

**Universidade Federal de Santa Catarina**

**Curso de Pós-Graduação em Física**

**ESPALHAMENTO DE NEUTRINOS E  
MODOS DE SPIN-FLIP NO NÚCLEO DE  $^{16}\text{O}$**

Dissertação submetida ao Curso de Pós-Graduação em Física

da Universidade Federal de Santa Catarina

para a obtenção do grau de

**MESTRE EM FÍSICA**

**Bárbara Funke Haas**

Florianópolis, dezembro de 1997.

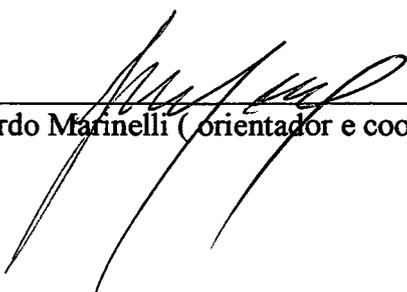
# O ESPALHAMENTO DE NEUTRINOS PELO NÚCLEO DE $^{16}\text{O}$ .

Bárbara Funke Haas

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de

## MESTRE EM FÍSICA

especialidade Física Nuclear e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação.



---

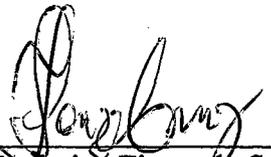
Prof. Dr. José Ricardo Marfinelli (orientador e coordenador da pós-graduação).

### Banca Examinadora:



---

Prof.a. Dra. Débora Peres de Menezes.



---

Prof. Dr. Frederico Firmo de Souza Cruz.



---

Prof.a. Dra. Marilena Matiko Watanabe de Moraes.

## SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	ii
AGRADECIMENTOS	iii
RESUMO	iv
ABSTRACT	v
INTRODUÇÃO	1
<b>CAPÍTULO 1: O ESPALHAMENTO DE NEUTRINOS PELO NÚCLEO</b>	5
<b>CAPÍTULO 2: O MODELO DE TAMM-DANCOFF E AS TRANSIÇÕES DO TIPO <math>0^+ \rightarrow J_f^-</math></b>	23
<b>CAPÍTULO 3: OS OPERADORES DENSIDADE DE CORRENTE NUCLEAR</b>	28
<b>CAPÍTULO 4: RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	32
<b>CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS</b>	51
APÊNDICE A: Notação usada na dissertação.	53
Apêndice B: Cálculo dos traços para densidades de corrente leptônicas e hadrônicas.	55
APÊNDICE C: Aproximação não-relativística para os operadores densidade de corrente hadrônica.	57
APÊNDICE D: Componentes de isospin das densidades de corrente e dos tensores multipolares.	60
<b>REFERÊNCIAS</b>	64

**Ao meu pai.**

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu querido marido Reinaldo, pelo apoio e pelo carinho.

Ao meu orientador Marinelli, pela confiança e pela paciência.

À minha querida mãe e irmãos, pelo carinho e apoio em todas as horas.

Aos meus familiares, em especial ao meu sogro e à minha sogra, pelo carinho.

Aos meus amigos de curso, especialmente à Andréa, ao Serginho e à Welchy pelo apoio e pela amizade.

Aos amigos Sô e Elvis, Lorena, Vivi, Paulik, Ana Paula e Rogério, Lúcia e Dário, César e Eli, pelo carinho e pelo apoio.

Ao CNPq, pelo suporte financeiro.

## RESUMO

Neste trabalho estudamos a dependência das chamadas configurações de spin-flip com os fatores de forma transversos axiais em excitações nucleares, que é obtida usando o espalhamento eletrofraco de neutrinos pelo núcleo de  $^{16}\text{O}$ . O mesmo corresponde a um núcleo de camada fechada e é descrito pelo modelo microscópico de Tamm-Dancoff na base do oscilador harmônico. A análise foi feita através da diferença entre as seções de choque ultra-relativísticas de neutrinos e antineutrinos calculadas para as transições nucleares em questão. Obtivemos ordens de grandeza coerentes para as seções de choque, e conseguimos determinar qualitativamente que o fator de forma axial magnético é o mais sensível para medir distribuições de spin nos modos de spin-flip.

## ABSTRACT

We study the dependence of the so called spin-flip configurations on the axial transverse form factor of the nucleus, using the electroweak scattering of neutrinos in  $^{16}\text{O}$ . This is a double closed shell nucleus, which we describe through the Tamm-Dancoff microscopic model in the harmonic oscillator basis. Our analysis is done looking at the ultra-relativistic limit, calculated for some selected nuclear transitions. As a result we obtain the expected order of magnitude for the cross sections and we are able to conclude that the magnetic axial form factor is very sensitive to the analysed spin-flip transitions.

# INTRODUÇÃO

O espalhamento de partículas tem sido uma das mais importantes técnicas para a obtenção de informações sobre a estrutura do alvo espalhador, tanto em Física Nuclear como em outras áreas. Na área de Física Nuclear, em particular, o espalhamento de léptons via interação eletromagnética foi responsável pela maior parte do conhecimento que obtivemos sobre a estrutura nuclear [1]. Entre outras investigações possíveis através dessa técnica, encontram-se: a determinação da distribuição de carga e de corrente dos prótons e nêutrons, a determinação da distribuição de carga e de corrente em núcleos complexos e a obtenção de evidências da estrutura de quarks. Além disso, a descoberta da interação fraca e a elaboração de uma teoria de unificação desta com a interação eletromagnética pelos físicos Weinberg (1967), Salam (1968) e Glashow (1961), trouxeram a possibilidade de enriquecimento da técnica de espalhamento, principalmente após a comprovação da existência dos bósons massivos  $W^\pm$  e  $Z^0$  e de uma família de férmions sem carga e sem massa (ou com massa muito próxima de zero) chamados de neutrinos [2]. O espalhamento de léptons via interação eletrofraca é mais rico do que o espalhamento puramente eletromagnético, uma vez que torna possível a obtenção de informações inacessíveis até então, graças aos chamados termos axiais das densidades de corrente eletrofraca, os quais geram os fatores de forma axiais [3]. Uma outra possibilidade no estudo de interação eletrofraca usando estruturas hadrônicas conhecidas é a de se testar as constantes previstas pelo Modelo Padrão [2]. Estes são apenas alguns dos fatores que nos motivaram a escolher o tema desta dissertação.

O objetivo específico deste trabalho é obter mais informações sobre a estrutura nuclear através do espalhamento eletrofraco. Em particular, procuramos determinar como os fatores de forma axiais se comportam nas excitações com isospin  $T = 1$  e qual é a sua sensibilidade às chamadas configurações de spin-flip e de não spin-flip. Uma configuração de spin-flip se dá quando ocorre uma transição de um estado com momento angular  $j = l \pm \frac{1}{2}$  para um outro com momento angular  $j' = l' \mp \frac{1}{2}$ , ou seja, o spin "up" se transforma em spin "down" ou vice-versa. Já nas configurações de não spin-flip, a transição ocorre de um estado com  $j = l \pm \frac{1}{2}$  para um outro com  $j' = l' \pm \frac{1}{2}$ , ou seja, não há mudança na orientação do spin. As excitações com  $T = 0$  não foram alvo deste trabalho, porque, de acordo com o Modelo Padrão, a seção de choque de espalhamento não depende dos fatores de forma axiais neste caso.

A princípio, buscamos atingir estes resultados de uma forma mais qualitativa do que quantitativa, já que ainda não existem dados experimentais para uma comparação efetiva no caso do  $^{16}\text{O}$ . Já existem alguns dados experimentais deste tipo para os núcleos de  $^1\text{H}$  e  $^{12}\text{C}$ , [4] [5] [6] e também já existem projetos para obtenção destes dados para o núcleo de  $^{16}\text{O}$  em laboratórios como LAMPF e KAON [7]. O núcleo de  $^{16}\text{O}$  foi escolhido por tratar-se de um núcleo de camada fechada, bem descrito pelo modelo de camadas. Outra razão para esta escolha é que o  $^{16}\text{O}$  é considerado um núcleo leve [8], o que facilita o seu estudo, já que estamos fazendo uma primeira investigação no que se refere a este tipo de objetivo específico. Além disso, o fato dele ser um núcleo leve nos permite adotar com maior confiabilidade a hipótese de invariância de isospin nos processos em que há a transformação de um próton em um nêutron ou vice-versa [8]. No

futuro, pretendemos estender este estudo para o núcleo de  $^{40}\text{Ca}$ , além de aprimorarmos as aproximações de forma a deixá-las mais realistas.

A dedução da equação da seção de choque de espalhamento foi obtida com base nas referências citadas ao longo deste trabalho. A parte inédita do mesmo consiste na escolha do núcleo em questão para este tipo de estudo específico, e da análise dos modos de spin-flip e de não spin-flip do núcleo através de diferenças entre as seções de choque de neutrinos e de antineutrinos, mostrando a sensibilidade dos fatores de forma axiais a estas configurações.

Para dar maior clareza ao relato do que consistiu o nosso trabalho, listamos a seguir as aproximações adotadas por nós. Estas aproximações foram adotadas segundo as referências citadas ao longo do presente trabalho, e de uma forma geral, resumem-se às seguintes:

1. A aproximação de que a interação eletrofraca pode ser vista como uma perturbação no sistema, o que nos leva a utilizar a teoria de perturbação em primeira ordem. Esta aproximação é justificada tanto para o núcleo quanto para o neutrino. Para o núcleo, porque a interação entre os nucleons é a interação forte, e a interação eletrofraca é pequena o suficiente para causar apenas uma leve perturbação nos nucleons. Já para o neutrino, basta lembrar que este tem massa zero, ou seja, velocidade igual à da luz, de forma que o tempo de interação deste com o núcleo é muito pequeno, justificando a aproximação citada.

2. O processo de interação eletrofraca é tratado dentro da aproximação de ordem mais baixa do chamado Modelo Padrão, também conhecido como Modelo W-S-GIM (Weinberg-Salam-Glashow);

3. A aproximação ultra-relativística é adotada para o lépton emergente (quando este possui massa de repouso), que corresponde a assumir que a massa de repouso do mesmo é bem menor do que as energias incidentes envolvidas, já que estas são da ordem de centenas de MeV;

4. O núcleo é descrito pelo modelo de Tamm-Dancoff, ou TDA, que descreve os estados excitados do núcleo como combinações do tipo partícula-buraco e o estado fundamental como determinantes de Slater das funções de onda de partícula-independente.

No capítulo 1 falaremos sobre o espalhamento de neutrinos por um núcleo, terminando por obter a equação da seção de choque de espalhamento. No capítulo 2 falaremos sobre o modelo de TDA para o núcleo. No capítulo 3 mostraremos a decomposição em isospin das densidades de corrente hadrônicas e finalmente, no capítulo 4, mostraremos os resultados obtidos no trabalho, com as devidas discussões sobre os mesmos.

# CAPÍTULO 1:

## O ESPALHAMENTO DE NEUTRINOS PELO NÚCLEO

Neste primeiro capítulo vamos mostrar como chegamos à equação da seção de choque de espalhamento de um neutrino<sup>1</sup> pelo núcleo. Vamos iniciar com a descrição física do sistema e da interação nas quais estamos interessados, escrevendo as reações possíveis e a hamiltoniana do sistema. A notação utilizada neste trabalho é dada no apêndice "A" do mesmo. Como é usual, adotamos  $\hbar = c = 1$ .

Sabemos que o espalhamento de neutrinos por núcleos acontece via interação eletrofraca, através da troca de um bóson  $W^+$  ou  $W^-$  nos casos em que há troca de carga, ou através da troca de um bóson  $Z^0$ , naqueles em que não há troca de carga [2] [7]. Em particular, estamos interessados nas seguintes reações :

$$\bar{\nu} + \frac{A}{Z} X \rightarrow \frac{A}{Z-1} X + e^+ \text{ (troca de um bóson } W\text{)};$$

$$\nu + \frac{A}{Z} X \rightarrow \frac{A}{Z+1} X + e^- \text{ (troca de um bóson } W\text{)};$$

$$\nu, \bar{\nu} + \frac{A}{Z} X \rightarrow \frac{A}{Z} X + \nu, \bar{\nu} \text{ (troca um bóson } Z^0\text{)};$$

onde  $\nu$  significa neutrino,  $\bar{\nu}$  antineutrino,  $A$  é o número de massa e  $Z$  é o número atômico de um elemento  $X$ . As duas primeiras são processos com troca de carga, uma vez que

---

<sup>1</sup>Nesta primeira parte do trabalho, quando falarmos em neutrinos, estaremos nos referindo tanto ao neutrino quanto à sua antipartícula. A distinção entre os dois será feita no momento oportuno.

tanto o núcleo quanto o lépton se transformam durante processo. A última representa um processo sem troca de carga, chamado de processo com corrente neutra.

Os neutrinos são férmions de spin 1/2, com carga zero e massa zero ( ou muito próxima de zero ), o que nos leva a dar um tratamento relativístico para o problema [9] . Por outro lado, os bósons da interação fraca possuem spin 1 e massas de repouso da ordem de dezenas de GeV [2] . A analogia entre o espalhamento de neutrinos e o espalhamento de elétrons é bastante significativa ( léptons interagindo com o núcleo através da troca de fótons, que também são bósons, apesar de não massivos). Tanto isso é verdade, que metade dos elementos de matriz encontrados para o espalhamento de neutrinos pelo núcleo, mais especificamente aqueles vindos da parte vetorial da corrente fraca, são idênticos àqueles encontrados no espalhamento de elétrons, o que é garantido pela hipótese de CVC ( corrente vetorial conservada, ou conserved- vector-current ), explicitada mais adiante [1] .

A hamiltoniana do sistema lépton + núcleo, de uma forma geral, pode ser escrita como:

$$H = H_{\nu, \bar{\nu}} + H_{nuc} + H_{int}. \quad (1.1)$$

O primeiro termo representa a hamiltoniana livre, descrevendo o neutrino como uma partícula livre, o segundo termo representa a hamiltoniana para o núcleo e o terceiro termo representa a interação entre o neutrino e o núcleo. Esta última, por ser eletrofraca, pode ser considerada como uma perturbação, para a qual utilizaremos a teoria de perturbação em primeira ordem [9] .

Pode-se mostrar, a partir da "regra de ouro de Fermi" obtida através da teoria de perturbação, que a seção de choque de espalhamento diferencial pode ser escrita na forma [2] [9] :

$$\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}\right)_{\nu,\bar{\nu}} = \frac{V_i V_f p_f^2}{(2\pi)^3} \sum_{s_i, s_f} \frac{1}{(2J_i + 1)} \sum_{M_i, M_f} |T_{fi}|^2, \quad (1.2)$$

onde

$$T_{fi} = \int d^4x \langle f | H_{int} | i \rangle. \quad (1.3)$$

Na expressão acima,  $\sigma$  representa a seção de choque total,  $\Omega$  o ângulo sólido,  $s_{i(f)}$  o spin inicial (final) dos léptons incidente (emergente),  $J_{i(f)}$  o momento angular total inicial (final) do núcleo,  $M_{i(f)}$  a projeção do momento angular total inicial (final) do núcleo,  $T_{fi}$  é a amplitude de espalhamento do sistema de um estado inicial  $| i \rangle$  para um estado final  $| f \rangle$  (ambos escritos no espaço dos momentos transferidos),  $V_{i(f)}$  é o volume de normalização do estado inicial (final) e  $p_f$  é o momento do lépton emergente.

A hamiltoniana de interação pode ser escrita como [2] :

$$H_{int} = -ig^2 \hat{j}_\mu(x_\mu) \frac{-g^{\mu\nu} + q^\mu q^\nu / M_B^2}{q^2 - M_B^2} \hat{J}_\nu(x_\mu), \quad (1.4)$$

onde:

$\hat{j}_\mu(x_\mu)$  é a densidade de corrente leptônica;

$\frac{-g^{\mu\nu} + q^\mu q^\nu / M_B^2}{q^2 - M_B^2}$  é o propagador do bóson fraco com massa  $M_B$ ;

$\hat{J}_\nu(x_\mu)$  é a densidade de corrente hadrônica;

$x_\mu = (x_0, \vec{x})$ ,  $x_0 = t$ , é o quadrivetor posição;

$q_\mu = (q_0, \vec{q})$  é o quadrimomento transferido e  $q^2 = q_\mu q^\mu$ ;

$g_{\mu\nu}$  é o tensor métrico ( ver apêndice A ) e  $g$  é uma constante de acoplamento fraco, definida mais adiante dentro dos moldes do Modelo Padrão.

Substituindo (1.4) em (1.3), temos:

$$T_{fi} = \langle f | -ig^2 \int d^4x j_\mu(x_\mu) \frac{-g^{\mu\nu} + q^\mu q^\nu / M_B^2}{q^2 - M_B^2} J_\nu(x_\mu) | i \rangle. \quad (1.5)$$

Em particular, estamos interessados em processos nos quais  $\hbar c q$  seja da ordem de centenas de MeV ( $q = |\vec{q}|$ ,  $c =$  velocidade da luz e  $\hbar = h/2\pi$ , onde  $h$  é a constante de Planck). Como  $M_B$  é aproximadamente 80 GeV para os bósons  $W^\pm$  e 93 GeV para o bóson  $Z^0$  [2], temos que  $q_\mu^2 \ll M_B^2$ . Com essa aproximação, o propagador bosônico pode ser escrito como  $\frac{g^{\mu\nu}}{M_B^2}$ . Usando a propriedade  $g^{\mu\nu} J_\nu = J^\mu$ , temos que a amplitude de espalhamento (1.5) pode ser escrita como:

$$T_{fi} \cong \langle f | \frac{-ig^2}{M_B^2} \int d^4x j_\mu(x_\mu) J^\mu(x_\mu) | i \rangle, \quad (1.6)$$

A amplitude de espalhamento acima depende do tipo de processo. Nos processos eletrofracos com troca de carga, a massa  $M_B$  será a massa dos bósons  $W^\pm$ ,  $M_W$ , e as densidades de corrente serão aquelas com troca de carga. A forma para a densidade de corrente leptônica, neste caso, precisa refletir o fato experimental de que apenas léptons "left-handed" são espalhados, ou seja, a paridade é violada em 100% dos casos. A forma para densidade de corrente que consegue efetuar matematicamente esta seleção é dada pela chamada forma  $V - A$  ("vector-axial vector") da corrente fraca:

$$I_\mu(x_\mu) = \bar{\Psi}_{\alpha'}(x_\mu) \gamma_\mu \frac{1}{2} (c_V + c_A \gamma_5) \Psi_\alpha(x_\mu), \quad (1.7)$$

sendo que  $\gamma_\mu = (\beta, \beta \vec{\gamma})$  são as matrizes gama (ver apêndice A ) relacionadas com as matrizes de spin de Pauli ( $\vec{\sigma}$ ),  $\Psi_a$  e  $\bar{\Psi}_{a'} = \Psi_a^\dagger \gamma_0$  referem-se às funções de onda das partículas em questão, e  $c_V$  e  $c_A$  são constantes da interação fraca que dependem do isospin das partículas em questão [7].

A equação (1.7) é chamada de forma  $V - A$  ( vector - axial vector ) da corrente fraca porque pode ser separada em uma parte vetorial ( envolvendo apenas  $\gamma_\mu$  ) e em outra axial ( envolvendo o produto  $\gamma_\mu \gamma_5$  ) [9]. O projetor  $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$  ( ou seja,  $c_V = 1, c_A = -1$  ) seleciona apenas as componentes "left-handed" da função de onda leptônica.

Já nos processos eletrofracos neutros , a massa  $M_B$  é a massa do bóson  $Z^0, M_Z$ . Neste caso, observou-se que há uma pequena probabilidade de existirem componentes "right-handed", ou seja, a paridade é conservada em uma pequena parcela dos casos. Acreditava-se, porém, que além das componentes das densidades de corrente com troca de carga, chamadas de  $j_\mu^+$  e  $j_\mu^-$ , houvesse uma terceira componente de corrente fraca,  $j_\mu^3$ , que pudesse ser identificada com a corrente neutra, de forma que estas formassem um grupo com simetria  $SU(2)_L$ . O fato de que os processos eletrofracos neutros observados experimentalmente não violam a paridade em 100% dos casos impede que isso seja verdade. A descrição da densidade de corrente neutra  $j_\mu^{NC}$  como uma mistura entre  $j_\mu^3$  (que viola a paridade) e a corrente eletromagnética  $j_\mu^{EM}$  ( que conserva a paridade ), foi feita, unificando desta forma a interação eletromagnética e a interação fraca. Tal unificação aconteceu com a introdução do Modelo Padrão Para Interação Eletrofraca, o qual introduziu o chamado ângulo de Weinberg  $\theta_W$ , um

parâmetro mensurável experimentalmente [2] . A relação entre as constantes de acoplamento fraco  $g$  e de acoplamento eletromagnético  $e$  foi colocada em função do ângulo de Weinberg, sendo que estas podem ainda ser relacionadas com a constante de Fermi  $G$  da seguinte forma [2] :

$$\frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{g^2}{8M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = \frac{G}{\sqrt{2}}. \quad (1.8)$$

Em termos do ângulo de Weinberg , a relação entre  $j_\mu^3$  e  $j_\mu^{EM}$  é escrita como:

$$j_\mu^{NC} = j_\mu^3 - \text{sen}^2 \theta_W j_\mu^{EM}, \quad (1.9)$$

onde  $NC$  significa corrente neutra e  $EM$  significa eletromagnética.

Para o caso do neutrino, em particular, o termo correspondente à corrente eletromagnética é igual a zero ( já que a carga do neutrino é igual a zero ), e assim (1.9) é simplesmente:

$$j_\mu^{NC} = j_\mu^3, \quad (1.10)$$

o que concorda com o fato de neutrino violar a paridade em 100% dos casos.

Para a densidade de corrente hadrônica, a relação é análoga à (1.9):

$$J_\mu^{NC} = J_\mu^3 - \text{sen}^2 \theta_W J_\mu^{em}. \quad (1.11)$$

Assim, adotando a forma  $V - A$  para as densidades de corrente eletrofracas, e usando o Modelo Padrão para diferenciarmos a equação (1.6) de acordo com cada processo, segundo discussão acima, chegamos às seguintes amplitudes de espalhamento de neutrinos por um núcleo:

$$T_{fi} = \langle f | -i \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^4x j_\mu^{NC} J_{NC}^\mu | i \rangle \quad (1.12)$$

nos processos eletrofracos neutros ( $NC$ ) e

$$T_{fi} = \langle f | -iG \int d^4x j_\mu^{CC} J_{CC}^\mu | i \rangle \quad (1.13)$$

nos processos com troca de carga ( $CC$ ), sendo que:

$$j_\mu^{NC}(x_\mu) = \bar{\Psi}_{\nu_l, \bar{\nu}_l}(x_\mu) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \Psi_{\nu_l, \bar{\nu}_l}(x_\mu) \quad (1.14)$$

$$j_\mu^{CC}(x_\mu) = \bar{\Psi}_{l, i}(x_\mu) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \Psi_{\nu_l, \bar{\nu}_l}(x_\mu) \quad (1.15)$$

onde:  $\Psi_a(x_\mu)$  é a função de onda do lépton que será definida mais adiante e  $l$  pode ser ou um elétron ou um múon e as densidades de corrente hadrônicas serão discutidas no capítulo 3, para o caso específico aqui estudado.

As funções de onda dos léptons e dos neutrinos em (1.14) e em (1.15) podem ser aproximadas por ondas plana usando a teoria de perturbação em primeira ordem. Neste caso, a solução da Equação de Dirac para energia positiva será escrita como [2] :

$$\Psi = u(\vec{p}) \exp(-ip_\mu x^\mu), \quad (1.16)$$

onde  $u(\vec{p})$  é o spinor de Dirac de duas componentes

$$u(\vec{p}) = N \begin{pmatrix} \chi^{(s)} \\ \phi^{(s)} \end{pmatrix}, \quad (1.17)$$

sendo:

$$\begin{aligned} \phi^{(s)} &= \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E + m} \chi^{(s)}; \\ \chi^{(1)} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \chi^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

$p_\mu$  o quadrimomento do neutrino incidente,  $s = 1, 2$  refere-se aos spins "up" e "down", respectivamente,  $\vec{\sigma}$  são as matrizes de spin de Pauli,  $m$  é a massa do lépton,  $E$  é a energia incidente e  $N = \frac{1}{\sqrt{V}} = \sqrt{2E}$  é uma constante de normalização, definida desta forma segundo discussão em [2]. Para  $m \simeq 0$  (ou no chamado limite ultra-relativístico  $\frac{m}{E} \simeq 0$ ),  $E = |\vec{p}|$  e temos então que  $\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}$ , sendo que  $\frac{1}{2} \vec{\sigma} \cdot \hat{p}$  nada mais é do que o operador helicidade, cujos autovalores são  $\lambda = \frac{1}{2}$  para helicidade positiva ("right-handed") e  $\lambda = -\frac{1}{2}$  para helicidade negativa ("left-handed"). No limite ultra-relativístico, o operador helicidade e os projetores  $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$  estão relacionados, uma vez que eles selecionam as componentes left-handed das funções de onda dos léptons (particularmente no caso do neutrino, só existe a componente left-handed)[2].

Substituindo (1.16) em (1.14) e (1.15), temos, de uma forma geral para os dois tipos de processos:

$$j_\mu(x_\mu) = \bar{u}_{l, \nu_l}(\vec{p}) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_{\nu_l, \nu_l}(\vec{p}) \exp[-iq_\mu x^\mu], \quad (1.18)$$

onde  $q_\mu = p_\mu - p'_\mu$ , sendo  $p_\mu$  referente ao momento do neutrino e  $p'_\mu$  referente ao momento do lépton  $l$  ou do neutrino  $\nu_l$  emergentes.

A densidade de corrente hadrônica deve ser escrita de forma a descrever estados nucleares estacionários. Assim, esta pode ser escrita genericamente como:

$$J_\nu(x_\mu) = J_\nu(\vec{x}) \exp(iwx_0), \quad (1.19)$$

onde  $w = q_0$  é a energia de excitação do núcleo e  $J_\nu(\vec{x})$  é a parte da densidade de corrente hadrônica que depende apenas das componetes espaciais de  $x_\mu$ .

Ao substituírmos (1.18) e (1.19) em (1.12) ou (1.13) para corrente neutra ou com troca de carga, respectivamente, vemos que a integral resultante é proporcional à transformada de Fourier da densidade de corrente hadrônica  $J_\mu(\vec{x})$  para o espaço dos momentos transferidos:

$$\begin{aligned}
T_{fi}(q) &= -i\frac{4G}{\sqrt{2}}\bar{u}_f(\vec{p})\gamma_\mu\frac{1}{2}(1-\gamma_5)u_i(\vec{p}) \\
&\quad \times \frac{1}{2} \int J_{fi}^\mu(\vec{x}) \exp(iw x_0) \exp[-iq_0 x_0] \exp[-i\vec{q} \cdot \vec{x}] d^4x \\
T_{fi}(q) &= -i\frac{G}{\sqrt{2}}\bar{u}_f(\vec{p})\gamma_\mu\frac{1}{2}(1-\gamma_5)u_i(\vec{p})2\pi\delta(q_0-w) \\
&\quad \times \int J_{fi}^\mu(\vec{x}) \exp[-i\vec{q} \cdot \vec{x}] d^3x,
\end{aligned} \tag{1.20}$$

com a delta representando a conservação de energia, ou seja,  $q_0 = w$ . A transformada de Fourier de uma função  $F^\mu$  qualquer é dada por:

$$F^\mu(\vec{q}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int F^\mu(\vec{x}) \exp[-i\vec{q} \cdot \vec{x}] d^3x \tag{1.21}$$

Podemos reescrever (1.20) de forma que esta seja dividida em uma parte leptônica e outra hadrônica:

$$T_{fi}(q) = \sqrt{2\pi} \frac{-iG}{\sqrt{2}} l_\mu(p) J_{fi}^\mu(q), \tag{1.22}$$

onde  $l_\mu(p) = \bar{u}_l(\vec{p})\gamma_\mu(1-\gamma_5)u_\nu(\vec{p})$  é a parte leptônica e

$$J_{fi}^\mu(\vec{q}) = \int J_{fi}^\mu(\vec{x}) \exp[-i\vec{q} \cdot \vec{x}] d^3x \tag{1.23}$$

é a parte hadrônica.

O sistema de referência conveniente para o cálculo de  $T_{fi}$  é aquele em que o momento transferido se encontra na direção do eixo  $z$ , conforme é usual neste tipo de

cálculo [2] [9] . Assim, podemos escrever as coordenadas espaciais de  $J_\mu(\vec{q})$  nesse sistema de coordenadas:

$$\vec{J}(\vec{q}) = J_+ \hat{e}_+ + J_- \hat{e}_- + J_3 \hat{e}_3,$$

onde

$$\hat{e}_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_1 + i\hat{e}_2); \hat{e}_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_1 - i\hat{e}_2); \hat{e}_3 = \frac{\vec{q}}{q}$$

são versores que obedecem à propriedade:

$$\hat{e}_\tau \hat{e}_{\tau'} = \delta_{\tau\tau'}; \tau, \tau' = +, -, 3. \quad (1.24)$$

Como a seção de choque de espalhamento diferencial depende do quadrado de  $T_{fi}$

precisamos calcular:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(2J_i + 1)} \sum_{s_i, s_f} \sum_{M_i, M_f} |T_{fi}|^2 \\ = & \frac{\pi G^2}{(2J_i + 1)} \sum_{s_i, s_f} \sum_{M_i, M_f} |(l_0 J_0 - \vec{l} \cdot \vec{J})_{fi}|^2 \\ = & \frac{\pi G^2}{(2J_i + 1)} \sum_{s_i, s_f} \sum_{M_i, M_f} |(l_0 J_0 - l_+^* J_+ - l_-^* J_- - l_3^* J_3)_{fi}|^2, \end{aligned} \quad (1.25)$$

sendo:

$$\begin{aligned} l_+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(l_1 + il_2); \\ l_- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(l_1 - il_2). \end{aligned}$$

Efetuada o quadrado de  $T_{fi}$ , nos deparamos com dois tipos de somatórias, as quais podemos calcular separadamente:

$$\sum_{s_i, s_f} l_\tau l_{\tau'}^*, \quad (1.26)$$

envolvendo apenas a parte leptônica e

$$\frac{1}{(2j_i + 1)} \sum_{M_i, M_f} J_\tau J_{\tau'}^*, \quad (1.27)$$

envolvendo apenas a parte hadrônica .

Para determinar os termos do tipo (1.26) e (1.27), lembremos que os estados final e inicial do núcleo têm momentos angulares e suas respectivas projeções bem definidos (por enquanto vamos omitir os demais números quânticos usados para descrever os estados nucleares):

$$J_\mu^{fi}(\vec{x}) = \langle J_f M_f | \hat{J}_\mu(\vec{x}) | J_i M_i \rangle. \quad (1.28)$$

Aplicando o teorema de Wigner-Eckart (T.W.E.) na equação acima, temos:

$$\langle J_f M_f | \hat{J}_\mu(\vec{x}) | J_i M_i \rangle = (-)^{J_f - M_f} \begin{pmatrix} J_f & J & J_i \\ -M_f & M & M_i \end{pmatrix} \langle J_f || \hat{J}_\mu(\vec{x}) || J_i \rangle. \quad (1.29)$$

Escrevendo as componentes temporal e espaciais do operador  $\hat{J}_\mu(\vec{q})$

$$\hat{J}_0(\vec{q}) = \int \hat{J}_0(\vec{x}) \exp[-i\vec{q} \cdot \vec{x}] d^3x, \quad (1.30)$$

$$\hat{J}_\tau(\vec{q}) = \hat{J}(\vec{q}) \hat{e}_\tau = \int \hat{e}_\tau \hat{J}(\vec{x}) \exp[-i\vec{q} \cdot \vec{x}] d^3x \quad (1.31)$$

para  $\tau = 3, +, -$ , e usando as expansões convenientes [9] :

$$\exp(-i\vec{q} \cdot \vec{x}) \equiv \sum_{J \geq 0} [4\pi(2J+1)]^{\frac{1}{2}} (-i)^J j_J(qx) Y_{J0}(\Omega_x), \quad (1.32)$$

$$\hat{e}_3 \exp(-i\vec{q} \cdot \vec{x}) \equiv \frac{i}{q} \sum_{J \geq 0} [4\pi(2J+1)]^{\frac{1}{2}} (-i)^J \nabla j_J(qx) Y_{J0}(\Omega_x), \quad (1.33)$$

$$\begin{aligned} \hat{e}_\pm \exp(-i\vec{q} \cdot \vec{x}) \equiv & - \sum_{j \geq 1} (-)^J [2\pi(2J+1)]^{\frac{1}{2}} \left\{ \pm j_J(qx) \vec{Y}_{JJ1}^\pm(\Omega_x) \right. \\ & \left. + \frac{1}{q} \vec{\nabla} \times [j_J(qx) \vec{Y}_{JJ1}^\pm(\Omega_x)] \cdot \hat{J}(\vec{x}) \right\}, \end{aligned} \quad (1.34)$$

podemos reescrever as componentes da densidade de corrente hadrônica na forma:

$$\hat{J}_0(\vec{q}) = \int d^3x \hat{J}_0(\vec{x}) \sum_{J \geq 0} [4\pi(2J+1)]^{\frac{1}{2}} (-i)^J j_J(q\vec{x}) Y_{J0}(\Omega_x), \quad (1.35)$$

$$\begin{aligned} \hat{J}_3(\vec{q}) &= \vec{\hat{J}}(\vec{q}) \cdot \hat{e}_3 = \frac{1}{q} \sum_{J \geq 0} [4\pi(2J+1)]^{\frac{1}{2}} (i)^{J+1} \\ &\times \int d^3x \left\{ \nabla j_J(q\vec{x}) Y_{J0}(\Omega_x) \cdot \vec{\hat{J}}(\vec{x}) \right\} \quad \mathbf{e} \end{aligned} \quad (1.36)$$

$$\begin{aligned} \hat{J}_\pm(\vec{q}) &= \vec{\hat{J}}(\vec{q}) \cdot \hat{e}_\pm = - \sum_{j \geq 1} (-)^j [2\pi(2J+1)]^{\frac{1}{2}} \int d^3x \left\{ \pm j_J(q\vec{x}) \vec{Y}_{JJ1}^\pm(\Omega_x) \right. \\ &\left. + \frac{1}{q} \vec{\nabla} \times [j_J(q\vec{x}) \vec{Y}_{JJ1}^\pm(\Omega_x)] \cdot \vec{\hat{J}}(\vec{x}) \right\}, \end{aligned} \quad (1.37)$$

sendo

$$\vec{Y}_{JJM_J}^\tau(\Omega_x) = \sum_{m,m'} (Jm1m' | JM_J) Y_{Jm}^\tau \hat{e}_{m'} \quad (1.38)$$

o harmônico esférico vetorial,  $Y_{JM_J}$  é o harmônico esférico usual e  $j_J(q\vec{x})$  é a função de Bessel esférica.

Com base na expansão multipolar feita para o espalhamento de elétrons [1], vamos definir os seguintes tensores multipolares em função dos operadores de densidade de corrente hadrônica, responsáveis pela transição do núcleo de um estado para outro:

Tensor Coulombiano ( C ):

$$\hat{\Gamma}^{C, JM_J}(q) \equiv \int d^3x [j_J(q\vec{x}) Y_{JM_J}(\Omega_x)] \hat{J}_0(\vec{x}), \quad (1.39)$$

que depende apenas do operador densidade de carga;

Tensor Longitudinal ( L ):

$$\hat{\Gamma}^{L, JM_J}(\vec{q}) \equiv \frac{i}{q} \int d^3x [\vec{\nabla} (j_J(q\vec{x}) Y_{JM_J}(\Omega_x))] \cdot \vec{\hat{J}}(\vec{x}), \quad (1.40)$$

que envolve apenas as componentes da corrente na direção do momento transferido;

Tensor Transverso Elétrico( E ):

$$\widehat{\Gamma}^{E, JM_J}(q) \equiv \frac{1}{q} \int d^3x [\vec{\nabla} \times (j_J(q \vec{x}) \vec{Y}_{JJ_1}^{M_J}(\Omega_x))] \cdot \widehat{J}(\vec{x}), \quad (1.41)$$

Tensor Transverso Magnético( M ):

$$\widehat{\Gamma}^{M, JM_J}(q) \equiv \int d^3x [(j_J(q \vec{x}) \vec{Y}_{JJ_1}^{M_J}(\Omega_x))] \cdot \widehat{J}(\vec{x}), \quad (1.42)$$

sendo que estes dois últimos envolvem apenas as componentes da corrente perpendiculares ao momento transferido.

Assim, substituindo (1.39-1.42) em (1.35-1.37), temos:

$$\widehat{J}_0(q) = \sum_{J \geq 0}^{\infty} [4\pi(2J+1)]^{\frac{1}{2}} (-i)^J \widehat{\Gamma}^{C, J_0}(q), \quad (1.43)$$

$$\widehat{J}_3(q) = \sum_{J \geq 0}^{\infty} [4\pi(2J+1)]^{\frac{1}{2}} (-i)^J \widehat{\Gamma}^{L, J_0}(q), \quad (1.44)$$

$$\widehat{J}_{\pm}(q) = \sum_{j \geq 1}^{\infty} (-)^{J+1} [2\pi(2J+1)]^{\frac{1}{2}} \times [\pm \widehat{\Gamma}^{M, J_0}(q) + \widehat{\Gamma}^{E, J_0}(q)]. \quad (1.45)$$

Após fazer essas expansões, aplicar o T.W.E e usar as propriedades dadas em (1.24), é possível ainda mostrar que (ver apêndice B):

$$\begin{aligned} \frac{1}{(2J_i+1)} \sum_{M_i, M_f} J_{\pm} J_0^* &= \frac{1}{(2J_i+1)} \sum_{M_i, M_f} J_{\pm} J_{\mp}^* \\ &= \frac{1}{(2J_i+1)} \sum_{M_i, M_f} J_{\pm} J_3^* = 0. \end{aligned} \quad (1.46)$$

Assim a expressão (1.25) fica reduzida à:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{(2J_i+1)} \sum_{M_i, M_f} |T_{fi}|^2 \\ &= \pi G^2 \left\{ \sum_{s_i, s_f} l_0 l_0^* \frac{1}{(2J_i+1)} \sum_{M_i, M_f} J_0 J_0^* - \sum_{s_i, s_f} l_0 l_0^* \frac{1}{(2J_i+1)} \sum_{M_i, M_f} J_0 J_3^* \right. \\ &\quad - \sum_{s_i, s_f} l_0 l_0^* \frac{1}{(2J_i+1)} \sum_{M_i, M_f} J_3 J_0^* + \sum_{s_i, s_f} l_3 l_3^* \frac{1}{(2J_i+1)} \sum_{M_i, M_f} J_3 J_3^* \\ &\quad \left. + \sum_{s_i, s_f} l_+ l_+^* \frac{1}{(2J_i+1)} \sum_{M_i, M_f} J_+ J_+^* + \sum_{s_i, s_f} l_- l_-^* \frac{1}{(2J_i+1)} \sum_{M_i, M_f} J_- J_-^* \right\}. \end{aligned} \quad (1.47)$$

Os termos do tipo (1.27) que são diferentes de zero podem ser escritos em função dos tensores multipolares definidos anteriormente (ver apêndice B):

$$\frac{1}{(2J_i + 1)} \sum_{M_i, M_f} J_0 J_0^* = \frac{4\pi}{2J_i + 1} \sum_J \left| \langle J_f \| \hat{\Gamma}^{CJ} \| J_i \rangle \right|^2, \quad (1.48)$$

$$\frac{1}{(2J_i + 1)} \sum_{M_i, M_f} (J_0 J_3^* + J_3 J_0^*) = \frac{4\pi}{2J_i + 1} \sum_J 2 \operatorname{Re} \langle J_f \| \hat{\Gamma}^{CJ} \| J_i \rangle \langle J_f \| \hat{\Gamma}^{LJ} \| J_i \rangle^*, \quad (1.49)$$

$$\frac{1}{(2J_i + 1)} \sum_{M_i, M_f} J_+ J_+^* = \frac{4\pi}{2J_i + 1} \sum_J \left| \langle J_f \| \hat{\Gamma}^{MJ}(q) + \hat{\Gamma}^{EJ} \| J_i \rangle \right|^2 e \quad (1.50)$$

$$\frac{1}{(2J_i + 1)} \sum_{M_i, M_f} J_- J_-^* = \frac{4\pi}{2J_i + 1} \sum_J \left| \langle J_f \| -\hat{\Gamma}^{MJ}(q) + \hat{\Gamma}^{EJ} \| J_i \rangle \right|^2. \quad (1.51)$$

Após alguma álgebra e aplicando o limite ultra-relativístico (ERL) para os termos do tipo (1.26) ( ver apêndice B ), obtivemos os seguintes resultados:

$$\sum_{s_i, s_f} l_0 l_0^* = 8E_i E_f \left( 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right); \quad (1.52)$$

$$\sum_{s_i, s_f} l_3 l_3^* = 8E_i E_f \left( \frac{q_0}{q} \right)^2 \left( 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right); \quad (1.53)$$

$$\sum_{s_i, s_f} l_3 l_0^* = \sum_{s, s'} l_0 l_3^* = 8E_i E_f \frac{q_0}{q} \left( 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right); \quad (1.54)$$

$$\sum_{s_i, s_f} i(l_+ l_+^* + l_- l_-^*) = \sum_{s_i, s_f} l_{1+}^2 l_{2-}^2 = 8E_i E_f \left( 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \left( \frac{q_\mu^2}{2q^2} + \tan^2 \frac{\theta}{2} \right); \quad (1.55)$$

$$\begin{aligned} \sum_{s_i, s_f} i(l_+ l_+^* - l_- l_-^*) &= \sum_{s_i, s_f} i(l_2 l_1 - l_1 l_2) \\ &= \pm 8E_i E_f \left( 2 \tan \frac{\theta}{2} \right) \left( \frac{q_\mu^2}{q^2} + \tan^2 \frac{\theta}{2} \right)^{\frac{1}{2}} q \cos^2 \frac{\theta}{2}; \end{aligned} \quad (1.56)$$

onde o sinal + refere-se ao antineutrino e o sinal – ao neutrino na equação (1.56), sendo este o único termo em que há diferença para cada uma das partículas devido à diferença de helicidade entre ambas, como havíamos dito no início deste capítulo, e  $E_{i(f)}$  representa a energia incidente (emergente) do lépton.

Assim, substituindo os resultados encontrados na equação (1.47) e esta, por sua vez, na equação (1.2), encontramos as equações para a seção de choque de espalhamento diferencial para os processos com troca de carga e de corrente neutra, no *ERL*:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}\right)_{\nu,\bar{\nu}}^{NC} &= \left[ \frac{G^2 V_i V_f E_f^2}{2 (2\pi)^3 (2J_i + 1)} \sum_{s_i, s_f} \sum_{M_i, M_f} |T_{fi}|^2 \right]^{NC} \\
\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}\right)_{\nu,\bar{\nu}}^{NC} &= \frac{G^2}{(2\pi)^2} \frac{4\pi}{2J_i + 1} E_f^2 \left( \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \\
&\times \left\{ \sum_J |\langle J_f \| \hat{\Gamma}^{CJ} \| J_i \rangle|^2 + \left( \frac{q_0}{q} \right)^2 \sum_J |\langle J_f \| \hat{\Gamma}^{LJ} \| J_i \rangle|^2 \right. \\
&- \left( \frac{q_0}{q} \right) \sum_J 2 \operatorname{Re} \langle J_f \| \hat{\Gamma}^{CJ} \| J_i \rangle \langle J_f \| \hat{\Gamma}^{LJ} \| J_i \rangle^* \\
&+ \left( \frac{q_\mu^2}{2q^2} + \tan^2 \frac{\theta}{2} \right) \sum_J \left[ |\langle J_f \| \hat{\Gamma}^{MJ} \| J_i \rangle|^2 + |\langle J_f \| \hat{\Gamma}^{EJ} \| J_i \rangle|^2 \right] \\
&\left. \pm 2 \tan \frac{\theta}{2} \left( \frac{q_\mu^2}{q^2} + \tan^2 \frac{\theta}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_J \operatorname{Re} \langle J_f \| \hat{\Gamma}^{MJ} \| J_i \rangle \langle J_f \| \hat{\Gamma}^{EJ} \| J_i \rangle^* \right\};
\end{aligned} \tag{1.57}$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}\right)_{\nu,\bar{\nu}}^{CC} &= \left[ G^2 \frac{V_i V_f E_f^2}{(2\pi)^3 (2J_i + 1)} \sum_{s_i, s_f} \sum_{M_i, M_f} |T_{fi}|^2 \right]^{CC} \\
\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}\right)_{\nu,\bar{\nu}}^{CC} &= \frac{G^2}{2\pi^2} \frac{4\pi}{2J_i + 1} E_f^2 \left( \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \\
&\times \left\{ \sum_J |\langle J_f \| \hat{\Gamma}^{CJ} \| J_i \rangle|^2 + \left( \frac{q_0}{q} \right)^2 \sum_J |\langle J_f \| \hat{\Gamma}^{LJ} \| J_i \rangle|^2 \right. \\
&- \left( \frac{q_0}{q} \right) \sum_J 2 \operatorname{Re} \langle J_f \| \hat{\Gamma}^{CJ} \| J_i \rangle \langle J_f \| \hat{\Gamma}^{LJ} \| J_i \rangle^* \\
&+ \left( \frac{q_\mu^2}{2q^2} + \tan^2 \frac{\theta}{2} \right) \sum_J \left[ |\langle J_f \| \hat{\Gamma}^{MJ} \| J_i \rangle|^2 + |\langle J_f \| \hat{\Gamma}^{EJ} \| J_i \rangle|^2 \right] \\
&\left. \pm 2 \tan \frac{\theta}{2} \left( \frac{q_\mu^2}{q^2} + \tan^2 \frac{\theta}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_J \operatorname{Re} \langle J_f \| \hat{\Gamma}^{MJ} \| J_i \rangle \langle J_f \| \hat{\Gamma}^{EJ} \| J_i \rangle^* \right\},
\end{aligned} \tag{1.58}$$

sendo que fizemos as substituições:  $V_i = \frac{1}{2E_i}$ ;  $V_f = \frac{1}{2E_f}$  e lembramos novamente que o sinal + no último termo é referente ao antineutrino enquanto que o sinal -, ao

neutrino. Cada um dos elementos de matriz reduzidos é definido como um fator de forma multipolar nomeado de acordo com o operador em questão, o que pode ser escrito de uma forma geral como:

$$F^{\lambda J}(q) = \langle J_f || \hat{\Gamma}^{\lambda J} || J_i \rangle \quad (1.59)$$

para  $\lambda = C, L, E, M$ .

Vamos dividir agora a corrente hadrônica nas suas partes vetorial (V) e axial (A). Além disso, vamos introduzir os índices de isospin e de sua respectiva projeção. Vale lembrar que o isospin é um bom número quântico para descrever o núcleo, o que ocorre pelo fato de estarmos desprezando a interação coulombiana entre os nucleons e também pelo fato da interação forte praticamente não depender do isospin [10]. Assim, usando as constantes do Modelo Padrão de Weinberg-Salam-Glashow dadas na Tabela I, podemos reescrever os operadores de corrente hadrônica como a soma [2]:

$$\hat{J}_{TM_T}^{\lambda} = \beta_{TM_T}^V \hat{J}_{TM_T}^{\lambda} + \beta_{TM_T}^A \hat{J}_{TM_T}^{\lambda 5},$$

onde o índice 5 vem da matriz  $\gamma_5$  e significa parte axial.

$\beta_{TM_T}^{V,A}$	NC	CC
$\beta_{00}^V$	-0.46	0
$\beta_{10}^V$	+0.54	1
$\beta_{00}^A$	0	0
$\beta_{10}^A$	1	1
$\beta_{1\pm 1}^V$	1	1
$\beta_{1\pm 1}^A$	1	1

TABELA I: constantes do Modelo Padrão

No capítulo 3 adotaremos uma forma particular para estes operadores de corrente.

Mas por hora vamos utilizá-los em sua forma geral.

Segundo as igualdades (1.39), (1.40), (1.41) e (1.42) cada tensor também pode ser escrito dessa forma :

$$\widehat{\Gamma}_{TM_T}^{\lambda JM_J}(q) = \beta_{TM_T}^V \widehat{T}_{TM_T}^{\lambda JM_J} + \beta_{TM_T}^A \widehat{T}_{TM_T}^{\lambda JM_J5}, \quad (1.60)$$

onde:

$$\widehat{T}_{TM_T}^{CJM_J}, \widehat{T}_{TM_T}^{LJM_J}, \widehat{T}_{TM_T}^{EJM_J}, \widehat{T}_{TM_T}^{MJM_J5} \text{ têm paridade natural } (-)^J \text{ e}$$

$$\widehat{T}_{TM_T}^{CJM_J5}, \widehat{T}_{TM_T}^{LJM_J5}, \widehat{T}_{TM_T}^{EJM_J5}, \widehat{T}_{TM_T}^{MJM_J} \text{ têm paridade não natural } (-)^{J+1};$$

de forma que [9] :

$$\begin{aligned} \left| \langle J_f \| \widehat{\Gamma}_{TM_T}^{\lambda J} \| J_i \rangle \right|^2 &= \left( \beta_{TM_T}^V \left| \langle J_f \| \widehat{T}_{TM_T}^{\lambda J} \| J_i \rangle \right| \right)^2 \\ &+ \left( \beta_{TM_T}^A \left| \langle J_f \| \widehat{T}_{TM_T}^{\lambda J5} \| J_i \rangle \right| \right)^2 \text{ e} \end{aligned} \quad (1.61)$$

$$\begin{aligned} \langle J_f \| \widehat{\Gamma}_{TM_T}^{\lambda J} \| J_i \rangle \langle J_f \| \widehat{\Gamma}_{TM_T}^{\lambda' J} \| J_i \rangle^* &= \beta_{TM_T}^A \beta_{TM_T}^V \langle J_f \| \widehat{T}_{TM_T}^{\lambda J} \| J_i \rangle \langle J_f \| \widehat{T}_{TM_T}^{\lambda' J5} \| J_i \rangle^* \\ &+ \beta_{TM_T}^A \beta_{TM_T}^V \langle J_f \| \widehat{T}_{TM_T}^{\lambda J5} \| J_i \rangle \langle J_f \| \widehat{T}_{TM_T}^{\lambda' J} \| J_i \rangle^* \end{aligned} \quad (1.62)$$

com  $\lambda \neq \lambda'$ .

A hipótese de CVC [9] nos garante que a parte vetorial da corrente fraca se conserva, ou seja, podemos escrever para a mesma uma equação da continuidade. No espaço de momentos transferidos temos, então, que:

$$\widehat{J}_3^{fi(V)}(q) = \frac{q_0}{q} \widehat{J}_0^{fi(V)}(q),$$

ou, em termos dos fatores de forma correspondentes:

$$\langle J_f \| \widehat{T}_{TM_T}^{LJ} \| J_i \rangle = \frac{q_0}{q} \langle J_f \| \widehat{T}_{TM_T}^{CJ} \| J_i \rangle. \quad (1.63)$$

Usando (1.61) e (1.62) para reescrever as equações da seção de choque dadas em (1.57) e (1.58) e substituindo (1.63), chegamos à equação final da seção de choque

escrita de uma forma compacta para neutrinos, antineutrinos, processos com troca de carga e de corrente neutra:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}\right)_{\nu,\bar{\nu}}^{NC,CC} &= \kappa \frac{G^2}{2\pi^2} \frac{4\pi}{2J_i+1} E_f^2 \left(\cos^2 \frac{\theta}{2}\right) \\
&\times \sum_{TM_T} \sum_J \left\{ (\beta_{TM_T}^V)^2 \left| \langle J_f \| \hat{T}_{TM_T}^{CJ} \| J_i \rangle \right|^2 \left[ 1 + \left(\frac{q_0}{q}\right)^2 \right]^2 \right. \\
&+ \left| \beta_{TM_T}^A \left[ \langle J_f \| \hat{T}_{TM_T}^{CJ^5} \| J_i \rangle - \frac{q_0}{q} \langle J_f \| \hat{T}_{TM_T}^{LJ^5} \| J_i \rangle \right] \right|^2 \\
&+ \left(\frac{q_\mu^2}{2q^2} + \tan^2 \frac{\theta}{2}\right) \left[ (\beta_{TM_T}^V)^2 \left( \left| \langle J_f \| \hat{T}_{TM_T}^{MJ} \| J_i \rangle \right|^2 \right. \right. \\
&+ \left. \left. \left| \langle J_f \| \hat{T}_{TM_T}^{EJ} \| J_i \rangle \right|^2 \right) + (\beta_{TM_T}^A)^2 \left( \left| \langle J_f \| \hat{T}_{TM_T}^{MJ^5} \| J_i \rangle \right|^2 \right. \right. \\
&+ \left. \left. \left| \langle J_f \| \hat{T}_{TM_T}^{EJ^5} \| J_i \rangle \right|^2 \pm 2 \tan \frac{\theta}{2} \left(\frac{q_\mu^2}{q^2} + \tan^2 \frac{\theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \right) \right. \\
&\times \text{Re} \left[ \beta_{TM_T}^V \beta_{TM_T}^A \langle J_f \| \hat{T}_{TM_T}^{MJ} \| J_i \rangle \langle J_f \| \hat{T}_{TM_T}^{EJ^5} \| J_i \rangle^* \right. \\
&\left. \left. + \beta_{TM_T}^A \beta_{TM_T}^V \langle J_f \| \hat{T}_{TM_T}^{MJ^5} \| J_i \rangle \langle J_f \| \hat{T}_{TM_T}^{EJ} \| J_i \rangle^* \right] \right\}, \tag{1.64}
\end{aligned}$$

com  $\kappa = 1$  para o espalhamento com troca de carga e  $\kappa = \frac{1}{2}$  para o espalhamento sem troca de carga, e lembrando ainda que o sinal  $+$  no último termo se refere ao antineutrino e o sinal  $-$  ao neutrino.

Para calcularmos as seções de choque acima, precisamos de um modelo para o alvo hadrônico, ou seja, de uma aproximação para as densidades de corrente hadrônicas. O próximo capítulo contém o modelo adotado para o núcleo neste trabalho.

## CAPÍTULO 2:

### O MODELO DE TAMM-DANCOFF E AS TRANSIÇÕES DO TIPO $0^+ - J_f^-$

O núcleo é um sistema de muitos corpos. Precisamos, assim, de um modelo que nos forneça uma boa aproximação para a solução da equação de Schrödinger envolvendo a hamiltoniana exata de interação entre os nucleons:

$$H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle. \quad (2.1)$$

Uma boa descrição para o núcleo, principalmente quando se trata de um núcleo de camada fechada, como é o caso do  $^{16}\text{O}$ , é dada pelo chamado modelo de camadas. O modelo de camadas é uma descrição microscópica para o núcleo, tomando-o como um sistema quantum-mecânico de muitos corpos onde as velocidades envolvidas são não relativísticas [8].

Usando as hipóteses do modelo de camadas, podemos reduzir a hamiltoniana de muitos corpos a uma soma de  $A$  hamiltonianas de partícula independente, onde  $A$  é o número de nucleons ou número de massa do núcleo, sendo que estamos aproximando a interação de dois corpos para um potencial de campo médio  $U_i$ :

$$H = \sum_{i=1}^A T_i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j=1}^A V_{ij} = \sum_{i=1}^A (T_i + U_i) + \underbrace{\sum_{i \neq j=1}^A \left[ \left( \frac{1}{2} V_{ij} \right) - U_i \right]}_{\simeq 0}, \quad (2.2)$$

sendo:

$$H_0 = \sum_{i=1}^A (T_i + U_i) = \sum_{i=1}^A h_i, \quad (2.3)$$

onde  $T_i$  é a energia cinética do  $i$ -ésimo nucleon,  $V_{ij}$  é o potencial de interação entre o  $i$ -ésimo e o  $j$ -ésimo nucleons, com  $i \neq j$  e  $\epsilon_i$  é o autovalor de energia correspondente ao  $i$ -ésimo nucleon segundo a equação:

$$h(i)\varphi_k(i) = \epsilon_i\varphi_k(i). \quad (2.4)$$

O estado fundamental dentro desse modelo é obtido preenchendo-se os  $A$  primeiros níveis em ordem crescente de energia com os  $A$  nucleons que compõem o núcleo. Como os nucleons são férmions, a ocupação dos níveis deve obedecer ao Princípio de Exclusão de Pauli. Usando segunda quantização, podemos representar os níveis de partícula na forma:

$$|\varphi_k\rangle = a_k^\dagger |0\rangle.$$

As soluções aproximadas  $\Psi$  para a equação (2.1) são então dadas por determinantes de Slater construídos a partir das  $\varphi_{k's}$ :

$$|\Psi\rangle = \begin{vmatrix} \varphi_{k_1}(1) & \dots & \varphi_{k_1}(A) \\ \vdots & & \vdots \\ \varphi_{k_A}(1) & \dots & \varphi_{k_A}(A) \end{vmatrix} \text{ ou} \quad (2.5)$$

$$|\Psi\rangle = |EF\rangle = \prod_{k=1}^A a_k^\dagger |0\rangle, \quad (2.6)$$

onde  $a_k^\dagger(a_k)$  são os operadores de criação (aniquilação), os quais devem obedecer às regras de anticomutação de férmions e  $|0\rangle$  é o vácuo de nucleons [8].

As funções de onda  $\varphi_k$  para um nucleon sujeito a um potencial central  $U_i$  com simetria esférica podem ser escritas na forma geral:

$$|\varphi_k\rangle = |nljm_j; m_t; m_s\rangle = R_{nl}(r) \sum_{m_l m_s} (lm_l \frac{1}{2} m_s | jm_j) Y_{lm_l}(\theta, \phi) \chi_{\frac{1}{2} m_s} \chi_{\frac{1}{2} m_t}, \quad (2.7)$$

onde  $R_{nl}(r)$  é a parte radial,  $Y_{lm_l}(\theta, \phi)$  é a parte angular,  $\chi_{\frac{1}{2} m_s}$  é a parte que depende do spin e de sua respectiva projeção, e  $\chi_{\frac{1}{2} m_t}$  é a parte que depende da projeção do isospin. Vamos escolher  $U_i$  como sendo o potencial do oscilador harmônico mais o termo de spin-órbita.

O modelo de Tamm-Dancoff ( TDA ) consiste na aproximação de que o estado fundamental seja dado pela equação do tipo (2.6) e que os estados excitados  $|\nu\rangle$  sejam combinações de estados de partícula-buraco obtidos com a aplicação de operadores de um corpo no estado fundamental:

$$|\nu\rangle = Q_\nu^\dagger |EF\rangle \text{ e } Q_\nu |EF\rangle = 0, \text{ onde}$$

$$Q_\nu^\dagger = \sum_{mi} C_{mi}^\nu a_m^\dagger a_i \quad (2.8)$$

é um operador de um corpo, também chamado de operador partícula-buraco. As letras  $i, j$  correspondem a estados abaixo do nível de Fermi, as letras  $n, m$  a estados acima do nível de Fermi, e a letra  $k$  quando nos referimos a um nível que pode estar em qualquer uma dessas situações, e  $C_{mi}^\nu$  são os coeficientes que dão o peso de cada configuração na construção do estado excitado.

A equação de Schrödinger para o estado excitado  $|\nu\rangle$  pode então ser escrita como:

$$\langle EF | [\delta Q_\nu, [H, Q_\nu^\dagger]] | EF \rangle = (E_\nu - E_0) \langle EF | [\delta Q_\nu, Q_\nu^\dagger] | EF \rangle, \quad (2.9)$$

onde  $H$  é a hamiltoniana exata de (2.1),  $E_\nu$  é a energia do estado excitado,  $E_0$  é a energia do estado fundamental,  $\delta Q_\nu$  é uma variação infinitesimal de  $Q_\nu$ , e  $\langle EF | Q_\nu^\dagger = \langle EF | H Q_\nu^\dagger = 0$  [8].

Assim chegamos à equação de TDA escrita em função dos operadores de segunda-quantização:

$$\sum_{nj} \langle EF | [a_i^\dagger a_m [H, a_n^\dagger a_j]] | EF \rangle C_{nj}^\nu = (E_\nu - E_0) C_{mi}^\nu \quad (2.10)$$

Resolvendo o comutador  $[H, a_n^\dagger a_j]$ , finalmente chegamos à equação de TDA:

$$\sum_{nj} \{(\epsilon_m - \epsilon_i) \delta_{mn} \delta_{ij} + \bar{v}_{mjn}\} C_{nj} = E_\nu^{TDA} C_{mi}^\nu \quad (2.11)$$

onde

$$\bar{v}_{mjn} = v_{mjn} - v_{mjni}, \quad (2.12)$$

$E_\nu^{TDA}$  é a energia de TDA e

$$v_{mjn} = \langle mj | V(1, 2) | in \rangle. \quad (2.13)$$

No caso específico do espalhamento estudado neste trabalho, estamos supondo que cada estado possui momento angular bem definido e também que existe um acoplamento bem-definido entre o estado de partícula e o estado de buraco. Assim, vamos escrever o operador colocando isto de forma explícita:

$$Q_\nu^\dagger = \sum_{im} \chi_{im}^\nu (a_i^\dagger \otimes \bar{a}_m)^{J_f M_f}, \quad (2.14)$$

onde  $(a_i^\dagger \otimes \bar{a}_m)^{J_f M_f} = \sum_{m_j, m_{j'}} (-)^{j-m_j} (j' m_{j'} j - m_j | J_f M_f) a_{n'l' j' m_{j'}}^\dagger a_{nl j m_j}$

representa o acoplamento entre o momento angular do estado de partícula e do estado de buraco, e  $\chi_{im}^\nu$  é o coeficiente que dá o peso de cada configuração. A relação entre os coeficientes  $\chi_{im}^\nu$  de (2.14) e  $C_{mi}^\nu$  de (2.8) é dada pela comparação das duas equações:

$$C_{mi}^{\nu} = \sum_{m_j, m_{j'}} (-)^{j-m_j} (j' m_{j'} j - m_j | J_f M_f) \chi_{im}^{\nu} \quad (2.15)$$

Vamos tratar de transições de um núcleo par-par, do estado fundamental para o estado excitado com momento angular  $J_f$ . Assim, vamos partir do elemento de matriz de transição:

$$\langle J_f M_f | T^{\lambda, J_f M_f} | 00 \rangle.$$

Cada um dos tensores multipolares definidos anteriormente serão aproximados para operadores de um corpo, o que será demonstrado no capítulo 3. Usando o formalismo de partícula-buraco acima para os tensores multipolares aproximados para operadores de um corpo e aplicando o T.W.E., chegamos à equação:

$$\langle J_f M_f | \hat{T}_f^{\lambda, J_f M_f} | 00 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2J_f + 1}} \langle J_f | \hat{T}^{\lambda, J_f} | 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2J_f + 1}} \sum_{im} \chi_{im}^* \langle i | \hat{t}^{\lambda, J_f} | m \rangle, \quad (2.16)$$

sendo que  $\hat{T}^{\lambda, \alpha} = \sum_{k, k'} \langle k | \hat{t}^{\lambda \alpha} | k' \rangle a_k^{\dagger} a_{k'}$ .

Estando os elementos de matriz de transição escritos na sua forma reduzida, temos agora que fazer a aproximação não-relativística dos operadores densidade de corrente hadrônica correspondentes aos tensores  $T^{\lambda, J_f}$ , além de reescrevê-los na forma de operadores de um corpo. Este será o tema do próximo capítulo.

## CAPÍTULO 3:

### OS OPERADORES DENSIDADE DE CORRENTE NUCLEAR

Neste trabalho, conforme havíamos discutido no capítulo anterior, estamos adotando um modelo não-relativístico para descrever a estrutura nuclear. Por esta razão, utilizaremos uma aproximação não-relativística para as densidades de corrente hadrônicas que aparecem nas expressões das seções de choque desenvolvidas anteriormente. No apêndice C, mostramos detalhadamente como fazer esta aproximação em alguns casos e o resultado para as demais densidades.

Além da aproximação não-relativística, tais operadores serão aproximados para operadores de um corpo. Um operador de um corpo pode ser escrito genericamente como:

$$\hat{O}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^A \hat{O}(\vec{x}_i) \delta(\vec{x} - \vec{x}_i). \quad (3.1)$$

Lembramos aqui que estamos tratando o núcleo como uma coleção de nucleons puntiformes, hipótese esta que está bem representada pela soma discreta de  $A$  nucleons. A parte temporal da densidade de corrente eletromagnética, por exemplo, pode ser escrita como:

$$\hat{J}_0^{EM} = \sum_{i=1}^A \hat{e}_i \delta(\vec{x} - \vec{x}_i). \quad (3.2)$$

Substituindo o operador carga  $\hat{e}_i = e\frac{1}{2}(\hat{1} + \hat{\tau}_3(i))$  temos:

$$\hat{J}_0^{EM} = e \sum_{i=1}^A \frac{1}{2} \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) + e \sum_{i=1}^A \frac{1}{2} \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \hat{\tau}_3(i) \quad (3.3)$$

onde  $\hat{\tau}_3$  é o terceiro componente do operador de isospin e  $e$  é a carga do elétron. Assim, podemos escrever cada um dos componentes isoescalar (isospin zero) e isovetorial (isospin 1) de 3.3) separadamente:

$$\left(\hat{J}_0^{EM}\right)_{00} = e \sum_{i=1}^A \frac{1}{2} \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) e \quad (3.4)$$

$$\left(\hat{J}_0^{EM}\right)_{10} = e \sum_{i=1}^A \frac{1}{2} \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \hat{\tau}_3(i). \quad (3.5)$$

Analogamente, vamos escrever os componentes isoescalares e isovetoriais para os componentes espaciais da densidade de corrente eletromagnética, lembrando que esta possui uma parte convectiva (*conv*) e outra de magnetização (*magn*):

$$\left(\hat{J}^{EM}\right)_{TM_T} = \left(\hat{J}^{EM}_{conv}\right)_{TM_T} + \left(\hat{J}^{EM}_{magn}\right)_{TM_T} = \left(\hat{J}^{EM}_{conv}\right)_{TM_T} + \left(\vec{\nabla} \times \hat{\mu}\right)_{TM_T}, \quad (3.6)$$

onde  $\hat{\mu}$  é o operador momento de dipolo elétrico, que pode ser escrito em termos de isospin na forma:

$$\hat{\mu} = \frac{e}{2M_N} \sum_{i=1}^A \hat{\mu}_i \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \vec{\sigma}_i$$

sendo:

$$\hat{\mu}_i = \frac{\mu_{IS}}{2} + \frac{\mu_{IV}}{2} \hat{\tau}_3(i); \quad \mu_{IS} = \mu_p + \mu_n; \quad \mu_{IV} = \mu_p - \mu_n;$$

com  $\mu_p$  sendo o momento de dipolo magnético do próton e  $\mu_n$ , o momento de dipolo do nêutron.

Assim, temos que:

$$\widehat{\vec{J}}_{magn}^{EM} = \frac{e}{2M_N} \left\{ \frac{\mu_{IS}}{2} \sum_{i=1}^A \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \vec{\nabla} \times \vec{\sigma}_i + \frac{\mu_{IV}}{2} \sum_{i=1}^A \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \vec{\nabla} \times \vec{\sigma}_i \hat{\tau}_3(i) \right\}. \quad (3.7)$$

Para a parte convectiva, temos:

$$\widehat{\vec{J}}_{conv}^{EM} = \frac{ie}{2M_N} \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^A (\vec{\nabla} + \vec{\nabla}) \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) + \sum_{i=1}^A (\vec{\nabla} + \vec{\nabla}) \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \hat{\tau}_3(i) \right\}. \quad (3.8)$$

Ou, finalmente, temos que os componentes isoescalares e isovetoriais neste caso

são:

$$\left( \widehat{\vec{J}}_{conv}^{EM} \right)_{00} = \frac{i}{2M_N} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^A (\vec{\nabla} + \vec{\nabla}) \delta(\vec{x} - \vec{x}_i), \quad (3.9)$$

$$\left( \widehat{\vec{J}}_{conv}^{EM} \right)_{10} = \frac{i}{2M_N} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^A (\vec{\nabla} + \vec{\nabla}) \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \hat{\tau}_3(i), \quad (3.10)$$

$$\left( \widehat{\vec{J}}_{magn}^{EM} \right)_{00} = \frac{1}{2M_N} \frac{\mu_{IS}}{2} \sum_{i=1}^A \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \vec{\nabla} \times \vec{\sigma}_i, \quad (3.11)$$

$$\left( \widehat{\vec{J}}_{magn}^{EM} \right)_{10} = \frac{1}{2M_N} \frac{\mu_{IV}}{2} \sum_{i=1}^A \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \vec{\nabla} \times \vec{\sigma}_i \hat{\tau}_3(i). \quad (3.12)$$

Com um formalismo análogo ao usado para calcular a densidade de corrente eletromagnética, podemos escrever os componentes temporal e espaciais da densidade de corrente fraca neutra ( $NC$ ) e para a densidade de corrente com troca de carga ( $CC$ ) usando suas decomposições em isospin. Para ficar mais claro, vamos escrever de uma forma genérica a decomposição em isospin para a corrente eletromagnética e para a corrente eletrofraca usando as constantes do Modelo Padrão (ver tabela 1). Para densidade de corrente eletrofraca temos:

$$J_\mu = (J_\mu)_{00} + (J_\mu)_{10} \quad (3.13)$$

( densidade de corrente eletromagnética ) e

$$J_{\mu}^{M_T} = \beta_{00}^V (J_{\mu})_{00} + \beta_{1M_T}^V (J_{\mu})_{1M_T} + \beta_{00}^A (J_{\mu 5})_{00} + \beta_{1M_T}^A (J_{\mu 5})_{1M_T} \quad (3.14)$$

( densidades de corrente eletrofracas ).

As equações aproximadas para as densidades  $(J_{\mu})_{00}$ ,  $(J_{\mu 5})_{00}$ ,  $(J_{\mu})_{1M_T}$  e  $(J_{\mu 5})_{1M_T}$  podem ser encontradas no apêndice D.

Vemos assim que, segundo o Modelo Padrão, a parte vetorial ( $V$ ) das densidades de corrente eletrofracas tem a mesma estrutura da densidade de corrente eletromagnética, o que automaticamente traz embutida a hipótese de CVC comentada anteriormente. No apêndice D escrevemos explicitamente cada componente das correntes eletrofracas, e também mostramos como ficam os tensores multipolares escritos em função destes operadores de corrente e seus elementos de matriz [11].

A partir dos elementos de matriz reduzidos e da equação (1.64), partimos para o cálculo numérico dos fatores de forma e também das seções de choque. O capítulo a seguir contém os resultados obtidos no cálculo computacional e os gráficos construídos a partir destes resultados.

## CAPÍTULO 4:

### RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para conseguirmos atingir o objetivo de determinar a sensibilidade dos fatores de forma axiais aos chamados modos de spin-flip e modos de não spin-flip<sup>2</sup>, escrevemos a equação das seções de choque, em sua forma final, em função dos elementos de matriz reduzidos tanto em momento angular quanto em isospin. Vamos aqui enfatizar que a única diferença entre a seção de choque do neutrino e a do antineutrino (1.64) encontra-se no sinal do termo de interferência:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\nu,\bar{\nu}}^{int} = & \pm 2 \tan \frac{\theta}{2} \left(\frac{q_\mu^2}{q^2} + \tan^2 \frac{\theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \text{Re}[\beta_{TM_T}^V \beta_{TM_T}^A \langle J_f \| \hat{T}_{TM_T}^{MJ} \| J_i \rangle \langle J_f \| \hat{T}_{TM_T}^{EJ5} \| J_i \rangle^* \\ & + \beta_{TM_T}^A \beta_{TM_T}^V \langle J_f \| \hat{T}_{TM_T}^{MJ5} \| J_i \rangle \langle J_f \| \hat{T}_{TM_T}^{EJ} \| J_i \rangle^*] \end{aligned} \quad (4.1)$$

onde o sinal + refere-se ao antineutrino e o sinal – refere-se ao neutrino. Este termo é chamado de termo de interferência porque é composto essencialmente por produtos entre o fator de forma de um operador vetorial e outro de um operador axial. Respeitadas as paridades, o produto  $F^{M5} \times F_{fi}^E$  realiza as transições para estados com  $J_f$  ímpar e paridade negativa, sendo o outro termo igual a zero sob estas condições, e vice-versa, no caso de transições para  $J_f$  par e paridade negativa. É através destes termos que conseguimos obter a informação desejada, pois os operadores em questão estão

---

<sup>2</sup>modo de spin-flip: estado dominado por configurações de spin-flip; modo de não spin-flip: estado dominado por configurações de não spin-flip.

diretamente relacionados com a distribuição do spin nas configurações nucleares, uma vez que na aproximação não-relativística aqui utilizada, os fatores de forma axiais dependem da magnetização de spin das densidades de corrente, e esperamos que as mesmas sejam bastante sensíveis aos modos de spin-flip (e de não spin-flip). As relações entre os operadores axiais transversos e a parte de magnetização dos operadores vetoriais obtidos a partir das equações (D.26) a (D.29) são dadas a partir das equações abaixo:

$$\widehat{T}^{EJ, TM_T}(magn) = q \frac{\beta_{TM_T}^V}{\beta_{TM_T}^A} \frac{\mu^{(T)}}{2M_N FA} \widehat{T}^{MJ5, TM_T} \quad (4.2)$$

$$\widehat{T}^{MJ, TM_T}(magn) = q \frac{\beta_{TM_T}^V}{\beta_{TM_T}^A} \frac{\mu^{(T)}}{2M_N FA} \widehat{T}^{EJ5, TM_T} \quad (4.3)$$

sendo que introduzimos o fator de forma axial do nucleon FA [12] que para momentos transferidos pequenos tem o valor  $FA = -1.23$ . Usamos então as equações 4.2 e 4.3, podemos escrever os produtos  $F^{E5} \times F^M$  e  $F^{M5} \times F^E$  como:

$$F^{E5} \times F^M = q \frac{\beta_{TM_T}^V}{\beta_{TM_T}^A} \frac{\mu^{(T)}}{2M_N} (F^{E5})^2 + F^{E5} \times F^M(\text{conv});$$

$$F^{M5} \times F^E = q \frac{\beta_{TM_T}^V}{\beta_{TM_T}^A} \frac{\mu^{(T)}}{2M_N} (F^{M5})^2 + F^{M5} \times F^E(\text{conv});$$

lembrando que os fatores de forma transversos são definidos como:  $F^{\xi J}(q) = \langle J_f || \widehat{T}^{\xi J} || J_i \rangle$ , onde  $\xi = E, M, E5, M5$ .

Das equações acima vemos claramente que  $F^{M5}$  e  $F^{E5}$  são dominantes nos produtos levados em conta.

Para o cálculo dos elementos de matriz através do modelo de TDA, precisamos resolver a equação de TDA (2.11). Donnelly e Walker, na referência [13], resolvem essa equação adotando como potencial de interação  $V_{ij}$  o potencial de Serber-Yukawa

harmônico. O parâmetro do oscilador por eles adotado foi  $b_0 = 1.77 fm$ . Seus resultados para o núcleo de  $^{16}O$  são apresentados na Tabela II, contendo tanto os autovalores de energia  $q_0$  quanto os autovetores, mostrando o peso de cada configuração de partícula-buraco  $n'l_j'(nl_j)$  (figura 1) onde o termo entre parênteses representa o estado de buraco e outro, o estado de partícula. Foram obtidos os estados excitados nas transições com  $J_f = 0, 1, 2, 3, 4$ , todos com paridade negativa e isospin 1. Cada estado é uma mistura de configurações, mas há sempre um modo dominante (ou de spin-flip ou de não spin-flip), ocorrendo com probabilidade superior a 90% em todos os autoestados obtidos.

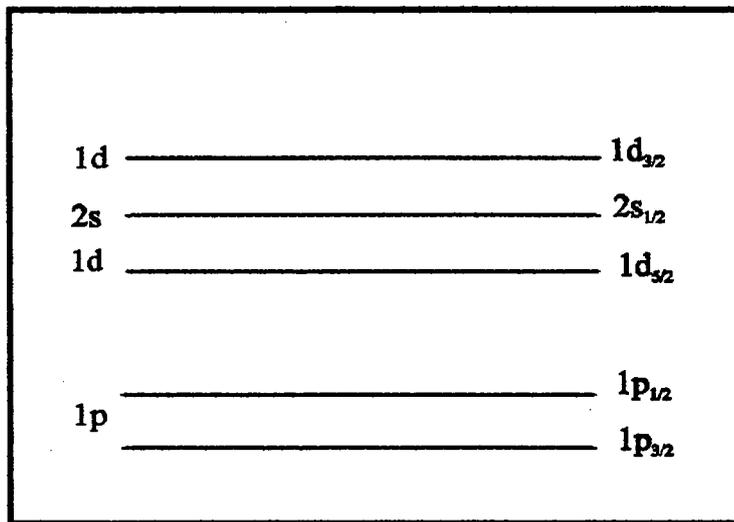


Fig. 1: Diagrama de níveis do  $O^{16}$ . Configurações partícula - buraco:  $n'l_j'(nl_j)$ , onde  $n$  é o número quântico principal,  $l$  o número quântico secundário e  $j$  o momento angular total referentes aos estados de partícula e os números quânticos com linha referem-se aos estados de buraco.

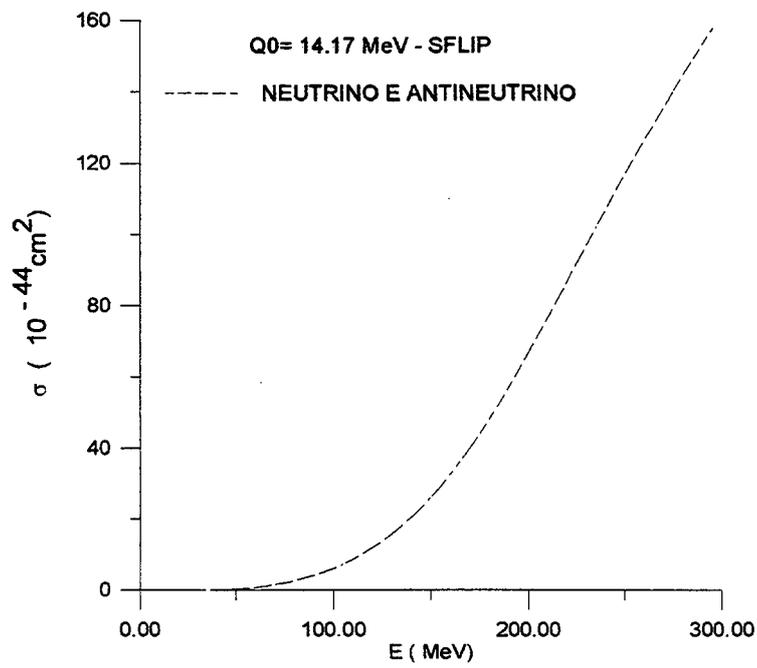
$J^\pi$	$q_0$ (MeV)	$2s_{\frac{1}{2}}(1p_{\frac{1}{2}})$ <i>s-flip</i>	$1d_{\frac{3}{2}}(1p_{\frac{3}{2}})$ <i>s-flip</i>	$1d_{\frac{5}{2}}(1p_{\frac{1}{2}})$ <i>s-flip</i>	$1d_{\frac{5}{2}}(1p_{\frac{3}{2}})$ <i>non-s-flip</i>	$1d_{\frac{3}{2}}(1p_{\frac{1}{2}})$ <i>non-s-flip</i>	$2s_{\frac{1}{2}}(1p_{\frac{3}{2}})$ <i>non-s-flip</i>
$0^-$	14.17	0.998	0.064				
	26.79	-0.064	0.998				
$1^-$	14.38	0.992	-0.026		-0.106	0.008	-0.057
	18.46	-0.045	0.220		-0.335	0.904	-0.143
	20.73	0.024	0.132		-0.310	0.003	0.941
	23.26	0.111	0.181		0.882	0.329	0.261
	26.13	0.013	0.949		-0.051	-0.273	-0.149
$2^-$	13.59		0.069	0.978	0.185	-0.022	0.063
	18.45		-0.070	-0.018	0.239	0.968	-0.005
	19.77		-0.021	-0.087	0.688	-0.176	-0.698
	20.96		-0.145	-0.162	0.650	-0.171	0.708
	24.28		0.984	-0.095	0.114	0.042	0.085
$3^-$	13.57		0.007	0.988	-0.152		
	19.17		0.106	0.150	0.983		
	25.30		0.994	-0.023	-0.103		
$4^-$	19.86				1.000		

TABELA II: autovalores e autovetores da equação de TDA calculados para o  $^{16}\text{O}$  na referência [13]

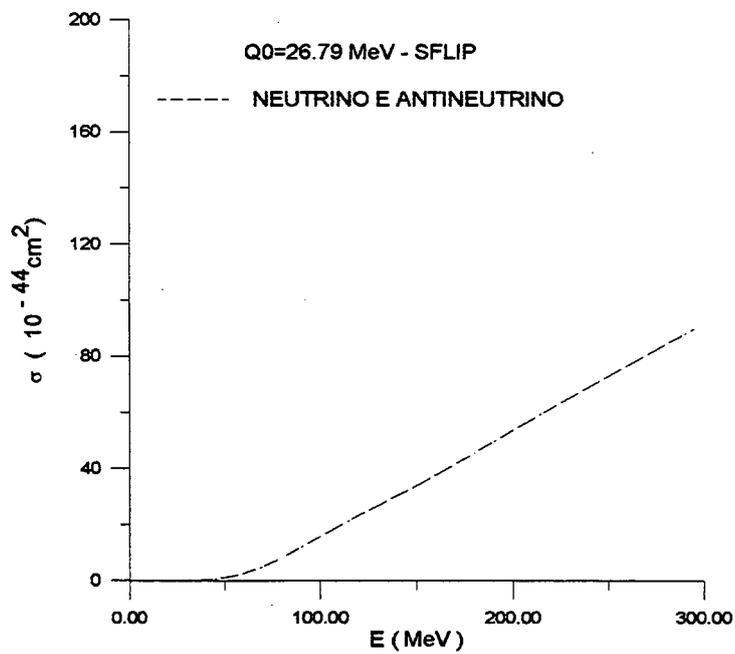
Adotando os valores por eles encontrados, partimos para o cálculo computacional das seções de choque diferenciais. Uma vez que não é possível, em geral, obter-se experimentalmente a distribuição angular de neutrinos em processos de espalhamento, vamos integrá-las em ângulo, obtendo a seção de choque em função da energia incidente:

$$\sigma(E) = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad (4.4)$$

Com os resultados obtidos no cálculo computacional, plotamos os gráficos das seções de choque em função das energias incidentes do neutrino, para cada estado apresentado na Tabela II. As energias incidentes variam de 30 a 300 MeV, valores normalmente utilizados neste tipo de estudo[7] [3]. Os gráficos mostrados nas figuras 2 a 7 são os obtidos para processos com troca de carga, e estão agrupados segundo o momento angular dos estados considerados. Logo a seguir, nas figuras 8 a 10, estão os gráficos para processos com corrente neutra, e como o comportamento das seções de choque é muito parecido com o obtido para os processos com troca de carga (como era de se esperar pelas equações), apresentamos apenas alguns casos como exemplos. Os gráficos para  $J_f = 0$  (figura 2) são casos típicos de seções de choque que dependem exclusivamente de fatores de forma axiais, mas não nos permitem tirar nenhuma conclusão sobre a sensibilidade dos fatores de forma axiais à distribuição de spin, uma vez que o termo de interferência, dado em (4.1), é igual a zero neste caso.



(a)



(b)

Fig. 2: Seções de choque em processos com troca de carga, para estados com  $J_f = 0^-$  e energias de excitação iguais à:(a)14.17 MeV e (b)26.79 MeV ( SFLIP = spin-flip ; NSFLIP=não spin-flip ).

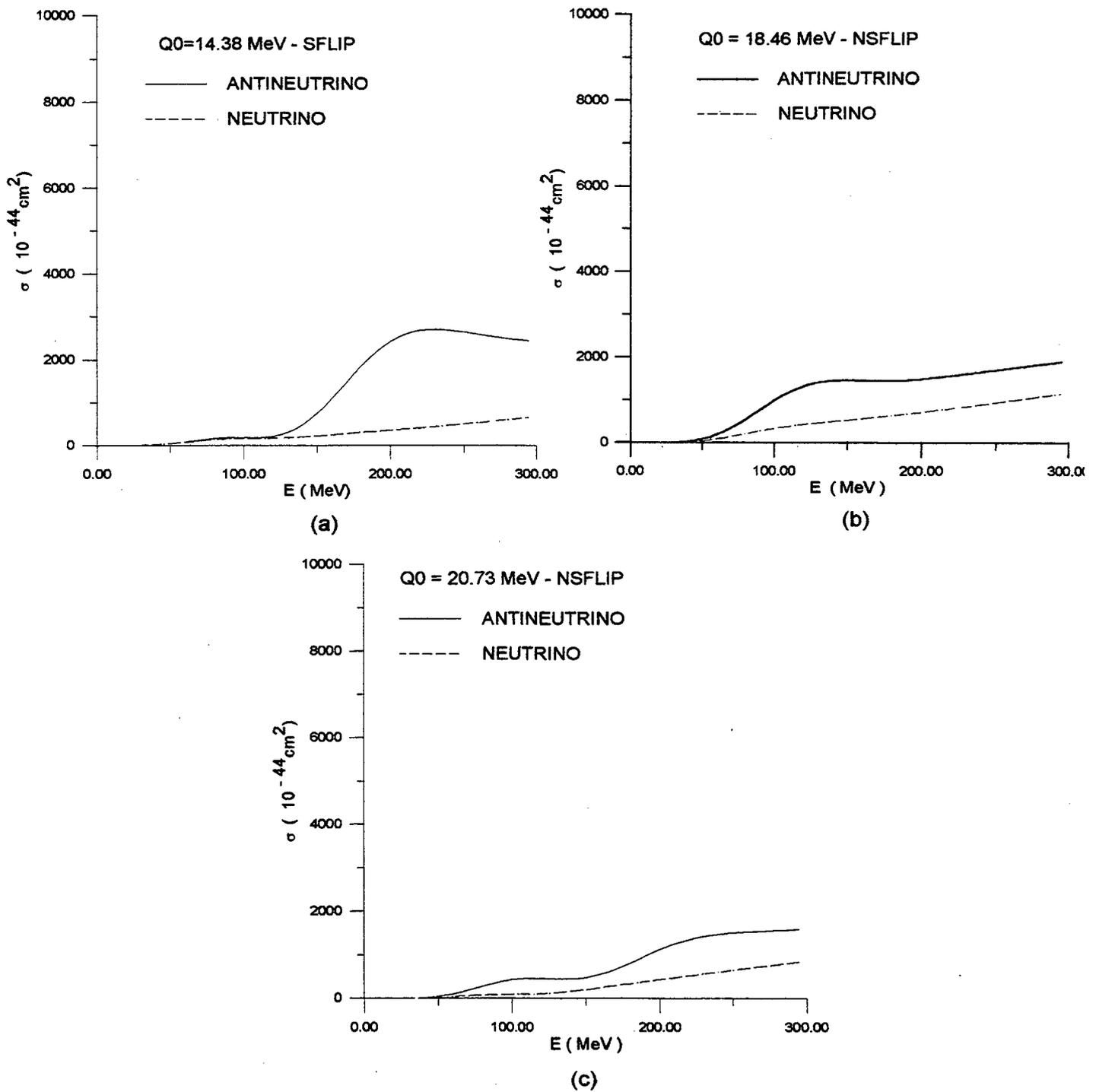


Fig. 3: Seções de choque para processos com troca de carga para estados com  $J_f = 1^-$  e energias de excitação iguais à (a) 14.38 MeV, (b) 18.46 MeV e (c) 20.73 MeV.

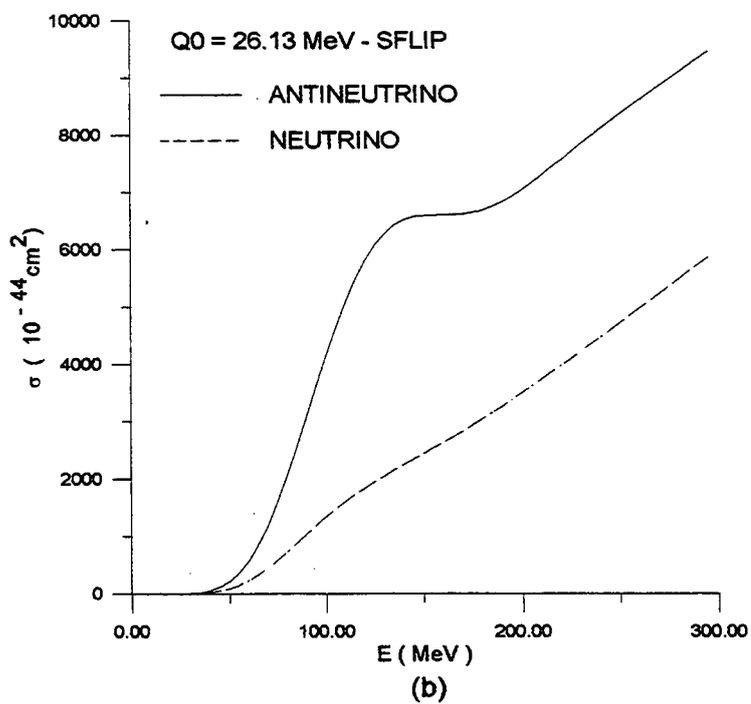
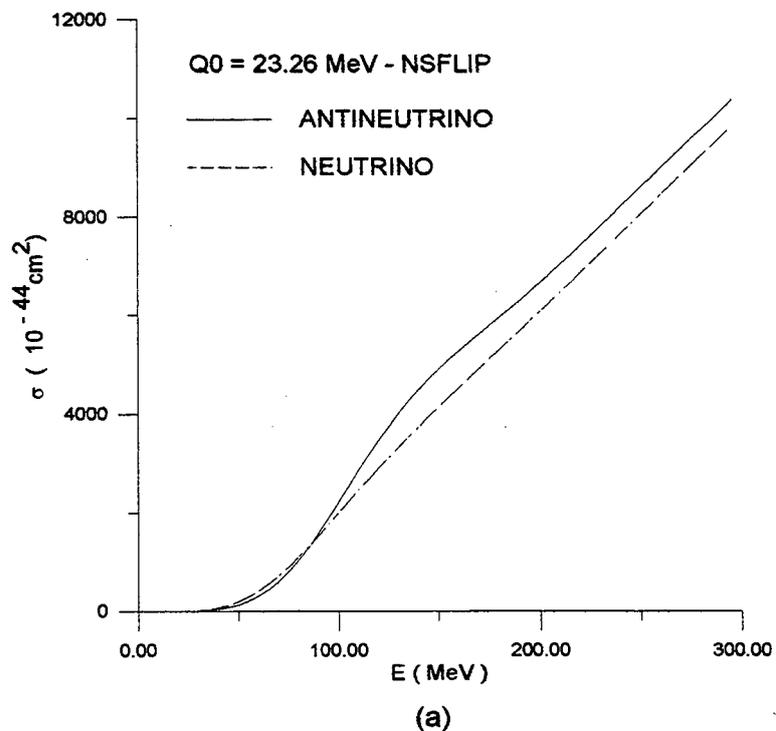
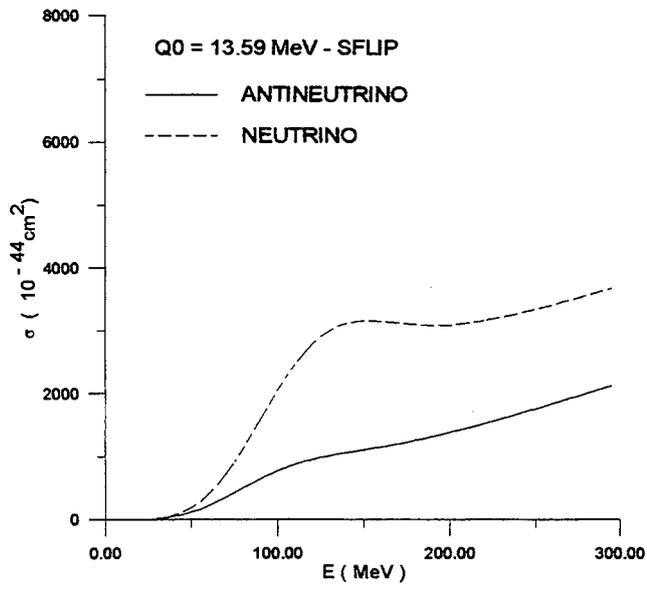
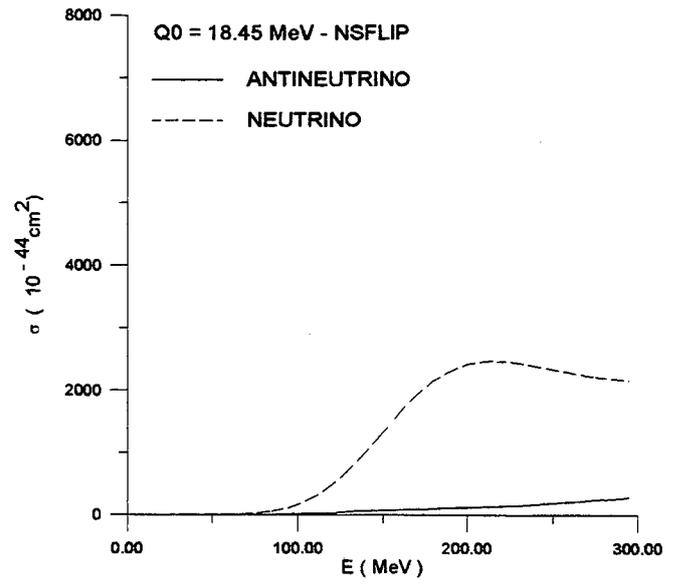


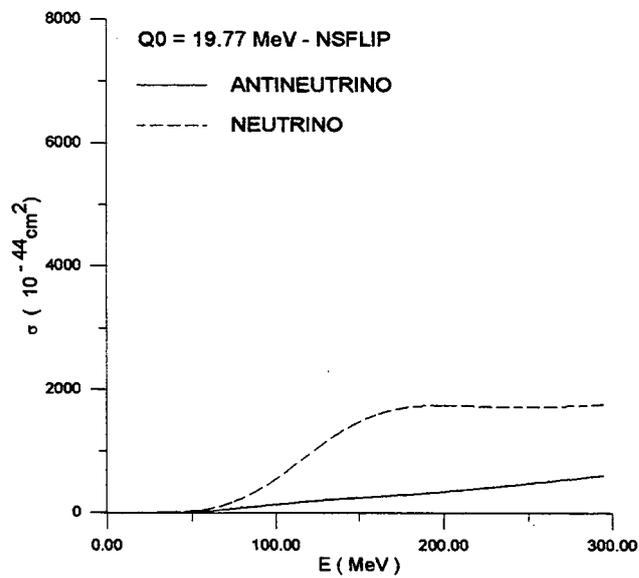
Fig. 4: Seções de choque para processos com troca de carga para estados com  $J_f = 1^-$  e energias de excitação iguais à (a) 23.26 MeV e (b) 26.13 MeV.



(a)



(b)



(c)

Fig. 5: Seções de choque para processos com troca de carga para estados com  $J_f = 2^-$  e energias de excitação iguais à (a)13.59 MeV,(b)18.45 MeV e (c)19.77 MeV.

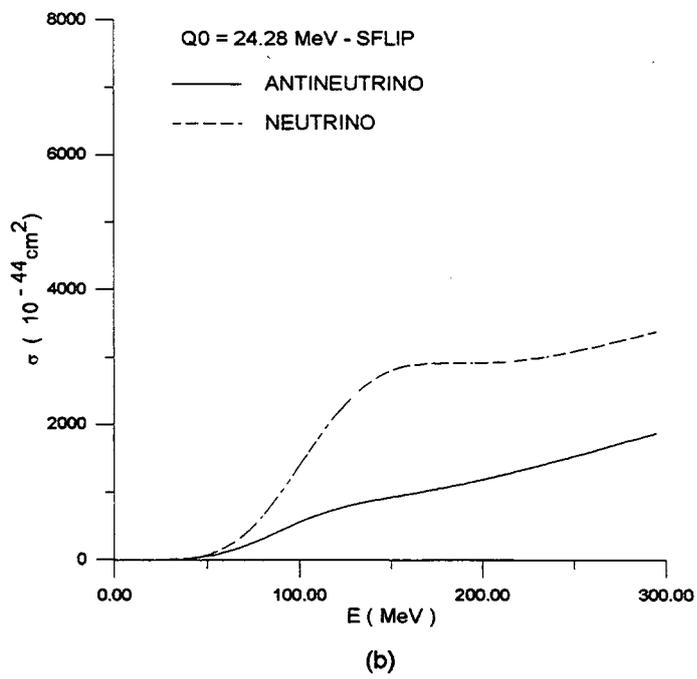
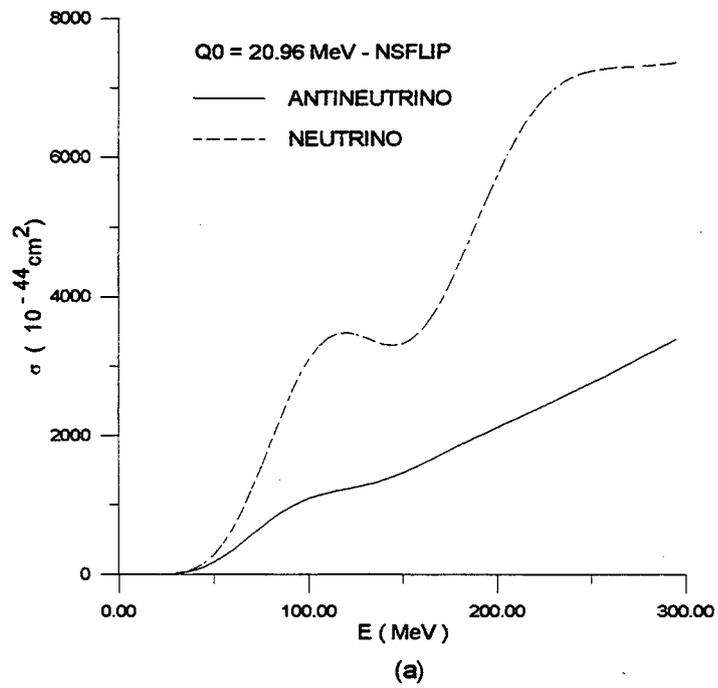
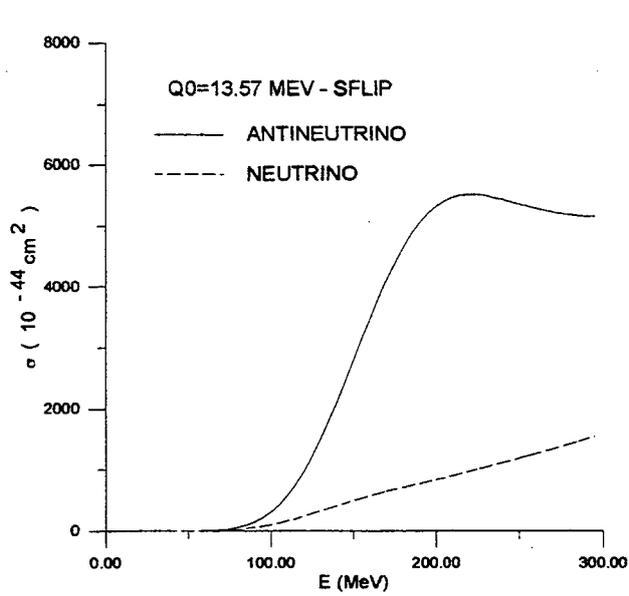
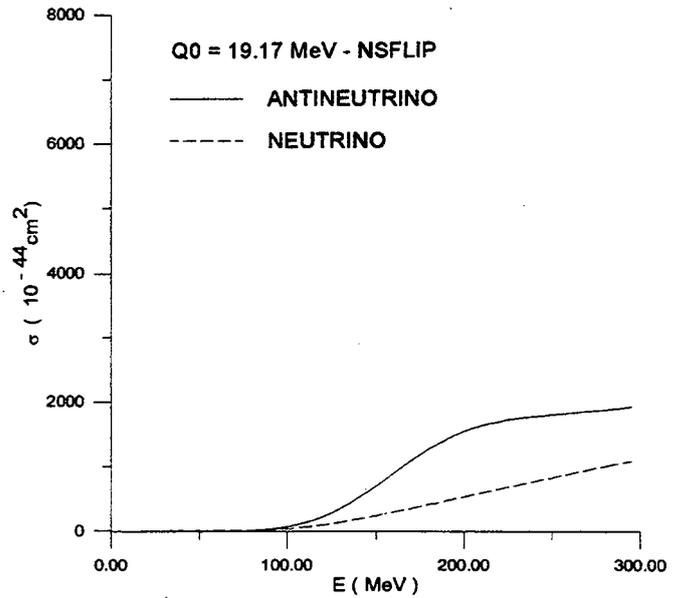


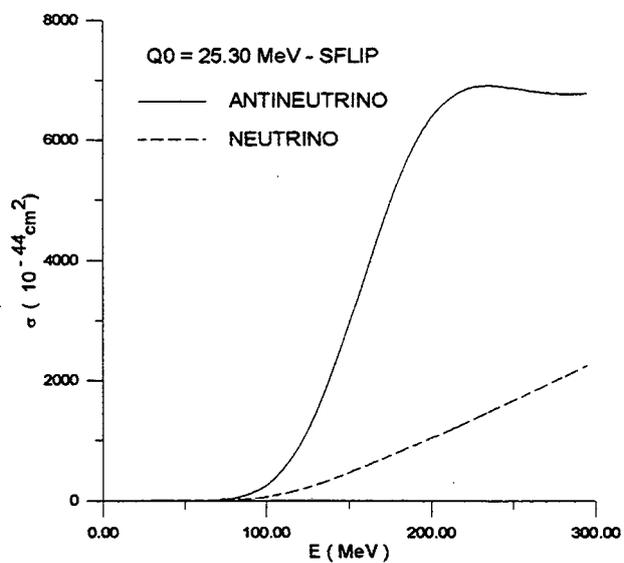
Fig. 6: O mesmo que na fig. 5 para  $J_f = 2^-$  e energias de excitação iguais à: (a) 20.96 MeV e (b) 24.28 MeV.



(a)

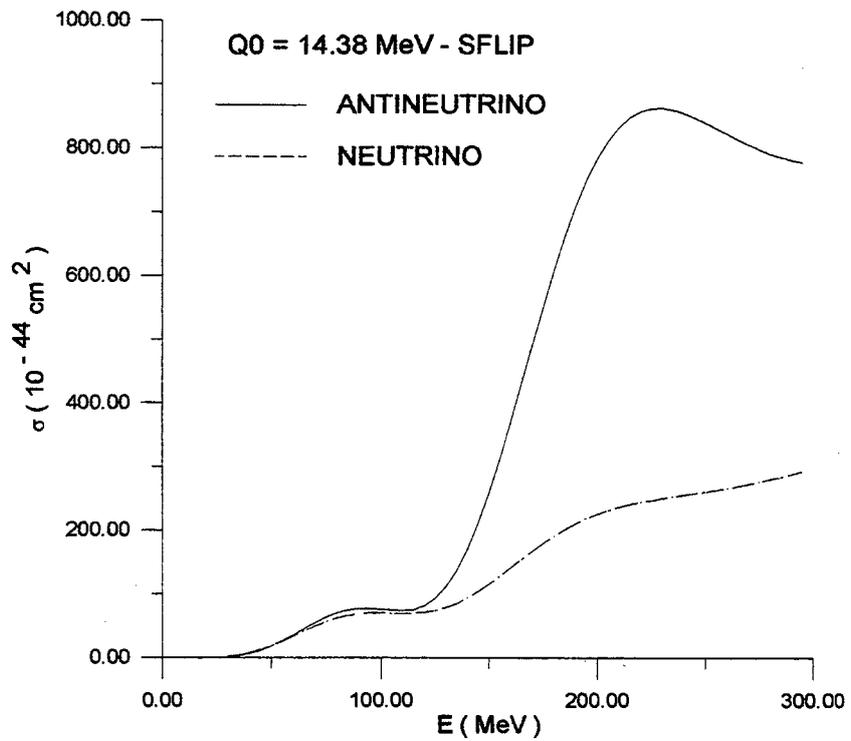


(b)

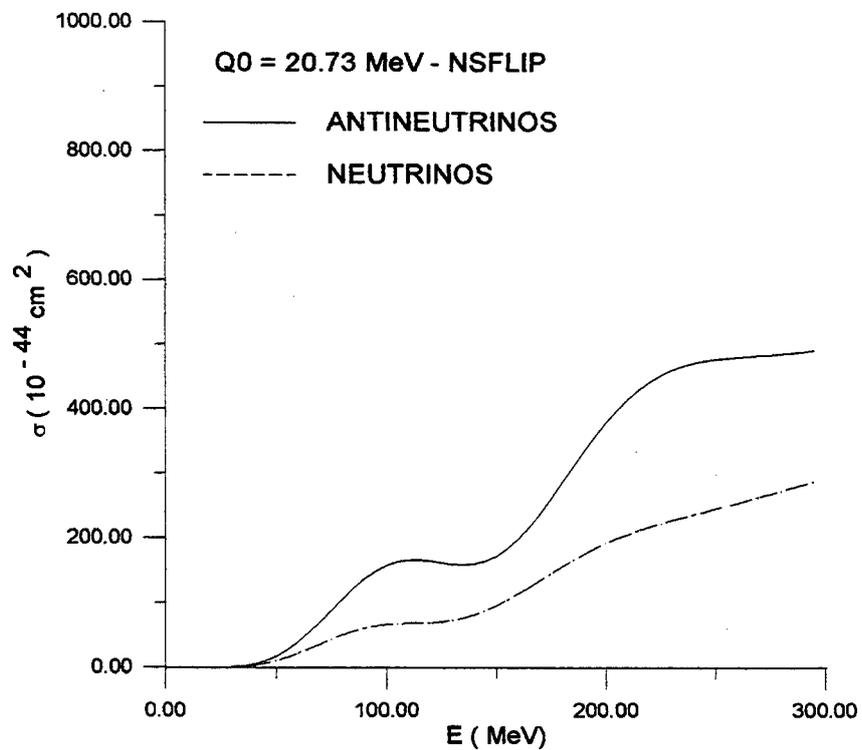


(c)

Fig. 7: O mesmo que na fig. 5 mas para  $J_f = 3$  e energias de excitação (a) 13.57 MeV, (b) 19.17 MeV e (c) 25.30 MeV.



(a)



(b)

Fig. 8: Seções de choque para  $J_f = 1$  em processos com corrente neutra com energias de excitação iguais à (a) 14.38 MeV e (b) 20.73 MeV.

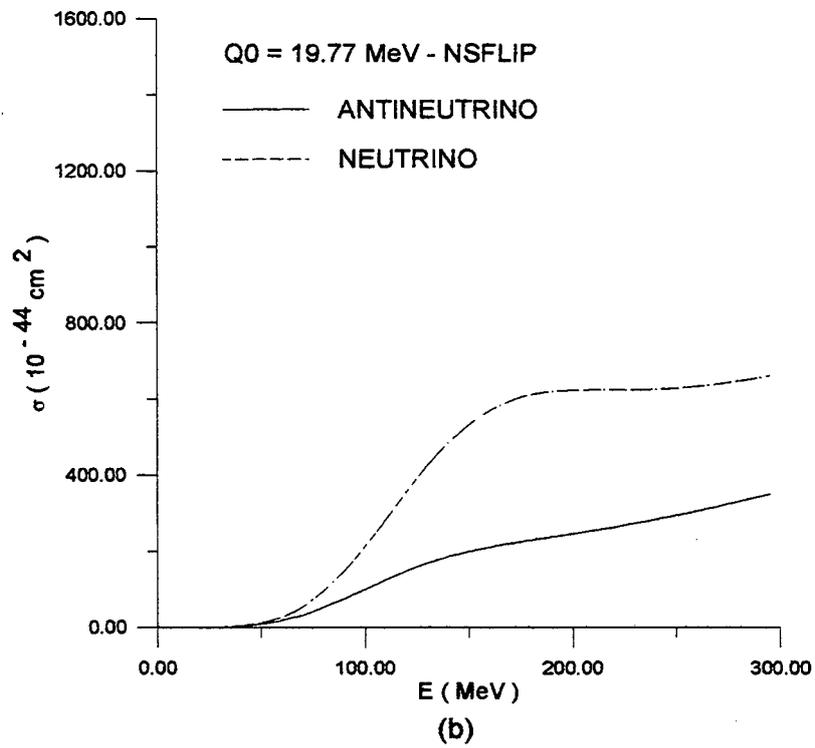
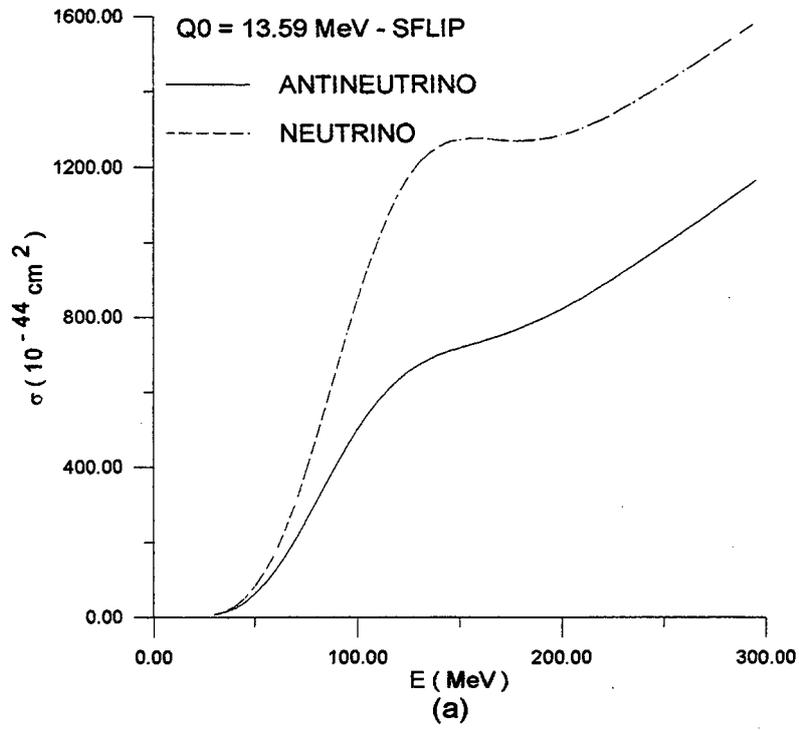


Fig. 9: O mesmo que na figura 7 para estados com  $J_f = 2^-$  e energias de excitação iguais à (a) 13.59 MeV e (b) 19.77 MeV.

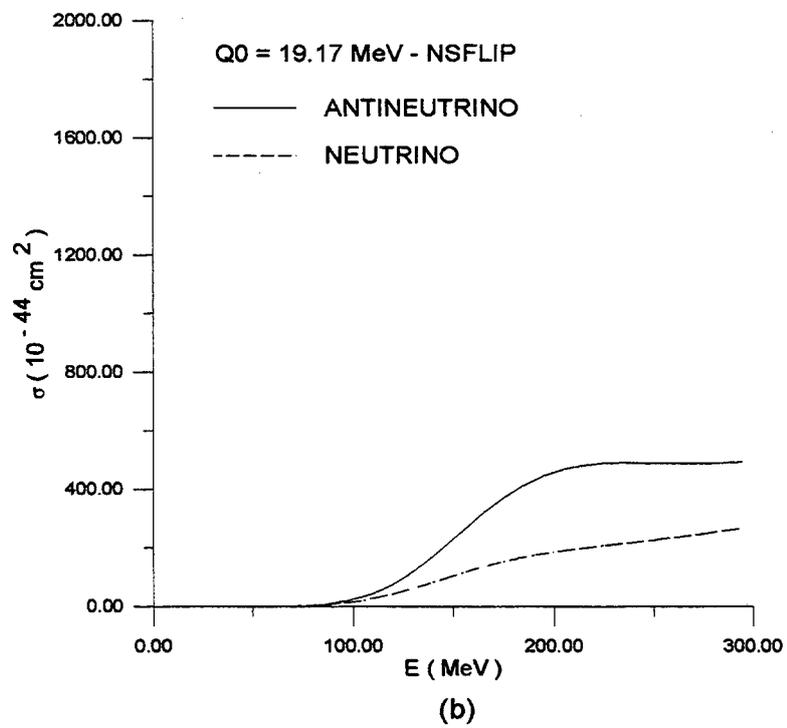
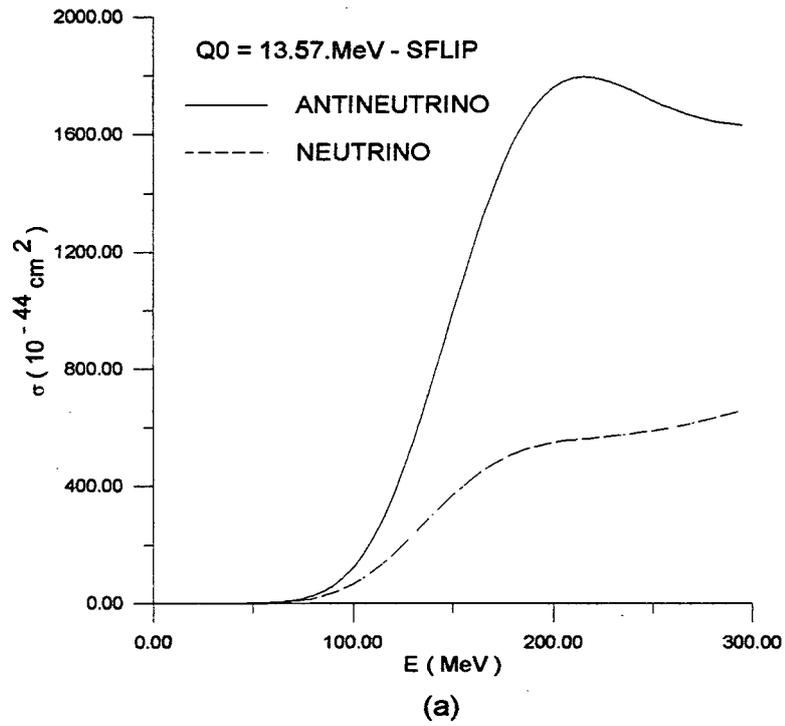


Fig. 10: Seções de choque para  $J_f = 3$  em processos com corrente neutra para estados com energias de excitação iguais à (a)13.57 MeV e (b)19.17 MeV.

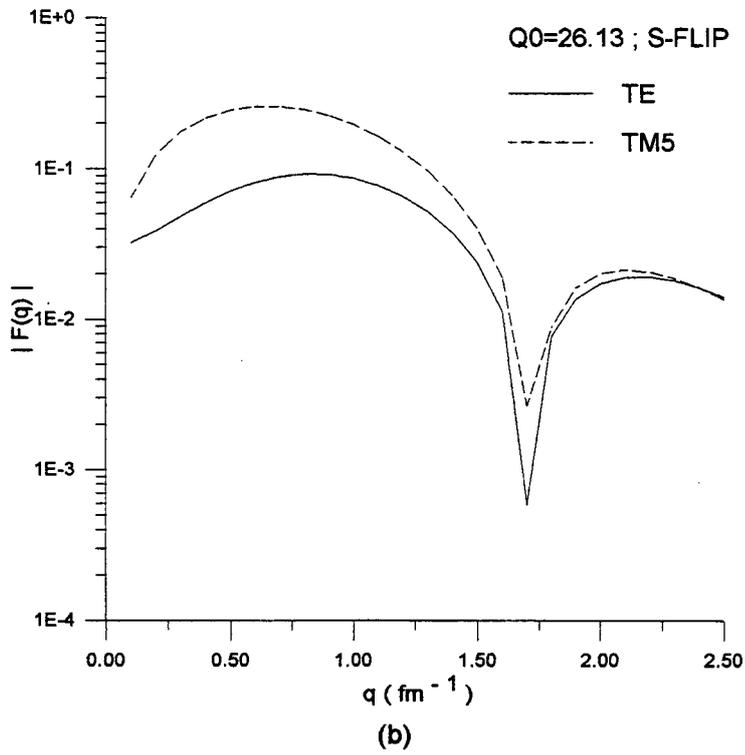
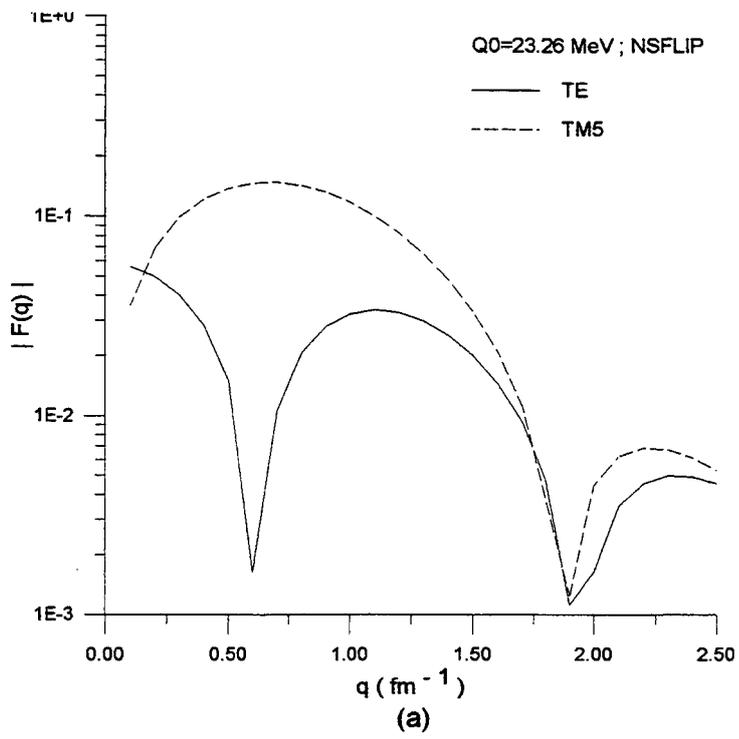


Fig.11: módulo do fator de forma em função do momento transferido para  $J_f = 1$  nos modos de spin-flip (a) e de não spin-flip (b)

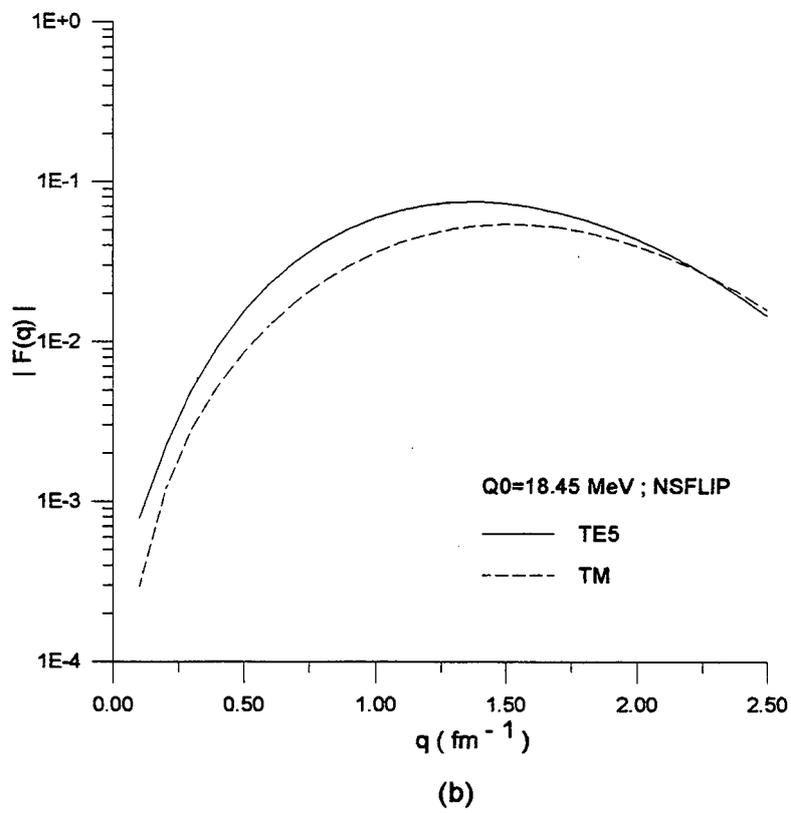
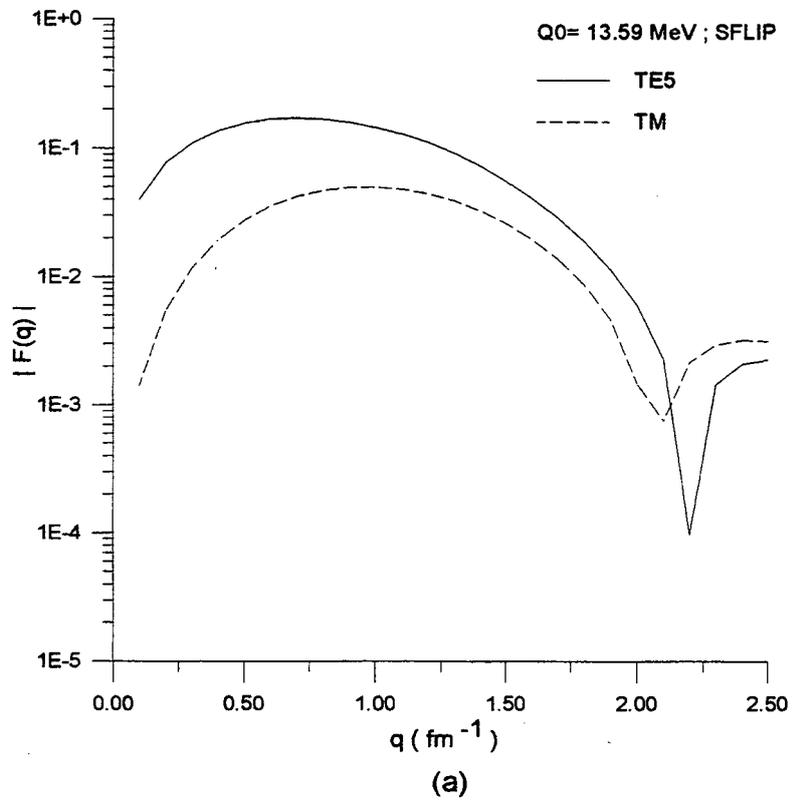


Fig. 12: módulo do fator de forma em função do momento transferido para  $J_f = 2$  nos modos de spin-flip (a) e não spin-flip (b).

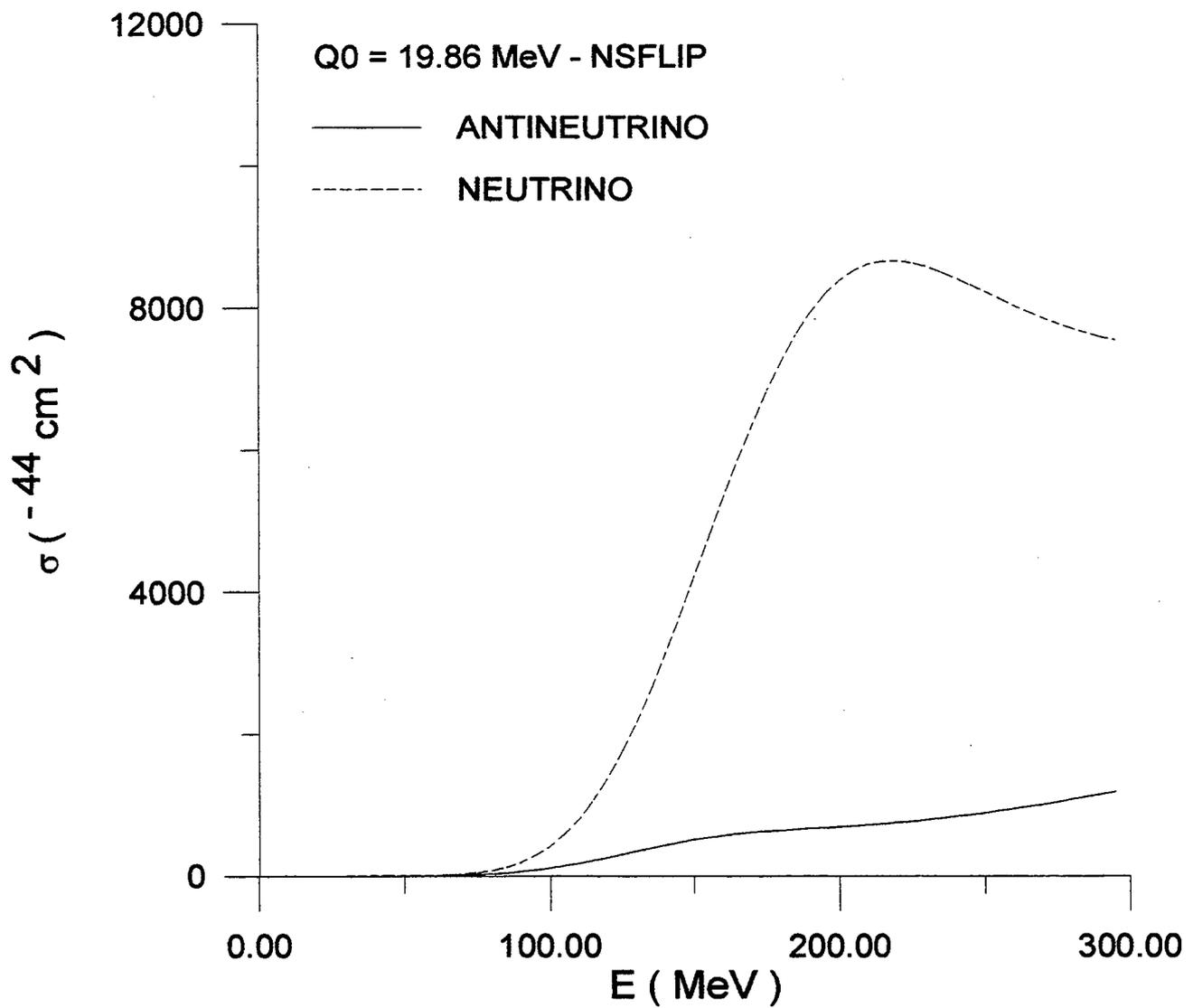


Fig.13: O mesmo que na figura 2 para o único estado com  $J_f = 4^-$ , com energia de excitação igual 'a 19.86 MeV.

Os gráficos para  $J_f$  ímpares ( figuras 3,4,7, 8 e 9 ) mostram uma sensibilidade maior dos fatores de forma axiais nos modos de spin-flip do que nos modos de não spin-flip. Já aqueles para  $J_f$  pares que apresentam modo de spin-flip e de não spin-flip, permitindo que uma comparação seja efetuada, em nosso caso,  $J_f = 2$  ( figuras 5, 6 e 10 ), não há uma diferença muito acentuada, sendo que em alguns casos os fatores de forma axiais apresentaram uma sensibilidade um pouco maior para os modos de spin-flip.

Uma possível justificativa para a diferença entre os gráficos para  $J_f$  ímpares e pares pode ser encontrada ao lembrarmos que na transição para estados com  $J_f$  ímpares, atuam os operadores  $\hat{T}^E$  e  $\hat{T}^{M5}$ , enquanto que na transição para estados com  $J_f$  pares, são os operadores  $\hat{T}^M$  e  $\hat{T}^{E5}$  que atuam. Plotamos, assim, os gráficos dos fatores de forma correspondentes aos operadores  $\hat{T}^E, \hat{T}^{M5}, \hat{T}^M$  e  $\hat{T}^{E5}$ , para  $J_f = 1$  ( figura 11 ) e  $J_f = 2$  ( figura 12 ).

Analisando os gráficos para os fatores de forma relacionados com as transições para estados com  $J_f$  ímpares ( $J_f = 1$  - figura 11 ), percebemos que para o modo de não spin-flip ( figura 11a ) existe uma espécie de interferência destrutiva entre os fatores de forma  $F^E$  e  $F^{M5}$ , enquanto que para aquele no modo de spin-flip ( figura 11b ), não aparece este tipo de interferência. Já os gráficos dos fatores de forma relacionados com as transições para estados com  $J_f$  pares (  $J_f = 2$  - figura 12 ), não existe interferência destrutiva em nenhum dos dois modos.

Para  $J_f = 4$  (figura 13) existe apenas o modo de não spin-flip, de forma que não há como efetuarmos comparações como as que fizemos para os outros gráficos. Neste caso, mostramos apenas o gráfico obtido para processos com troca de carga.

## CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Como primeira observação acerca do que podemos concluir sobre este trabalho está o fato de que as ordens de grandeza das seções de choque aqui calculadas ( em torno de  $10^{-40}$  e  $10^{-41}$   $\text{cm}^2$  ) concordam com as esperadas e existentes na bibliografia[12] .

Outra observação é a de que o fator de forma transversal magnético axial  $F^{M5}$  é bastante sensível no que se refere a detectar as diferenças entre os modos de spin-flip e de não spin-flip em excitações com  $T = 1$  e com  $J_f$  ímpares e paridade negativa no núcleo de  $^{16}\text{O}$ . Essa sensibilidade é visível através da diferença entre as seções de choque do neutrino e a do antineutrino, que é bem maior nos modos de spin-flip do que nos modos de não spin-flip. O mesmo não ocorre no caso do fator de forma  $F^{E5}$  no caso de excitações para os estados com  $J_f$  pares e com paridade negativa.

Seria interessante, portanto, estendermos o cálculo apresentado neste trabalho para outros núcleos leves, como o  $^{12}\text{C}$ . Neste caso específico, poderíamos inclusive comparar a seção de choque total do neutrino com dados experimentais já disponíveis. Devemos lembrar, no entanto, que para este núcleo a aproximação de modelo de camadas para descrever o estado fundamental já não é satisfatória, o que exigiria um modelo mais sofisticado. A extensão para núcleos mais pesados, como o  $^{40}\text{Ca}$ , exigiria a inclusão dos efeitos da repulsão coulombiana na descrição dos processos com troca de carga, a fim de tornar o cálculo mais realista. Finalmente, a extensão natural deste trabalho seria a utilização da chamada aproximação de RPA ( Random Phase Approximation) [8] . A aproximação de RPA é melhor do que a aproximação de TDA na medida em que leva

em conta as correlações de pares no estado fundamental, levando em conta não apenas a criação de um par de partícula-buraco mas também a sua aniquilação.

De qualquer forma, as extensões acima citadas seriam necessárias para uma avaliação mais quantitativa do efeito aqui observado. Qualitativamente, podemos concluir que a diferença entre as seções de choque de neutrino e antineutrino pode ser bastante apreciável e fornecer, assim, informações bastante diretas sobre o fator de forma axial do núcleo e portanto, sobre a distribuição de spin do mesmo.

Uma outra perspectiva que surge com os resultados deste trabalho, seria combiná-los com os dados obtidos através de espalhamento eletromagnético para obtermos informação sobre a parte convectiva do fator de forma eletromagnético. A parte de magnetização é proporcional aos fatores de forma axiais segundo as equações (4.2) e (4.3), enquanto o espalhamento eletromagnético fornece a soma da parte convectiva e de magnetização. Comparando-se as duas informações, poderíamos obter a parte convectiva, e assim informações sobre a densidade de corrente convectiva eletromagnética.

## APÊNDICE A:

### NOTAÇÃO USADA NA DISSERTAÇÃO

Este apêndice contém as convenções adotadas para a notação que utilizamos na dissertação: 1. Os operadores no espaço nuclear de Hilbert são identificados por um acento circunflexo.

2. O produto escalar entre um quadri vetor  $a_\mu = (a_0, \vec{a})$  e outro  $b_\nu = (b_0, \vec{b})$  é dado por:

$$a_\mu b_\nu = a_0 b_0 - \vec{a} \cdot \vec{b}$$

3. Índices repetidos dos quadri vetores numa expressão significam soma (convenção de Einstein).

4. As matrizes gama adotadas estão relacionadas com as matrizes de Pauli da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \gamma^\mu &= (\beta, \beta \vec{\alpha}) \\ \beta &= \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}; \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}; \text{ onde} \\ I &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } 0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

sendo que as matrizes gama obedecem às seguintes propriedades:

$$i. \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}$$

com o tensor métrico escrito como:

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

ii.  $(\gamma^0)^\dagger = \gamma^0; (\gamma^0)^2 = I$

$(\gamma^k)^\dagger = (\beta\alpha^k)^\dagger = -\gamma^k; k = 1, 2, 3; (\gamma^k)^2 = (\beta\alpha^k)^2 = -I, k = 1, 2, 3$

iii.  $(\gamma^\mu)^\dagger = \gamma^0\gamma^\mu\gamma^0; \gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3; (\gamma^5)^2 = I; (\gamma^5)^\dagger = \gamma^5; \gamma^5\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^5 = 0$

Explicitamente podemos escrever:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}; \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_k \\ -\sigma_k & 0 \end{pmatrix}; \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{pmatrix}$$

5. As relações de completudeza usadas para o cálculo dos traços de matriz são:

$$\sum_{s=1,2} u^{(s)}(p)\bar{u}^{(s)}(p) = \tilde{p} + m$$

$$\sum_{s=1,2} v^{(s)}(p)\bar{v}^{(s)}(p) = \tilde{p} - m$$

onde:  $\bar{u} = u^\dagger\gamma^0$  e  $\tilde{p} = \gamma_\mu p^\mu$ ,  $v^{(s)}(p)$  são os spinores de Dirac correspondentes às soluções de energia negativa e  $m$  é a massa do lépton.

6. Adotamos  $\hbar = c = 1$

7. Tensor de Levi-Civita:

$$\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} = \begin{cases} 1, & \text{para número par de permutações entre } \alpha, \beta, \gamma \text{ e } \delta = 0, 1, 2, 3 \\ -1, & \text{para número ímpar de permutações entre } \alpha, \beta, \gamma \text{ e } \delta = 0, 1, 2, 3 \\ 0, & \text{para índices repetidos} \end{cases}$$

## APÊNDICE B:

### CÁLCULO DOS TRAÇOS PARA DENSIDADES DE CORRENTE LEPTÔNICA E HADRÔNICA

Parte leptônica: vamos utilizar as relações de completeza, o tensor métrico e o tensor de Levi-Civita de quatro componentes, que podem ser encontrados no apêndice A. As propriedades para os traços envolvendo as matrizes  $\gamma_\mu$  podem ser encontradas em [2].

$$l_\mu = [\bar{u}_{s'}(k')\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u_s(k)]$$

$$l_\nu^* = [\bar{u}_{s'}(k')\gamma_\nu(1 - \gamma_5)u_s(k)]^*$$

$$\begin{aligned} \sum_{s,s'} l_\mu l_\nu^* &= \sum_{s,s'} [\bar{u}_{s'}(k')\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u_s(k)] [\bar{u}_{s'}(k')\gamma_\nu(1 - \gamma_5)u_s(k)]^* \\ &= \sum_{s,s'} [u_{s'}^\dagger(k')\gamma_0\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u_s(k)] [u_s^\dagger(k)(1 - \gamma_5)\gamma_\nu^\dagger\gamma_0u_{s'}(k')] \\ &= \sum_{s,s'} [u_{s'}^\dagger(k')\gamma_0\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u_s(k)] [u_s^\dagger(k)(1 - \gamma_5)\gamma_0\gamma_\nu\gamma_0u_{s'}(k')] \\ &= \sum_{s,s'} [u_{s'}^\dagger(k')\gamma_0\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u_s(k)] \underbrace{[u_s^\dagger(k)(1 - \gamma_5)\gamma_0\gamma_\nu \sum_{s'} u_{s'}(k')u_{s'}^\dagger(k')\gamma_0\gamma_0 u_{s'}(k')]} \\ &\quad + \sum_{s,s'} [v_{s'}^\dagger(k')\gamma_0\gamma_\mu(1 - \gamma_5)v_s(k)] \underbrace{[v_s^\dagger(k)(1 - \gamma_5)\gamma_0\gamma_\nu \sum_{s'} u_{s'}(k')u_{s'}^\dagger(k')\gamma_0\gamma_0 v_{s'}(k')]} \\ &= \underbrace{Tr[\gamma_0\gamma_\mu(1 - \gamma_5) \sum_s u_s(k)\bar{u}_s(k)\gamma_0(1 - \gamma_5)\gamma_0\gamma_\nu \sum_{s'} u_{s'}(k')\bar{u}_{s'}(k')\gamma_0]} \\ &= \underbrace{Tr[\gamma_0\gamma_\mu(1 - \gamma_5) \sum_s u_s(k)\bar{u}_s(k)(1 - \gamma_5)\gamma_\nu \sum_{s'} u_{s'}(k')\bar{u}_{s'}(k')\gamma_0]} \\ &= Tr[\gamma_\mu(1 - \gamma_5) \sum_s u_s(k)\bar{u}_s(k)(1 - \gamma_5)\gamma_\nu \sum_{s'} u_{s'}(k')\bar{u}_{s'}(k')] \\ &= Tr[\gamma_\mu(1 - \gamma_5)(\tilde{k} + m)(1 - \gamma_5)\gamma_\nu(\tilde{k}' + m)] \end{aligned}$$

onde  $\tilde{k} = \gamma_\mu k^\mu$

$$= 8[k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - (k_\mu k'^\mu)g_{\mu\nu} + i\epsilon_{\mu\alpha\nu\beta}k^\alpha k'^\beta]$$

para

$$\frac{m}{E} \simeq 0.$$

Ex.:

$$\begin{aligned} \sum_{s,s'} l_0 l_0^* &= 8[k_0 k'_0 + k'_0 k_0 - (k_0 k'_0 - \vec{k} \cdot \vec{k}')] \\ &= 8[k'_0 k_0 + |\vec{k}| |\vec{k}'| \cos \theta] \\ &\simeq 8[k'_0 k_0 (1 + \cos \theta)] \\ &= 8k'_0 k_0 (2 \cos^2 \theta) \end{aligned}$$

No ERL , temos que  $E_0 \simeq k_0$  e  $E'_0 \simeq k'_0$ . Ou seja,

$$\sum_{s,s'} l_0 l_0^* = 8E_f E_i (2 \cos^2 \theta)$$

Parte hadrônica: as definições necessárias para o cálculo do produtos entre os componentes da densidade hadrônica podem ser encontradas nas equações (1.43) a (1.45) , além de termos que usar a relação de completeza para os coeficientes de acoplamento[14] :

Ex:

$$\begin{aligned} \sum_{s,s'} J_0 J_0^* &= \frac{1}{(2J_i + 1)} (\sqrt{4\pi})^2 \sum_{M_i} \sum_{M_f} \sum_{J,J'} (2J + 1)^{\frac{1}{2}} (2J' + 1)^{\frac{1}{2}} i^{J'} (-i)^{J'} \\ &\quad \times (-)^{2(j_i - M_i)} \begin{pmatrix} J_f & J & J_i \\ M_f & 0 & -M_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_f & J' & J_i \\ M_f & 0 & -M_i \end{pmatrix} \\ &\quad \times \langle J_f \| T^{CJ} \| J_i \rangle \langle J_f \| T^{CJ'} \| J_i \rangle^* \\ &= \frac{4\pi}{(2J_i + 1)} \sum_J |\langle J_f \| T^{CJ} \| J_i \rangle|^2 \end{aligned}$$

## APÊNDICE C:

# APROXIMAÇÃO NÃO-RELATIVÍSTICA PARA OS OPERADORES DENSIDADE DE CORRENTE HADRÔNICA

Vamos partir da solução para o spinor de Dirac para um nucleon:

$$u(\vec{p}, s) \cong N \begin{pmatrix} \chi^{(s)} \\ \phi^{(s)} \end{pmatrix}, \text{ onde}$$
$$\phi^{(s)} = \left( \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E + M_N} \right) \chi^{(s)},$$

$N$  é uma constante de normalização e  $M_N$  é a massa do nucleon.

Lembrando que a densidade de corrente eletrofraca para um nucleon deve conter a forma  $V - A$ , podemos escrever que:

$$\bar{u}_f(\vec{p}) J^\mu u_i(\vec{p}) = \bar{u}_f(\vec{p}) \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) u_i(\vec{p})$$

vemos que precisamos determinar termos do tipo vetoriais:

$$\bar{u}_f(\vec{p}) \gamma_\mu u_i(\vec{p}) \tag{C.5}$$

e axial-vetoriais:

$$\bar{u}_f(\vec{p}) \gamma_\mu \gamma_5 u_i(\vec{p}) \tag{C.6}$$

Queremos obter uma aproximação não-relativística para as expressões acima. A constante de normalização seguindo a convenção adotada em [2] é dada por:

$$N = \left( \frac{E_i + M_N}{2E_i} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{E_f + M_N}{2E_f} \right)^{\frac{1}{2}},$$

onde

$$E_i = \sqrt{M_N^2 + p_i^2} = M_N \sqrt{1 + \frac{p_i^2}{M_N^2}} \simeq M_N - \frac{p_i^2}{2M_N}$$

e portanto:

$$E_f \simeq M_N - \frac{p_f^2}{2M_N}$$

Desse modo,  $N \simeq 1$  em ordem  $(\frac{1}{M_N})$ , uma vez que a aproximação  $\frac{1}{2E_{i,f}} \simeq \frac{1}{2M_N} (1 - \frac{p_{i,f}^2}{4M_N^2})$  ou só  $\frac{1}{2E_{i,f}} \simeq \frac{1}{2M_N}$  em ordem de até  $(\frac{1}{M_N})$  foi utilizada.

Assim, tomando o componente temporal em (C.5) temos:

$$\bar{u}_f \gamma_0 u_i \simeq \chi_{\sigma'}^\dagger \left( 1 - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_f}{2M_N} \right) \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_i}{2M_N} \end{pmatrix} \chi_{\sigma}$$

ou :

$$\bar{u}_f \gamma_0 u_i = \chi_{\sigma'}^\dagger \chi_{\sigma} \quad (\text{C.7})$$

em ordem  $(\frac{1}{M_N})$

Analogamente para as outros componentes em (C.5) e (C.6), chegamos às seguintes equações:

$$\bar{u}_f \gamma_0 \gamma_5 u_i \simeq -\frac{i}{2M} \chi_{\sigma'}^\dagger (\vec{\sigma} \cdot \overleftarrow{\nabla} + \vec{\sigma} \cdot \overrightarrow{\nabla}) \chi_{\sigma}; \quad (\text{C.8})$$

$$\bar{u}_f \vec{\gamma} u_i \simeq -\frac{i}{2M_N} \chi_{\sigma'}^\dagger (\overleftarrow{\nabla} + \overrightarrow{\nabla}) \chi_{\sigma} - \frac{1}{4M_N} \chi_{\sigma'}^\dagger \overrightarrow{\nabla} \times \vec{\sigma} \chi_{\sigma}; \quad (\text{C.9})$$

$$\bar{u}_f \vec{\gamma} \gamma_5 u_i \simeq \chi_{\sigma'}^\dagger \vec{\sigma} \chi_{\sigma}; \quad (\text{C.10})$$

onde termos de ordem  $O(\frac{1}{M_N^y}; y \geq 2)$  foram desprezados e as substituições  $p_f = -i \overleftarrow{\nabla}$ ;  $p_i = -i \overrightarrow{\nabla}$  foram feitas, sendo que a flecha virada para a esquerda significa que o operador está atuando no espinor da esquerda. As equações acima definem as

densidades de corrente para os nucleons que são explicitamente definidas no apêndice

D.

## APÊNDICE D:

### COMPONENTES DE ISOSPIN DAS DENSIDADES DE CORRENTE E DOS TENSORES MULTIPOLARES

Usando a equação (3.14) e os resultados do apêndice C, podemos escrever as densidades de corrente eletrofracas em termos de isospin. Para densidades de corrente neutras, temos:

$$(\widehat{J}_\mu)^{NC} = ((\widehat{J}_0)_{TM_T}^{NC}, (\widehat{\vec{J}})_{TM_T}^{NC}), \quad (\text{D.11})$$

onde

$$(\widehat{J}_0)^{NC} = \beta_{00}^V \sum_{i=1}^A \frac{1}{2} \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) + \beta_{10}^V \sum_{i=1}^A \frac{1}{2} \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \widehat{\tau}_3(i) \quad (\text{D.12})$$

$$\begin{aligned} (\widehat{\vec{J}})^{NC} &= \beta_{00}^V \frac{1}{2M_N} \left\{ i \sum_{i=1}^A \frac{1}{2} (\vec{\nabla} + \vec{\nabla}) \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) + \frac{\mu_{IS}}{2} \sum_{i=1}^A \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \vec{\nabla} \times \vec{\sigma}_i \right\} \\ &+ \beta_{10}^V \frac{1}{2M_N} \left\{ i \sum_{i=1}^A \frac{1}{2} (\vec{\nabla} + \vec{\nabla}) \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \widehat{\tau}_3(i) \right. \\ &\left. + \frac{\mu_{IV}}{2} \sum_{i=1}^A \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \vec{\nabla} \times \vec{\sigma}_i \widehat{\tau}_3(i) \right\} \end{aligned} \quad (\text{D.13})$$

$$\begin{aligned} (\widehat{J}_0)^{NC5} &= \frac{i}{2M_N} \left\{ \beta_{00}^A \sum_{i=1}^A \frac{1}{2} (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\nabla} + \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\nabla}) \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \right. \\ &\left. + \beta_{10}^A \sum_{i=1}^A \frac{1}{2} (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\nabla} + \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\nabla}) \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \widehat{\tau}_3(i) \right\} \end{aligned} \quad (\text{D.14})$$

$$(\widehat{\vec{J}})^{NC5} = \beta_{00}^A \sum_{i=1}^A \vec{\sigma}_i \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) + \beta_{10}^A \sum_{i=1}^A \vec{\sigma}_i \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \widehat{\tau}_3(i) \quad (\text{D.15})$$

Para as densidades de corrente com troca-de-carga, temos que

$$(\widehat{J}_\mu)^{CC} = ((\widehat{J}_0)_{TM_T}^{CC}, (\widehat{\vec{J}})_{TM_T}^{CC}), \quad (\text{D.16})$$

$$(\widehat{J}_0)^{CC} = \beta_{1\pm 1}^V \sum_{i=1}^A \frac{1}{2} \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \widehat{\tau}_\pm(i) \quad (\text{D.17})$$

$$\begin{aligned} \left(\widehat{\vec{J}}\right)^{CC} &= \beta_{1\pm 1}^V \frac{1}{2M_N} \left\{ i \sum_{i=1}^A \frac{1}{2} (\vec{\nabla} + \vec{\nabla}) \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \hat{\tau}_{\pm}(i) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu_{IV}}{2} \sum_{i=1}^A \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \vec{\nabla} \times \vec{\sigma} \hat{\tau}_{\pm}(i) \right\} \end{aligned} \quad (D.18)$$

$$\left(\widehat{J}_0\right)^{CC5} = \frac{i}{2M_N} \left\{ \beta_{1\pm 1}^A \sum_{i=1}^A \frac{1}{2} (\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} + \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}) \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \hat{\tau}_{\pm}(i) \right\} \quad (D.19)$$

$$\left(\widehat{\vec{J}}\right)^{CC5} = \beta_{1\pm 1}^A \sum_{i=1}^A \vec{\sigma}_i \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \hat{\tau}_{\pm}(i) \quad (D.20)$$

Vamos generalizar as densidades de corrente hadrônica usando a seguinte convenção:

$$I_T^{M_T} = \begin{cases} \frac{1}{2}; T = 0; M_T = 0 \\ \frac{1}{2} \hat{\tau}_3; T = 1, M_T = 0 \\ \frac{1}{2} \hat{\tau}_{\pm}; T = 1, M_T = \pm 1 \end{cases} \quad (D.21)$$

Agora vamos reescrever os operadores  $\widehat{T}^{\lambda, JM}$  substituindo os operadores densidade de corrente obtidos anteriormente e utilizando a generalização (D.21), de forma que:

$$\widehat{T}_{TM_T}^{C, JM_J} = \beta_{TM_T}^V \sum_{i=1}^A \int j_J(q \vec{x}) Y_{JM}(\Omega_r) \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) I_T^{M_T}; \quad (D.22)$$

$$\widehat{T}_{TM_T}^{C5, JM_J} = -\beta_{TM_T}^A F A \sum_{i=1}^A \int j_J(q \vec{x}) Y_{JM_J}(\Omega_r) \vec{\sigma}_i \vec{\nabla} \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) I_T^{M_T}; \quad (D.23)$$

$$\widehat{T}_{TM_T}^{L, JM_J} = \frac{q_0}{q} T^{CJ, TM_T}; \quad (D.24)$$

$$\begin{aligned} \widehat{T}_{TM_T}^{L5, JM_J} &= -\frac{i}{q} \beta_{TM_T}^A F A \sum_{i=1}^A \int \vec{\nabla} [j_J(q \vec{x}) Y_{JM_J}(\Omega_r)] \cdot \vec{\sigma}_i \\ &\quad \times \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) I_T^{M_T}; \end{aligned} \quad (D.25)$$

$$\begin{aligned} \widehat{T}_{TM_T}^{E, JM_J} &= \beta_{TM_T}^V \left\{ \sum_{i=1}^A \frac{1}{q M_N} \int [\vec{\nabla} \times [j_J(q \vec{x}) \vec{Y}_{JJ}^{M_J}(\Omega_r) \right. \\ &\quad \left. \cdot \left[ i \vec{\nabla} + \frac{\mu^{(\tau)}}{2} \vec{\nabla} \times \vec{\sigma}_i \right] \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) I_T^{M_T} \right\}; \end{aligned} \quad (D.26)$$

$$\begin{aligned}\widehat{T}_{TM_T}^{E5, JM_J} &= -\beta_{TM_T}^A F A \sum_{i=1}^A \frac{1}{q} \int [\vec{\nabla} \times [j_J(q \vec{x}) \vec{Y}_{JJ}^{M_J}(\Omega_r)]] \cdot \vec{\sigma}_i \\ &\quad \times \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) I_T^{M_T};\end{aligned}\quad (D.27)$$

$$\begin{aligned}\widehat{T}_{TM_T}^{M, JM_J} &= \beta_{TM_T}^V \left\{ \sum_{i=1}^A \frac{1}{M_N} \int j_J(q \vec{x}) \vec{Y}_{JJ}^{M_J}(\Omega_r) \right. \\ &\quad \left. \cdot \left[ i \vec{\nabla} + \frac{\mu^{(\tau)}}{2} \vec{\nabla} \times \vec{\sigma}_i \right] \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) I_T^{M_T} \right\};\end{aligned}\quad (D.28)$$

$$\widehat{T}_{TM_T}^{M5, JM_J} = -\beta_{TM_T}^A F A \sum_{i=1}^A \int [j_J(q \vec{x}) \vec{Y}_{JJ}^{M_J}(\Omega_r) \cdot \vec{\sigma}_i] \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) I_T^{M_T}; \quad (D.29)$$

onde  $FA$  é o chamado fator de forma axial do nucleon.

O cálculo de elementos de matriz dos operadores dados acima envolve o cálculo dos elementos de matriz de isospin  $I_T^{M_T}$  entre estados de nucleons da forma:

$$\langle \frac{1}{2} m_{t'} | I_T^{M_T} | \frac{1}{2} m_t \rangle = (-)^{1/2 - m_{t'}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & T & \frac{1}{2} \\ -m_{t'} & M_T & m_t \end{pmatrix} \langle 1/2 \| I_T \| 1/2 \rangle, \quad (D.30)$$

onde

$$\langle 1/2 \| I_T \| 1/2 \rangle = \sqrt{\frac{2T+1}{2}} = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{2}}; T=0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}}; T=1 \end{cases}. \quad (D.31)$$

Estamos interessados apenas em transições com  $T=1$ ,  $M_T = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ 1 \end{cases}$ .

Assim, vamos escrever apenas:

$$\langle \frac{1}{2} m_{t'} | I_1^{M_T} | \frac{1}{2} m_t \rangle = \sqrt{3} \text{ para } M_T = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ 1 \end{cases}.$$

Vamos definir as seguintes funções:

$$M_J^{M_J} = j_J(q \vec{x}) Y_{JM_J}(\Omega_r) \quad (D.32)$$

$$\vec{M}_{JJ}^{M_J} = j_J(q \vec{x}) \vec{Y}_{JJ_1}^{M_J}(\Omega_r) \quad (D.33)$$

e usar as seguintes propriedades[11]:

$$\begin{aligned}
& +i \left( \frac{J+1}{2J+1} \right)^{\frac{1}{2}} j_{J-1}(q\vec{x}) \vec{Y}_{JJ-11}^{M_J}(\Omega_r) \\
\vec{\nabla} M_J^{M_J} &= \left( \frac{J+1}{2J+1} \right)^{\frac{1}{2}} j_{J+1}(q\vec{x}) \vec{Y}_{JJ+11}^{M_J}(\Omega_r) \\
& + \left( \frac{J}{2J+1} \right)^{\frac{1}{2}} j_{J-1}(q\vec{x}) \vec{Y}_{JJ-11}^{M_J}(\Omega_r) \\
\vec{\nabla} \cdot \vec{M}_{JJ}^{M_J} &= 0 \\
\nabla^2 \vec{M}_{JJ}^{M_J} &= -q^2 \vec{M}_{JJ}^{M_J}
\end{aligned}$$

Desta forma podemos agrupar os elementos de matriz dos tensores acima em quatro tipos:

$$\begin{aligned}
& \left\langle n'(l'\frac{1}{2})j' \left\| M_J(q\vec{x}) \right\| n(l\frac{1}{2})j \right\rangle \\
& \left\langle n'(l'\frac{1}{2})j' \left\| \vec{M}_{JL}(q\vec{x}) \cdot \vec{\sigma} \right\| n(l\frac{1}{2})j \right\rangle \\
& \left\langle n'(l'\frac{1}{2})j' \left\| \vec{M}_{JL}(q\vec{x}) \cdot \vec{\nabla} \right\| n(l\frac{1}{2})j \right\rangle \\
& \left\langle n'(l'\frac{1}{2})j' \left\| M_J(q\vec{x}) \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \right\| n(l\frac{1}{2})j \right\rangle
\end{aligned}$$

onde  $|n(l\frac{1}{2})j\rangle$  são estados de base do tipo definido em (2.7) para descrever as soluções de partícula-independente.

A parte angular dos elementos de matriz acima podem ser escritos usando esquemas de acoplamento [13], enquanto que a parte radial é dada pelas soluções do oscilador harmônico. Elaboramos um programa em Fortran para efetuar o cálculo dos mesmos, sendo que a confiabilidade do programa foi comprovada comparando-se alguns valores calculados por ele e os obtidos após alguns cálculos simples através de uma tabela apresentada na referência [11].

## REFERÊNCIAS

- [1] deForest Jr., T and Walecka, J.D. - Adv. In Physics (suplemento de Philosophical Magazine-15) (1966).
- [2] Martin, A.D and Halzen, F. - *Quarks and Leptons: An Introductory Course In Modern Particle Physics* - Ed. John Wiley and Sons.
- [3] O'Connell, J.S., Donnelly, T.W. and Walecka, J.D. - Physical Review C **6**, 719-733 (1972).
- [4] Ahrens, L.A. *et al* - Physical Review D **35**, 85-809 (1987).
- [5] Bodmann, B. *et al* - Physics Letters B **267**, 321-324 (1991).
- [6] Bodmann, B. *et al* - Nuclear Physics A **553**, 831c-834c (1993).
- [7] Dubach, J. *et al* - Physics Reports **239**, 1-179 (1994).
- [8] Ring, P and Schuck, P. - *The Nuclear Many-Body Problem* - Ed. Springer-Verlag (1980).
- [9] Walecka, J.D. - *Advances In Nuclear Physics* (1975)
- [10] Wong, S.S. - *Introductory Nuclear Physics* Ed. Addison-Wesley (1990).
- [11] Donnelly, T.W and Haxton, W.C. - Atomic Data and Nuclear Data Tables **23**, 103-115 (1979).
- [12] Donnelly, T.W and Walecka, J.D. - Physics Letters **41B**, 275-280 (1972).
- [13] Donnelly, T.W and Walker, G.E. - Annals of Physics **60**, 209-272 (1970).
- [14] Edmonds, A.R. - *Angular Momentum In Quantum Mechanics* - Ed. Princeton (1960).