \omega^2) + \\ & * (m \omega^2 + N_3)^{-1} \cdot | (k_x - N_3) (M_2 R - \mu \rho) (m \omega^2 - N_5) | \} + \\ & + z \{ (m \omega^2 - N_5) | M_1 R c - M_2 R N_6 / (m \omega^2 + N_3) | - d_1 k_y (M_1 R - \mu \rho) \} + \\ & + I_x \cdot \omega^2 (M_1 R - \mu \rho) = 0 \end{aligned} \quad (73)$$

que é uma equação do 2º grau cujas raízes deverão ser os pontos otimizados para fixação das molas no bloco e que, colocadas na equação (72) levarão aos valores otimizados da massa de balanceamento e respectiva posição.

3.3 Análise com os dados reais do compressor

Para atender aos objetivos deste trabalho, determinou-se as características de interesse para a análise, com dados reais, das equações (72) e (73), de modo a quantificar valores e fornecer sugestões de alteração.

3.3.1 Determinação da posição do centro de gravidade

O centro de gravidade de um corpo de volume V é aquele ponto cujas coordenadas cartesianas são dadas por [20]

$$x_c = \frac{1}{m} \int_V X(V) \cdot \rho(V) \cdot dV \quad (74)$$

$$y_c = \frac{1}{m} \int_V Y(V) \cdot \rho(V) \cdot dV \quad (75)$$

$$z_c = \frac{1}{m} \int_V Z(V) \cdot \rho(V) \cdot dV \quad (76)$$

A localização do centro de gravidade normalmente pode ser determinada de vários modos. Teoricamente, se o corpo é suspenso por um fio flexível preso sucessivamente em diferentes locais do corpo, todas as linhas representadas pelo fio nas diversas posições interceptam-se no centro de gravidade. Todavia, na prática esse método apresenta limitações, devido à dificuldade de localizar exatamente o ponto de intersecção.

Vários outros métodos existem, entre os quais optou-se pelo método do pêndulo simples, pela facilidade de procedimentos que apresenta, em que pese a dificuldade de manter-se o corpo oscilando num único plano. O método é de razoável precisão, devido

ao fato das dimensões horizontal e vertical não diferirem muito, o que confere ao movimento de oscilação uma relativa estabilidade. Basicamente, o método está esquematizado na figura 12.

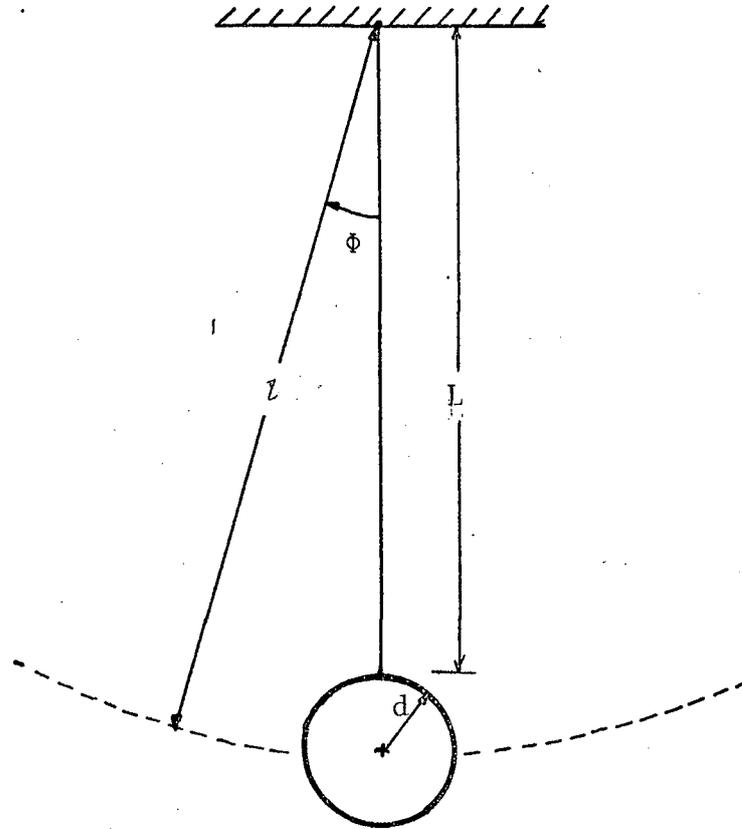


Figura 12 : método do pêndulo simples para determinação das coordenadas do centro de gravidade

O período de oscilação de um pêndulo simples é dado pela série [21]

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2^2} \sin^2 \frac{\phi}{2} + \frac{1}{2^2} \cdot \frac{3^2}{4^2} \sin^2 \frac{\phi}{2} + \dots \right) \quad (77)$$

Para $\phi < 10^\circ$, os termos de ordem superior podem ser desprezados, pois o erro envolvido é menor que 0,5 %, ficando-se ape

nas com

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (78)$$

Rearranjando a equação (78) considerando-se a figura 12, tem-se

$$d = g \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 - L \quad (79)$$

Para cada comprimento de pêndulo ($L=0,85; 0,60; 0,50; 0,40$ e $0,30$ m) mediram-se três vezes o tempo decorrido para 50 oscilações, t_{50} , e feita a média. Com o uso das equações (79), (80), (81) e (82) foi determinada a distância média do ponto de suspensão na superfície ao centro de gravidade.

$$\bar{t}_{50} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 t_{50i} \quad (80)$$

$$T = \frac{\bar{t}_{50}}{50} \quad (81)$$

$$\bar{d} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 d_i \quad (82)$$

Esse procedimento foi repetido nas direções dos três eixos cartesianos assumidas, obtendo-se a posição do centro de gravidade mostrada na figura 13.

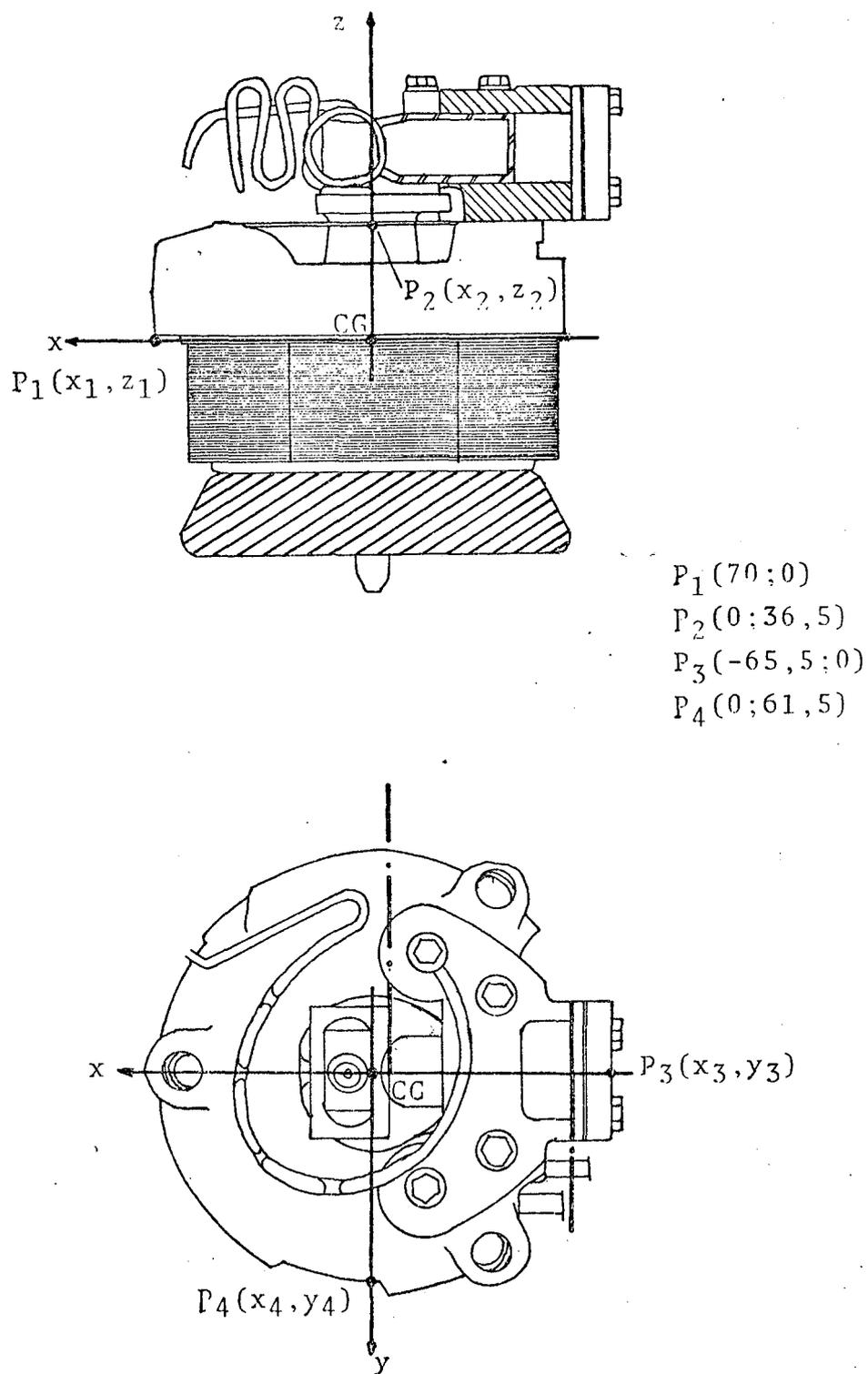


Figura 13 : posição do centro de gravidade do compressor

3.3.2 Determinação dos momentos de inércia

Os momentos de inércia de um corpo rígido com respeito aos eixos fixos x , y e z no corpo são dados por [20]

$$I_{xx} = \int_m (Y^2 + Z^2) \cdot dm \quad (83)$$

$$I_{yy} = \int_m (X^2 + Z^2) \cdot dm \quad (84)$$

$$I_{zz} = \int_m (X^2 + Y^2) \cdot dm \quad (85)$$

Pode-se também definir os momentos de inércia de um corpo rígido em termos de raios de giração, ou seja,

$$I_{xx} = m \cdot \rho_x^2 \quad (86)$$

$$I_{yy} = m \cdot \rho_y^2 \quad (87)$$

$$I_{zz} = m \cdot \rho_z^2 \quad (88)$$

Experimentalmente, o momento de inércia de um corpo rígido em relação a um dado eixo pode ser obtido suspendendo-se o corpo como um pêndulo, de modo que somente ocorram oscilações rotacionais em relação ao referido eixo; o período de oscilação livre é medido e, usando as características geométricas do corpo, calcula-se o momento de inércia. Para tal, dois tipos de pêndulo são comumente usados, o pêndulo composto e o pêndulo torcional.

Uma montagem experimental simples para o pêndulo torcional

nal, que oferece algumas vantagens de ordem prática, é a de uma plataforma leve suspensa por três flexíveis, o chamado pêndulo trifilar (figura 14), na qual o corpo é colocado, sendo o momento de inércia em relação ao eixo de rotação dado por [20]

$$I = \frac{mgR_1R_2R_3T^2}{4\pi^2L} \cdot \frac{R_1\text{sen}\phi_1 + R_2\text{sen}\phi_2 + R_3\text{sen}\phi_3}{R_2R_3\text{sen}\phi_1 + R_1R_3\text{sen}\phi_2 + R_1R_2\text{sen}\phi_3} \quad (89)$$

Se o corpo é colocado na plataforma com o eixo de rotação passando pelo seu centro de gravidade, estando os fios equidistantes, então $R_1 = R_2 = R_3 = \Lambda$ e $\phi_1 = \phi_2 = \phi_3$ e a equação (89) reduz-se a

$$I = \frac{m g \Lambda^2 T^2}{4 \pi^2 L} \quad (90)$$

O pêndulo trifilar construído tem a forma e dimensões das na figura 14.

Para calibrar o sistema, testou-se o pêndulo com um corpo de geometria simples e momento de inércia conhecido, porém foi encontrado erro consistente da ordem de 30 %. Variou-se o comprimento do pêndulo e o formato dos corpos em teste, porém o erro não desceu a valores aceitáveis, mantendo-se na faixa de 28 a 38%.

Sabe-se que esse método apresenta bons resultados somente para pêndulos com período de oscilação superior a dois segundos [22], o que no caso em estudo implica um comprimento de pêndulo maior que seis metros e leva às inerentes dificuldades nos procedimentos experimentais.

Em vista do exposto acima, para contornar o problema de

erro consistente nos valores experimentais, optou-se pelo seguinte procedimento: inicialmente foram determinados os momentos de inércia experimentais (I_{exp}) de corpos de forma assemelhada a do compressor e cujo valor real (I) é conhecido.

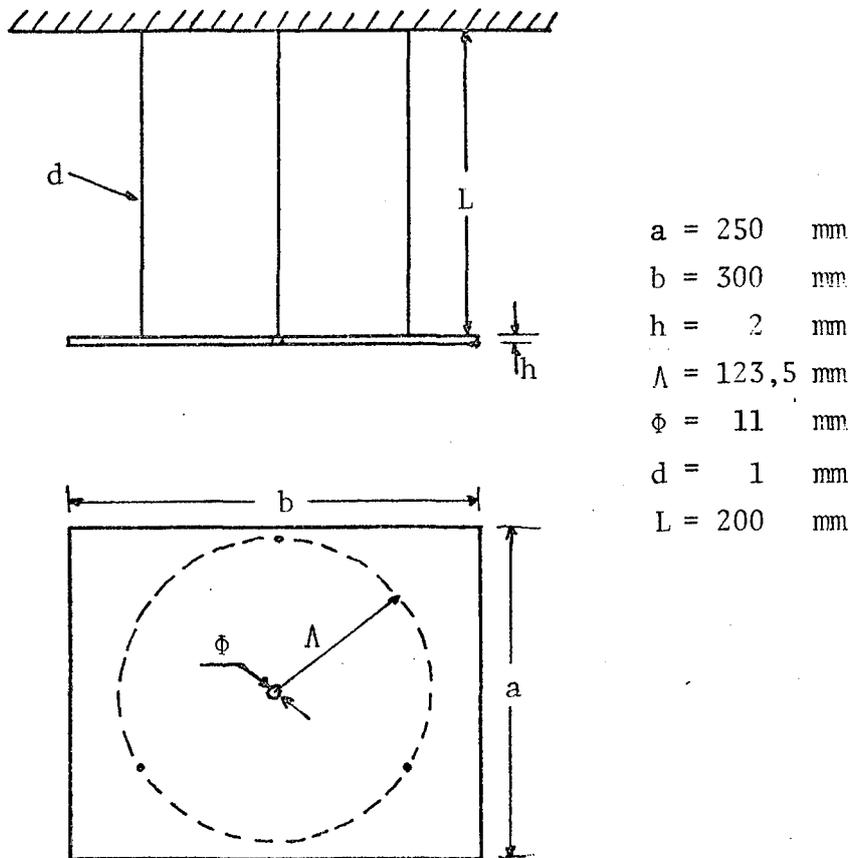


Figura 14 : pêndulo trifilar usado na determinação dos momentos de inércia do compressor

Após, calculou-se o erro relativo percentual nos valores experimentais, pelo fórmula

$$\epsilon = (I_{exp} - I) / I_{exp} \cdot 100 \% \quad (91)$$

com os quais obteve-se o gráfico do erro percentual, como função

do valor experimental medido, para o momento de inércia, que está mostrado na figura 15, cuja reta de melhor ajuste foi obtida com o uso da teoria de regressão linear (Apêndice 01).

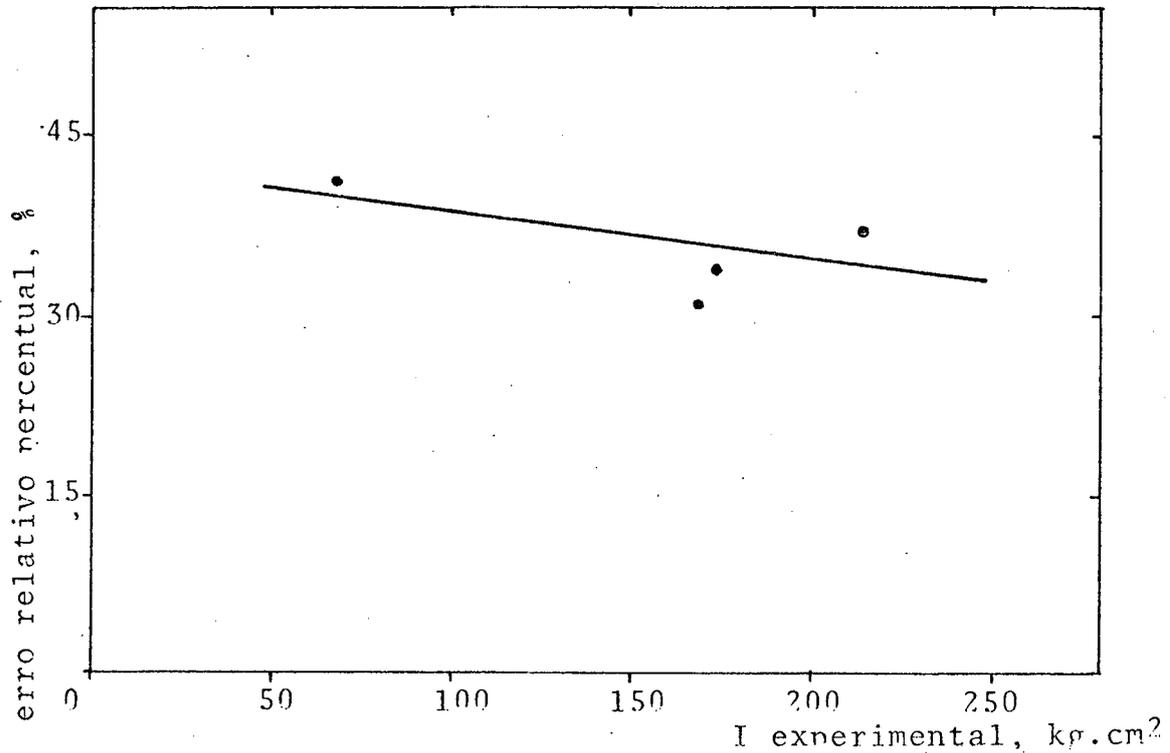


Figura 15 : Linha de tendência para correção do erro na determinação experimental dos momentos de inércia

A seguir, foram medidos os momentos de inércia do compressor, que foram corrigidos pela fórmula

$$I = I_{\text{exp}} \cdot (1 - 0,01\epsilon) \quad (92)$$

Os valores assim obtidos para os momentos de inércia em relação ao eixos cartesianos x, y e z estão mostrados na tabela 03. Acredita-se que o erro nos dados finais assim obtidos não é superior a 5%, o que é considerado satisfatório.

Tabela 03 : momentos de inércia do compressor, em relação aos eixos do sistema cartesiano com origem no centro de gravidade (kg . cm²)

I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}
112,866	111,881	111,810

3.3.3 Determinação dos valores de rigidez das molas e tubo de descarga

Na determinação dos valores reais a serem usados nas equações (72) e (73), foram obtidas as rigidez estáticas das molas e do tubo de descarga.

Na zona elástica de proporcionalidade de um diagrama carga *versus* alongamento, ambos estáticos, para ensaios de tração, a lei de Hooke pode ser aplicada, sendo correto assumir que

$$K = \frac{F_2 - F_1}{\delta_2 - \delta_1} \quad (93)$$

Experimentalmente, para determinação das constantes de rigidez estática, foram aplicadas forças estáticas de tração sobre o tubo de descarga e observados os respectivos valores de alongamento, com o uso de um transdutor magnético de deslocamentos (SAD IWT 301), considerando as direções dos três eixos de referência adotados no desenvolvimento das equações de balanceamento. Esses resultados estão mostrados na figura 16 e na tabela 04.

De maneira análoga [23], foram obtidas as constantes de

rigidez estática axial e transversal para as molas helicoidais de suspensão do corpo, cujos valores constam da tabela 04.

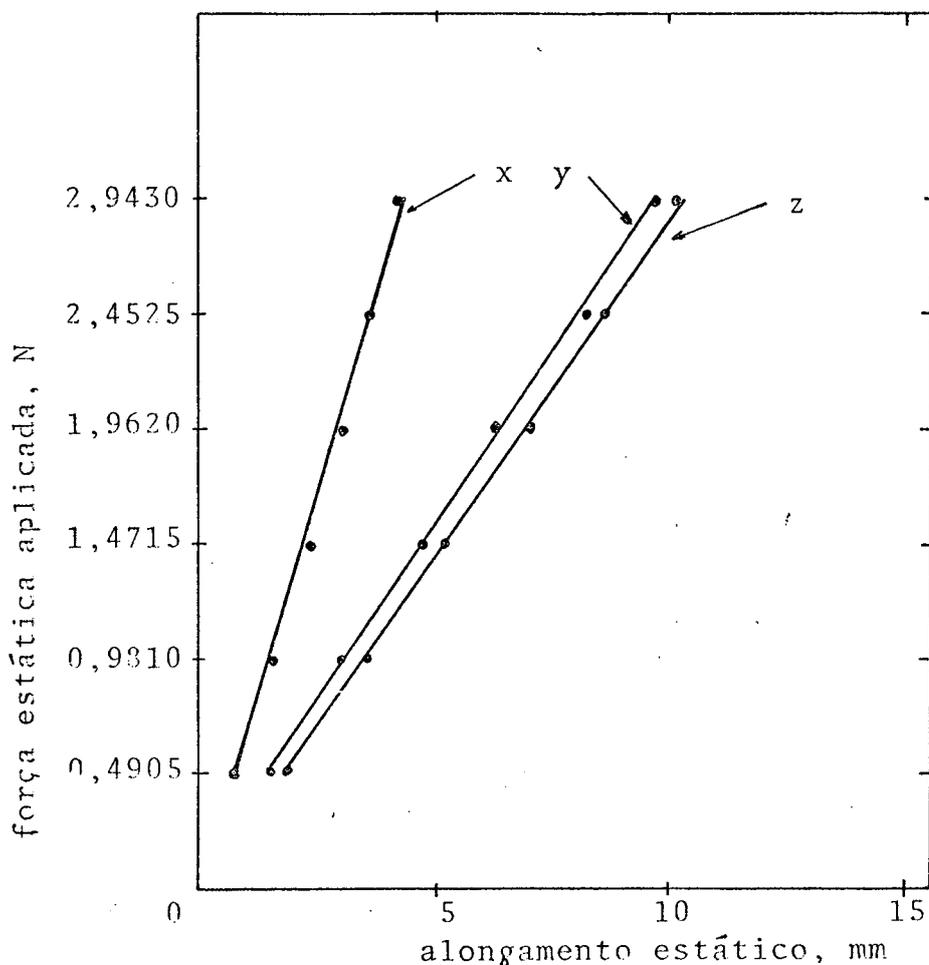


Figura 16 : Região de proporcionalidade do diagrama experimental carga *versus* alongamento estático, para o tubo de descarga.

Tabela 04: rigidez estática para tubo de descarga e molas					
componente	tubo de descarga			molas	
direção	x	y	z	axial	transversal
rigidez, N/m	700	300	290	8 180	4 910

3.3.4 Equações de balanceamento com dados do compressor atual

Determinados os demais valores de massas e comprimentos, e substituindo-se estes nas equações (72) e (73), com valores de rigidez estática, as equações fornecem as curvas plotadas na figura 17.

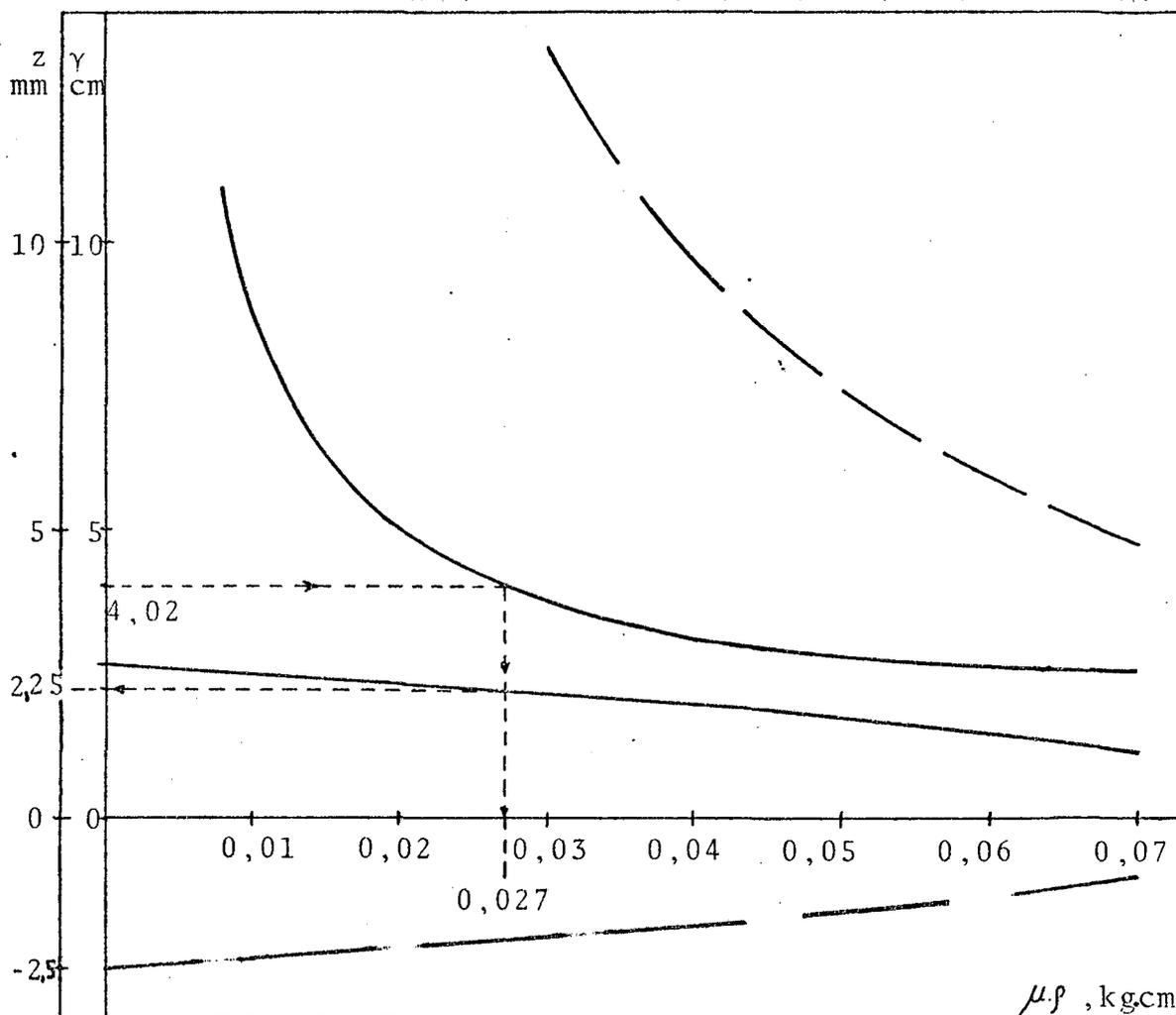


Figura 17 : Curvas de valores otimizados para o plano de fixação das molas e da posição da massa de balanceamento, em função do produto $\mu\rho$.

Os efeitos de momentos foram especialmente considerados e as equações (47) e (58), com dados do compressor, estão plotadas na figura 18.

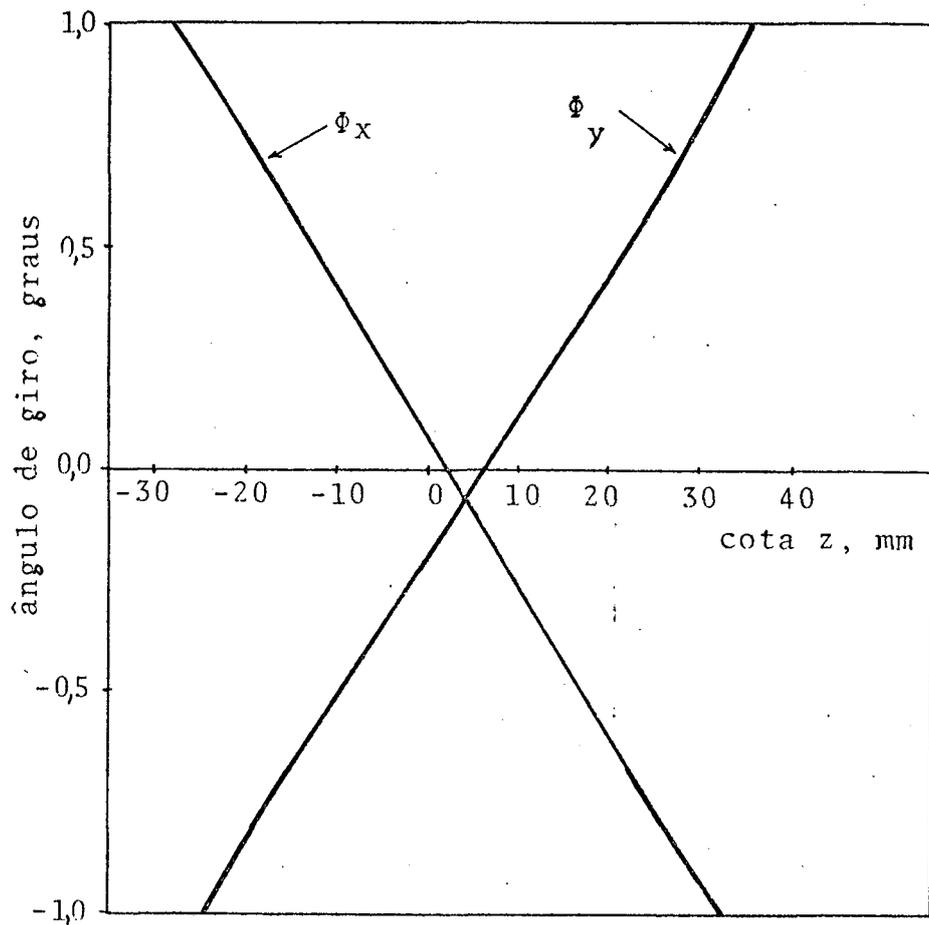


Figura 18 : contribuição dos momentos nos deslocamentos horizontais dos pontos de fixação das molas

Os momentos causados pelas forças atuantes no bloco são importantes, já que os ângulos momentâneos de giro que causam são a parcela de maior contribuição aos deslocamentos do bloco no interior da carcaça. Deve ser ressaltado o fato que, segundo o estudo sobre esses momentos mostrado na figura 18, a atual posição de fixação das molas no bloco não é a mais otimizada em termos de balanceamento dinâmico. Esse fato indica a necessidade de fixar essas molas em nova posição, mais próxima a otimizada, de modo a reduzir as vibrações devidas ao desbalanceamento das forças e

torques atuantes no compressor e responsáveis pelos picos da baixa frequência no espectro do nível de potência sonora (vide figuras 08 e 09, seção 2.2.3, capítulo 2).

3.4 Modificações introduzidas

Analisados os gráficos da figura 17, conservando-se a posição atual da massa excêntrica, podem-se obter dois valores otimizados para o produto $\mu\rho$ e, em consequência, dois valores ótimos para a cota do plano de fixação das molas no bloco, como está indicado na referida figura.

Considerada ainda a figura 18, e por implicar menores modificações no projeto atual, optou-se pelo menor valor determinado por esse procedimento para o produto $\mu\rho$. Como a diferença entre o valor atual e o otimizado para este produto está dentro das tolerâncias de fabricação da peça, por fundição, foi mantida no protótipo a massa excêntrica atual, em posição, valor e geometria.

O plano de fixação das molas no bloco teve sua cota reduzida em aproximadamente 27 mm, na confecção do protótipo, permanecendo as demais partes inalteradas.

3.5 Níveis de vibração

Com o emprego de um acelerômetro (BK 4344), foram obtidos os gráficos da resposta em aceleração do compressor atual nas três direções de referência, mostrados nas figuras 19, 20 e 21; em idênticas situações, obteve-se a resposta para o protótipo, o que pode ser visto nas figuras 22, 23 e 24. A partir destes dados gráficos, obteve-se os valores constantes da tabela 05.

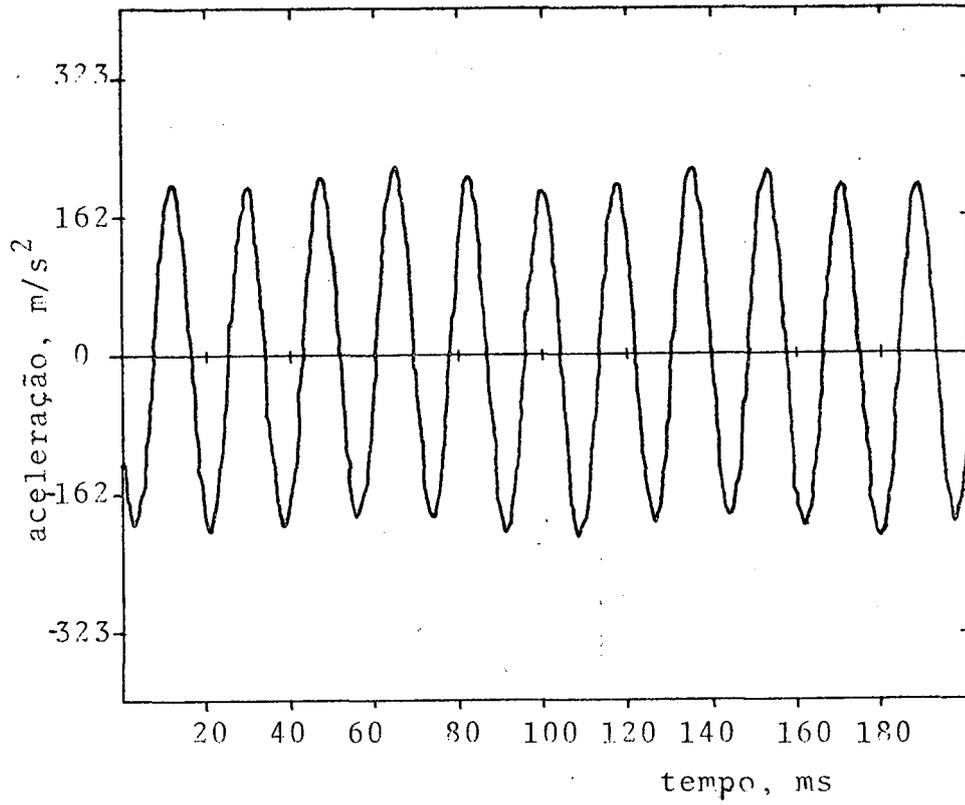


Figura 19 : aceleração do bloco - compressor atual - dir. x

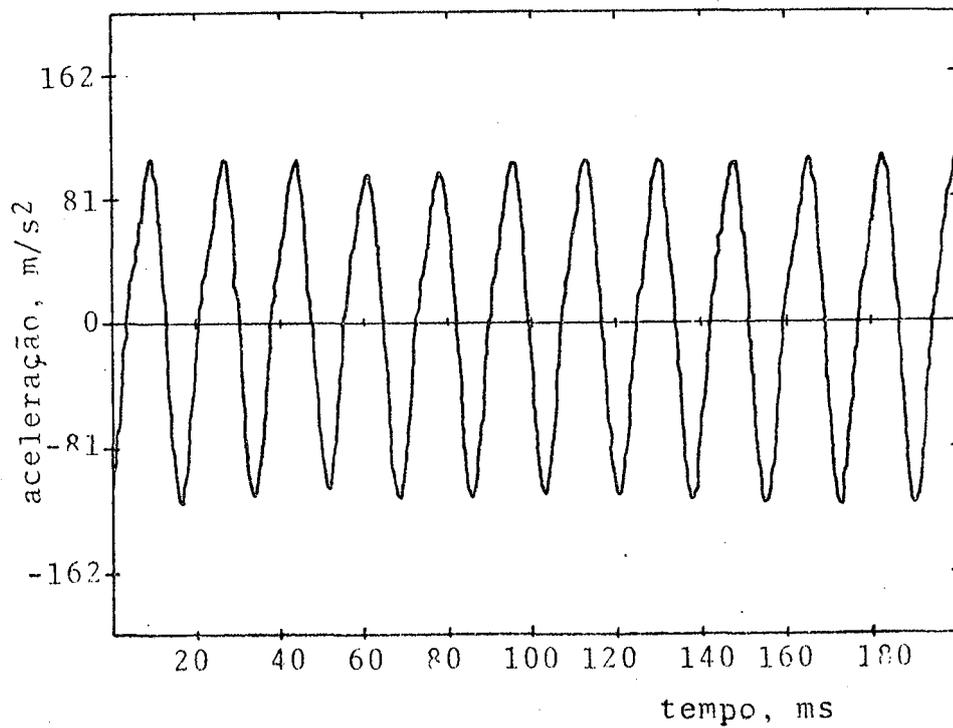


Figura 20 : aceleração do bloco - compressor atual - dir. y

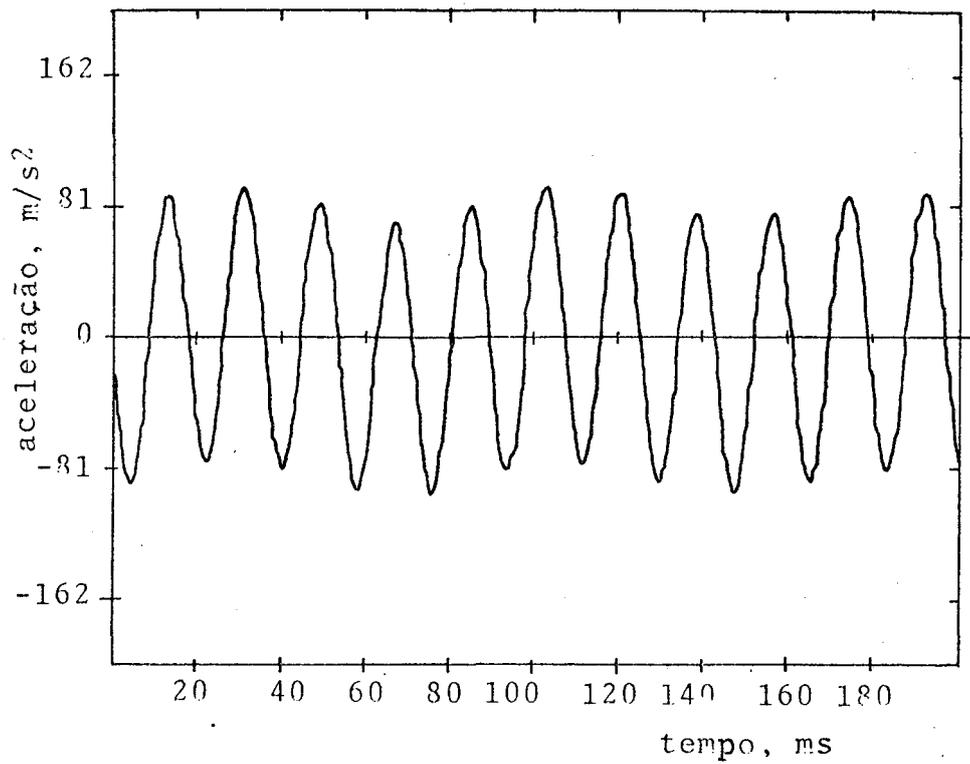


Figura 21 : aceleração do bloco - compressor atual - dir. z

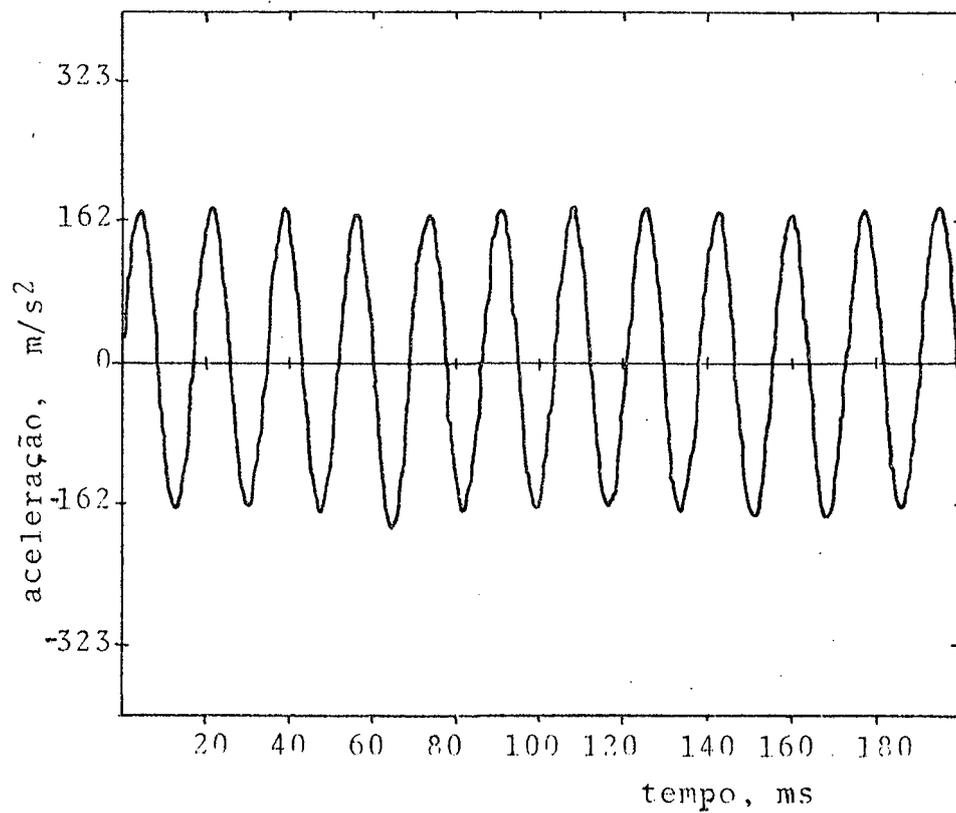


Figura 22 . aceleração do bloco - protótipo - direção x

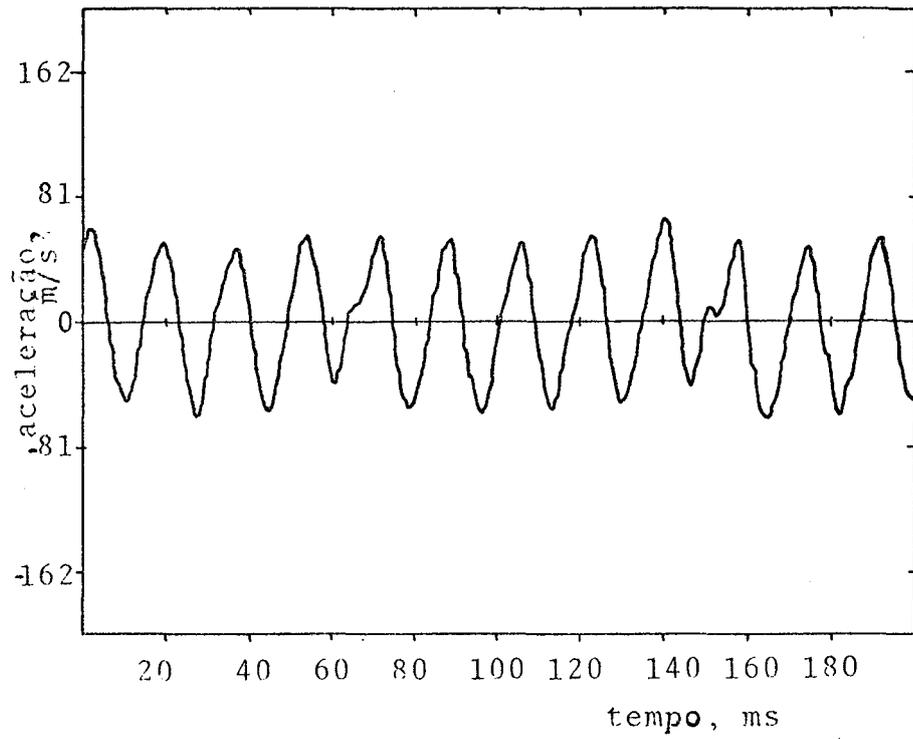


Figura 23 : aceleração do bloco - protótipo - direção y

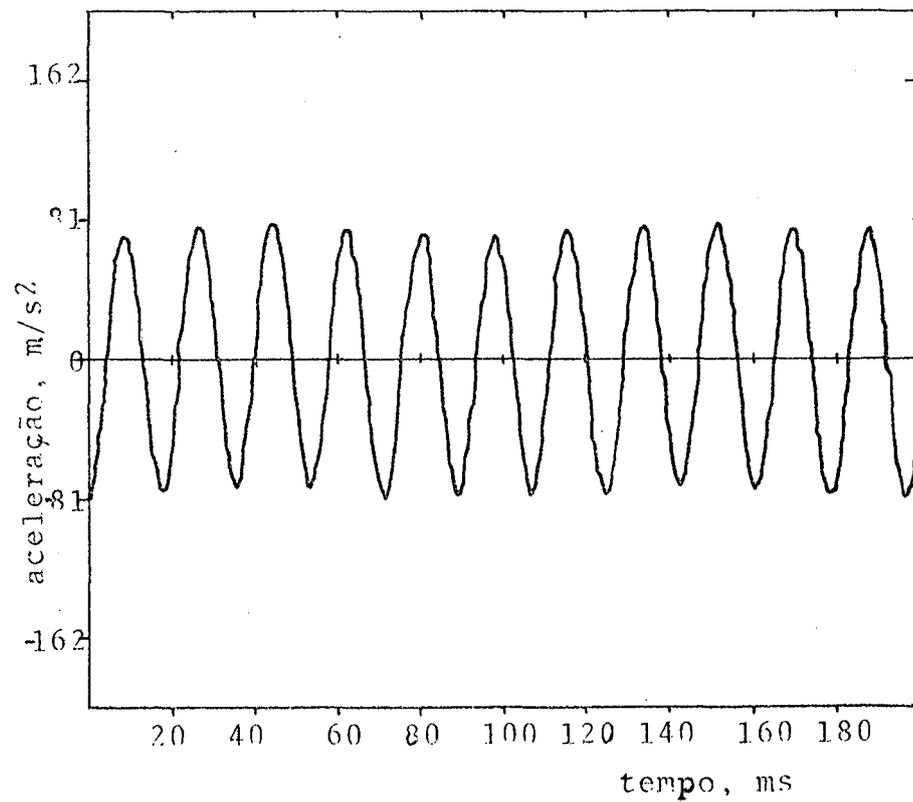


Figura 24 : aceleração do bloco - protótipo - direção z

Tabela 05 : Comparação dos níveis de vibração entre o compressor atual e o protótipo - valores de aceleração, m/s^2 - acelerômetro ao nível do pistão			
direção	x	y	z
compr. atual	215	106	93
protótipo	177	54	72
redução, %	17,7	49,1	15,6

3.6 Análise dos resultados e conclusões

Os resultados das figuras 22, 23 e 24 mostram claramente uma redução dos níveis de aceleração do bloco, o que é confirmado pelos valores da tabela 04, o que significa a validação das equações desenvolvidas para o balanceamento.

Nos procedimentos experimentais para determinação das características de comprimentos e inércia, existe a possibilidade de introdução de erro adicional quanto ao fato de os eixos, em relação aos quais foram determinados os momentos de inércia, talvez não serem eixos principais de inércia do corpo, todavia acredita-se serem os eixos assumidos bastante próximos aos principais, devido a geometria do corpo e sua distribuição de massa.

A confrontação dos resultados experimentais com os da análise teórica aponta diferenças, apresentando-se estes maiores que aqueles. Este fato pode ser atribuído a que as condições de posição e disposição angular as molas, assumidas no desenvolvimento teórico, não puderam ser integralmente satisfeitas no protótipo, devido a configuração atual do compressor. Se essas hipóteses assumidas na análise teórica fossem acatadas, as molas tocariam o

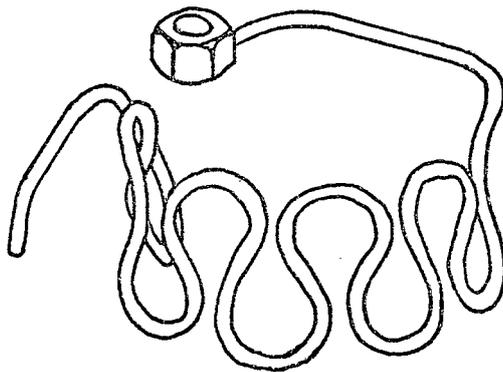
estator do motor elétrico.

Deve-se considerar, ainda, que o valor ótimo para o produto $\mu\rho$ não foi atendido, o que é mais um fator de introdução de erro, embora mínimo segundo a análise da figura 17.

Acredita-se que os resultados obtidos a partir da teoria desenvolvida na verificação do balanceamento dinâmico indicam uma posição de fixação das molas no bloco mais favorável que a atual, em termos de balanceamento de forças e torques responsáveis pelos picos da baixa frequência, observados no espectro da potência sonora irradiada pelo compressor.

AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO TUBO DE DESCARGA

Entre as câmaras de descarga e o passador de descarga, na carcaça, o compressor possui um tubo fino de aço brazado com cobre, mostrado na figura 25, cuja função é conduzir o gás comprimido para o exterior da carcaça.



comprimento: 544 mm

diâm. externo: 3,175 mm

diâm. interno: 2,159 mm

Figura 25 : Tubo de descarga do compressor PW 5,5 K 11

O objetivo do formato do tubo é atenuar a transmissão para a carcaça da energia vibratória gerada pelo sistema de compressão, incluindo pulsação do gás e desbalanceamento dinâmico. É portanto semelhante a uma mola, e suas características de rigidez estática foram determinadas na seção 3.3.3 do capítulo 3.

Como é um dos possíveis caminhos de transmissão da energia mecânica do bloco para a casca, a avaliação de suas características de impedância mecânica, e as grandezas de que é função, é uma etapa inicial para o conhecimento mais completo deste caminho estrutural de transmissão da energia vibratória.

4.1 Impedância mecânica do tubo atual

Com o objetivo de avaliar o espectro da impedância mecânica do tubo de descarga usado no compressor, foi realizado um experimento no qual uma extremidade do tubo foi soldada a uma massa de aço considerável, simulando um engaste rígido. Na extremidade livre, foi aplicada uma força aleatória proveniente de um pequeno vibrador (BK 4810) alimentado por um gerador de ruído branco (BK 1027) na faixa de 20 Hz a 20 kHz. Os sinais da excitação (força) e da resposta (aceleração) foram captados por uma cabeça de impedância (BK 8001), colocada entre o vibrador e o tubo, conforme mostrado na figura 26. Ambos os sinais foram pré-amplificados (BK 5719) e analisados no computador digital (HP 5451 C).

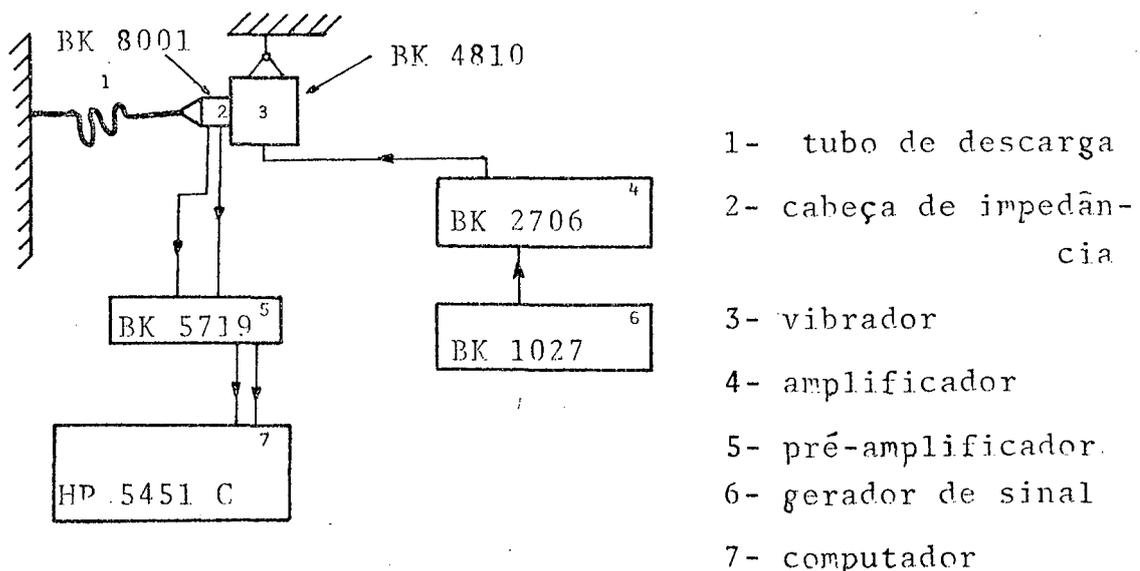


Figura 26 : Esquema da montagem experimental usada para medições de impedância mecânica do tubo de descarga

A figura 27 mostra a impedância mecânica da extremidade livre do tubo de descarga.

Um importante problema que afeta as medições da resposta

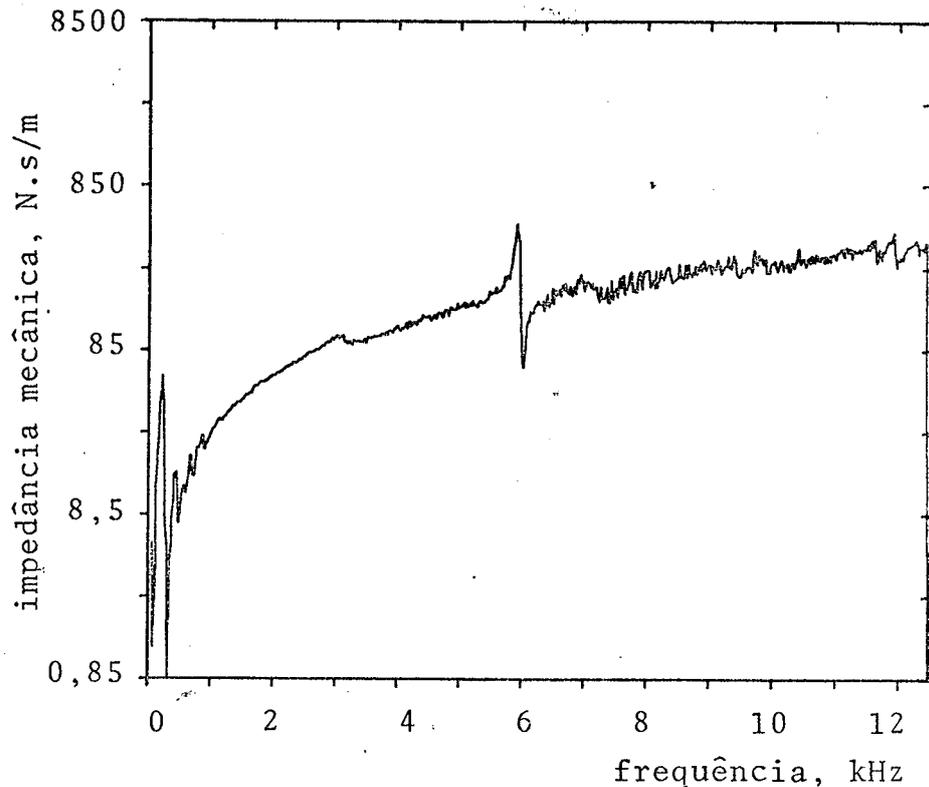


Figura 27 : impedância mecânica do tubo de descarga atual
100 médias, 1024 pontos, direção z

em frequência de um sistema é o fenômeno conhecido por efeito de massa dos transdutores, que pode levar a erros significativos nos valores obtidos e, em consequência, a uma solução incorreta do problema estudado. Esse efeito é desprezível se a massa adicionada ao sistema pelos transdutores é muito menor que a massa da estrutura, o que no presente caso não pode ser satisfeito, devido às pequenas dimensões do tubo de descarga.

Quando a massa dos transdutores exerce efeito considerável nas medições, os resultados obtidos na realidade são os efeitos somados da estrutura e dos transdutores, pois forma-se um sistema de dois graus de liberdade. Deve-se, portanto, subtrair dos valores medidos o efeito da massa dos transdutores, existindo processos analógicos e digitais para esta compensação.

Numa primeira análise do espectro da impedância mecânica

do tubo, mostrado na figura 27, identificam-se várias ressonâncias nas baixas frequências, a primeira ocorrendo abaixo de 200 Hz. Vê-se também que existem ressonâncias do tubo ao longo de todo o espectro audível.

4.2 Influência da curvatura

Visando avaliar a influência da curvatura na impedância mecânica de um tubo metálico fino, foi desenvolvida uma expressão para a impedância mecânica de uma viga tubular fina em balanço cujos resultados são comparados com valores experimentais. Também são apresentados espectros para uma viga curva tubular fina em balanço, para qual as frequências naturais de vibração são comparadas com valores teóricos.

4.2.1 Impedância mecânica de uma viga reta tubular fina em balanço

A equação para vigas uniformes retas em vibração de flexão, desconsiderados os efeitos de cisalhamento e inércia rotatória, é da forma

$$EI \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} - m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0 \quad (94)$$

cuja solução pode ser do tipo

$$\xi = A \cosh |kx| + B \sinh |kx| + C \cos |kx| + D \sin |kx| \quad (95)$$

Para o caso de uma viga em balanço, engastada em $x = 0$, as condições de contorno no esgaste são

$$\xi = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0 \quad (96)$$

Se no extremo livre da viga ($x = \ell$) aplicarmos uma força puntual F em movimento, teremos as demais condições de contorno, necessárias para determinar as constantes de integração, i.é,

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0 \quad \text{e} \quad F = -EI \frac{\partial^3 \xi}{\partial x^3} \quad (97)$$

Assumidas as quatro condições de contorno especificadas acima, obtêm-se

$$F = EIDk^3 \left\{ \cos(kx) + \cosh(kx) + \frac{\sin(k\ell) + \sinh(k\ell)}{\cos(k\ell) + \cosh(k\ell)} \cdot |\sin(kx) - \sinh(kx)| \right\} \quad (98)$$

e

$$\xi = j\omega D \left\{ \sin(kx) - \sinh(kx) - \frac{\sin(k\ell) + \sinh(k\ell)}{\cos(k\ell) + \cosh(k\ell)} \cdot |\cos(kx) - \cosh(kx)| \right\} \quad (99)$$

Como a impedância mecânica puntual é definida como o quociente entre a força aplicada e a velocidade no mesmo ponto, vale

$$Z_{x=\ell} = \frac{-jEI k^3 \cdot |1 + \cos(k\ell) \cosh(k\ell)|}{\omega \cdot |\sin(k\ell) \cosh(k\ell) - \cos(k\ell) \sinh(k\ell)|} \quad (100)$$

Se necessário, o amortecimento pode ser considerado, expressando o número de onda na forma complexa

$$\tilde{k} = k \cdot (1 - j\eta) \quad (101)$$

4

O espectro obtido com a equação (100), para valores discretos de frequência, está mostrado na figura 28, juntamente com os resultados experimentais obtidos por procedimento igual ao descrito na seção 4.1.

Na análise deste espectro de impedância mecânica, observa-se uma razoável concordância entre as frequências de ressonância e anti-ressonância teóricas e experimentais, satisfazendo assim os objetivos de identificação das ressonâncias e validando o sistema de medição para obtenção dessas frequências.

4.2.2 Avaliação experimental da influência da curvatura da viga

Para avaliar as variações entre os espectros da impedância mecânica de uma viga curva e outra reta, obtiveram-se esses espectros para o tubo de descarga retificado, que estão mostrados nas figuras 29 e 30.

Na comparação entre ambos esses espectros, observa-se que a curvatura aparentemente não altera o espectro da impedância, talvez pelo fato de o raio de curvatura ser muito grande comparado ao diâmetro do tubo.

4.2.3 Variação das frequências de ressonância com a curvatura

A influência da curvatura da viga nas frequências de ressonância foi considerado teoricamente, pela determinação da primeira frequência de ressonância para vigas reta e curva, de mesmas dimensões e mesmo material.

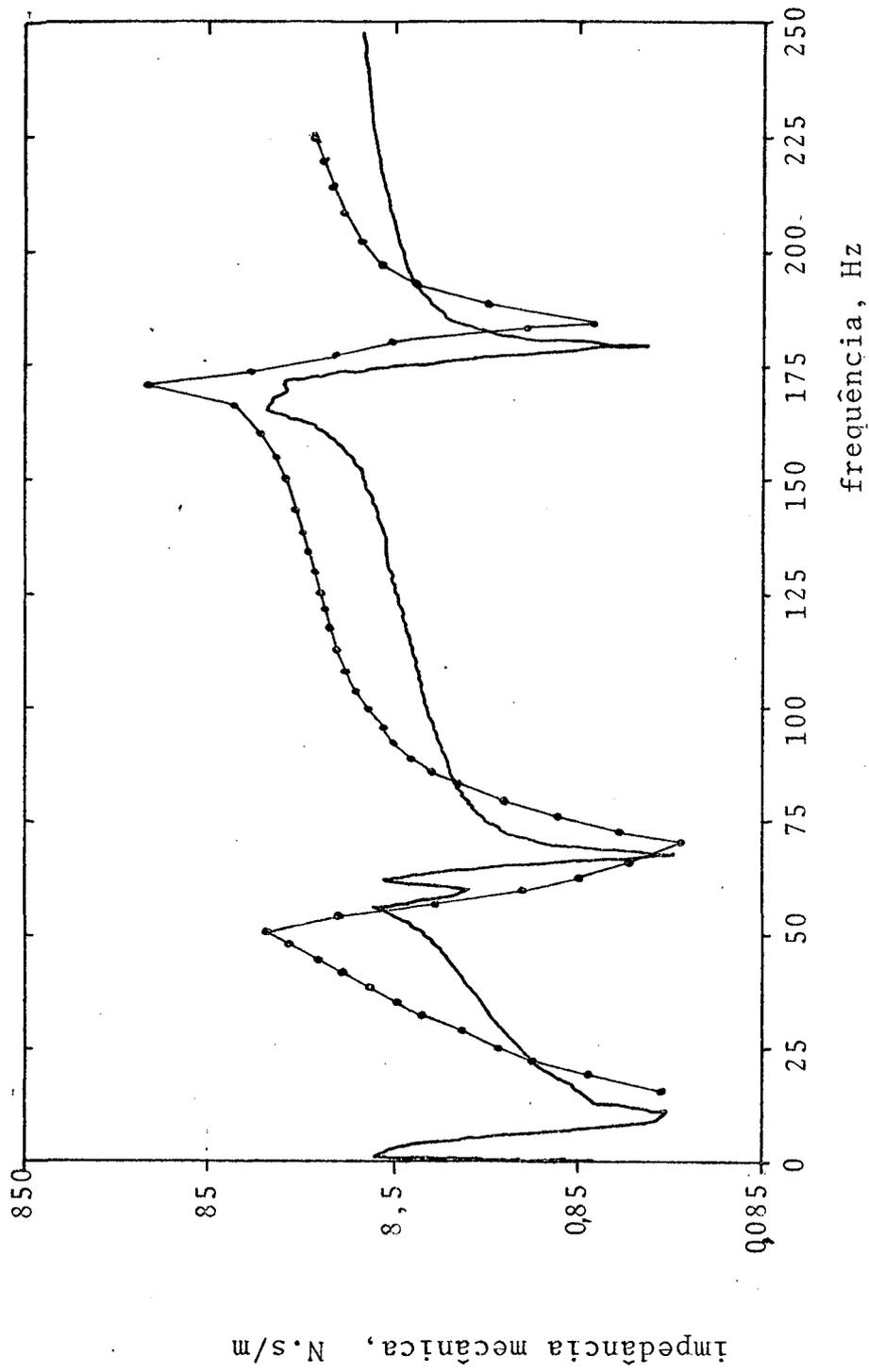


Figura 28 : impedância mecânica da viga tubular fina em balanço

● valores teóricos

— valores experimentais - 100 médias, 512 pontos

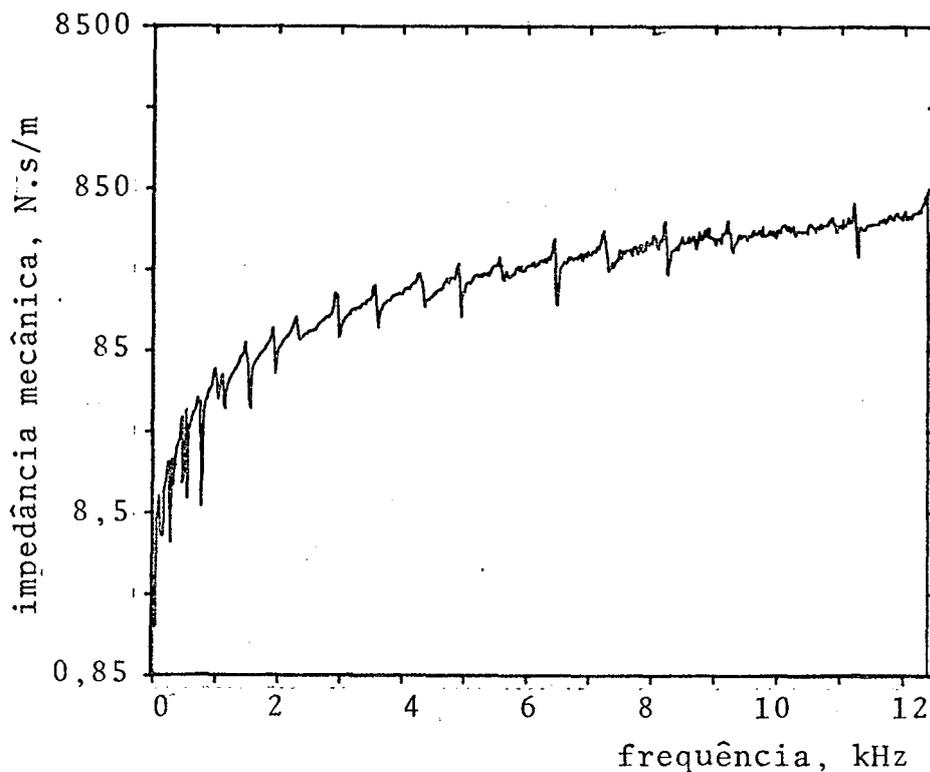


Figura 29 : impedância mecânica de uma viga tubular reta
fina em balanço - 100 médias, 1024 pontos

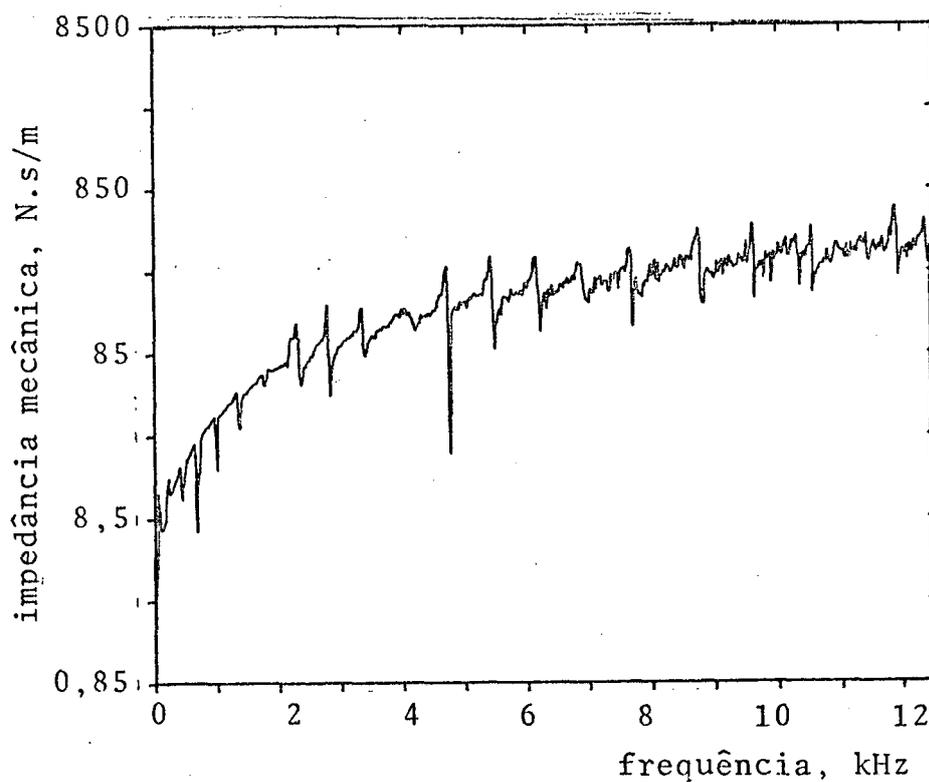


Figura 30 : impedância mecânica de uma viga curva tubular
fina em balanço - 100 médias, 1024 pontos

As frequências de ressonância para uma viga reta são dadas por [24]

$$f_n = \frac{T}{2\pi} \left(\frac{E I_a}{\rho_m S L^4} \right) \quad (102)$$

Para uma viga em arco circular, a frequência natural de vibração é dada por [25]

$$f_1 = \frac{T}{2\pi} \left(\frac{E I_a}{\rho_m S R^4} \right) \quad (103)$$

Os valores teóricos obtidos para as frequências naturais das vigas reta e curva constam da tabela 06.

Tabela 06 : Frequências naturais para viga tubular fina simplesmente apoiada (tubo de descarga retificado)				
formato da viga	reta	em arco de		
		80°	180°	240°
coeficiente T	9,87	17,61	2,105	0,721
frequência, Hz	26	92	55	34

Vê-se, da tabela acima, que a curvatura desloca as frequências naturais de vibração para valores superiores de frequência, de modo inverso ao de variação do ângulo do arco.

4.3 Efeitos da adição de amortecimento

Procurando estudar experimentalmente os efeitos da adição de amortecimento ao tubo de descarga no espectro da impedância mecânica puntual, foram obtidos esses espectros para o tubo normal, com adição de amortecimento sob duas diferentes formas, mola helicoidal e mangueira capilar.

Os resultados desses procedimentos são mostrados nas figuras 31 e 32.

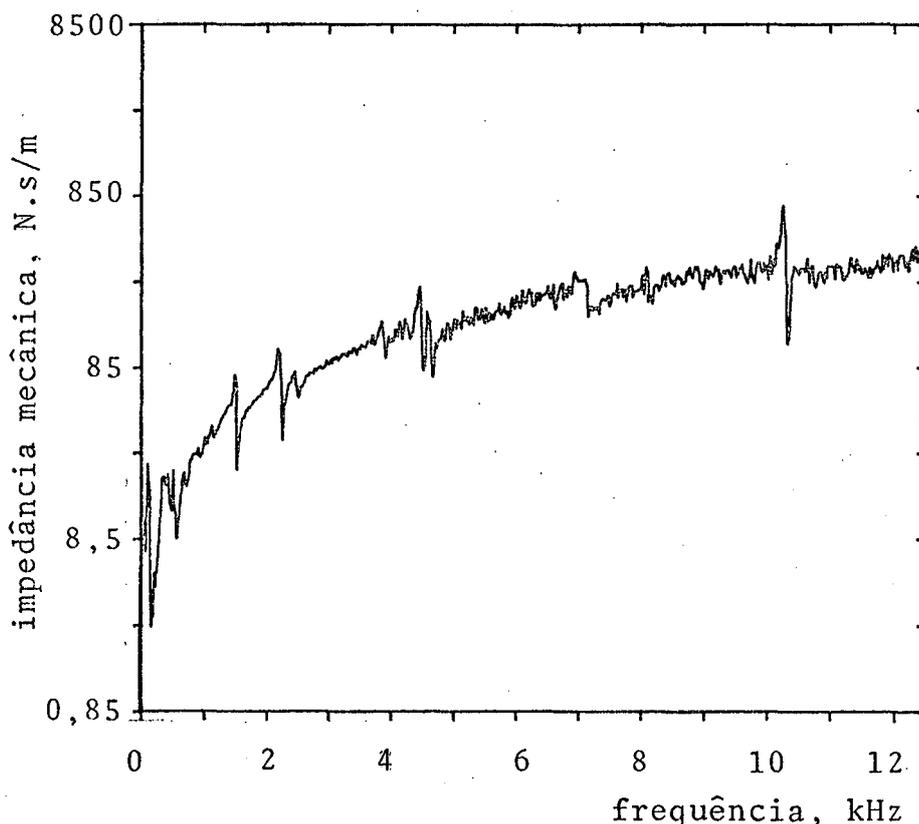


Figura 31 : impedância mecânica do tubo de descarga
adição de amortecimento por mola helicoidal

Espera-se que a mola dissipe energia de vibração na baixa frequência, através da atenuação por atrito das amplitudes nas ressonâncias, e que a mangueira capilar exerça idêntico efeito em to-

do o espectro.

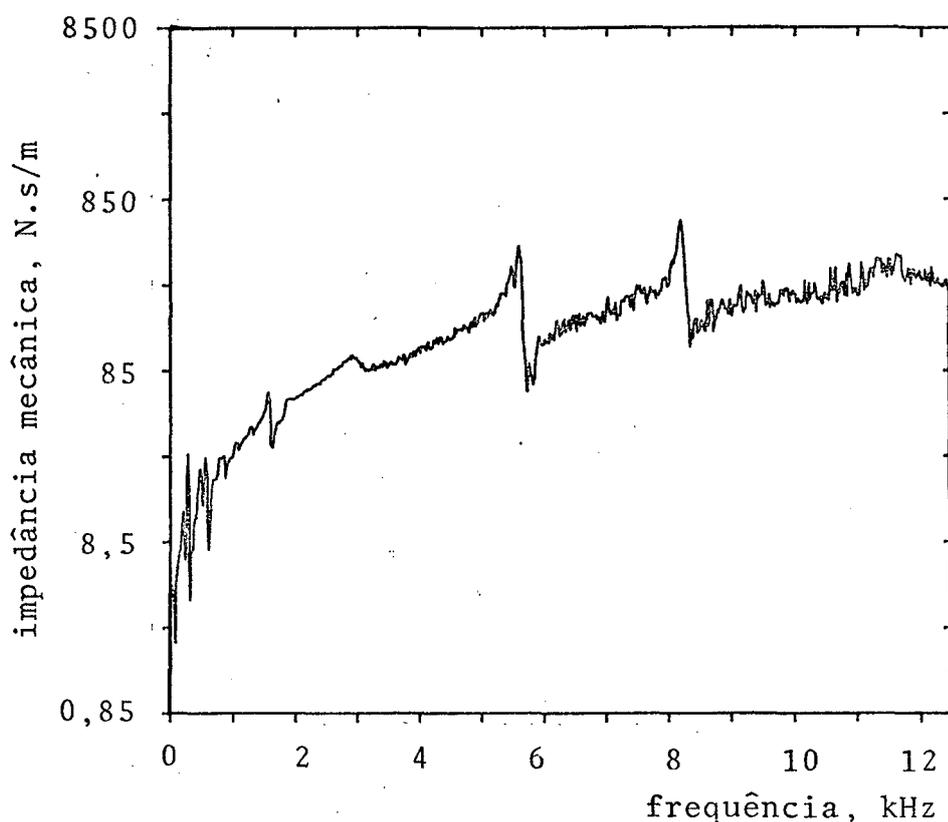


Figura 32 : impedância mecânica do tubo de descarga
adição de amortecimento por mangueira capilar

4.4 Conclusões

Os resultados apresentados neste capítulo são influências, no espectro da impedância mecânica do tubo de descarga, da curvatura do tubo e da adição de amortecimento.

A introdução da curvatura é benéfica, pois além de atenuar vibrações transmitidas do bloco para a carcaça, desloca as frequências de ressonância para frequências superiores. Seu efeito está mais concentrado nas baixas frequências, onde desapareceram várias ressonâncias, comprovando o efeito de mola do tubo curvo. Os resultados experimentais comprovam razoavelmente as frequências

de ressonância para a viga reta tubular fina em balanço, determinadas teoricamente, o que mostra a validade do procedimento experimental assumido.

A adição de amortecimento deveria, conforme esperado, apenas atenuar as amplitudes dos picos de ressonância e anti-ressonância; no entanto, estes efeitos foram pouco observados. Neste aspecto específico, estudos posteriores deverão ser extremamente cautelosos quanto ao efeito da massa adicionada à estrutura pelos transdutores, sugerindo-se estudos em modelos ampliados do tubo.

Na transferência de energia para a carcaça, possivelmente as molas estejam contribuindo com parcela bastante maior que o tubo de descarga, conforme indicam os resultados de outra dissertação de mestrado, ora em andamento [23]. A análise do fluxo de energia por tubo e molas é um campo aberto à pesquisas futuras, em sistemas acoplados à carcaça.

AVALIAÇÃO DE CARACTERÍSTICAS ACÚSTICAS DA CAVIDADE

O compressor hermético apresenta um espaço livre entre o conjunto bloco-motor e a carcaça, que aqui será denominado cavida de, que representa um dos caminhos possíveis de transmissão de energia para a carcaça, conforme já citado. Esse espaço está preenchido, quando o compressor está operando com Freon, com uma mis tura de gás proveniente do evaporador e óleo de lubrificação, a uma temperatura próxima a de entrada do gás na carcaça.

Essa mistura é um meio de propagação das ondas sonoras ge radas no conjunto suspenso, e sua contribuição na excitação da car caça deve ser determinada, o que será desenvolvido neste capítulo, onde o conjunto bloco-motor será assumido, sempre que ne cessá rio, como uma fonte sonora do tipo esfera oscilante.

O compressor será avaliado em operação com ar, por motivo de maior facilidade experimental, devido a inexistência de um adequado sistema de teste com carga na UFSC e também ao seu eleva do custo de fabricação.

5.1 A equação da onda tridimensional e sua solução em coordenadas esféricas

A equação da onda na forma tridimensional depende do sistema de coordenadas usado para descrever seu movimento.

Quando coordenadas esféricas são usadas, a equação da on da é escrita [26]

$$\frac{\partial^2 \phi(r, \theta, \psi, t)}{\partial t^2} - c_0^2 \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \phi(r, \theta, \psi, t)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \phi(r, \theta, \psi, t)}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \phi(r, \theta, \psi, t)}{\partial \psi^2} \right\} = 0 \quad (104)$$

5.1.1 Solução da equação da onda em coordenadas esféricas como função de r e θ

Assumindo, por simplificação, que a onda dependa apenas do raio r e do ângulo θ , a equação (104) torna-se

$$\frac{\partial^2 \phi(r, \theta, t)}{\partial t^2} - c_a^2 \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial \phi(r, \theta, t)}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\sin \theta \frac{\partial \phi(r, \theta, t)}{\partial \theta} \right] \right\} = 0 \quad (105)$$

cuja solução por separação de variáveis é da forma [26]

$$\phi_n(r, \theta, t) = [A_n H_n^1(kr) + B_n H_n^2(kr)] \cdot P_n(\cos \theta) \cdot e^{j\omega t} \quad (106)$$

5.2 Equação da velocidade da onda em coordenadas esféricas

Como a velocidade da onda é dada por

$$\underline{v}_n(r, \theta, t) = \nabla \phi_n(r, \theta, t) \quad (107)$$

se assumirmos independência de ψ , temos

$$\underline{v}_n(r, \theta, t) = \frac{\partial \phi_n(r, \theta, t)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_n(r, \theta, t)}{\partial \theta} \quad (108)$$

ou seja, executadas as operações matemáticas indicadas,

$$\underline{v}_n(r, \theta, t) = \left\{ A_n \left[P_n(\cos \theta) \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} + \frac{1}{r} H_n^1(kr) \cdot \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \right] + B_n \left[P_n(\cos \theta) \cdot \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} + \frac{1}{r} H_n^2(kr) \cdot \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \right] \right\} e^{j\omega t} \quad (109)$$

As constantes de integração A_n e B_n são obtidas das condições de contorno.

5.2.1 Frequências de ressonância da cavidade

Se as constantes de integração da equação acima forem obtidas a partir do modelo mostrado na figura 33, onde a velocidade da partícula é nula na superfície do bloco, $r = a$, e na superfície da carcaça, $r = b$, teremos determinadas as frequências de ressonância procuradas.

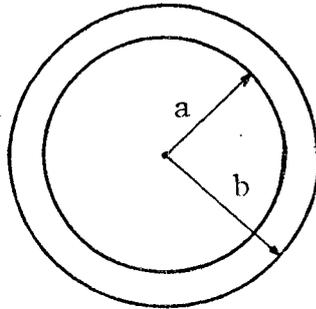


Figura 33 : modelo utilizado no estudo acústico da cavidade

Para

$$\tilde{y}_n(r, \theta, t) \Big|_{r=a} = 0 \quad (110)$$

pode ser mostrado que

$$\tilde{A}_n = - \tilde{B}_n \left| \frac{P_n(\cos\theta) \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} + \frac{1}{r} H_n^2(kr) \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial \theta}}{P_n(\cos\theta) \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} + \frac{1}{r} H_n^1(kr) \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial \theta}} \right|_{r=a} \quad (111)$$

e também, para

$$\tilde{v}_n(r, \theta, t) \Big|_{r=b} = 0 \quad (112)$$

que

$$\tilde{A}_n = - \tilde{B}_n \left| \frac{P_n(\cos\theta) \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} + \frac{1}{r} H_n^2(kr) \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial \theta}}{P_n(\cos\theta) \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} + \frac{1}{r} H_n^1(kr) \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial \theta}} \right|_{r=b} \quad (113)$$

Igualando as expressões (111) e (113), e rearranjando os termos, obtêm-se

$$\begin{aligned} & |P_n(\cos\theta)|^2 \cdot \left\{ \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=a} \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} - \right. \\ & - \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=a} \Big\} + \left| \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial \theta} \right|^2 \left| \frac{H_n^2(ka) H_n^1(kb)}{a \cdot b} - \right. \\ & - \frac{H_n^2(kb) H_n^1(ka)}{a \cdot b} \Big| + P_n(\cos\theta) \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial \theta} \cdot \left\{ \frac{H_n^1(kb)}{b} \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=a} + \right. \\ & + \frac{H_n^2(ka)}{a} \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} - \frac{H_n^1(ka)}{a} \cdot \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} - \\ & \left. - \frac{H_n^2(kb)}{b} \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=a} \right\} = 0 \quad (114) \end{aligned}$$

As frequências em que a igualdade acima for satisfeita serão as frequências de ressonância de ordem n , estando estes resultados mostrados na tabela 7.

Tabela 07 : Frequências de ressonância acústica da cavidade - valores teóricos para o modelo esférico	
n	frequência, Hz
0	≈ 17000
1	1410
2	2082

5.3 Equação da pressão acústica em coordenadas esféricas

A pressão acústica é dada pela derivada temporal de primeira ordem do potencial de velocidade, i.é,

$$\underline{p}(r, \theta, \psi, t) = - \rho_0 \frac{\partial \phi(r, \theta, \psi, t)}{\partial t} \quad (115)$$

Desconsiderando-se ψ e efetuando-se a derivação indicada, mostra-se que a pressão acústica na cavidade é dada por

$$\underline{p}_n(r, \theta, t) = - j\omega \rho_0 \left[A_n H_n^1(kr) + B_n H_n^2(kr) \right] \cdot P_n(\cos\theta) \cdot e^{j\omega t} \quad (116)$$

sendo as constantes de integração A_n e B_n determinadas a partir de condições de contorno.

5.4 Resposta acústica da cavidade a uma excitação forçada - impedância acústica

5.4.1 Determinação das constantes de integração

Assumindo-se que o conjunto suspenso no interior da carcaça comporte-se como uma esfera vibrante, teremos como condições de contorno que, na superfície da massa suspensa (bloco) a componente radial da velocidade é dada por

$$v_n(a, \theta, t) = v_0 \cos \theta e^{j\omega t} \quad (117)$$

e que, na superfície interna da carcaça, a velocidade é nula, i.é

$$v_n(b, \theta, t) = 0 \quad (118)$$

Voltando à equação da velocidade da partícula no interior da cavidade, pode ser mostrado que

$$\begin{aligned} B_n = v_0 \cdot \cos \theta \cdot \left\{ \left| P_n(\cos \theta) \right|^2 \cdot \left| \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \right|_{r=a} \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \right|_{r=b} - \\ - \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=a} \Big| + \left| \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \right|^2 \cdot \frac{1}{a \cdot b} \left| H_n^2(ka) H_n^1(kb) - \right. \\ - \left. H_n^2(kb) H_n^1(ka) \right| + P_n(\cos \theta) \cdot \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \cdot \left| \frac{1}{a} H_n^2(ka) \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \right|_{r=b} - \\ \left. - H_n^1(ka) \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \right|_{r=b} + \frac{1}{b} \left(H_n^1(kb) \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \right|_{r=a} - H_n^2(kb) \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=a} \Big| \Big\}^{-1} \quad (119) \end{aligned}$$

$$A_n = - \frac{V_0 \cdot \cos \theta \cdot \left[P_n(\cos \theta) \cdot \left. \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \right|_{r=b} + \frac{H_n^2(kb) \cdot \partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \right]}{D_n^1(\theta) + D_n^2(\theta) + D_n^3(\theta) + D_n^4(\theta)} \quad (120)$$

onde

$$D_n^1(\theta) = |P_n(\cos \theta)|^3 \cdot \left\{ \left| \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \right|_{r=b} \right|^2 \cdot \left| \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \right|_{r=a} - \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} \cdot \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=a} \right\} \quad (121)$$

$$D_n^2(\theta) = |P_n(\cos \theta)|^2 \cdot \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \cdot \left\{ \frac{H_n^1(kb)}{b} \cdot \left| \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \right|_{r=a} \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} - \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} \cdot \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=a} + \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} \cdot \frac{H_n^1(kb)}{b} \cdot \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=a} + \frac{H_n^2(ka)}{a} \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} - \frac{H_n^1(ka)}{a} \cdot \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} - \frac{H_n^2(kb)}{b} \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=a} \right\} \quad (122)$$

$$D_n^3(\theta) = P_n(\cos \theta) \cdot \left| \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \right|^2 \cdot \left\{ \frac{1}{a \cdot b} \cdot \left| \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \right|_{r=b} \cdot \left[H_n^2(ka) H_n^1(kb) - H_n^2(kb) H_n^1(ka) \right] + \frac{H_n^1(kb)}{b} \cdot \frac{H_n^1(kb)}{b} \cdot \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=a} + \frac{H_n^2(ka)}{a} \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} - \frac{H_n^1(ka)}{a} \cdot \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} - \frac{H_n^2(kb)}{b} \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=a} \right\} \quad (123)$$

$$D_n^4(\theta) = \frac{1}{a \cdot b^2} \cdot \left| \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \right|^3 \cdot H_n^1(kb) \cdot \left[H_n^2(ka) H_n^1(kb) - H_n^2(kb) H_n^1(ka) \right] \quad (124)$$

5.4.2 Expressões para velocidade da partícula e pressão acústica na cavidade

Reassumindo as equações (109), (119) e (120), mostra-se que a velocidade da partícula no interior da cavidade é dada por

$$\begin{aligned}
 v_n(r, \theta, t) = & v_0 \cdot \cos \theta \cdot \left\{ |P_n(\cos \theta)|^2 \cdot \left| \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \right|_{r=a} \cdot \left| \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \right|_{r=b} - \right. \\
 & - \left. \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \right|_{r=b} \cdot \left| \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \right|_{r=a} + \left| \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \right|^2 \cdot \frac{1}{a \cdot b} |H_n^2(ka) H_n^1(kb) - \\
 & - H_n^2(kb) H_n^1(ka)| + P_n(\cos \theta) \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \cdot \left| \frac{1}{a} \cdot H_n^2(ka) \cdot \left| \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \right|_{r=b} - \right. \\
 & - \left. \frac{H_n^1(ka) \cdot \left| \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \right|_{r=b}}{b} + \frac{1}{b} \cdot H_n^1(kb) \cdot \left| \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \right|_{r=a} - \right. \\
 & - \left. \left. H_n^2(kb) \cdot \left| \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \right|_{r=a} \right| \right\}^{-1} \cdot \left| P_n(\cos \theta) \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot H_n^2(kr) \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \right| \cdot \\
 & - \frac{\left| P_n(\cos \theta) \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \right|_{r=b} + \frac{H_n^2(kb) \cdot \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta}}{b}}{D_n^1(\theta) + D_n^2(\theta) + D_n^3(\theta) + D_n^4(\theta)} \cdot \left| P_n(\cos \theta) \cdot \left| \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \right| + \right. \\
 & + \left. \frac{1}{r} \cdot H_n^1(kr) \cdot \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \right| \cdot e^{j\omega t} \quad (125)
 \end{aligned}$$

Também, voltando à equação (116) e às demais assumidas na obtenção da equação (125), pode ser mostrado que a pressão acústica na cavidade, devida a uma excitação forçada, é dada por

$$\begin{aligned}
p_n(r, \theta, t) = & j\omega\rho_0 V \cos\theta \cdot \left\{ \frac{P_n(\cos\theta) \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} + \frac{H_n^2(kb) \cdot \partial P_n(\cos\theta)}{\partial \theta}}{D_n^1(\theta) + D_n^2(\theta) + D_n^3(\theta) + D_n^4(\theta)} \right\} \cdot H_n^1(kr) - \\
& - \left\{ |P_n(\cos\theta)|^2 \left| \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \right|_{r=a} \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} - \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b} \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=a} \right\} + \\
& + \left| \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial \theta} \right|^2 \cdot \frac{1}{a \cdot b} \left| H_n^2(ka) H_n^1(kb) - H_n^2(kb) H_n^1(ka) \right| + \\
& + P_n(\cos\theta) \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial \theta} \cdot \left(\frac{1}{a} \left| \frac{\partial H_n^2(ka)}{\partial r} \right|_{r=b} - \frac{H_n^1(ka) \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=b}}{\partial r} \right) + \\
& + \frac{1}{b} \left(\frac{H_n^1(kb) \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} \Big|_{r=a}}{\partial r} - \frac{H_n^2(kb) \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} \Big|_{r=a}}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} \cdot H_n^2(kr) \cdot P_n(\cos\theta) e^{j\omega t} \quad (126)
\end{aligned}$$

5.4.3 Impedância acústica específica

A impedância acústica específica é definida [27] como a razão entre a pressão sonora e a velocidade da partícula no ponto considerado,

$$\text{imped. acúst. especif.} = \frac{\text{pressão sonora}}{\text{velocidade da partícula}} \quad (127)$$

Assim, substituídos os valores de pressão e velocidade correspondentes, a impedância acústica específica da cavidade pode ser calculada pela equação (128).

As curvas da impedância acústica específica na cavidade, em função da frequência, para $n = 0$, $n = 1$ e $n = 2$, obtidas com valores reais do compressor estão mostradas nas figuras 34, 35 e 36.

$$\tilde{Z}_n(kr) = -j.k.Z_0.P_n(\cos\theta) \cdot \frac{A_n.H_n^1(kr) + B_n.H_n^2(kr)}{A_n.S_n^1(kr, \theta) + B_n.S_n^2(kr, \theta)} \quad (128)$$

onde

$$S_n^1(kr, \theta) = P_n(\cos\theta) \cdot \frac{\partial H_n^1(kr)}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot H_n^1(kr) \cdot \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial \theta} \quad (129)$$

e

$$S_n^2(kr, \theta) = P_n(\cos\theta) \cdot \frac{\partial H_n^2(kr)}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot H_n^2(kr) \cdot \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial \theta} \quad (130)$$

sendo as constantes de integração A_n e B_n obtidas com as equações (119) e (120).

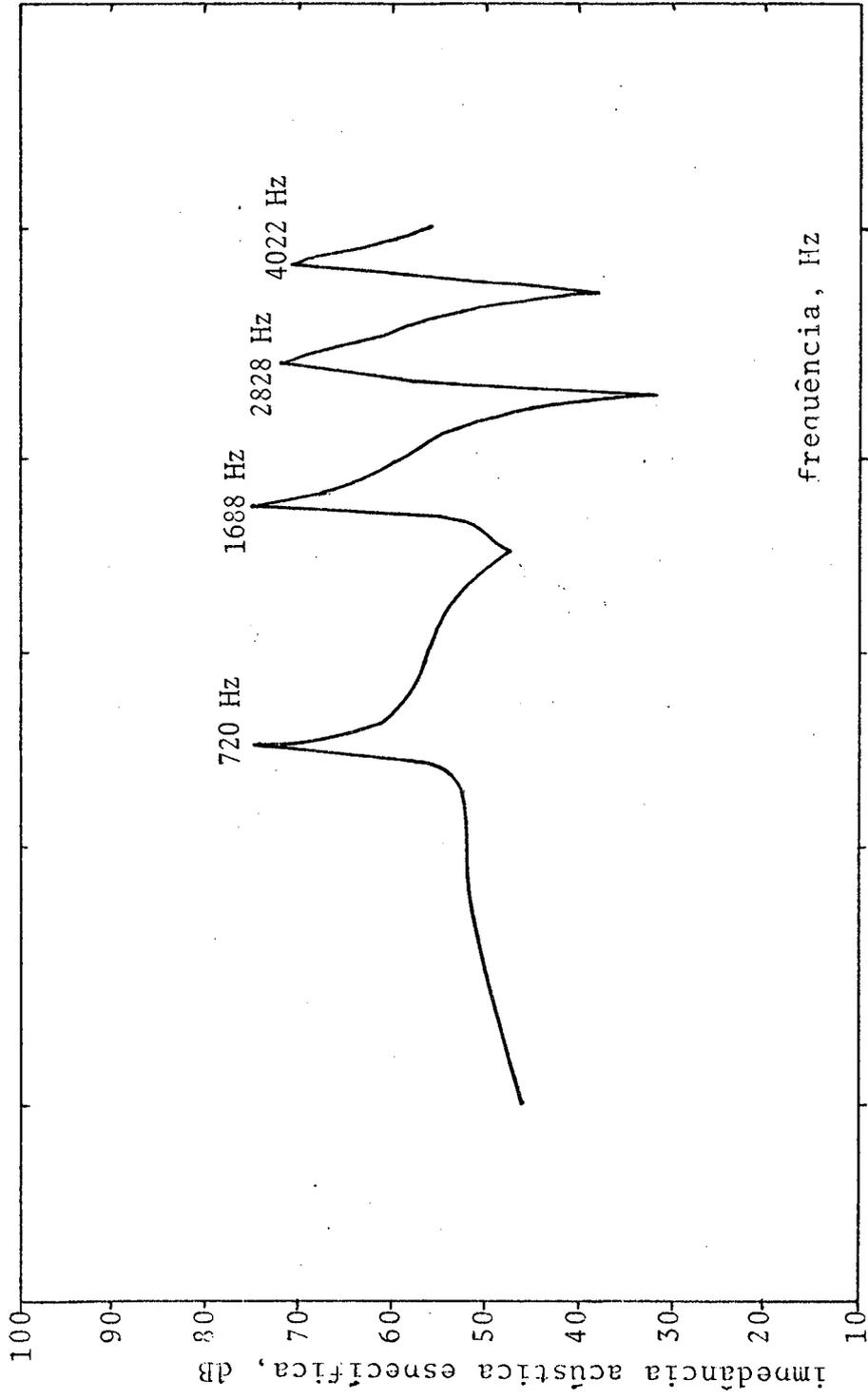


Figura 34 : impedância acústica específica da cavidade - modelo com dados reais
n = 0

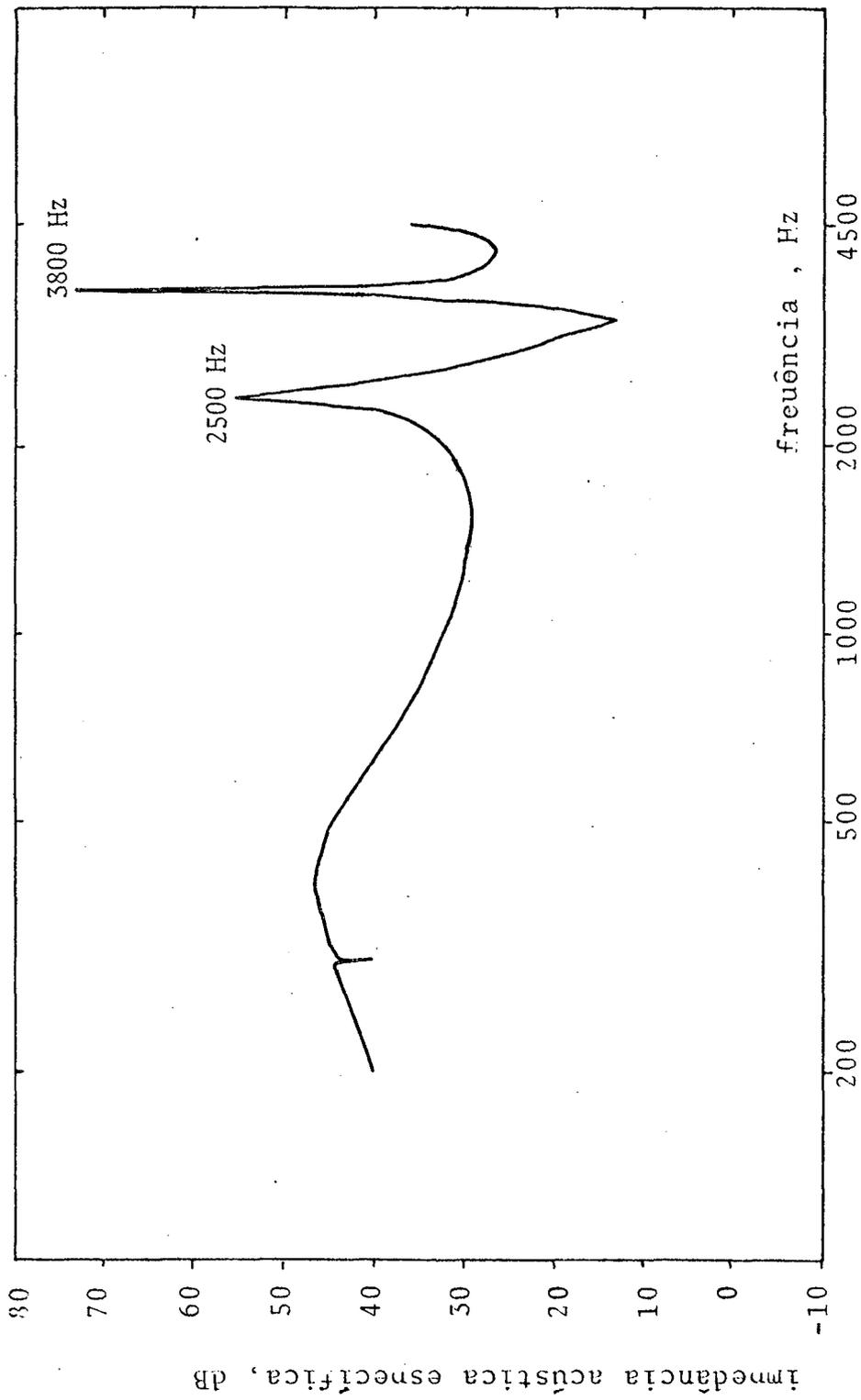


Figura 35 : impedância acústica específica da cavidade - modelo com dados reais
 $n = 1$

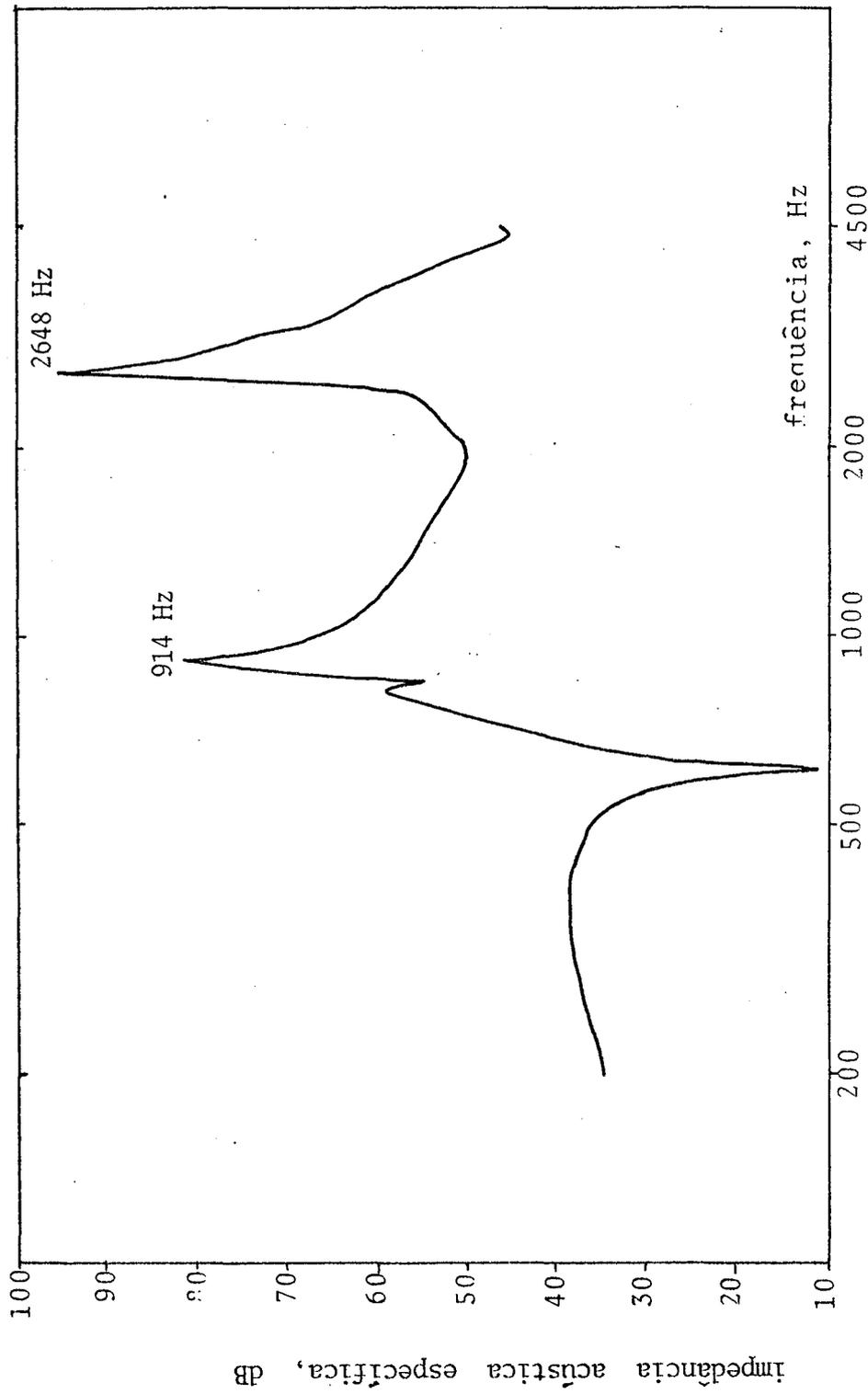


Figura 36 : impedância acústica específica da cavidade - modelo com dados reais
 $n = 2$

5.4.4 Variação do espectro da impedância em função dos raios das esferas

Sendo o tamanho da cavidade um fator importante na sua resposta acústica, a equação da impedância acústica específica da cavidade foi usada com três tamanhos diferentes de cavidade, e os espectros resultantes estão mostrados na figura 37.

Como era previsto, aumentos no raios da cavidade provocam deslocamentos das frequências de ressonâncias e anti-ressonâncias para frequências inferiores, e vice-versa, no espectro da impedância acústica. Entretanto, em se tratando das amplitudes desses picos e anti-picos, não necessariamente esta lei de variação é válida, conforme se comprova na análise da referida figura.

O estudo de outros parâmetros que influenciam a resposta acústica da cavidade, como por exemplo o fluido que a preenche e o seu formato, não foi considerado neste trabalho, que se ateve na a valiação da cavidade por modelação em duas esferas concêntricas e no estudo do parâmetro de influência geométrico. Este modelo foi assumido em face de sua razoável semelhança com o compressor real, cujas três dimensões nas direções cartesianas assumidas são bastante aproximadas.

5.5 Resultados experimentais

5.5.1 Frequências de ressonância acústica da cavidade

Para determinar as frequências de ressonância acústica da cavidade, foi conduzido um experimento no qual a massa de ar que a preenche foi excitada acusticamente por um pequeno alto falante, cujo espectro de pressão sonora emitido está mostrado na figura 38.

A resposta acústica da cavidade foi captada por um micro-

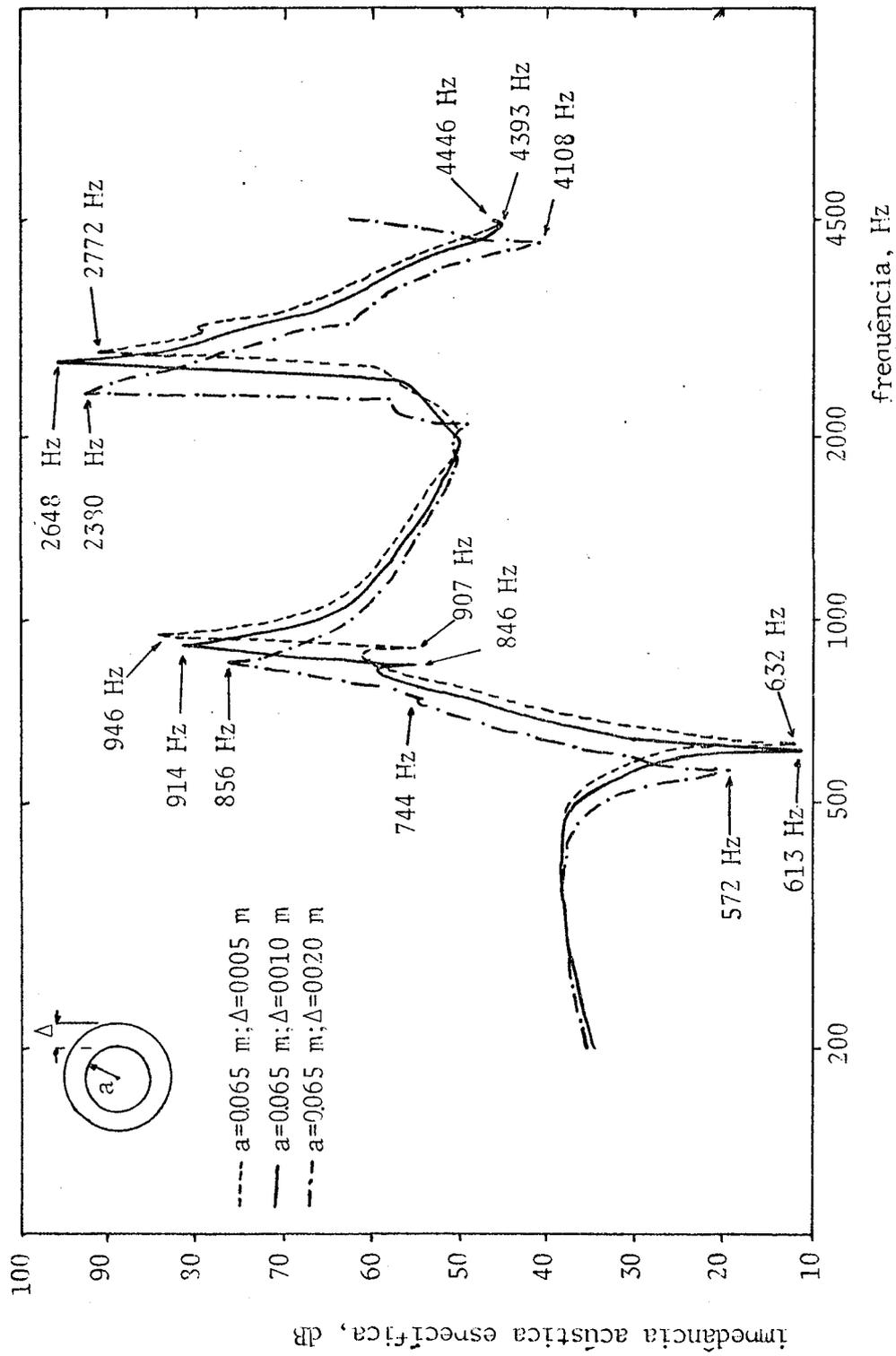


Figura 37 : influência do tamanho da cavidade na impedância acústica específica do modelo - $n = 2$

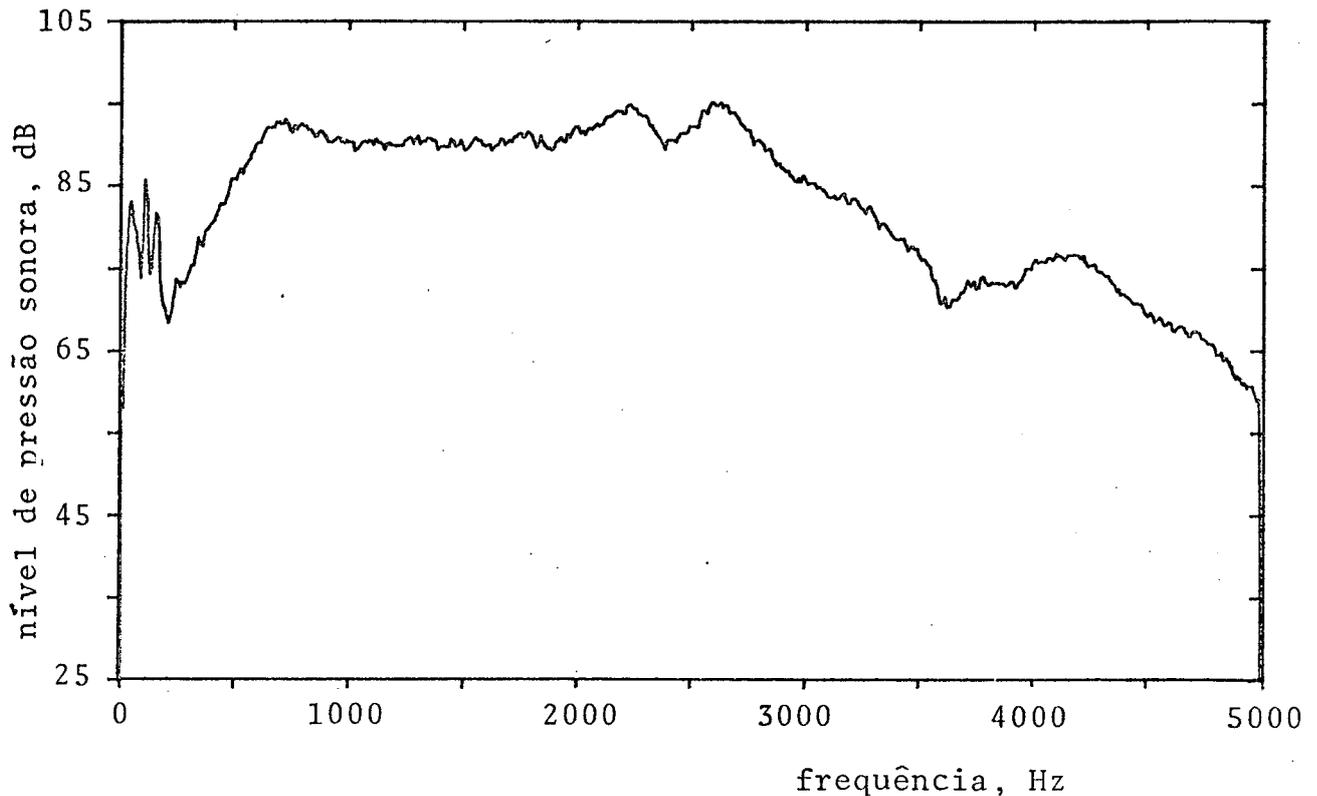


Figura 38 : espectro da pressão sonora gerada por um pequeno alto falante, usado na excitação acústica da cavidade - 1024 pontos, 200 médias

fone (BK 4165) em duas posições na cavidade e, através de trabalho computacional utilizando o computador digital HP 5451 C, obteve-se o espectro médio da pressão sonora em uma posição intermediária entre o corpo e a carcaça, o que está mostrado na figura 39.

5.5.2 Resposta acústica da cavidade com o compressor funcionando Determinação por método analógico

Com o objetivo de avaliar a resposta da cavidade a uma excitação acústica forçada, foi realizado um experimento no qual o compressor foi mantido funcionando e o nível de pressão sonora no interior da cavidade, para para posição intermediária entre bloco e carcaça, captado por um microfone (BK 4165), está mostrado na

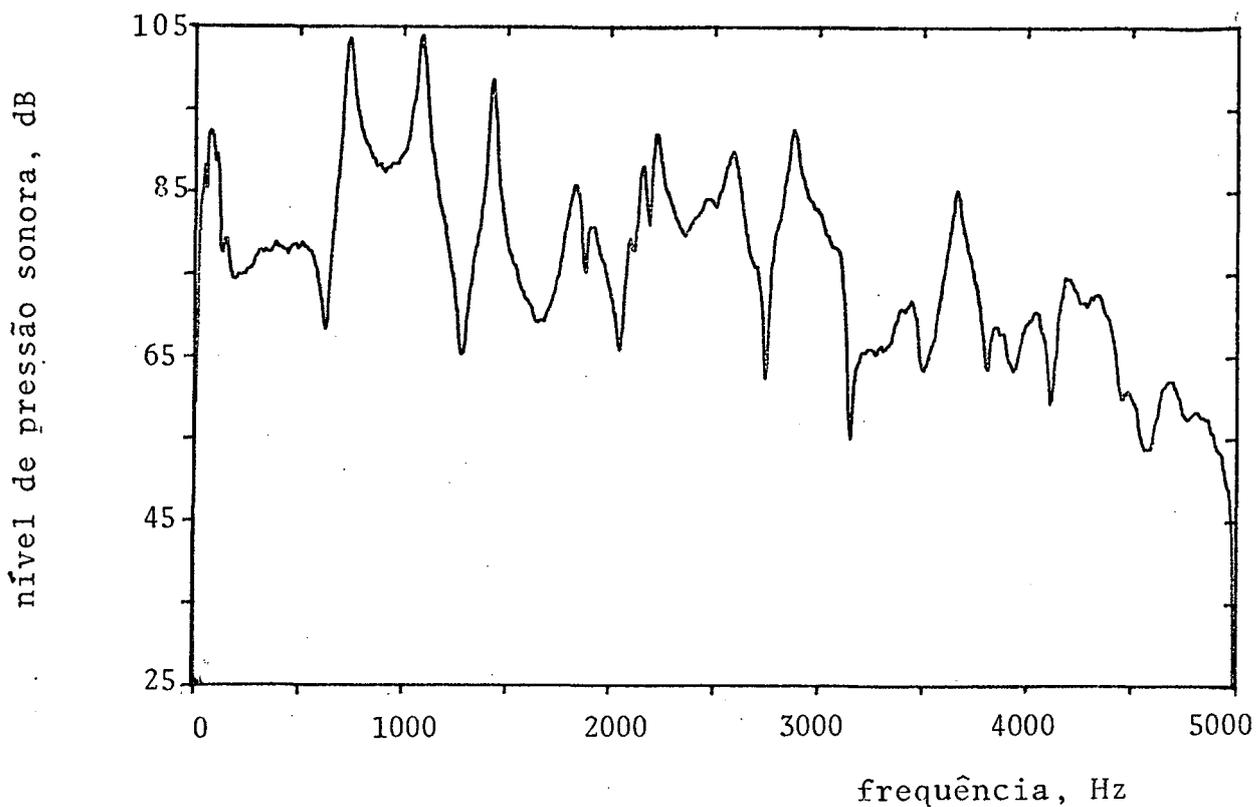


Figura 39 : Resposta acústica da cavidade a uma excitação acústica - 1024 pontos, 200 médias

figura 40, resposta acústica da cavidade com o compressor funcionando.

5.5.3 Resposta acústica da cavidade com o compressor funcionando

Determinação por método digital

A resposta da cavidade a uma excitação acústica forçada também foi avaliada digitalmente, quando o compressor foi mantido em regime permanente de funcionamento e o nível de pressão sonora para uma posição intermediária, na cavidade, captado por um microfone (BK 4165). Os resultados experimentais assim obtidos estão mostrados na figura 41.

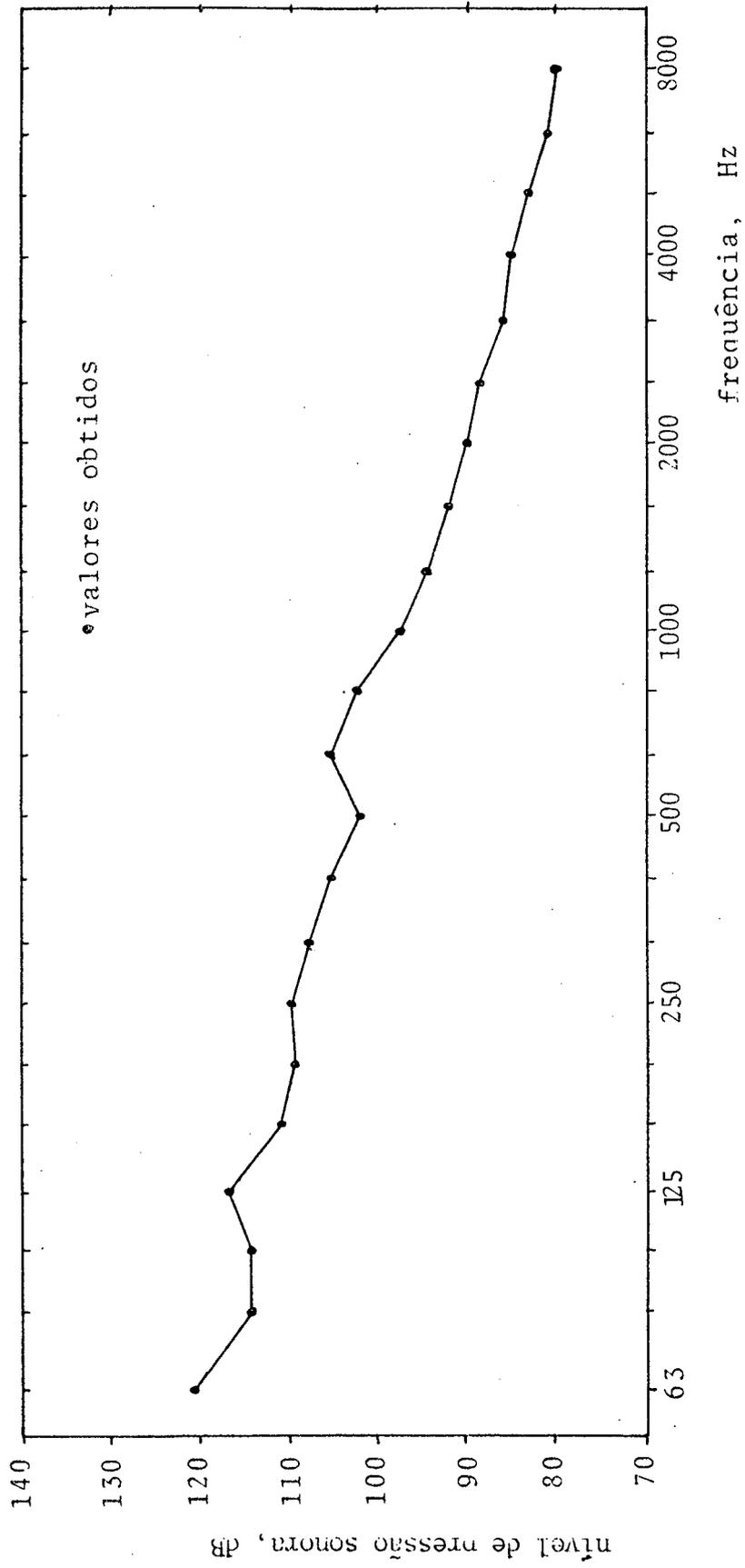


Figura 40 : resposta acústica da cavidade com o compressor funcionando -
método analógico

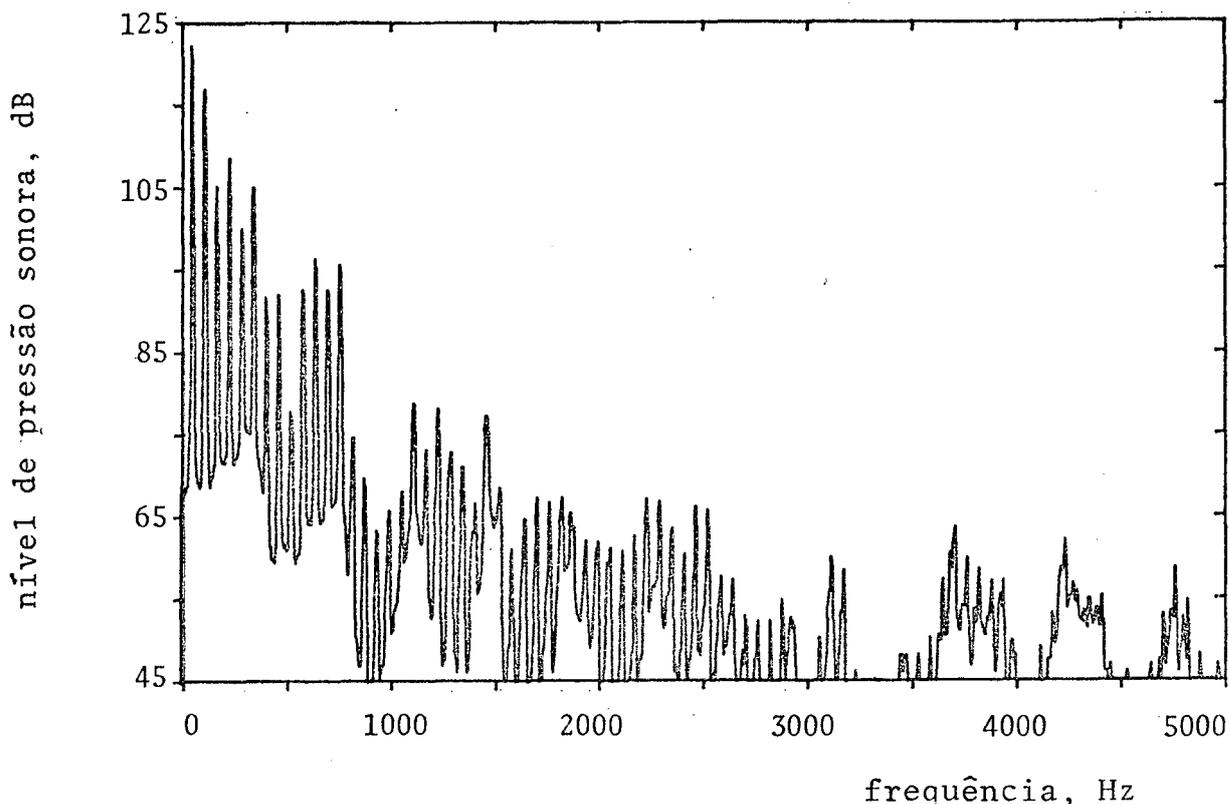


Figura 41 : resposta acústica da cavidade com o compressor funcionando - método digital, 2048 pontos, 150 médias

5.6 Análise dos resultados e conclusões

O modelo matemático assumido para a cavidade, como sendo o espaço entre duas superfícies esféricas concêntricas, serviu para confirmar as frequências de ressonância acústica que aparecem no espectro de pressão sonora medido no interior da carcaça. É um modelo confiável, pois forneceu resultados que têm boa concordância com os valores experimentais.

Na análise de parâmetros de influência na resposta acústica da cavidade, o modelo mostrou que a alteração da relação de raios externo e interno da cavidade, b/a , não é um fator importante na resposta da cavidade, já que os espectros de sua impedância acústica específica não variaram de modo considerável quando essa relação de raios foi alterada.

As formas dos modos de ressonância da cavidade podem ser aproximadas às geradas por esferas pulsante, oscilante e/ou mais complexa no interior de cavidade esférica, já que os níveis sonoros no seu interior, obtidos por método digital, confirmam as frequências de ressonância da resposta acústica da cavidade a uma excitação forçada, previstas pelo modelo teórico e que estão assinaladas nas figuras 34, 35 e 36. Isto mostra que existem ressonâncias acústicas desde 720 Hz pelo mínimo, na cavidade, a qual devido a esta constatação pode ser um caminho importante de transmissão de energia para a carcaça.

Os níveis de pressão sonora medidos na cavidade são consideravelmente intensos, variando de 80 dB em 8,0 kHz até 120 dB em 63 Hz. Isto evidencia que a cavidade é um caminho importante de escoamento de energia para a carcaça, e que é necessário esta ter alta perda de transmissão sonora para atenuar o ruído transmitido para o ambiente. Conclui-se, então, que se a sua espessura for reduzida isto deve ser compensado por aumento de sua rigidez, introduzida por conformações mecânicas ou por outros mecanismos.

Os picos de pressão sonora observados no interior da cavidade, com o compressor operando normalmente, são provavelmente, exceto abaixo de 720 Hz, devidos às ressonâncias acústicas desta. É possível que fatores não abordados neste trabalho, tais como pulsação do gás e ruído do motor elétrico, estejam produzindo picos em frequências diferentes de 720 Hz, especialmente o pico observado na região de 125 Hz no espectro de potência sonora, já que se verifica uma componente de pressão bastante forte nessa frequência no interior das câmaras de sucção [28].

Este estudo mostra que, no espectro do nível de potência sonora do compressor (figuras 08 e 09, seção 2.2.3, capítulo 2), as amplitudes apresentadas de 700 a 1 kHz são provavelmente de

vidas à excitação da carcaça pela resposta acústica da cavidade, já que os níveis sonoros verificados nesta são bastante intensos, o que torna o gás na cavidade um caminho importante de escoamento de energia para a carcaça. Também assim pode ser explicada a variação do nível de potência sonora do compressor, nessa faixa de frequências, com as condições de operação.

Acredita-se que o compressor pode ser modelado pela forma mostrada, já que todas as frequências teóricas dele obtidas são observadas nos resultados experimentais.

Por fim, deve ser ressaltado que os dados deste capítulo, bem como a análise e conclusões deles resultantes, provêm de experimentos em que o compressor foi avaliado operando com ar, por motivo de maior facilidade experimental.

DETERMINAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE IRRADIAÇÃO DA CARÇAÇA

6.1 Introdução

As características de irradiação sonora de estruturas compostas por painéis planos ou curvos podem ser descritas em termos de eficiência de irradiação, que é definida como a razão entre a potência sonora irradiada pela estrutura e aquela que seria irradiada por uma área S de uma placa plana rígida infinita, vibrando com a mesma velocidade quadrática média temporal e espacial. Desta forma,

$$\sigma_{\text{rad}} = \frac{W_{\text{rad}}}{\rho_0 \cdot c_0 \cdot S \cdot \langle v^2 \rangle} \quad (131)$$

Assim, a eficiência de irradiação é um parâmetro de controle relacionado à irradiação de som pelas estruturas, que deve ser diminuído sempre que o objetivo é minimizar a emissão sonora das mesmas. Como é uma relação direta entre potências, uma redução deste parâmetro por um fator de 10 implica redução por igual fator na potência sonora irradiada.

No estudo do compressor essa eficiência deve ser conhecida para possíveis alterações na carcaça, dependendo da forma das curvas obtidas a partir de valores experimentais.

6.2 Determinação experimental da eficiência de irradiação

Experimentalmente, a eficiência de irradiação foi determinada excitando-se a carcaça com um pequeno vibrador (BK 4810) e obtidos os sinais de pressão sonora emitida e de velocidade da carcaça. Os valores de pressão sonora, obtidos por microfones (BK 4165) no inte

rior da câmara reverberante do LVA- UFSC com a mesma montagem experimental descrita na seção 2.2.4, capítulo 2, foram usados para a obtenção da potência sonora irradiada.

A velocidade da carcaça foi obtida pela integração do sinal de aceleração captado por um acelerômetro (BK 4344). Devido à sua simetria, as medições foram feitas somente em uma das duas partes em que foi dividida, sendo esta subdividida em 12 segmentos, em cada um dos quais foi medida a velocidade; da média aritmética dos quadrados destes valores foi determinada a velocidade quadrática média espacial. A velocidade média temporal foi obtida diretamente dos instrumentos através de leitura rms.

Adotando-se este procedimento experimental para todas as bandas de 1/3 oitava desde 63 até 8000 Hz, determinou-se a eficiência de irradiação sonora da carcaça usando-se a equação (131). Para efeito de comparação e estabelecimento de um modelo matemático, foram determinadas as eficiências de irradiação sonora de esferas pulsante e oscilante, de área irradiadora igual a superfície externa da carcaça, que são dadas, respectivamente, por

$$\sigma_{\text{rad}} = \frac{(kb)^2}{1 + (kb)^2} \quad (132)$$

e

$$\sigma_{\text{rad}} = \frac{(kb)^4}{4 + (kb)^4} \quad (133)$$

onde b é o raio de uma esfera equivalente de mesma superfície que a carcaça e vale 0,09585 metros.

A equações acima fornecem os resultados teóricos que, juntamente com os resultados experimentais, estão mostrados na figura 42.

6.3 Análise da carcaça como um cilindro finito

A carcaça também poderia ter sido modelada como uma casca cilíndrica finita, e utilizada a teoria desenvolvida por Manning et al. [29], onde é definida a frequência de ressonância circunferencial, na qual o comprimento da onda longitudinal no material é igual ao comprimento da circunferência média do cilindro, i.é.,

$$f_r = \frac{c_l}{2 \pi b} \quad (134)$$

A frequência de coincidência é aquela em que a velocidade de propagação da onda de flexão no cilindro é igual a velocidade do som no ar, i.é.,

$$f_c = \frac{c_o^2}{1,8 v c_l} \quad (135)$$

Brookbank et al. [7] sugerem para a eficiência de irradiação sonora da carcaça curva da forma mostrada na figura 43, onde são usados os valores das frequências de ressonância circunferencial e de coincidência definidas acima. Vê-se, nessa figura, que a eficiência de irradiação acústica de uma casca cilíndrica aumenta com a frequência até as frequências de coincidência e de ressonância circunferencial, que para a carcaça em estudo valem

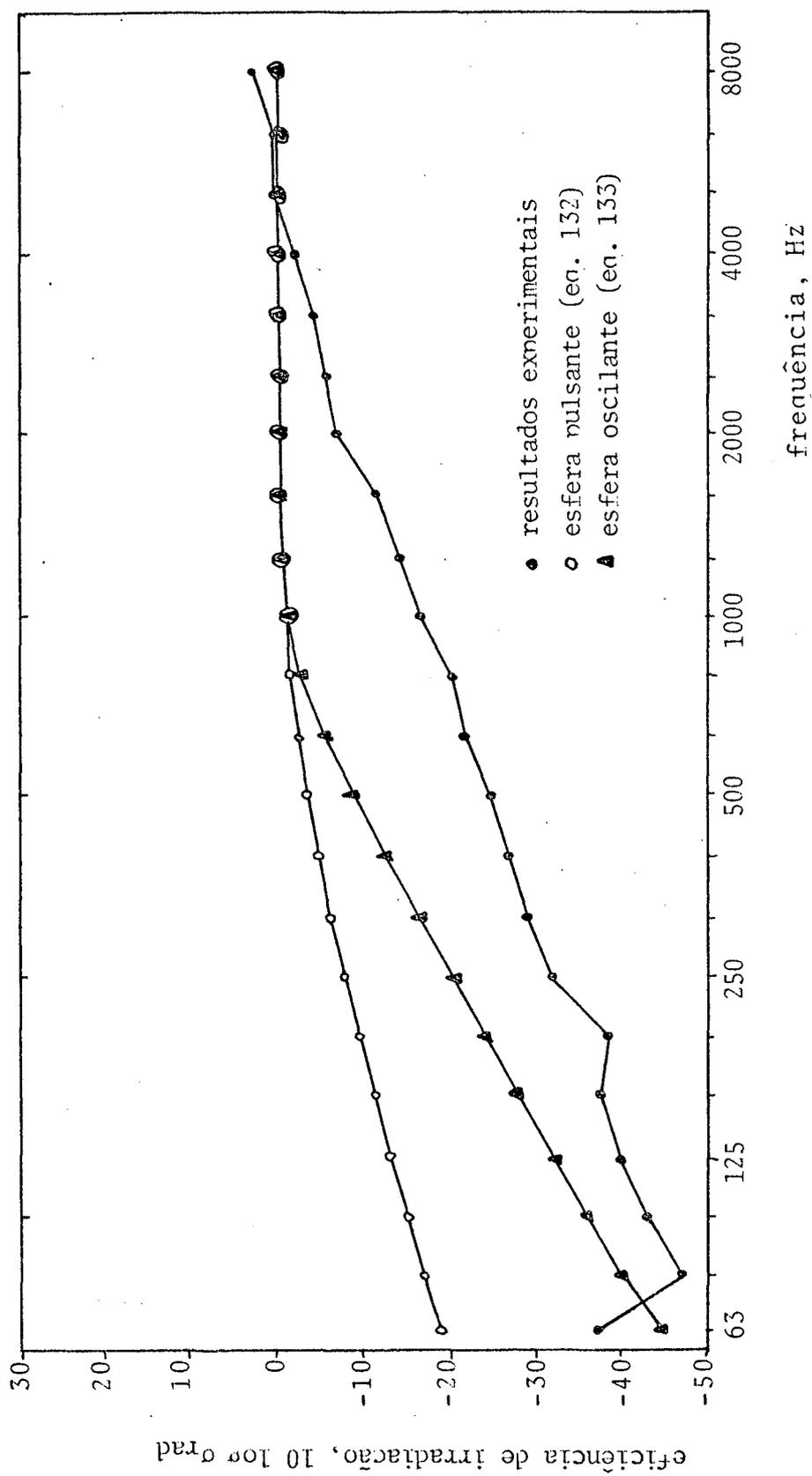


Figura 42 : eficiência de irradiação da carcaça e de esferas pulsante e oscilante

4240 e 10720, respectivamente, após o que passa a ser constante.

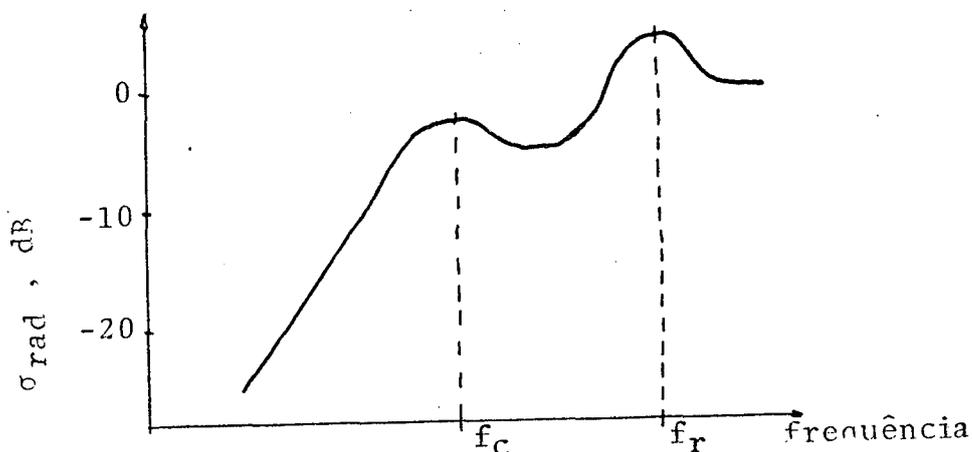


Figura 43 : esquema da curva sugerida por Brookbank and Faulkner [7] para a eficiência de irradiação sonora de casca cilíndrica

Os resultados obtidos neste trabalho parecem corroborar essa teoria, já que a eficiência de irradiação medida parece apresentar um pico na banda de 4,0 kHz, pequeno talvez porque a espessura real da carcaça seja menor que os 3 mm assumidos, devido aos processos de estampagem executados sobre a chapa na confecção da carcaça. Sobre a frequência de ressonância circunferencial não podemos afirmar algo, já que está fora da faixa de frequências das medições realizadas.

6.4 Avaliação da resposta da carcaça

Como a potência sonora irradiada por uma superfície, para um dado valor de frequência, é proporcional ao valor da sua velocidade superficial quadrática média temporal e espacial, esta foi avaliada a partir dos dados obtidos para a determinação da eficiência de irradiação, os quais estão mostrados na figura 44, para a tampa da carcaça e para a sua superfície lateral cilíndrica.

A análise da referida figura mostra que, em média para todo o espectro, a velocidade superficial da tampa é aproximadamente três vezes inferior à da superfície lateral. Como a tampa apresenta rigidez maior devido as saliências e reentrâncias obtidas por estampagem, o que não ocorre na superfície cilíndrica, pode-se concluir que a contribuição da tampa, e também do fundo, à emissão sonora total seja da ordem de 6 vezes menor que a do resto da carcaça, o que representa 8 decibéis a menos, sendo este fato comprovado na prática.

6.5 Conclusões

A eficiência de irradiação acústica da carcaça pode ser comparada a da esfera oscilante, a cuja curva os dados medidos se aproximam mais, comprovando assim o modelo assumido de que a carcaça apresenta movimento de corpo rígido.

O modelo como um cilindro finito não foi assumido, já que a teoria existente foi desenvolvida para cilindros de comprimento infinito, sendo porém válida para cilindros finitos que tenham comprimento no mínimo igual ao dobro de seu diâmetro, o que não ocorre na carcaça estudada. Também, devido à necessidade de uniformização de modelos, já que o modelo esférico já foi anteriormente adotado neste trabalho, no capítulo 5.

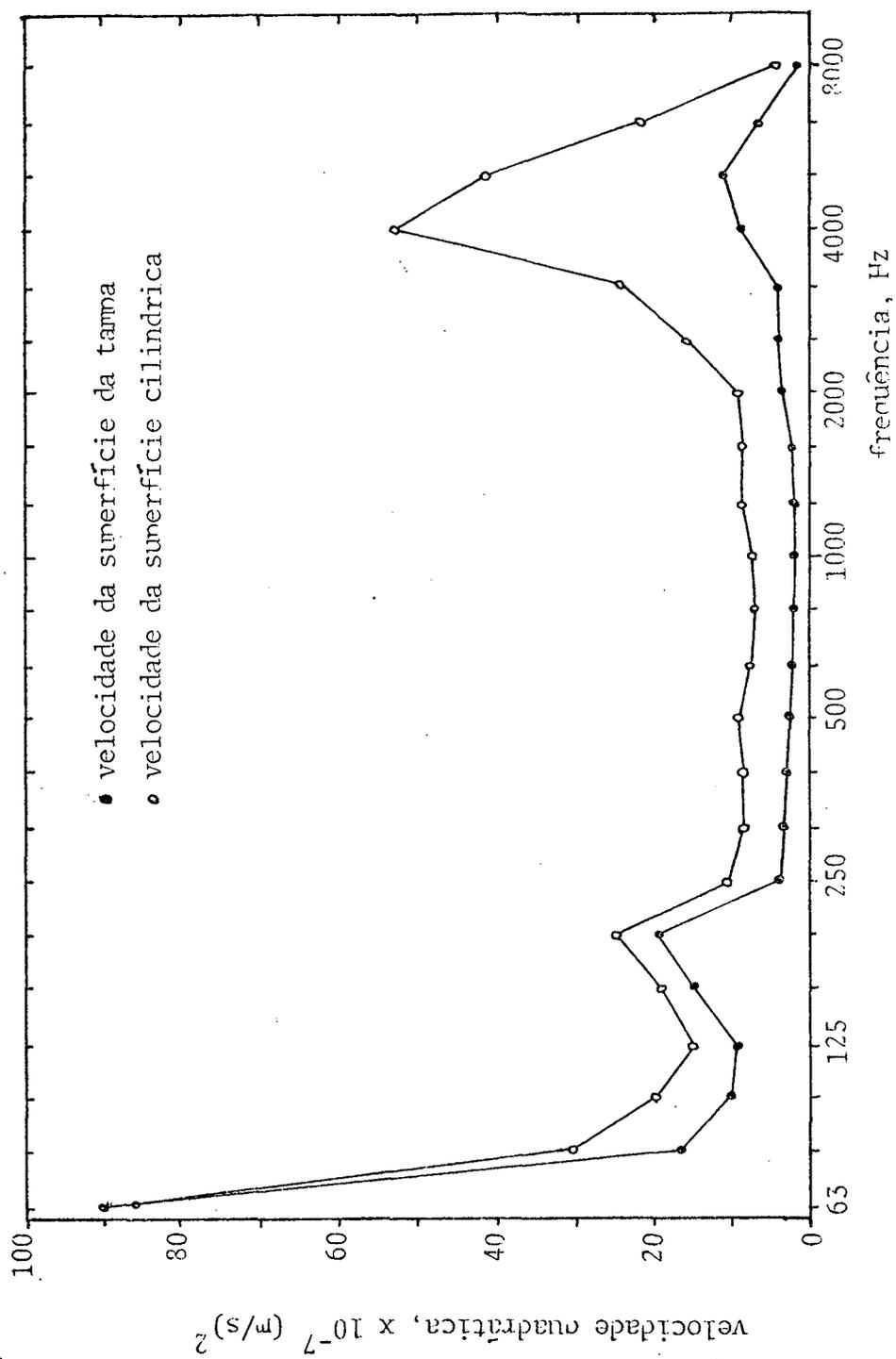


Figura 44 : velocidade quadrática média temporal e espacial da tampa e da superfície lateral da carcaça

A análise dos espectros das velocidades superficiais da tampa e da superfície lateral cilíndrica mostra a necessidade de nova configuração para esta, na qual exista maior rigidez, o que poderá significar uma redução do nível de potência sonora do compressor em vários decibéis, na região do espectro audível.

CONCLUSÕES

O espectro de potência sonora do compressor PW 5,5 K 11 apresenta três regiões distintas importantes de contribuição à potência sonora total irradiada.

Na baixa frequência, abaixo de 125 Hz, os desbalanceamentos de forças e torques atuantes no corpo suspenso são possivelmente as causas dos picos aí registrados. A verificação deste balanceamento, segundo a teoria desenvolvida no capítulo 3, indica que a atual cota do plano de fixação das molas no bloco não é a mais otimizada em termos de menores níveis de vibração deste. As medições em protótipo fabricado a partir das conclusões desse desenvolvimento teórico mostram que o rebaixamento da referida cota para um plano aproximadamente 3 mm acima do plano que contém o centro de gravidade provoca reduções nos níveis de vibração do compressor atual e, em consequência, provavelmente também nos níveis sonoros deles resultantes. Estes últimos, todavia, não são importantes em termos de ruído percebido, já que o ouvido humano exerce considerável atenuação nessa região de frequências.

Essa energia vibratória de que está tomado o corpo, que em parte também é devida a pulsação do gás no interior do bloco, pode ser transmitida para a carcaça por três diferentes caminhos: o estrutural, o gasoso e o do óleo de lubrificação. Chegando à carcaça, essa energia vibratória a excita fazendo-a vibrar e irradiar som.

O caminho estrutural, constituído pelas molas de suspensão e pelo tubo de descarga, é um caminho importante de transmissão de energia para a carcaça. Assim, como um passo inicial para estudos futuros neste aspecto, foram avaliadas características me

cônicas, de interesse para vibrações, do tubo de descarga. Este a apresenta ressonâncias em todo o espectro de impedância mecânica, conforme está mostrado no capítulo 4. O tubo, com a configuração atual, exerce efeito de mola, que é basicamente importante na entrada e saída de regime permanente de funcionamento. As dificuldades experimentais encontradas devido ao efeito de massa dos transdutores deverão ser, em estudos futuros, contornadas provavelmente com trabalhos experimentais em modelos ampliados ou mesmo com o desenvolvimento de transdutores de menor peso.

Como as intensidades sonoras registradas no interior da cavidade são consideravelmente intensas, a transmissão de energia pelo gás que a preenche é, com grande probabilidade, um caminho importante de escoamento para a carcaça. Então, a cavidade provavelmente é responsável por parcela considerável da excitação da carcaça, já que possui ressonâncias ao longo de todo o espectro, inclusive na região superior a 2,0 kHz, onde são registrados os maiores níveis de potência sonora do compressor e onde situam-se as primeiras frequências de ressonância da carcaça.

O estudo da eficiência de irradiação acústica da carcaça mostra que um aumento da rigidez de sua superfície lateral possivelmente conduzirá a reduções expressivas do nível sonoro irradiado, da ordem de 5 decibéis.

Acredita-se campos abertos a pesquisas futuras o escoamento de energia para a carcaça por via estrutural, em sistemas que considerem os acoplamentos das molas e tubo de descarga com a carcaça, a qual deve também ser detidamente avaliada. Também considera-se importante analisar as demais fontes responsáveis pelos níveis de vibração e ruído observados, tais como a pulsação do gás e o ruído aerodinâmico, bem como determinar experimentalmente a perda de transmissão acústica real da carcaça, entre outros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. WILSON, R. J. - Compressor Noise Control in Applications, Proceedings of the 1974 Purdue Technology Conference, pp 208-212, 1974.
2. KJELDTSEN, K. & MADSEN, P. - Reduction of Compressor Vibration by Optimizing the Locations of the Counterweight and the Internal Springs, Proceedings of the 1978 Purdue Compressor Technology Conference, pp 55-59, 1978.
3. DAHR, M. & SOEDEL, W. - Influence of a Valve Stop and/or Suction Muffler on Suction Valve Noise of an Air Compressor, Proceedings of the 1978 Purdue Compressor Technology Conference, pp 36-44, 1978.
4. TOJO, K., SAEGUSA, S., SUDO, M. & TAGAWA, S. - Noise Reduction of Refrigerator Compressors, Proceedings of the 1980 Purdue Compressor Technology Conference, pp 235-242, 1980.
5. INGALLS, D. J. - Understanding Noise Radiation from a Hermetic Compressor, Proceedings of 1972 Purdue Compressor Technology Conference, pp 69-73, 1972.
6. SAITO, F. & OKUBO, N. - Noise Reduction of Hermetic Compressor by Improvement of its Shell Shape, Proceedings of the 1980 Purdue Compressor Technology Conference, pp 228-234, 1980.
7. BROOKBANK, E. B. & FAULKNER, L. L. - Predicting the Influence of Internal Mounting Bracket and External Mounting Feet Locations on Sound Radiated from Hermetic Compressor Shells, Proceedings of the 1980 Purdue Compressor Technology Conference, pp 365-372, 1980.
8. SOEDEL, W. - Simple Mathematical Models of Mode Splitting of Hermetic Compressor Shells that Deviate from Axisymmetry, Pro-

ceedings of the 1980 Purdue Compressor Technology Conference, pp 259-262, 1980.

9. _____ - Simple Mathematical Models of the Vibration and Force Transmission of Discharge or Suction Tubes as Function of Discharge and Suction Pressures, Proceedings of the 1980 Purdue Compressor Technology Conference, pp 69-73, 1980.
10. SCHARY, M. & SINGH, R. - Compressor Manifold Acoustic Impedance Measurements Using Sine Sweep Excitation and Known Volume Velocity Technique, Proceedings of the 1978 Purdue Compressor Technology Conference, pp 19-28, 1978.
11. IMAICHI, K., ISHII, N., IMASU, K., MURAMATSU, S. & FUKUSHIMA, M. - High Frequency Vibratory Components Caused by Elastic Vibrations of the Crank Shaft in Refrigerating Compressors, Proceedings of the 1980 Purdue Compressor Technology Conference, pp 90-96, 1980.
12. IMAICHI, K. & ISHII, N. - A Computer Simulation of Higher Frequency Vibrations of a Reciprocating Compressor, Transactions of the 16th International Congress of Refrigeration, Sept/1983
13. IMAICHI, K., ISHII, N. & IMASU, K. - A Vibration Source in Refrigerating Compressors, Journal of the American Society of Mechanical Engineers, paper 81-DET-72, 1981.
14. IMAICHI, K., ISHII, N., IMASU, K. & MURAI, M. - A Device for Silently Stopping Single-Cylinder Reciprocating Compressors, With Almost No Vibrations, Transactions of the 15th International Congress of Refrigeration, paper B297, Sept/1979.
15. GATECLIFF, G. W. - Analytic Analysis of the Forced Vibration of the Sprung Mass of a Reciprocating Hermetic Compressor, Including Comparison With Experiment, Proceedings of the 1974 Purdue Compressor Technology Conference, pp 221-229, 1974.

16. ELSON, J. P. - Vibration Related Testing for Hermetic Compressor Development, Proceedings of the 1978 Purdue Compressor Technology Conference, pp 50-54, 1978.
17. GERHOLD, C.H. & HAMILTON, J. F. - Rigid Body Vibrations of Compressors, Proceedings of the 1974 Purdue Compressor Technology Conference, pp 215-219, 1974.
18. INTERNATIONAL STANDARDS ORGANIZATION - Acoustic, Vibration and Shock, ISO 3741, "ISO Standards Handbook 4", 1st ed., pp 29-41, 1980
19. BEZ, H. N. - Qualificação de Câmara Reverberante para Medida de Potência Sonora e Avaliação da Qualidade Acústica de um Aparelho de Ar Condicionado, dissertação de Mestrado, UFSC, 1983.
20. HIMELBLAU JR., H. & RUBIN, S. - Vibration of a Resiliently Supported Rigid Body, in: CREDE, C.E. & HARRIS, C.C. - "Shock and Vibration Handbook", McGraw-Hill Book Company, 2nd ed, 1976
21. SEARS, F. W. - "Física", vol. 1, cap. 14, Ed. Gertum Carneiro, 1º ed., 1947.
22. KER WILSON, W. - "Vibration Engineering", Charles Griffin & Company Limited, 1st ed, 1959.
23. BASTOS, A. M. F. - Problemas de Isolamento de Vibrações em Compressores Herméticos Alternativos, dissertação de Mestrado, UFSC, 1983.
24. BROCH, J.T. - "Mechanical Vibration and Shock Measurements", Brüel & Kjaer Publications, K. Larsen & Sons A/S, 2nd ed, 1980
25. RAO, S.S. & SUDARARAJAN, V. - In-Plane Flexural Vibrations of Circular Rings, Design Data and Methods, Journal of Applied Mechanics, pp 620-625, Sept/1983.
26. REYNOLDS, D. D. - "engineering Principles of Acoustics", Allyn and Bacon Inc., 1st ed., 1981.
27. KINSLER, L. E. & FREY, A. R. - "Fundamentals of Acoustics", John Willey & Sons Inc., 2nd ed, 1962.

28. FERREIRA, R. T. S. - comunicação pessoal, UFSC, 1983.
29. MANNING, J.E. & MAYDANICK, G.- Radiation Properties of Cylindrical Shells, the Journal of the Acoustical Society of America, number 9, vol. 36, pp 1691-1698, Sept/1969.

Apêndice 01 - RESUMO DA TEORIA DA REGRESSÃO LINEAR

Dado um conjunto de dados conhecidos, pode-se estabelecer um gráfico de linha reta que melhor se ajuste ao conjunto de pontos tomado e, a partir do plano, predizer o valor para um ponto conhecido nos intervalos formados pelas coordenadas cartesianas x e y dos pontos extremos.

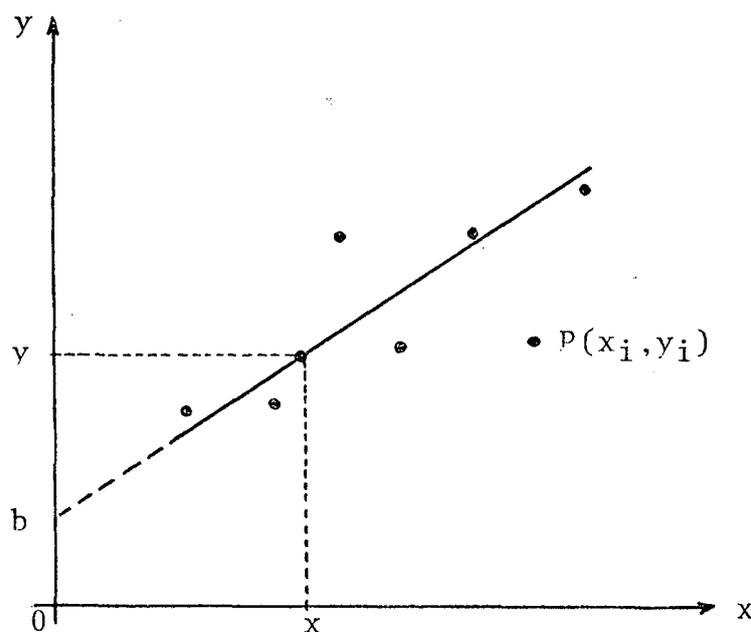


Figura 45 : concepção gráfica da teoria de regressão linear

A reta da figura acima, chamada Linha de Regressão ou de Tendência, tem equação da forma

$$\bar{y} = m \cdot \bar{x} + b \quad (136)$$

sendo sua inclinação " m " dada por

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y} \quad (137)$$

O ponto de intersecção da linha de tendência com o eixo das ordenadas é obtido substituindo-se na equação (136) a variável independente \bar{x} por zero.