

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

TÉCNICAS ORTOGONAIS SEQUENCIAIS ASSOCIADAS A ESTIMADORES  
DE ESTADO DESACOPLADOS RÁPIDOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA

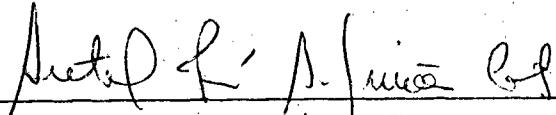
SEBASTIÃO CAMARGO GUIMARÃES JÚNIOR

FLORIANÓPOLIS, DEZEMBRO 1983

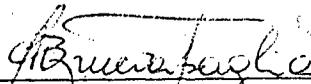
TÉCNICAS ORTOGONAIS SEQUENCIAIS ASSOCIADAS A ESTIMADORES  
DE ESTADO DESACOPLADOS RÁPIDOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

Sebastião Camargo Guimarães Júnior

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE  
EM ENGENHARIA - ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E APROVADA EM  
SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO.

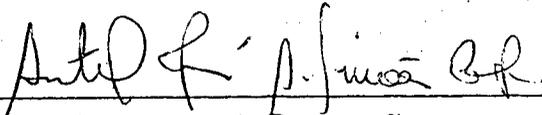


Prof. Antônio José A. Simões Costa, Ph.D.  
Orientador



Prof. Augusto Humberto Bruciapaglia, Dr. Ing.  
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica

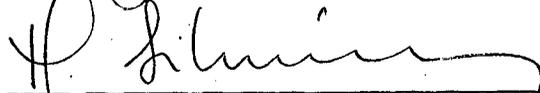
APRESENTADA PERANTE A BANCA EXAMINADORA COMPOSTA DOS PROFESSORES



Prof. Antônio José A. Simões Costa, Ph.D.



Prof. Djalma Mosqueira Falcão, Ph.D.



Prof. Hamilton Medeiros Silveira, D.Et.



Prof. Luiz Vairo Branco Machado, Dr. Ing.



Prof. Roberto de Souza Salgado, M.Sc.

Aos meus pais e irmãos.

À Marília, minha namorada.

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Antônio José Alves Simões Costa pela amizade e inestimável ajuda prestada na orientação deste trabalho.

À todos os professores e colegas da Pós-Graduação que, de uma ou de outra forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

À Marlei da Silva Costa pela datilografia.

A Universidade Federal de Santa Catarina pelo apoio técnico e ao CNPq pelo apoio financeiro.

Aos meus pais e irmãos, pelo inestimável incentivo e apoio.

À Marília, pela sua compreensão e incentivo.

## R E S U M O

Este trabalho propõe a solução de estimadores de estado desacoplados rápidos usando-se o método ortogonal seqüencial de Givens.

O objetivo é se obter um algoritmo para a estimação de estado em sistemas de potência que possua a robustez numérica peculiar aos métodos ortogonais e a rapidez de cálculo dos estimadores de estado desacoplados rápidos.

Além disso, as características que o método de Givens apresenta, relacionadas com a detecção e identificação de erros grosseiros, são plenamente utilizadas pelo algoritmo proposto.

O desempenho do estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens é testado usando-se três sistemas de potência, sendo dois deles sistemas reais de concessionárias brasileiras.

## A B S T R A C T

This work proposes the use of the orthogonal row-processing algorithm based on Givens rotations to obtain the solution for the fast decoupled state estimator.

The objective is to obtain an algorithm for power system state estimation which simultaneously exhibits the numerical robustness which characterizes the orthogonal methods and the fast execution of the fast decoupled state estimator.

Moreover, the characteristics related to bad data detection and identification presented by Givens method are fully exploited in the proposed algorithm.

Three power networks are used to assess the performance of the fast decoupled state estimator by Givens method. Two of these networks are realistic systems of Brazilian utilities.

## SUMÁRIO

## CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

1.1 - A Importância da Estimação de Estado na Operação em Tempo Real dos Sistemas de Potência .....	1
1.2 - Métodos Ortogonais Associados a Estimadores de Estado Desacoplados .....	4
1.3 - Revisão Bibliográfica .....	6
1.4 - Organização do Trabalho .....	8

## CAPÍTULO II - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ESTIMAÇÃO DE ESTADO

2.1 - Introdução .....	10
2.2 - Modelo de Medição .....	10
2.3 - Formulação pelo Método dos Mínimos Quadrados Ponderados .....	14
2.4 - Processamento de Medidas com Erros Grosseiros .....	14
2.4.1 - Detecção de Medidas com Erros Grosseiros .....	14
2.4.2 - Identificação de Medidas com Erros Grosseiros ..	17
2.4.3 - Recuperação de Medidas com Erros Grosseiros ....	19
2.5 - Estimadores de Estado Desacoplados Rápidos .....	21
2.5.1 - Desacoplamento no Modelo .....	25

## CAPÍTULO III - ESTIMADOR SEQUENCIAL DE GIVENS

3.1 - Introdução .....	27
3.2 - Algoritmo de Raiz Quadrada da Matriz de Informação .....	28

3.3 - O Uso das Rotações de Givens na Implementação do Algoritmo de Raiz Quadrada da Matriz de Informação .....	32
3.3.1 - Rotações de Givens .....	32
3.3.2 - Rotações de Givens sem Raízes Quadradas .....	36
3.4 - Algoritmo de Raiz Quadrada da Matriz de Informação pelo Método de Givens: Implementação para EESP .....	40
3.5 - Processamento de Medidas com Erros Grosseiros Usando o Método de Givens .....	42
3.5.1 - Detecção de Medidas com Erros Grosseiros .....	42
3.5.2 - Identificação de Medidas com Erros Grosseiros ..	45
3.5.3 - Remoção de Medidas com Erros Grosseiros .....	48
3.5.4 - Recuperação de Medidas com Erros Grosseiros .....	49

---

CAPÍTULO IV - TÉCNICAS ORTOGONAIS SEQUENCIAIS ASSOCIADAS A  
ESTIMADORES DE ESTADO DESACOPLADOS RÁPIDOS

4.1 - Introdução .....	51
4.2 - Estimadores de Estado Desacoplados Rápidos: Aproximações Envolvidas no Desacoplamento Ativo/Reativo .....	52
4.3 - Aplicação das Técnicas Ortogonais Sequenciais ao Estimador de Estado Desacoplado Rápido .....	57
4.3.1 - Solução do Estimador de Estado Desacoplado Rápido pelo Método de Givens .....	57
4.3.2 - Processamento de Erros Grosseiros para o Estimador de Estado Desacoplado Rápido pelo Método de Givens .....	59
4.3.2a - Detecção .....	59

4.3.2b - Identificação .....	64
4.3.2c - Remoção .....	65
4.3.2d - Recuperação .....	66
4.4 - Conclusões sobre o Método de Solução do Estimador de Estado Desacoplado Rápido Usando as Rotações de Givens .....	68

## CAPÍTULO V - RESULTADOS NUMÉRICOS

5.1 - Introdução .....	70
5.2 - Estimação de Estado .....	71
5.2.1 - Exemplo 1: Sistema de Potência de 5 Barras .....	72
5.2.2 - Exemplo 2: Sistema de Potência de 48 Barras .....	74
5.2.3 - Exemplo 3-A: Sistema de Potência de 91 Barras com Plano Mínimo de Medição .....	76
5.2.4 - Exemplo 3-B: Sistema de Potência de 91 Barras ...	78
5.3 - Ordenação das Linhas e Colunas da Matriz Jacobiana .....	80
5.4 - Memória Utilizada .....	81
5.5 - Detecção e Identificação de Medidas com Erros Grosseiros.	84
5.5.1 - Sistema de Potência de 5 Barras .....	85
5.5.2 - Sistema de Potência de 48 Barras .....	86
5.5.3 - Sistema de Potência de 91 Barras .....	89

## CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

6.1 - Conclusões .....	91
6.2 - Sugestões para Futuros Trabalhos .....	94

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	96
APÊNDICE A - O MODELO LINEARIZADO DE MEDIÇÃO E O ESTIMADOR DOS MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS .....	100
APÊNDICE B - DIAGRAMAS UNIFILARES, PARÂMETROS E PLANOS DE ME DIÇÃO DOS SISTEMAS DE POTÊNCIA USADOS NOS TES TES .....	104

# C A P Í T U L O I

## INTRODUÇÃO

### 1.1 - A Importância da Estimação de Estado na Operação em Tempo Real dos Sistemas de Potência

Um sistema de energia elétrica pode ser considerado como um processo complexo onde a energia elétrica tem que ser gerada a partir de fontes primárias, transmitida e distribuída de forma útil aos consumidores. Este ciclo básico tem permanecido inalterado desde o início do século [10]. Entretanto, o uso da eletricidade tem crescido na nossa sociedade, fazendo com que a dependência da energia elétrica se torne cada vez maior e exigindo que o suprimento seja feito de maneira econômica e confiável. Como conseqüência, os sistemas de energia elétrica se expandiram em tamanho, concentração de geração e número de interconexões com sistemas vizinhos, fatores que contribuem para o aumento de complexidade de sua operação.

Diante de um sistema maior e mais complexo, tornou-se difícil para o operador analisar a grande quantidade de dados que lhe eram fornecidos e tomar as decisões corretas para a operação. As funções existentes no centro de controle tradicional tornaram-se insuficientes diante dos novos problemas surgidos. O centro de controle tradicional necessitava de novas funções que dessem ênfase à confiabilidade e segurança da operação dos sistemas

de potência modernos. Com este objetivo, o controle de segurança foi incorporado ao centro de operação tradicional, cujas funções se limitavam ao controle de geração e à supervisão. A incorporação das funções relacionadas com a segurança é o que caracteriza o centro de controle moderno [11]. Este fato causou mudanças radicais no tipo e quantidade dos dados necessários em tempo real, na sofisticação do processamento de informações, na configuração de computadores e na interface homem-máquina.

A implementação do controle de segurança nos modernos centros de operação de sistema faz-se através de duas novas funções: a monitoração de segurança e a análise de segurança. A monitoração de segurança, cuja função é a identificação e exposição em tempo real das condições de operação do sistema de potência, necessita de uma grande quantidade de dados sobre o sistema em tempo real. No centro de controle moderno a Estimativa Estática de Estado em Sistemas de Potência (EESP) é que fornece essa base de dados em tempo real.

A EESP pode ser definida como um procedimento matemático para calcular a melhor estimativa das variáveis de estado (módulo e ângulo da tensão em todas as barras) a partir de telemedidas (geralmente módulo da tensão, injeções de potência ativa e reativa nas barras, fluxos ativos e reativos nas linhas) redundantes e sujeitas a ruídos aleatórios. A EESP fornece meios de se detectar e identificar medidas grosseiras e ainda calcular os valores de variáveis e quantidades não diretamente monitoradas.

O resultado da EESP é utilizado pela monitoração de segurança, que determina se o sistema está em estado normal, de emergência ou restaurativo [11]. Na análise de segurança, que de

termina as possíveis contingências sobre o sistema quando da perda de geradores e linhas de transmissão, a EESP fornece o vetor de injeções de potência nas barras utilizado pelo fluxo de potência em tempo real. A EESP também fornece dados para a previsão de carga nas barras ("bus load forecasting").

A monitoração do sistema de potência tem se constituído numa função básica para garantir a segurança do sistema. Métodos anteriores à EESP haviam sido propostos para executar a monitoração do sistema de potência em tempo real [12].

Um dos métodos consistia em se medir apenas as quantidades que permitiam a monitoração das partes importantes do sistema de potência. Isto naturalmente fornece uma monitoração incompleta do sistema.

Outro método proposto consiste em executar um fluxo de potência em tempo real que permita ao operador ter acesso às quantidades medidas, bem como às quantidades obtidas dos cálculos. Entretanto, este método possui várias limitações para a operação em tempo real:

- a) No fluxo de potência em tempo real as variáveis de entrada são restritas a injeções de potência nas barras PQ, e potência ativa e tensão nas barras PV. Na EESP, medidas convenientes e disponíveis de outras variáveis podem ser usadas;
- b) A formulação do fluxo de carga consiste de um conjunto de equações independentes. Se uma das variáveis de entrada é perdida, uma solução não pode ser obtida. Se existirem dados de entrada incorretos, o fluxo de potência fornecerá um resulta

do também incorreto. A EESP é formulada em termos de equações redundantes, e mesmo quando dados de entrada são perdidos ou na presença de erros grosseiros, ainda é possível obter uma solução com boas estimativas;

- c) No fluxo de potência em tempo real não é possível avaliar o nível de confiança dos resultados finais. Este fato dificulta a tarefa de tomada de decisões por parte do operador.

O uso da EESP se justifica baseado no fato de que um certo erro é inerente a qualquer sistema de medição, e que cada medida pode se tornar incorreta ou ser perdida [12]. A EESP possui a capacidade de lidar com erros de medição, detectar e identificar dados incorretos ou perdidos e garantir a validade das informações apresentadas ao operador, incluindo quantidades cujas medições foram perdidas ou identificadas como incorretas.

## 1.2 - Métodos Ortogonais Associados a Estimadores de Estado Desacoplados

A função da EESP é de grande importância para a operação do sistema de potência, pois fornece o banco de dados que é utilizado pelas funções de avaliação de segurança do sistema. Portanto, o estimador de estado deve ser o mais confiável possível, devendo fornecer as estimativas sob todas as condições de operação do sistema. O algoritmo normalmente usado na EESP é o dos mínimos quadrados ponderados, cuja solução é obtida resolvendo-se a equação normal de Gauss [9]. Sabe-se da análise numérica

que a solução dos mínimos quadrados pela equação normal de Gauss usada na EESP está propensa a problemas de estabilidade numérica, o que ocasionalmente pode conduzir a resultados errôneos [15]. Para superar este problema, foi proposto um método mais robusto para a solução dos mínimos quadrados ponderados na EESP [15]. O método proposto utiliza transformações ortogonais e é mais robusto numericamente que o método convencional, além de apresentar certas características que podem ser usadas para o processamento de erros grosseiros [15], [16], [18]. Dentre os métodos ortogonais, a versão rápida do algoritmo seqüencial de Givens é a que tem apresentado melhor desempenho, tanto em termos computacionais quanto no que diz respeito às características de detecção, identificação e remoção de erros grosseiros [19].

A EESP, por ser uma função ligada ao conceito de controle de segurança, deve ser executada em tempo real. Portanto, uma característica desejada do estimador é que ele forneça as estimativas com o menor tempo de cálculo possível. Esta exigência de rápida execução de tempo conduziu ao estudo dos estimadores de estado desacoplados rápidos [13], [17], [22]. O desacoplamento ativo/reativo proporciona aos estimadores de estado baseados no método dos mínimos quadrados as mesmas vantagens computacionais que o fluxo de potência desacoplado rápido apresenta com respeito ao fluxo de potência convencional. O desacoplamento reduz o tempo de computação e a quantidade de memória utilizada, e o uso adequado de aproximações na matriz ganho garante uma convergência rápida e confiável [13]. O desacoplamento pode ser aplicado não somente na matriz ganho (desacoplamento no algoritmo) como também na matriz Jacobiana (desacoplamento no modelo).

O objetivo deste trabalho é aliar a confiabilidade dos métodos ortogonais à rapidez de cálculo dos estimadores desacoplados. Mais especificamente, propõe-se um método que associe a versão rápida do algoritmo sequencial de Givens a estimadores de estado desacoplados, resultando em um estimador com maior estabilidade numérica que conserve as características de menor tempo de computação e memória utilizada. Além disso, pode-se fazer uso das características que o método de Givens apresenta relacionadas a detecção, identificação e remoção de erros grosseiros. O estimador desacoplado mais conveniente para ser usado em conexão com o método ortogonal de Givens é a versão desacoplada no modelo [13], uma vez que este método ortogonal processa sequencialmente as linhas da matriz Jacobiana [16].

### 1.3 - Revisão Bibliográfica

A formulação do problema da estimação de estado em um sistema de potência foi inicialmente apresentado e desenvolvido por Schweppe e outros [1], [2], [3]. Em [1] e [2] foram desenvolvidos algoritmos de estimadores estáticos de estado para sistemas de potência relativamente pequenos, enquanto que as dificuldades computacionais encontradas nas suas implementações são apresentadas em [3]. Um estudo amplo do problema da estimação de estado em sistemas de potência, incluindo a descrição de vários algoritmos de estimação, é apresentado nas referências [7] e [9].

O processamento sequencial de medidas para se obter as estimativas de estado em sistemas de potência foi primeiro proposto por Larson, Tinney e outros [4], [5], para tentar se evitar os

problemas numéricos encontrados quando técnicas de processamento simultâneo de medidas são utilizadas. A implementação prática do algoritmo proposto, entretanto, exige algumas aproximações para a matriz de covariância dos erros o que prejudica o desempenho do estimador [5].

Os algoritmos que utilizam transformações ortogonais [14], [15], [16] foram inicialmente propostos na literatura para a estimação de estado em sistemas de potência devido à sua robustez numérica superior ao do método convencional, que está propenso a problemas de estabilidade numérica [4]. O primeiro algoritmo proposto [14], [15], é baseado no método de Golub que processa o vetor de medidas como um todo. A matriz Jacobiana é conseqüentemente processada por colunas, através de aplicações sucessivas das transformações ortogonais de Householder.

Nas referências [14] e [16] é apresentado o algoritmo para estimadores de estado seqüenciais ortogonais. O algoritmo proposto utiliza a técnica de raiz quadrada da matriz de informação, e a re-triangularização da matriz Jacobiana é obtida através das rotações de Givens. O método de Givens processa as linhas da matriz Jacobiana seqüencialmente, o que resulta em diversas vantagens computacionais.

O processamento de erros grosseiros para os estimadores ortogonais pelo método de Golub é apresentado com detalhes nas referências [14] e [18]. A técnica de processamento de erros grosseiros usada em conexão com os estimadores de estado ortogonais seqüenciais pelo método de Givens é apresentada em [14], [18], [19] e [20]. A principal característica do algoritmo de Givens é a disponibilidade da soma ponderada do quadrado dos resíduos após o processamento seqüencial de cada medida, o que é de grande valia nas eta

pas de detecção e identificação de erros grosseiros. Além disso, o caráter seqüencial do algoritmo de Givens permite a fácil implementação de procedimentos de remoção e a posterior recuperação das medidas identificadas como erros grosseiros [20].

A referência [13] utiliza o princípio do desacoplamento ativo/reativo para a estimação de estado em sistemas de potência para se obter algoritmos rápidos, com redução no tempo de computação e da memória utilizada. Os resultados dos testes de estimação, detecção e identificação usando-se estimadores de estado desacoplados rápidos são apresentados, bem como os resultados obtidos com a técnica de recuperação das medidas com erro grosseiro.

A referência [17] apresenta um estudo comparativo entre vários algoritmos de estimação de estado, baseado em resultados numéricos sobre estimação, detecção e identificação de medidas com erros grosseiros. A partir dos testes realizados, os autores concluem que o algoritmo do estimador de estado desacoplado rápido, é o método que melhor atende às exigências para uso em tempo real.

#### 1.4 - Organização do Trabalho

No capítulo 2 apresentam-se o modelo de medição para um sistema de potência, a formulação do problema de estimação de estado pelo método dos mínimos quadrados ponderados, o processamento de medidas com erros grosseiros e finalmente, um estudo sobre os estimadores de estado desacoplados rápidos.

A técnica seqüencial baseada nas rotações de Givens é apresentada no capítulo 3, rotações estas escolhidas como o método do ortogonal usado na implementação do algoritmo de raiz quadrada

da matriz de informação. Apresentam-se ainda neste capítulo a implementação do estimador seqüencial de Givens para EESP e o processamento de medidas com erros grosseiros pelo método de Givens.

No capítulo 4 apresenta-se as aproximações envolvidas no desacoplamento ativo/reactivo para os estimadores de estado desacoplados rápidos e uma descrição qualitativa para o algoritmo do estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens.

Os resultados numéricos dos testes realizados em três sistemas de potência, usando-se o algoritmo proposto do estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens, são apresentados no capítulo 5.

Finalmente no capítulo 6 apresentam-se as conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

## C A P Í T U L O   I I

## FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ESTIMAÇÃO DE ESTADO

2.1 - Introdução

A função do estimador de estado em sistemas de potência é fornecer o vetor das variáveis de estado do sistema a partir de um conjunto de medições feitas no sistema, que são em geral redundantes e portadoras de erros de medição e/ou telemetria. A redundância é necessária de modo a permitir a detecção, identificação, eliminação e possivelmente a recuperação daquelas medidas cujos erros de medição são inaceitáveis (medidas portadoras de erros grosseiros). Isto faz com que os valores calculados a partir do estimador de estado sejam mais confiáveis que os próprios valores medidos.

Devido às características e importância do controle em tempo real, o estimador de estado deve ser rápido na execução e fornecer resultados confiáveis. Os estimadores de estado desacoplados rápidos, além de atenderem às exigências de operação do sistema em tempo real, reduzem consideravelmente a exigência de memória do computador.

2.2 - Modelo de Medição

Seja um sistema de potência com  $N$  barras para o qual se faça  $m$  medições. Suponha que a estrutura do circuito elé

trico e os parâmetros da rede sejam conhecidos.

Para um dado sistema, as variáveis de estado são definidas como um conjunto de variáveis não redundantes que caracterizam completamente a operação do sistema [23]. Em sistemas de potência o vetor de estado  $\underline{x}$  é um vetor formado por  $N-1$  ângulos de tensão (o ângulo da barra de referência é conhecido) e  $N$  módulos de tensão de barra.

As quantidades que podem ser medidas são funções das variáveis de estado. O vetor de medidas  $\underline{z}$  é um vetor formado por medidas de módulos das tensões e injeções de potência ativa e reativa nas barras e fluxos de potência ativa e reativa nas linhas. Cada uma das quantidades medidas possui um erro de medição inerente ao próprio sistema de medição. O conjunto dos erros de medição é representado pelo vetor  $\underline{\eta}$ .

O conjunto de medidas, as variáveis de estado e os erros de medição estão relacionados através de uma expressão não-linear do tipo [1], [2], [6], [22]:

$$\underline{z} = \underline{f}(\underline{x}) + \underline{\eta} \quad (2.1)$$

onde

- $N$  : número de barras do sistema;
- $m$  : número de medidas;
- $n$  : número de variáveis de estado ( $n = 2N-1$ );
- $\underline{z}$  : vetor de medidas ( $m \times 1$ );
- $\underline{f}(\cdot)$  : Vetor das funções não-lineares que relaciona as quantidades medidas e as variáveis de estado ( $m \times 1$ );
- $\underline{x}$  : vetor das variáveis de estado ( $n \times 1$ );

$\underline{\eta}$  : vetor dos erros relacionados com as medidas ( $m \times 1$ ).

O vetor de medidas  $\underline{z}$  é formado pelas quantidades medidas obtidas através do sistema de medição e teletransmissão nas barras e linhas do sistema de potência. As medidas, entretanto, não são realizadas em todas as barras e linhas do sistema e o vetor de medidas  $\underline{z}$  pode não conter toda a informação necessária sobre o sistema de potência. Outros tipos de informação sobre o sistema podem ser obtidas onde as quantidades medidas não estão disponíveis. Estas informações adicionais são conhecidas como pseudomedidas. Uma lista de possíveis pseudomedidas e suas utilizações são apresentadas com maiores detalhes em [1], [4], [5]. O vetor de medidas  $\underline{z}$ , portanto, refere-se tanto às quantidades medidas quanto às pseudomedidas.

O número de medidas realizadas no sistema de potência deve apresentar um certo grau de redundância. A redundância é necessária para o processamento de erros grosseiros e para se obter estimativas confiáveis [4], [14]. Na prática, portanto, o número de medidas que são obtidas pelo sistema de telemedição e pela inclusão de pseudomedidas é maior que o número de variáveis de estado. A redundância global do sistema é definida pela relação entre o número de medidas  $m$  e o número de variáveis de estado  $n$ , ou seja:

$$\rho = \frac{m}{n} \quad (2.2)$$

O vetor das funções não-lineares  $\underline{f}(\underline{x})$  da equação (2.1) representa as relações baseadas nas leis de Kirchhoff e nas leis de Ohm, relacionando as variáveis de estado e as quantidades medidas. Supõe-se que a topologia do circuito e os parâmetros da

rede são conhecidos. As equações básicas e as possíveis relações entre as variáveis de estado e as quantidades medidas são apresentadas em [4], [7].

No modelo de medição apresentado, cada componente do vetor de medidas  $\underline{z}$  está contaminado por erros. Os erros são causados por: imprecisão dos medidores, falhas do sistema de comunicação, conversão analógica/digital, erros no modelo matemático, incerteza nos valores dos parâmetros do circuito, etc [1], [4], [7], [9]. O conjunto dos erros de medição é representado pelo vetor aleatório de média zero,  $\underline{\eta}$ . A dispersão do erro de medição em torno de seu valor médio também é suposta conhecida. Assim:

$$E\{\underline{\eta}\} = \underline{0} \quad (2.3)$$

$$E\{\underline{\eta} \cdot \underline{\eta}^t\} = R \quad (2.4)$$

onde

$E\{.\}$  : operador valor esperado;

$R$  : matriz de covariância dos erros de medição ( $m \times m$ ).

Os erros de medição usualmente são considerados independentes e a matriz de covariância dos erros de medição  $R$  é em consequência diagonal. Os elementos diagonais da matriz  $R$  são as variâncias dos erros de medição e podem ser calculados como funções da precisão dos medidores e do sistema de transmissão de dados [4], [5]. As pseudomedidas, se utilizadas no vetor de medidas  $\underline{z}$ , possuem a mesma modelagem que as quantidades telemedidas. Entretanto, os valores de variâncias associadas às pseudomedidas devem

ser maiores que as variâncias das telemedidas para traduzir o seu maior grau de incerteza [1].

### 2.3 - Formulação pelo Método dos Mínimos Quadrados Ponderados

Dado o modelo de medição pelas equações (2.2)-(2.4), o método dos mínimos quadrados ponderados consiste em minimizar uma função das variáveis de estado. Seja  $\underline{r}$  o vetor dos resíduos, dado pela diferença entre as quantidades medidas e calculadas:

$$\underline{r} = [\underline{z} - \underline{f}(\hat{\underline{x}})] \quad (2.5)$$

A estimativa  $\hat{\underline{x}}$  é definida como o valor de  $\underline{x}$  que minimiza a soma dos quadrados dos resíduos de estimação. A técnica dos mínimos quadrados ponderados, portanto, é baseada na minimização da função custo:

$$J(\hat{\underline{x}}) = \underline{r}^t \cdot R^{-1} \cdot \underline{r} = [\underline{z} - \underline{f}(\hat{\underline{x}})]^t \cdot R^{-1} \cdot [\underline{z} - \underline{f}(\hat{\underline{x}})] \quad (2.6)$$

A inversa da matriz de covariância dos erros de medição na equação (2.6) funciona como uma matriz de ponderação, atribuindo peso às medidas na proporção inversa das suas variâncias.

### 2.4 - Processamento de Medidas com Erros Grosseiros [14]

#### 2.4.1 - Detecção de Medidas com Erros Grosseiros

Os erros inerentes ao sistema de medição, modelados

pelo vetor  $\underline{n}$ , são causados pelas diversas fontes de erros citadas na seção 2.2. Supondo-se que os erros de medição apresentam distribuição Gaussiana, os valores das componentes do vetor dos erros de medição  $\underline{n}$  estarão dentro de uma faixa de  $\pm 3$  desvios padrões  $\sigma$  [12]. Erros de medição nesta faixa normalmente são filtrados pelo estimador de estado, devido à redundância das medidas [4], [22].

Os erros grosseiros são definidos como medidas muito mais imprecisas do que é suposto quando se estabelece o modelo de medição. Os erros grosseiros com valores acima de  $\pm 30$  desvios padrões usualmente são eliminados por algoritmos de pré-filtragem [18], [22], o que alivia consideravelmente a etapa de processamento de erros grosseiros pelo estimador de estado. Entretanto, os erros grosseiros que se situam na faixa de  $\pm 3$  a  $\pm 30$  desvios padrões podem invalidar o resultado da estimação e portanto devem ser eliminados pelo próprio estimador.

O método de detecção de medidas com erros grosseiros é baseado em um teste de hipóteses utilizando o índice  $J(\underline{\hat{x}})$  calculado no ponto de solução  $\underline{\hat{x}}$  (ver Apêndice A), dado por:

$$J(\underline{\hat{x}}) = [\Delta \underline{z} - F(\underline{\hat{x}}_k) \cdot \Delta \underline{\hat{x}}]^t \cdot R^{-1} \cdot [\Delta \underline{z} - F(\underline{\hat{x}}_k) \cdot \Delta \underline{\hat{x}}] \quad (2.7)$$

onde

$\Delta \underline{z}$  : vetor de incremento das medidas ( $m \times 1$ );

$\underline{\hat{x}}_k$  : vetor atual das variáveis de estado ( $n \times 1$ );

$F(.)$  : matriz Jacobiana ( $m \times n$ );

$\Delta \underline{\hat{x}}$  : vetor de correções para o vetor atual de estado  $\underline{\hat{x}}_k$

( $n \times 1$ ).

$J(\hat{\underline{x}})$  é simplesmente a soma ponderada dos quadrados dos resíduos para o modelo linearizado. Para ser usado no teste de hipóteses, o índice  $J(\hat{\underline{x}})$  tem que ser caracterizado estatisticamente. Para este fim, supõe-se que:

- i) O vetor dos erros de medição  $\underline{\eta}$  é normalmente distribuído com média zero e covariância  $R$ ;
- ii) A estrutura e os parâmetros do modelo de medição são precisamente conhecidos;
- iii) O modelo linearizado de medição (Ver Apêndice A) é obtido pela linearização em relação a um ponto suficientemente próximo da solução.

Nestas condições, o índice  $J(\hat{\underline{x}})$  tem uma distribuição do qui-quadrado com  $m-n$  graus de liberdade [14], [18]. A formulação do teste de hipóteses é [14], [18]:

$H_0$  :  $J(\hat{\underline{x}})$  tem a distribuição do qui-quadrado;

$H_1$  :  $H_0$  é falso.

O teste de hipóteses é realizado comparando o índice  $J(\hat{\underline{x}})$  com uma constante  $K$ , calculada com base na distribuição do qui-quadrado com  $m-n$  graus de liberdade e em uma probabilidade de falso alarme  $\alpha_0$  pré-fixada, como [18]

$$K = \chi^2_{(m-n)}; \alpha_0 \quad (2.8)$$

onde

$\chi^2_{(m-n)}; \alpha_0$  : percentil  $(1-\alpha_0)$  da distribuição do qui-quadrado com  $m-n$  graus de liberdade.

Se  $J(\hat{\underline{x}}) < K$  conclui-se que não existem erros grosseiros dentro do nível de confiança estabelecido por  $\alpha_0$ . No caso de  $J(\hat{\underline{x}}) \geq K$ , existe pelo menos um erro grosseiro, o qual deve ser identificado e seus efeitos eliminados para que o processo de estimação seja realizado na ausência de medidas com erros grosseiros.

#### 2.4.2 - Identificação de Medidas com Erros Grosseiros

A identificação de medidas com erros grosseiros é baseada nos resíduos de estimação normalizados. Considere o modelo linear de medição (Ver Apêndice A):

$$\Delta \underline{z} = F(\hat{\underline{x}}_k) \cdot \Delta \underline{x} + \underline{\eta} \quad (2.9)$$

O vetor dos resíduos de estimação é definido por:

$$\underline{r} \triangleq \Delta \underline{z} - \Delta \hat{\underline{z}} = \Delta \underline{z} - F(\hat{\underline{x}}_k) \cdot \Delta \hat{\underline{x}} \quad (2.10)$$

onde

$$\Delta \hat{\underline{z}} \triangleq F(\hat{\underline{x}}_k) \cdot \Delta \hat{\underline{x}} \quad (2.11)$$

A normalização é realizada dividindo-se cada resíduo de estimação  $r_i$  por seu desvio padrão, que é dado pela raiz quadrada do elemento diagonal  $C_{r_{ii}}$  da matriz de covariância dos resíduos. Seja o vetor erro de estimação dado por  $\underline{x} - \hat{\underline{x}}$ , onde  $\underline{x}$  é o

vetor de estado real e  $\hat{x}$  é o vetor de estado estimado. A matriz de covariância dos erros de estimação é dada por [18]:

$$C_x = [F^t(\hat{x}_k) \cdot R^{-1} \cdot F(\hat{x}_k)]^{-1} \quad (2.12)$$

e a matriz de covariância dos resíduos pode ser escrita em termos de  $R$ ,  $F(\hat{x}_k)$  e  $C_x$  como [18]:

$$C_r = R - F(\hat{x}_k) \cdot C_x \cdot F^t(\hat{x}_k) \quad (2.13)$$

Uma vez calculados os elementos diagonais de  $C_r$ , os resíduos normalizados são obtidos dividindo cada resíduo pelo seu desvio padrão correspondente, ou seja:

$$r_{N,i} = \frac{r_i}{\sqrt{C_{r_{ii}}}} \quad i=1, \dots, m \quad (2.14)$$

Os diferentes tipos de medidores usados pelo sistema de medição produzem variâncias distintas, sendo necessário a normalização dos resíduos para propiciar uma comparação justa dos mesmos a fim de identificar medidas portadoras de erros grosseiros.

Após a normalização, a medida que corresponder ao máximo resíduo normalizado é a mais provável de ser a medida com erro grosseiro [18]. Esta medida, portanto, deve ser eliminada (ou os seus efeitos eliminados) e o processo de estimação deve ser reiniciado até que não se detecte mais medidas com erros grosseiros.

### 2.4.3 - Recuperação de Medidas com Erros Grosseiros [13], [20], [22]

Após a identificação de medidas com erros grosseiros, o processo normalmente utilizado consiste em eliminá-los do conjunto de medidas e reiniciar o processo de estimação [13], [20], [22]. A eliminação de medidas com erros grosseiros provoca alterações na estrutura do vetor de medidas, que resulta em alterações na estrutura da matriz Jacobiana. Considere, por exemplo, que as estimativas sejam obtidas pela solução da equação normal (Ver Apêndice A) dada por:

$$G(\hat{\underline{x}}_k) \cdot \Delta \hat{\underline{x}} = F^t(\hat{\underline{x}}_k) \cdot R^{-1} \cdot \Delta \underline{z} \quad (2.15)$$

onde

$$G(\hat{\underline{x}}_k) \triangleq F^t(\hat{\underline{x}}_k) \cdot R^{-1} \cdot F(\hat{\underline{x}}_k) \quad (2.16)$$

A estrutura da matriz de ganho  $G$  também sofrerá alterações, exigindo uma nova ordenação e triangularização durante o processo iterativo, o que requer um grande esforço computacional. Outra desvantagem associada com a eliminação das medidas com erros grosseiros consiste na redução da redundância local, causando uma redução do nível de confiança dos testes de detecção e identificação de erros grosseiros [20].

Para superar as desvantagens anteriormente citadas, um novo método que não elimina as medidas com erros grosseiros foi proposto [13], [20], [22]. O método consiste em substituir a medida identificada como portadora de erro grosseiro por uma pseudomedida que se aproxima do valor correto da quantidade medida. O valor da

pseudomedida é dado por [13], [20], [22]:

$$z_k^{rec} = z_k^e - \frac{\sigma_k^2}{c_{r_{kk}}} \cdot r_k^e \quad (2.17)$$

onde

- $z_k^{rec}$  : valor recuperado para a medida  $k$ ;
- $z_k^e$  :  $k$ -ésima medida portadora de erro grosseiro;
- $\sigma_k$  : desvio padrão da medida  $k$ ;
- $c_{r_{kk}}$  :  $(k,k)$ -ésimo elemento da matriz de covariância dos resí-  
duos  $C_r$ ;
- $r_k^e$  :  $k$ -ésimo elemento do vetor de resíduos, isto é, o resí-  
duo da medida portadora de erro grosseiro.

O vetor de resíduos  $\underline{r}^e$  resulta do processamento do vetor de medidas considerando a medida portadora de erro grosseiro. O  $k$ -ésimo elemento de  $\underline{r}^e$  é dado por:

$$r_k^e = z_k^e - z_k^{est} \quad (2.18)$$

onde

- $z_k^{est}$  : valor estimado para a medida portadora de erro grosseiro  $k$ .

Obtido o valor recuperado para a medida portadora de erro grosseiro, o processo de estimação é reiniciado sem alteração na estrutura da matriz ganho. Este fato é muito importante, principalmente para os estimadores que utilizam matrizes de ganho

constantes [9], [13], [17], [22].

## 2.5 - Estimadores de Estado Desacoplados Rápidos [13], [17], [22]

A estimação de estado é uma função que deve ser executada em tempo real, o que exige do algoritmo de estimação de estado uma alta velocidade de execução. Esta exigência conduziu à investigação de algoritmos que usam matrizes de ganho desacopladas e constantes, as quais são recalculadas somente após mudanças na topologia do circuito e/ou na configuração do sistema de medição [17].

Os estimadores de estado desacoplados rápidos são obtidos introduzindo-se na equação (2.15) as mesmas aproximações feitas na obtenção do fluxo de potência desacoplado rápido. Estas aproximações proporcionam aos estimadores desacoplados rápidos as mesmas vantagens computacionais do fluxo de potência desacoplado rápido, que são: menor tempo de cálculo por iteração e menor exigência de memória [13]. As duas principais características dos estimadores de estado desacoplados rápidos são [13], [17], [22]:

- desacoplamento ativo/reactivo;
- uso de matrizes constantes (G e/ou F), que são funções apenas das admitâncias dos circuitos.

O desacoplamento ativo/reactivo pode ser feito de duas maneiras: somente na matriz ganho G (desacoplamento no algoritmo), ou em G e na matriz Jacobiana F, afetando não só o lado esquerdo, mas também o lado direito da equação (2.15) (desacopla

mento no modelo). As aproximações em F e G são apresentadas a seguir.

O vetor de estado  $\underline{x}$  é definido como:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \underline{\theta} \\ \underline{v} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

onde

$\underline{\theta}$  : vetor do ângulo das tensões nas N-1 barras do sistema (N-1 x 1);

$\underline{v}$  : vetor do módulo das tensões nas N barras do sistema (N x 1).

O vetor de medidas  $\underline{z}$  é dado por [13], [22]:

$$\underline{z} = \begin{bmatrix} \underline{t}_{med} \\ \underline{p}_{med} \\ \underline{u}_{med} \\ \underline{q}_{med} \\ \underline{v}_{med} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

onde

$\underline{t}_{med}$  : vetor de medidas de fluxo de potência ativa;

$\underline{p}_{med}$  : vetor de medidas de injeção de potência ativa;

$\underline{u}_{med}$  : vetor de medidas de fluxo de potência reativa;

$\underline{q}_{med}$  : vetor de medidas de injeção de potência reativa;

$\underline{v}_{med}$  : vetor de medidas de módulo de tensão.

A matriz Jacobiana  $F$  pode ser expressa como [13],

[22]:

$$F(\underline{\theta}, \underline{v}) = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Onde

$F_{11}$  : derivadas das variáveis correspondentes às medidas ativas ( $\underline{t}$  e  $\underline{p}$ ) em relação a  $\underline{\theta}$ ;

$F_{21}$  : derivadas das variáveis correspondentes às medidas reativas ( $\underline{u}$ ,  $\underline{q}$  e  $\underline{v}$ ) em relação a  $\underline{\theta}$ ;

$F_{12}$  : derivadas das variáveis correspondentes às medidas ativas em relação a  $\underline{v}$ ;

$F_{22}$  : derivadas das variáveis correspondentes às medidas reativas em relação a  $\underline{v}$ .

A matriz de ponderações  $R^{-1}$  pode ser decomposta em:

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} R_1^{-1} & 0 \\ 0 & R_2^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Onde

$R_1^{-1}$  : ponderações correspondentes às medidas ativas;

$R_2^{-1}$  : ponderações correspondentes às medidas reativas.

A matriz ganho, definida pela equação (2.16), pode ser decomposta em [13], [22]:

$$G(\underline{\theta}, \underline{v}) = \begin{bmatrix} G_{P\theta} & G_{PV} \\ G_{Q\theta} & G_{QV} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Onde cada submatriz é dada por:

$$G_{P\theta} = F_{11}^t \cdot R_1^{-1} \cdot F_{11} + F_{21}^t \cdot R_2^{-1} \cdot F_{21} \quad (2.24a)$$

$$G_{PV} = F_{11}^t \cdot R_1^{-1} \cdot F_{12} + F_{21}^t \cdot R_2^{-1} \cdot F_{22} \quad (2.24b)$$

$$G_{Q\theta} = F_{12}^t \cdot R_1^{-1} \cdot F_{11} + F_{22}^t \cdot R_2^{-1} \cdot F_{21} \quad (2.24c)$$

$$G_{QV} = F_{12}^t \cdot R_1^{-1} \cdot F_{12} + F_{22}^t \cdot R_2^{-1} \cdot F_{22} \quad (2.24d)$$

O princípio do desacoplamento torna-se menos válido quando as linhas de transmissão possuem baixas relações de reatância para resistência ( $X/R$ ). Entretanto, o estimador de estado normalmente é projetado para operar na parte de alta tensão do sistema [22]. Para sistemas com nível de tensão acima de 69 Kv, verifica-se que as linhas de transmissão possuem uma alta relação de  $X/R$ . Para estes sistemas, existe um acoplamento mais forte entre as variáveis ativas e os ângulos ( $P-\theta$ ) e entre as variáveis reativas e tensões ( $Q-V$ ). Portanto, os elementos das matrizes  $G_{P\theta}$  e  $G_{QV}$  são predominantes em relação aos elementos das matrizes  $G_{PV}$  e  $G_{Q\theta}$ ,

ocorrendo o mesmo com os elementos das matrizes  $F_{11}$  e  $F_{22}$  que predominam sobre as matrizes  $F_{12}$  e  $F_{21}$  [22]. Estas características de desacoplamento ativo/reactivo em F e G são utilizadas pelas versões do estimador desacoplado no modelo e do estimador desacoplado no algoritmo, respectivamente.

O presente trabalho tem como objetivo associar as técnicas ortogonais sequenciais aos estimadores desacoplados rápidos. As técnicas utilizadas consistem na aplicação das rotações de Givens diretamente sobre a matriz Jacobiana F, não havendo necessidade do cálculo da matriz de ganho G [16]. Portanto, o estimador de estado desacoplado no modelo é o mais indicado para ser associado às técnicas ortogonais sequenciais. A versão do desacoplamento no modelo será apresentada a seguir, enquanto que a versão do desacoplamento no algoritmo pode ser encontrada em [13], [22].

#### 2.5.1 - Desacoplamento no Modelo [13], [22]

As aproximações na versão desacoplada no modelo são realizadas na matriz F, afetando tanto o lado esquerdo quanto o lado direito da equação (2.15). Estas aproximações são [13], [17], [22]:

- i) Calculam-se os elementos de F a partir do perfil plano de tensão, isto é,  $V = 1$  e  $\theta = 0^\circ$ ;
- ii) Desprezam-se as matrizes  $F_{12}$  e  $F_{21}$ ;
- iii) No cálculo de  $F_{11}$ , desprezam-se as resistências das linhas de transmissão.

Portanto, as matrizes  $F_{11}$  e  $F_{22}$  são calculadas para  $V = 1$  e  $\theta = 0^\circ$  e com os elementos de  $F_{11}$  calculados desprezando-se as resistências. As matrizes do lado esquerdo são dadas por:

$$G_{P\theta} = F_{11}^t \cdot R_1^{-1} \cdot F_{11} \quad (2.25a)$$

$$G_{QV} = F_{22}^t \cdot R_2^{-1} \cdot F_{22} \quad (2.25b)$$

A equação (2.15) e o processo iterativo para a ver são desacoplada no modelo se reduzem a [13], [22]:

$$\text{Meia-iteração} \left\{ \begin{array}{l} G_{P\theta} \cdot \Delta \underline{\theta}^k = F_{11}^t \cdot R_1^{-1} \cdot \left[ \frac{\underline{t}^{\text{med}} - \underline{t}(\underline{\theta}^k, \underline{v}^k)}{\underline{p}^{\text{med}} - \underline{p}(\underline{\theta}^k, \underline{v}^k)} \right] \\ \underline{\theta}^{k+1} = \underline{\theta}^k + \Delta \underline{\theta}^k \end{array} \right. \quad (2.26a)$$

$$P-\theta \quad (2.26b)$$

$$\text{Meia-iteração} \left\{ \begin{array}{l} G_{QV} \cdot \Delta \underline{v}^k = F_{22}^t \cdot R_2^{-1} \cdot \left[ \frac{\underline{u}^{\text{med}} - \underline{u}(\underline{\theta}^{k+1}, \underline{v}^k)}{\underline{q}^{\text{med}} - \underline{q}(\underline{\theta}^{k+1}, \underline{v}^k)} \right] \\ \underline{v}^{k+1} = \underline{v}^k + \Delta \underline{v}^k \end{array} \right. \quad (2.27a)$$

$$Q-V \quad (2.27b)$$

A convergência é obtida quando ambos os vetores de correção  $\Delta \underline{\theta}$  e  $\Delta \underline{v}$  forem menores que um valor de tolerância pré-especificado, o que pode ocorrer em qualquer uma das duas meias-iterações [17].

## C A P Í T U L O   I I I

## ESTIMADOR SEQÜENCIAL DE GIVENS

3.1 - Introdução

A característica principal dos estimadores seqüenciais é o processamento seqüencial das medidas, usualmente uma de cada vez. O uso de estimadores seqüenciais tem como objetivo se obter uma maior eficiência computacional e evitar os problemas numéricos que podem ser encontrados quando técnicas de processamento simultâneo de medidas são utilizadas [4].

A técnica mais conhecida para estimação seqüencial de estado é a dos mínimos quadrados recursivos, a qual pode ser vista como uma versão simplificada do filtro estendido de Kalman [5], [6]. Na implementação prática deste algoritmo para EESP proposta na literatura em [5] e [6], o desempenho do estimador é deteriorado devido às aproximações realizadas na matriz de covariância dos erros de estimação, exigindo procedimentos adicionais para se tentar corrigir o problema.

Mesmo quando não são feitas aproximações, a implementação das equações do filtro de Kalman em outras áreas tem indicado que elas são sensíveis a erros de arredondamento, resultando em geral em uma matriz de covariância de erros que não é semidefinida positiva. Para superar este problema, são utilizados algoritmos do tipo raiz quadrada [6]. Estes algoritmos propagam a raiz

quadrada da matriz de covariância de erros ou de sua inversa (matriz de informação), em vez de atualizarem a própria matriz de covariância. O resultado é uma redução substancial do problema de estabilidade numérica, evitando-se que a matriz de covariância de erros se torne indefinida [6].

Apresenta-se neste capítulo o uso de estimadores sequenciais do tipo raiz quadrada para EESP, onde o algoritmo utilizado é o filtro de raiz quadrada da matriz de informação. A matriz de observação é re-triangularizada usando-se as rotações de Givens. Além das vantagens computacionais obtidas, o uso das rotações de Givens também é mais vantajoso do ponto de vista do processamento de medidas portadoras de erros grosseiros [14], [16], [18], [19], [20].

### 3.2 - Algoritmo de Raiz Quadrada da Matriz de Informação [14], [16], [19]

Considere o modelo linear de medição dado por:

$$\underline{y} = G \cdot \underline{x} + \underline{v} \quad (3.1)$$

$$E\{\underline{v}\} = \underline{0} \quad (3.2)$$

$$E\{\underline{v} \cdot \underline{v}^t\} = I \quad (3.3)$$

onde

$\underline{y}$  : vetor de medidas (n x 1);

$\underline{x}$  : vetor das variáveis de estado (n x 1);

- $G$  : matriz de observação ( $n \times n$ );  
 $\underline{v}$  : vetor dos erros de medição ( $n \times 1$ );  
 $E\{.}$  : operador valor esperado.

Suponha temporariamente que o vetor dos erros de medição  $\underline{v}$  possui matriz de covariância igual à matriz identidade. Suponha também que o número de medidas que já foram processadas seja igual ao número das variáveis de estado, o que torna a matriz  $G$  quadrada.

Para se obter uma estimativa  $\hat{\underline{x}}$  de  $\underline{x}$  usando-se o método dos mínimos quadrados, a função objetiva a ser minimizada é dada pela soma dos quadrados dos resíduos:

$$J = [\underline{y} - G.\hat{\underline{x}}]^t . [\underline{y} - G.\hat{\underline{x}}] \quad (3.4)$$

Seja  $\tilde{y}_1$  uma nova medida a ser processada. Considere que a relação entre a nova medida e as variáveis de estado  $\underline{x}$  é dada por:

$$\tilde{y}_1 = \underline{g}_1^t . \underline{x} + \tilde{v}_1 \quad (3.5)$$

onde

- $\tilde{y}_1$  : nova medida a ser processada;  
 $\underline{g}_1^t$  : vetor relacionando a quantidade medida e as variáveis de estado ( $1 \times n$ );  
 $\tilde{v}_1$  : variável aleatória representando o erro da quantidade medida (escalar).

Com o acréscimo da nova medida, a função objetiva torna-se:

$$\bar{J} = J + (\tilde{y}_1 - \underline{g}_1^t \cdot \underline{\hat{x}})^2 \quad (3.6a)$$

$$= \left\{ \begin{bmatrix} G \\ \underline{g}_1^t \end{bmatrix} \cdot \underline{\hat{x}} - \begin{bmatrix} \underline{y} \\ \tilde{y}_1 \end{bmatrix} \right\}^t \cdot \left\{ \begin{bmatrix} G \\ \underline{g}_1^t \end{bmatrix} \cdot \underline{\hat{x}} - \begin{bmatrix} \underline{y} \\ \tilde{y}_1 \end{bmatrix} \right\} \quad (3.6b)$$

$$= \left\| \begin{bmatrix} G \\ \underline{g}_1^t \end{bmatrix} \cdot \underline{\hat{x}} - \begin{bmatrix} \underline{y} \\ \tilde{y}_1 \end{bmatrix} \right\|^2 \quad (3.6c)$$

Para se obter a solução dos mínimos quadrados para o sistema aumentado, pode-se usar o fato de que a norma Euclidiana é invariante com respeito a transformações ortogonais (uma transformação ortogonal pode ser representada por uma matriz  $Q$   $m \times m$  tal que  $Q^t \cdot Q = Q \cdot Q^t = I$ ). Portanto, uma transformação ortogonal  $Q$  é definida tal que:

$$Q \cdot \begin{bmatrix} G \\ \underline{g}_1^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$Q \cdot \begin{bmatrix} \underline{y} \\ \tilde{y}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{w} \\ \tilde{e}_1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

onde

$U$  : matriz triangular superior ( $n \times n$ );

$\underline{0}$  : vetor nulo ( $1 \times n$ );

$\underline{w}$  : vetor ( $n \times 1$ );

$\tilde{e}_1$  : escalar.

Usando as equações (3.7) e (3.8) na equação (3.6),

$\tilde{J}$  pode ser reescrito como:

$$\tilde{J} = [\underline{w} - U \cdot \underline{\hat{x}}]^t \cdot [\underline{w} - U \cdot \underline{\hat{x}}] + \tilde{e}_1^2 \quad (3.9)$$

Assim, o vetor  $\underline{x}$  que minimiza  $\tilde{J}$  é a solução do sistema triangular:

$$U \cdot \underline{\hat{x}} = \underline{w} \quad (3.10)$$

Observa-se da equação (3.9) que  $\tilde{e}_1^2$  representa a soma dos quadrados dos resíduos para a solução pelo método dos mínimos quadrados.

A equação (3.10) é agora a equação a ser combinada com a equação correspondente a uma nova medida a ser processada. Após se realizar uma nova triangularização, o valor armazenado na nova função objetiva será a soma acumulada dos quadrados dos resíduos. Portanto, o procedimento descrito acima constitui um algoritmo

mo recursivo para o processamento seqüencial de medidas.

A etapa fundamental no desenvolvimento do algoritmo de raiz quadrada da matriz de informação é a definição da transformação ortogonal  $Q$  das equações (3.7) e (3.8). A seção seguinte trata da escolha conveniente de transformações ortogonais para a estimação de estado seqüencial em sistemas de potência.

### 3.3 - O Uso das Rotações de Givens na Implementação do Algoritmo de Raiz Quadrada da Matriz de Informação [14], [16], [19]

#### 3.3.1 - Rotações de Givens

Há diversas possibilidades para se definir a transformação ortogonal  $Q$  que triangularize a matriz de observação aumentada de acordo com a equação (3.7). Um método possível é considerar  $Q$  como o produto de reflexões elementares de Householder, que processam a matriz de observação por colunas [14], [15]. Como os estimadores seqüenciais processam as medidas e as equações correspondentes uma de cada vez, é vantajoso que  $Q$  triangularize a matriz de observação aumentada operando por linhas.

Um algoritmo adequado para processar uma linha de cada vez é o método de Givens [8]. Para exemplificar o princípio das rotações de Givens considere os seguintes vetores linhas:

$$\underline{u} = [ 0 \dots 0 \ u_i \dots u_k \dots u_{n+1} ] \quad (3.11)$$

$$\underline{p} = [ 0 \dots 0 \ p_i \dots p_k \dots p_{n+1} ] \quad (3.12)$$

O vetor linha  $\underline{u}$  pode ser interpretado como a  $i$ -ésima linha da matriz triangular  $U$  da equação (3.7), aumentado pelo elemento correspondente do vetor  $\underline{w}$  da equação (3.8). O vetor  $\underline{p}$  representa uma nova linha da matriz de observação, aumentada pela medida correspondente a ser processada. Pelo método de Givens, uma rotação de planos entre  $\underline{u}$  e  $\underline{p}$  é definida de modo que o  $i$ -ésimo elemento de  $\underline{p}$  seja anulado. Após a rotação, os vetores linhas tomam a seguinte estrutura:

$$\underline{u}' = [ 0 \dots 0 \ u'_i \dots u'_k \dots u'_{n+1} ] \quad (3.13)$$

$$\underline{p}' = [ 0 \dots 0 \ 0 \dots p'_k \dots p'_{n+1} ] \quad (3.14)$$

As rotações aplicadas aos vetores  $\underline{u}$  e  $\underline{p}$  são definidas como [8]:

$$\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{u}' \\ \underline{p}' \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

onde  $c^2 + s^2 = 1$ .

Os escalares  $c$  e  $s$  são determinados a partir da condição que  $p'_i = 0$ , e são dados por [8]:

$$c = \frac{u_i}{\sqrt{u_i^2 + p_i^2}} \quad (3.16)$$

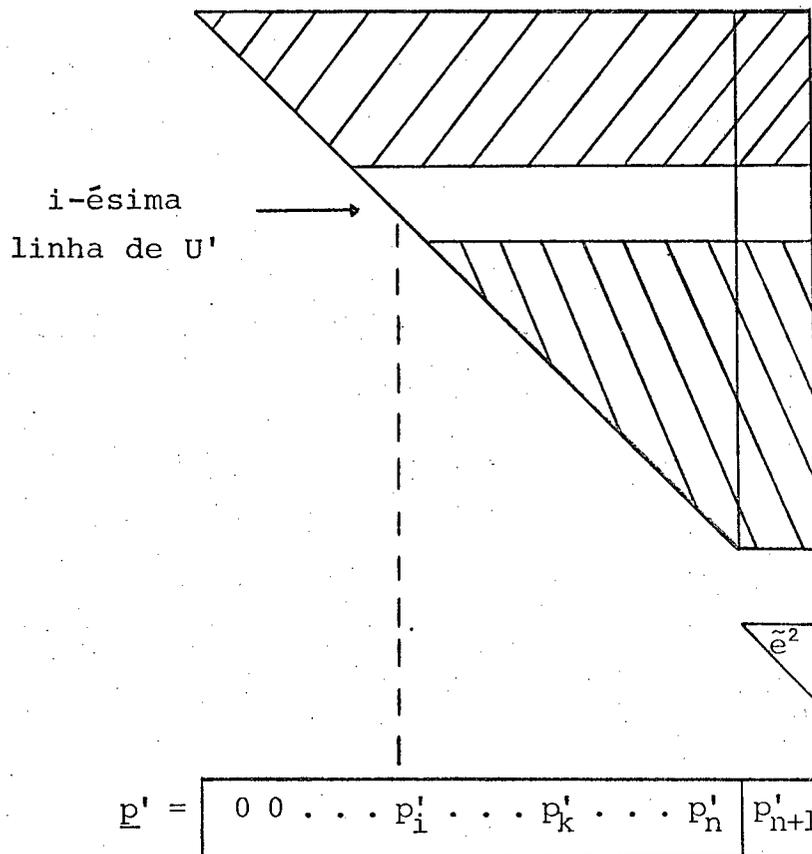
$$s = \frac{p_i}{\sqrt{u_i^2 + p_i^2}} \quad (3.17)$$

Pode-se mostrar que a rotação definida acima é uma transformação ortogonal e, portanto, apresenta um comportamento numérico robusto comparável às reflexões de Householder [14], [15].

Em resumo, o algoritmo de Givens consiste em se aplicar rotações sucessivas entre os elementos de um vetor linha  $\underline{p}$  e as linhas de uma matriz triangular  $U$  até que todos os elementos de  $\underline{p}$  sejam completamente anulados. Se  $U$  e  $\underline{p}$  são respectivamente  $n \times n$  e  $1 \times n$ , e desprezando a possível esparsidade de  $\underline{p}$ , os elementos do vetor  $\underline{p}$  serão completamente anulados ao final de  $n$  rotações. Como a matriz triangular  $U$  está aumentada pelo vetor  $\underline{w}$  da equação (3.8) e o vetor linha  $\underline{p}$  aumentado pela medida correspondente que está sendo processada, uma rotação adicional anulará o  $(n + 1)$ -ésimo elemento de  $\underline{p}$ , adicionando a contribuição da nova medida à soma dos quadrados dos resíduos,  $\tilde{\epsilon}^2$ . Uma representação pictórica da aplicação sucessiva das rotações é mostrada na figura 3.1, onde  $U'$  e  $\underline{p}'$  representam respectivamente a matriz  $U$  e o vetor  $\underline{p}$  aumentados após as primeiras  $i-1$  rotações.

Para aplicar as rotações de Givens ao algoritmo de estimação da seção 3.2, seja  $U$  a matriz resultante da triangularização da matriz  $G$  da equação (3.1) após o processamento da medida  $\tilde{y}_1$ , conforme representado pela equação (3.7). Considerando  $\underline{p}$  como o vetor linha  $\underline{g}_2^t$  que relaciona uma nova medida  $\tilde{y}_2$  a ser processada com  $\underline{x}$ , é possível re-triangulizar a nova matriz de observação formada por  $U$  e  $\underline{g}_2^t$  através do uso das rotações de Givens, conforme exposto acima. Se  $U$  e  $\underline{g}_2^t$  são aumentados respectivamente por  $\underline{w}$  e  $\tilde{y}_2$ , uma

rotação adicional  $(n + 1)$  fornecerá a contribuição  $\tilde{e}_2^2$  da medida  $\tilde{y}_2$  à soma dos quadrados dos resíduos.



- Linhas de  $U'$  que já sofreram rotações com  $\underline{p}'$ ;
- Próxima linha de  $U'$  a sofrer rotação com  $\underline{p}'$ ;
- Linhas de  $U'$  que ainda não sofreram rotações com  $\underline{p}'$ ;
- Elemento que armazena a soma dos quadrados dos resíduos,  $\tilde{e}^2$ .

Figura 3.1 - Re-triangularização de  $U$  através das rotações de Givens.

### 3.3.2 - Rotações de Givens Sem Raízes Quadradas

O método de Givens em sua versão original acima descrita não é computacionalmente competitivo com as reflexões de Householder, devido aos cálculos exigidos pelo grande número de raízes quadradas e multiplicações. Para superar este problema, versões mais rápidas das rotações de Givens que eliminam as raízes quadradas e reduzem o número de multiplicações foram desenvolvidas [8].

A modificação introduzida no algoritmo original considera o problema dos mínimos quadrados em estudo como sendo ponderado. O caso "não-ponderado", representado pelo modelo linear de medição das equações (3.1)-(3.3), é visto como um caso particular. Portanto, nenhum cálculo extra é necessário quando se considera o problema dos mínimos quadrados ponderados. Para EESP, onde se considera a minimização da soma ponderada dos quadrados dos resíduos, isto é extremamente vantajoso. A modificação básica [8] no algoritmo original consiste em se obter, ao invés da matriz triangular superior  $U$ , uma matriz diagonal  $D^{1/2}$  e uma matriz triangular superior unitária  $\bar{U}$  tal que:

$$U = D^{1/2} \cdot \bar{U} \quad (3.18)$$

Os elementos de  $D^{1/2}$  são as raízes quadradas dos elementos correspondentes de outra matriz diagonal  $D$ . Na prática, somente  $D$  necessita ser calculada. O elemento de ordem  $(n + 1)$  de  $D$  armazena a soma ponderada dos quadrados dos resíduos  $\tilde{\epsilon}^2$  [8].

De acordo com a decomposição da equação (3.18), os

vetores linhas das equações (3.11) e (3.12) devem ser reescritos como:

$$\underline{u} = [ 0 \dots 0 \quad \sqrt{d} \dots \sqrt{d} \cdot \bar{u}_k \dots \sqrt{d} \cdot \bar{u}_{n+1} ] \quad (3.19)$$

$$\underline{p} = [ 0 \dots 0 \quad \sqrt{w} \cdot p_i \dots \sqrt{w} \cdot p_k \dots \sqrt{w} \cdot p_{n+1} ] \quad (3.20)$$

Supõe-se agora que o novo vetor linha  $\underline{p}$  a ser processado está ponderado por um fator  $\sqrt{w}$ . Após a rotação, os vetores linhas transformados são dados por:

$$\underline{u}' = [ 0 \dots 0 \quad \sqrt{d'} \dots \sqrt{d'} \cdot \bar{u}'_k \dots \sqrt{d'} \cdot \bar{u}'_{n+1} ] \quad (3.21)$$

$$\underline{p}' = [ 0 \dots 0 \quad 0 \dots \sqrt{w'} \cdot p'_k \dots \sqrt{w'} \cdot p'_{n+1} ] \quad (3.22)$$

As equações que definem as transformações acima podem ser facilmente obtidas usando-se as novas definições de  $\underline{u}$ ,  $\underline{p}$ ,  $\underline{u}'$  e  $\underline{p}'$  nas equações (3.15)-(3.17), e são dadas por [8], [14], [16]:

$$d' = d + w \cdot p_i^2 \quad (3.23)$$

$$w' = d \cdot w / d' \quad (3.24)$$

$$\bar{c} = d / d' \quad (3.25)$$

$$\bar{s} = w \cdot p_i / d' \quad (3.26)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{c} & \bar{s} \\ -\bar{p}_i & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{u}_k \\ p_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u'_k \\ p'_k \end{bmatrix} \quad k=i+1, \dots, n+1 \quad (3.27)$$

As equações (3.23)-(3.27) mostram que no decorrer de cada rotação, os elementos do vetor  $\underline{p}$  e do vetor linha  $\underline{u}$  de  $U$  envolvidos na rotação necessitam ser recalculados, assim como os valores dos respectivos pesos  $w$  e  $d$  [14], [16], [19]. Comparando as equações (3.23)-(3.27) com as equações (3.15)-(3.17), nota-se que as raízes quadradas são eliminadas quando o artifício indicado na equação (3.18) é utilizado.

Deve-se salientar que as transformações definidas na equação (3.27) para a versão rápida das rotações de Givens não são transformações ortogonais, conforme a demonstração que se segue. Seja a transformação ortogonal  $Q$  dada pelas equações (3.15)-(3.17):

$$Q = \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Aplicando a transformação ortogonal  $Q$  à matriz  $G$  obtém-se uma matriz triangular superior  $U$ , ou seja:

$$Q \cdot G = U \quad (3.29)$$

A matriz  $U$  pode ser decomposta no produto de uma matriz diagonal  $D^{1/2}$  e uma matriz triangular superior unitária  $\bar{U}$ , na forma dada pela equação (3.18).

Seja a transformação  $\tilde{Q}$  definida para as rotações de Givens sem o uso de raízes quadradas, dada pela equação (3.27):

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} \bar{c} & \bar{s} \\ -p_i & 1 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Aplicando a transformação  $\tilde{Q}$  à matriz  $G$ , obtém-se uma matriz triangular superior unitária  $\bar{U}$ , de acordo com a decomposição da equação (3.18), isto é:

$$\tilde{Q}.G = \bar{U} \quad (3.31)$$

Pré-multiplicando a equação (3.31) por  $D^{1/2}$  tem-se que:

$$D^{1/2}.\tilde{Q}.G = D^{1/2}.\bar{U} = U \quad (3.32)$$

Pela comparação das equações (3.29) e (3.32) verifica-se que a matriz  $D^{1/2}.\tilde{Q}$ , e não  $\tilde{Q}$ , é que é ortogonal.

O artifício utilizado na equação (3.18), além de reduzir o esforço computacional da versão rápida do algoritmo de Givens, também considera a inclusão de fatores de ponderação que torna o algoritmo muito conveniente para resolver problemas dos mínimos quadrados ponderados. O algoritmo de Givens sem raízes quadradas, portanto, é adequado para a minimização da soma ponderada dos quadrados dos resíduos sem exigir cálculos adicionais.

### 3.4 - Algoritmo de Raiz Quadrada da Matriz de Informação pelo Método de Givens: Implementação para EESP

Considere um sistema de potência com N barras. O modelo linearizado de medição em relação a um vetor de estado estimado  $\hat{\underline{x}}_k$  (deduzido no Apêndice A) para o sistema é dado por:

$$\Delta \underline{z} = F(\hat{\underline{x}}_k) \cdot \Delta \underline{x} + \underline{\eta} \quad (3.33)$$

$$E\{\underline{\eta}\} = \underline{0} \quad (3.34)$$

$$E\{\underline{\eta} \cdot \underline{\eta}^t\} = R \quad (3.35)$$

onde

- $n$  : número de variáveis de estado ( $n = 2N-1$ );
- $\Delta \underline{z}$  : vetor de incremento das medidas ( $m \times 1$ );
- $F(\hat{\underline{x}}_k)$  : matriz Jacobiana ( $m \times n$ );
- $\Delta \underline{x}$  : vetor de correções para as estimativas de estado ( $n \times 1$ );
- $\underline{\eta}$  : vetor dos erros relacionados com as medidas ( $m \times 1$ );
- $R$  : matriz de covariância de  $\underline{\eta}$  ( $m \times m$ );
- $E\{.\}$  : operador valor esperado.

Segundo o método dos mínimos quadrados ponderados, o vetor  $\Delta \hat{\underline{x}}$  que minimiza a função objetiva

$$J = [\Delta \underline{z} - F(\hat{\underline{x}}_k) \cdot \Delta \hat{\underline{x}}]^t \cdot R^{-1} \cdot [\Delta \underline{z} - F(\hat{\underline{x}}_k) \cdot \Delta \hat{\underline{x}}] \quad (3.36)$$

é calculado a cada iteração, e as estimativas para o estado são obtidas iterativamente por uma relação do tipo

$$\hat{\underline{x}}_{k+1} = \hat{\underline{x}}_k + \Delta \hat{\underline{x}} \quad (3.37)$$

A função objetiva da equação (3.36) difere da função objetiva da equação (3.4) em que, agora, os resíduos são ponderados na proporção inversa da variância das respectivas medidas, ao invés de serem igualmente ponderados. Isto contudo não impede o uso do método de Givens para resolver o problema dos mínimos quadrados ponderados pois, conforme é mencionado ao final da seção 3.3.2, a versão do método de Givens sem raízes quadradas supõe que as linhas da matriz a ser triangularizada são ponderadas por um fator  $\sqrt{w}$ . Para EESP, o peso  $w_i$  associado à linha  $i$  é o inverso da variância das respectivas medidas, isto é:

$$w_i = R_{ii}^{-1} \quad (3.38)$$

Na implementação do algoritmo de Givens sem raízes quadradas, as matrizes  $D$  e  $\bar{U}$  da equação (3.18) são inicializadas com todos os elementos nulos, de modo que a matriz Jacobiana  $F$  da equação (3.36) será totalmente triangularizada através do processamento seqüencial de todas as suas linhas. O vetor  $\Delta \underline{z}$  pode ser usado como uma coluna extra de  $F$ , de modo a sofrer as mesmas transformações aplicadas a esta matriz. Quando a matriz de observação aumentada é esparsa, é possível se explorar este fato deixando de efetuar as rotações que anulariam os elementos de  $p$  que já são nulos. É necessário, entretanto, utilizar técnicas de ordenação das

linhas e colunas de  $F$  para se reduzir tanto quanto possível o enchimento da matriz  $\bar{U}$  que resulta das rotações [14], [16], [19]. Nas iterações em que  $F$  não é atualizada, a seqüência das rotações que triangularizou  $F$  anteriormente pode ser armazenada e aplicada ao novo vetor  $\Delta z$  na iteração corrente.

Após o processamento de todas as linhas da matriz  $F$ , a solução dos mínimos quadrados ponderados pode ser calculada por substituição inversa, sendo que o vetor do lado direito do problema linear é a coluna adicional da matriz triangular superior.

### 3.5 - Processamento de Medidas com Erros Grosseiros Usando o Método de Givens

#### 3.5.1 - Deteção de Medidas com Erros Grosseiros

Uma vantagem de se utilizar o algoritmo de raiz quadrada da matriz de informação apresentado nas seções 3.2 e 3.3 é a disponibilidade da soma ponderada dos quadrados dos resíduos (SPQR) após o processamento de cada medida. Este fato pode ser explorado para a deteção da presença de medidas portadoras de erros grosseiros.

Para se tirar o máximo proveito possível do processamento por linhas do algoritmo seqüencial, um teste de deteção deve ser realizado após a completa anulação dos elementos de cada linha do Jacobiano aumentada pelo elemento correspondente do vetor  $\Delta z$  (equação (3.33)). A vantagem dessa estratégia é restringir a busca da medida com erro grosseiro apenas ao conjunto de medidas processadas até o ponto onde o teste for positivo.

O teste de detecção usado com o método de Givens é uma variação do teste do qui-quadrado geralmente utilizado com os estimadores convencionais [9]. Este teste, apresentado na seção 2.4.1, consiste na comparação da SPQR, obtida após o cálculo das estimativas, com um limiar  $K$  dado por

$$K = \chi^2_{(m-n); (1-\alpha_0)} \quad (3.39)$$

onde  $\chi^2_{(m-n); (1-\alpha_0)}$  representa o percentil  $(1-\alpha_0)$  da distribuição do qui-quadrado com  $(m-n)$  graus de liberdade e  $\alpha_0$  é a probabilidade de falso alarme utilizada (ver seção 2.4.1).

Para se adaptar este teste de modo a usá-lo com o método de Givens, exige-se um limiar  $K$  que varie com a ordem da medida que está sendo processada. Entretanto, ao se fazer uma análise da evolução da SPQR em um problema de mínimos quadrados onde as medidas são processadas seqüencialmente, verifica-se que não há necessidade de realizar o teste de detecção após o processamento de certas linhas da matriz Jacobiana aumentada,  $F$ . Para melhor esclarecer este ponto, considere que  $i$ ,  $1 \leq i \leq m$ , seja a ordem da linha de  $F$  aumentada que acabou de ser completamente anulada através de sucessivas rotações de Givens com as linhas da matriz triangular superior unitária  $\bar{U}$ . O exame da SPQR resultante, representada por  $J_i$ , pode revelar que:

- a) O valor da SPQR permaneceu inalterado em relação ao valor resultante do processamento da linha anterior, isto é,  $J_i = J_{i-1}$ ; ou
- b) O processamento da linha aumentada  $i$  contribuiu para o aumento da SPQR, isto é,  $J_i > J_{i-1}$ .

Após todas as  $m$  linhas aumentadas tiverem sido completamente anuladas pelo algoritmo de Givens, a SPQR será  $J_m = J(\hat{x})$ . Como foi apresentado na seção 2.4.1,  $J_m$  é uma variável aleatória com distribuição do qui-quadrado e  $(m-n)$  graus de liberdade, onde  $n$  é a dimensão do vetor de estado. Portanto, para detectar a presença de um erro grosseiro neste estágio,  $J_m$  deveria ser comparado com  $\chi^2_{(m-n)}; \alpha_0$  (ver equação (3.39)).

Quando  $l$  medidas,  $l < m$ , tiverem sido processadas, poderia se esperar que  $J_l$  fosse comparado com  $\chi^2_{(l-m)}; \alpha_0$ . Entretanto, isto não é verdade para todos os valores de  $l$  por causa da característica do que chamaremos de medidas básicas. As medidas básicas são as primeiras  $n$  medidas associadas com as linhas aumentadas cujas rotações preenchem completamente a diagonal da matriz  $D^{1/2}$  definida na equação (3.18). (Note que as medidas básicas não são necessariamente as primeiras  $n$  medidas processadas). Desde que o processamento de linhas aumentadas associadas com as medidas básicas não contribui para o incremento da SPQR (caso (a) acima), o teste do qui-quadrado não deve ser aplicado aos  $J_i$ 's correspondentes. O fato de que a SPQR não se altera após o processamento de uma medida básica implica que, até aquele ponto, nenhuma medida redundante com a medida básica foi processada.

Levando-se em conta as considerações acima, o procedimento para aplicar o teste de detecção para o estimador sequencial baseado nas rotações de Givens é descrito a seguir.

Após o processamento da  $i$ -ésima linha aumentada, verifica-se inicialmente se a SPQR  $J_i$  é maior ou igual a  $J_{i-1}$ . Se  $J_i = J_{i-1}$ , nenhum teste é realizado e efetua-se o processamento da linha seguinte. Se  $J_i > J_{i-1}$ , incrementa-se de 1 o número de graus

de liberdade do qui-quadrado.  $J_i$  é então comparado com  $\chi_{K;\alpha_0}^2$ , onde  $K$  é o número de graus de liberdade corrente e  $\alpha_0$  é a probabilidade de falso alarme utilizada. Se o processamento da linha  $i$  faz com que  $J_i > \chi_{K;\alpha_0}^2$ , conclui-se que pelo menos uma medida com erro grosseiro foi processada até aquele ponto. Em caso contrário, passa-se para o processamento de uma nova medida.

### 3.5.2 - Identificação de Medidas com Erros Grosseiros

Suponha que a presença de uma medida com erro grosseiro tenha sido detectada após o processamento da  $s$ -ésima linha aumentada. Poderia a princípio se pensar que a medida  $s$  é uma medida com erro grosseiro. Entretanto, tal conclusão não é em geral verdadeira. Testes realizados em [14] mostram que, casos onde a medida com erro grosseiro  $s$  é processada após o processamento de outras medidas redundantes com ela, pode-se efetivamente esperar que o  $J_s$  correspondente não passe no teste do qui-quadrado. Entretanto, é fácil de se conceber situações em que o fato de a SPQR não passar no teste do qui-quadrado não necessariamente implica em que a última medida processada seja a medida portadora de erro grosseiro. Por exemplo, suponha que a medida com erro grosseiro seja a  $s$ -ésima medida, e que além disso ela seja uma das medidas básicas. Desde que o processamento de tais medidas não aumentam o valor corrente da SPQR, é impossível se detectar a presença do erro grosseiro. O problema só se manifestará mais tarde, quando uma medida que seja redundante com a medida básicas  $s$  for processada.

Como o fato de o teste do qui-quadrado ser positivo nem sempre implica em que a última medida processada é portadora

de erro grosseiro, faz-se necessário que procedimentos independentes sejam usados para a detecção e identificação.

O método de identificação utilizado com as rotações de Givens é baseado na procura do máximo resíduo normalizado, procedimento também usado em conexão com o método convencional [19], e descrito na seção 2.4.2.

A maior dificuldade na obtenção dos resíduos normalizados é o cálculo dos fatores de normalização, que são os inversos dos desvios padrões dos resíduos. Para obtê-los, torna-se necessário calcular os elementos diagonais da matriz de covariância  $C_R$ , dada por [14], [18], [19]:

$$C_R = R - F.C_X.F^t = R - F.(F^t.R^{-1}.F)^{-1}.F^t \quad (3.40)$$

onde as matrizes  $F$  e  $R$  são definidas como nas equações (3.33) e (3.35). Nota-se que é necessário o cálculo explícito da inversa  $C_X = (F^t.R^{-1}.F)^{-1}$ , o que requer um considerável esforço computacional.

Os problemas computacionais associados com a equação (3.40) podem ser sensivelmente reduzidos quando o método do máximo resíduo normalizado é utilizado com as rotações de Givens. A redução do esforço computacional resulta do fato que o cálculo da matriz  $C_X$ , e conseqüentemente de  $C_R$ , é facilitado expressando-se  $C_X$  em termos das matrizes  $D$  e  $\bar{U}$  da equação (3.18). Deve ser observado que as matrizes  $D$  e  $\bar{U}$  já estão disponíveis, uma vez que são obtidas do processamento da linha aumentada de  $F$  através das rotações de Givens. Em termos destas matrizes, mostra-se em [14], [18], [19] que o  $i$ -ésimo elemento diagonal de  $C_R$ , representado por  $\sigma_{r_i}^2$ ,

pode ser escrito como:

$$\sigma_{r_i}^2 = R_{ii} - \sum_{k=1}^n \left( \frac{V_{ik}}{D_{kk}} \right)^2 \quad i=1,2,\dots,m \quad (3.41)$$

onde

$$V = F \cdot \bar{U}^{-1} \quad (3.42)$$

Duas estratégias diferentes de identificação foram testadas em [14] e [18]. A primeira estratégia consiste em se realizar o teste de identificação tão logo se detecte a presença de erro grosseiro. Verifica-se que esta estratégia funciona bem se o erro grosseiro foi uma das últimas medidas processadas, o que garante uma redundância suficiente para permitir uma identificação correta. Contudo, quando o teste de detecção for positivo logo no processamento das primeiras medidas, o número de medidas até então processadas pode ser insuficiente, de modo que dois tipos de problemas podem ocorrer:

- i ) A matriz triangular é singular; ou
- ii) O efeito da medida com erro grosseiro pode se espalhar sobre os resíduos.

Nas referências [14] e [18] são mostrados os efeitos dos itens (i) e (ii) bem como maneiras de se evitá-los.

Tendo em vista o desempenho falho da estratégia acima descrita, uma segunda estratégia para a identificação de erros

grosseiros é adotada. Ela consiste em só se realizar o teste de identificação após todas as medidas terem sido processadas. Esta modificação aumenta consideravelmente as chances de correta identificação da medida com erro grosseiro, já que agora se faz uso da máxima redundância disponível. Esta técnica equivale ao procedimento de identificação usado para os estimadores convencionais, porém com uma vantagem [14], [18]: O conhecimento da linha  $d$ , após a qual o teste de detecção é positivo, pode ser usado para restringir o conjunto de procura do máximo resíduo normalizado. Em outras palavras, se  $d$  é a ordem da última medida processada pelo método de Givens antes do teste do qui-quadrado ser positivo, é suficiente se examinar os resíduos normalizados das medidas  $1, 2, \dots, d$ . O resultado é uma redução de esforço computacional, já que a matriz  $F$  na equação (3.42) passa a ser a submatriz do Jacobiano formada por suas  $d$  primeiras linhas e  $\sigma_{r_i}^2$  da equação (3.41) passa a ser calculado apenas para  $i=1, 2, \dots, d$ .

### 3.5.3 - Remoção de Medidas com Erros Grosseiros

No método da equação normal, a detecção de um erro grosseiro entre as medidas processadas invalida os resultados da estimação de estado, já que estas estão contaminadas pelos efeitos da(s) medida(s) portadora(s) de erro grosseiro.

Quando se utiliza o método de Givens, entretanto, é possível se usar um procedimento que permite a remoção dos efeitos dos erros grosseiros sobre as matrizes  $D$  e  $\bar{U}$  tão logo a medida portadora de erro grosseiro seja identificada. Isto decorre da ortogonalidade do método. O procedimento para se remover o efeito

de um conjunto de medidas consiste simplesmente em se reprocessar estas medidas com pesos que sejam iguais a menos os valores dos pesos originais [8], [14], [18], [19].

Um efeito imediato da remoção dos efeitos de uma medida com erro grosseiro sobre as matrizes  $D$  e  $\bar{U}$  é que a SPQR sofre imediatamente um decréscimo, do valor inicialmente afetado pela presença do erro grosseiro para o valor que existiria se a medida não houvesse sido processada.

Como resultado da remoção de um erro grosseiro, torna-se agora possível aproveitar os cálculos já executados para a obtenção de estimativas para o estado, até a iteração onde se realizou a detecção, identificação e remoção da medida portadora de erro grosseiro [19]. Além disso, esta medida pode ser eliminada do conjunto de medidas a serem processadas nas iterações subsequentes.

Nas referências [14] e [18] menciona-se o risco que há de não se obter convergência para o processo iterativo, já que o método de Newton sofreu a influência da presença de erro grosseiro nas primeiras iterações. Menciona-se ainda o efeito que o modo de operação do estimador pode ter sobre a convergência do processo iterativo após a remoção da medida com erro grosseiro.

#### 3.5.4 - Recuperação de Medidas com Erros Grosseiros

Após a identificação de medidas com erros grosseiros, o processo normalmente utilizado pelos estimadores convencionais consiste em eliminá-las do conjunto de medidas e reiniciar o processo de estimação [13], [20]. Entretanto, a simples eliminação destas medidas resulta em desvantagens, como alterações na

estrutura da matriz Jacobiana e redução da redundância local [20].

Para superar as desvantagens acima citadas, um novo método foi proposto em [13] e [20] onde as medidas com erros grosseiros não são eliminadas (ver seção 2.4.3). O método consiste em substituir a medida identificada como portadora de erro grosseiro por uma pseudomedida, dada pela equação (2.16), que se aproxima do valor correto da quantidade medida.

A recuperação de medidas com erros grosseiros é melhor utilizada quando associada a estimadores ortogonais que processem seqüencialmente as medidas. Isto porque estes estimadores permitem o reprocessamento da medida, de modo que a medida identificada como erro grosseiro é primeiro removida e então recuperada e reprocessada, tudo na mesma iteração do estimador. O efeito líquido é como se a medida tivesse sido processada somente uma vez, com um valor igual ao valor recuperado.

Um ponto que merece atenção é como as técnicas de processamento de erros grosseiros (detecção, identificação, remoção e recuperação) devem ser ajustadas à natureza iterativa da solução do problema de EESP [20]. Para os estimadores convencionais, estas técnicas usualmente são aplicadas ao modelo linearizado na última iteração antes da convergência. Para o estimador ortogonal seqüencial, entretanto, é mais vantajoso aplicar as técnicas de processamento de erros grosseiros em uma das iterações iniciais. Esta estratégia geralmente permitirá o cálculo de estimativas não-contaminadas pelos efeitos de erros grosseiros dentro de um único processo iterativo. A implementação dessa estratégia para o estimador ortogonal seqüencial é apresentada em [20].

## C A P Í T U L O I V

TÉCNICAS ORTOGONAIS SEQUENCIAIS ASSOCIADAS A  
ESTIMADORES DE ESTADO DESACOPLADOS RÁPIDOS4.1 - Introdução

A EESP é uma função que deve ser implementada para uso em tempo real, pois seus resultados são utilizados pelas funções de avaliação de segurança do sistema de potência. O algoritmo usado para a implementação da EESP, portanto, deve ser desenvolvido levando-se em consideração [17]:

- a) Velocidade de execução;
- b) Quantidade de memória utilizada;
- c) Robustez (capacidade de operar com uma grande variedade de configurações da rede elétrica e conjuntos de medidas); e
- d) Processamento de medidas com erros grosseiros.

Para se atender às exigências dos itens (a) e (b) acima, foram realizados estudos sobre estimadores de estado desacoplados rápidos [13], [17], [22]. O desacoplamento ativo/reactivo proporciona aos estimadores de estado baseados no método dos mínimos quadrados uma redução na velocidade de execução e na quantidade de memória utilizada, melhorando-lhes o desempenho na operação em tempo real.

Sabe-se da análise numérica que a solução dos mí

nímos quadrados pela equação normal de Gauss usada na EESP, entre tanto, está propensa a problemas de estabilidade numérica [14], [15]. Este algoritmo, portanto, pode freqüentemente deixar de apre sentar as características de robustez necessária para a operação em tempo real (ítem (c)). Para superar este problema, métodos ba seados em transformações ortogonais, mais robustos numericamente que o método convencional, foram propostos em [14], [15], [16]. Den tre os métodos ortogonais, a versão rápida do algoritmo seqüencial de Givens é a que tem apresentado melhor desempenho, tanto em ter mos computacionais quanto no que diz respeito às características de processamento de erros grosseiros [19].

Este capítulo tem como objetivo associar a confiabi lidade dos métodos ortogonais à rapidez dos estimadores de estado desacoplados rápidos. A vantagem de se associar a versão rápida do algoritmo seqüencial de Givens aos estimadores de estado desacopla dos rápidos é se obter um estimador com maior estabilidade numérica e que conserve as características de menor velocidade de execu ção e quantidade de memória utilizada. Pode-se ainda fazer uso das características que o método de Givens apresenta relacionadas com o processamento de erros grosseiros, que serão mostradas no decor rer deste capítulo.

#### 4.2 - Estimadores de Estado Desacoplados Rápidos : Aproximações Envolvidas no Desacoplamento Ativo/Reativo

As estimativas  $\hat{x}$  do vetor de estado  $x$  são obtidas pela solução iterativa da equação normal (ver Apêndice A) dada por:

$$G(\hat{\underline{x}}_k) \cdot \Delta \hat{\underline{x}} = \underline{d} \quad (4.1)$$

onde a matriz ganho  $G$  é definida pela equação (2.16).

O vetor do lado direito  $\underline{d}$  é dado por:

$$\underline{d} = F^t(\hat{\underline{x}}_k) \cdot R^{-1} \cdot \Delta \underline{z} \quad (4.2)$$

onde

$$\Delta \underline{z} = \underline{z} - \underline{f}(\hat{\underline{x}}_k) \quad (4.3)$$

O vetor de estado  $\underline{x}$  ( $n \times 1$ ) é dado pela equação (2.19). O vetor de medidas  $\underline{z}$  ( $m \times 1$ ), dado pela equação (2.20), pode ser decomposto em dois subvetores de medidas  $\underline{z}_1$  ( $m_1 \times 1$ ) e  $\underline{z}_2$  ( $m_2 \times 1$ ), isto é, medidas ativas e reativas respectivamente, dados por:

$$\underline{z}_1 = \begin{bmatrix} \underline{t}_{med} \\ \underline{p}_{med} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\underline{z}_2 = \begin{bmatrix} \underline{u}_{med} \\ \underline{q}_{med} \\ \underline{v}_{med} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Onde  $m_1$  é o número de medidas ativas,  $m_2$  é o número de medidas reativas e  $m$  é o número total de medidas do sistema ( $m = m_1 + m_2$ ).

A matriz Jacobiana  $F$  ( $m \times n$ ) pode ser expressa na

forma dada pela equação (2.21), onde  $F_{11}$  ( $m_1 \times N-1$ ) e  $F_{12}$  ( $m_1 \times N$ ) correspondem às medidas ativas, e  $F_{21}$  ( $m_2 \times N-1$ ) e  $F_{22}$  ( $m_2 \times N$ ) correspondem às medidas reativas.

A matriz de ponderações  $R^{-1}$  ( $m \times m$ ) pode ser decomposta na forma dada pela equação (2.22), onde  $R_1^{-1}$  ( $m_1 \times m_1$ ) e  $R_2^{-1}$  ( $m_2 \times m_2$ ) correspondem às medidas ativas e reativas, respectivamente.

A matriz ganho  $G$  pode ser expressa na forma dada pelas equações (2.23) e (2.24).

O vetor do lado direito  $\underline{d}$ , dado pela equação (4.2), pode ser subdividido em um vetor do lado direito ativo  $\underline{d}_1$  e um reativo  $\underline{d}_2$  dados por:

$$\underline{d}_1 = F_{11}^t \cdot R_1^{-1} \cdot \Delta z_1 + F_{21} \cdot R_2^{-1} \cdot \Delta z_2 \quad (4.6)$$

$$\underline{d}_2 = F_{12}^t \cdot R_1^{-1} \cdot \Delta z_1 + F_{22} \cdot R_2^{-1} \cdot \Delta z_2 \quad (4.7)$$

Com base na decomposição das equações acima referidas, apresenta-se a seguir as aproximações envolvidas para a obtenção do estimador desacoplado no modelo [13], [22], bem como as aproximações que caracterizam este estimador como sendo desacoplado rápido. O estimador de estado desacoplado rápido se caracteriza pelo desacoplamento ativo/reativo e por possuir uma matriz ganho constante. As aproximações envolvidas são [13], [17], [22]:

- a) Calcular os elementos de  $F$  a partir do perfil plano de tensões, isto é,  $v = 1$  e  $\theta = 0^\circ$ ;

b) Desacoplar a matriz Jacobiana no cálculo da matriz ganho,

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & 0 \\ 0 & F_{22} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

onde a matriz ganho resultante é

$$G_{p\theta} = F_{11}^t \cdot R_1^{-1} \cdot F_{11} \quad (4.9a)$$

$$G_{QV} = F_{22}^t \cdot R_2^{-1} \cdot F_{22} \quad (4.9b)$$

c) Desacoplar a matriz ganho G;

$$G = \begin{bmatrix} G_{p\theta} & 0 \\ 0 & G_{QV} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

d) Desprezar as resistências das linhas de transmissão no cálculo de  $F_{11}$ ;

e) Desacoplar a matriz Jacobiana no cálculo do vetor do lado direito, o que implica em que  $\underline{d}_1$  e  $\underline{d}_2$  serão agora dados por:

$$\underline{d}_1 = F_{11}^t \cdot R_1^{-1} \cdot \Delta z_1 \quad (4.11)$$

$$\underline{d}_2 = F_{22}^t \cdot R_2^{-1} \cdot \Delta z_2 \quad (4.12)$$

f) Transformar as medidas de potência ativas e reativas, dividindo-as pelo módulo de tensão correspondente. Os vetores modificados

de medidas ativas,  $\underline{z}_1$ , e de medidas reativas,  $\underline{z}_2$ , são definidos por:

$$\underline{z}_1 = \begin{bmatrix} \underline{T} \\ \underline{P} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\underline{z}_2 = \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{Q} \\ \underline{V} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

onde os  $i$ -ésimos elementos dos vetores  $\underline{T}$ ,  $\underline{P}$ ,  $\underline{U}$ ,  $\underline{Q}$  e  $\underline{V}$  são respectivamente dados por [13]:

$$T_i = t_{kl}^{\text{med}} / v_k^{\text{med}}, \quad t_{kl}^{\text{med}} = \text{fluxo de potência ativa da barra } k \text{ para } l;$$

$$P_i = p_k^{\text{med}} / v_k^{\text{med}}, \quad p_k^{\text{med}} = \text{injeção de potência ativa na barra } k;$$

$$U_i = u_{kl}^{\text{med}} / v_k^{\text{med}}, \quad u_{kl}^{\text{med}} = \text{fluxo de potência reativa da barra } k \text{ para } l;$$

$$Q_i = q_k^{\text{med}} / v_k^{\text{med}}, \quad q_k^{\text{med}} = \text{injeção de potência reativa na barra } k;$$

$$V_i = v_k^{\text{med}}, \quad v_k^{\text{med}} = \text{módulo de tensão na barra } k.$$

Esta transformação das medidas torna o vetor de funções  $\underline{f}(\cdot)$  da equação (4.3) (principalmente a parte reativa) mais linear, e portanto menos sensível a variações no estado  $\underline{x}$  [17].

Considerando as aproximações dos itens (a)-(f) acima, a equação (4.1) e o processo iterativo para o algoritmo do estimador de estado desacoplado rápido proposto se reduzem a:

$$\text{Meia-iteração} \left\{ \begin{array}{l} G_{P\theta} \cdot \Delta \underline{\theta}^k = F_{11}^t \cdot R_1^{-1} \cdot \left[ \frac{\Delta T(\underline{\theta}^k, \underline{v}^k)}{\Delta P(\underline{\theta}^k, \underline{v}^k)} \right] \\ \underline{\theta}^{k+1} = \underline{\theta}^k + \Delta \underline{\theta}^k \end{array} \right. \quad (4.15a)$$

$$P-\theta \quad (4.15b)$$

$$\text{Meia-iteração} \left\{ \begin{array}{l} G_{QV} \cdot \Delta \underline{v}^k = F_{22}^t \cdot R_2^{-1} \cdot \left[ \frac{\Delta U(\underline{\theta}^{k+1}, \underline{v}^k)}{\Delta Q(\underline{\theta}^{k+1}, \underline{v}^k)} \right] \\ \underline{v}^{k+1} = \underline{v}^k + \Delta \underline{v}^k \end{array} \right. \quad (4.16a)$$

$$Q-V \quad (4.16b)$$

Na meia-iteração P- $\theta$ ,  $G_{P\theta} \cdot \Delta \underline{\theta}^k = \underline{d}_1$  é resolvido para  $\Delta \underline{\theta}^k$  e o vetor atualizado,  $\underline{\theta}^{k+1}$ , é usado no cálculo do vetor do lado direito  $\underline{d}_2$  definido na equação (4.12). A equação (4.16a) é então resolvida para  $\Delta \underline{v}^k$  na meia-iteração Q-V.

### 4.3 - Aplicação das Técnicas Ortogonais Seqüenciais ao Estimador de Estado Desacoplado Rápido

#### 4.3.1 - Solução do Estimador de Estado Desacoplado Rápido pelo Método de Givens

Nesta seção apresenta-se uma descrição qualitativa da solução do estimador de estado desacoplado rápido, descrito na seção anterior, pelo método de Givens. O procedimento utilizado para esta associação é idêntico à solução do método dos mínimos quadrados ponderados pelo algoritmo de Givens, descrito no capítulo 3, porém com a diferença de que agora as rotações de Givens são aplicadas independentemente às duas submatrizes  $F_{11}$  e  $F_{22}$  definidas pela equação (4.8). Isto se deve ao fato do processo iterativo para o

estimador de estado desacoplado rápido dividir-se em duas meias-iterações dadas pelas equações (4.15) e 4.16). A técnica ortogonal seqüencial a ser utilizada na associação com o estimador de estado desacoplado rápido é a das rotações de Givens sem raízes quadradas, devido à sua maior eficiência computacional e às características que esta versão apresenta no processamento de erros grosseiros, conforme mostrado nas seções 3.3.2 e 3.5. Descreve-se a seguir o procedimento utilizado para a associação da versão rápida do algoritmo de Givens ao estimador de estado desacoplado rápido, para se obter o vetor de estado estimado  $\hat{x}$ .

Na meia-iteração  $P-\theta$ , a matriz  $F_{11}$ , aumentada pelo vetor  $\Delta z_1$ , é triangularizada pelo uso das rotações de Givens sem raízes quadradas obtendo-se uma matriz triangular superior unitária  $\bar{U}_1$  e uma matriz diagonal  $D_1^{1/2}$ , conforme a decomposição dada pela equação (3.18). Após o processamento seqüencial de todas as linhas da matriz aumentada  $F_{11}$ , o vetor de correções  $\Delta \theta^k$  é obtido resolvendo-se o sistema triangular

$$\bar{U}_1 \cdot \Delta \theta^k = \underline{b}_1 \quad (4.17)$$

por substituição inversa, onde o vetor  $\underline{b}_1$  é a coluna adicional da matriz triangular superior unitária  $\bar{U}_1$ . O vetor  $\theta^{k+1}$  atualizado é dado por:

$$\theta^{k+1} = \theta^k + \Delta \theta^k \quad (4.18)$$

O vetor atualizado  $\theta^{k+1}$  é então usado no cálculo do vetor do lado direito  $\underline{d}_2$ , e inicia-se a meia-iteração referente às

medidas reativas.

O procedimento utilizado na meia-iteração Q-V é similar ao da meia-iteração P- $\theta$ , obtendo-se uma matriz triangular superior unitária  $\bar{U}_2$  e uma matriz diagonal  $D_2^{1/2}$  após a triangularização da matriz  $F_{22}$  aumentada pelo vetor  $\Delta z_2$ . O vetor de correções  $\Delta \underline{v}^k$  é obtido resolvendo-se o sistema triangular

$$\bar{U}_2 \cdot \Delta \underline{v}^k = \underline{b}_2 \quad (4.19)$$

também por substituição inversa, sendo o vetor  $\underline{b}_2$  a coluna adicional da matriz  $\bar{U}_2$ . O vetor  $\underline{v}^{k+1}$  atualizado é dado por:

$$\underline{v}^{k+1} = \underline{v}^k + \Delta \underline{v}^k \quad (4.20)$$

A convergência para o processo iterativo é obtida quando ambos os vetores de correção  $\Delta \underline{\theta}$  e  $\Delta \underline{v}$  forem menores que um valor de tolerância pré-fixado, o que pode ocorrer em qualquer das duas meias-iterações.

O algoritmo do estimador de estado desacoplado rápido associado ao método de Givens, para a obtenção do vetor de estado estimado  $\hat{\underline{x}}$ , está representado pelo fluxograma da figura 4.1.

#### 4.3.2 - Processamento de Erros Grosseiros para o Estimador de Estado Desacoplado Rápido pelo Método de Givens

##### 4.3.2a - Deteccção

O procedimento usado para o processamento de medidas com erros grosseiros em conexão com o estimador de estado des

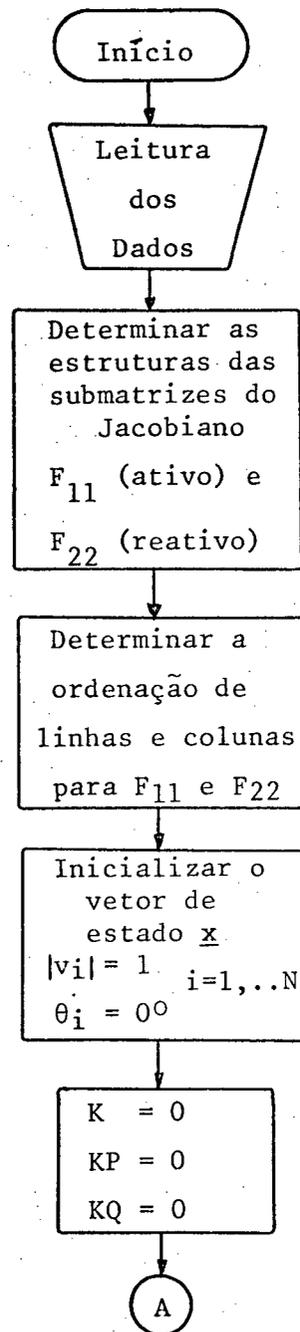


Figura 4.1 - Fluxograma do estimador de estado de sacoplado rápido pelo método de Givens.

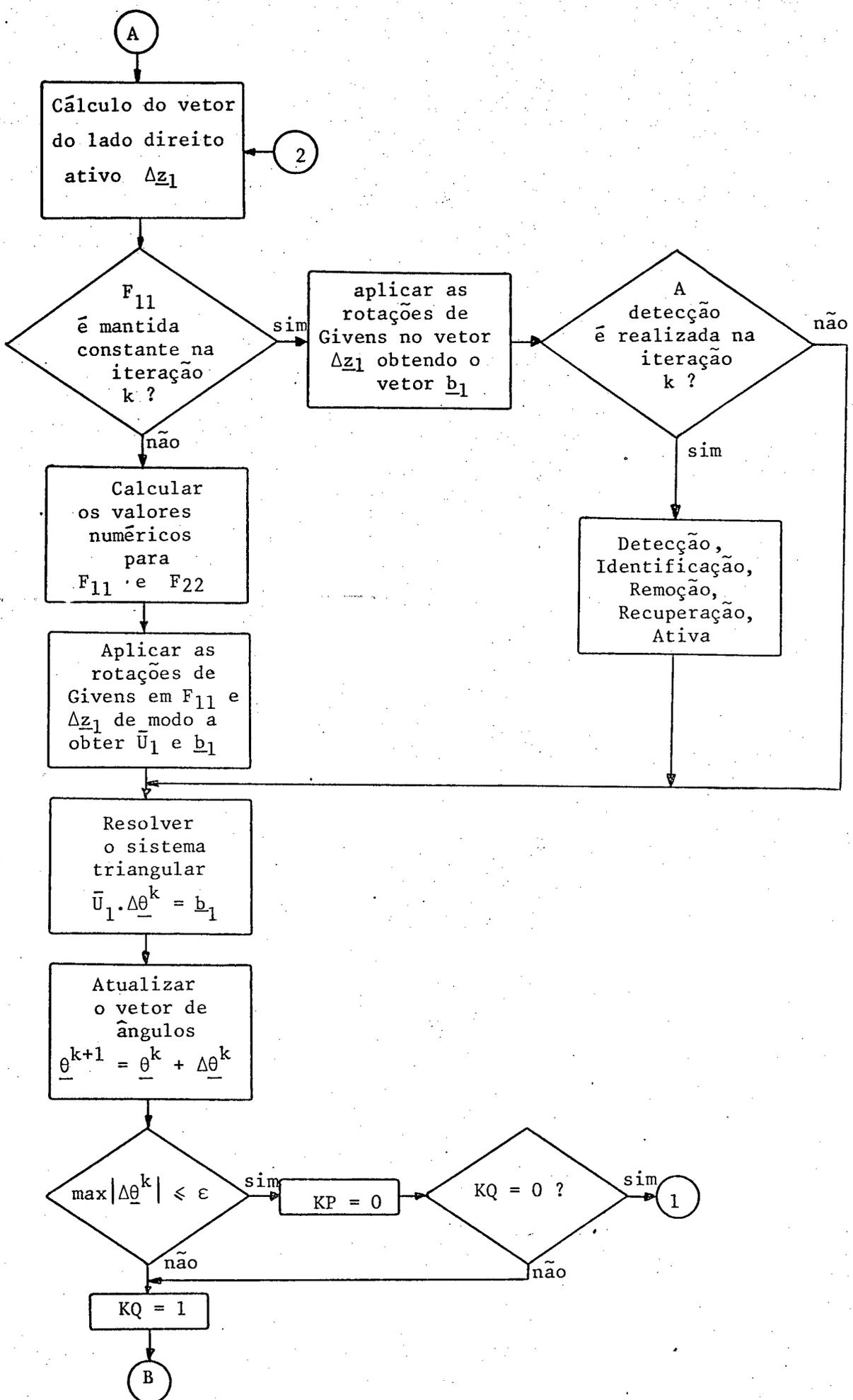


Figura 4.1 - Continuação.

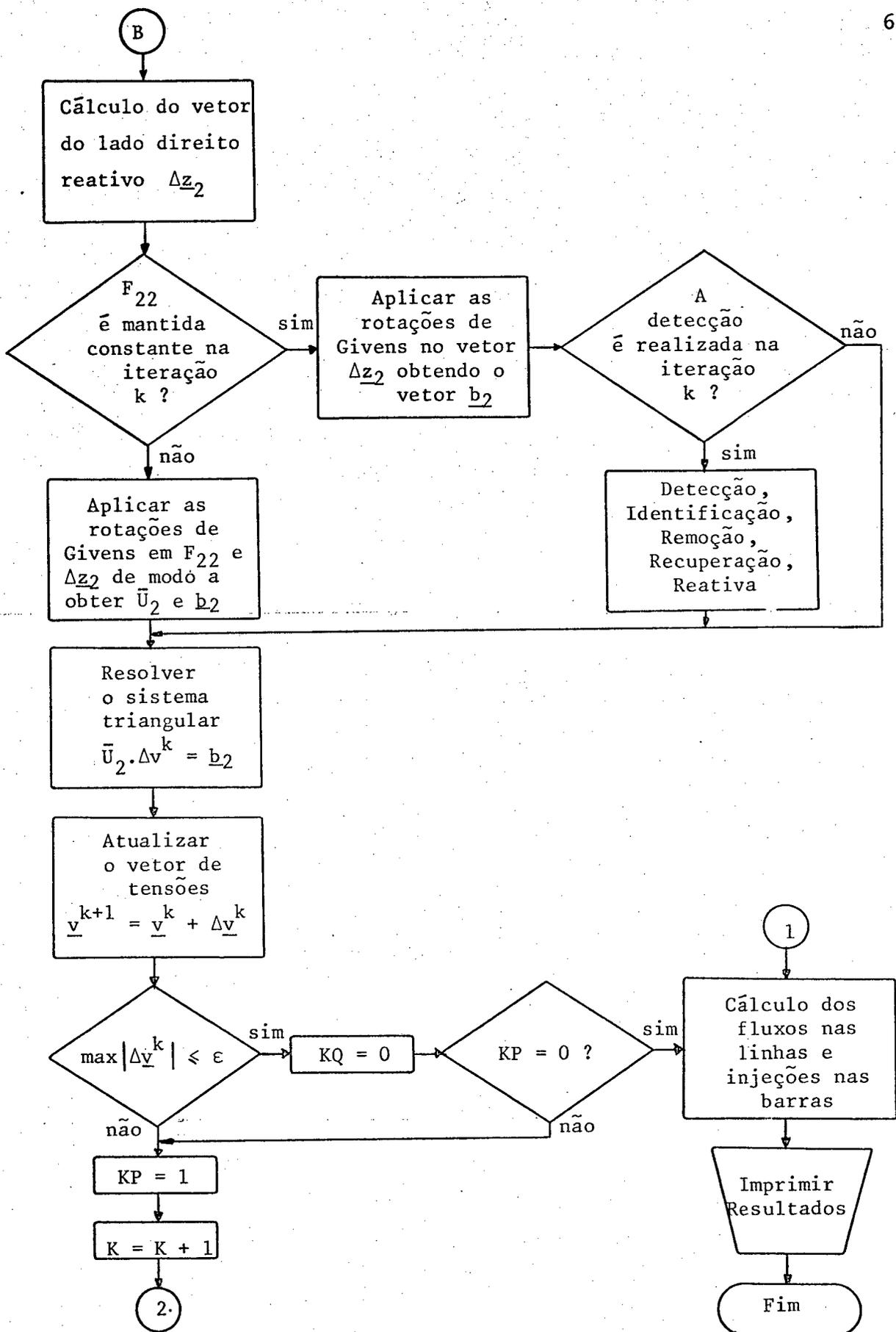


Figura 4.1 - Continuação.

coplado rápido pelo método de Givens é semelhante ao procedimento usado no método de Givens descrito na seção 3.5. O objetivo principal é ainda explorar-se a disponibilidade da soma ponderada dos quadrados dos resíduos (SPQR) após o processamento de cada medida. No caso do estimador de estado desacoplado, entretanto, a soma ponderada dos quadrados dos resíduos está disponível após o processamento de cada medida ativa (SPQR<sub>1</sub>) na meia iteração P-θ, e após o processamento de cada medida reativa (SPQR<sub>2</sub>) na meia-iteração Q-V. Para se tirar o máximo proveito possível do processamento por linhas do algoritmo seqüencial, um teste de detecção é realizado após a completa anulação dos elementos de cada linha da matriz F<sub>11</sub> (F<sub>22</sub>) aumentada pelo elemento correspondente do vetor Δz<sub>1</sub> (Δz<sub>2</sub>), durante a meia-iteração P-θ (Q-V). A vantagem dessa estratégia é restringir a busca da medida ativa (reativa) com erro grosseiro apenas ao conjunto de medidas ativas (reativas) processadas até o ponto onde o teste for positivo. O procedimento para se processar medidas com erros grosseiros pelo estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens é descrito a seguir.

Na meia-iteração P-θ (Q-V), após o processamento da i-ésima linha aumentada, verifica-se inicialmente se a SPQR<sub>1</sub> (SPQR<sub>2</sub>), J<sub>1i</sub> (J<sub>2i</sub>), é maior ou igual a J<sub>1i-1</sub> (J<sub>2i-1</sub>). Se J<sub>1i</sub> = J<sub>1i-1</sub> (J<sub>2i</sub> = J<sub>2i-1</sub>), nenhum teste é realizado e efetua-se o processamento da linha seguinte. Se J<sub>1i</sub> > J<sub>1i-1</sub> (J<sub>2i</sub> > J<sub>2i-1</sub>), incrementa-se de 1 o número de graus de liberdade do qui-quadrado. J<sub>1i</sub> (J<sub>2i</sub>) é então comparado com χ<sub>k<sub>1</sub>;α<sub>0</sub></sub><sup>2</sup> (χ<sub>k<sub>2</sub>;α<sub>0</sub></sub><sup>2</sup>), onde k<sub>1</sub> = m<sub>1</sub>-N-1 (k<sub>2</sub> = m<sub>2</sub>-N) é o número de graus de liberdade e α<sub>0</sub> é a probabilidade de falso alarme utilizada. Se o processamento da linha i faz com que J<sub>1i</sub> > χ<sub>k<sub>1</sub>;α<sub>0</sub></sub><sup>2</sup> (J<sub>2i</sub> > χ<sub>k<sub>2</sub>;α<sub>0</sub></sub><sup>2</sup>), conclui-se que pelo menos uma medida

ativa (reativa) com erro grosseiro foi processada até aquele ponto. Em caso contrário, passa-se para o processamento de uma nova medida ativa (reativa).

#### 4.3.2b - Identificação

Detectada a presença de uma medida ativa (reativa) com erro grosseiro, o passo seguinte consiste na sua identificação, que é baseada na procura do máximo resíduo normalizado. Para se obter os resíduos ativos (reativos) normalizados é necessário o cálculo dos fatores de normalização, que são os elementos diagonais da matriz de covariância ativa (reativa),  $C_{r_1}$  ( $C_{r_2}$ ), dadas por (ver equações (2.12) e (2.13)):

$$C_{r_1} = R_1 - F_{11} \cdot C_{x_1} \cdot F_{11}^t = R_1 - F_{11} \cdot (F_{11}^t \cdot R_1^{-1} \cdot F_{11})^{-1} \cdot F_{11}^t \quad (4.21)$$

$$C_{r_2} = R_2 - F_{22} \cdot C_{x_2} \cdot F_{22}^t = R_2 - F_{22} \cdot (F_{22}^t \cdot R_2^{-1} \cdot F_{22})^{-1} \cdot F_{22}^t \quad (4.22)$$

A matriz  $C_{x_1}$  ( $C_{x_2}$ ) é expressa em termos das matrizes  $D_1$  ( $D_2$ ) e  $\bar{U}_1$  ( $\bar{U}_2$ ) que já estão disponíveis, uma vez que são obtidas do processamento da linha aumentada de  $F_{11}$  ( $F_{22}$ ) através das rotações de Givens. Em termos destas matrizes, o  $i$ -ésimo elemento diagonal de  $C_{r_1}$  ( $C_{r_2}$ ), representado por  $\sigma_{r_1 i}^2$  ( $\sigma_{r_2 i}^2$ ), pode ser escrito como (ver equações (3.41) e (3.42)):

$$\sigma_{r_1 i}^2 = R_{1 ii} - \sum_{k=1}^{N-1} \left( \frac{V_{1 ik}}{D_{1 kk}} \right)^2 \quad i=1, \dots, m_1 \quad (4.23)$$

$$\sigma_{r_{2_i}}^2 = R_{2_{ii}} - \sum_{k=1}^N \left( \frac{V_{2_{ik}}}{D_{2_{kk}}} \right)^2 \quad i=1, \dots, m_2 \quad (4.24)$$

onde

$$V_1 = F_{11} \cdot \bar{U}_1^{-1} \quad (4.25)$$

$$V_2 = F_{22} \cdot \bar{U}_2^{-1} \quad (4.26)$$

O teste de identificação só é realizado após todas as medidas ativas (reativas) terem sido processadas, para se fazer uso da máxima redundância das medidas ativas (reativas) disponíveis. Deve-se observar, entretanto, que o conhecimento da linha  $j$  após o qual o teste de detecção é positivo pode ser usado para restringir o conjunto no qual se procura o máximo resíduo normalizado ativo (reativo), ou seja, é suficiente se examinar os resíduos normalizados das medidas ativas (reativas)  $1, 2, \dots, j$ . O resultado é uma redução de esforço computacional, já que a matriz  $F_{11}$  ( $F_{22}$ ) na equação (4.25) ((4.26)) passa a ser uma submatriz de  $F_{11}$  ( $F_{22}$ ) formada por suas  $j$  primeiras linhas e  $\sigma_{r_{1_i}}^2$  ( $\sigma_{r_{2_i}}^2$ ) da equação (4.23) ((4.24)) passa a ser calculado apenas para  $i=1, 2, \dots, j$ .

#### 4.3.2c - Remoção

Quando se utiliza o método de Givens associado ao estimador de estado desacoplado rápido, é possível se usar um procedimento que permite a remoção dos efeitos dos erros grosseiros ativos (reativos) sobre as matrizes  $D_1$  ( $D_2$ ) e  $\bar{U}_1$  ( $\bar{U}_2$ ) tão logo

a medida ativa (reativa) portadora de erro grosseiro seja identificada. O procedimento consistente simplesmente em se reprocessar esta medida, durante a meia-iteração P-θ (Q-V), com um peso que seja igual a menos o valor do peso original.

Como resultado da remoção do erro grosseiro ativo (reativo), torna-se agora possível aproveitar os cálculos já executados para a obtenção de estimativas para o estado, até a meia-iteração P-θ (Q-V) onde se realizou a detecção, identificação e remoção da medida ativa (reativa) portadora de erro grosseiro. Além disso, esta medida pode ser eliminada do conjunto de medidas ativas (reativas) a serem processadas nas meias-iterações P-θ (Q-V) subsequentes.

#### 4.3.2d - Recuperação

Para se evitar a simples eliminação de uma medida ativa (reativa) identificada como portadora de erro grosseiro, esta medida ativa (reativa) pode ser substituída por uma pseudomedida que se aproxima do valor correto da quantidade medida ativa (reativa), dadas por (ver equação (2.17)):

$$z_{1k}^{rec} = z_{1k}^e - \frac{\sigma_{1k}^2}{C_{r_{1kk}}} \cdot r_{1k}^e \quad (4.27)$$

$$z_{2k}^{rec} = z_{2k}^e - \frac{\sigma_{2k}^2}{C_{r_{2kk}}} \cdot r_{2k}^e \quad (4.28)$$

onde

- $z_{1k}^{rec}$  ( $z_{2k}^{rec}$ ) : valor recuperado para a medida ativa (reativa)  $k$ ;  
 $z_{1k}^e$  ( $z_{2k}^e$ ) :  $k$ -ésima medida ativa (reativa) portadora de erro grosseiro;  
 $\sigma_{1k}^2$  ( $\sigma_{2k}^2$ ) : desvio padrão da medida ativa (reativa)  $k$ ;  
 $C_{r_{1kk}}$  ( $C_{r_{2kk}}$ ) :  $(k,k)$ -ésimo elemento da matriz de covariância dos resíduos ativos (reativos)  $C_{r_1}$  ( $C_{r_2}$ );  
 $r_{1k}^e$  ( $r_{2k}^e$ ) : resíduo da medida ativa (reativa) portadora de erro grosseiro.

A recuperação de medidas ativas (reativas) com erros grosseiros é de fácil implementação para o estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens. Isto porque o método sequencial de Givens permite o reproprocessamento de medidas, de modo que a medida ativa (reativa) identificada como erro grosseiro é primeiro removida e então recuperada e reproprocessada, tudo na mesma meia-iteração P- $\theta$  (Q-V) do estimador. O efeito líquido é como se a medida ativa (reativa) tivesse sido processada somente uma vez, com um valor igual ao valor recuperado.

No fluxograma da figura 4.1, mostra-se o posicionamento das rotinas necessárias na implementação do processamento de erros grosseiros, acima descrito, para o estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens.

#### 4.4 - Conclusões sobre o Método de Solução do Estimador de Estado Desacoplado Rápido Usando as Rotações de Givens

Após a descrição qualitativa das seções acima, que mostrou como o método de Givens pode ser associado ao estimador de estado desacoplado rápido, deve-se mencionar agora as possíveis vantagens e dificuldades resultantes desta associação.

No estimador de estado desacoplado rápido, as rotações de Givens são aplicadas a duas matrizes  $F_{11}$  ( $m_1 \times N-1$ ) e  $F_{22}$  ( $m_2 \times n$ ) ao passo que, quando o desacoplamento não é utilizado [14], [16], as rotações são aplicadas a matriz Jacobiana completa  $F$  ( $m \times n$ ), onde  $m = m_1 + m_2$  e  $n = 2N-1$ . Uma consequência imediata do desacoplamento, portanto, é uma sensível redução na criação de novos elementos não-nulos, como será confirmado pelos testes realizados no capítulo 5. O resultado prático deste fato é a redução da quantidade de memória utilizada e da velocidade de execução do estimador.

Uma outra possível vantagem diz respeito ao processamento de medidas com erros grosseiros. Usando-se o estimador de estado desacoplado rápido associado ao método de Givens, é possível se fazer o processamento de duas medidas com erros grosseiros: Uma ativa durante a meia-iteração P- $\theta$  e uma medida reativa durante a meia-iteração Q-V. Esta estratégia, entretanto, não foi plenamente explorada neste trabalho devido a problemas numéricos encontrados na implementação da etapa de remoção de erros grosseiros. Estudos adicionais devem portanto ser realizados, com o objetivo de se verificar a possibilidade de utilização da referida estratégia.

No processamento de medidas com erros grosseiros,

encontrou-se alguns problemas relacionados à detecção de medidas portadoras de erros grosseiros usada em conexão com o estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens. Durante a realização dos testes com o estimador usando-se os sistemas exemplos, sem a simulação de erros grosseiros e não se utilizando as rotinas de detecção e identificação, os resultados obtidos para o vetor de estado estimado  $\hat{x}$  foram satisfatórios, como poderá ser verificado no capítulo 5. Ao se utilizar as rotinas de detecção e identificação, mesmo ainda sem a simulação de erros grosseiros, certas medidas foram detectadas e identificadas como se fossem medidas espúrias. Os mesmos exemplos, entretanto, testados no estimador pelo algoritmo de Givens descrito no capítulo 3 (o qual não faz uso do desacoplamento), não apresentaram este problema. Como primeira tentativa para contornar esta dificuldade, a probabilidade de falso alarme,  $\alpha_0$ , foi reduzida, o que melhorou o desempenho do procedimento de detecção do estimador sem contudo resolver inteiramente o problema. A solução finalmente adotada consiste em uma dessensibilização adicional do teste do qui-quadrado, e será descrita com maiores detalhes no capítulo 5.

A grande analogia que existe entre as duas meias-iterações P- $\theta$  e Q-V, mostrada na figura 4.1, tanto no que diz respeito a aplicação das rotações de Givens quanto ao processamento de medidas com erros grosseiros, resulta em facilidades computacionais para se implementar o método de Givens associado ao estimador de estado desacoplado rápido.

Finalmente, ressalta-se que as rotações de Givens utilizadas na solução do estimador de estado desacoplado rápido são transformações ortogonais, apresentando em consequência a robustez numérica peculiar a estas transformações.

## CAPÍTULO V

### RESULTADOS NUMÉRICOS

#### 5.1 - Introdução

Neste capítulo, o desempenho do estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens é comparado ao do estimador de estado completo, também baseado nas rotações de Givens, o qual foi descrito no capítulo 3.

Três sistemas de potência, cujos diagramas unifilares, planos de medição, parâmetros e condições de operação são apresentados no Apêndice B, foram utilizados para os testes de desempenho. Os resultados preliminares foram obtidos para o sistema exemplo de 5 barras, descrito na seção B.1. O desempenho do estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens foi então testado usando-se dois sistemas de potência reais: o sistema exemplo de 138Kv-230Kv de 48 barras da Eletrosul-Celesc descrito na seção B.2, e o sistema exemplo de 230Kv-500Kv de 91 barras que faz parte do sistema de potência interligado do Sul-Sudeste do Brasil, descrito na seção B.3.

Um programa de computador foi desenvolvido para o estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens e os testes com os três sistemas exemplos foram realizados em um computador IBM 4341. Os testes visam basicamente na aferição dos métodos com respeito a: estimação de estado, efeito da ordenação de linhas e colunas da matriz Jacobiana sobre o número de rotações, memória uti

lizada e detecção e identificação de medidas com erros grosseiros.

## 5.2 - Estimação de Estado

O desempenho do estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens no que diz respeito à obtenção da estimativa do vetor de estado  $\underline{x}$  e do número de rotações necessárias para triangularizar a matriz Jacobiana será comparado ao do estimador de estado completo baseado nas rotações de Givens. o termo "estimador completo" será usado aqui para denotar o estimador descrito no capítulo 3, o qual não faz uso do desacoplamento P- $\theta$ /Q-V.

Para todos os testes, as tensões de barra são inicializadas com módulos iguais a 1,0 p.u. e ângulos iguais a 0,0 radianos. As quantidades medidas são: módulos de tensão nas barras, injeções de potência ativa e reativa nas barras e fluxos de potência ativa e reativa nas linhas. As medidas são simuladas adicionando-se números aleatórios normalmente distribuídos, cujos desvios padrões dependem da precisão dos medidores, sobre os valores obtidos do resultado de um fluxo de potência, simulação esta descrita com maiores detalhes na referência [14]. Na simulação das medidas considerou-se uma precisão de 2% para os medidores de potência e 1% para os de tensão. A redundância global,  $\rho$ , definida pela equação (2.2), varia de acordo com cada sistema exemplo.

O critério de convergência, dado pela equação (A.18), é usado em todos os testes, sendo a tolerância pré-especificada igual a 0,001.

### 5.2.1 - Exemplo 1: Sistema de Potência de 5 Barras

Para este sistema foram feitas um total de 36 medições, resultando em uma redundância global igual a 4,0. O plano de medição para o sistema de 5 barras é apresentado no Apêndice B. As tabelas 5.1 e 5.2 mostram alguns resultados típicos obtidos para o sistema de 5 barras.

Tabela 5.1 - Testes de estimação para o sistema de 5 barras.

Estimador de estado	Caso	Jacobiano constante após a iteração	Convergência (*)	Número de iterações para convergência	Número de rotações (**)
desacoplado rápido	1	1	sim	3,0	124
completo	2	1	sim	4	228
	3	2	sim	3	253
	4	3	sim	3	253

(\*) Limite máximo de 11 iterações;

(\*\*) Obtido na 1ª iteração para os casos 1 e 2, e na 2ª iteração para os casos 3 e 4.

Observa-se da tabela 5.1 que o número de rotações necessárias para triangularizar as submatrizes  $F_{11}$  e  $F_{22}$  da matriz Jacobiana  $F$  gastos pelo estimador desacoplado rápido é menor do que a metade do número de rotações gastos pelo estimador completo, o que será verdadeiro para todos os outros exemplos. Observa-se ainda

da tabela 5.1 que o número de iterações para se obter a convergência é menor para o estimador desacoplado rápido (caso 1) comparado com o estimador completo quando este mantém a matriz Jacobiana constante após a primeira iteração (caso 2). (Deve-se ressaltar que uma iteração para o estimador desacoplado rápido se divide em duas meias-iterações, uma meia-iteração P- $\theta$  e uma meia-iteração Q-V, dadas pelas equações (4.15) e (4.16)). Nota-se da tabela que o número de iterações para se obter a convergência somente é igual para os dois estimadores quando o estimador completo recalcula a matriz Jacobiana após a primeira iteração (casos 3 e 4). Entretanto, o fato do estimador completo atualizar a matriz Jacobiana F até a iteração  $k$ ,  $k > 1$ , implica em mais tempo de computação, o que favorece ainda mais a utilização do estimador desacoplado rápido.

Tabela 5.2 - Erros nas estimativas para o sistema de 5 barras.

Estimador de estado	Jacobiano constante após a iteração	Erros nas Estimativas			
		Média		Desvio Padrão	
		V (p.u.)	$\theta$ (graus)	V (p.u.)	$\theta$ (graus)
completo	3	0,0053	0,0785	0,00037	0,0490
desacoplado rápido	1	0,0052	0,0786	0,00037	0,0489

A tabela 5.2 apresenta índices que traduzem a precisão das estimativas obtidas, tanto para o estimador desacoplado rápido como para o estimador completo. Observa-se que os índices empregados (média e desvio padrão dos erros de estimação) foram praticamente idênticos para ambos os estimadores.

#### 5.2.2 - Exemplo 2: Sistema de Potência de 48 Barras

O sistema de 48 barras, aqui utilizado, já foi anteriormente empregado para estudos em EESP [19], [20]. Para este sistema, foram feitas um total de 190 medidas, resultando em uma redundância global igual a 2,0. O plano de medição para o sistema de 48 barras é mostrado no Apêndice B, figura B.2. As tabelas 5.3 e 5.4 mostram alguns resultados obtidos para este sistema.

Da tabela 5.3 observa-se que o número de rotações gastos pelo estimador desacoplado rápido é praticamente 1/3 do número de rotações empregadas pelo estimador completo. Observa-se ainda que, em um dos casos, o número de iterações para se obter convergência é menor para o estimador desacoplado rápido (caso 1) e que o estimador completo não obtém convergência quando a matriz Jacobiana é mantida constante após a primeira iteração (caso 2).

Os índices apresentados na tabela 5.4 indicam que não há diferença significativa no resultado das estimativas entre o estimador desacoplado rápido e o estimador completo.

Tabela 5.3 - Testes de estimação para o sistema de 48 barras.

Estimador de estado	Caso	Jacobiano constante após a iteração	Convergência (*)	Número de iterações para convergência	Número de rotações (**)
desacoplado rápido	1	1	sim	4	1076
completo	2	1	não	-	2917
	3	2	sim	7	3408
	4	3	sim	4	3408
	5	4	sim	4	3408

(\*) Limite máximo de 11 iterações;

(\*\*) Obtido na 1<sup>a</sup> iteração para os casos 1 e 2, e na 2<sup>a</sup> iteração para os casos 3, 4 e 5.

Tabela 5.4 - Erros nas estimativas para o sistema de 48 barras.

Estimador de estado	Jacobiano constante após a iteração	Erros nas Estimativas			
		Média		Desvio Padrão	
		V (p.u.)	$\theta$ (graus)	V (p.u.)	$\theta$ (graus)
completo	3	0,0026	0,0194	0,0048	0,0966
desacoplado rápido	1	0,0026	0,0155	0,0049	0,1351

### 5.2.3 - Exemplo 3-A: Sistema de Potência de 91 Barras com Plano Mínimo de Medição

Para este sistema de 91 barras, um plano mínimo de medição foi obtido a partir de um programa da referência [14]. O programa fornece, a partir do conhecimento das barras e linhas, uma árvore geradora mínima topologicamente observável do sistema. Tendo por base esta árvore geradora, elaborou-se um plano de medição mínimo que torna o sistema observável, com uma redundância global igual a 1,0. A tabela 5.5 mostra alguns resultados interessantes obtidos para este sistema.

Tabela 5.5 - Testes de estimação para o sistema de 91 barras com plano mínimo de medição.

Estimador de estado	Caso	Jacobiano constante após a iteração	Convergência (*)	Número de iterações para convergência	Número de rotações (**)
desacoplado rápido	1	1	sim	6	871
completo	2	1	não	-	2152
	3	2	não (***)	-	2196

( \* ) Limite máximo de 11 iterações;

( \*\* ) Obtido na 1<sup>a</sup> iteração para os casos 1 e 2, na 2<sup>a</sup> iteração para o caso 3;

(\*\*\*) Divergência a partir da 2<sup>a</sup> iteração.

Observa-se da tabela 5.5 que o número de rotações empregadas pelo estimador desacoplado rápido é quase 1/3 do número de rotações exigidos pelo estimador completo. Observa-se ainda que o estimador desacoplado rápido obteve convergência (caso 1) enquanto que o estimador completo não obteve convergência em nenhum caso estudado (casos 2 e 3). A não-convergência do estimador completo para os casos estudados provavelmente se deve a problemas numéricos, os quais, porém, não afetaram o desempenho do estimador de estado desacoplado rápido, que demonstrou ser mais robusto para este exemplo específico.

Tabela 5.6 - Erros nas estimativas para o sistema de 91 barras com plano mínimo de medição.

Estimador de estado	Jacobiano constante após a iteração	Erros nas Estimativas			
		Média		Desvio Padrão	
		V (p.u.)	$\theta$ (graus)	V (p.u.)	$\theta$ (graus)
desacoplado rápido	1	0,0019	0,8418	0,0114	1,2201

A tabela 5.6 apresenta os índices que indicam a precisão das estimativas obtidas através do estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens para o sistema de 91 barras com plano mínimo de medição.

### 5.2.4 - Exemplo 3-B: Sistema de Potência de 91 Barras

Para este exemplo, foi projetado um plano de medição, a partir do plano mínimo utilizado no exemplo 3-A. Procurou-se aumentar a redundância em duas regiões do sistema, cada uma delas composta de aproximadamente 10 barras. O plano final de medição para o sistema de 91 barras, mostrado na figura B.3, resultou em uma redundância global igual a 1,71. As tabelas 5.7 e 5.8 mostram alguns resultados obtidos para este exemplo.

Tabela 5.7 - Testes de estimação para o sistema de 91 barras com  $\rho = 1,71$ .

Estimador de estado	Caso	Jacobiano constante após a iteração	Convergência (*)	Número de iterações para convergência	Número de rotações (**)
desacoplado rápido	1	1	sim	4,5	1734
completo	2	1	não	-	6579
	3	2	não	-	6790
	4	3	sim	6	6790
	5	4	sim	5	6790
	6	5	sim	5	6790

(\*) Limite máximo de 11 iterações;

(\*\*) Obtido na 1ª iteração para os casos 1 e 2, e na 2ª iteração para os casos 3, 4, 5 e 6.

Da tabela 5.7 observa-se que o número de rotações exigidos pelo estimador desacoplado rápido é praticamente 1/4 das utilizadas pelo estimador completo. Observa-se ainda que o número de iterações para se obter convergência é menor para o estimador desacoplado rápido, caso 1, o que está de acordo com resultados de testes similares relatados na literatura [13], [17]. Nota-se da tabela 5.7 que o estimador completo não obtém convergência para os casos 2 e 3, sendo necessário um limite máximo maior de iterações para que isto aconteça.

Tabela 5.8 - Erros nas estimativas para o sistema de 91 barras com  $\rho = 1,71$ .

Estimador de estado	Jacobiano constante após a iteração	Erros nas Estimativas			
		Média		Desvio Padrão	
		V (p.u.)	$\theta$ (graus)	V (p.u.)	$\theta$ (graus)
completo	3	0,0018	0,6098	0,0020	0,4493
desacoplado rápido	1	0,0016	0,5989	0,0020	0,4217

A tabela 5.8 apresenta o resultado das estimativas obtido para o sistema de 91 barras. Pode-se verificar da tabela que o resultado obtido pelo estimador desacoplado rápido é aproximadamente igual ao obtido pelo estimador completo, o que confirma a afirmativa de que não há grande diferenças entre os dois algoritmos de estimação do ponto de vista da precisão do vetor de estado esti

mado  $\hat{x}$  [13], [17].

### 5.3 - Ordenação das Linhas e Colunas da Matriz Jacobiana

O esquema utilizado na ordenação das linhas e colunas da matriz Jacobiana  $F$  para o estimador completo e das submatrizes  $F_{11}$  e  $F_{22}$  para o estimador desacoplado rápido é o mesmo apresentado com detalhes na referência [14]. O esquema de ordenação utilizado em [14] consiste de duas etapas: primeiro, as colunas são arranjadas em ordem ascendente do número de elementos não-nulos. Na segunda etapa, para cada coluna, o pivô será o elemento não-nulo da coluna que corresponder à linha de menor número de elementos não-nulos. Assim, as  $n$  primeiras linhas são determinadas. As linhas restantes são, então, arranjadas em ordem ascendente do número de elementos não-nulos.

Para analisar o efeito da ordenação das linhas e colunas da matriz Jacobiana sobre o número de rotações, foram realizados testes usando-se os sistemas de 5 barras, 48 barras e 91 barras. Os testes consistem essencialmente em se comparar o número de rotações produzidas pelo esquema de ordenação acima descrito e o número de rotações que resultam do uso da ordenação natural (isto é, a ordenação original de linhas e colunas usada quando a matriz Jacobiana é formada). Os resultados desta comparação são apresentados na tabela 5.9.

Os resultados da tabela 5.9 confirmam que o uso do esquema de ordenação acima descrito efetivamente reduz o número de rotações exigidas para se triangularizar a matriz Jacobiana. Observa-se, entretanto, que o uso do esquema de ordenação acima descri

to não altera o fato de que o número de rotações utilizadas pelo estimador desacoplado rápido em todos os casos é quase metade das rotações empregadas pelo estimador completo.

Tabela 5.9 - Efeito da ordenação das linhas e colunas sobre o número de rotações.

Estimador de estado	Sistema de 5 barras		Sistema de 48 barras		Sistema de 91 barras com $\rho=1,71$	
	Ordenação		Ordenação		Ordenação	
	Natural	Calculada	Natural	Calculada	Natural	Calculada
completo	253	195	3408	1280	6790	2283
desacoplado rápido	124	107	1076	622	1734	1258

#### 5.4 - Memória Utilizada

Nesta seção a memória primária utilizada pelo estimador desacoplado rápido é comparada com a memória primária utilizada pelo estimador completo. A memória utilizada global não é considerada nesta comparação. Maiores considerações sobre a memória primária utilizada pelo método de Givens pode ser obtida na referência [14]. Os testes foram realizados nos sistemas de 5 barras, 48 barras e 91 barras (exemplo 3-B).

Como a solução iterativa para o problema da EESP

exige soluções sucessivas, assume-se que as rotações de Givens sejam armazenadas para uso subsequente. Neste caso, o número de posições de memória utilizado pelo estimador completo pelo método de Givens é dado por [14].

$$S_C = 2|Q_g| + |U_g| + n \quad (5.1)$$

onde

$|Q_g|$  : número total de rotações usadas para reduzir a matriz Jacobiana F em matriz triangular superior;

$|U_g|$  : número de posições necessárias para armazenar a matriz triangular superior;

$n$  : número de colunas da matriz Jacobiana.

De maneira análoga a equação (5.1), o número de posições de memória utilizado pelo estimador desacoplado rápido pelo método de Givens é dado por:

$$S_D = S_{D_1} + S_{D_2} \quad (5.2)$$

com

$$S_{D_1} = 2|Q_{1g}| + |U_{1g}| + N-1 \quad (5.3)$$

$$S_{D_2} = 2|Q_{2g}| + |U_{2g}| + N \quad (5.4)$$

onde

- $|Q_{1g}|$  ( $|Q_{2g}|$ ) : número total de rotações usadas para reduzir a matriz  $F_{11}$  ( $F_{22}$ ) em matriz triangular superior;
- $|U_{1g}|$  ( $|U_{2g}|$ ) : número de posições necessárias para armazenar a matriz triangular superior;
- $N-1$  ( $N$ ) : número de colunas da matriz  $F_{11}$  ( $F_{22}$ ).

A tabela 5.10 mostra o número de posições de memória utilizada pelo estimador desacoplado rápido e pelo estimador completo para se resolver os problemas de estimação dos exemplos 1, 2 e 3-B. Observa-se da tabela 5.10 que a memória primária utilizada pelo estimador desacoplado rápido em todos os exemplos é praticamente a metade da memória primária utilizada pelo estimador completo. Isto se deve principalmente ao menor número de rotações usadas para reduzir as matrizes  $F_{11}$  e  $F_{22}$  em matrizes triangulares superiores e ao menor número de posições necessárias para armazená-las (equações (5.3) e (5.4)).

Tabela 5.10 - Memória primária utilizada pelo método de Givens.

Estimador de estado	Número de Posições de Memória		
	Sistema de 5 barras	Sistema de 48 barras	Sistema de 91 barras (Ex. 3-B)
completo	444	3949	8077
desacoplado rápido	248	1792	4285

### 5.5 - Detecção e Identificação de Medidas com Erros Grosseiros

Esta seção apresenta os resultados numéricos dos testes de detecção e identificação usados em conexão com o estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens, descrito no capítulo 4. Os testes foram realizados usando-se os três sistemas de potência já utilizados nas seções anteriores.

Em todos os testes foram feitas medições de injeção de potências ativa e reativa, tensões nas barras e fluxos de potência ativa e reativa nas linhas. Na simulação das medidas considerou-se uma precisão de 2% para os medidores de injeções e fluxos de potência e 1% para os medidores de tensão. As medidas com erro grosseiro foram obtidas adicionando-se  $\pm 10$  ou  $\pm 20\sigma$  (desvio padrão da medida) às medidas obtidas do resultado de um fluxo de potência executado anteriormente. A localização das medidas com erros grosseiros foi escolhida arbitrariamente, o que resulta em diferentes valores de redundância local. A *redundância local* de uma barra  $k$ , aqui utilizada, é definida pela relação entre o número de medidas e o número de variáveis de estado associadas à barra  $k$  e às barras que pertençam à sua primeira vizinhança [25].

Todos os testes foram realizados com o estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens, inicializado a partir do perfil plano de tensões. O teste de detecção é realizado para todos os casos na segunda iteração do algoritmo do estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens.

### 5.5.1 - Sistema de Potência de 5 Barras

O plano de medição para este sistema é apresentado no Apêndice B e a redundância global resultante é igual a 4,0. A tabela 5.11 apresenta os resultados dos testes de detecção e identificação de medidas com erros grosseiros, para o sistema de 5 barras, pelo estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens.

Tabela 5.11 - Resultado dos testes de detecção e identificação de medidas com erros grosseiros para o sistema de 5 barras.

Sistema de 5 barras									
Caso	Quantidade medida (*)	Redundância local	Valor correto (p.u.)	Valor com erro grosseiro (p.u.)		Detecção		Medida identificada como erro grosseiro (*)	
				10 $\sigma$	20 $\sigma$	10 $\sigma$	20 $\sigma$	10 $\sigma$	20 $\sigma$
1	$t_{1-3}$	4,400	0,407	0,622	0,838	sim	sim	$t_{1-3}$	$t_{1-3}$
2	$p_3$	4,143	-0,450	-0,231	-0,011	sim	sim	$p_3$	$p_3$
3	$v_5$	3,833	1,018	1,162	1,306	sim	sim	$v_5$	$v_5$
4	$u_{4-5}$	3,875	-0,023	0,177	0,377	sim	sim	$u_{4-5}$	$u_{4-5}$
5	$q_2$	4,000	0,200	0,404	0,608	sim	sim	$q_2$	$q_2$

(\*)  $p_i$  ( $q_i$ ) : injeção de potência ativa (reativa) na barra  $i$ ;

$t_{i-j}$  ( $u_{i-j}$ ) : fluxo de potência ativa (reativa) da barra  $i$  para barra  $j$ ;

$v_i$  : módulo de tensão na barra  $i$ .

Observa-se da tabela 5.11 que todas as medidas simuladas com erro grosseiro foram detectadas e identificadas corretamente. Estes testes confirmam o bom desempenho do estimador de desacoplado rápido no procedimento de identificação, conforme apresentado anteriormente na literatura [13], [17], e com a vantagem de se utilizar menor memória e tempo de computação.

#### 5.5.2 - Sistema de Potência de 48 Barras

O plano de medição para este sistema é apresentado no Apêndice B e a redundância global resultante é igual a 2,0. Ao se realizar os testes de detecção e identificação usando o estimador de estado desacoplado pelo método de Givens para o sistema de 48 barras, verificou-se que ele apresentava problemas com o procedimento de detecção. Este problema, como foi descrito na seção 4.4, consiste na detecção e posterior identificação de certas medidas aceitáveis como se fossem espúrias (o que configura falso alarme). Para contornar o problema encontrado no procedimento de detecção tentou-se inicialmente reduzir a probabilidade de falso alarme. Como esta providência não foi suficiente para a solução definitiva do problema, fez-se necessário a utilização de uma dessensibilização adicional heurística do teste do qui-quadrado. A estratégia adotada consiste nas seguintes etapas:

- i ) a probabilidade de falso alarme utilizada,  $\alpha_0$ , é fixada em 0,01;

- ii ) após o processamento de todas as medidas ativas (reativas), sem a utilização das rotinas de detecção e identificação, verifica-se o valor final da soma ponderada dos quadrados dos resíduos das medidas ativas (reativas)  $J_{1_{m_1}} (J_{2_{m_2}})$ ;
- iii) da tabela do qui-quadrado obtém-se o valor  $\chi_{k_1; \alpha_0}^2 (\chi_{k_2; \alpha_0}^2)$  onde  $k_1 = m_1 - N - 1$  ( $k_2 = m_2 - N$ ) é o número de graus de liberdade e  $\alpha_0$  é a probabilidade de falso alarme utilizada;
- iv ) obter a relação  $a_1 = J_{1_{m_1}} / \chi_{k_1; \alpha_0}^2$  ( $a_2 = J_{2_{m_2}} / \chi_{k_2; \alpha_0}^2$ );
- v ) multiplicar os valores do limiar  $\chi_{k_1; \alpha_0}^2 (\chi_{k_2; \alpha_0}^2)$ , obtidos da tabela do qui-quadrado com o número de graus de liberdade  $k_1$  ( $k_2$ ) variável de acordo com a medida ativa (reativa) processada, pela constante  $a_1$  ( $a_2$ ).

Como o sistema de 48 barras apresentou problemas no procedimento de detecção referente ao conjunto de medidas ativas, foi necessário, portanto, o cálculo da constante  $a_1$  pela estratégia acima descrita. O valor utilizado para  $a_1$  é igual a 1,03 e o valor de  $a_2$  é mantido igual a 1,0.

Os resultados dos testes de detecção e identificação pelo estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens para o sistema de 48 barras são apresentados na tabela 5.12. Pode-se observar da tabela que, para este sistema, todas as medidas simuladas com erro grosseiro foram detectadas e identificadas corretamente, confirmando o bom desempenho do estimador desacoplado rápido pelo método de Givens nos procedimentos de detecção e

identificação de erros grosseiros. Entretanto, deve-se ressaltar que, para o correto funcionamento da rotina de detecção fez-se necessário o uso da dessensibilização do teste do qui-quadrado.

Tabela 5.12 - Resultado dos testes de detecção e identificação de medidas com erros grosseiros para o sistema de 48 barras.

Sistema de 48 barras									
Caso	Quantidade medida (*)	Redundância local	Valor correto (p.u.)	Valor com erro grosseiro (p.u.)		Detecção		Medida identificada como erro grosseiro (*)	
				10 $\sigma$	20 $\sigma$	10 $\sigma$	20 $\sigma$	10 $\sigma$	20 $\sigma$
1	$t_{22-23}$	2,785	6,232	7,507	8,782	sim	sim	$t_{22-23}$	$t_{22-23}$
2	$p_{23}$	3,666	-14,459	-11,478	-8,497	sim	sim	$p_{23}$	$p_{23}$
3	$v_{25}$	3,750	1,050	1,195	1,340	sim	sim	$v_{25}$	$v_{25}$
4	$u_{11-22}$	4,333	-2,178	-2,670	-1,194	sim	sim	$u_{11-22}$	$u_{11-22}$
5	$q_{23}$	3,666	-3,863	-4,630	-5,397	sim	sim	$q_{23}$	$q_{23}$

(\*)  $p_i$  ( $q_i$ ) : injeção de potência ativa (reativa) na barra  $i$ ;

$t_{i-j}$  ( $u_{i-j}$ ) : fluxo de potência ativa (reativa) da barra  $i$  para barra  $j$ ;

$v_i$  : módulo de tensão na barra  $i$ .

### 5.5.3 - Sistema de Potência de 91 Barras

O sistema de 91 barras utilizado nos testes de detecção e identificação é o do exemplo 3-B, descrito na seção 5.2.4, com uma redundância global igual a 1,71 e cujo plano de medição é mostrado no Apêndice B. Este sistema também apresentou problemas no procedimento de detecção, porém referente ao conjunto de medidas reativas, no que resultou um valor calculado para a constante  $a_2$  igual a 1,40 e o valor de  $a_1$  foi mantido igual a 1,0.

A tabela 5.13 apresenta os resultados dos testes de detecção e identificação de medidas com erros grosseiros, para o sistema de 91 barras, usando-se o estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens. Observa-se da tabela que o teste de detecção foi correto para todos os casos em que as medidas foram simuladas com erro grosseiro. O teste de identificação, entretanto, falhou para os casos 2 ( $10\sigma$ ), 3 ( $10$  e  $20\sigma$ ), 9 ( $10\sigma$ ) e 10 ( $10\sigma$ ), apesar do nível de redundância local ser satisfatório, como pode ser confirmado pela correta identificação dos casos 2 ( $20\sigma$ ), 9 ( $20\sigma$ ) e 10 ( $20\sigma$ ). O problema da identificação incorreta possivelmente está relacionado com o plano de medição utilizado para este exemplo, que foi projetado a partir do plano mínimo de medição através do acréscimo de medidas em apenas duas áreas do sistema. Portanto, o plano final de medição usado para este exemplo (mostrado na figura B.3 do Apêndice B), possui duas áreas com uma razoável concentração de medidas, enquanto que barras que não pertencem a estas áreas podem apresentar valores baixos de redundância local. Atribui-se a este fato a identificação incorreta para os casos acima mencionados.

Tabela 5.13 - Resultado dos testes de detecção e identificação de medidas com erros grosseiros para o sistema de 91 barras com  $\rho = 1,71$ .

Sistema de 91 barras com $\rho = 1,71$									
Caso	Quantidade medida (*)	Redundância local	Valor correto (p.u.)	Valor com erro grosseiro (p.u.)		Detecção		Medida identificada como erro grosseiro (*)	
				10 $\sigma$	20 $\sigma$	10 $\sigma$	20 $\sigma$	10 $\sigma$	20 $\sigma$
1	$t_{20-36}$	3,111	-0,461	-0,240	-0,018	sim	sim	$t_{20-36}$	$t_{20-36}$
2	$t_{89-90}$	2,875	2,406	2,929	3,452	sim	sim	$t_{26-47}$	$t_{89-90}$
3	$p_{17}$	4,200	1,252	1,565	1,878	sim	sim	$t_{26-47}$	$t_{26-47}$
4	$p_{55}$	3,600	11,262	9,061	6,862	sim	sim	$p_{55}$	$p_{55}$
5	$v_{22}$	3,666	1,026	0,882	0,738	sim	sim	$v_{22}$	$v_{22}$
6	$v_{55}$	3,600	1,030	1,173	1,315	sim	sim	$v_{55}$	$v_{55}$
7	$u_{14-17}$	4,200	-0,124	-0,325	-0,527	sim	sim	$u_{14-17}$	$u_{14-17}$
8	$u_{86-88}$	2,875	-1,954	-1,522	-1,090	sim	sim	$u_{86-88}$	$u_{86-88}$
9	$q_{23}$	4,333	-0,314	-0,105	0,105	sim	sim	$q_{48}$	$q_{23}$
10	$q_{86}$	2,875	-3,281	-2,604	-1,927	sim	sim	$q_{48}$	$q_{86}$

(\*)  $p_i$  ( $q_i$ ) : injeção de potência ativa (reativa) na barra  $i$ ;

$t_{i-j}$  ( $u_{i-j}$ ) : fluxo de potência ativa (reativa) da barra  $i$  para barra  $j$ ;

$v_i$  : módulo de tensão na barra  $i$ .

## C A P Í T U L O VI

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

6.1 - Conclusões

Neste trabalho as técnicas ortogonais seqüenciais, mais robustas numericamente que a técnica convencional da equação normal, são associadas aos estimadores de estado desacoplados rápidos para se obter as estimativas dos estados em sistemas de potência.

A técnica ortogonal escolhida para esta associação é a versão das rotações de Givens sem raízes quadradas, que apresenta um comportamento numérico comparável aos outros métodos ortogonais e com a vantagem de utilizar menor tempo de computação. O método de Givens possui uma característica extremamente vantajosa utilizada para os procedimentos de detecção e identificação de erros grosseiros, que é a disponibilidade da soma ponderada dos quadrados dos resíduos após o processamento seqüencial de cada medida. O caráter seqüencial do método de Givens permite ainda se utilizar uma outra característica que é a imediata eliminação dos efeitos dos erros grosseiros após a sua identificação, não sendo necessário portanto a repetição do processo de estimação.

A principal razão de se utilizar a bem conhecida técnica do desacoplamento ativo/reactivo para a estimação de estado em sistemas de potência é se obter um estimador confiável que necessite menor tempo de cálculo e exija menor utilização de memória.

A versão do estimador de estado desacoplado rápido a ser associada ao método de Givens é aquela em que o desacoplamento é feito no modelo, isto é, é realizado na matriz Jacobiana, que é calculada a partir do perfil plano de tensões e mantida constante durante as iterações.

Vários testes foram realizados para verificar o desempenho do estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens comparando-se os resultados aos obtidos pelo estimador completo, descrito no capítulo 3. Três sistemas de potência foram utilizados nos testes, sendo dois deles sistemas reais de concessionárias brasileiras.

Os resultados numéricos, para os exemplos utilizados, mostram que as estimativas do vetor de estado obtidas pelo estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens são tão confiáveis quanto às obtidas pelo estimador completo. O estimador de estado desacoplado rápido, entretanto, fornece estimativas confiáveis necessitando de um menor tempo de cálculo e memória utilizada. Para alguns dos exemplos utilizados, o estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens forneceu o vetor de estado estimado, enquanto que o estimador completo não foi capaz de fazê-lo. Este fato sugere que o estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens apresenta uma maior robustez numérica para a obtenção das estimativas dos estados em sistemas de potência.

A dificuldade associada ao estimador de estado completo pelo método de Givens está no fato que, usualmente, ele exige mais memória que as técnicas convencionais. Isto se deve, principalmente, ao número total de rotações gastas na redução da matriz Jacobiana para a forma de matriz triangular superior. Ao se utilizar o

estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens, verifica-se que o número de rotações necessárias para triangularizar a matriz Jacobiana é sensivelmente reduzido. A associação do método de Givens ao estimador desacoplado rápido, portanto, resulta em um algoritmo de estimação com menor quantidade de memória utilizada, reduzindo o problema encontrado com o estimador completo. Mesmo ao se utilizar técnicas de ordenação das linhas e colunas da matriz Jacobiana, o número de rotações gastas na sua triangularização é menor para o estimador desacoplado rápido comparado ao estimador completo, o que pode ser verificado pelos resultados numéricos obtidos.

Os resultados dos testes de detecção e identificação, usando-se o estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens, mostram um bom desempenho do algoritmo no processamento de medidas com erros grosseiros. Entretanto, deve-se ressaltar que, para o correto funcionamento da rotina de detecção em alguns exemplos, fez-se necessário o uso do procedimento de dessensibilização adicional do teste do qui-quadrado. O procedimento de dessensibilização adicional consiste em se multiplicar os valores obtidos da tabela do qui-quadrado (com o número de graus de liberdade variável de acordo com a medida processada e a probabilidade de falso alarme,  $\alpha_0$ , fixada em 0,01) por uma constante  $a$ ,  $a > 1$ . O uso deste procedimento, portanto, elimina o problema da detecção e posterior identificação de certas medidas aceitáveis como se fossem espúrias encontrado em alguns dos exemplos.

As características que o método de Givens apresenta, relacionadas com a detecção e identificação de erros grosseiros, foram plenamente utilizadas em conexão com o estimador desacoplado rápido. O resultado obtido foi uma redução no esforço computacional

para o estimador desacoplado rápido pelo método de Givens, pois além da detecção se restringir ao conjunto de medidas ativas e/ou reativas, a identificação da medida com erro grosseiro é realizada apenas para as medidas processadas até o ponto onde o teste de detecção for positivo. O estimador desacoplado rápido, em alguns testes realizados, não forneceu a identificação correta de certas medidas com erros grosseiros. Este problema, entretanto, é possível de acontecer tanto para o estimador desacoplado rápido quanto para o estimador completo, dependendo do plano de medição usado e consequentemente do nível de redundância local.

## 6.2 - Sugestões para Futuros Trabalhos

O estimador de estado desacoplado rápido pelo método de Givens proposto neste trabalho apresenta certas vantagens para a obtenção das estimativas dos estados em sistemas de potência. Acredita-se, entretanto, que outras melhorias possam ser incorporadas ao estimador desacoplado rápido pelo método de Givens melhorando-lhe o desempenho, e mais testes devem ser realizados para comprovar a sua superioridade em relação aos algoritmos de estimação existentes. Para dar continuidade ao trabalho, os seguintes itens são sugeridos:

- 1º) Implementar, para o estimador desacoplado rápido pelo método de Givens, a característica de remoção de medidas identificadas como portadoras de erro grosseiro. Com isto, tornar-se-á possível aproveitar os cálculos até então executados e obter as estimativas finais sem considerar os efeitos de tais medidas;

- 2?) Implementar, para o estimador desacoplado rápido pelo método de Givens, a técnica de recuperação de medidas com erros grosseiros após a sua detecção, identificação e remoção. Verificar, através de testes, o ganho conseguido no resultado das estimativas finais;
- 3?) Considerando-se as duas sugestões acima, implementar para o estimador desacoplado rápido pelo método de Givens, técnicas de processamento de medidas com erros grosseiros independentemente ao conjunto de medidas ativas e ao conjunto de medidas reativas. O objetivo dessa estratégia é se obter um algoritmo capaz de processar duas medidas com erros grosseiros: uma ativa e uma reativa;
- 4?) Comparar os resultados de estimação e processamento de erros grosseiros obtidos com o estimador proposto aos resultados obtidos por um estimador de estado desacoplado rápido pelo método da equação normal. A finalidade deste estudo é melhor avaliar as vantagens a serem obtidas pelo uso das características do método proposto, através da comparação de seu desempenho com o do estimador desacoplado rápido pelo método convencional.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [ 1 ] - SCHWEPPE, F. C. & WILDES, J.; (1970). "Power System Static-State Estimation, Part I: Exact Model", IEEE Trans. on PAS, Vol.PAS-89, Nº 1: 120-125.
- [ 2 ] - SCHWEPPE, F. C. & ROM, D. B.; (1970). "Power System Static-State Estimation, Part II: Approximate Model", IEEE Trans. on PAS, Vol.PAS-89, Nº 1: 125-130.
- [ 3 ] - SCHWEPPE, F. C.; (1970). "Power System Static-State Estimation, Part III: Implementation", IEEE Trans. on PAS, Vol.PAS-89, Nº 1: 130-135.
- [ 4 ] - LARSON, R. E. & TINNEY, W. F. & PESCHON, J.; (1970). "State Estimation in Power Systems, Part I: Theory and Feasibility", IEEE Trans. on PAS, Vol.PAS-89, Nº 3: 345-352.
- [ 5 ] - LARSON, R. E. & TINNEY, W. F. & HAJDU, L. P. & Piercy, D. S.; (1970). "State Estimation in Power Systems, Part II: Implementation and Applications", IEEE Trans. on PAS, Vol.PAS-89, Nº 3: 353-363.
- [ 6 ] - KAMINSKY, P. G. & BRYSON JR., A. E. & SCHMIDT, S. F.; (1971). "Discrete Square Root Filtering: A Survey of Current Techniques", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-16, Nº 6: 727-735.

- [ 7] - HANDSCHIN, E.; (1972). "Real Time Data Processing Using State Estimation in Electric Power Systems", em Real Time Control of Electric Power Systems, Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, Capítulo 2.
- [ 8] - GENTLEMAN, W. M.; (1973). "Least-Squares Computations by Givens Transformations Without Square Roots", Jornal do Inst. Maths. Applics., Nº 12: 329-336.
- [ 9] - SCHWEPPE, F. C. & HANDSCHIN, E. J.; (1974). "Static State Estimation in Electric Power Systems", Proc. of IEEE, Vol.62, Nº 7: 972-982.
- [10] - WOLLENBERG, B. F. & SASSON, A. M.; (1977). "Foreword" , IEEE Tutorial Course, Energy Control Center Design.
- [11] - DY LIACCO, T. E.; (1977). "An Overview of Power Systems Control Centers", IEEE Tutorial Course, Energy Control Center Design: 5-16.
- [12] - DOPAZO, J. F.; (1977). "Power System Security", IEEE Tutorial Course, Energy Control Center Design: 37-46.
- [13] - GARCIA, A. & ABREU, P.; (1979). "Fast Decoupled State Estimation and Bad Data Processing", IEEE Trans. on PAS, Vol.PAS-98, Nº 5: 1645-1652.

- [14] - SIMÕES COSTA, A. J. A.; (1982). "Power System State Estimation: Orthogonal Methods for Estimation and Bad Data Processing, and Techniques for Topological Observability", Tese de Ph.D., University of Waterloo, Waterloo, Ontário, Canadá.
- [15] - SIMÕES COSTA, A. J. A. & QUINTANA, V. H.; (1981). "A Robust Numerical Technique for Power System State Estimation", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-100, Nº 2: 691-698.
- [16] - SIMÕES COSTA, A. J. A. & QUINTANA, V. H.; (1981). "An Orthogonal Row Processing Algorithm for Power System Sequential State Estimation", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-100, Nº 8: 3791-3800.
- [17] - ALLEMONG, J. J. & RADU, L. & SASSON, A. M.; (1982). "A Fast and Reliable State Estimation Algorithm for AEP's New Control Center", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-101, Nº 4: 933-944.
- [18] - QUINTANA, V. H. & SIMÕES COSTA, A. J. A. & MIER, M.; (1982). "Bad Data Detection and Identification Techniques Using Estimation Orthogonal Methods", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-101, Nº 9: 3356-3364.
- [19] - SIMÕES COSTA, A. J. A. & SALGADO, R. & QUINTANA, V. H.; (1982). "Técnicas de Processamento de Erros Grosseiros Para Estimadores de Estado Seqüenciais Ortogonais em

Sistemas de Potência", Anais do 4º Congresso Brasileiro de Automática, Campinas, S.P., Vol.2: 467-472.

[20] - SIMÕES COSTA, A. J. A. & SALGADO, R.; (1983). "Bad Data Recovery for Orthogonal Row Processing State Estimators", apresentado no International Symposium on Control Applications to Power System Security, Florença, Itália.

[21] - MONTICELLI, A. & GARCIA, A.; (1983). "Reliable Bad Data Processing for Real-Time State Estimation", IEEE Trans. on PAS, Vol.PAS-102, Nº 5: 1126-1139.

[22] - MONTICELLI, A. & DECKMANN, S. & GARCIA, A.; (1981). "Estimação de Estado", em Sistema de Análise de Redes (SAR), Vol.1-SAR 3, Eletrobrás-CEPEL.

[23] - CHEN, C. T.; (1970). "Introduction to Linear System Theory", Holt, Rinehart and Winston, Inc.

[24] - STAGG, G. W. & EL-ABIAD, A. H.; (1968). "Computer Methods in Power System Analysis", McGraw-Hill, Inc.

[25] - NARIMATSU, R.; (1982). "Avaliação de Estimadores de Estado e Estratégias de Medição em Sistemas de Potência", Tese de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, S.C..

## A P Ê N D I C E A

O MODELO LINEARIZADO DE MEDIÇÃO E O ESTIMADOR  
DOS MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS [14]A.1 - Modelo Linear de Medição

Considere um sistema de potência com N barras no qual se tome m medidas. Seja  $n = 2N-1$  o número de estados. O modelo não-linear de medição, apresentado na seção 2.2 é dado por:

$$\underline{z} = \underline{f}(\underline{x}) + \underline{\eta} \quad (\text{A.1})$$

$$E\{\underline{\eta}\} = \underline{0} \quad (\text{A.2})$$

$$E\{\underline{\eta} \cdot \underline{\eta}^t\} = R \quad (\text{A.3})$$

Onde

- $\underline{z}$  : vetor de medidas (m x 1);
- $\underline{x}$  : vetor das variáveis de estado (n x 1);
- $\underline{f}$  : vetor das funções não-lineares que relaciona as quantidades medidas e as variáveis de estado (m x 1);
- $\underline{\eta}$  : vetor aleatório de média zero que modela os erros de medição (m x 1);
- $E\{.\}$  : operador valor esperado;
- $R$  : matriz de covariância dos erros de medição (m x m).

Seja  $\hat{\underline{x}}_k$  o vetor atual das variáveis de estado em torno do qual é feita uma linearização para o modelo não-linear de medição dado pela equação (A.1). Uma expansão em série de Taylor, considerando apenas os termos de primeira ordem, para a função vetorial não-linear  $\underline{f}(\cdot)$  é dada por:

$$\underline{f}(\underline{x}) \approx \underline{f}(\hat{\underline{x}}_k) + \left. \frac{\partial \underline{f}(\underline{x})}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x} = \hat{\underline{x}}_k} \cdot (\underline{x} - \hat{\underline{x}}_k) \quad (\text{A.4})$$

Onde

$$F(\hat{\underline{x}}_k) \triangleq \left. \frac{\partial \underline{f}(\underline{x})}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x} = \hat{\underline{x}}_k} = \text{matriz Jacobiana (m x m)} \quad (\text{A.5})$$

$$\Delta \underline{x} \triangleq \underline{x} - \hat{\underline{x}}_k \quad (\text{A.6})$$

Substituindo as equações (A.5) e (A.6) em (A.4)

obtem-se:

$$\underline{f}(\underline{x}) \approx \underline{f}(\hat{\underline{x}}_k) + F(\hat{\underline{x}}_k) \cdot \Delta \underline{x} \quad (\text{A.7})$$

Pela substituição da equação (A.7) em (A.1), o modelo linearizado de medição é dado por:

$$\Delta \underline{z} = F(\hat{\underline{x}}_k) \cdot \Delta \underline{x} + \underline{\eta} \quad (\text{A.8})$$

$$E\{\underline{\eta}\} = \underline{0} \quad (\text{A.9})$$

$$E\{\underline{\eta} \cdot \underline{\eta}^t\} = R \quad (\text{A.10})$$

onde

$$\underline{\Delta z} = \underline{z} - \underline{f}(\underline{\hat{x}}_k) \quad (\text{A.11})$$

## A.2 - Estimador dos Mínimos Quadrados Ponderados Linear

Considere o modelo linearizado de medição dado pelas equações (A.8)-(A.10). O método dos mínimos quadrados ponderados consiste em se obter a estimativa  $\underline{\hat{x}}$  de  $\underline{x}$  que minimiza a função custo:

$$J(\underline{\hat{x}}) = [\underline{\Delta z} - F(\underline{\hat{x}}_k) \cdot \underline{\Delta \hat{x}}]^t \cdot R^{-1} \cdot [\underline{\Delta z} - F(\underline{\hat{x}}_k) \cdot \underline{\Delta \hat{x}}] \quad (\text{A.12})$$

A condição necessária para se obter o mínimo de  $J(\underline{\hat{x}})$  na equação (A.12) é :

$$\frac{\partial J(\underline{\hat{x}})}{\partial \underline{\hat{x}}} = 0 \quad (\text{A.13})$$

Ou seja,

$$-2 \cdot F^t(\underline{\hat{x}}_k) \cdot R^{-1} \cdot [\underline{\Delta z} - F(\underline{\hat{x}}_k) \cdot \underline{\Delta \hat{x}}] = 0, \quad (\text{A.14})$$

que resulta na conhecida equação normal de Gauss

$$G(\hat{\underline{x}}_k) \cdot \Delta \hat{\underline{x}} = F^t(\hat{\underline{x}}_k) \cdot R^{-1} \cdot \Delta \underline{z} \quad (\text{A.15})$$

onde a matriz ganho é definida como:

$$G(\hat{\underline{x}}_k) \triangleq F^t(\hat{\underline{x}}_k) \cdot R^{-1} \cdot F(\hat{\underline{x}}_k) \quad (\text{A.16})$$

O vetor de correções  $\Delta \hat{\underline{x}}$  para o vetor atual de estado  $\hat{\underline{x}}_k$  é obtido pela solução de (A.15). O vetor de estado atualizado é então dado por:

$$\hat{\underline{x}}_{k+1} = \hat{\underline{x}}_k + \Delta \hat{\underline{x}} \quad (\text{A.17})$$

Um critério de convergência adequado para as iterações é:

$$\max_i |\Delta \hat{\underline{x}}_i| \leq \epsilon, \quad (\text{A.18})$$

onde  $\epsilon$  é um valor de tolerância pré-especificado.

## A P Ê N D I C E B

DIAGRAMAS UNIFILARES, PARÂMETROS E PLANOS DE MEDIÇÃO  
DOS SISTEMAS DE POTÊNCIA USADOS NOS TESTES

B.1 - Sistema de Potência de 5 Barras

O sistema de potência de 5 barras e 7 linhas foi utilizado na obtenção dos resultados preliminares nos testes de estimação e processamento de erros grosseiros do estimador de estado desacoplado rápido associado ao método de Givens desenvolvido neste trabalho. O sistema da figura B.1 foi obtido da referência [24] e os parâmetros de suas linhas estão apresentados na tabela B.1. As condições de operação para este sistema estão apresentados na tabela B.2.

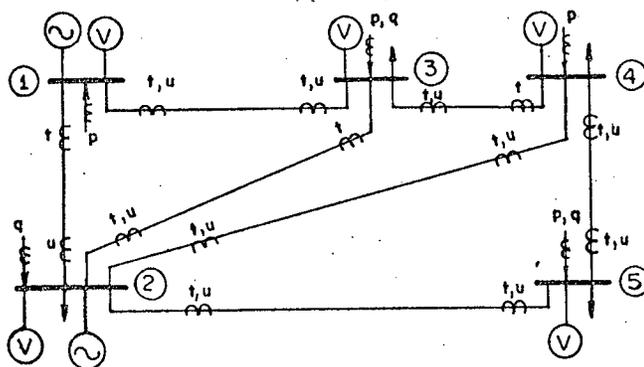


Figura B.1 - Diagrama unifilar e plano de medição para o sistema de 5 barras.

Tabela B.1 - Parâmetros de linhas para o sistema de 5 barras e 7 linhas.

LINHA	DA BARRA	PARA BARRA	RESISTÊNCIA SÉRIE	REATÂNCIA SÉRIE	SUSCEPTÂNCIA SHUNT TOTAL
1	1	2	0,02000	0,06000	0,06000
2	1	3	0,03000	0,24000	0,05000
3	2	3	0,05000	0,18000	0,04000
4	2	4	0,05000	0,18000	0,04000
5	2	5	0,04000	0,12000	0,03000
6	3	4	0,01000	0,03000	0,02000
7	4	5	0,03000	0,24000	0,05000

Tabela B.2 - Condições de operação para o sistema de 5 barras.

BARRA	MÓDULO DE TENSÃO	ÂNGULO	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
1	1,0600	0,0000	1,2560	-0,0742
2	1,0474	-2,8054	0,2000	0,2000
3	1,0242	-4,9970	-0,4500	-0,1500
4	1,0236	-5,3252	-0,4000	-0,1500
5	1,0179	-5,1553	-0,6000	-0,1000

## B.2 - Sistema de Potência de 48 Barras da Eletrosul-Celesc

O diagrama unifilar e o plano de medição para o sistema de 48 barras e 65 linhas são mostrados na figura B.2. As tensões de barra para este sistema, que faz parte do sistema Eletrosul-Celesc, estão na faixa de 138Kv-230Kv. Este sistema já foi anteriormente utilizado para estudos na EESP em [19] e [20]. Os parâmetros de linhas e transformadores estão apresentados na tabela B.3 e as condições de operação na tabela B.4.

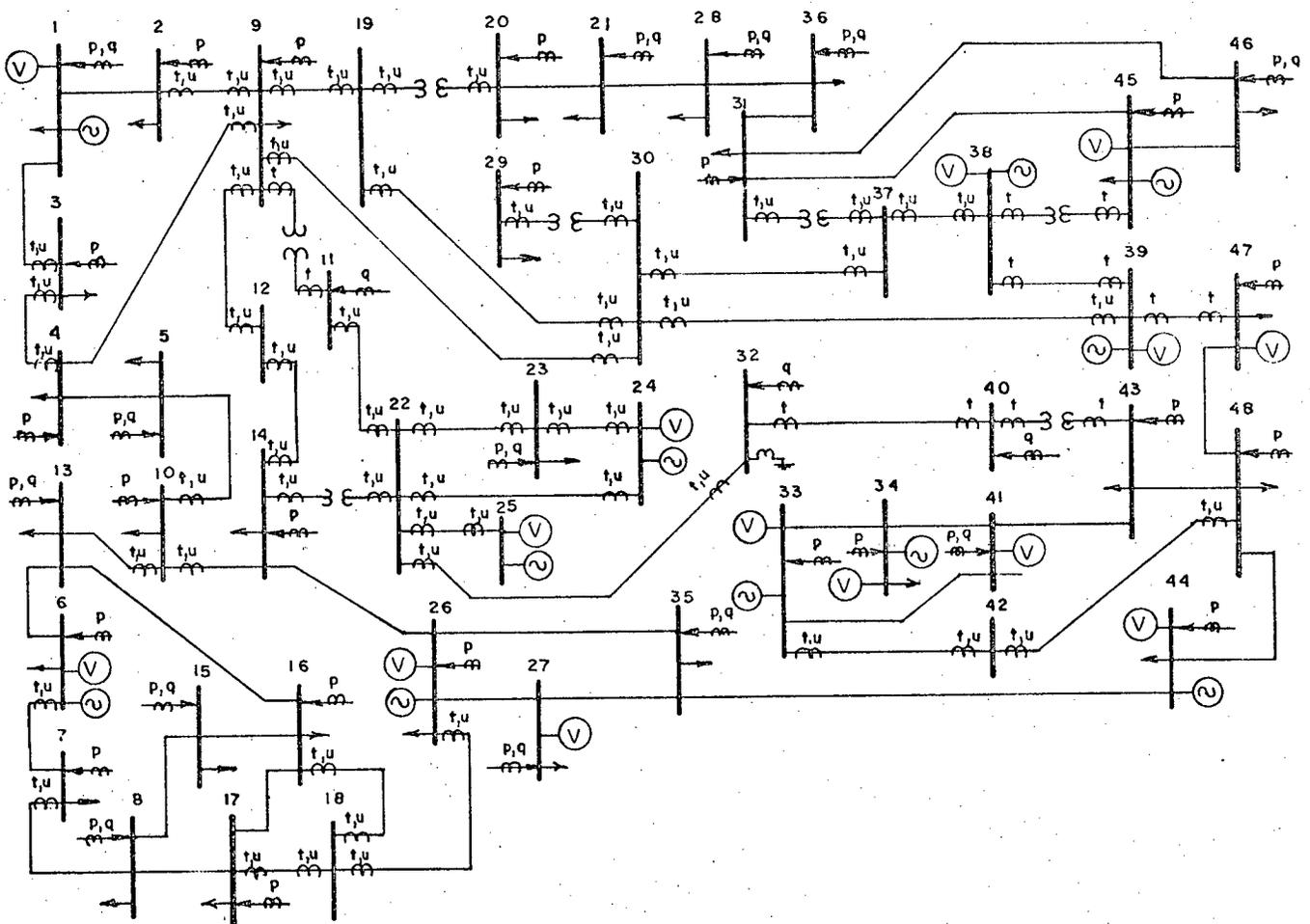


Figura B.2 - Diagrama unifilar e plano de medição para o sistema de 48 barras.

Tabela B.3 - Parâmetros de linhas e transformadores para o sistema de 48 barras e 65 linhas.

LINHA	DA BARRA	PARA BARRA	RESISTÊNCIA SÉRIE	REATÂNCIA SÉRIE	SUSCEPTÂNCIA SHUNT TOTAL
1	1	2	0,01450	0,07360	0,12930
2	1	3	0,01210	0,08020	0,11090
3	2	9	0,00890	0,03360	0,06460
4	3	4	0,00360	0,01860	0,03220
5	4	5	0,01830	0,09350	0,16340
6	4	9	0,00510	0,02620	0,04540
7	5	10	0,00420	0,02120	0,03820
8	6	7	0,00440	0,02530	0,08080
9	6	13	0,02010	0,10290	0,17620
10	7	8	0,00840	0,03630	0,11740
11	8	15	0,01262	0,07815	0,23670
12	8	17	0,03789	0,19430	0,34060
13	9	11	0,0	0,00825	0,0
14	9	12	0,02450	0,12580	0,21600
15	9	19	0,00924	0,04755	0,33100
16	9	30	0,00729	0,09065	0,40850
17	10	13	0,02590	0,13480	0,22610
18	10	14	0,03449	0,17850	0,30720
19	11	22	0,03190	0,08800	0,35780
20	12	14	0,02808	0,15535	0,23320
21	13	16	0,02180	0,11350	0,19850
22	14	22	0,0	0,01247	0,0
23	14	26	0,01518	0,07845	0,54080
24	15	16	0,00980	0,03210	0,10390
25	16	17	0,01100	0,05650	0,09740
26	16	18	0,02217	0,11474	0,19750
27	17	18	0,01554	0,08042	0,13340
28	18	26	0,01742	0,09030	0,62080
29	19	20	0,0	0,03090	0,0
30	19	30	0,00834	0,03270	0,22630
31	20	21	0,02680	0,09735	0,09720
32	21	28	0,01486	0,05847	0,05160
33	22	23	0,00161	0,02033	2,46320
34	22	24	0,00107	0,01327	1,63260
35	22	25	0,00005	0,00045	0,18180
36	22	32	0,00138	0,01947	2,39670
37	23	24	0,00156	0,01575	2,41230
38	26	27	0,01831	0,08354	0,14660
39	26	35	0,03074	0,15885	0,27375
40	27	35	0,01537	0,07863	0,13807
41	28	36	0,01440	0,05440	0,05400
42	29	30	0,0	0,03045	0,0
43	30	37	0,02817	0,14613	0,25094
44	30	39	0,03744	0,19419	0,33347
45	31	36	0,03480	0,01750	0,01840
46	31	37	0,0	0,06160	0,0

Tabela B.3 - Continuação.

LINHA	DA BARRA	PARA BARRA	RESISTÊNCIA SÉRIE	REATÂNCIA SÉRIE	SUSCEPTÂNCIA SHUNT TOTAL
47	31	45	0,07120	0,25870	0,06460
48	21	46	0,04650	0,16910	0,04220
49	32	40	0,00244	0,03090	3,77450
50	33	34	0,03200	0,17770	0,32470
51	33	41	0,00834	0,04310	0,07430
52	33	42	0,01700	0,06300	0,11510
53	34	41	0,03860	0,20390	0,37670
54	35	44	0,00759	0,03923	0,27040
55	37	38	0,02061	0,10690	0,13360
56	38	39	0,00010	0,00050	0,00100
57	38	45	0,0	0,05910	0,0
58	39	47	0,00476	0,02451	0,16900
59	40	43	0,0	0,00625	0,0
60	41	43	0,00051	0,00267	0,08720
61	42	48	0,01070	0,05200	0,11330
62	43	48	0,00788	0,04060	0,28060
63	44	48	0,02303	0,11795	0,82560
64	45	46	0,03310	0,12040	0,03010
65	47	48	0,03829	0,19800	0,34100

B.3 - Sistema de Potência de 91 Barras

O sistema de potência de 91 barras e 136 linhas faz parte do sistema interligado da região Sul-Sudeste do Brasil e é mostrado na figura B.3. As tensões de barra para este sistema estão na faixa de 230Kv-500Kv. Os parâmetros de linhas e transformadores para este sistema estão apresentados na tabela B.5 e as condições de operação na tabela B.6.

Tabela B.4 - Condições de operação para o sistema de 48 barras.

BARRA	MÓDULO DE TENSÃO	ÂNGULO	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
1	1,0500	-7,0613	1,9880	0,3597
2	1,0144	-9,9351	-1,0040	-0,4358
3	1,0025	-10,5555	-0,5998	-0,5598
4	0,9998	-11,1529	-0,9962	-0,5202
5	0,9960	-15,2391	-0,2640	0,0201
6	1,0000	-34,9707	-0,7812	0,4069
7	0,9953	-35,2759	-0,4494	-0,1141
8	0,9921	-34,7651	-0,6604	0,5628
9	1,0165	-9,5355	-0,9054	-0,1690
10	0,9943	-15,8174	-0,3001	-0,1790
11	1,0198	-7,8119	0,0000	-1,5590
12	1,0440	-5,7790	0,0000	0,0000
13	0,9866	-23,4515	-0,2522	0,5628
14	1,0470	-1,5155	-0,4494	-0,5839
15	0,9592	-32,6159	-1,0100	-0,2852
16	0,9578	-29,7111	-0,7725	-0,5410
17	0,9504	-23,0521	-0,9452	-0,2682
18	0,9507	-17,9850	0,0000	0,3000
19	0,9871	-15,2642	0,0000	0,3000
20	0,9694	-13,4727	-1,9250	-0,5631
21	0,9655	-21,5615	-0,6954	-0,5645
22	1,0498	-3,3552	0,0000	0,3000
23	1,0076	-7,0554	-14,4800	-3,6650
24	1,0357	1,9550	11,6000	-2,0000
25	1,0500	0,0000	15,0500	-1,3090
26	1,0150	2,0620	6,5000	-1,0900
27	1,0170	-2,8041	-0,1554	-0,0544
28	0,9746	-20,3247	-0,1350	-0,0440
29	0,9856	-17,4459	-1,3300	-0,3570
30	0,9975	-15,0850	0,0000	0,3000
31	0,9959	-17,7021	-0,2110	-0,0533
32	1,0589	-5,6053	0,0000	-1,1230
33	1,0220	-14,8855	-0,2501	-0,2135
34	1,0420	-7,7519	1,4960	-0,3000
35	1,0198	-5,6042	-1,4610	-0,1371
36	0,9855	-13,7550	-0,6030	-0,2329
37	1,0025	-15,1554	0,0000	0,3000
38	1,0140	-13,7451	1,1000	-0,7318
39	1,0140	-10,7313	2,2000	-0,2352
40	1,0217	-13,8957	0,0000	-1,5650
41	1,0161	-15,9249	-3,0280	-0,2132
42	1,0255	-15,0555	0,0000	0,3000
43	1,0168	-15,6469	-3,4850	-1,5240
44	1,0290	-7,3651	0,8896	-0,3662
45	1,0550	-12,8325	0,2297	1,0110
46	1,0211	-15,7453	-0,2635	-0,0855
47	1,0061	-12,8028	-1,3130	-0,3740
48	1,0218	-15,1141	-1,1190	-0,4274

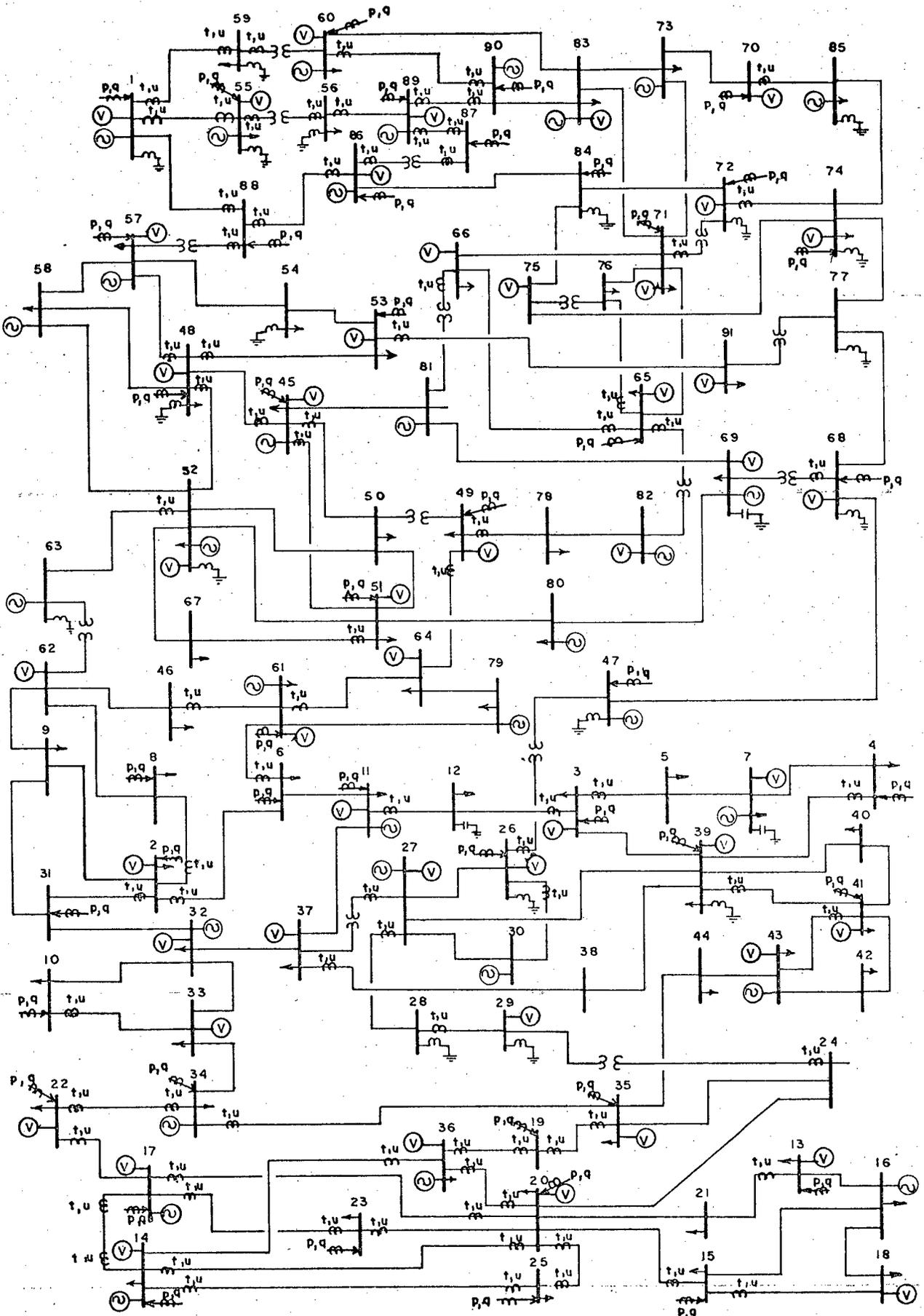


Figura B.3 - Diagrama unifilar e plano de medição para o sistema de 91 barras.

Tabela B.5 - Parâmetros de linhas e transformadores para o sistema de 91 barras e 136 linhas.

LINHA	DA BARRA	PARA BARRA	RESISTÊNCIA		REACTÂNCIA	
			SÉRIE	SÉRIE	SÉRIE	SÉRIE
1	1	55	0,00136	0,02104	2,15580	
2	1	59	0,00254	0,04350	4,62490	
3	1	88	0,00073	0,01233	1,24330	
4	2	6	0,02180	0,11350	0,19050	
5	2	8	0,00580	0,03210	0,10390	
6	2	9	0,01100	0,05650	0,09740	
7	2	31	0,02217	0,11474	0,19749	
8	3	5	0,00360	0,01860	0,03220	
9	3	12	0,01630	0,09350	0,16340	
10	3	39	0,00510	0,02620	0,04540	
11	4	7	0,01450	0,07360	0,12930	
12	4	39	0,00690	0,03360	0,06460	
13	5	7	0,01210	0,06020	0,11090	
14	6	11	0,02590	0,13480	0,22610	
15	6	61	0,02010	0,10290	0,17820	
16	8	62	0,01262	0,07815	0,23670	
17	9	31	0,01554	0,08042	0,13641	
18	9	62	0,03789	0,19430	0,34057	
19	10	32	0,01631	0,08354	0,14660	
20	10	33	0,01537	0,07863	0,13807	
21	11	12	0,00420	0,02120	0,03820	
22	11	37	0,00449	0,17849	0,30721	
23	13	15	0,03740	0,16710	0,33920	
24	13	21	0,02510	0,12530	0,21850	
25	14	17	0,00510	0,02860	0,05230	
26	14	20	0,03060	0,20390	0,37670	
27	14	25	0,01675	0,09295	0,168020	
28	14	36	0,03200	0,17770	0,32468	
29	15	16	0,02910	0,12500	0,22093	
30	15	18	0,00910	0,04550	0,08157	
31	15	20	0,04690	0,24420	0,43776	
32	16	18	0,02900	0,14360	0,26610	
33	17	20	0,03610	0,21100	0,39200	
34	17	22	0,02560	0,10620	0,19400	
35	17	23	0,03370	0,12860	0,23660	
36	19	35	0,01670	0,06200	0,11330	
37	19	36	0,01700	0,06300	0,11510	
38	20	21	0,00140	0,00655	0,05400	
39	20	23	0,02070	0,09330	0,17180	
40	20	24	0,00051	0,00267	0,08720	
41	20	25	0,00205	0,01120	0,08264	
42	20	36	0,00834	0,04315	0,07428	
43	22	34	0,01830	0,09150	0,16410	
44	24	29	0,0	0,00625	0,0	
45	24	35	0,00788	0,04069	0,28054	
46	26	27	0,00161	0,02033	2,48320	

Tabela B.5 - Continuação.

LINHA	DA BARRA	PARA BARRA	RESISTÊNCIA SÉRIE	REATÂNCIA SÉRIE	SUSCEPTÂNCIA SHUNT TOTAL
47	26	30	0,00156	0,01975	2,41230
48	26	47	0,0	0,00670	0,0
49	27	28	0,00138	0,01947	2,39677
50	27	30	0,00107	0,01327	1,63260
51	27	37	0,0	0,01247	0,0
52	27	39	0,00190	0,03425	3,35760
53	28	29	0,00244	0,03090	3,77450
54	31	32	0,01742	0,09023	0,62077
55	32	33	0,03074	0,15885	0,27375
56	32	37	0,01518	0,07845	0,54078
57	33	34	0,00759	0,03923	0,27040
58	34	35	0,02304	0,11795	0,82557
59	35	44	0,05829	0,19809	0,34099
60	37	38	0,02608	0,13535	0,23320
61	38	39	0,02450	0,12580	0,21600
62	39	40	0,00925	0,04755	0,33097
63	39	41	0,00729	0,09065	0,40851
64	40	41	0,00634	0,03270	0,22630
65	41	42	0,02317	0,14613	0,25694
66	41	43	0,03744	0,19419	0,33347
67	42	43	0,02071	0,10740	0,18458
68	43	44	0,00476	0,02451	0,16900
69	45	48	0,00185	0,02335	5,96480
70	45	50	0,00140	0,01850	1,10300
71	45	51	0,00100	0,01240	0,75240
72	45	81	0,00023	0,00433	0,14400
73	46	61	0,00440	0,02500	0,08080
74	46	62	0,00640	0,03630	0,11740
75	47	68	0,00130	0,03390	16,2225
76	48	52	0,00140	0,01810	1,00080
77	48	53	0,00180	0,02380	1,31900
78	48	57	0,00400	0,05380	2,90350
79	48	58	0,00245	0,03060	7,81460
80	49	50	0,0	0,00375	0,0
81	49	64	0,02070	0,12180	0,37620
82	49	78	0,00157	0,00990	0,47700
83	50	51	0,00100	0,01210	0,73220
84	50	52	0,00150	0,01855	4,82840
85	51	52	0,00380	0,04760	3,14640
86	51	67	0,00140	0,01670	1,08200
87	51	80	0,00081	0,01261	0,77602
88	52	58	0,00197	0,02525	7,97483
89	52	63	0,00180	0,02310	1,34400
90	52	67	0,00250	0,03160	2,14100
91	53	54	0,00280	0,03910	3,18920
92	53	91	0,00290	0,03630	2,21030

Tabela B.5 - Continuação.

LINHA	DA BARRA	PARA BARRA	RESISTÊNCIA SÉRIE	REATÂNCIA SÉRIE	SUSCEPTÂNCIA SHUNT TOTAL
93	54	57	0,00390	0,05240	2,82810
94	55	56	0,0	0,02050	0,0
95	56	89	0,00360	0,06260	1,06720
96	57	58	0,00180	0,02410	1,30090
97	57	88	0,0	0,01400	0,0
98	59	60	0,0	0,01010	0,0
99	60	83	0,00070	0,00760	0,12300
100	60	90	0,00240	0,02640	0,44440
101	61	64	0,02770	0,14160	0,24880
102	61	79	0,00700	0,03930	0,12700
103	62	63	0,0	0,07150	0,0
104	64	79	0,01110	0,06470	0,19620
105	65	66	0,00210	0,02010	0,31670
106	65	71	0,00340	0,03030	1,84460
107	65	76	0,00250	0,02770	0,46520
108	65	82	0,0	0,02400	0,0
109	66	71	0,00370	0,06350	1,08340
110	66	81	0,0	0,00190	0,03360
111	68	69	0,0	0,00780	0,0
112	68	77	0,00110	0,02110	1,44280
113	69	80	0,00145	0,01530	1,10960
114	69	81	0,00188	0,01740	0,50039
115	70	73	0,00330	0,03190	2,02740
116	70	85	0,00300	0,03230	2,10400
117	71	72	0,0	0,02390	0,0
118	71	73	0,00240	0,02190	1,32000
119	71	76	0,00370	0,03930	0,67030
120	71	83	0,00310	0,03110	2,08600
121	72	74	0,00163	0,02430	2,49670
122	72	84	0,00145	0,02240	2,29990
123	73	83	0,00380	0,04140	0,69860
124	74	75	0,00181	0,02770	2,86550
125	74	77	0,00080	0,01140	1,03500
126	74	85	0,00080	0,02390	4,00600
127	75	76	0,0	0,02180	0,0
128	75	84	0,00145	0,02190	2,24750
129	77	91	0,0	0,01400	0,0
130	78	82	0,00205	0,01640	0,07560
131	83	90	0,00310	0,03460	0,56400
132	84	86	0,00077	0,01310	4,80030
133	86	87	0,0	0,02400	0,0
134	86	88	0,00118	0,01770	1,71980
135	87	89	0,00230	0,02440	0,41440
136	89	90	0,00130	0,01380	0,23360

Tabela B.6 - Condições de operação para o sistema de 91 barras.

BARRA	MÓDULO DE TENSÃO	ÂNGULO	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
1	1,0200	0,0000	1,8030	-5,0610
2	0,9673	-3,4663	-0,7728	-0,0416
3	0,9815	12,9209	-0,9562	-0,0202
4	0,9955	14,0707	-1,0040	-0,4353
5	0,9860	13,5212	-0,5998	-0,5598
6	0,9913	-2,4892	-0,2522	0,0628
7	1,0400	15,9909	1,5880	1,0850
8	0,9686	-5,1109	-1,0100	-0,2832
9	0,9608	-1,8704	-0,9452	-0,2662
10	1,0167	21,7127	-0,1554	-0,0544
11	0,9841	3,8323	-0,3001	-0,1790
12	0,9844	9,2904	-0,2640	0,0207
13	1,0248	4,2206	-0,2200	-0,0897
14	1,0330	16,3001	3,5940	-0,7863
15	1,0093	-0,1509	-0,6450	-0,2676
16	1,0300	2,1800	0,5732	-0,1737
17	1,0300	15,4000	1,2520	-0,2337
18	1,0060	-0,8200	-0,6580	-0,2738
19	1,0226	8,8102	0,0000	0,0000
20	1,0066	7,9272	-2,7050	-0,4473
21	1,0039	7,4411	-0,9200	-0,4900
22	1,0260	14,4700	-0,6324	-0,1122
23	0,9936	3,3100	-0,9333	-0,0144
24	1,0067	3,2100	-3,4850	-1,0240
25	1,0080	8,5000	-0,5830	-0,2896
26	1,0113	15,8200	0,0000	-3,6550
27	1,0200	24,0100	15,0600	-5,3320
28	1,0358	13,5200	0,0000	-1,0000
29	1,0094	9,9800	0,0000	-1,4990
30	1,0285	26,1500	11,6000	-0,7574
31	0,9664	7,6100	0,0000	0,0000
32	1,0150	25,7200	6,5080	-0,9105
33	1,0195	17,7700	-1,4610	-0,1371
34	1,0290	15,8800	1,3590	-0,4378
35	1,0159	8,8200	-1,1190	-0,4274
36	1,0220	8,9100	-0,2501	0,1312
37	1,0218	22,9100	-0,4494	-0,0839
38	1,0197	13,4500	0,0000	0,0000
39	0,9941	14,5100	-0,9054	-1,0360
40	0,9593	8,5000	-2,3120	-0,0236
41	0,9738	3,7100	-1,3300	-0,4172
42	0,9823	8,6800	-0,7502	-0,2694
43	1,0140	13,2300	2,7160	0,0559
44	1,0055	11,1600	-1,3130	-0,0746
45	1,0300	-28,3300	-1,3930	-2,2160
46	1,0021	-3,3500	-0,4494	-0,1141

Tabela B.6 - Continuação.

BARRA	MÓDULO DE TENSÃO	ÂNGULO	POTÊNCIA ATIVA	POTÊNCIA REATIVA
47	1,0300	11,3629	4,1860	1,7170
48	1,0141	-13,0557	-3,0590	-5,4560
49	1,0233	-30,7642	-7,8120	-1,0740
50	1,0267	-23,4057	-0,8070	-0,3630
51	1,0300	-23,5926	-6,0870	-0,5271
52	1,0266	-15,5111	10,2500	-6,7330
53	0,9797	-29,0755	-9,5860	-3,4880
54	0,9594	-19,7151	-2,0610	-1,8800
55	1,0300	5,0852	11,2600	-0,2368
56	1,0288	-2,4953	-6,5070	-0,2150
57	1,0450	-1,5477	10,2600	0,1046
58	1,0350	0,9303	25,1900	-6,5340
59	1,0113	-9,2955	-2,2070	-2,3950
60	1,0150	-10,1750	-4,5450	-1,4090
61	1,0000	-3,1555	2,3410	-0,2261
62	0,9998	-7,7251	0,0000	0,0000
63	1,0221	-9,4755	4,3120	-0,5928
64	1,0050	-13,8555	-1,3340	0,3711
65	1,0278	-32,3313	-6,9910	0,3130
66	1,0282	-30,0052	-1,7200	-1,3890
67	1,0339	-25,4155	-3,8100	-0,2980
68	0,9974	-25,8250	0,0000	-5,2970
69	1,0130	-32,4522	-18,5400	1,7710
70	0,9921	-38,0292	0,0000	0,2000
71	1,0195	-25,1375	-5,2780	-0,5800
72	0,9995	-25,0451	0,0000	-1,5590
73	1,0200	-13,3670	12,9500	-0,2990
74	0,9878	-37,4445	-4,8540	-2,5380
75	1,0105	-27,3552	0,0000	0,0000
76	1,0180	-30,0729	-3,0410	-0,3770
77	0,9855	-33,9655	0,0000	-1,3000
78	1,0218	-33,7054	-8,0620	-0,1270
79	1,0070	-12,1659	0,0710	0,0629
80	1,0100	-29,3710	1,0290	-2,8280
81	1,0297	-29,7454	-0,5851	1,5200
82	1,0300	-33,3393	0,0000	0,7278
83	1,0250	-10,3859	9,0560	0,2497
84	0,9991	-15,4001	0,0000	-2,9200
85	1,0200	-57,5392	-24,4600	4,8630
86	1,0100	-4,1056	13,6000	-3,2810
87	1,0222	-3,7953	0,0000	0,0000
88	1,0329	-1,6655	0,0000	0,0000
89	1,0300	-3,5231	2,3400	-0,7419
90	1,0300	-5,3255	3,6800	0,9510
91	0,9897	-34,4523	-3,0550	-0,1940