

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

**Centro Tecnológico**

**Pós-Graduação em Metrologia Científica e Industrial**  
**Departamento de Engenharia Mecânica**  
**Labmetro - Laboratório de Metrologia e Automação**

# **A Influência da Incerteza de Medição na Carta de Controle de Valores Individuais**

*por*

***Janaína Helena Cardoso da Silva***

Trabalho apresentado como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Metrologia Científica e Industrial na UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil.

Florianópolis, 15 de setembro de 2003

# **A INFLUÊNCIA DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO NA CARTA DE CONTROLE DE VALORES INDIVIDUAIS**

***JANAÍNA HELENA CARDOSO DA SILVA***

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de  
**Mestre em METROLOGIA**  
e aprovada na sua forma final pelo  
Programa de Pós Graduação em Metrologia Científica e Industrial

---

Gustavo Daniel Donatelli, Dr. Eng.  
Orientador

---

Marco Antonio Martins Cavaco, Ph.D.  
Coordenador do Curso

## **Banca Examinadora:**

---

Robert Wayne Samohyl, Ph.D.

---

Celso Luiz Nickel Veiga, Dr. Eng.

---

Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr. Eng.

*“Ao meu Pai, por sua inteligência e persistência, que escreveu a cartilha de minha vida, e por sua vontade de viver”.*

# Agradecimentos

Expresso do fundo do coração meus agradecimentos:

- Aos meus pais, Edson (*in memoriam*) e Helena, pelo apoio, amor, dedicação, “colos” (mesmo que à distância) e por toda a confiança que sempre, desde que nasci, depositaram em mim, primeiro acreditando que eu poderia dar meus primeiros passinhos e depois me ensinando a voar; estas duas pessoas nunca deixaram de acreditar em mim, até quando eu mesma achei que não podia. Papai e Mamãe muito OBRIGADA, eu AMO VOCÊS.
- Aos meus irmãos, Renata e Júlio, pelo incentivo, amor e confiança depositada.
- Às minhas tias e tios, em especial ao meu tio Adaildo e minhas tias Linda e Eulália, que nunca deixaram de acreditar em mim.
- Às minhas avós, Izaura e Maria (*in memoriam*), pelos ensinamentos que me tornaram uma pessoa mais humilde e por suas orações que mesmo distantes, em outro plano, sempre me transmitiram paz, força e muito amor.
- Aos meus avôs, Raimundo (*in memoriam*) e Olavo, pelo amor, ensinamentos e por todos os beijos mandados, independente de onde eles estivessem.
- Ao Cesar, meu namorado, por toda paciência, amor e carinho dedicados a mim, não só nos momentos difíceis mais em todos os momentos, desde que estamos juntinhos.
- Aos meus primos, pela torcida.
- Ao amigo Fred, que esteve presente em minha vida desde o início do curso de graduação, acrescentando um apoio crucial para conclusão desta caminhada.
- Aos meus amigos, Vera, Cesare, Sânia e Gui, que apesar de tê-los conhecidos no Labmetro, eu entendo como se eles sempre estivessem presentes em toda minha vida.
- À Turma 2000, que nos momentos difíceis e nos momentos de alegria demonstrou o significado da palavra UNIÃO.
- Aos amigos do Labmetro, que a partir de agora levarei para toda minha vida, Max, Ribeiro (Dalva), Pedro, Alberto, Heike, Tiago, Gemaque, Cristiano (Tchê), Sutério (Elaine, Dali e Nati), Matias, Alex (Ana e Rafael), Luciana, Bel (Flávio), Danilo, André (Melissa), Alexandre (Piu-piu).
- Ao meu Mestre Gustavo Donatelli (Liliane e Marcos), pela orientação e principalmente amizade e confiança depositada.

- Às Turmas 2001, 2002 e 2003 pelas conversas e conhecimentos compartilhados.
- Ao Labmetro, seus Coordenadores e corpo docente, pela maneira que me receberam e sua infra-estrutura que proporcionou o êxito no desenvolvimento deste trabalho.
- À Rosana, pelo seu profissionalismo.
- A DEUS.

*“Nossos limites são determinados por nós, então quem, além de nós, poderá dizer os caminhos que deveremos trilhar”.*

# Resumo

No âmbito da globalização, a Garantia da Qualidade tem seu papel fundamental como um conceito aplicado durante todo o processo de desenvolvimento do produto, buscando controlar e melhorar continuamente os processos de planejamento e produtivos, pela aplicação de métodos de prevenção de falhas e ferramentas estatísticas. Entre elas, destaca-se o Controle Estatístico de Processos (CEP), enfoque deste trabalho. A efetividade do CEP é influenciada pelos erros de medição. Se as variações do processo de medição não são mantidas num nível suficientemente pequeno, a capacidade da carta de controle para detectar mudanças no processo pode-se ver prejudicada, a ponto do CEP se tornar inútil.

Neste trabalho se estuda a influência de contribuições à incerteza de medição de diferente natureza (erros aleatórios, sistemáticos constantes e linearmente dependentes do mensurando e resolução) na sensibilidade da carta de controle de valores individuais. Como indicador usou-se o comprimento médio de corrida ou ARL (Average Run Length). Os estudos foram feitos por simulação computacional, aplicando modelos de erro cujos parâmetros são calculados a partir da declaração de incerteza de medição.

Os resultados de simulação permitiram comprovar que os erros aleatórios e a resolução são os de maior efeito na sensibilidade da carta de indivíduos. Com base nestes resultados, foram propostos critérios para seleção e validação de processos de medição utilizados em aplicações de CEP. Estes critérios foram comparados com os usados comumente na indústria, mostrando que estes permitem aceitar sistemas de medição com resolução inadequada. Discutiui-se o rol do conceito de incerteza de medição na avaliação de capacidade da medição, mostrando que o uso deste parâmetro para esses fins pode levar a decisões errôneas sobre a adequabilidade dos processos de medição.

**Palavras chave:** Controle Estatístico de Processos, Incerteza de medição, Comprimento médio de corrida.

# Abstract

In the global market, quality assurance must be understood as a company wide concept, applied since the early stages of product development to improve product and process quality. Off-line quality assurance methods are applied before production to prevent product and process failures. On-line methods, mostly based on statistics, are applied during production to assure the fulfillment of product specifications. Among these, Statistical Process Control (SPC) has been used since many years ago to reduce product variation by increasing the knowledge on the process. The effectiveness of an SPC application is affected by measurement errors. If measurement errors are not kept small enough, the sensitivity of the control chart to detect process changes can be reduced to an unacceptable extent.

In this thesis, the influence of measurement uncertainty contributions on the behavior of the individuals control chart has been studied using computer simulation. The Average Run Length (ARL) has been used as index to the sensitivity of the individual chart to detect changes in the process mean. The measurement error model has been designed to generate errors of different nature: pure random, constant systematic, systematic linearly dependent on the value of the measurand and rounding. The parameters of the error model are derived from the statement of measurement uncertainty.

Computer simulation results show that random and rounding measurement errors are the most influential concerning the sensitivity of the individuals chart. Using these findings, two measuring capability criteria have been proposed to help in the selection and validation of measuring systems used in SPC applications, one for the repeatability error and other for the indicating device resolution. The proposed criteria have been compared with those normally used in industry (GRR, Cg, U/Tol and others), showing that these criteria can pass systems with insufficient resolution. It is shown also that the use of measurement uncertainty as a capability criterion could lead to mistaken decisions about measurement processes adequacy.

**Keywords :** Statistical Process Control, Measurement Uncertainty, Average Run Length.

# Sumário

**Aprovação**

**Resumo**

**Abstract**

**Sumário**

**Lista de Figuras**

**Lista de Tabelas**

**Lista de Símbolos**

**Capítulo 1**

<b>O Controle Estatístico de Processos na Garantia da Qualidade .....</b>	<b>1</b>
1.1. O cenário atual .....	1
1.2. A garantia da qualidade moderna .....	5
1.2.1. Estrutura do sistema de garantia da qualidade .....	5
1.2.2. Métodos fora da linha ou preventivos .....	6
1.2.3. Métodos na linha .....	7
1.3. O controle estatístico de processos (CEP) .....	8
1.3.1. Fundamentos do CEP .....	8
1.3.2. Alguns tipos de cartas para dados obtidos por medição.....	9
1.3.3. Fatores que influenciam a efetividade do CEP .....	11
1.4. Garantia da qualidade da medição .....	12
1.5. Esta dissertação .....	14

## Capítulo 2

<b>Influência da Medição no CEP.....</b>	<b>17</b>
2.1. O enfoque probabilístico .....	17
2.1.1. Efeito do erro de medição no CEP .....	18
2.2. Enfoque Metrológico.....	24
2.2.1. A incerteza de medição.....	25
2.2.2. O efeito da Incerteza de Medição no CEP.....	30
2.3. Adequabilidade dos processos de medição na indústria .....	32
2.3.1. Requisito sobre a resolução .....	32
2.3.2. Estudos de repetitividade e reprodutibilidade .....	34
2.3.3. Critério de capacidade baseado em $C_g$ e $C_{gk}$ .....	36
2.3.4. Critérios baseados na incerteza de medição .....	37
2.4. Discussão: A prática dos critérios de seleção dos PM .....	41

## Capítulo 3

<b>A Carta de Valores Individuais.....</b>	<b>42</b>
3.1. A carta de controle de indivíduos.....	42
3.1.1. Construção da carta de valores individuais .....	43
3.1.2. Interpretação: Regra I.....	44
3.1.3. Interpretação: Regras I, II, III, IV.....	45
3.2. Avaliação de eficiência: ARL Teórico .....	46

## Capítulo 4

<b>Modelo de Simulação.....</b>	<b>48</b>
4.1. Premissas adotadas para o modelo de simulação (MS).....	48
4.2. Modelo matemático da medição em produção.....	49
4.2.1. Modelo para a distribuição de valores do mensurando .....	63
4.2.2. Modelo para distribuição do erro de repetitividade .....	51
4.2.3. Modelo para os erros sistemáticos .....	52

4.2.4. Integração do modelo com o efeito da resolução.....	54
4.3. Extensão do modelo para o conceito de incerteza .....	55
4.3.1. Erro de repetitividade.....	55
4.3.2. Erros sistemáticos constantes.....	55
4.3.3. Erros sistemáticos linearmente dependentes do valor do mensurando .....	56
4.3.4. Resolução.....	56
4.3.5. Combinação e expansão da incerteza de medição.....	57
4.4. Simulação de erros consistentes com uma certa declaração de incerteza .....	57
4.5 O programa de simulação.....	61
4.5.1 A linguagem de programação.....	61
4.5.2 O algoritmo computacional.....	62

## Capítulo 5

<b>Resultados da Simulação.....</b>	<b>65</b>
5.1. Análises Exploratórias.....	65
5.2. Simulações 2D: análise isolada das fontes mais influentes.....	70
5.3. Simulações 3D: efeito simultâneo da resolução e do erro aleatório .....	75
5.4. Adequabilidade de sistemas de medição .....	80

## Capítulo 6

<b>Comparação com Outros Critérios .....</b>	<b>83</b>
6.1. Critérios baseados no erro de repetitividade .....	83
6.2. Critérios baseados na resolução .....	87
6.3. Recomendações para a seleção de sistemas de medição para aplicações de cartas de valores individuais .....	90

## **Capítulo 7**

<b>Considerações Finais.....</b>	<b>92</b>
7.1. Conclusões do trabalho .....	92
7.2. Inserção no contexto do LASAR .....	3
7.3. Orientações para trabalhos futuros .....	93
<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>94</b>

# Lista de Figuras

<b>Nº.</b>	<b>Legenda</b>	<b>Pg.</b>
1.1	Evolução da qualidade no tempo (adequada de [1])	2
1.2	Os desvios da qualidade e seus custos associados (adaptada de [1])	3
1.3	A melhoria contínua agindo sobre a variabilidade do processo [7]	4
1.4	Evolução da garantia da qualidade (adequada de [1])	5
1.5	Ferramentas da qualidade usadas na linha de produção (adaptada de [1])	7
1.6	Cartas de Controle retiradas do software NWA Quality Analyst 5.1 <sup>®</sup> [16]	11
2.1	Medições sem interferência de erros de medição, desde o setup $\tau = 0$ [31]	21
2.2	Medições com erro de medição desde o setup, $\tau = 1$ [31]	22
2.3	Erros de medição simulados após setup do processo, $\tau = 1$ [31]	23
2.4	Influências devido à incerteza de medição, adaptada da referência [37]	30
2.5	Repetitividade [22]	34
2.6	Reprodutibilidade [22]	35
2.7	Conceito de R&R, adaptada da referência [22]	35
2.8	A incerteza de medição reduzindo as zonas de conformidade e não-conformidade (LIE – Limite Inferior de Especificação e LSE – Limite Superior de Especificação) [40][46].	38
2.9	Fluxograma para aplicação do PUMA, adaptado da referência [18][41]	40
3.1	Carta de controle de valores individuais, retirada do software NWA Quality Analyst <sup>®</sup> [16]	43
3.2	Regra de Shewhart	44

<b>N.º</b>	<b>Legenda</b>	<b>Pg.</b>
3.3	Regras da Western Electric	45
3.4	ARL Teórico adaptado da referência [13][14]	46
4.1	O modelo de erro para sistemas de medição dedicados	50
4.2	Erro aleatório agindo na carta de valores individuais	52
4.3	Erro sistemático agindo na carta de valores individuais	53
4.4	O modelo de erro sistemático	53
4.5	Efeito da resolução na carta de indivíduos	54
4.6	Resultados das simulações do modelo de erro proposto	61
4.7	Fluxograma geral do algoritmo de simulação	63
5.1	Gráfico para análise do $ARL_S$ diante das fontes de influência ( $\delta = 0$ )	67
5.2	Gráfico para análise do $ARL_W$ diante das fontes de influência ( $\delta = 0$ )	68
5.3	Gráfico para análise do $ARL_S$ diante das fontes de influência ( $\delta = 1$ )	69
5.4	Gráfico para análise do $ARL_W$ diante das fontes de influência ( $\delta = 1$ )	69
5.5	$ARL_S$ teórico segundo referência [13]	70
5.6	$ARL_W$ teórico segundo referência [13]	71
5.7	Gráfico do $ARL_S$ sem a presença de erro de medição	71
5.8	Gráfico do $ARL_W$ sem a presença de erro de medição	72
5.9	Gráfico do $ARL_S$ com $\varepsilon = 1$	73
5.10	Gráfico do $ARL_W$ com $\varepsilon = 1$	73
5.11	Gráfico do $ARL_S$ com $\rho = 1$	74
5.12	Gráfico do $ARL_W$ com $\rho = 1$	74
5.13	Gráfico do $ARL_S$ com $\varepsilon = 0:0,1:1$ , $\delta = 0:0,2:3$ e $\rho = 0$	76
5.14	Gráfico do $ARL_S$ frontal com $\varepsilon = 0:0,1:1$ , $\delta = 0:0,2:3$ e $\rho = 0$	76

<b>N.</b>	<b>Legenda</b>	<b>Pg.</b>
5.15	Gráfico do $ARL_W$ com $\varepsilon = 0:0,1:1$ , $\delta = 0:0,2:3$ e $\rho = 0$	77
5.16	Gráfico do $ARL_W$ frontal com $\varepsilon = 0:0,1:1$ , $\delta = 0:0,2:3$ e $\rho = 0$	78
5.17	Gráfico do $ARL_S$ com $\varepsilon = 0:0,1:1$ , $\delta = 0:0,2:3$ e $\rho = 1$	78
5.18	Gráfico do $ARL_W$ com $\varepsilon = 0:0,1:1$ , $\delta = 0:0,2:3$ e $\rho = 1$	79
5.19	Gráfico do $ARL_S$ frontal com $\varepsilon = 0:0,1:1$ , $\delta = 0:0,2:3$ e $\rho = 1$	79
5.20	Gráfico do $ARL_W$ frontal com $\varepsilon = 0:0,1:1$ , $\delta = 0:0,2:3$ e $\rho = 1$	80
5.21	Comparação: $ARL_S$ com $\varepsilon = 0,5$ e $\rho = 0,2$ com curvas de $ARL_S$ sem erro de medição	81
5.22	Comparação: $ARL_W$ com $\varepsilon = 0,5$ e $\rho = 0,2$ com curvas de $ARL_W$ sem erro de medição	82
6.1	Comparação entre critério proposto e índice $Dr$	84
6.2	Comparação entre critério proposto e índice de capacidade $C_g$	86
6.3	Comparação entre critério proposto e índice $R\&R$ (%VT)	87
6.4	Comparação entre critério proposto para resolução e requisitos do MSA e da Bosch	89

# Lista de Tabelas

<b>N.</b>	<b>Legenda</b>	<b>Pg.</b>
2.1	Limites de controle para carta de amplitude quando $SD(X) = \text{und. medidas}$ (adequada de [43])	33
4.1	Casos para teste do modelo de erros proposto pelo modelo de simulação	58
5.1	Dados de entradas considerados pelo modelo de simulação	66
5.2	Dados de saída, para $\delta = 0$	67
5.3	Dados de saída, para $\delta = 1$	68
6.1	Critérios para seleção de sistemas de medição [22][42][43]	83
6.2	Critérios para seleção de sistemas de medição [22][42]	87
6.3	Critério proposto para seleção da resolução de sistemas de medição	90

# Lista de Símbolos

$\tau$ :	Desvio-padrão relativo do erro de medição
$s^2(\bar{x})$ :	Variância experimental da média
$u_A$ :	Incerteza tipo A
$u_A^{hist}$ :	Incerteza tipo A histórica
$U$ :	Incerteza expandida para 95% de confiança
RL:	Comprimento da corrida
ARL:	Comprimento médio da corrida
Res:	Resolução do sistema de medição
SD (X)	Desvio-padrão da distribuição de X.
$\hat{s}_m$ :	Desvio-padrão estimado a partir da amplitude média
VT:	Varição total
Tol:	Tolerância de fabricação
$C_g, C_{gk}$ :	Índices de capacidade de sistemas de medição
$U_{PM}$ :	Incerteza do processo de medição
T:	Alvo do processo
$U_T$ :	Incerteza do alvo do processo
$b$ :	Probabilidade de não intervenção no processo
$a$ :	Probabilidade de intervenção no processo

# Capítulo 1

## O Controle Estatístico de Processos na Garantia da Qualidade

A globalização como um conceito de integração entre mundos e economias, traz o aumento da concorrência a nível mundial. Neste cenário, empresas e indústrias precisam fornecer produtos com alto nível de qualidade capazes de atingir mercados mais exigentes. A qualidade então, se torna cada vez mais um fator de competitividade juntamente com outros fatores como tempo e custo [1]. A Garantia da Qualidade traz ferramentas que fornecem meios para avaliar e qualificar a capacidade produtiva em um âmbito de concorrência feroz e busca de conquistas mercadológicas. O Controle Estatístico de Processos (CEP) vêm como uma dessas ferramentas, auxiliando no controle de processos produtivos e permitindo induzir a melhoria contínua, mediante o uso de cartas de controle na linha de fabricação. Portanto, pode-se denominar o CEP uma ferramenta, que busca garantir a qualidade dos meios produtivos, trazendo para o mercado produtos com garantia de conformidade e com custos reduzidos.

Este capítulo apresentará uma breve caracterização do cenário atual, onde a globalização está inserida como estimuladora crescente da integração entre economias. Serão expostas definições básicas sobre a evolução do conceito qualidade e da garantia da qualidade, discutindo as contribuições das ferramentas *fora da linha* e *na linha* de produção para a qualidade final de produto. Dentre estas últimas, o CEP e as condições necessárias para um funcionamento eficiente desta ferramenta serão focos, incluindo a caracterização do processo de medição como grande influenciador e componente ativo dentro do processo produtivo.

## 1.1. O cenário atual

O conceito da qualidade evoluiu no tempo, desde um patamar onde o foco era o atendimento das especificações funcionais, para a busca de qualidade de vida para sociedade [2][3].



Figura 1.1 – Evolução da qualidade no tempo (adequada da referência [1]).

O fortalecimento de uma cultura globalizada traz o aumento da competitividade como um grande desafio a ser superado pelas empresas. As exigências ou expectativas dos consumidores passam a ser características delineadoras do produto final. Assim, a qualidade do produto é avaliada com base nessas características pré-estabelecidas, trazendo para o mercado produtos capazes de estabelecerem uma concorrência acirrada, não tendo mais destaque as empresas por seu porte e sim pela qualidade, tempo e custo agregado ao produto fabricado [2][4][5].

Neste meio, mudanças na cultura industrial se fazem necessárias. A indústria que até pouco tempo atrás tinha incutido em sua cultura o ato de produzir sem qualquer planejamento, teve que rever seus conceitos, principalmente junto às fases que precedem a produção. Produtos com alta qualidade trazem perdas mínimas, do contrário, a má qualidade diz respeito a perdas na função do produto ou de suas propriedades assim como perdas resultantes do tempo, ruído, poluição [4]. Assim, a eliminação de falhas no processo de produção tornou-se ponto de partida para fabricação de produtos com altos níveis de qualidade.

Observando a figura 1.2, pode-se notar que as falhas ocorridas muitas vezes devido a um planejamento deficiente (75% de falhas geradas nas fases iniciais do ciclo de fabricação), são detectadas apenas nas fases finais do ciclo de fabricação do produto (80% de falhas nas fases finais,

sendo aproximadamente 75% provenientes da fase de planejamento) e esse fator onera o custo da produção.

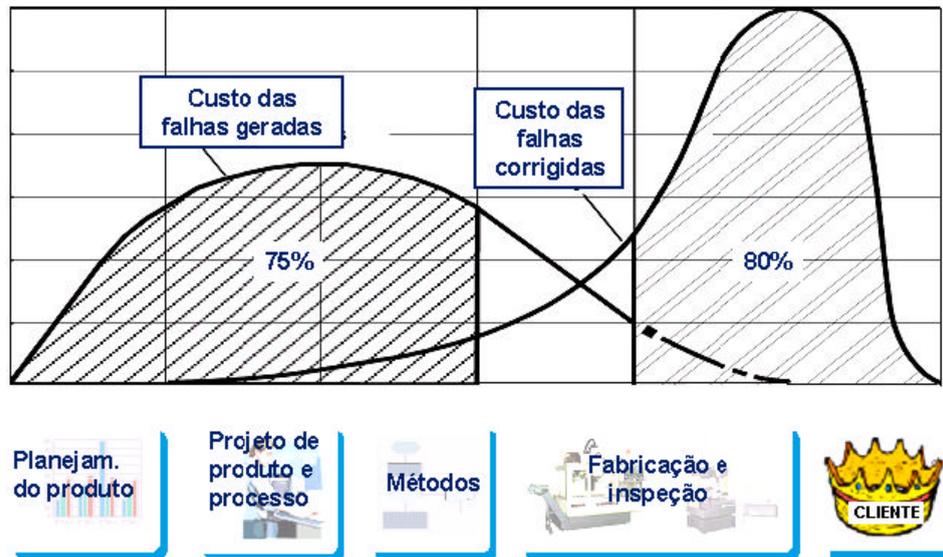


Figura 1.2 – Os desvios da qualidade e seus custos associados (adaptada da referência [1]).

Com isso, se tornou indiscutível a necessidade de maiores esforços na consolidação da tarefa de planejamento, usando ferramentas que garantam a qualidade com intuito de prevenir e controlar o processo fabril evitando assim, ações corretivas pós-processo [1][2].

No âmbito atual, portanto, o planejamento, a sistematização e o domínio de processos e produtos, vão ao encontro das exigências de um mercado mais flexível e dinâmico. Assim, buscou-se uma filosofia que primasse pela redução de desperdícios e que atendesse de forma instantânea as demandas do mercado. O Just-in-time (JIT) compartilha desta filosofia e traz como conceito produzir bens e serviços quando necessários, evitando o estoque e, conseqüentemente desperdícios [2][6].

O Just-in-time surgiu como uma nova forma na organização da produção, trazendo mais flexibilidade diante das variações no volume de produção e das mudanças na linha de produtos. A produção de pequenos lotes vem como uma das características dessa filosofia, tornando mais rápida a detecção de problemas na produção, trazendo soluções de forma mais eficaz, evitando desperdícios e custos onerosos [1][5].

*Como pilares da filosofia JIT temos a eliminação de desperdício, o envolvimento dos funcionários na produção e o esforço de aprimoramento contínuo. [6]*

O aprimoramento contínuo é uma ferramenta de assistência na redução da variabilidade dos processos produtivos. A figura 1.3 mostra que, o desenvolvimento de atividades que estejam a todo o momento, revendo o ciclo de fabricação de produtos a fim de melhorá-lo, reduzem significativamente a variabilidade do processo, desde a idealização de um protótipo até a fabricação efetiva do produto.

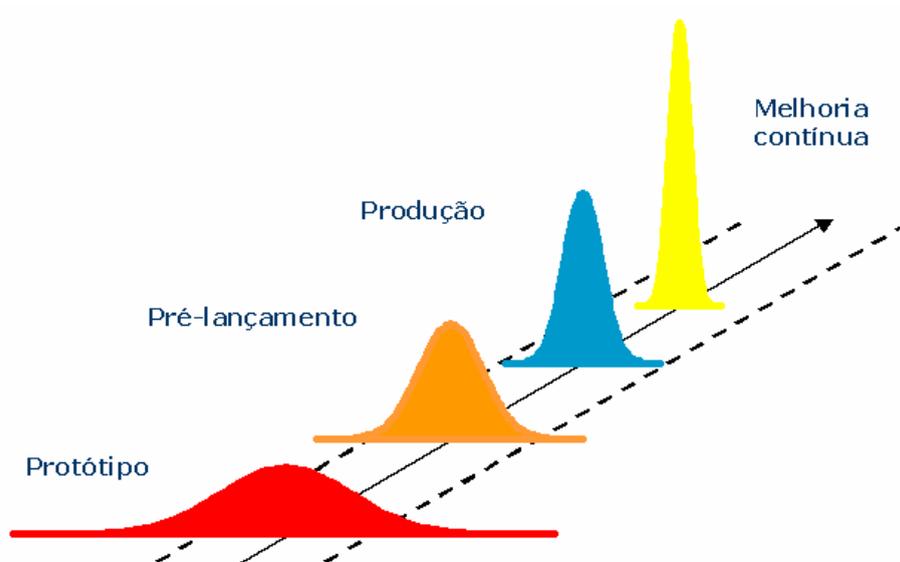


Figura 1.3 – A melhoria contínua agindo sobre a variabilidade do processo [7].

A melhoria contínua pode ser implementada através da aplicação do conceito de PDCA (planejar, fazer, checar e agir) que se baseia na realização de uma seqüência de atividades que são percorridas de forma cíclica objetivando a melhoria da variabilidade do processo [6]. Para alimentação periódica da melhoria contínua, é essencial uma total compreensão das características da qualidade a serem controladas [8].

Desta forma, a diversificação e sofisticação tecnológica de produtos, características industriais como produção de lotes menores, redução de custos e certificação da qualidade, fazem parte crescente ao que diz respeito às relações cliente e fornecedor [2]. A partir deste momento, as necessidades e desejos dos clientes passam a ser requisitos que devem ser considerados como delineadores de um ambiente propício à melhoria contínua, proporcionando assim, o aumento da qualidade produtiva.

## 1.2. A garantia da qualidade moderna

*Qualidade é o conjunto de características (ou atributos) de um produto, processo ou serviço, que lhe conferem aptidão para satisfazer as necessidades estabelecidas ou implícitas do cliente [1].*

### 1.2.1. Estrutura do sistema de garantia da qualidade

O conceito da qualidade, historicamente relacionado ao produto, se aperfeiçoou com o tempo, compreendendo hoje não apenas o produto final, mas também o processo e características de fabricação. Essa evolução, somada aos fatos e dados resumidos na figura 1.2, levou à necessidade de *planejar a qualidade*. Planejar a qualidade é estabelecer as necessidades dos clientes e desenvolver processos capazes de atender às exigências de mercado.



Figura 1.4 – Evolução da garantia da qualidade (adequada da referência [1]).

Para isso, segundo a figura 1.4, a Garantia da Qualidade progrediu, acompanhando a evolução do conceito da qualidade mostrado na figura 1.1, desde o foco na separação de unidades não-conformes até a melhoria contínua.

A Engenharia da Qualidade está formada por um conjunto de técnicas e métodos que operam no âmbito da garantia da qualidade para que seja possível obter produtos com a qualidade que deseja o cliente a um custo mínimo. Atualmente, a engenharia da qualidade propõe dois conjuntos básicos de métodos: os métodos *fora da linha de produção* e os métodos *na linha de produção* [1][7].

Os primeiros estão focados na prevenção de defeitos e são aplicados desde as etapas de planejamento de produto e processo. Os segundos são de aplicação prioritária durante a produção,

focados no controle de produto e processo. Estes métodos são, na sua maioria, de caráter estatístico e entre eles está o CEP. Como se pode ver na figura 1.4, o CEP foi introduzido já nos anos '30, embora ainda hoje não se achem tantas aplicações maduras de CEP como se poderia imaginar. Na continuação se descreverão brevemente os métodos da engenharia da qualidade, para brindar um marco de referência à aplicação dos resultados desta dissertação.

### 1.2.2. Métodos fora da linha ou preventivos

Garantir que um produto esteja conforme as especificações é uma tarefa chave do processo produtivo. Os métodos *fora da linha* definem-se como técnicas preventivas aplicadas antes da fase de fabricação. Esses métodos objetivam reduzir o número de não-conformidades, atacando o problema antes deste atingir a linha de produção. Durante o projeto de um produto ou serviço, definições, objetivos, características de construção necessitam ser especificadas [6][7].

Dentre as ferramentas geralmente utilizadas fora da linha de produção destacam-se QFD (Quality Function Deployment), FMEA (Failure Modes and Effects Analysis), FTA (Failure Tree Analysis) e DoE (Design of Experiments). Essas ferramentas podem ser aplicadas juntas na fase que antecede a produção, para atingir de forma mais eficaz a qualidade pretendida. Para um esclarecimento maior dessas ferramentas observam-se os conceitos abaixo:

- QFD: método que trata de reescrever as exigências e necessidades dos clientes em forma de requisitos técnicos para cada etapa do desenvolvimento do produto e processo produtivo [9]. Dessa forma, esta ferramenta é passo fundamental para Gestão da Qualidade como tradutora da voz do consumidor [9].
- FMEA: método que permite avaliar a severidade de uma falha, a probabilidade de ocorrência de suas causas e a capacidade de detecção antecipada oferecida pelo controle de processos. A partir de três indicadores específicos, é calculado o denominado “número de prioridade de risco”, cujo valor orienta o processo de melhoria da confiabilidade de produtos e processos de fabricação [10].
- FTA: através da construção de uma árvore de falhas, prevê e quantifica a probabilidade de falhas com o objetivo de identificar e corrigir as suas possíveis causas [1][7].
- DoE: o projeto de experimentos, permite atribuir robustez aos produtos e seus processos associados, atingindo condições de produção ótimas. Permite reduzir o número de experimentos necessários para analisar sistemas de variáveis múltiplas, sem perda do conteúdo de informação dos resultados [1][6][7].

### 1.2.3. Métodos na linha

Os métodos aplicados na linha da produção objetivam controlar, garantir e avaliar se o que está sendo produzido está conforme especificações. Estes métodos utilizam ferramentas estatísticas, convertidas em ações sobre o processo, para evitar a produção de produtos não-conformes e que essas unidades não-conformes cheguem ao consumidor [7][11].

Em geral, os métodos mais usados na linha são o CEP (Controle Estatístico de Processos), o SEQ (Supervisão Estatística da Qualidade), o CCP (Controle Contínuo de Processos) e o SCQ (Supervisão Contínua da Qualidade). As duas primeiras ferramentas trabalham no âmbito da inspeção por amostragem e as duas últimas com inspeção 100% [1][7][11].

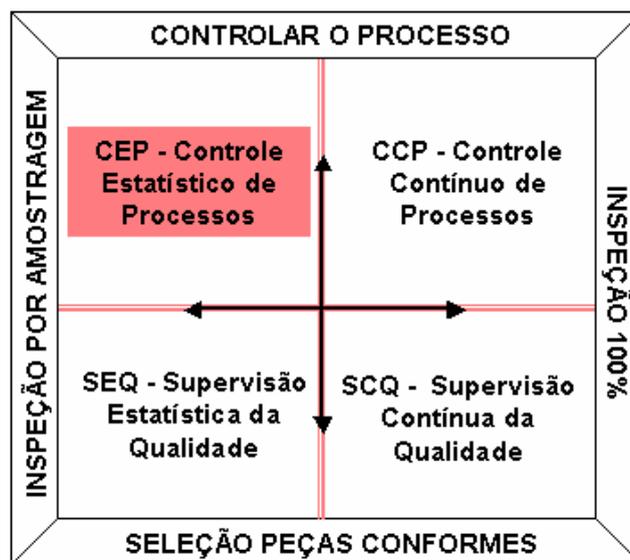


Figura 1.5 – Ferramentas da qualidade usadas na linha de produção (adaptada da referência [1]).

Na inspeção 100% são avaliados todos os produtos que saem da linha de fabricação. Aplicada como SCQ, esta tem foco na avaliação da qualidade do produto e objetiva à separação de unidades conformes das não-conformes. Esta inspeção é a mais utilizada quando os produtos em questão oferecem um risco crítico para usuário, necessitando assim de uma alta confiabilidade [7][11]. Também se usa inspeção 100% quando o processo de fabricação apresenta baixa capacidade, tendo, portanto uma probabilidade maior que a aceitável de produzir unidades não-conformes. No escopo do CCP, a inspeção 100% fornece informação sobre o produto que, junto à informação das variáveis de estado do processo, são usadas para realizar correções sobre estas variáveis. Neste caso, o controle é automatizado.

A inspeção por amostragem permite diminuir os custos associados à avaliação. Denomina-se de SEQ quando realizada com foco na segregação de lotes não-conformes. Para isso, cada lote produzido é sujeito a uma amostragem aleatória e as unidades identificadas são avaliadas. Em função dos resultados dessa avaliação se decide sobre o destino do total do lote. Em geral, lotes rejeitados são posteriormente submetidos à inspeção 100%. Este tipo de inspeção oferece certos riscos ao cliente e riscos ao fornecedor, pois lotes não-conformes podem ser aceitos e vice-versa [1][7]. Por isso, esse método está sendo progressivamente abandonado quando se busca garantir a qualidade em senso estrito.

Dentro dos métodos usados na linha de produção o CEP é um dos mais empregados. Apesar deste método trabalhar com inspeção por amostragem, ele trata de avaliar o estado de controle do processo e foca nas ações sobre o processo, objetivando reduzir a variabilidade e com isso minimizar a oportunidade de produzir unidades não-conformes.

### **1.3. O controle estatístico de processos (CEP)**

*O Controle Estatístico de Processo (CEP), uma subárea do SQC (Controle Estatístico da Qualidade), consiste em métodos para entendimento, monitoramento, e melhoria de performance de processos no decorrer do tempo [12].*

#### **1.3.1. Fundamentos do CEP**

Para fundamentar o CEP, é preciso definir alguns conceitos básicos sobre como esta ferramenta pode auxiliar no aumento da qualidade final do produto. Um processo é a combinação de forças entre fornecedores, produtores, pessoas, juntamente com equipamentos, materiais de entrada, métodos e ambiente para produzir um resultado desejado para uso dos clientes [8][13][14].

O entendimento do processo é essencial para o conhecimento e redução da variabilidade. A variabilidade pode ser classificada de acordo com o grau de interferência no processo. Partindo-se do pressuposto que nenhum processo é perfeito, diz-se que as variações incapazes de contaminar o processo a ponto de modificar sua média ou sua dispersão são caracterizadas como comuns.

As causas comuns de variação, também chamadas de causas inerentes ao processo, são de difícil detecção, pois são vistas como “caixa preta”. A redução desse tipo de variação não acontece de forma geral visto razões técnicas e econômicas, já que exigem uma troca direta de instrumentos e equipamentos exigindo grandes aplicações de caráter monetário [8][13][14].

As mudanças na média ou na dispersão do processo são ocasionadas por causas alheias ao processo, interferências tais como um operador mal treinado, um procedimento mal executado, um equipamento operando fora dos padrões, um material não conforme com as especificações, etc. Este tipo de variação origina-se de causa especial ou assinalável, e assim é denominada. Pela sua magnitude e por não apresentar um comportamento aleatório, variações por causas especiais são de fácil detecção e correção [8].

O CEP é caracterizado pelo uso de cartas de controle, que são ferramentas visuais de acompanhamento das características da qualidade a serem controladas. Esses gráficos ajudam a identificar as variações por causas especiais no meio do ruído gerado pelo sistema de causas comuns [8].

Como alguns benefícios das cartas de controle quando usadas adequadamente podem ser destacados:

- A utilidade prestada aos operadores para o controle contínuo de um processo;
- A ajuda ao processo para produzir de forma consistente e previsível, em qualidade e custo;
- A ajuda para que o processo alcance maior capacidade;
- O fornecimento de uma linguagem comum para a discussão do desempenho do processo;
- A distinção feita entre causas especiais de variação das comuns, como um guia para ações locais ou sobre o sistema.

Portanto, o Controle Estatístico de Processos é utilizado como uma ferramenta de retorno para o processo de fabricação, resultando em dados que poderão ser avaliados e traduzidos como ações de melhoria contínua do processo [8][15].

### **1.3.2. Alguns tipos de cartas para dados obtidos por medição**

As cartas de controle são classificadas em dois tipos: por variável ou por atributo. As cartas de controle por variáveis visam trabalhar com dados mensuráveis de cunho quantitativo. As cartas que trabalham com atributo, analisam características qualitativas e por esse motivo mostram pouca informação sobre o processo. Assim, as cartas com maior utilização no chão de fábrica são por variáveis. Nas avaliações de características da qualidade por variáveis são usadas com frequência as cartas de Shewhart (ou sem memória), destacando-se ainda as cartas CUSUM (Cumulative Sums), EWMA (Exponentially Weighted Moving Averages) [3][8][13].

Dentre as cartas de Shewhart mais utilizadas estão as cartas de média e amplitude ( $\bar{X} - R$ ), de mediana e amplitude ( $\tilde{X} - R$ ) e de média e desvio-padrão ( $\bar{X} - S$ ). Todas essas cartas precisam da formação de subgrupos racionais num tempo suficientemente curto, para que neles se expresse somente variação por causas comuns. Os estatísticos de posição (média, mediana) e os de dispersão (amplitude, desvio-padrão) são calculados dentro do subgrupo e plotados na mesma seqüência. Assim, pode se dizer que cada subgrupo é “uma fotografia” da posição e dispersão do processo num certo instante de tempo. A comparação entre os diferentes subgrupos permite detectar variações no processo. Devido sua pouca sensibilidade quanto a interferência de variações especiais, para essas cartas não são recomendados deslocamentos na média da distribuição do processo abaixo de  $1,5\sigma$  [13].

A carta de valores individuais e amplitude móvel ( $X - mR$ ) não precisa da formação de subgrupos para monitorar a posição do processo: basta realizar e registrar medições seqüenciais. Para estimar a dispersão do processo, a carta recorre à amplitude móvel, calculada como o desvio absoluto entre os valores de dois indivíduos sucessivos. Essa carta é usada quando, por razões técnicas ou econômicas, é impossível formar subgrupos, como por exemplo, nos casos em que para obter os dados é necessário destruir o produto ou quando se trata de processos que operam por pequenos lotes. Embora possua menor capacidade de detecção que a carta  $\bar{X} - R$ , sua simplicidade a torna adequada quando, por exemplo, é necessário implantar CEP em ambientes hostis.

Para processos que devem ser controlados dentro de limites mais estreitos, recomendam-se as cartas de CUSUM e EWMA. As cartas CUSUM e EWMA são cartas com memória, porque em cada instante de tempo a decisão sobre o estado de controle do processo é tomada usando também informações das amostras anteriores. Apesar de sua maior capacidade de detecção, estas cartas têm pouca aceitação na produção metal-mecânica, devido a sua aplicação relativamente mais complexa. Na implementação dessas cartas é necessário mão de obra mais especializada, portanto maiores gastos com treinamento e tempo. Elas apresentam grande aplicação em indústrias químicas e biomédicas, que trabalham com produtos que exigem “defeito zero”, já que o custo de um produto não-conforme é muito grande [3][13][14].

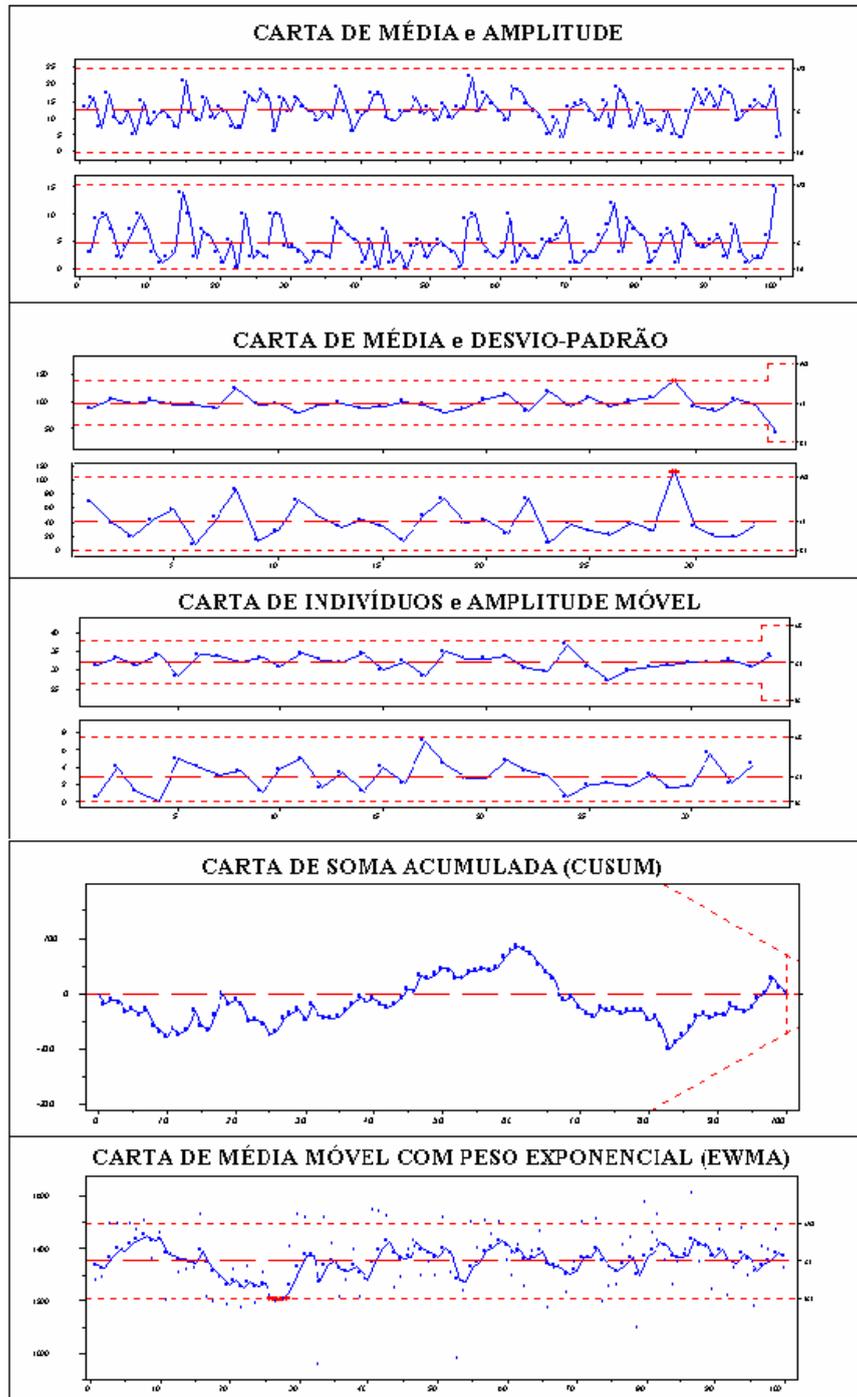


Figura 1.6 – Cartas de Controle retiradas do software NWA Quality Analyst 5.1® [16].

### 1.3.3. Fatores que influenciam a efetividade do CEP

Um CEP pode ser caracterizado como efetivo se este permite identificar em tempo real a ação de causas especiais, fornecendo estimativas não distorcidas da distribuição do processo e abastecendo o ciclo de melhoria contínua do processo.

Como alguns fatores que interferem na efetividade do CEP podem-se destacar: seleção do tipo de carta, agrupamento (tamanho do subgrupo, procedência dos indivíduos agrupados, tempo transcorrido entre o primeiro e o último indivíduo no subgrupo, etc.), frequência de amostragem, treinamento do operador, meio ambiente em que se constrói e interpreta a carta (ruído, distrações, etc).

Uma influência não desprezível é aquela associada ao processo de medição. Erros de medição excessivos ou uma resolução inadequada do dispositivo mostrador podem descaracterizar o processo, já que a carta plota não somente as variações do processo de fabricação, mas também as do processo de medição. Como conseqüências dos erros de medição no processo, pode-se ressaltar as indicações de sinais fora do controle quando: não existem causas especiais agindo sobre o processo; ocorrem falhas na não indicação de ações de causas especiais sobre o processo; e são apresentadas informações erradas da posição e dispersão do processo [11].

#### **1.4. Garantia da qualidade da medição**

Sabe-se que não existe um processo de medição perfeito, ou seja, com propriedades estatísticas de variância zero e, conseqüentemente, probabilidade zero de classificar erroneamente os produtos e induzir ações inadequadas sobre o processo de fabricação.

O Processo de Medição (PM) abrange todo o conjunto de recursos, atividades e influências que inter-relacionadas produzem uma medição [17]. Ele pode ser caracterizado pelos seguintes elementos [18][19]:

- *Operador*: pessoal com competência comprovada através de formação, treinamentos, habilidades e experiência pessoal [20].
- *Meio ambiente*: chão de fábrica ou local onde está disposto o processo de medição. Fazem parte do meio ambiente, influências de temperatura, umidade, vibração, pressão atmosférica, dentre outras.
- *Sistema de medição*: conjunto completo de instrumentos de medição e outros equipamentos associados para executar uma medição específica [21].
- *Procedimento de medição*: conjunto de operações, descritas especificamente, usadas na execução de medições particulares de acordo com um dado método [21].
- *Mensurando*: grandeza específica submetida à medição [21].

Pode-se observar que o processo de medição apresenta uma constituição análoga ao de fabricação, tornando-se assim suscetível à aplicação de conceitos e ferramentas da garantia da qualidade preventiva e *na linha*. A classificação da variação, em variação por causas comuns e variação por causas especiais, os conceitos de estabilidade estatística e capacidade Ihe são perfeitamente aplicáveis. Então, pode se afirmar que um controle estatístico efetivo requer dados gerados por um processo de medição sob controle e capaz. O primeiro requisito significa que a distribuição do erro de medição deve ser essencialmente constante em forma e parâmetros. O segundo visa a garantir que os erros de medição sejam pequenos frente à tolerância da característica e à variação do processo que é objeto da aplicação da carta de controle.

Para poder operar com processos de medição estáveis e capazes, em condições econômicas aceitáveis, deve-se realizar um conjunto de atividades que, genericamente, se podem reunir sob o título de “garantia da qualidade da medição”. Essas atividades precisam ser desenvolvidas desde a definição do quê medir até a validação final de todos os constituintes do processo de medição, usando peças reais extraídas do próprio processo de fabricação.

Seguindo a evolução da garantia da qualidade no processo de manufatura, que começou com a inspeção da qualidade e só recentemente incorporou ferramentas preventivas nas etapas de planejamento, a garantia da qualidade da medição começou focando-se em atividades de validação empírica das propriedades estatísticas, realizadas após a aquisição ou construção do sistema de medição. Os testes de exatidão, linearidade, repetitividade e reprodutibilidade, estabilidade são conhecidos e praticados com pouca mudança desde mais de 40 anos atrás. Embora existam recomendações atuais que enfatizam a importância de garantir a qualidade da medição desde o seu projeto e planejamento (e.g. ver [22]), a tendência em enfatizar na validação empírica ainda subsiste na garantia da qualidade da medição, tal como é praticada no âmbito das empresas industriais.

Desafortunadamente, muitas vezes se descobre que um processo de medição não é suficientemente capaz quando já é tarde demais para fazer as melhorias necessárias. Isso resulta sempre em perdas monetárias importantes, seja pela necessidade de mudar elementos onerosos do processo de medição (melhor sistema de medição, ambiente mais controlado, procedimento mais demorado, etc), ou por ter que operar com um processo de medição não adequado.

Assim, na garantia da qualidade das medições, a escolha apropriada do sistema de medição é ponto-chave. Essa seleção precisa de informação confiável sobre as propriedades metrológicas dos sistemas de medição que potencialmente satisfazem necessidades tais como: faixa de medição,

divisão de escala, erro máximo, repetitividade, derivas temporais, comportamento com a temperatura e outras variáveis ambientais, etc. Essas propriedades podem se encontrar em normas e catálogos de fabricantes, embora nem sempre expressadas de forma consistente e padronizada. Também são necessários dados confiáveis sobre as características estatísticas do processo de produção e especificações que devem ser atendidas pelo produto final.

Lamentavelmente, nem os procedimentos atuais de seleção de sistemas de medição nem os resultados dos testes de validação fornecem informação quantitativa sobre quais são as conseqüências da medição no produto final e na economia de produção, fato este, que realmente interessa ao profissional da produção e à gerência da empresa [23]. Sem essa informação, é difícil fazer um projeto e planejamento da medição racional, que resulte na minimização do custo da má qualidade. Esta última afirmação é baseada no reconhecimento de que os custos de aquisição, manutenção e operação da medição estão entre os determinados *custos de avaliação*, em tanto que as conseqüências da não adequabilidade do processo de medição se refletem num acréscimo dos *custos de falhas internas e externas* [24]. Um estado de custo total mínimo parece possível, mas, como pode ser alcançado sem possuir a informação adequada?

No caso específico de sistemas da produção operando sob controle estatístico de processos, seria importante, por exemplo, conhecer qual a influência da medição na perda de qualidade do produto real. Se essa perda se calcula usando a função quadrática de perda da qualidade segundo Taguchi, seu valor poderá se considerar igual à soma dos custos de falha interna e externa [25]. Infelizmente, a cadeia causa-conseqüência, que vincula as propriedades metrológicas do processo de medição com as propriedades estatísticas finais de um processo real, é complexa e difusa. Nesta dissertação se propõe um objetivo menos ambicioso que, no entanto, pode se considerar um estágio mediador da pesquisa nessa direção.

## 1.5. Esta dissertação

Esta dissertação tem como objetivo geral mostrar que as propriedades metrológicas do processo de medição interferem de forma significativa na capacidade de detecção das cartas de controle. Ainda, têm-se como objetivos específicos:

- Propor um modelo de erro de medição que seja representativo das medições em produção e apto para tarefas de simulação nas quais se use como *input* à declaração da incerteza de medição;

- Estimar, usando como indicador de eficiência o comprimento médio de corrida (ARL- *Average Run Length*), a influência de diversas contribuições à incerteza de medição sobre o poder de detecção da carta de controle de indivíduos;
- Comparar a influência da utilização das regras de decisão de “Shewhart” e da “Western Electric”, em presença de incerteza de medição;
- Esboçar um critério de capacidade da medição que use a informação gerada nos pontos anteriores.

Com base nestes objetivos construiu-se um modelo de simulação para mostrar a influência da incerteza de medição no CEP. Para tanto, o capítulo dois apresenta a caracterização da influência da medição no CEP, através de estudos realizados sobre um enfoque probabilístico, mostrando a fundamentação da teoria dos erros, e sobre um enfoque metrológico que traz toda uma discussão sobre o conceito da incerteza de medição. Desta forma, este capítulo será encerrado com uma análise sobre a importância de requisitos e critérios de seleção de sistemas de medição adequados, concluindo com uma breve discussão da aplicabilidade destes critérios na prática industrial.

O capítulo três traz na seqüência estudos sobre os elementos do problema proposto, apresentando conceitos sobre a construção e interpretação da carta de valores individuais (CVI), trazendo ainda definições básicas sobre o indicador de eficiência, ARL, selecionado para analisar a sensibilidade desta carta.

Toda a base para construção do modelo de simulação proposto se encontra no capítulo quatro, juntamente com o modelamento matemático para as fontes de influência utilizadas para avaliação de incerteza de medição. Este capítulo ainda engloba um fluxograma geral mostrando o funcionamento do modelo construído.

No capítulo cinco, são mostrados os resultados obtidos sobre o modelo de simulação, com discussões sobre efeitos das componentes de erros no ARL, validação do software, juntamente com uma proposta para escolha e adequação de Sistemas de Medição.

No sexto capítulo, está sendo comparado o critério proposto no capítulo anterior, diante de critérios já utilizados para seleção e avaliação de processos de medição, concluindo com uma análise sobre as divergências existentes.

No último capítulo são apresentadas algumas considerações finais como um modo de utilização dos resultados na indústria, a importância deste trabalho para o LASAR (Laboratório de Assessoramento Remoto) e propostas de trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## Influência da Medição no CEP

O objetivo de uma medição é determinar o valor do mensurando, ou seja, o valor da característica a ser medida. O Controle Estatístico de Processos atua na linha de produção, processando os resultados das medições. As análises desta ferramenta são capazes de identificar variações indesejáveis para o processo. Deste modo, a escolha de processos de medição confiáveis tem papel fundamental para o eficaz funcionamento da ferramenta CEP.

Dentro dos processos de medição, o planejamento é uma tarefa significativa, principalmente na atividade de seleção do sistema de medição, que precisa atender as especificações do produto e ainda estar em harmonia com o ambiente de trabalho onde a medição será realizada. Assim, neste capítulo será apresentada uma breve análise sobre alguns estudos realizados na área do controle estatístico de processos, principalmente ao que diz respeito à influência da medição nesta ferramenta. Estes estudos podem ser considerados balizadores desta proposta de dissertação e serão analisados sobre dois enfoques: a influência dos erros de medição no CEP, enfoque probabilístico; a influência da incerteza de medição no CEP, enfoque metrológico. Com base nesses estudos, serão por fim abordados requisitos e critérios consagrados para análise da adequabilidade de processos de medição, concluindo com uma sucinta discussão sobre a aplicabilidade desses métodos na prática industrial.

### **2.1. O enfoque probabilístico**

Os erros de medição distorcem o resultado da medição, fazendo com que o valor do mensurando possa ser apenas estimado. Apesar disso, o valor verdadeiro de uma grandeza experimental é o objetivo final de qualquer processo de medição e a descaracterização dos resultados medidos interfere nas análises de CEP [25].

Em uma análise empírica da teoria dos erros, pode-se dizer que se o  $X$  é o valor verdadeiro de um mensurando e  $Y$  é o resultado de uma medição, o erro definido em  $X$  é dado por:

$$e = Y - X \quad (2.1)$$

Assim, se o valor verdadeiro de uma medição for considerado desconhecido, então o valor do erro também é uma quantidade desconhecida. Nos formalismos desta teoria, o valor mais aproximado para o erro de medição com sua respectiva incerteza, só pode ser obtido e interpretado em termos de probabilidades. De forma geral, o erro em um valor experimental  $X$  tem várias causas, assim o erro total  $E$  é composto por vários tipos de erros. Segundo Vuolo [25], pode-se verificar experimentalmente que, em geral, os erros seguem distribuição normal ou gaussiana com boa aproximação. A justificativa matemática desta hipótese é encontrada no Teorema do Limite Central [14][33].

A distribuição normal possui dois parâmetros característicos: a média e a variância. Assim, um erro de medição normalmente distribuído, poderá ser entendido como a superposição de um erro constante ou sistemático, de valor igual à média da distribuição, e um erro aleatório puro, ou erro de repetitividade, que apresenta média zero e variância igual à variância da distribuição. Erros sistemáticos e aleatórios podem influenciar de forma diferenciada a efetividade de uma ferramenta como CEP. Na seção 2.1.1 apresentam-se as análises realizadas por distintos autores seguindo este critério de separação de erros.

### 2.1.1. Efeito do erro de medição no CEP

Em uma forma conceitual, Woodall [12] tratou do assunto CEP reunindo visões de diversos especialistas. O autor deixa logo em evidência a brecha existente entre os acadêmicos e os profissionais que aplicam esta ferramenta na prática. Uma das causas desta brecha é, segundo Woodall, o fato de que a maior parte das análises teóricas sobre o comportamento de cartas de controle considera o CEP um teste de hipótese repetido. Outras fontes de diferenças vêm de aplicação de hipóteses simplificativas, tais como as que exigem que a variável sobre a qual se aplique CEP seja normalmente distribuída e estatisticamente independente no tempo.

Woodall mostra que, com base nas cartas básicas de Shewhart, o processo está sob controle se as estatísticas plotadas estiverem dentro dos limites de controle, caso contrário o processo pode ser considerado fora de controle. Assim, esta decisão é baseada unicamente nos valores das estatísticas

e nas regiões de decisão, então esta aplicação tem uma estrutura similar à de um teste de hipótese. Muitos autores como Juran [26] e Vining [27] acreditam na aproximação entre esses dois conceitos, e se referem às cartas de controle como um teste de significância seqüencial ou perpétuo. Como outro lado deste assunto vêm os autores que tem uma proximidade maior com a prática industrial.

Segundo Deming [28][29], conceituar as cartas de controle como um teste de hipótese é um erro, visto que as regras de detecção de causas especiais não podem ser tomadas como testes de hipóteses para avaliar um processo como estável ou não. Deming argumenta que as aplicações práticas na indústria requerem estudos “analíticos” por causa da natureza dinâmica dos processos produtivos. Esta controvérsia é parcialmente resolvida quando se aceita que o CEP acontece em duas fases. Na fase I, o objetivo é colocar o processo sob controle, eliminando as causas especiais de variação. Nesta fase, não existe ainda uma distribuição definida e por isso a carta de controle não pode operar como um teste de hipótese repetido: opera, na realidade, como ferramenta de análise exploratória. Na Fase II, o objetivo é supervisionar o processo para detectar eventuais afastamentos da condição de controle. Nesta fase a distribuição do processo é conhecida em forma e parâmetros, tendo cabimento à descrição do CEP como teste de significância seqüencial ou perpétuo.

Reconhecida esta diferença, Woodall [12] conclui que nem sempre a teoria é o ingrediente fundamental das práticas bem sucedidas. Porém, destaca que os estudos teóricos do desempenho das cartas de controle são relevantes, por fornecerem a informação necessária para entender o comportamento desta ferramenta na prática, e permitir a comparação entre diferentes tipos de cartas sob um conjunto padronizado de condições.

Woodall [12] não faz referência a trabalhos avaliando a influência dos erros de medição no CEP, apesar de que, no ano de 1986, Kanazuka [30] já mostrasse resultados de estudos do efeito dos erros aleatórios de medição no poder da carta de média e amplitude. Kanazuka chegou à conclusão que erros de medição significativos interferiam no CEP reduzindo o poder de detecção. Para atenuar os efeitos provocados por esses erros, sugeriu o aumento do tamanho da amostra utilizada para centrar o processo produtivo.

Mittag e Stemann [31] estudaram a influência de medições imprecisas nas cartas de controle de média e desvio-padrão. Esses estudos foram baseados na utilização de indicadores da performance da carta de controle como a probabilidade de intervenção  $G(d;e)$ . Por medições imprecisas, os autores interpretam aquelas afetadas por erros puramente aleatórios. A probabilidade de intervenção

foi definida segundo equação 2.2 e mostra qual a probabilidade de que uma das cartas apresente sinais fora dos limites de controle dadas perturbações na média e no desvio-padrão do processo.

$$g(\delta; \varepsilon) = P\left\{ \bar{X} \notin (LCL, UCL) \text{ ou } s > CL / (\delta, \varepsilon) \right\} \quad (2.2)$$

$$\delta = \frac{\mu - \mu_0}{\sigma_0} \quad (2.3)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{\sigma_0} \quad (2.4)$$

Onde:

$g(\delta; \varepsilon)$  é a probabilidade de intervenção no processo;

$\mu_0$  e  $\sigma_0$  são valores de média e desvio-padrão do processo alvo;

$\mu$  e  $\sigma$  são valores de média e desvio-padrão das medições realizadas após as perturbações;

$\delta$  é o deslocamento provocado na média do processo a respeito da média do processo alvo, expressada em unidades de desvio-padrão do processo alvo;

$\varepsilon$  é a variação ocorrida na dispersão do processo, expressada em unidades de desvio-padrão do processo alvo;

$\bar{X}$  é a média estimada do processo;

$s$  é o desvio-padrão estimado do processo;

$LCL$  é o limite inferior de controle;

$UCL$  é o limite superior de controle.

Nos estudos realizados por Mittag e Stemann [31] foram tratados dois casos diferentes: (1) erros de medição influenciando desde a fase de *setup*<sup>1</sup> do processo; (2) erros de medição influenciando após o *setup* do processo. Para simular os erros de medição interferindo nas medições foi utilizado um desvio padrão relativo do erro de medição  $t = s_e / s_0$ , onde  $s_e$  é o desvio-padrão do erro de

---

<sup>1</sup> Fase do ciclo de produção do produto, que ocorre antes do processo ser liberado para fabricação, onde são definidos desde a média sobre a qual o processo vai operar até os limites de controle.

medição. A relação existente entre o  $\tau$  e a probabilidade de intervenção é mostrada nas equações 2.5 e 2.6 (para maiores informações consultar [31]).

$$G^e(\delta; \varepsilon) = G\left(\frac{\delta}{\sqrt{1 + \tau^2}}; \sqrt{\frac{\varepsilon^2 + \tau^2}{1 + \tau^2}}\right) \quad (\text{Com erro de medição desde o setup}) \quad (2.5)$$

$$G^e(\delta; \varepsilon) = G\left(\delta; \sqrt{\varepsilon^2 + \tau^2}\right) \quad (\text{Com erro de medição após o setup}) \quad (2.6)$$

Onde  $G^e(\delta; \varepsilon)$  é a probabilidade de intervenção para os valores medidos.

Por fim, as situações descritas foram testadas para valores extremos de  $\tau = 0$  e  $\tau = 1$ , obtendo-se os gráficos de  $G(\delta; \varepsilon)$  das figuras 2.1 a 2.3. O gráfico da figura 2.1 foi obtido simulando um processo para  $\tau = 0$  e diferentes valores de  $(\delta; \varepsilon)$ . Para valores de  $(\delta; \varepsilon)$  (0;1), onde o processo se encontra sob controle, a probabilidade de intervenção ou probabilidade de alarme falso<sup>2</sup> ( $\alpha_0$ ) fica em torno de 0,0199 (ver ponto na superfície da figura 2.1).

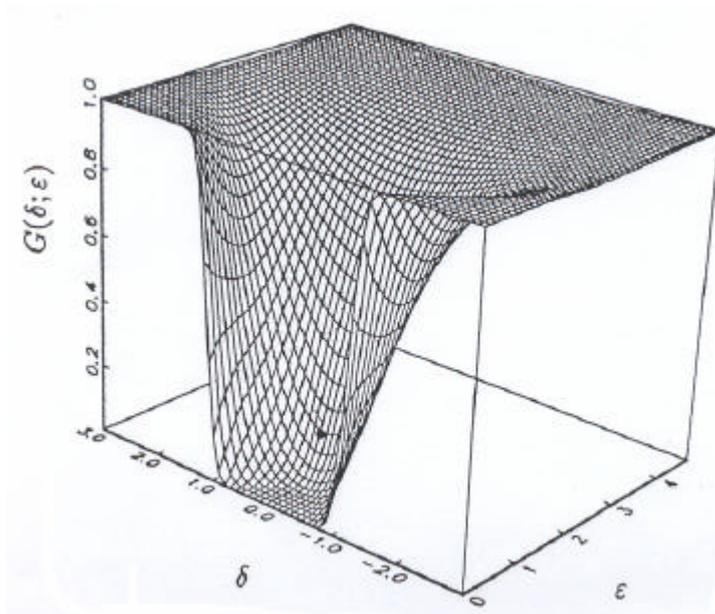


Figura 2.1 – Medições sem interferência de erros de medição, desde o setup  $\tau = 0$  [31].

No gráfico da figura 2.2 foram simulados erros de medição ocorrendo a partir do *setup* do processo com  $\tau = 1$ . Neste caso, houve uma ligeira perda de poder da carta para detectar mudanças no

<sup>2</sup> Alarmes falsos são definidos como sinais de fora de controle indicados pela carta quando não existem causas especiais agindo no processo produtivo.

processo, evidenciada pelo relaxamento da superfície em relação aos deslocamentos provocados na média e dispersão do processo. No entanto, observa-se que a probabilidade de intervenção de alarmes falsos ( $\alpha_0$ ) permanece igual a da figura 2.1 ( $\alpha_0 \cong 0,0199$ ).

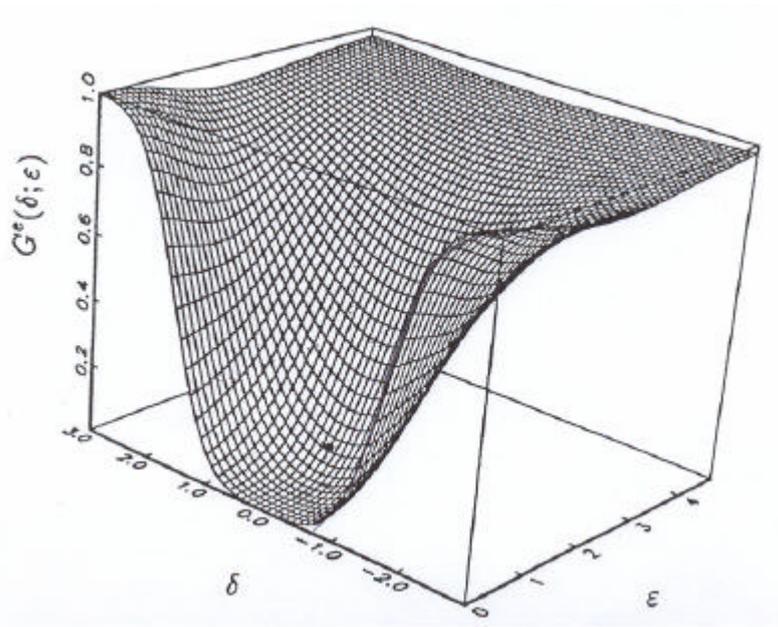


Figura 2.2 – Medições com erro de medição desde o *setup*,  $\tau = 1$  [31].

Como algumas análises feitas sobre a figura 2.2, tem-se que:

- O erro de medição, quando presente desde o *setup*, produz uma redução do poder de detecção da carta de média e desvio-padrão. Isso acontece porque mudanças no processo ( $\delta, \epsilon$ ) são “vistas” pela carta como relativamente menores na medida em que os limites de controle são modificados pelo erro de medição.
- A probabilidade de alarme falso não é afetada pelos erros aleatórios de medição, já que o aumento da região entre os limites de controle se vê compensado pelo aumento da dispersão dos valores obtidos de um processo estável.

O gráfico da figura 2.3 foi obtido simulando erros de medição após o *setup*, para  $\tau = 1$ . Pode-se concluir que quando os limites não são construídos com medições contaminadas por erro de medição, na fase de *setup* do processo, a probabilidade de alarme falso, utilizando valores medidos, aumenta em relação à carta construída sem erros de medição ( $\alpha_0^e \cong 0,215$ ). Observa-se que este caso é análogo à mudança de erro de medição de um nível de influência desprezível a um nível de influência relevante. Pode ser interpretado então, como uma operação com processos de medição fora de controle.

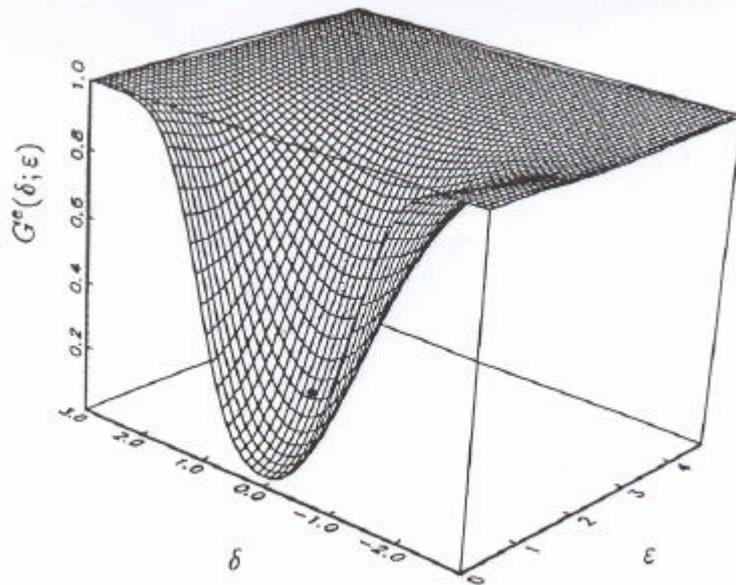


Figura 2.3 – Erros de medição simulados após setup do processo,  $\tau = 1$  [31].

Assim, Mittag e Stemann demonstraram que os erros aleatórios de medição influenciam em forma relevante o poder da carta de controle de média e desvio-padrão. Os autores não tratam do efeito dos erros sistemáticos, porque estes não afetam o poder da carta. No entanto, a presença de erros sistemáticos estáveis fará que os processos sejam ajustados fora de alvo, com a conseguinte perda de capacidade. Esses processos estarão, a olhos do operador, perfeitamente centrados.

Mais recentemente, Linna e Woodall [32] apresentaram um modelamento matemático para erros de medição, baseados no conceito de covariante linear. Covariantes lineares são variáveis que apresentam correlação entre si. Os estudos foram realizados sobre as cartas de média e variância. Usam-se covariantes em casos em que a variável ou característica que se deseja medir,  $Y$ , é difícil de ser mensurada. Nesse caso, a análise é realizada através de medições feitas em outra variável,  $X$ , que apresenta uma alta correlação linear com  $Y$ . Todo modelamento estatístico destes estudos é melhor visto na referência [32], não sendo tratado aqui por não ser relevante no escopo desta dissertação.

Os estudos da vertente estatística conseguem mostrar alguns aspectos interessantes do comportamento das cartas de controle, quando os dados estão contaminados com erro de medição. No entanto, apresentam algumas limitações importantes:

Referem-se somente a processos de fabricação e medição normalmente distribuídos, sujeitos a variação puramente aleatória;

- Não consideram possíveis variações funcionais do erro sistemático com o valor da característica medida;
- Não consideram o efeito do arredondamento dos dados;
- Avaliam somente o efeito do erro no poder da carta para detectar variações do processo.

Apesar disso, o trabalho de Mittag e Stemann [31] pode ser considerado um suporte fundamental da proposta desta dissertação.

## 2.2. Enfoque Metrológico

Como já foi adiantado na seção 2.1, erros de medição não podem ser conhecidos com exatidão. Isto que é fácil de visualizar quando se consideram os erros aleatórios, também se aplicam aos erros de natureza sistemática. Erros sistemáticos também não podem ser conhecidos com exatidão e, portanto, não podem ser corrigidos completamente: sempre existirá um resíduo de valor não conhecido.

Para a metrologia, os conceitos de erro de medição e incerteza de medição estão relacionados, pois os valores do mensurando podem ser descaracterizados pelos erros de medição o que gera uma zona dúvida associada ao resultado da medição. Esta zona de dúvida pode ser representada pela incerteza de medição, a qual é definida como:

*...um parâmetro, associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser fundamentadamente atribuídos ao mensurando [21].*

Assim, a incerteza reflete a falta de conhecimento do valor do mensurando. Seu valor expressa o efeito das contribuições aleatórias e da correção imperfeita dos resultados para os efeitos sistemáticos [33][34][35]. Na prática, pode-se exemplificar como fontes de incerteza de uma medição a definição incompleta do mensurando, a amostragem não-representativa, a falta de conhecimento das condições ambientais, a resolução finita do instrumento de medição, valores inexatos dos padrões de medição ou materiais de referência, dentre outras [33][34]. Mais detalhes sobre o conceito de incerteza, são tratados na seção a seguir.

### 2.2.1. A incerteza de medição

A incerteza de medição é um conceito chave da metrologia moderna. A incerteza está na base do conceito de rastreabilidade: resultados de medição sem indicação de incerteza de medição não podem ser comparados, seja entre eles mesmos ou com valores de referência [33].

*A palavra “incerteza” significa dúvida, e assim, no sentido mais amplo, incerteza de medição significa dúvida acerca da validade do resultado de uma medição. [33]*

Para padronizar a forma de expressar a incerteza da medição criou-se o Guia para a Expressão da Incerteza de Medição – ISO GUM [33]. O conceito de incerteza difundido pelo GUM possui, dentre outras propriedades, a de ser transportável. Isso significa que incertezas estimadas na calibração de um instrumento, podem ser usadas para estimar as incertezas de todas as medições realizadas com esse instrumento. Para que isso seja possível, foi necessário reexaminar a tradicional classificação de erros em sistemáticos e aleatórios. Assim, foi constatado que, por exemplo, uma contribuição à incerteza que aparece como aleatória a um determinado nível da cadeia de rastreabilidade, pode ser classificada com um efeito sistemático no nível imediatamente inferior, visto que este valor será retirado de um certificado de calibração e será considerado.

A partir disso, achou-se mais conveniente classificar as contribuições à incerteza, não segundo seu comportamento estocástico, mas segundo o procedimento usado para estimá-las. As incertezas de “tipo A” são obtidas pela análise estatística dos resultados de medições repetidas; as incertezas “tipo B” são obtidas com base em julgamento científico, utilizando todas as informações existentes sobre a grandeza que se quer medir [33][34][35]. Tanto as incertezas tipo A como B são representadas por variáveis aleatórias.

#### i. Incertezas tipo A

Considerando que  $n$  observações independentes  $x_k$  foram obtidas em medições repetidas, feitas sob as mesmas condições de medição, de uma quantidade  $X$ , de valor essencialmente constante, a média e a variância dos  $x_k$  podem ser definidas segundo as equações 2.7 e 2.8:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k \quad (2.7)$$

$$s^2(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 \quad (2.8)$$

A raiz quadrada da equação 2.8, é igual ao desvio-padrão experimental de  $x_k$ , e caracteriza a dispersão das observações  $x_k$  em torno da média.

Por outra parte, a variância experimental da média de  $x_k$ ,  $\bar{x}$ , é dada pela equação 2.9 e seu desvio-padrão se obtêm fazendo raiz quadrada desta variância:

$$s^2(\bar{x}) = \frac{s^2(x)}{n} \quad (2.9)$$

Quando se usa a média de uma série de observações para estimar o valor da quantidade sujeita a medição (*mensurando*), o desvio-padrão da média das observações repetidas  $x_k$ , dado pela equação 2.10, na ausência de erros sistemáticos e de outras fontes de incerteza, poderá ser usado para descrever uma região, centrada no valor médio das observações, que conterà *os valores que podem ser fundamentadamente atribuídos ao mensurando*. Nesse caso, trata de uma avaliação tipo A, que resulta numa incerteza padrão:

$$u_A = \sqrt{\frac{s^2(x)}{n}} \quad (2.10)$$

Assim, incertezas de tipo A descrevem variações observáveis em resultados de medição repetidos. Se, em presença de variações deste tipo, fosse necessário estimar o valor do mensurando com uma única observação, o valor da incerteza tipo A deveria ser avaliado com anterioridade, baseado em um experimento que reproduza detalhadamente as condições sob as quais se realizará depois a medição. Nesse caso, a incerteza associada se denomina “tipo A histórica”, e seu valor é dado por:

$$u_A^{hist} = \sqrt{s^2(x_{exp})} \quad (2.11)$$

## ii. Incertezas tipo B

Contribuições à incerteza tipo B são aquelas estimadas por métodos não estatísticos, por exemplo, usando o juízo técnico-científico, conhecimentos históricos, dados preexistentes ou obtidos de certificados, etc [3]. No âmbito da metrologia dimensional, por exemplo, pode dar origem a

contribuições tipo B: o erro de arredondamento devido à resolução, as variações de temperatura ambiente não corrigidas, as diferenças de dilatação térmica entre peça e sistema de medição, erros de linearidade não corrigidos, resíduos de zeragem, valores de padrões, entre outras. O próprio erro de repetitividade, usualmente estimado como uma contribuição tipo A, pode ser informado como tipo B quando se realiza uma estimativa de incerteza “a priori”, i.e. quando ainda não se possui um sistema de medição com o qual experimentar. Essa situação acontece tipicamente no processo de seleção de sistemas de medição.

A estimativa tipo B faz uso de diferentes funções densidade de probabilidade para representar a incerteza no valor da contribuição analisada. A distribuição normal é usada para modelar o erro de repetitividade e para componentes importadas, provenientes de processos de medição anteriores. Esse último é o caso do erro associado ao valor de uma correção, decorrente de um processo de calibração. A distribuição retangular é usada quando somente se podem estimar limites para o valor do mensurando, como por exemplo, no caso de erros sistemáticos não corrigidos ou variações de temperatura não corrigidas. Um modelo intermediário entre os anteriores é o triangular, recomendado quando, embora se possam estimar limites de variação, existam razões para supor que desvios pequenos são mais prováveis nos limites e que desvios grandes são mais prováveis no centro da distribuição. Esta distribuição teoricamente resulta da soma ou subtração de duas distribuições retangulares.

Finalmente, cita-se um quarto tipo de modelo de densidade de probabilidade, denominada de distribuição U, mais conservativa que a distribuição retangular. Algumas bibliografias recomendam seu uso para fontes tais como a temperatura em ambientes controlados. A fundamentação dada é que a amostragem de uma variação senoidal acumula massa de probabilidade nos valores máximos e mínimos. Essa afirmação não reconhece que sempre existe um ruído randômico superposto à portadora senoidal, que distorce a distribuição U pura, aproximando-a da normal, na medida que a amplitude do ruído predomina sobre a amplitude da portadora.

Embora a estimativa tipo B possa ser caracterizada como de “baixa qualidade”, pois se trata de estimativas não baseadas em valores experimentais, ela é a única opção para muitas contribuições que, por razões técnicas ou econômicas, não são suscetíveis de análise experimental. Ela também é a única possível durante o processo de seleção de sistemas de medição.

## iii. Combinação e expansão da incerteza - enfoque simplificado

A incerteza padrão combinada da medição de um mensurando  $y$  é a combinação de todas as incertezas padrão<sup>3</sup>, representadas segundo o ISO GUM por  $u_c$ . Essa incerteza pode ser determinada de acordo com características de dependência entre as variáveis aleatórias, caso as componentes de incerteza sejam independentes segue-se a equação 2.12, e se de alguma forma as grandezas apresentarem alguma correlação, segue-se a equação 2.13.

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i * u(x_i)]^2} \quad (2.12)$$

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i^2 * u^2(x_i)] + 2 * \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N [c_i * c_j * u(x_i) * u(x_j) * r(x_i, x_j)]} \quad (2.13)$$

Onde:

$c_i$ : Coeficiente de sensibilidade absoluto de cada variável de entrada;

$u(x_i)$ : incertezas padrão da variável de entrada  $X_i$ ;

$r(x_i, x_j)$ : coeficiente de correlação entre as variáveis  $X_i$  e  $X_j$ .

Para definir um intervalo que possua maior probabilidade de conter o valor do mensurando, multiplica-se a incerteza padrão combinada por um fator de abrangência ( $k$ ), e denomina-se este resultado de Incerteza Expandida ( $U$ ):

$$U = k * u_c(y) \quad (2.14)$$

Para metrologia, padronizou-se informar a incerteza expandida com uma probabilidade de 95%. Nos casos em que a incerteza seja decorrente da combinação de várias fontes de similar intensidade, o fator de abrangência é estimado a partir do valor da variável normal padrão, resultando  $k=1,96$ . Por conveniência nos cálculos, normalmente utiliza-se  $k=2$ .

<sup>3</sup> Incertezas estimadas de medições das fontes de variações que interferem sobre o mensurando.

#### iv. Relação entre Incerteza e Erro de Medição

Para um melhor entendimento da incerteza de medição é necessário diferenciá-la do conceito de erro de medição. Devido a esses dois parâmetros estarem associados ao resultado da medição, é fato eles serem misturados ou até confundidos. Na realidade a incerteza e o erro de medição estão relacionados, visto que a incerteza quantifica erros prováveis.

O erro de medição é um valor agregado ao valor da medição, descaracterizando-o, mostrando um resultado errado ou diferente do valor verdadeiro. Sabe-se que um resultado de medição corrigido não é exatamente igual ao valor do mensurando, ou seja, não pode ser considerado exato, devido a interferências aleatórias, à determinação imperfeita de correções para erros sistemáticos, ou ainda por falta de conhecimento sobre certos fenômenos físicos, caracterizados também como efeitos sistemáticos [33].

Assim, através da percepção da existência potencial de um erro de medição, tenta-se estimar a incerteza de medição. Apesar dos valores exatos das contribuições ao erro de um resultado de uma medição serem desconhecidos, as incertezas associadas com os efeitos aleatórios e sistemáticos que contribuem para tal erro devem ser avaliadas. É importante frisar que não há garantias de que o erro de medição seja pequeno, apesar de que incerteza em torno da medição o seja, pois na determinação de uma correção ou na avaliação de conhecimento incompleto, um erro sistemático pode passar despercebido, já que não é reconhecido [33]. Da mesma forma, a declaração de uma faixa de incerteza não implica necessariamente na existência real de erros de valor comparável com estas: o erro bem pode ser menor ou ainda zero!

Assim, a incerteza de medição é “uma declaração de ignorância física” [36]. Declarar uma incerteza é, no melhor dos casos, definir uma distribuição para os valores do mensurando que são consistentes com o conhecimento disponível sobre o sistema de medição e as quantidades de influência.

Sob esse ponto de vista, é difícil falar do efeito da incerteza no CEP: não é possível avaliar a influência de um erro que não se sabe se existe. Mas se pode afirmar que a incerteza de medição propaga e gera uma incerteza na capacidade de detecção de uma carta de controle. Isso significa que indicadores de eficiência, tais como  $G$  ou  $ARL$  poderão apresentar valores potenciais diversos, todos eles consistentes com o conhecimento que se possui sobre a medição.

### 2.2.2. O efeito da Incerteza de Medição no CEP

Quase não se encontram trabalhos que reportem a influência da incerteza de medição no controle estatístico de processos, no sentido da seção iv. No capítulo “Measurement Uncertainty and Statistical Process Control in Manufacturing Processes” do livro “Geometrical Product Specifications”, Geus, Killmaier e Weckenmann [37] afirmam que a incerteza de medição influencia a imagem obtida do processo produtivo, a ponto de mostrá-lo menos capaz do que este realmente é. Esta imagem é devida à mudança dos limites de controle, que são afetados pela incerteza desde a corrida inicial.

Os autores tentam ilustrar o efeito da incerteza de medição numa carta de média e desvio-padrão usando o gráfico reproduzido na figura 2.4. Nela pode-se observar uma diminuição do desvio-padrão estimado, para todos os subgrupos, e uma mudança mais ou menos aleatória das médias dos valores medidos em relação à média dos valores verdadeiros. Os autores recomendam que o processo de medição utilizado na fase de setup seja o mesmo usado no controle estatístico do processo. De outra forma, se o processo de medição, utilizado no CEP possuir uma incerteza pior que o usado na fase de setup do processo, então o risco de se obter sinais fora do controle é maior [37].

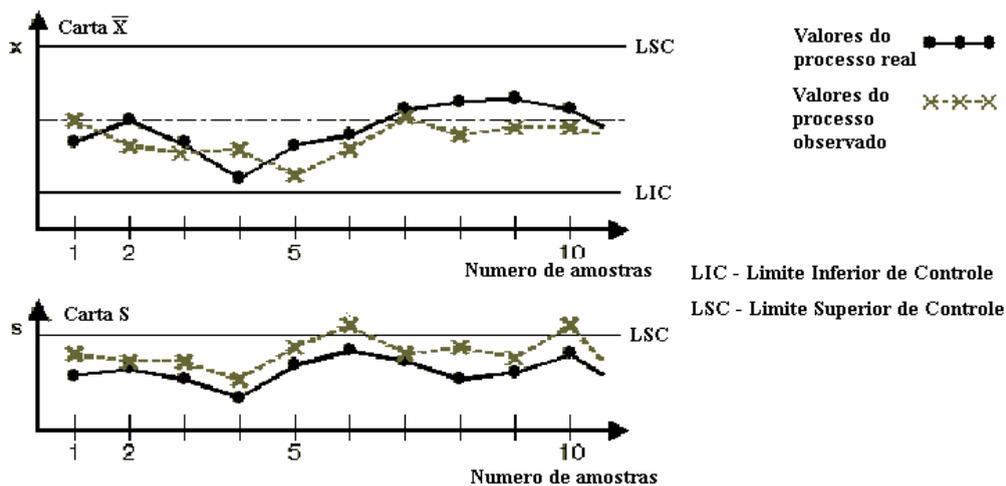


Figura 2.4 – Influências devido à incerteza de medição, adaptada da referência [37].

Pode-se observar que, na breve exposição, os autores consideram à incerteza como sendo integralmente composta por erros aleatórios. Esta afirmação é descabida diante de conceitos consagrados sobre erros de medição e sua relação com a incerteza de medição, podendo levar à compreensão errada do fenômeno. De fato, erros sistemáticos residuais passam a ser parte da

incerteza de medição, e mesmo que não influenciem a carta de desvio-padrão, produzem uma dispersão ou espalhamento dos valores na carta da média.

Em outro estudo realizado sobre incerteza de medição no CEP, Hamburg-Piekar *et al.* [23] avaliam a influência da incerteza de medição na fase de ajuste da média do processo ou *setup*. Como premissas desse estudo tem-se a consideração de que os processos de fabricação são normalmente distribuídos; a utilização da carta de controle de indivíduos; e o uso das quatro regras conhecidas como da “Western Electric” para detecção de sinais fora de controle. Foi utilizado um programa de simulação que avalia, para um conjunto de dados de entradas, quais as perdas provocadas no processo produtivo em relação ao projeto, incluindo uma avaliação de custos.

Hamburg-Piekar *et al.* [23] considera no modelo de incerteza, uma parcela de contribuições de erros de medição associados a repetitividade, assumindo distribuição normal, e outra associada aos erros sistemáticos desconhecidos e residuais, os quais podem variar linearmente com o valor do mensurando.

As conclusões obtidas mostraram que a incerteza de medição não tem efeito relevante sobre o número esperado de unidades de produto necessárias para centrar o processo, nem sobre o número esperado de ajustes até a liberação para o processo de fabricação. No entanto, a incerteza de medição tem significativa influência sobre o desvio residual da média do processo com referência ao alvo, ou seja, quanto maior incerteza de medição, maior amplitude da faixa dentro da qual pode estar a média residual do processo. Os autores introduzem o conceito de “incerteza da média do processo” e mostram como essa incerteza é sensível às propriedades do processo de medição. Assim, ela pode ser usada para avaliar a adequabilidade do processo de medição em termos dos efeitos que medições imperfeitas tem sobre a qualidade do posicionamento da média.

Por fim, a incerteza de medição não pode ser desprezada em medições industriais, obtidas com processos de medição sujeitos a restrições econômicas e em tempos limitados pelas necessidades do processo produtivo. Como visto, a incerteza resulta em potenciais distorções das cartas de controle, produzindo alicerces pouco confiáveis para atuar no processo. Em geral, uma incerteza de medição excessiva pode resultar em processos mal posicionados (i.e. fora de alvo) aumentando a taxa de alarmes falsos e reduzindo a capacidade para detectar sinais de instabilidade.

## 2.3. Adequabilidade dos processos de medição na indústria

As seções anteriores trataram dos estudos realizados para avaliar o efeito da medição na efetividade do controle estatístico de processos. No âmbito da probabilidade, foi discutido o aporte de Mittag e Stemann, que avaliaram o efeito do erro aleatório na probabilidade de intervenção no processo. Já no âmbito da metrologia, após definir o conceito de incerteza de medição, foram apresentadas algumas pesquisas preliminares que tentam remover as hipóteses simplificativas típicas dos modelos probabilísticos, mas que ainda estão longe de responder a pergunta sobre qual a influência da incerteza na carta de controle.

Nesta seção se apresentam alguns critérios, propostos pela prática industrial, que tentam assegurar a adequabilidade dos processos de medição. Uma característica comum a todos eles é o foco nas propriedades estatísticas do sistema de medição ou no valor da incerteza. Nenhum desses critérios é orientado à aplicação: considera-se que a satisfação do critério habilita o processo de medição estudado para ser usado em inspeção 100%, em controle estatístico de processos, em análise de capacidade de processos, e assim por diante.

Alguns desses critérios são estabelecidos em normas e recomendações de escopo internacional, como a NBR ISO 10012-1 [38], NBR ISO 10012-2 [39], ISO/TS 14253-1 [40] e ISO/TS 14253-2 [41], dentre outras. Outros, em recomendações de indústrias ou associações de indústrias [22][42]. Pela sua relação com os objetivos desta dissertação, serão brevemente discutidos:

- O requisito sobre a resolução do sistema de medição;
- O critério baseado nos estudos de repetitividade e reprodutibilidade;
- O critério de capacidade baseado em  $C_g$  e  $C_{gk}$ .
- Os critérios baseados na incerteza de medição, incluindo o conceito da norma ISO 14253-1.

### 2.3.1. Requisito sobre a resolução

A resolução é um fator importante na escolha do instrumento ou sistema de medição. Se a resolução for insuficiente, será produzida uma perda de informação excessiva, e o sistema de medição não será capaz de detectar a variação do processo [22].

Existem distintas recomendações que estabelecem valores de resolução mínima. Algumas delas utilizam a tolerância como valor de comparação, outras, a dispersão do processo. Segundo o manual MSA (Análise de Sistemas de Medição) [22], um sistema de medição terá uma resolução adequada quando:

$$Res \leq \frac{6 * s}{10} \wedge Res \leq \frac{Tol}{10} \Leftrightarrow \text{Resolução do sistema de medição é adequada} \quad (2.14)$$

Por outra parte, a empresa Bosch, no seu Caderno 10 [42], estabelece que a resolução deve ser:

$$Res \leq \frac{Tol}{20} \Leftrightarrow \text{Resolução do sistema de medição é adequada} \quad (2.15)$$

D.J. Wheeler, em estudos sobre a influência da resolução na carta de controle de média e amplitude, demonstra que uma resolução insuficiente gera uma redução da amplitude média, devida ao acúmulo de zeros na carta de amplitude [43]. Isso, por sua vez, produz uma subestimação do desvio-padrão, estreitando a distância entre os limites de controle e afetando a probabilidade de alarme falso. Para que isso não ocorra, Wheeler recomenda usar a própria carta de amplitude para identificar quando o sistema de medição possui resolução insuficiente (tabela 2.1).

Tabela 2.1 – Limites de controle para carta de amplitude quando SD (X)= unid. medidas, (adequada de [43]).

Tamanho do Subgrupo	LIC	LSC	Possíveis valores para Amplitude	Número de valores possíveis para Amplitude
2	0	3,69	0, 1, 2, 3	4
3	0	4,36	0, 1, 2, 3, 4	5
4	0	4,7	0, 1, 2, 3, 4	5
5	0	4,92	0, 1, 2, 3, 4	5
6	0	5,08	0, 1, 2, 3, 4, 5	6
7	0,21	5,2	1, 2, 3, 6	5
8	0,39	5,31	1, 2, 3, 7	5
9	0,55	5,39	1, 2, 3, 8	5
10	0,69	5,47	1, 2, 3, 9	5

Este requisito pode ser resumido aproximadamente na seguinte condição:

$$Res \leq \hat{s}_m \Leftrightarrow \text{Resolução do sistema de medição é adequada} \quad (2.16)$$

Onde  $\hat{s}_m$  é o desvio-padrão estimado a partir da amplitude média, definido por:

$$\hat{s}_m = \frac{\bar{R}}{d_2}, \text{ onde } \bar{R} = d_2 \cdot SD(X) \quad (2.17)$$

Onde  $d_2$  é um valor tabelado.

### 2.3.2. Estudos de repetitividade e reprodutibilidade

A avaliação de processos de medição através das propriedades estatísticas como repetitividade e reprodutibilidade, é largamente utilizada na indústria automotiva, onde se a denomina genericamente “estudo de R&R” [22]. Essas propriedades estatísticas podem ser conceituadas separadamente, de acordo com o procedimento utilizado para avaliar o processo de medição.

A repetitividade é a variação obtida nas medições realizadas várias vezes por um mesmo operador, feitas através de um mesmo sistema de medição, avaliando a mesma característica na mesma peça [22]. O desvio-padrão dessas medições repetidas é chamado de “desvio-padrão de repetitividade”.

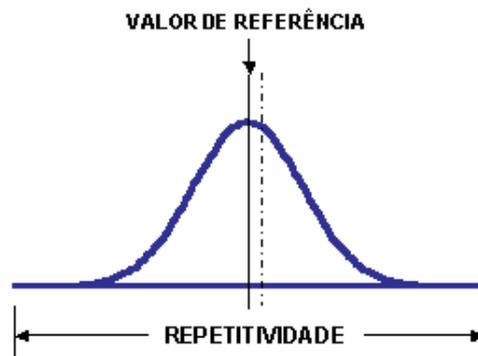


Figura 2.5 – Repetitividade [22].

A reprodutibilidade é a variação ocorrida na média das medições feitas por operadores diferentes utilizando o mesmo sistema de medição e avaliando as mesmas características nas mesmas peças. Esta variação é mais freqüente em sistemas de medições manuais onde a habilidade e o método adotados pelo operador são determinantes do comportamento do sistema. Na figura 2.8 pode-se visualizar como é representada a reprodutibilidade em termos de função densidade, exemplificada pelos operadores A, B e C [22].

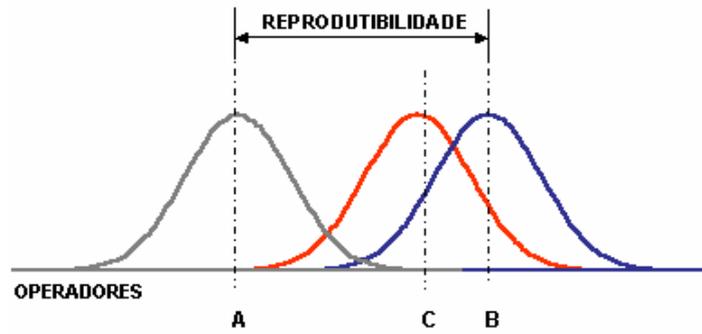


Figura 2.6 – Reprodutibilidade [22].

O conceito de reprodutibilidade, que habitualmente é aplicado à mudança de operador, pode ser estendido à mudança de qualquer condição que produza um efeito similar (e.g. ambiente, instrumento, localização, etc.). A partir das médias dos operadores, pode-se calcular um desvio-padrão denominado “desvio-padrão de reprodutibilidade”. Assim, o GRR – Gage Repeatability and Reproducibility, trata de uma estimativa da variação combinada das características de repetitividade e reprodutibilidade, calculado segundo 2.18.

$$GRR = s_{R\&R} = \sqrt{s_{repetitividade}^2 + s_{reprodutibilidade}^2} \tag{2.18}$$

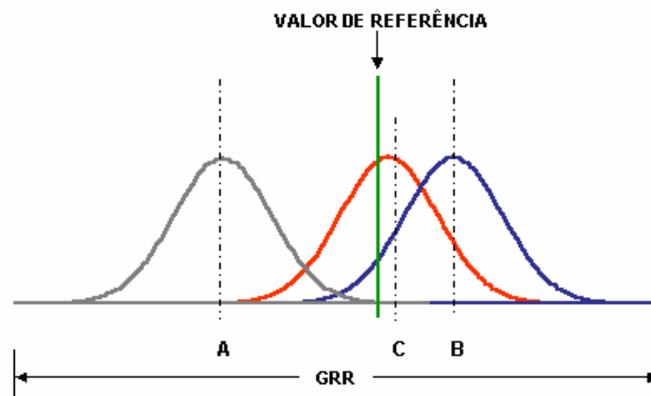


Figura 2.7 – Conceito de GRR, adaptada da referência [22].

O GRR pode ser calculado por três métodos: (a) Método da Amplitude ou método curto; (b) Método da Média e Amplitude ou método longo; e (c) Método da ANOVA (Análise de Variância). O método da amplitude não decompõe a repetitividade e reprodutibilidade e é usado para checagens rápidas do processo. O método da média e amplitude estima tanto as variações para repetitividade quanto à reprodutibilidade do sistema de medição, tratando-as separadamente. Existe uma série de condições para a realização desse estudo que podem ser mais bem entendidas no manual do MSA [22].

Este estudo é dividido em duas frentes: as análises através de gráficos; e as análises através de cálculos numéricos. O uso de gráficos é de suma importância, pois permite a plena visualização das diferenças entre operadores e medições realizadas. Já os cálculos numéricos vêm para serem confirmadas as diferenças que estão visíveis nos gráficos, incluindo as que não podem ser notadas.

O método denominado ANOVA é uma técnica estatística que pode ser usada para analisar erros de medição e outras variabilidades ocorridas nos dados obtidos nos estudos de sistemas de medição. Este estudo pode decompor a variabilidade entre peças, operadores e a interação entre ambas. Como vantagens diante do método anterior tem-se que este extrai um maior conteúdo de informação dos dados experimentais e pode fazer estimativas mais exatas das variações ocorridas no processo de medição como um todo [22].

Para se conhecer se o processo de medição é ou não adequado é necessário comparar sua variabilidade (R&R) com valores referenciais. O MSA define dois critérios, um baseado na variação total do processo, outro baseado na tolerância de fabricação [22][42][44]. Assim:

$$\%GRR(VT) = \frac{GRR}{VT} \cdot 100 \quad (2.19)$$

Onde VT é a variação total presente nas medições; e:

$$\%GRR(Tol) = \frac{GRR}{Tol} \cdot 100 \quad (2.20)$$

Então, a condição de adequabilidade do processo de medição é:

$$\{GRR(VT) < 30\% \wedge GRR(Tol) < 30\%\} \Leftrightarrow \text{Processo de medição é adequado} \quad (2.21)$$

### 2.3.3. Critério de capacidade baseado em $C_g$ e $C_{gk}$

Para se avaliar a capacidade dos processos de medição ainda pode-se destacar os índices  $C_g$  e  $C_{gk}$  (Gauge Capability). Estes são calculados a partir da média e do desvio-padrão estimados por meio de medições repetidas de uma peça calibrada (normalmente são feitas entre 20 e 50 repetições). Do contrário estes índices, são calculados de acordo com conhecimento existente sobre o processo de medição avaliado, tendo seu modelo matemático e aplicação variando de acordo com a

característica da empresa / indústria que os utilizam [37]. Como modo de estimação destes índices, podem-se destacar os utilizados na empresa Bosh [42].

$$C_g = \frac{0,2 \times T}{6 \times s_w} \quad (2.22)$$

$$C_{gK} = \frac{0,1 \times T - \left| \bar{X}_a - X_r \right|}{3 \times s_w} \quad (2.23)$$

Onde:  $Tol$  é a tolerância do processo do processo de fabricação;  $s_w$  é o desvio-padrão da repetitividade;  $x_r$  é o valor verdadeiro convencional em relação a valor de referência.

Neste caso é importante salientar que para um processo de medição ser considerado capaz estes indicadores tem que estar de acordo com a equação 2.23.

$$\{C_g \wedge C_{gK} \geq 1,33\} \Leftrightarrow \text{Processo de medição é adequado} \quad (2.24)$$

Por fim, através dos estudos de capacidade pode-se estimar até que ponto os processos de medição estão aptos a mostrar resultados confiáveis. No entanto, como sua aplicação ocorre somente após a estabilização do processo produtivo, isto pode implicar em uma avaliação pouco realista do processo de medição [37].

#### 2.3.4. Critérios baseados na incerteza de medição

A incerteza de medição tem sido usada, desde muitos anos atrás, para avaliar a adequabilidade de processos de medição. A “Regra de Ouro da Metrologia” postula que, para que um sistema de medição possa ser considerado apto, a sua incerteza deve ser menor que um décimo da tolerância. A partir do surgimento da ISO GUM [33], este critério ganhou em consistência e comparabilidade, pela padronização do procedimento de cálculo e do nível de abrangência da incerteza de medição (atualmente se usa a incerteza expandida  $U_{95\%}$  para cálculo da relação incerteza-tolerância). No entanto, a maioria dos processos de medição industriais opera com relações incerteza-tolerância mais desfavoráveis que a exigida pela regra de ouro: valores de  $\frac{1}{4}$  são relativamente comuns em medições de produção.

O critério estabelecido pela regra de ouro não leva em conta a variabilidade do processo. Processos que operam com alta capacidade, i.e., com baixa variabilidade relativa à tolerância, têm uma baixa probabilidade de produzir unidades em torno dos limites de especificação. Assim, desde o ponto de vista da avaliação de conformidade, parece razoável relaxar nesse caso o requisito sobre a incerteza de medição. Pelo contrário, processos com baixa capacidade apresentam uma importante fração de produto em torno dos limites de especificação, onde o processo de medição pode produzir erros de inspeção. Nesse caso, para minimizar simultaneamente a probabilidade de aceitar produto não-conforme e a probabilidade de rejeitar produto conforme, é necessário diminuir a incerteza de medição [45].

Para eliminar as ambigüidades na avaliação de conformidade, a norma ISO 14253-1 estabeleceu regras de decisão para provar a conformidade e a não conformidade de produtos e instrumentos de medição em presença de incerteza de medição. A norma estabelece que, para demonstrar a conformidade de um produto, é necessário que o resultado da medição do mesmo se encontre dentro de um intervalo obtido deslocando os limites de especificação com valor da incerteza de medição expandida no sentido de reduzir a tolerância (figura 2.8).

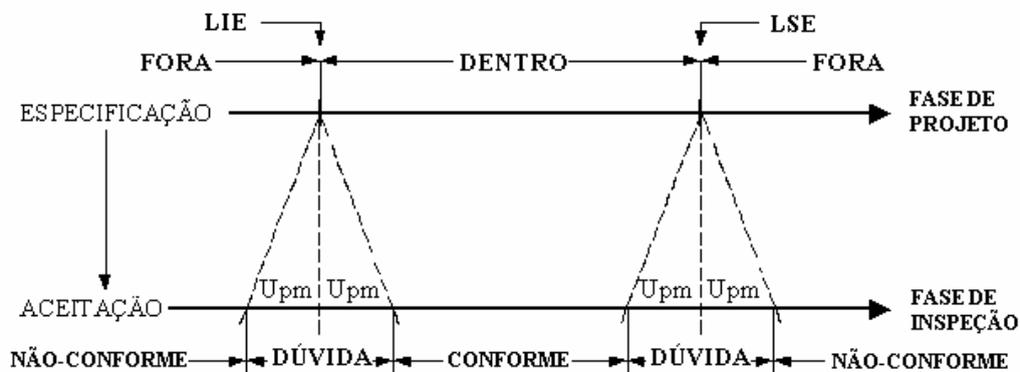


Figura 2.8 – A incerteza de medição reduzindo as zonas de conformidade e não-conformidade (LIE – Limite Inferior de Especificação e LSE – Limite Superior de Especificação) [40][46].

Assim, esta norma faz uma distinção entre as especificações estabelecidas na fase de projeto diante da fase de classificação das peças em conformes ou não-conformes. Estabelece que a aceitação ou rejeição de peças depende da tolerância da característica a medir e da incerteza do processo de medição ( $U_{PM}$ ). Na figura 2.8, pode-se notar que quando o processo passa pela fase de controle e análise das unidades fabricadas, as zonas para aceitação ou rejeição de peças é reduzida devido à incerteza de medição [46].

Dessa forma, gera-se uma zona onde as unidades classificadas nela, podem ser conformes ou não-conformes, chamada zona de dúvida definida pela amplitude da incerteza do processo de medição. Neste caso, a incerteza do processo de medição não deve ser muito grande, pois assim a zona de classificação de peças conformes seria reduzida e a probabilidade de se estar classificando peças conformes como não-conformes, aumentaria. Quando aplicado no âmbito da gestão de processos de produção e medição reais, o conceito da norma resulta num critério para julgar a adequabilidade da medição. Esse critério sugere que a soma da variação do processo de fabricação mais duas vezes a incerteza de medição não deve superar a tolerância.

Com a necessidade de estimar uma incerteza, bem próxima do valor verdadeiro, para o PM e, principalmente, de acordo com as necessidades do processo produtivo, vem o critério estabelecido na norma ISO/TS 14253-2 denominado Gerenciamento da Incerteza de Medição (PUMA - Procedure for Uncertainty Management) [41].

Este método é simplificado e interativo e tenta estabelecer a incerteza de medição com base nas definições do ISO GUM [33], reunindo conceitos de incerteza alvo e incerteza necessária para o bom funcionamento do PM com o meio produtivo. Para tal, é preciso um alto conhecimento dos métodos, procedimentos e condições de medição sobre o qual funcionará o sistema de medição definindo assim todo processo de medição.

O objetivo desse procedimento, mostrado na figura 2.9, é que a incerteza do processo de medição esteja de acordo com a especificação, ou seja, que a incerteza de medição seja suficientemente pequena em relação ao intervalo de tolerância [18][41].

Para isso é definido um valor de incerteza alvo usando como guia os requisitos da ISO 14253-1 e aplicando o PUMA para ajustar a incerteza de medição. Na figura 2.9, fica claro que o PUMA estabelece um procedimento interligado, que obedece a uma seqüência bem definida de tarefas proporcionando um ajuste da  $U_{PM}$  para um valor menor ou igual à  $U_T$ .

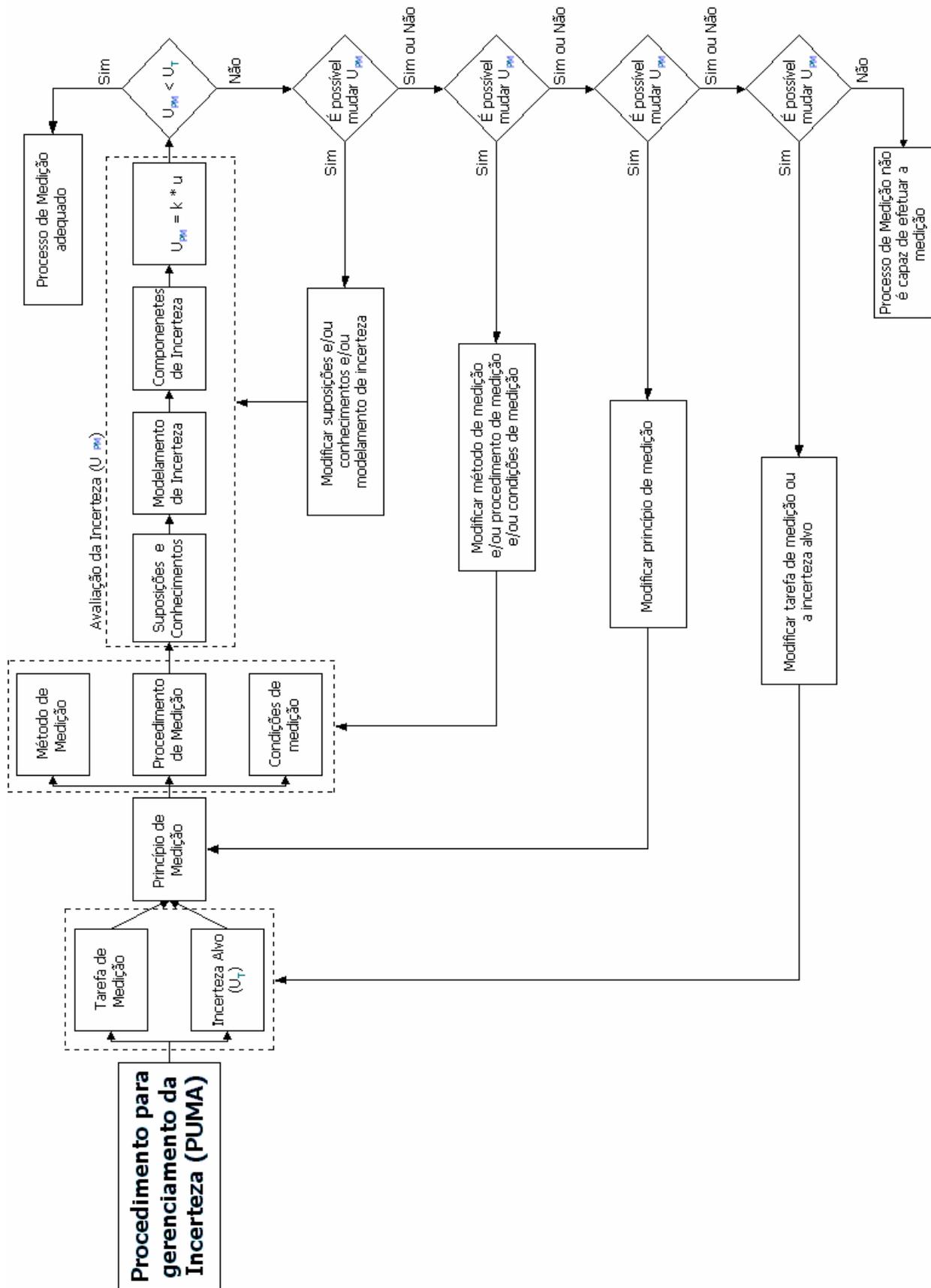


Figura 2.9 – Fluxograma para aplicação do PUMA, adaptado da referência [18] [41].

## 2.4. Discussão: A prática dos critérios de seleção dos PM

Neste capítulo foram brevemente relatados estudos sobre a influência do erro de medição e da incerteza de medição no CEP. Foi mostrado que os estudos da vertente acadêmica estatística aplicam hipóteses simplificativas para possibilitar a sua resolução analítica. O erro de medição é geralmente considerado como normalmente distribuído e independente do valor do mensurando. Nos trabalhos pesquisados, estes modelos de erros são aplicados na análise da performance de cartas de Shewhart, considerando que essas são analisadas usando somente a regra I (ponto fora dos limites de controle). Além disso, os autores utilizam limites 3-sigma teóricos, não afetados pela variação amostral associada ao processo de *setup* da carta (Fase 1 do CEP). Como indicadores de performance, são usados a probabilidade de intervenção no processo e o ARL. Estes estudos podem ser tomados como base para criar um critério de adequabilidade da medição para fins específicos. No entanto, as hipóteses simplificativas atentam contra a sua aplicabilidade em tarefas de controle da qualidade reais.

Por outra parte, foram apresentados alguns dos critérios vigentes para avaliar a adequabilidade de processos de medição na indústria. Mostrou-se que estes critérios focam nas propriedades estatísticas de medições repetidas ou na incerteza de medição, sem fazer referência ao efeito que essas propriedades têm na qualidade de produto ou na economia de fabricação.

Finalmente, o trabalho de Hamburg-Piekar *et al.* aplica um modelo de incerteza de medição para avaliar a eficiência do método da seqüência de valores, que usa uma carta de indivíduos para fins do posicionamento de processos. Este trabalho propõe a utilização do conceito de “incerteza da média do processo” para julgar a adequabilidade do processo de medição para a tarefa específica de posicionar um processo.

A partir deste último trabalho, mas tomando como referência também a pesquisa de Mittag e Stemann [31], propõe-se nesta dissertação o uso da simulação computacional para avaliar o efeito de processos de medição reais na capacidade da carta de indivíduos para detectar mudanças no processo. No próximo capítulo será introduzida a mencionada carta.

# Capítulo 3

## A Carta de Valores Individuais

Nesta dissertação, o estudo da influência da incerteza de medição será realizado exclusivamente sobre a carta de valores individuais (CVI). Às vezes, a CVI é usada em conjunto com a carta de amplitudes móveis, que monitora a dispersão do processo. Em relação às cartas de amplitude e desvio-padrão, a carta de amplitude móvel apresenta um fraco poder de detecção, visto que sobrepõe variações entre medições sucessivas, misturando a variabilidade da dispersão do processo com a variabilidade da sua média. Assim, um sinal fora dos limites de controle na carta de amplitudes móveis não necessariamente significa uma mudança na dispersão do processo, recomendando-se um exame criterioso antes da tomada de decisão. Embora mudanças abruptas da média possam gerar sinais na carta de amplitude móvel, esses sinais não serão levados em conta nesta pesquisa.

No presente capítulo se descreve sumariamente a construção e interpretação da carta de valores individuais, assim como a característica teórica do comprimento médio de corrida *ARL* (ou *Average Run Length*), quando são processados dados sem erro de medição e se interpreta a carta usando a clássica regra de Shewhart e as regras da Western Electric.

### **3.1. A carta de controle de indivíduos**

A carta de indivíduos substitui as tradicionais cartas de controle de média e mediana quando se torna inviável técnica ou economicamente, formar subgrupos (e.g. destruição do produto na avaliação, produção em pequenos lotes, etc.). Como principal desvantagem desta carta vem a baixa sensibilidade para detectar mudanças no processo que, por outro lado, é compensada pela simplicidade operacional facilitando assim sua construção e aplicação por operadores pouco treinados [13][14]. Todas as características citadas tornam esse tipo de carta apropriada para a implantação do controle estatístico de processos (CEP) em ambientes pouco favoráveis.

Como aplicações deste tipo de carta pode-se citar ainda casos onde as medições feitas são homogêneas no tempo como medições de pH em soluções químicas [8]. Na figura 3.1 apresenta-se um exemplo desta carta. No âmbito de custos, a CVI também pode significar mais economia de tempo e dinheiro, pois, para sua implementação, que será detalhada na seção seguinte, não é necessário mais de uma medição de cada peça ou amostra de produto, e isso otimiza também o trabalho de inspeção.

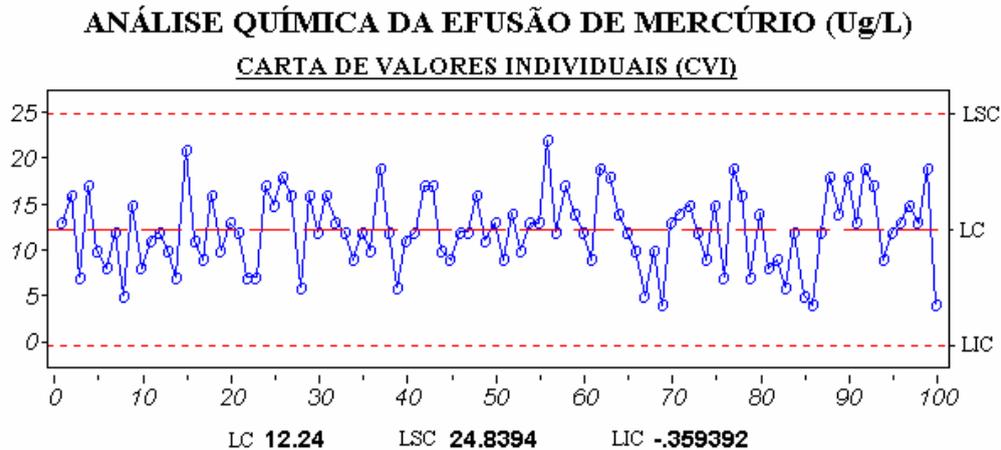


Figura 3.1 – Carta de controle de valores individuais, retirada do software NWA Quality Analyst® [16].

### 3.1.1. Construção da carta de valores individuais

Como já colocado na seção 2.1.1, o objetivo da fase I é obter um processo estável, eliminando causas especiais de variação. Para isso, inicialmente é necessário determinar uma série de parâmetros com base em condições preestabelecidas fundamentais para construção da CVI. A principal destas condições é a determinação do tamanho da amostra inicial que geralmente, por questões de tempo e custo, na prática industrial, não ultrapassa o tamanho de 100/150 unidades medidas [8][44]. Desta forma, os seguintes passos são considerados na construção da carta de valores individuais.

- Passo 1: coletar a amostra e medir a propriedade de interesse;
- Passo 2: calcular a média dos valores medidos  $y_i$ :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n y_i \quad (3.1)$$

- Passo 3: calcular as amplitudes móveis:

$$mR_i = |y_i - y_{i-1}| \tag{3.2}$$

- Passo 4: calcular a média das amplitudes móveis:

$$\overline{mR} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n mR_i \tag{3.3}$$

- Passo 5: calcular os limites inferior e superior de controle para os valores individuais:

$$\begin{aligned} LSC_x &= \bar{y} + 2,66 * \overline{mR} \\ LIC_x &= \bar{y} - 2,66 * \overline{mR} \end{aligned} \tag{3.4}$$

Os limites assim construídos se denominam de limites 3-sigmas, por estarem a três desvios-padrão da média do processo.

Após a construção da carta, o processo passa a ser analisado em busca de sinais de causas especiais, i.e. sinais de “fora de controle”. Para isso é necessário aplicar regras de detecção, que permitem identificar o sinal dentre o ruído aleatório associado à ação do sistema de causas comuns.

### 3.1.2. Interpretação: Regra I

A mais simples das regras de detecção de estados fora de controle é conhecida como regra I, chamada também de regra de Shewhart. Esta regra indica sinais de fora de controle quando aparecem pontos fora de uma região definida pelos limites de controle. Esta regra é a mais conhecida e utilizada no âmbito industrial. Sua interpretação é simples, pois basta um ponto se localizar fora dos limites especificados para se estabelecer um sinal de fora de controle. Na figura 3.2 pode-se verificar de que forma esta regra funciona.

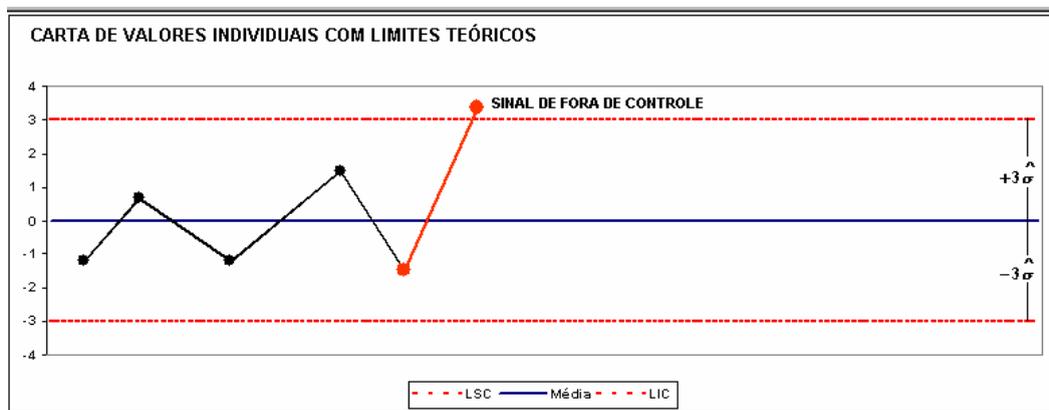


Figura 3.2 – Regra de Shewhart.

O importante neste instante é saber o que fazer quando pontos se mostram fora dos limites de controle. Geralmente, as medidas avaliadas como fora são reservadas e analisadas separadamente. Verifica-se quais variações influenciaram nestas medições e daí, tenta-se eliminar as causas especiais [8].

### 3.1.3. Interpretação: Regras I, II, III, IV

As regras conhecidas como da “Western Electric” agregam à regra de Shewhart mais três regras de corrida. Para poder implementá-las, é necessário definir três regiões entre os limites de controle:  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  e  $3\sigma$ <sup>4</sup>.

Estas regras são ilustradas na figura 3.2 e são definidas por:

- Regra I: um ponto fora dos limites de controle (regra de Shewhart).
- Regra II: dois em três pontos consecutivos fora dos limites de  $2\sigma$ .
- Regra III: quatro em cinco pontos consecutivos fora dos limites de  $1\sigma$ .
- Regra IV: oito pontos consecutivos abaixo ou acima da linha da média.

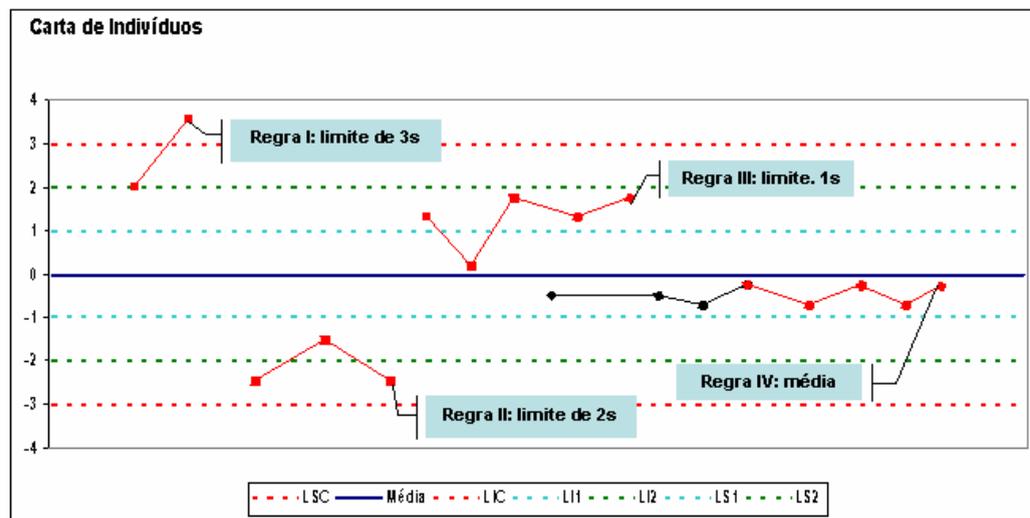


Figura 3.3 – Regras da Western Electric.

<sup>4</sup> A zona de variação do processo de  $3\sigma$  se divide três sub-zonas: até um desvio-padrão; entre um e dois desvios-padrão; e entre dois e três desvios-padrão.

### 3.2. Avaliação de eficiência: ARL Teórico

O comprimento médio de corrida *ARL* (*Average Run Length*) mede o número médio de pontos, desde que se introduz uma mudança no processo, até aparecer um sinal de fora de controle. Segundo Montgomery [14], o modelo matemático para *ARL* é definido segundo equação 3.5, que se define pelo inverso da probabilidade de intervenção de causas especiais no processo (**a**).

$$a = 1 - b \tag{3.5}$$

$$ARL = \frac{1}{a} \tag{3.6}$$

Na figura 3.4 pode ser observada a variação do *ARL* para distintos valores de deslocamento da média do processo, graficada para cartas interpretadas com uso da regra de Shewhart e das regras da Western Electric. Estando o processo sob controle, o valor do *ARL* é o inverso da probabilidade de alarme falso. Com aplicação apenas da regra I é de 370 pontos, enquanto que com o uso das quatro regras de detecção da Western Electric este valor cai para 92 pontos. A partir da condição de processo sob controle ( $\delta = 0$ ), o *ARL* diminui, tornando-se aproximadamente igual a 1 para valores de deslocamento  $\delta \geq 3$  (i.e. deslocamento igual a três desvios-padrão do processo). Para esses valores de deslocamento, não existe diferença atribuível ao uso das distintas regras de detecção [13][14]. Para pequenos deslocamentos, os ganhos de usar as regras da Western Electric ficam mais aparentes.

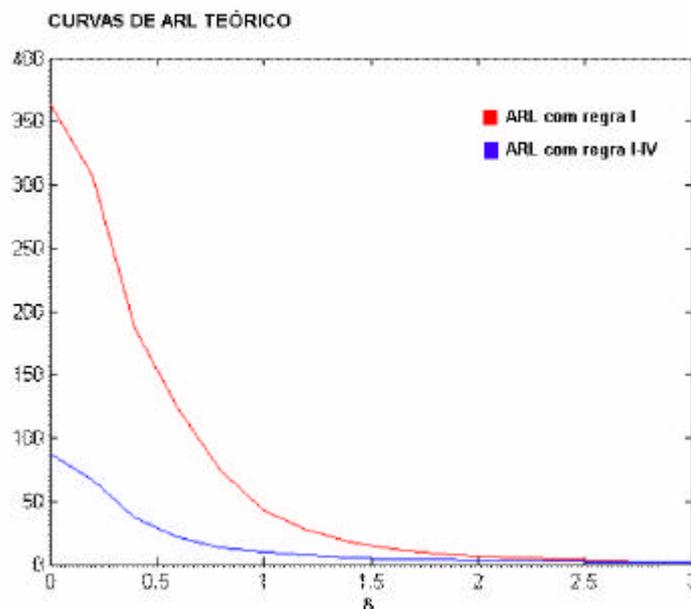


Figura 3.4 – ARL Teórico adaptado da referência [13][14].

O que pode também ser observado nas teorias, é que o uso das quatro regras de detecção, aproxima a sensibilidade de uma carta como a em questão, de cartas teoricamente mais sensíveis como a CUSUM. Como mostrado na seção 1.3.2, a carta de soma acumulada é utilizada em processos extremamente críticos, onde são desejáveis cartas de controle que sejam sensíveis a mínimas mudanças ou variações do processo. Portanto, hipoteticamente uma CVI poderia ser aplicada nestes tipos de processos se utilizadas todas as regras de detecção [13][14], tendo-se em contrapartida o aumento da probabilidade de alarme falso.

Desta maneira, o *ARL* foi escolhido como indicador de eficiência para este trabalho, por este conseguir medir de forma discreta, pontos fora dos limites de controle indo ao encontro da funcionalidade da ferramenta CEP. Assim, com base nos elementos esclarecidos neste capítulo, pode-se então ser apresentado o modelo de simulação proposto.

# Capítulo 4

## Modelo de Simulação

Simular é representar o funcionamento ou comportamento de um processo, fenômeno ou sistema sem experimentação ou prática. Assim, no trabalho proposto foi realizada a construção de um modelo de simulação para reproduzir as influências provocadas pela incerteza de medição no CEP. Para tanto, foi necessário um planejamento preliminar onde foram definidas as bases de construção para o modelo. Neste estudo, foram definidas as premissas que fundamentariam mais tarde todo modelamento matemático do programa de simulação.

A implementação da linguagem de programação foi minuciosamente escolhida com base em características como simplicidade de aplicação e apresentação gráfica, para que no final, pudesse ser gerado um algoritmo computacional que tornasse possível testar as fontes de incerteza que influenciariam na efetividade do CEP. Desta forma, este capítulo apresenta passo a passo, de que forma foi construído este modelo de simulação, juntamente com fluxogramas de funcionamento, detalhando todo modelamento matemático envolvido.

### 4.1. Premissas adotadas para o modelo de simulação (MS)

- O processo de medição utilizado na fase de setup é o mesmo utilizado para controlar o processo produtivo. Isto faz com que os mesmos níveis de erros de medição estejam presentes tanto na fase de setup quanto na fase de controle do processo [37].
- As medições utilizadas para o controle e análise do processo produtivo assumem uma distribuição gaussiana ou normal padronizada ( $z$ ), ou seja, os parâmetros média e desvio-padrão do processo de fabricação são, respectivamente, zero e um [25][47][48].
- O alvo do processo é a posição central determinada ainda na fase de projeto. Nas simulações realizadas considerou-se o alvo do processo como sendo zero.

- A coleta da amostra inicial é realizada no setup do processo e é necessária para o cálculo dos limites de controle. Geralmente, o tamanho da amostra inicial não ultrapassa 100 medições, como citado na seção 3.1.1. Adotou-se este valor para o tamanho da amostra inicial.

## 4.2. Modelo matemático da medição em produção

Sistemas de medição destinados à medição de uma única característica da qualidade se denominam de “sistemas dedicados”. Estes são comuns em medições na linha de produção, quando a confiabilidade metrológica e a velocidade de medição são mais importantes que a universalidade<sup>5</sup>. O modelo matemático da medição usado neste trabalho foi desenvolvido para simular o comportamento metrológico de sistemas de medição dedicados. O modelo permite gerar múltiplas características de erro sistemático e aleatório que são consistentes com uma declaração de incerteza de medição.

O valor medido de forma geral é composto pelo valor verdadeiro do mensurando adicionado do valor do erro de medição, como mostrado na equação 4.1.

$$Y = X + E \quad (4.1)$$

Onde  $Y$  é uma variável aleatória representando os valores medidos,  $X$  é a variável representando o valor verdadeiro do mensurando e  $E$  a variável erro de medição.

Geralmente, o erro de medição  $E$  é composto por uma parcela aleatória e outra parcela sistemática. No CEP, cada componente interfere de forma diferenciada, pois enquanto o erro aleatório altera a dispersão real do processo, o erro sistemático desloca a média deste. Em medições na produção, a dispersão da característica a medir é pequena frente à faixa de medição. Nesses casos é possível assumir erros sistemáticos como uma função linear do valor do mensurando (figura 4.1, parte superior).

Em geral, esses erros poderão ser representados como a soma de uma componente constante, mais uma componente linear, cujo valor é zero no alvo do processo. A primeira pode ser ocasionada pelo erro residual de ajuste de zero do instrumento (e.g. por erros no valor de padrões ou nas peças padrão usadas para verificar e ajustar o instrumento ou por variação amostral durante o ajuste de

---

<sup>5</sup> Um sistema de medição apresenta a característica universalidade, quando este é capaz de medir vários mensurandos.

zero), por derivas temporais ou térmicas entre outras. O segundo pode ser ocasionado pelos resíduos de correção ou simplesmente pela decisão de não corrigir os erros determinados na calibração.

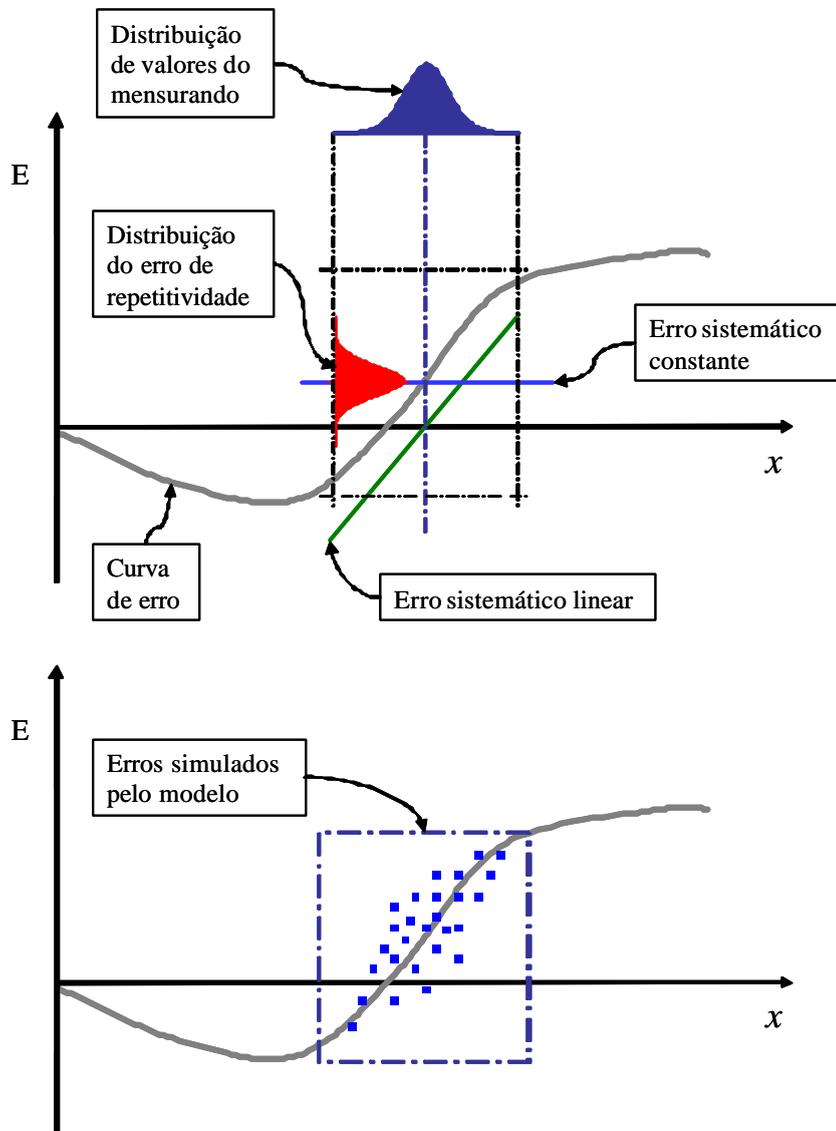


Figura 4.1 – O modelo de erro para sistemas de medição dedicados.

Em medições industriais tem-se ainda o efeito do erro aleatório ou repetitividade, originado por inúmeras causas técnicas ou economicamente não diferenciáveis e, portanto, de efeito não corrigível. Finalmente, a resolução afeta os resultados da medição e, conseqüentemente, o erro. Uma representação gráfica escala dos erros gerados pelo modelo pode ser observada na parte inferior da figura 4.1.

Nesta dissertação, adotou-se o seguinte modelo para representar eventos de medição:

$$y(x) = \text{Res}(x + e_{rep} + e_{sist}(x)) \quad (4.2)$$

Onde:

- $y(x)$  é o resultado da medição<sup>6</sup>;
- $x$  é o valor do mensurando;
- $e_{rep}$  é um evento de erro de repetitividade;
- $e_{sist}(x)$  é o erro sistemático linearmente dependente do valor do mensurando;
- $\text{Res}()$  é uma função que simula o efeito da resolução.

Com isso, nas seções a seguir serão desenvolvidos os elementos do modelo.

#### 4.2.1. Modelo para a distribuição de valores do mensurando

Aos fins desta dissertação, considerou-se que a distribuição do mensurando é normal, com média  $\mu_p$  e desvio-padrão  $\sigma_0$ :

$$X \sim N(\mu_p; \sigma_0) \quad (4.3)$$

O valor de  $\mu_p$  varia ao longo da simulação, mantendo o processo  $N(\mu_0; \sigma_0)$  durante a corrida inicial e mudando para  $N(\mu_1; \sigma_0)$  depois da perturbação da média. A perturbação da média do processo se produz imediatamente depois de definidos os limites de controle e pode ser mais bem entendida através da equação 4.4.

$$\Delta = \mu_1 - \mu_0 \quad (4.4)$$

#### 4.2.2. Modelo para distribuição do erro de repetitividade

O erro aleatório ou repetitividade aumenta a dispersão das medidas. Quando o erro atua desde a corrida inicial, esse efeito produz um afastamento dos limites de controle. Desta forma, a carta de indivíduos de um processo estável, contaminada com erros aleatórios puros, apresentará a mesma

---

<sup>6</sup> Segundo VIM, o resultado de uma medição consiste em um valor atribuído a um mensurando obtido por medição.

probabilidade de alarme falso que uma carta hipotética construída com os valores do mensurando. Na figura 4.2 pode-se notar este efeito e ainda é importante salientar que as medições também estão contaminadas pela repetitividade.

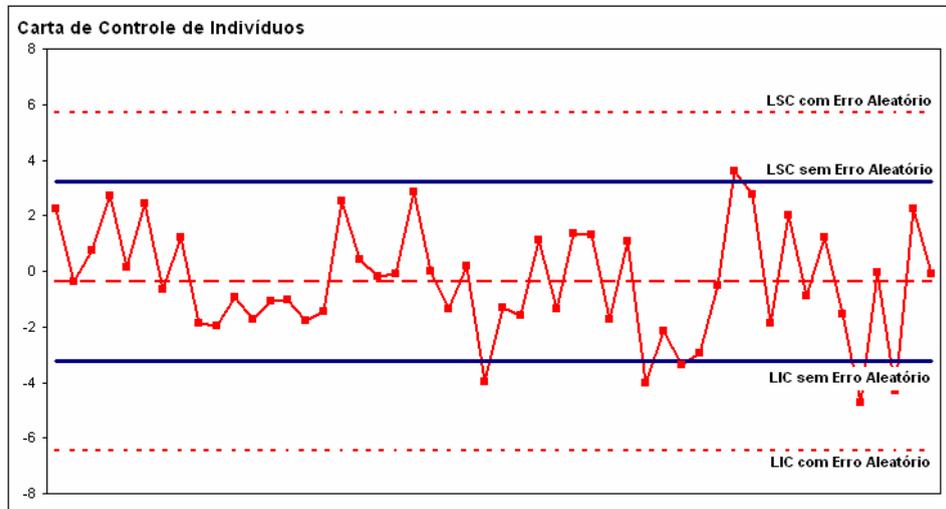


Figura 4.2 - Erro aleatório agindo na carta de valores individuais.

No modelo, o erro de repetitividade foi considerado estável no tempo e representado por uma distribuição normal com média  $m_{rep} = 0$  e desvio-padrão  $s_{rep}$ :

$$E_{rep} \sim N(0; s_{rep}) \tag{4.5}$$

### 4.2.3. Modelo para os erros sistemáticos

Erros sistemáticos, como já fora indicado, podem ser representados pela soma de uma componente constante e uma linearmente dependente do valor do mensurando. O erro sistemático constante modifica a percepção da média do processo. Na carta de indivíduos da figura 4.3 pode-se observar esse efeito. Quando o erro atua desde a corrida inicial, os limites de controle são deslocados uma quantidade similar à que se deslocam os pontos. Assim, o processo aparece como estando sob controle.

O erro sistemático linearmente dependente do valor do mensurando, quando apresenta valor zero na média do processo (média do processo igual ao alvo do processo), não distorce a percepção da média, mas modifica a dispersão dos pontos e na carta e, conseqüentemente, os limites de controle. Se o erro apresenta coeficiente angular positivo, aumentará a dispersão dos valores medidos a respeito da dispersão dos valores do mensurando. Se o coeficiente angular for negativo, o efeito é inverso

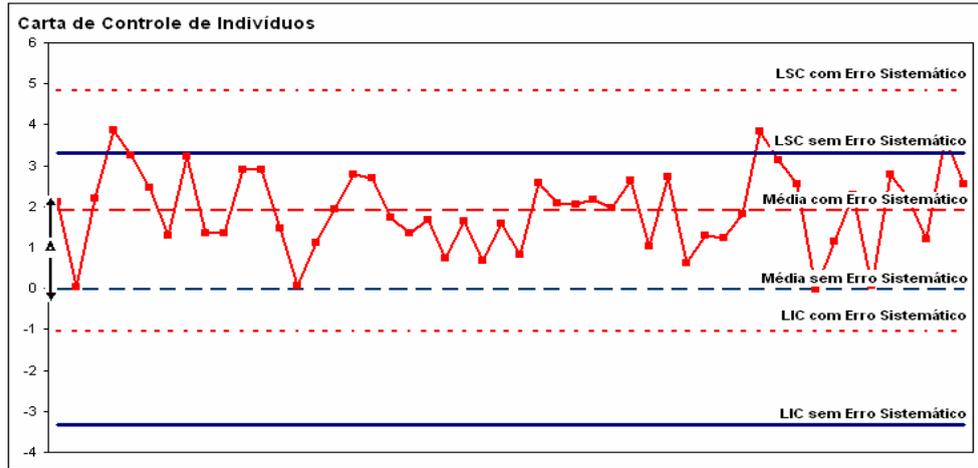


Figura 4.3: Erro sistemático agindo na carta de valores individuais.

. Para determinar esta segunda componente de erro, é necessário definir um intervalo de variação mais ou menos arbitrário para  $x$ . Nesta dissertação, tem-se optado por definir o erro dentro do intervalo  $[T - 4 \cdot s_0; T + 4 \cdot s_0]$ , onde  $T$  é o alvo do processo (figura 4.4).

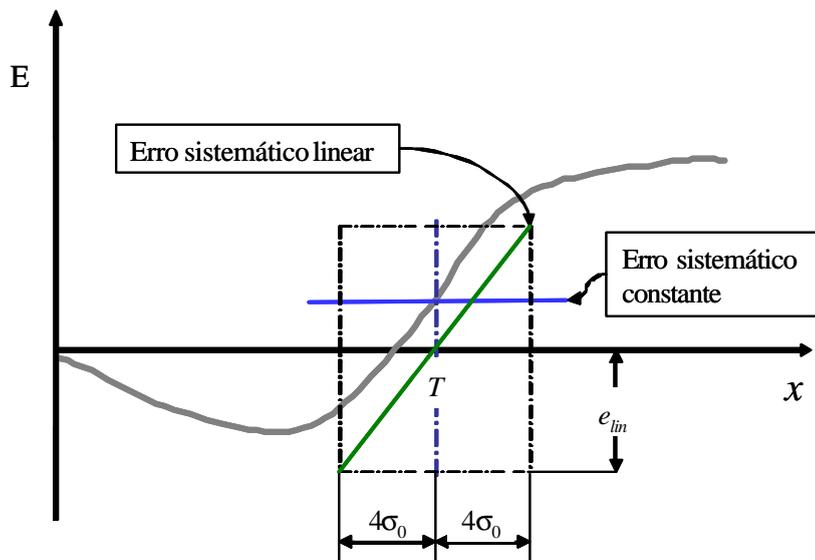


Figura 4.4 – O modelo de erro sistemático.

Conseqüentemente, a função erro sistemático pode ser expressa pela seguinte equação:

$$e_{sist}(x) = e_{const} + \frac{e_{lin} \cdot (T - x)}{4 \cdot s_0} \tag{4.6}$$

Onde  $e_{lin}$  pode ser um valor positivo, negativo ou zero. Valores de  $e_{lin}$  positivos resultam em erros sistemáticos que diminuem com o aumento do valor do mensurando. Valores de  $e_{lin}$  negativos fornecem erros sistemáticos que aumentam com o aumento do valor do mensurando (como na

figura 4.4). Finalmente, valores de  $e_{lin}$  nulos resultam em erros sistemáticos constantes em toda a faixa de dispersão do mensurando.

#### 4.2.4. Integração do modelo com o efeito da resolução

A resolução do sistema de medição reduz a capacidade de análise do processo, devido o arredondamento feito nas medições. Os valores medidos são truncados e a carta de controle passa a trabalhar com limites mais apertados [13]. A figura 4.5 mostra como a resolução pode interferir na carta de controle de indivíduos.

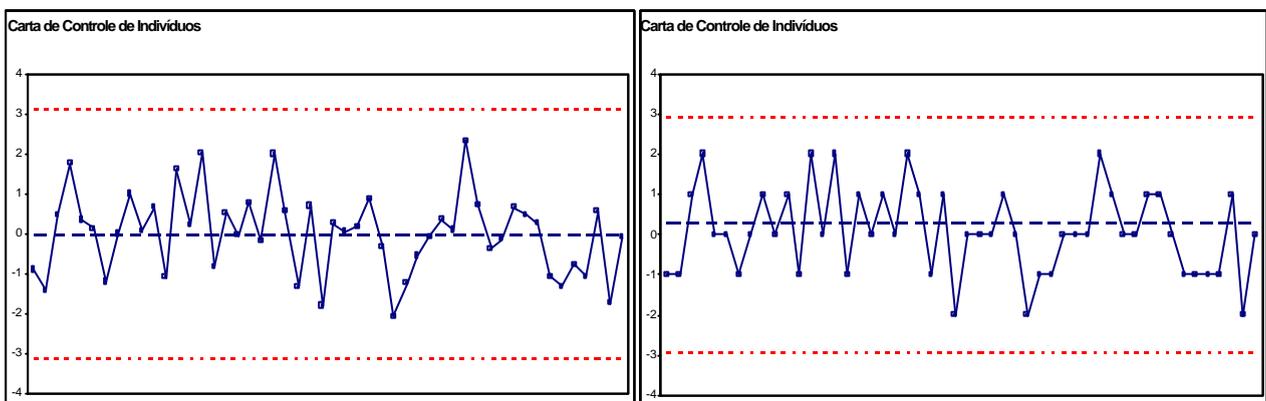


Figura 4.5 – Efeito da resolução na carta de indivíduos.

Nesta dissertação, o efeito da resolução é simulado por meio de uma simples função de arredondamento. Desta forma, o modelo da medição, considerando o efeito de erros aleatórios, sistemáticos e resolução é:

$$y(x) = R \times \left[ \frac{\mu + \sigma_0 \cdot \text{Int}\left(\frac{x - \mu}{\sigma_0} + \frac{e_{lin} \times (T - x)}{4 \times \sigma_0}\right)}{R} + \frac{1}{2} \right] \quad (4.7)$$

Onde  $R$  é a resolução com que se registram os dados e  $\text{Int}()$  é uma função que retorna o inteiro mais próximo da quantidade entre parênteses.

O modelo representado pela figura 4.1 permite calcular o valor medido, dado um valor do mensurando e um conjunto de características do processo de medição. Quando aplicado a um conjunto de valores do mensurando, ele fornece um conjunto de resultados de medição que

poderiam ter sido obtidos de um processo de medição com resolução, desvio-padrão de repetitividade e característica de erro sistemático determinados.

### 4.3. Extensão do modelo para o conceito de incerteza de medição

Esta dissertação propõe-se a trabalhar a partir do conceito de incerteza. Será então necessário simular processos de medição cujos erros não são exatamente conhecidos, embora se possa saber que seus valores estão dentro de certos limites. Distintas fontes de incerteza deverão, então, receber diferentes tratamentos.

#### 4.3.1. Erro de repetitividade

Erro de repetitividade aparece como variação dos resultados de medições repetidas. Em consequência, ele pode ser estimado como fontes de incerteza tipo A ou, em casos em que o sistema de medição não esteja disponível para experimentação, usando estimação tipo B com distribuição normal. Nesta dissertação, o erro aleatório foi simulado, a partir da declaração da incerteza, segundo a igualdade descrita na equação 4.8.

$$\sigma_{rep} = u_{rep} \quad (4.8)$$

#### 4.3.2. Erros sistemáticos constantes

No modelo de simulação em questão, o erro sistemático constante é considerado desconhecido. Geralmente é usada uma variável aleatória retangular para descrever esse desconhecimento:

$$E_{const} \sim Unif\left(\frac{e_{const}^{min}}{\theta}, \frac{e_{const}^{max}}{\theta}\right) \quad (4.9)$$

Onde, para os efeitos desta dissertação, pode-se considerar:

$$- e_{const}^{min} = e_{const}^{max} \quad (4.10)$$

A incerteza padrão correspondente pode ser descrita pela seguinte equação:

$$u_{const} = \frac{e_{const}^{max}}{\sqrt{3}} \quad (4.11)$$

### 4.3.3. Erros sistemáticos linearmente dependentes do valor do mensurando

No caso dos erros linearmente dependentes do valor do mensurando, uma declaração de incerteza afirmaria que o valor de  $e_{lin}$  pode estar entre determinados limites simetricamente distribuídos ao redor da linha de erro zero. Assim:

$$E_{lin} \sim Unif(e_{lin}^{min}; e_{lin}^{max}) \quad \forall \quad x/T - 4 \cdot s_p < x < T + 4 \cdot s_p \quad (4.12)$$

Onde, novamente:

$$- e_{lin}^{min} = e_{lin}^{max} \quad (4.13)$$

A contribuição à incerteza fica determinada por:

$$u_{lin} = \frac{e_{lin}^{max}}{\sqrt{3}} \quad (4.14)$$

### 4.3.4. Resolução

A resolução é um valor fixo de entrada: não precisa ser aleatorizada pelo algoritmo, como acontece no caso dos erros aleatórios, sistemáticos constantes e sistemáticos linearmente dependentes do valor do mensurando. Sua contribuição à incerteza, no entanto, existe e é igual a equação 4.15.

$$u_{res} = \frac{R}{2\sqrt{3}} \quad (4.15)$$

### 4.3.5. Combinação e expansão da incerteza de medição

Como modelo para combinar e expandir a incerteza do processo de medição usou-se o proposto pelo ISO GUM [33]. As componentes de incerteza utilizadas no programa de simulação são consideradas independentes. Assim, a incerteza combinada ( $u_y$ ) e a incerteza expandida ( $U_{95\%}$ ) são definidas segundo as equações 4.16 e 4.17.

$$u_y = \sqrt{s_{rep}^2 + \frac{(e_{const}^{max})^2}{3} + \frac{(e_{lin}^{max})^2}{3} + \frac{(R)^2}{12}} \quad (4.16)$$

$$U_{95\%} = k \times u_y \quad (4.17)$$

Onde  $u_y$  é a incerteza combinada e  $k$  é o fator de abrangência determinado através do nível de confiança esperado para o resultado de medição, neste caso  $k = 2$ .

## 4.4. Simulação de erros consistentes com uma certa declaração de incerteza

Usando a simulação é possível gerar conjuntos de erros consistentes com uma declaração de incerteza como a descrita pela equação 4.16. Os princípios gerais são:

- A distribuição do erro de repetitividade deve permanecer constante desde a primeira unidade medida até achar um sinal de fora de controle usando a regra I, evento que finaliza a corrida;
- O valor de erro sistemático independente do valor do mensurando  $e_{const}$  será mantido constante para toda a corrida;
- O valor de  $e_{lin}$  (i.e. a função de erro linearmente dependente do valor do mensurando) será também mantido constante para toda a corrida;
- Todos os resultados de medição serão quantizados de acordo com o valor da resolução.

Assim, cada corrida estará influenciada por um conjunto de erros que corresponderiam a um dos infinitos processos de medição, que são consistentes com a incerteza de medição declarada. A repetição da corrida usando outros valores de erros sistemáticos e aleatórios permitirá obter valores distintos de média e dispersão, sempre mantendo a consistência com a declaração da incerteza.

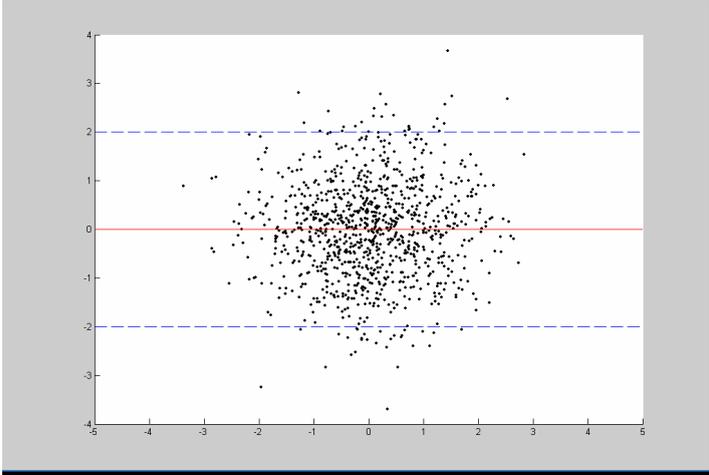
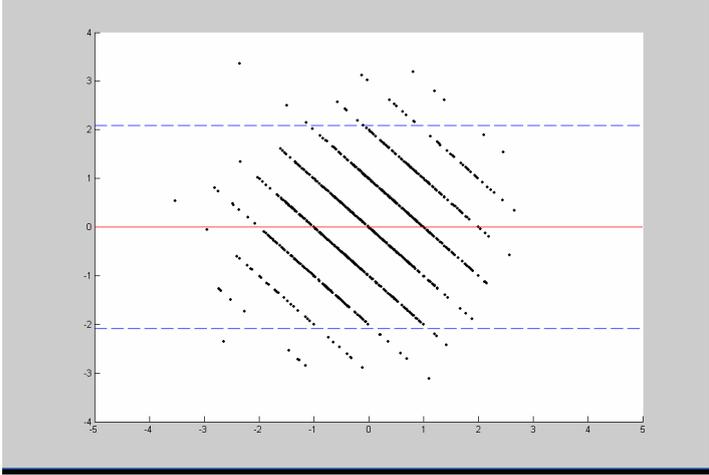
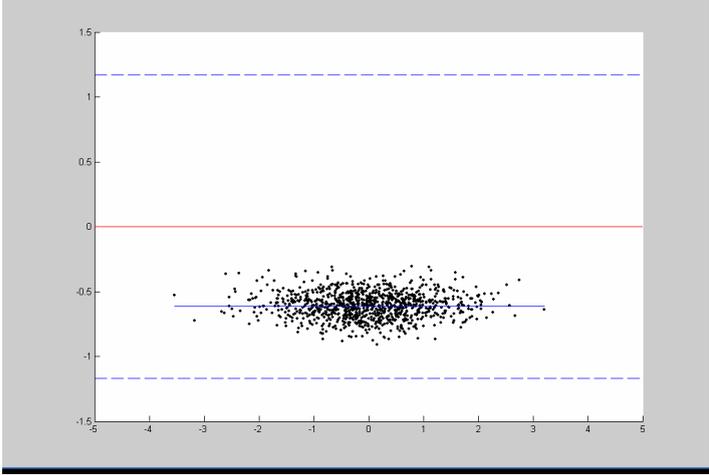
O comportamento do modelo foi testado para um caso adimensional, considerando desvio-padrão da distribuição do mensurando igual a 1 e o processo centrado no alvo (tabela 4.1). É importante esclarecer que os valores atribuídos para cada fonte de influência proposto na tabela, foram estimados e combinados após algumas simulações realizadas com o modelo. Os gráficos com 1000 valores de erros gerados pelo modelo levando em conta cada caso da tabela 4.1, podem ser observados na figura 4.6.

Tabela 4.1 – Casos para teste do modelo de erros proposto pelo modelo de simulação.

Caso	$\sigma_{\text{rep}}$	$e_{\text{const}}^{\text{max}}$	$e_{\text{lin}}^{\text{max}}$	$R$
1	1	0	0	0
2	1	0	0	1
3	0,1	1	0	0
4	0,1	1	0	1
5	0,1	0	1	0
6	0,1	0	1	1
7	0,1	1	1	0
8	0,1	1	1	1

Nesta figura, os eixos são baseados em valores de desvios-padrão, mostrando que o modelo de erros proposto está compatível com uma declaração de incerteza. Os valores plotados são medidas contaminadas pelas combinações propostas na tabela 4.1 e demonstram a probabilidade desses valores se encontrarem dentro dos limites de incerteza calculados para um fator de abrangência de 95% (tracejado em azul).

Os valores das componentes de incerteza foram adimensionalizados e divididos pelo desvio-padrão do processo. O modelo de erro descrito foi aplicado na avaliação do efeito da incerteza na sensibilidade da carta de valores individuais. O algoritmo implementado se encontra na seção a seguir.

Caso	Gráfico	Probabilidade
1		94,5%
2		95,8%
3		100%

Caso	Gráfico	Probabilidade
4		100%
5		100%
6		100 %

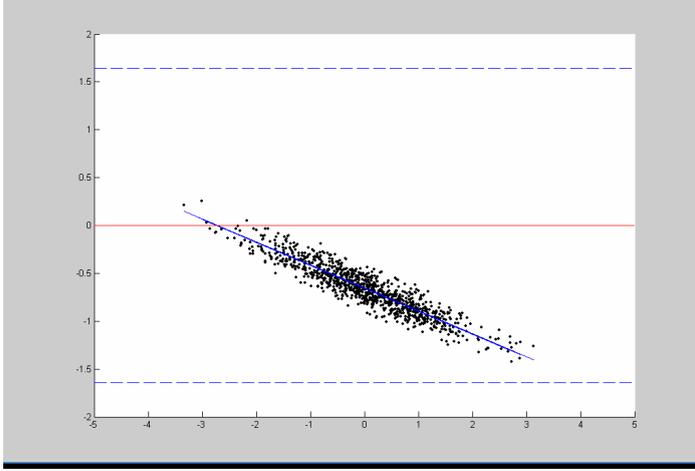
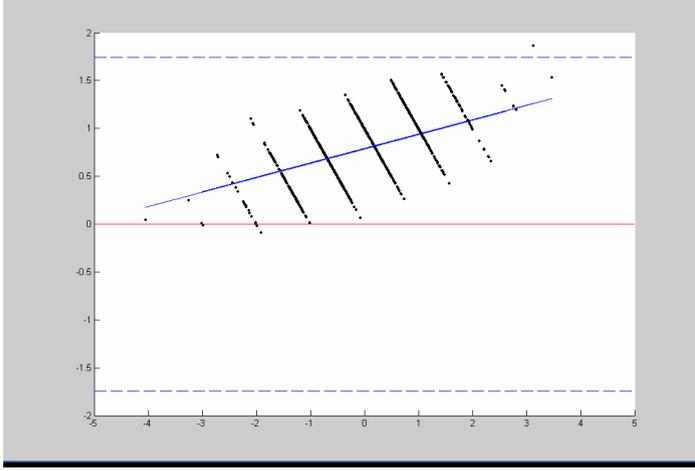
Caso	Gráfico	Probabilidade
7		100%
8		99,9%

Figura 4.6 – Resultados das simulações do modelo de erro proposto.

Em conclusão, os gráficos mostrados acima serviram para demonstrar de que forma o modelo de erro utilizado no modelo de simulação proposto funciona e exprime uma reação consistente com uma declaração de incerteza.

## 4.5 O programa de simulação

### 4.5.1 A linguagem de programação

Na escolha da linguagem de programação levou-se em conta a simplicidade de utilização, a capacidade numérica, e a forma apresentação gráfica do software. Como base nesses requisitos, optou-se pelo software MATLAB®, que inicialmente trabalhava apenas com teorias de matrizes, álgebra linear e análise numérica e hoje traz toda uma parte para desenvolvimento de algoritmos,

modelagem, simulação e confecção de protótipos, ferramentas que no âmbito do modelo de simulação em questão, são essenciais [49][50].

#### 4.5.2 O algoritmo computacional

Foram construídas duas versões do algoritmo. A primeira versão permite avaliar o efeito dos distintos tipos de erro em forma isolada, gerando entradas manuais dos parâmetros da incerteza. A segunda versão fez uma varredura automática dos valores de certas fontes de incerteza evidenciadas na corrida da primeira versão. Ambos algoritmos estão sintetizados na figura 4.7.

O problema foi adimensionalizado, definindo  $\mu_0 = 0$  e  $s_0 = 1$ . O tamanho da perturbação relativa da média fica então expresso pela equação:

$$d = \frac{\mu_1 - \mu_0}{s_0} \quad (4.18)$$

Onde  $m$  é a média gerada, após a introdução de um perturbação na média do processo.

Em conseqüência, as variáveis que dimensionam a incerteza de medição também resultaram adimensionalizadas, dividindo os valores correspondentes pelo desvio-padrão da distribuição do mensurando.

Para cada conjunto de valores de entrada e para cada valor de  $d$ , foram realizadas repetidas simulações nas quais se geraram novos valores para o mensurando, o erro de medição aleatório, o erro sistemático constante e a função de erro linear, mantendo sempre consistência com o valor da incerteza. Os limites de controle foram calculados segundo as equações mostradas na seção 3.1.1 e se modificavam para cada conjunto de dados simulados. As repetições estão representadas pelo laço  $i=1...n$  da figura 4.7. Calcularam-se os valores de  $RL_S$  e  $RL_W$  (comprimento da corrida para cada iteração do laço  $i = 1...n$ , de acordo com a aplicação das regras de detecção) contando o número de amostras desde que se produz à perturbação até que a carta, interpretada com a regra 1 e seqüencialmente com as regras da Western Electric, fornece o primeiro sinal de fora de controle. Uma vez realizadas as  $n$  repetições, calcularam-se os comprimentos médios de corrida:

$$ARL = \frac{\sum_{Todosk} RL_k}{k} \quad (4.19)$$

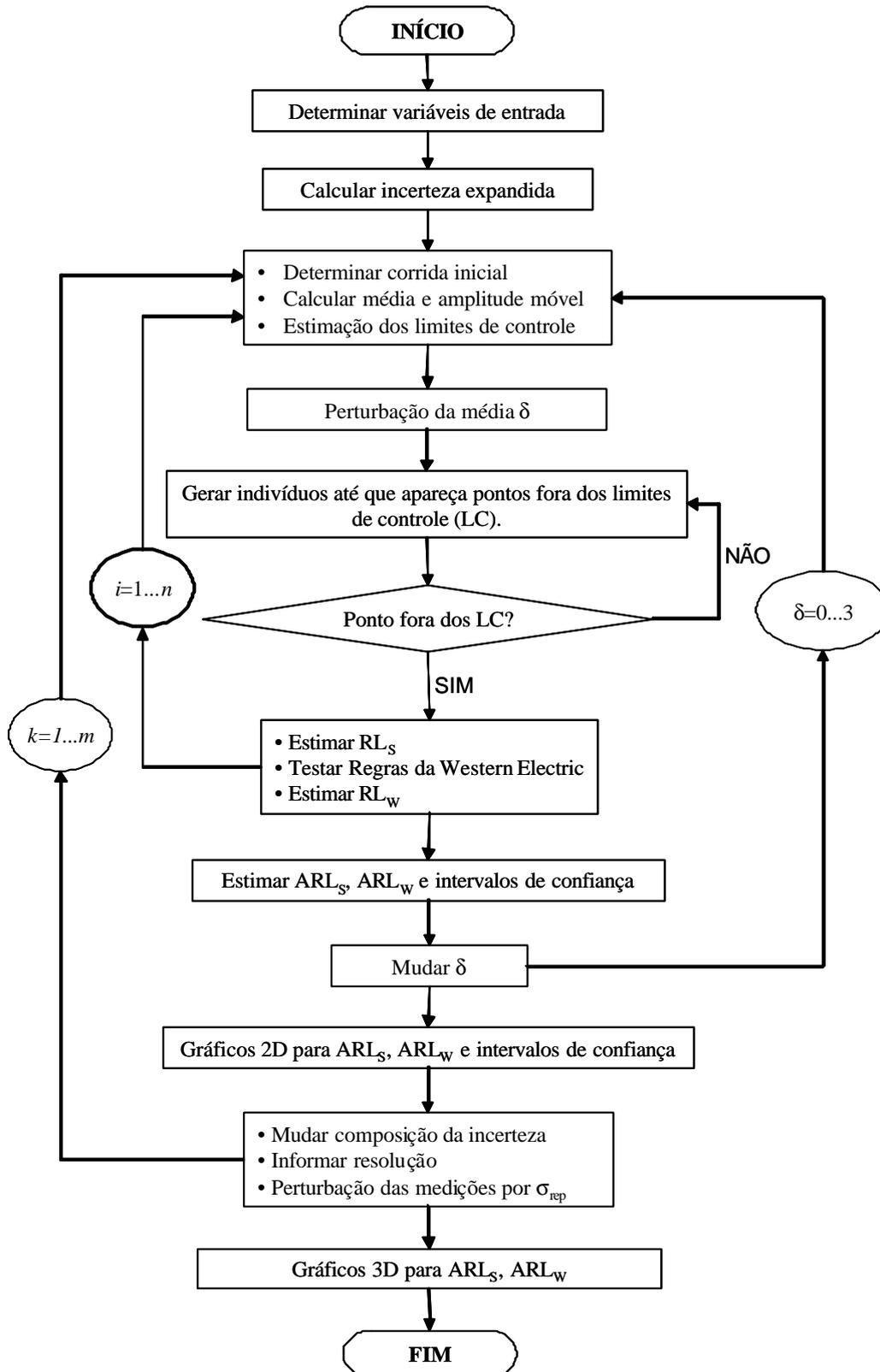


Figura 4.7 – Fluxograma geral do algoritmo de simulação.

No modelo em questão, o *ARL* é mensurado ainda de acordo com regra de detecção utilizada. Para a regra de Shewhart usada sozinha (*ARL<sub>S</sub>*) ou se esta regra estiver acompanhada pelas regras II, III e

IV ( $ARL_W$ ). Os  $ARL_W$  e  $RL_W$  são determinados com base nos  $RL_S$  encontrados com o teste da regra de Shewhart.

Foram criados intervalos de confiança para  $ARL_S$  e  $ARL_W$  segundo a equação 4.20. O nível de confiança para esses intervalos é de 95%, ou seja, de 100 valores de  $ARL$ , 95 estão dentro do intervalo de confiança [47][48].

$$\bar{x} - z_{95\%} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{95\%} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (4.20)$$

Onde  $\bar{x}$  é o próprio valor do  $ARL$  para cada deslocamento;  $\sigma$  é o desvio-padrão retirado de um vetor de  $RL$ 's gerado pelo programa; e  $n$  é número de iterações realizadas para cada valor de  $\delta$ .

O laço de iteração  $d = 0 \dots 3$  muda o valor relativo da perturbação da média do processo. Foram explorados valores de  $d = 0$  até  $d = 3$ , com intervalos de 0,2. Ao final desse laço, obtém-se as curvas características do  $ARL$  em função do deslocamento da média, com um intervalo de confiança 95%.

Finalmente, o laço mais externo permitiu explorar o efeito simultâneo do deslocamento  $d$  e uma das contribuições à incerteza, obtendo-se no final um gráfico tridimensional. Os resultados da corrida do algoritmo são descritos no capítulo a seguir.

# Capítulo 5

## Resultados da Simulação

Neste capítulo serão apresentados todas as análises e resultados obtidos usando o modelo e algoritmo de simulação descritos no capítulo anterior. As simulações foram realizadas com três objetivos diferentes. O primeiro deles é a análise exploratória, objetivando comparar o efeito de contribuições à incerteza de diferente natureza, quando cada uma delas atua separadamente. Através dessa análise foram determinados aqueles tipos de erro com maior efeito na sensibilidade da carta. A seguir, foram realizadas varreduras do desvio relativo da média  $\delta$  para estudar a variação do  $ARL_S$  e  $ARL_W$ . Essas avaliações foram realizadas para aquelas contribuições à incerteza que se destacaram na análise exploratória de forma distinta e ainda para processos de medição livre de erros, para que desta forma se possa perceber a mudança no comportamento da carta de indivíduos. Para ambos os casos, foram construídas curvas de  $ARL$  juntamente com respectivos intervalos de confiança, usando apenas a regra de Shewhart ( $ARL_S$ ) e em seguida, as quatro regras conhecidas como da Western Electric ( $ARL_W$ ). Para finalizar, foram construídos gráficos  $3D$ , para possibilitar uma análise mais apurada sobre como erros simulados em conjunto podem influenciar a sensibilidade da carta.

A partir das análises feitas, sobre os resultados apresentados pelo modelo de simulação, tornou-se possível sistematizar uma série de recomendações para uma seleção adequada de processos de medição.

### 5.1. Análises Exploratórias

As análises exploratórias foram realizadas com base no modelo de erro proposto no capítulo anterior, com a determinação prévia de valores adimensionais para cada uma das fontes de influência.

As simulações foram divididas em nove casos (tabela 5.1), cada um dos quais apresentando uma composição diferente de incerteza, os valores apresentados para cada fonte de influência, foram estimados através do  $\sigma_p$ , considerando em caso de distribuição retangular, o  $\sigma_p$  igual a raiz de três e para distribuição normal, igual a 1.

O caso *A* não apresenta erros: corresponde a medição perfeita. Os casos *B* e *C* apresentam somente erros de repetitividade, de desvio-padrão crescente. Os casos *D* e *E* apresentam erros sistemáticos lineares, definidos numa região de incerteza de amplitude crescente. Os casos *F* e *G* apresentam erros linearmente dependentes do valor do mensurando, também definidos numa região de incerteza de amplitude crescente. Finalmente, os casos *H* e *I* trazem somente a influência da resolução.

Tabela 5.1 – Dados de entradas considerados pelo modelo de simulação.

Caso	$e = \frac{s_{rep}}{s_0}$	$g = \frac{e_{const}^{max}}{s_0}$	$l = \frac{e_{lint}^{max}}{s_0}$	$r = \frac{R}{s_0}$
<i>A</i>	0,00	0,00	0,00	0,00
<i>B</i>	0,50	0,00	0,00	0,00
<i>C</i>	1,00	0,00	0,00	0,00
<i>D</i>	0,00	0,87	0,00	0,00
<i>E</i>	0,00	1,73	0,00	0,00
<i>F</i>	0,00	0,00	0,87	0,00
<i>G</i>	0,00	0,00	1,73	0,00
<i>H</i>	0,00	0,00	0,00	0,10
<i>I</i>	0,00	0,00	0,00	1,00

Exploraram-se duas condições diferentes: processos estáveis ( $\delta = 0$ ) e processos com uma mudança da média do processo igual ao desvio-padrão do processo ( $\delta = 1$ ).

Os resultados das corridas para  $\delta = 0$ , i.e. processos estáveis, se detalham na tabela 5.2, onde são mostrados valores simulados para  $ARL_S$  e  $ARL_W$  juntamente com seus intervalos de confiança inferior ( $I_{95\%}$ ) e superior ( $S_{95\%}$ ), e nos gráficos das figuras 5.1 e 5.2.

Na tabela 5.2, pode-se observar a diferença significativa quando se utiliza somente a regra de Shewhart e quando se agregam a essa as regras II, III e IV. Podem-se notar ainda, alterações nos valores de  $ARL_S$  e  $ARL_W$ , entre os diversos casos aplicados, com destaque para o caso *I*. Esses efeitos podem ser melhor observados na figura 5.1. Nesta figura, a linha vermelha representa o  $ARL$  correspondente à utilização dos limites  $3\sigma$  teóricos (segundo a figura 3.4 [13]).

Tabela 5.2 – Dados de saída, para  $\delta = 0$ .

$d = 0$ e $n = 100$ (500 iterações)						
Caso	$I_{95\%\_ARL_S}$	$ARL_S$	$S_{95\%\_ARL_S}$	$I_{95\%\_ARL_W}$	$ARL_W$	$S_{95\%\_ARL_W}$
A	559,93	584,73	609,54	86,73	88,67	90,60
B	566,24	598,73	631,22	86,33	88,21	90,10
C	545,77	570,68	595,59	86,98	88,95	90,92
D	541,56	585,27	628,99	84,97	86,88	88,78
E	554,72	579,24	603,76	86,98	88,93	90,88
F	556,17	579,37	602,58	87,17	89,13	91,08
G	538,46	575,14	611,81	86,17	88,08	89,99
H	557,15	581,53	605,91	86,51	88,48	90,45
I	876,58	912,97	949,36	52,07	56,95	61,83

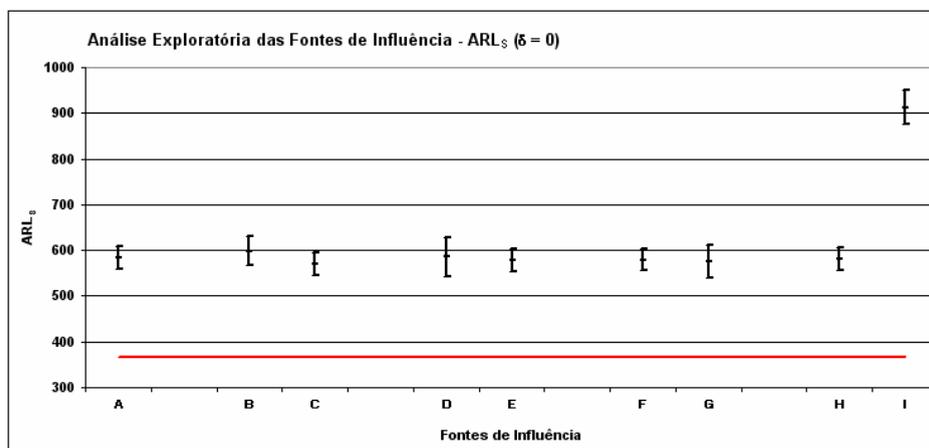


Figura 5.1 – Gráfico para análise do  $ARL_S$  diante das fontes de influência ( $\delta = 0$ ).

Na figura 5.1, pode-se observar que todos os valores de  $ARL_S$ , incluindo o caso com sistema de medição perfeito, se acham acima da linha que representa o valor teórico para limites  $3\sigma$ . Essa diferença comum está associada à sobre-estimação dos limites de controle, devida ao uso de amostras pequenas para a corrida inicial (100 unidades neste caso foram usadas para o cálculo dos limites de controle).

Os resultados dos casos *B* e *C* concordam com a afirmação de Mittag e Stemman: a probabilidade de alarme falso não é afetada pelos erros aleatórios de medição [31]. Erros sistemáticos constantes e linearmente dependentes do mensurando também não afetam o valor de  $ARL_S$  quando se trata de processos estáveis. O único caso que apresenta uma diferença significativa é o caso *I*, caracterizado por um alto valor de resolução. Este fenômeno pode ser explicado, considerando que a resolução produz um arredondamento dos resultados de medição, levando a um acúmulo de valores na proximidade da linha média e, portanto, dentro dos limites de controle.

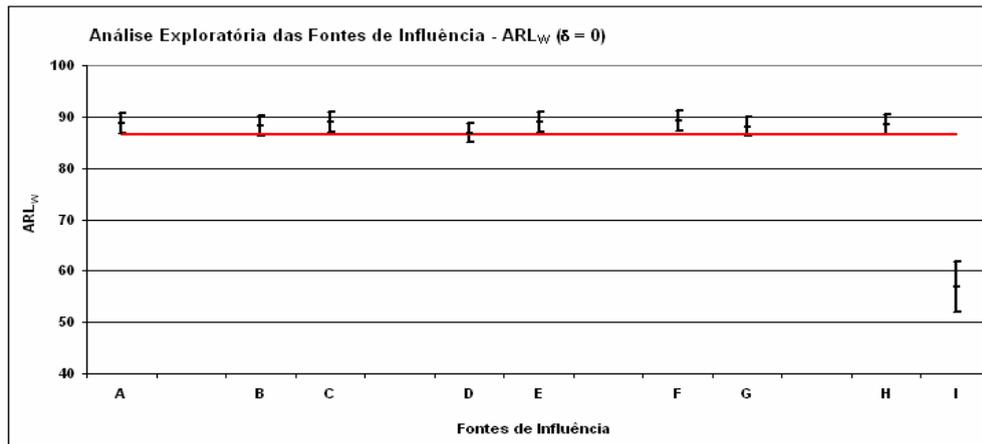


Figura 5.2 – Gráfico para análise do  $ARL_W$  diante das fontes de influência ( $\delta = 0$ ).

Na figura 5.2, pode-se observar como o uso das regras de detecção II, III e IV torna a carta mais robusta com referência à variação amostral dos limites de controle: os resultados obtidos estão todos mais perto da linha de comportamento teórico, com limites  $3\sigma$ . Novamente, o caso *I* resulta num valor de  $ARL_W$  significativamente diferente dos outros. No entanto, deve-se notar que quando se usam as regras da Western o efeito da resolução é inverso daquele observado na figura 5.1: agora o  $ARL_W$  diminui e a probabilidade de alarme falso aumenta. Pode-se dizer que isto ocorre devido ao acúmulo de valores iguais na carta, levando que as regras II, III e IV produzam sinais de fora de controle mais frequentes. Desta forma, já é possível afirmar que a resolução tem grande influência sobre o comportamento do processo de medição, trazendo ainda uma significativa mudança na sensibilidade da carta de valores individuais.

Na tabela 5.3, pode-se notar a redução para ambos valores de  $ARL_S$  e  $ARL_W$ , devido ao aumento de  $\delta$  para 1. Neste momento, a fonte de influência representada pelos casos *B* e *C* também ganha destaque. Isso pode ser visualizado na figura 5.3 e 5.4.

Tabela 5.3 – Dados de saída, para  $\delta = 1$ .

$d = 1$ e $n = 100$ (500 iterações)						
Caso	$I_{95\%\_ARL_S}$	$ARL_S$	$S_{95\%\_ARL_S}$	$I_{95\%\_ARL_W}$	$ARL_W$	$S_{95\%\_ARL_W}$
<i>A</i>	56,35	58,36	60,36	9,37	9,51	9,66
<i>B</i>	76,99	79,93	82,86	11,10	11,28	11,45
<i>C</i>	124,99	130,42	135,85	16,60	16,90	17,20
<i>D</i>	58,95	61,14	63,34	9,31	9,45	9,58
<i>E</i>	57,24	59,09	60,95	9,34	9,48	9,63
<i>F</i>	58,24	60,28	62,32	9,32	9,46	9,60
<i>G</i>	59,56	61,60	63,63	9,39	9,53	9,67
<i>H</i>	57,94	60,04	62,15	9,26	9,40	9,54
<i>I</i>	88,78	94,99	101,20	12,25	12,57	12,90

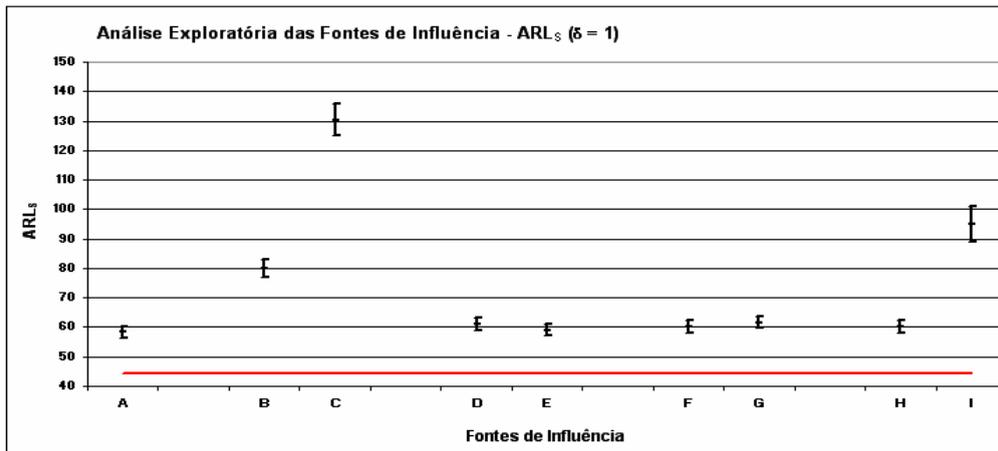


Figura 5.3 – Gráfico para análise do  $ARL_S$  diante das fontes de influência ( $\delta = 1$ ).

Os casos *B* e *C* são caracterizados pelo efeito do erro de repetitividade no processo de medição. Pode-se observar, principalmente para o caso *C*, que, quando o  $s_{rep}$  é máximo, ocorre maior discrepância para os valores de  $ARL_S$  e  $ARL_W$ . Além disto, a resolução aparece novamente como fonte de destaque.

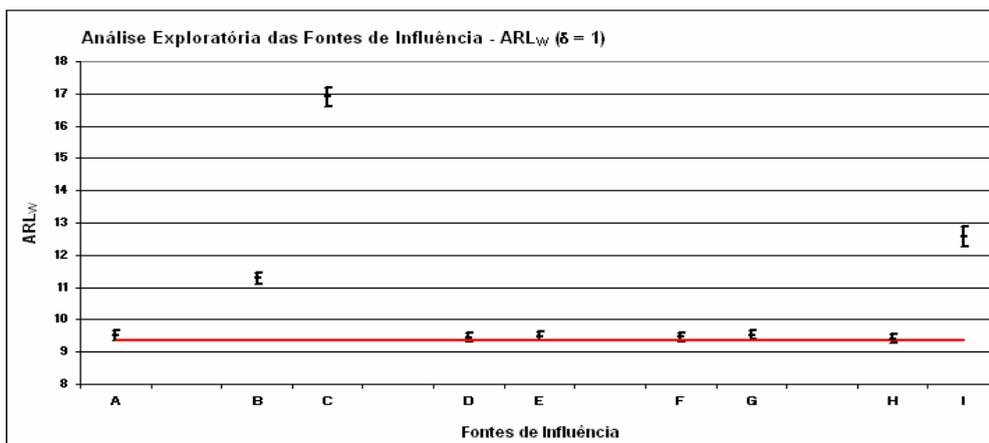


Figura 5.4 – Gráfico para análise do  $ARL_W$  diante das fontes de influência ( $\delta = 1$ ).

Pode-se notar também, que apesar dos erros sistemáticos constantes e lineares estarem presentes no modelo proposto, eles não apresentam influência significativa. Erros sistemáticos constantes afetam simultaneamente os valores medidos e os limites de controle: sua influência não consegue ser percebida pelo  $ARL$ . No entanto, é importante destacar que os erros sistemáticos residuais de valor constante produzem um desvio na média do processo, pelo fato do operador usar a evidência fornecida pela carta para posicionar o processo. Assim, o valor esperado da média do processo desviará do alvo numa quantidade igual ao erro sistemático. Em termos de incerteza de medição, pode afirmar que a incerteza da componente sistemática constante propaga-se na forma de uma incerteza similar na posição do processo.

Erros sistemáticos lineares já têm outro comportamento, porque podem modificar o desvio-padrão aparente do processo. Sua baixa influência se deve ao fato de que, por serem nulos no alvo do processo, uma grande massa de probabilidade fica afetada por erros pequenos. Pode-se então afirmar que, para processos razoavelmente posicionados no alvo, apenas valores extremamente altos para o erro linear produziram efeitos significativos. Está não é uma condição comum em sistemas de medição bem construídos.

Assim, conclui-se do estudo preliminar que as componentes que apresentaram maior influência sobre a sensibilidade da carta de indivíduos para detectar mudanças no processo são o erro de repetitividade e a resolução com que se registram os dados.

## 5.2. Simulações 2D: análise isolada das fontes mais influentes

A partir deste momento, serão estudadas apenas as fontes que se destacaram no item anterior. Primeiramente, com o fim de comparar as curvas de  $ARL$  teóricas apresentadas por Wheeler [13], foram simulados casos sem erro de medição, nos quais os limites de controle não foram calculados com base numa amostra de 100 unidades, senão fixados exatamente em  $3\sigma$ . As curvas das figuras 5.5 e 5.6 mostram que quando utilizados os limites de  $3\sigma$ , os valores para  $ARL_S$  e  $ARL_W$  correspondem aos previstos pela teoria da probabilidade [13]. Desta forma, pode se considerar validada a parte do algoritmo que opera na detecção de sinais de fora do controle.

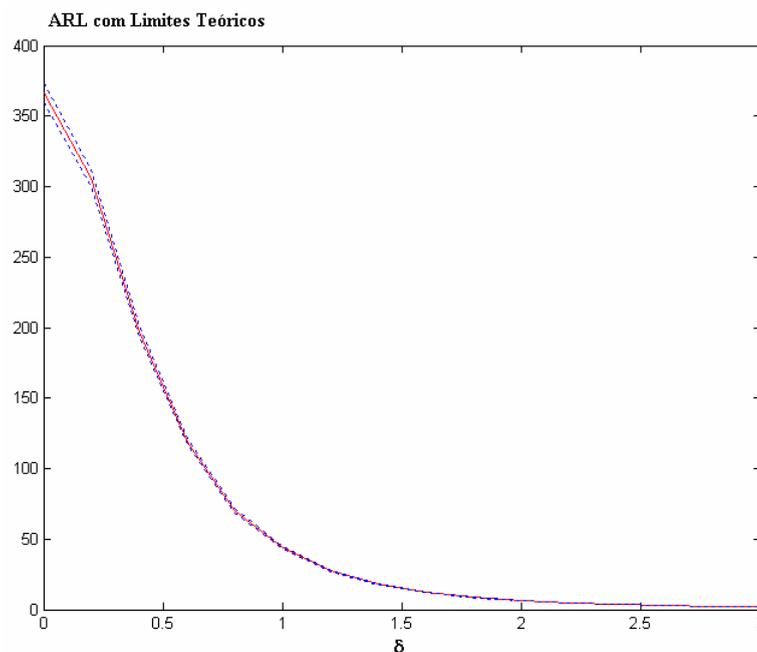


Figura 5.5 –  $ARL_S$  teórico segundo referência [13].

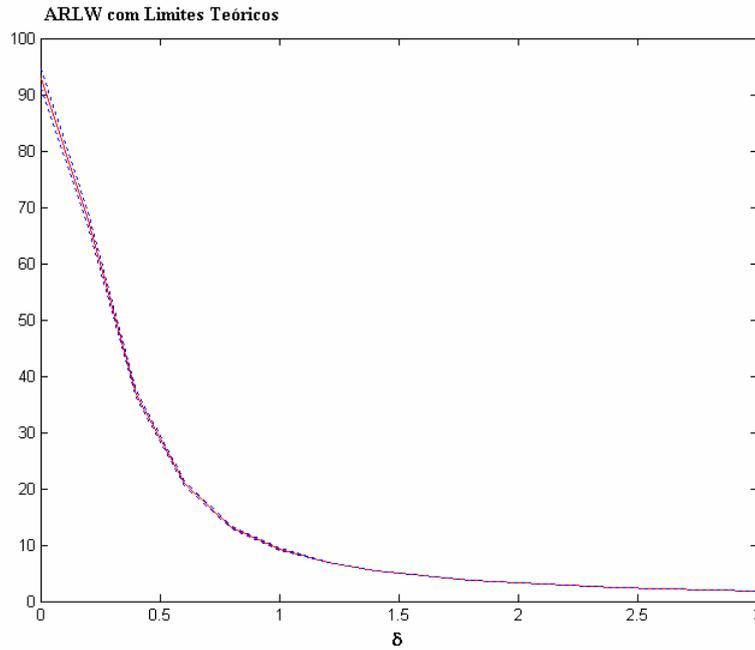


Figura 5.6 –  $ARL_W$  teórico segundo referência [13].

No entanto, as curvas obtidas por simulação, incluindo a determinação dos limites de controle a partir de uma amostra aleatória de 100 valores, divergem significativamente das curvas teóricas, como se pode notar nas figuras 5.7 e 5.8.

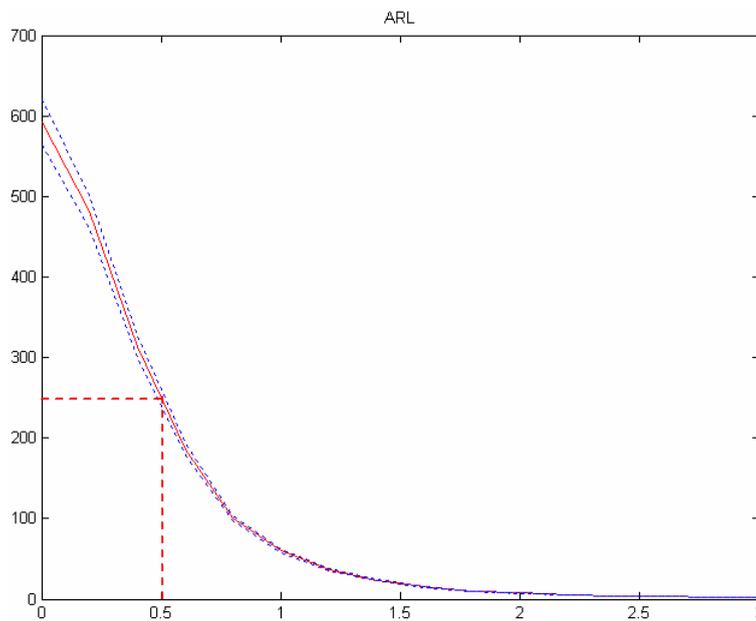


Figura 5.7 – Gráfico do  $ARL_S$  sem a presença de erro de medição.

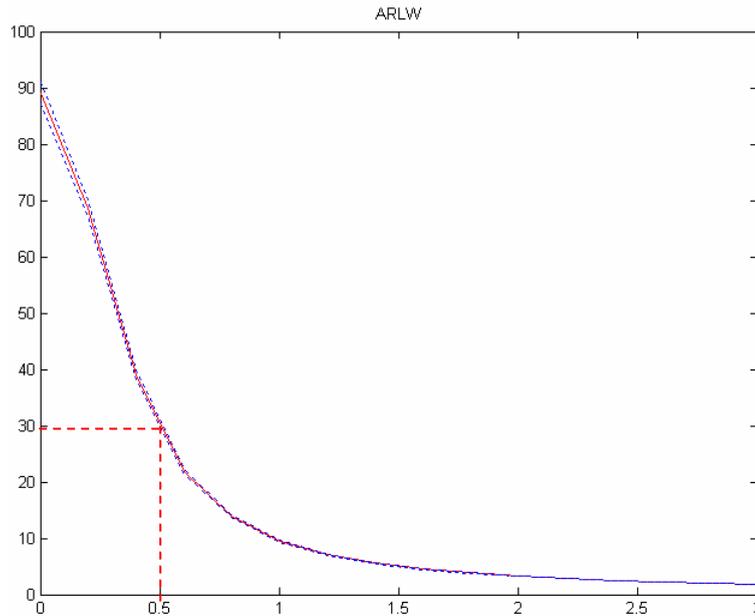


Figura 5.8 – Gráfico do  $ARL_W$  sem a presença de erro de medição.

Como já adiantado na seção anterior, a causa dessa discrepância, entre os resultados do modelo de simulação adotado e as curvas teóricas, está no valor estipulado para a amostra inicial. Para estudar o fenômeno, realizaram-se várias simulações com tamanhos de amostra a partir de 100 valores, concluindo-se que a diferença entre o desvio-padrão amostral e o populacional diminui com o aumento do tamanho de amostra [47].

Outro fator que merece destaque nas simulações sem a presença de erros de medição, é que tanto o  $ARL_S$  quanto o  $ARL_W$  convergem para valores mínimos, na medida que os deslocamentos provocados na média tendem a valores máximos. Isso ocorre porque os limites de controle não acompanham esses deslocamentos. Observa-se também que os intervalos de confiança estão bem *apertados* em relação aos valores centrais.

Ainda, como algumas condições utilizadas para graficar as curvas para  $ARL_S$  e  $ARL_W$  pode-se destacar o uso de um número maior de interpolações para cada valor de  $\delta$  (foram simuladas dez mil iterações) e o uso do valor de  $\delta$  igual a 0,5 para comparações com as curvas seguintes, contaminadas com as fontes mais influentes (ponto destacado nos gráficos). Nas figuras 5.9 e 5.10, foram graficados  $ARL_S$  e  $ARL_W$ , para  $\sigma_{rep}=1$ , sem a interferência da resolução.

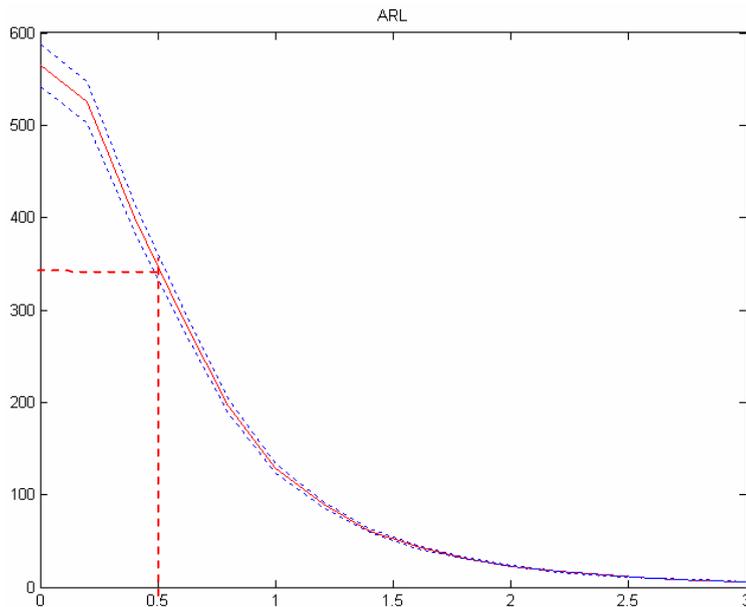


Figura 5.9 – Gráfico do  $ARL_s$  com  $\epsilon = 1$ .

Para  $\delta = 0,5$  pode-se notar que o erro de repetitividade aumentou a dispersão do processo, reduzindo a sensibilidade da carta. Isso pôde ser percebido nas curvas de  $ARL$ , independente do conjunto de regras utilizado. Ainda é visível nas figuras 5.9 e 5.10 que o aumento da dispersão também interferiu nos intervalos de confiança, aumentando-os (observar pontos assinalados nas figuras sem erro e com  $\epsilon = 1$ ).

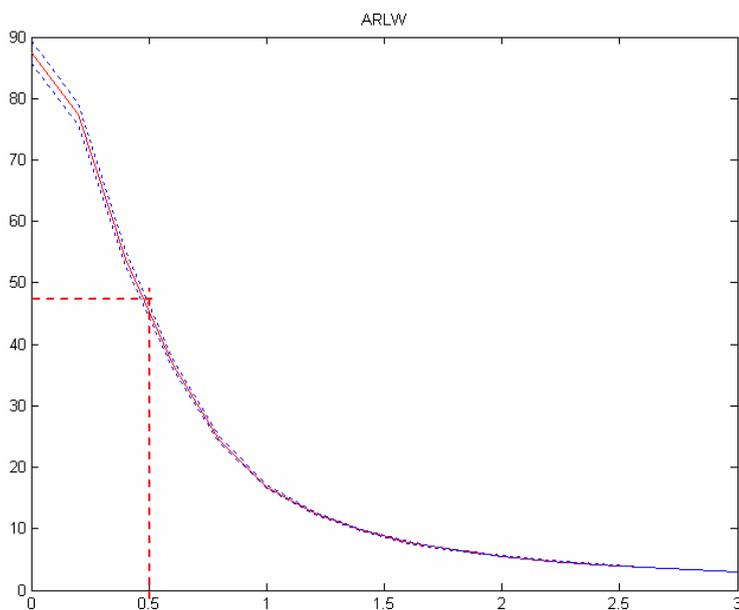


Figura 5.10 – Gráfico do  $ARL_w$  com  $\epsilon = 1$ .

O  $ARL_S$  e o  $ARL_W$  sob a influência do erro de repetitividade aumentam, respectivamente, para aproximadamente 356 e 49. O  $ARL_W$  não apresenta uma mudança significativa, se comparado com  $ARL_S$ . Após várias simulações concluiu-se que a diferença não é maior para  $ARL_W$  devido à utilização da quarta regra da Western Electric, que não depende dos limites de controle e sim da média do processo. Este efeito é observado na figura 5.10. Quanto ao efeito provocado pela resolução pode ser visto nas figuras 5.11 e 5.12.

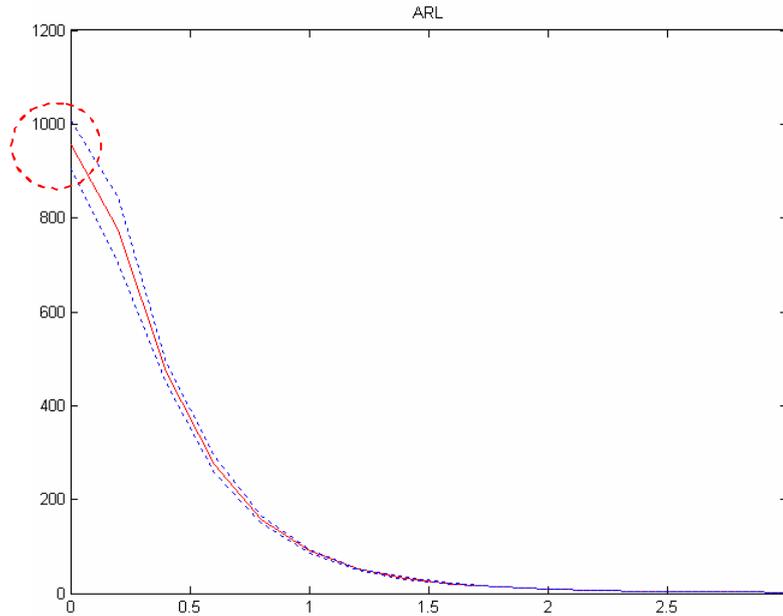


Figura 5.11 – Gráfico do  $ARL_S$  com  $\rho = 1$ .

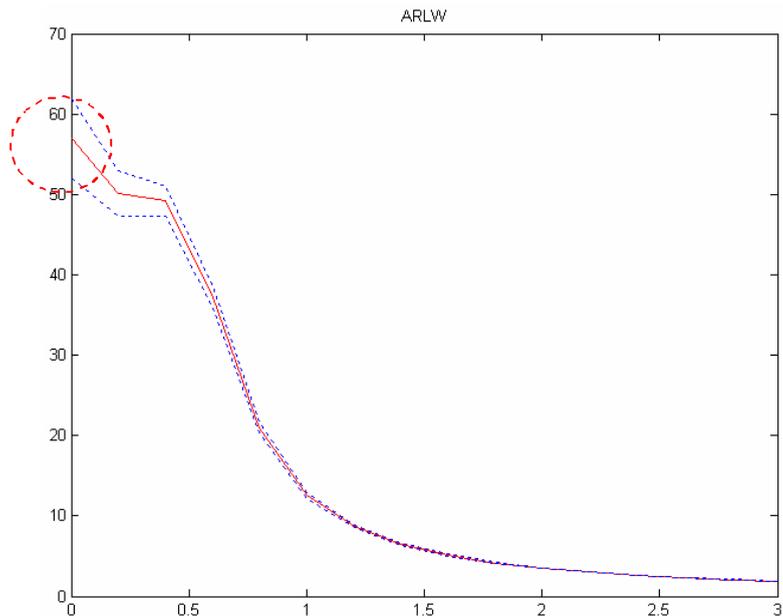


Figura 5.12 – Gráfico do  $ARL_W$  com  $\rho = 1$ .

Esta componente é simulada com valor extremo igual a 1, enquanto as outras fontes são consideradas nulas. Diferentemente do erro aleatório e de repetitividade, sua intervenção no poder de detecção da carta já pode ser visualizada inclusive quando não se provoca nenhum deslocamento na média do processo.

Pode ser visto que ocorre um aumento excessivo nos valores de  $ARL_S$ , de 600 pontos aproximadamente para 1000 pontos. Teoricamente, a resolução produz uma aparente redução da dispersão do processo, porque as medições se aproximam, em sua maioria, do valor médio [13].

De forma contrária, o  $ARL_W$  reduziu bastante devido à influência da resolução no processo de medição. Então surgiu uma enorme dúvida: o que acontecera com  $ARL$  quando foram usadas as quatro regras para detecção de pontos fora dos limites de controle? Após uma série de testes, inclusive na estrutura de construção do programa, chegou-se à conclusão de que devido às regras II, III e IV funcionarem com base em seqüências de valores, e tendo a resolução efetuado o truncamento dos valores de tal modo que as medições se tornassem apenas valores discretos (caso  $\rho = 1$ ), essas regras agiam indicando sinais de fora de controle mais rapidamente.

Finalizando esta fase, serão analisados os efeitos do erro aleatório e da resolução simultaneamente, para assim verificar de que maneira essas componentes de incerteza aplicadas em conjunto alterariam o comportamento das curvas de  $ARL_S$  e  $ARL_W$ , reduzindo a sensibilidade da carta de indivíduos.

### 5.3. Simulações 3D: efeito simultâneo da resolução e do erro aleatório

O erro aleatório é analisado para valores entre 0 a 1 desvio-padrão do processo, com incremento de 0,1, tomando a resolução com valores de 0 e 1.

As figuras 5.13 a 5.16 mostram gráficos tridimensionais do  $ARL_S$  e  $ARL_W$  em relação a  $\delta$  e  $\epsilon$ , com  $\rho = 0$ . Na figura 5.13 pode-se observar que o valor de  $ARL_S$  se mantém constante e ao redor de 600 para processos estáveis. Isso resulta numa probabilidade de alarme falso de aproximadamente 0,17%. Pode-se observar também que as maiores diferenças entre a performance sem erro e com erro se dão para perturbações de processo no intervalo  $0,6 \leq \delta \leq 1,4$ . Assim, a influência do erro de repetitividade não é expressiva para detecção de mudanças quando  $\delta > 1,4$ . Isto pode ser melhor apreciado na projeção frontal do gráfico, na figura 5.14.

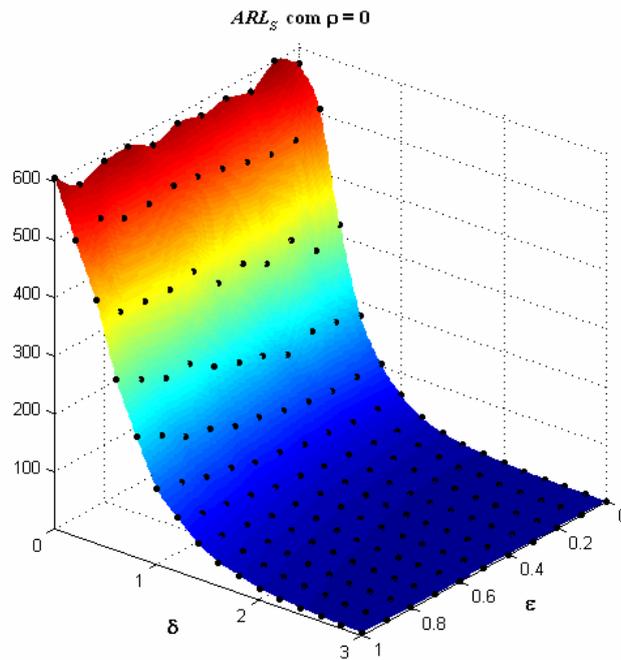


Figura 5.13 – Gráfico do  $ARL_g$  com  $\epsilon = 0:0,1:1$ ,  $d = 0:0,2:3$  e  $\rho = 0$ .

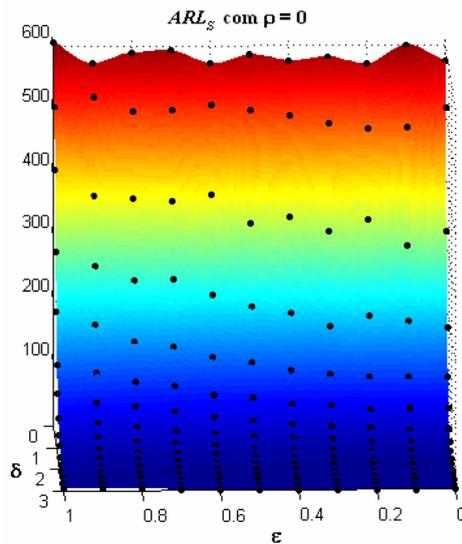


Figura 5.14 – Gráfico do  $ARL_g$  frontal com  $\epsilon = 0:0,1:1$ ,  $\delta = 0:0,2:3$  e  $\rho = 0$ .

O comportamento descrito acima acontece porque os limites de controle da carta são construídos considerando a variação total dos dados, cujo desvio-padrão se mostra na equação 5.1.

$$s_m^2 = s_0^2 + s_e^2 \tag{5.1}$$

Quando o processo está estável, i.e. os deslocamentos são nulos, o aumento da dispersão dos dados é compensado pelo aumento da distância entre os limites de controle, o qual deixa inalterada a probabilidade de alarme falso. Quando os deslocamentos são pequenos, eles simplesmente ficam por baixo do limiar de detecção da carta, independentemente do grau de contaminação existente com o erro de medição. Finalmente, quando os deslocamentos são grandes, eles são detectados rapidamente, ainda para limites contaminados. O intervalo  $0,6 \leq \delta \leq 1,4$  é válido sempre que  $\sigma_{rep} < \sigma_0$ , limitação que parece aceitável para a maioria dos sistemas de medição industriais. Nas figuras 5.15 e 5.16 se descreve o comportamento da carta quando são usadas as regras da Western Electric.

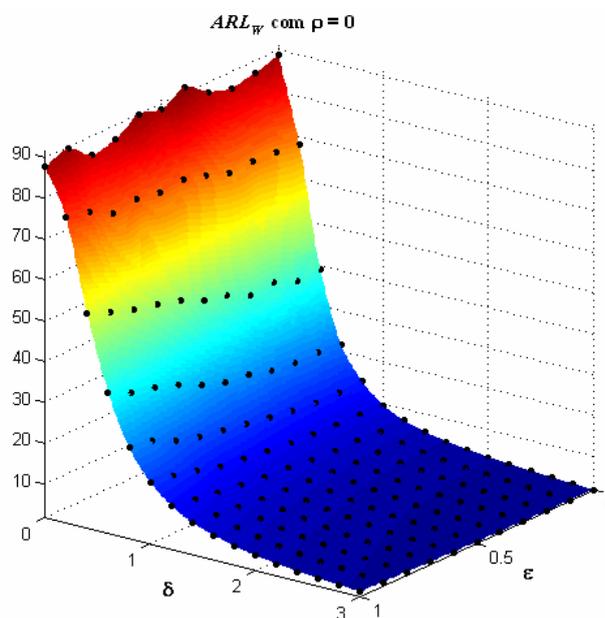


Figura 5.15 – Gráfico do  $ARL_W$  com  $\epsilon = 0:0,1:1$ ,  $\delta = 0:0,2:3$  e  $\rho = 0$ .

Pode-se notar que o comportamento do  $ARL_W$  é similar ao do  $ARL_S$  (figura 5.15). Para processos estáveis, o  $ARL_W$  se mantém ao redor de 90, independentemente do desvio-padrão do erro de repetitividade. A probabilidade de alarme falso é aproximadamente 1,1%, o qual implica em um alarme falso cada 91 valores obtidos de um processo estável.

Na figura 5.16 se pode observar uma projeção frontal do gráfico da figura 5.15. De forma semelhante ao  $ARL_S$ , as maiores diferenças entre a performance sem erro e com erro se dão para perturbações de processo no intervalo  $0,6 \leq \delta \leq 1,4$ .

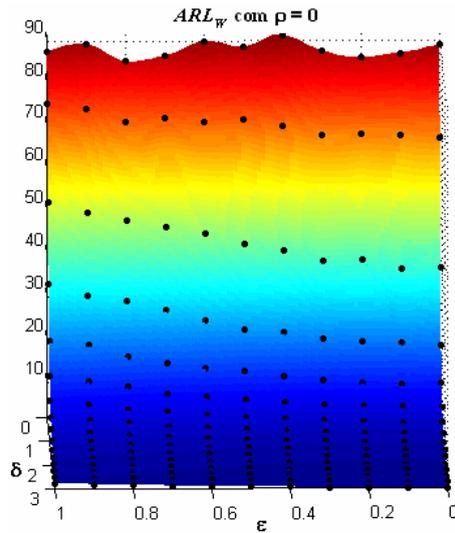


Figura 5.16 – Gráfico do  $ARL_W$  frontal com  $\epsilon = 0:0,1:1$ ,  $\delta = 0:0,2:3$  e  $\rho = 0$ .

Cabe destacar que, independentemente das regras de detecção usadas, a carta de controle não apresentará uma perda significativa de sensibilidade se  $\epsilon \leq 0,5$  (i.e., o desvio-padrão do erro de repetitividade é menor ou igual à metade do desvio-padrão da distribuição de valores do mensurando).

A partir deste momento serão analisados os resultados para valores conjuntos de erros aleatórios e resolução iguais a 1. Pode-se verificar que os gráficos mostrados nas figuras 5.17 e 5.18 demonstram enormes diferenças entre os gráficos plotados com resolução igual a zero, ou seja, a resolução é uma fonte de grande influência na carta de controle.

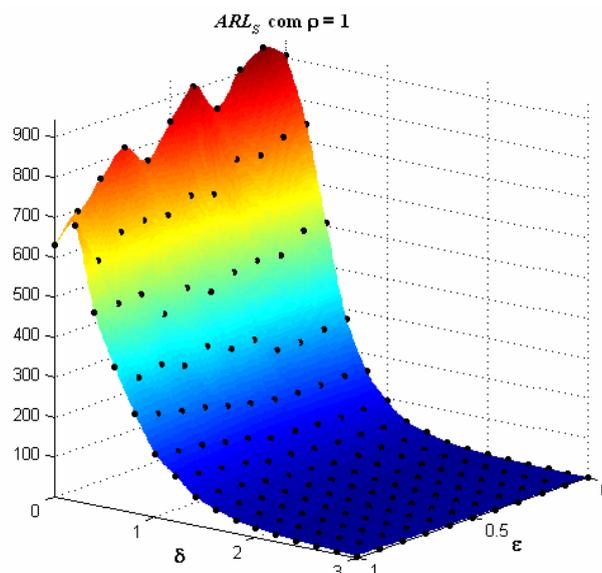


Figura 5.17 – Gráfico do  $ARL_S$  com  $\epsilon = 0:0,1:1$ ,  $\delta = 0:0,2:3$  e  $\rho = 1$ .

No entanto, pode-se verificar que a resolução age de forma distinta quando aplicada somente a regra de Shewhart ou as quatro regras da Western Electric.

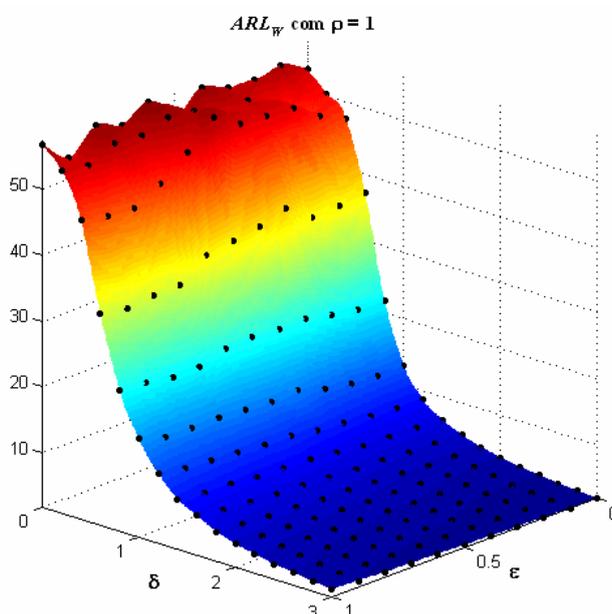


Figura 5.18 – Gráfico do  $ARL_W$  com  $\epsilon = 0:0,1:1$ ,  $\delta = 0:0,2:3$  e  $\rho = 1$ .

Nas figuras 5.19 e 5.20 os pontos mais afetados pela repetitividade e resolução, podem ser melhor analisados. Na figura 5.19, se pode observar que, para processos estáveis, o  $ARL_S$  é afetado pelo desvio-padrão do erro de repetitividade, diminuindo na medida em que o erro aumenta. Observa-se que esse comportamento apresenta também uma alta variabilidade.

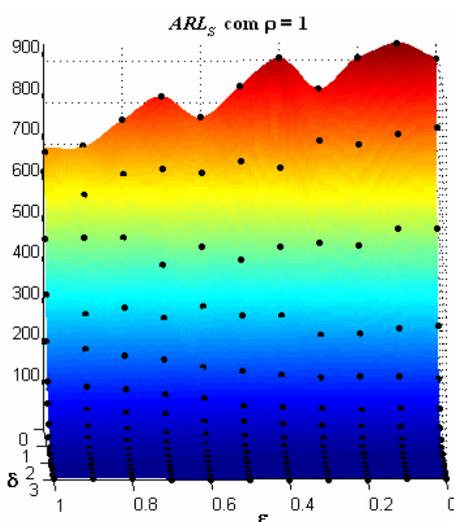


Figura 5.19 – Gráfico do  $ARL_S$  frontal com  $\epsilon = 0:0,1:1$ ,  $\delta = 0:0,2:3$  e  $\rho = 1$ .

No caso do  $ARL_W$ , a resolução reduz significativamente a dispersão do processo e isso influi

diretamente nos valores de  $ARL_S$ , tornando a carta de controle ainda mais sensível com a utilização das quatro regras. Isso pode ser explicado pelo fato das regras II, III e principalmente IV detectarem sinais de fora de controle através de pontos sequenciais. A resolução favorece o cumprimento desse requisito, fazendo com que os valores de  $ARL_W$  reduzam bastante. Quanto ao efeito conjunto entre resolução e erro aleatório ocorrido para regra I quase não pode ser notado com a utilização das quatro regras, apesar de que a resolução continua apresentando um comportamento diferenciado para valores menores de erro aleatório.

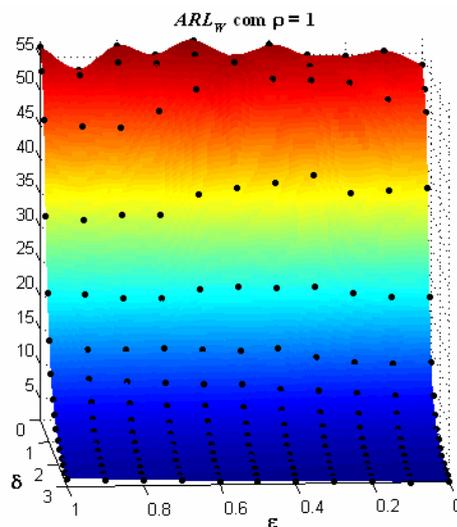


Figura 5.20 – Gráfico do  $ARL_W$  frontal com  $\epsilon = 0:0,1:1$ ,  $\delta = 0:0,2:3$  e  $\rho = 1$ .

Desta forma, as interferências provocadas pela resolução, têm muito mais a ver com a questão dos valores estarem sendo arredondados ou truncados. Neste caso, as medições se aproximam, em sua maioria, da média do processo, ou seja, quanto pior a resolução mais as medições tendem para a média do processo. Isso faz com que mais valores tenham que ser gerados para que um ponto de fora de controle seja detectado, reduzindo então a sensibilidade do  $ARL$  quando se utiliza somente a regra de Shewhart.

### 5.4. Adequabilidade de sistemas de medição

Embora sejam preliminares, os resultados obtidos até este momento permitem esboçar algumas recomendações para a seleção de sistemas de medição a serem utilizados em aplicações da carta de controle de valores individuais. Estas recomendações têm foco na sensibilidade da carta para detectar mudanças na média do processo e não consideram o aspecto da capacidade para posicionar essa média no alvo de fabricação.

- O desvio-padrão do erro de repetitividade deveria ser menor ou igual a 0,5 desvio-padrão da distribuição de valores do mensurando para que a mudança na capacidade de detecção da carta de indivíduos seja desprezível.
- A resolução com que se registram os dados deveria ser consideravelmente menor que um desvio-padrão da distribuição de valores do mensurando, para que não prejudique a sensibilidade da carta de indivíduos. Parece razoável propor então, que a resolução seja menor o igual a 0,2 desvio-padrão da distribuição de valores do mensurando.
- Erros sistemáticos residuais independentes do valor do mensurando não afetam a capacidade de detecção de mudanças no processo, mas introduzem uma incerteza na posição do mesmo.
- Erros linearmente dependentes do valor do mensurando não afetam a capacidade de detecção de mudanças no processo, sempre que a média do processo esteja posicionada em torno do alvo do processo, onde esses erros são definidos como nulos.

Para validar as recomendações apresentadas para o efeito da repetitividade e resolução, mostra-se abaixo, nas figuras 5.21 e 5.22, simulações feitas com  $\epsilon = 0,5$  e  $\rho = 0,2$ . É possível notar que estes fatores estipulados como limites no critério proposto não oferecem uma influência significativa para as curvas de *ARL* (nota-se que o eixo *x* está sendo representado pelo deslocamento  $\delta$  e o eixo *y* pelos valores de *ARL*).

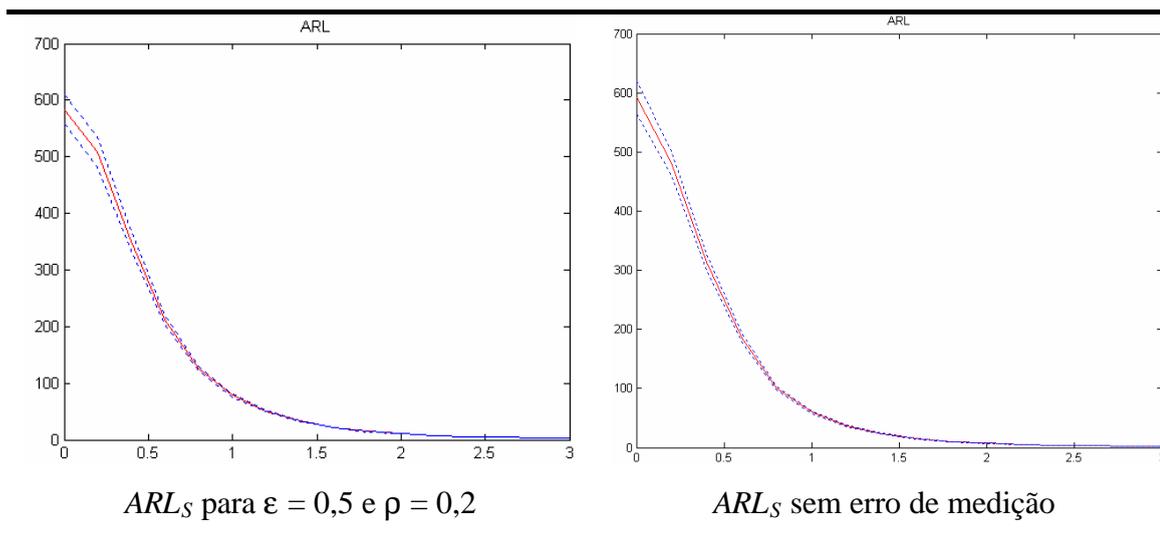


Figura 5.21 – Comparação das curvas do *ARL<sub>S</sub>* com  $\epsilon = 0,5$  e  $\rho = 0,2$  com curvas de *ARL<sub>S</sub>* sem erro de medição.

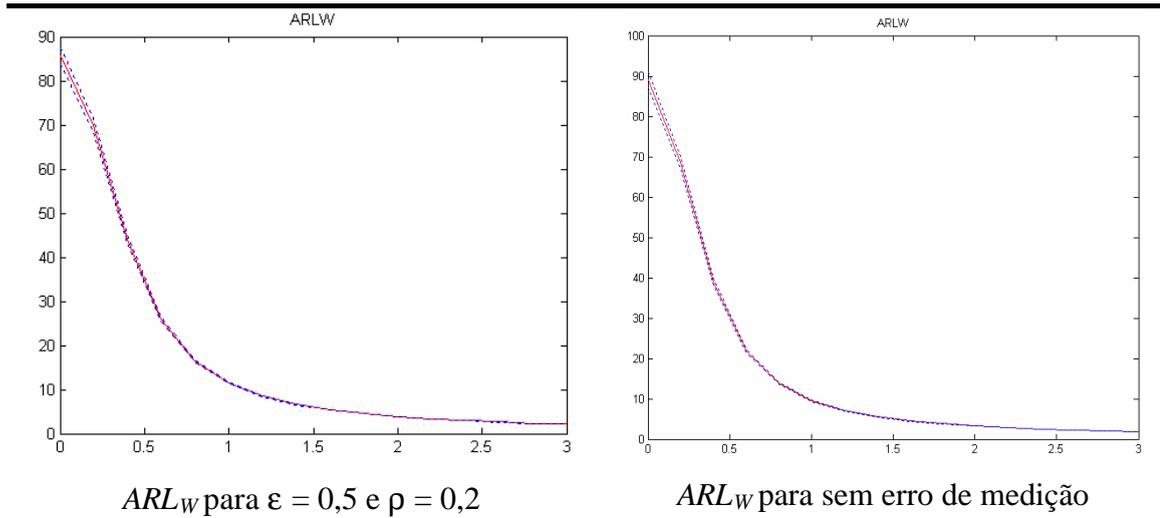


Figura 5.22 – Comparação das curvas do  $ARL_W$  com  $\varepsilon = 0,5$  e  $\rho = 0,2$  com curvas de  $ARL_W$  sem erro de medição.

Mais detalhes sobre os resultados encontrados estão sendo apresentados no capítulo seguinte, onde será feita uma análise comparativa dos critérios já existentes de avaliação de capacidade de sistemas de medição, com as recomendações propostas neste trabalho.

# Capítulo 6

## Comparação com Outros Critérios

O critério recomendado com base nos estudos realizados no decorrer desta dissertação está fundamentado nas fontes com maior influência na carta de valores individuais. Desta forma, um sistema de medição pode ser considerado adequado caso obedeça à recomendação proposta na equação 6.1.

$$\{s_{rep} \leq 0,5 \cdot s_0 \wedge R \leq 0,2 \cdot s_0\} \Leftrightarrow \text{Processo de medição adequado} \quad (6.1)$$

Nas próximas seções, o critério proposto será discutido diante de outros critérios já existentes e mencionados neste trabalho.

### 6.1. Critérios baseados no erro de repetitividade

O requisito sobre o erro de repetitividade será comparado diante de três critérios: critério do índice de discriminação ( $Dr$ ) [43], critério de capacidade da empresa Bosch  $C_g$  [42] e critério de repetitividade e reprodutibilidade  $R\&R(\%VT)$  [22]. Esses critérios estão descritos na tabela 6.1.

O critério proposto precisa ser modificado, para expressá-lo em termos do desvio-padrão das medições  $s_m$ , já que o desvio-padrão do processo  $s_0$  não pode ser conhecido em forma direta.

Tabela 6.1 – Critérios para seleção de sistemas de medição [22][42][43].

<b>Critério proposto</b>	$\sigma_{rep} \leq 0,2 \cdot \sigma_0$	(6.2)
<b><math>Dr</math></b>	$Dr = \sqrt{2 \times \sigma_m^2 / \sigma_{rep}^2 - 1} \geq 4$	(6.3)
<b><math>C_g</math></b>	$C_g = \frac{0,2 \times Tol}{6 \times \sigma_{rep}} \geq 1,33$	(6.4)
<b><math>R\&amp;R(\%TV)</math></b>	$R \& R(\%VT) = \frac{s_{R\&R}}{s_{VT}} \cdot 100 \leq 30\%$	(6.5)

Assumindo que somente o desvio-padrão do erro de repetitividade introduz uma modificação expressiva do desvio-padrão aparente das medições, pode-se afirmar:

$$\sigma_0^2 = \sigma_m^2 - \sigma_{rep}^2 \tag{6.6}$$

Substituindo na equação 6.2 e operando, reformula-se o critério para a seguinte desigualdade:

$$\frac{\sigma_{rep}^2}{\sigma_m^2} \times 100 \leq 20\% \tag{6.7}$$

O índice de discriminação (*Dr*), proposto por Wheeler [43], pode ser interpretado como “... o número de categorias de produto que podem ser significativamente diferenciadas pelo processo de medição”. Na figura 6.1 pode ser observado o resultado da comparação entre *Dr* e o critério proposto nesta dissertação. A linha pontilhada vermelha representa o valor mínimo permissível para *Dr*; a linha pontilhada azul, o valor máximo permissível para a relação de variâncias expressada na equação 6.7.

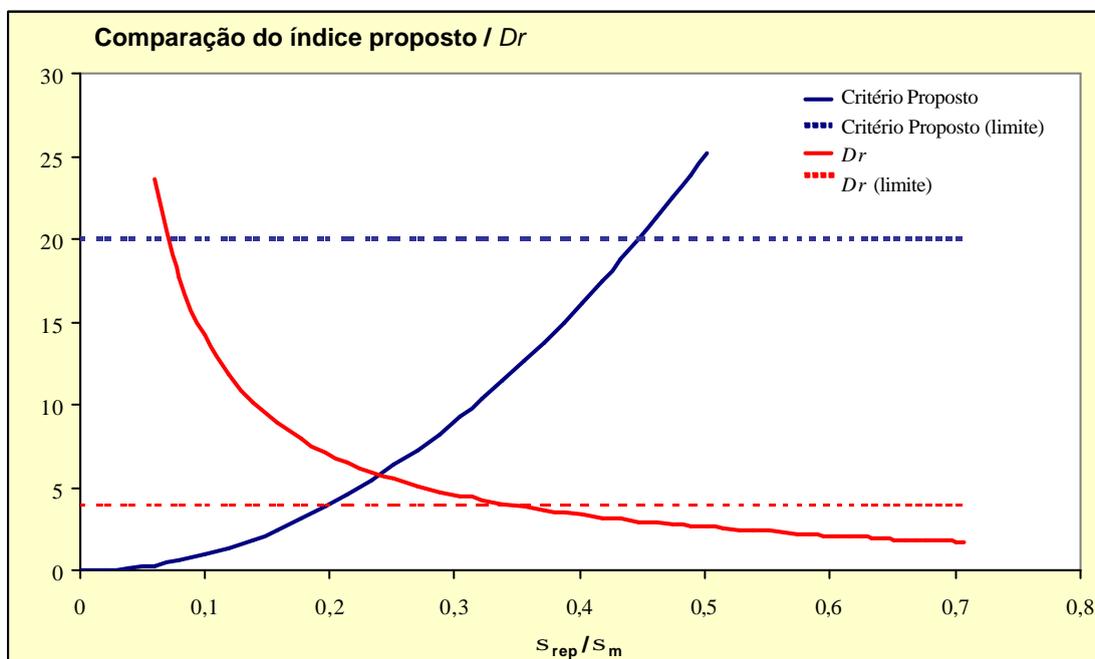


Figura 6.1 – Comparação entre o critério proposto e o índice *Dr*.

O critério de *Dr* exige que o desvio-padrão do erro de repetitividade seja menor ou igual à aproximadamente 0,34 desvio-padrão das medições de produto, enquanto que o critério proposto (equação 6.7) exige que o desvio-padrão do erro de repetitividade seja menor ou igual à

aproximadamente 0,45 desvio-padrão das medições de produto. Isso significa que processos de medição que satisfaçam o critério da relação de discriminação, não alterarão em forma significativa a sensibilidade da carta de controle para detectar variações na média do processo. Também significa que a aplicação do critério proposto poderá conduzir a processos de medição mais econômicos, porém não menos eficazes sob o ponto de vista da sensibilidade.

Em relação ao critério do índice de capacidade  $C_g$ , antes de ser comparado com o proposto necessitou ser rearranjado, por estar referenciado no valor da tolerância. O arranjo foi feito com base na fórmula de  $C_p$  (índice de capacidade de processos produtivos) e pode ser visualizado nas equações 6.8 e 6.9. É importante mencionar que o índice  $C_p$  é estimado pelo desvio-padrão das medições.

$$C_p = \frac{Tol}{6 \times \sigma_m} \quad (6.8)$$

Substituindo o valor da tolerância obtido pela equação anterior, na equação de 6.4 tem-se:

$$C_g = \frac{0,2 \times C_p \times \sigma_m}{\sigma_{rep}} \quad (6.9)$$

O qual fornece uma família de curvas, cada uma das quais correspondendo a um valor de  $C_p$  diferente. Essas curvas, junto à do critério proposto e às correspondentes linhas de valores limites, podem ser observadas na figura 6.2.

O critério  $C_g$  da Bosch exige desvios-padrão máximos do erro de repetitividade variando entre valores 0,14 e 0,29 desvio-padrão das medições de produto (dependendo do  $C_p$ ), enquanto que o critério proposto exige que o desvio-padrão do erro de repetitividade seja menor ou igual que 0,45 desvio-padrão das medições de produto. Novamente, o critério proposto também é menos rigoroso que o utilizado pela Bosch.

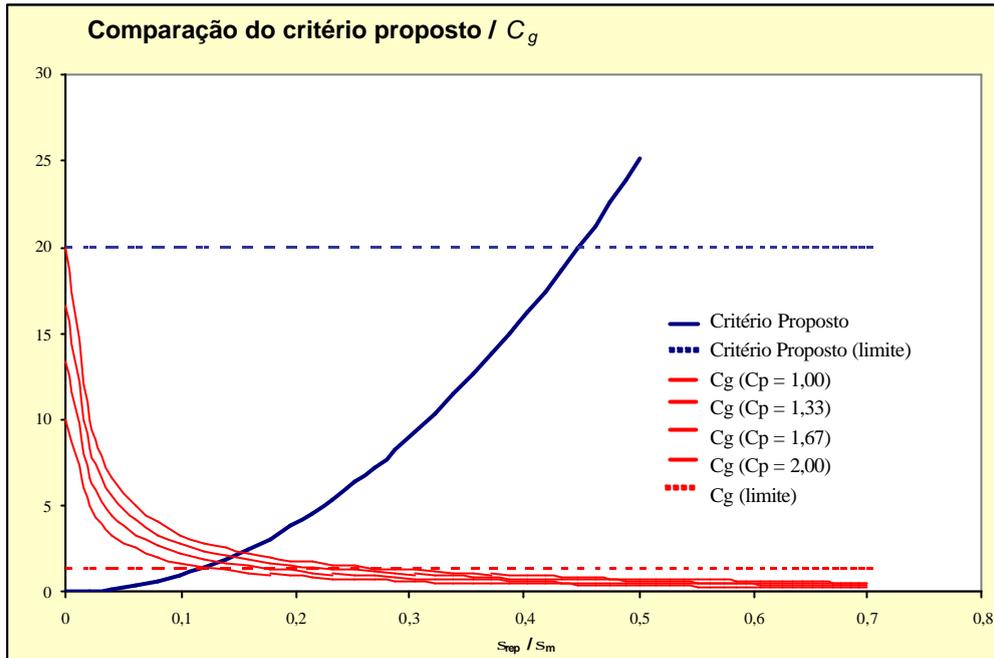


Figura 6.2 – Comparação entre critério proposto e índice de capacidade  $C_g$ .

Para a comparação com o critério de repetitividade e reprodutibilidade  $R\&R$ , considerou-se que a variação entre operadores, origem da componente de reprodutibilidade, é desprezível. Isso é condizente com a recomendação de Wheeler [43], estabelecendo que o desvio e a inconsistência entre operadores devem ser reduzidos até serem estatisticamente não significativos. Assim:

$$\sigma_{R\&R} @ \sigma_{rep} \tag{6.10}$$

$$R\&R(\%VT) = \frac{s_{rep}}{s_m} \cdot 100 \geq 30\% \tag{6.11}$$

Na figura 6.3 podem-se observar os resultados da comparação. O critério de  $R\&R(\%VT)$  exige um desvio-padrão do erro de repetitividade igual ou menor a 0,30 desvio-padrão das medições de produto, e o critério proposto exige que o mesmo valor seja menor ou igual a 0,45 desvio-padrão das medições de produto. Novamente, o critério proposto permite relaxar as exigências sobre o erro de repetitividade.

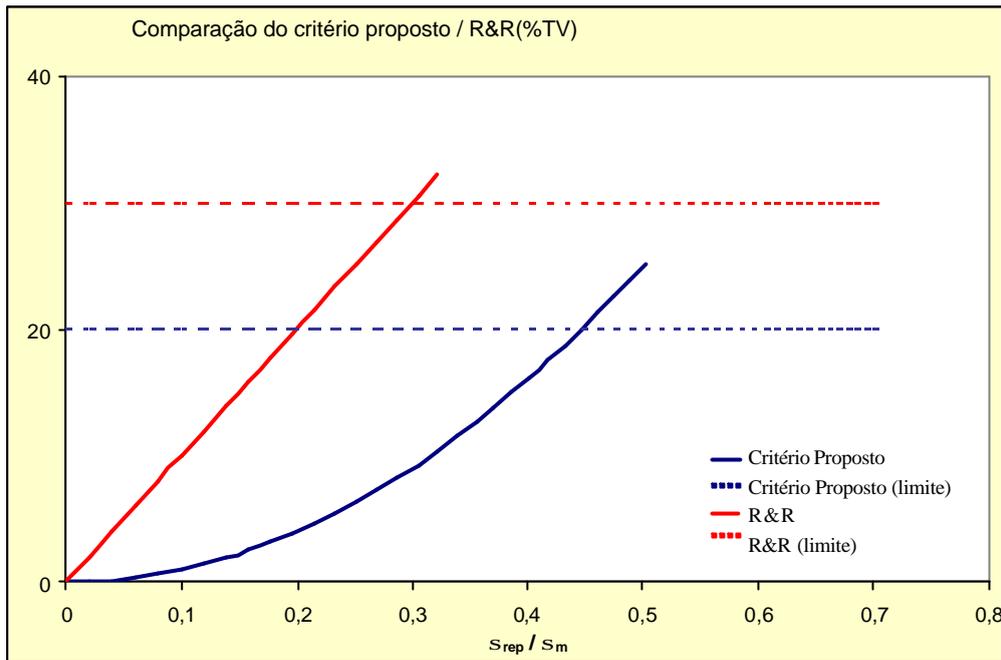


Figura 6.3 – Comparação entre critério proposto e índice  $R\&R$  (%VT).

Resumindo os resultados das comparações anteriores, pode-se concluir que o requisito sobre o desvio-padrão do erro de repetitividade especificado a partir deste trabalho é menos exigente que os requisitos especificados pelo manual de Análise dos Sistemas de Medição ( $R\&R$ (%VT)) [22], Bosch ( $C_g$ ) [42] e Wheeler ( $Dr$ ) [43].

### 6.2. Critérios baseados na resolução

O requisito da resolução será comparado diante de dois critérios: o do manual de Análise dos Sistemas de Medição [22] e o da Bosch [42], segundo tabela 6.2:

Tabela 6.2 – Critérios para seleção de sistemas de medição [22][42].

<b>Critério Proposto</b>	$\frac{Re\ s}{s_0} \cdot 100 \leq 20\%$	(6.12)
<b>MSA</b>	$\frac{Re\ s}{6 \cdot s_{VT}} \cdot 100 \leq 10\%$	(6.13)
<b>Bosch</b>	$\frac{Re\ s}{Tol} \cdot 100 \leq 5\%$	(6.14)

Novamente o problema é alterar o critério proposto para eliminar o valor de  $\sigma_0$ , desconhecido na prática. Propõe-se provar que para todos os efeitos práticos:

$$\frac{Re\ s}{\mathbf{s}_0} \cong \frac{Re\ s}{\mathbf{s}_m} \quad (6.15)$$

Operando na equação 6.6:

$$\frac{\sigma_m^2}{\sigma_{rep}^2} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{rep}^2} + 1 \quad (6.16)$$

Se aplicado o critério estabelecido para o desvio-padrão de repetitividade, então:

$$\frac{\mathbf{s}_m^2}{\mathbf{s}_{rep}^2} \cong 5 \quad (6.17)$$

Substituindo a equação 6.16 na 6.17 e operando:

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_{rep}} \cong 2 \quad (6.18)$$

Substituindo na equação 6.6 e operando

$$\sigma_m \cong 1,12 \times \sigma_0 \quad (6.19)$$

Assim, nos casos extremos de contaminação da variação dos resultados de medição com erros aleatórios a diferença entre o desvio-padrão dos resultados da medição e o do processo é de somente 12%. Propõe-se então trocar a equação 6.12 por:

$$\frac{Re\ s}{\mathbf{s}_m} \cdot 100 \leq 20\% \quad (6.20)$$

Isso resulta num critério ligeiramente menos conservativo que o originalmente proposto, expressado pela equação 6.12.

Como já apresentado na seção 2.3.1, o MSA [22] apresenta dois requisitos para a resolução:

$$\frac{Re\ s}{6 \cdot s_{VT}} \cdot 100 \leq 10\% \tag{6.21}$$

$$\frac{Re\ s}{Tol} \cdot 100 \leq 10\% \tag{6.22}$$

Na equação 6.21 foi considerado o  $\sigma_{TV}$  aproximadamente igual ao  $\sigma_m$  e na equação 6.22 a tolerância foi substituída segundo o conceito de  $C_p$ , resultando em:

$$\frac{Re\ s}{6 \cdot s_m} \cdot 100 \leq 10\% \tag{6.23}$$

$$\frac{Re\ s}{6 \cdot C_p \cdot s_m} \cdot 100 \leq 10\% \tag{6.24}$$

O critério da Bosch utiliza o mesmo conceito que o critério do MSA quando relaciona a resolução com a tolerância (equação 6.24). A diferença está no limite máximo, que para a Bosch é de 5%. Assim, as curvas representativas de ambos critérios, mudando somente a região de aceitabilidade, podem ser observadas na figura 6.6.

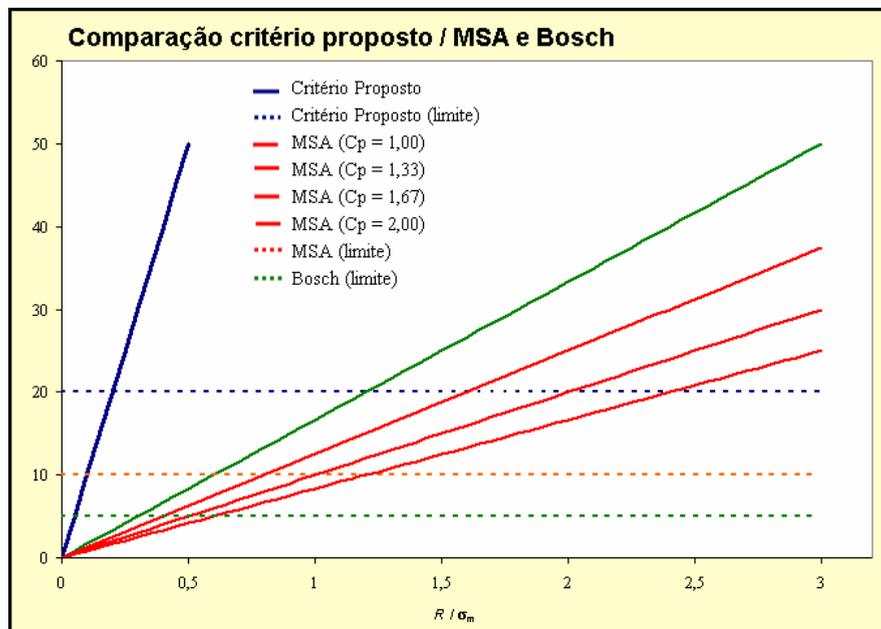


Figura 6.4 – Critério proposto para resolução em relação aos requisitos do MSA e da Bosch.

Observando a figura 6.4, pode se afirmar que o requisito proposto nesta dissertação é consideravelmente mais exigente que os critérios com que foi comparado. Embora não tenha sido

explicitamente discutido aqui, o critério proposto também é mais exigente que o difundido por Wheeler, explicado na seção 2.3.1.

### 6.3. Recomendações para a seleção de sistemas de medição nas aplicações de cartas de valores individuais

Com base nos resultados desta dissertação, pode-se propor recomendações para selecionar sistemas de medição, considerando o desvio-padrão do erro de repetitividade e a resolução com que se registram os dados. As mesmas estão formuladas para serem aplicadas na seleção de sistemas de medição, quando se conhece a tolerância e se dispõe de uma estimativa *a priori* da capacidade do processo a controlar:

Tabela 6.3 – Critério proposto para seleção da resolução de sistemas de medição.

<b><math>C_p</math> esperado</b>	<b><math>S_{rep}</math> / Tolerância</b>	<b>Resolução / Tolerância</b>
~1	$\leq 1/13$	$\leq 1/30$
~1,33	$\leq 1/18$	$\leq 1/40$
~1,67	$\leq 1/22$	$\leq 1/50$
~2	$\leq 1/27$	$\leq 1/60$

Deve-se salientar que a decisão sobre a resolução adequada é crítica na etapa de seleção do sistema de medição, já que habitualmente a resolução é uma característica não modificável do sistema de medição. Em contrapartida, o erro de repetitividade é menos crítico, já que muitas vezes pode ser modificado alterando o procedimento, o nível de treinamento dos operadores e o ambiente de medição (quando possível).

Resta ainda uma pergunta: pode se usar a incerteza de medição para selecionar e validar processos de medição segundo os critérios estabelecidos para esta dissertação? Os resultados permitem afirmar que não. As razões são as seguintes:

- Foi demonstrado que nem todas as componentes que contribuem à incerteza influenciam com a mesma intensidade na sensibilidade da carta de valores individuais para detectar variações da média do processo. Contribuições associadas a erros sistemáticos constantes e linearmente dependentes do valor do mensurando não tem influência significativa. A

resolução, por outra parte, possui uma influência que está além do grau em que ela contribui à incerteza. Assim, processos de medição com o mesmo valor de incerteza, mas com diferentes relações entre as contribuições de distinta natureza, terão diferente performance quando usados para fornecer dados para a carta de valores individuais. Nesse sentido, a incerteza não é uma métrica confiável.

- Embora existisse a suspeita que componentes de incerteza que não influenciam no valor do  $ARL_S$  e  $ARL_W$  pudessem aumentar a incerteza associada aos mesmos, evidenciada por um aumento de dispersão dos valores de comprimento de corrida em iterações sucessivas. Essa suspeita não tem fundamento, dada a evidência apresentada nas figuras 5.3 e 5.4. Isso pode ter relação com a grande dispersão que naturalmente apresentam esses comprimentos de corrida, ainda em ausência de erros de medição.

Deve-se observar, por outra parte, que os resultados desta dissertação não podem ser usados em forma autônoma, por serem específicos de um tipo de aplicação, analisada desde um certo ponto de vista: a carta de valores individuais, analisada sob o ponto de vista da sensibilidade para detectar mudanças no processo. Um sistema de medição aplicado em CEP também deve fornecer uma informação confiável para posicionar a média do processo. Nesse sentido, erros sistemáticos residuais são relevantes. Nessa área, o trabalho de Hamburg-Piekar *et al.* pode fornecer algum subsídio [23].

Em síntese, esta dissertação é um aporte restrito à geração de critérios de adequabilidade de processos de medição orientados à função. Assim, permite validar ou questionar critérios empíricos existentes e contribuir à formação de novos e mais avançados critérios. No entanto, deve-se lembrar que os atuais critérios para julgar a adequabilidade de processos de medição são de amplo escopo e independentes da aplicação. Eles podem ser aplicados na seleção e validação de processos de medição usados na avaliação de conformidade, no controle de processos e em outras aplicações possíveis. Assim, eles estão ou deveriam estar dimensionados para a aplicação mais exigente. Em consequência, não poderão ser refutados até que se consiga gerar evidência científica objetiva em todas essas áreas de utilização da medição na garantia da qualidade.

Apesar disso, pode se afirmar que o resultado aqui alcançado com referência à resolução é significativo, por mostrar que os critérios existentes podem resultar em resoluções altas, que afetarão fortemente a capacidade de detectar mudanças no processo.

# Capítulo 7

## Considerações Finais

### 7.1. Conclusões do trabalho

- O modelo de simulação proposto mostrou que a repetitividade e a resolução são as fontes que mais influenciam na efetividade do CEP, para o caso específico da carta de valores individuais.
- A questão do uso das regras da Western Electric apesar de aumentarem significativamente os custos e a taxa de alarmes falsos, traz a carta CVI para próximo de cartas utilizadas em processos industriais mais capazes.
- Ainda, notou-se que a amostra inicial é fator importantíssimo na efetividade do controle estatístico de processos. Como mostrado no quinto capítulo, o aumento da amostra inicial repercutiu em uma boa aproximação das curvas de *ARL* para curvas teóricas.
- Através dos estudos realizados ainda foi possível mostrar que a incerteza de medição não é parâmetro recomendado quando aplicado para mensurar a sensibilidade da carta de indivíduos.
- O modelo de simulação construído pode ser adaptado para utilização na prática industrial como ferramenta na seleção de processos de medição, onde seriam inseridas as características do PM que se deseja estabelecer. Com os resultados da simulação, seria verificada a adequabilidade do PM diante do processo produtivo onde este será implantado.

### **7.3. Inserção no contexto do LASAR**

O projeto LASAR - Laboratório Associado de Serviços Metrológicos e Assessoramento Remoto aborda um panorama da prestação de serviços metrológicos ao setor industrial, compartilhando informações na interface provedor-cliente [51]. O LASAR trata vertentes de atuação no campo da metrologia industrial através da composição de módulos definidos a partir da percepção das principais demandas das empresas interessadas no atendimento dos requisitos metrológicos dos sistemas de qualidade. Como módulos elaborados tem-se: Manual Eletrônico, Gerenciamento de Sistemas de Medição e Avaliação Econômica [18][19][51].

O modelo de simulação proposto nesta dissertação pode ser adaptado e inserido como um novo módulo funcional do LASAR, como um protótipo que ajuda na seleção de processos de medição capazes, através do controle estatístico de processos, ferramenta essa de grande aplicação na prática industrial.

### **7.4. Orientações para trabalhos futuros**

- Extensão deste modelo de simulação para outros tipos de cartas de controle;
- Promover um estudo similar ao que foi proposto nesta dissertação, levando em consideração o posicionamento do processo.
- Aplicações das conclusões em dados de processos reais.

# Referências Bibliográficas

- [1] PFEIFER, Tilo  
TORRES, Fernando **Manual de Gestión e Ingeniería de la Calidad.** Zaragoza, Espanha: Mira Ed., ISBN 84-89859-43-4, p. 17-145, Maio de 1999.
- [2] PFEIFER, Günther **Uma Metodologia para Determinação da Necessidade da Inspeção na Mnfatura.** Dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Metrologia Científica e Industrial, Universidade Federal de Santa Catarina, p.1-5 Florianópolis, Julho de 1999.
- [3] JURAN, J. M.  
GRYNA, Frank M. **Controle da Qualidade – Handbook: Métodos Estatísticos Clássicos aplicados à Qualidade.** São Paulo: Makron Books, 189p., 1992.
- [4] ROSS, Phillip J. **Aplicações das Técnicas de Taguchi na Engenharia da Qualidade.** Tradução Regina Cláudia Loverri; São Paulo: Makron Books, 1p., 1991.
- [5] RAMOS, Alberto W. **Controle Estatístico de Processo para Pequenos Lotes.** São Paulo: Ed. Edgard Blücher LTDA, p.1-6, 1995.
- [6] SLACK, Nigel  
CHAMBERS, Stuart  
HARLAND, Christine  
HARRISON, Alan  
JOHNSTON, Robert **Administração da Produção.** São Paulo: Atlas, ISBN 85-224-1508-0, 73p., p. 447-449, 599p., 1997.
- [7] DONATELLI, Gustavo D. **Engenharia da Qualidade de Serviços e Produtos: A Importância dos Métodos Estatísticos.** Florianópolis: 2002, 74 slides, color.

- [8] QS 9000 / CEP **Fundamentos de Controle Estatístico de Processo – CEP.** Tradução da 3ª ed. Americana. São Paulo: IQA – Instituto de Qualidade Automotiva, Junho de 1997.
- [9] PALADINI, Edson P. **Gestão da Qualidade no Processo: A Qualidade na Produção de Bens e Serviços.** São Paulo: Atlas, ISBN 85-224-1205-7, 256p., 257p., 1995.
- [10] DONATELLI, Gustavo D. **Planejamento Avançado da Qualidade.** Florianópolis: 2002, 78 slides, color.
- [11] DONATELLI, Gustavo D. **La Medición: Fundamentos.** Comahue: Grupo de Metrología y Aseguramiento de la Calidad, 2002, 60 slides, color.
- [12] WOODALL, William H. **Controversies and Contradictions in Statistical Process Control.** Journal of Quality Technology, Vol. 32, No. 4, Outubro de 2000.
- [13] WHEELER, Donald J. **Advanced Topics in Statistical Process Control: The Power of Shewhart’s Charts.** Knoxville: SPC Press, 1995.
- [14] MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control.** New York: John Wiley & Sons, 3º Ed., 1997.
- [15] DONATELLI, G. D. **Gestão de Processos baseada em Dados.** Florianópolis, 2003, 50 slides, color.
- [16] NWA, Inc. **Software “NWA Quality Analyst 5.1”.** Northwest Analytical, Inc. Portland, Oregon, 2000.
- [17] ISO/TS 16949 **Quality management systems – Particular requirements for the application of ISO 9001:2000 for automotive production and relevant service part organizations.** Second edition. 34p. Março de 2002.

- [18] NEIVA, Frederico M. **Concepção do Módulo de Melhoria da Confiabilidade Metrológica, inserido no Âmbito de Serviços e Assessoramento Remoto.** Dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Metrologia Científica e Industrial, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Setembro de 2002.
- [19] SALGADO, João V. F. **A Tecnologia da Inovação Agilizando a Avaliação e Melhoria do Processo de Medição.** Dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Metrologia Científica e Industrial, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Maio de 2003.
- [20] NBR ISO 9000:2000 **Sistemas de gestão da qualidade – Fundamentos e vocabulário.** Rio de Janeiro: ABNT, 26p. Dezembro de 2000.
- [21] INMETRO / VIM **VIM – Vocabulário Internacional de Termos Fundamentais e Gerais de Metrologia.** Rio de Janeiro: INMETRO/DIMCI, 52p. 1995.
- [22] QS 9000 / MSA **MSA - Análise dos sistemas de medição: manual de referência.** 3<sup>a</sup>. ed. americana. Março de 2002.
- [23] HAMBURG-PIEKAR, D. DONATELLI, Gustavo D. SCHNEIDER, Carlos A. **Setting the Process AIM: The Effect of Measurement Uncertainty.** XVII IMEKO World Congress. Croácia: Junho de 2003.
- [24] TANNOCK, J. D. T. EARL, C. F. **Assessment of Quality Performance in Manufacturing.** Total Quality Management, vol. 1, No. 2, pp. 197-206, 1990.
- [25] VUOLO, José H. **Fundamentos da Teoria de Erros.** São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2<sup>a</sup> Ed, 1996.
- [26] JURAN, J. M. **Early SQC: A Historical Supplement.** Quality Progress, pp. 73-81, 1997.

- [27] VINING, G. G. **Statistical Methods for Engineers.** Duxburg-Brooks/Cole, Pacific Grove, CA, 1998.
- [28] DEMING, W. E. **Out of the Crises.** Massachusetts Institute of Technology, Center for Advanced Engineering Study, Cambridge, Mass, 1986.
- [29] DEMING, W. E. **The New Economics for Industry, Government and Education.** Massachusetts Institute of Technology, Center for Advanced Engineering Study, Cambridge, Mass, 1993.
- [30] KANAZUKA, T. **The Effects of Measurement Error on the Power of  $\bar{X}$ -R Charts.** Journal of Quality Technology, 1986.
- [31] MITTAG, Hans-Joachim  
STEMANN, Dietmar **Gage Imprecision Effect on the Performance of  $\bar{X}$ -S Control Chart.** Journal Applied Statistics, Março de 1998.
- [32] LINNA, Kenneth W.  
WOODALL, William H. **Effect of Measurement Error on Shewhart Control Charts.** Journal Quality Technology, Vol. 33, No. 2, Abril de 2001.
- [33] ISO GUM **Guia para Expressão da Incerteza de Medição. Segunda Edição Brasileira do “Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement”.** ISBN 85-86768-03-0. Rio de Janeiro: INMETRO, ABNT, SBM. 121p. 1998.
- [34] FERREIRA, Vilson C. S. **Avaliação da Incerteza nas Medições segundo a ISO-GUM.** Apostila da Rede Metrológica do RS.
- [35] CERTI **Incerteza de Medição.** Apostila de curso. Florianópolis, abril de 2000.
- [36] KESSEL, W. **Uncertainty of Measurement: Statement of Physical Ignorance.** Paper presented at the Advanced School of Metrology: Uncertainty of Measurement. INMETRO, Angra dos Reis, 1997.

- [37] GEUS, D.  
KILLMAIER, A.  
WECKENMANN, A. **Measurement Uncertainty and Statistical Process Control in Manufacturing Processes.** Course for Technical Universities: Geometrical Product Specifications, Chapter 24.
- [38] NBR ISO 10012-1 **Requisitos de Garantia da Qualidade para Equipamentos de Medição, Parte 1: Sistema de Comprovação Metrológica para Equipamentos de Medição.** Rio de Janeiro: ABNT, 1993.
- [39] NBR ISO 10012-2 **Requisitos de Garantia da Qualidade para Equipamentos de Medição, Parte 2: Diretrizes para Controle de Processos de Medição.** Rio de Janeiro: ABNT, 1993.
- [40] ISO/TS 14253-1 **Geometrical Product Specifications (GPS) – Inspection by Measurement of Workpieces and Measuring Equipment, Parte 1: Decision rules for proving conformance or non-conformance with specifications.** 1ª. Ed., 1998.
- [41] ISO/TS 14253-2 **Geometrical Product Specifications (GPS) – Inspection by Measurement of Workpieces and Measuring Equipment, Parte 2: Guide to the estimation of uncertainty in GPS measurement, in calibration of measuring equipment and in product verification.** 1ª. Ed., 1998.
- [42] BOSCH **Quality Assurance in the Bosch Group No. 10 – Technical Statistics: Capability of Measuring Facilities.** Stuttgart: Bosch GmbH, 1999.
- [43] WHEELER, Donald J.  
LYDAY, Richard W. **Evaluating the Measurement Process.** Knoxville: SPC Press, 2ª Ed., 1989.
- [44] AIAG / ASQC. **Measurement System Analysis – Reference Manual.** Troy: Ed. 3, Automotive Industries Action Group, 2002.

- [45] DONATELLI, Gustavo D. **Capacidade dos Sistemas de Medição para Tarefas de Inspeção 100%**. Tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Maio de 1999.
- [46] DONOSO, José I. **Avaliação dos Processos de Medição na Indústria, baseada no Impacto Econômico da Operação de Controle Geométrico**. Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Metrologia Científica e Industrial, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Agosto de 2000.
- [47] JOHNSON, Richard A. **Miller and Freund's Probability and Statistics for Engineers**. New Jersey: Prentice Hall, ISBN 0-13-721408-1, 1994.
- [48] CHRISTMANN, Raul U. **Estatística Aplicada**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1978.
- [49] BRAVO, Elba  
CASTRO, Ausberto  
CLAEYSSSEN, Julio R.  
CUNHA, Rudnei D.  
FACHIN, Maria P. G. **Introdução ao MATLAB para Windows**. Apostila. Porto Alegre, novembro de 1995.
- [50] HANSELMAN, Duane  
LITTLEFIELD, Bruce **MATLAB 5 – Guia do Usuário. Versão do estudante**. São Paulo: Makrn Books do Brasil, ISBN 85.346.1058-4, 1999.
- [51] RIBEIRO, L. F. M. **Projeto de Pesquisa do Orientador: Assistência Metrológica por meio de Laboratório de Assessoramento Remoto**. Projeto de pesquisa encaminhado para solicitação de bolsa de iniciação científica. Universidade Federal da Santa Catarina: Labmetro, Maio de 2002.