JERUSA MARCHI

OPERADORES SINTÁTICOS PARA MUDANÇA DE CRENÇAS BASEADOS NA REPRESENTAÇÃO EM FORMAS NORMAIS PRIMÁRIAS

FLORIANÓPOLIS
2006

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA ELÉTRICA

OPERADORES SINTÁTICOS PARA MUDANÇA DE CRENÇAS BASEADOS NA REPRESENTAÇÃO EM FORMAS NORMAIS PRIMÁRIAS

Tese submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

JERUSA MARCHI

Florianópolis, Julho de 2006.

OPERADORES SINTÁTICOS PARA MUDANÇA DE CRENÇAS BASEADOS NA REPRESENTAÇÃO EM FORMAS NORMAIS PRIMÁRIAS

Jerusa Marchi

'Esta Tese foi julgada adequada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Controle, Automação e Informática Industrial*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.'

Guilherme Bittencourt, Dr.
Orientador

Nelson Sadowski, Dr.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Guilherme Bittencourt, Dr.
Presidente

Laurent Perrussel, Dr.

Marcelo Finger, Dr.

Newton Carneiro Affonso da Costa, Dr.

Ana Teresa de Castro Martins, Dra.

Andreas Herzig, Dr.

[...]caminante, no hay camino,
se hace camino al andar.
Al andar se hace camino
y al volver la vista atrás
se ve la senda que nunca
se ha de volver a pisar.

Antônio Machado (1875-1939)

Dedico este trabalho a

Guilherme Bittencourt

que, neste caminho de amadurecimento profissional e pessoal,

teve uma participação ímpar.

Obrigada pelos grandes e pequenos ensinamentos,

pelas conversas e conselhos,

e, fundamentalmente, obrigada

pela pessoa que você é.

Conhecê-lo e tê-lo como orientador e amigo

é, para mim, um grande presente.

AGRADECIMENTOS

Foram muitas as pessoas que estiveram presentes em minha vida durante estes anos dedicados à tese e as quais eu gostaria de agradecer.

Em primeiro lugar agradeço imensamente a meus orientadores Guilherme e Laurent, por acreditarem em minha capacidade mesmo nos momentos em que eu mesma descri. Agradeço-lhes por toda a orientação e trabalho em conjunto, que fizeram deste minha tese de doutorado.

Agradeço em especial a Paulo Manoel Mafra, por fazer destes 3 últimos anos, os melhores de minha vida. Compartilhar contigo esta conquista é, para mim, a maior vitória.

Agradeço aos amigos Carlos Alberto Brandão Barbosa Leite, Karen Farfan, Fernando Passold, Cristiane Paim, Karina Barbosa, Sandra Gaspar Novais, Antonio Carrilho, Paulo Boni, João Morais da Silva Neto, Vitor Litwinczik, Ana Paula Martins de Araujo, Juliana Couto, Sérgio Melo e Laurinda Nogueira. O tempo os levou para longe, mas a lembrança sempre os traz para junto de mim. Por todos os momentos que vivemos juntos, muito obrigada!

Agradeço aos amigos, Rafael Obelheiro, Tatiana Renata Garcia, Anderson Luiz Fernandes Perez, Eliane Pozzebon, Cássia Yuri Tatibana, Luciana Frigo, que compartilharam comigo estes anos na UFSC. Em especial, agradeço a Rodrigo Sumar, Eder Mateus Nunes Gonçalves e a Marcos Vallim (meu irmão por opção) pela amizade e especial carinho.

Agradeço ainda aos amigos que encontrei na França e que me fizeram sentir um pouco mais em casa, Emmanuel Zenou, Matthias Mailliard e Marie Ange: Merci à vous, de tout mon coeur! E também aos brasileiros que compartilharam comigo ótimos momentos durante aquele ano, Guilherme, Jane, Tiago e Lila Bittencourt (minha família em muitos momentos), Nani e Eugênio Castelan, Magnos e Roberta, Valentim, Lena e Vilemar, Cláudia e Valter, Rita Castelan e Janette Cardoso.

Agradeço à minha família, pelo apoio incondicional e pela confiança que sempre depuseram em mim, e também à família Mafra, que me recebeu de braços abertos.

Agradeço aos relatores deste trabalho Marcelo Finger (Brasil) e Pierre Marquis (França) e também aos membros da Banca Examinadora pelas excelentes considerações e comentários.

A todos vocês o meu Muito Obrigada!

Resumo da Tese apresentada à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

OPERADORES SINTÁTICOS PARA MUDANÇA DE CRENÇAS BASEADOS NA REPRESENTAÇÃO EM FORMAS NORMAIS PRIMÁRIAS

Jerusa Marchi

Julho/2006

Orientadores: Guilherme Bittencourt, Dr. (Brasil) e Laurent Perrussel, Dr. (França)
Área de Concentração: Controle, Automação e Informática Industrial
Palavras-chave: Representação de conhecimento, Mudança de crenças, Mudança mínima, Compilação de conhecimento, Formas normais primárias
Número de Páginas: xxiv + 110

A área de *Mudança de Crenças* trabalha com métodos que permitem incorporar uma nova informação à uma base de crenças previamente existente. Estes métodos devem garantir que a base resultante seja consistente e que a base original sofra apenas as *mudanças mínimas* necessárias para torná-la coerente com a nova informação.

Formalmente, a mudança mínima é definida através de um critério de proximidade entre as bases de crenças dado por uma medida de distância entre os modelos das bases. Este critério é usado tanto por métodos de *Revisão de Crenças* quanto de *Atualização de Crenças*. Para a área de revisão de crenças, Dalal propôs um operador de revisão que satisfaz os postulados AGM (Alchourrón, Gärdenfors, Makinson) e propõe como unidade de medida para a definição de distância o número de símbolos proposicionais que apresentam valores verdade diferentes entre os modelos. Para a área de atualização de crenças, Forbus e Winslett propuseram operadores semânticos que satisfazem os postulados KM (Katsuno, Mendelzon) para a área de atualização de crenças. Todos estes operadores baseiam-se em uma visão semântica das bases de crenças.

Neste trabalho são apresentadas versões sintáticas destes operadores de mudança de crenças. Os operadores propostos requerem que a base de crenças esteja representada nas formas normais de *Implicantes Primários* e *Implicados Primários*. As versões sintáticas propostas são estritamente equivalentes aos operadores de Dalal, Forbus e Winslett. Também são propostos dois novos operadores sintáticos baseados em uma definição diferente de mudança mínima.

O novo critério de mudança mínima proposto é definido usando a relação "holográfica" existente entre os literais em uma forma primária e as cláusulas (duais), na outra forma primária, nas quais eles ocorrem. Esta nova abordagem sintática permite criar um contexto para os literais e uma nova visão do processo de mudança de crenças. A nova noção de minimalidade produz mudanças mais pertinentes e menores que a noção usual de distância mínima.

Résumé de Thèse proposé à l'Université Fédérale de Santa Catarina comme partie des conditions necessaires pour l'obtention du degré de Docteur en Génie Életrique.

OPÉRATEURS SYNTAXIQUES POUR LE CHANGEMENT DE CROYANCES BASÉS SUR LA REPRÉSENTATION EN FORMES NORMALES PREMIÈRES

Jerusa Marchi

Juillet/2006

Directeurs de thèse: Guilherme Bittencourt, Dr. (Brésil) et Laurent Perrussel, Dr. (France)
Domain d'Application: Contrôle, Automatique et Informatique Industrielle
Mots-Clefs: Représentation des connaissances, Changement de croyances, Changement minimal, Compilation de connaissances, Formes normales premières
Nombre des Pages: xxiv + 110

L'étude du *Changement des Croyances* consiste en l'étude de méthodes permettant l'incorporation d'une information nouvelle à un ensemble initial de croyances. Ces méthodes ont pour objectifs principaux de s'assurer que la base obtenue après l'opération d'incorporation soit logiquement cohérente et que la base originale ait été soumise à un *nombre minimal de changements* afin de garder la cohérence logique avec la nouvelle information.

Formellement, la notion de changement minimal est décrit par un critère de proximité entre des bases de croyances représenté par une distance entre les modèles des bases. Ce critère est utilisé par les méthodes de *Révision des Croyances* et de *Mise-à-jour des Croyances*. Pour la révision des croyances, Dalal a proposé un opérateur de révision qui satisfait les postulats usuels AGM (Alchourrón, Gärdenfors, Makinson) et qui propose comme unité de base pour la définition de la distance le nombre de valuations qui différent entre des modèles. Pour la mise à jour des croyances, Forbus et Winslett ont proposé des opérateurs sémantiques équivalents qui satisfont les postulats KM (Katsuno, Mendelzon) dédiés à la mise à jour. Tous ces opérateurs privilégient une vision sémantique des bases de croyances.

Ce travail présente une version syntaxique de ces opérateurs de changement des croyances. Les opérateurs proposés nécessitent une représentation des bases de croyances sous la forme d'*Impliquants Premiers* et d'*Impliqués Premiers*. Nous montrons que les versions syntaxiques proposés sont strictement équivalentes aux opérateurs usuels de Dalal, Forbus et Winslett. Le travail propose aussi deux nouveaux opérateurs syntaxiques de changement de croyances basés sur une définition différente de la notion de changement minimal. Le nouveau critère de minimalité proposé est défini par la relation “holographique” entre les littéraux apparaissant dans une forme première et leur usage dans l’autre forme première, c’est-à-dire dans les clauses et termes. Cette nouvelle approche permet de créer un contexte pour les litéraux qui ensuite pose en de nouveaux termes le changement de croyances. Nous montrons que cette nouvelle notion de minimalité produit des changements plus pertinents et plus minimaux dans les bases de croyances que la notion usuelle de distance minimale.

Abstract of Thesis presented to Federal University of Santa Catarina as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor in Electrical Engineering.

SYNTACTICAL OPERATORS TO BELIEF CHANGE BASED ON PRIME NORMAL FORM REPRESENTATION

Jerusa Marchi

July/2006

Advisors: Guilherme Bittencour, Dr. (Brazil) and Laurent Perrussel, Dr. (France)
Concentration Area: Control, Automation and Industrial Informatics
Keywords: Knowledge representation, Belief change, Minimal change, Knowledge compilation, Prime normal forms
Number of Pages: xxiv + 110

Studying *Belief Change* mainly consists of the elaboration of methods which allow to incorporate new information in a belief set. The aim of these methods is to ensure that the resulting belief is consistent and that the initial belief set has *changed in a minimal way*.

Formally, the notion of minimal change is represented by a closeness criterion based on distance between the models of the belief sets. This criterion is widely use in the *Belief Revision* and *Belief Update* areas. In the belief revision area, Dalal has proposed a revision method based on a notion of distance which considers as minimal unit of change a proposition symbol. Dalal has shown that his revision method satisfies the AGM postulates (Alchourrón, Gärdenfors, Makinson). In the belief update area, Forbus and Winslett have proposed similar operators. Their update operators satisfy the KM postulates (Katsuno, Mendelzon). All these three operators focus on a semantic definition of belief sets.

In this work we present a syntactic version of these three belief change operators. The proposed operators are based on a specific representation of belief set. Namely beliefs has to be represented using *Prime Implicants* and *Prime Implicates* notation. In this work, we show that we can express Dalal, Winslett and Forbus method in a syntactic way. In this work, we also proposed two new syntactic belief change operators which are based on a new definition of minimal change. This new notion of minimal change is based on of an "holographic" relation between the two representations: the prime implicants and the prime implicates. We associate to each literal that appear in the prime implicates the set of prime implicants in which they also appear. This representation allows to rephrase the notion of

minimal change in terms of propositional symbols and their use. We show that this new minimal unit of change leads to more relevant change in belief sets than the Dalal distance.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Capítulo 1

Introdução

Reproduzir "inteligência" em um mecanismo distinto do cérebro desperta em nós, humanos, um imenso fascínio. Seria possível criar a partir de circuitos e placas um ser autônomo capaz de interagir com o mundo real, tomando decisões e aprendendo? Esta pergunta tem acompanhado pensadores e cientistas ao longo dos séculos.

O desenvolvimento de uma *inteligência artificial* ainda é um sonho, mas avanços nas áreas tecnológicas têm possibilitado a construção de sistemas cada vez mais complexos e autônomos. Tais sistemas aumentam a eficiência e a flexibilidade do processo produtivo, pois apresentam capacidades, como *adaptação* e *auto-organização*, que permitem a execução de tarefas sem a necessidade de interferência externa durante o processo [41].

O estudo das capacidades humanas, desenvolvido em áreas diversas como Filosofia, Psicologia, Antropologia, Lingüística e Neurociência [120] tem servido como fonte de inspiração para o desenvolvimento de sistemas computacionais na área de Inteligência Artificial. O surgimento da Ciência Cognitiva [50, 93] como área de pesquisa multidisciplinar caracteriza esta fusão de conhecimentos na busca por respostas de caráter filosófico bem como o entendimento científico acerca dos processos da cognição humana e das possibilidades de replicação do comportamento dos seres humanos ou ainda, da simulação do funcionamento do cérebro humano em máquinas e circuitos.

Essa tendência interdisciplinar abrange também a área de robótica móvel, com o desenvolvimento de abordagens híbridas [3]. Tais abordagens suscitam a necessidade de dotar o agente com capacidades cognitivas de alto nível [57, 70, 125]. O surgimento de uma nova área de pesquisa, denominada *Robótica Cognitiva* [78, 80, 110, 112, 122], investiga o desenvolvimento de tais capacidades utilizando lógica para representação de conhecimento acerca do ambiente e das possíveis ações do robô.

Abordagens baseadas em modelos lógicos têm sido ainda amplamente exploradas na área de planejamento e robótica [5, 16, 73, 74, 92, 113] onde o objetivo é o desenvolvimento de algoritmos de controle que habilitem o agente a selecionar um grupo de ações e a organizar estas ações para atingir suas metas.

Uma das capacidades cognitivas de alto nível necessária a um agente autônomo é a capacidade de *adaptação*. Isto significa que um sistema autônomo deve prover mecanismos para *verificação* e *manutenção* do seu conhecimento, quando este não reflete mais o domínio de atuação. A área que lida com estes processos é chamada de *mudança de crenças*.

1.1 Mudança de Crenças

O problema da mudança de crenças surge da necessidade de prover um mecanismo autônomo de verificação e manutenção de conhecimento. Tal mecanismo é responsável pela alteração da base de conhecimento diante da constatação de novos fatos ou mesmo da inclusão ou retirada de um fato da base.

São duas as abordagens para descrever mudanças de crenças. A primeira vem da área de inteligência artificial e tem como objetivo a construção de sistemas para representação de conhecimento e realização de inferências. Tal abordagem é denominada *teoria fundamentalista*. A segunda, denominada *teoria da coerência*, é oriunda da filosofia e tem como objetivo a definição e manutenção de estados epistêmicos ou estados de crença [54, 95, 118].

A teoria fundamentalista mantém justificativas para as crenças, ou seja, o estado epistêmico tem uma *estrutura justificacional* com algumas crenças justificando outras. Em geral, a modelagem desta abordagem é feita utilizando redes semânticas, como nos sistemas de manutenção da verdade (TMS - Truth Maintenance System) [37] ou nos sistemas de manutenção de verdade baseado em suposição (ATMS - Assumption Based Truth Maintenance System) [33].

A teoria da coerência, por sua vez, foca a estrutura lógica das crenças. Um estado epistêmico coerente é *logicamente consistente* e *fechado sob suas conseqüências lógicas*.

O principal modelo desta abordagem é o *modelo AGM* [1, 53] (acrônimo de Alchourrón, Gärdenfors e Makinson). Tal modelo constitui-se de uma série de postulados e algumas construções que provêem um arcabouço para o desenvolvimento de operadores de revisão de crenças.

Entretanto, as abordagens da teoria fundamentalista e da teoria da coerência não são totalmente opostas, uma vez que o objetivo inicial do modelo AGM de encontrar meios puramente lógicos para a seleção das crenças a serem manipuladas não foi alcançado.[1] Ao fazer uso de critérios qualitativos ou extra-lógicos para promover a ordenação das crenças atribui-se a estas, de certa forma, um fator justificacional [54].

A impossibilidade de selecionar por meios puramente lógicos as crenças que devem ser eliminadas levou ao estabelecimento de alguns princípios que norteiam o processo de mudança. O princípio central da teoria da coerência é que as mudanças no sistema de crenças devem ser *mínimas*. A este princípio dá-se o nome *Princípio da Conservação* ou *Princípio da Mudança Mínima* [28]. Além disso, no processo de mudança de crenças, a consistência da base de conhecimentos deve ser preservada e a inclusão da nova informação, assegurada.

1.2 Descrição do Problema

O processo de mudança de crenças se subdivide em duas classes: *processos de revisão de crenças* e *processos de atualização de crenças* [20, 72, 99]. Tais processos diferem-se pela natureza da base de crenças. Se a base de crenças representa informações estáticas sobre o mundo, então trata-se de um processo de revisão de crenças. Se a base contém proposições cujo valor verdade depende da situação atual do mundo, então o processo a ser realizado é um processo de atualização de crenças [48].

Apesar dos processos serem conceitualmente distintos, o problema da mudança de crenças é o mesmo: como alterar minimamente uma base de crenças, diante de uma informação contraditória, considerando o princípio da conservação do conhecimento [28]. Este problema é fruto da necessidade do uso de critérios extra-lógicos para definir *minimalidade*.

[1] Conforme descrito no capítulo 2, construções como o *fortalecimento epistêmico* denotam um critério qualitativo ou extra-lógico que possibilita a seleção das crenças que alteram minimamente o conjunto de crenças mediante uma operação de revisão ou contração.

Para avaliar o impacto das mudanças realizadas, visando buscar o que é mínimo, faz-se necessária a adoção de algum tipo de *métrica*. Tanto no processo de revisão quanto no processo de atualização a métrica mais utilizada baseia-se na *distância* entre os modelos da base original e da nova informação, dada pela quantidade de símbolos proposicionais em que eles diferem. Esta noção de *distância entre mundos* foi proposta por Dalal [28] em 1988.

Dalal considera como unidade mínima de medida um literal isolado. Contudo, tal consideração pode não ser *mínima* se o símbolo alterado ocorre freqüentemente nas proposições da base de crenças. Ou seja, o critério extra-lógico utilizado até o momento não leva em consideração a estrutura da base de crenças como um todo, desconsiderando o contexto mais amplo no qual os símbolos proposicionais estão inseridos.

1.3 Objetivos

Este trabalho tem por objetivo investigar o uso da representação sintática em formas normais primárias para representação das bases de conhecimento, visando explorar características desta representação na questão da mudança mínima dos processos de mudança de crenças. Ao representar a base e a nova informação em suas formas normais primárias (implicantes e implicados primários), pode-se utilizar a característica dual da representação para *contextualizar* um literal dentro da base. A observação do literal em seu contexto delimita os contornos de um novo critério de mudança mínima. Como contribuições deste trabalho têm-se:

1. Definição de operadores sintáticos de mudança de crenças (revisão e atualização) equivalentes aos operadores de Dalal, Forbus e Winslett,[2] bem como a análise da complexidade destes operadores (Capítulo 3).

2. Introdução de uma nova métrica e conseqüentemente de uma nova unidade mínima de mudança baseada na representação em formas normais primárias e na *notação quantum* [7] (Capítulo 4).

3. O desenvolvimento de operadores sintáticos de revisão e atualização usando a nova noção de minimalidade (Capítulo 4).

[2]Apresentados no capítulo 2.

4. Uma comparação quantitativa, baseada no número de cláusulas da base original subsumidas pela base revisada, dos operadores definidos em 1 e 2 (Capítulo 5).

5. Uma comparação qualitativa entre os operadores clássicos e os novos operadores, baseada em atribuições semânticas às fórmulas no domínio da automação (Capítulo 6).

1.4 Notação e Preliminares

Considera-se uma linguagem lógica proposicional $\mathcal{L}(P)$ onde P representa um conjunto de símbolos proposicionais $\{p_1, \ldots, p_n\}$. Fórmulas lógicas em $\mathcal{L}$ são construídas usando o conjunto de literais $LIT = \{L_1, \ldots, L_{2n}\}$ associados a P tal que $L_i = p_j$ ou $L_i = \neg p_j$ e os conectores usuais da lógica $(\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow)$. As constantes $\perp$ e $\top$ também pertencem à linguagem $\mathcal{L}(P)$ e representam falso e verdadeiro, respectivamente.

Fórmulas na linguagem $\mathcal{L}(P)$ são representadas por letras gregas minúsculas (α, β, δ, ψ, ϕ, μ, ...). Denota-se um conjunto de fórmulas através de letras maiúsculas $(A, K, U, V, \ldots)$. Por vezes, porém, um conjunto de formulas é representado como uma única fórmula, onde todas as fórmulas do conjunto são conectadas por $\wedge$.

A sintaxe das fórmulas lógicas pode ser alterada para usar apenas um subconjunto de conectores, como $\neg$, $\wedge$ e $\vee$. A reescrita de uma fórmula lógica é feita observando as relações de equivalência para a lógica proposicional [8, 43, 121], conforme detalhado abaixo:

1. Relações de equivalência entre fórmulas:

Eliminação da equivalência	$(\alpha \leftrightarrow \beta) \Leftrightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$
Eliminação da implicação	$(\alpha \rightarrow \beta) \Leftrightarrow \neg\alpha \vee \beta$
Eliminação do falso $(\perp)$	$\perp \Leftrightarrow \alpha \wedge \neg\alpha$
Eliminação da negação	$\neg\alpha \Leftrightarrow \alpha \rightarrow \perp$
Eliminação da conjunção	$\alpha \wedge \beta \Leftrightarrow \neg(\neg\alpha \vee \neg\beta)$
	$\alpha \wedge \beta \Leftrightarrow \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \perp)) \rightarrow \perp$
Eliminação da disjunção	$\alpha \vee \beta \Leftrightarrow \neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta)$
	$\alpha \vee \beta \Leftrightarrow (\alpha \rightarrow \perp) \rightarrow \beta$

2. Equivalências correspondentes às propriedades algébricas dos conectores:

Idempotência	$\alpha \vee \alpha \Leftrightarrow \alpha$
	$\alpha \wedge \alpha \Leftrightarrow \alpha$
Comutatividade	$\alpha \vee \beta \Leftrightarrow \beta \vee \alpha$
	$\alpha \wedge \beta \Leftrightarrow \beta \wedge \alpha$
Associatividade	$(\alpha \vee \beta) \vee \delta \Leftrightarrow \alpha \vee (\beta \vee \delta)$
	$(\alpha \wedge \beta) \wedge \delta \Leftrightarrow \alpha \wedge (\beta \wedge \delta)$
Absorção	$\alpha \wedge (\alpha \vee \beta) \Leftrightarrow \alpha$
	$\alpha \vee (\alpha \wedge \beta) \Leftrightarrow \alpha$
Distributividade	$\alpha \vee (\beta \wedge \delta) \Leftrightarrow (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \delta)$
	$\alpha \wedge (\beta \vee \delta) \Leftrightarrow (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \delta)$
Complementaridade	$\alpha \wedge \neg\alpha \Leftrightarrow \bot$
	$\alpha \vee \neg\alpha \Leftrightarrow \top$
	$\neg\top \Leftrightarrow \bot$
Limites universais	$\alpha \wedge \top \Leftrightarrow \alpha$
	$\alpha \vee \bot \Leftrightarrow \alpha$
	$\alpha \wedge \bot \Leftrightarrow \bot$
	$\alpha \vee \top \Leftrightarrow \top$
Insolução	$\neg\neg\alpha \Leftrightarrow \alpha$
Dualização	$\neg(\alpha \vee \beta) \Leftrightarrow \neg\alpha \wedge \neg\beta$
	$\neg(\alpha \wedge \beta) \Leftrightarrow \neg\alpha \vee \neg\beta$

Fazendo uso das relações de equivalência, uma fórmula lógica ou um conjunto de fórmulas pode ser representado por uma fórmula equivalente em forma normal conjuntiva ou disjuntiva. Um caso especial das formas normais canônicas são as formas normais primárias. Tais formas são construídas com o auxílio das regras de inferência de resolução e subsunção [8, 121] mostradas abaixo.

Resolução:

$$\frac{\alpha \vee \beta \qquad \neg\beta \vee \delta}{\alpha \vee \delta}$$

Subsunção:

$$\frac{\alpha \vee \beta \vee \delta \qquad \alpha \vee \beta}{\alpha \vee \beta}$$

A semântica de uma fórmula lógica é dada por uma interpretação *I* que atribui valores verdade aos símbolos proposicionais da fórmula e pelas tabelas verdade das funções booleanas associadas aos conectivos lógicos. O conjunto de interpretações possíveis I de uma fórmula lógica α contém todas as atribuições possíveis de valores verdade aos símbolos da fórmula. Já o conjunto de modelos de uma fórmula α, denotado por $[\![\alpha]\!]$, representa todas as interpretações para as quais α assume valor verdade verdadeiro.

O fechamento lógico sobre um conjunto de fórmulas K, denotado por $Cn(K)$, contém todas as conseqüências lógicas de K e é definido como $Cn(K) = \{\alpha \mid K \models \alpha\}$. Um conjunto de fórmulas K é inconsistente se e somente se $K \models \alpha$ e $K \models \neg\alpha$. Um conjunto inconsistente é denotado $K_\perp$ [56, 95, 128].

O conjunto formado pelos subconjuntos máximos de K que não implicam uma dada sentença α é denotado $K \perp \alpha$. Um conjunto A é um subconjunto máximo ($A \in K \perp \alpha$) se e somente se $A \subseteq K$; $A \not\models \alpha$; e para todo A' tal que $A \subset A' \subseteq K, A' \models \alpha$ [55, 56, 128].

Em muitos pontos, fórmulas lógicas são tratadas como conjuntos representados entre chaves ($\{$ e $\}$), omitindo os conectivos ($\wedge$ ou $\vee$) entre os literais.

Em diversos momentos serão apresentadas relações de ordenação. Abaixo, listam-se as propriedades que uma relação binária $R \subseteq \mathcal{D} \times \mathcal{D}$ pode apresentar [94].

Reflexividade	$\forall x\{(x \in \mathcal{D}) \Rightarrow [(x,x) \in R]\}$
Simetria	$\forall x \forall y(\{(x \in \mathcal{D}) \wedge (y \in \mathcal{D})\} \Rightarrow \{[(x,y) \in R] \Leftrightarrow [(y,x) \in R]\})$
Transitividade	$\forall x \forall y \forall z\{[(x \in \mathcal{D}) \wedge (y \in \mathcal{D}) \wedge (z \in \mathcal{D})] \Rightarrow$ $(\{[(x,y) \in R] \wedge [(y,z) \in R]\} \Rightarrow [(x,z) \in R])\}$
Irreflexividade	$\forall x\{(x \in \mathcal{D}) \Rightarrow [(x,x) \notin R]\}$
Assimetria	$\forall x(\forall y\{[(x,y) \in R] \Rightarrow [(y,x) \notin R]\})$
Anti-simetria	$\forall x(\forall y[\{[(x,y) \in R] \wedge [(y,x) \in R]\} \Rightarrow (x = y)])$
Conectividade	$\forall x[\forall y([(x \in \mathcal{D}) \wedge (y \in \mathcal{D}) \wedge (x \neq y)] \Rightarrow \{[(x,y) \in R] \vee [(y,x) \in R]\})]$
Conectividade Forte	$\forall x[\forall y([(x \in \mathcal{D}) \wedge (y \in \mathcal{D})] \Rightarrow \{[(x,y) \in R] \vee [(y,x) \in R]\})]$
Equivalência	R é reflexiva, simétrica e transitiva
Pré-ordem	R é reflexiva e transitiva
Ordem Parcial	R é reflexiva, anti-simétrica e transitiva
Ordem Total	R é uma relação de ordem parcial fortemente conectada

Ordem Parcial Estrita	R é irreflexiva e transitiva
Ordem Total Estrita	R é irreflexiva, transitiva e conectada

1.5 Organização

Este documento está organizado da seguinte forma: no capítulo 2 caracterizam-se, inicialmente, os dois processos nos quais se divide a mudança de crenças - revisão e atualização. Em seguida, são apresentados os dois principais arcabouços para desenvolvimento de operadores de mudança de crenças, que são o modelo AGM, para revisão, e o modelo KM, para atualização. Como exemplos de operadores de mudança de crenças construídos seguindo estes modelos são descritos os operadores propostos por Dalal, Winslett e Forbus. O primeiro, como operador de revisão e os seguintes como operadores de atualização de crenças. Ao final do capítulo são apresentadas as complexidades destes operadores e ressaltam-se algumas características do processo de mudança de crenças que motivam a proposta deste trabalho.

No capítulo 3 são apresentadas versões sintáticas destes operadores. A construção de operadores sintáticos equivalentes é obtida pela representação alternativa da base de crenças e da nova informação em formas normais primárias. O critério quantitativo adotado para a escolha do que deve ser eliminado da base se mantém.

No capítulo 4 é introduzida a notação quantum, proposta por Bittencourt e Tonin [7, 15] e que possibilita a proposta de uma nova unidade mínima de mudança. Com a definição de um novo critério de minimalidade, dois novos operadores de mudança de crenças são propostos.

No capítulo 5 são apresentados os resultados comparativos entre os operadores propostos e os operadores de Dalal e Forbus. No capítulo 6 apresentam-se exemplos dos processos de revisão e atualização utilizando os operadores propostos, visando salientar a preservação de informação obtida com estes operadores. O capítulo 7 traz as considerações finais deste trabalho e as perspectivas de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Mudança de Crenças

O problema da mudança de crenças consiste em, dada uma base de crenças inicial e uma nova informação contraditória com a base, alterar minimamente a base para que a nova informação seja adicionada de maneira consistente. Assim, a mudança de crenças pode ser vista como uma função que recebe como entrada a base de crenças inicial e uma nova informação e retorna uma nova base de crenças que tem a nova informação como uma de suas conseqüências lógicas.

A problemática da mudança de crenças é inerente, não só à robótica cognitiva [78, 114] mas também, à várias outras áreas, como bases de dados lógicas [42, 79], diagnóstico de falhas [104, 127], planejamento [65, 67], raciocínio sobre ações [126] e sistemas multiagentes [38, 101, 106].

Este capítulo descreve, inicialmente, a distinção entre os processos de atualização e revisão de crenças. A seguir, apresentam-se o modelo para revisão de crenças, proposto por C. Alchourrón, P. Gäderfors e D. Makinson, denominado *modelo AGM* [1], citando algumas de suas extensões. O operador proposto por M. Dalal [28] é descrito como um exemplo de operador de revisão. Em seguida, apresentam-se o modelo para atualização de crenças, proposto por H. Katsuno e A. Mendelzon, denominado *modelo KM* [72], bem como os operadores de atualização propostos por M. Winslett [131] e K. Forbus [44].

2.1 Revisão e Atualização

A área de mudança de crenças engloba dois processos distintos que são os *processos de revisão de crenças* [1] e os *processos de atualização de crenças* [72]. A escolha sobre qual processo deve ser aplicado à base de crenças está intimamente relacionada ao conteúdo da mesma. Aplica-se um processo de revisão quando o conhecimento contido na base está incorreto e não reflete a realidade do mundo. Por outro lado, um processo de atualização de crenças tem lugar quando as proposições encontradas na base representam informações cuja validade está condicionada à situação atual, o conhecimento da base não está incorreto, mas defasado e precisa apenas ser atualizado.

Semanticamente, a base de crenças resultante de uma operação de revisão é dada pelo conjunto de modelos da nova informação que estiverem *mais próximos* dos modelos da base inicial. Já em uma operação de atualização, a base de crenças resultante será formada pelos conjuntos de modelos da nova informação que estiverem *mais próximos* de cada um dos modelos da base inicial [48, 72].

Intuitivamente, esta diferença semântica faz sentido. Se o processo que está sendo realizado é um processo de revisão, uma vez que o mundo real não sofreu alterações e a nova informação reflete uma verdade em todos os mundos possíveis, alguns dos velhos mundos possíveis podem ser descartados, pois são muito diferentes dos mundos que agora são verdadeiros. Ou seja, a base inicial é adaptada para receber a nova informação, porém continua sendo a referência do sistema de crenças. Por outro lado, em um processo de atualização, os modelos da base inicial constituem o conjunto de mundos possíveis, dentre os quais encontra-se o mundo atual (ainda que não se possa identificá-lo seguramente). Se uma mudança no mundo real acontece, cada um dos mundos possíveis é examinado e alterado minimamente para tornar-se um modelo da nova informação. Ou seja, a referência é a nova informação (que representa a situação atual), então o máximo de informação da base inicial é integrado à nova informação para constituir o sistema de crenças.

Apesar de conceitualmente distintos, ambos os processos devem manter um compromisso entre a antiga base de conhecimento e a base revisada pela nova informação. De forma consensual, alguns princípios [28] que guiam a construção de operadores de mudança de crenças são:

- Adequação da representação: a representação do conhecimento revisado não deve diferir daquela utilizada antes da revisão;

- Irrelevância da sintaxe: a representação adotada para a base de crenças não deve interferir no processo de revisão, ou seja, dadas as bases de conhecimento A e B logicamente equivalentes, porém representadas distintamente, e as novas informações α e β igualmente equivalentes, as revisões de A por α e de B por β devem prover resultados equivalentes;

- Manutenção da consistência: se a base de conhecimento e a nova informação são ambas consistentes, a base revisada deverá ser consistente;

- Primazia da nova informação: a nova informação deve ser uma conseqüência lógica da base revisada;

- Persistência do conhecimento ou mudança mínima: o máximo possível do conhecimento contido na base original deve ser mantido na base revisada;

- Equanimidade: caso haja várias bases candidatas à base revisada, que atendam os princípios expostos acima, a escolha de uma delas não deve ser arbitrária. Uma possível solução é definir a base revisada como a interseção de todas as bases candidatas.

Dos princípios apresentados, o mais importante é o princípio da *mudança mínima*. Todas as abordagens da literatura incorporam este princípio, ainda que difiram na definição do que seja uma mudança mínima. Tais princípios, juntamente com os postulados associados a cada tipo de processo - revisão ou atualização - norteiam a construção de novos operadores.

A seguir apresentam-se os modelos AGM e KM para revisão e atualização respectivamente.

2.2 O Modelo AGM

Proposto por C. Alchourrón, P. Gärdenfors e D. Makinson, o modelo AGM [1, 53, 55, 56] oferece um arcabouço para a construção de operadores de revisão de crenças. Tal modelo admite um conjunto de crenças consistente e fechado sob suas conseqüências lógicas. O fechamento lógico torna o *conjunto de crenças* possivelmente infinito.

Sobre um conjunto de crenças, podem ser realizadas operações de *expansão*, *revisão* e *contração*. Estas operações envolvem a manipulação das crenças que são contraditórias à nova informação, bem como todas as suas conseqüências lógicas. Assim, para um conjunto K de crenças e uma nova informação α definem-se:

- a operação de expansão $(+)$ como a inclusão da nova informação α, não contraditória, ao conjunto de crenças K

  $$K+\alpha = Cn(K \cup \{\alpha\})$$

  onde Cn representa o fechamento lógico do conjunto, como definido na seção 1.4.

- a operação de revisão $(*)$ como a eliminação das crenças contraditórias $(\neg\alpha)$ e posteriormente, a inclusão da nova informação α

  $$K*\alpha = (K-\neg\alpha)+\alpha$$

- a operação de contração $(-)$ como a eliminação de crenças do conjunto K, sem a inclusão de nenhuma crença nova

  $$K-\alpha = K \cap (K*\neg\alpha)$$

Nota-se que as operações de revisão e contração são definidas uma em termos da outra. Tais definições denominam-se *Identidade de Levi* [1] e *Identidade de Harper* [53], respectivamente e não podem ser produzidas utilizando apenas operadores da teoria dos conjuntos, como a operação de expansão. Para realizar a revisão e a contração de um conjunto de crenças é necessário dispor de alguma informação adicional sobre as sentenças da base que permita escolher o que deve ser retirado, sem incorrer em perda excessiva de informação. Ou seja, algum critério extra-lógico deve ser adotado para avaliar as crenças.

A construção de operadores para contração e revisão baseia-se em um conjunto de *postulados* e em um conjunto de *construções*. Inicialmente o modelo AGM define algumas propriedades gerais, dadas pelo conjunto de postulados, que restringem as operações de revisão e contração.[1] As propriedades específicas de cada operador são definidas pelo conjunto de construções. Postulados e construções são relacionados através de *teoremas de*

[1] Originalmente, o modelo AGM apresenta um conjunto de postulados também para o processo de expansão, mas tal processo pode ser totalmente caracterizado como uma operação sobre conjuntos.

representação. A seguir apresentam-se os conjuntos de postulados originalmente propostos no modelo AGM para contração e revisão, em seguida apresentam-se algumas construções e seus teoremas de representação.

2.2.1 Postulados

Os postulados AGM para contração e revisão especificam restrições que guiam a construção de operadores. Dentre estas restrições encontram-se a *perda mínima* de informação, a *consistência* do conjunto de crenças ao término do processo de mudança e a *irrelevância da sintaxe* [28, 95].

Contração

As operações de contração são restringidas por um conjunto de 8 postulados. São eles:

(K−1) Para qualquer sentença α e qualquer conjunto de crenças K, $K-\alpha$ é um conjunto de crenças. (Fechamento)

(K−2) $(K-\alpha) \subseteq K$. (Inclusão)

(K−3) Se $\alpha \notin K$, então $(K-\alpha) = K$. (Vacuidade)

(K−4) Se $\nvdash \alpha$ então $\alpha \notin (K-\alpha)$. (Sucesso)

(K−5) Se $\alpha \in K$, $K \subseteq (K-\alpha)+\alpha$. (Recuperação)

(K−6) Se $\vdash \alpha \leftrightarrow \beta$, então $(K-\alpha) = (K-\beta)$. (Extencionalidade)

(K−7) $(K-\alpha) \cap (K-\beta) \subseteq K-(\alpha \wedge \beta)$. (Interseção)

(K−8) Se $\alpha \notin K-(\alpha \wedge \beta)$, então $K-(\alpha \wedge \beta) \subseteq (K-\alpha)$. (Conjunção)

O postulado de *fechamento* expressa que qualquer função de contração $(-)$ toma um conjunto de crenças e uma sentença como entradas e produz um conjunto de crenças. O postulado de *inclusão* assegura que, em uma operação de contração, nenhuma nova crença será introduzida no conjunto inicial. O postulado de *vacuidade* expressa que nada deve ser feito se a informação de entrada não pertence ao conjunto de crenças, atendendo ao *princípio da* *mudança mínima*. O postulado do *sucesso* afirma que a sentença de entrada retirada não é um elemento resultante do conjunto de crenças. O postulado de *recuperação* é o postulado mais polêmico e afirma que o conjunto de crenças original deve estar contido no conjunto de crenças que foi contraído e expandido por uma mesma crença. O postulado da *extencionalidade* expressa o *princípio da irrelevância da sintaxe*. Estes primeiros postulados são chamados *postulados básicos*, os próximos dois são ditos *suplementares* e se aplicam à contrações compostas. O primeiro postulado suplementar, chamado de postulado de *interseção*, diz que se uma crença não é eliminada ao eliminar a crença α nem ao eliminar a crença β, então ela não será eliminada pela contração da conjunção $\alpha \wedge \beta$. Pelo postulado da *conjunção*, se uma crença α é eliminada ao eliminar a conjunção $\alpha \wedge \beta$, então não importa o que foi eliminado ao eliminar α, deve também ser eliminado ao eliminar $\alpha \wedge \beta$.

Revisão

Para restringir operações de revisão, o modelo AGM provê o seguinte conjunto de postulados:

(K$*$1) Para qualquer sentença α e qualquer conjunto de crenças K, $K * \alpha$ é um conjunto de crenças. (Fechamento)

(K$*$2) $\alpha \in K * \alpha$. (Sucesso)

(K$*$3) $(K * \alpha) \subseteq (K + \alpha)$. (Inclusão)

(K$*$4) Se $\neg\alpha \notin K$, então $(K + \alpha) \subseteq (K * \alpha)$. (Preservação)

(K$*$5) $(K * \alpha) = K_{\perp}$ se e somente se $\vdash \neg\alpha$. (Vacuidade)

(K$*$6) Se $\vdash \alpha \leftrightarrow \beta$, então $(K * \alpha) = (K * \beta)$. (Extencionalidade)

(K$*$7) $K * (\alpha \wedge \beta) \subseteq (K * \alpha) + \beta$. (Superexpansão)

(K$*$8) Se $\neg\beta \notin K * \alpha$, então $(K * \alpha) + \beta \subseteq K * (\alpha \wedge \beta)$. (Subexpansão)

O postulado de *fechamento* é similar ao postulado de fechamento para a contração. Ou seja, qualquer função de revisão $(*)$ toma um conjunto de crenças e uma sentença como entradas e produz um conjunto de crenças. O postulado de *sucesso*, reflete a *primazia da nova informação*, assegurando que a nova crença foi incluída no conjunto de crenças revisado.

O postulado de *inclusão* determina a expansão como o "limite superior" quando incorpora novas crenças. O postulado da *preservação* afirma que, se a crença de entrada não é contraditória com o conjunto, a revisão da base pela nova crença deve manter, ao menos, as mesmas crenças obtidas por um processo de inclusão. O postulado de *vacuidade* afirma que a única situação na qual a revisão pode gerar um estado inconsistente é quando o processo de revisão é realizado com uma crença α inconsistente. O postulado da *extencionalidade*, assim como no caso da contração, expressa o *princípio da irrelevância da sintaxe*. Estes primeiros 6 postulados constituem os *postulados básicos* para revisão providos pelo modelo AGM, os outros 2 são chamados de *postulados suplementares* e estão relacionados com o princípio da mudança mínima. Tais postulados se aplicam a revisões compostas e podem ser pensados como generalizações dos postulados de inclusão e de preservação. O postulado da *superexpansão* diz que qualquer crença incluída na revisão de K por $\alpha \wedge \beta$ deve também ser incluída se K for revisado primeiro por α e o resultado for expandido por β. O postulado da *subexpansão* afirma que, se β não contradiz o conjunto de crenças revisado por α então a revisão pela conjunção $\alpha \wedge \beta$ deve incluir a revisão de K por α e a posterior inclusão de β, pois α e β são consistentes.

Os postulados descrevem as condições que os operadores de mudança de crenças devem satisfazer, contudo não podem ser vistos como imutáveis, sendo muitas vezes discutidos [21, 36, 49, 108]. O modelo AGM provê ainda algumas construções que servem como ferramentas para o desenvolvimento de operadores que satisfaçam os postulados.

2.2.2 Construções

São quatro as *construções* propostas pelo modelo AGM. A primeira, denominada *funções de seleção* [1] baseia-se em operações sobre conjuntos. A segunda, denominada *fortalecimento epistêmico* [58] usa um critério de ordenação total sobre fórmulas. A terceira, denominada *sistema de esferas de Grove* [52], pode ser considerada a versão semântica do fortalecimento epistêmico. A última construção, denominada *contrações seguras* [2], baseia-se na combinação de características do fortalecimento epistêmico e das funções de seleção. A seguir cada uma destas construções é brevemente descrita.

Funções de Seleção

Inicialmente, para um conjunto K de crenças, é obtido o conjunto de todos os subconjuntos máximos de K que falham ao implicar uma crença α. Este conjunto é denotado por $K\perp\alpha$. As funções de seleção são aplicadas sobre este conjunto, visando satisfazer o princípio da mudança mínima.

O modelo AGM provê três funções de seleção sobre o conjunto $K\perp\alpha$: função de seleção *Maxichoice* (γ), função de seleção *Full Meet* ($\cap$) e função de seleção *Partial Meet* ($\cap\gamma$).

A função de seleção *Maxichoice* retorna um único elemento do conjunto $K\perp\alpha$. A função de contração definida com esta função de seleção é dada por:

$$K-\alpha=\begin{cases}\gamma(K\perp\alpha) & \text{se } K\perp\alpha\neq\emptyset\\ K & \text{caso contrário}\end{cases}$$

Uma função de contração Maxichoice satisfaz a seguinte condição de *completude*:

(K−F) Se $\beta\in K$ e $\beta\notin K-\alpha$, então $\beta\rightarrow\alpha\in K-\alpha$ para qualquer conjunto de crenças K.

Os postulados básicos **(K−1)**∼**(K−6)** e a condição de completude caracterizam uma função de contração Maxichoice conforme o seguinte teorema de representação:

Teorema 1 *[56] Qualquer função de contração que satisfaça* **(K−1)**∼**(K−6)** *e* **(K−F)** *pode ser gerada por uma função de contração Maxichoice.*

Como efeito indesejado, a função Maxichoice preserva muita informação. Isso acontece pois o conjunto K é máximo, isto significa que para toda a sentença β, $\beta\in K$ ou $\neg\beta\in K$. Ao realizar uma operação de contração ($K-\alpha$) com a função Maxichoice, onde $\alpha\in K$, para toda a sentença $\beta\in K$, $\alpha\vee\beta\in K-\alpha$ ou $\alpha\vee\neg\beta\in K-\alpha$. Para a operação de revisão, realizada através da aplicação direta da Identidade de Levi, a função de seleção Maxichoice assume a veracidade ou a falsidade de todas as demais proposições contidas na base resultante. Assim, para toda a sentença $\beta\in K$, $\beta\in K*\alpha$ ou $\neg\beta\in K*\alpha$.

A segunda função de seleção provida pelo modelo AGM é a função *Full Meet*. Esta função representa o extremo oposto da função Maxichoice, retornando o conjunto formado por elementos comuns a todos os subconjuntos de $K\perp\alpha$. A função de contração definida com a função Full Meet é:

$$K-\alpha = \begin{cases} \cap(K\perp\alpha) & \text{se } K\perp\alpha \neq \emptyset \\ K & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Uma função Full Meet satisfaz os postulados básicos **(K−1)**∼**(K−6)** e a seguinte condição de interseção:

(K−I) Para todo α e β, $K-(\alpha\wedge\beta) = K-\alpha \cap K-\beta$.

como demonstra o seguinte teorema de representação:

Teorema 2 *[56] Uma função de contração satisfaz* **(K−1)**∼**(K−6)** *e* **(K−I)** *se e somente se puder ser gerada como uma função de contração Full Meet.*

Porém, esta função também produz resultados indesejados. Se $\alpha \in K$, a operação de contração da base K por α será dada por todas as crenças β ($\beta \in K-\alpha$) se e somente se $\beta \in K$ e $\beta \in Cn(\neg\alpha)$. Para um processo de revisão da base K por α, onde $\neg\alpha \in K$, o conjunto resultante será dado pelo conjunto fechamento $Cn(\alpha)$. Isso significa que a função Full Meet perde muita informação.

A justa medida entre as funções Maxichoice e Full Meet é dada pela última função de seleção proposta pelo modelo AGM. A função *Partial Meet* é definida como a aplicação da operação Full Meet sobre o resultado da operação Maxichoice, porém, a função Maxichoice é redefinida de maneira a retornar um subconjunto de $K\perp\alpha$. Este subconjunto contém os elementos máximos de $K\perp\alpha$ em relação a pré-ordem $\leqslant$ sobre 2^K. Esta relação de pré-ordem é transitiva e reflexiva e se traduz como uma preferência sobre o conjunto de crenças, ou seja, um critério extra-lógico de ordenação.

$$\gamma(K\perp\alpha) = \{K' \in K\perp\alpha \mid K'' \leq K' \text{ para todo } K'' \in K\perp\alpha\}$$

O conjunto resultante será formado pela interseção de todos os subconjuntos retornados pela função Maxichoice e a função de contração é denominada função de contração *Partial Meet*

Transitiva Relacional, definida como:

$$K - \alpha = \begin{cases} \cap\gamma(K\perp\alpha) & \text{se } K\perp\alpha \neq \emptyset \\ K & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Para esta função de contração, o seguinte teorema de representação é apresentado:

Teorema 3 *[56] Para qualquer conjunto de crenças K, uma função de contração − satisfaz* **(K−1)∼(K−8)** *se e somente − for uma função de contração Partial Meet Transitiva Relacional.*

Uma função de revisão do tipo Partial Meet Transitiva Relacional pode ser obtida pela Identidade de Levi e respeita os postulados **(K∗1)∼(K∗8)**.

Fortalecimento Epistêmico

O fortalecimento epistêmico [54, 58] (do inglês *epistemic entrenchment*) baseia-se em uma ordenação sobre fórmulas, onde a cada fórmula é atribuído um grau de fortalecimento, como critério *qualitativo* para escolha do que deve ser retirado. Uma sentença α é menos fortalecida que uma sentença β no conjunto de crenças K se for mais fácil retirar α do que retirar β. Assim, ao revisar ou contrair uma base, dada a nova informação, opta-se por retirar as sentenças contraditórias com menor grau de fortalecimento epistêmico, respeitando desta forma o princípio da Mudança Mínima.

Para auxiliar na definição do critério de ordenação total $\leqslant$ que represente uma ordem de fortalecimento epistêmico, um conjunto de cinco postulados foi proposto em [58]. São eles:

(EE1) Para qualquer α, β e γ, se $\alpha \leq \beta$ e $\beta \leq \gamma$, então $\alpha \leq \gamma$. (Transitividade)

(EE2) Para qualquer α e β, se $\alpha \vdash \beta$, então $\alpha \leq \beta$. (Domínio)

(EE3) Para todo α e β em K, $\alpha \leq \alpha \wedge \beta$ ou $\beta \leq \alpha \wedge \beta$. (Conjuntividade)

(EE4) Quando $K \neq K\perp$, $\alpha \notin K$ se e somente se $\alpha \leq \beta$ para todo β. (Minimalidade)

(EE5) Se $\beta \leq \alpha$ para todo β, então $\vdash \alpha$. (Maximalidade)

O primeiro postulado afirma que uma função de fortalecimento epistêmico é transitiva. O postulado de *domínio* afirma que se α implica β e uma das duas crenças deve ser retirada, a mudança mínima resultará do abandono da crença α, pois ao escolher β, α também deverá ser retirada. O postulado da *conjuntividade* expressa que, ao remover $\alpha \wedge \beta$, ou α ou β também precisa ser removida. O postulado da *minimalidade* afirma que as sentenças que não estão em K têm fortalecimento epistêmico mínimo em relação a K. Por outro lado, o postulado da *maximalidade* expressa que verdades lógicas são fortemente fortalecidas.

Uma ordem de fortalecimento epistêmico $\leq$ para um dado conjunto de crenças K pode ser construída a partir de uma função de contração $-$ usando a seguinte condição:

(C$\leq$) $\alpha \leq \beta$ se e somente se $\alpha \notin K - (\alpha \wedge \beta)$ ou $\vdash \alpha \wedge \beta$.

Da mesma forma, uma função de contração $-$ pode ser construída para um conjunto de crenças K a partir de uma ordem de fortalecimento epistêmico pela seguinte condição:

(C$-$) $\beta \in K - \alpha$ se e somente se $\beta \in K$ e $\alpha \leq \alpha \vee \beta$ ou $\vdash \alpha$.

Estas condições são usadas nos seguintes teoremas de representação, que mostram que as ordens de fortalecimento epistêmico obtidas com a condição **(C$\leq$)** e operações de contração obtidas pela condição **(C$-$)** satisfazem os postulados AGM:

Teorema 4 *[58] Se uma ordenação $\leq$ satisfaz* **(EE1)**$\sim$**(EE5)***, então a função de contração determinada por* **(C$-$)** *satisfaz* **(K$-$1)**$\sim$**(K$-$8)** *bem como a condição* **(C$\leq$)***.*

Teorema 5 *[58] Se uma função de contração $-$ satisfaz* **(K$-$1)**$\sim$**(K$-$8)***, então a ordenação $\leq$ é determinada por* **(C$\leq$)** *e satisfaz* **(EE1)**$\sim$**(EE5)** *bem como a condição* **(C$-$)***.*

Esferas de Grove

As esferas de Grove [52] são uma caracterização semântica para os processos de revisão e contração. Sendo este último obtido pela aplicação da Identidade de Harper. O sistema de esferas de Grove é equivalente ao fortalecimento epistêmico, onde os conjuntos de fórmulas são vistos como *mundos possíveis*.

Uma *esfera* representa um conjunto de mundos possíveis. Um sistema de esferas centrado em K é uma ordenação dos conjuntos de mundos possíveis, onde a esfera do centro, $[\![K]\!]$, representa todos os mundos possíveis consistentes com K.

Formalmente, seja $\mathcal{M}_{\mathcal{L}}$ o conjunto de todos os mundos possíveis definidos para um alfabeto proposicional inicial $\mathcal{L}$, uma coleção $\mathcal{S}$ dos subconjuntos de $\mathcal{M}_{\mathcal{L}}$ é um sistemas de esferas centrado em K, onde K é algum subconjunto de $\mathcal{M}_{\mathcal{L}}$, tal que $K \subseteq \mathcal{M}_{\mathcal{L}}$ se $\mathcal{S}$ satisfaz as seguintes condições [52]:

(S1) $\mathcal{S}$ é totalmente ordenado por $\subseteq$, isto é, se $U, V \in \mathcal{S}$, então $U \subseteq V$ ou $V \subseteq U$;

(S2) K é o centro de $\mathcal{S}$, ou seja, para $K \in \mathcal{S}$ e para todo $U \in \mathcal{S}$, $K \subseteq U$;

(S3) $\mathcal{M}_{\mathcal{L}}$ está em $\mathcal{S}$ e representa a esfera mais exterior;

(S4) Se $\alpha \in \mathcal{L}$, e há alguma esfera em $\mathcal{S}$ tal que $[\![\alpha]\!] \cap \mathcal{S} \neq \emptyset$ então há uma esfera $U \in \mathcal{S}$ tal que $[\![\alpha]\!] \cap U \neq \emptyset$ e para toda esfera $V \in \mathcal{S}$ tal que $[\![\alpha]\!] \cap V \neq \emptyset$, $U \subseteq V$.

Uma representação do sistema de esferas é dada na figura 2.2.2. Seja $\mathcal{S}_\alpha$ a menor esfera que

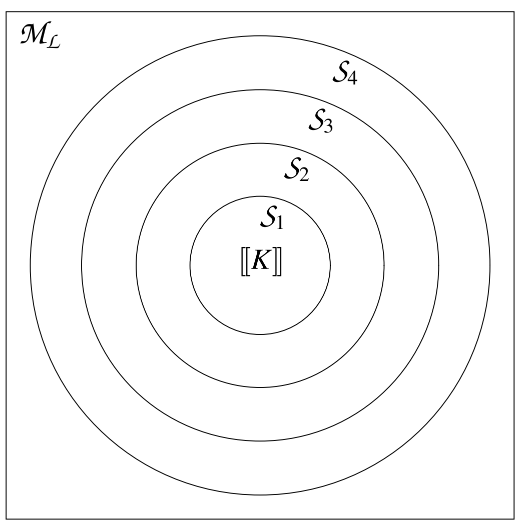

Figura 2.1: *Esquema representativo do sistema de esferas de Grove.*

tem interseção com $[\![\alpha]\!]$. O conjunto de crenças revisado $K * \alpha$ será dado por:

$$[\![K * \alpha]\!] = [\![\alpha]\!] \cap \mathcal{S}_\alpha$$

Ou seja, à base revisada, correspondem os mundos possíveis mais próximos a $[\![K]\!]$ nos quais α é verificado. Os seguintes teoremas de representação asseguram que a semântica provida pelo sistema de esferas é apropriada:

Teorema 6 *[52] Seja $\mathcal{S}$ um sistema de esferas em $\mathcal{M}_{\mathcal{L}}$ centrado em $[\![K]\!]$ para algum conjunto de crenças K em $\mathcal{K}$. Se, para qualquer $\alpha \in \mathcal{L}$, é definida uma operação de revisão $[\![K * \alpha]\!]$ como sendo $[\![\alpha]\!] \cap \mathcal{S}_\alpha$, então os postulados* **(K$*$1)$\sim$(K$*$8)** *são satisfeitos.*

Teorema 7 *[52] Seja $* : \mathcal{K} \times \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{K}$ uma função satisfazendo os postulados* **(K$*$1)$\sim$(K$*$8)**. *Então para qualquer conjunto de crenças K há um sistema de esferas $\mathcal{S}$ em $\mathcal{M}_{\mathcal{L}}$, centrado em $[\![K]\!]$ e satisfazendo $[\![K * \alpha]\!] = [\![\alpha]\!] \cap \mathcal{S}_\alpha$, para todo $\alpha \in \mathcal{L}$.*

Contrações Seguras

Contrações seguras[2] [2] podem ser vistas como uma combinação do fortalecimento epistêmico com a função de contração Partial Meet. Uma função de contração segura é definida como uma relação de ordenação *hierárquica* ou *não circular* $<$ que é irreflexiva e assimétrica.

Inicialmente são calculados todos os subconjuntos K' de K que implicam α. K' é um subconjunto de K se e somente se (i)$K' \subseteq K$; (ii) $K' \vdash \alpha$; (iii) $K'' \nvdash \alpha$ para nenhum $K'' \subset K$. O conjunto de todos os subconjuntos mínimos K' implicando α é denotado $K \Downarrow \alpha$.

Um elemento β é dito "seguro" com relação a α se e somente se β não for um elemento mínimo (segundo $<$) para nenhum subconjunto de $K \Downarrow \alpha$. O conjunto de todos os elementos seguros de K é denotado K/α e a função de contração é definida como:

$$K - \alpha = K \cap Cn(K/\alpha)$$

As contrações seguras baseiam-se nos mínimos subconjuntos de K que implicam α e não nos máximos subconjuntos de K que não implicam α, como ocorre nas funções de seleção.

Uma função de contração segura respeita os postulados básicos**(K$-$1)$\sim$(K$-$6)**. Para que os postulados **(K$-$7)** e **(K$-$8)** sejam satisfeitos, a relação de ordenação não circular $<$ deve ser definida, para qualquer $\alpha, \beta, \delta \in K$, com as seguintes propriedades [95]: *(i)* se $\alpha < \beta$

[2]Revisões seguras são construídas pela aplicação da Identidade de Levi.

e $\beta \vdash \delta$, então $\alpha < \delta$, ou seja, a função $<$ é continuada sobre $\vdash$; *(ii)* se $\alpha \vdash \beta$ e $\beta < \delta$ então $\alpha < \delta$, isto é, a função $<$ é continuada sob $\vdash$; *(iii)* se $\alpha < \beta$ então $\alpha < \delta$ ou $\delta < \beta$, ou seja, a função $<$ é virtualmente conectada sobre K.[3]

O seguinte teorema de representação é válido quando K consiste em um número finito de sentenças logicamente equivalentes:

Teorema 8 *[95] Seja K um conjunto de crenças. Uma função de contração segura $-$ é gerada por uma relação de ordenação não circular $<$ que é continuada sobre e sob $\vdash$ sobre K e é virtualmente conectada se e somente se $-$ é uma função de contração Partial Meet Transitiva Relacional sobre K.*

2.2.3 Extensões e Refinamentos

O modelo AGM foi amplamente estudado e diversos melhoramentos e refinamentos foram propostos. O principal refinamento do modelo AGM trata da distinção entre os processos de revisão e atualização de crenças [71, 72, 76, 131], descrita na seção 2.1 (na seção 2.4 é apresentado o modelo KM que descreve a dinâmica da atualização de crenças). Com a caracterização destes processos, diversas abordagens foram propostas buscando unificá-los em um único sistema de crenças. Dentre estas, encontram-se os trabalhos de Friedman e Halpern [46, 47, 48] e de Boutilier [20].

Algumas extensões do modelo AGM referem-se às suas construções. Trabalhos como [61, 87, 98, 107, 130] investigam as relações entre as construções, revendo-as ou expandindo-as para outros domínios. Outras extensões buscam solucionar problemas do modelo. Uma das críticas ao modelo AGM parte do fato de que a nova informação é priorizada somente até ser incluída na base, quando então torna-se equivalente às demais. Trabalhos como [4, 17, 21] questionam a primazia da nova informação e o postulado de sucesso, argumentando que há situações onde a nova informação pode não ser confiável e deve ser tratada diferenciadamente. Outra expansão proposta [62], altera localmente o conjunto de crenças argumentando que, a cada momento, apenas uma parte das crenças é usada.

Outra crítica feita ao modelo AGM refere-se ao fato deste não tratar crenças condicionais, que são crenças cuja adoção depende de futuras observações. Novos modelos têm sido

[3] Os termos *continuada sobre*, *continuada sob* e *virtualmente conectada* vêm do inglês *continues up*, *continues down* e *virtually connected*, respectivamente, conforme [95].

propostos neste sentido, constituindo a chamada revisão de crenças iterativa [19, 31, 64].

A extensão do modelo AGM, utilizada neste trabalho, busca adequar os sistemas de crenças à implementação computacional. O modelo AGM usa um conjunto de crenças logicamente fechado e possivelmente infinito, tornando inviável sua implementação computacional. Segundo [128], essa inadequação surge pois o arcabouço considera um agente inteligente *idealizado*, possuidor de memória infinita e de uma ilimitada capacidade para realizar inferências. Para solucionar este problema, adota-se uma representação finita do conjunto de crenças, denominada *base de crenças* [59, 88, 89], sobre a qual são realizadas as operações de revisão.

Bases de Crenças

Em uma base de crenças são mantidas apenas as *crenças básicas*, desconsiderando as inferências que podem ser realizadas a partir destas [56]. As crenças passam a ser representadas por uma fórmula em lógica proposicional e tanto os postulados AGM quanto as construções sofrem adaptações [36, 51, 60, 90, 100].

Em [71], Katsuno e Mendelzon reescrevem os postualdos AGM para revisão. Para enfatizar a diferença entre conjuntos e bases de crenças, o operador de revisão passa a ser representado por $\circ$. O conjunto de postulados é:

(R1) $\psi \circ \mu$ implica μ. (Sucesso)

(R2) Se $\psi \wedge \mu$ é satisfazível então $\psi \circ \mu \leftrightarrow \psi \wedge \mu$. (Preservação)

(R3) Se μ é satisfazível então $\psi \circ \mu$ também é satisfazível. (Vacuidade)

(R4) Se $\psi_1 \leftrightarrow \psi_2$ e $\mu_1 \leftrightarrow \mu_2$ então $\psi_1 \circ \mu_1 \leftrightarrow \psi_2 \circ \mu_2$. (Extencionalidade)

(R5) $(\psi \circ \mu) \wedge \phi$ implica $\psi \circ (\mu \wedge \phi)$. (Subexpansão)

(R6) Se $(\psi \circ \mu) \wedge \phi$ é satisfazível então $\psi \circ (\mu \wedge \phi)$ implica $(\psi \circ \mu) \wedge \phi$. (Superexpansão)

Katsuno e Mendelzon caracterizam semanticamente as operações de revisão, baseando-se em uma pré-ordenação total sobre modelos $\leqslant_\psi$, tal que:

(P1) se $w, w' \in [[\psi]]$ então $w \not<_\psi w$.

(P2) se $w \in [\![\psi]\!]$ e $w' \notin [\![\psi]\!]$ então $w <_\psi w'$.

(P3) se $\psi \equiv \phi$ então $\leqslant_\psi = \leqslant_\phi$.

O seguinte teorema de representação é apresentado para esta caracterização:

Teorema 9 *[72] Um operador de revisão $\circ$ satisfaz os postulados* **(R1)**$\sim$**(R6)** *se e somente se existe uma atribuição exata (do inglês faithful) que mapeia cada base de crenças ψ em uma pré-ordem total $\leqslant_\psi$ tal que as condições* **(P1)**, **(P2)**, **(P3)** *sejam satisfeitas e $[\![\psi \circ \mu]\!] = Min_{\leqslant_\psi}([\![\mu]\!])$.*

2.3 O operador de Revisão de Crenças de Dalal

Em 1988, Dalal [28] propõe um operador de revisão de crenças buscando atender, dentre outros, o princípio da *mudança mínima*. Dalal argumenta que a menor unidade em uma fórmula lógica é um símbolo proposicional, e este será sua menor unidade de *conhecimento*. De acordo com esta definição, a distância entre modelos é dada pelo conjunto de símbolos proposicionais que têm valores verdade diferentes.

Definição 1 (Distância entre modelos) *Dado um conjunto de modelos $W = \{w_1, ..., w_n\}$, a distância entre dois modelos w_i e w_j, é dada por:*

$$DIST(w_i, w_j) = \{p \in P \mid p \in w_i \text{ e } p \notin w_j\} \cup \{p \in P \mid p \notin w_i \text{ e } p \in w_j\}$$

Essa noção de distância entre modelos implica a seguinte ordem de preferência: o modelo w_j é preferido ao modelo w_k em relação a w_i se a distância entre w_i e w_j for menor que a distância entre w_i e w_k. Isto é, w_i e w_j compartilham mais literais que w_i e w_k. Formalmente:

Definição 2 (Critério de ordenação total sobre modelos) *Sejam três modelos w_i, w_j e $w_k \in W$, e seja $\leqslant_w$ uma ordem total sobre W tal que:*

$$w_j \leqslant_w w_k \;\; sse \;\; \mid DIST(w_i, w_j) \mid \leq \mid DIST(w_i, w_k) \mid$$

onde $\mid DIST(w_x, w_y) \mid$ representa a cardinalidade do conjunto.

Ou seja, o critério de ordenação total adotado por Dalal baseia-se na distância de Hamming entre os modelos.

Dalal afirma em seu artigo que para não favorecer nenhum símbolo, o processo de revisão é feito de uma maneira sistemática, onde os valores verdade de todos os símbolos são alterados um a um. Assim, o conjunto de modelos de W onde todos os modelos diferem de w em, no máximo, i símbolos é dado pela função:

$$g^i(W) = \bigcup_{w_i \in W} \{w_j \mid w_j \in W \text{ e } \mid DIST(w_i, w_j) \mid \leq i\}$$

Para generalizar esta noção para uma fórmula ou conjunto de fórmulas, Dalal introduz o conceito de mudança mínima em modelos. Ou seja, para uma fórmula ψ, define-se uma função $G(\psi)$ em termos dos seus modelos como:

$$[\![G^i(\psi)]\!] = g^i([\![\psi]\!])$$

Onde G^i pode ser visto como um operador generalizado que recebe uma fórmula e retorna um subconjunto do fechamento lógico desta fórmula. Usando estas noções, o operador de revisão de Dalal ($\circ$) para uma base de crenças ψ e uma nova informação contraditória μ é dado por:

$$\psi \circ \mu = G^k(\psi) \cup \{\mu\}$$

onde k é o menor valor de i para o qual μ é avaliado como verdadeiro em algum modelo no conjunto $g^i([\![\psi]\!])$.

O operador $G^k(\psi)$ pode ser obtido sintaticamente através de uma transformação de ψ. Para cada símbolo proposicional p_i, Dalal define fórmulas $\psi^+_{p_i}$ e $\psi^-_{p_i}$ tais que (i) não contenham p_i, e (ii) $\psi \equiv (p_i \wedge \psi^+_{p_i}) \vee (\neg p_i \wedge \psi^-_{p_i})$. Estas fórmulas podem ser obtidas pela substituição de p_i por verdadeiro e falso, respectivamente, em ψ. Para auxiliar na transformação é definido um *resolvente* (do inglês *resolvent*) de ψ com relação a p_i como $res_{p_i}(\psi) = \psi^+_{p_i} \vee \psi^-_{p_i}$ e, finalmente, Dalal prova o seguinte teorema:

$$G^i(\psi) = \begin{cases} \psi & \text{para } i = 0, \\ res_{p_1}(G^{i-1}(\psi)) \vee \ldots \vee res_{p_n}(G^{i-1}(\psi)) & \text{para } i > 0 \end{cases}$$

Esta caracterização sintática do processo de revisão satisfaz os postulados AGM, apresentados na seção 2.2.

Exemplo 1 *Considere a seguinte base de crenças* $\psi = (\neg p_3 \wedge \neg p_2) \vee (\neg p_3 \wedge \neg p_1 \wedge p_4) \vee (\neg p_2 \wedge p_4)$ *e a nova informação* $\mu = (\neg p_4 \wedge p_3) \vee (p_1 \wedge p_2)$*. Assumindo valores verdadeiro e falso para cada um dos símbolos proposicionais da nova informação, para* $i = 1$*, são calculados os seguintes resolventes:*

$$\begin{aligned}
res_{p_1}(\psi) &= (\neg p_3 \wedge \neg p_2) \vee (\neg p_2 \wedge p_4) \vee (\neg p_3 \wedge p_4) \\
res_{p_2}(\psi) &= \neg p_3 \vee p_4 \vee (\neg p_3 \wedge \neg p_1 \wedge p_4) \\
res_{p_3}(\psi) &= \neg p_2 \vee (\neg p_2 \wedge p_4) \vee (\neg p_1 \wedge p_4) \\
res_{p_4}(\psi) &= (\neg p_3 \wedge \neg p_2) \vee \neg p_2 \vee (\neg p_3 \wedge \neg p_1)
\end{aligned}$$

Fazendo a disjunção dos resolventes tem-se:

$$G^1(\psi) = \neg p_2 \vee \neg p_3 \vee p_4$$

que é consistente com μ*, logo* $k = 1$ *e a base de crenças revisada é dada por:*

$$G^1(\psi) \cup \{\mu\} = (p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3) \vee (\neg p_2 \wedge p_3 \wedge \neg p_4) \vee (p_1 \wedge p_2 \wedge p_4)$$

2.4 O modelo KM

A distinção entre revisão e atualização foi feita por Keller e Winslett [76], porém somente com os trabalhos de H. Katsuno e A. Mendelzon [71, 72] os processos de atualização foram realmente caracterizados. Katsuno e Meldelzon demonstraram que a abordagem proposta por Winslett [131], denominada Abordagem dos Modelos Possíveis - PMA (do inglê *Possible Models Approach*), não se enquadrava nos moldes propostos pelo arcabouço AGM. Pelo contrário, esta abordagem executava uma dinâmica distinta do processo de revisão de crenças, a qual denominaram *atualização de crenças*.

A diferença fundamental entre revisão e atualização está, como dito anteriormente, atrelada ao tipo de informação contida na base. O papel da atualização é incorporar na base de crenças as mudanças ocorridas no mundo que ela representa. De uma maneira informal, pode-se afirmar que operações de atualização são realizadas em *mundos dinâmicos*, onde a validade das sentenças da base de crenças é algo contingente, que pode variar de acordo com as situações; enquanto que operações de revisão descrevem mudanças em *mundos estáticos*, onde a validade das sentenças da base reflete um conhecimento necessário, associado a propriedades permanentes das situações.

Com base na Abordagem dos Modelos Possíveis, define-se que um operador de atualização de crenças deve mudar cada *mundo possível* independentemente. Esta caracterização semântica pode ser traduzida como: para cada modelo w da base de crenças ψ, são selecionados os modelos da nova informação μ mais próximos a w. A nova base será dada então pela união dos modelos selecionados. Formalmente:

$$[\![\psi \diamond \mu]\!] = \bigcup_{w \in [\![\psi]\!]} \mathrm{Min}_{\leqslant_w}([\![\mu]\!])$$

onde $\mathrm{Min}_{\leqslant_w}$ seleciona os modelos de μ que forem mais próximos a w segundo algum critério de ordenação ($\leqslant_w$). Assim como para o operador de revisão de Dalal, a distância entre modelos é dada pelos símbolos proposicionais que têm valores verdade diferentes. Em geral, os diversos operadores de atualização propostos na literatura[4] adotam diferentes critérios de comparação entre distâncias.

O conjunto de modelos da nova informação mais próximo de cada modelo da base de crenças caracteriza o comportamento *local* do processo de atualização, em contraste com o comportamento *global* caracterizado pelo processo de revisão.

2.4.1 Postulados

O modelo KM para atualização de crenças provê o seguinte conjunto de postulados:

(U1) $\psi \diamond \mu$ implica μ. (Sucesso)

(U2) Se ψ implica μ então $\psi \diamond \mu$ é equivalente a ψ. (Preservação)

(U3) Se ambos ψ e μ são satisfazíveis então $\psi \diamond \mu$ também é satisfazível. (Consistência)

(U4) Se $\psi_1 \leftrightarrow \psi_2$ e $\mu_1 \leftrightarrow \mu_2$ então $\psi_1 \diamond \mu_1 \leftrightarrow \psi_2 \diamond \mu_2$. (Extencionalidade)

(U5) $(\psi \diamond \mu) \wedge \phi$ implica $\psi \diamond (\mu \wedge \phi)$. (Subexpansão)

[4]Em [66, 82] são apresentados diversos operadores de atualização propostos na literatura.

(U6) Se $\psi \diamond \mu_1$ implica μ_2 e $\psi \diamond \mu_2$ implica μ_1 então $\psi \diamond \mu_1 \leftrightarrow \psi \diamond \mu_2$. (Implicação simétrica)

(U7) Se ψ é completo então $(\psi \diamond \mu_1) \wedge (\psi \diamond \mu_2)$ implica $\psi \diamond (\mu_1 \vee \mu_2)$. (Equivalência disjuntiva)

(U8) $(\psi_1 \vee \psi_2) \diamond \mu \leftrightarrow (\psi_1 \diamond \mu) \vee (\psi_2 \diamond \mu)$. (Regra disjuntiva)

Os postulados **(U1)**$\sim$**(U5)** correspondem diretamente aos postulados para revisão. Apenas **(U2)** apresenta-se diferente para a atualização. Por este postulado, se uma nova sentença μ é conseqüência lógica da base de crenças então a atualização por μ não influencia a base de crenças. Além disso, por este postulado, se a base de crenças é inicialmente inconsistente, a atualização por μ não devolverá consistência à base, o que ocorre com o postulado **(R2)** de revisão. O postulado de implicação simétrica diz que se μ_2 é conseqüência da base de crenças atualizada por μ_1 e se μ_1 é conseqüência da base de crenças atualizada por μ_2 então ambas as atualizações resultam na mesma base. O postulado da equivalência disjuntiva aplica-se somente a bases de crenças completas, isto é, bases onde não há incerteza sobre os mundos possíveis. Este postulado diz que a conjunção das bases resultantes das atualizações por μ_1 e μ_2 tem como conseqüência lógica a atualização realizada com a disjunção de μ_1 e μ_2. O último postulado, chamado regra disjuntiva [72] expressa a monotonicidade da atualização de crenças.

2.5 Operadores de Atualização de Crenças

A seguir apresentam-se os únicos dois operadores de atualização de crenças, que segundo Herzig e Rifi [66], respeitam todos os postulados KM. O primeiro deles é o operador $\diamond_{PMA}$ proposto por Winslett [131] e o segundo é o operador $\diamond_{Forbus}$ proposto por Forbus [44]. Ainda segundo Herzig e Rifi, o operador Forbus é o *mais forte* dentre os operadores de atualização de crenças. O conceito *forte* está relacionado com o número de modelos resultantes de uma operação de atualização: quanto menor este número, maior o grau de certeza a respeito do estado atual do mundo real.

2.5.1 O operador $\diamond_{PMA}$

O operador PMA (Possible Model Approach) [131], segue a definição geral da atualização de crenças, porém a medida de distância entre modelos é baseada em inclusão, dada pela seguinte relação de ordenação parcial sobre modelos:

Definição 3 (Critério de ordenação parcial sobre modelos) *Seja w um modelo de ψ e u_i e u_j dois modelos de μ, e seja $\leqslant_w$ uma ordem parcial sobre modelos tal que:*

$$u_i \leqslant_w u_j \textit{ sse } DIST(w,u_i) \subseteq DIST(w,u_j)$$

Exemplo 2 *Dada a base de crenças $\psi = (\neg p_3 \wedge \neg p_2) \vee (\neg p_3 \wedge \neg p_1 \wedge p_4) \vee (\neg p_2 \wedge p_4)$ e a nova informação $\mu = (\neg p_4 \wedge p_3) \vee (p_1 \wedge p_2)$, realizar a operação de atualização de crenças, utilizando o operador $\diamond_{PMA}$ significa calcular a distância de cada modelo de μ para cada modelo de ψ. Para isto, o primeiro passo consiste em calcular os modelos de ψ e μ:*

$$\begin{aligned}[\![\psi]\!] = \;& \{\{p_1,\neg p_2,\neg p_3,p_4\},\{\neg p_1,\neg p_2,\neg p_3,p_4\},\{p_1,\neg p_2,\neg p_3,\neg p_4\},\\ & \{\neg p_1,\neg p_2,\neg p_3,\neg p_4\},\{p_1,\neg p_2,p_3,p_4\},\{\neg p_1,\neg p_2,p_3,p_4\},\\ & \{\neg p_1,p_2,\neg p_3,p_4\}\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}[\![\mu]\!] = \;& \{\{p_1,p_2,p_3,\neg p_4\},\{p_1,\neg p_2,p_3,\neg p_4\},\{\neg p_1,p_2,p_3,\neg p_4\},\\ & \{\neg p_1,\neg p_2,p_3,\neg p_4\},\{p_1,p_2,p_3,p_4\},\{p_1,p_2,\neg p_3,p_4\},\\ & \{p_1,p_2,\neg p_3,\neg p_4\}\}\end{aligned}$$

O próximo passo é calcular as respectivas distâncias, de cada modelo de ψ aos modelos de μ:

$w_1 = \{p_1,\neg p_2,\neg p_3,p_4\}$

$u \in [\![\mu]\!]$	$DIST(w,u)$
$\{p_1,p_2,p_3,\neg p_4\}$	$\{p_2,p_3,p_4\}$
$\{p_1,\neg p_2,p_3,\neg p_4\}$	$\{p_3,p_4\}$
$\{\neg p_1,p_2,p_3,\neg p_4\}$	$\{p_1,p_2,p_3,p_4\}$
$\{\neg p_1,\neg p_2,p_3,\neg p_4\}$	$\{p_1,p_3,p_4\}$
$\{p_1,p_2,p_3,p_4\}$	$\{p_2,p_3\}$
$\{p_1,p_2,\neg p_3,p_4\}$	$\{p_2\}$
$\{p_1,p_2,\neg p_3,\neg p_4\}$	$\{p_2,p_4\}$

$w_2 = \{\neg p_1, \neg p_2, \neg p_3, p_4\}$

$u \in [\![\mu]\!]$	$DIST(w,u)$
$\{p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$
$\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_3, p_4\}$
$\{\neg p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_3, p_4\}$
$\{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_3, p_4\}$
$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3\}$
$\{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}$	$\{p_1, p_2\}$
$\{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_4\}$

$w_3 = \{p_1, \neg p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$

$u \in [\![\mu]\!]$	$DIST(w,u)$
$\{p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_3\}$
$\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_3\}$
$\{\neg p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3\}$
$\{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_3\}$
$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	$\{p_2, p_3, p_4\}$
$\{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}$	$\{p_2, p_4\}$
$\{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2\}$

$w_4 = \{\neg p_1, \neg p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$

$u \in [\![\mu]\!]$	$DIST(w,u)$
$\{p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3\}$
$\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_3\}$
$\{\neg p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_3\}$
$\{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_3\}$
$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$
$\{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_4\}$
$\{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2\}$

$w_5 = \{p_1, \neg p_2, p_3, p_4\}$

$u \in [\![\mu]\!]$	$DIST(w,u)$
$\{p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_4\}$
$\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_4\}$
$\{\neg p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_4\}$
$\{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_4\}$
$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	$\{p_2\}$
$\{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}$	$\{p_2, p_3\}$
$\{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_3, p_4\}$

$w_6 = \{\neg p_1, \neg p_2, p_3, p_4\}$

$u \in [\![\mu]\!]$	$DIST(w,u)$
$\{p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_4\}$
$\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_4\}$
$\{\neg p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_4\}$
$\{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_4\}$
$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	$\{p_1, p_2\}$
$\{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3\}$
$\{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$

$w_7 = \{\neg p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}$

$u \in [\![\mu]\!]$	$DIST(w,u)$
$\{p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_3, p_4\}$
$\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$
$\{\neg p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_3, p_4\}$
$\{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_3, p_4\}$
$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	$\{p_1, p_3\}$
$\{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}$	$\{p_1\}$
$\{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_4\}$

Em seguida, para cada modelo de ψ, são encontrados o conjunto de modelos de μ mais *próximos a ψ. A união destes modelos será a nova base de crenças:*

$$\begin{aligned}
w_1 \diamond_{PMA} u = &\ \{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}, \{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\} \\
w_2 \diamond_{PMA} u = &\ \{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}, \{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\} \\
w_3 \diamond_{PMA} u = &\ \{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}, \{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\} \\
w_4 \diamond_{PMA} u = &\ \{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}, \{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\} \\
w_5 \diamond_{PMA} u = &\ \{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}, \{p_1, p_2, p_3, p_4\} \\
w_6 \diamond_{PMA} u = &\ \{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}, \{p_1, p_2, p_3, p_4\} \\
w_7 \diamond_{PMA} u = &\ \{\neg p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}, \{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\![\psi \diamond_{PMA} \mu]\!] = &\ \{\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}, \{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}\{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}, \\
&\ \{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}, \{p_1, p_2, p_3, p_4\}, \{\neg p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}\}
\end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}
\psi \diamond_{PMA} \mu = &\ (\neg p_2 \wedge p_3 \wedge \neg p_4) \vee (\neg p_1 \wedge p_3 \wedge \neg p_4) \vee \\
&\ (p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3) \vee (p_1 \wedge p_2 \wedge p_4)
\end{aligned}$$

2.5.2 O operador $\diamond_{Forbus}$

O operador Forbus [44] é considerado a versão semântica do operador de revisão de Dalal para a atualização, pois baseia-se na cardinalidade da distância entre modelos. A relação de ordenação total $\leqslant_w$ adotada por Forbus é a mesma sugerida por Dalal. Assumindo modelos de ψ e μ, a definição 1 pode ser reescrita como:

Definição 4 (Critério de ordenação total sobre modelos) *Seja w um modelo de ψ e sejam u_i e u_j dois modelos de μ. A ordem total sobre modelos $\leqslant_w$ é dada por:*

$$u_i \leqslant_w u_j \text{ sse } \mid DIST(w, u_i) \mid \leq \mid DIST(w, u_j) \mid$$

onde $\mid DIST(w, u) \mid$ representa a cardinalidade da distância entre os modelos.

Exemplo 3 *Considere a mesma base de crenças e a mesma nova informação do exemplo 2. Aplicando o operador de atualização $\diamond_{Forbus}$, obtém-se as seguintes cardinalidades das* *distâncias:*

$w_1 = \{p_1, \neg p_2, \neg p_3, p_4\}$

$u \in [\![\mu]\!]$	$DIST(w,u)$	$\mid DIST(w,u) \mid$
$\{p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_3, p_4\}$	3
$\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_3, p_4\}$	2
$\{\neg p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	4
$\{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_3, p_4\}$	3
$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	$\{p_2, p_3\}$	2
$\{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}$	$\{p_2\}$	1
$\{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_4\}$	2

$w_2 = \{\neg p_1, \neg p_2, \neg p_3, p_4\}$

$u \in [\![\mu]\!]$	$DIST(w,u)$	$\mid DIST(w,u) \mid$
$\{p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	4
$\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_3, p_4\}$	3
$\{\neg p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_3, p_4\}$	3
$\{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_3, p_4\}$	2
$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3\}$	3
$\{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}$	$\{p_1, p_2\}$	2
$\{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_4\}$	3

$w_3 = \{p_1, \neg p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$

$u \in [\![\mu]\!]$	$DIST(w,u)$	$\mid DIST(w,u) \mid$
$\{p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_3\}$	2
$\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_3\}$	1
$\{\neg p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3\}$	3
$\{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_3\}$	2
$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	$\{p_2, p_3, p_4\}$	3
$\{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}$	$\{p_2, p_4\}$	2
$\{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2\}$	1

$w_4 = \{\neg p_1, \neg p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$

$u \in [\![\mu]\!]$	$DIST(w,u)$	$\mid DIST(w,u) \mid$
$\{p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3\}$	3
$\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_3\}$	2
$\{\neg p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_3\}$	2
$\{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_3\}$	1
$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	4
$\{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_4\}$	3
$\{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2\}$	2

$w_5 = \{p_1, \neg p_2, p_3, p_4\}$

$u \in [\![\mu]\!]$	$DIST(w,u)$	$\mid DIST(w,u) \mid$
$\{p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_4\}$	2
$\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_4\}$	1
$\{\neg p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_4\}$	3
$\{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_4\}$	2
$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	$\{p_2\}$	1
$\{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}$	$\{p_2, p_3\}$	2
$\{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_3, p_4\}$	3

$w_6 = \{\neg p_1, \neg p_2, p_3, p_4\}$

$u \in [\![\mu]\!]$	$DIST(w,u)$	$\mid DIST(w,u) \mid$
$\{p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_4\}$	3
$\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_4\}$	2
$\{\neg p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_4\}$	2
$\{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_4\}$	1
$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	$\{p_1, p_2\}$	2
$\{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3\}$	3
$\{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	4

$w_7 = \{\neg p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}$

$u \in [\![\mu]\!]$	$DIST(w,u)$	$\mid DIST(w,u) \mid$
$\{p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_3, p_4\}$	3
$\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	4
$\{\neg p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_3, p_4\}$	2
$\{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{p_2, p_3, p_4\}$	3
$\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$	$\{p_1, p_3\}$	2
$\{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}$	$\{p_1\}$	1
$\{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_4\}$	2

Os modelos são selecionados segundo a relação de ordenação $\leqslant_w$. Novamente a união destes modelos constitui a nova base de crenças.

$$
\begin{aligned}
w_1 \diamond_{Forbus} u = &\quad \{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\} \\
w_2 \diamond_{Forbus} u = &\quad \{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}, \{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\} \\
w_3 \diamond_{Forbus} u = &\quad \{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}, \{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\} \\
w_4 \diamond_{Forbus} u = &\quad \{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\} \\
w_5 \diamond_{Forbus} u = &\quad \{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}, \{p_1, p_2, p_3, p_4\} \\
w_6 \diamond_{Forbus} u = &\quad \{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\} \\
w_7 \diamond_{Forbus} u = &\quad \{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
[\![\psi \diamond_{Forbus} \mu]\!] = &\quad \{\{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}, \{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}, \{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}, \\
&\quad \{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}, \{p_1, p_2, p_3, p_4\}\}
\end{aligned}
$$

ou

$$\psi \diamond_{Forbus} \mu = (\neg p_3 \wedge p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge p_2 \wedge p_4) \vee (\neg p_4 \wedge \neg p_2 \wedge p_3)$$

2.6 Complexidade dos Operadores de Mudança de Crenças

A implementação prática de esquemas de mudança de crenças, apesar da adoção de uma representação finita (bases de crenças), esbarra na *teoria da complexidade computacional* [96]. Isso ocorre pois a realização de um processo de mudança de crenças tem como sub-problema a questão da satisfazibilidade booleana (SAT) [91], dado que a cada revisão ou atualização, a satisfazibilidade da base deve ser testada.

O problema da satisfazibilidade booleana pode ser definido como: dada uma fórmula na forma normal conjuntiva, encontrar uma combinação de valores verdade para as variáveis tal que a fórmula seja avaliada como *verdadeira*. Se há tal combinação a fórmula é dita *satisfazível*, caso contrário é dita *insatisfazível*.

Reconhecidamente, para instâncias de SAT cujas cláusulas têm dois literais (chamado de problema 2-SAT), é possível encontrar uma solução em tempo polinomial, logo o problema 2-SAT pertence a classe P (algoritmos cuja solução pode ser encontrada em tempo polinomial) [25]. Já para instâncias cujas cláusulas possuam três ou mais literais, o problema torna-se NP-completo [63, 97] (indecidível em tempo polinomial). Além disso, o problema SAT é caracterizado por possuir uma fase de transição, chamada de *ponto de crossover*, que ocorre aproximadamente à razão[5] de $4,35$. A fase de transição separa as fórmulas 3-SAT (onde as cláusulas têm exatamente três literais) em três tipos: as que têm muitos símbolos proposicionais em relação ao número de cláusulas e, por esta razão, possuem muitas soluções e demandam pouco esforço computacional; as que têm poucos símbolos proposicionais em relação ao número de cláusulas sendo, em geral, facilmente provadas insatisfazíveis dado o grande número de restrições que limitam o espaço de busca; e as fórmulas do terceiro tipo que, em geral, têm poucas soluções mas muitas soluções parciais, elevando o custo computacional exponencialmente. Essas últimas ocorrem em torno do ponto de crossover [27, 63]. Diversos são os trabalhos que exploram soluções que sejam mais econômicas e computacionalmente implementáveis para este problema [26, 105, 132, 133].

Sendo um problema inerentemente NP-completo, para caracterizar a complexidade dos processos de mudança de crenças, é necessário olhar além da questão $P \times NP$ [24]. Uma hierarquia infinita de classes de complexidade, chamada *Hierarquia Polinomial (PH)* [45, 119], é usada para caracterizar a complexidade de problemas de decisão entre NP e PSPACE.

A hierarquia polinomial pode ser brevemente definida como [91]: para uma classe de problemas se decisão X, define-se P^X como sendo a classe dos problemas de decisão P que podem ser decididos em tempo polinomial por uma máquina de Turing determinística T que usa uma chamada de procedimento, denominada *oráculo*, para decidir um problema $Q \in X$ em tempo constante. De forma semelhante, define-se NP^X como a classe dos problemas de decisão P que podem ser decididos em tempo polinomial por uma máquina de Turing não determinística T que usa um oráculo para decidir $Q \in X$ em tempo polinomial. Definem-se

[5] A razão é dada por m/n onde m é o número de cláusulas da fórmula e n é o número de símbolos proposicionais.

desta forma, os conjuntos Δ_k^P, Σ_k^P e Π_k^P como:

$$\begin{aligned}
\Delta_0^P &\stackrel{def}{=} \Sigma_0^P = \Pi_0^P = P, \\
\Delta_{k+1}^P &\stackrel{def}{=} P^{\Sigma_k^P}, \\
\Sigma_{k+1}^P &\stackrel{def}{=} NP^{\Sigma_k^P}, \\
\Pi_{k+1}^P &\stackrel{def}{=} co\Sigma_{k+1}^P.
\end{aligned}$$

Muitos trabalhos têm investigado a complexidade dos processos de mudança de crenças, tanto para a verificação de modelos [81] e compactação da base [82, 91] quanto para inferência [39, 91]. A tabela 2.1 apresenta a complexidade dos operadores apresentados neste capítulo para verificação de modelos e inferência ($\circ$ representa a operação de revisão/atualização). De acordo com a hierarquia polinomial, as seguintes equivalências são

Tabela 2.1: *Complexidade dos Operadores de Mudança de Crenças.*

Operador	Inferência $\psi \circ \mu \models \phi$	Verificação de modelos $m \in [[\psi \circ \mu]]$
Dalal	$\Delta_2^P[O(log\ n)]$-completo	$\Delta_2^P[O(log\ n)]$-completo
Forbus	Π_2^P-completo	Σ_2^P-completo
Winslett	Π_2^P-completo	Σ_2^P-completo

válidas:

$$\Delta_2^P[O(log\ n)] = P^{\Sigma_1^{P[O(log\ n)]}} = P^{NP[O(log\ n)]}$$

ou seja, o problema pode ser decidido em tempo polinomial com $log\ n$ consultas feitas a um oráculo NP [124].

$$\Sigma_2^P = NP^{\Sigma_1^P} = NP^{NP}$$

o que significa que o problema pode ser decidido em tempo polinomial por uma máquina de Turing não determinística usando um número exponencial de consultas a um oráculo NP.

$$\Pi_2^P = coNP^{\Sigma_1^P} = coNP^{NP}$$

Π_2^P é o complemento de Σ_2^P.

Como é possível perceber, para todos os operadores, a complexidade das consultas à base de crenças, tanto para inferência quanto para verificação de modelos pertence ao segundo nível da hierarquia polinomial.

2.7 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os dois principais arcabouços para mudança de crenças: o modelo AGM para revisão e o modelo KM para atualização de crenças. Os conjuntos de postulados propostos nestes arcabouços fornecem diretrizes para a construção de funções de mudança de crenças. Dentre estas diretrizes encontram-se os princípios do sucesso e da mudança mínima.

Todo o processo de mudança deve ao final ser bem sucedido, ou seja, no caso de um processo de inclusão, a nova informação deve fazer parte da base resultante e, no caso da exclusão, a informação excluída não deve pertencer a base resultante, e em ambos a base resultante deve ser consistente. Para assegurar que o sucesso da operação de mudança seja alcançado, sem perda excessiva de informação, o princípio da mudança mínima é adotado. Sem ele, a antiga base pode ser deixada de lado em detrimento da nova informação, em um processo de revisão, ou ainda, em um processo de exclusão, toda a base pode ser eliminada, satisfazendo o postulado de sucesso.

Logo, o princípio da mudança mínima é fundamental para a preservação da informação e, portanto, há a necessidade que estipular uma medida de proximidade entre a base e a nova informação que possibilite identificar qual é o conjunto mínimo de informações que devem ser retiradas da base para que a nova informação seja incluída de maneira consistente.

Em geral, preferências sobre crenças são definidas com o auxilío da noção de distância entre modelos, definida por Dalal. A noção de distância introduzida por Dalal equivale a distância de Hamming e considera os símbolos proposicionais que assumem valores verdade distintos. Além do operador de revisão de Dalal, os operadores de atualização propostos por Winslett e Forbus também fazem uso desta noção de distância como critério de ordenação ou de preferência entre modelos da base de crenças.

Todos estes operadores trabalham com uma visão semântica da base de crenças. No próximo capítulo, são apresentados operadores sintáticos equivalentes aos operadores de Dalal, Forbus e Winslett. Estes operadores fazem uso dos termos das formas normais primárias, mantendo porém o mesmo critério de distância dos operadores apresentados neste capítulo, ou seja, um símbolo proposicional.

Capítulo 3

Representação em Formas Normais Primárias

Este capítulo apresenta um método para construir operadores de mudança de crenças sintáticos. O método proposto faz uso de uma representação sintática específica para a base de crenças e para a nova informação, que são as formas normais primárias.

Inicialmente, são apresentadas as *formas normais canônicas*, representação que padroniza as fórmulas lógicas, limitando o seu conjunto de conectores, porém, mantendo a sua semântica inicial. Em seguida, é introduzido o conceito de *formas normais primárias* como um caso particular das formas normais canônicas. Esta representação é única para cada fórmula lógica e, assim como as formas normais canônicas, as formas normais primárias são equivalentes à fórmula inicial, ou seja, a semântica inicial é preservada.

Mostra-se, ao final do capítulo, a construção de operadores sintáticos equivalentes aos operadores de revisão e atualização propostos por Dalal, Forbus e Winslett. Tais operadores utilizam a noção de distância adotada por Dalal e baseiam-se na representação em formas normais primárias.

3.1 Formas Normais Canônicas

Uma fórmula lógica pode ser representada em uma forma padrão bem definida, ou seja, em uma forma normal canônica. As formas normais padronizam a representação de uma fórmula lógica, normalmente estabelecendo restrições sobre o uso de alguns operadores.[1] Embora o tamanho de uma forma normal possa ser muito maior que o da fórmula original, sua análise é facilitada pela padronização. Um par de formas normais especialmente importante pelo seu papel em prova automática de teoremas é constituído pela forma normal *conjuntiva*, também chamada *forma clausal*, e pela forma normal *disjuntiva*, também chamada *forma clausal dual* [123].

Uma dada fórmula pode ser transformada para uma forma normal conjuntiva ou disjuntiva utilizando-se as relações de equivalência definidas para a lógica proposicional, descritas na seção 1.4. Em lógica proposicional, as formas normais são noções duais e a conversão entre elas pode ser realizada por algoritmos bem conhecidos [102, 115, 117].

Dada uma linguagem em lógica proposicional $\mathcal{L}(P)$ e uma *fórmula ordinária* $\psi \in \mathcal{L}(P)$, transformar a fórmula ψ em uma forma normal conjuntiva significa transformá-la em uma conjunção de cláusulas:

$$FNC_\psi = C_1 \wedge \cdots \wedge C_m$$

onde cada cláusula é definida como uma disjunção de literais $C_i = L_1 \vee \cdots \vee L_k$. A forma normal conjuntiva é também chamada de *conjunção de disjunções*.

A forma normal disjuntiva é similar à forma normal conjuntiva, invertendo-se conjunções e disjunções. Assim, transformar a fórmula ψ para uma forma normal disjuntiva significa transformá-la em uma disjunção de termos (ou cláusulas duais):

$$FND_\psi = D_1 \vee \cdots \vee D_n$$

onde cada termo é definido como uma conjunção de literais $D_i = L_1 \wedge \cdots \wedge L_j$. A forma normal disjuntiva é também chamada de *disjunção de conjunções*. As formas normais são equivalentes à fórmula inicial, ou seja, $\psi \equiv FNC_\psi \equiv FND_\psi$.

Formalmente, definem-se as noções duais de *implicado* e *implicante* como:

Definição 5 (Implicado) *Seja C uma cláusula e $\psi \in \mathcal{L}(\mathcal{P})$ uma fórmula. C é um implicado de ψ se e somente se $\psi \models C$.*

[1] Alguns subconjuntos de operadores lógicos são completos, no sentido que, podem expressar qualquer fórmula lógica e qualquer fórmula lógica poder ser reescrita utilizando estes subconjuntos de operadores. Alguns conjuntos completos são: $\{\neg, \rightarrow\}$, $\{\neg, \wedge\}$, $\{\neg, \vee\}$ e $\{\neg, \wedge, \vee\}$.

Definição 6 (Implicante) *Seja D um termo e $\psi \in \mathcal{L}(\mathcal{P})$ uma fórmula. D é um implicante de ψ se e somente se $D \models \psi$.*

3.2 Formas Normais Primárias

Além de restringir os conectivos na representação em formas normais, pode-se ainda fechar o conjunto de fórmulas para inferência lógica, realizando todas as resoluções possíveis, eliminando todas as cláusulas ou termos subsumidos[2] e todas as tautologias ou contradições. O conjunto resultante é um caso especial das formas normais conjuntiva ou disjuntiva chamado de *formas normais primárias* [66, 68, 75, 103]. Formalmente, introduzem-se as noções duais de *implicado primário* e *implicante primário*.

Definição 7 (Implicado primário - PI) *Seja C um implicado de uma fórmula ψ. C é um implicado primário se e somente se para todos os implicados C' de ψ tal que $C' \models C$, $C \models C'$.*

Sintaticamente, para todos os literais $L_i \in C$, $\psi \not\models (C - \{L_i\})$. PI_ψ é definido como a conjunção de todos os implicados primários de ψ.

Definição 8 (Implicante primário- IP) *Seja D um implicante de uma fórmula ψ. D é um implicante primário se e somente se para todos os implicantes D' de ψ tal que $D \models D'$, $D' \models D$.*

Sintaticamente, para todos os literais $L_i \in D$, $(D - \{L_i\}) \not\models \psi$. IP_ψ é definido como uma disjunção de todos os implicantes primários de ψ.

Os conjuntos formados pelos implicados primários e implicantes primários são equivalentes a fórmula inicial, ou seja, $\psi \equiv PI_\psi \equiv IP_\psi$.

Por serem noções completamente duais em lógica proposicional, o mesmo algoritmo[3] pode ser utilizado para o cálculo de ambas as formas [12, 15, 69, 117].

Exemplo 4 *Considere a seguinte fórmula ψ, representada em forma normal conjuntiva FNC_ψ:*

$$(\neg p_3 \vee \neg p_2 \vee p_1) \wedge (\neg p_3 \vee p_1 \vee p_4) \wedge (\neg p_2 \vee p_4 \vee p_3) \wedge$$
$$(\neg p_4 \vee \neg p_3 \vee \neg p_2) \wedge (\neg p_2 \vee \neg p_1) \wedge (\neg p_1 \vee p_2 \vee \neg p_3 \vee p_4)$$

[2] Aplicando as regras de resolução e subsunção apresentadas na seção 1.4.

[3] Um algoritmo para transformação dual em lógica proposicional é apresentado no apêndice B.

Aplicando o algoritmo de transformação dual sobre a FNC_ψ *obtém-se o conjunto de implicantes primários* IP_ψ*:*

$$(\neg p_3 \land \neg p_2) \lor (\neg p_3 \land \neg p_1 \land p_4) \lor (\neg p_2 \land p_4)$$

Uma nova execução do algoritmo de transformação dual,[4] *tendo como entrada* IP_ψ*, determina o conjunto de implicados primários* PI_ψ*. O par* (PI_ψ, IP_ψ) *correspondente à fórmula* ψ *é dado por:*

PI_ψ	IP_ψ
$(\neg p_3 \lor \neg p_2) \land$	$(\neg p_3 \land \neg p_2) \lor$
$(\neg p_3 \lor p_4) \land$	$(\neg p_2 \land p_4) \lor$
$(\neg p_2 \lor \neg p_1) \land$	$(\neg p_3 \land \neg p_1 \land p_4)$
$(\neg p_2 \lor p_4)$	

As formas normais primárias apresentam propriedades interessantes que podem ser exploradas em representação de conhecimento [11]. A primeira e mais importante característica das formas normais primárias é a unicidade, cada fórmula lógica possui somente uma representação em formas normais primárias. Outra característica interessante é que as formas normais primárias da negação de uma dada fórmula ψ podem ser obtidas diretamente pelas seguintes propriedades:

$$PI_{\neg\psi} = \overline{IP_\psi} \qquad \text{e} \qquad IP_{\neg\psi} = \overline{PI_\psi}$$

onde $\overline{IP_\psi}$ e $\overline{PI_\psi}$ representam IP_ψ e PI_ψ com todos os seus literais negados.

Além disso, fórmulas em sua representação primária podem ser consultadas em tempo polinomial para teste de consistência, validade, implicação, implicantes e enumeração de modelos [29].

Como última propriedade interessante, a ser explorada no próximo capítulo, tem-se que implicados e implicantes primários possuem uma relação *holográfica*, onde cada literal em uma cláusula em *PI* está associado aos termos onde ele ocorre em *IP* e vice-versa.

[4] Esta segunda aplicação não é, de fato, necessária, pois uma vez conhecido o conjunto de implicantes primários, pode-se fazer uso de algoritmos polinomiais para o cálculo dos implicados primários [29].

3.3 Operadores Sintáticos para Mudança de Crenças

Como visto no capítulo 2, o problema de mudança de crenças consiste em introduzir, de maneira coerente, uma nova informação μ em uma base de crenças inicial ψ. Os operadores de mudança de crenças devem assegurar que a base original seja minimamente alterada e que a nova informação seja inserida de forma consistente [53].

A noção de preferência entre fórmulas é dada por critérios extra-lógicos de proximidade entre a base inicial e a base resultante [66]. O critério de proximidade adotado pelos operadores descritos anteriormente, baseia-se na quantidade de símbolos que têm valores verdade distintos, ou seja, é utilizada a distância de Hamming entre modelos.

Ao representar a base de crenças ψ e a nova informação μ na forma de implicantes primários, IP_ψ e IP_μ respectivamente, podemos redefinir sintaticamente os operadores de revisão e atualização.

A caracterização sintática da distância entre modelos é feita considerando os termos $D \in IP$. Considera-se ainda cada termo D como um conjunto de literais. A distância entre termos é definida como:

Definição 9 (Distância entre termos) *Sejam a base de crenças ψ e a nova informação μ representadas em suas formas normais primárias disjuntivas IP_ψ e IP_μ, e sejam D_ψ e D_μ termos em IP_ψ e IP_μ respectivamente. A distância k entre os termos D_ψ e D_μ será dada por:*

$$k(D_\psi, D_\mu) = D_\psi \cap \overline{D_\mu}$$

Mudar uma base de crenças consiste então, em eliminar dos termos D_ψ os símbolos contraditórios e incorporar a nova informação μ. Ao realizar este procedimento em todos os termos $D_\psi \in IP_\psi$, obtêm-se um conjunto de termos candidatos à nova base. O conjunto de termos candidatos a pertencer à base revisada, Γ, é definido pela seguinte operação sintática:

Definição 10 (Conjunto de termos candidatos) *Seja ψ uma base de crenças representada por IP_ψ e μ uma nova informação representada por IP_μ. Calcula-se Γ, sobre $IP_\psi \times IP_\mu$, como um conjunto de termos candidatos, tal que:*

$$\Gamma = \{D \mid D = D_\mu \cup (D_\psi - \overline{D_\mu})\}$$

onde $D_\mu \in IP_\mu$ *e* $D_\psi \in IP_\psi$ *e a operação* $D_\mu \cup (D_\psi - \overline{D_\mu})$ *significa a eliminação dos literais contraditórios de* D_μ *em* D_ψ *e a inclusão dos literais pertencentes a* D_μ*.*

Exemplo 5 *Considere a fórmula apresentada no exemplo 4, representada por* IP_ψ*, e a nova informação* μ*, dada por* $PI_\mu = (\neg p_4 \vee p_1) \wedge (p_1 \vee p_3) \wedge (\neg p_4 \vee p_2) \wedge (p_2 \vee p_3)$ *e* $IP_\mu = (\neg p_4 \wedge p_3) \vee (p_1 \wedge p_2)$*. A tabela abaixo apresenta a operação sintática de mudança de crenças, bem como as distâncias entre os termos* D_ψ *e* D_μ*:*

D_ψ	D_μ	$(D_\psi - \overline{D_\mu})$	$D \in \Gamma$	$k(D_\psi, D_\mu)$
$\{\neg p_3, \neg p_2\}$	$\{\neg p_4, p_3\}$	$\{\neg p_2\}$	$\{\neg p_4, \neg p_2, p_3\}$	$\{p_3\}$
$\{\neg p_3, \neg p_2\}$	$\{p_1, p_2\}$	$\{\neg p_3\}$	$\{\neg p_3, p_1, p_2\}$	$\{p_2\}$
$\{\neg p_2, p_4\}$	$\{\neg p_4, p_3\}$	$\{\neg p_2\}$	$\{\neg p_4, \neg p_2, p_3\}$	$\{p_4\}$
$\{\neg p_2, p_4\}$	$\{p_1, p_2\}$	$\{p_4\}$	$\{p_1, p_2, p_4\}$	$\{p_2\}$
$\{\neg p_3, \neg p_1, p_4\}$	$\{\neg p_4, p_3\}$	$\{\neg p_1\}$	$\{\neg p_4, \neg p_1, p_3\}$	$\{p_3, p_4\}$
$\{\neg p_3, \neg p_1, p_4\}$	$\{p_1, p_2\}$	$\{\neg p_3, p_4\}$	$\{\neg p_3, p_1, p_2, p_4\}$	$\{p_1\}$

Os novos operadores sintáticos de revisão e atualização, equivalentes aos operadores de Dalal, Forbus e Winslett, são obtidos selecionando em Γ os termos que satisfazem o princípio de mudança mínima, observando os critérios de escolha para a revisão e atualização, bem como as relações de ordenação de cada método.

3.3.1 Revisão

Considerando o caráter global dos processos de revisão, a nova base de crenças conterá os termos de Γ associados a D_μ que sejam mais próximos aos termos D_ψ, isto é, para os quais a distância $k(D_\psi, D_\mu)$ é mínima. Define-se o operador sintático de revisão equivalente ao operador de Dalal como:

Definição 11 (Operador sintático de revisão) *Dado o conjunto de termos candidatos* Γ *apresentado na definição 10, a base de crenças revisada é dada por:*

$$FND_{\psi \circ \mu} = \{D \mid D \in \Gamma \text{ e } \forall D' \in \Gamma, D \leqslant_\Gamma D'\}$$

Onde o critério de distância equivalente ao critério de Dalal aplicado sobre os termos Γ torna-se:

Definição 12 (Critério de ordenação total sobre termos) *Dado o conjunto de termos candidatos Γ. Sejam D e D' dois termos em Γ e sejam $k(D_\psi, D_\mu)$ e $k(D'_\psi, D'_\mu)$ as distâncias entre termos, conforme a definição 9. O critério de ordenação total é dado por:*

$$D \leqslant_\Gamma D' \ \ sse \ \ \mid k(D_\psi, D_\mu) \mid \leq \mid k(D'_\psi, D'_\mu) \mid$$

Exemplo 6 *Considere a tabela apresentada no exemplo 5. Observando o critério de ordenação total $\leqslant_\Gamma$ com base na cardinalidade da distância entre termos $k(D_\psi, D_\mu)$, selecionam-se os seguintes termos $D \in \Gamma$:*

$D \in \Gamma$	$k(D_\psi, D_\mu)$	$\mid k(D_\psi, D_\mu) \mid$	$\leqslant_\Gamma$
$\{\neg p_4, \neg p_2, p_3\}$	$\{p_3\}$	1	$\star$
$\{\neg p_3, p_1, p_2\}$	$\{p_2\}$	1	$\star$
$\{\neg p_4, \neg p_2, p_3\}$	$\{p_4\}$	1	$\star$
$\{p_1, p_2, p_4\}$	$\{p_2\}$	1	$\star$
$\{\neg p_4, \neg p_1, p_3\}$	$\{p_3, p_4\}$	2	
$\{\neg p_3, p_1, p_2, p_4\}$	$\{p_1\}$	1	$\star$

A nova base de crenças é dada por:

$$\begin{aligned} FND_{\psi\circ\mu} = \quad & (\neg p_4 \wedge \neg p_2 \wedge p_3) \vee (\neg p_3 \wedge p_1 \wedge p_2) \vee (\neg p_4 \wedge \neg p_2 \wedge p_3) \vee \\ & (p_1 \wedge p_2 \wedge p_4) \vee (\neg p_3 \wedge p_1 \wedge p_2 \wedge p_4) \end{aligned}$$

ou, eliminando termos duplicados e simplificando por subsunção:

$$IP_{\psi\circ\mu} = (p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3) \vee (\neg p_2 \wedge p_3 \wedge \neg p_4) \vee (p_1 \wedge p_2 \wedge p_4)$$

A equivalência entre o operador apresentado e o operador definido por Dalal em [28] pode ser demonstrada a partir da comprovação de que o uso da representação em formas primárias não modifica o resultado do cálculo da distância, conforme o lema a seguir.[5]

Lema 1 *A representação em formas primárias assegura o critério de minimalidade baseado na distância de Hamming.*

Corolário 1 *Se $p \in k(D, D')$ então $p \in \bigcap DIST(v, w)$ para v e $w \in [\![D]\!]$, $[\![D']\!]$.*

[5] Todas as provas são apresentadas no apêndice A.

Cada implicante primário D em IP_ψ é único e representa um conjunto de modelos. Ao realizar a operação sintática sobre o conjunto de implicantes primários, não são gerados termos redundantes, no sentido de que se realizadas resoluções tais termos desapareçam. Diferentemente da caracterização sintática usando uma forma normal conjuntiva qualquer, como apresentado em [34], onde é necessário aplicar um fator de ajuste ou correção à base para eliminar tais termos.

Corolário 2 *A cardinalidade da distância entre modelos $\mid DIST(w,u) \mid$ e a cardinalidade da distância entre termos $\mid k(D_\psi, D_\mu) \mid$ são equivalentes.*

O seguinte teorema estabelece a equivalência entre os operadores, onde $Min_{\leqslant_\Gamma}(\mid k(D_\psi, D_\mu) \mid)$ representa a cardinalidade dos termos $k(D_\psi, D_\mu)$ mínimos segundo o critério de ordenação total $\leqslant_\Gamma$.

Teorema 10 *Dada uma base de crenças em lógica proposicional ψ e uma nova informação contraditória μ, $G^k(\psi) \cup \{\mu\} \equiv FND_{\psi \circ \mu}$, com $k = Min_{\leqslant_\Gamma}(\mid k(D_\psi, D_\mu) \mid)$.*

Uma vez demonstrada a equivalência entre o operador sintático de revisão e o operador proposto por Dalal, tem-se que o novo operador também respeita os postulados AGM.

Corolário 3 *O operador sintático de revisão $\circ$ satisfaz* **(R1)**$\sim$**(R6)***, como definido na seção 2.2.3.*

3.3.2 Atualização

Pelo caráter local da atualização de crenças, a base resultante deverá conter os termos D_μ mais próximos de *cada* termo D_ψ, segundo a distância $k(D_\psi, D_\mu)$. O operador sintático de atualização de crenças é definido como:

Definição 13 **(Operador sintático de atualização)** *Dado o conjunto de termos candidatos Γ, apresentado na definição 10, a base de crenças atualizada é dada por:*

$$FND_{\psi \diamond \mu} = \bigcup_{D_\psi \in IP_\psi} \{D \mid D = D_\psi \cup (D_\psi - \overline{D_\mu}) \in \Gamma \text{ e } \forall D' = D_\psi \cup (D_\psi - \overline{D'_\mu}), D \leqslant_\Gamma D'\}$$

Esta definição, assim como a definição semântica, serve de base para a construção dos operadores de atualização, variando apenas o critério de ordenação adotado por cada método. Desta forma, é possível criar diversos operadores de atualização, como segue:

Operador Sintático Baseado em IP

Considerando o critério de ordenação total apresentado na definição 12, define-se um operador sintático baseado em implicantes primários como:

Definição 14 (Operador sintático baseado em IP - $\diamond_S$) *Dados a definição do operador sintático de atualização, conforme definição 13, e o critério de ordenação total entre termos, como definido em 12. Define-se o operador sintático baseado em IP como:*

$$FND_{\psi \diamond_S \mu} = \bigcup_{D_\psi \in IP_\psi} \{D \mid D = D_\psi \cup (D_\psi - \overline{D_\mu}) \in \Gamma \text{ } e \text{ } \forall D' = D_\psi \cup (D_\psi - \overline{D'_\mu}), D \leqslant_\Gamma D'\}$$

Exemplo 7 *Considere novamente os termos candidatos D pertencentes a Γ, apresentados na tabela 5. Aplicando-se o critério de ordenação total, são selecionados os seguintes termos para compor a nova base:*

$D \in \Gamma$	$k(D_\psi, D_\mu)$	$\mid k(D_\psi, D_\mu) \mid$	$\leqslant_\Gamma$
$\{\neg p_4, \neg p_2, p_3\}$	$\{p_3\}$	1	$\star$
$\{\neg p_3, p_1, p_2\}$	$\{p_2\}$	1	$\star$
$\{\neg p_4, \neg p_2, p_3\}$	$\{p_4\}$	1	$\star$
$\{p_1, p_2, p_4\}$	$\{p_2\}$	1	$\star$
$\{\neg p_4, \neg p_1, p_3\}$	$\{p_3, p_4\}$	2	
$\{\neg p_3, p_1, p_2, p_4\}$	$\{p_1\}$	1	$\star$

A nova base de crenças é dada por:

$$\begin{aligned} FND_{\psi \diamond_S \mu} = \quad & ((\neg p_4 \wedge \neg p_2 \wedge p_3) \vee (\neg p_3 \wedge p_1 \wedge p_2) \vee (\neg p_4 \wedge \neg p_2 \wedge p_3) \vee \\ & (p_1 \wedge p_2 \wedge p_4) \vee (\neg p_3 \wedge p_1 \wedge p_2 \wedge p_4)) \end{aligned}$$

ou, eliminando termos duplicados e simplificando por subsunção:

$$IP_{\psi \diamond_S \mu} = (p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3) \vee (\neg p_2 \wedge p_3 \wedge \neg p_4) \vee (p_1 \wedge p_2 \wedge p_4)$$

Forbus Sintático

Para construir um operador equivalente ao operador Forbus, é necessário assegurar que todos os modelos selecionados estejam incluidos nos termos selecionados no conjunto Γ. Como para a atualização o lema 1 não se aplica, é necessário acrescentar uma restrição suficiente, porém não necessária para garantir a equivalência. Desta forma define-se um operador equivalente ao Forbus como:

Definição 15 (Forbus sintático - $\diamond_{S\_Forbus}$) *Dados a definição do operador sintático de atualização, conforme definição 13, e o critério de ordenação total entre termos, como definido em 12. A construção de um operador sintático equivalente ao operador Forbus é dada por:*

$$FND_{\psi \diamond_{S\_Forbus} \mu} = \bigcup_{D_\psi \in IP_\psi} \{D \mid D = D_\psi \cup (D_\psi - \overline{D_\mu}) \in \Gamma \ e \ \forall D' = D_\psi \cup (D_\psi - \overline{D'_\mu}), D \leqslant_\Gamma D'\}$$

Desde que a seguinte restrição seja satisfeita:

(PT1) $\forall D_\mu \in IP_\mu, \forall D_\psi \in IP_\psi, Symbols(IP_\mu) \subseteq Symbols(D_\psi)$

onde $Symbols(D)$ é o conjunto de símbolos proposicionais de D.

O seguinte teorema assegura a equivalência entre o operador sintático de atualização (Forbus sintático) e o operador Forbus:

Teorema 11 *Dada uma base de crenças em lógica proposicional ψ e uma nova informação contraditória μ, $\psi \diamond_{Forbus} \mu \equiv FND_{\psi \diamond_{S\_Forbus} \mu}$ desde que a restrição* **(PT1)** *seja satisfeita.*

Assim como o operador Forbus, o operador Forbus sintático também satisfaz os postulados KM para atualização de crenças.

Corolário 4 *O operador sintático de atualização $\diamond_{S\_Forbus}$ satisfaz os postulados* **(U1)**$\sim$**(U8)**, *definidos na seção 2.4.1.*

Operador Sintático com Ordenação Parcial

Alterando-se a ordem total pela ordem parcial sobre termos, conforme definição a seguir, é possível construir um novo operador sintático baseado em implicantes primários.

Definição 16 (Critério de ordenação parcial sobre termos) *Dado o conjunto de termos candidatos* Γ*. Sejam* D *e* D' *termos em* Γ *e sejam* $k(D_\psi, D_\mu)$ *e* $k(D_\psi, D'_\mu)$ *as distâncias entre termos calculadas conforme a definição 9, tem-se a seguinte ordem parcial sobre os termos* $D \in \Gamma$*:*

$$D \leqslant_\Gamma D' \textit{ sse } k(D_\psi, D_\mu) \subseteq k(D_\psi, D'_\mu)$$

Define-se o operador baseado no critério de ordenação parcial como:

Definição 17 (Operador sintático com ordenação parcial - $\diamond_{S\_P}$**)** *Dados a definição do operador sintático de atualização, conforme definição 13, e o critério de ordenação parcial entre termos, como definido em 16. A construção de um operador sintático com ordenação parcial é dada por:*

$$FND_{\psi \diamond_{S_P} \mu} = \bigcup_{D_\psi \in IP_\psi} \{D \mid D = D_\psi \cup (D_\psi - \overline{D_\mu}) \in \Gamma \textit{ e } \forall D' = D_\psi \cup (D_\psi - \overline{D'_\mu}), D \leqslant_\Gamma D'_\mu\}$$

Exemplo 8 *Considere novamente a tabela apresentada no exemplo 5. O critério de ordenação parcial, conforme a definição 16, adotado pelo operador* $\diamond_{S_P}$ *leva a escolha de todos os termos* D *em* Γ *como mostrado abaixo:*

$D \in \Gamma$	$k(D_\psi, D_\mu)$	$\leqslant_\Gamma$
$\{\neg p_4, \neg p_2, p_3\}$	$\{p_3\}$	$\star$
$\{\neg p_3, p_1, p_2\}$	$\{p_2\}$	$\star$
$\{\neg p_4, \neg p_2, p_3\}$	$\{p_4\}$	$\star$
$\{p_1, p_2, p_4\}$	$\{p_2\}$	$\star$
$\{\neg p_4, \neg p_1, p_3\}$	$\{p_3, p_4\}$	$\star$
$\{\neg p_3, p_1, p_2, p_4\}$	$\{p_1\}$	$\star$

A nova base de crenças é dada pela união dos termos:

$$\begin{aligned} FND_{\psi \diamond_{S_P} \mu} = \quad & ((\neg p_4 \wedge \neg p_2 \wedge p_3) \vee (\neg p_3 \wedge p_1 \wedge p_2) \vee (\neg p_4 \wedge \neg p_2 \wedge p_3) \vee \\ & (p_1 \wedge p_2 \wedge p_4) \vee (\neg p_4 \wedge \neg p_1 \wedge p_3) \vee (\neg p_3 \wedge p_1 \wedge p_2 \wedge p_4)) \end{aligned}$$

ou, eliminando termos duplicados e simplificando por subsunção:

$$\begin{aligned} IP_{\psi \diamond_{S_P} \mu} = \quad & ((\neg p_2 \wedge p_3 \wedge \neg p_4) \vee (\neg p_1 \wedge p_3 \wedge \neg p_4) \vee \\ & (p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3) \vee (p_1 \wedge p_2 \wedge p_4)) \end{aligned}$$

PMA Sintático

Para construir um operador de atualização equivalente ao operador PMA, novamente é necessário fazer uso da restrição **(PT1)**. Assim, define-se:

Definição 18 (PMA sintático - $\diamond_{S\_PMA}$) *Dados a definição do operador sintático de atualização, conforme definição 13, e o critério de ordenação parcial entre termos, como definido em 16. A construção de um operador sintático equivalente ao operador PMA é dada por:*

$$FND_{\psi \diamond_{S\_PMA} \mu} = \bigcup_{D_\psi \in IP_\psi} \{D \mid D = D_\psi \cup (D_\psi - \overline{D_\mu}) \in \Gamma \text{ } e \text{ } \forall D' = D_\psi \cup (D_\psi - \overline{D'_\mu}), D \leqslant_\Gamma D'_\mu\}$$

Desde que a restrição **(PT1)** *seja satisfeita.*

A equivalência entre o PMA sintático e o operador PMA é dada pelo seguinte teorema:

Teorema 12 *Dada uma base de crenças em lógica proposicional ψ e uma nova informação contraditória μ, $\psi \diamond_{PMA} \mu \equiv FND_{\psi \diamond_{S\_PMA} \mu}$, desde que a restrição* **(PT1)** *seja satisfeita.*

Comprovada a equivalência dos operadores PMA e PMA sintático, tem-se que o operador PMA sintático respeita os postulados KM para atualização de crenças.

Corolário 5 *O operador de atualização $\diamond_{S\_PMA}$ satisfaz os postulados* **(U1)**$\sim$**(U8)***, definidos na seção 2.4.1.*

3.3.3 Complexidade dos operadores sintáticos

A aplicação dos operadores sintáticos propostos neste capítulo restringe-se à bases de crenças representadas na forma de implicantes primários. A transformação da base original em implicantes primários é considerada como um pré-processamento *off-line*. Este passo off-line é conhecido como *compilação do conhecimento* [22, 29]. O objetivo da compilação de conhecimento é traduzir a base de crenças para uma representação que possibilite uma série de consultas *on-line* com custo polinomial, de forma a amortizar o custo elevado da compilação.

As formas normais primárias podem ser consultadas em tempo polinomial para consistência, validade, implicação, equivalência, implicantes e enumeração de modelos [29, 30]. A verificação de modelos também pode ser realizada em tempo polinomial.

O problema de encontrar os conjuntos de implicantes primários e implicados primários pode ser *reduzido* ao problema da satisfazibilidade, pois, um implicado/implicante primário representa uma solução para o problema SAT, dada uma instância em FNC/FND [12, 68, 69]. Alguns trabalhos têm explorado esta característica buscando computar implicantes e implicados primários utilizando algoritmos de SAT [23, 83].

Como explicitado na seção 2.6, o problema da satisfazibilidade booleana é NP-completo. Contudo, uma fórmula pode ter, no pior caso, um número exponencial de implicados primários [116], o que representa um número exponencial de chamadas a um oráculo NP para a solução do problema. Usando a hierarquia polinomial, o custo do cálculo do conjunto de implicantes primários ou implicados primários é:

$$NP^{NP} = NP^{\Sigma_1^P} = \Sigma_2^P$$

pertencendo ao segundo nível da hierarquia polinomial. Ou seja, a complexidade dos operadores propostos é equivalente a complexidade do operador Forbus.

Segundo [35], se a base resultante do processo de compilação tem tamanho exponencial, o custo das consultas realizadas será igualmente exponencial [35], ou seja, para a compilação ser vantajosa, a base de conhecimento compilada deve permanecer com tamanho polinomial com relação ao tamanho da base original [22]. De acordo com [111], há uma correlação entre o número de implicados primários e o ponto de crossover em instâncias 3-SAT randômicas. Esta correlação leva a crer que bases de crenças com taxa m/n (número de cláusulas/número de símbolos proposicionais) em torno do ponto de crossover, terão um número maior de implicados primários.

Porém, nos testes realizados, apresentados no capítulo 5, observou-se que mesmo para fórmulas randômicas, com taxa próxima ao ponto de crossover, a grande maioria das instâncias permance com tamanho polinomial com relação a base original, o que leva a crer que a compilação de conhecimento nas formas normais primárias é vantajosa do ponto de vista computacional.

3.4 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados operadores sintáticos baseados na representação em formas normais primárias. Os operadores construídos são equivalentes aos operadores de Dalal, Forbus e Winslett. Contudo, para os operadores de atualização de crenças, é necessário incluir uma restrição para assegurar a equivalência. Apesar desta restrição ser suficiente, nem sempre ela é necessária, no sentido de que para algumas bases de crenças, em particular para o exemplo apresentado neste capítulo, os operadores sintáticos que não fazem uso da restrição retornam os mesmos resultados que os operadores apresentados no capítulo anterior.

Apesar de ser um passo inicialmente custoso, a transformação da fórmula inicial para a forma de implicantes primários é feita como um passo off-line e seu custo é amortizado pelas demais operações que acontecem em tempo polinomial.

No capítulo seguinte, a representação em formas normais primárias é usada para definir um novo critério de minimalidade, baseado no contexto global dos literais dentro da base.

Capítulo 4

Mudando a Noção de Minimalidade

Como visto anteriormente, o critério de minimalidade adotado pelos operadores de mudança de crença baseia-se na quantidade de símbolos proposicionais que possuem valores verdade distintos na base de crenças e na nova informação.

Neste capítulo apresenta-se uma nova noção de unidade mínima de conhecimento. Esta noção baseia-se na representação em formas primárias e explora a *relação* que existe entre a forma primária conjuntiva e a forma primária disjuntiva. Tal relação é explicitada pela *notação quantum* [7, 12, 15]. O nome quantum enfatiza que a unidade *mínima* de interesse não é apenas um literal isolado, mas o seu contexto na fórmula lógica.

Inicia-se este capítulo apresentando a notação quantum. Em seguida apresenta-se a nova noção de mudança mínima e os operadores para mudança de crenças construídos utilizando a nova medida.

4.1 Notação Quantum

A notação quantum foi inicialmente proposta por Bittencourt [7] para a lógica de primeira ordem e adaptada para a lógica proposicional em [12]. Esta notação explicita a relação existente entre as formas primárias, objetivando sua exploração em representação de conhecimento [11].

Dada uma fórmula ψ, representada em sua forma normal conjuntiva FNC_ψ e em sua forma normal disjuntiva FND_ψ, introduz-se o conceito de *quantum conjuntivo* e *quantum* *disjuntivo*.

Definição 19 (Quantum Conjuntivo) *Seja ψ uma fórmula proposicional. Um quantum conjuntivo é um par (L, F_c), onde L é um literal que ocorre em ψ e $F_c \subseteq FNC_\psi$ é o conjunto das coordenadas conjuntivas, definido como o subconjunto de cláusulas da FNC_ψ nas quais o literal L ocorre.*

Definição 20 (Quantum Disjuntivo) *Seja ψ uma fórmula proposicional. Um quantum disjuntivo é um par (L, F_d), onde L é um literal que ocorre em ψ e $F_d \subseteq FND_\psi$ é o conjunto de coordenadas disjuntivas, definido como o subconjunto de termos da FND_ψ nos quais o literal L ocorre.*

Um quantum é notado por L^F e, visando simplificar a notação, os conjuntos de coordenadas F contém o número da cláusula ou termo ao invés das próprias cláusulas ou termos.

Exemplo 9 *Considere a mesma fórmula ψ, apresentada no capítulo anterior (exemplo 4), onde as claúsulas estão numeradas:*

$$\begin{array}{ll} 1: \neg p_3 \vee \neg p_2 \vee p_1 & 4: \neg p_3 \vee p_1 \vee p_4 \\ 2: \neg p_2 \vee p_4 \vee p_3 & 5: \neg p_4 \vee \neg p_3 \vee \neg p_2 \\ 3: \neg p_2 \vee \neg p_1 & 6: \neg p_1 \vee p_2 \vee \neg p_3 \vee p_4 \end{array}$$

Os literais que ocorrem em ψ, correspondem ao seguinte conjunto de quanta conjuntivos.

$$\{\neg p_1^{\{3,6\}}, p_1^{\{1,4\}}, \neg p_2^{\{1,2,3,5\}}, p_2^{\{6\}}, \neg p_3^{\{1,4,5,6\}}, p_3^{\{2\}}, \neg p_4^{\{5\}}, p_4^{\{2,4,6\}}\}$$

A notação quantum pode ser usada para caracterizar implicantes, implicados, implicantes primários e implicados primários de uma fórmula ψ, representada por FNC_ψ e por FND_ψ.

Proposição 1 (Implicante com a notação quantum) *Seja $D = L_1 \wedge \cdots \wedge L_k$ um termo livre de literais contraditórios representado pela conjunção de quanta conjuntivos, $L_1^{F_c^1} \wedge \cdots \wedge L_k^{F_c^k}$. D é um implicante de ψ sse $\cup_{i=1}^{k} F_c^i = FNC_\psi$.*

Ou seja, D contém pelo menos um literal que pertence a cada cláusula da FNC_ψ, formando um caminho através da FNC_ψ, livre de contradições.

Proposição 2 (Implicado com a notação quantum) *Seja $C = L_1 \vee \cdots \vee L_k$ uma cláusula livre de literais tautológicos representado pela disjunção de quanta disjuntivos, $L_1^{F_d^1} \vee \cdots \vee L_k^{F_d^k}$. C é um implicado de ψ sse $\cup_{i=1}^{k} F_d^i = FND_\psi$.*

Para caracterizar implicantes primários e implicados primários, cláusulas C e termos D devem satisfazer a *condição de não redundância* ou seja, cada literal deve representar *sozinho* pelo menos um termo na FND_ψ e uma cláusula na FNC_ψ respectivamente. A definição da condição de não redundância é obtida a partir da definição de *coordenadas exclusivas conjuntivas* e *coordenadas exclusivas disjuntivas*.

Definição 21 (Coordenadas exclusivas conjuntivas) *Seja D um termo e $L_i \in D$ um literal tal que $1 \leq i \leq k$. $\widehat{F}_c^i$ representa as coordenadas exclusivas conjuntivas de L_i em D, definidas por $\widehat{F}_c^i = F_c^i - \cup_{j=1, j \neq i}^{k} F_c^j$. $\widehat{F}_c^i$ são as cláusulas do conjunto F_c^i que não contém nenhum outro literal de D, exceto L_i.*

Definição 22 (Coordenadas exclusivas disjuntivas) *Seja C uma cláusula e $L_i \in C$ um literal tal que $1 \leq i \leq k$. $\widehat{F}_d^i$ representa as coordenadas exclusivas disjuntivas de L_i em C, definidas por $\widehat{F}_d^i = F_d^i - \cup_{j=1, j \neq i}^{k} F_d^j$. $\widehat{F}_d^i$ são os termos do conjunto F_d^i que não contém nenhum outro literal de C, exceto L_i.*

Definidas estas noções, a condição de não redundância pode ser definida como:

Definição 23 (Condição de não redundância) *Seja C uma cláusula representada por $L_1^{F_d^1} \vee \cdots \vee L_k^{F_d^k}$. C satisfaz a condição de não redundância sse $\forall i \in \{1, \ldots, k\}$, $\widehat{F}_d^i \neq \emptyset$. Dualmente, seja D um termo representado por $L_1^{F_c^1} \vee \cdots \vee L_k^{F_c^k}$. D satisfaz a condição de não redundância sse $\forall i \in \{1, \ldots, k\}$, $\widehat{F}_c^i \neq \emptyset$.*

Implicantes primários e implicados primários podem agora ser caracterizados através da notação quantum como segue.

Proposição 3 (Implicado primário com a notação quantum) *Seja C uma cláusula. C é um implicado primário sse C for um implicado e satisfizer a condição de não redundância conforme a definição 23.*

Proposição 4 (Implicante primário com a notação quantum) *Seja D um termo. D é um implicante primário sse D for um implicante e satisfizer a condição de não redundância conforme a definição 23.*

Exemplo 10 *Considere a fórmula* ψ*, conforme apresentada no exemplo 9. O termo:*

$$D = \{p_1^{\{1,4\}}, \neg p_2^{\{1,2,3,5\}}, \neg p_3^{\{1,4,5,6\}}\}$$

é um implicante de ψ *pois a união das coordenadas conjuntivas de seus quanta é igual ao conjunto de cláusulas da* FNC_ψ*. Isto é:*

$$\{1,4\} \cup \{1,2,3,5\} \cup \{1,4,5,6\} = FNC_\psi$$

As coordenadas exclusivas conjuntivas dos quanta em D são dadas por:

$$p_1^{\{\}}, \neg p_2^{\{2,3\}}, \neg p_3^{\{6\}}$$

O fato de p_1 *ter o seu conjunto de coordenadas exclusivas vazio indica que D não é um implicante primário de* ψ*.*

Dada uma fórmula ψ, é possível determinar o conjunto de quanta conjuntivos e disjuntivos que, respectivamente, definem IP_ψ com relação a PI_ψ e PI_ψ com relação a IP_ψ. Esta representação em notação quantum é um representação enriquecida para os conjuntos de implicantes e implicados primários, pois apresenta a relação "holográfica" entre os literais de uma forma e as cláusulas (ou termos) da outra forma.

Exemplo 11 *Considere novamente a transformação dual da teoria* ψ*, apresentada no exemplo 4, tomando seus literais representados em notação quantum. O par* (PI_ψ, IP_ψ) *correspondente à teoria é dado por:*

PI_ψ	IP_ψ
$1: \neg p_3^{\{1,\boxed{3}\}} \vee \neg p_2^{\{1,\boxed{2}\}}$	$1: \neg p_3^{\{1,\boxed{2}\}} \wedge \neg p_2^{\{1,\boxed{3,4}\}}$
$2: \neg p_3^{\{\boxed{1},3\}} \vee p_4^{\{\boxed{2},3\}}$	$2: \neg p_2^{\{\boxed{1,3},4\}} \wedge p_4^{\{\boxed{2},4\}}$
$3: \neg p_2^{\{\boxed{1,2}\}} \vee \neg p_1^{\{\boxed{3}\}}$	$3: \neg p_3^{\{\boxed{1},2\}} \wedge \neg p_1^{\{\boxed{3}\}} \wedge p_4^{\{2,\boxed{4}\}}$
$4: \neg p_2^{\{\boxed{1},2\}} \vee p_4^{\{2,\boxed{3}\}}$	

onde as coordenadas ressaltadas representam as coordenadas exclusivas de cada literal.

Esta relação pode ser usada para compor uma nova unidade mínima de conhecimento e definir uma nova medida de mudança mínima.

4.2 Uma Nova Medida

O princípio mais importante dentre os que regem a construção de operadores de mudança de crença é o princípio da mudança mínima. Apesar de não haver um consenso sobre a definição deste princípio, em geral utiliza-se o critério sugerido por Dalal [28]. Por este critério, a menor mudança é dada pela alteração do valor verdade em um único símbolo proposicional. Dalal deixa claro sua intenção de não ser favorável à escolha de nenhum símbolo em particular, afirmando que qualquer um pode ser escolhido.[1]

Pelo critério de Dalal, os símbolos que constituem a base são vistos de forma isolada. Ou seja, a mudança realizada na base não considera o fato de que a mudança de um literal, que aparece freqüentemente na base, signifique a alteração de todas as cláusulas nas quais este literal aparece.

A nova medida proposta está ligada à estrutura da base de crenças e parte da observação do contexto do literal na base, atribuindo maior importância àqueles literais que representam um número maior de cláusulas. Desta forma, pode-se considerar que cada cláusula representa um "fato" e que o grau de importância de cada fato está intimamente relacionado com os literais que o compõem.

Para construir a nova métrica, utilizou-se a característica dual das formas primárias representadas em notação quantum. Com o auxílio da notação é possível relacionar os literais às cláusulas ou termos e obter uma medida quantitativa do grau de importância de cada literal para aquela cláusula ou termo.

É importante ressaltar que cada cláusula no conjunto de implicados primários, assim como cada termo no conjunto de implicantes primários, é única e não subsumida por nenhuma outra. Desta forma, define-se como *menor unidade de conhecimento* uma *cláusula* no conjunto de implicados primários.

Porém, não são observadas todas as cláusulas que um determinado literal envolve, mas sim, as cláusulas que estão *criticamente* envolvidas pelo literal. Esta informação é fornecida

[1] O método de Dalal é descrito no capítulo 2.

pelo conjunto de coordenadas exclusivas. O número de elementos deste conjunto estabelece para quantas cláusulas este literal é fundamental. A nova medida de mudança é definida como:

Definição 24 (Distância entre termos baseada nas coordenadas conjuntivas exclusivas) *Seja* $D_\Psi \cap \overline{D_\mu} = \{L_1^{F_c^1}, \ldots, L_k^{F_c^k}\}$ *o conjunto de literais de* D_Ψ *que conflituam com* D_μ*, onde os literais* $L_i^{F_c^i}$ *são representados em notação quantum. Seja* $\widehat{F_c^i}$ *o conjunto de coordenadas exclusivas associadas a cada literal* L_i*, conforme a definição 21. O valor numérico:*

$$\widehat{k}(D_\Psi, D_\mu) = \mid \cup_{i=1}^{k} \widehat{F_c^i} \mid$$

representa o número de cláusulas de PI_Ψ *associadas aos literais contraditórios.*

Exemplo 12 *Considere novamente o conjunto de termos candidatos* Γ *(definição 10), apresentado no exemplo 5. Considerando a nova medida de distância entre termos* $\widehat{k}(D_\Psi, D_\mu)$*, apresentada na definição 24, a tabela de termos candidatos e suas respectivas distância torna-se:*

D_Ψ	D_μ	$D \in \Gamma$	$D_\Psi \cap \overline{D_\mu}$	$\cup_{i=1}^{k} \widehat{F_c^i}$	$\widehat{k}(D_\Psi, D_\mu)$
$\{\neg p_3, \neg p_2\}$	$\{\neg p_4, p_3\}$	$\{\neg p_4, \neg p_2, p_3\}$	$\{\neg p_3^{\{1,\boxed{2}\}}\}$	$\{2\}$	1
$\{\neg p_3, \neg p_2\}$	$\{p_1, p_2\}$	$\{\neg p_3, p_1, p_2\}$	$\{\neg p_2^{\{1,\boxed{3,4}\}}\}$	$\{3,4\}$	2
$\{\neg p_2, p_4\}$	$\{\neg p_4, p_3\}$	$\{\neg p_4, \neg p_2, p_3\}$	$\{p_4^{\{\boxed{2},4\}}\}$	$\{2\}$	1
$\{\neg p_2, p_4\}$	$\{p_1, p_2\}$	$\{p_1, p_2, p_4\}$	$\{\neg p_2^{\{\boxed{1,3},4\}}\}$	$\{1,3\}$	2
$\{\neg p_3, \neg p_1, p_4\}$	$\{\neg p_4, p_3\}$	$\{\neg p_4, \neg p_1, p_3\}$	$\{\neg p_3^{\{\boxed{1},2\}}, p_4^{\{2,\boxed{4}\}}\}$	$\{1,4\}$	2
$\{\neg p_3, \neg p_1, p_4\}$	$\{p_1, p_2\}$	$\{\neg p_3, p_1, p_2, p_4\}$	$\{\neg p_3^{\{\boxed{1},2\}}\}$	$\{3\}$	1

4.2.1 Aplicação em Revisão e Atualização

A nova medida de minimalidade, dada pela definição acima, permite a definição de um novo critério de ordenação total sobre termos.

Definição 25 (Critério de ordenação total sobre termos baseado em $\widehat{k}(D_\psi, D_\mu)$) *Sejam D_ψ, D'_ψ dois termos de IP_ψ e D_μ, D'_μ dois termos de IP_μ. Sejam D e D′ dois termos candidatos calculados conforme a definição 10. A distância entre termos D e D′ é baseada nos literais de D_ψ que conflituam com D_μ em relação aos literais de D'_ψ que conflituam com D'_μ, conforme a definição 24. Tem-se a seguinte ordenação total:*

$$D \leqslant_\Gamma D' \textit{ sse } \mid \widehat{k}(D_\psi, D_\mu) \mid \leq \mid \widehat{k}(D'_\psi, D'_\mu) \mid$$

Com a nova noção de unidade mínima de conhecimento, novos operadores sintáticos de revisão e atualização podem ser definidos. Tomando como base as definições 10 e 24, pode-se construir dois novos operadores sintáticos para revisão e atualização de crenças que fazem uso do critério de distância baseado nas coordenadas exclusivas conjuntivas como segue:

Definição 26 (Operador sintático de revisão baseado nas coordenadas exclusivas conjuntivas - $\widehat{\circ}$) *Dados a definição do operador sintático de revisão (definição 11) e o critério de ordenação total entre termos (definição 24), o novo operador sintático de revisão é definido como:*

$$FND_{\psi \widehat{\circ} \mu} = \{D \mid D \in \Gamma \ e \ \forall D' \in \Gamma, D \leqslant_\Gamma D'\}$$

O novo operador de revisão $\widehat{\circ}$ satisfaz os postulados de revisão.

Teorema 13 *O operador sintático de revisão baseado nas coordenadas exclusivas conjuntivas $\widehat{\circ}$ satisfaz os postulados* **(R1)**$\sim$**(R6)**, *como definido na seção 2.2.3.*

Prova: *Dada pelas proposições* **5**$\sim$**10** *apresentadas na seção A.2.1 do apêndice A.*$\Box$

Definição 27 (Operador sintático de atualização baseado nas coordenadas exclusivas conjuntivas - $\widehat{\diamond}$) *Dados a definição do operador sintático de atualização (definição 13) e o critério de ordenação total entre termos (definição 24), o novo operador sintático de atualização é definido como:*

$$FND_{\psi \widehat{\diamond} \mu} = \bigcup_{D_\psi \in IP_\psi} \{D \mid D = D_\psi \cup (D_\psi - \overline{D_\mu}) \in \Gamma \ e \ \forall D' = D_\psi \cup (D_\psi - \overline{D'_\mu}), D \leqslant_\Gamma D'_\mu\}$$

O operador $\widehat{\diamond}$ respeita os postulados KM, conforme o seguinte teorema.

Teorema 14 *O operador sintático de atualização baseado nas coordenadas exclusivas conjuntivas $\widehat{\diamond}$ satisfaz os postulados* **(U1)**$\sim$**(U8)***, como definido na seção 2.4.1.*

Prova: *Dada pelas proposições* **11**$\sim$**18** *apresentadas na seção A.2.2 do apêndice A.*$\square$

Exemplo 13 *Considere novamente a teoria ψ e a nova informação μ apresentadas nos exemplos 4 e 5, e as distâncias calculadas entre termos conforme a tabela do exemplo 12. Os termos D em Γ escolhidos, conforme o critério de ordenação total apresentado na definição 25, pelos operadores de revisão $\widehat{\circ}$ e de atualização $\widehat{\diamond}$ são os seguintes:*

$D \in \Gamma$	$\widehat{k}$	$\widehat{\circ}$	$\widehat{\diamond}$
$\{\neg p_4, \neg p_2, p_3\}$	1	$\star$	$\star$
$\{\neg p_3, p_1, p_2\}$	2		
$\{\neg p_4, \neg p_2, p_3\}$	1	$\star$	$\star$
$\{p_1, p_2, p_4\}$	2		
$\{\neg p_4, \neg p_1, p_3\}$	2		
$\{\neg p_3, p_1, p_2, p_4\}$	1	$\star$	$\star$

Observando o tamanho dos conjuntos de coordenadas conjuntivas exclusivas dos literais eliminados $\widehat{k}$), somente o primeiro, o terceiro e o último termo são escolhidos por ambos os operadores, resultando na seguinte base de crenças:

$$(\neg p_4 \wedge \neg p_2 \wedge p_3) \vee (\neg p_3 \wedge p_1 \wedge p_2 \wedge p_4)$$

representada na forma de implicantes primários. Este conjunto de implicantes representa os seguintes modelos: $\{\{p_1, p_2, \neg p_3, p_4\}, \{\neg p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}, \{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}\}$.

Neste caso, o método proposto elimina dois modelos se comparado aos métodos de Dalal e Forbus (veja exemplos 1 e 3) e elimina três modelos a mais que o método de Winslett (veja exemplo 2), preservando o literal p_4.

A complexidade para os operadores baseados na nova proposta de unidade mínima de conhecimento, é igual a dos operadores sintáticos apresentados no capítulo anterior, ou seja

Σ_2^P. Isto ocorre pois o cálculo do conjunto de implicados primários a partir do conjunto de implicantes primários pode ser feito usando algoritmos com custo polinomial [29].

4.3 Conclusão

Neste capítulo foi introduzida a notação quantum que permite a visualização da relação existente entre os literais em uma dada forma primária e as cláusulas ou termos aos quais estes literais pertencem na outra forma primária. Esta relação possibilita a definição de uma nova unidade mínima de conhecimento, que é uma cláusula no conjunto de implicados primários. Ao final do capítulo foi apresentado um exemplo no qual os operadores propostos preservam um número maior de literais, ou seja, com a nova métrica, os operadores propostos tornam-se mais restritivos que os operadores de Dalal e Forbus.

No capítulo seguinte apresentam-se os testes realizados comparando os novos operadores aos operadores de Dalal e Forbus. Esta comparação quantitativa é baseada no número de cláusulas da base original subsumidas pela base revisada.

Capítulo 5

Comparativo

O novo critério de minimalidade adotado conduz a uma nova noção do que é mínimo em termos de mudança na base de crenças. Esta nova noção, dada pelo número de implicados primários envolvidos no processo de mudança, difere conceitualmente da noção adotada por Dalal e Forbus, que é a quantidade de símbolos proposicionais alterados no processo de mudança.

Buscando validar esta nova noção de mudança mínima, bem como os novos operadores de revisão e atualização de crenças propostos, realizaram-se testes comparativos utilizando teorias geradas aleatoriamente, disponíveis na base de teorias *SATLIB*[1]. Foram utilizadas como bases de crenças 100 teorias com 20 símbolos proposicionais e 91 cláusulas. A nova informação contraditória foi construída com a negação das n primeiras cláusulas da teoria original, totalizando 500 testes para cada um dos métodos, com n variando de 1 a 5.

O primeiro passo foi efetuar a transformação dual da base de crenças (teoria) e da nova informação (negação das n primeiras cláusulas da teoria), para obter os implicados primários e os implicantes primários. Em seguida foram executados os processos de revisão/atualização utilizando os métodos de Dalal/Forbus e $FND_{\circ}/FND_{\diamond}$, representados nos gráficos por *BPM* (acrônimo de *Bittencourt, Perrussel e Marchi*).

Como forma de avaliação de desempenho dos métodos observou-se a quantidade de cláusulas da base inicial subsumidas pela nova base. A seguir apresentam-se os resultados obtidos para os processos de revisão e atualização, bem como os gráficos que resumem os percentuais comparativos de cada um dos operadores propostos.

[1] `http://www.intellektik.informatik.tu-darmstadt.de/SATLIB/`.

5.1 Revisão

Os gráficos 5.1 a 5.5 apresentam os resultados do processo de revisão com n variando de 1 a 5 respectivamente. Para preservar a legibilidade e facilitar a visualização, apenas 52 teorias, escolhidas aleatoriamente dentre o conjunto de 100 teorias, são apresentadas em cada gráfico e apenas 26 nomes foram mantidos no eixo horizontal. As teorias estão ordenadas por número crescente de implicados primários.

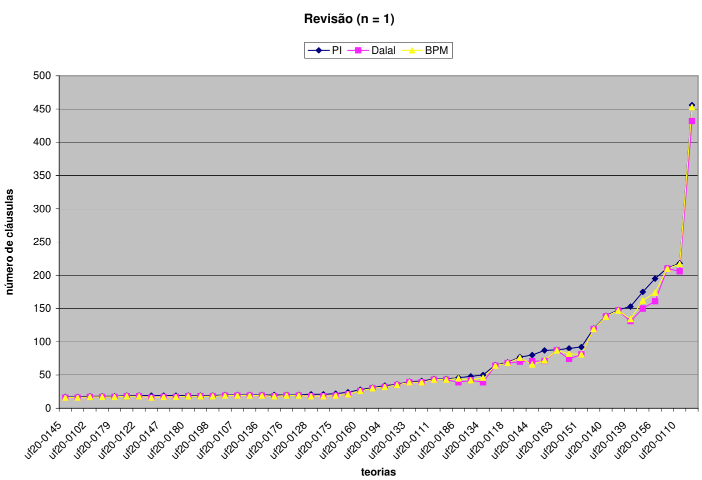

Figura 5.1: *Processo de revisão para* $n = 1$.

Para $n = 1$ apenas para a teoria $uf20 - 0144$ o operador de Dalal subsume mais cláusulas (Dalal: 71 - BPM: 66).

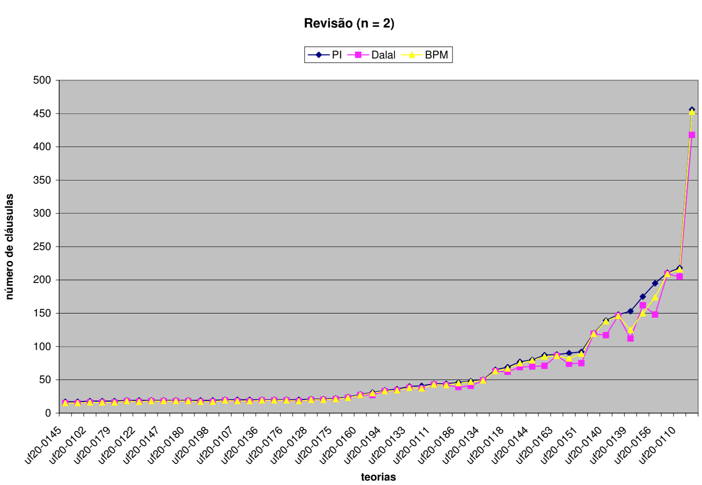

Figura 5.2: *Processo de revisão para* $n = 2$.

Para $n = 2$, somente para a teoria $uf20-0116$ o operador BPM subsume um número inferior de cláusulas (Dalal: 162 - BPM: 150).

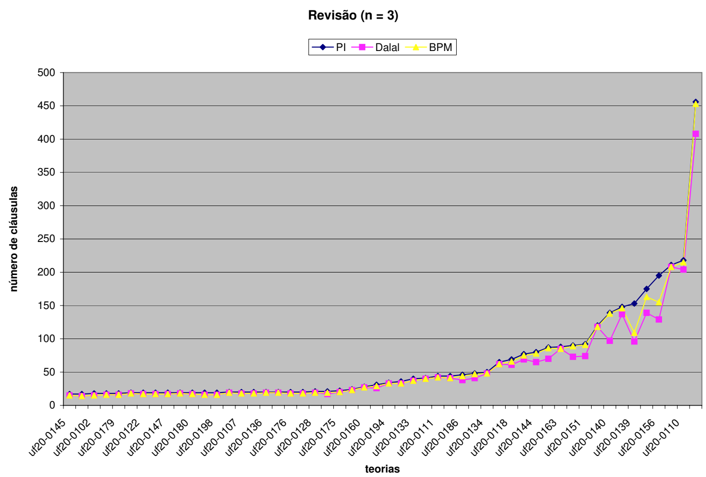

Figura 5.3: *Processo de revisão para* $n = 3$.

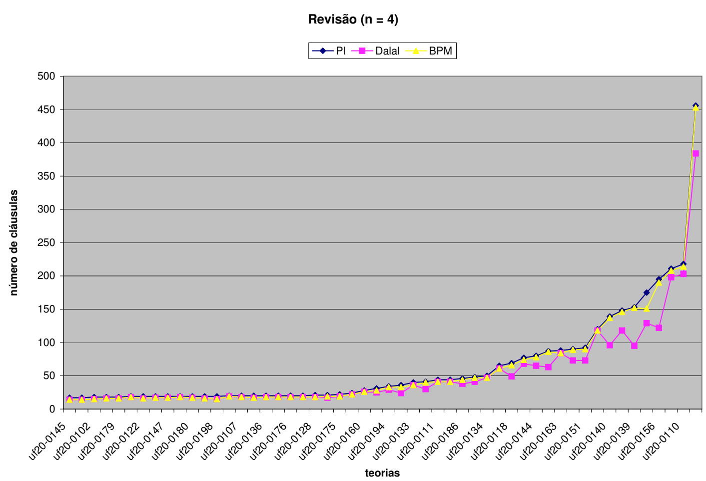

Figura 5.4: *Processo de revisão para* $n = 4$.

Para n variando de 3 a 5, em nenhum caso o operador de Dalal subsume um número maior de cláusulas.

De maneira geral é possível observar que, quanto maior a teoria contraditória (n), melhor é o desempenho do método proposto. O gráfico 5.6 mostra os percentuais referentes aos 500 testes realizados. Observa-se que na maioria dos casos o novo operador tem um desempenho equivalente ao operador de Dalal e que em apenas 2 casos o operador proposto preserva um número menor de cláusulas.

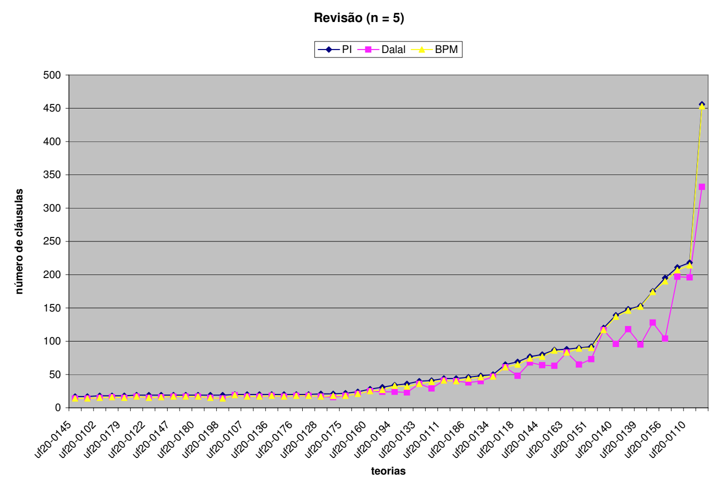

Figura 5.5: *Processo de revisão para $n = 5$.*

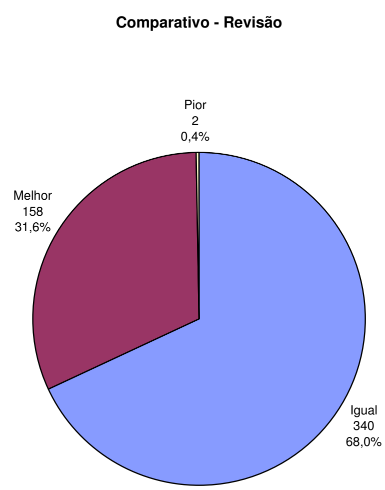

Figura 5.6: *Comparativo dos percentuais obtidos pelo operador $FND_{\widehat{\circ}}$.*

5.2 Atualização

De forma similar, os resultados para o processo de atualização podem ser observados nos gráficos 5.7 a 5.11, que assumem n com valores de 1 a 5. Foram utilizadas as mesmas teorias e estas são apresentadas em ordem crescente considerando o número de implicados primários.

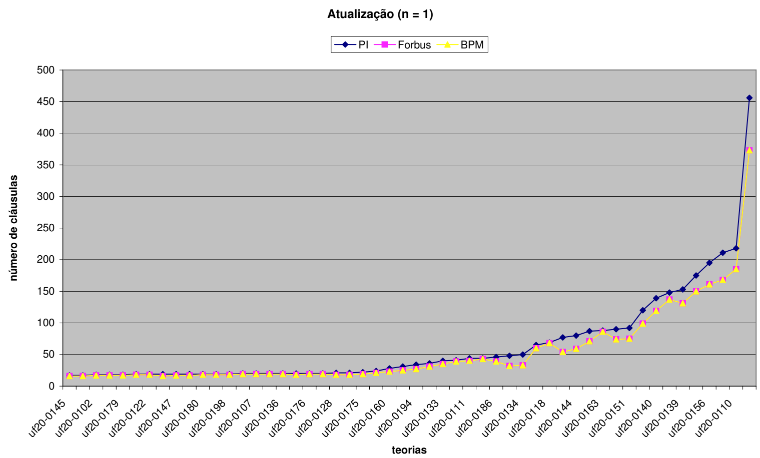

Figura 5.7: *Processo de atualização para* $n = 1$.

Como esperado, para $n = 1$ ambos os operadores apresentam desempenho semelhante. Para $n = 2$, o operador BPM subsume uma cláusula a menos que o operador Forbus para a

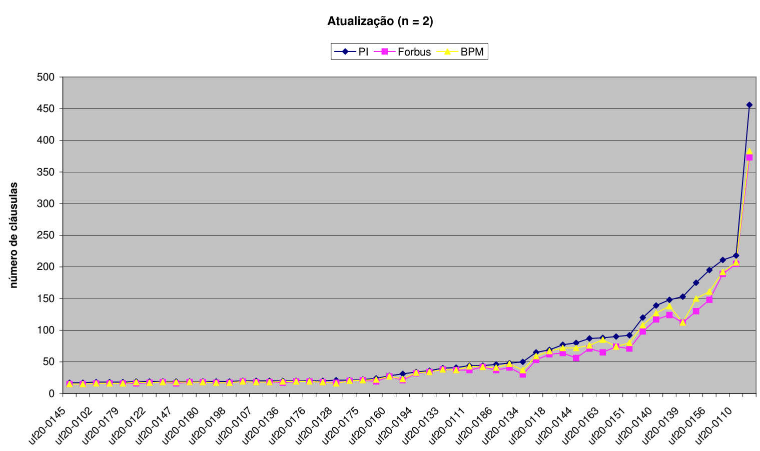

Figura 5.8: *Processo de atualização para* $n = 2$.

teoria $uf20-0128$ (Forbus: 17 - BPM: 16).

Para todas as teorias, com $n = 3$, o operador proposto apresenta um desempenho melhor ou igual ao operador Forbus.

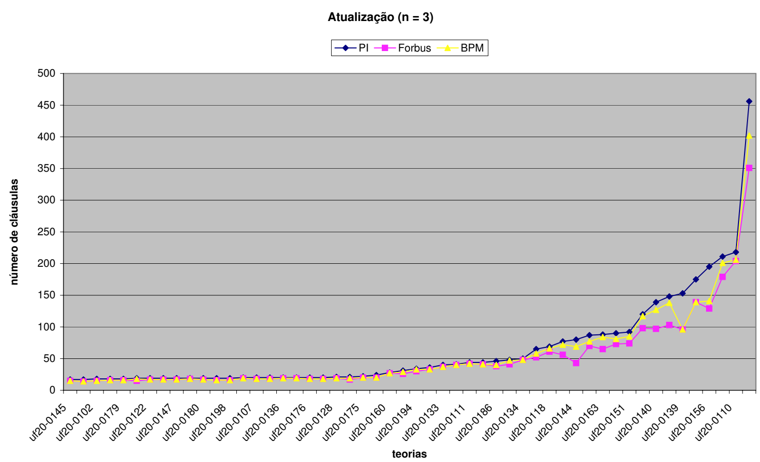

Figura 5.9: *Processo de atualização para* $n = 3$.

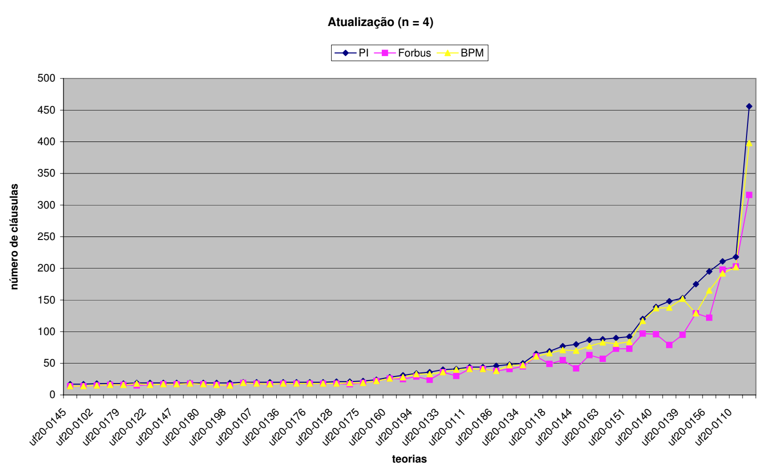

Figura 5.10: *Processo de atualização para* $n = 4$.

Como é possível observar no gráfico acima, para as teorias $uf20-0190$ e $uf20-0110$, o operador Forbus apresenta um melhor resultado (Forbus: 198 e 203 - BPM: 192 e 202, respectivamente).

Com $n = 5$ apenas para a teoria $uf20-186$ o operador BPM subsumiu uma cláusula a menos (Forbus: 38 - BPM: 37).

Novamente constata-se que conforme n aumenta, o operador de atualização proposto

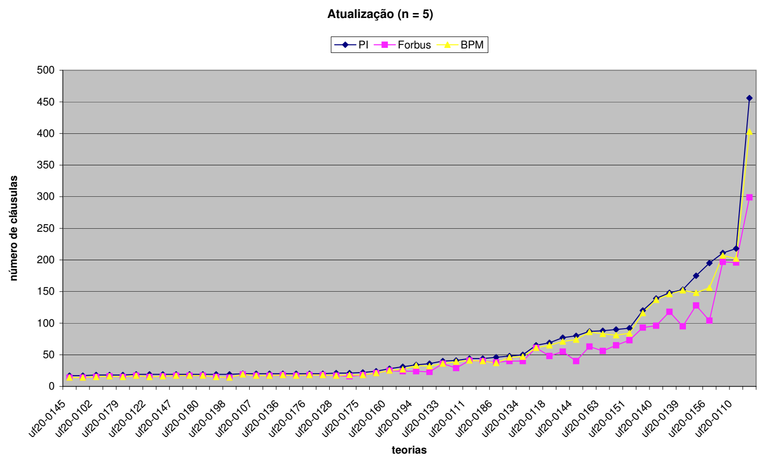

Figura 5.11: *Processo de atualização para* $n = 5$.

preserva um número maior de cláusulas. O gráfico 5.12 resume os resultados referentes aos 500 testes realizados para o operador de atualização. Assim como para o método de revisão, observa-se que na maioria dos casos o novo operador tem um desempenho equivalente ao operador Forbus e que em apenas 4 casos o operador proposto preserva um número inferior de cláusulas.

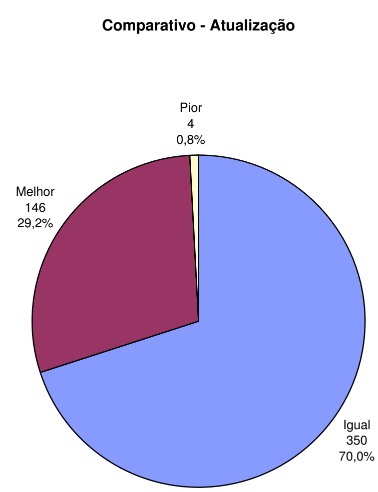

Figura 5.12: *Comparativo dos percentuais obtidos pelo operador* $FND_{\widehat{\diamond}}$.

5.3 Conclusão

Os resultados alcançados demonstram que os novos operadores de revisão e atualização preservam mais informação do que os métodos de Dalal e Forbus em $99,6\%$ e $99,2\%$ dos casos respectivamente. Quanto maior for a nova informação contraditória, maior o número de cláusulas da base inicial que são subsumidas pela base resultante.

Não foi possível, contudo, caracterizar em quais tipos de teoria os operadores propostos apresentam resultados inferiores, bem como, caracterizar as teorias onde seguramente os resultados alcançados sejam melhores. Esta dificuldade advém da diferença conceitual existente entre a nova medida de mudança mínima usada pelos operadores propostos e a medida adotada por Dalal e Forbus.

Os testes realizados mostram também que, apesar das instâncias utilizadas possuírem uma razão de 4.55, ou seja próxima ao ponto de crossover, o número de implicados primários destas instâncias não é, em sua maioria, exponencial.

No próximo capítulo são apresentados dois exemplos, onde uma semântica é associada aos símbolos proposicionais, com o objetivo de demonstrar de forma qualitativa que os novos operadores propostos preservam mais informação.

Capítulo 6

Exemplo de Aplicação: dando semântica à teoria

Neste capítulo são apresentados dois exemplos onde uma semântica é atribuída à teoria. Ao atribuir um significado aos símbolos proposicionais, busca-se demonstrar que os operadores propostos preservam mais informação (quantidade de símbolos proposicionais), pois baseiam-se no contexto no qual os literais encontram-se envolvidos.

6.1 Revisão: Identificação de Processos Falhos

Considere uma célula de manufatura onde cada peça passa por 4 processos. A base de crenças modela os processos com relação ao seu sucesso ou falha, desta forma, se p_i então houve falha no processo i. A construção da base considera as seguintes informações:

- A célula de manufatura possui 4 processos e qualquer um deles está sujeito a falhas:

$$p_1 \vee p_2 \vee p_3 \vee p_4$$

- uma falha no processo p_1 implica que nos demais processos não ocorrem falhas:

$$p_1 \rightarrow \neg p_2 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_4$$

- uma falha no processo p_2 também acarreta a aussência de falha nos processos subseqüêntes:

$$p_2 \rightarrow \neg p_3 \wedge \neg p_4$$

- uma falha no p_3 implica falha no processo p_4:

$$p_3 \rightarrow p_4$$

Descrevendo tais restrições em forma normal conjuntiva têm-se as seguintes cláusulas (numeradas em função da notação quantum):

$$\begin{aligned}
&1: p_1 \vee p_2 \vee p_3 \vee p_4\\
&2: \neg p_1 \vee \neg p_2\\
&3: \neg p_1 \vee \neg p_3\\
&4: \neg p_1 \vee \neg p_4\\
&5: \neg p_2 \vee \neg p_3\\
&6: \neg p_2 \vee \neg p_4\\
&7: \neg p_3 \vee p_4
\end{aligned}$$

Estas cláusulas representam a base de crenças ψ. Executando a transformação dual,[1] obtém-se o seguinte conjunto de implicantes primários (IP_ψ), representados em notação quantum:

$$\begin{aligned}
&1: p_1^{\{1\}} \wedge \neg p_2^{\{2,5,6\}} \wedge \neg p_3^{\{3,5,7\}} \wedge \neg p_4^{\{4,6\}}\\
&2: \neg p_1^{\{2,3,4\}} \wedge p_2^{\{1\}} \wedge \neg p_3^{\{3,5,7\}} \wedge \neg p_4^{\{4,6\}}\\
&3: \neg p_1^{\{2,3,4\}} \wedge \neg p_2^{\{2,5,6\}} \wedge p_4^{\{1,7\}}
\end{aligned}$$

Tomando IP_ψ como entrada para uma nova execução do algoritmo de transformação dual, determina-se o conjunto de implicados primários PI_ψ. Com as coordenadas atualizadas, o par (PI_ψ, IP_ψ) é dado por:

[1] Descrita no apêndice B.

PI_ψ	IP_ψ
$1: p_1^{\{\boxed{1}\}} \vee p_2^{\{\boxed{2}\}} \vee p_4^{\{\boxed{3}\}}$	$1: p_1^{\{\boxed{1}\}} \wedge \neg p_2^{\{\boxed{2},5,6\}} \wedge \neg p_3^{\{\boxed{3},5,\boxed{7}\}} \wedge \neg p_4^{\{\boxed{4},6\}}$
$2: \neg p_1^{\{\boxed{2},3\}} \vee \neg p_2^{\{\boxed{1},3\}}$	$2: \neg p_1^{\{\boxed{2},3,4\}} \wedge p_2^{\{\boxed{1}\}} \wedge \neg p_3^{\{3,\boxed{5,7}\}} \wedge \neg p_4^{\{4,\boxed{6}\}}$
$3: \neg p_1^{\{2,\boxed{3}\}} \vee \neg p_3^{\{\boxed{1},2\}}$	$3: \neg p_1^{\{2,\boxed{3,4}\}} \wedge \neg p_2^{\{2,\boxed{5,6}\}} \wedge p_4^{\{\boxed{1,7}\}}$
$4: \neg p_1^{\{2,\boxed{3}\}} \vee \neg p_4^{\{\boxed{1},2\}}$	
$5: \neg p_2^{\{1,\boxed{3}\}} \vee \neg p_3^{\{1,\boxed{2}\}}$	
$6: \neg p_2^{\{1,\boxed{3}\}} \vee \neg p_4^{\{1,\boxed{2}\}}$	
$7: \neg p_3^{\{\boxed{1,2}\}} \vee p_4^{\{\boxed{3}\}}$	

Considere que ao final do processo de fabricação constatou-se a existência de peças defeituosas. Investigando quais processos podem ter causado o defeito nas peças, obtém-se a informação que houve falha no processo p_1, além disso ou o processo p_2 ou o processo p_3 ou ambos os processos falharam. Esta nova informação, dada por $PI_\mu = p_1 \wedge (p_2 \vee p_3)$ e por $IP_\mu = (p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge p_3)$, é contraditória com a base e um processo de revisão é aplicado. A tabela abaixo mostra o processo de revisão. As duas últimas colunas referem-se as distâncias obtidas pelos operadores $FND_{\psi \circ \mu}$, equivalente ao operador de Dalal, e $FND_{\psi \widehat{\circ} \mu}$, que considera a nova noção de mudança mínima apresentada no capítulo 4:

	D_ψ	D_μ	$D \in \Gamma$	$D_\psi \cap \overline{D_\mu}$	$k(D_\psi, D_\mu)$	$\widehat{k}(D_\psi, D_\mu)$
1 :	$\{p_1, \neg p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2\}$	$\{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{\neg p_2^{\{\boxed{2},5,6\}}\}$	1	1
2 :	$\{p_1, \neg p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_3\}$	$\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{\neg p_3^{\{\boxed{3},5,\boxed{7}\}}\}$	1	2
3 :	$\{\neg p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_2\}$	$\{p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{\neg p_1^{\{\boxed{2},3,4\}}\}$	1	1
4 :	$\{\neg p_1, p_2, \neg p_3, \neg p_4\}$	$\{p_1, p_3\}$	$\{p_1, p_2, p_3, \neg p_4\}$	$\{\neg p_1^{\{\boxed{2},3,4\}}, \neg p_3^{\{3,\boxed{5,7}\}}\}$	2	3
5 :	$\{\neg p_1, \neg p_2, p_4\}$	$\{p_1, p_2\}$	$\{p_1, p_2, p_4\}$	$\{\neg p_1^{\{2,\boxed{3,4}\}}, \neg p_2^{\{2,\boxed{5,6}\}}\}$	2	4
6 :	$\{\neg p_1, \neg p_2, p_4\}$	$\{p_1, p_3\}$	$\{p_1, \neg p_2, p_3, p_4\}$	$\{\neg p_1^{\{2,\boxed{3,4}\}}\}$	1	2

Os termos D em Γ escolhidos pelo operador $FND_{\psi \circ \mu}$ são:

$$\begin{aligned} FND_{\psi\circ\mu} = \quad & (p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_4) \vee (p_1 \wedge \neg p_2 \wedge p_3 \wedge \neg p_4) \vee \\ & (p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_4) \vee (p_1 \wedge \neg p_2 \wedge p_3 \wedge p_4) \end{aligned}$$

ou, eliminando os termos duplicados e simplificando por subsunção:

$$FND_{\psi\circ\mu} = (p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_4) \vee (p_1 \wedge \neg p_2 \wedge p_3)$$

Já o termo escolhido pelo operador $FND_{\psi\widehat{\circ}\mu}$ (eliminada a duplicação) é:

$$FND_{\psi\widehat{\circ}\mu} = (p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_4)$$

já representada na forma de implicante primário.

Observe novamente a tabela acima (linhas 2 e 6, coluna $D_\psi \cap \overline{D_\mu}$). O literal contraditório na linha 2, $\neg p_3$, aparece em 3 cláusulas $(3,5,7)$, porém, seu conjunto de coordenadas exclusivas contém somente as cláusulas 3 e 7. É possível perceber que apenas a cláusula 3 está diretamente associada à nova informação, dado que a cláusula 7 refere-se à ligação entre os processos p_3 e p_4. Da mesma forma, o literal contraditório na linha 6, $\neg p_1$, tem como conjunto de coordenadas exclusivas as cláusulas 3 e 4, onde novamente, somente a cláusula 3 está diretamente associada à nova informação (a cláusula 4 afirma que uma falha no processo p_1 implica o sucesso do processo p_4).

Assim, como a nova informação não relata a falha do processo p_4, nem qualquer relação entre a falha do processo p_1 com a falha do processo p_4, é possível concluir que o processo p_3 não falhou e que os processos responsáveis pelo defeito nas peças são os processos p_1 e p_2. Já a base resultante quando aplicado o operador de Dalal não preserva p_4, ou seja, se p_1 e p_3 falharam, não é possível inferir se p_4 falhou ou não.

6.2 Atualização: Semáforos

Suponha a existência de um cruzamento com 4 semáforos conforme apresentado na figura 6.1, onde o sentido do tráfego é indicado pelas setas.

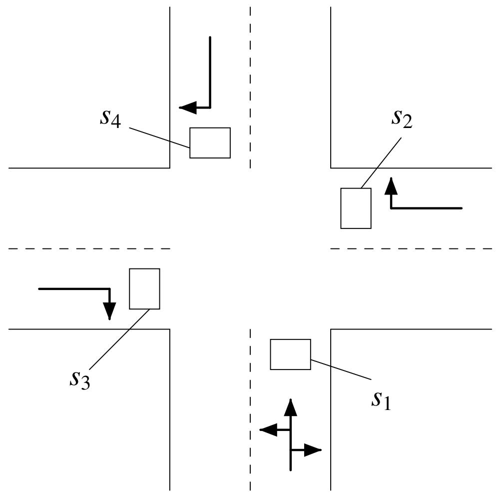

Figura 6.1: *Cruzamento com* 4 *semáforos.*

A base de crenças modela a sincronização dos semáforos, admitindo que se s_i então o semáforo i está verde e se $\neg s_i$ então o semáforo i está vermelho. As restrições para o funcionamento conjunto dos semáforos neste cruzamento são dadas a seguir:

- se o semáforo s_1 está aberto, todos os demais semáforos estão fechados:

$$s_1 \rightarrow \neg s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4$$

- ao menos dois dos semáforos s_2, s_3 e s_4 estão abertos simultaneamente:

$$s_2 \rightarrow (s_3 \vee s_4) \wedge s_3 \rightarrow (s_2 \vee s_4) \wedge s_4 \rightarrow (s_2 \vee s_3)$$

Transformando essas fórmulas para a forma normal conjuntiva tem-se as seguintes cláusulas (numeradas em função da notação quantum):

$$\begin{aligned}
1 &: \neg s_1 \vee \neg s_2 \\
2 &: \neg s_1 \vee \neg s_3 \\
3 &: \neg s_1 \vee \neg s_4 \\
4 &: \neg s_2 \vee s_3 \vee s_4 \\
5 &: s_2 \vee \neg s_3 \vee s_4 \\
6 &: s_2 \vee s_3 \vee \neg s_4
\end{aligned}$$

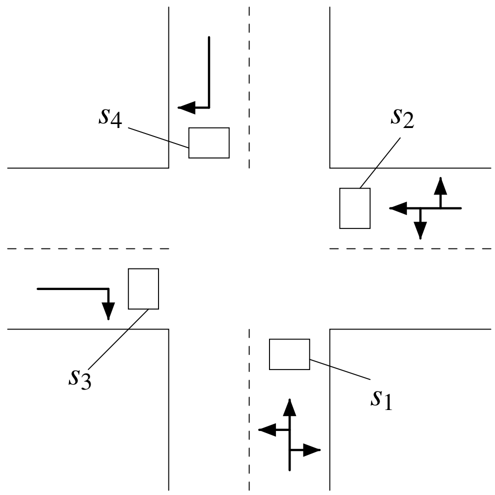

Figura 6.2: *Cruzamento modificado.*

Pela transformação dual obtém-se o seguinte par (PI_ψ, IP_ψ):

PI_ψ	IP_ψ
$1 : \neg s_1^{\{\boxed{2,3,4}\}} \vee \neg s_2^{\{\boxed{1}\}}$	$1 : \neg s_2^{\{\boxed{1,4}\}} \wedge \neg s_3^{\{\boxed{2,5}\}} \wedge \neg s_4^{\{\boxed{3,6}\}}$
$2 : \neg s_1^{\{\boxed{2,3,4}\}} \vee \neg s_3^{\{\boxed{1}\}}$	$2 : \neg s_1^{\{\boxed{1,2,3}\}} \wedge s_2^{\{5,\boxed{6}\}} \wedge s_4^{\{\boxed{4},5\}}$
$3 : \neg s_1^{\{\boxed{2,3,4}\}} \vee \neg s_4^{\{\boxed{1}\}}$	$3 : \neg s_1^{\{\boxed{1,2,3}\}} \wedge s_3^{\{4,\boxed{6}\}} \wedge s_4^{\{4,\boxed{5}\}}$
$4 : \neg s_2^{\{\boxed{1}\}} \vee s_3^{\{3,\boxed{4}\}} \vee s_4^{\{\boxed{2},3\}}$	$4 : \neg s_1^{\{\boxed{1,2,3}\}} \wedge s_2^{\{\boxed{5},6\}} \wedge s_3^{\{\boxed{4},6\}}$
$5 : s_2^{\{2,\boxed{4}\}} \vee \neg s_3^{\{\boxed{1}\}} \vee s_4^{\{2,\boxed{3}\}}$	
$6 : s_2^{\{\boxed{2},4\}} \vee s_3^{\{\boxed{3},4\}} \vee \neg s_4^{\{\boxed{1}\}}$	

Considere que após uma avaliação do fluxo de tráfego, observou-se que o semáforo s_3 pode estar aberto concomitantemente ao semáforo s_1 e além disso, para otimizar o fluxo de veículos na via controlada pelo semáforo s_2, novos sentidos de deslocamento (conversão a esquerda e seguir em frente) são permitidos, conforme mostra a figura 6.2.

Esta nova informação, contraditória com a base ψ, é dada pelos seguintes termos:

$$IP_\mu = (s_1 \wedge s_3) \vee (\neg s_1 \wedge s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4)$$

A tabela abaixo apresenta os termos Γ, obtidos durante a realização do processo de atualização. As duas últimas colunas referem-se às distâncias obtidas pelos operadores $FND_{\psi\diamond\mu}$, equivalente ao operador Forbus, e $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu}$, que considera a nova noção de mudança mínima baseada nas coordenadas conjuntivas exclusivas:

	D_ψ	D_μ	$D \in \Gamma$	$D_\psi \cap \overline{D_\mu}$	$k(D_\psi, D_\mu)$	$\widehat{k}(D_\psi, D_\mu)$
1 :	$\{\neg s_2, \neg s_3, \neg s_4\}$	$\{s_1, s_3\}$	$\{s_1, \neg s_2, s_3, \neg s_4\}$	$\{\neg s_3^{\{\boxed{2,5}\}}\}$	1	2
2 :	$\{\neg s_2, \neg s_3, \neg s_4\}$	$\{\neg s_1, s_2, \neg s_3, \neg s_4\}$	$\{\neg s_1, s_2, \neg s_3, \neg s_4\}$	$\{\neg s_2^{\{\boxed{1,4}\}}\}$	1	2
3 :	$\{\neg s_1, s_2, s_4\}$	$\{s_1, s_3\}$	$\{s_1, s_2, s_3, s_4\}$	$\{\neg s_1^{\{\boxed{1,2,3}\}}\}$	1	3
4 :	$\{\neg s_1, s_2, s_4\}$	$\{\neg s_1, s_2, \neg s_3, \neg s_4\}$	$\{\neg s_1, s_2, \neg s_3, \neg s_4\}$	$\{\neg s_4^{\{\boxed{4},5\}}\}$	1	1
5 :	$\{\neg s_1, s_3, s_4\}$	$\{s_1, s_3\}$	$\{s_1, s_3, s_4\}$	$\{\neg s_1^{\{\boxed{1,2,3}\}}\}$	1	3
6 :	$\{\neg s_1, s_3, s_4\}$	$\{\neg s_1, s_2, \neg s_3, \neg s_4\}$	$\{\neg s_1, s_2, \neg s_3, \neg s_4\}$	$\{s_3^{\{4,\boxed{6}\}}, s_4^{\{4,\boxed{5}\}}\}$	2	2
7 :	$\{\neg s_1, s_2, s_3\}$	$\{s_1, s_3\}$	$\{s_1, s_2, s_3\}$	$\{\neg s_1^{\{\boxed{1,2,3}\}}\}$	1	3
8 :	$\{\neg s_1, s_2, s_3\}$	$\{\neg s_1, s_2, \neg s_3, \neg s_4\}$	$\{\neg s_1, s_2, \neg s_3, \neg s_4\}$	$\{s_3^{\{\boxed{4},6\}}\}$	1	1

Os termos escolhidos pelo operador $FND_{\psi\diamond\mu}$ para compor a base atualizada são:

$$\begin{aligned} FND_{\psi\diamond\mu} = \quad & (s_1 \wedge \neg s_2 \wedge s_3 \wedge \neg s_4) \vee (\neg s_1 \wedge s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4) \vee (s_1 \wedge s_2 \wedge s_3 \wedge s_4) \vee \\ & (\neg s_1 \wedge s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4) \vee (s_1 \wedge s_3 \wedge s_4) \vee (s_1 \wedge s_2 \wedge s_3) \vee \\ & (\neg s_1 \wedge s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4) \end{aligned}$$

ou, eliminando os termos duplicados e simplificando por subsunção:

$$\begin{aligned} FND_{\psi\diamond\mu} = \quad & (s_1 \wedge \neg s_2 \wedge s_3) \vee (s_1 \wedge s_2 \wedge \neg s_3) \vee \\ & (s_1 \wedge s_2 \wedge s_4) \vee (s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4) \end{aligned}$$

E os termos escolhidos pelo operador $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu}$ são:

$$
\begin{aligned}
FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu} = \; & (s_1 \wedge \neg s_2 \wedge s_3 \wedge \neg s_4) \vee (\neg s_1 \wedge s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4) \vee (\neg s_1 \wedge s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4) \vee \\
& (\neg s_1 \wedge s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4) \vee (\neg s_1 \wedge s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4)
\end{aligned}
$$

ou, eliminando os termos duplicados:

$$FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu} = (s_1 \wedge \neg s_2 \wedge s_3 \wedge \neg s_4) \vee (\neg s_1 \wedge s_2 \wedge \neg s_3 \wedge \neg s_4)$$

É possível observar que os dois termos resultantes da aplicação do operador $FND_{\widehat{\diamond}}$ representam exatamente a dinâmica atual dos semáforos no cruzamento, onde ou o semáfaro s_2 está aberto e os demais fechados, ou os semáforos s_1 e s_3 estão abertos e s_2 e s_4 fechados. Já na base resultante do processo de atualização pelo operador Forbus são aceitos mundos que não respeitam a dinâmica do processo, como a possibilidade de ter os semáforos s_1, s_2 e s_4 abertos simultaneamente.

Observe que, pelo resultado obtido, o operador de atualização $FND_{\widehat{\diamond}}$ é mais *forte* que o operador Forbus, pois resulta em um número menor de modelos. Além disso, conforme explicitado na seção 2.1, o operador proposto altera minimamente cada um dos mundos possíveis para que estes tornem-se modelos da nova informação.

6.3 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados dois exemplos: um de revisão de crenças e outro de atualização de crenças. Em ambos, os operadores propostos retornam um número menor de termos, ou seja, preservam mais informação. Como a nova medida considera o contexto dos literais na base, somente são alterados os termos que possuem impacto mínimo no conjunto de implicados primários.

O próximo capítulo apresenta as considerações finais deste trabalho, bem como algumas linhas para trabalhos futuros.

Capítulo 7

Conclusão e Trabalhos Futuros

O objetivo deste trabalho foi investigar o uso de formas normais primárias para a representação de bases de conhecimento proposicionais, visando principalmente sua aplicação em processos de mudança de crenças. Neste sentido, operadores de revisão e atualização de crenças, equivalentes aos propostos na literatura por Dalal, Forbus e Winslett, baseados na representação em formas primárias foram definidos. Em particular, para os processos de atualização, é necessária uma condição não necessária porém suficiente para assegurar a equivalência dos operadores. Isto deve-se ao fato de que cada termo representa um conjunto de modelos e em algum casos, onde o símbolo proposicional não aparece em algum termo da base e da nova informação, torna-se impossível garantir que a representação em formas primária assegurará o critério de minimalidade baseado na distância de Hamming. Desta forma, a representação em formas primárias abre a possibilidade de composição de uma série de operadores, cujas vantagens e desvantagens precisam ser melhor exploradas.

A estrutura das formas primárias foi utilizada para propor uma nova noção de mudança mínima e esta nova métrica foi utilizada para definir novos operadores de revisão e atualização. Finalmente, uma comparação experimental entre os operadores descritos na literatura e os novos operadores propostos foi apresentada.

Processos de atualização e revisão são guiados pelo princípio da mudança mínima. Além disso, deve-se assegurar que a nova informação faça parte da base revisada ou atualizada e também que a base revisada seja consistente. A maior dificuldade em definir o que é uma mudança mínima vem da necessidade do uso de fatores extra-lógicos para caracterizá-la. Um dos critérios mais utilizados baseia-se na quantidade de símbolos proposicionais conflitantes entre os modelos da base de crenças e os da nova informação. Porém, este critério não leva em conta a importância relativa de cada símbolo proposicional em relação aos demais. De fato, o próprio critério baseia-se na hipótese de que esta importância relativa não possa ser determinada a partir de características puramente lógicas da base de conhecimento.

A nova métrica proposta utiliza a distribuição dos literais nas cláusulas que definem os implicados primários e suas relações com os implicantes primários. Ao invés de supor uma grau de importância equivalente para os valores verdade de todos os símbolos proposicionais que ocorrem na base, supõe-se que a base seja formada por "fatos" verdadeiros, e que os valores verdade destes fatos tenham importância equivalente. O problema é que a representação de uma base de conhecimento na forma de uma lista de "fatos", por exemplo, uma base em FNC se considerarmos os "fatos" como cláusulas, pode assumir diferentes formas sintáticas equivalentes, ferindo o critério da irrelevância da sintaxe posto por Dalal.

No entanto, uma das vantagens da representação por formas primárias está na unicidade da representação, ou seja, cada teoria ou base de crenças tem apenas um conjunto de implicantes/implicados primários. Aliado a esta unicidade, o fechamento em relação à inferência e à subsunção que caracteriza as formas primárias, as torna boas candidatas para uma representação "justa", no sentido de não apresentar nenhum viés sem causas lógicas, para uma lista de "fatos".

Neste contexto, a nova medida é baseada na preferência pelos modelos da nova informação que tornem contraditórios o menor número de "fatos", isto é, de cláusulas contidas no conjunto de implicados primários que representa a base de conhecimento. Para determinar a relação entre os símbolos proposicionais contraditórios em relação aos modelos da nova informação e os implicados primários que devem ser eliminados, definiu-se a notação quantum, que explicita, na forma de coordenadas conjuntivas e disjuntivas, a relação "holográfica" entre literais das diferentes formas primárias.

Esta proposta continua sendo um critério extra-lógico, porém este novo critério, diferentemente do critério proposto por Dalal, baseia-se em propriedades globais dos literais, que dependem das especificidades da estrutura interna da base de conhecimento em questão.

Os experimentos computacionais realizados demonstraram que os novos operadores construídos utilizando o novo critério preservam mais informação do que os operadores clássicos. No sentido em que a base revisada obtida com os novos operadores subsume mais "fatos" contidos na base original do que as bases revisadas obtidas pelos operadores clássicos.

Há uma certa similaridade entre o método proposto e o fortalecimento epistêmico. O conjunto de coordenadas exclusivas dos literais envolvidos no processo de mudança funcionam como um grau de fortalecimento epistêmico associado ao literal. Desta forma, literais com um elevado grau de fortalecimento são preservados.

Em termos de eficiência, a compilação do conhecimento em formas normais primárias demanda um esforço computacional igual a Σ_2^p que é equivalente ao custo computacional das consultas realizadas em bases de crenças atualizadas pelos métodos de Forbus e Winslett.

Embora as formas primárias de uma base de conhecimento possa ter no pior caso um tamanho exponencial em relação ao tamanho da base original, isto não parece ser o caso para diversas instâncias de bases proposicionais. Em particular, para bases de crenças utilizadas nos testes, cuja razão entre número de cláusulas e números de símbolos proposicionais, m/n, é próxima a ($\cong 4.35$), isto em geral não acontece. Desta forma o custo computacional do processo de compilação de conhecimento é amortizado pelas possíveis consultas em tempo polinomial, dentre elas, inferência, verificação de modelos e consistência.

7.1 Trabalhos Futuros

Algumas propostas para trabalhos futuros são:

1. Buscar novas equivalências: verificar a equivalência entre operadores usando a representação em implicantes primários e outros métodos semânticos de revisão de crenças, como os métodos propostos por Satoh [109] e Borgida [18].
2. Explorar a representação em implicados primários: investigar a possibilidade de executar o processo de mudança de crenças utilizando os implicados primários e a notação quantum.
3. Explorar novos domínios de aplicação: investigar o uso da representação em formas primárias, juntamente com a notação quantum em outras áreas como fusão de crenças [77] e planejamento [40, 129].
4. Desenvolver um agente com capacidades cognitivas de alto nível: dar continuidade às idéias apresentadas em [6, 10, 11], buscando integrar as capacidades de aprendizado e

generalização do conhecimento, adaptabilidade, tomada de decisão e planejamento de ações.

7.2 Publicações

Como publicações decorrentes deste trabalho têm-se, em ordem cronológica:

- Em [12] descreve-se o procedimento da transformação dual em lógica proposicional e investiga-se o uso da notação quantum no teste da satisfazibilidade de fórmulas lógicas.
- Em [9] apresenta-se a definição e breve descrição do modelo do agente cognitivo.
- Em [13] descreve-se o operador de crenças equivalente ao operador de Dalal, bem como a nova noção de mudança mínima e sua aplicação em revisão.
- Em [14] apresenta-se uma versão estendida da publicação acima, com o detalhamento das provas dos postulados e de equivalência dos operadores.
- Em [10] apresenta-se o agente cognitivo e os mecanismos de memória e raciocínio baseados na notação quantum.
- Em [84] descreve-se a aplicação das formas normais primárias ao problema da revisão de crenças (resumo).
- Em [85] apresenta-se o operador equivalente ao operador Forbus e o uso da nova distância aplicado ao problema da atualização de crenças.
- Em [86] apresentam-se os resultados quantitativos obtidos com a aplicação dos novos operadores de revisão e atualização.
- Em [11] descreve-se o agente cognitivo, com os mecanismos de aprendizado e raciocínio, esta publicação reflete o amadurecimento das idéias acerca do agente cognitivo e seu funcionamento.

Apêndice A

Demonstrações

A.1 Demonstrações do capítulo 3

Lema 1 *A representação em formas primárias assegura o critério de minimalidade baseado na distância de Hamming.*

Prova: *Suponha que a base de crenças ψ e a nova informação μ sejam representadas por IP_ψ e IP_μ. Suponha que as distâncias entre modelos sejam calculadas estendendo os termos $D_\psi \in IP_\psi$ e $D_\mu \in IP_\mu$ para obter modelos completos. Existe, portanto um símbolo proposicional p tal que:*

Caso 1: *$p \in D_\psi$ e $p \in D_\mu$ ou $\neg p \in D_\psi$ e $\neg p \in D_\mu$, então p ou $\neg p$ aparece em todos os modelos $w \in [\![D_\psi]\!]$ e em todos os modelos $u \in [\![D_\mu]\!]$ e consequentemente o símbolo $p \notin DIST(w,u)$.*

Caso 2: *$p \in D_\psi$ e $\neg p \in D_\mu$ ou $\neg p \in D_\psi$ e $p \in D_\mu$, então p é contraditório e consequentemente $p \in DIST(w,u)$, para todos os modelos $w \in [\![D_\psi]\!]$ e para todos os modelos $u \in [\![D_\mu]\!]$.*

Caso 3: *p ou $\neg p \in D_\psi$ e p e $\neg p \notin D_\mu$. Suponha que $p \in D_\psi$ e portanto p aparece em todos os modelos $w \in [\![D_\psi]\!]$. Se $p \notin D_\mu$ então há dois modelos u e $u' \in [\![D_\mu]\!]$ tal que $p \in u$ e $\neg p \in u'$. Calculando as distâncias entre modelos tem-se que $DIST(w,u) \subseteq DIST(w,u')$, onde o modelo u é mínimo para o modelo w segundo a distância de Hamming.*

Caso 4: *$p \notin D_\psi$ e $p \notin D_\mu$. Então há dois modelos w e $w' \in [\![D_\psi]\!]$ tal que $p \in w$ e $\neg p \in w'$ e há dois modelos u e $u' \in [\![D_\mu]\!]$ tal que $p \in u$ e $\neg p \in u'$. Calculando as distâncias entre modelos tem-se que $DIST(w,u) \subseteq DIST(w,u')$, onde o modelo u será mínimo para o modelo* *w segundo a distância de Hamming, e $DIST(w',u') \subseteq DIST(w',u)$, onde o modelo u' será mínimo para o modelo w' segundo a distância de Hamming.*

Logo a distância entre dois modelos w e u será igual a $\{D_\psi \cap \overline{D_\mu}\}$ se ambos contiverem o mesmo literal (p ou $\neg p$) e será igual a $\{D_\psi \cap \overline{D_\mu}\} \cup \{p\}$ se o símbolo p tiver valores verdade diferentes. Portanto, os modelos com distância mínima devem diferir exatamente pelos mesmos símbolos proposicionais que são contraditórios entre D_ψ e D_μ.$\square$

Corolário 1 *Se $p \in k(D,D')$ então $p \in \bigcap DIST(v,w)$ para v e $w \in [\![D]\!]$, $[\![D']\!]$.*

Corolário 2 *A cardinalidade da distância entre modelos $\mid DIST(w,u) \mid$ e a cardinalidade da distância entre termos $\mid k(D_\psi, D_\mu) \mid$ são equivalentes.*

Teorema 10 *Dada uma base de crenças em lógica proposicional ψ e uma nova informação contraditória μ, $G^k(\psi) \cup \{\mu\} \equiv FND_{\psi \circ \mu}$, com $k = Min_{\leqslant \Gamma}(\mid k(D_\psi, D_\mu) \mid)$.*

Prova: *Assume-se, sem perda de generalidade, que ψ é representado por IP_ψ, então a definição de $G^k(\psi)$ pode ser reencrita como:*

$$G^k(\psi) = \bigvee_{[p_k]} res_{[p_k]}(\psi)$$

onde $[p_k]$ são todos os subconjuntos de $P = \{p_1, \ldots, p_n\}$ de tamanho k construídos a partir dos símbolos proposicionais que ocorrem em ψ. A definição de res agora torna-se: $res_{[p_k]}(\psi) = \psi^+_{[p_k]} \vee \psi^-_{[p_k]}$, onde $\psi^+_{[p_k]}$ e $\psi^-_{[p_k]}$ não contêm os símbolos proposicionais de $[p_k]$ e são definidos de forma que:

$$\psi \equiv (\bigwedge_{p \in [p_k]} p \wedge \psi^+_{[p_k]}) \vee (\bigwedge_{p \in [p_k]} \neg p \wedge \psi^-_{[p_k]})$$

Dada a definição de $\mid k(D_\psi, D_\mu) \mid$ e o corolário 2, para $k < Min_{\leqslant \Gamma}(\mid k(D_\psi, D_\mu) \mid)$ cada $res_{[p_k]}$ contém ao menos um literal que é contraditório com μ e portanto $G^k(\psi) \cup \{\mu\}$ é contraditório. Por outro lado, para $k = Min_{\leqslant \Gamma}(\mid k(D_\psi, D_\mu) \mid)$, o conjunto daqueles $res_{[p_k]}$ que não são contraditórios com μ correspondem exatamente aos elementos de $FND_{\psi \circ \mu}$. $\square$

Teorema 11 *Dada uma base de crenças em lógica proposicional ψ e uma nova informação contraditória μ, $\psi \diamond_{Forbus} \mu \Leftrightarrow FND_{\psi \diamond_{S\_Forbus} \mu}$, desde que a restrição* **(PT1)** *seja satisfeita.*

O teorema pode ser reescrito como (1) $\forall w \in [[\psi \diamond_{Forbus} \mu]]$, $w \in [[FND_{\psi \diamond_{S\_Forbus} \mu}]]$ *e* (2) $\nexists w \in [[FND_{\psi \diamond_{S\_Forbus} \mu}]]$ *tal que* $w \notin [[\psi \diamond_{Forbus} \mu]]$, *desde que* $\forall D \in D_{\psi}, Symbols(IP_{\mu}) \subseteq Symbols(D_{\psi})$.

Base: $\exists w \in [[\psi \diamond_{Forbus} \mu]]$ *tal que* $w \notin [[FND_{\psi \diamond_{S\_Forbus} \mu}]]$.

Prova: *Suponha que a restrição* **(PT1)** *seja satisfeita, logo para todo símbolo* $p \in IP_{\mu}, p \subseteq D_{\psi}$. *Suponha os literais p e $\neg p$ relacionados ao símbolo p. Se D_{μ} e D_{ψ} compartilham o mesmo literal, ou o símbolo p não aparece em D_{μ}, então este literal estará em $D_{\psi} - \overline{D_{\mu}}$, se o literal apresenta valores verdade distintos em D_{μ} e D_{ψ} então o literal estará em $D_{\psi} \cap \overline{D_{\mu}}$.*

Suponha que $w \in [[\psi \diamond_{Forbus} \mu]]$ *tal que* $w \notin [[FND_{\psi \diamond_{S\_Forbus} \mu}]]$, *então há algum símbolo p tal que o literal $p \in v$ em $[[\psi]]$ e $p \in u$ em $[[\mu]]$ e $\neg p \in u'$ em $[[\mu]]$ tal que* $\mid DIST(v,u) \mid \leq \mid DIST(v,u') \mid$. *Supondo $p \in D_{\psi}$ e D_{μ} e D'_{μ} tal que $p \in D_{\mu}$ e $\neg p \in D'_{\mu}$, então $p \notin (D_{\psi} \cap \overline{D_{\mu}})$ e $\neg p \in (D_{\psi} \cap \overline{D'_{\mu}})$, portanto $\mid k(D_{\psi}, D_{\mu}) \mid \leq \mid k(D_{\psi}, D'_{\mu}) \mid$ e consequentemente $w \in [[\psi \diamond_{S\_Forbus} \mu]]$. Contradição. A prova é similar para o outro lado.* $\square$.

Teorema 12 *Dada uma base de crenças em lógica proposicional ψ e uma nova informação contraditória μ, $\psi \diamond_{PMA} \mu \Leftrightarrow FND_{\psi \diamond_{S\_PMA} \mu}$, , desde que a restrição* **(PT1)** *seja satisfeita.*

O teorema pode ser reescrito como (1) $\forall w \in [[\psi \diamond_{PMA} \mu]]$, $w \in [[FND_{\psi \diamond_{S\_PMA} \mu}]]$ *e* (2) $\nexists w \in [[FND_{\psi \diamond_{S\_PMA} \mu}]]$ *tal que* $w \notin [[\psi \diamond_{PMA} \mu]]$, *desde que* $\forall D \in D_{\psi}, Symbols(IP_{\mu}) \subseteq Symbols(D_{\psi})$.

Base: $\exists w \in [[\psi \diamond_{PMA} \mu]]$ *tal que* $w \notin [[FND_{\psi \diamond_{S\_PMA} \mu}]]$.

Prova: *Suponha que a restrição* **(PT1)** *seja satisfeita, logo para todo símbolo* $p \in IP_{\mu}, p \subseteq D_{\psi}$. *Suponha os literais p e $\neg p$ relacionados ao símbolo p. Se D_{μ} e D_{ψ} compartilham o mesmo literal, ou o símbolo p não aparece em D_{μ}, então este literal estará em $D_{\psi} - \overline{D_{\mu}}$, se o literal apresenta valores verdade distintos em D_{μ} e D_{ψ} então o literal estará em $D_{\psi} \cap \overline{D_{\mu}}$.*

Suponha que $w \in [[\psi \diamond_{PMA} \mu]]$ *tal que* $w \notin [[FND_{\psi \diamond_{S\_PMA} \mu}]]$, *então há algum símbolo p tal que o literal $p \in v$ em $[[\psi]]$ e $p \in u$ em $[[\mu]]$ e $\neg p \in u'$ em $[[\mu]]$ tal que* $DIST(v,u) \subseteq DIST(v,u')$. *Supondo $p \in D_{\psi}$ e D_{μ} e D'_{μ} tal que $p \in D_{\mu}$ e $\neg p \in D'_{\mu}$, então $p \notin (D_{\psi} \cap \overline{D_{\mu}})$ e $\neg p \in (D_{\psi} \cap \overline{D'_{\mu}})$, portanto $k(D_{\psi}, D_{\mu}) \subseteq k(D_{\psi}, D'_{\mu})$ e consequentemente $w \in [[\psi \diamond_{S\_PMA} \mu]]$. Contradição. A prova é similar para o outro lado.* $\square$.

A.2 Demonstrações do capítulo 4

A.2.1 Postulados AGM

Proposição 5 $\widehat{\circ}$ *satisfaz* **(R1)**.

Prova: *Dada o cálculo do conjunto de termos candidatos sobre os termos $D_\psi \in IP_\psi$ e $D_\mu \in IP_\mu$, conforme a definição 10. Tem-se que $(D_\psi - \overline{D_\mu}) \nvDash \neg\mu$ para todos os termos D_μ e todos os termos D_ψ. Portanto, $D_\mu \cup (D_\psi - \overline{D_\mu})$ é consistente e, consequentemente, o conjunto Γ. Dada a equivalência $\mu \equiv IP_\mu$ e como IP_μ pode ser representado por $\bigvee D_\mu$, então $D_\mu \vDash \mu$ para todos os $D_\mu \in IP_\mu$ e $D_\mu \cup (D_\psi - \overline{D_\mu}) \vDash \mu$. Portanto, $FND_{\psi\widehat{\circ}\mu} \vDash \mu$.*$\square$

Proposição 6 $\widehat{\circ}$ *satisfaz* **(R2)**.

Prova: *Utilizando a definição do operador de revisão (definição 26),* **(R2)** *pode ser reescrito, sem perda de generalidade, como $FND_{\psi\widehat{\circ}\mu} \equiv FND_{\psi\wedge\mu}$. Uma vez que $\psi \wedge \mu$ é satisfazível, $\psi \wedge \mu \nvDash \bot$, portanto para todos os termos D_μ e todos os termos D_ψ, $D_\psi \cap \overline{D_\mu} = \emptyset$. Então o conjunto Γ será constituído pelos elementos $D_\mu \cup D_\psi$, o que é equivalente a $FND_{\psi\wedge\mu}$.*$\square$

Proposição 7 $\widehat{\circ}$ *satisfaz* **(R3)**.

Prova: *Se μ é satisfazível, então para cada termo D_μ em IP_μ (dado que IP_μ pode ser visto como uma $\bigvee D_\mu$), $D_\mu \nvDash \bot$. Pela definição do operador de revisão (definição 26), $D_\psi - \overline{D_\mu} \nvDash \bot$. Portanto $D_\mu \cup (D_\psi - \overline{D_\mu}) \nvDash \bot$ e consequentemente $FND_{\psi\widehat{\circ}\mu} \nvDash \bot$.*$\square$

Proposição 8 $\widehat{\circ}$ *satisfaz* **(R4)**.

Prova: *Direta a partir da definição de IP.*$\square$

Proposição 9 $\widehat{\circ}$ *satisfaz* **(R5)**.

Base: $FND_{\psi\widehat{\circ}\mu} \wedge \phi \vDash \bot$

Prova: $FND_{\psi\widehat{\circ}\mu} \wedge \phi$ *implica* $FND_{\psi\widehat{\circ}(\mu\wedge\phi)}$.$\square$

Base: $FND_{\psi\widehat{\circ}\mu} \wedge \phi \nvDash \bot$

Prova: *Se $FND_{\psi\widehat{\circ}\mu} \wedge \phi \nvDash \bot$ então $\forall D \in FND_{\psi\widehat{\circ}\mu}$, $D \wedge \phi \nvDash \bot$ com D mínimo segundo $\widehat{k}$ calculado com relação a μ. Tem-se por definição que $D \vDash \mu$ então $\mu \wedge \phi$ não são contraditórios, logo $D = \{D_{\mu\wedge\phi} \cup (D_\psi - \overline{D_{\mu\wedge\phi}})\} \nvDash \bot$ e D é mínimo segundo $\widehat{k}$ calculado em relação a $\mu \wedge \phi$.*$\square$

Proposição 10 $\widehat{\circ}$ *satisfaz* **(R6)**.

Prova: **(R6)** *pode ser reescrito como* $\forall D \in FND_{\psi\widehat{\circ}(\mu\wedge\phi)}$, $\exists D' \in FND_{\psi\widehat{\circ}\mu} \wedge \phi$, *tal que* $D' \subseteq D$. *Supondo que* $\exists D$ *tal que* $\forall D'$, $D' \not\subseteq D$. *Então* $\exists L_i$ *tal que* $L_i \in D'$ *e* $L_i \notin D$. *Se* $L_i \in D'$, *então* $L_i \in D'$ *com* $D' \in FND_{(\psi\widehat{\circ}\mu)} \cup \phi$ *e* $\widehat{k}(D_\psi, D_\mu)$ *mínimo.*

Se $L_i \in D'$ *então ou (i)*$L_i \in D_k$ *tal que* $D_k = D_\mu \cup (D_\psi - \overline{D_\mu})$ *para algum* $D_\psi \in IP_\psi$ *e para algum* $D_\mu \in IP_\mu$ *ou (ii)*$L_i \in D_\phi$, *com* $D_\phi \in IP_\phi$.

Se (i), ou seja, $L_i \in D_k$, *então ou* $L_i \in D_\mu$ *e consequentemente* L_i *também pertence a* D; *ou* $L_i \in (D_\psi - \overline{D_\mu})$ *e portanto* $L_i \in D$ *com* $D = D_\psi - \overline{D_{\mu\wedge\phi}}$ *pois* $\mu \wedge \phi \not\models \bot$. *Se (ii), ou seja* $L_i \in D_\phi$ *então* $L_i \in D_{\mu\wedge\phi}$ *e portanto* $L_i \in D$. *Contradição.* $\square$

A.2.2 Postulados KM

Proposição 11 $\widehat{\diamond}$ *satisfaz* **(U1)**.

Prova: *Similar a prova da proposição 5.*$\square$

Proposição 12 $\widehat{\diamond}$ *satisfaz* **(U2)**.

Prova: *Hipótese:* $\psi \rightarrow \mu$. *Então* $\nexists D_\mu \in IP_\mu$ *tal que* $D_\psi \wedge D_\mu \models \bot$. *Em consequência,* $(D_\psi - \overline{D_\mu}) = D_\psi$ *e* $\Gamma = \{D \mid D = D_\mu \cup D_\psi\}$. *Se* $\psi \rightarrow \mu$, *então* $D_\mu \subseteq D_\psi$ *e* $\Gamma = \{D \mid D = D_\psi\}$. *Logo,* $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu} \equiv \psi$.$\square$

Proposição 13 $\widehat{\diamond}$ *satisfaz* **(U3)**.

Prova: *Por definição* $D_\psi \in IP_\psi$ *e* $D_\mu \in IP_\mu$. *Logo* $\forall D_\psi, D_\psi \not\models \bot$ *e* $\forall D_\mu, D_\mu \not\models \bot$. *Por definição* $(D_\psi - \overline{D_\mu}) \not\models \neg\mu$ *e* $D_\mu \cup (D_\psi - \overline{D_\mu}) \not\models \bot$. *Portanto* $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu} \not\models \bot$.$\square$

Proposição 14 $\widehat{\diamond}$ *satisfaz* **(U4)**.

Prova: *Direta a partir da definição de IP.*$\square$

Proposição 15 $\widehat{\diamond}$ *satisfaz* **(U5)**.

Prova: *Similar a prova da proposição 9.*$\square$

Proposição 16 $\widehat{\diamond}$ *satisfaz* **(U6)**.

Base: $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1} \rightarrow \mu_2 \wedge FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2} \rightarrow \mu_1 \models \bot$.

Prova: $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1} \rightarrow \mu_2$ *e* $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2} \rightarrow \mu_1$ *então* $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1} \leftrightarrow FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2}$.$\square$

Base: $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1} \rightarrow \mu_2 \wedge FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2} \rightarrow \mu_1 \not\models \perp$.

Prova: *Suponha que* $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1} \rightarrow \mu_2$ *e* $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2} \rightarrow \mu_1$ *e que* $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1} \not\leftrightarrow FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2}$. *Portanto,* $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1} \not\rightarrow FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2}$ *ou* $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1} \not\leftarrow FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2}$. *Portanto,* $\exists D \in FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1}$ *tal que* $D \notin FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2}$ *ou* $\exists D \in FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2}$ *tal que* $D \notin FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1}$. *Suponha D tal que* $D \in FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1}$ *e* $D \notin FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2}$. *Ou seja, D é mínimo segundo a definição de* $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1}$. *Uma vez que* $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1} \models \mu_2$, $D \models \mu_2$. *Então, pode-se comparar as distâncias* $\widehat{k}(D_\psi, D_{\mu_1})$ *e para todo* $D_\psi \in IP_\psi$, *para todo* $D' \in FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2}$, $\widehat{k}'(D_\psi, D_{\mu_2}) < \widehat{k}(D_\psi, D_{\mu_1})$.

Contudo, sabe-se que $D' \rightarrow \mu_1$ *e consequentemente isto significa que D não é mínimo com relação a definição de* $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1}$. *Contradição. A prova é similar para o outro lado.*$\square$

Proposição 17 $\widehat{\diamond}$ *satisfaz* **(U7)**.

Base: $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1} \wedge FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2} \models \perp$.

Prova: $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1} \wedge FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2} \rightarrow FND_{\psi\widehat{\diamond}(\mu_1 \vee \mu_2)}$.$\square$

Base: $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1} \wedge FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2} \not\models \perp$.

Prova: *Dado que* IP_ψ *é completo, então* $\forall p_i$, $p_i \in D_\psi$ *ou* $\neg p_i \in D_\psi$. *Pela definição 10,* $D = D_\mu \cup (D_\psi - \overline{D}_\mu)$, *logo* $\forall D \in \Gamma$, *D é completo e também todo* $D \in FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu}$. *Se* $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1} \wedge FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2}$ *é consistente então existe D e D′ completos tais que* $D \in FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1}$ *e* $D' \in FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2}$. *Uma vez que D e D′ são completos e* $FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_1} \wedge FND_{\psi\widehat{\diamond}\mu_2}$ *é consistente, então D e D′ são iguais. Se D e D′ são iguais, então eles possuem a mesma distância, calculada conforme a definição de* $\widehat{\diamond}$ *(definição 27). Se* $\widehat{k}$ *é mínimo para D e D′, também é mínimo para* $FND_{\psi\widehat{\diamond}(\mu_1 \vee \mu_2)}$.$\square$

Proposição 18 $\widehat{\diamond}$ *satisfaz* **(U8)**.

Base: $FND_{(\psi_1 \vee \psi_2)\widehat{\diamond}\mu} \models \perp$.

Prova: $FND_{(\psi_1 \vee \psi_2)\widehat{\diamond}\mu} \rightarrow FND_{\psi_1\widehat{\diamond}\mu} \vee FND_{\psi_2\widehat{\diamond}\mu}$. $\square$

Base: $FND_{\psi_1\widehat{\diamond}\mu} \vee FND_{\psi_2\widehat{\diamond}\mu} \models \perp$.

Prova: $FND_{\psi_1\widehat{\diamond}\mu} \vee FND_{\psi_2\widehat{\diamond}\mu} \rightarrow FND_{(\psi_1 \vee \psi_2)\widehat{\diamond}\mu}$.$\square$

Base: $FND_{(\psi_1 \vee \psi_2)\widehat{\diamond}\mu} \not\models \perp$.

Prova: **(U8)** *pode ser reescrito, segundo a definição 10, como* $(D_\mu \cup (D_{(\psi_1 \vee \psi_2)} - \overline{D_\mu})) \rightarrow (D_\mu \cup (D_{\psi_1} - \overline{D_\mu})) \vee (D_\mu \cup (D_{\psi_2} - \overline{D_\mu}))$. *Por definição,* $D_\mu \vDash \mu$; $D_{(\psi_1 \vee \psi_2)} \equiv D_{\psi_1} \vee D_{\psi_2}$ *pela (i) representação em IP e (ii) associatividade do conector* $\vee$. *Portanto* $(D_\mu \cup (D_{(\psi_1 \vee \psi_2)} - \overline{D_\mu})) = (D_\mu \cup (D_{\psi_1} - \overline{D_\mu})) \vee (D_\mu \cup (D_{\psi_2} - \overline{D_\mu}))$ *e consequentemente* $FND_{(\psi_1 \vee \psi_2)\widehat{\diamond}\mu} \rightarrow FND_{\psi_1\widehat{\diamond}\mu} \vee FND_{\psi_2\widehat{\diamond}\mu}$.□

Base: $FND_{(\psi_1\widehat{\diamond}\mu)} \vee FND_{(\psi_2\widehat{\diamond}\mu)} \nvDash \perp$.

Prova: *Análoga a prova precedente.*□

Apêndice B

Algoritmo de Transformação Dual

O método de transformação dual foi inicialmente concebido para a lógica de primeira ordem [7, 15] e posteriormente modificado para a lógica proposicional [12]. Em lógica proposicional, implicado primário e implicante primário são noções completamente duais, que representam univocamente uma fórmula.

A idéia do algoritmo é transformar uma fórmula proposicional representada em sua forma normal conjuntiva (ou disjuntiva) no conjunto de implicantes primários (ou implicados primários).[1] Se a transformação é possível então a fórmula é satisfazível, caso contrário, a fórmula é insatisfazível.

B.1 Descrição do Algoritmo

O algoritmo recebe como entrada uma fórmula proposicional ψ, representada em sua forma normal conjuntiva FNC_ψ e onde os literais são representados em *notação quantum*,[2] ou seja, cada literal L_i tem associado a si um conjunto de coordenadas conjuntivas F_c^i que representa as cláusulas onde o literal L_i aparece. A determinação de um *caminho* através da FNC_ψ equivale a solução do problema da satisfazibilidade booleana [96]. Cada caminho mínimo [3] equivale a um FND primário equivalente [124]. O conjunto de todos os caminhos

[1] Por serem noções completamente duais, o mesmo algoritmo pode ser empregado para obter as duas formas.

[2] Conforme apresentado no capítulo 4.

[3] Um caminho mínimo equivale a um conjunto de literais não contraditórios tal que não haja outro conjunto que possa subsumí-lo.

mínimos equivale ao conjunto de implicantes primários. Desta forma, o problema pode ser visto como uma busca em um espaço de estados, onde cada estado é representado por um conjunto de quanta (D) que constitui um implicante primário incompleto:

$$D = L_1^{F_c^1} \wedge \cdots \wedge L_k^{F_c^k}$$

Os estados sucessores são gerados pela adição de um novo quantum ($L_i^{F_c^i}$) ao conjunto. Para facilitar a escolha do quantum a ser incluído, cada conjunto de quanta incompleto tem associado a si um *gap* (G), definido como o conjunto de cláusulas que faltam para cobrir as cláusulas da FNC_ψ. O gap é dado por:

$$G_D = FNC_\psi - \cup_{i=1}^{k} F_c^i$$

A busca no espaço de estados pode ter um ou mais estados iniciais. Uma escolha possível para os estados iniciais são todos os quanta associados com os literais que pertencem a uma mesma cláusula C_i da FNC_ψ. A escolha desta cláusula é uma decisão heurística, podendo ser escolhida, por exemplo, a cláusula que contém os literais mais freqüentes na FNC_ψ, ou aquela que contém os literais cuja negação é mais freqüente na FNC_ψ. Uma vez escolhida a cláusula inicial, o problema se reduz a buscas independentes, uma para cada literal da cláusula escolhida, pois qualquer caminho através da FNC_ψ deve, necessariamente, passar por algum dos literais da cláusula C_i escolhida.

Os estados finais são definidos como aqueles que correspondem a implicantes primários completos, ou seja, aqueles termos que descrevem um caminho completo através da FNC_ψ. Essa condição pode ser verificada quando a união das coordenadas conjuntivas dos literais do implicante primário D contiver todas as cláusulas da FNC_ψ ou quando o gap associado a D estiver vazio:

$$\cup_{i=1}^{k} F_c^i = FNC_\psi \ \text{ ou } \ G_D = \emptyset$$

O algoritmo **Search**, descrito abaixo, é baseado no algoritmo $A^\star$ e descreve os passos para a busca do conjunto de implicantes primários.

Onde **prime-imp** é o conjunto de implicantes primários, **Initial-states** são os literais

Algoritmo 1 Busca de implicantes primários

Search()
prime-imp $\leftarrow \emptyset$
open $\leftarrow$ Initial-states()
loop
  if open = $\emptyset$ **then**
    Return(prime-imp)
  end if
  next $\leftarrow$ Select-next(open)
  for succ $\in$ Successors(next) **do**
    if Final-state?(succ) **then**
      prime-imp $\leftarrow$ prime-imp $\cup$ { succ }
    else
      open $\leftarrow$ open $\cup$ { succ }
    end if
  end for
end loop

pertencentes à cláusula escolhida como inicial, **Select-next** é uma função que percorre a lista **open** em busca do melhor nodo para gerar sucessores (um critério heurístico, como escolher o nodo cujo conjunto de coordenadas conjuntivas seja o maior possível, é utilizado), **Successors** é a rotina que gera sucessores e **Final-state?** é o teste da condição final como descrito anteriormente.

B.2 A escolha do Sucessor

A cada passo, vários quanta podem ser qualificados como extensões possíveis de um implicante primário incompleto. Para restringir a geração de sucessores e evitar estados duplicados, o quantum, para ser adicionado, deve satisfazer as três seguintes condições:

1. *Condição de não contradição*: segundo esta condição, o quantum adicionado deve manter a consistência do termo, ou seja, se $L_j^{F_c^j} \in D$ então $\overline{L_j}^{\overline{F_c^j}} \notin D$ (onde $\overline{L_j}^{\overline{F_c^j}}$ representa a negação de $L_j^{F_c^j}$).

2. *Condição de relevância*: as coordenadas conjuntivas associadas ao quantum devem contribuir para a redução do gap, ou seja, $F_c^j \cap G_D \neq \emptyset$.

3. *Condição de não redundância*: o quantum adicionado não deve tornar vazio o conjunto de coordenadas exclusivas associados aos demais quanta do termo.[4]

O procedimento para implementação das condições de não contradição e não redundância consiste na criação e manutenção de uma lista de *quanta proibidos* (X). Para a condição de não contradição, basta adicionar à lista de quanta proibidos a negação de cada quantum incluído no estado D. Já a condição de não redundância, consiste em “criar uma memória” para o termo D, baseado na observação de que o caminho que atravessa a fórmula inicial FNC_ψ passa, em cada cláusula, por apenas um literal. Este procedimento considera um implicante primário incompleto D e o conjunto de quanta que podem ser usados para estender D, *succ*. Inicialmente, o conjunto *succ* é ordenado segundo algum *critério de qualidade*, como por exemplo, a máxima interseção das coordenadas conjuntivas com o gap. Para evitar repetição de estados, dados dois possiveis sucessores $L_i^{F_c^i}$ e $L_j^{F_c^j}$ em *succ*, onde $L_i^{F_c^i}$ é melhor que $L_j^{F_c^j}$, o novo estado é obtido pela adição de $L_i^{F_c^i}$ a D e pode ser posteriormente estendido por $L_j^{F_c^j}$, mas o estado obtido pela adição de $L_j^{F_c^j}$ a D não pode ser estendido pela adição de $L_i^{F_c^i}$.

Exemplo 14 *Considere o estado D com a lista de quanta proibidos X_D e o conjunto de possíveis extensões dado por $succ = \{L_1^{F_c^1}, L_2^{F_c^2}, L_3^{F_c^3}\}$. Considere que succ se encontra ordenado de acordo com o critério de qualidade adotado. Os possíveis estados sucessores são:*

- $D_1 = D \cup \{L_1^{F_c^1}\}$ *com* $X_{D_1} = X_D \cup \{\overline{L_1}^{\overline{F_c^1}}\}$
- $D_2 = D \cup \{L_2^{F_c^2}\}$ *com* $X_{D_2} = X_D \cup \{\overline{L_2}^{\overline{F_c^2}}, L_1^{F_c^1}\}$
- $D_3 = D \cup \{L_3^{F_c^3}\}$ *com* $X_{D_3} = X_D \cup \{\overline{L_3}^{\overline{F_c^3}}, L_1^{F_c^1}, L_2^{F_c^2}\}$

onde $\overline{L_i}^{\overline{F_c^i}}$ *representa o quantum associado ao literal* $\neg L_i$.

Além de não incluir literais contraditórios e redundantes, cada estado deve ser expandido por um quantum que não gera contradição com as cláusulas do gap, ou seja, para cada estado D, a seguinte FNC deve ser consistente: $\{C - \overline{D} \mid C \in G_D\}$, onde, dada uma cláusula ou termo A, $\overline{A}$ é referido como a cláusula ou termo obtido a partir de A pela negação de todos os seus literais. Esta condição pode ser estendida para considerar não somente a negação dos

[4] A condição de não redundância é apresentada na definição 23 do capítulo 4.

literais no estado, mas também os literais na lista de quanta proibidos X_D (que inclui $\overline{D}$). A nova fórmula, consistente é dada por $T_D = \{C - X_D \mid C \in G_D\}$.

Estas restrições reduzem o número de estados sucessores, pois a lista de proibidos inclui não apenas a negação dos literais do estado, mas também todos os literais que não podem ser incluídos no estado, evitando estados repetidos e contraditórios. A nova fórmula T_D, analogamente ao algoritmo de Davis-Putnam [32], é simplificada a cada passo por resolução unitária e subsunção. Todos os literais não redundantes que ocorrem em cláusulas unitárias são incluídos simultaneamente no estado, o que também contribui para a redução dos sucessores. A função para cálculo dos sucessores é formalizada no algoritmo 2.

Algoritmo 2 Algoritmo para geração de sucessores

Successors(D)
succ $\leftarrow \emptyset$
forb $\leftarrow \emptyset$
for $L^F \in$ Next(D) **do**
  if Redundant?($D \cup \{L^F\}$) **then**
    for $D' \in$ succ **do**
      $X_{D'} \leftarrow X_{D'} \cup \{L^F\}$
    end for
    forb $\leftarrow$ forb $\cup \{L^F\}$
  else
    $D_{new} \leftarrow D \cup \{L^F\}$
    $G_{D_{new}} \leftarrow G_D - F$
    $X_{D_{new}} \leftarrow X_D \cup \{\overline{L}^F\} \cup$ forb
    forb $\leftarrow$ forb $\cup \{L^F\}$
    $T_{D_{new}} \leftarrow$ Simplify($T_D, X_{D_{new}}$)
    if Satisfiable?($T_{D_{new}}$) **then**
      Next(D_{new}) $\leftarrow \{L'^{F'} \mid L' \in C \in G_{D_{new}}\}$
      succ $\leftarrow$ succ $\cup \{D_{new}\}$
    end if
  end if
end for
Return(succ)

Onde D é o conjunto de quanta, G_D é o conjunto de cláusulas não cobertas (gap) pelos quanta D, X_D é o conjunto de quanta proibidos e T_D é a fórmula $\{C - X_D \mid C \in G_D\}$. As variáveis em letras minúsculas são locais e as em letras maiúsculas são chamadas de procedimentos. A cada passo do **for**, o quantum L^F que está sendo considerado é incluído na variável **forb**, de forma que todos os quanta já considerados são incluídos no conjunto dos proibidos associado aos sucessores gerados no próximo passo do **for**. O procedimento

Next retorna o conjunto de quanta que pertencem ao gap G_D de estados D. O procedimento **Redundant?** testa a condição de redundância. A função **Simplify** aplica recursivamente a resolução unitária e a subsunção, retornando a fórmula simplificada. O procedimento **Satisfiable?** realiza o teste para a fórmula vazia.

Referências Bibliográficas

[1] Carlos E. Alchourrón, Peter Gärdenfors, and David Makinson. On the Logic of Theory Change: Partial Meet Functions for Contraction and Revision. *Journal of Symbolic Logic*, 50(2):510–530, Jun. 1985.

[2] Carlos E. Alchourrón and David Makinson. On the Logic of Theory Change: Safe Contraction. *Studia Logica*, 44:405–422, 1985.

[3] Ronald C. Arkin. Towards the Unification of Navigational Planning and Reative Control. In *AAAI Spring Symposium on Robot Navigation*, pages 1–5. AAAI Press, 1989.

[4] Salem Benferhat, Sylvain Lagrue, and Odile Papini. Revising Partially Ordered Beliefs. In *Proceedings of the* 9^{th} *International Workshop on Non-Monotonic Reasoning*, pages 142–149, 2002. URL `citeseer.nj.nec.com/lagrue02revising.html`.

[5] Wolgang Bibel. Let's Plan it Deductively. In *Proceedings of the* 15^{th} *International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'97)*, pages 1549–1562. Morgan Kaufmann Publishers Inc., Aug. 1997. ISBN 1-55860-480-4.

[6] Guilherme Bittencourt. In the quest of the missing link. In *Proceedings of the* 15^{th} *International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'97)*, pages 310–315, Nagoya, Japan, Aug. 1997. Morgan Kaufmann Publishers Inc. ISBN 1-55860-480-4.

[7] Guilherme Bittencourt. Concurrent inference through dual transformation. *Logic Journal of the IGPL*, 6(6):795–834, 1998.

[8] Guilherme Bittencourt. *Inteligência Artificial - Ferramentas e Teorias*. Editora da UFSC (ISBN 85-328-0138-2), 362 p., 2^a edição, Florianópolis, SC, 2001.

[9] Guilherme Bittencourt and Jerusa Marchi. What's in a name? Troisième Journées Nationales sur les Modèles de Raisonnement (JNMR'03), Nov 2003. Paris, France, pp. 301.

[10] Guilherme Bittencourt and Jerusa Marchi. Propositional reasoning for an embodied cognitive model. In Ana. L. C. Bazzan and Sofiane Labidi, editors, *Proceedings of the* 17^{th} *Brazilian Symposium on Artificial Intelligence (SBIA'04)*, pages 164–173, São Luís, Maranhão, Brasil, Sep. 2004. Springer Verlag LNAI 3171. ISBN 3-540-23237-0.

[11] Guilherme Bittencourt and Jerusa Marchi. *Artificial Cognition Systems*, chapter An Embodied Logical Model for Cognition, pages 27–63. IDEA Group Inc, 2006. ISBN 1-59904-111-1.

[12] Guilherme Bittencourt, Jerusa Marchi, and Régis S. Padilha. A Syntactic Approach to Satisfaction. In Boris Konev and Renate Schimidt, editors, 4^{th} *International Workshop on the Implementation of Logic (LPAR03)*, pages 18–32. University of Liverpool and University of Manchester, 2003.

[13] Guilherme Bittencourt, Laurent Perrussel, and Jerusa Marchi. A syntactical approach to revision. In R. L. Mántaras and L. Saitta, editors, *Proceedings of the* 16^{th} *Europ. Conf. on Artificial Intelligence (ECAI'04)*, pages 788–792, Valencia, Spain, Aug 2004. IOS Press. ISBN 1-586-03452-9.

[14] Guilherme Bittencourt, Laurent Perrussel, and Jerusa Marchi. A syntactical approach to revision. Technical Report IRIT 2004-14-R, Universidade Federal de Santa Catarina - Brasil and Université Toulouse I - France, Toulouse, France, Sep. 2004.

[15] Guilherme Bittencourt and Isabel Tonin. An Algorithm for Dual Transformation in First-Order Logic. *Journal of Automated Reasoning*, 27(4):353–389, 2001.

[16] Avrim Blum and Merrick Furst. Fast Planning Through Planning Graph Analysis. In *Proceedings of the* 14^{th} *International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'95)*, pages 1636–1642, 1995. URL `citeseer.nj.nec.com/blum95fast.html`.

[17] Richard Booth. The Logic of Iterated Non-Prioritised Revision. In *Proceedings of the Workshop on Conditionals, Information and Inference*, Hagen, Germany, May 2002. Springer Verlag. ISBN 3-540-25332-7. URL `citeseer.ist.psu.edu/booth02logic.html`.

[18] Alexander Borgida. Language Features for Flexible Handling of Exceptions in Information Systems. *ACM Transactions on Database Systems*, 10(4):565–603, 1985.

[19] Craig Boutilier. Iterated Revision and Minimal Change of Conditional Beliefs. *Journal of Philosophical Logic*, 25(3):263–305, 1996. URL `citeseer.ist.psu.edu/boutilier96iterated.html`.

[20] Craig Boutilier. A Unified Model of Qualitative Belief Change: A Dynamical Systems Perspective. *Artificial Intelligence*, 98(1-2):281–316, 1998. URL `citeseer.ist.psu.edu/boutilier98unified.html`.

[21] Craig Boutilier, Nir Friedman, and Joseph Y. Halpern. Belief Revision with Unreliable Observations. In *Proceedings of the* 15^{th} *National Conference on Artificial Intelligence (AAAI'98)*, pages 127–134, Madison, WI, 1998. URL `citeseer.ist.psu.edu/boutilier98belief.html`.

[22] Marco Cadoli and Francesco M. Donini. A Survey on Knowledge Compilation. *AI Communications*, 10(3-4):137–150, 1997. URL `citeseer.ist.psu.edu/cadoli98survey.html`.

[23] Thierry Castell. Computation of Prime Implicates and Prime Implicants by a Variant of the Davis and Putnam Procedure. In *Proceedings of the* 8^{th} *International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI'96)*, pages 428–429, Washington, DC, USA, 1996. IEEE Computer Society. ISBN 0-8186-7686-8.

[24] Stephen Cook. The P versus NP Problem. University of Toronto. URL `http://www.claymath.org/millennium/P_vs_NP/`.

[25] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, and Ronald L. Rivest. *Introduction to Algorithms*. MIT Press and McGraw-Hill Book Company, Cambridge, Massachusetts, 1990.

[26] James M. Crawford and Larry D. Auton. Experimental Results on the Crossover Point in Satisfability Problems. In *Proceedings of the* 11^{th} *National Conference on Artificial Intelligence (AAAI-93)*, pages 21–27, 1993.

[27] James M. Crawford and Larry D. Auton. Experimental Results on the Crossover Point in Random 3-SAT. *Artificial Intelligence*, 81(1-2):31–57, 1996. URL `citeseer.nj.nec.com/crawford96experimental.html`.

[28] Mukesh Dalal. Investigations Into a Theory of Knowledge Base Revision: Preliminary Report. In Paul Rosenbloom and Peter Szolovits, editors, *Proceedings of*

the 7th National Conference on Artificial Intelligence (AAAI'98), volume 2, pages 475–479, Menlo Park, California, 1988. AAAI Press. URL `citeseer.nj.nec.com/dalal88investigations.html`.

[29] Adan Darwiche and Pierre Marquis. A Perspective on Knowledge Compilation. In *Proceedings of the 17th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'01)*, pages 175–182, Seattle, Washington, USA, Aug. 2001. URL `citeseer.nj.nec.com/darwiche01perspective.html`.

[30] Adnan Darwiche and Pierre Marquis. A Knowledge Compilation Map. *Journal of Artificial Intelligence Research*, (17):229–264, 2002.

[31] Adnan Darwiche and Judea Pearl. On the Logic of Iterated Belief Revision. *Artificial Intelligence*, 89(1-2):1–29, 1997. ISSN 0004-3702.

[32] Martin Davis and Hilary Putnam. A Computing Procedure for Quantification Theory. *Journal of the Association for Computing Machinery*, 7:201–215, 1960.

[33] Johan de Kleer. An Assumption-Based *tms*. *Artificial Intelligence*, 2(28):127–162, 1986.

[34] Alvaro del Val. Syntactic Characterizations of Belief Change Operators. In *Proceedings of the 13th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI '93)*, pages 540–545, Chambery, France, 1993.

[35] Alvaro del Val. Tractable Databases: How to Make Propositional Unit Resolution Complete Through Compilation. In Jon Doyle, Erik Sandewall, and Pietro Torasso, editors, *Proceedings of the 4th International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'94)*, pages 551–561. Morgan Kaufmann Publishers Inc., Bonn, Germany, May 1994. URL `citeseer.ist.psu.edu/delval94tractable.html`.

[36] James P. Delgrande. A Minimal Modelling for Successful Knowledge Base Revision. *Frontiers of Belief Revision*, 22:1–17, 2001. URL `citeseer.csail.mit.edu/451905.html`.

[37] Jon Doyle. A Truth Maintenance System. *Artificial Intelligence*, 12:231–272, 1979.

[38] Aldo F. Dragoni. A Model for Belief Revision in a Multi-Agent Environment (abstract). *ACM SIGOIS Bull.*, 13(3):9, 1992.

[39] Thomas Eiter and Georg Gottlob. On the Complexity of Propositional Knowledge Base Revision, Updates and Counterfactuals. *Artificial Intelligence*, 57(2–3):227–270, 1992.

[40] Michael Ernst, Todd D. Millstein, and Daniel S. Weld. Automatic SAT-compilation of planning problems. In *IJCAI*, pages 1169–1177, 1997. URL `citeseer.nj.nec.com/ernst97automatic.html`.

[41] João A. Fabro. Grupos Neurais e Sistemas Fuzzy - Aplicação à Navegação Autônoma. Master's thesis, UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas, February 1996.

[42] Ronald Fagin, Jeffrey D. Ullman, and Moshe Y. Vardi. On the Semantics of Updates in Databases. In *Proceedings of the 2^nd ACM SIGACT-SIGMOD Symposium on Principles of Database Systems (PODS'83)*, pages 352–365, New York, NY, USA, 1983. ACM Press. ISBN 0-89791-097-4.

[43] Mel Fitting. *First-Order Logic and Automated Theorem Proving*. Springer Verlag, New York, 1990.

[44] Kenneth D. Forbus. Introducing Actions into Qualitative Simulation. In *Proceedings of the 11^{th} International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'89)*, pages 1273–1278, Detroit, Michigan, USA, 1989.

[45] Lance Fortnow. Beyond NP: the work and legacy of Larry Stockmeyer. In *Proceedings of the 37^{th} Annual ACM Symposium on Theory of Computing (STOC'05)*, pages 120–127, New York, NY, USA, 2005. ACM Press. ISBN 1-58113-960-8.

[46] Nir Friedman and Joseph Y. Halpern. Conditional Logics for Belief Change. In Barbara Hayes-Roth and Richard Korf, editors, *Proceedings of the 12^{th} National Conference on Artificial Intelligence (AAAI'94)*, pages 915–921, Menlo Park, California, 1994. AAAI Press. URL `citeseer.ist.psu.edu/article/friedman94conditional.html`.

[47] Nir Friedman and Joseph Y. Halpern. A Knowledge-Based Framework for Belief Change, Part I: Foundations. In Ronald Fagin, editor, *Proceedings of the 5^{th} Conference on Theoretical Aspects of Reasoning about Knowledge*, pages 44–64, 1994.

[48] Nir Friedman and Joseph Y. Halpern. A Knowledge-Based Framework for Belief Change, Part II: Revision and Update. In Jon Doyle, Erik Sandewall, and Pietro

Torasso, editors, *Proceedings of the 4^{th} International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'94)*, pages 190–201. Morgan Kaufmann Publishers Inc., Bonn, Germany, May 1994. URL citeseer.nj.nec.com/friedman94knowledgebased.html.

[49] Nir Friedman and Joseph Y. Halpern. Belief Revision: A Critique. In Luigia Carlucci Aiello, Jon Doyle, and Stuart C. Shapiro, editors, *Proceedings of the 5^{th} International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'96)*, pages 421–431. Morgan Kaufmann Publishers Inc., Cambridge, Massachusetts, USA, Nov. 1996. URL citeseer.nj.nec.com/friedman96belief.html.

[50] Howard Gardner. *A Nova Ciência da Mente: Uma história da Revolução Cognitiva*. EdUsp, São Paulo, SP, 1996.

[51] Paolo Di Giusto and Guido Governatori. Modifying is Better than Deleting: A New Approach to Base Revision. In Evelina Lamma and Paola Mello, editors, *Sesto Congresso della Associazione Italiana per l'Intelligenza Artificiale (AI*IA'99)*, pages 145–154, Bologna, Set. 1999. Pitagora. URL citeseer.ist.psu.edu/governatori99modifying.html.

[52] Adam Grove. Two Modellings for Theory Change. *Journal of Philosophical Logic*, 17:157–170, 1988.

[53] Peter Gärdenfors. *Knowledge in Flux: Modelling the Dynamics of Epistemic States*. Bradford Books, MIT Press, 1988.

[54] Peter Gärdenfors. The Dynamics of Belief Systems: Foundations vs. Coherence Theories. *Revue Internationale de Philosophie*, (172):24–46, Jan. 1990. URL citeseer.nj.nec.com/479035.html.

[55] Peter Gärdenfors. Belief Revision: A vade-mecum, 1992. URL citeseer.nj.nec.com/481030.html.

[56] Peter Gärdenfors. Belief Revision: An Introduction. In Peter Gärdenfors, editor, *Belief Revision*, pages 1–20. Cambridge University Press, 1992.

[57] Peter Gärdenfors. Cognitive Science: From Computers to Anthills as Models of Human Thought. *Cognitive Science and Media in Education*, 4(1):45–66, 2001.

[58] Peter Gärdenfors and David Makinson. Revisions of Knowledge Systems Using Epistemic Entrenchment. In *Proceedings of the 2nd Conference on Theoretical Aspects of Reasoning About Knowledge (TARK'88)*, pages 83–95, San Francisco, CA, USA, 1988. Morgan Kaufmann Publishers Inc. ISBN 0-934613-66-9.

[59] Sven O. Hansson. *Belief Base Dynamics*. PhD thesis, Uppsala University, 1991.

[60] Sven O. Hansson. Theory Contraction and Base Contraction Unified. *Journal of Symbolic Logic*, 58(2):602–625, Jun. 1993.

[61] Sven O. Hansson. Kernel Contraction. *Journal of Symbolic Logic*, 59(3):845–859, Sep. 1994.

[62] Sven O. Hansson and Renata Wassermann. Local Change: A Preliminary Report. In *Proceedings of the 4th Symposium on Logical Formalizations of Commonsense Reasoning*, London, UK, 1998. URL `citeseer.ist.psu.edu/article/hansson98local.html`.

[63] Brian Hayes. Can't Get No Satisfaction. *American Scientist*, 85(2):108–112, Mar./Apr. 1997.

[64] Andreas Herzig, Sébastien Konieczny, and Laurent Perrussel. On Iterated Revision in the AGM Framework. In Thomas Dyhre Nielsen and Nevin Lianwen Zhang, editors, *Proceedings of the 7th European Conference on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty (ECSQARU'03)*, pages 477–488, Aalborg, Denmark, Jul. 2003. Springer Verlag.

[65] Andreas Herzig, Jérôme Lang, Pirre Marquis, and Thomas Polacsek. Updates, Actions and Planning. In *Proceedings of the 17th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'01)*, pages 119–124, Seattle, Washington, USA, Aug. 2001.

[66] Andreas Herzig and Omar Rifi. Propositional Belief Base Update and Minimal Change. *Artificial Intelligence*, 115(1):107–138, 1999. URL `citeseer.nj.nec.com/herzig99propositional.html`.

[67] Pawel Jachowicz and Randy Goebel. Describing Plan Recognition as Nonmonotonic Reasoning and Belief Revision. In *Australian Joint Conference on Artificial Intelligence*, pages 236–245, Curtin University, Perth, Australia, Dec. 1997. URL `citeseer.ist.psu.edu/217722.html`.

[68] Peter Jackson. Computing Prime Implicants. In *Proceedings of the 10th International Conference on Automatic Deduction*, pages 543–557, Kaiserslautern, Germany, 1990. Springer Verlag LNAI 449.

[69] Peter Jackson. Computing Prime Implicates. In *Proceedings of the 1992 ACM Annual Conference on Communications (CSC'92)*, pages 65–72, New York, NY, USA, 1992. ACM Press. ISBN 0-89791-472-4.

[70] Ray A. Jarvis and Julian C. Byrne. Robot Navigation: Touching, Seeing and Knowing. In *Proceedings of 1st Australian Conference on Artificial Intelligence*, Nov. 1986.

[71] Hirofumi Katsuno and Alberto O. Mendelzon. A Unified View of Propositional Knowledge Base Updates. In Natesa S. Sridharan, editor, *Proceedings of the 11th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'89)*, pages 1414–1419, Detroit, Michigan, USA, Aug. 1989. Morgan Kaufmann Publishers Inc.

[72] Hirofumi Katsuno and Alberto O. Mendelzon. On the Difference Between Updating a Knowledge Base and Revising It. In James F. Allen, Richard Fikes, and Erik Sandewall, editors, *Proceedings of the 2^{n}d International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'91)*, pages 387–394, Cambridge, Massachusetts, USA, Apr. 1991. Morgan Kaufmann Publishers Inc. URL `citeseer.nj.nec.com/417296.html`.

[73] Henry Kautz and Bart Selman. Planning as Satisfiability. In Bernd Neumann, editor, *Proceedings of the 10th European Conference on Artificial Intelligence (ECAI'92)*, pages 359–363, Vienna, Austria, Aug. 1992. John Wiley and Sons. URL `citeseer.nj.nec.com/kautz92planning.html`.

[74] Henry Kautz and Bart Selman. Pushing the Envelope: Planning, Propositional Logic, and Stochastic Search. In Howard Shrobe and Ted Senator, editors, *Proceedings of the 13th National Conference on Artificial Intelligence (AAAI'96) and the 8th Innovative Applications of Artificial Intelligence Conference (IAAI'96)*, volume 2, pages 1194–1201, Menlo Park, California, Aug. 1996. AAAI Press. URL `citeseer.nj.nec.com/kautz96pushing.html`.

[75] Alex Kean and George Tsiknis. An Incremental Method for Generating Prime Implicants/Implicates. *Journal of Symbolic Computation*, 9:185–206, 1990.

[76] Arthur M. Keller and Marianne Winslett. On the Use of an Extended Relational Model to Handle Changing Incomplete Information. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 11(7):620–633, 1985.

[77] Sébastien Konieczny and Ramón P. Pérez. Propositional Belief Base Merging or How to Merge Beliefs/Goals Coming From Several Sources and Some Links With Social Choice Theory. *European Journal of Operational Research*, 160(3):785–802, 2005.

[78] Yves Lespérance, Hector J. Levesque, Fangzhen Lin, Daniel Marcu, Raymond Reiter, and Richard B. Scherl. A Logical Approach to High Level Robot Programming – A Progress Report. In Benjamin Kuipers, editor, *Working notes of the 1994 AAAI Fall Symposium on Control of the Physical World by Intelligent Systems*, New Orleans, LA, Nov. 1994. URL `citeseer.nj.nec.com/lesperance94logical.html`.

[79] Hector J. Levesque. Foundations of a Functional Approach to Knowledge Representation. *Artificial Intelligence*, 23(2):155–212, 1984.

[80] Hector J. Levesque, Raymond Reiter, Yves Lesperance, Fangzhen Lin, and Richard B. Scherl. GOLOG: A Logic Programming Language for Dynamic Domains. *Journal of Logic Programming*, 31(1-3):59–83, 1997.

[81] Paolo Liberatore and Marco Schaerf. The Complexity of Model Checking for Belief Revision and Update. In *Proceedings of the 13th National Conference on Artificial Intelligence (AAAI'96)*, pages 556–561. AAAI Press/The MIT Press, 1996.

[82] Paolo Liberatore and Marco Schaerf. The Compactness of Belief Revision and Update Operators. Technical report, Dipartimento di Informatica e Sistemistica, Università di Roma "La Sapienza", 2000.

[83] Vasco M. Manquinho, Paulo F. Flores, João P. Marques-Silva, and Arlindo L. Oliveira. Prime Implicant Computation Using Satisfiability Algorithms. In IEEE, editor, *Proceedings of the IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI'97)*, pages 232–239, Nov. 1997.

[84] Jerusa Marchi. Prime forms and belief revision. 1st World Conference and School on Universal Logic (UNILOG'05), Mar. 2005.

[85] Jerusa Marchi, Guilherme Bittencourt, and Laurent Perrussel. A syntactical approach to belief update. In Alexander Gelbukh, Álvaro Albornoz, and Hugo Terashima-

Marín, editors, *Proceedings of the Mexican International Conference on Artificial Intelligence (MICAI'05)*, pages 142–151, Monterrey, Mexico, Nov. 2005. Springer Verlag LNAI 3789.

[86] Jerusa Marchi, Laurent Perrussel, and Guilherme Bittencourt. Une nouvelle mesure de changement minimal. In 15*éme Congrès Francophone AFRIF-AFIA - Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle (RFIA'06)*, pages 1–9, Tours, France, Jan. 2006.

[87] Thomas A. Meyer, Willem A. Labuschagne, and Johannes Heidema. Refined Epistemic Entrenchment. *Journal of Logic, Language and Information*, 9(2):237–259, 2000. URL `citeseer.ist.psu.edu/570863.html`.

[88] Bernhard Nebel. A Knowledge Level Analysis of Belief Revision. In Ronald J. Brachman, Hector J. Levesque, and Raymond Reiter, editors, *Proceedings of the 1^{st} International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'89)*, pages 301–311, Toronto, Canada, May 1989. Morgan Kaufmann Publishers Inc.

[89] Bernhard Nebel. Reasoning and Revision in Hybrid Representation Systems. *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, 422, 1990.

[90] Bernhard Nebel. Syntax-Based Approaches to Belief Revision. In Peter Gärdenfors, editor, *Belief Revision*, number 29 in Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science, pages 52–88. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1992.

[91] Bernhard Nebel. How Hard is it to Revise a Belief Base? In Didier Dubois and Henry Prade, editors, *Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management Systems*, volume 3, pages 77–145. Kluwer Academic, 1998.

[92] Bernhard Nebel. On the Expressive Power of Planning Formalisms: Conditional Effects and Boolean Preconditions in the STRIPS Formalism. In Jack Minker, editor, *Logic-Based Artificial Intelligence*, pages 469–490. Kluwer, Dordrecht, 2000.

[93] Henrique S. Del Nero. *O Sítio da Mente - Pensamento, Emoção e Vontade no Cérebro Humano*. Collegium Cognitio (ISBN 85-86396-01-X), 510 p., São Paulo, SP, 1997.

[94] Yves Nievergelt. *Foundations of Logic and Mathematics - Applications to Computer Science and Cryptography*. Birkhäuser (ISBN 3-7643-4249-8), 415 p., Boston, 2002.

[95] Maurice Pagnucco. *The Role of Abductive Reasoning within the Process of Belief Revision*. PhD thesis, Department of Computer Science, University of Sydney, 1996.

[96] Christopher Papadimitriou. *Computational Complexity*. Addison-Wesley, 1994.

[97] Christopher Papadimitriou and Harry R. Lewis. *Elements of the Theory of Computation*. Prentice-Hall, 2^{nd} edition edition, 1998.

[98] Pavlos Peppas. Epistemic Entrenchment and the Possible Models Approach, 1995. URL `citeseer.ist.psu.edu/peppas95epistemic.html`.

[99] Pavlos Peppas, Abhaya Nayak, Maurice Pagnucco, Norman Y. Foo, Rex B. H. Kwok, and Mikhail Prokopenko. Revision v's Update: Taking a Closer Look. In *Proceedings of the 12^{th} European Conference on Artificial Intelligence (ECAI'96)*, pages 95–99. John Wiley and Sons, Chichester, 1996.

[100] Pavlos Peppas and Mary-Anne Williams. Construtive Models for Theory Change. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 36(1):120–133, 1995.

[101] Laurent Perrussel and Jean-Marc Thévenin. A Logical Approach for Describing (Dis)Belief Change and Message Processing. In *Proceedings of the 3^{rd} International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS'04)*, pages 614–621, New York, NY, USA, Aug. 2004. IEEE Computer Society. ISBN 1-58113-864-4. URL `citeseer.ist.psu.edu/707645.html`.

[102] Willard V. O. Quine. On Cores and Prime Implicants of Truth Functions. *American Mathematics Monthly*, 66:755–760, 1959.

[103] Anavai Ramesh, George Becker, and Neil V. Murray. CNF and DNF Considered Harmful for Computing Prime Implicants/Implicates. *Journal of Automated Reasoning*, 18(3):337–356, 1997. URL `citeseer.nj.nec.com/516217.html`.

[104] Reymond Reiter. A Theory of Diagnosis from First Principles. *Artificial Intelligence*, 32(1):57–95, 1987. ISSN 0004-3702.

[105] Daniel Rolf. *3-SAT*$\in RTIME(1.32971^n)$. PhD thesis, Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Informatik, Jan. 2003.

[106] Jan-Willem Roorda, Wiebe van der Hoek, and John-Jules Meyer. Iterated Belief Change in MAS, Jul. 2002. URL `citeseer.ist.psu.edu/roorda02iterated.html`.

[107] Hans Rott. Belief Contraction in the Context of the General Theory of Rational Choise. *Journal of Symbolic Logic*, 58(4):1426–1450, Dec. 1993.

[108] Hans Rott. Logic and Choice: a Perspective on Belief Revision and Nonmonotonic Reasoning. In *Proceedings of the $7^t h$ Conference on Theoretical Aspects of Rationality and Knowledge (TARK'98)*, pages 235–248, Evanston, Illinois, 1998. Morgan Kaufmann Publishers Inc.

[109] Ken Satoh. Nonmonotonic Reasoning by Minimal Belief Revision. In *Proceedings of the International Conference on Fifth Generation Computer Systems (FGCS'88)*, pages 455–462, Tokyo, Japan, 1988. Springer-Verlag.

[110] Richard B. Scherl and Hector J. Levesque. Knowledge, Action, and the Frame Problem. *Artificial Intelligence*, 144(1):1–39, 2003.

[111] Robert Schrag and James M. Crawford. Implicates and Prime Implicates in Random 3-SAT. *Artificial Intelligence*, 81(1-2):199–222, 1995. URL `citeseer.ist.psu.edu/article/schrag95implicate.html`.

[112] Murray Shanahan. Reinventing Shakey. In Jack Minker, editor, *Workshop on Logic-Based Artificial Intelligence*, College Park, Maryland, USA, Jun. 1999. Computer Science Department, University of Maryland.

[113] Murray Shanahan and Mark Witkowski. High-Level Robot Control Through Logic. In *Proceedings of the 7^{th} International Workshop on Agent Theories Architectures and Languages (ATAL'00)*, pages 104–121, Boston, USA, Jul. 2000. Springer-Verlag.

[114] Steven Shapiro, Yves Lespérance, and Hector J. Levesque. Goal Change. In *Proceedings of the 9^{th} International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'05)*, pages 1–7, Edinburgh, Scotland, Jul./Aug. 2005.

[115] J.R. Slagle, C.L. Chang, and R.C.T. Lee. A new algorithm for generating prime implicants. *IEEE Transactions on Computing*, 19(4):304–310, 1970.

[116] Robert H. Sloan, Balázs Szörényi, and György Turán. On k-Term DNF with Largest Number of Prime Implicants. Technical Report Report TR05-023, Electronic Colloquium on Computational Complexity, Feb. 2005.

[117] Rolf Socher. Optimizing the Clausal Normal Form Transformation. *Journal of Automated Reasoning*, 7(3):325–336, 1991.

[118] Wolfgang Spohn. How to Understand the Foundations of Empirical Belief in a Coherentist Way. *Proceedings of the Aristotelian Society*, 98(1):22–40, 1992. URL `www.uni-konstanz.de/FuF/Philo/Philosophie/Mitarbeiter/spohn\_files/wspohn28.pdf`.

[119] Larry J. Stockmeyer. The Polynomial-Time Hierarchy. *Theoretical Computer Science*, 3(1):1–22, Oct. 1976.

[120] João F. Teixeira. *Mente, Cérebro e Cognição*. Editora Vozes (ISBN: 8532623492), 197 p., Petrópolis, RJ, 2000.

[121] André Thayse. *Approche Logique de l'Intelligence Artificielle*, volume 2. DUNOD informatique (ISBN 2-04-018757-X), 427 p., Paris, France, 1989.

[122] Michael Thielscher. Representing the Knowledge of a Robot. In Anthony G. Cohn, Fausto Giunchiglia, and Bart Selman, editors, *Proceedings of the 7th International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR'00)*, pages 109–120, Breckenridge, Colorado, USA, Apr. 2000. Morgan Kaufmann Publishers Inc. URL `citeseer.nj.nec.com/thielscher00representing.html`.

[123] Isabel Tonin. *Formas Normais em Lógica de Primeira Ordem*. PhD thesis, UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina, 2003.

[124] Christopher Umans. The Minimum Equivalent DNF Problem and Shortest Implicants. *Journal of Computer Systems Science*, 63(4):597–611, 2001. ISSN 0022-0000.

[125] Paul F.M.J. Verschure. Minds, Brains and Robots: Explorations in Distributed Adaptive Control. In Adriana B. Soares, editor, *Proceedings of the 2nd Brazilian-International Conference on Cognitive Science*, pages 97–106, Campos, Brasil, Nov. 1996.

[126] Quoc Bao Vo, Abhaya Nayak, and Norman Y. Foo. A Syntax-Based Approach to Reasoning About Actions and Events. In Moshe Y. Vardi and Andrei Voronkov, editors, *Proceedings of the 10th International Conference on Logic for Programming, Artificial Intelligence, and Reasoning - LPAR'03*, pages 274–288. Springer-Verlag, LNCS 2850, 2003.

[127] Renata Wassermann. Local diagnosis. In *Proceedings of the 8th International*

Workshop on Nonmonotonic Reasoning (NMR'00), pages 1–5, Breckenridge, Colorado, USA, Apr. 2000.

[128] Renata Wassermann. *Resourse-Bounded Belief Revision*. PhD thesis, University of Amsterdam, 2000.

[129] David E. Wilkins and Marie desJardins. A Call for Knowledge-Based Planning. In *Proceedings of the 8th Workshop on Analysing and Exploiting Domain Knowledge for Efficient Planning (AIPS'00)*, 2000. URL `citeseer.nj.nec.com/article/wilkins00call.html`.

[130] Mary-Anne Williams. Anytime Belief Revision. In *Proceedings of the 15th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'97)*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., Aug. 1997. ISBN 1-55860-480-4. URL `http://u2.newcastle.edu.au/webworld/belief.revision/anytime.ps`.

[131] Marianne Winslett. Reasoning About Action Using a Possible Models Approach. In *Proceedings of the 7th National Conference on Artificial Intelligence (AAAI'88)*, pages 89–93, 1988.

[132] Hantao Zhang and Mark E. Stickel. Implementing the Davis-Putnam Method. *Journal of Automated Reasoning*, 24(1/2):277–296, 2000. URL `citeseer.nj.nec.com/article/zhang00implementing.html`.

[133] Lintao Zhang and Sharad Malik. The Quest for Efficient Boolean Satisfiability Solvers. In *Proceedings of* 8th *International Conference on Computer Aided Deduction (CADE'02) and Proceedings of* 14th *Conference on Computer Aided Verification (CAV'02)*, Copenhagen, Denmark, Jul. 2002.