

**ULISSES ROBERTO REGISTRO MASSARO**

**REDUÇÃO INCENTIVADA DE DEMANDA  
UTILIZANDO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO**

FLORIANÓPOLIS

2003

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**REDUÇÃO INCENTIVADA DE DEMANDA  
UTILIZANDO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO**

Dissertação submetida à  
Universidade Federal de Santa Catarina  
como parte dos requisitos para a  
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

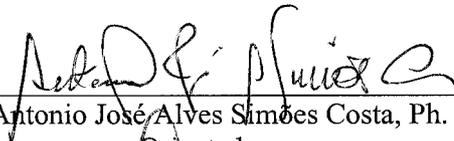
**ULISSES ROBERTO REGISTRO MASSARO**

Florianópolis, julho de 2003

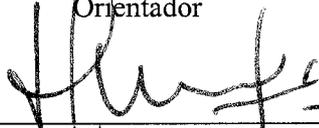
# REDUÇÃO INCENTIVADA DE DEMANDA UTILIZANDO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

Ulisses Roberto Registro Massaro

'Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Sistemas de Potência*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.'

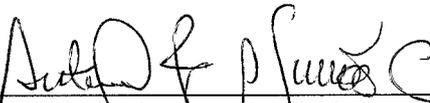


Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph. D.  
Orientador



Edson Roberto de Pieri, Dr.  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

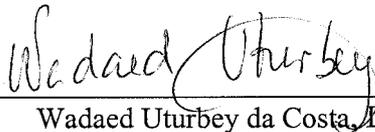
Banca Examinadora:



Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph. D.  
Orientador



Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph. D.



Wadaed Uturbey da Costa, Dr. Eng.

*Dedico este trabalho aos meus pais  
João e Dalzira, à minha irmã Graziela  
e à minha namorada Adriana*

## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, João e Dalzira, pela educação que me deram e pelos valores que me ensinaram, e à minha querida irmã Graziela, que juntos me incentivaram para que eu chegasse até aqui.

À minha querida namorada Adriana por sua imensa paciência e compreensão e por sua constante motivação, sem a qual seria impossível a conclusão deste trabalho.

Ao Prof. Simões por sua inestimável orientação, pela constante motivação e principalmente por me fazer acreditar que eu seria capaz de concluir este trabalho.

À Wadaed pelo constante apoio e motivação e pelas valiosas sugestões.

Aos amigos e colegas de trabalho: Anilson, Breno, Everton, Fábio, Gilberto, Maicon, Marcelo, Marcos, Orlando, Paulo, Rafael, Ricardo e Ruy pelo companheirismo e pelo apoio que me deram.

Aos amigos do Labspot: Alfredo (Freddy), Alexandre, Andréa, Diego, Joni, Marco e Temostenes pela amizade e companheirismo ao longo de todo este trabalho.

A todos os meus amigos e familiares que sempre estiveram ao meu lado.

Aos professores do Labspot: Hans, Salgado, Kátia, Jaqueline, Campagnolo e Aguinaldo pelos ensinamentos e pela amizade ao longo desses anos.

Aos funcionários do Labspot: Marlise, Richard e Fabrícia pelo apoio e amizade.

Aos professores e funcionários do curso de Pós Graduação em Engenharia Elétrica.

À UFSC pela oportunidade de realizar este trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

## **REDUÇÃO INCENTIVADA DE DEMANDA UTILIZANDO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO**

**Ulisses Roberto Registro Massaro**

Julho/2003

Orientador: Antônio J. A. Simões Costa, Ph.D.

Área de Concentração: Sistemas de Energia.

Palavras-chave: Gerenciamento pelo Lado da Demanda, Redução Incentivada de Demanda, Fluxo de Potência Ótimo, Método de Pontos Interiores.

Número de Páginas: 80

Esta dissertação trata do gerenciamento de carga através da redução incentivada de demanda. Considera-se a existência de um mercado entre a concessionária e os consumidores participantes de um Programa de Redução Incentivada de Demanda (PRID). Neste programa, a concessionária oferece incentivos aos consumidores para que reduzam suas cargas. O valor do incentivo e a carga a ser reduzida são determinados dinamicamente através deste mercado, que considera o preço marginal das barras de hora a hora. A dinâmica deste mercado é modelada através de formulações de Fluxo de Potência Ótimo (FPO). A primeira delas considera um caso base, cujos resultados são utilizados na determinação dos incentivos. Estes são calculados mediante um FPO modificado. Ambos os problemas são resolvidos através do método Primal-Dual de Pontos Interiores. São apresentadas contribuições para implementação computacional do algoritmo que possibilitam a redução do número de restrições do FPO modificado, e conseqüentemente da matriz do sistema linear de solução do método de pontos interiores. A redução no número de restrições favorece o desempenho numérico e computacional do algoritmo de pontos interiores. Os resultados obtidos a partir de simulação computacional consideram dois diferentes sistemas-teste e vários cenários de operação distintos. A partir dos resultados analisados, conclui-se que o PRID promove a redução nos custos de operação da concessionária, diminui os preços marginais de barra e auxilia a concessionária em situações de congestionamento na rede elétrica.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

## **DEMAND REDUCTION THROUGH ELECTRICITY PRICE INCENTIVES**

**Ulisses Roberto Registro Massaro**

July/2003

Advisor: Antônio J. A. Simões Costa, Ph.D.

Área of Concentration: Energy Systems.

Keywords: Demand-Side Management, Demand Reduction through Price Incentives, Optimal Power Flow, Interior Point Methods.

Number of Pages: 80

This dissertation deals with load management through demand reduction implemented via incentive mechanisms. The existence of an electricity market involving a utility and its customers taking part in a Demand Reduction through Incentives Program (DRIP) is assumed. In such a program, the utility offers price incentives to its customers for load reduction. The amount of the incentive and the amount of the load to be reduced are dynamically determined by the market, taking into account the bus marginal prices on an hourly basis. The evolution of the market is represented through an Optimal Power Flow (OPF) framework which considers a base case and a modified OPF which represents load response to energy price. The former OPF provides information to the latter in order to determine the amount of the incentives to be offered to the consumers. Both OPF problems are solved through the Primal-Dual Interior Point method. Contributions are given to the computational implementation of the algorithm in order to allow a reduction on the number of constraints of the modified OPF. The ensuing reduction on the dimension of the linear system to be solved in each iteration of the interior point method improves its numerical as well as computational performance. Two power networks and distinct operation scenarios are used to test the proposed approach. The results indicate that the adoption of DRIP reduces utility operating costs and system bus marginal prices and is a useful tool to alleviate the effects of transmission congestion.

# Sumário

<b>1. Introdução</b>	1
1.1 Desregulamentação do Setor Elétrico	1
1.2 Gerenciamento pelo Lado da Demanda (GLD)	2
1.3 Contribuições da Dissertação	3
1.4 Organização do Trabalho	4
<b>2. Gerenciamento de Cargas através da Redução Incentivada de Demanda num contexto de GLD</b>	5
2.1 Introdução	5
2.2 O Cenário Mundial e o Caso Brasileiro	5
2.3 Esquemas de Tarifação Diferenciada Vigentes no Brasil	9
2.4 Novas Abordagens de GLD e Programas de Redução Incentivada de Demanda	11
2.5 Considerações Finais	13
<b>3. Determinação de Incentivos para Redução de Demanda via Fluxo de Potência Ótimo</b>	14
3.1 Introdução	14
3.2 Modelagem dos Participantes do Mercado	14
3.3 Condição de Equilíbrio de Mercado	16
3.4 Resposta dos Consumidores	17
3.5 Formulação do Problema via Fluxo de Potência Ótimo – FPO	18
3.5.1 Fluxo de Potência Ótimo – Base	18
3.5.2 Fluxo de Potência Ótimo – PRID	20
3.6 Algoritmo para Determinação dos Incentivos	22
3.7 Considerações Finais	25
<b>4. Melhorias na Formulação do Fluxo de Potência Ótimo – PRID e sua Implementação via Método de Pontos Interiores</b>	26
4.1 Introdução	26
4.2 Constatação dos Problemas na Formulação	26
4.3 Simplificações do Problema	30
4.4 Método Primal-Dual de Pontos Interiores	31

4.5	Implementação do FPO – BASE	35
4.6	Implementação do FPO – PRID Modificado	39
4.7	Considerações Finais	43
<b>5.</b>	<b>Resultados</b>	44
5.1	Introdução	44
5.2	Sistema de 5 Barras	44
5.3	Sistema IEEE – 14 barras	45
5.4	Estudo de Casos – Sistema 5 Barras	46
5.4.1	<i>Caso Base com IS Mínimo – <math>IS_1 = IS_2 = IS_3 = 0,00614</math></i>	47
5.4.2	<i>Caso Base com IS Elevado – <math>IS_1 = IS_2 = IS_3 = 0,015</math></i>	48
5.4.3	<i>Caso Base com IS Diferenciado por Tipo de Consumidor – <math>IS_1 = 0,0063, IS_2 = 0,0062, IS_3 = 0,0061</math></i>	50
5.4.4	<i>Caso com Limitação de Incentivo – <math>IS_1 = 0,0063, IS_2 = 0,0062, IS_3 = 0,0061, \rho_{Max} = 0,075. \lambda_{BASE}</math></i>	52
5.4.5	<i>Caso com Congestionamento – <math>IS_1 = 0,0063, IS_2 = 0,0062, IS_3 = 0,0061</math></i>	54
5.4.6	<i>Comparativo entre os Casos</i>	57
5.5	Estudo de Casos – Sistema de 14 Barras	58
5.5.1	<i>Caso Base com IS Mínimo – <math>IS_1 = IS_2 = IS_3 = 0,0071</math></i>	58
5.5.2	<i>Caso Base com IS Elevado – <math>IS_1 = IS_2 = IS_3 = 0,015</math></i>	59
5.5.3	<i>Caso Base com IS Diferenciado por Tipo de Consumidor – <math>IS_1 = 0,0075, IS_2 = 0,007, IS_3 = 0,0065</math></i>	61
5.5.4	<i>Caso com Limitação de Incentivo – <math>IS_1 = 0,0075, IS_2 = 0,007, IS_3 = 0,0065, \rho_{Max} = 0,045. \lambda_{BASE}</math></i>	62
5.5.5	<i>Caso com Congestionamento – <math>IS_1 = 0,0075, IS_2 = 0,007, IS_3 = 0,0065</math></i>	63
5.5.6	<i>Comparativo entre os Casos</i>	65
5.6	Considerações Finais	66
<b>6.</b>	<b>Conclusões e Sugestões</b>	68
	<b>Referências Bibliográficas</b>	70
	<b>Apêndice A</b>	75
	<b>Apêndice B</b>	78

# Introdução

## 1.1 Desregulamentação do Setor Elétrico

Até o final da década de 80 a estrutura dos setores elétricos a nível mundial baseava-se na presença de grandes concessionárias que concentravam as atividades de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. Estas empresas, caracterizadas como *verticalizadas*, atendiam uma região de concessão e eram obrigadas a fornecer energia a todos os consumidores [3].

Ao longo dos anos 80, SCHWEPPE *et al.* [12,13] apresentaram os conceitos de “spot price”, onde os preços de compra e venda da energia são determinados pelas condições momentâneas de fornecimento e consumo. A teoria de “spot price” acabou por se tornar uma das bases para o estabelecimento dos mercados de energia elétrica que, entre outros aspectos, contemplam a presença de geradores independentes, dispostos a negociar sua energia gerada para os entes operadores de grandes sistemas elétricos, que por sua vez revendem esta energia aos consumidores.

Durante os últimos quinze anos esta teoria começou a render seus frutos e a indústria de energia elétrica passou por grandes transformações. Embora por razões diferentes, tanto nos países em desenvolvimento quanto nos países desenvolvidos a indústria de energia elétrica sofreu grandes mudanças estruturais [3,20].

O primeiro passo na reestruturação da indústria de energia elétrica consistiu na separação das atividades de transmissão das atividades de geração [3]. O passo seguinte foi a introdução da competição nas atividades de geração, concomitantemente com a criação dos mercados de energia elétrica.

A nova estrutura do setor elétrico exigiu que as atividades de transmissão fossem monopolizadas de forma a possibilitar a regulação deste mercado, permitindo livre acesso a todos os agentes de geração [3]. Também exigiu que fosse criado um agente neutro com a função de operar o sistema de forma coordenada, o chamado Operador Independente do Sistema. Com a criação do mercado de energia, surgiram os agentes de comercialização responsáveis pela venda de energia entre geradores e consumidores.

Essas mudanças vêm ocorrendo no mundo todo de forma diferenciada e em momentos diferentes. No Brasil, o processo de reestruturação foi iniciado em 1996 com a criação da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), responsável pela regulamentação tarifária e estabelecimento das condições gerais de contratação do acesso e do uso dos sistemas de transmissão e distribuição [14].

O processo de formação de preço do produto “energia elétrica” depende da organização industrial e das características eletro-energéticas de cada mercado. No caso brasileiro, pelo fato de haver um parque predominantemente hidráulico, temos um processo de formação de preço distinto de outros mercados, nos quais os geradores declaram o preço pelo qual estão interessados em vender seu produto. No Brasil, temos um mecanismo onde os geradores informam as suas disponibilidades técnicas e o preço é calculado por um modelo de despacho hidrotérmico [14].

Atualmente o modelo do setor elétrico brasileiro está sendo redefinido e o papel dos agentes pode sofrer alterações. Por este motivo, neste trabalho optou-se por não descrever em detalhes a dinâmica do mercado brasileiro de energia e o papel de cada um dos agentes.

Todas as mudanças que vêm ocorrendo na indústria de energia elétrica, sejam elas no Brasil ou em outros países do mundo, trazem consigo inúmeros desafios técnicos que possibilitam explorar novas situações ainda não vivenciadas. Este trabalho, tem como premissa básica a existência de um mercado de energia, onde o preço é determinado ao longo do tempo e informado aos consumidores.

## **1.2 Gerenciamento pelo Lado da Demanda (GLD)**

Durante muitos anos, os estudos de planejamento da operação conduzidos nas empresas de energia elétrica consideraram suas cargas como sendo insensíveis à variação do preço da energia. Este conceito foi mudando a partir do momento em que se percebeu

que era possível influenciar o consumo de maneira a obter vantagens econômicas, operacionais e ambientais [15, 16].

O Gerenciamento pelo Lado da Demanda (GLD) é um conjunto de ações de planejamento, implementação e monitoração de atividades que influenciam na forma de uso da eletricidade dos consumidores, de tal maneira que ocorram alterações desejadas nas curvas de carga das empresas de energia elétrica. As alterações no padrão da curva de carga podem ocorrer através da redução dos picos de carga, preenchimento do vales, deslocamento de cargas, conservação estratégica, crescimento estratégico de carga e flexibilização da curva de carga [15].

Uma das formas mais utilizadas de GLD, desde as décadas de 60 e 70, é o Gerenciamento das Cargas (GC), geralmente utilizado pelas empresas de energia elétrica para reduzir os custos operativos nos horários de pico e como forma de postergar investimentos [15,17]. Durante aquele período, muitas empresas européias implementaram programas de GC baseados em tarifas incentivadas, que variavam conforme o período de consumo (“time-of-use rates”) ou através da opção de reduzir cargas [18].

Em [18,19] são descritas experiências na aplicação de GLD em vários países. No Brasil, as experiências com o GLD iniciaram-se através do uso de tarifas horo-sazonais aplicadas aos consumidores de média e alta tensão, chamadas de Tarifa Verde e Tarifa Azul, respectivamente.

Neste trabalho, considera-se a utilização de programas de GLD baseados no Gerenciamento de Cargas (GC) através de tarifas incentivadas para a redução das cargas dos consumidores.

### **1.3 Contribuições da Dissertação**

Neste trabalho, considera-se um cenário com a presença de consumidores interessados em reduzir suas cargas, e uma concessionária de energia elétrica disposta a oferecer incentivos. Através de um mercado de cargas redutíveis, os consumidores e a concessionária interagem de tal forma que reduções de carga ocorram em resposta a incentivos oferecidos. Este mercado tanto pode fazer parte de um mercado atacadista de energia em ambiente desregulamentado, como também pode ser um mercado envolvendo exclusivamente uma concessionária e seus consumidores. Nos capítulos seguintes serão

apresentados os conceitos deste programa de GLD, referido nesta dissertação como Programa de Redução Incentivada da Demanda (PRID).

Especificamente, as contribuições desta Dissertação podem ser sumarizadas como:

- Enunciado do PRID como um problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO), considerando restrições operacionais, restrições da rede elétrica e restrições de mercado, incluindo os incentivos.
- Formulação do Problema como um problema de otimização com restrições, resolvido pelo método Primal-Dual de Pontos Interiores.
- Avaliação dos resultados do programa de incentivos de redução de carga proposto, através de estudos de caso utilizando dois sistema-teste, considerando diversos cenários de operação distintos.

## **1.4 Organização do Trabalho**

No Capítulo 2 são apresentados os conceitos e formas de aplicação de programas de redução de demanda. São também discutidas as experiências internacionais deste tipo de GLD.

No Capítulo 3 é apresentada a conceituação do PRID, onde são definidos as respostas do consumidor, os conceitos de carga redutível contratada e as formulações de Fluxo de Potência Ótimo para determinação da carga reduzida e o incentivo oferecido.

No Capítulo 4 são mostradas as contribuições deste trabalho no sentido de facilitar a implementação computacional dos algoritmos, bem como melhorar o desempenho numérico dos algoritmos implementados.

No Capítulo 5 são apresentados resultados de testes computacionais de simulação da aplicação do algoritmo proposto, obtidos a partir de estudos de casos de cinco cenários distintos, para sistemas-teste de 5 e 14 barras.

No Capítulo 6 são feitas as considerações gerais do trabalho, as conclusões provenientes das análises dos resultados e sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros.

# Gerenciamento de Cargas através da Redução Incentivada de Demanda num contexto de GLD

## 2.1 Introdução

Conforme foi discutido no capítulo anterior, o gerenciamento de cargas é uma alternativa de GLD, utilizado pelas empresas de energia elétrica para reduzir os custos operativos nos horários de pico e como forma de postergar investimentos.

Neste capítulo são revistas algumas experiências internacionais e a experiência brasileira em programas de gerenciamento de cargas. Também é feita uma revisão bibliográfica contemplando novas abordagens de gerenciamento de cargas.

## 2.2 O Cenário Mundial e o Caso Brasileiro

Nesta seção são apresentadas algumas experiências internacionais e as experiências brasileiras relacionadas ao gerenciamento de cargas num contexto de GLD.

As atividades de gerenciamento de cargas através de tarifas diferenciadas foram iniciadas na França pela Electricité de France (EDF) em 1957, com a chamada Tarifa Verde, que dependia da hora do dia e da estação do ano. A Tarifa Azul, por sua vez, foi a primeira tarifa oferecida aos consumidores residenciais em 1965. Esta tarifa inclui uma tarifação dupla que influencia no deslocamento diário de carga e no preenchimento dos vales [18].

Em 1980 a Tarifa Verde foi revisada e foram introduzidas as Tarifas Amarelas direcionadas aos consumidores industriais de médio porte e aos consumidores comerciais.

A revisão foi devida às mudanças nos custos marginais de produção, que durante o verão eram reduzidos e durante o inverno aumentavam [18].

Em 1984, foram introduzidas tarifas em tempo real disponíveis a todos os tipos de consumidores. Neste tipo de tarifa, o período de pico é tipicamente distribuído ao longo de um período de 18 horas por dia, mas em apenas 22 dias do ano. Neste dias, o preço da energia nos períodos de pico chega a ser dez vezes maior que e os períodos fora do pico[5]. Esta tarifa tem sido responsável pela redução de picos de demanda e pelo deslocamento de cargas.

Em 1987 foram oferecidas aos grandes consumidores comerciais e industriais as tarifas “moduladas”, que representam um passo importante na direção do preço “spot” da energia. Nesta tarifa, o preço da energia é pré-determinado para quatro períodos distintos, que são definidos em tempo real pela EDF.

Além das atividades relacionadas ao Gerenciamento de Cargas através de tarifas incentivadas, a França realiza outras atividades de GLD através de conservação estratégica, crescimento estratégico de carga e flexibilização da curva de carga. Estas ações no sentido de desenvolver o uso economicamente competitivo da eletricidade, tornam o sistema elétrico da França uma fonte de recursos energéticos para toda a comunidade europeia [5,18].

Em Taiwan as altas taxas de crescimento econômico nas décadas de 70 e 80, trouxeram sérios problemas de aumento dos picos de carga. Com a redução das reservas operativas e a falta de investimentos de geração, a concessionária nacional do país encontrou nos programas de gerenciamento de carga a solução para seus problemas [21].

Estes programas foram implementados através do método de redução de cargas, onde os consumidores assinam um contrato com a concessionária comprometendo-se em reduzir sua demanda durante os períodos de pico ou a qualquer momento, conforme a necessidade da concessionária. O programa foi essencialmente destinado aos grandes consumidores industriais, que representam 2% do total de consumidores, mas são responsáveis por 70% da energia consumida [21].

Com o objetivo de reduzir o pico de carga em 500 MW em cinco anos, foram avaliadas três estratégias de gerenciamento de carga [21]. A primeira estratégia, implementada em junho de 1987, tinha como foco os consumidores industriais com contrato de demanda acima de 5000 kW. Estes consumidores eram requisitados a reduzir

suas cargas por seis horas diárias durante os períodos de pico. Para isso, recebiam descontos de 50% na tarifa.

A segunda estratégia adotada tinha como foco todos os consumidores industriais, que deveriam reduzir suas cargas dinamicamente, conforme as necessidades da concessionária. Os consumidores eram informados com antecedência de um dia, quatro horas ou uma hora antes do início do programa. O tempo total de redução das cargas era inferior a seis horas diárias e inferior a cem horas anuais. Os incentivos variavam conforme a antecedência com que os consumidores eram informados para reduzir suas cargas.

Por fim, a terceira estratégia, também voltada a todos os consumidores industriais, considera a redução de carga através da coordenação dos períodos de manutenção do parque industrial dos grandes consumidores. Esses períodos deveriam ser maiores que um mês, e deles dependeriam os incentivos oferecidos.

Os resultados da implementação destas três alternativas demonstraram o sucesso da aplicação do gerenciamento de carga em Taiwan, tendo sido obtida uma redução no pico de 270 MW ou uma taxa anual de 2,4% de redução do pico de demanda [21].

A indústria de energia elétrica da Inglaterra e do País de Gales opera em ambiente competitivo, onde a eletricidade é vendida pelos geradores e comprada pelos fornecedores de energia através de um mercado tipo “pool”, no qual as transações comerciais são baseadas nos preços marginais.

Os produtores e os consumidores são tratados como participantes de um mercado de energia, onde cada um busca maximizar seus lucros. Desta forma, qualquer alteração na demanda pode ser interpretada como uma alteração, de sinal inverso, na geração. Seguindo este raciocínio, desde 1993 o mercado de eletricidade adotou um esquema de redução de demanda chamado de “demand-side bidding”, onde grandes consumidores oferecem sua pré-disposição em reduzir cargas (pelo menos 10 MW) no mercado “pool” e recebem o pagamento por tornarem esta redução disponível. Através do esquema de “demand-side bidding”, objetiva-se melhorar a competição, reduzir os custos de produção e o preço marginal do sistema [22].

As atividades de GLD no Brasil iniciaram-se por volta de 1977, quando foram realizados os primeiros estudos para introduzir uma estrutura de tarifação diferenciada, com base nos custos marginais. Um primeiro passo nesta direção foi dado em 1982, com a

implantação da tarifa horo-sazonal azul para consumidores alimentados em alta tensão [23]. Os estudos prosseguiram, sendo introduzida a tarifa horo-sazonal verde em 1986, também destinada aos consumidores de alta tensão. Em seguida iniciaram-se os projetos pilotos de tarifação diferenciada amarela (TDA), voltada aos consumidores de baixa tensão.

Durante os anos de 1988 e 1989, a Companhia Paulista de Força e Luz (CPFL) realizou uma aplicação experimental de TDA com um conjunto de 101 consumidores (residenciais, comerciais, industriais, rurais, poder e serviços públicos) em Itapira, SP. Os resultados demonstraram que houve modulação de 10 a 14% da carga, que foi deslocada da ponta [23].

A Companhia Energética de Minas Gerais (Cemig) iniciou em 1994 um projeto piloto no Vale do Jequitinhonha, com o objetivo de avaliar a possibilidade de otimizar a utilização das redes de distribuição. Para isso foi aplicada uma tarifa diferenciada visando a redução da carga nas redes quando da redução do consumo nos horários de ponta. O projeto foi estendido a partir de 1995 para as regiões de Conselheiro Lafaiete e de Belo Horizonte, abrangendo um total de 275 consumidores das classes residencial, comercial e industrial [23]. As experiências demonstraram uma redução de demanda da ponta, medida nos transformadores de distribuição, de cerca de 8% no Vale do Jequitinhonha, 6,5% em Conselheiro Lafaiete e de 16% em Belo Horizonte.

A Companhia Paranaense de Energia Elétrica (Copel) iniciou em 1994 um projeto piloto em toda sua área de concessão, onde foram definidas as etapas de desenvolvimento do projeto, sendo elas o planejamento, experimentação e padronização. A primeira e a segunda etapa do projeto foram concluídas em 1996 e 1998, respectivamente. Apesar dos resultados quantitativos de modulação obtidos terem sido modestos, os qualitativos recomendaram a implantação da terceira etapa, que está em curso [23].

Existem ainda diversas experiências de controle de carga realizadas pela Cemig, Light, pela Companhia Energética de Goiás (Celg), pelas Centrais Elétricas de Santa Catarina (Celesc) [35].

Embora no contrato de concessão das concessionárias exista uma cláusula referente ao percentual mínimo de investimento anual em programas de eficiência energética, observa-se uma série de barreiras para implementação de ações de GLD. Estas barreiras ocorrem por resistência interna das próprias concessionárias, que usualmente não dispõem de setores específicos para tratar do assunto [23]. A perda de receita causada pela redução

do consumo, argumentada por profissionais de algumas concessionárias, é também uma das barreiras à implementação de programas de GLD [23]. Talvez a solução para este impasse seja inserir as alternativas de GLD no planejamento das concessionárias [24] e a criação de áreas específicas de desenvolvimento e acompanhamento de projetos de GLD nestas empresas [23].

Além desses fatores, a falta de respaldo legal para implementação de programas de GLD constituía uma das maiores barreiras de implementação deste programas. Porém, esta barreira ruiu com a Resolução N° 12, de 17 de setembro de 2002, do Ministério de Minas e Energia, que autoriza a redução do consumo nos períodos de maior carga ou a suspensão do consumo com o objetivo de aumentar a oferta [31]. Além desta resolução, o Decreto Presidencial N° 4.667, de 04 de abril de 2003 ratificou a legalidade dos programas de GLD [32].

### 2.3 Esquemas de Tarifação Diferenciada Vigentes no Brasil

A Resolução N° 456 da Agência Nacional de Energia Elétrica (Aneel) estabelece as condições gerais de fornecimento de energia elétrica a serem observadas tanto pelas concessionárias e permissionárias quanto pelos consumidores [34].

Os consumidores são classificados pelo nível de tensão de atendimento nos grupos A e B :

- Grupo A: grupamento composto de consumidores atendidos em alta tensão, acima de 2,3 kV, ou em tensões abaixo de 2,3 kV para sistema subterrâneos. Esse grupo é caracterizado pela estruturação tarifária binômia e subdividido nos seguintes subgrupos mostrado na Tabela 2.3.1.

**Tabela 2.3.1 – Subgrupos de consumidores do Grupo A**

<b>Subgrupos</b>	<b>Tensão de Fornecimento</b>
A1	≥ 230kV
A2	88 kV a 138 kV
A3	69 kV
A3a	30 kV a 44 kV
A4	2,3 kV a 25 kV
AS	Subterrâneo (*)

(\*) Consumidores com tensão abaixo de 2,3 kV

- Grupo B: grupamento composto de consumidores atendidos em tensões inferiores a 2,3 kV, ou ainda, atendidos em tensões superiores a 2,3 kV e faturados neste grupo, caracterizado pela estruturação tarifária monômnia e subdividido nos subgrupos mostrados na Tabela 2.3.2.

**Tabela 2.3.2 – Subgrupos de consumidores do Grupo B**

<b>Subgrupos</b>	<b>Classe de Consumidor</b>
B1	Residencial e residencial de baixa renda
B2	Rural, cooperativa de eletrificação rural, serviço público de irrigação
B3	Demais classes
B4	Iluminação Pública

As modalidades tarifárias e a tarifação definidas na resolução N° 456 da Aneel são dispostas da seguinte forma:

- Tarifas Monômnia: aplicadas aos consumidores do Grupo B, que são cobrados apenas pela energia que consomem.
- Tarifas Binômnia: aplicadas aos consumidores do Grupo A, que são cobrados tanto pela demanda quanto pela energia que consomem. Estes consumidores podem se enquadrar em três alternativas tarifárias:
  - Tarifação Convencional: o enquadramento neste tipo de tarifa exige contrato específico com a concessionária no qual se pactua um único valor da demanda pretendida pelo consumidor, independentemente da hora do dia ou do período do ano. Esta tarifa pode ser aplicada aos consumidores dos subgrupos A3a, A4 e AS.
  - Tarifação Horo-Sazonal Verde: o enquadramento dos consumidores dos subgrupos A3a, A4 e AS é opcional, exigindo um contrato específico com a concessionária no qual se pactua a demanda pretendida pelo consumidor, independente da hora do dia, permitindo que sejam contratados dois valores diferentes de demanda conforme os períodos secos e úmidos.
  - Tarifação Horo-Sazonal Azul: o enquadramento dos consumidores dos subgrupos A1, A2 e A3 neste tipo de tarifação é obrigatória, exigindo um contrato específico com a concessionária no qual se pactua tanto o valor da demanda pretendida pelo consumidor no horário de ponta, quanto o valor

pretendido nas horas fora de ponta. Permite que sejam contratados valores diferentes para os períodos secos e úmidos.

## **2.4 Novas Abordagens de GLD e Programas de Redução Incentivada de Demanda**

Conforme descrito na seção anterior e nos artigos [5,18,21,23], são muitas as experiências de redução incentivada de demanda baseadas em programas de GLD através do gerenciamento de cargas. Na maioria destes casos o incentivo é obtido a partir de tarifas diferenciadas. Nesta seção, apresentam-se novas alternativas para determinação de incentivos num contexto de gerenciamento de cargas.

Em ambientes de mercado atacadista de energia, é importante que os consumidores possam observar as variações horárias do preço da eletricidade, de forma a aumentar a eficiência econômica e a confiabilidade, e reduzir os impactos ambientais da produção de energia elétrica. Os consumidores que respondem a tais variações de preço através da participação nos mercados de energia contribuem para a confiabilidade do sistema. Geralmente as reduções de carga nos períodos de ponta promovem os mesmos benefícios que o aumento de capacidade de geração é capaz de promover. Além disso, as reduções de carga reduzem a necessidade de investimento em novas obras de geração e transmissão [25]. São várias as experiências de programas de redução de carga em mercados competitivos conforme indicado em [25,26].

Na referência [28], apresenta-se um programa de Gerenciamento de Cargas Interruptíveis (GCI) representado através de uma formulação de Fluxo de Potência Ótimo (FPO). Esta abordagem leva em conta os descontos de curto e longo prazo que devem ser oferecidos aos consumidores participantes do GCI, bem como a antecedência para notificar os consumidores que devem reduzir suas cargas, a duração do período de redução de carga, o tipo de carga e o custo associado à sua redução, à geração e características da rede elétrica e por fim à segurança do sistema. A formulação do FPO leva em conta a presença de diferentes tipos de consumidores, fator de potência e tempo de interrupção, e as restrições da rede elétrica são consideradas, juntamente com as restrições dinâmicas dos geradores. Através do FPO, selecionam-se de maneira ótima os consumidores que devem reduzir suas cargas, calculam-se os descontos que devem ser oferecidos no preço “spot” e por fim determina-se o benefício agregado de um programa de redução de cargas.

Em sistemas desregulamentados, o Operador Independente do Sistema (OIS) é responsável pelos serviços ancilares, que mantém a segurança e a confiabilidade do sistema. Em [26,29], considera-se o gerenciamento de cargas interruptíveis como uma forma de prover serviços ancilares, visto que as margens operativas nos mercados competitivos tendem a ser bastante reduzidas. Através do estabelecimento de um mercado bilateral entre geradores e consumidores e da utilização de uma formulação de Fluxo de Potência Ótimo, determinam-se as decisões ótimas que devem ser tomadas pelo OIS.

Outro problema comum em mercados desregulamentados é a presença de congestionamentos nos sistemas de transmissão em função do elevado número de transações. Para contornar este problema, é proposto em [26,30] o uso de cargas interruptíveis pelo OIS como forma de aliviar o congestionamento. Através do uso de índices de alívio de congestionamento, identificam-se as barras que efetivamente influenciam no fluxo de potência da linha de transmissão com congestionamento, determinando a “capacidade de alívio” de cada carga sobre o fluxo de potência de uma determinada linha de transmissão.

Em [11], determinam-se sinais econômicos adequados para serem enviados aos consumidores que participam de programas de GLD, de forma que sua demanda seja determinada com a máxima eficiência econômica. Tal eficiência é obtida através da abordagem de Fluxo de Potência Ótimo Dinâmico, onde são representados os efeitos intertemporais, através da função-objetivo do problema de otimização, permitindo modelar adequadamente o comportamento do consumidor por intermédio da sistematização do tratamento da elasticidade-preço cruzada de demanda. Esta abordagem considera a possibilidade de contratos de GLD com interrupção de carga através da análise do problema de maximização do benefício do consumidor [11].

No programa de gerenciamento de cargas interruptíveis apresentado em [27], os consumidores participantes respondem aos preços horários da energia. Estes consumidores são notificados pela concessionária com antecedência de algumas horas para que ocorram reduções de carga geralmente nos períodos de ponta. Através do uso de Fluxo de Potência Ótimo Dinâmico, formula-se um problema de otimização que despacha os geradores e seleciona as cargas redutíveis contratadas, que serão notificadas para que ocorram as reduções desejadas. É feita uma análise da eficácia da resposta dos consumidores a incentivos oferecidos pela concessionária, bem como são determinados os valores dos incentivos para que se obtenha as reduções de demanda desejadas.

## **2.5 Considerações Finais**

Neste capítulo são apresentadas várias experiências de gerenciamento de cargas, no contexto internacional e nacional, que buscam beneficiar simultaneamente os consumidores e a concessionária. Discute-se o cenário brasileiro relacionado às atividades de GLD e os diversos tipos de tarifação diferenciada praticados atualmente no país.

No Capítulo 3 são apresentados os conceitos do Programa de Redução Incentivada de Demanda (PRID), os conceitos de mercado de cargas redutíveis estabelecidos entre os consumidores e a concessionária, bem como a formulação do Fluxo de Potência Ótimo que determina os incentivos oferecidos e a carga a ser reduzida.

# Determinação de Incentivos para Redução de Demanda via Fluxo de Potência Ótimo

### 3.1. Introdução

Neste capítulo, descreve-se a formulação do problema de determinação do incentivo oferecido pela concessionária aos consumidores que participam do Programa de Redução Incentivada de Demanda (PRID). Em seguida, é apresentado o algoritmo básico para resolução do problema, utilizando Fluxo de Potência Ótimo, que inclui na função objetivo o incentivo oferecido.

### 3.2 Modelagem dos Participantes do Mercado

Um Programa de Redução Incentivada de Demanda (PRID), implementado por uma concessionária de energia elétrica, deve oferecer incentivos que considerem a resposta do consumidor da forma mais adequada. Estes incentivos são oferecidos na forma de descontos na tarifa de energia elétrica a consumidores pré-dispostos a reduzirem suas cargas. Os incentivos devem variar no tempo, conforme as condições operativas da área de atuação dessa concessionária. Desta forma, quanto menores as reservas operativas, maiores serão os incentivos oferecidos para que os consumidores reduzam suas cargas [1].

Seguindo esta idéia, a concessionária informa aos participantes do mercado de energia a diferença entre os preços marginais de barra dos consumidores que não participam do PRID e os preços marginais dos consumidores que optam pelo PRID. Esta diferença entre preços marginais será genericamente designada como  $\delta_{PM}$ . Os consumidores que desejam participar do PRID comunicam sua intenção à concessionária e

contratam uma parcela de energia firme e uma parcela sujeita a reduções. O consumidor paga pela energia firme de acordo com esquema de tarifação da concessionária e a parcela sujeita a reduções recebe descontos proporcionais aos incentivos oferecidos por ela. Assim, fica estabelecido um mercado de cargas passíveis de sofrerem reduções (de agora em diante referidas como *cargas redutíveis*) entre a concessionária e os consumidores pré-dispostos a participar do PRID.

Constata-se que a carga redutível contratada (CRC) deve ser sensível às variações da  $\delta_{PM}$  visto que, quanto maior o valor das diferenças entre os preços marginais, maiores deverão ser os incentivos oferecidos. Ou seja, com base nos valores de  $\delta_{PM}$  os consumidores podem tomar decisões para contratar parcelas maiores ou menores de carga redutível. Conclui-se que as  $\delta_{PM}$  das barras de carga são os indicadores econômicos do PRID que balizam todas as decisões de contrato. Por exemplo, se a  $\delta_{PM}$  para o intervalo de tempo  $k-1$  imediatamente anterior ao intervalo  $k$  de interesse for alta, é de se esperar que um número maior de consumidores se engajem no programa durante o intervalo  $k$ .

Convém ressaltar que os preços marginais de barra refletem idealmente os custos associados à operação de um sistema elétrico, servindo neste trabalho como base de referência para o PRID [13]. No que diz respeito à tarifação, contudo, a concessionária poderá adotar o esquema que lhe for mais conveniente, como será discutido em maiores detalhes na Seção 3.6.

Para que o PRID tenha êxito, é importante que a concessionária tenha uma razoável indicação da sensibilidade do consumidor à política de incentivos oferecida. A sensibilidade de um dado consumidor conectado à barra  $i$  na hora  $k$  é dada por [1,2,3]:

$$\eta_{i,Tipo}^{C,k} = \frac{CRC_{i,Tipo}^k}{\delta_{PM,i}^{k-1}} \quad (3.2.1)$$

onde

$$\delta_{PM,i}^{k-1} = \lambda_{BASE,i}^{k-1} - \lambda_{PRID,i}^{k-1} \quad (3.2.2)$$

e

$k$  : variável indicativa do intervalo de tempo considerado;

$i$  : variável indicativa das barras;

$Tipo$  : tipo de consumidor (1 – Industrial, 2 – Comercial e 3 – Agrícola);

$CRC_{i,Tipo}^k$  : carga redutível contratada pela barra  $i$ , no instante de tempo  $k$ , para cada tipo de consumidor;

cada tipo de consumidor ;

$\delta_{PM,i}^{k-1}$  : diferença de preço marginal da barra  $i$  no instante anterior  $k - 1$ ;

$\lambda_{BASE,i}^{k-1}$  : preço marginal da barra  $i$  dos consumidores que não participam do PRID no instante anterior  $k - 1$ ;

$\lambda_{PRID,i}^{k-1}$  : preço marginal da barra  $i$  dos consumidores que participam do PRID no instante anterior  $k - 1$ .

Observe que a formulação utilizada permite que seja discriminado o tipo de consumidor (industrial, comercial, agrícola), como será detalhado mais adiante.

As sensibilidades  $\eta^C$  definidas pela Equação (3.2.1) não serão supostas constantes, mas variáveis de acordo com o nível de incentivo de redução de carga oferecido pela concessionária.

A concessionária, por sua vez, oferece incentivos maiores quanto maior for a necessidade de reduzir cargas. De forma semelhante ao que foi feito para os consumidores, é possível definir a sensibilidade  $\eta^G$  entre a redução de demanda desejada pela concessionária, PD, e o incentivo oferecido,  $\rho$  [1,2,3]:

$$\eta_{i, Tipo}^{G,k} = \frac{PD_{i, Tipo}^k}{\rho_i^k} \quad (3.2.3)$$

onde:

$PD_{i, Tipo}^k$  : potência ativa reduzida na barra  $i$ , no instante  $k$ , para cada tipo de consumidor;

$\rho_i^k$  : incentivo oferecido pela concessionária para barra  $i$  no instante  $k$ .

### 3.3 Condição de Equilíbrio de Mercado

A equação (3.2.3) implica que, para um dado  $\eta^G$ , quanto maior o incentivo, maior deve ser a potência da carga reduzida. Da mesma forma, pela equação (3.2.1), para um dado  $\eta^C$  fixado, a carga redutível contratada será maior quanto maior for a diferença de preços marginais. O equilíbrio do mercado [36] será obtido quando as sensibilidades tornam-se iguais, isto é [1]:

$$\eta_{i, Tipo}^{G,k} = \eta_{i, Tipo}^{C,k} \quad (3.3.1)$$

### 3.4 Resposta dos Consumidores

A questão central do mercado de cargas redutíveis é a determinação de como serão as respostas dos consumidores ao indicador econômico  $\delta_{PM}$ . Na operação em tempo real deste mercado, considera-se que a resposta do consumidor no instante de tempo  $k$  é influenciada pela  $\delta_{PM}$  do instante anterior ( $k-1$ ). Essa influência é quantificada através de um índice de sensibilidade (IS) específico para cada tipo de consumidor, que indica a predisposição do mesmo em reduzir a sua carga. Diferentes valores de IS fornecem diferentes respostas para uma mesma  $\delta_{PM}$ , conforme o tipo do consumidor, ou seja, é o que distingue um tipo de consumidor do outro. Os valores de IS são empíricos e podem variar de um problema para outro, conforme a predisposição dos consumidores em reduzir suas cargas. A modelagem da resposta do consumidor (RC) pode ser caracterizada por uma função contendo um termo exponencial, a qual satura em um valor constante [1]. Esta modelagem de um consumidor que responde a preço fornece a parcela de carga total que será reduzida em resposta a  $\delta_{PM}$  (por exemplo: RC = 0,10 ou RC = 0,15), e é matematicamente expressa por:

$$RC_{i,Tipo}^k = 1 - e^{-\delta_{PM,i}^{k-1} \cdot IS_{Tipo}} \quad (3.4.1)$$

Uma vez definida a resposta do consumidor, a carga redutível contratada (CRC) pode ser obtida através da multiplicação da carga total pela parcela de carga que será contratada, dada por RC:

$$CRC_{i,Tipo}^k = PL_{i,Tipo}^k \cdot RC_{i,Tipo}^k \quad (3.4.2)$$

onde  $PL_{i,Tipo}^k$  é a demanda total em cada barra para cada tipo de consumidor, dada por:

$$PL_{i,Tipo}^k = P_{L,i}^k \cdot FTC_{i,Tipo}^k$$

onde

$P_{L,i}^k$  : demanda de potência ativa da barra  $i$ , para o instante  $k$ ;

$FTC_{i,Tipo}^k$  : fator de divisão de carga da barra  $i$ , para cada tipo de consumidor, no instante  $k$ .

O parâmetro  $FTC_{i,Tipo}^k$  é responsável por determinar a carga de cada tipo de consumidor presente em cada uma das barras do sistema, podendo ser obtido através de estimação, séries sintéticas, ou outros métodos. Além disso,  $FTC_{i,Tipo}^k$  pode variar de um instante de tempo para outro. Neste trabalho utiliza-se um FTC invariante com o tempo, determinado através de uma estimativa da porcentagem de carga de cada tipo de consumidor presente nas barras do sistema considerado.

Conforme indicado em [4,5], a expressão (3.4.1) não é a única forma de caracterizar a resposta do consumidor. Outras funções podem ser utilizadas com o mesmo objetivo, como por exemplo funções lineares de  $\delta_{PM}$  [1]. Nesta dissertação, optou-se pela função exponencial (3.2.5) pelo fato de que a mesma caracteriza melhor a saturação da resposta do consumidor para valores crescentes de  $\delta_{PM}$ .

### 3.5 Formulação do Problema via Fluxo de Potência Ótimo – FPO

Nesta seção, apresentam-se as formulações de FPO utilizadas para determinação das variáveis que compõem o Mercado de Cargas Redutíveis.

A formulação do FPO–Base tem como objetivo minimizar os custos de potência ativa, respeitando as restrições de carga (balanço de potência) e as restrições operativas de potência ativa e reativa geradas, limites de tensão nas barras e os fluxos máximos nas linhas. Através desta formulação, determinam-se os preços marginais de barra dos consumidores que não participam do PRID ( $\lambda_{BASE,i}^{k-1}$ ).

A formulação do FPO–PRID, por sua vez, inclui as variáveis de mercado ( $\delta_{PM}, CRC, \rho, \eta^C, \eta^G$ ) no problema de otimização, tendo como objetivo minimizar, além do custo da potência ativa gerada, o incentivo oferecido aos participantes do PRID. As restrições contidas nesta formulação contemplam as restrições do FPO–Base, acrescidas das restrições do mercado. Entre elas, encontra-se a condição fundamental (3.3.1). Nas subseções seguintes serão explicadas com mais detalhes as formulações de FPO.

#### 3.5.1 Fluxo de Potência Ótimo – Base

O FPO–Base é responsável por otimizar o estado de operação do sistema a partir de uma função-objetivo de mínimo custo de geração de potência ativa, a qual é suposta

refletir os custos de operação do sistema elétrico [6]. A função objetivo é uma função quadrática dos custos de geração, representada por  $C(\mathbf{P}_g)$  na equação (3.5.1.1). No problema de otimização do FPO–Base, são consideradas as restrições de carga do sistema (balanço de potência ativa e reativa) através das equações (3.5.1.2) e (3.5.1.3), e as restrições de operação do sistema, onde são respeitados os limites físicos dos geradores dados por (3.5.1.4) e (3.5.1.5) e os limites de operação dos equipamentos que compõem o sistema, dados por (3.5.1.6) e (3.5.1.7). A solução do problema de otimização do FPO–Base é obtida quando a função objetivo é minimizada e as restrições de carga e operativas são simultaneamente respeitadas.

A formulação do problema de otimização do FPO–Base é dada por:

$$\text{Minimizar} \quad C(\mathbf{P}_g) \quad (3.5.1.1)$$

Sujeito a:

$$\mathbf{A}_g \mathbf{P}_g - \mathbf{P}_L = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \quad (3.5.1.2)$$

$$\mathbf{A}_g \mathbf{Q}_g - \mathbf{Q}_L = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fq}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \quad (3.5.1.3)$$

$$\underline{\mathbf{P}}_g \leq \mathbf{P}_g \leq \overline{\mathbf{P}}_g \quad (3.5.1.4)$$

$$\underline{\mathbf{Q}}_g \leq \mathbf{Q}_g \leq \overline{\mathbf{Q}}_g \quad (3.5.1.5)$$

$$\underline{\mathbf{V}} \leq \mathbf{V} \leq \overline{\mathbf{V}} \quad (3.5.1.6)$$

$$\underline{\mathbf{fp}} \leq \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \leq \overline{\mathbf{fp}} \quad (3.5.1.7)$$

onde:

$n_b$  : número de barras do sistema;

$n_l$  : número de linhas do sistema;

$n_g$  : número de geradores do sistema;

$C(\mathbf{P}_g)$  : função custo de produção;

$\mathbf{P}_g$  : vetor ( $n_g \times 1$ ) de potência ativa gerada;

$\mathbf{Q}_g$  : vetor ( $n_g \times 1$ ) de potência reativa gerada;

$\mathbf{P}_L$  : vetor ( $n_b \times 1$ ) de demanda de potência ativa;

- $\mathbf{Q}_L$  : vetor ( $n_b \times 1$ ) de demanda de potência reativa;  
 $\mathbf{A}_g$  : matriz ( $n_b \times n_g$ ) de incidência barra – gerador (ver Apêndice A);  
 $\tilde{\mathbf{A}}$  : matriz ( $n_b \times 2n_l$ ) de incidência barra – fluxos de potência (ver Apêndice A);  
 $\mathbf{V}$  : vetor ( $n_b \times 1$ ) das tensões nas barras;  
 $\mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})$  : vetor ( $2n_l \times 1$ ) do fluxo de potência ativa (ver Apêndice A);  
 $\mathbf{fq}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})$  : vetor ( $2n_l \times 1$ ) do fluxo de potência reativa (ver Apêndice A);  
 $\bar{\mathbf{P}}_g, \underline{\mathbf{P}}_g$  : vetores ( $n_g \times 1$ ) dos limites superior e inferior, respectivamente, de potência ativa gerada;  
 $\bar{\mathbf{Q}}_g, \underline{\mathbf{Q}}_g$  : vetores ( $n_g \times 1$ ) dos limites superior e inferior, respectivamente, de potência reativa gerada;  
 $\bar{\mathbf{V}}, \underline{\mathbf{V}}$  : vetores ( $n_b \times 1$ ) dos limites superior e inferior, respectivamente, de tensão nas barras;  
 $\bar{\mathbf{fp}}, \underline{\mathbf{fp}}$  : vetores ( $2n_l \times 1$ ) dos limites superior e inferior, respectivamente, de fluxo de potência ativa.

### 3.5.2 Fluxo de Potência Ótimo – PRID

O FPO–PRID também procura otimizar a condição de operação do sistema a partir de uma função objetivo de mínimo custo como em (3.5.1.1), mas além disso é responsável por minimizar o valor do incentivo oferecido pela concessionária e determinar a quantidade de carga a ser reduzida. Assim, a função objetivo (3.5.2.1) busca minimizar os custos de potência ativa gerada e o incentivo oferecido.

As novas restrições do problema modificado aparecem nas equações (3.5.2.2) à (3.5.2.8). Nas equações (3.5.2.2) e (3.5.2.3) das restrições de carga (balanços de potência) foram incluídos os valores das potências ativa e reativa reduzidas, representadas por PD e QD respectivamente, que podem ser interpretadas como injeções positivas de potência nas barras do sistema. Portanto, nas equações (3.5.2.2) e (3.5.2.3) os sinais dos termos que envolvem PD e QD são semelhantes aos sinais de potência ativa e reativa gerada  $\mathbf{P}_g$  e  $\mathbf{Q}_g$ , respectivamente.

Conforme foi mencionado anteriormente na Seção 3.4, considera-se três tipos de consumidores, os quais se distinguem pelos diferentes valores de IS. Além disso, estas classes de consumidores também diferem uma das outras por diferentes valores de fator de potência. Neste trabalho, considera-se que os consumidores industriais, comerciais e agrícolas possuem fator de potência 0,95, 0,8 e 0,7, respectivamente [1]. A restrição (3.5.2.4) provém das equações do triângulo de potência (ativa, reativa e aparente) e representa a relação entre as potências ativa e reativa reduzidas mantendo-se o fator de potência de cada tipo de consumidor.

A restrição (3.5.2.5) representa a condição de equilíbrio (3.3.1) na qual  $\eta^G$  é substituída pela equação (3.2.3).

A restrição (3.5.2.6) indica que a potência reduzida não deve exceder o valor de carga redutível contratada. A restrição (3.5.2.7) limita o incentivo concedido pela concessionária a um valor máximo.

As restrições (3.5.2.8) à (3.5.2.11) representam as restrições de operação do sistema, de forma semelhante às equações (3.5.1.4) à (3.5.1.7).

De forma semelhante ao Caso Base, a solução do problema de otimização do FPO–PRID é obtida quando são minimizados os custos de geração juntamente com o incentivo oferecido e todas as restrições de carga, operativas e de mercado são respeitadas. O problema de otimização do FPO–PRID é representado por:

$$\text{Minimizar} \quad C(\mathbf{P}_g) + \boldsymbol{\rho}^T \cdot \mathbf{CRC} \cdot \mathbf{e} \quad (3.5.2.1)$$

Sujeito a:

$$\mathbf{A}_g \mathbf{P}_g - \mathbf{P}_L + \mathbf{A}_d \mathbf{PD}_{\text{Tipo}} \mathbf{e} = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \quad (3.5.2.2)$$

$$\mathbf{A}_g \mathbf{Q}_g - \mathbf{Q}_L + \mathbf{A}_d \mathbf{QD}_{\text{Tipo}} \mathbf{e} = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fq}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \quad (3.5.2.3)$$

$$\mathbf{QD}_{\text{Tipo}} = \mathbf{PD}_{\text{Tipo}} \cdot \mathbf{D}_\varphi \quad (3.5.2.4)$$

$$\mathbf{PD}_{\text{Tipo}} = \mathbf{D}_\rho \cdot \boldsymbol{\eta}_{\text{Tipo}}^C \quad (3.5.2.5)$$

$$\mathbf{PD}_{\text{Tipo}} \leq \mathbf{CRC}_{\text{Tipo}} \quad (3.5.2.6)$$

$$\boldsymbol{\rho} \leq \bar{\boldsymbol{\rho}} \quad (3.5.2.7)$$

$$\underline{\mathbf{P}}_g \leq \mathbf{P}_g \leq \bar{\mathbf{P}}_g \quad (3.5.2.8)$$

$$\underline{\mathbf{Q}}_g \leq \mathbf{Q}_g \leq \bar{\mathbf{Q}}_g \quad (3.5.2.9)$$

$$\underline{\mathbf{V}} \leq \mathbf{V} \leq \overline{\mathbf{V}} \quad (3.5.2.10)$$

$$\underline{\mathbf{fp}} \leq \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \leq \overline{\mathbf{fp}} \quad (3.5.2.11)$$

onde  $\mathbf{D}_\varphi = \text{diag}\{tg(\varphi_1), tg(\varphi_2), tg(\varphi_3)\}$

$$\varphi_i = \cos^{-1}(FP_i), \quad i = 1, 2, 3$$

$$\mathbf{D}_\rho = \text{diag}\{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{n_d}\}$$

$\mathbf{e}$  : vetor unitário (3×1);

$n_d$  : número de barras que participam do PRID;

**CRC** : matriz ( $n_d \times 3$ ) da carga redutível contratada;

$\mathbf{A}_d$  : matriz ( $n_b \times n_d$ ) de incidência barra – barra participante do PRID  
(ver Apêndice A);

$\boldsymbol{\rho}$  : vetor ( $n_d \times 1$ ) do incentivo oferecido pela concessionária;

$\mathbf{PD}_{\text{Tipo}}$  : matriz ( $n_d \times 3$ ) de potência ativa reduzida;

$\mathbf{QD}_{\text{tipo}}$  : matriz ( $n_d \times 3$ ) de potência reativa reduzida;

$\mathbf{FP}_{\text{Tipo}}$  : vetor (3×1) do fator de potência dos consumidores (Industrial, Comercial e Agrícola).

### 3.6 Algoritmo para Determinação dos Incentivos

Para determinar os incentivos oferecidos pela concessionária, utiliza-se um algoritmo que modela toda a dinâmica do PRID, no qual é possível simular as transações ao longo do tempo entre a concessionária e os consumidores. Assim, é possível obter os valores de  $\delta_{PM}$ , de CRC e por conseguinte os valores de incentivo e da carga reduzida [1].

Este algoritmo é composto pelas funções que modelam o mercado de cargas redutíveis e pelas duas formulações de FPO, que resolvem os problemas de otimização do PRID sob a ótica da concessionária [1].

O algoritmo executado a cada instante de tempo para obter o incentivo e determinar o montante de carga reduzida é descrito através do fluxograma da Figura 3.1. Para melhor compreensão do algoritmo, cada um de seus passos será explicitado. Os passos 0,1 e 2

correspondem à inicialização do algoritmo. Já os passos de 3 a 9 traduzem a dinâmica do mercado.

- Passo 0: Inicia-se o algoritmo. A equação  $k = 0$  representa o instante inicial onde  $PL_{i,Tipo}^0 = P_{L,i}^0 \cdot FTC_{i,Tipo}^0$ . A variável  $k_{lim}$  representa o horizonte de simulação;
- Passo 1: Obtém-se  $\lambda_{BASE,i}^0$ , a partir do FPO–Base, para estimar  $\lambda_{PRID,i}^0$ ;
- Passo 2: Estima-se  $\lambda_{PRID,i}^0$  como uma parcela de  $\lambda_{BASE,i}^0$  (por exemplo:  $\lambda_{PRID,i}^0 = 0.9 \times \lambda_{BASE,i}^0$ ) para possibilitar o cálculo de  $\delta_{PM,i}^k$ ;
- Passo 3: Calcula-se o valor de  $\delta_{PM,i}^k$  para o instante  $k$ ;
- Passo 4: O contador de intervalo de tempo é incrementado e  $PL_{i,Tipo}^k = P_{L,i}^k \cdot FTC_{i,Tipo}^k$ ;
- Passo 5: Calcula-se  $RC_{i,Tipo}^k$  a partir de  $\delta_{PM}$  do instante anterior e IS adotado;
- Passo 6: Calcula-se  $CRC_{i,Tipo}^k$ , necessário para determinação de  $\eta_{i,Tipo}^{C,k}$ ;
- Passo 7: Calcula-se  $\eta_{i,Tipo}^{C,k}$  necessária na execução do FPO–PRID;
- Passo 8: Executa-se o FPO–Base a fim de obter  $\lambda_{BASE,i}^k$  necessário para o cálculo de  $\delta_{PM}$ ;
- Passo 9: Executa-se o FPO–PRID a fim de obter  $\lambda_{PRID,i}^k$ ,  $PD_{i,Tipo}^k$  e  $\rho_i^k$ ;

Este algoritmo pode ser executado pela concessionária em tempo real ou no horizonte do planejamento da operação. Com base nas informações obtidas através do algoritmo a concessionária pode adotar diferentes modalidades tarifárias, podendo ser com base horária ou intervalos de tempo maiores (por exemplo três períodos diários de quatro horas). A tarifa pode ser o próprio preço marginal de barra, ou ainda uma média aritmética dos preços marginais de um determinado período, por exemplo.

Portanto, neste trabalho não se estabelece uma política de tarifação para a concessionária, mas sim um algoritmo que serve como ferramenta estratégica para planejar, operar e administrar um Programa de Redução Incentivada de Demanda.

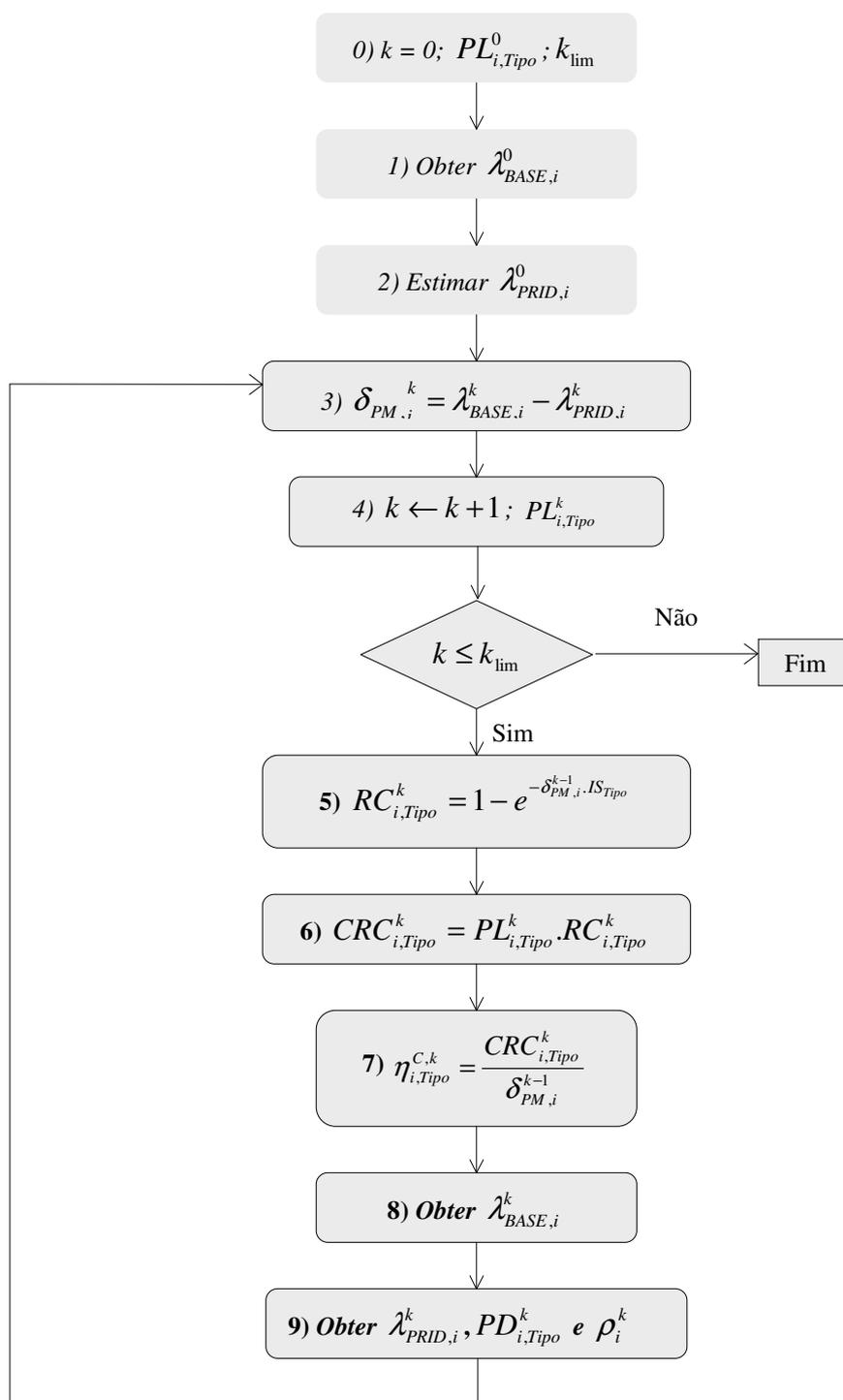


Figura 3.1 – Fluxograma Geral do Algoritmo para Determinação de Incentivos para Redução de Demanda

### 3.7 Considerações Finais

Este capítulo apresenta os conceitos do Mercado de Cargas Redutíveis, com ênfase especial na  $\delta_{PM}$  como indicador econômico e na condição de equilíbrio deste mercado. Em seguida, mostra-se a modelagem dos participantes do mercado, onde a questão fundamental é a determinação da resposta dos consumidores. Uma vez caracterizado o mercado e a resposta dos consumidores, são apresentadas as formulações de Fluxo de Potência Ótimo que resolvem os problemas de otimização do PRID. Por fim, apresenta-se o algoritmo utilizado para obtenção dos incentivos oferecidos e da potência a ser reduzida.

No capítulo 4 serão apresentadas algumas contribuições deste trabalho no sentido de facilitar e aprimorar a implementação do FPO-PRID. As contribuições estão calcadas em simplificações da formulação do problema, que repercutem de forma significativa no desempenho numérico/computacional do problema.

# Melhorias na Formulação do Fluxo de Potência Ótimo – PRID e sua Implementação via Método de Pontos Interiores

## 4.1 Introdução

Este capítulo aborda questões relativas ao comportamento computacional e numérico do Fluxo de Potência Ótimo associado a Programas de Redução Incentivada de Demanda (FPO-PRID). A formulação apresentada no Capítulo 3 é analisada em detalhes, sendo em seguida propostas algumas modificações capazes de promover melhoras significativas no desempenho numérico do método.

Na Seção 4.2, investiga-se a formulação do FPO-PRID procurando evidenciar as possíveis causas de problemas numéricos que surgem durante a implementação computacional. Na Seção 4.3, são propostas algumas alterações na formulação do FPO-PRID de modo a contornar os problemas numéricos.

Na Seção 4.4, descreve-se o método Primal-Dual de Pontos Interiores, utilizado na solução dos problemas de FPO. Nas Seções 4.5 e 4.6, são apresentados os problemas modificados, resultantes da aplicação do método de Pontos Interiores na formulação do FPO-Base e do FPO-PRID, respectivamente. Por fim, na Seção 4.7 são feitas as considerações finais deste capítulo.

## 4.2 Constatação dos Problemas na Formulação

A experiência adquirida com a implementação computacional do Fluxo de Potência Ótimo associado a Programas de Redução Incentivada de Demanda (FPO-PRID), na

forma apresentada no Capítulo 3, revela a ocorrência freqüente de problemas numéricos decorrentes do elevado número de operações matriciais redundantes.

Com base no desenvolvimento das equações e inequações que compõem as restrições do problema de otimização apresentado na Seção 3.5.2, serão investigadas nesta seção as causas do mau condicionamento constatado. Por conveniência, será repetida abaixo a formulação apresentada no capítulo anterior:

$$\text{Minimizar} \quad \mathbf{C}(\mathbf{P}_g) + \boldsymbol{\rho}^T \cdot \mathbf{CRC} \cdot \mathbf{e} \quad (4.2.1)$$

Sujeito a:

$$\mathbf{A}_g \mathbf{P}_g - \mathbf{P}_L + \mathbf{A}_d \mathbf{PD}_{\text{Tipo}} \mathbf{e} = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \quad (4.2.2)$$

$$\mathbf{A}_g \mathbf{Q}_g - \mathbf{Q}_L + \mathbf{A}_d \mathbf{QD}_{\text{Tipo}} \mathbf{e} = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fq}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \quad (4.2.3)$$

$$\mathbf{QD}_{\text{Tipo}} = \mathbf{PD}_{\text{Tipo}} \cdot \mathbf{D}_\varphi \quad (4.2.4)$$

$$\mathbf{PD}_{\text{Tipo}} = \mathbf{D}_\rho \cdot \boldsymbol{\eta}_{\text{Tipo}}^C \quad (4.2.5)$$

$$\mathbf{PD}_{\text{Tipo}} \leq \mathbf{CRC}_{\text{Tipo}} \quad (4.2.6)$$

$$\boldsymbol{\rho} \leq \bar{\boldsymbol{\rho}} \quad (4.2.7)$$

$$\underline{\mathbf{P}}_g \leq \mathbf{P}_g \leq \bar{\mathbf{P}}_g \quad (4.2.8)$$

$$\underline{\mathbf{Q}}_g \leq \mathbf{Q}_g \leq \bar{\mathbf{Q}}_g \quad (4.2.9)$$

$$\underline{\mathbf{V}} \leq \mathbf{V} \leq \bar{\mathbf{V}} \quad (4.2.10)$$

$$\underline{\mathbf{fp}} \leq \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \leq \bar{\mathbf{fp}} \quad (4.2.11)$$

Para uma melhor compreensão das dificuldades encontradas na implementação do problema FPO–PRID, é conveniente apresentar as variáveis  $\boldsymbol{\rho}$ ,  $\mathbf{CRC}$ ,  $\boldsymbol{\eta}_{\text{Tipo}}^C$  e  $\mathbf{PD}_{\text{Tipo}}$  na sua forma matricial genérica:

- $\boldsymbol{\rho}$ : Vetor ( $n_d \times 1$ ) dos incentivos de cada uma das barras que participam do PRID;

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_{n_d} \end{bmatrix} \quad (4.2.12)$$

- **CRC**: Matriz ( $n_d \times 3$ ) das cargas redutíveis contratadas de cada tipo de consumidor (1: consumidor industrial; 2: consumidor comercial; 3: consumidor agrícola), sendo que cada uma de suas colunas corresponde a um tipo de consumidor presente nas barras participantes do PRID;

$$\mathbf{CRC} = \begin{bmatrix} CRC_{11} & CRC_{12} & CRC_{13} \\ CRC_{21} & CRC_{22} & CRC_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ CRC_{n_d 1} & CRC_{n_d 2} & CRC_{n_d 3} \end{bmatrix} \quad (4.2.13)$$

- $\boldsymbol{\eta}_{\text{Tipo}}^C$ : Matriz ( $n_d \times 3$ ) das sensibilidades dos consumidores presentes nas barras participantes do PRID;

$$\boldsymbol{\eta}_{\text{Tipo}}^C = \begin{bmatrix} \eta_{11}^C & \eta_{12}^C & \eta_{13}^C \\ \eta_{21}^C & \eta_{22}^C & \eta_{23}^C \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \eta_{n_d 1}^C & \eta_{n_d 2}^C & \eta_{n_d 3}^C \end{bmatrix} \quad (4.2.14)$$

- $\mathbf{PD}_{\text{Tipo}}$ : Matriz ( $n_d \times 3$ ) das cargas reduzidas nas barras de consumidores participantes do PRID.

$$\mathbf{PD}_{\text{Tipo}} = \begin{bmatrix} PD_{11} & PD_{12} & PD_{13} \\ PD_{21} & PD_{22} & PD_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ PD_{n_d 1} & PD_{n_d 2} & PD_{n_d 3} \end{bmatrix} \quad (4.2.15)$$

Observando o conjunto de restrições do problema de otimização, constata-se que a restrição de igualdade (4.2.5), que rege a condição de equilíbrio de mercado, pode ser facilmente eliminada do problema. Para isto, reduziremos o número de variáveis eliminando  $\mathbf{PD}_{\text{Tipo}}$  e  $\mathbf{QD}_{\text{Tipo}}$  em todo o restante do problema. A fim de re-escrever o novo problema de otimização do FPO – PRID, consideremos a expressão (4.2.16) resultante da substituição da equação (4.2.5) em (4.2.4).

$$\mathbf{QD}_{\text{Tipo}} = \mathbf{D}_\rho \cdot \boldsymbol{\eta}_{\text{Tipo}}^C \cdot \mathbf{D}_\varphi \quad (4.2.16)$$

A fim de compactar a representação das equações (4.2.5) e (4.2.16) no novo problema de otimização, definimos as seguintes variáveis:

$$\boldsymbol{\eta}_P = \boldsymbol{\eta}_{\text{Tipo}}^C \cdot \mathbf{e} \quad (4.2.17)$$

$$\boldsymbol{\eta}_Q = \boldsymbol{\eta}_{\text{tipo}}^C \cdot \mathbf{D}_\varphi \cdot \mathbf{e} \quad (4.2.18)$$

Adicionalmente, é possível reescrever o problema de otimização FPO–PRID substituindo-se as equações (4.2.5) e (4.2.16) em (4.2.2) e (4.2.3), respectivamente. Se, além disso, são utilizadas as equações (4.2.17) e (4.2.18) na formulação resultante, é possível re-enunciar o problema como:

$$\text{Minimizar} \quad \mathbf{C}(\mathbf{P}_g) + \boldsymbol{\rho}^T \cdot \mathbf{CRC} \cdot \mathbf{e} \quad (4.2.19)$$

Sujeito a:

$$\mathbf{A}_g \mathbf{P}_g - \mathbf{P}_L + \mathbf{A}_d \mathbf{D}_\rho \boldsymbol{\eta}_P = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \quad (4.2.20)$$

$$\mathbf{A}_g \mathbf{Q}_g - \mathbf{Q}_L + \mathbf{A}_d \mathbf{D}_\rho \boldsymbol{\eta}_Q = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fq}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \quad (4.2.21)$$

$$\mathbf{D}_\rho \cdot \boldsymbol{\eta}_{\text{Tipo}}^C \leq \mathbf{CRC}_{\text{Tipo}} \quad (4.2.22)$$

$$\boldsymbol{\rho} \leq \bar{\boldsymbol{\rho}} \quad (4.2.23)$$

$$\underline{\mathbf{P}}_g \leq \mathbf{P}_g \leq \bar{\mathbf{P}}_g \quad (4.2.24)$$

$$\underline{\mathbf{Q}}_g \leq \mathbf{Q}_g \leq \bar{\mathbf{Q}}_g \quad (4.2.25)$$

$$\underline{\mathbf{V}} \leq \mathbf{V} \leq \bar{\mathbf{V}} \quad (4.2.26)$$

$$\underline{\mathbf{fp}} \leq \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \leq \bar{\mathbf{fp}} \quad (4.2.27)$$

A partir das equações (4.2.12) – (4.2.14), a expressão (4.2.22) pode ser escrita na forma expandida como:

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \cdot \eta_{11}^C & \rho_1 \cdot \eta_{12}^C & \rho_1 \cdot \eta_{13}^C \\ \rho_2 \cdot \eta_{21}^C & \rho_2 \cdot \eta_{22}^C & \rho_2 \cdot \eta_{23}^C \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{n_d} \cdot \eta_{n_d 1}^C & \rho_{n_d} \cdot \eta_{n_d 2}^C & \rho_{n_d} \cdot \eta_{n_d 3}^C \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{CRC}_{11} & \mathbf{CRC}_{12} & \mathbf{CRC}_{13} \\ \mathbf{CRC}_{21} & \mathbf{CRC}_{22} & \mathbf{CRC}_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{CRC}_{n_d 1} & \mathbf{CRC}_{n_d 2} & \mathbf{CRC}_{n_d 3} \end{bmatrix} \quad (4.2.28)$$

A desigualdade matricial (4.2.28) é equivalente às três desigualdades vetoriais seguintes:

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \cdot \eta_{11}^C \\ \rho_2 \cdot \eta_{21}^C \\ \vdots \\ \rho_{n_d} \cdot \eta_{n_d 1}^C \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} CRC_{11} \\ CRC_{21} \\ \vdots \\ CRC_{n_d 1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \rho_1 \cdot \eta_{12}^C \\ \rho_2 \cdot \eta_{22}^C \\ \vdots \\ \rho_{n_d} \cdot \eta_{n_d 2}^C \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} CRC_{12} \\ CRC_{22} \\ \vdots \\ CRC_{n_d 2} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \rho_1 \cdot \eta_{13}^C \\ \rho_2 \cdot \eta_{23}^C \\ \vdots \\ \rho_{n_d} \cdot \eta_{n_d 3}^C \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} CRC_{13} \\ CRC_{23} \\ \vdots \\ CRC_{n_d 3} \end{bmatrix} \quad (4.2.29)$$

Verificou-se experimentalmente que o número relativamente elevado de desigualdades escalares implícitas em (4.2.29) tende a criar sérios problemas numéricos durante o processo de solução do problema de otimização com restrições via método primal-dual de pontos interiores. Para certos carregamentos do sistema de potência e tipos de resposta do consumidor, tais problemas prejudicam a convergência do algoritmo aparentemente em razão das operações matriciais redundantes contidas em (4.2.22).

Na seção seguinte, são propostas algumas alterações na formulação apresentada nesta seção que contornam os problemas numéricos descritos acima.

### 4.3 Simplificações do Problema

Conforme mencionado na seção anterior, faz-se necessário simplificar a expressão (4.2.22) de modo a reduzir o número de restrições e assim inibir a incidência de problemas numéricos na solução. No desenvolvimento que se segue a equação (3.2.1) será re-escrita na forma matricial como:

$$\boldsymbol{\eta}_{\text{Tipo}}^C = \mathbf{D}_{\text{PM}}^{-1} \mathbf{CRC}_{\text{Tipo}} \quad (4.3.1)$$

onde  $\mathbf{D}_{\text{PM}} = \text{diag}\{\delta_{PM 1}, \delta_{PM 2}, \dots, \delta_{PM n_d}\}$ .

Substituindo a equação (4.3.1) na equação (4.2.22) obtém-se a seguinte expressão:

$$\mathbf{D}_\rho \cdot \mathbf{D}_{\text{PM}}^{-1} \cdot \mathbf{CRC}_{\text{Tipo}} \leq \mathbf{CRC}_{\text{Tipo}} \quad (4.3.2)$$

Considerando que as matrizes  $\mathbf{D}_\rho$  e  $\mathbf{D}_{\text{PM}}$  são, além de diagonais, positivas-definidas, a desigualdade matricial (4.3.2) implica em que

$$\mathbf{D}_\rho \cdot \mathbf{D}_{\text{PM}}^{-1} \leq \mathbf{I}_{n_d} \quad (4.3.3a)$$

onde  $\mathbf{I}_{n_d}$  é matriz identidade de ordem  $n_d$ . De (4.3.3a) podemos concluir que:

$$\boldsymbol{\rho} \leq \boldsymbol{\delta}_{\text{PM}} \quad (4.3.3b)$$

onde  $\boldsymbol{\delta}_{\text{PM}} = \mathbf{D}_{\text{PM}} \mathbf{e}$  é um vetor ( $n_d \times 1$ ) das diferenças de preços marginais das barras participantes do PRID.

A restrição (4.3.3b) substitui inteiramente a restrição (4.2.22) reduzindo-se a apenas uma desigualdade vetorial, com ausência de operações algébricas. Desta forma, várias restrições de mesma natureza podem ser eliminadas, o que reduz consideravelmente a ocorrência de problemas de convergência na solução via Pontos Interiores. A formulação do FPO–PRID com as alterações propostas, será chamada de agora em diante de FPO–PRID Modificado, e é apresentado a seguir.

$$\text{Minimizar} \quad \mathbf{C}(\mathbf{P}_g) + \boldsymbol{\rho}^T \cdot \text{CRC} \cdot \mathbf{e} \quad (4.3.4)$$

Sujeito a:

$$\mathbf{A}_g \mathbf{P}_g - \mathbf{P}_L + \mathbf{A}_d \mathbf{D}_\rho \boldsymbol{\eta}_P = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \quad (4.3.5)$$

$$\mathbf{A}_g \mathbf{Q}_g - \mathbf{Q}_L + \mathbf{A}_d \mathbf{D}_\rho \boldsymbol{\eta}_Q = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fq}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \quad (4.3.6)$$

$$\underline{\mathbf{P}}_g \leq \mathbf{P}_g \leq \overline{\mathbf{P}}_g \quad (4.3.7)$$

$$\underline{\mathbf{Q}}_g \leq \mathbf{Q}_g \leq \overline{\mathbf{Q}}_g \quad (4.3.8)$$

$$\underline{\mathbf{V}} \leq \mathbf{V} \leq \overline{\mathbf{V}} \quad (4.3.9)$$

$$\underline{\mathbf{fp}} \leq \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \leq \overline{\mathbf{fp}} \quad (4.3.10)$$

$$\boldsymbol{\rho} \leq \overline{\boldsymbol{\rho}} \quad (4.3.11)$$

$$\boldsymbol{\rho} \leq \boldsymbol{\delta}_{\text{PM}} \quad (4.3.12)$$

#### 4.4 Método Primal-Dual de Pontos Interiores

Na resolução dos problemas do FPO–Base e do FPO–PRID Modificado utiliza-se o Método de Otimização Primal-Dual de Pontos Interiores, pela sua facilidade no tratamento de restrições de desigualdade, e por garantir que a trajetória, a partir de uma solução viável até a solução ótima, esteja no interior da região das soluções viáveis. Nesta seção são apresentados os conceitos básicos deste método necessários para a implementação computacional dos problemas acima mencionados.

Seja o problema de otimização não-linear com restrições de igualdade e desigualdade, representado pelas equações (4.4.1) à (4.4.3):

$$\text{Minimizar} \quad f(\mathbf{x}) \quad (4.4.1)$$

Sujeito a:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (4.4.2)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \quad (4.4.3)$$

onde

- $\mathbf{x}$  : vetor n-dimensional das variáveis;
- $f(\mathbf{x})$  : função objetivo não linear das variáveis  $\mathbf{x}$ ;
- $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  : vetor m-dimensional das equações não lineares que representam as restrições de igualdade;
- $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  : vetor l-dimensional das equações não lineares que representam as restrições de desigualdade.

Através da inclusão das variáveis de folga no problema é possível transformar as restrições de desigualdade  $\mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$  em restrições de igualdade:

$$h_i(x) - s_i = 0 \text{ com } s_i \geq 0 \text{ para } i = 1, \dots, l \quad (4.4.4)$$

Adicionalmente às variáveis de folga, o Método de Pontos Interiores Primal-Dual faz uso de uma barreira logarítmica, representado pela função (4.4.5), responsável por garantir a não negatividade das variáveis de folga  $s_i$ . Alternativamente, pode-se entender a barreira logarítmica como um recurso para assegurar que a trajetória, partindo de uma solução viável até a solução ótima, esteja sempre no interior da região das soluções viáveis [7,8,9].

$$-\mu \sum_{i=1}^l \ln(s_i) \quad (4.4.5)$$

A barreira logarítmica (4.4.5) é adicionada à função objetivo (4.4.1), modificando assim o problema de otimização original. O parâmetro de barreira  $\mu$  é um número real

positivo. Quando  $\mu$  tender a zero, o problema de otimização modificado tende ao problema original. É possível escrever o problema de otimização modificado como:

$$\text{Minimizar} \quad f(\mathbf{x}) - \mu \sum_{i=1}^l \ln(s_i) \quad (4.4.6)$$

Sujeito a:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (4.4.7)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \quad (4.4.8)$$

$$\mathbf{s} \geq \mathbf{0} \quad (4.4.9)$$

Podemos escrever a função Lagrangeana para o problema de otimização modificado, que inclui as variáveis de folga e o parâmetro barreira, como:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\pi}^T [\mathbf{h}(\mathbf{x}) - \mathbf{s}] - \mu \sum_{i=1}^l \ln(s_i) \quad (4.4.10)$$

onde

- $\boldsymbol{\lambda}$  : vetor ( $m \times 1$ ) dos multiplicadores de Lagrange correspondentes às restrições de igualdade;
- $\boldsymbol{\pi}$  : vetor ( $l \times 1$ ) dos multiplicadores de Lagrange correspondentes às restrições de desigualdade;
- $\mathbf{s}$  : vetor ( $l \times 1$ ) das variáveis de folga;
- $\mu$  : parâmetro de ajuste de barreira logarítmica.

A partir da função Lagrangeana do problema de otimização modificado, podemos escrever as condições de Karunsh Kuhn Tucker [10]:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \nabla_x L = 0 & \nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \nabla \mathbf{g}(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\lambda} + \nabla \mathbf{h}(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\pi} = \mathbf{0} & \rightarrow & \text{Factibilidade Dual} \\ \text{b) } \nabla_\lambda L = 0 & \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} & & \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}) - \mathbf{s} = \mathbf{0} & \rightarrow & \text{Factibilidade Primal} \\ & \mu / s_i + \pi_i = 0, i = 1, \dots, l \text{ e } \boldsymbol{\pi} \geq \mathbf{0} & \rightarrow & \text{Condição de Folga} \\ & & & \text{Complementar} \end{array}$$

Aplicando o método de Newton às condições de KKT, obtém-se o seguinte sistema de equações linearizadas, que deve ser resolvido a cada iteração:

$$\mathbf{W}_{xx}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{G}_x^T\Delta\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{H}_x^T\Delta\boldsymbol{\pi} = \mathbf{b}_x^k \quad (4.4.11)$$

$$\mathbf{G}_x\Delta\mathbf{x} = \mathbf{b}_\lambda^k \quad (4.4.12)$$

$$\mathbf{H}_x\Delta\mathbf{x} + \Delta\mathbf{s} = \mathbf{b}_\pi^k \quad (4.4.13)$$

$$\mathbf{S}\Delta\boldsymbol{\pi} + \mathbf{\Pi}\Delta\mathbf{s} = \mathbf{b}_s^k \quad (4.4.14)$$

onde

$\mathbf{W}_{xx}$  : matriz hessiana da função  $f(\mathbf{x})$  em relação a  $\mathbf{x}$  ;

$\mathbf{G}_x$  : matriz hessiana da função  $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  em relação a  $\mathbf{x}$  ;

$\mathbf{H}_x$  : matriz hessiana da função  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  em relação a  $\mathbf{x}$  ;

$\mathbf{S}$  : matriz diagonal de  $\mathbf{s}$  ,  $\mathbf{S} = \text{diag}(\mathbf{s})$  ;

$\mathbf{\Pi}$  : matriz diagonal de  $\boldsymbol{\pi}$  ,  $\mathbf{\Pi} = \text{diag}(\boldsymbol{\pi})$  ;

$\mathbf{b}_x^k, \mathbf{b}_\lambda^k, \mathbf{b}_\pi^k, \mathbf{b}_s^k$  : vetores gradiente da função Lagrangeana em relação a  $\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}$  e  $\mathbf{s}$  , respectivamente.

As variáveis primais e duais do problema de otimização são atualizadas a cada iteração através das seguintes expressões:[7,8,9,10]

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \varphi.\alpha_p.\Delta\mathbf{x}$$

$$\mathbf{s}^{k+1} = \mathbf{s}^k + \varphi.\alpha_p.\Delta\mathbf{s}$$

$$\boldsymbol{\lambda}^{k+1} = \boldsymbol{\lambda}^k + \varphi.\alpha_D.\Delta\boldsymbol{\lambda}$$

$$\boldsymbol{\pi}^{k+1} = \boldsymbol{\pi}^k + \varphi.\alpha_D.\Delta\boldsymbol{\pi}$$

onde[8]

$$\alpha_p = \min\left\{\min_{\Delta s_i < 0} \frac{s_i}{\Delta s_i}, 1\right\}$$

$$\alpha_D = \min\left\{\min_{\Delta \pi_i < 0} \frac{\pi_i}{\Delta \pi_i}, 1\right\}$$

$\varphi$  : parâmetro cujo objetivo é garantir que a nova solução encontrada permaneça estritamente interior à região viável ( Valor típico:  $\varphi = 0,9995$  ).

O parâmetro de barreira é atualizado a cada iteração através da seguinte expressão [8]:

$$\mu^k = \frac{(s^k)^T \pi^k}{2 \cdot \beta \cdot n}$$

onde

- $\beta$  : parâmetro constante cujos valores típicos são  $1 \leq \beta \leq 10$  [8];  
 $n$  : número de variáveis de folga = número de restrições de desigualdade.

#### 4.5 Implementação do FPO – BASE

A partir da formulação apresentada no Capítulo anterior para o FPO–Base, apresenta-se o problema de otimização modificado para aplicação do Método Primal-Dual de Pontos Interiores. O primeiro passo é a transformação das restrições de desigualdade em restrições de igualdade utilizando variáveis de folga não negativas [11].

$$\text{Minimizar} \quad C(\mathbf{P}_g) \quad (4.5.1)$$

Sujeito a:

$$-\mathbf{A}_g \mathbf{P}_g + \mathbf{P}_L + \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) = \mathbf{0} \quad (4.5.2)$$

$$-\mathbf{A}_g \mathbf{Q}_g + \mathbf{Q}_L + \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fq}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) = \mathbf{0} \quad (4.5.3)$$

$$\mathbf{P}_g + \bar{\mathbf{s}}_p = \bar{\mathbf{P}}_g \quad (4.5.4)$$

$$-\mathbf{P}_g + \underline{\mathbf{s}}_p = -\underline{\mathbf{P}}_g \quad (4.5.5)$$

$$\mathbf{Q}_g + \bar{\mathbf{s}}_q = \bar{\mathbf{Q}}_g \quad (4.5.6)$$

$$-\mathbf{Q}_g + \underline{\mathbf{s}}_q = -\underline{\mathbf{Q}}_g \quad (4.5.7)$$

$$\mathbf{V} + \bar{\mathbf{s}}_v = \bar{\mathbf{V}} \quad (4.5.8)$$

$$-\mathbf{V} + \underline{\mathbf{s}}_v = -\underline{\mathbf{V}} \quad (4.5.9)$$

$$\mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) + \bar{\mathbf{r}} = \bar{\mathbf{fp}} \quad (4.5.10)$$

$$-\mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) + \underline{\mathbf{r}} = -\underline{\mathbf{fp}} \quad (4.5.11)$$

$$\bar{\mathbf{s}}_p, \underline{\mathbf{s}}_p \geq \mathbf{0} \quad (4.5.12)$$

$$\bar{\mathbf{s}}_q, \underline{\mathbf{s}}_q \geq \mathbf{0} \quad (4.5.13)$$

$$\bar{\mathbf{s}}_v, \underline{\mathbf{s}}_v \geq \mathbf{0} \quad (4.5.14)$$

$$\bar{\mathbf{r}}, \underline{\mathbf{r}} \geq \mathbf{0} \quad (4.5.15)$$

onde:

- $\bar{\mathbf{s}}_p, \underline{\mathbf{s}}_p$  : vetores ( $n_g \times 1$ ) das variáveis de folga da potência ativa gerada;
- $\bar{\mathbf{s}}_q, \underline{\mathbf{s}}_q$  : vetores ( $n_g \times 1$ ) das variáveis de folga da potência reativa gerada;
- $\bar{\mathbf{s}}_v, \underline{\mathbf{s}}_v$  : vetores ( $n_b \times 1$ ) das variáveis de folga da tensão nas barras;
- $\bar{\mathbf{r}}, \underline{\mathbf{r}}$  : vetores ( $2n_l \times 1$ ) das variáveis de folga dos fluxos de potência ativa.

O passo seguinte é a adição da função barreira logarítmica na função objetivo do problema modificado. A função Lagrangeana para o problema modificado é dada por:

$$\begin{aligned} L = & C(\mathbf{P}_g) + \lambda_p^T (-\mathbf{A}_g \mathbf{P}_g + \mathbf{P}_L + \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})) + \lambda_q^T (-\mathbf{A}_g \mathbf{Q}_g + \mathbf{Q}_L + \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fq}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})) + \\ & + \bar{\boldsymbol{\pi}}_p^T (\mathbf{P}_g + \bar{\mathbf{s}}_p - \bar{\mathbf{P}}_g) + \underline{\boldsymbol{\pi}}_p^T (-\mathbf{P}_g + \underline{\mathbf{s}}_p + \underline{\mathbf{P}}_g) + \bar{\boldsymbol{\pi}}_q^T (\mathbf{Q}_g + \bar{\mathbf{s}}_q - \bar{\mathbf{Q}}_g) + \underline{\boldsymbol{\pi}}_q^T (-\mathbf{Q}_g + \underline{\mathbf{s}}_q + \underline{\mathbf{Q}}_g) + \\ & + \bar{\boldsymbol{\pi}}_v^T (\mathbf{V} + \bar{\mathbf{s}}_v - \bar{\mathbf{V}}) + \underline{\boldsymbol{\pi}}_v^T (-\mathbf{V} + \underline{\mathbf{s}}_v + \underline{\mathbf{V}}) + \bar{\mathbf{w}}^T (\mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) + \bar{\mathbf{r}} - \bar{\mathbf{fp}}) + \underline{\mathbf{w}}^T (-\mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) + \underline{\mathbf{r}} + \underline{\mathbf{fp}}) \\ & - \mu \sum_{i=1}^{n_g} (\ln \bar{\mathbf{s}}_{p,i} + \ln \underline{\mathbf{s}}_{p,i}) - \mu \sum_{i=1}^{n_g} (\ln \bar{\mathbf{s}}_{q,i} + \ln \underline{\mathbf{s}}_{q,i}) - \mu \sum_{i=1}^{n_b} (\ln \bar{\mathbf{s}}_{v,i} + \ln \underline{\mathbf{s}}_{v,i}) - \mu \sum_{i=1}^{n_l} (\ln \bar{\mathbf{r}}_i + \ln \underline{\mathbf{r}}_i) \end{aligned} \quad (4.5.16)$$

onde:

- $\lambda_p$  : vetor ( $n_b \times 1$ ) dos multiplicadores de Lagrange associados às equações de balanço de potência ativa;
- $\lambda_q$  : vetor ( $n_b \times 1$ ) dos multiplicadores de Lagrange associados às equações de balanço de potência reativa;
- $\bar{\boldsymbol{\pi}}_p, \underline{\boldsymbol{\pi}}_p$  : vetores ( $n_g \times 1$ ) dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade de potência ativa gerada;
- $\bar{\boldsymbol{\pi}}_q, \underline{\boldsymbol{\pi}}_q$  : vetores ( $n_g \times 1$ ) dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade de potência reativa gerada;
- $\bar{\boldsymbol{\pi}}_v, \underline{\boldsymbol{\pi}}_v$  : vetores ( $n_b \times 1$ ) dos multiplicadores de Lagrange associados às

- restrições de desigualdade de tensão nas barras;
- $\bar{\mathbf{w}}, \underline{\mathbf{w}}$  : vetores  $(2n_l \times 1)$  dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade dos fluxos de potência ativa das linhas;
- $\mu$  : parâmetro barreira.

Para compactar a representação do problema podemos escrever a função Lagrangeana da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 L = & C(\mathbf{P}_g) + \lambda_p^T (-\mathbf{A}_g \mathbf{P}_g + \mathbf{P}_L + \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})) + \lambda_q^T (-\mathbf{A}_g \mathbf{Q}_g + \mathbf{Q}_L + \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fq}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})) + \\
 & \left[ \begin{array}{cccccc} \bar{\boldsymbol{\pi}}_p^T & \underline{\boldsymbol{\pi}}_p^T & \bar{\boldsymbol{\pi}}_q^T & \underline{\boldsymbol{\pi}}_q^T & \bar{\boldsymbol{\pi}}_v^T & \underline{\boldsymbol{\pi}}_v^T \end{array} \right] \cdot \left\{ \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{cccccc} \mathbf{I} & & & & & \\ & \mathbf{I} & & & & \\ -\mathbf{I} & & & & & \\ & & \mathbf{I} & & & \\ & -\mathbf{I} & & & & \\ & & & \mathbf{I} & & \\ & & & & \mathbf{I} & \\ & & & & & \mathbf{I} \end{array} \right] \cdot \left[ \begin{array}{c} \mathbf{P}_g \\ \mathbf{Q}_g \\ \mathbf{V} \\ \underline{\mathbf{s}}_p \\ \underline{\mathbf{s}}_q \\ \underline{\mathbf{s}}_v \\ \underline{\mathbf{s}}_v \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \bar{\mathbf{P}}_g \\ -\underline{\mathbf{P}}_g \\ \bar{\mathbf{Q}}_g \\ -\underline{\mathbf{Q}}_g \\ \bar{\mathbf{V}} \\ -\underline{\mathbf{V}} \end{array} \right] \right\} + \\
 & \left[ \begin{array}{cc} \bar{\mathbf{w}}^T & \underline{\mathbf{w}}^T \end{array} \right] \cdot \left\{ \left[ \begin{array}{cc} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{I} \end{array} \right] \cdot \left[ \begin{array}{c} \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \\ \bar{\mathbf{r}} \\ \underline{\mathbf{r}} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \bar{\mathbf{f}}_p \\ -\underline{\mathbf{f}}_p \end{array} \right] \right\} - \mu \sum_{i=1}^{n_g} (\ln \bar{\mathbf{s}}_{p,i} + \ln \underline{\mathbf{s}}_{p,i}) - \mu \sum_{i=1}^{n_g} (\ln \bar{\mathbf{s}}_{q,i} + \ln \underline{\mathbf{s}}_{q,i}) \\
 & - \mu \sum_{i=1}^{n_b} (\ln \bar{\mathbf{s}}_{v,i} + \ln \underline{\mathbf{s}}_{v,i}) - \mu \sum_{i=1}^{n_g} (\ln \bar{\mathbf{r}}_i + \ln \underline{\mathbf{r}}_i)
 \end{aligned} \tag{4.5.17}$$

Reescrevendo a função Lagrangeana obtém-se:

$$\begin{aligned}
 L = & C(\mathbf{P}_g) + \lambda_p^T (-\mathbf{A}_g \mathbf{P}_g + \mathbf{P}_L + \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})) + \lambda_q^T (-\mathbf{A}_g \mathbf{Q}_g + \mathbf{Q}_L + \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fq}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})) \\
 & + \boldsymbol{\pi}^T \left\{ \left[ \begin{array}{cccc} \mathbf{H}_p & \mathbf{H}_q & \mathbf{H}_v & \mathbf{I}_s \end{array} \right] \cdot \left[ \begin{array}{c} \mathbf{P}_g \\ \mathbf{Q}_g \\ \mathbf{V} \\ \mathbf{s} \end{array} \right] - \mathbf{b}_{\text{lim}} \right\} + \mathbf{w}^T \left\{ \left[ \begin{array}{cc} \mathbf{H}_{fp} & \mathbf{I}_r \end{array} \right] \cdot \left[ \begin{array}{c} \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) \\ \mathbf{r} \end{array} \right] - \mathbf{f}_{\text{lim}} \right\} \\
 & - \mu \sum_{i=1}^{4n_g + 2n_b} (\ln \mathbf{s}_i) - \mu \sum_{i=1}^{4n_l} (\ln \mathbf{r}_i)
 \end{aligned} \tag{4.5.18}$$

onde

$$\boldsymbol{\pi} = \begin{bmatrix} \underline{\boldsymbol{\pi}}_p^T & \underline{\boldsymbol{\pi}}_p^T & \underline{\boldsymbol{\pi}}_q^T & \underline{\boldsymbol{\pi}}_q^T & \underline{\boldsymbol{\pi}}_v^T & \underline{\boldsymbol{\pi}}_v^T \end{bmatrix}^T \quad (4.5.19)$$

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{s}}_p^T & \underline{\mathbf{s}}_p^T & \underline{\mathbf{s}}_q^T & \underline{\mathbf{s}}_q^T & \underline{\mathbf{s}}_v^T & \underline{\mathbf{s}}_v^T \end{bmatrix}^T \quad (4.5.20)$$

$$\mathbf{H}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n_g} & -\mathbf{I}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_b} & \mathbf{0}_{n_b} \end{bmatrix}^T \quad (4.5.21)$$

$$\mathbf{H}_q = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{I}_{n_g} & -\mathbf{I}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_b} & \mathbf{0}_{n_b} \end{bmatrix}^T \quad (4.5.22)$$

$$\mathbf{H}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{I}_{n_b} & -\mathbf{I}_{n_b} \end{bmatrix}^T \quad (4.5.23)$$

$$\mathbf{I}_s = \mathbf{I}_{4n_g+2n_b} \quad (4.5.24)$$

$$\mathbf{b}_{\text{lim}} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{P}}_g^T & -\underline{\mathbf{P}}_g^T & \underline{\mathbf{Q}}_g^T & -\underline{\mathbf{Q}}_g^T & \underline{\mathbf{V}}^T & -\underline{\mathbf{V}}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.5.25)$$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{w}}^T & \underline{\mathbf{w}}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.5.26)$$

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{r}}^T & \underline{\mathbf{r}}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.5.27)$$

$$\mathbf{H}_{\text{fp}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2n_l} & -\mathbf{I}_{2n_l} \end{bmatrix}^T \quad (4.5.28)$$

$$\mathbf{I}_r = \mathbf{I}_{4n_l} \quad (4.5.29)$$

$$\mathbf{f}_{\text{lim}} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{f}}_p^T & -\underline{\mathbf{f}}_p^T \end{bmatrix} \quad (4.5.30)$$

Finalmente, é possível reescrever a função Lagrangeana na sua forma reduzida:

$$\begin{aligned} L = & C(\mathbf{P}_g) + \lambda_p^T (-\mathbf{A}_g \mathbf{P}_g + \mathbf{P}_L + \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})) + \lambda_q^T (-\mathbf{A}_g \mathbf{Q}_g + \mathbf{Q}_L + \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fq}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})) \\ & + \boldsymbol{\pi}^T (\mathbf{H}_p \mathbf{P}_g + \mathbf{H}_q \mathbf{Q}_g + \mathbf{H}_v \mathbf{V} + \mathbf{s} - \mathbf{b}_{\text{lim}}) + \mathbf{w}^T (\mathbf{H}_{\text{fp}} \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) + \mathbf{r} - \mathbf{f}_{\text{lim}}) \\ & - \mu \sum_{i=1}^{4n_g+2n_b} (\ln s_i) - \mu \sum_{i=1}^{4n_l} (\ln r_i) \end{aligned} \quad (4.5.31)$$

Aplicando-se o método de Newton às condições de KKT obtém-se o seguinte sistema de equações lineares, que deve ser resolvido a cada iteração:



$$-\mathbf{Q}_g + \underline{\mathbf{s}}_q = -\underline{\mathbf{Q}}_g \quad (4.6.7)$$

$$\mathbf{V} + \bar{\mathbf{s}}_v = \bar{\mathbf{V}} \quad (4.6.8)$$

$$-\mathbf{V} + \underline{\mathbf{s}}_v = -\underline{\mathbf{V}} \quad (4.6.9)$$

$$\boldsymbol{\rho} + \bar{\mathbf{s}}_{\rho_1} = \bar{\boldsymbol{\rho}} \quad (4.6.10)$$

$$\boldsymbol{\rho} + \bar{\mathbf{s}}_{\rho_2} = \bar{\boldsymbol{\delta}}_{PM} \quad (4.6.11)$$

$$\mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) + \bar{\mathbf{r}} = \bar{\mathbf{fp}} \quad (4.6.12)$$

$$-\mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) + \underline{\mathbf{r}} = -\underline{\mathbf{fp}} \quad (4.6.13)$$

$$\bar{\mathbf{s}}_p, \underline{\mathbf{s}}_p \geq \mathbf{0} \quad (4.6.14)$$

$$\bar{\mathbf{s}}_q, \underline{\mathbf{s}}_q \geq \mathbf{0} \quad (4.6.15)$$

$$\bar{\mathbf{s}}_v, \underline{\mathbf{s}}_v \geq \mathbf{0} \quad (4.6.16)$$

$$\bar{\mathbf{s}}_{\rho_1}, \bar{\mathbf{s}}_{\rho_2} \geq \mathbf{0} \quad (4.6.17)$$

$$\bar{\mathbf{r}}, \underline{\mathbf{r}} \geq \mathbf{0} \quad (4.6.18)$$

onde

$\bar{\mathbf{s}}_{\rho_1}, \bar{\mathbf{s}}_{\rho_2}$  : vetores ( $n_d \times 1$ ) das variáveis de folga do incentivo oferecido.

Adicionando-se a função barreira logarítmica à função-objetivo, obtém-se a seguinte função Lagrangena:

$$\begin{aligned} L = & C(\mathbf{P}_g) + \boldsymbol{\rho}^T \mathbf{CRC}e + \lambda_p^T (-\mathbf{A}_g \mathbf{P}_g + \mathbf{P}_L - \mathbf{A}_d \mathbf{D}_\rho \boldsymbol{\eta}_p + \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})) + \\ & + \lambda_q^T (-\mathbf{A}_g \mathbf{Q}_g + \mathbf{Q}_L - \mathbf{A}_d \mathbf{D}_\rho \boldsymbol{\eta}_q + \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{fq}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})) + \bar{\boldsymbol{\pi}}_p^T (\mathbf{P}_g + \bar{\mathbf{s}}_p - \bar{\mathbf{P}}_g) + \\ & + \underline{\boldsymbol{\pi}}_p^T (-\mathbf{P}_g + \underline{\mathbf{s}}_p + \underline{\mathbf{P}}_g) + \bar{\boldsymbol{\pi}}_q^T (\mathbf{Q}_g + \bar{\mathbf{s}}_q - \bar{\mathbf{Q}}_g) + \underline{\boldsymbol{\pi}}_q^T (-\mathbf{Q}_g + \underline{\mathbf{s}}_q + \underline{\mathbf{Q}}_g) + \\ & + \bar{\boldsymbol{\pi}}_v^T (\mathbf{V} + \bar{\mathbf{s}}_v - \bar{\mathbf{V}}) + \underline{\boldsymbol{\pi}}_v^T (-\mathbf{V} + \underline{\mathbf{s}}_v + \underline{\mathbf{V}}) + \bar{\boldsymbol{\pi}}_{\rho_1}^T (\boldsymbol{\rho} + \bar{\mathbf{s}}_{\rho_1} - \bar{\boldsymbol{\rho}}) + \\ & + \bar{\boldsymbol{\pi}}_{\rho_2}^T (\boldsymbol{\rho} + \bar{\mathbf{s}}_{\rho_2} - \bar{\boldsymbol{\delta}}_{PM}) + \bar{\mathbf{w}}^T (\mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) + \bar{\mathbf{r}} - \bar{\mathbf{fp}}) + \underline{\mathbf{w}}^T (-\mathbf{fp}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) + \underline{\mathbf{r}} + \underline{\mathbf{fp}}) \\ & - \mu \sum_{i=1}^{n_g} (\ln \bar{\mathbf{s}}_{p,i} + \ln \underline{\mathbf{s}}_{p,i}) - \mu \sum_{i=1}^{n_g} (\ln \bar{\mathbf{s}}_{q,i} + \ln \underline{\mathbf{s}}_{q,i}) - \mu \sum_{i=1}^{n_b} (\ln \bar{\mathbf{s}}_{v,i} + \ln \underline{\mathbf{s}}_{v,i}) \\ & - \mu \sum_{i=1}^{n_g} (\ln \bar{\mathbf{s}}_{\rho_1,i} + \ln \bar{\mathbf{s}}_{\rho_2,i}) - \mu \sum_{i=1}^{n_g} (\ln \bar{\mathbf{r}}_i + \ln \underline{\mathbf{r}}_i) \end{aligned} \quad (4.6.19)$$

onde:



onde

$$\boldsymbol{\pi} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\pi}_p^T & \boldsymbol{\pi}_p^T & -\boldsymbol{\pi}_q^T & \boldsymbol{\pi}_q^T & -\boldsymbol{\pi}_v^T & \boldsymbol{\pi}_v^T & -\boldsymbol{\pi}_{\rho_1}^T & -\boldsymbol{\pi}_{\rho_2}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.6.22)$$

$$\boldsymbol{s} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{s}_p^T & \boldsymbol{s}_p^T & -\boldsymbol{s}_q^T & \boldsymbol{s}_q^T & -\boldsymbol{s}_v^T & \boldsymbol{s}_v^T & -\boldsymbol{s}_{\rho_1}^T & -\boldsymbol{s}_{\rho_2}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.6.23)$$

$$\mathbf{H}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n_g} & -\mathbf{I}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_b} & \mathbf{0}_{n_b} & \mathbf{0}_{n_d} & \mathbf{0}_{n_d} \end{bmatrix}^T \quad (4.6.24)$$

$$\mathbf{H}_q = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{I}_{n_g} & -\mathbf{I}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_b} & \mathbf{0}_{n_b} & \mathbf{0}_{n_d} & \mathbf{0}_{n_d} \end{bmatrix}^T \quad (4.6.25)$$

$$\mathbf{H}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{I}_{n_b} & -\mathbf{I}_{n_b} & \mathbf{0}_{n_d} & \mathbf{0}_{n_d} \end{bmatrix}^T \quad (4.6.26)$$

$$\mathbf{H}_\rho = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_g} & \mathbf{0}_{n_b} & \mathbf{0}_{n_b} & \mathbf{I}_{n_d} & -\mathbf{I}_{n_d} \end{bmatrix}^T \quad (4.6.27)$$

$$\mathbf{I}_s = \mathbf{I}_{4n_g+2n_b+2n_d} \quad (4.6.28)$$

$$\mathbf{b}_{\text{lim}} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_g^T & -\mathbf{P}_g^T & \mathbf{Q}_g^T & -\mathbf{Q}_g^T & \mathbf{V}^T & -\mathbf{V}^T & \boldsymbol{\rho}^T & \boldsymbol{\delta}_{\text{PM}}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.6.29)$$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}^T & \underline{\mathbf{w}}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.6.30)$$

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}^T & \underline{\mathbf{r}}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.6.31)$$

$$\mathbf{H}_{\text{fp}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2n_i} & -\mathbf{I}_{2n_i} \end{bmatrix}^T \quad (4.6.32)$$

$$\mathbf{I}_r = \mathbf{I}_{4n_i} \quad (4.6.33)$$

$$\mathbf{f}_{\text{lim}} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{f}}_p^T & -\underline{\mathbf{f}}_p^T \end{bmatrix} \quad (4.6.34)$$

Finalmente, é possível reescrever a função Lagrangeana na sua forma reduzida:

$$\begin{aligned} L = & C(\mathbf{P}_g) + \boldsymbol{\rho}^T \mathbf{C} \mathbf{R} \mathbf{C} \mathbf{e} + \boldsymbol{\lambda}_p^T (-\mathbf{A}_g \mathbf{P}_g + \mathbf{P}_L - \mathbf{A}_d \mathbf{D}_\rho \boldsymbol{\eta}_p + \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{f}_p(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})) \\ & + \boldsymbol{\lambda}_q^T (-\mathbf{A}_g \mathbf{Q}_g + \mathbf{Q}_L - \mathbf{A}_d \mathbf{D}_\rho \boldsymbol{\eta}_q + \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{f}_q(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})) + \\ & \boldsymbol{\pi}^T (\mathbf{H}_p \mathbf{P}_g + \mathbf{H}_q \mathbf{Q}_g + \mathbf{H}_v \mathbf{V} + \mathbf{H}_\rho \boldsymbol{\rho} + \mathbf{s} - \mathbf{b}_{\text{lim}}) + \mathbf{w}^T (\mathbf{H}_{\text{fp}} \mathbf{f}_p(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) + \mathbf{r} - \mathbf{f}_{\text{lim}}) \\ & - \mu \sum_{i=1}^{4n_g+2n_b+2n_d} (\ln s_i) - \mu \sum_{i=1}^{4n_i} (\ln r_i) \end{aligned} \quad (4.6.35)$$

Aplicando-se o método de Newton às condições de KKT, obtém-se o seguinte sistema de equações lineares que deve ser resolvido a cada iteração:



# Resultados

## 5.1 Introdução

Este capítulo apresenta resultados de simulações computacionais baseadas no algoritmo do Programa de Redução Incentivada de Demanda – PRID descrito nos Capítulos 3 e 4. Os cenários de simulação levam em conta as restrições operativas da concessionária e utilizam sistemas teste de cinco e quatorze barras. As simulações foram realizadas em um microcomputador AMD XP 1600 Mhz, a partir de um programa computacional escrito em linguagem Matlab.

Nas seções 5.2 e 5.3 são descritos os dois sistemas-teste utilizados na simulação. Nas seções 5.4 e 5.5 são apresentados os resultados obtidos para cada um dos sistemas utilizados.

Nos casos a serem analisados neste capítulo, o termo “restrição de mercado” refere-se a limites na concessão de incentivos por parte da concessionária.

## 5.2 Sistema de 5 Barras

O sistema-teste de cinco barras possui seis linhas de transmissão e três geradores. Todas as barras possuem carga, mas apenas duas delas participam do PRID. Na figura 5.2.1 é possível observar o diagrama unifilar deste sistema. As barras 2 e 4 participam do PRID, destacando-se das demais no desenho pelas setas cheias.

Conforme mencionado nos capítulos anteriores, supõe-se que as cargas nas barras do sistema são compostas por três tipos de consumidores: industrial, comercial e agrícola. Nas barras participantes do PRID faz-se necessário definir os percentuais de carga de cada

tipo de consumidor. Neste trabalho sem perda de generalidade, supõe-se que consumidores comerciais e agrícolas não estão presentes na mesma barra [1]. Desta forma, a Tabela 5.2.1 apresenta os percentuais de carga para cada tipo de consumidor das barras 2 e 4.

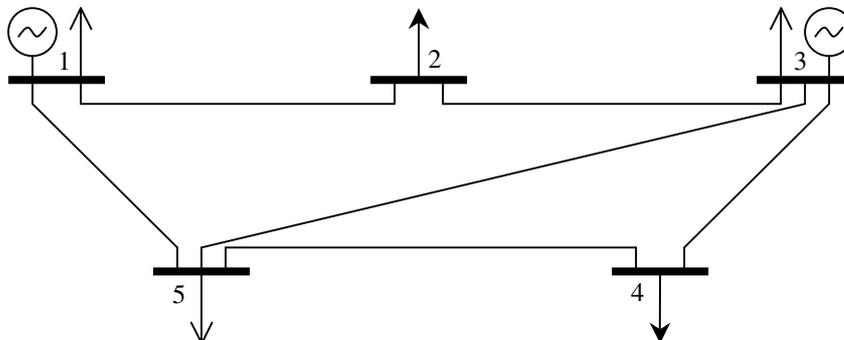


Figura 5.2.1 – Sistema Teste de 5 Barras

Tabela 5.2.1 – Percentual de carga nas barras por tipo de consumidor

Barras	Porcentagem de Carga		
	Consumidor Industrial	Consumidor Comercial	Consumidor Agrícola
2	70%	30%	0%
4	15%	0%	85%

Os dados de barras e de linha da rede elétrica, bem como as funções custo dos geradores são apresentadas no Apêndice B.

### 5.3 Sistema IEEE – 14 barras

O sistema teste IEEE – 14 barras representa uma parte do Sistema Elétrico de Potência da região do Meio-Oeste Americano [34], que tem sido usado frequentemente em estudos de programação da operação. Considera-se que as barras 3, 4 e 9 participam do PRID, conforme representado na Figura 5.3.1 pelas setas em destaque.

De forma semelhante ao sistema de 5 barras, apresenta-se na Tabela 5.3.1 a porcentagem de carga nas barras por tipo de consumidor.

Tabela 5.3.1 – Percentual de carga nas barras por tipo de consumidor

Barras	Porcentagem de Carga		
	Consumidor Industrial	Consumidor Comercial	Consumidor Agrícola
3	70%	30%	0%
4	20%	80%	0%
9	15%	0%	85%

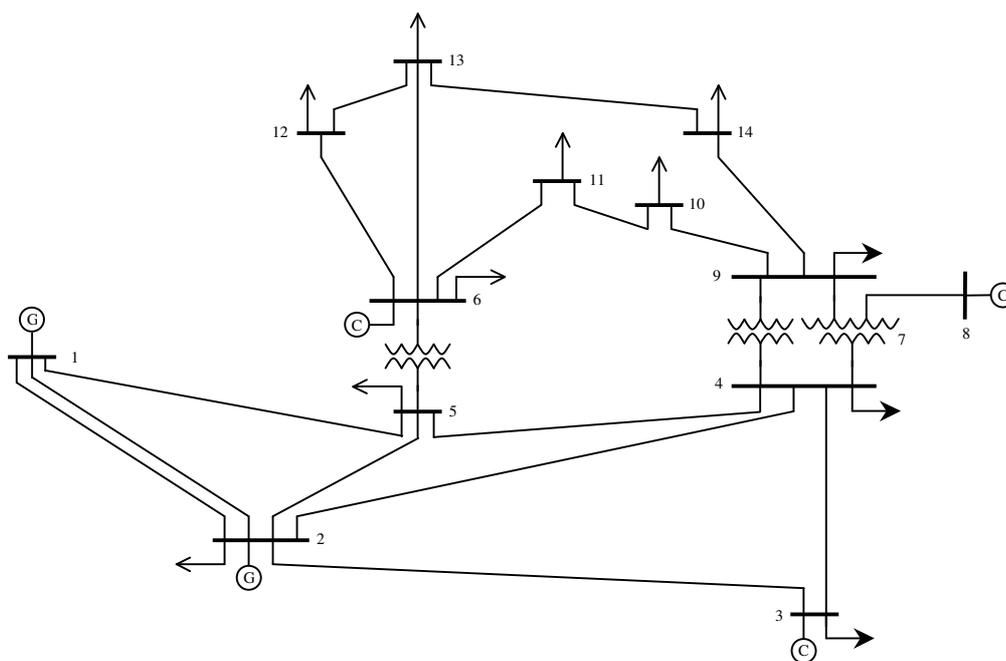


Figura 5.3.1 – Sistema Teste IEEE 14 Barras

## 5.4 Estudo de Casos – Sistema 5 Barras

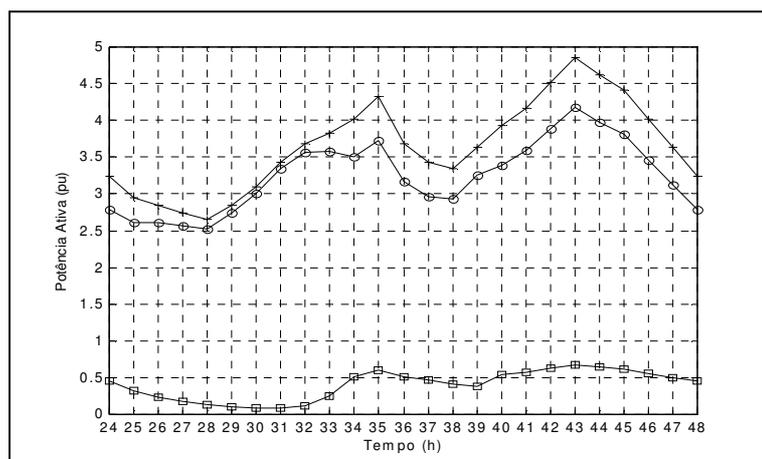
Nesta seção, são apresentados os resultados de simulação obtidos para cinco cenários distintos utilizando-se o sistema teste de 5 barras. Os cenários analisados consideram diferentes Índices de Sensibilidade (IS) dos consumidores, a presença de restrições de mercado e de restrições de transmissão. As simulações consideram um horizonte de tempo de 48 horas e são apresentados os resultados das últimas 24 horas deste período.

A seguir são apresentados os resultados e os comentários pertinentes para cada um dos cenários analisados.

#### 5.4.1 Caso Base com IS Mínimo – $IS_1 = IS_2 = IS_3 = 0,00614$

Neste cenário o sistema está livre de restrições de transmissão (congestionamento) ou de mercado (limitação de incentivo). Os índices de sensibilidade dos consumidores são todos iguais e representam os menores valores de IS utilizados neste trabalho.

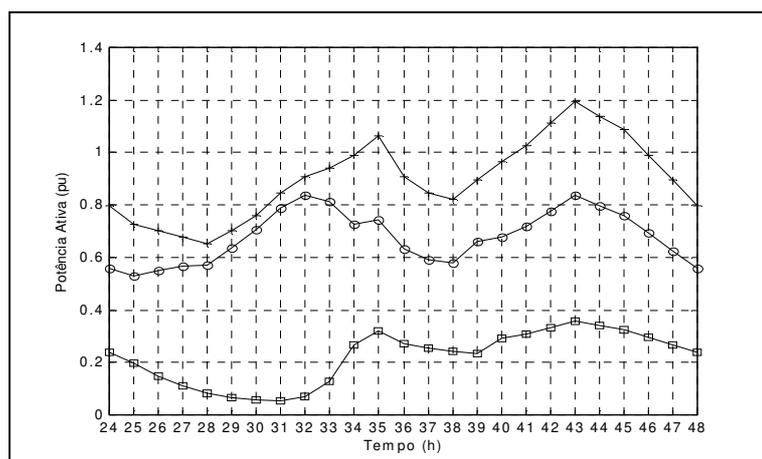
A Figura 5.4.1.1 mostra a curva de demanda total original do problema, a curva de demanda com a aplicação do PRID e por fim o montante total de carga que foi reduzida.



**Figura 5.4.1.1 – Curvas de Demanda e Carga Reduzida**  
**Demanda Total Original: + ; Demanda com PRID: ○ ; Carga Reduzida: □**

Observa-se na Figura 5.4.1.1 que a carga reduzida tende a acompanhar a curva de demanda original, no sentido de que as reduções são mais acentuadas nos picos do que nos vales.

Na Figura 5.4.1.2 apresentam-se as curvas de demanda original, de demanda com aplicação do PRID e a carga reduzida para a barra 2, que participa do PRID. Observa-se que as reduções de carga são mais acentuadas nos picos, enquanto nos vales a redução é menor. Seria de se esperar que as reduções de carga nos picos fossem ainda maiores, porém a resposta do consumidor (ou seja, o valor de RC definido na Eq. 3.4.1) é limitada em 30% da carga da barra, ou seja, esta é a máxima quantidade de carga que pode ser reduzida. Ao se observar atentamente a Figura 5.4.1.2, percebe-se que a carga reduzida na hora 43 representa 30% da carga original da barra 2, neste instante. A barra 4 que também participa do PRID, comporta-se de forma semelhante à barra 2.



**Figura 5.4.1.2 – Curvas de Demanda e Carga Reduzida para Barra 2**  
**Demanda Total Original: + ; Demanda com PRID: ⊕ ; Carga Reduzida: ⊞**

A Tabela 5.4.1 mostra os valores de custo para o Caso Base Original e o Caso com aplicação do PRID, os valores de incentivo e a vantagem econômica obtida pela concessionária. O termo “vantagem econômica” refere-se ao valor poupado pela concessionária mediante a aplicação do PRID. Observa-se que, mesmo considerando o pagamento de incentivos por parte da concessionária aos consumidores, a aplicação do PRID traz resultados positivos, com a redução dos custos de operação.

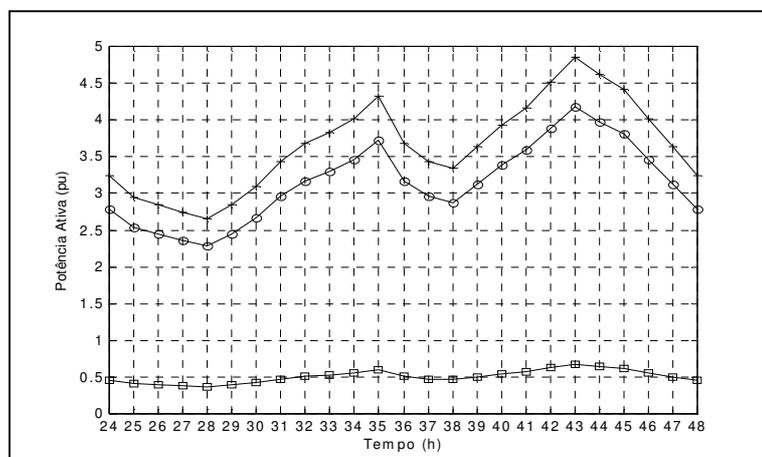
**Tabela 5.4.1 – Indicadores Econômicos – IS Mínimo**

		Sistema Teste – 5 Barras			
		IS Mínimo			
Horas		Custo Base (\$/h)	Custo PRID (\$/h)	Incentivo (\$/h)	Vantagem Econ. (\$/h)
Pico de Demanda	42	6254,1	5080,5	254,9	918,7
	43	6836,0	5523,0	290,1	1022,9
	44	6417,8	5158,3	333,8	925,7
	45	6092,5	4917,7	301,9	872,9
	46	5465,2	4424,5	279,0	761,7
	Máx.	6836,0	5523,0	333,8	1022,9
	Mín.	3466,0	3255,6	18,1	124,4
	Média	4943,5	4235,4	145,2	562,9
	<b>Total (24h)</b>	<b>118644,9</b>	<b>101650,5</b>	<b>3485,8</b>	<b>13508,6</b>

#### 5.4.2 Caso Base com IS Elevado – $IS_1 = IS_2 = IS_3 = 0,015$

Neste caso, também não há nenhuma restrição de transmissão ou de mercado imposta ao sistema. Os valores de IS para cada tipo de consumidor são iguais entre si e bastante elevados. O objetivo é ilustrar como o sistema responderá a valores elevados de IS para efeito de comparação com o caso anterior.

Apresenta-se na Figura 5.4.2.1 as curvas de demanda original, demanda com aplicação do PRID e a carga total reduzida.

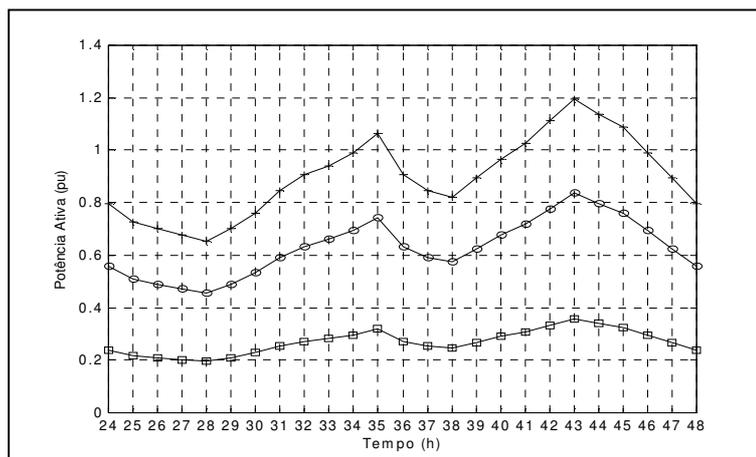


**Figura 5.4.2.1 – Curvas de Demanda e Carga Reduzida**  
**Demanda Total Original: + ; Demanda com PRID: ⊖ ; Carga Reduzida: ⊞**

Observa-se na Figura 5.4.2.1 que o corte de carga é quase invariante durante todo o intervalo de tempo considerado. Este fato ocorre devido aos elevados valores de IS que representam uma grande pré-disposição dos consumidores em reduzir suas cargas.

As afirmações anteriores também se confirmam através da Figura 5.4.2.2 que mostra a curva de demanda original, demanda com aplicação do PRID e o montante de carga reduzida para a barra 2.

Na Figura 5.4.2.2 nota-se que embora haja uma tendência de reduzir mais carga nos picos que nos vales, o montante de carga reduzida é mais elevado que no caso anterior, pois a maior pré-disposição dos consumidores em reduzir suas cargas faz com que a redução de carga nos vales também aumente. Por outro lado, nos picos a redução de carga não aumenta mais pelo fato de que os limites à resposta dos consumidores impedem reduções adicionais. A barra 4 se comporta de forma semelhante à barra 2.



**Figura 5.4.2.2 – Curvas de Demanda e Carga Reduzida para Barra 2**  
**Demanda Total Original: + ; Demanda com PRID: ⊖ ; Carga Reduzida: ⊞**

Na Tabela 5.4.2 apresentam-se os valores de custo do Caso Base e do Caso PRID, os valores do incentivo oferecido pela concessionária e a vantagem econômica, demonstrando a redução dos custos de operação da concessionária com a aplicação do PRID.

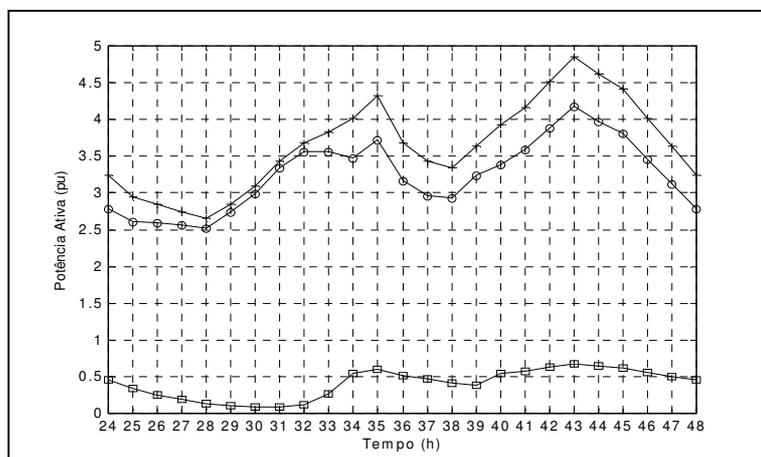
**Tabela 5.4.2 – Indicadores Econômicos – IS Elevado**

		Sistema Teste – 5 Barras			
		IS Elevado			
Horas		Custo Base (\$/h)	Custo PRID (\$/h)	Incentivo (\$/h)	Vantagem Econ. (\$/h)
Pico de Demanda	42	6254,1	5080,5	254,9	918,7
	43	6836,0	5523,0	290,1	1022,9
	44	6417,8	5158,3	333,8	925,7
	45	6092,5	4917,7	301,9	872,9
	46	5465,2	4424,5	279,0	761,7
	Máx.	6836,0	5523,0	333,8	1022,8
	Mín.	3466,0	2908,8	62,8	487,0
	Média	4943,5	4068,9	167,9	706,7
	<b>Total (24h)</b>	<b>118644,9</b>	<b>97652,8</b>	<b>4030,9</b>	<b>16961,2</b>

#### **5.4.3 Caso Base com IS Diferenciado por Tipo de Consumidor – $IS_1 = 0,0063$ $IS_2 = 0,0062$ $IS_3 = 0,0061$**

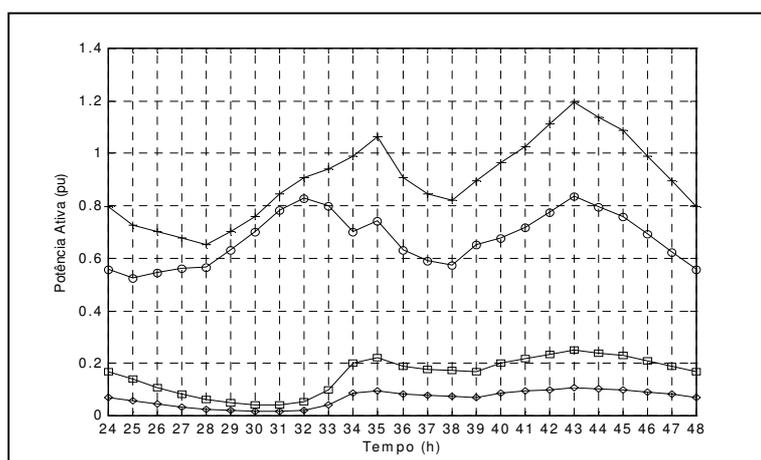
Neste caso também não há nenhuma restrição de transmissão ou de mercado imposta ao sistema e os valores de IS são diferentes para cada tipo de consumidor, fazendo com que a resposta seja diferente para cada um deles.

Na Figura 5.4.3.1 são mostradas as curvas de demanda original, demanda com aplicação do PRID e a carga reduzida. Observa-se que as curvas são muito semelhantes ao primeiro caso, pois os valores de IS são baixos.



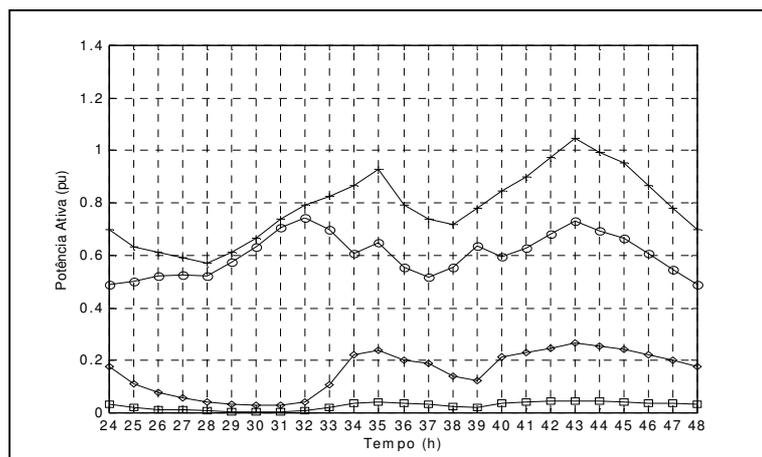
**Figura 5.4.3.1 – Curvas de Demanda e Carga Reduzida**  
**Demanda Total Original: + ; Demanda com PRID: o ; Carga Reduzida: □**

Na Figura 5.4.3.2 apresenta-se, para a barra 2, a curva de demanda original, a curva de demanda com aplicação do PRID, a carga industrial reduzida e por fim a carga comercial reduzida.



**Figura 5.4.3.2 – Curvas de Demanda e Cargas Reduzidas para Barra 2**  
**Demanda Total Original: + ; Demanda com PRID: o ;**  
**Carga Industrial Reduzida: □ ; Carga Comercial Reduzida: ◇**

Da mesma forma, apresenta-se na Figura 5.4.3.3 as curvas de demanda original, demanda com PRID, carga industrial reduzida e por fim a carga agrícola reduzida para a barra 4.



**Figura 5.4.3.3 – Curvas de Demanda e Cargas Reduzidas para Barra 4**  
**Demanda Total Original: + ; Demanda com PRID: ⊕ ;**  
**Carga Industrial Reduzida: ⊞ ; Carga Agrícola Reduzida: ⊠**

Por fim, na Tabela 5.4.3 apresentam-se os valores do custo de operação do sistema para o problema FPO–Base, do custo de operação do sistema com aplicação do PRID, o incentivo oferecido e a vantagem econômica obtida pela concessionária. Observa-se da Tabela 5.4.3 que, assim como nos casos anteriores, o custo com aplicação do PRID é significativamente inferior ao custo do caso original.

**Tabela 5.4.3 – Indicadores Econômicos – IS Diferenciado**

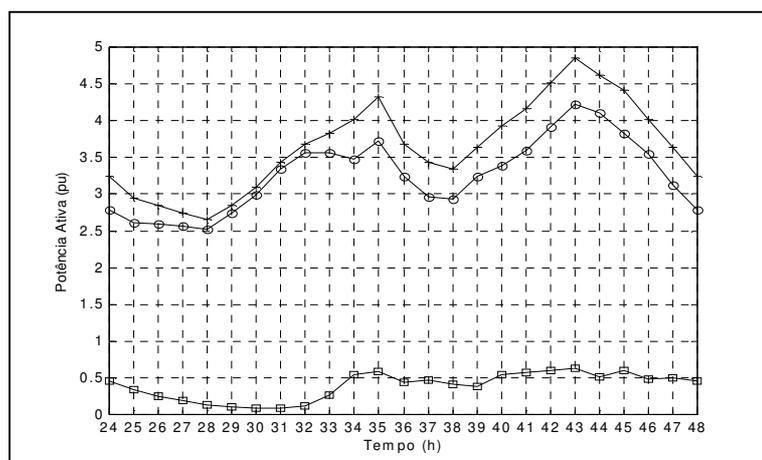
		Sistema Teste – 5 Barras			
		IS Diferenciado			
Pico de Demanda	Horas	Custo Base (\$/h)	Custo PRID (\$/h)	Incentivo (\$/h)	Vantagem Econ. (\$/h)
		42	6254,1	5080,5	254,9
43		6836,0	5523,0	290,1	1022,9
44		6417,8	5158,3	333,8	925,7
45		6092,5	4917,7	301,9	872,9
46		5465,2	4424,5	279,0	761,7
Máx.		6836,0	5523,0	333,8	1022,9
Mín.		3466,0	3246,8	19,3	132,9
Média		4943,5	4228,2	146,5	568,9
<b>Total (24h)</b>		<b>118644,9</b>	<b>101475,6</b>	<b>3515,1</b>	<b>13654,2</b>

**5.4.4 Caso com Limitação de Incentivo –  $IS_1 = 0,0063$   $IS_2 = 0,0062$   $IS_3 = 0,0061$**   
 $\rho_{Max} = 0,075$   $\lambda_{BASE}$

Neste caso, supõe-se que a concessionária limite o valor do incentivo oferecido, ou seja, o sistema está sujeito a uma restrição de mercado. O limite imposto é de 7,5% dos custos marginais de barra obtidos para o Caso Base, e é implementado através do limite

máximo do incentivo no FPO-PRID. Consideram-se os mesmos valores de IS do caso anterior.

Na Figura 5.4.4.1 são mostradas as curvas de demanda original, demanda com aplicação do PRID e a carga reduzida. As curvas indicam um comportamento diferente dos casos apresentados anteriormente. Este fato fica bem evidente quando observamos a carga reduzida, que aparece ceifada em vários instantes de tempo devido ao limite de incentivo imposto ao sistema, que afeta diretamente a carga reduzida.



**Figura 5.4.4.1 – Curvas de Demanda e Carga Reduzida**  
 Demanda Total Original: + ; Demanda com PRID: ⊕ ; Carga Reduzida: ⊖

As curvas de demanda e carga reduzida para as barras 2 e 4 apresentam comportamentos semelhantes às curvas da Figura 5.4.4.1.

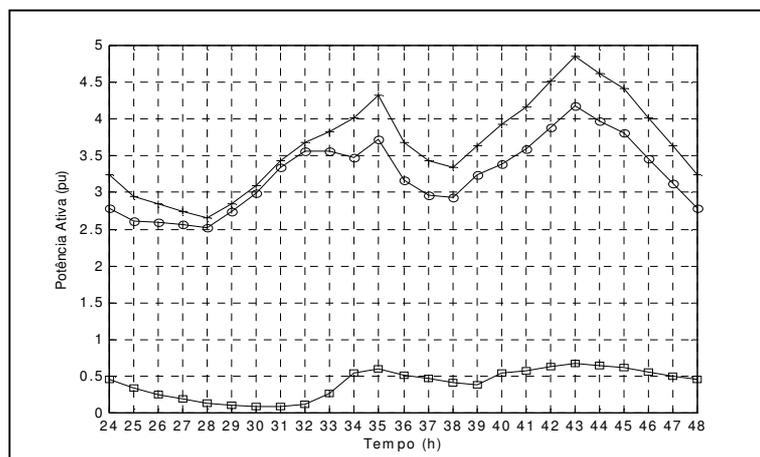
Na Tabela 5.4.4 apresentam-se os valores dos indicadores econômicos para este caso.

**Tabela 5.4.4 – Indicadores Econômicos – Limitação de Incentivo**

		Sistema Teste – 5 Barras			
		Limitação de Incentivo			
Horas		Custo Base (\$/h)	Custo PRID (\$/h)	Incentivo (\$/h)	Vantagem Econ. (\$/h)
Pico de Demanda	42	6254,1	5125,7	243,4	885,0
	43	6836,0	5602,8	261,2	972,0
	44	6417,8	5405,4	252,8	759,6
	45	6092,5	4982,7	239,8	870,0
	46	5465,2	4564,2	234,4	666,6
	Máx.	6836,0	5602,8	261,2	972,0
	Mín.	3466,0	3246,8	19,3	132,9
	Média	4943,5	4259,8	133,3	550,4
	<b>Total (24h)</b>	<b>118644,9</b>	<b>102236,3</b>	<b>3199,4</b>	<b>13209,2</b>

#### 5.4.5 Caso com Congestionamento – $IS_1 = 0,0063$ $IS_2 = 0,0062$ $IS_3 = 0,0061$

Neste caso em particular, verifica-se que sem a aplicação do PRID o sistema de 5 barras não aceita nenhuma restrição de transmissão, que implique em um valor de fluxo em qualquer de suas linhas de transmissão inferior ao do Caso Base (FPO-Base).

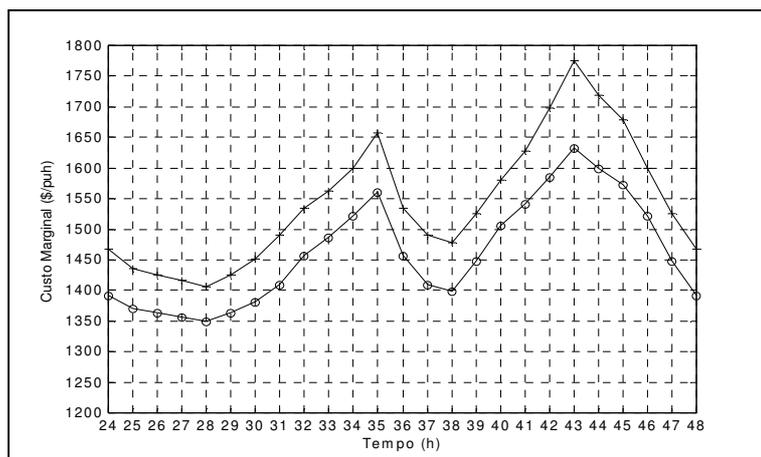


**Figura 5.4.5.1 – Curvas de Demanda e Carga Reduzida**  
**Demanda Total Original: + ; Demanda com PRID: ⊖ ; Carga Reduzida: ⊞**

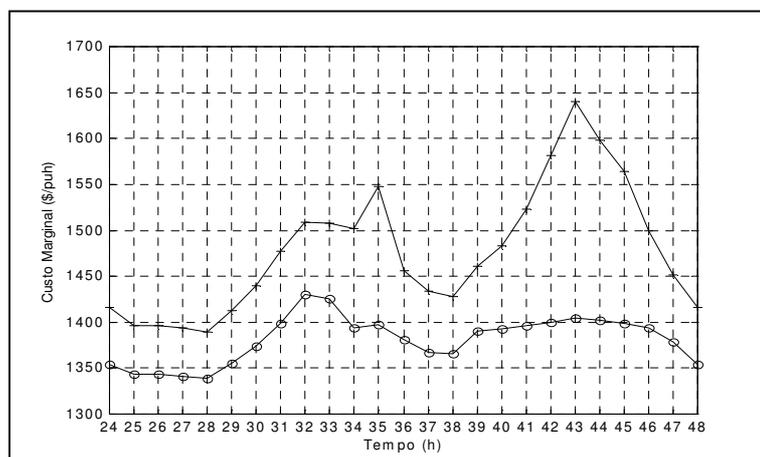
Como o objetivo nesta seção é mostrar os efeitos de um congestionamento no sistema, foram determinados os valores de fluxo de potência nas linhas de transmissão e observadas as linhas cujos fluxos para o FPO-PRID são superiores aos fluxos do FPO-Base, tal como a linha 4. É então imposta uma restrição de transmissão nesta linha, porém de tal forma que a restrição só se torna ativa para o FPO-PRID. O caso apresentado refere-se à condição de congestionamento para o FPO – PRID durante os períodos entre as horas 34 e 35 e 40 e 46.

Na Figura 5.4.5.1 apresentam-se as curvas de demanda original, demanda com aplicação do PRID e a carga reduzida. Observa-se que as curvas são similares às curvas do Caso com IS Diferenciado.

Na Figura 5.4.5.2 são apresentados, para o FPO-BASE, os valores máximos e mínimos dos preços marginais de barras, durante o intervalo de 24 horas. Convém salientar que o sistema não apresenta nenhum congestionamento para este FPO. A Figura 5.4.5.3 por sua vez apresenta, para o FPO-PRID, os valores máximos e mínimos dos preços marginais de barras, durante o intervalo de 24 horas. Para esta abordagem de FPO o sistema apresenta congestionamento na linha 4.

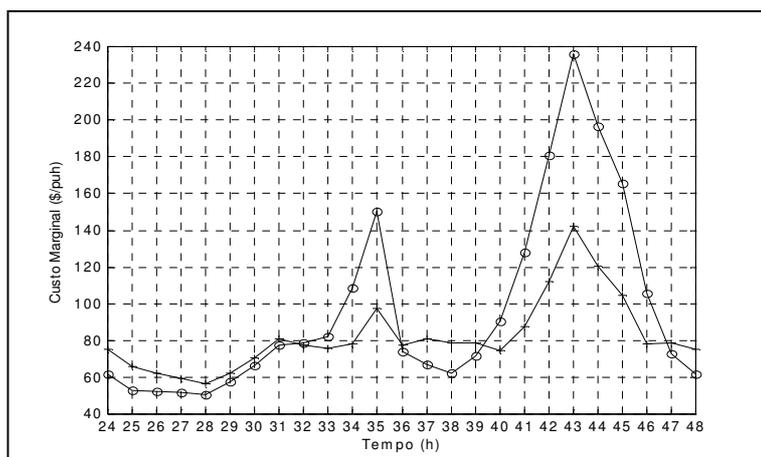


**Figura 5.4.5.2 – Preço Marginal de Barra – FPO-Base**  
 Preço Marginal de Barra Máximo: + ; Preço Marginal de Barra Mínimo: ⊖



**Figura 5.4.5.3 – Preço Marginal de Barra – FPO-PRID**  
 Preço Marginal de Barra Máximo: + ; Preço Marginal de Barra Mínimo: ⊖

Observa-se que, embora os valores de pico dos preços marginais de barra no FPO-Base sejam maiores que os do FPO-PRID, a diferença entre os valores máximos e mínimos no FPO-PRID são mais elevados que as diferenças no FPO-Base. Esta afirmação pode ser facilmente compreendida observando-se a Figura 5.4.5.4 que mostra justamente a diferença entre os valores máximos e mínimos dos preços marginais para ambos os FPOs. Portanto, mesmo fornecendo uma solução afetada pelo congestionamento, o FPO-PRID proporciona valores marginais de barra inferiores aos do FPO-Base. Apenas a variação entre os valores máximos e mínimos dos preços marginais de barra, mostrados na Figura 5.4.5.4, são mais elevados que a variação para o FPO-Base devido ao congestionamento.



**Figura 5.4.5.4 – Diferença entre  $\lambda_{Max}$  e  $\lambda_{Min} - \Delta\lambda$**   
 $\Delta\lambda$  - FPO-Base: + ;  $\Delta\lambda$  - FPO-PRID: ⊖

As diferenças entre os preços marginais de barra máximo e mínimo observados na Figura 5.4.5.4 são utilizados neste trabalho como indicadores de severidade do congestionamento imposto ao sistema [27]. Partindo-se de uma condição de fluxo de potência ótimo sem perdas na transmissão obtém-se preços marginais de barra iguais para todas as barras e portanto, diferenças entre os preços marginais de barra máximo e mínimo nulas. Se as perdas de transmissão forem consideradas, haverá diferença entre os preços marginais de barra mesmo sem o congestionamento, porém essas diferenças tendem a ser pequenas (ver Figura 5.4.5.2). Por outro lado, em uma situação com congestionamento na rede, observa-se que os preços marginais de barra tendem a ser bastante diferentes entre si mesmo na ausência de perdas na transmissão [27]. É neste sentido que estas diferenças refletem a severidade do congestionamento no sistema.

Na Tabela 5.4.5 apresentam-se os indicadores econômicos demonstrando-se que a aplicação do PRID garante uma redução de custos à concessionária.

Tabela 5.4.5 – Indicadores Econômicos – Congestionamento

		Sistema Teste – 5 Barras			
		Congestionamento			
Pico de Demanda	Horas	Custo Base (\$/h)	Custo PRID (\$/h)	Incentivo (\$/h)	Vantagem Econ. (\$/h)
		42	6254,1	5075,1	264,6
	43	6836,0	5484,0	345,8	1006,2
	44	6417,8	5086,0	437,7	894,1
	45	6092,5	4869,5	371,0	852,0
	46	5465,2	4393,0	321,4	750,8
	Máx.	6836,0	5484,0	437,7	1006,2
	Mín.	3466,0	3246,8	19,3	132,9
	Média	4943,5	4219,4	159,0	565,1
	<b>Total (24h)</b>	<b>118644,9</b>	<b>101266,5</b>	<b>3815,7</b>	<b>13562,7</b>

### 5.4.6 Comparativo entre os Casos

Neste item, apresentam-se resultados que ilustram algumas diferenças entre os cinco casos apresentados anteriormente. Na Figura 5.4.6.1 apresenta-se a carga original, para o Caso Base, da barra 2, a carga reduzida para IS Mínimo e a carga reduzida para IS Elevado. Observa-se que nos picos de carga o montante reduzido coincide em ambos os casos, o que se deve ao fato do limite da resposta dos consumidores ter sido atingido nesta condição. Já nos vales observa-se que, quanto menor o IS, menor será a tendência a cortar carga nessas regiões, conforme o esperado.

Na Tabela 5.4.6 apresenta-se uma comparação de custos e incentivos entre os casos apresentados anteriormente.

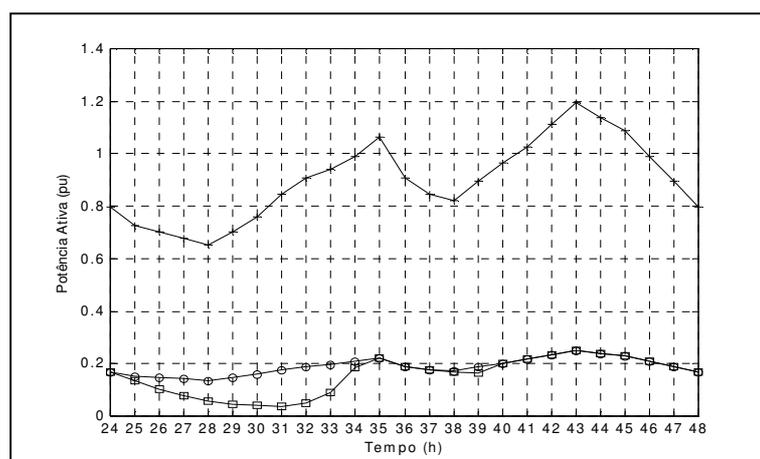


Figura 5.4.6 1 – Demanda Original e Carga Reduzida – Barra 2  
 Demanda original: + ; Carga Reduzida (IS Mínimo): ⊠ ;  
 Carga Reduzida (IS Elevado): ⊕

Tabela 5.4.6 – Indicadores Econômicos – Comparativo

Caso	Sistema Teste – 5 Barras			
	Indicadores Econômicos – Valores Totais			
	Custo Base (\$/h)	Custo PRID (\$/h)	Incentivo (\$/h)	Vantagem Econ. (\$/h)
1) IS Mínimo	118644,9	101650,5	3485,8	13508,6
2) IS Elevado	118644,9	97652,8	4030,9	16961,2
3) IS Diferenciado	118644,9	101475,6	3515,1	13654,2
4) Lim. Incentivo	118644,9	102236,3	3199,4	13209,2
5) Congestionam.	118644,9	101266,5	3815,7	13562,7

Observa-se, na Tabela 5.4.6, que os menores valores de incentivo ocorrem para o caso 4, resultando no menor valor para a vantagem econômica. Isto indica que a limitação de incentivo não é vantajosa para concessionária. O caso 5, por sua vez, apresenta os maiores valores de incentivo entre os três últimos casos, já que o cenário de congestionamento induz reduções adicionais de carga.

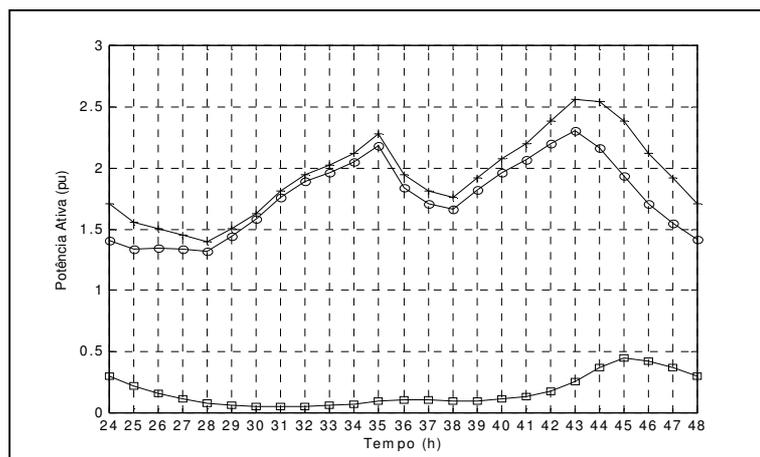
## 5.5 Estudo de Casos – Sistema de 14 Barras

Nesta seção, são apresentados os resultados de simulação obtidos para cinco cenários distintos, utilizando o sistema-teste de 14 barras. Os cenários analisados, bem como a metodologia de simulação utilizada, são semelhantes ao que foi descrito na seção anterior. A seguir, são apresentados os resultados e os comentários pertinentes para cada um dos cenários analisados.

### 5.5.1 Caso Base com IS Mínimo – $IS_1 = IS_2 = IS_3 = 0,0071$

Neste cenário o sistema está livre de qualquer restrição, seja de transmissão ou de mercado. Os índices de sensibilidade dos consumidores são todos iguais e representam os menores valores de IS utilizados neste trabalho, para este sistema.

Na Figura 5.5.1.1 apresentam-se as curvas de demanda original, de demanda com aplicação do PRID e da carga reduzida. Observa-se que o comportamento das curvas é qualitativamente semelhante ao do sistema de 5 barras.



**Figura 5.5.1.1 – Curvas de Demanda e Carga Reduzida**  
**Demanda Total Original: + ; Demanda com PRID: ⊕ ; Carga Reduzida: ⊞**

Na Tabela 5.5.1.1 apresentam-se os indicadores econômicos, indicando reduções nos valores dos custos de produção com a aplicação do PRID, mesmo a concessionária tendo que oferecer os incentivos.

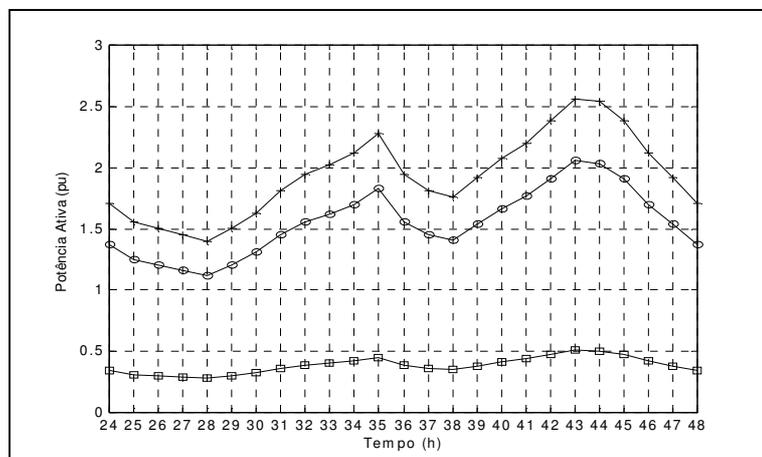
**Tabela 5.5.1 – Indicadores Econômico – IS Mínimo**

	Horas	Sistema Teste – 14 Barras			
		IS Mínimo			
		Custo Base (\$/h)	Custo PRID (\$/h)	Incentivo (\$/h)	Vantagem Econ. (\$/h)
Pico de Demanda	42	3089,8	2856,4	48,9	184,5
	43	3281,9	2947,6	66,6	267,7
	44	3254,2	2777,4	101,3	375,5
	45	3089,8	2511,5	139,7	438,6
	46	2822,2	2263,7	161,9	396,6
	Máx.	3281,9	2947,6	161,9	438,6
	Mín.	2112,2	1960,1	17,2	49,4
	Média	2642,4	2421,6	58,6	162,2
	<b>Total (24h)</b>	<b>63416,5</b>	<b>58117,9</b>	<b>1405,4</b>	<b>3893,2</b>

### 5.5.2 Caso Base com IS Elevado – $IS_1 = IS_2 = IS_3 = 0,015$

Neste cenário o sistema também se encontra livre de restrições de transmissão ou de mercado. Os valores de IS são elevados e iguais entre si. Através da Figura 5.5.2.1 é possível observar que o comportamento das curvas de demanda e a carga reduzida são semelhantes ao Caso 5.4.2. A carga reduzida praticamente não varia com o tempo, denotando que os consumidores passam a reduzir mais carga nos vales da curva de

demanda, uma vez que os picos não se alteram devido à limitação da resposta dos consumidores.



**Figura 5.5.2.1 – Curvas de Demanda e Carga Reduzida**  
**Demanda Total Original: + ; Demanda com PRID: ⊖ ; Carga Reduzida: ⊞**

Na Tabela 5.5.2 os indicadores econômicos demonstram que os valores de incentivo oferecidos são bastante elevados quando comparados com o caso anterior. Isto ocorre devido a elevada pré-disposição dos consumidores em reduzir carga.

**Tabela 5.5.2 – Indicadores Econômicos – IS Elevado**

		Sistema Teste – 14 Barras			
		IS Elevado			
Horas		Custo Base (\$/h)	Custo PRID (\$/h)	Incentivo (\$/h)	Vantagem Econ. (\$/h)
Pico de Demanda	42	3089,8	2476,3	153,3	460,2
	43	3281,9	2609,4	170,4	502,1
	44	3254,2	2570,3	191,9	492,0
	45	3089,8	2447,7	187,4	454,7
	46	2822,2	2255,3	170,4	396,5
	Máx.	3281,9	2609,4	191,9	502,1
	Mín.	2112,2	1771,8	87,2	249,3
	Média	2642,4	2148,6	131,7	362,0
	<b>Total (24h)</b>	<b>63416,5</b>	<b>51567,3</b>	<b>3160,3</b>	<b>8688,9</b>

### 5.5.3 Caso Base com IS Diferenciado por Tipo de Consumidor – $IS_1 = 0,0075$ $IS_2 = 0,007$ $IS_3 = 0,0065$

Neste caso, o sistema não apresenta restrições de mercado nem de transmissão e os valores de IS são diferenciados para cada tipo de consumidor. Na Figura 5.5.3.1, as curvas de demanda e a carga reduzida são semelhantes ao caso 5.4.3, onde as reduções de carga são mais acentuadas nos picos de demanda do que nos vales. Este caso pode ser considerado como referência para os próximos casos a serem analisados, uma vez que os valores de IS por tipo de consumidor para aqueles casos serão os mesmos utilizados nesta seção.

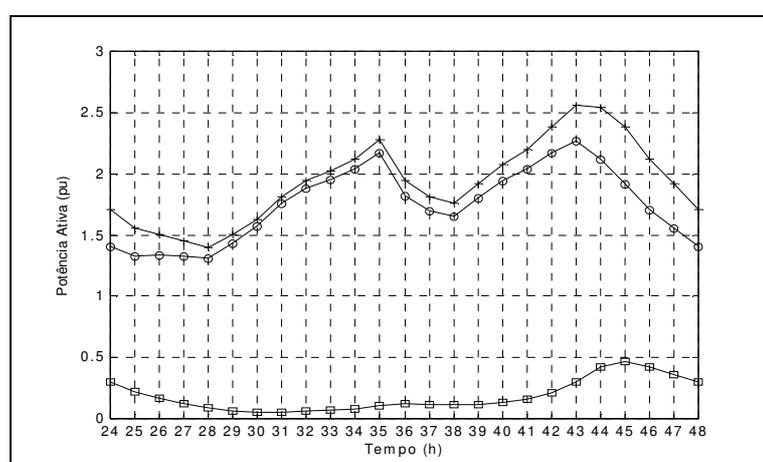


Figura 5.5.3.1 – Curvas de Demanda e Carga Reduzida  
Demanda Total Original: + ; Demanda com PRID: ⊖ ; Carga Reduzida: ⊞

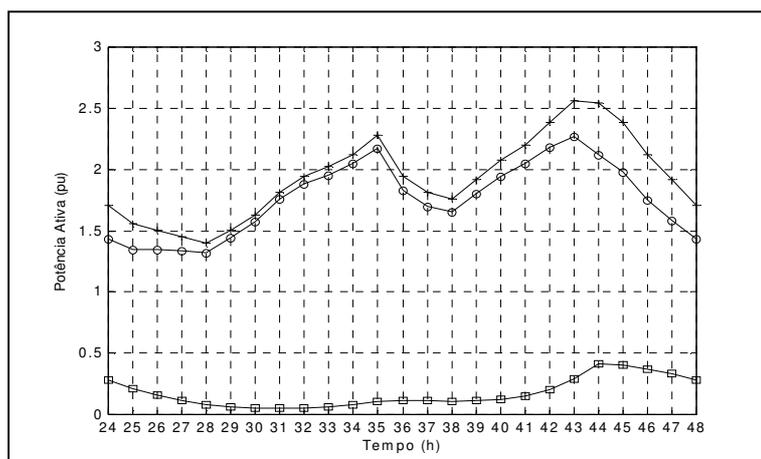
Na Tabela 5.5.3 os indicadores econômicos confirmam as vantagens da aplicação do PRID.

Tabela 5.5.3 – Indicadores Econômicos – IS Diferenciado

		Sistema Teste – 14 Barras			
		IS Diferenciado			
Pico de Demanda	Horas	Custo Base (\$/h)	Custo PRID (\$/h)	Incentivo (\$/h)	Vantagem Econ. (\$/h)
		42	3089,8	2819,9	56,6
	43	3281,9	2897,3	77,1	307,5
	44	3254,2	2713,9	116,1	424,2
	45	3089,8	2481,9	158,1	449,8
	46	2822,2	2260,1	166,9	395,2
	Máx.	3281,9	2897,3	166,9	449,8
	Mín.	2112,2	1957,7	18,5	53,4
	Média	2642,4	2406,1	62,7	173,5
	<b>Total (24h)</b>	<b>63416,5</b>	<b>57746,4</b>	<b>1505,1</b>	<b>4164,9</b>

**5.5.4 Caso com Limitação de Incentivo –  $IS_1 = 0,0075$   $IS_2 = 0,007$   $IS_3 = 0,0065$   
 $\rho_{Max} = 0,045$   $\lambda_{BASE}$**

Neste caso o sistema apresenta restrições de mercado, ou seja, a concessionária limita os valores de incentivo oferecidos aos consumidores. Através da análise da Figura 5.5.4.1, observa-se que o comportamento difere do caso 5.4.4 correspondente ao mesmo cenário aplicado ao sistema de 5 barras, onde a curva da carga reduzida era ceifada várias vezes, o que não acontece neste caso.



**Figura 5.5.4.1 – Curvas de Demanda e Carga Reduzida**  
 Demanda Total Original: + ; Demanda com PRID: ⊕ ; Carga Reduzida: ⊞

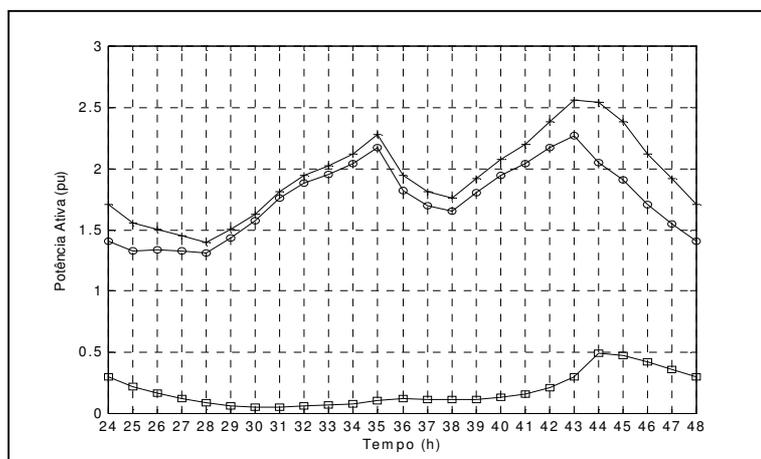
Na Tabela 5.5.4 observa-se que os valores de incentivo são inferiores aos valores da Tabela 5.5.3, confirmando a redução dos incentivos. Também nota-se que os valores da vantagem econômica diminuem em relação aos valores do caso anterior, demonstrando que a redução de carga é a alternativa mais econômica para a concessionária. Em outras palavras, a ação de limitar os incentivos oferecidos não é a opção economicamente mais vantajosa.

**Tabela 5.5.4 – Indicadores Econômicos – Limitação de Incentivo**

		Sistema Teste – 14 Barras			
		Limitação de Incentivo			
Pico de Demanda	Horas	Custo Base (\$/h)	Custo PRID (\$/h)	Incentivo (\$/h)	Vantagem Econ. (\$/h)
		42	3089,8	2825,9	55,2
	43	3281,9	2904,8	75,4	301,7
	44	3254,2	2722,6	113,9	417,7
	45	3089,8	2551,4	141,7	396,7
	46	2822,2	2333,4	137,6	351,2
	Máx.	3281,9	2904,8	141,7	417,7
	Mín.	2112,2	1975,4	17,8	51,1
	Média	2642,4	2419,9	58,2	164,3
	<b>Total (24h)</b>	<b>63416,5</b>	<b>58077,4</b>	<b>1396,1</b>	<b>3942,9</b>

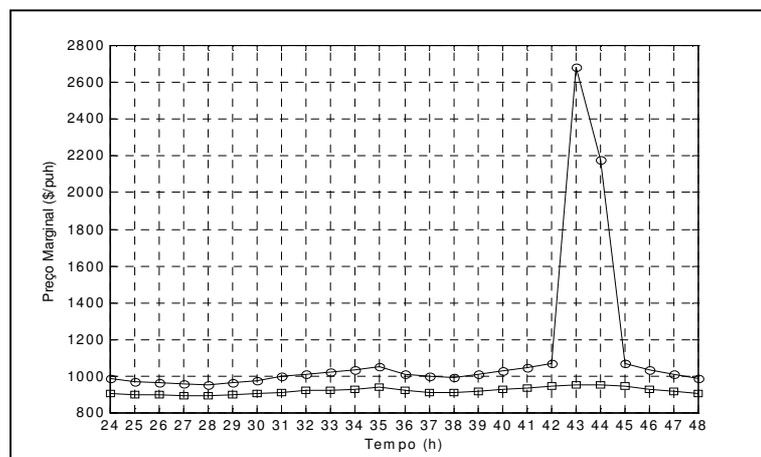
### 5.5.5 Caso com Congestionamento – $IS_1 = 0,0075$ $IS_2 = 0,007$ $IS_3 = 0,0065$

Neste caso impõe-se ao sistema uma restrição de transmissão, caracterizada por um congestionamento na linha 12, que interliga a barra 6 à barra 12. O congestionamento se mantém durante o intervalo da hora 43 a 44 para o FPO–Base. Já para o FPO–PRID esta condição se mantém apenas durante a hora 43. Diferentemente do caso 5.4.5, neste caso é possível impor simultaneamente o congestionamento do mesmo ramo tanto ao FPO–Base quanto ao FPO–PRID.



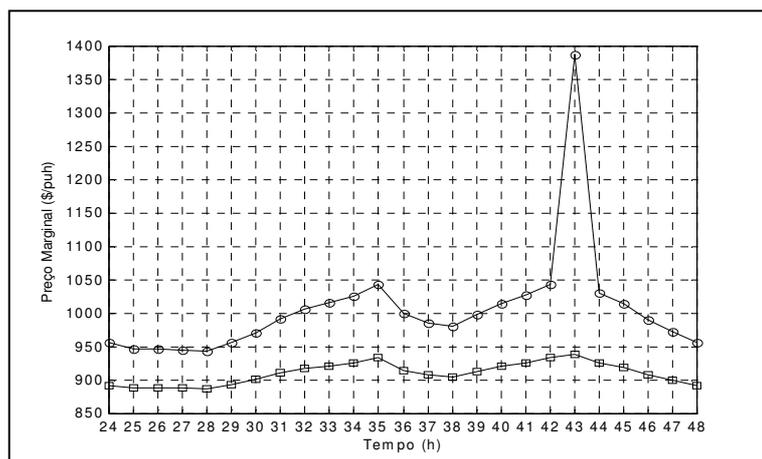
**Figura 5.5.5.1 – Curvas de Demanda e Carga Reduzida**  
 Demanda Total Original: + ; Demanda com PRID: ⊖ ; Carga Reduzida: ⊞

Na Figura 5.5.5.1, observa-se que a quantidade de carga reduzida é superior aos dois casos anteriores evidenciando que, durante o congestionamento, mais cargas são reduzidas de maneira que o sistema se “acomode” perante tal situação.



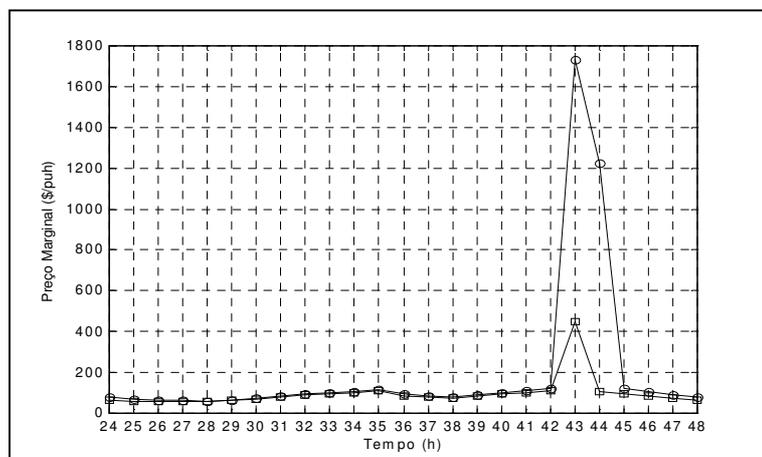
**Figura 5.5.5.2 – Preço Marginal de Barra – FPO–Base**  
 Preço Marginal de Barra Máximo: ⊖ ; Preço Marginal de Barra Mínimo: ⊞

Na Figura 5.5.5.2, apresentam-se as curvas de máximos e mínimos valores de preço marginais de barra ao longo do período apresentado, para a formulação de FPO–Base, ou seja, para cada hora analisada considera-se o máximo e o mínimo valor de preço marginal entre as 14 barras do sistema. Observa-se que durante as horas 43 e 44 ocorrem grandes variações destes valores em decorrência do congestionamento ocorrido nestes instantes.



**Figura 5.5.5.3 – Preço Marginal de Barra – FPO–PRID**  
 Preço Marginal de Barra Máximo:  $\circ$  ; Preço Marginal de Barra Mínimo:  $\square$

De forma semelhante à Figura 5.5.5.2, a Figura 5.5.5.3 também apresenta os valores máximo e mínimo dos preços marginais de barra, desta vez para a formulação do FPO–PRID. Observa-se que, na hora 43, ocorre igualmente uma grande variação nos preços marginais de barra devido ao congestionamento, porém menor que a observada no FPO–Base. Verifica-se também que neste caso o congestionamento se mantém por apenas uma hora.



**Figura 5.5.5.4 – Diferença entre  $\lambda_{Max}$  e  $\lambda_{Min}$  –  $\Delta\lambda$**   
 $\Delta\lambda$  - FPO–Base:  $\circ$  ;  $\Delta\lambda$  - FPO–PRID:  $\square$

A Figura 5.5.5.4 mostra as diferenças entre os valores máximos e mínimos dos preços marginais de barra, para ambas as formulações de FPO. Observa-se que, para o FPO–Base essas diferenças são aproximadamente quatro vezes maiores que as diferenças verificadas para o FPO–PRID durante o congestionamento.

Na Tabela 5.5.5 os indicadores econômicos demonstram que os incentivos oferecidos e a vantagem econômica são maiores que os do caso 5.5.3, demonstrando que, para o sistema-teste de 14 barras, a alternativa de redução de carga é sempre a mais vantajosa para concessionária.

**Tabela 5.5.5 – Indicadores Econômicos – Congestionamento**

		<b>Sistema Teste – 14 Barras</b>			
		<b>Congestionamento</b>			
	Horas	Custo Base (\$/h)	Custo PRID (\$/h)	Incentivo (\$/h)	Vantagem Econ. (\$/h)
		<b>Pico de Demanda</b>	42	3089,8	2819,9
	43	3286,5	2897,8	77,1	311,6
	44	3256,8	2580,0	188,9	487,9
	45	3089,8	2396,7	244,1	449,0
	46	2822,2	2256,0	170,4	395,8
	Máx.	3286,5	2897,8	244,1	487,9
	Mín.	2112,2	1957,7	18,5	53,4
	Média	2642,7	2396,8	69,5	176,4
	<b>Total (24h)</b>	<b>63423,7</b>	<b>57522,6</b>	<b>1667,8</b>	<b>4233,3</b>

### 5.5.6 Comparativo entre os Casos

Na Tabela 5.5.6.1 são apresentados os valores percentuais de carga reduzida de cada um dos tipos de consumidores presentes nas barras participantes do PRID, para os três últimos casos analisados. Os menores percentuais de redução são observados para o caso com limitação de incentivo, confirmando assim a influência direta do incentivo na redução de carga. O caso com congestionamento apresentou os maiores valores percentuais, já que este cenário induz uma redução de carga mais acentuada.

Além de ilustrar as relações entre a carga reduzida e os cenários analisados, a Tabela 5.5.6.1 permite observar a influência dos índices de sensibilidade dos consumidores na resposta. Nota-se que as reduções de carga variam de um tipo de consumidor para outro, o que não ocorre nos casos 5.5.1 e 5.5.2, onde os valores de IS são todos iguais.

Tabela 5.5.6.1 – Percentual de Carga Reduzida por Tipo de Consumidor

Sistema – 14 Barras									
Percentual de carga reduzida (%) para IS Diferenciado									
	Sem Lim. de Incentivo			Com Lim. de Incentivo			Sob Congestionamento		
	Ind.	Com.	Agr.	Ind.	Com.	Agr.	Ind.	Com.	Agr.
<b>Máximo</b>	30,0	30,0	29,0	29,6	27,9	26,1	30,0	30,0	30,0
<b>Mínimo</b>	4,2	3,9	3,7	4,0	3,7	3,5	4,2	3,9	3,7
<b>Média</b>	13,6	13,2	11,6	13,0	12,5	11,0	13,8	13,4	12,1

A Tabela 5.5.6.2 evidencia que a concessão de incentivos ao consumidor é bastante vantajosa para a concessionária. Mesmo na situação de congestionamento, onde o custo base foi mais elevado, observa-se que, mediante o aumento dos incentivos, a concessionária obtém um custo menor e vantagens econômicas maiores. Portanto, para os casos analisados, que consideram a máxima resposta dos consumidores de 30% da carga das barras, observa-se que a melhor alternativa para a concessionária é aumentar a concessão de incentivos para obter vantagens econômicas maiores, conforme demonstra o caso de IS Elevado.

Tabela 5.5.6.2 – Indicadores Econômicos – Comparativo

Casos	Sistema Teste – 14 Barras			
	Indicadores Econômicos – Valores Totais			
	Custo Base (\$/h)	Custo PRID (\$/h)	Incentivo (\$/h)	Vantagem Econ. (\$/h)
<b>1) IS Mínimo</b>	63416,5	58117,9	1405,4	3893,2
<b>2) IS Elevado</b>	63416,5	51567,3	3160,3	8688,9
<b>3) IS Diferenciado</b>	63416,5	57746,4	1505,1	4164,9
<b>4) Lim. Incentivo</b>	63416,5	58077,4	1396,1	3942,9
<b>5) Congestionam.</b>	63423,7	57522,6	1667,8	4233,3

## 5.6 Considerações Finais

Neste capítulo são apresentados os resultados de simulação para os sistemas de 5 e 14 barras, considerando cinco cenários diferentes. Em todos os casos observa-se que a vantagem econômica da aplicação do PRID mostra-se positiva para os casos analisados, o que qualifica esta estratégia como desejável do ponto de vista da concessionária. Os casos com redução do incentivo analisados neste capítulo demonstram que esta alternativa não é atraente, uma vez que os custos aumentam e a vantagem econômica diminui. Como era de se esperar, nos casos de congestionamento os incentivos e a carga reduzida foram maiores

que os casos sem restrições ativas de transmissão, indicando que a redução de carga permite que o sistema se “acomode” à nova condição de operação com mais facilidade. Observa-se também nos casos de congestionamento que os preços marginais de barra para o Caso PRID são menores que os do Caso Base, o que indica que o PRID reduz os preços marginais de barra do sistema, mesmo sob estas condições.

### Conclusões e Sugestões

As ações de GLD, especialmente de gerenciamento das cargas, têm sido utilizadas largamente em vários países como forma de reduzir os custos operativos e postergar investimentos. Em ambientes desregulamentados a participação dos consumidores é de fundamental importância para suprir as reservas operativas escassas e aumentar a competitividade entre os agentes.

No Brasil, as ações de GLD são baseadas no gerenciamento de cargas através de tarifas horo-sazonais de demanda e energia. Com a regulamentação dos programas de GLD, através de decretos e resoluções, propicia-se um ambiente favorável para implantação de novos programas, com novas modalidades de GLD.

Neste trabalho é proposto um Programa de Redução Incentivada de Demanda (PRID), no qual a concessionária estabelece um mercado de cargas redutíveis com os consumidores participantes do programa. Através de formulações de Fluxo de Potência Ótimo, determinam-se os valores do incentivo e a quantidade de carga a ser reduzida por cada consumidor. Também são propostas melhorias na implementação computacional do algoritmo, de forma a obter melhores desempenhos numéricos.

Os resultados obtidos a partir da simulação computacional aplicada a sistemas-teste diferentes considerando-se diversos cenários distintos, demonstram que o PRID é capaz de reduzir os custos de produção da concessionária para todos os cenários analisados. Desta forma foram confirmadas as expectativas iniciais sobre a eficácia deste tipo de programa de gerenciamento de carga, demonstrando que os métodos utilizados neste trabalho são consistentes e com potencial para aplicação prática.

Algumas sugestões para continuidade deste trabalho serão enunciadas a seguir.

Primeiramente, é necessário que novas abordagens de representação da resposta dos consumidores sejam pesquisadas e testadas, a fim de que possam ser obtidos resultados que reflitam mais fielmente o comportamento da demanda do consumidor face aos incentivos oferecidos pela concessionária. Sugere-se portanto o estudo de modelos que representem a resposta dos consumidores de acordo com o tipo de atividade econômica por ele desenvolvida.

Ainda com o objetivo de melhor representar o consumidor, restrições dinâmicas intertemporais de energia podem ser consideradas no algoritmo de Fluxo de Potência Ótimo, para representar condições especiais nos contratos entre a concessionária e os consumidores participantes do PRID. Estas restrições seriam responsáveis pela alocação das reduções de carga ao longo do período considerado, ao mesmo tempo possibilitando a recuperação da energia correspondente em outros períodos mais favoráveis para o consumo.

Devem ser testadas novas configurações de curva de carga, de tal maneira que seja possível a análise da resposta dos consumidores mediante variações diárias da carga ao longo de um período considerado, e variações sazonais da carga ao longo do ano.

Visando a aplicação no sistema elétrico brasileiro, onde a participação hidráulica é predominante, o método deve ser estendido para considerar o despacho hidrotérmico. Para isso, será necessária a inclusão de restrições intertemporais para modelar as restrições de volume das usinas hidrelétricas, além da consideração de outras variáveis hidráulicas.

Tendo em vista os problemas de controle de tensão associados ao fornecimento de reativos, devem ser considerados os custos de suprimento de potência reativa na formulação de FPO, para que desta forma o PRID possa ser utilizado também como uma alternativa de solução para este tipo de problema.

Com o intuito de tornar mais realística a abordagem baseada no PRID, devem ser considerados os seguintes aspectos: a) a redução de faturamento da concessionária em decorrência da adoção do programa; b) o uso do próprio incentivo como indicador econômico, ao invés da diferença de preços marginais; c) possibilidade do incentivo ser pago com base na carga efetivamente reduzida e não com base na carga redutível contratada.

Considerando-se o conjunto das melhorias sugeridas, é ainda recomendável a utilização de linguagens compiladas e de técnicas mais sofisticadas de esparsidade e fatoração, para que assim o algoritmo possa ser testado em sistemas de grande porte.

## Referências Bibliográficas

- [1] BHATTACHARYA, K.; BOLLEN, M.H.J. Optimal Interruptible Tariffs and their Impact on Quality of Power Supply In: PSCC (10. : Jun. 1999 : Trondheim). *Proceedings*. Local,1999. p. 97-103.
- [2] BHATTACHARYA, K.; BOLLEN, M.H.J.; DAALDER, J.E. Real Time Optimal Interruptible Tariff Mechanism Incorporating Utility-Customer Interactions. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 15, n. 2, p. 700-706, May 2000.
- [3] BHATTACHARYA, K.; BOLLEN, M.H.J.; DAALDER, J.E. *Operation of Restructured Power Systems*. 1. ed. Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [4] CHEN, C.S.; LEU, J.T. Interruptible Load Control for Taiwan Power Company. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 5, n. 2, p. 460-465, May 1990.
- [5] SANGHVI, A.P. Flexible Strategies for Load/Demand Management Using Dynamic Pricing. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 4, n. 1, p. 83-93, Feb 1989.
- [6] WOOD, A.J; WOLLENBERG, B.F. *Power Generation Operation and Control*. 2. ed. John Wiley & Sons, Inc., 1996.
- [7] WRIGHT, S.J. *Primal–Dual Interior–Point Methods*. 1. ed. Society for Industrial and Applied Mathematics., 1997.

- [8] GRANVILLE, S. Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 9, n. 1, p. 136-146, Feb 1994.
- [9] ARBEL, A. *Exploring Interior – Point Linear Programming*. 1. ed. The MIT Press., 1993.
- [10] FANG, S.C, PUTHENPURA, S. *Linear Optimization and Extensions*. 1. ed. Prentice-Hall., 1993.
- [11] UTURBEY, W. *Modelagem de Efeitos Intertemporais no Fluxo de Potência Ótimo: Abordagem do Gerenciamento pelo Lado da Demanda*. Florianópolis, 2002. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [12] CARAMANIS, M.C.; BOHN, R.E.; SCHWEPPE, F.C. Optimal Spot Pricing: Practice and Theory. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, New York, vol. PAS-101, n. 9, p. 3234-3245, Sep 1982.
- [13] SCHWEPPE, F.C. *et al. Spot Pricing of Electricity*. 1. ed. Kluwer Academic Publishers, 1988.
- [14] SILVA, E.L. *Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica*. 1. ed. Editora Sagra Luzzatto, 2001.
- [15] GELLINGS, C.W. The Concept of Demand-Side Management for Electric Utilities. *Proceedings of the IEEE*, New York, v. 73, n. 10, p. 1468-1470, Oct 1985.
- [16] REDDY, B.S.; PARIKH, J.K. Economic and Environmental Impacts of Demand Side Management Programmes. *Energy Policy*, Elsevier Science Ltd, Great Britain, v. 25, n. 3, p. 349-356, 1997.

- [17] MANSO, L.A.F.; SILVA, A.M.L. Avaliação de Programas de Gerenciamento da Demanda do ponto de Vista da Confiabilidade. In. SIMPÓSIO DE ESPECIALISTAS EM PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO E EXPANSÃO ELÉTRICA (8. : Mai. 2002 : Brasília ) *Anais*. Brasília, 2002.
- [18] GELLINGS, C.W.; AHO, S.; CAMPLANI, A. *et al.* The Potential Impact of Demand-Side Management on Future Electricity Demand. *Electra*, n. 138, Oct 1991.
- [19] BOYLE, S. DSM Progress and Lessons in the Global Context *Energy Policy*, Elsevier Science Ltd, Great Britain, v. 24, n. 4, p. 345-359, 1996.
- [20] FILHO, A.V. Utilities for Sale. *IEEE Spectrum*, New York, p. 29-33, Jun. 1996.
- [21] CHEN, C.S.; LEU, J.T. Interruptible Load Control for Taiwan Power Company. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, vol. 5, n. 2, p. 460-465, May 1990.
- [22] STRBAC, G.; FARMER, E.D.; CORY, B.J. Framework for the incorporation of demand-side in a competitive electricity market. *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, New York, v. 143, n. 3, p. 232-237, May 1996.
- [23] RAAD,A. Gerenciamento pelo lado da demanda no Brasil: controladores e tarifas diferenciadas. *Eletricidade Moderna*, Aranda Editora, São Paulo, n. 342, p. 154-165, Set. 2002.
- [24] GELLINGS, C.W.; SMITH, W.M. Integrating Demand-Side Management into Utility Planning. *Proceedings of the IEEE*, New York, v. 77, n. 6, p. 908-918, Jun. 1989.
- [25] HIRST, E.; KIRBY, B. Retail-Load Participation in Competitive Wholesale Electricity Markets. *Report prepared for Edison Electric Institute*, Jan. 2001.
- [26] TUAN, Le A. *Interruptible Load services in Deregulated Power Markets*. Göteborg, Sweden, 2002. Thesis (Degree of Licentiate of Engineering) – Department of Electric Power Engineering, Chalmers University of Technology.

- [27] UTURBEY, W.; SIMÕES COSTA, A. Interruptible Load Management Assessment via Dynamic Optimal Power Flow. In: IEEE BOLOGNA POWER TECH 2003 ( Jun. 2003: Bologna ) *Proceedings*. Bologna, 2003.
- [28] MAJUMDAR, S.; CHATTOPTHYAY, D.; PARIKH, J. Interruptible Load Management Using Optimal Power Flow Analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, vol. 11, n. 2, p. 715-720, May 1996.
- [29] TUAN, L.A.; BHATTACHARYA, K. Interruptible Load Management Within Secondary Reserve Ancillary Service Market. In: IEEE PORTO POWER TECH 2001 ( Sep. 2001: Porto ) *Proceedings*. Porto , 2003.
- [30] TUAN, L.A.; BHATTACHARYA, K. Interruptible Load Services for Transmission Congestion Relief. In: PSCC ( 14. : Jun. 2002: Sevilla ) *Proceedings*. Sevilla , 2002.
- [31] BRASIL. Resolução N<sup>o</sup> 12 do Ministério de Minas e Energia, de 17 de setembro de 2002. Estabelece diretrizes para celebração, substituição e aditamento de contratos de fornecimento de energia e para política tarifária e de preços da energia ... Brasília.
- [32] BRASIL. Decreto N<sup>o</sup> 4667 do Presidente da República, de 04 de abril de 2003. Altera o Decreto no 4.562, de 31 de dezembro de 2002, que estabelece normas gerais para celebração, substituição e aditamento dos contratos de fornecimento de energia elétrica; para tarifação e preço de energia elétrica; ... Brasília.
- [33] BRASIL. Resolução N.º 456 da Agência Nacional de Energia Elétrica – ANEEL, de 29 de novembro de 2000. Estabelece, de forma atualizada e consolidada, as Condições Gerais de Fornecimento de Energia Elétrica. Brasília.
- [34] Power Systems Test Case Archive.  
[http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg\\_tca14bus.htm](http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg_tca14bus.htm)
- [35] BENETTI, E. Luz mais barata. *Diário Catarinense*, Florianópolis, 12 out. 2002.

[36] VARIAN, H. R. *Microeconomic Analysis*. 2. ed. W.W. Norton & Co. Inc, 1992.

[37] SIMÕES COSTA, A. Notas de Aula da Disciplina de Planejamento da Operação de Sistemas de Potência. UFSC, 2001.

# Apêndice A

## A.1 Matrizes de Incidência Barra-Gerador

Seja  $n_b$  o número de barras do sistema e  $n_g$  o número de geradores do sistema, define-se a *matriz de incidência barra-gerador*,  $\mathbf{A}_g$  como a matriz  $n_b \times n_g$  cujos elementos são dados por:

$$\mathbf{A}_g(i, j) \stackrel{\Delta}{=} 1, \text{ se o gerador } j \text{ está conectado à barra } i;$$

$$\mathbf{A}_g(i, j) \stackrel{\Delta}{=} 0, \text{ em caso contrário}$$

## A.2 Matrizes de Incidência Barra-Barra Participante do PRID

Seja  $n_b$  o número de barras do sistema e  $n_d$  o número de barras participantes do PRID, define-se a *matriz de incidência barra-barra participante do PRID*,  $\mathbf{A}_d$  como a matriz  $n_b \times n_d$  cujos elementos são dados por:

$$\mathbf{A}_d(i, j) \stackrel{\Delta}{=} 1, \text{ se a barra participante do PRID } j \text{ está conectado à barra } i;$$

$$\mathbf{A}_d(i, j) \stackrel{\Delta}{=} 0, \text{ em caso contrário}$$

### A.3 Matrizes de Incidência Barra-Fluxos de Potência

A utilização do modelo AC da rede elétrica implica em fluxos de potência distintos em cada ramo da rede. Para descrever a relação entre injeções e fluxos na rede, nesta situação, adota-se a seguinte técnica:

- Seja  $l(i,j)$  um ramo da rede elétrica, onde  $i$  é o número da barra de origem e  $j$  o número da barra de destino;
- Cada ramo da rede  $l(i,j)$  dá origem a duas arestas fictícias no grafo da rede,  $l_1(i,j)$  e  $l_2(j,i)$ . Portanto, o grafo da rede gerado desta maneira terá o número de nós igual o número de barras, e o número de arestas igual a duas vezes o número de ramos fictícios;
- A relação entre as injeções nas barras e os fluxos nas linhas é descrito em termos desse grafo da rede pela *matriz de incidência barra-fluxos de potência*,  $\tilde{\mathbf{A}}$  de dimensão  $(n_b \times 2.n_l)$ , assim definida:

$$\tilde{\mathbf{A}}(k,m) = 1, \text{ se } k \text{ é a barra de origem da aresta fictícia } m;$$

$$\tilde{\mathbf{A}}(k,m) = 0, \text{ em caso contrario.}$$

Note que o número de elementos iguais a 1 na linha  $i$  de  $\tilde{\mathbf{A}}$  é igual ao grau<sup>(\*)</sup> da barra  $i$  da rede.

(\*) Grau da Barra  $i$  é o número de ramos físicos incidentes na barra  $i$ .

### A.4 Equações do Fluxo de Potência

Seja  $Y_{ij} \angle \alpha$  a admitância série dos ramos da rede,  $B$  a susceptância total dos ramos,  $i$  o número da barra de origem e  $j$  o número barra de destino, os fluxos de potência ativa e reativa são definidos da seguinte forma:

- Fluxo de Potência Ativa

$$fp(\theta, V)_{ij} = Y_{ij} (V_i V_j \cos(\theta_{ij} + \alpha)) - V_i^2 \cos(\alpha)$$

$$fp(\theta, V)_{ji} = Y_{ji} (V_j V_i \cos(\theta_{ji} + \alpha)) - V_j^2 \cos(\alpha)$$

- Fluxo de Potência Reativa

$$fq(\theta, V)_{ij} = Y_{ij} (V_i V_j \sin(\theta_{ij} + \alpha)) + V_i^2 \sin(\alpha) - \frac{V_i^2 B}{2}$$

$$fp(\theta, V)_{ji} = Y_{ji} (V_j V_i \sin(\theta_{ji} + \alpha)) - V_j^2 \sin(\alpha) - \frac{V_j^2 B}{2}$$

## A.5 Matrizes Hessianas do FPO Base e do FPO PRID

As matrizes hessianas que compõem o sistema linear do método de Newton do FPO Base e do FPO PRID, são definidas da seguinte forma:

$$\mathbf{G}_\theta = (\tilde{\mathbf{A}}^T \lambda_p + \mathbf{H}_{fp}^T \mathbf{W})^T \frac{\partial^2 \mathbf{fp}(\theta, \mathbf{V})}{\partial \theta^2} + (\tilde{\mathbf{A}}^T \lambda_q)^T \frac{\partial^2 \mathbf{fq}(\theta, \mathbf{V})}{\partial \theta^2}$$

$$\mathbf{D}_{v\theta} = (\tilde{\mathbf{A}}^T \lambda_p + \mathbf{H}_{fp}^T \mathbf{W})^T \frac{\partial^2 \mathbf{fp}(\theta, \mathbf{V})}{\partial \mathbf{V} \partial \theta} + (\tilde{\mathbf{A}}^T \lambda_q)^T \frac{\partial^2 \mathbf{fq}(\theta, \mathbf{V})}{\partial \mathbf{V} \partial \theta}$$

$$\mathbf{G}_v = (\tilde{\mathbf{A}}^T \lambda_p + \mathbf{H}_{fp}^T \mathbf{W})^T \frac{\partial^2 \mathbf{fp}(\theta, \mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}^2} + (\tilde{\mathbf{A}}^T \lambda_q)^T \frac{\partial^2 \mathbf{fq}(\theta, \mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}^2}$$

$$\mathbf{D}_{\theta v} = (\tilde{\mathbf{A}}^T \lambda_p + \mathbf{H}_{fp}^T \mathbf{W})^T \frac{\partial^2 \mathbf{fp}(\theta, \mathbf{V})}{\partial \theta \partial \mathbf{V}} + (\tilde{\mathbf{A}}^T \lambda_q)^T \frac{\partial^2 \mathbf{fq}(\theta, \mathbf{V})}{\partial \theta \partial \mathbf{V}}$$

$$\mathbf{FP}_\theta = \frac{\partial \mathbf{fp}(\theta, \mathbf{V})}{\partial \theta}$$

$$\mathbf{FP}_v = \frac{\partial \mathbf{fp}(\theta, \mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}}$$

$$\mathbf{FQ}_\theta = \frac{\partial \mathbf{fq}(\theta, \mathbf{V})}{\partial \theta}$$

$$\mathbf{FQ}_v = \frac{\partial \mathbf{fq}(\theta, \mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}}$$

$$\mathbf{D}_{\rho\lambda_p} = \mathbf{D}_{\lambda_{p\rho}}^T - \mathbf{diag}(\eta_p) \cdot \mathbf{A}_d^T$$

$$\mathbf{D}_{\rho\lambda_q} = \mathbf{D}_{\lambda_{q\rho}}^T - \mathbf{diag}(\eta_q) \cdot \mathbf{A}_d^T$$

Seja a função custo quadrática na sua forma matricial,

$\mathbf{C}(\mathbf{P}_g) = \mathbf{C}_0 + \mathbf{C}^T \mathbf{P}_g + 1/2 \mathbf{P}_g^T \mathbf{Q} \mathbf{P}_g$ , define-se a matriz hessiana  $\mathbf{G}_p$  como sendo:

$$\mathbf{G}_p = \mathbf{Q}$$

## Apêndice B

### B.1 Dados do Sistema Teste de 5 Barras

Tabela B.1 – Dados dos Geradores – Sistema Teste de 5 Barras

Barra	Co (\$/h)	C (\$/pu.h)	Q (\$/pu <sup>2</sup> .h)	P <sub>g</sub> min (pu)	P <sub>g</sub> máx (pu)	Q <sub>g</sub> min (pu)	Q <sub>g</sub> máx (pu)
1	10	1283.6	63.96	0	3.0	-1.05	0.6
3	20	1136.6	106.68	0	1.0	-1.00	2.0
4	30	1191.6	88.92	0	1.2	-1.00	1.0

Tabela B.2 – Dados de Barra – Sistema Teste de 5 Barras

Barra	Carga P <sub>L</sub> (pu)	Carga Q <sub>L</sub> (pu)
1	0.65	0.3
2	0.80	0.2
3	0.60	0.3
4	0.70	0.3
5	0.50	0.4

Tabela B3 – Dados de Linha – Sistema Teste de 5 Barras

De	Para	R (pu)	X (pu)	Y <sub>SHUNT</sub> (pu)
1	2	0.042	0.168	0.030
2	3	0.031	0.126	0.020
3	5	0.053	0.210	0.015
3	4	0.084	0.336	0.012
5	4	0.063	0.252	0.011
5	1	0.031	0.126	0.010

## B.2 Dados do Sistema Teste IEEE – 14 Barras

Tabela B.4 – Dados dos Geradores – Sistema Teste IEEE – 14 Barras

Barra	Co (\$/h)	C (\$/pu.h)	Q (\$/pu <sup>2</sup> .h)	P <sub>g</sub> min (pu)	P <sub>g</sub> máx (pu)	Q <sub>g</sub> min (pu)	Q <sub>g</sub> máx (pu)
1	225	840	25	0	2.32	-0.169	0.00
2	729	630	81	0	0.40	-0.400	0.50
3	0	0	0	-0.01	0	0.000	0.40
6	0	0	0	-0.01	0	-0.060	0.24
8	0	0	0	-0.01	0	-0.060	0.24

Tabela B.5 – Dados de Barra – Sistema Teste IEEE – 14 Barras

Barra	Carga P <sub>L</sub> (pu)	Carga Q <sub>L</sub> (pu)
1	0.000	0.000
2	0.217	0.127
3	0.942	0.190
4	0.478	-0.039
5	0.076	0.016
6	0.112	0.075
7	0.000	0.000
8	0.000	0.000
9	0.295	0.166
10	0.090	0.058
11	0.035	0.018
12	0.061	0.016
13	0.135	0.058
14	0.149	0.050

Tabela B6 – Dados de Linha – Sistema Teste IEEE – 14 Barras

<b>De</b>	<b>Para</b>	<b>R (pu)</b>	<b>X (pu)</b>	<b>Y<sub>SHUNT</sub> (pu)</b>
1	2	0.01938	0.05917	0.0528
1	5	0.05403	0.22304	0.0492
2	3	0.04699	0.19797	0.0438
2	4	0.05811	0.17632	0.0340
2	5	0.05695	0.17388	0.0346
3	4	0.06701	0.17103	0.0128
4	5	0.01335	0.04211	0.0000
4	7	0.00000	0.20912	0.0000
4	9	0.00000	0.55618	0.0000
5	6	0.00000	0.25202	0.0000
6	11	0.09498	0.19890	0.0000
6	12	0.12291	0.25581	0.0000
6	13	0.06615	0.13027	0.0000
7	8	0.00000	0.17615	0.0000
7	9	0.00000	0.11001	0.0000
9	10	0.03181	0.08450	0.0000
9	14	0.12711	0.27038	0.0000
10	11	0.08205	0.19207	0.0000
12	13	0.22092	0.19988	0.0000
13	14	0.17093	0.34802	0.0000