

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E
TECNOLÓGICA**

ANDRÉ PEREIRA PEDROSO

**OS ALGORITMOS NO CONTEXTO DA HISTÓRIA: UMA EXPERIÊNCIA NA
FORMAÇÃO DE PROFESSORES PEDAGOGOS.**

FLORIANÓPOLIS

2008

ANDRÉ PEREIRA PEDROSO

**OS ALGORITMOS NO CONTEXTO DA HISTÓRIA: UMA EXPERIÊNCIA NA
FORMAÇÃO DE PROFESSORES PEDAGOGOS.**

Dissertação apresentada à banca examinadora na Universidade Federal de Santa Catarina, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Científica e Tecnológica, sob orientação da Prof^a. Dr^a. Cláudia Regina Flores.

FLORIANÓPOLIS

2008

ANDRÉ PEREIRA PEDROSO

**OS ALGORITMOS NO CONTEXTO DA HISTÓRIA: UMA EXPERIÊNCIA NA
FORMAÇÃO DE PROFESSORES PEDAGOGOS.**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação Científica e Tecnológica e aprovada em sua forma final, em 16 de outubro de 2008, atendendo ao Regimento do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina (PPGECT/UFSC).

Prof. Dr. José de Pinho Alves Filho
Coordenador do PPGECT/ UFSC

Banca Examinadora:

Prof^a. Dr^a. Cláudia Regina Flores (UFSC)
Orientadora/presidente

Prof. Dr. André Luis Mattedi Dias (UEFS)
Membro titular

Prof. Dr^a. Neri Terezinha Both Carvalho (UFSC)
Membro titular

Prof. Dr. José de Pinho Alves Filho (UFSC)
Membro suplente

Agradecimentos

A minha esposa Deniz Maria Batistus, a quem eu amo e que sempre esteve ao meu lado em todos os momentos, dando suporte e contribuindo decisivamente para a conclusão deste trabalho.

A meus Filhos André Eduardo e André Felipe, pelo carinho e compreensão nos períodos de ausência.

Aos meus pais, que tornaram isso possível, especialmente a minha mãe pelo constante incentivo na minha educação e meu pai exemplo de pessoa e de superação.

Aos meus demais familiares, especialmente meus sogros Darci e Enerci, que considero verdadeiros pais para mim.

A minha Orientadora Professora Cláudia Regina Flores, que se fez presente de maneira decisiva em todos os momentos deste trabalho, contribuindo muito além das funções usuais de orientadora e sem a qual esse trabalho não seria possível.

Aos professores, colegas e secretárias do PPGECT.

Ao professor Méricles, por sua colaboração na qualificação deste trabalho.

Aos professores André Luis Mattedi Dias, Neri Terezinha Both Carvalho e José de Pinho Alves Filho, pela disponibilidade e contribuições na banca de defesa deste trabalho.

Aos professores que se disponibilizaram a participar desta pesquisa.

A todos que contribuírem de alguma forma para esse trabalho.

*Os números...
São os maiores mestres no disfarce
Porque eles ocultam perfeitamente
Todos os vestígios de suas origens
Marvin Minsky*

Resumo

Esse trabalho se situa no campo da História da Matemática na educação matemática, investigando a inserção da mesma na formação de professores, que atuam nas séries iniciais do ensino fundamental, e suporte para elaboração de estratégias metodológicas amparadas no uso da História da Matemática. Nossa problemática central se delineou ao averiguarmos pesquisas que identificam uma concepção formalista do ensino da matemática, a qual considera que a maioria dos professores atribui um excessivo valor a alguns símbolos, regras e especialmente os algoritmos. Acreditamos ser pertinente para a contribuição na alteração deste quadro, a inclusão da História da Matemática dentro da visão problematizadora, associada à análise os algoritmos do ponto de vista da representação. Tais perspectivas contribuem para o entendimento dos algoritmos como diferentes escritas e manifestações das diversas culturas, além de descortinar possibilidades educacionais com o uso dessas representações. Tal interesse se fundamenta na compreensão de que reside na representação uma fundamental via de aquisição do conhecimento matemático e por conseqüência, elemento importante na escolha de estratégias metodológicas para seu ensino.

Palavras-chave: Formação de Professores; História da Matemática na Educação Matemática; Algoritmos; Representação;

Abstract

This work is in the field of history of mathematics in mathematics education, investigating the inclusion of it in the training of teachers, who work in the early grades of elementary education, and support for development of methodological strategies protected the use of the History of Mathematics. Our central problem is outlined in examining research that identifies a formalist conception of mathematics teaching, which considers that most teachers assign an excessive amount to some symbols, especially the rules and algorithms. We believe it is relevant to the contribution to change this situation, the inclusion of the history of mathematics in the problem-view, combined with the analysis algorithms in terms of representation. These perspectives contribute to the understanding of how different algorithms and written expressions of different cultures, and educational opportunities unfold with the use of these representations. This concern is based on the understanding that the representation is a fundamental way of acquisition of mathematical knowledge and, consequently, an important element in the choice of methodological strategies for teaching.

Keywords: training of teacher; History of Mathematics in Mathematics Education; Algorithms; Representation

SUMÁRIO

CAPÍTULO I - OS ALGORITIMOS NO CONTEXTO DA HISTÓRIA E DO ENSINO	9
CAPITULO II - SOBRE A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: PRIMEIROS APONTAMENTOS.....	19
2.1 - As primeiras relações de ensino da matemática e história a história da matemática	21
2.2 - Mudanças sociais, positivismo e história da matemática.	23
2.3 - Jean Piaget e Bourbaki: consolidando a relação do movimento da matemática moderna e o princípio genético	27
2.4 - Bachelard, Obstáculo Epistemológico e o Princípio Genético	31
CAPÍTULO III - OS CAMINHOS DA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SÓCIO – CULTURAL E PROBLEMATIZADORA.....	36
3.1 - A proposta Sócio-Cultural de Radford.....	37
3.2 - A visão epistemológica e didática de problematização proposta por Bkouche	40
CAPÍTULO IV - O ESPAÇO DA REPRESENTAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	49
4.1 - Representação no âmbito das ciências sociais	50
4.2 - A representação enquanto instrumento de acesso ao conhecimento matemático.	52
4.3 O conceito de Representação aplicado a propostas de Educação Matemática.....	58
CAPÍTULO V - HISTÓRIA E AS REPRESENTAÇÕES DOS ALGORITMOS	64
5.1 - A cultura Egípcia.....	65
5.2 - Cultura Índiana.....	70
5.3 - Cultura Européia	79
CAPÍTULO VI - A HISTÓRIA E A REPRESENTAÇÃO DE ALGORITMOS NA ORGANIZAÇÃO DE ESTRATÉGIAS PEDAGÓGICAS: DISCUSSÃO DE UMA EXPERIÊNCIA	88
6.1 - Primeiro encontro da pesquisa:	91
6.2 - Segundo encontro da pesquisa:	94
6.3 - O terceiro encontro da pesquisa:	95
6.4 - O quarto encontro da pesquisa:	99
6.5 - O quinto encontro da pesquisa:	102
6.6 - O sexto encontro da pesquisa:	108
6.7 - O sétimo encontro da pesquisa:.....	116
6.8 - O oitavo encontro da pesquisa:	124
CONSIDERAÇÕES FINAIS	129
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:	133
ANEXOS	139

CAPÍTULO I - OS ALGORITMOS NO CONTEXTO DA HISTÓRIA E DO ENSINO

O conhecimento matemático detêm um importante papel em nossa atual modo de vida, pois vivemos em uma sociedade que prioriza a quantificação, a exatidão e assim o fato de calcular se torna uma constante que permeia a nossa vivência e por extensão o domínio desse conhecimento se torna essencial para uma vida plena na sociedade. Com a preocupação de assegurar a universalização do acesso a esse saber, a escola elege a disciplina de matemática como uma das disciplinas fundamentais para o educando e destina um grande tempo escolar à mesma.

Uma das decorrências direta da valorização da matemática e do ato de calcular, se manifesta no depoimento que se apresenta na maioria das vezes nas falas de pais e educadores, que quando questionados sobre o que espera que seus filhos e/ou alunos dominem de conhecimento sistematizado, nas séries iniciais do ensino fundamental, é uma constante a presença das quatro operações. Há uma aparente natural associação do ato de calcular (manifestado nos algoritmos das quatro operações) com a mensuração da capacidade da pessoa na área do conhecimento matemático. Em síntese, quem sabe realizar os cálculos das operações fundamentais com presteza e rapidez, desta forma, valoriza-se o ato de executar uma série de procedimentos pré-estabelecidos pelo professor com o domínio do conhecimento matemático.

Ao realizarmos mais detalhadamente uma reflexão sobre essa realidade e o papel que os algoritmos ocupam nas séries iniciais do ensino fundamental, percebemos que a maioria dos professores deste segmento (geralmente pedagogos) como um dos objetivos centrais de sua ação docente, que o aluno tenha um pleno domínio dos algoritmos das quatro operações. Esse fato, que em uma análise mais superficial poderia ser até considerado natural, acaba efetivando-se em práticas onde o professor associa o conhecimento matemático estritamente com a capacidade de realizar contas, procedimentos algoritmos..

Gaspar (2003) denomina essa característica de concepção formalista do ensino da matemática, na qual considera que a maioria dos professores atribui um excessivo valor a alguns símbolos, regras e algoritmos, destituindo o conhecimento matemático de suas referências histórico-culturais. A conseqüência é a formação de uma suposta

áurea de neutralidade do conhecimento matemático e que o mesmo é imutável e transcendente ao tempo e ao espaço, fato que reforçam uma visão de que a matemática é revestida de verdades absolutas, universais e atemporais.

Em nossa percepção, nas séries iniciais do ensino fundamental, essa concepção é o sustentáculo de práticas educativas, onde o professor não analisa o que ensina. Trabalham problemas – padrões, algoritmos, fórmulas, etc, por si só, como que se existissem de forma isoladas do contexto social ou que as situações que são apresentadas existem somente no âmbito de satisfazer a necessidade de exemplificar e exercitar o conceito matemático estudado, podemos reforçar essa compreensão embasados em uma interessante pesquisa realizada com graduandos do curso de pedagogia¹ por Carvalho et al (2004, pg. 18):

Chamou a atenção o fato que a maioria dos graduando[...] não ter conseguido identificar essa idéia matemática. limitaram-se a descrever o procedimento do algoritmo, desprovido de significado conceitual [...] sujeito acima descreve todo o procedimento utilizado por João, sem extrair dele o porquê. É aquilo que Echaverría (1988, p. 62) denomina “enfoque sintático” na resolução de problemas. “os problemas matemáticos são tratados como a colocação em ação de uma série de regras mais ou menos axiomáticas, de uma forma suficientemente ordenada para nos levar a uma solução”. E essas regras acabam por se tornar o “mais correto”, “o mais fácil “ ou o “mais lógico”, como afirmam muitos graduandos.

Esse enfoque sintético gera no aluno a forte crença em uma “linguagem matemática universal”, de uma forma extremamente simplista e equivocada. Neste contexto, pensa-se que em qualquer cultura há uma homogeneidade nas representações numéricas e nas formas de algoritmos para cálculo, por exemplo. Desta maneira, o aluno acaba imaginando que há, e que sempre houve, um único algoritmo para cada operação. A subtração, por exemplo, começa sempre da direita para a esquerda.. Uma das conseqüências pode ser exemplificada segundo Ladrière (1977, p.53)

¹ Pesquisa envolvendo três instituições de ensino superior e 157 sujeitos, buscava observar a capacidade dos futuros pedagogos em identificar ou não as idéias matemáticas presente em estratégias utilizadas no ensino e as filosofias pessoais, dos mesmos, frente à matemática e seu ensino. Na conclusão os autores ressaltam que a maioria dos graduandos limita-se a uma descrição limitada dos procedimentos (deixando questões conceituais em segundo plano) e demonstraram ter uma visão dualista do ensino da matemática.

... podemos também praticar a adição pelo dispositivo do símbolo, de modo puramente mecânico, à maneira de uma máquina de calcular, isto é seguindo regras. Chegamos então a um resultado, sem termos necessidade de refletir sobre o sentido das operações que efetuamos; basta-nos proceder de maneira materialmente conforme as estipulações impostas.

Com a valorização desta característica das operações, que é indispensável para o desenvolvimento do conhecimento matemático, mas que sobre-valorizada, acabou acarretando uma situação indesejável no processo de ensino aprendizagem, a confusão da representação (o algoritmo por exemplo) como se fosse o próprio objeto do conhecimento matemático. Assim, valoriza-se mais no ensino o procedimento técnico para realizar a operação do que a apreensão do conceito em sua totalidade. Um exemplo mais específico nos é fornecido por Araujo (2003), quando em sua pesquisa aponta que os professores das séries iniciais priorizam o ensino das quatro operações sempre através dos algoritmos, mesmo em detrimento a outros conceitos ou conteúdos como a geometria.

Para reforçar essa idéia, procuramos uma das mais simples definições de algoritmo, retirada de um dicionário escolar (Ferreira, 2001 p.31). “Algoritmo. conjunto de regras e operações bem definidas e ordenadas, destinadas a solução de problema ou classe de problemas em um número finito de etapas.” Não queremos entrar no mérito ou no rigor da definição neste instante, mas chamar a atenção que mesmo nesta simples definição há uma clareza que o algoritmo é uma apenas um conjunto de regras, uma estratégia, um recurso, ou em outras palavras, uma das múltiplas representações que podem ser utilizadas para se chegar a um resultado.

Outro elemento que consideramos necessário de destacar, é que mesmo ao se centrar somente em uma representação tradicional dos algoritmos, percebemos que o professor pedagogo não compreende integralmente as representações contidas nestes algoritmos. Podemos exemplificar essa questão ao considerar em nossa experiência como professor do curso de pedagogia² e nas atividades de extensão³ desenvolvidas

² Atualmente sou professor efetivo do curso de pedagogia da UNIOESTE – Universidade Estadual do Oeste Paranaense – Campus de Francisco Beltrão, onde trabalho a disciplina Fundamentos Teóricos e Metodológicos do Ensino da Matemática, além de orientar alunos no estagio supervisionado.

³ Podemos citar por exemplo um curso de extensão desenvolvido com professores da rede municipal de educação de Francisco Beltrão, atuantes nas séries iniciais do ensino fundamental desenvolvido no ano de 2006, denominado de Curso de Atualização em Matemática, com carga horária de 40 horas e participação de 96 professores.

em forma de capacitação continuada com professores atuantes nas séries iniciais, ao questionarmos como explicam aos alunos que ao efetuarmos uma multiplicação pela dezena devemos deixar uma casa decimal em branco, a grande maioria dos professores expressa a não compreensão do por que deste fato e repassa para o aluno que se deve fazer isso por ser a regra, por dar certo.

Assim, se apresentam os contornos iniciais de nossa problemática, ou seja, que estratégias pedagógicas possibilitam ao mesmo tempo uma formação do professor acerca dos aspectos históricos dos algoritmos e sua compreensão sobre as representações semióticas enquanto veículo de acesso ao conhecimento matemático.

Em nossa compreensão uma das possíveis vias para uma formação de professores, com um olhar diferenciado sobre a questão dos algoritmos das operações, da representação dos mesmos e das estratégias para seu ensino, perpassa por um conhecimento sobre a História da Matemática – mais especificamente a história dos algoritmos.

Há que se notar que se vê não um conhecimento enciclopédico desta História, mas sim uma compreensão da História da Matemática para a Educação Matemática, uma compressão que possibilite o entendimento dos algoritmos como escrita das diferentes culturas e como essas representações tão aparentemente diversas, trazem em comum um conceito, relacionado ao objeto do conhecimento matemático que define aquela operação.

Visando a contribuição neste cenário pretendemos desenvolver uma pesquisa suscitada principalmente pelo questionamento: como propor estratégias de ensino que discutam as variadas representações dos algoritmos, no contexto histórico, de tal forma que se perceba que não existe apenas uma determinada representação matemática de um algoritmo? De que forma a História destes algoritmos deve ser abordada no ensino para explorar, ao mesmo tempo, as suas contribuições epistemológicas, culturais e sociais, bem como metodológicas?

Mais detalhadamente, na questão da representação, pretende-se analisar como determinadas culturas realizaram o registro de seus algoritmos e os aspectos cognitivos implicados à sua compreensão. Além disso, pretende-se discutir que o conhecimento matemático não está necessariamente atrelado ao puro domínio técnico de um

procedimento, mas tem o seu desenvolvimento ligado às escolhas, às possibilidades do homem em sua relação com o meio social e com as problemáticas que a sociedade se coloca.

Este trabalho tem como objetivos:

- Pesquisar os aspectos de formação, utilização e representação histórica dos algoritmos matemáticos envolvidos nas operações fundamentais, nas culturas que tradicionalmente tiveram forte influência na formação do nosso atual conhecimento matemático;

- Analisar as possibilidades metodológicas de inserção da História da Matemática na Educação Matemática, determinando opções teóricas - metodológicas que estão em consonância com nossa proposta de pesquisa;

- Compreender os conceitos ou conhecimentos matemáticos associados às diversas representações oriundas da história das culturas, sociedades, salientando pontos de possíveis contribuições didáticas a partir dessas análises;

- Apontar sugestões para os cursos de formação de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, no que tange à disciplina de matemática, apresentando uma proposta de formação com os resultados de nossa pesquisa.

A proposição da inserção da História da Matemática no ensino dos algoritmos das operações fundamentais já tem uma considerável produção, tendo em vista que se identificam em pesquisas⁴, e em muitos livros didáticos, algumas sugestões ou atividades que envolvem elementos da História, em específico para a questão dos algoritmos. Mas não nos sentimos contemplados em tais proposições apresentadas nesses documentos, por em nossa avaliação se situarem basicamente nos planos motivacional, anedótico, factual ou lendário, fato que atualmente é duramente criticado por uma parcela significativa de pesquisadores como Fossa (2001), Schubring (1997), Brito e Cardoso (1997) e Miguel (1997) e muito bem apontado por Barroni e Nobre (1999, p. 132).

ao desenvolvermos estudos relativos às contribuições da História da Matemática para a Educação Matemática, percebemos que é necessária muita

⁴ Como por exemplo o trabalho de Vitti (1995).

cautela, pois pode-se incorrer no erro de simplesmente assumir a História da Matemática como elemento motivador ao desenvolvimento do conteúdo.

Neste aspecto, somamos a nossa proposição sobre a necessidade da inserção do recurso da História da Matemática, com a necessidade de determinar o papel da representação instaurada no âmbito da História e do Ensino. Desta forma, a questão representação tem uma grande importância para o conhecimento matemático e com características especiais, pois o modo como expressamos o conhecimento matemático é dado dentro de um sistema de representação. Isso possibilita as variadas representações como, por exemplo, a língua materna, a forma de desenho, a forma numéricas, algébrica, as fórmulas, gráficos, tabelas, entre outras ...

Consideramos primordial a necessidade de discutirmos como encararmos as variadas representações oriundas da História da Matemática, considerando que as mesmas também apresentam uma forma de saber, de conhecimento. Ou seja, entender como cada cultura ao escolher determinadas representações para expressar o conhecimento, essas representações se tornaram peças fundamentais para a compreensão, construção e elaboração do conhecimento. Destacamos que nessa questão se assentam as bases do pensamento moderno, fatos indispensáveis na discussão da prática pedagógica docente.

Da mesma forma compreendemos que também se faz necessário elegermos um referencial para a inserção da História da Matemática no ensino, compatível com nossa proposição, buscando dar conta da formação de um professor voltado para uma atitude mais reflexiva, dinâmica e criativa do conhecimento, do ensino e da aprendizagem.

Isso significa, buscar uma alternativa que se contraponha a uma visão comumente estabelecida da matemática como algo completamente abstrato e formal. Que busque estabelecer as relações da mesma com o homem e o seu contexto social, para compreendermos que o conhecimento matemático é uma construção humana e está intimamente ligada ao contexto sociocultural, como bem ilustra Anaconda (2003, p. 36) "... podemos ver as matemáticas como uma atividade do homem, com vínculos na

arte, história, filosofia e outros campos do conhecimento. Uma disciplina em que também há lugar para o erro, o fracasso e, a criatividade⁵”.

Para tanto, nos deparamos com uma pergunta já formulada por Valente (2002): “Que História da Matemática é importante para a formação do educador matemático?” É preciso dizer que não é nossa pretensão afirmar que existe uma única resposta a esta indagação ou uma mais correta, tendo em vista a profusão de possibilidades como destacam Miguel (2002), Miorim (1998), Motta (2006) ou nas palavras de Nobre et al (2004, p. 165):

Nos últimos 20 anos, aproximadamente, tem-se observado um crescente interesse em História da Matemática pelos professores e educadores, com um certo impacto na Educação Matemática...
Esse movimento revela a disseminação e amadurecimento das pesquisas nessas áreas, principalmente em seus aspectos filosófico, cultural e interdisciplinar, mas revela também controvérsias e muito que ainda se pode fazer, sobretudo na reflexão didática do uso da História da Matemática no ensino e aprendizagem da Matemática.

Neste processo de escolha nos deparamos com uma concepção de abordagem da História da Matemática na educação matemática, que acabamos considerando compatível com nossos objetivos, mas que ainda não é muito usual na pesquisa acadêmica brasileira. Propomos que a inserção da História se dê por meio de problematizações, sugestionada por Bkouche (2000) e reforçada nas palavras de Flores (2007, p.36) “Sublinhar a questão das problemáticas que conduziram o desenvolvimento de uma atividade matemática, no curso da História e ressaltar assim a contribuição do conhecimento da História da Matemática a prática do ensino”.

Bkouche (1997) destaca a necessidade de não formularmos uma visão estreita e pragmática de problemas baseados na História, objetivando não incidirmos na cilada de uma visão apenas motivacional. Para tanto, na visão problematizadora proposta por ele estão umbilicados os aspectos da prática e da epistemologia. Salienta a necessidade de se analisar as problemáticas que levaram determinados grupos a construir seus conhecimentos, e entender que o conhecimento matemático, suas técnicas, são frutos de escolhas que se originaram em determinados contextos, sob determinadas circunstâncias e que o mesmo ocorre na atual realidade.

⁵ Tradução do autor.

Para discutir como se constituíram as variadas representações dos algoritmos inspiradas na História, procurando observar as proposições de Bkouche (2000, pg. 35)⁶.

Isto nos conduz a privilegiar a noção de problematização (ou de campos de problemas) em uma atitude de busca das condições de construções de uma ciência, problemas são fundamentais para entender as regras de funcionamento e procurar sua articulação a outras situações... a problematização deve participar do processo de compreensão de uma ciência, colaborando na sistematização e organização dos conhecimentos da mesma.

Destacamos nas palavras de Flores (2007, p.37) qual o entendimento que buscamos ao seguir tal linha de raciocínio:

Numa tal concepção, a utilização da história no ensino não tem a intenção de narrar os fatos linearmente colocados, nem mesmo esperar da história a resposta para os problemas de ensino. Também não é tela como um meio de motivação para a aprendizagem, mas considerá-la, sobretudo, em sua forma de problematização, quer dizer, de um lado, refletir nossas questões atuais, questões que nos afligem, e que uma abordagem histórica, na sala de aula, poderá ao menos torná-las mais elucidativas.

Com essas características a proposição do acesso à História da Matemática pode servir de sustentação para, em uma primeira instância, suscitar as necessárias reflexões tanto epistemológicas quanto culturais, para compreendermos de que maneira as representações semióticas, na questão específica do conhecimento matemático, alçaram status de se tornar passível de suplantarem o próprio objeto que representa. Em uma segunda instância, a própria História da Matemática pode ser uma rica fonte de inspiração para atividades didáticas⁷, onde a sua seleção, permite aos alunos compreender a diversidade de representações dos algoritmos das operações fundamentais.

Para alcançarmos esses objetivos realizamos três etapas, não estanques, mas condutoras da pesquisa.

Um primeiro momento a necessidade da formulação de um quadro teórico e metodológico que conduza esta pesquisa. Neste caso, situa-se na questão da concepção de História da Matemática, de Histórica na Educação Matemática, de representação e semiótica, bem como, no papel das problematizações como meio de

⁶ Tradução do autor.

⁷ Podemos ver exemplos em trabalhos como Bkouche (2000), Flores (2002), Miguel (2002).

estratégia de ensino. Ainda, nesta situação define-se o grupo envolvido na pesquisa – professores das séries iniciais do ensino fundamental de uma escola municipal de Pato Branco.

Em segundo estabelece-se um grupo de professores para a aplicação e discussão da pesquisa.

Neste segundo momento da pesquisa é desenvolvido, através de diálogos com os professores a aplicação de um questionário (anexo 1) visando obter um perfil dos professores envolvidos, tais como, suas concepções no plano epistemológico, cognitivo e didático. Posteriormente ao registro desses elementos, busca-se uma discussão dialógica sobre os pontos essenciais de nossa proposição enquanto referencial para entendimento da História da Matemática na Educação Matemática e os aspectos epistemológicos relacionados a mesma. pretendemos desenvolver essa questão através da seguinte sistemática.

- Quatro encontros, com duas horas de duração, onde será apresentada a nossa proposta de pesquisa nos aspectos relacionados ao referencial teórico. A metodologia se constituirá em uma discussão dialógica sobre os pontos essenciais de nossa proposição enquanto referencial para entendimento da História da Matemática na Educação Matemática e os aspectos epistemológicos relacionados a mesma, de maneira concisa, permeando a apresentação expositiva do pesquisador, a participação dos professores e o encaminhamento de referencias bibliográficas para apoio ou aprofundamento.

Em seqüência, discute-se as diferentes representações dos algoritmos, inspiradas na História, e situações de problematização pertinentes aos mesmos, para a partir desses elementos elaborarmos atividades pedagógicas, sempre contando com ativa participação dos professores envolvidos. As atividades elaboradas terão um encaminhamento inicial do pesquisador, mas contando sempre com o aval e acréscimo significativo de todos os professores participantes da pesquisa. Será desenvolvido através de:

- Quatro encontros, com duas horas de duração, destinados ao debate a cerca da introdução ao estudo específico da apresentação de diferentes representações dos algoritmos, inspiradas na História, e respectivos problemas.

As atividades elaboradas são aplicadas nas séries dos respectivos professores participantes – para tanto, serão selecionadas as 4ª e 5ª séries iniciais do ensino fundamental (com a nova estruturação do ensino fundamental de 9 anos) – sempre observando a adequação das atividades aos conteúdos abordados nas respectivas séries.

A terceira, e última etapa, é a coleta e análise dos resultados, que não se limitará aos dados de sala de aula e sim uma constante em todo o processo de nossa pesquisa, visando que nenhum elemento seja tratado de forma fragmentada ou isolada e sim de maneira a sempre se inter-relacionar com todos os outros passos de nossa pesquisa. Especificamente a análise é sempre realizada tendo como parâmetro balizador o referencial teórico de nossa pesquisa, mas não de maneira exclusiva do binômio: pesquisador – dados. Pretendemos fazer uma análise inicial contando com a efetiva participação dos professores envolvidos na pesquisa, abrindo um significativo espaço para as suas impressões e significações perante a proposição. Posteriormente, uma última análise do pesquisador, considerando de maneira mais plena possível todos os aspectos pesquisados, seus limites e seus potenciais, sugestionando importantes contribuições para o ensino a partir dessas análises.

CAPITULO II - SOBRE A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: PRIMEIROS APONTAMENTOS

Dentre os variados pontos pesquisados em História da Matemática, Miguel e Miorim (2004) destacam e caracterizam três campos principais de investigação no interior desse movimento: o da História da Matemática, o da História da Educação Matemática e o da História na Educação Matemática. Considerando essa caracterização, este trabalho situa-se no terceiro campo de investigação, ou seja, da História da Matemática na Educação Matemática, o qual é concebido como um campo de pesquisa que toma como objeto de investigação todos os tipos de participação da História (da Matemática, da Educação Matemática ou da História em sentido amplo) nas pesquisas acadêmicas, na formação de professores, em livros didáticos, pelos documentos oficiais, em currículos e principalmente na prática pedagógica dos docentes da disciplina de Matemática, etc.

Com essa clareza, nos parece essencial discutir minimamente as principais manifestações da História da Matemática nestas instâncias que, embora interligada e não excludentes, tem na atual realidade educacional brasileira características bem próprias, principalmente em relação à História da Matemática, como pretendemos expor em seqüência.

Iniciamos com uma caracterização da História da Matemática na Educação Matemática, como linha de pesquisa presente em nossas academias. Neste segmento podemos constatar um movimento dos mais interessantes, identificando que em nossa história educacional, até recentemente, uma escassa produção específica para a área de história da matemática no ensino da matemática. Fato que vem se alterando significativamente com um vertiginoso aumento das pesquisas e ao mesmo tempo o reconhecimento e solidificação destas mesmas pesquisas no cenário da educação matemática, fato que já citamos no capítulo anterior, destacando trabalhos como de Miguel (2002) Motta (2006) ou Nobre (2004).

Esses autores ao mesmo tempo em que afirmam o crescimento dessa área, são unânimes em concordar sobre a existência de inúmeras controvérsias e muito que fazer, especialmente quanto à metodologia de ensino empregando a História da

Matemática. Um dos principais elementos que entendemos que necessita ser discutido é a forma de compreender a História da Matemática, que se manifesta significativamente nas práticas docentes e livros didáticos, que na sua maioria se apresenta de forma simplista, com poucas reflexões e apenas como agente motivador, corroboramos essa afirmação com as palavras de Otte (1992, p. 104) “Parece óbvio que um tal emprego da História é insatisfatório visto que o aluno, muito rapidamente, aprende que o conteúdo real vem somente depois de se ter acabado de “contar a história”.

Com essa compreensão, entendemos que é necessário realizar uma revisão de como foram historicamente se estruturando a inserção do recurso da História da Matemática no cenário pedagógico, para sugerirmos alterações a este quadro. Mas se valer do próprio expediente de uma análise histórica, para entendermos as diferentes significações que a História da Matemática vem recebendo no meio educacional significa necessariamente, fazer escolhas, escolhas necessária por conta da profusão de caminhos possíveis a serem trilhados.

Situemos o entendimento de vários caminhos possíveis de serem trilhados, também no trabalho de Dias (2002), quando ao propor a discussão da História da Matemática brasileira, salienta a possibilidade de dividi-la em quatro marcos, que serão balizados pelas características dos padrões de institucionalização da matemática. Ao mesmo tempo destaca há existência da sugestão de outros autores que propõem outras categorias de análise, como por exemplo, a de D`Ambrósio, ao propor uma linha cronológica baseada nas políticas educacionais. O autor enumera os argumentos que o levaram a não enveredar por esse mesmo caminho e também salienta que a sua própria escolha é também passível de algumas críticas, como a ênfase ou privilégio ao ensino superior, sem de maneira alguma desmerecer ou invalidar o desenvolvimento da pesquisa.

Desta forma, queremos seguir um fio condutor, que perpassa pelo uso didático da própria História da Matemática, sem a pretensão de dar conta da amplitude total desse processo, de tal forma a eleger os momentos chaves ou significativos, que em nosso entendimento, deixaram profundas marcas no processo educativo. Situaremos as situações que consideramos essenciais a serem dominadas por todos os docentes

da área de matemática, visando a formação de sua epistemologia frente a esse conteúdo.

2.1 - As primeiras relações de ensino da matemática e história a história da matemática

Ao iniciarmos essa reflexão encontramos no principio do ensino da Matemática, várias técnicas ou proposições – especialmente da antiguidade, que tem a sua origem desconhecida ou com pouca confiabilidade sobre o registro de suas fontes históricas. Mesmos nas poucas fontes confiáveis que chegaram aos dias atuais, observamos a predominância desses registros objetivando o acúmulo do conhecimento, ou em outras palavras, uma forma de ensino.

Podemos exemplificar essas situações com exemplos bem conhecidos as Tábulas⁸ de argilas em linguagem cuneiformes, produzidas pelos Babilônicos na antiguidade, com destaque para a denominada Plimpton 322 (datada entre 1900 a 1600 a.C.) , que já mostrava o procedimento para cálculo de secante para ângulos entre 31° e 45° , os 110 problemas, a maioria do cotidiano, encontrados nos Papiros Egípcios Rhind (1850 a.C.) ou Moscou (1650 a.C.), ou ainda os problemas da antiguidade grega⁹ conhecidos como os três problemas clássicos¹⁰. São algumas situações que não possuem um autor específico, mas que observamos a preocupação de serem registrados como uma aquisição histórica de determinada cultura e que valiam desse expediente para o ensino.

Com a mesma característica, mas com o diferencial de já conseguir enaltecer ou personalizar a descoberta com o nome do responsável, talvez um dos mais notáveis exemplos da antiguidade neste sentido seria o teorema de Pitágoras ou os “ternos

⁸ Essas Tábulas eram usadas sistematicamente para o registro de resultados de variadas operações, quando alguém necessitava para a resolução de um problema de um valor de uma operação, buscava na respectiva tabula, procedimento que é considerado a origem de nossa atual tabuada.

⁹ A geometria da Antiguidade chega ao ápice com o grego Euclides. Vivendo em Alexandria, ele sistematiza todos os conhecimentos acumulados até então por seu povo nos dois séculos anteriores, além de diversos teoremas que ele mesmo demonstra. O resultado é o livro Elementos.

¹⁰ O pensamento dos matemáticos gregos era dominado por três grandes problemas que, justamente por se mostrarem insolúveis, estimulavam a inteligência e a ambição dos geômetras: a duplicação do cubo, a trissecção do ângulo e a quadratura do círculo.

Pitagóricos”, mas podemos enumerar muitos mais exemplos, como as proposições de Tales de Mileto, Elementos de Euclides, ou problemas ligados ao autor que contribuiu para a solução dos mesmos, como a idade¹¹ de Diafanto¹².

Todas essas situações, com certeza, exerceram e ainda exercem considerável influência na maneira de conceber e ensinar a matemática como podemos reforçar nas palavras de Eves (2004 p.58):

Em vez de um argumento encontra-se meramente a descrição de um processo. Instrui-se: “Faça assim e assim”... Por mais insatisfatório que o procedimento “faça assim e assim” possa nos parecer, não deveria causar estranheza, pois é em grande medida o procedimento que nós mesmos usamos no ensino de partes da matemática elementar no primeiro e segundo graus.

Essa característica que observada por Eves, é um dos pontos que queremos discutir neste trabalho, onde essa abordagem do processo de ensino da Matemática foi tradicionalmente uma visão predominante. Nesta visão o aspecto histórico era apenas um elemento já conquistado, sendo desnecessário compreender (mesmo que minimamente) como esse processo foi elaborado e sim, simplesmente, seguir uma seqüência de procedimentos mecânicos.

Nobre (2004) destaca como é forte a tradição do “batismo” de determinada técnica ou conhecimento em matemática. Ele salienta os limites dessa concepção, pois essa visão desconsidera toda uma trajetória que envolve diferentes pessoas, e podemos acrescentar, diferentes representações, além de não ser, na maioria das vezes, fiéis a o que exatamente ocorreu no desenvolvimento. Neste sentido ele cita (p.532).

O princípio de Cavalieri não devia ser assim chamado, o triângulo de Pascal não é de Pascal, o teorema de L'Hospital não pertence a L'Hospital, o que conhecemos por binômio de Newton não pode ser atribuído a Issac Newton, o princípio de Cauchy não é de Cauchy, as coordenadas Cartesiana não foram introduzidas por René Descartes, etc.

¹¹ SINGH (2004, p.71) registra que na lápide de Diafanto estava gravada o seguinte problema: Deus lhe concedeu a graça de ser um menino pela sexta parte de sua vida. Depois, por doze avos, ele cobriu o seu rosto com barba. A luz do casamento iluminou-o após a sétima parte e cinco anos depois do casamento Ele concedeu-lhe um filho. Ah! Criança tardia e má, depois de viver a metade da vida de seu pai o destino frio a levou. Após consolar a sua magoa em sua ciência dos números, por quatro anos Diafanto terminou sua vida.

¹² Fugindo da tradição grega, que era centrada na geometria, Diofanto (século III) inicia um estudo rigoroso de diversos problemas numa área da matemática, hoje chamada de álgebra.

Vale notar que o sistema educativo encontrava-se restrito a uma pequena camada privilegiada de escribas, sacerdotes, nobres, filósofos... não se pensava em uma educação maciça, e esse quadro permaneceu praticamente inalterado por um extenso período, e era o embrião de um método universal de aprendizagem defendido por uma perspectiva de pedagogia tradicional. Mas posteriormente observamos uma mudança social, onde por fatores diversos, a educação começa a se desenhar como uma necessidade para a maioria dos indivíduos.

Ao retornar sobre o uso da História no ensino deve-se salientar que a execução desta proposta não é próxima daquela que se serve em perseguir os passos da história, da epistemologia, enquanto condição de ensino e de aprendizagem. Nem mesmo, como introdução aos saberes escolares, mas como forma de se problematizar a partir das diferentes culturas e sociedades os modos como os diferentes povos resolvem e se colocam problemas.

2.2 - Mudanças sociais, positivismo e história da matemática.

A sociedade europeia ocidental se encontrava em um intensivo momento de transformação, mudando de maneira significativa a sua configuração. Marcos visíveis desse processo são o Renascimento, a exploração do novo mundo, o desenvolvimento do mercantilismo, a revolução industrial e a revolução francesa, entre outras questões.

Em conseqüência a essa mudança de cenário, a médio e longo prazo, observamos a emergência de um novo movimento denominado de educação popular. Podemos afirmar que em principio, uma forte característica desse movimento foi a massiva ampliação da base de acesso aos meios escolares, ou seja, a ampliação exponencial das instituições escolares onde a preocupação central não é mais a educação e sim visar a adaptação das pessoas a um novo regime de sociedade, como aponta Nosella (2001, p.175)

Nesta época, o mundo do trabalho se aproxima do mundo da escola, mas os dois mundo não se integram; os dirigentes e os dirigidos continuam em escolas diferentes, mesmo recebendo diplomas “iguais”. O idealismo do populismo, que pensa criar uma escola “unitária”, abre ao trabalhador o longo caminho de uma escola empobrecida, sem proporcionar meios de percorrer os anos da universidade. É um idealismo cínico.

Obviamente, a entrada do mundo do trabalho nas escolas foi positiva, mas é preciso observar que o nevoeiro levantado pela massificação da escola, sem o adequado acompanhamento por parte do estado, obscureceu o antigo padrão de qualidade da escola que, como vimos, era elitista, alheia ao mundo do trabalho, porém era sério e rigoroso.

Na questão da educação, a mudança do público acaba de certa forma exigindo e por conseqüência contribuindo para a discussão de novas alternativas ao ensino. Na busca de novas proposições para o ensino, percebemos neste processo que há visivelmente uma grande influência da filosofia positivista.

A filosofia positivista começa a se manifestar a partir do século XVIII, principalmente na França e na Inglaterra, em conseqüência da descentralização do pensamento divino como principal fonte de explicação para as questões e fenômenos por nós vivenciados, vindo a ciência ocupar esse vácuo. Esse primeiro momento é denominado pré-positivismo (Silva 1999) e tem por característica essencial a busca de uma pseudo simplicidade que se daria a partir das explicações oriundas da ciência, que por sua vez deveria ser uniforme na metodologia, se valer de representações exatas e imutáveis. Outra característica importante é a firme rejeição / aversão de tudo que é religioso ou metafísico e em contrapartida a sobre valorização do empírico.

Ao observarmos a consolidação do Positivismo, não temos como falar desse aspecto (especialmente olhando a influência no ensino da matemática) sem citarmos Auguste Comte (1798-1857) filósofo francês e um dos principais autores associados ao positivismo, devido a sua importante contribuição para o mesmo. Em síntese, Comte categoriza o conhecimento em “Três Estados”, que são por ordem o Estado Teológico, onde as explicações das questões se baseiam no referencial divino ou sobrenatural. O Estado Metafísico, no qual o referencial são as idéias e entidades abstratas para explicar os fatos e por último o Estado Positivo, onde o referencial é o pensamento científico e através dele a formulação de leis que explicam nosso mundo.

Uma importante característica da proposição de Comte e que tem um grande reflexo para o ensino, especialmente nas considerações sobre o papel da história do conhecimento no mesmo, é que esses três estados não se dão somente no plano macro social, mas também no plano individual do desenvolvimento humano (se possibilitado), onde na infância seríamos teológicos, na juventude metafísicos e na plenitude da maturidade positivos (científicos). Podemos identificar no seio dessa idéia

a inspiração para as futuras propostas abrangendo o uso da história no ensino, denominadas pelo princípio genético, propostas que associam a filogênese do conhecimento com a sua ontogênese, ponto que observaremos com maior atenção posteriormente.

Antes consideramos que é necessário somar a essas considerações, o fato que Conte considerava a Matemática a primeira das ciências a atingir o estado positivo, pois “tem um caráter universal”, suas regras são “únicas, simples e racionais” e seu método de produção do conhecimento deveria servir de modelo para as demais ciências, especialmente as sociais. Desta forma a matemática deveria ocupar lugar central no processo de educação científica, podemos perceber a origem de, mesmo na atualidade, a matemática ocupar grande espaço no tempo pedagógico de nosso sistema escolar.

Outra bem visível conseqüência é a formação de uma epistemologia que considera a matemática como uma “linguagem universal”, que tem o seu corpo de conhecimento formado de forma linear e cumulativa. Desta forma a matemática pode ser organizada em uma ordem cronológica do desenvolvimento de seus conceitos e esse fato deve ser explorado como um recurso didático, como podemos identificar nos trabalhos de matemáticos que se esforçavam para modernizar o ensino da matemática como Henri Poincaré¹³ ou Felix Klein¹⁴, que além de suas indiscutíveis contribuições para o conhecimento matemático, defendiam a sua formação enquanto acumulação linear, preconizando que a modernização do ensino deveria perpassar pela recapitulação histórica do conhecimento, do mais antigo ao mais moderno, que é sinônimo do mais simples para o mais complexo ou elevado.

Isso refletiu em um uso da História da Matemática, que até hoje se apresenta de maneira intensiva em grande parte das práticas pedagógicas e dos materiais didáticos como podemos reforçar nas palavras de Miguel e Miorim (2004, p.38). “A influência do

¹³ Jules Henri Poincaré (1854 – 1912) matemático, físico e filósofo Francês, com importantes contribuições para a matemática pura e aplicada, que vão das funções automórficas até a teoria da relatividade, ficou muito conhecido pela conjectura de Poincaré, recentemente resolvida pelo matemático russo Grigory Perelman, é conhecido como o último universalista da matemática. Ele também trabalhou para a popularização da matemática e da física e escreveu vários livros para o público leigo.

¹⁴ Felix Klein (1849 – 1925) matemático alemão que se dedicou ao desenvolvimento da matemática – podemos citar importantes trabalhos, com destaque para a transcendência da teoria dos grupos para outras áreas da matemática e desenvolvimento da geometria, paralelamente sempre se interessou por discussões educacionais a cerca da matemática.

positivismo, particularmente entre finais do século XIX e começo do XX, seria um fator decisivo e reforçador de várias formas de participação da História em livros didáticos e propostas oficiais brasileiras.” As principais características dessa História, que se manifestava no ensino, era à busca de ser universal, linear, contínua e pautada no esforço esporádico de grandes mentes, gênios ou nomes.

As críticas a essa apresentação da História da Matemática, se situam no desenvolvimento de uma perspectiva pobre sobre a História, mais no plano motivacional, apresentar a Matemática como uma ciência pronta, acabada e dar a falsa impressão que as modernas notações se constituíram ainda na mais tenra antiguidade. Mesmo assim observamos um eco forte dessa proposta em importantes autores, que acabaram apresentando proposta onde a História se situa no âmbito recapitulacionista.

Retomamos novamente esse ponto, pois ele se relaciona com uma significativa mudança pedagógica, a preocupação com a psicogênese do conhecimento. Cada vez mais o estudante passa a não ser mais considerado um adulto em miniatura, mas que tem características específicas que vão se alterando de acordo com elementos intrapsíquicos e outros que são fornecidos pelo seu meio durante o seu desenvolvimento.

A explicação mais recorrente para o desenvolvimento dessas etapas, que formavam essa psicogênese, é o que foi denominado de argumento recapitulacionista ou do princípio genético. O Princípio Genético foi baseado nas idéias de Ernest Haeckel (1834-1919), defensor da teoria da evolução natural de Charles Darwin (1809-1882) onde o feto de várias espécies (inclusive o humano) no seu desenvolvimento intra-uterino, passaria pelas etapas que ocorreram anteriormente na evolução de sua espécie “a ontogênese imita a filogênese”.

Adaptado para a educação, em seu desenvolvimento a criança deve “passar” pelas fases “históricas” do mesmo modo que a humanidade passou e o currículo deve ser organizado a partir dessa seqüência. Em síntese, essa proposta valoriza o aspecto intra-psíquico do desenvolvimento humano, supervalorizando uma História progressista, linear e induzindo que isso se reproduz no desenvolvimento da pessoa ocorrendo de forma “natural”.

Assim, na educação matemática ela foi utilizada por muitos para justificar “cientificamente” a necessidade dos estudos históricos em matemática. Há que se

considerar que à época em que o princípio genético foi elaborado havia a forte influência do positivismo. Como bem lembram Miguel e Miorim (2004, p.79): “É clara a origem positivista desse princípio, uma vez que ele nada mais é que uma extensão da lei dos três estados”

Grandes pesquisadores na área da matemática, psicologia, filosofia e educação, com importantes contribuições acabaram, de certa forma, se rendendo a alguns aspectos dessa proposição, vamos discutir alguns que consideramos significativos pela expressão e propagação de suas obras e conseqüente repercussão no plano didático.

2.3 - Jean Piaget e Bourbaki: consolidando a relação do movimento da matemática moderna e o princípio genético

Um ponto fundamental, é a busca da compreensão de o que significou para o ensino o Movimento da Matemática Moderna¹⁵ e as suas principais características. Neste ponto é comum escutarmos nos discursos dos professores que o Movimento da Matemática Moderna foi um fracasso, dando a impressão que nada do mesmo restou, essa fala nos dá um indicativo interessante sobre o pequeno conhecimento que o professor tem a cerca deste assunto.

Em nossa compreensão, resumir o Movimento da Matemática Moderna a um fato relacionado ao fracasso, ao esquecimento, é renunciar a compreensão de significativas atitudes no ensino da matemática que tem ainda hoje um papel de destaque, como por exemplo a valorização da álgebra. Mas também não podemos considerar que o estabelecimento dessa relação com o fracasso se estabeleceu a revelia, a mesma também possui uma justificativa, que está assenta em vários fatos, como podemos exemplificar nas promessas de “um novo e revolucionário método de ensino” que sanaria todas as dificuldades. Para não cairmos em análises superficiais ou extremistas de “fracasso” ou “incompreensão” é necessário constituir da maneira mais plena possível, as bases do Movimento da Matemática Moderna.

No limiar do século XX a matemática está vivendo um momento de profunda revitalização, novas teorias e aplicações do conhecimento matemático acontecem em

¹⁵ Termo com o qual se denomina as profundas alterações que ocorreram no processo educacional da matemática, em meados do século passado.

um ritmo cada vez mais exponencial e trabalhos de matemáticos como Cantor¹⁶ (1845-1918) ou Hilbert¹⁷ (1862-1943) inspiram profundas mudanças nas pesquisas em matemática e em seu ensino no nível superior. Mas este cenário se limita a esses ambientes, pois o ensino fundamental e secundário, não estavam acompanhando essas mudanças, mantendo o seu conteúdo programático de matemática ainda nos moldes de 200 anos antes.

As críticas a essas situações são adensadas, com a o advento do desenvolvimento científico e tecnológico¹⁸ do durante e pós-segunda guerra mundial, onde o papel da matemática passa a ser considerado fundamental na educação de indivíduos preparados para além de utilizar essas tecnologias também poder criá-las, e também principalmente devido a atuação de grupo de matemáticos franceses que se denominavam Nicolas Bourbaki¹⁹. Considerados como os principais idealizadores do Movimento da Matemática Moderna, suas idéias almejavam a modernização dos programas de ensino, defendiam uma matemática unificada, a abstração, além de se basearem no referencial de uma matemática estruturalista, associada e respaldado pela teoria do desenvolvimento cognitivo de Jean Piaget²⁰ (Vitti, 1998).

Ao analisarmos as principais influências que permearam as proposições dos Bourbaki, podemos escolher como ponto de partida, o conceito muito vigente na época, que é o Estruturalismo²¹. Em síntese o estruturalismo defendia a premissa que ao

¹⁶ Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor, um matemático alemão de origem russa conhecido por ter criado a moderna Teoria dos conjuntos. Foi a partir desta teoria que chegou ao conceito de número transfinito, incluindo as classes numéricas dos cardinais e ordinais, estabelecendo a diferença entre estes dois conceitos que colocam novos problemas quando se referem a conjuntos infinitos.

¹⁷ David Hilbert, matemático alemão, que entre outras contribuições, propôs o “Programa de Hilbert” que pretendia reformular as bases da matemática de forma rigorosa, partindo da aritmética. Segundo ele, toda a matemática poderia ser reduzida a um número finito de axiomas consistentes. Assim, qualquer proposição da matemática poderia ser provada dentro desse sistema (e o sistema seria dito completo).

¹⁸ É corrente a idéia que o Movimento da Matemática Moderna se iniciou no Estados Unidos em resposta ao atraso tecnológico frente aos Soviéticos, especialmente após o lançamento do satélite Sputnik, mas embora a contribuição americana seja realmente importante, essa versão não é inteiramente corroborada por fatos (Guimarães, 2007).

¹⁹ Pseudônimo coletivo sob o qual um grupo de matemáticos, maioritariamente franceses, escreveram uma série de livros que expunham a matemática avançada moderna, que começaram a ser editados em 1935. o grupo lutou por mais rigor e simplicidade tanto na pesquisa como no ensino.

²⁰ Biólogo, Filósofo e Psicólogo Suíço (1896-1980), propôs a teoria Psicogenética do desenvolvimento cognitivo, onde defende que o ser humano por determinados estágios, no percurso de seu desenvolvimento intelectual.

²¹ O termo estruturalismo antropológico se originou dos trabalhos de Lévi-Strauss, que aplicou o método estruturalista em pesquisas antropológicas de sociedades indígenas (inclusive brasileira).

analisar e identificar as estruturas fundamentais, como recurso teórico metodológico, seria suficiente para a integral compreensão do fenômeno estudado independente da área (JAPIASSÚ e MARCONDES, 1996).

Com essa inspiração, Bourbaki propõe uma reforma onde a estrutura fundamental passa a ser a teoria dos conjuntos, pois a mesma tem potencial de reconstituir todos os ramos da matemática, compatível com o interesse de unificação. A matemática passa a ser compreendida pelas estruturas e teorias algébricas (espaços vetoriais, grupos e anéis) que a partir de suas estruturas básicas se constroem estruturas mais complexas, para tanto é necessário a defesa do formalismo, especialmente a linguagem dos conjuntos e aritmetização.

Outro importante respaldo a proposta de Bourbaki, estavam nas teorias do desenvolvimento cognitivo, que tinham nesse momento o seu maior expoente em Jean Piaget, que por sua vez afirmava a existência de uma correspondência entre as estruturas lógicas elementares da criança e as três grandes estruturas matemáticas. Sustentava a afirmação que as estruturas operatórias da inteligência da criança apresentam, desde o princípio, a presença dos três grandes tipos de organização que correspondem ao que serão, em matemática, as estruturas algébricas (grupos), as estruturas de ordem (rede) e as estruturas topológicas (continuidade, limite) (Piaget, 1971).

Jean Piaget foi um dos grandes expoentes deste processo e apesar de sua extensa e importante contribuição, como um dos pioneiros nas teorias da aprendizagem e reconhecido trabalho na área educacional, defendia a idéia de que aprender matemática é uma reconstrução individual (psicogênese) do conhecimento matemático historicamente construído (filogênese). Essa idéia que permeou praticamente todo o seu trabalho, fica ainda mais visível em seu livro *Psicogênese e História das Ciências* (1987) (escrito em conjunto com Rolando Garcia), que embora defenda a necessidade de uma recapitulação não simplista, tem como tese central, que a construção dos conhecimentos se dá da mesma maneira nos planos psicogenéticos e filogenéticos.

A adoção do “princípio genético” como um referencial para a inserção da História da Matemática, recebeu um significativo impulso com os trabalhos de Piaget, pois o

mesmo os revestia de uma área de comprovação científica. Desta maneira impulsionando a aplicação do mesmo em sala de aula.

Essa questão se torna um elemento primordial para a justificação que o Movimento da Matemática Moderna, não poderia se restringir a atualização curricular, mas sim se infiltrar também nos aspectos didáticos/pedagógicos, inspirados em afirmações como a de Piaget “é necessário basear a didática matemática na organização progressiva destas estruturas operatórias” (1973, p.59). Essas idéias de Piaget foram se traduzindo em uma forma de transmitir o conhecimento que necessariamente coincide com a construção histórica do conhecimento, e daí portando denominada de construtivismo, que teve grande repercussão na educação, especialmente no ensino fundamental.

É tão estreita a ligação de Piaget , com as reformas na área de ensino da matemática, que em 1950 ele participa da criação CIEAEM (Comissão Internacional para o Estudo e Melhoria do Ensino de Matemática) cuja primeira reunião foi presidida por Jean Piaget e Gustave Choquet e da qual também fizeram parte: Zoltan Paul Dienes, Emma Castelnuovo, Jean Dieudonné, Ewart W. Beth, Caleb Gattegno e Georges G. Papy, dentre outros. Todos esses membros exercerão uma considerável influência nos rumos do ensino de matemática, além de desempenharem um papel determinante na divulgação e fortalecimento do Movimento da Matemática Moderna.

Desta maneira as idéias defendidas inicialmente por Bourbaki de modernização da matemática, passa a ganhar cada vez mais adeptos e chamando a atenção, de tal forma, que em 1959 se realiza um evento impar, a reunião de 50 delegados de 18 países com o objetivo de debater os rumos das reformas da matemática moderna. Reunião realizada em Asnières-sur-oise, França e conhecida como seminário de Royaumont, é um dos mais significativos marcos, tanto para o Movimento da Matemática Moderna como para a formação de uma perspectiva internacional à educação matemática, e marcou o estabelecimento de parâmetros curriculares e pedagógicos para as reformas na área da matemática (Guimarães,2007)

O Brasil não passa ao largo dessas questões, ao contrário é consensual que a matemática moderna exerceu uma considerável influência em todos os aspectos de nossa educação, com destaque para conteúdos programáticos, livros didáticos,

formação de professores, métodos de ensino, etc. Inclusive ocupando um considerável espaço de divulgação na mídia e dessa forma entrado no rol de pauta das discussões sociais, fatos atestados vários pesquisadores, como Vitti (1998) Burigo (1989), Soares (2001), entre outros.

2.4 - Bachelard, Obstáculo Epistemológico e o Princípio Genético

Outro importante pesquisador, que identificamos em seu trabalho a mesma lógica do princípio genético, é Gaston Bachelard²² que em 1938 escreveu um livro intitulado a Formação do Espírito Científico. Neste trabalho descreve a história da ciência em três estados: o concreto, concreto-abstrato e o estado abstrato, os mesmo estados são perpassados pelos alunos, sendo que o último estágio é sempre o objetivo final da aprendizagem.

Para que ocorra essa alteração de estados, no próprio conhecimento científico, é necessária a superação dos obstáculos epistemológicos. Da mesma maneira o professor deve utilizar o conhecimento desses obstáculos, na prática educativa, através do conflito entre as mesmas. “A história das ciências só pode insistir nos erros do passado a título de elemento de comparação. Reencontramos assim a dialética dos obstáculos epistemológicos e dos atos epistemológicos” (Bachelard, p.206).

Inspirado nas considerações de Bachelard, Morris Kline, estabelece uma firme relação entre os obstáculos encontrados no decorrer da História e os obstáculos cognitivos, pertinente a aprendizagem do próprio aluno. A partir dessa proposição, defende a idéia de que o professor necessita conhecer esses obstáculos oriundo da História da Matemática e que para superar essas dificuldades a ordem histórica deve ser seguida. Nas próprias palavras Kline (1976, p. 189):

Ao formar a matemática construtivamente, o princípio genético é sumamente útil como guia. Este princípio diz que a ordem histórica é geralmente a ordem certa e que as dificuldades experimentadas pelos próprios matemáticos são justamente as dificuldades que os estudantes experimentarão.

²² (1884-1962) cientista, filósofo e professor na área das ciências exatas, particularmente física e matemática.

Aproximadamente no mesmo período, Guy Brousseau²³ faz uma ligação semelhante entre a teoria de Bachelard (noção de obstáculo) e as dificuldades dos alunos, mas criando um diferencial ao abrir o leque de obstáculos²⁴, pois para ele se distinguem três tipos de obstáculos – ontogenéticos (neurofisiológicos, por exemplo), didáticos (da prática pedagógica) e epistemológicos (da história).

Desta forma, essa proposição traz efetivas contribuições para a educação matemática, pois com muita frequência ela é utilizada, quer ao nível da investigação como no da ação pedagógica em matemática. Assim a noção de ‘obstáculo epistemológico’ - introduzida no terreno da história e filosofia da ciência por Gaston Bachelard e trazida para o terreno da Educação Matemática por Guy Brousseau – serve principalmente para suporte de explicação ou até mesmo para prever algumas das dificuldades e erros reiterados que ocorrem com os estudantes na atualidade ao se deparam com o estudo de certas noções matemáticas.

Tal suporte inspira e inspirou vários trabalhos de pesquisas que se desdobraram em planejamentos de seqüências, ou proposições de ensino de certos tópicos matemáticos, baseados nessa noção. Não pretendemos questionar de forma alguma a validade ou legitimidade destas considerações para o ensino da matemática, que por sinal possuem um espaço respeitável na comunidade de pesquisa em educação matemática, mas nos parece imperativo avaliar a concepção da relação entre história e ensino-aprendizagem da matemática que está subjacente ao uso da noção de obstáculo epistemológico, especialmente tendo em vista a viabilidade da mesma.

Penso que, quando se procede a uma avaliação do modo como a noção Bachelardiana de obstáculo epistemológico foi apropriada pelos educadores matemáticos, uma primeira e importante conclusão acaba se impondo: A dificuldade de negar o elemento factual de que os alunos, no processo de assimilação do conhecimento matemático, se deparam com dificuldades e obstáculos de diferentes

²³ Educador Matemático Francês.

²⁴ O conceito de obstáculo será entendido na concepção de Brousseau, com a característica de se manifestar pelos erros, mas erros não por acaso, nem de forma aleatória, transitória ou irregular, mas erros que identificamos sistematicamente, que são reproduzidos em várias esferas de atuação e neste contexto a história é apenas mais uma das manifestações desses erros. Erros que estão ligados entre si por uma causa comum: uma maneira de conhecer, compreender, ensinar ...

formas, os quais dificultam ou inviabilizam a apropriação do novo conhecimento. Da mesma forma é consensual que os matemáticos do passado também enfrentaram uma variada gama de obstáculos e dificuldades, no desenvolvimento do processo de construção de novos conhecimentos, que por sua vez até mesmo inviabilizaram ou atrasaram a solução de determinados problemas.

Entretanto, percebemos a fragilidade da concepção histórica associada a essa proposição como apontam Miguel (2002 e 2004) quando falamos na existência de dificuldades e obstáculos no plano contemporâneo do ensino-aprendizagem da matemática, estamos com isso querendo dizer que as dificuldades e obstáculos enfrentados pelos estudantes são sempre relativos, tendo em vista que eles só podem ser caracterizados como dificuldades e obstáculos porque o são à luz de um sistema de referências constituído pelo saber já elaborado que se está querendo transmitir, reconstruir ou problematizar. O mesmo não ocorre, entretanto, em relação às dificuldades e obstáculos enfrentados por nossos antepassados. Por quê? Simplesmente, porque eles não possuíam um sistema de referência ‘acabado’ à luz do qual pudessem julgar a validade das suas propostas de soluções aos problemas enfrentados. Portanto, não podiam ter consciência desses obstáculos (ou, pelos menos, dos mesmos obstáculos aos quais se costuma hoje fazer referência).

Nesse sentido, é necessário a constituição de uma comunidade científica ratifique as soluções “adequadas” ou “aceitas”, para em seqüência rever as propostas que precederam essa eleita, identificando na mesma desvios ou mal – entendidos em contraste com a ideal ou os obstáculos que os proponentes anteriores não identificaram e conseqüentemente não solucionaram. Mas uma das mais severas críticas a História das idéias Matemáticas com base na noção de obstáculo, tal como a concebeu Bachelard, está em assumir, mesmo que de maneira implícita, um pressuposto indutivista regressivo ingênuo e ilegítimo.

Em tal pressuposto se desconsidera o contexto da necessidade histórica, das possibilidades de representação disponíveis, além de acreditar em uma visão linear e progressiva da História, legitimando tudo o que se passa como se a matemática contemporânea como pudesse se constituir em critério fidedigno e legítimo para se avaliar as atitudes, as idéias, as formas de procedimento e as opções de nossos

antepassados, isto é, as 'deficiências' das opções realizadas por nossos antepassados. De fato, a concepção indutivista da História, e particularmente da História e da Filosofia da Ciência e da Matemática, nada mais faz do que tentar proceder a uma análise avaliadora e julgadora da ciência passada com base naquilo que a ciência se tornou no presente.

Com essa característica, tudo se passa como se a matemática, inevitavelmente, tivesse que se tornar aquilo que se tornou. E daí, a noção de 'obstáculo' passa a dizer respeito a tudo aquilo que, no passado, teria impedido a matemática de se tornar aquilo que hoje ela é, de se apresentar do modo como ela se nos apresenta hoje.

Desta maneira na análise de pesquisadores como Motta (2006), considera que embora este conceito de obstáculo esteja inserido dentro de uma amplitude maior, não só limitada à História, ainda assim não deixa de ter um certo cunho recapitulacionista.

Apresentamos essa reflexão sobre os usos da História da Matemática, por as mesmas se configurarem nas opções que se apresentam na maioria das práticas educativas, fato que pretendemos discutir, buscando dar um enfoque mais amplo a História da Matemática na Educação Matemática. especialmente quando atualmente identificamos diversos autores, que criticaram o paralelismo estabelecido entre ontogênese e filogênese aplicado ao ensino de matemática, pois, além da inconsistência da teoria que lhe deu origem, o desenvolvimento histórico dos conceitos é muito menos simples e linear do que essa analogia supõe, como defendeu Fauvel (1991). Por sua vez, Brolezzi (1991, p.216) alerta que "Se tomarmos esse paralelismo ontofilogenético literalmente, ele pode conduzir a absurdos, pois, não existe um princípio claro que determine a evolução da Matemática como um todo.". Já Miguel e Miorim (2004) lembram que não se deve negar a existência de vínculos entre a filogênese e a ontogênese, mas sim, negar o determinismo de um em relação ao outro.

Consideramos importante realizar essa análise, visando a compreensão que embora muita dessas proposições tenham efetivamente contribuído de alguma forma para a assimilação do conhecimento matemático, podemos extrair mais do uso metodológico da História da Matemática. Neste sentido é que procede a defesa de nossa proposição, uma escolha que fundamentou os aspectos da História da Matemática na Educação Matemática na perspectiva problematizadora de Bkouche.

Como também no referencial do entendimento do papel da representação para educação matemática. Ponto que pretendemos detalhar melhor neste próximo item.

CAPÍTULO III - OS CAMINHOS DA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SÓCIO – CULTURAL E PROBLEMATIZADORA

No capítulo anterior expomos algumas considerações de como foi se constituindo variadas concepções educacionais sobre a inserção da História da Matemática na Educação Matemática. Grande parte dessas concepções ainda se fazem presente na maioria dos atos educativos da atualidade e estão bem estabelecidas nos ideários educacionais dos professores, bem como nos livros didáticos.

Na tentativa de romper com essas posturas em relação à História da Matemática, observamos a recente emergência de uma nova leva de pesquisadores, que se distinguem por, além de fazer críticas as posturas apresentadas no capítulo anterior, pautam as suas proposições na necessidade de uma visão mais ampla da própria História (história – cultural). Tais pensamentos refletem em práticas educativas que não idealizam um projeto de história global e linear, além de deslocar do indivíduo em seu desenvolvimento intrapsíquico, o referencial para aprendizagem, valorizando nesse processo suas interações com o meio social.

Também nestas novas proposições é destacado o valor da linguagem e dos símbolos para a formação das funções psíquicas superiores, e dessa forma o aprendizado e o desenvolvimento se tornam indissociáveis. Com esses pressupostos, vários pesquisadores têm se dedicado ao desenvolvimento de reflexões sobre a inserção da História da Matemática na Educação Matemática, como Furinghetti (2007) ou D'Ambrosio (1998).

Além desses novos referências acerca da inserção da História em processos de ensino e de aprendizagem, o destaque é sobre esta modalidade em caráter problematizador. Neste âmbito destaca-se Bkouche (1996, 2000) que salienta a importância da discussão de aspectos históricos na formação de professores para a tomada de sentido dos saberes a serem ensinados.

Em seqüência, apresentaremos essas vertentes teóricas acerca da História da Matemática na Educação Matemática.

3.1 - A proposta Sócio-Cultural de Radford

Luis Radford²⁵ começa a se destacar no terreno da pesquisa e da ação pedagógica em educação matemática, após desenvolver considerações críticas bastante semelhantes às apresentadas anteriormente em relação à utilização dos referenciais de Piaget e de Bachelard (RADFORD, 1997, pp. 26-33). Mas seu destaque não se deve a sua postura apenas crítica, mas em contrapartida, por apresentar uma proposição alternativa a respeito do papel da análise histórico-epistemológica para o pesquisador em educação matemática e por consequência aos desdobramentos pedagógicos da mesma.

O autor nos apresenta uma importante reflexão sobre o papel da História da Matemática, especialmente a sua relação com o ensino da mesma, na qual sintetizamos que a mesma deve ser inserida dentro da perspectiva sócio-cultural. Em tal perspectiva o conhecimento deve ser concebido como “um processo cujo produto é obtido através de negociação de significados resultantes da atividade social dos indivíduos, no interior do contexto cultural que os envolve” (RADFORD, 1997, p. 32). Em específico ao conhecimento matemático deve-se salientar, antes de tudo, como uma “manifestação simbólica de certas sensibilidades da cultura que seus membros desenvolvem através de experiências compartilhadas e a partir das quais o significado dos produtos é produzido” (RADFORD, 1997, p. 30).

Podemos ratificar a importância que Radford destaca de como devemos fugir de uma visão reducionista e evolutiva da matemática, que a despe dos diferentes significados atribuídos pelas diferentes culturas e as suas variadas representações que emergem dessas relações (1997, p. 32,)²⁶.

o conhecimento matemático é mais do que meramente concomitante com seu contexto cultural e que a configuração e o conteúdo do conhecimento matemático são propriamente e intimamente definidos pela cultura na qual ele se desenvolve e pela qual é subsumido. Consequentemente, qualquer tentativa de estudá-lo deve levar em consideração a complexa estrutura cultural extra-matemática na qual o conhecimento matemático está envolvido.

²⁵ Professor pesquisador na área da educação matemática, da Universidade de Ontário =Canadá, investiga a questão do símbolo, representação na instância do conhecimento matemático.

²⁶ Tradução do autor.

As próprias idéias de Radford, que inicialmente partem de uma concepção epistemológica sócio-cultural de cunho semântico-hermenêutico do conhecimento matemático, logo recebem um importante acréscimo, ou seja, a ampliação dessa base preocupada com as representações da linguagem (semântico) para uma visão mais ampla do conceito de representação. Radford (2006) justifica a necessidade de discutir o conceito de representação, principalmente, por considerar que no início do século 20, o conceito de representação tornar-se um elemento fundamental para a psicologia da aprendizagem.

Essa ascensão é atribuída a alguns fatores, dos quais Radford destaca o papel de Durkheim, inspirando uma nova escola de antropologia cultural, que salientam de acordo com Radford (2006, p, 28)²⁷.

os objetos das nossas representações estão relacionados ao coletivo experiências culturais. Os conceitos com os quais pensamos, são aqueles expedidos no vocabulário de uma cultura. Este vocabulário manifesta a coletividade, ou seja, para além das experiências do espaço sempre limitado de qualquer indivíduo ... muito frequentemente o termo exprime coisas que nunca foram percebidas ou experiências nunca antes testemunhadas...

Concordamos com a análise de Radford ao entender e valorizar as representações como indistintamente umbilicadas com a aprendizagem e a cognição, ligando esses fatos aos elementos culturais “considerar numa forma decisiva cognição e representações como consubstancial do contexto e da cultura”, Radford (2006, p, 29) Neste ponto, ele inicialmente se apóia nas reflexões de Vygotsky²⁸ ao considerar a cognição como reflexo da prática social, ou seja, a cognição é reflexo de uma atividade social, mediada com o entorno e resultado da interiorização da reflexão de praticas sociais historicamente produzidas e destaca que é o meio social da criança que tem um papel fundamental nas determinações de seu desenvolvimento e nas suas formas de apreensão e relacionamento com o saber e com a experiência humana (Radford, 2005).

²⁷ Tradução do autor.

²⁸ Lev Semionovitch Vygotsky foi um psicólogo Russo, descoberto nos meios acadêmicos ocidentais depois da sua morte, causada por tuberculose, aos 37 anos. Pensador importante, foi pioneiro na noção de que o desenvolvimento intelectual das crianças ocorre em função das interações sociais (e condições de vida).

Radford também encontra sustentação nos trabalhos de Leontiev²⁹ destacando que, além do aspecto do funcionamento cognitivo humano ser fundamentalmente na mediação com o meio social, há a necessidade de enfatizar o papel dos problemas enfrentados por determinada cultura. A forma como se busca a resolução de determinados problemas é fundamental para a compreensão das escolhas das representações resultantes de tal resolução. Podemos encontrar o cerne dessas questões nas afirmações de Radford (2004, p.36)³⁰.

na perspectiva semiótica cultural, a ênfase é posta no papel que desempenham nas atividades humanas os tipos de problemas que existem nessa cultura e na maneira que esses problemas são resolvidos. A organização dessas atividades estão regidas, por sua vez, pelo contexto histórico-econômico e por uma superestrutura simbólica, da qual se desprendem as concepções culturais (por exemplo como o que é matemática, ciências, medicina, lei, etc).

Desta forma, a proposta de Radford nos apresenta de maneira inicial alguns pontos que serão bastante caros para a nossa proposição de entendimento da História da Matemática na Educação Matemática. Destacamos o fato de considerar que no desenvolvimento da mesma ocorre uma firme relação com os problemas deparados, e que da resolução desses problemas emergem conhecimentos que são permeados pelos aspectos culturais e as representações disponíveis a época. Esse entendimento pode ser desdobrado no modo como Radford concebe a relação entre a História da Matemática e a epistemologia. Na qual ele diz que,

Na realidade, as análises histórico-epistemológicas podem fornecer-nos informações interessantes sobre o desenvolvimento do conhecimento matemático dentro de uma cultura e através de diferentes culturas e sobre o modo como os significados emergem e se transformam; devemos entender as negociações e as concepções culturais que estão subjacentes aos significados (RADFORD, 1997, p. 32).

O próprio fato de Radford usar a expressão híbrida “*análises histórico-epistemológicas*” nos sugere que ele não defende, ou pelo menos não tematiza, a distinção entre uma análise histórica propriamente dita e uma análise epistemológica. Mas uma epistemologia que tenta se distinguir de um projeto apresentado, por exemplo

²⁹ Psicólogo Russo colaborador das teorias de Sócio – Cultural.

³⁰ Tradução do autor.

por Piaget, que defendia a possibilidade e a necessidade de constituição de uma História do pensamento científico/matemático, com base no pressuposto da legitimidade da projeção regressiva dos resultados da ciência/matemática contemporânea sobre as de nossos antepassados.

Aquilo que caracterizaria uma história epistemológica para Radford seria a defesa de um projeto de constituição histórica das idéias matemáticas a partir de um ponto de vista epistemológico, ligado a uma concepção sócio-cultural. Em nosso entendimento mais legítimas, por basearem-se em pressupostos históricos menos controvertidos no interior da investigação contemporânea no terreno da História.

Podemos estender essas considerações para a formação dos professores pelo fato de jamais se poder fazer História da Matemática sem pontos de vista epistemológicos, explícitos ou implícitos, acerca da matemática e da própria História. Correlativamente, de jamais se poder fazer epistemologia da matemática sem pontos de vista, explícitos ou implícitos, acerca do modo como se concebe a inserção da matemática e da epistemologia na própria história.

Desta forma se desejamos contribuir para uma prática educativa onde o professor seja consciente plenamente de suas opções pedagógicas, devemos com certeza discutir os aspectos relacionados à História e por conseqüência sua inserção no ensino, fato que poderemos detalhar mais na proposição a seguir.

3.2 - A visão epistemológica e didática de problematização proposta por Bkouche

Ao procurar um suporte para discutir a questão da inserção da História da Matemática na Educação Matemática, encontramos uma sustentação adequada aos nossos objetivos nas proposições do educador matemático Rudolf Bkouche³¹. Seus trabalhos discutem a relação entre epistemologia, história e ensino da matemática, dando encaminhamentos para o desenvolvimento de atividades pedagógicas envolvendo a História da Matemática.

Um ponto de partida essencial para Bkouche (1997, p.34) é de “tentar identificar os ‘lugares’ ou momentos em que o professor se depara, no exercício de sua prática

³¹ Rudolf Bkouche é professor emérito da Universidade Ciências e Tecnologias de Lile (França) e pesquisador de profícua produção na área de Epistemologia, História da Matemática e Educação Matemática.

docente, com problemas de ordem epistemológica”. Dessa consideração podemos discutir a importância de elaborar uma proposição não tão centrada nos aspectos técnicos, onde o professor somente “repassará” as atividades para seus alunos, mas na necessidade de incorporar as reflexões epistemológicas acerca da História da Matemática e sua inserção no ensino.

Compreendemos esse apontamento sobre a importância da epistemologia no ato educativo e destacamos que outros autores chamam a atenção para esse fato, como Miguel (2004) ou Flores (2007). Salienta-se que não basta apenas apresentar a discussão epistemológica desvinculada ao ato educativo, pois ainda que o professor possa realizar, por mera curiosidade intelectual ou por imposição da formação, reflexões de natureza epistemológica independentes de quaisquer problemas relativos ao ensino, ele só tomaria consciência da importância e da necessidade de realizar um tal tipo de reflexão na medida em que percebesse as suas implicações para o ensino.

Um interessante caminho para unir uma visão epistemológica mais ampla e, ao mesmo tempo, repensar as práticas pedagógicas, as motivações que levam a selecionar determinada atividade atos educativos, de acordo com Bkouche (1996), passa por uma discussão sobre a História da Matemática. Bkouche exemplifica e, ao mesmo tempo, sugere como isso pode estar ocorrendo. Há, portanto, duas situações de ensino que poderiam despertar esse tipo de consciência no professor: os problemas relativos ao ideal de simplicidade e à questão da demonstração.

Vamos considerar o exemplo do ideal de simplicidade. Aquelas situações de ensino em que as resoluções mais difíceis, mais prolongadas ou mais complexas de certos problemas são deixadas a margem ou descartadas em favor das mais simples caracteriza-se como o ideal de simplicidade. Essas situações pedagógicas sugerem ao professor a necessidade de uma reflexão epistemológica em que Bkouche (1996) destaca que poderíamos tirar várias conclusões, da qual destacamos:

- A compreensão de que geralmente há uma variedade de resoluções (como por exemplo nos próprios algoritmos) e que o ideal de simplicidade – o que é considerado mais simples – tem como referência um determinado momento histórico e cultural, e que a sua escolha não é objetivando o ensino. Por desconsiderar esses aspectos o professor pode apresentar em sua prática

pedagógica uma visão unilateral das possibilidades de resolução e estar desconsiderando importantes estratégias diferenciadas para seu ato educativo.

- A compreensão que o ideal de simplicidade anima e orienta a maior parte da atividade científica e, particularmente, a integra das atividades matemáticas, por conseqüência contribui para constituir o valor da ciência como referencial privilegiado de inteligibilidade do mundo. Uma reflexão mais apurada sobre esse aspecto constataria que a simplicidade, em vez de apresentar-se apenas como um dado pronto e definido da atividade matemática, é uma construção lenta e um objetivo difícil de ser atingido. Em outras palavras, o ideal de simplicidade foi pensado basicamente para a comunicação científica e a sua reprodução integral para o ensino dificulta ou não estimula a elaboração de estratégias individualizadas e diversificadas de resolução das situações matemáticas. Por exemplo, o professor espera que todos os trinta e cinco alunos de determinada sala, devem resolver um problema de adição necessariamente utilizando o algoritmo tradicional da adição, pois esse é o caminho mais simples.

Em tempo, Bkouche (1996) realiza uma distinção entre, 'epistemologia' e 'reflexão epistemológica', havendo necessidade de esclarecer as diferenças entre ambas. Em sua concepção, a epistemologia é entendida como um discurso já estabelecido ao qual o professor teve acesso de alguma forma. Por outro lado, a reflexão epistemológica aparece como uma provocação de questionamentos sobre o modo de pensar, de representar e construir conhecimento. Esta última pode possibilitar ao professor novas formas de pensar e de se relacionar com o conhecimento. É na reflexão epistemológica que reside o interesse de Bkouche (1996), já que é sobre a constituição do saber onde o professor assentará as bases de seu trabalho pedagógico, baseando a suas escolhas pedagógicas.

Esse último ponto tem um desdobramento importante para a nossa pesquisa pois, de acordo com Bkouche (1997), o acesso a elaboração histórica de um conteúdo por parte do professor, teria um papel de destaque nas implicações para as reflexões epistemológicas e por conseqüência para a reflexão pedagógica. Especialmente, ao considerar que o processo pedagógico, ao almejar a transmissão de um saber, acaba

inevitavelmente envolvendo-se com a questão da relação entre a construção e a aquisição do saber.

Em seu trabalho (BKOUCHE, 1997) permeia a advertência quanto às questões da aquisição e construção do conhecimento, por vezes usadas de forma levianas, pois para o autor não há como discutir ou existir a construção de um saber sem que esse seja precedido pela apropriação do mesmo. Também há a advertência sobre inúmeras propostas pedagógicas que divergem dessa opinião, como expressa Bkouche (1997, p. 40):

O discurso pedagógico atual insiste muito frequentemente sobre o lugar da construção do saber em função da aquisição do saber, como se o papel do ensino se situasse menos na transmissão de um saber já constituído do que na possibilidade para o aluno de construir um saber que lhe seria próprio. Não se constrói saber do nada, a autonomia do aluno passa pela apropriação de um saber que a priori não é o seu e que o ensino tem justamente por objetivo torná-lo seu; é por ter adquirido saber que o aluno pode construir saber.

De maneira sintetizada, salientamos que nesta apresentação inicial, o autor defende que para haver existência de uma proposta educacional adequada tem-se por premissa a valorização e a formação do conhecimento do próprio professor (epistemologia e história). Esses conceitos estão estreitamente relacionados com a efetivação do ato educativo (prática pedagógica). Então, se pretendemos discutir estratégias de ensino, primeiramente temos que tratar da concepção da construção histórica e epistemológica que o professor detêm, para então transpor-se para o ato educativo, como apresenta Bkouche (1997, p. 35).

difícilmente seria possível uma reflexão espontânea sobre a atividade científica; o que implica que a reflexão epistemológica pessoal se constrói sobre uma cultura adquirida, e é neste sentido que se pode reivindicar que a formação dos professores leve em consideração um ensino da epistemologia e da história das ciências.

Dessa forma, se pretendemos contribuir para a formação de professores, particularmente pedagogos que ensinam matemática, uma importante via seria voltar-se ao terreno da própria epistemologia. Mas ao estarmos ciente desta consciência remetemo-nos a outro questionamento: qual epistemologia contribuiria para uma prática pedagógica significativa? Bkouche (1997) faz a delineação de qual epistemologia pode atender a esse objetivo. E para dar conta desta premissa ele argumenta sobre a necessidade de desdobrar a epistemologia em três aspectos distintos, a saber: uma

epistemologia dos fundamentos, uma epistemologia do funcionamento e uma epistemologia das problemáticas.

A epistemologia dos fundamentos abrange os aspectos relativos à legitimação da atividade matemática, os pressupostos essenciais da mesma e os elementos indispensáveis a ela. Já a epistemologia do funcionamento se delimitaria a análise das técnicas, a discutir os procedimentos, as escolhas semânticas. Por sua vez, caberia à epistemologia das problemáticas, trazer a baila os problemas que suscitaram a produção do conhecimento matemático e por conseqüências acabaram modelando as teorias inventadas para resolvê-los. Segundo Bkouche (1997), é este último setor da epistemologia que nos remeteria mais diretamente à História da Matemática, não só legitimando a sua participação no ensino, mas destacando o seu papel na compreensão da epistemologia da matemática.

Mas, para a História ter um adequado papel de destaque na compreensão epistemológica necessita-se discutir de que proposta de História se fala. Desta forma, o autor, ao analisar as visões mais recorrentes dos professores sobre a História da Matemática as classifica em três categorias: a hegeliana, a perspectiva histórica e a analógica.

A primeira perspectiva denominada de hegeliana se reporta a um empreendimento que busca as origens das noções. Ao transpormos esse aspecto para a prática docente, assumimos o risco de reproduzirmos a visão empobrecida da história, especialmente ao buscarmos “a origem das idéias”. Neste sentido, Bkouche (1997) apresenta várias críticas acerca desta visão, das quais destacamos que ao empreender a busca das origens das idéias, de uma significação primeira ou sentido original, estabelece-se uma relação de existência ou dependência de uma ordem natural das idéias, praticamente desvinculadas do contexto social. Endossamos essa interpretação nas próprias palavras de Bkouche (1997, p. 36)

o método histórico assim concebido repousa sobre uma dupla ilusão, de um lado por postular a crença na existência de uma significação primeira assimilada à essência das coisas, de outro lado por postular a necessidade de se atingir essa significação primeira para se compreender as coisas que se estuda.

A segunda denominada de perspectiva histórica reporta-se a busca da compreensão do desenvolvimento das noções ou idéias (ao contrário de uma visão determinista da originalidade). Nesta concepção repousa-se a visão e a defesa do autor sobre a inserção metodológica da História da Matemática no ensino que, por sua vez se estabelecerá associada com a epistemologia das problemáticas. Em síntese, as problemáticas que impeliram a necessidade da constituição de um saber matemático terão uma dupla implicação no processo educacional; uma no viés da formação epistemológica do professor e a sua recíproca na contribuição desses problemas para a prática educativa elaborada pelo professor.

Além dessas duas formas de se conceber a História da Ciência e o seu papel no ensino, Bkouche (1997) apresenta uma terceira forma denominada de analógica. Tal forma apresenta-se significativamente infiltrada no ensino e é duramente criticada pelo autor. Isso por estar pautada no estabelecimento de uma analogia entre o desenvolvimento histórico das ciências e o desenvolvimento pessoal do conhecimento, isto é, entre a filogênese e a psicogênese do conhecimento. Essa proposta tem, principalmente, em Piaget o seu maior expoente referencial - não iremos esmiuçar essas críticas, pois notamos que elas se aproximam as críticas já expostas anteriormente neste trabalho. Porém, vale reafirmar este ponto de vista contrário a irmandade desta proposta, valorizando a necessidade de outras escolhas educacionais, históricas, epistemológicas e cognitivas.

Iremos, portanto, resgatar e discutir a proposta mais defendida por Bkouche, a histórica e problematizadora. Considerando-se que a reflexão epistemológica do conhecimento histórico se faz importante para os fundamentos de uma prática pedagógica diferenciada, a proposta da epistemologia das problemáticas, ou se preferirmos a perspectiva histórica dos campos de problemas, apresentada por Bkouche (1997) apresenta-se como um referencial fundamental para a inserção da História dos algoritmos para a formação do professor, nesta pesquisa.

Para esclarecermos mais detalhadamente como nessa abordagem se concebe a participação da História no ensino, selecionamos algumas palavras que caracterizam a visão (Bkouche, 1997, p. 36 – 38).

defender uma perspectiva histórica no ensino tem por objetivo menos um ensino da história, enquanto tal, e mais a problematização das noções ensinadas, isto é, o fato de as problemáticas sobre as quais se constrói o ensino serem ou não as problemáticas originais torna-se de pouca importância (...) o lugar da história das ciências no ensino das ciências se situa essencialmente em suas implicações pedagógicas ou, em outras palavras, naquilo que permite compreender a ciência a ser ensinada; é nesse aspecto que a introdução de uma perspectiva histórica no ensino difere de um ensino da história de uma ciência. Isso nos conduz a distinguir, de um lado o papel do conhecimento histórico na elaboração do ensino (o que coloca a questão do lugar da história das ciências na formação dos professores), e de outro lado a intervenção efetiva da história das ciências no ensino (...) o papel de uma intervenção da história de uma ciência no ensino dessa ciência torna-se essencialmente aquele de evidenciar as bases da construção do conhecimento; e é por se apoiar sobre uma reflexão de ordem epistemológica que essa intervenção pode permitir fornecer àquilo que é ensinado (...) os meios de se compreender a força daquilo que é ensinado ().

Essa citação nos mostra a complexidade da inserção da História da Matemática na Educação Matemática. Bkouche (1997) salienta a necessidade de se distinguir entre a História das Ciências (Matemática) do seu uso pedagógico, ou seja, a inserção da História no ensino passa longe de um projeto de ensino integral da História da Matemática.

Alguns apontamos a serem destacados: um primeiro se encontra na defesa de uma visão mais completa da História (por parte do professor), mas que por sua vez descarta pretensões de uma história total, global e universal; um segundo diz respeito à clareza da inviabilidade de reproduzir todos os elementos históricos em sala de aula.

Essa reflexão é essencial para a nossa proposição, principalmente ao buscarmos as principais fontes históricas disponíveis. Geralmente nos deparamos com problemáticas mais avançadas, pois a maioria dos historiadores matemáticos tem a sua preocupação central na pesquisa sobre os maiores avanços matemáticos de determinada cultura e não, tão necessariamente, a aritmética básica, por exemplo. Desta forma, encontramos a descrição de como determinados povos realizavam seus procedimentos operatórios - algoritmos, temos conhecimento de seu contexto histórico-cultural, e na falta de problemáticas originais na literatura, podemos realizar aproximações de acordo com os nossos objetivos pedagógicos, mantendo um mínimo rigor histórico.

Mas como assegurar a elaboração dessas problemáticas, mantendo um mínimo de rigor histórico? Para contribuir com essas questões, retomamos a epistemologia das

problemáticas. Na compreensão de como determinados agrupamentos sociais enfrentam os problemas específicos de seu entorno cultural, criaram-se formas diferentes de saberes matemáticos, manifestadas pelas possibilidades de representação que dispunham. “A epistemologia das problemáticas se propõe a analisar como os problemas conduziram o homem a fabricar um modo de conhecimento” Bkouche (2000, p.37). Noa problemas matemáticos e na representação dos mesmos, também se encontra uma via para o acesso aos objetos do conhecimento matemático, e a História nos dá o suporte para compreender como que alguns agrupamentos humanos, deram conta disso.

A partir daí pensamos em contribuir com a compreensão, especialmente na formação do professor, de que vários conceitos elementares de matemática não tiveram um único “local de origem. Essas situações, geralmente, se fizeram presentes para dar conta de uma problemática e a resolução da mesma perpassa por diferentes representações, determinadas pelo contexto histórico e cultural. Nestas representações também se encontram uma forma de manifestação do saber matemático, especialmente útil para a contribuição na elaboração de atividades didáticas – pedagógicas visando à assimilação de um conceito, não somente através de uma representação padronizada e geralmente descontextualizada.

Dessa forma, afinando para a nossa pesquisa, entendemos que a inserção da História na Educação Matemática perpassará pela mínima compreensão do contexto cultural, das representações do conhecimento matemático e das problemáticas que determinaram a necessidade da elaboração do saber. Em tempo, reafirmamos o fato de que Bkouche (2000, p.37) salienta que

as problemáticas sobre as quais se constrói o ensino serem ou não as problemáticas originais torna-se de pouca importância“ destaca que não necessariamente devemos somente nos remeter as fontes originais e que para atingir determinados fins pedagógicos podemos nos acercar das problemáticas através da construção didática das mesmas, sempre lembrando de conservar um mínimo de rigor histórico.

Nossa proposição não pretende, portanto, simplesmente apresentar outras formas de algoritmos não convencionais, e novamente se centrando nos procedimentos das técnicas de suas operações, para extrapolar esses aspectos, apoiando-se nas

sugestões de Bkouche (1997), apresentar uma proposta de ensino que articule a História, as representações e as problemáticas históricas. Que a História deve ser sempre tratada dentro de um contexto de campo de problemas, ou seja, que é fundamental que se entenda que, por exemplo, os algoritmos desenvolvidos ao longo da História foram inventados para resolver problemas, e que em sua representação se encontra a expressão de um determinado conhecimento historicamente situado, nas diferentes escritas dos algoritmos, no decorrer da História, em interessantes e diferentes vias de acesso ao conhecimento matemático.

CAPÍTULO IV - O ESPAÇO DA REPRESENTAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Ao iniciar a discussão sobre a questão da representação consideramos apropriado ponderar que esse termo não tem seu uso restrito a educação matemática, ao contrário, se manifesta expressivamente em outras áreas do conhecimento e em especial está muito associada às ciências sociais, especialmente a História. Por conta desta situação e pela grande relevância que a História tem em nosso trabalho consideramos importante situar o conceito de representação no sentido relacionado com a Educação Matemática – foco maior deste trabalho – mas também situar a representação no contexto da História, proporcionando uma reflexão sobre a natureza distinta deste conceito nestas esferas.

Podemos sintetizar essa diferença, situando a representação para Educação Matemática como “um modelo para aquisição do conhecimento” (FLORES,2006, p.77) se tornando um elemento essencial para a criação dos objetos matemáticos e a via de acesso a apreensão dos mesmos (FLORES, 2006). Com essas características encontramos como sustentáculo de várias pesquisas em Educação Matemática, as proposições de Duval (2003) que, na maioria das vezes, estão privilegiando os aspectos do funcionamento cognitivo do aluno, no âmbito de teorias da semiose de influência lógico-linguística. Já, os historiadores, têm percorrido um caminho diverso, onde a representação não está tão estritamente relacionada ao desenvolvimento cognitivo, e sim aos aspectos sócio-culturais da produção e elaboração de um conhecimento.

Desta forma, pretendemos neste capítulo situar de maneira, ainda que sintetizada, a questão da representação na produção dos conhecimentos e as possíveis contribuições que este fato traz para a formação dos professores. Nosso objetivo maior será compreender a representação no âmbito da Educação Matemática, como elemento de domínio indispensável para o professor, pesquisando como associar os elementos da representação à História dos algoritmos matemáticos.

4.1 - Representação no âmbito das ciências sociais

O estudo das representações na área das ciências sociais se reporta ao século XIX, tendo como um dos seus possíveis marcos fundamentais o trabalho de Émile Durkheim. Durkheim (1982) propôs discutir a importância da representação dentro de uma coletividade e a influência das mesmas nos rumos das decisões que cada indivíduo. Tal proposição contrariava as práticas históricas mais estabelecidas, que freqüentemente se fundamentavam em uma perspectiva de uma determinada classe ou pessoa, produziam uma visão mais homogênea da sociedade e a instância da individualidade facilmente reproduzia a coletividade.

Para Durkheim (1982) as representações individuais não podem ser ampliadas de forma a contemplar a coletividade, pois o fenômeno social da coletividade é por demais complexo para ser totalmente reproduzido na instância individual. Porém, as representações coletivas são determinantes para auxiliar na compreensão do processo de composição do indivíduo. E ele demonstra essa hipótese, partindo de um estudo de um fenômeno, que em uma primeira análise seria preponderantemente individual, o suicídio (Durkheim, 1982). Neste trabalho o autor aponta que existem representações que emanam da coletividade que perpassam pela sociedade moderna e seriam as causas fundamentais do suicídio. O autor também aponta que, embora o suicídio tenha um componente potencializador individual, esse componente é em última instância um elemento constituído nas configurações sociais.

A compreensão que a coletividade, o social são os elementos constituintes primordiais das representações em todas as áreas do conhecimento humano, contribui para o surgimento de investigações sociológicas e etnográficas sobre o próprio conhecimento científico (e matemático) com a contribuição significativas de pensadores como Weber, Geertz, Bourdieu, que inspiraram uma visão cada vez mais ampla da inserção social de um determinado conhecimento, refutando uma visão isolada e factual do conhecimento, fato essencial a ser compreendido por qualquer educador.

Neste sentido o conceito de representação ganha um destaque no cenário da produção histórica, acentuado por conta de um fenômeno denominado por alguns autores como “virada cultural”, o que acaba se manifestando em uma nova História

Cultural. Como salienta Falcon (2000, p. 41) a “representação é um conceito chave no discurso histórico, representação indica uma característica do discurso histórico – sua dimensão ou função cognitiva – constituindo assim um conceito teórico-metodológico, isto é, epistemológico”.

É interessante discutir os conceitos associados à História Cultural, principalmente adotando os referenciais de Chartier (1990) e Certeau (1994), pois a mesma se mostra adequada aos enfrentamentos necessários ao entendimento mais amplo do processo histórico. Este fato nos parece essencial para uma compreensão mais ampla do processo histórico por parte dos professores.

A defesa de uma abordagem histórica dentro da perspectiva da História Cultural, se fundamenta no fato de que a mesma rejeita uma posição passiva frente ao passado, ou seja, uma visão contemplativa de História, de um passado engessado pelas propostas de cunho positivista. É o fato de considerar a necessidade da construção e interpretação de um passado que possibilita reafirmar a prática histórica como uma prática científica e importante e deve possibilitar ao professor uma visão da história, que se aproxime do que Chartier (1990) salienta. Enfim, tudo isso implica na necessidade de um deslocamento da ambição de uma História global, das amarras territoriais e do tiranismo do recorte social.

Com essa breve consideração, nos interessa, portanto, os aspectos do conceito de representação associados à História, pois os mesmos contribuem para o entendimento, no caso aqui por parte do professor, de que a representação de um determinado conceito matemático está estritamente associada à organização social vigente. A título exemplo, notemos que a força da escolha de determinado algoritmo, por exemplo, se instaura no âmbito da prática social, levando às escolhas que não estão pautadas estritamente as “facilidades” de determinado algoritmos e sim muito mais a sua aceitação pela coletividade. Essa reflexão possibilita o entendimento por parte dos professores que a representação dos atuais algoritmos nos parecem tão perfeitos, ou como uma das únicas vias de assegurar o acesso ao conhecimento matemático, pela sua firme inserção na coletividade, e por isso os mesmos nos parecem tão naturais e acessíveis.

4.2 - A representação enquanto instrumento de acesso ao conhecimento matemático.

Um dos interesses principais de nosso trabalho é pesquisar os algoritmos do ponto de vista da representação, como diferentes escritas e manifestações das diversas culturas. Tal interesse se fundamenta na compreensão de que reside na representação uma fundamental via de aquisição do conhecimento matemático. Ainda ressaltamos a importância da compreensão do significado acerca da representação para o processo educativo, o que na maioria das vezes é desconhecido por grande parcela dos professores.

Um bom ponto de partida pode ser a etimologia inicial do próprio termo *representação* que provém da palavra latina *repraesentare* – que pode ser traduzida literalmente por “fazer presente”. Falcon (2000) comenta que essa primeira significação é muito própria da Antiguidade e estava associada a idéia de fazer presente alguém ou alguma coisa ausente, mesmo uma idéia, pelo intermédio da presença de um objeto.

Neste momento histórico (Antiguidade), mais especificamente na questão da matemática, ainda estava distante a possibilidade de constituição de um sistema geral de representação. As estratégias de representação do conhecimento, empregadas pelos matemáticos, se valiam muito da própria linguagem e quando necessitavam ir além os recursos que usavam eram de uso imediato e provisório, pois não objetivavam comungar com outros, e sim para uso exclusivo e imediatista de seu criador. Flores (2006) destaca que ao necessitar de uma representação esta se dava pela busca da semelhança, no signo escolhido deveria estar visível o próprio objeto a ser representado, idéia reforçada por Ifrah (1989, p. 147).

não passam de “imagens -signos”, tendo por função significar o que representam visualmente, não se tratando ainda de uma escrita no sentido estrito da palavra. Na etapa seguinte estes signos passam a ter um valor pictórico mais amplo, não se limitando mais a sua simples significação visual direta. Eles podem também representar ações ou idéias vizinhas - é o que se chama de ideografia

Podemos observar, por exemplo, nos algoritmos da Antiguidade e da Idade Média, que as representação se valiam de recursos retóricos. Podemos perceber que a

influência da língua materna (retórica) era ainda extremamente forte na produção matemática deste período histórico, mesmo nas proposições mais avançadas. O uso de símbolos específicos não ocorria, como podemos ver no exemplo da definição 5 do livro V dos Elementos de Euclides, apresentada por Filho (2004, p. 38):

1. Uma grandeza se diz parte de outra grandeza, a menor da maior, quando a menor mede a maior.
2. A grandeza maior se diz múltipla da menor, quando a menor mede a maior.
3. Uma razão é uma espécie de relação entre o tamanho de duas de mesma natureza.
4. Diz-se que duas grandezas de mesma natureza possuem uma razão entre si quando, multiplicando-as, uma excede a outra.
5. Diz-se que grandezas estão na mesma razão, a primeira para a segunda e a terceira para a quarta se, quando eqüimúltiplos quaisquer são tomados da primeira e da terceira e eqüimúltiplos quaisquer da segunda e da quarta, os primeiros qüimúltiplos são ambos maiores que, ou ambos iguais a, ou ambos menores que, os últimos eqüimúltiplos considerados em ordem correspondente

Essa definição significa, em notação moderna: assim:

$a/b = m \cdot c/d$ se, e somente se, dados inteiros m e n sempre que $nb > ma$, então $nd > mc$; ou se $nb = ma$, então $nd = mc$; ou se $nb < ma$, então $nd < mc$.

Se apoiar na retórica como principal forma de representação foi um recurso largamente utilizado para representar o conhecimento matemático, podemos citar a História da Álgebra como um exemplo significativo do apoio a este recurso de representação. Segundo Eves (2004, p. 206) “A álgebra retórica continuou de maneira bastante generalizada, exceto na Índia, por muitas centenas de anos. Na Europa Ocidental, especificamente, a maior parte da álgebra permaneceu retórica até o século XV”.

Para se efetivar a alteração desta situação foi necessária uma série de mudanças e exigências de um novo momento social e histórico, tal momento é denominado de Modernidade. Para caracterizar sinteticamente o que é a Modernidade e elencar os fatores da mesma que contribuíram para a alteração das formas de representação e, por conseqüência, a alteração da teoria do conhecimento ocidental, necessitamos retratar os principais acontecimentos deste período que motivaram essas alterações.

Para tanto devemos determinar o conjunto mínimo de acontecimentos que estabelecem a existência de uma ruptura significativa no modelo vigente até então, e que para a História mereceu uma nova nomenclatura, denominada de modernidade.

Nestes apontamentos necessitamos de certos cuidados, para não cairmos em uma visão estreita de História, pautada em grandes nomes ou datas que aparentemente do dia para a noite tiveram uma “inspiração divina” para repudiar o velho e inventar do nada o novo.

E como necessitamos sim, a título de localização na História, demarcarmos algumas datas ou acontecimentos na linha do tempo que nos ajudem a compreender e definir, o início da modernidade, quando começa a se configurar um novo modelo de representação e pensamento, estabelecemos um ponto que é consensual a maioria dos historiadores. Esse momento histórico é denominado de Renascimento.

Desta maneira é necessário contextualizar, ainda que amplamente, esse momento. Neste sentido, uma das nossas primeiras necessidades é não podermos pensar em uma Antiguidade isenta de contribuições para a Modernidade, como podemos perceber nas palavras de Butterfield (1949, p. 25):

“Mas a obra de Duhem, no campo que temos estado a examinar, foi um fator importante para a grande mudança que ocorreu na atitude dos historiadores da ciência relativamente à idade média (...) Por outras palavras, o mundo moderno é de certa forma, uma continuação do mundo medieval, e não deve ser encarado como uma reacção contra este. Por consequência alguns historiadores têm-se inclinado para uma modificação do conceito tradicional de “Renascimento” e para considerar o reconhecimento de uma evolução contínua do pensamento ocidental (...)”

Destacamos que há um contraste grande entre a Antiguidade e a Modernidade, mas esse está relacionado a uma gradual mudança de postura das pessoas, especialmente em relação a religião. O homem renascentista começou a virar-se mais para si do que para os dogmas bíblicos e a interessar-se cada vez mais pelas idéias, durante tantos séculos esquecidas, dos grandes filósofos gregos, de modo a fazer renascer os ideais da cultura clássica. Se antes a maioria das explicações se ancorava no divino, com a modernidade se inicia o processo de resgate da valorização do racional³² e uma posição mais ativa frente as questões se valendo da razão, como destaca Flores (2006, p.83)

³² É importante considerar que isso não pode se associar indistintamente a todas as pessoas deste período, ao contrário, a maioria das pessoas que viveram nessas épocas, ainda pautavam suas formas de compreender o mundo no mitológico, no religioso e em outros aspectos a sociedade moderna viveu com intensidade as mesmas (se não mais acentuadas) mazelas dos períodos históricos anteriores e que ainda se manifestam-se de maior ou menor intensidade atualmente, como as guerras econômicas ou

De fato, com o Renascimento, abre-se a era em que o homem considerado como sujeito do conhecimento coloca em oposição fé e razão. O homem passa a ser responsável pelo conhecimento do mundo que ele vive e pelo conhecimento dele mesmo. Assim ele ordena e classifica todo o tipo de conhecimento, ou seja, a política, a economia, as línguas, os seres vivos, o que implica na representação dos objetos do conhecimento e, portanto na problematização da representação enquanto expressão iconográfica da relação entre o sujeito do conhecimento e o objeto dado a conhecer, criando os princípios da representação sob o aspecto de fundamento teórico epistemológico.

Como observamos um dos elementos que fortemente diferenciam esse período, é que há uma significativa mudança relacionada com a forma de compreensão e uso da representação. A representação passa a assumir definitivamente um lugar chave na estruturação da teoria do conhecimento ocidental. O ato de representar começa a se associar intrinsecamente com o ato de conhecer.

Esse advento possibilita uma dupla implicação, que tem a primeira premissa marcada pelo inigualável avanço do conhecimento humano que ocorre na Modernidade influenciando e alterando a questão da representação. Mas que tem a recíproca também como verdadeira, ou seja, as alterações no significado e usos da representação possibilitam o acesso a novos conhecimentos. Em síntese, é o estabelecimento de um novo regime de saber que tem como foco central a questão da representação.

Esse novo significado distancia a representação da necessidade presente até então de se dar por semelhança, como bem expressa Flores (2006, p. 82) “A visibilidade do signo, está na própria coisa, não havendo nada oculto. Portanto, a relação do signo com seu conteúdo era assegurada na ordem das próprias coisas.” para aproximá-la de uma nova referência. Referência que, por sua vez, cada vez mais se aproxima da idéia de *símbolo*, no seu original grego *symbolom*, que significa a reunião de duas partes: o significante que é a sua parte real concreta e o significado que é apenas existente na concepção, impossível de ser diretamente acessível a nossa percepção.

Com base nessa exposição, necessitamos esmiuçar mais as alterações históricas que possibilitaram a configuração da representação como veículo de acesso

religiosas, discriminação e genocídio racial, intolerância religiosa, pestes, pragas, diferenças sociais, sociedades escravocratas, déspotas,...

ao “saber verdadeiro”, capaz de apreender a verdade além da aparência do senso comum. Um dos elementos que contribuíram, especialmente neste período, foi a retomada do interesse pelos fenômenos naturais e das técnicas. Isso ocorreu não somente pelos técnicos, engenheiros, que eram desprezados pela cultura escolástica³³, mas também por filósofos, como observamos na citação de Rossi (2001, p.81), “filósofos como Bacon, Descartes, Boyle levariam as próprias idéias ao nível de conscientização filosófica – inserindo-as em contexto teóricos de grande destaque, apesar de tais idéias terem nascidos em ambientes não filosóficos...”.

As exigências das descobertas das Ciências demandavam uma rápida e continua mudança da matemática (que perpassa pela representação), por sua vez, descobertas matemáticas acham campo de aplicação cada vez mais imediato nas ciências naturais exigindo da mesma capacidade de adaptação e de evolução continua, em um movimento cíclico que podemos ainda observar nos dias atuais. Um dos mais tradicionais exemplos nessa área são os experimentos de Galileu³⁴.

Outra consideração importante é a aproximação da matemática com outros domínios não escolásticos, já bastante manifestada nas ciências, de acordo com Rossi (2001). Vê-se, assim, a associação ou infiltração dos conhecimentos matemáticos em variadas atividades profissionais. Esse processo nos desvela o início de duas importantes proposições, a necessidade de se deter o conhecimento matemático por parte de um número cada vez maior de pessoas e a demanda de novas representações para esses públicos distintos. Um exemplo bem ilustrativo nos é apresentado por Flores (2007, p.183) no seu artigo que discute a teoria e a representação na obra de Albrecht Dürer (1471 – 1528).

A título de exemplo notemos as curvas estudadas no Livro I que foram nomeadas de “linhas serpentinadas” ou “linhas tortuosas” para a curva formada pela justaposição de dois semi-círculos de convexidade oposta; de “linhas em

³³ Esse termo designa o pensamento cristão, especialmente no período final da Idade Média e Início do Renascimento, tem esse nome por ser divulgado especialmente por mestres filósofos em ambientes denominado escolas (os mestres eram por consequência denominados escolásticos), embora fosse extremamente calcada na religião, a cultura escolástica contribuiu com importantes correntes filosóficas como para a dialética e o pensamento metafísico.

³⁴ Galileu (1564-1642) deu uma importante contribuição para o estabelecimento de uma nova forma de encarar a natureza, dando autonomia a ciência fazendo a mesma sair da sombra da religião ou do caráter puramente retórico (estabelecido pela tradição aristotélica), aplicou um novo método, o método experimental e o fundamental, revestiu a ciência de uma nova linguagem, a matemática. Podemos sintetizar em sua célebre frase “ A matemática é o alfabeto em que Deus escreveu o mundo”

caracol” para algumas espirais e hélices. Ainda, ao lado da terminologia clássica, tais como os termos de Apollonius (parábola, hipérbole e elipse), Dürer inventa outras expressões, tais como, “linha em ovo” ou “oval” para a elipse que parece totalmente com um ovo; “linha em incandescência” para a parábola, pois um espelho parabólico traz a incandescência, e ainda, “linha em forquilha” para a hipérbole, pois se parece com uma forqueta, um lugar de confluência. Mas, se ele aproxima a terminologia clássica a sua própria, ele também retoma algumas expressões usuais nos ateliers, como “espinha de peixe”, “croissant” ou “lua nova” para algumas configurações elementares obtidas pela interseção de dois arcos de circunferências e freqüentes nos ornamentos góticos. Os artistas e artesãos, aos quais se endereçava a obra de Dürer, não poderiam receber as noções matemáticas de modo muito abstrato, mesmo descritas em alemão. Se Dürer criou sua própria terminologia foi antes de tudo, para facilitar a comunicação e para melhor se fazer compreender.

Por fim, não esgotando os elementos que contribuíram para a composição desse novo regime de saber, mas procurando salientar os mais significativos, não podemos deixar de analisar mais a fundo o processo de instauração das novas representações da própria matemática. Vários matemáticos³⁵ ao se debruçarem no aperfeiçoamento de suas idéias e na comunicação das mesmas, encontravam uma via interessante para isso através de seu simbolismo.

Um dos mais significativos, neste sentido, foi sem dúvida Descartes³⁶ que tentou criar um sistema unificado, de modo a constituir *um saber universal*. Para isso seria necessário alguns passos: 1º reunir a ciência em torno de um único método, 2º partir do mesmo princípio e 3º assentar no mesmo fundamento. Neste trabalho nos interessa discutir o 1º ponto, pois quanto ao método Descartes não tinha dúvidas que seria através do rigor matemático, dedicando-se a construção de uma concepção de matemática chamada de *mathesis universalis* e servindo, desta forma, a todas as ciências.

E tal fundamento se baseava no princípio de qual todo conhecimento devia derivar de uma verdade segura, inabalável baseada no pensamento ou na razão, e para atingir essa verdade o único meio possível era através do rigor matemático. Essa nova matemática começa estabelecer uma relação muito próxima de suas manifestações, com o próprio ato de pensar.

³⁵ Podemos citar Record, Bombelli, mas sem dúvidas as mais importantes contribuições foram de Viète e Descartes.

³⁶ René Descartes foi filósofo, físico e matemático francês de grande relevância, sendo considerado por muitos como o pai da matemática moderna especialmente por seu trabalho na união da geometria com a álgebra (geometria analítica) e na área de notação matemática.

Na defesa de Descartes das possibilidades do conhecimento matemático, ele desenvolve as idéias iniciais da Geometria Analítica, ao propor que a natureza própria do espaço, ou extensão, era tal que suas relações deveriam sempre permitir a expressão por meio de fórmulas algébricas e que, no nosso caso oposto, as verdades numéricas poderiam ser representadas do ponto de vista espacial.

Para desenvolver seus trabalhos, ele identifica a urgência de novas representações, um sistema mais próprio e significativo que demanda a distinção entre o significativo e o significado e auxiliando a levar o saber matemático a abstração (Flores, 2006) .

Esse processo de simbolização, embora significativamente apropriado e alterado por outros matemáticos, teve um sucesso tão estrondoso em nossa atual sociedade que trouxe um caráter de aparente universalidade das representações matemáticas. Essa característica, ao ser repassada ao ensino, pode incorrer em uma situação onde o símbolo passa a se desprender do objeto, ou seja, suplantar o seu lugar, desta forma o que deveria apenas ser apenas uma das representações passa a ser considerado como o objeto em si.

4.3 O conceito de Representação aplicado a propostas de Educação Matemática

Ao iniciarmos um debate sobre o conceito de representação, associado de maneira mais estreita à educação matemática, qualquer pesquisador iniciante ou professor que minimamente acompanha as discussões da Educação Matemática, não deixará de imediatamente ligar esse conceito a teoria dos Registros de Representação Semiótica proposta por Raymond Duval³⁷ (1995). Essa ligação se justifica e se fundamenta, pela crescente importância desta proposta como suporte para pesquisas em aprendizagem matemática.

Isto se deve, entre outros fatores, ao importante apontamento de Duval, que ao analisar a natureza do conhecimento matemático destaca uma particularidade, o fato que o mesmo é intimamente ligado às representações. Em outras palavras, ele salienta que, na maioria das vezes, os objetos do conhecimento matemático não são

³⁷ O filósofo e psicólogo por formação Raymond Duval desenvolveu importantes estudos relativos à psicologia cognitiva no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (Irem) de Estrasburgo, na França.

diretamente perceptíveis, observáveis ou palpáveis, o que nos leva a depender das representações, para expressarmos e manipularmos esses objetos.

Em nosso trabalho faremos alusões a esta proposta, pois os trabalhos desenvolvidos por Duval ou aqueles que se apóiam em sua teoria, possuem consideráveis contribuições para o ensino da matemática. Em contrapartida, considerar as representações só no âmbito proposto por Duval, ou seja, extremamente preocupado apenas com as implicações para o desenvolvimento cognitivo do aluno, significa esquecer o aspecto histórico e cultural da criação das representações matemáticas. Quer dizer, limitar-se-ia a questão da representação a um espaço técnico, onde o papel do professor se restringe a escolher apenas as melhores representações e ignorar outros aspectos da mesma.

Desta maneira necessitamos explanar sobre a teoria dos Registros de Representação Semiótica, para discutirmos como a nossa visão de representação, embora em alguns aspectos comungue com essa proposição, tem implicações diferentes principalmente para a formação do professor.

Duval (1995) ao desenvolver os seus trabalhos começa a destacar a importância da linguagem para o desenvolvimento das aprendizagens intelectuais, mais especificamente nos domínios da sua própria língua materna (Francês) e da matemática. Para melhor entender a relação entre a matemática e sua linguagem, elege as representações semióticas como referencial e começa a estabelecer a base de sua teoria.

Ao buscar os rudimentos do conhecimento semiótico podemos destacar uma das definições mais elementares, do próprio radical da palavra grega que se deu na sua origem (semeion-signos), significando a ciência dos signos. Mas uma visão mais completa da semiótica e que a relaciona com variadas áreas, começa a surgir a partir

do século XIX, principalmente com os autores Pierce³⁸ (USA), Viesselovski e Potiebnia³⁹ (URSS) e Saussure⁴⁰ (Suíço).

Dentre eles, destacamos o trabalho de Pierce como tendo influência fundamental nas discussões de Duval, em seus trabalhos iniciais. Pierce destaca a lógica como uma parte integrante da semiótica. Posteriormente, integra a lógica com a filosofia e com a ciência, formulando uma teoria geral do signo e denominando-a de semiótica. Esse processo permitiu a exploração e identificação dos aspectos da semiótica em vários ramos inclusive na matemática, fato explorado por Duval.

Pierce também é pioneiro ao reconhecer a importância da diversidade de signos, fazendo a distinção entre três tipos: os ícones, os símbolos e os índices. Este fator é, certamente, o pilar principal das contribuições de Duval, que é a proposição da necessidade da transição entre os diversos registros de representações para que ocorra aprendizagem matemática.

Segundo Duval, no atual estágio do desenvolvimento do conhecimento matemático, o conceito de representação é o fundamento para a compreensão da constituição do mesmo. Indo para além, ele salienta que não é possível a mobilização de um conhecimento sem se valer de uma atividade de representação. Salienta que entrelaçado com o contínuo desenvolvimento do conhecimento, há implicação da criação e desenvolvimento de novos sistemas de representações semióticas que coexistirão com a língua natural.

Em específico, para o conhecimento matemático, Duval destaca que é impossível à correta apreensão do mesmo sem o recurso dos registros, dado o caráter abstrato dos conceitos matemáticos, como podemos sintetizar nas palavras de Duval (1995, p.17).

³⁸ Charles Sanders Peirce licenciou-se em ciências e doutorou-se em Química em Harvard. Ensinou filosofia nesta universidade e na Universidade de John Hopkins, contribuiu para o surgimento do Pragmatismo e da ciência dos signos, a semiótica. Além disso foi matemático, físico e astrônomo, atuando também nas ciências culturais, estudando particularmente Linguística, Filologia e História

³⁹ Pesquisadores Russos que desenvolveram pesquisas na área da teoria da Semiótica, o reconhecimento de seus trabalhos pela comunidade ocidental, ocorreu de maneira mais tardia, por conta da guerra fria.

⁴⁰ Ferdinand de Saussure: lingüista suíço cujas elaborações teóricas propiciaram o desenvolvimento da lingüística enquanto ciência e desencadearam o surgimento do estruturalismo.

Na matemática a especificidade das representações consiste em que elas são relativas a um sistema particular de signos, à linguagem, à escrita algébrica ou aos gráficos cartesianos e elas podem ser convertidas em representações equivalentes num outro sistema semiótico, podendo tomar significações diferentes pelo sujeito que as utiliza.

O modo como expressamos o conhecimento matemático é dado dentro de um sistema de representação semiótico e que possibilita variadas representações, como por exemplo, na língua materna, em forma de desenho, algébrica, fórmula ou signo específico...

Desta maneira, como não podemos lidar diretamente com o objeto do conhecimento, usamos a sua representação. Neste processo é consenso entre vários autores que se torna usual a tomada da representação como se fosse o próprio objeto do conhecimento matemático, fato que não ocorre somente entre os alunos, mas também muitas vezes, entre os próprios professores de matemática.

Para Duval (2003) as representações fazem um intercâmbio comunicativo entre o sujeito e a atividade cognitiva do pensamento. A representação, no aspecto cognitivo, se estabelece de maneira indissociável com o conhecimento. E desta forma quanto maior o número de representações distintas mobilizadas para a formação de um conceito, tanto melhor e mais ampla a sua compreensão.

Ao analisar as diferentes formas de representação semiótica do conhecimento matemático, associadas a um único objeto, Duval formula a sua tese central, que pode ser sintetizada na consideração de que para ocorrer a correta apreensão do objeto matemático deve haver a distinção entre o objeto e a sua representação, e essa se dará, através da coordenação de, no mínimo, dois registros de representações distintos.

Esse fato é realmente fundamental para a aprendizagem, e para o próprio funcionamento do pensamento humano. Entender que quando transitamos entre as diversas representações de um mesmo objeto estaremos realizando realmente a aprendizagem em matemática. Tendo em vista que o objeto do conhecimento matemático não é de fácil apreensão e que geralmente no processo de aprendizagem o aluno tem que lidar apenas com a sua representação, eis um ponto crucial, destacado por Duval: a necessidade da inserção de atividades escolares que assegure que uma

representação é apenas uma das possíveis formas de se representar o objeto de conhecimento.

Duval (2003) salienta e distingue, então, dois tipos de transformações de representações semióticas, o tratamento e a conversão. A primeira é a mais usual, e muitas vezes a que merece maior destaque no cenário educacional, pois os tratamentos são as transformações de representações que ocorrem em um mesmo tipo de registro. O fato de o aluno ser capaz de realizar o tratamento de um determinado registro não significa que ele detém a apreensão daquele conhecimento matemático, ele pode simplesmente ter memorizado uma seqüência algorítmica ou, no máximo, entendido as regras específicas daquela situação, sem ter realmente compreendido o conceito matemático por traz daquela operação. Por exemplo, o aluno pode ser capaz de realizar uma operação de adição (domínio algoritmo), mas se solicitado a proceder sem utilizar do algoritmo, poderá encontrar dificuldades para realizar o exercício.

Para que isso não ocorra necessitamos estimular constantemente no ensino, a segunda forma de transformação das representações semióticas, a conversão. Quando realizamos o processo de conversão, segundo Duval (2003), estamos realizando uma mudança total no registro, mantendo somente o aspecto que nos interessa, o próprio conceito. Neste sentido a História da Matemática pode ser uma fonte de novas representações que necessitem os aspectos de conversão, para a correta identificação do objeto matemático.

É nesse ponto que as nossas considerações começam a divergir da proposta original de Duval, já que as suas importantes considerações sobre a implicação da representação no plano cognitivo, não consideram a necessidade de discutir como essas representações se inseriram no âmbito da História. Não há, portanto, uma preocupação voltada sobre o modelo de pensamento moderno, tampouco os diferentes contextos culturais de criação dessas representações, fato que implica nas proposições de Bkouche acerca da retomada de sentido dos objetos de conhecimento.

Observamos na maioria das pesquisas relacionadas ao referencial de Duval uma preocupação acentuada com a escolha das melhores representações, as que geram uma “economia cognitiva”, o aspecto de escolher as representações por si só, sem cogitar a constituição da mesma, por exemplo. Não pretendemos mesurar o valor de

tais pesquisas, pois não há dúvidas de que as mesmas trazem efetivas contribuições para o processo de educação matemática. Mas queremos discutir a visão a - histórica associada a esse processo e, por vezes a redução do professor a um mero aplicador ou executor de seqüências didáticas.

Tudo isso justifica, portanto, a aproximação com a perspectiva de formação de professores defendida por Bkouche, e a partir daí, buscar nas importantes considerações sobre a representação a possibilidade da inserção da proposta histórica e problematizadora, para que nas diferentes representações oriundas da História o professor identifique o conhecimento associado a mesma e que dessa forma contribua para o processo de ensino e de aprendizagem.

Se pretendermos andar na contramão de propostas que restringem o papel do professor, aquele que simplesmente aplica “o melhor procedimento técnico” e também ampliar o que compreendemos sobre a representação, especialmente na questão dos algoritmos, é fundamental entendermos como a representação se constituiu como modelo para aquisição do saber (FLORES, 2006).

Especialmente, discutindo esse aspecto na formação de professores, já que a chave para o acesso aos objetos de conhecimento matemático passa pelas suas representações. Tem-se como fundamental o amplo entendimento da representação, para as adequadas escolhas no processo de ensino aprendizagem.

CAPÍTULO V - HISTÓRIA E AS REPRESENTAÇÕES DOS ALGORITMOS

A representação de um objeto matemático foi indispensável para o próprio desenvolvimento do conhecimento matemático e que, da mesma forma é, em grande medida, fundamental para a apreensão cognitiva do conceito ou objeto matemático. Desta maneira, pretendemos que o professor seja capaz de perceber que o objeto matemático e a sua representação mantém uma relação de conceitos das operações fundamentais e, por conseqüência, compreenda que as representações são escritas de diversas culturas, em determinados tempos históricos. Isso possibilitará a elaboração de estratégias de ensino, respaldadas nos algoritmos do ponto de vista da representação e da história.

A partir de estratégias históricas de representação dos algoritmos das operações fundamentais, objetiva-se a exploração histórica deste conhecimento. Isso permitirá não apenas o contato com as variadas e inventivas formas de calcular, usadas em diversos tempos, mas que este estudo colabore para elucidar questões relativas às propriedades operacionais presente nestas estratégias. Portanto, implicará na compreensão dos próprios conceitos matemáticos que estão envolvidos, na reflexão acerca da passagem entre essas variadas representações, permitindo entender melhor o próprio conceito da operação como sendo construído. Isso implicará no repensar de nossas percepções sobre as operações e em nossas estratégias metodológicas de ensino das mesmas.

Salientamos que não é nossa pretensão organizar os algoritmos de acordo com uma visão cronológica de sua utilização, tão pouco temos a vã pretensão de abranger todas as culturas que desenvolveram os seus algoritmos, mas sim realizaremos uma análise mais apurada de como algumas civilizações representaram suas operações matemáticas.

Neste caso, tomamos neste trabalho, particularmente, o conceito de multiplicação. Assim pretendemos eleger algumas representações estratégicas do algoritmo da multiplicação, compatíveis com a nossa proposição, e concordando com Miguel (2004) e Bkouche (2000) quando comentam que a produção da História na Educação Matemática é diferente da produção de História da Matemática.

Trazer a História dos algoritmos para o processo educativo significa não apenas oportunizar as diversas maneiras que se criaram os diversos processos de representar, mas principalmente trazer condições de estabelecer questionamentos sobre a produção dos conhecimentos matemáticos, sobre a produção dos próprios algoritmos. Abordar a História dos algoritmos significa trabalhar a concepção do próprio objeto do conhecimento matemático e também os aspectos que contribuíram para a construção deste objeto.

Desta forma, discutiremos algumas culturas tidas como históricas, olhando suas produções acerca das representações para calcular. Para tanto, é preciso discutir, ainda que não na totalidade, alguns aspectos presentes em tais culturas que produziram esses conhecimentos matemáticos, em específico a própria representação do algoritmo da multiplicação.

5.1 - A cultura Egípcia

O Egito é uma das culturas considerada mais antiga e sempre impressionou pela grandiosidade de suas obras, filosofias e artes. De acordo com Cardoso (1982) o Egito se localiza entre os desertos do Saara e da Núbia, por esse motivo também é conhecido como a jóia do Nilo (devido a sua dependência a esse rio). Supõe-se que o cultivo da agricultura e conseqüente início da civilização desta região tenha começado por volta de 6000 a.C. O autor ainda destaca que o Egito inicialmente era dividido em Alto Egito – formado pelas terras cultiváveis a margem do rio em sua extensão e o Baixo Egito, uma área mais ampla no delta do rio, com governos autônomos e independentes, mas posteriormente no ano de 3100 a. C. foi unificado em um único governo denominado Antigo Império.

Até recentemente, de acordo com Harris (1993), havia um interessante paradoxo ocorrendo, pois eram visíveis os sinais da cultura egípcia, que tanto impressionava pela imponência das suas estatuas e pirâmides. Essas marcas configuram a imponência deste império na Antiguidade e na riqueza de sua cultura. Contudo, o conhecimento sobre essa História era mínimo, pois não havia mais pessoas capazes de traduzir as informações escritas nos papiros e nos próprios monumentos. Essa situação se altera

com a descoberta da Pedra de Roseta, que é um bloco de granito negro que proporcionou aos investigadores um mesmo texto escrito em egípcio demótico, grego e em hieróglifos egípcios. Como o grego era uma língua bem conhecida, a pedra serviu de chave para a decifração dos hieróglifos por Jean-François Champollion, em 1822 e por Thomas Young em 1823 e apartir deste momento ficou mais fácil conhecer mais elementos da cultura egípcia.

Na questão específica do conhecimento matemático, podemos afirmar que eles dispunham de um bom desenvolvimento nesta área, motivados principalmente pela constante necessidade da mensuração das terras, por conta das constantes inundações, fato que contribuiu decisivamente para o desenvolvimento da geometria (Eves, 2004). Também se deparavam com complicados problemas relativos ao comércio e a logística, necessária para a construção de seus monumentos, que geralmente demandavam o emprego de uma quantidade enorme de operários.



Figura 1 - Egito antigo

Fonte http://pt.wikipedia.org/wiki/Hist%C3%B3ria_Antigo acesso em 15/03/2007

Essas informações chegam até nós, principalmente através das fontes oriundas dos poucos papiros⁴¹ que foram preservados através do tempo ou das inscrições presentes nos monumentos. Esses documentos revelam importantes contribuições matemáticas e representações do conhecimento matemático. Daí é possível extrair interessantes contribuições para as situações de ensino como, por exemplo, a discussão do uso da reconfiguração em geometria, exemplo abordado por Flores e Moretti (2005).

A título de exemplo vejamos como se dá o processo aditivo ou subtrativo na cultura egípcia. Isso perpassa pela compreensão da escolha do sistema de numeração egípcio, que é de base dez, não posicional, e que utilizava os seguintes símbolos.

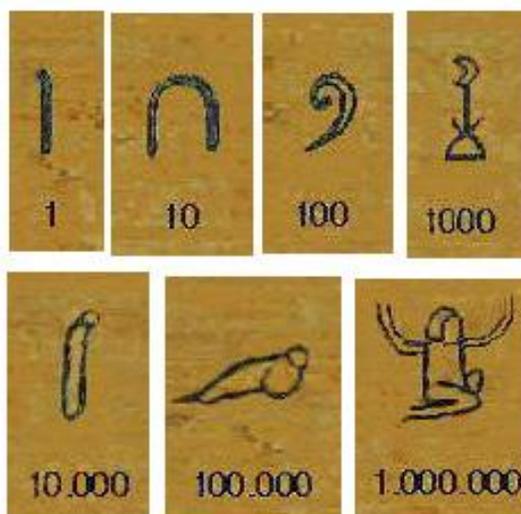


Figura 2 - Sistema de Numeração Egípcio

Fonte: www.icarito.cl acesso em 15/03/2007

Ao se deter nessa questão, entendemos o porquê da ausência de um algoritmo específico para essas operações na cultura egípcia, pois para dar conta dos problemas aditivos bastava agrupar os símbolos para a adição e, posteriormente, efetuar as trocas dos símbolos que excediam a dez, pelo símbolo de valor subsequente. Para a subtração bastava retirar os símbolos correspondentes aos valores desejados a subtrair.

⁴¹ Os mais conhecidos e estudados são os Papiros Egípcios Rhind (1850 a.C.) e Moscou (1650 a.C.)

Já no processo da multiplicação, para dar conta da problemática, exigia-se um processo mais algoritmo, que era através da observação da propriedade distributiva da multiplicação e de variadas duplicações de um dos números. Desta maneira, escolhiam-se um dos números, que seria o multiplicador, e várias vezes dobravam-se seu valor. Após realizar esse processo escolhiam-se os índices que adicionados ou subtraídos perfizessem o valor do multiplicando, a soma de seus resultados será o produto desejado.

Podemos visualizar esse processo no exemplo dado por: calcular 13×18 . Neste exemplo o número escolhido para multiplicador será o 13 e iremos utilizar os atuais algoritmos para o melhor entendimento do exemplo.

1	-	13	Após dobrar várias vezes o valor do 13, escolhemos os valores que somados são iguais a 18, no caso os assinalados com os asteriscos (2 e 16). Como o resultado de 2 é igual 26 e do 16 é igual a 208, a resposta do produto será igual a $26 + 208 = 234$
* 2	-	26	
4	-	52	
8	-	104	
* 16	-	208	

Para a divisão, os egípcios realizavam um processo similar: dobravam o valor do divisor sucessivas vezes até exceder o dividendo e, posteriormente, somavam os resultados dos valores dobrados, procurando chegar até o mais próximo possível do valor do dividendo. O resultado será a soma dos índices escolhidos e se a mesma não for igual ao dividendo, a diferença será o resto da divisão. Vejamos o exemplo $82 \div 13$.

1	-	13	Como 104 excede a 82, vamos somando os valores menores, no exemplo os que mais se aproximam foram marcados com o asterisco. ($26 + 52 = 78$) O resultado será a soma dos índices 2 (do 26) e 4 (do 52) que será igual a 6 e temos 4 que será o resto ($82 - 78 = 4$)
* 2	-	26	
* 4	-	52	
8	-	104	

A título de discussão, pretendemos levantar junto aos professores a questão de que ao entendermos a estrutura do sistema de numeração egípcio, como não posicional de base dez, o processo de dobrar o valor de um número se torna simplesmente em dobrar a quantidade de desenhos, e posteriormente efetuar as trocas necessárias.

Como também desejamos municiar o professor do entendimento da História da Matemática dentro dos campos de problemas, para a compreensão que o desenvolvimento dessas estratégias de algoritmos se destinavam, principalmente, a dar conta de resolver problemas, alguns inclusive muito similares aos que nos deparamos ainda atualmente. Como fonte desses problemas matemáticos, buscamos um dos mais importantes papiros, denominados de Papiro Rhindi.

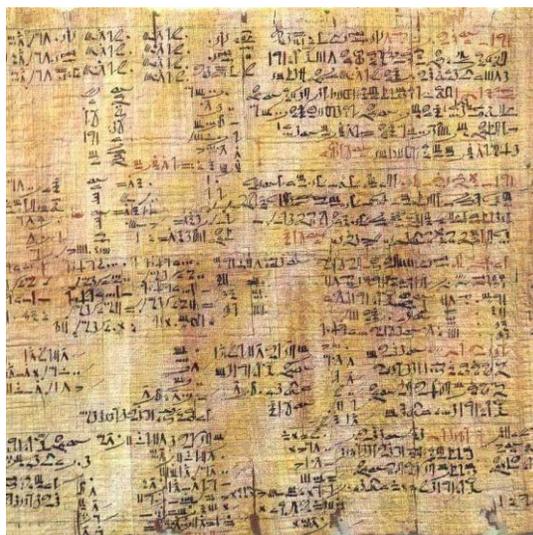


Figura 3 - Fragmento do papiro Rhind

Fonte: <http://www.malhatlantica.pt> acesso em 16/03/2007

O papiro de Rhind está escrito em hierático, da direita para a esquerda, tem 32 cm de largura por 513 cm de comprimento. É datado de cerca de 1650 a.C., embora o texto diga que foi copiado de um manuscrito, de cerca de, 200 anos antes. Possui 84 problemas de grande amplitude de situações e dificuldades. O papiro tem o nome do escocês Alexander Henry Rhind que o comprou por volta de 1850 em Luxor, no Egito. É também designado por papiro de Ahmes, nome do escriba egípcio que o copiou. Encontra-se atualmente no Museu Britânico.

Podemos selecionar alguns problemas apresentados no site <http://www.malhatlantica.pt> acesso em 16/03/2007, os quais foram retirados do papiro

Rhind:

O problema número 65 do papiro: Exemplo da divisão de 100 pães por 10 homens, incluindo um barqueiro, um capataz e um porteiro, que recebem uma porção dupla. Qual é a parte que cabe a cada um?

O problema 69 do papiro: $3 \frac{1}{2}$ *héqats* de farinha são transformados em 80 pães. Descubra a quantidade de farinha em cada pão.

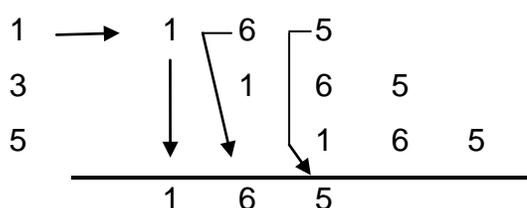
Há, portanto, uma diversidade de exemplos de problemas oriundos das fontes. Alguns deles foram trabalhados com os professores envolvidos nesta pesquisa e a discussão se encontra na seqüência deste trabalho, mas a idéia principal é fornecer a noção problematizadora, ou seja, que já na Antiguidade os Egípcios se deparavam com exigências sociais que demandavam um conhecimento matemático e representações próprias para dar conta destas situações.

5.2 - Cultura Índiana

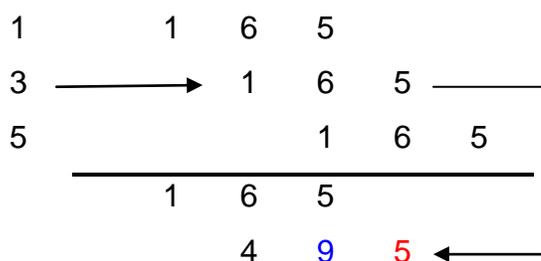
Não se conhece muito sobre o desenvolvimento inicial do povo indiano, devido a escassez de fontes históricas que resistissem ao tempo. O que é consenso é que a região na região da Índia já existia vestígios de uma civilização a mais de 5000 a. C. mas de acordo com Eves (2004) essa civilização desapareceu. Seu lugar foi ocupado por bando de nômades, vindos da planície central da Ásia e denominados de arianos. Foram responsáveis por um grande progresso na civilização desta região. De acordo com Blainey (2007) a Índia sempre foi palco de sucessivas invasões, como do Império Persa através do rei Dário ou de Alexandre Magno. Mas esse fato não perturbou o desenvolvimento de uma avançada matemática e responsável por várias das mais importantes criações matemáticas. Inclusive a do nosso atual sistema de numeração. Podemos observar algumas de suas representações no decorrer da História de seu desenvolvimento.

Observamos que há dois importantes elementos a serem observados enquanto recurso de representação: O primeiro é a disposição dos números com o multiplicador estando na vertical e o multiplicando na horizontal. O segundo aspecto é que para cada classe decimal do multiplicador, repetimos uma vez o multiplicando (na horizontal) e para a classe seguinte além de repetir, deslocamos toda a representação numérica do multiplicador o espaço de uma classe decimal para a direita. Questionar o entendimento desta estratégia é fundamental para a compreensão desta representação, faremos um exemplo para posteriormente suscitarmos essa reflexão com os professores que participam da pesquisa.

Iniciamos a multiplicação, e cada resultado será colocado na respectiva linha vertical, iniciando da direita para a esquerda e abaixo do traço, que representa a igualdade, neste procedimento se respeita o valor posicional e é necessário o domínio do processo de “reserva”.



Iniciamos com a multiplicação com 1 (centena), efetuamos as multiplicações e registramos o resultado na linha vertical abaixo dos números.



Em seqüência procedemos a multiplicação do 3 (dezena), notamos que automaticamente ele está deslocado uma casa a direita, além de ao realizar a multiplicação de $3 \times 5 = 15$ (em vermelho), o 5 é registrado na linha vertical e 1 dezena é acrescida ao resultado seguinte, que fica $3 \times 6 = 18 + 1 = 19$, registramos o nove (em azul) e 1 dezena é acrescida na posição em seqüência..., sempre procedendo desta forma quando necessário.

1 1 6 5

3	1	6	5	
5		1	6	5
	1	6	5	
		4	9	5
			8	2
				5
	2	2	2	7
				5

Na última etapa, observamos que ao multiplicar 5 unidade, a mesma encontra-se também deslocada uma posição à direita.

Realizamos a multiplicação e posteriormente somamos todos os resultados, chegando ao produto desejado.

Ifrah (1997) nos apresenta um método indiano denominado de sthânakhanda (significa separação das posições), o desenvolvimento de tal método é atribuído ao do matemático indiano Bhâkarâchârya, remonta, de acordo com Ifran, a aproximadamente o ano de 1150 . Vejamos no exemplo de $545 \times 36 =$ de como efetuarmos essa operação neste método:

A distribuição será da seguinte forma:

5	4	5	5	4	5
		3			6

O procedimento de multiplicação deve se iniciar pelo algarismo da unidade do multiplicador, realizando a multiplicação pelo número que ocupa também a posição da unidade do multiplicando, em seqüência continuamos com a unidade do multiplicador e pulamos a dezena do multiplicando, pois já se encontra ocupado o espaço da resposta, passando a operar com a centena e ficando da seguinte forma:

5	4	5	5	4	5
		3		↙ 6 ↘	
			3	0	3
					0

Feito esse processo, retornamos para a operação do algarismo da dezena do multiplicando, registrando o seu resultado no seu espaço adequado, uma linha abaixo e

em seqüência somando os valores e encontrando o resultado da primeira parte da operação.

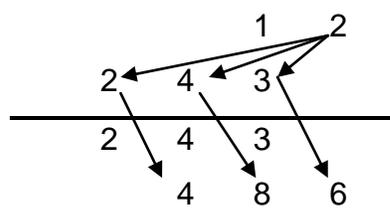
$$\begin{array}{r}
 5 \quad 4 \quad 5 \\
 \quad 3 \\
 \hline
 3 \quad 0 \quad 3 \quad 0 \\
 \quad 2 \quad 4 \\
 \hline
 3 \quad 2 \quad 7 \quad 0
 \end{array}$$

Realizamos o mesmo procedimento semelhante com o algarismo da dezena do multiplicador, mas com a necessidade de destacar a especificidade na hora de registrar o resultado da operação, que deve ser embaixo do resultado da operação de multiplicação da unidade, deixando o espaço abaixo da unidade do resultado em branco, ficando desta forma:

$$\begin{array}{r}
 5 \quad 4 \quad 5 \\
 \quad 3 \\
 \hline
 1 \quad 5 \quad 1 \quad 5 \\
 \quad 1 \quad 2 \\
 \hline
 3 \quad 0 \quad 3 \quad 0 \\
 \quad 2 \quad 4 \\
 \hline
 3 \quad 2 \quad 7 \quad 0 \\
 \quad 1 \quad 6 \quad 3 \quad 5
 \end{array}$$

Nesta etapa, identificamos a estratégia usada para representar a multiplicação pela dezena (3) já muito similar a como fazemos hoje, ou seja deixando um espaço em branco. A última etapa envolve a soma das parcelas que totalizarão o resultado final.

$$\begin{array}{r}
 5 \quad 4 \quad 5 \\
 \quad 3 \\
 \hline
 1 \quad 5 \quad 1 \quad 5 \\
 \quad 1 \quad 2 \\
 \hline
 3 \quad 0 \quad 3 \quad 0 \\
 \quad 2 \quad 4 \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$



Para finalizar, basta somar as parcelas resultantes para obtermos o resultado final, ficando:

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \hline
 2 \\
 4 \\
 8 \\
 \hline
 2 1 6 \\
 8 \\
 \hline
 2 9 1 6
 \end{array}$$

Um procedimento denominado de Nasir ad dîn Tûsî que data do século XIII de acordo com Ifrah (1997, p. 444) “encontrado no Miftah al Hisâb (Chave da Aritmética) de Ghamshid ibn Mas`ûd Ghiyat ad dîn al Kâshî (originário da cidade persa de Kashan); obra cuja a redação foi acabada em 1427”, mas o próprio autor ressalta que este método já era conhecido desde 1265, data da publicação compilada por seu discípulo Hasan ibn Muhammad na Nayshaburî.

Neste algoritmo já é notável a semelhança da disposição com o que utilizamos na atualidade, sendo a primeira etapa o registro dos dois algoritmos dispostos da mesma maneira que usualmente fazemos. Vejamos como proceder na multiplicação de 532 X 184

$$\begin{array}{r}
 5 \\
 1 \\
 \hline

 \end{array}$$

Dando continuidade, realizamos o inverso do que usualmente fazemos, considerando o multiplicador o número da parte superior, a operação deve começar da

unidade deste número e o registro do resultado se dará como no exemplo anterior, ou seja, sem o procedimento de reserva, rascunho ou apagar, ficando desta forma:

Multiplicação pela unidade:

$$\begin{array}{r}
 5 \quad 3 \quad 2 \\
 1 \quad 8 \quad 5 \\
 \hline
 1 \quad 1 \quad 0 \\
 1 \quad 6 \\
 \hline
 \end{array}$$

Marcamos a igualdade com um traço, mas não para fazer o sub-total, aparentemente era uma representação escolhida para facilitar a percepção do início da operação da unidade decimal seguinte, o que necessitava do cuidado de deixar um espaço em branco para respeitar o valor da multiplicação da dezena, ficando desta forma:

$$\begin{array}{r}
 5 \quad 3 \quad 2 \\
 1 \quad 8 \quad 5 \\
 \hline
 1 \quad 1 \quad 0 \\
 1 \quad 6 \\
 \hline
 3 \quad 1 \quad 5 \\
 2 \quad 4 \\
 \hline
 \end{array}$$

Na próxima etapa, repetimos o procedimento para a centena e efetuamos a soma de todas as parcelas, chegando ao resultado final.

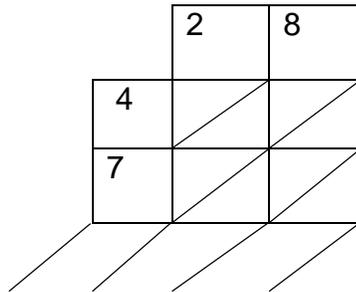
$$\begin{array}{r}
 5 \quad 3 \quad 2 \\
 1 \quad 8 \quad 5 \\
 \hline
 2 \quad 1 \quad 0 \\
 1 \quad 6 \\
 \hline
 3 \quad 1 \quad 5 \\
 2 \quad 4 \\
 \hline
 5 \quad 2 \quad 5 \\
 4 \quad 0 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \hline
 9 \quad 7 \quad 1 \quad 2 \quad 0 \\
 \quad \quad 1 \quad 3 \\
 \hline
 9 \quad 8 \quad 4 \quad 2 \quad 0
 \end{array}$$

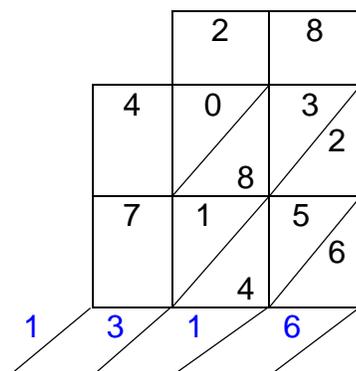
Outro método interessante a ser discutido, é conhecido como *per gelosia* (pelo ciúme), muito difundido pelos árabes, mas que tem, provavelmente, origem na matemática dos hindus, conforme aponta Eves (2004).

Calculamos neste método 28 X 47.

No primeiro passo é necessário proceder com o desenho quadricular da seguinte forma:



Em seqüência efetuamos os cálculos de multiplicação, de tal forma que sempre o numeral de menor valor posicional, fique na parte inferior da diagonal do quadrado, posteriormente resta somente somar os valores, diagonal a diagonal (resultados em azul), fazendo o processo de “reserva” para a diagonal seguinte se necessário Como no exemplo.



Para discutirmos esses algoritmos no contexto da problematização, podemos recorrer a uma variedade de registros indianos. Um dos mais antigos apontados no site <http://www.malhatlantica.pt/mathis/India/Bakhshali.htm> acessado em 22/03/2007, é o Manuscrito de Bakhshali que foi descoberto por um agricultor numa ruína perto da aldeia de *Bakhshali*, atualmente no Paquistão, em 1881. Grande parte do manuscrito foi destruído e apenas cerca de 70% das suas folhas (em casca de vidoeiro) sobreviveram. Não se sabe ao certo a sua data de origem alguns autores apontam como sendo de entre 200 a 400 d.C. O manuscrito contém diferentes regras e problemas que ilustram a aplicação das regras, juntamente com as suas soluções. Os problemas dizem respeito, sobretudo, a aritmética, "álgebra", e alguns problemas de geometria e medida. Podemos observar que se deparavam já com uma variedade de problemas semelhantes aos que ainda encontramos hoje.

Podemos selecionar alguns exemplos extraídos do site:

Problema 01: Um certo rei deu a três dos seus servos sessenta e cinco *dinares*, numa razão de metade, um terço e um quarto. Quanto deu a cada um?

Problema 02: Um certo homem tem 30 *dinares*, ganha cinco *dinares* cada dia, e gasta nove *dinares* em cada dia. Em quantos dias ficará sem dinheiro?

Problema 03: Oh sábio! Um empregado ganha cinco *rupakas*, em cada três dias. Outro ganha seis *rupakas*, em cada cinco dias. O primeiro dá ao segundo sete *rupakas*. Ao fim de quanto tempo os seus bens são iguais? Que seja dito.

5.3 - Cultura Européia

Um ponto que observamos no início deste trabalho, é a questão da firme representação algorítmica, embasada em uma visão de mundo muitas vezes eurocêntrica. Fato este que, ao olhar na História, se torna até discrepante, pois percebemos que por grande tempo o desenvolvimento de processos algoritmos não era uma realidade na Europa, tornando indispensável o uso do ábaco ou materiais manipulativos, conforme podemos situar sua importância nas palavras de Crosby (1999, p. 50)

Os europeus medievais escreviam seus números em algarismos romanos, mas não usavam esse sistema para os cálculos. Tinham nas suas mãos e nos

dedos um computador útil e, para as operações mais difíceis, contavam com o ábaco ou a tábua de calcular...

...Hoje em dia, a palavra ábaco, apesar de sua origem grega e latina, refere-se a aquele instrumento do leste asiático com o qual se fazem cálculos deslizando conta por fios de arame.

Se na Idade Média a relação com o conhecimento matemático não era um dos aspectos preponderantes para as culturas européias, essa situação se altera drasticamente com o Renascimento e com a exploração das Américas. O Renascimento contribuiu para a valorização da matemática, através do resgate a ciência que ocorreu neste período, já as navegações, possibilitavam o processo de colonização do Novo Mundo, aumentando de maneira exponencial as possibilidades de matérias para comercialização e impulsionando um novo modelo de sociedade baseado no capital e por conseqüência na quantificação.

Uma das conseqüências dessa valorização da quantificação, da necessidade de calcular valores, localizar coordenadas no espaço marítimo, descrever matematicamente o mundo físico, os aspectos químicos, etc. começa a se infiltrar nos mais variados meios, como a arte, e se estabelecer de forma intrínseca na maioria das relações sociais. Com essa demanda, surge a necessidade não apenas de deter as possibilidades para cálculos, mas escolher as representações mais rápidas e adequadas a essa sociedade que se delineava.

Essa reflexão aponta alguns elementos para o entendimento da priorização de alguns algoritmos ou estratégias, em detrimento a outros, além de apontar uma marcante característica que permanece até os dias atuais, a infiltração cada vez mais preponderante do conhecimento matemático na escola. Neste novo modelo social que se constitui, a agilidade para a realização dos cálculos passa a ser apreciada, levando a pesquisa de representações que agilizassem os procedimentos.

Uma das vias para proporcionar a agilidade nos cálculos, nas representações, perpassa por escolhas de representações que minimizem o esforço de quem desempenhe o cálculo. Tais representações deveriam demandar um conhecimento mínimo sobre a operação, por parte de quem a efetue, e resultar em uma confiabilidade nos resultados.

Podemos ainda perceber o resultado de tais tentativas nos dias atuais, com a grande possibilidade que dispomos de ferramentas mecanizadas para realizarmos os mais variados cálculos, como calculadoras, softwares, etc. Tais representações de como proceder a cálculos, geralmente não são bem vistas nas escolas, por não proporcionar a capacidade de pensar do aluno, com essa reflexão sobre a origem histórica dos procedimentos mecanizados, pretendemos contribuir no debate, para que o professor perceba que o algoritmo escrito, quando utilizado de maneira inadequada, também não assegura a aquisição do conhecimento e é muito similar a efetuar uma conta na calculadora.

Para isso, escolhemos alguns exemplos da história que ilustram a relação entre a representação e a mecanização dos procedimentos para cálculo. Escolhemos dois procedimentos histórico para ilustrar essas situações. O primeiro é: Régua de Neper.

Em 1617, o matemático Jonh Neper, que ficou conhecido principalmente pelo seu trabalho no desenvolvimento dos logaritmos, contribuiu com a invenção do que hoje chamamos de régua de Neper. Tais régua são um dos primeiros artifícios puramente mecânico para os cálculos de multiplicação. Um conjunto de régua era composto da seguinte maneira:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0 1	0 2	0 3	0 4	0 5	0 6	0 7	0 8	0 9
2	0 2	0 4	0 6	0 8	1 0	1 2	1 4	1 6	1 8
3	0 3	0 6	0 9	1 2	1 5	1 8	2 1	2 4	2 7
4	0 4	0 8	1 2	1 6	2 0	2 4	2 8	3 2	3 6
5	0 5	1 0	1 5	2 0	2 5	3 0	3 5	4 0	4 5
6	0 6	1 2	1 8	2 4	3 0	3 6	4 2	4 8	5 4

7	0 7	1 4	2 1	2 8	3 5	4 2	4 9	5 6	6 3
8	0 8	1 6	2 4	3 2	4 0	4 8	5 6	6 4	7 2
9	0 9	1 8	2 7	3 6	4 5	5 4	6 3	7 2	8 1

Esse conjunto era composto de régua móveis e independentes, para título de exemplo de como se dava o funcionamento de tais régua, como se dá a representação da multiplicação com o uso das mesmas, usaremos o exemplo da operação 4×85 .

Selecionamos as régua dos multiplicandos, neste caso o 8 e o 5, e as posicionamos lado a lado, seguindo a ordem da representação numérica, e a régua com os índices, ficando da seguinte forma:

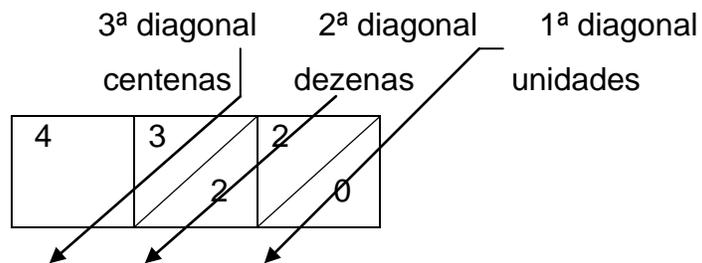
	8	5
1	0 8	0 5
2	1 6	1 0
3	2 4	1 5
4	3 2	2 0
5	4 0	2 5
6	4 8	3 0
7	5 6	3 5

8	6 / 4	4 / 0
9	7 / 2	4 / 5

Observamos a coluna que nos interessa, que neste caso é a do índice 4, desta forma fica:

4	3 / 2	2 / 0
---	-------	-------

A ultima etapa é identificar as diagonais começando da direita para a esquerda, efetuar as somas dos valores dessas diagonais de forma semelhante ao método de per gelosia e desta maneira formando respectivamente as unidades, dezenas centenas... o resultado fica desta forma:

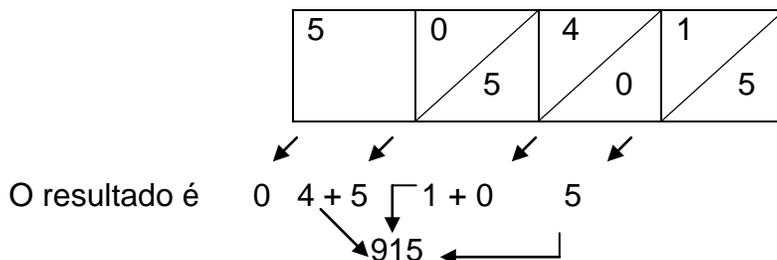


Ficando: 3 2 + 2 0

O resultado final é 340.

Quando é um número maior, necessitamos fracionar a multiplicação, com a estratégia que pode ser vista no exemplo de 35 X 183.

Começamos com o numero 5 do multiplicador e procedemos igual ao exemplo anterior, ficando:



Posteriormente iniciar o procedimento com o número 3 da dezena, como esse 3 representa 30 vezes, posteriormente há a necessidade de colocar um 0 no lugar da

unidade no resultado. Podemos justificar essa necessidade de representação, pela compreensão de que 30 é dez vezes o valor 3, então podemos multiplicar por 3 e posteriormente por dez, como multiplicar por dez (em números naturais) é somente acrescentar um 0 de forma a ocupar o lugar da unidade, justamente o que foi solicitado a fazer nesta situação. Desta maneira 3×183 :

3	0	2	0
	3	4	9

Que resulta em 549, acrescentando o 0 de forma a ocupar o lugar da unidade, fica 5490. Para finalizar a operação é necessário somar os dois valores:

Desta forma a resposta de 35×183 é $5490 + 915$ que é igual a 6405. E essa mesma lógica deve ser utilizada no exemplo que envolvem centenas e ou outras classes decimais mais elevadas.

A outra variação para a multiplicação que também utiliza um expediente semelhante, conhecida como régua de Lucas-Genaile, desenvolvida no final do século XIX pelo matemático Edouard Lucas e pelo engenheiro Genaille Lucas. Tais régua na verdade uma elaboração das régua de Neper, onde se pode economizar várias etapas no processo de cálculo.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	0	2	4	6	8
1	1	3	5	7	9	1	3	5	7	9
0	0	3	6	9	2	5	8	1	4	7
3	1	4	7	0	3	6	9	2	5	8
2	2	5	8	1	4	7	0	3	6	9
0	0	4	8	2	6	0	4	8	2	6
1	1	5	9	3	7	1	5	9	3	7
2	2	6	0	4	8	2	6	0	4	8
3	3	7	1	5	9	3	7	1	5	9
0	0	5	0	5	0	5	0	5	0	5
1	1	6	1	6	1	6	1	6	1	6
2	2	7	2	7	2	7	2	7	2	7
3	3	8	3	8	3	8	3	8	3	8
4	4	9	4	9	4	9	4	9	4	9
0	0	6	2	8	4	0	6	2	8	4
1	1	7	3	9	5	1	7	3	9	5
2	2	8	4	0	6	2	8	4	0	6
3	3	9	5	1	7	3	9	5	1	7
4	4	0	6	2	8	4	0	6	2	8
5	5	1	7	3	9	5	1	7	3	9
0	0	7	4	1	8	5	2	9	6	3
1	1	8	5	2	9	6	3	0	7	4
2	2	9	6	3	0	7	4	1	8	5
3	3	0	7	4	1	8	5	2	9	6
4	4	1	8	5	2	9	6	3	0	7
5	5	2	9	6	3	0	7	4	1	8
6	6	3	0	7	4	1	8	5	2	9
0	0	8	6	4	2	0	8	6	4	2
1	1	9	7	5	3	1	9	7	5	3
2	2	0	8	6	4	2	0	8	6	4
3	3	1	9	7	5	3	1	9	7	5
4	4	2	0	8	6	4	2	0	8	6
5	5	3	1	9	7	5	3	1	9	7
6	6	4	2	0	8	6	4	2	0	8
7	7	5	3	1	9	7	5	3	1	9
0	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	1	0	9	8	7	6	5	4	3	2
2	2	1	0	9	8	7	6	5	4	3
3	3	2	1	0	9	8	7	6	5	4
4	4	3	2	1	0	9	8	7	6	5
5	5	4	3	2	1	0	9	8	7	6
6	6	5	4	3	2	1	0	9	8	7
7	7	6	5	4	3	2	1	0	9	8
8	8	7	6	5	4	3	2	1	0	9

figura 5 - régua de Lucas-genaile

Fonte: <http://www.giocomania.org/pagine/20668/pagina.asp> acesso em 25/03/2007.

Para entender como utilizar esse método, que é semelhante ao de Neper, explicaremos a partir do exemplo de 5937 X 69.

X	5	9	3	7	
2	0	0	8	6	4
	1	1	9	7	5
3	0	5	7	9	1
	1	6	8	0	2
	2	7	9	1	3
4	0	0	6	2	8
	1	1	7	3	9
	2	2	8	4	0
	3	3	9	5	1
5	0	5	5	5	5
	1	6	6	6	6
	2	7	7	7	7
	3	8	8	8	8
	4	9	9	9	9
6	0	0	4	8	2
	1	1	5	9	3
	2	2	6	0	4
	3	3	7	1	5
	4	4	8	2	6
	5	5	9	3	7
7	0	5	3	1	9
	1	6	4	2	0
	2	7	5	3	1
	3	8	6	4	2
	4	9	7	5	3
	5	0	8	6	4
	6	1	9	7	5
8	0	0	2	4	6
	1	1	3	5	7
	2	2	4	6	8
	3	3	5	7	9
	4	4	6	8	0
	5	5	7	9	1
	6	6	8	0	2
	7	7	9	1	3
9	0	5	1	7	3
	1	6	2	8	4
	2	7	3	9	5
	3	8	4	0	6
	4	9	5	1	7
	5	0	6	2	8
	6	1	7	3	9
	7	2	8	4	0
	8	3	9	5	1

O primeiro passo é selecionar as régua que formam o número 5937, que são respectivamente a 5, 9, 3 e 7, acrescentamos a elas a régua de referência e em seqüência devemos dispô-las como no exemplo ao lado.

Iniciamos o processo operatório a partir do numeral 6 do multiplicador, que neste caso significa selecionar na régua de referência a linha marcada pelo número 6, que neste exemplo está destacada em verde. A resposta será constituída da direita para a esquerda e sempre inicia com o primeiro número que se encontra na coluna do algarismo da unidade. No exemplo a unidade é a régua 7 e o primeiro algarismo da coluna na multiplicação por 6 é o 2, que destacamos em amarelo.

Esse número, que além de ser o algarismo da unidade da resposta, também está na base de uma triângulo, cuja o vértice oposto a base, aponta para o próximo algarismo a ser transposto para a resposta, que neste casa é novamente um 2, como destacamos na figura ao lado. Este outro algarismo também esta na base de um triângulo que indicará o próximo algarismo que comporá a resposta.

Está lógica deverá ser seguida até o último algarismo, que sempre será pertencente a régua de referência. Desta maneira a resposta do produto entre

6 e 5937 é igual a 35622, como podemos observar na figura e averiguar a exatidão do cálculo por outros métodos.

Finalmente realizamos o mesmo procedimento com o número 9 da régua de referência, com o diferencial do compromisso de nos atentarmos ao fato de serem 9 dezena e por conta disso, necessitamos acrescentar o número 0 para ocupar a o lugar

da unidade na resposta, como já é de praxe em outros procedimentos semelhantes. Desta forma aos resultados (grifados em amarelo na figura de exemplo) que são 53433 devemos acrescentar um 0, ficando 534330 como resultado final desta etapa.

Por fim, necessitamos somar as os dois produtos que obtivemos para chegar ao valor final da operação, resultando em $35622 + 534330 = 569952$, o resultado que pretendíamos obter.

Para contextualizar a questão das problemáticas que levaram a escolha de tais representações, que priorizavam a agilidade no cálculo, podemos situar que os europeus deste período histórico foram os percussores de nossas atuais relações com os procedimentos matemáticos. Eles iniciaram um modo de vida calcado em uma constante relação com a medida, o cálculo, a exatidão... e que por essa característica deveríamos dispor o menor tempo possível para “perder” com esses procedimentos de cálculos. Podemos visualizar essa relação em nossa atual sociedade, quando na maioria das vezes que vamos ao mercado a máquina registrado somente nos apresenta o valor final, no posto de combustível, a bomba de abastecimento fornece além dos litros, o valor a ser pago em reais.

Portanto as problemáticas enfrentadas pelos europeus que impeliram a desenvolver essas representações, esse modo de conhecimento, estão relacionadas as relações sociais ordinárias, as comercializações, os pagamentos, negociações... Entender as escolhas para enfrentar essas situações, possibilita um entendimento por parte do professor, a cerca das nossas atuais escolhas, e das implicações das novas tecnologias no ensino da matemática.

CAPÍTULO VI - A HISTÓRIA E A REPRESENTAÇÃO DE ALGORITMOS NA ORGANIZAÇÃO DE ESTRATÉGIAS PEDAGÓGICAS: DISCUSSÃO DE UMA EXPERIÊNCIA

Um dos principais objetivos desta pesquisa é a contribuição à formação dos professores pedagogos que lecionam matemática, especialmente para os que atuam nas séries iniciais do ensino fundamental e que, normalmente, tem no processo de ensino dos algoritmos uma das preocupações centrais de sua ação docente. Com esse entendimento, após o processo de pesquisa histórica e seleção de algumas representações significativas dos algoritmos da multiplicação e de uma firme revisão acerca dos referenciais teóricos da inserção da História da Matemática no Ensino da Matemática, consideramos conveniente complementar e socializar essas discussões com um grupo de professores que atuam nas séries iniciais.

Desta maneira, realizaremos uma análise das relações estabelecidas entre nossas discussões teóricas com a prática pedagógica do ensino da matemática nas séries iniciais. Para darmos conta desta proposição estabeleceremos uma discussão com o grupo participante da pesquisa em tom de formação continuada, munindo os participantes dos principais elementos históricos e pedagógicos de nossa pesquisa, para posteriormente fomentarmos a tradução de nossas discussões em ações metodológicas a serem aplicadas nas salas de aulas dos participantes. Isso implicará na análise, juntamente com os professores, do impacto da inserção desta metodologia em sala de aula.

Na composição e efetivação de nosso grupo de pesquisa, uma das primeiras preocupações foi a da escolha do local de pesquisa. Foi selecionada uma escola pública da rede municipal de educação de Pato Branco de médio porte (148 alunos). Os alunos são distribuídos de acordo com a estruturação do sistema municipal de Pato Branco em salas de 1ª, 2ª e 3ª série do 1º ciclo e também de 1ª e 2ª séries do 2º ciclo. Essa organização do trabalho pedagógico era em certo ponto causa de angústia para o corpo docente, neste ano de 2007. No início de ano a escola estava organizada em dois ciclos de duas séries e foi forçada a mudar por conta da deliberação 02/2007 do Conselho Estadual de Educação do Estado do Paraná, que determinou no dia 13 de

abril de 2007, a imediata implantação do ensino fundamental de nove anos em todo o estado, fato que só era esperado para o ano seguinte.

Fora a parte essa situação que era atípica, a escola correspondia as nossas necessidades de pesquisador. A escolha desta se deve ao fato de que a mesma é situada no local de origem do pesquisador. Além de se constituir como uma escola de ensino público, o que a coloca no cenário brasileiro como responsável pela maioria do atendimento educacional, demandar um sério projeto de investimento material e profissional, principalmente, na qualificação dos seus profissionais. Isso porque se pretende que a escola contribua na construção de uma sociedade menos desigual, como afirmam Nosella (2002) e Freire entre outros.

Outros aspectos que nos levaram a determinar essa escolha foram a disponibilidade da direção em apresentar a proposta para os professores e em apoiar, no limite do possível, o desenvolvimento desta pesquisa. Além disso, o expressivo interesse dos professores, frente ao convite para a pesquisa, independente do mesmo implicar em horas de estudo em horários diferentes de suas horas de trabalho. Outro ponto significativo foi que todos os professores participantes da pesquisa eram concursados e fixados seu padrão de trabalho na escola. Todos os professores têm formação de ensino superior, a maioria em pedagogia – exatamente o que esperávamos e necessitávamos para a pesquisa – e somente duas professoras que tinham a formação em magistério no ensino médio, mas escolheram a opção licenciatura em matemática, para curso de formação em ensino superior.

No desenvolvimento desta pesquisa realizamos oito encontros com os professores participantes, que descrevemos na seqüência. Para registro dos encontros escolhemos como procedimento metodológico a constituição do que denominamos de memórias que se efetivaram da seguinte forma:

Para cada encontro elegíamos um redator, que participaria das discussões de maneira integrada mas com a responsabilidade de registrar, de maneira suscinta, os acontecimentos e as falas que se desenrolaram no decorrer do encontro. Como os encontros são quinzenais, posteriormente ao encontro, o redator tem um prazo de quatro dias para digitar a memória da reunião (anexo 4) e passar para todos os

colegas, sendo uma cópia por e-mail e outra cópia impressa (a escola se disponibilizou em fazer a impressão).

Os participantes tem o prazo de sete dias para indicar correções, diretamente ao redator da reunião, que posteriormente as correções necessárias, entrega a cópia definitiva na reunião seguinte. Acrescida a esta fonte de informação, teremos dois questionários, materiais didáticos produzidos nos encontros pelos professores, esses materiais aplicados com os alunos, além de outros elementos que iremos capturar através de nossa participação na pesquisa.

Após a exposição de como desenvolvemos a nossa pesquisa, apresentaremos de maneira sucinta as professoras participantes da pesquisa, usando pseudônimos:

Professora Iraci: Formação inicial em Magistério (nível médio), graduada em Pedagogia pela FAFI, atua na área das séries do iniciais a 14 anos, desenvolvendo atividades da educação infantil até a 4ª série, concursada em dois padrões de 20 horas, atualmente é diretora da escola (cargo eletivo), função que exerce a um ano e meio.

Professora Iracema: Formação inicial em Magistério (nível médio), graduada em Pedagogia pela FAFI, atua na área das séries do iniciais a 16 anos, desenvolvendo atividades da educação infantil até a 4ª série, concursada em dois padrões de 20 horas, atualmente é coordenadora pedagógica da escola (cargo indicado pela secretária municipal de educação), função que exerce a um ano e meio.

Professora Raquel: Formação inicial em Magistério (nível médio), graduada em Pedagogia pela FACIPAL, atua na área das séries do iniciais a 10 anos, concursada em um padrão de 20 horas, atualmente é docente da 1ª série do 1º ciclo (vespertino).

Professora Luciane: Formação inicial em Magistério (nível médio), graduada em Pedagogia pela ULBRA, é seu primeiro ano de atuação profissional na área das séries, concursada em um padrão de 20 horas e contratada mais 20 horas no sistema de aulas extraordinárias, exercendo a docência da 1ª série do 2º ciclo (matutino) e 3ª série do 1º ciclo (vespertino).

Professora Sônia: Formação inicial em Magistério (nível médio), graduada em Ciências e Matemática pelo CEFET-PR (transformado atualmente em UTFPR), atua na área das séries do iniciais a 17 anos, concursada em dois padrões de 20 horas, atualmente é docente das 1ª e 2ª série do 2º ciclo (matutino e vespertino).

Professora Regina: Formação inicial em Magistério (nível médio), graduada em Pedagogia pela UNIOESTE, atua na área das séries do iniciais a 10 anos, concursada em um padrão de 20 horas e professora de uma escola particular mais 20 horas , atualmente é docente da 2ª série do 1º ciclo (vespertino).

Professora Silvana: Formação inicial em Magistério (nível médio), graduada em Ciências Econômicas (FACEPAL) e Licenciatura em Ciências e Matemática pelo CEFET-PR (transformado atualmente em UTFPR), atua na área das séries do iniciais a 14 anos, concursada em dois padrões de 20 horas, atualmente é docente das 3ª série do 1º ciclo (vespertino) e da 2ª série do 2º ciclo (matutino).

Professora Ingrid: Formação inicial em Magistério (nível médio), graduada em Pedagogia pela UNIPAR, atua na área das séries do iniciais a 4 anos, concursada em um padrão de 20 horas e contratada mais 20 horas no sistema de aulas extraordinárias, atualmente é docente da sala de contra-turno (matutino e vespertino).

6.1 - primeiro encontro da pesquisa:

Nosso primeiro encontro de trabalho foi realizado nas dependências da escola, contando com a presença dos oito professores⁴². Neste primeiro encontro apresentamos o projeto de pesquisa, explorando a justificativa de escolher a História da Matemática e a sua importância na formação do professor de matemática. Em seqüência acordamos aspectos práticos de nosso trabalho, definindo que as nossas reuniões, em um total de seis, aconteceriam na própria escola após o encerramento das atividades do período vespertino e teriam duração de duas horas. Por fim, solicitamos aos professores o preenchimento do questionário I (anexo 1)

A análise desse primeiro questionário somada às falas presente na conversa inicial com os professores, cumpriram o objetivo de corroborar a plena existência do que Gaspar (2003) denomina concepção formalista da matemática ou, como Carvalho (2004) denomina de visão sintética do conhecimento matemático. Esses pressupostos apontam ser muito comuns na maioria dos professores onde os mesmos consideram a matemática apenas nos seus aspectos de aplicação técnica e exato. Como podemos

⁴² A escola conta com dez professores, dos quais não participaram dois, das áreas de educação artística e física.

ilustrar na resposta da professora Luciane, quando solicitada a definir com suas palavras o que é matemática:

- Ciência que estuda os números bem como suas propriedades e relações....

Com outras palavras, mas seguindo raciocínio similar destacamos a resposta da professora Silvana:

- Ciência que tem por objetivo analisar e compreender cálculos e situações cotidianas que envolvam números....

Na oralidade a professora Iracema destaca a importância de saber realizar os cálculos das operações fundamentais, fato que considera essencial em termos de conteúdo a ser assimilado em matemática nas séries iniciais. Também considera a matemática “como a ciência exata” que tem respostas “irrefutáveis”. Tais posições foram somadas a um forte coro por parte dos professores colegas. Esses apontamentos se encaixam de forma interessante com uma visão reducionista do conhecimento matemático, fato que, por sua vez, também já é aguardado se considerar os apontamentos de nossa revisão teórica.

A segunda questão de nosso primeiro questionário, solicitava qual era o conhecimento dos professores acerca da História da Matemática. Neste ponto praticamente todos foram unânimes em declarar que se limitava basicamente as informações fornecidas pelos livros didáticos dos alunos. A única exceção foi a professora Silvana, que elaborou uma resposta mais completa e relacionou o desenvolvimento da matemática as necessidades do homem primitivo, necessidades que se tornam mais complexas com o advento da civilização.

Nos comentários referentes a essa questão, destaco elementos interessantes que surgiram no debate oral, como a necessidade de se certificar que a História presente nos livros didáticos era fidedigna, ou que mesmo a compreensão de o que “aceitamos” como História também é, uma versão parcial e até por vezes suscetível a distorções que beneficiam determinadas pessoas ou grupos sociais. Consideramos essas ponderações de extrema valia e consideramos essa visão mais completa de

História um elemento positivo e que vêm a se somar as proposições de nossos referenciais que não admitem uma História total ou idealizada.

Em seqüência, referente à indagação de se teve acesso a História da Matemática, de certa forma nos surpreendeu a constatação que metade dos professores responderam que sim, na disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática, e justamente esses professores admitiram que seus conhecimentos de História da Matemática se restringiam aos livros didáticos dos alunos. Ao explorar essa questão junto a esses professores, a professora Iracema argumentou que esse tema foi abordado nesta disciplina, mas de forma superficial e sem articulação com as suas possibilidades na prática pedagógica, sua fala sintetiza:

- Era como se devêssemos saber que alguém criou, mas para ensinar ao aluno isso não era importante, para ensinar era mais valorizados outras técnicas como jogos, materiais manipulativos entre outros.

Sua fala foi muito apoiada pelas professoras Iraci e Silvana, com destaque que a última salientou que esta forma de apresentação na formação, nem deveria ser considerada, esclarecendo que no seu entendimento: “*isso e nada é a mesma coisa*”. Essas colocações correspondem ao que Miguel (2002) aponta freqüentemente ocorrer nos cursos de formação inicial de professores.

A última questão desse primeiro questionário indagava a existência de elementos da História da Matemática em sua prática pedagógica. Apenas as professoras Raquel e Regina afirmaram que não, as outras professoras se posicionaram de forma positiva frente a existência desse elemento em sua prática, inclusive registrando que se valiam desse expediente associado a jogos, pesquisas e conversações.

Porém, quando questionamos um exemplo de jogo que envolvesse a História da Matemática, nenhum professor soube apresentar um exemplo, se limitando ao silêncio. Logo se desnudou que o debate referente a esse tema, só se apresenta quando encontrado no livro didático, e que a estratégia de pesquisa, também só se constitui no discurso e não é possível sua contextualização em exemplos recentes.

A fala da professora Raquel é ao mesmo tempo realista e crítica frente a essa questão:

- Eu já coloquei que não, pois não sei então não me considero apta a ensinar dessa forma. Acho que devemos parar de usar jargões quando queremos parecer saber fazer algo que não sabemos.

Sua exposição toca em um ponto sensível da prática docente, um discurso de uma linha pedagógica progressista ou de reconhecida aceitação no meio educacional, mas uma prática incompatível com tal discurso. Também podemos observar a concordância da professora Silvana sobre a pouca manifestação metodológica da História da Matemática, quando apresenta nos comentários gerais de seu questionário “a História da Matemática é pouco difundida nas escolas”.

6.2 - Segundo encontro da pesquisa:

No nosso segundo momento com os professores, iniciamos com o preenchimento do questionário II (anexo 2), tal questionário foi idealizado para termos de maneira sintetizada a visão dos professores pesquisados sobre questões centrais para a nossa pesquisa, ou seja, a sua visão de História e de constituição da mesma, a relação dos algoritmos com a prática pedagógica dos professores e a relação entre a História e os algoritmos.

A metodologia que selecionamos para esse momento é ligeiramente diversa da empregada no questionário anterior – as respostas foram debatidas na seqüência de sua elaboração – neste momento, o questionário é um elemento de discussão posterior ao debate dos pressupostos metodológicos que embasam a nossa visão de inserção da História da Matemática no Ensino da Matemática.

Após o período de tempo necessário ao preenchimento do questionário, iniciamos a apresentação de nossos pressupostos metodológicos para a inserção da História da Matemática no Ensino da Matemática. A forma dessa apresentação é organizada em uma exposição do pesquisador, apoiada no uso de retro projetor, que em um primeiro momento vai abordar as discussões que apresentamos no Capítulo II, deste trabalho. Neste caso, abordamos as variadas vertentes teóricas que defendem ou

repudiam o uso da História da Matemática como elemento metodológico de ensino, procurando nos posicionar frente as mesmas.

Os professores se mostraram bastante receptíveis as considerações que apresentamos e imediatamente começaram a discutir possíveis “erros” de suas respostas ao questionário, como coloca a professora Sônia, destacando que a sua visão da História da Matemática é extremamente linear e evolutiva. Esse fato é corroborado como preocupação por outros professores e na análise das respostas percebemos que a presença dessa visão de História é unânime.

Nosso posicionamento perante o grupo é de orientar a não considerar as respostas apresentadas, em termos de certo ou errado, e sim que justamente o objetivo da pesquisa é suscitar frente às concepções o questionamento, reafirmando posições e quando necessário completar ou entender sua concepção, ou até mesmo alterar completamente suas concepções, mas sempre em um processo dialógico e de convicção da necessidade dessa alteração.

Finalizando o segundo momento da pesquisa, encaminhamos como leitura prévia para o próximo encontro, uma síntese do que apresentamos no Capítulo III deste trabalho, que expõe mais acentuadamente nosso referencial teórico e expõe os elementos que nos impelem na defesa do mesmo, além de também realizamos as primeiras considerações da articulação dessas idéias com a prática pedagógica. Ficou acordado que as professoras Sônia e Silvana, fariam a coordenação da discussão destes fundamentos no próximo encontro.

6.3 - O terceiro encontro da pesquisa:

Para iniciar o nosso terceiro encontro, proponho a leitura da seguinte citação, que dará o tom das conversas de ordem do dia:

Fazer matemática é, em grande parte, refletir sobre a experiência pessoal, fazê-la objeto de consideração consciente e a aprendizagem da matemática pode, então, ser descrita como um processo individual e interno; mas ‘fazer matemática’ é, também, empregar instrumentos culturais no processo de reflexão e, então, aprender matemática é, em boa parte, um processo de desenvolvimento de um conhecimento socialmente compartilhado (WISTED apud GOLBERT, 2002, p.18).

A professora Silvana, que junto com a professora Sônia está responsável pela coordenação das discussões do dia, pede a palavra e faz uma interessante relação da citação com as mudanças de posturas educacionais que o texto sugere; das quais ela destaca a necessidade de procurar entender as relações matemáticas estabelecidas em determinado momento histórico, com o contexto social na qual a mesma se encontra imerso. Também aponta, o fato para ela inédito, de mais que fonte de motivação ou de atividades pedagógicas a história da matemática deve servir para o professor redimensionar a sua relação com a matemática e para a luz desse conhecimento selecionar as estratégias mais adequadas para o ensino do mesmo.

Na seqüência a professora Sônia apresenta uma transparência (anexo 3), que sintetiza as idéias de presentes no material estudado, sobre o espaço da história da matemática em duas instâncias: Na formação dos professores e na aprendizagem. As duas professoras sugerem uma interessante dinâmica de trabalho, dividir os participantes em dois grupos, cada um ficará com um dos aspectos da transparência e elaborará um cartaz abordando aspectos dos itens apresentados pelas professoras, ficando o grupo dividido desta forma:

FORMAÇÃO DE PROFESSORES	APRENDIZAGEM
Sônia	Silvana
Iraci	Regina
Raquel	Ingrid
Luciana	Iracema

No cartaz produzido e apresentado pelo grupo de formação de professores, eles destacam referente aos itens propostos:

Reflexão sobre a natureza da matemática: A história permite extrapolar a visão comumente estabelecida de uma ciência pronta, acabada e somente acessível e produzida por gênios.

Neste item a professora Iracema faz um comentário muito interessante, quando comenta que não imaginava espaço para erros nas definições matemáticas e que agora compreende que mesmo na matemática há margem para erros que são aceitos por determinados contextos sociais e por vezes por um grande período de tempo.

Elaboração de atividades didáticas: O conhecimento da história da matemática possibilita ao professor elaborar atividades mais diversificadas, além de não pautar a sua prática apenas na valorização de um procedimento.

Neste comentário percebemos a infiltração de nossos pressupostos teóricos, na já percepção que existem várias formas de efetuar um procedimento algorítmico, fato que em um primeiro momento era ignorado por todos os professores (vide questionário II), já surge então a clareza da existência histórica de várias possibilidades de realizar os procedimentos algoritmos. Acrescentamos a essa importante informação um comentário da professora Iraci, extremamente desvelador:

- Não basta sabermos que em tal período era assim ou assado, temos que compreender a matemática envolvida no processo se realmente queremos ele no ensino.

Nessas afirmações podemos identificar pressupostos importantes já sendo assimilado pelos professores, como a preocupação de uma compreensão mais ampla da inserção da história, mas ao mesmo tempo identificamos a insegurança por parte dos professores para essa efetivação dessa prática, pois o elemento da frase frisado foi o temos que compreender, ponto que a professora Raquel confirma, exclamando: *- Temos ainda que estudar muito para isso!*

A História da Matemática como indicador de dificuldade de compreensão: A História nos permite compreender situações em que é normal os alunos encontrarem maiores dificuldades. Essa premissa chama à atenção a necessidade de discutir esse aspecto junto aos professores, pois apareceu de maneira acentuada uma visão de atrelar a história à justificativa para algumas situações ou conteúdos que seriam dificuldades. Para retomar essa questão, sugerimos a leitura de nossa discussão sobre a proposição da teoria de Guy Brousseau e trazer essa discussão no próximo encontro.

Elemento de elaboração curricular: o conhecimento histórico contribui para o entendimento do que é conteúdo e do que é estratégia. A professora Sônia faz a explanação neste item, retomando as recentes discussões curriculares – por conta da mudança do ensino fundamental de nove anos – onde lembra da importância da capacidade de distinguir entre o que é o conteúdo e o que é metodologia, e exemplifica:

- *com o entendimento histórico é fácil compreender que o conteúdo é adição e não apenas aquela conta tradicional.*

Essa reflexão nos é bastante cara, pois justamente explora a questão de se entender a representação, distinguindo a representação de seu objeto, reforçamos a necessidade do professor ter isso bem claro e trabalhar estratégias metodológicas que seguem essa linha, justamente um dos objetivos de nossa pesquisa

História na educação matemática: Diferenciar a história enquanto ciência de seu uso pedagógico, que possui características diferenciadas. Ao expor esse tema a professora Luciana aborda uma situação ainda não plenamente sedimentada para os professores, que pode ser expressa no seguinte diálogo entre os participantes da pesquisa:

Professora Luciana: - *Lemos que vários autores e mais especificamente Bkouche, argumento que a história para o ensino deve ser diferente da história da matemática pura...*

Professora Sônia: - Não sei se concordo muito com isso, não devemos ensinar ao aluno uma visão completa e realista? Será que é adequado omitir ou alterar situações?

Professora Silvana: Mas quem garante plenamente que essa história também não omite ou altera? Também o autor destaca da importância de situar plenamente a matemática como produção cultural situada na história e deixa bem claro aqui.

Neste instante a professora Silvana reproduz uma citação de Bkouche (2000, p.37): - “o fato de as problemáticas sobre as quais se constrói o ensino serem ou não as problemáticas originais torna-se de pouca importância“. E ela complementa, - Talvez não tenhamos mais acesso a situações em suas fontes originais, quem de nós tem? Mas podemos trazer para a discussão com os alunos as necessidades que levaram esses povos a desenvolver a sua matemática, que pode ser diferente da nossa atual, mas em essência tem o mesmo objetivo.

Essa troca de idéias mostra um importante elemento que já prevíamos na elaboração de nosso referencial, a discussão a inserção da história da matemática no ensino contribuindo para uma reflexão na atual prática docente. Buscamos com esse entendimento que a prática pedagógica deixa de ser vista e puramente entendida como

uma instância pessoal ou subjetiva, passando a ter sua constituição essencialmente vinculada a uma visão determinada e constituída da epistemologia e da própria história, fato que começa aparecer na pesquisa. Outro elemento que também merece destaque é a postura apresentada pela professora Silvana, que já não situa as formas antigas em termos de mais ou menos fácil, pura e simplesmente, mas sim como diferente, como o possível para o momento, fato que reforçamos para o grupo de professores na coletividade. Com essa discussão finalizamos o encontro desta data.

6.4 - O quarto encontro da pesquisa:

Neste dia daremos continuidade a discussão do encontro anterior, passando para o segundo grupo a incumbência de discutir os aspectos relacionados mais diretamente as questões de aprendizagem e sua relação com a História da Matemática. Esse grupo, a exemplo do primeiro, expõe a síntese de suas idéias em um cartaz, que suscita as seguintes discussões:

Ligação entre a matemática e a cultura: O conhecimento da História da Matemática possibilita a compreensão da Matemática, como um elemento suscetível as condições sociais vigentes.

A professora Regina, responsável pela apresentação deste tópico, inicia com a seguinte reflexão:

Professora Regina: Em nossa compreensão tradicional da matemática, os elementos culturais aparentemente tem pouca influência no desenvolvimento do conhecimento matemático. Agora observamos de maneira mais clara, conhecendo mais a História, que o conhecimento Matemático é pautado em escolhas que se relacionam de maneira próxima de seu contexto social.

Professora Ingrid: Pensando nesta situação pensamos em um exemplo bem próximo da realidade de sala de aula, os números romanos, números que ainda são considerados conteúdo, mas somente pela imposição de uma tradição social, pois na vida diária não tem funcionalidade prática...

A professora Sônia intervém: Não é bem assim, ainda tem uma boa razão para o seu ensino, que é seu emprego na identificação de capítulos, relógios, etc.

Professora Ingrid: Não falei que não é importante ou necessário, mas tudo isso poderia ser substituído pelos algoritmos tradicionais, ou não?

Professora Sônia: Isso com certeza!

Professora Ingrid: Então, não são substituídos e não é ponderada a questão da praticidade, simplesmente a tradição social impera nesta e em outras questões matemáticas.

Embora a discussão tenha um início promissor, proporcionado pelas argumentações acima sintetizadas, percebemos que ficamos no nível de conhecimento do professor e ferramenta de seleção curricular, tratando a questão em sua faceta relacionada à formação do professor. Uma das questões fundamentais que seria a abordagem para a aprendizagem, ou seja, como contribuir no processo de ensino para que o aluno amplie a sua concepção sobre a relação entre matemática e cultura, ficou ainda de forma marginal. Esperávamos mais a discussão específica da questão de elaboração de estratégias metodológicas de ensino, pautadas na História.

Fonte de problemas e atividades lúdicas: ao apresentar esse tópico, o grupo salientou que no mesmo se encontravam as maiores expectativas, como ilustra a professora Iracema:

- Esse é o ponto mais importante, pois conhecer a História, chama a atenção dos alunos, tornando a aula mais interessante e contextualizada.

O apontamento apresenta uma vinculação muito imediata e forte com o caráter do uso pedagógico da História como motivação, necessitando discutir de forma mais ampla esse tópico e verificando que os apontamentos de vários autores, como Miguel (2004), sobre a superação dessa característica, deve ser um dos grandes desafios de nossa atualidade. Como a discussão não encontrava terreno para avanço nesta área, provocamos a discussão deste ponto direcionando o questionamento sobre o que os autores do material de referência se posicionavam acerca deste assunto.

A própria professora Iracema comenta:

- *Está bem claro no texto, da necessidade de ampliar a questão da História em nossas aulas ou nos livros, apenas como ilustração, e abordar a mesma de forma mais ampla, o desafio é como...*

A professora Silvana complementa: *Eu considero que o primeiro passo estamos dando, pois temos que conhecer bem a História e as suas teorias educacionais. Acho que a motivação sempre vai existir quando se fala em História, mas temos que buscar extrapolar esse ponto.*

Professora Iraci: *é verdade, mas também temos que exigir melhores condições trabalho, pois como vamos buscar inspiração para atividades na História se não temos nenhuma forma de acesso a isso, não temos livros, nem cursos de formação nesta área, só as vezes exigem do professor sem em nenhum momento dar as devidas condições.*

Esse ponto foi bastante contundente e extremamente apoiado pelo grupo. A professora Raquel, ao tomar a palavra, destaca a exatidão do posicionamento das colegas, mas também lembra que se for necessário esperar a mudança deste quadro, talvez nunca venha se efetivar, e reaproxima-se do tema central de forma interessante.

Professora Raquel: - *No texto fala em tentar reproduzir as problemáticas que as pessoas enfrentavam no percurso da História, se nós e os alunos passarmos a compreender que o conhecimento atual é fruto de uma necessidade social e que pode ser abordado ou solucionado de várias maneiras, penso que isso por si só já estaria de bom tamanho.*

Aproveitamos a deixa para ampliar essa questão e discutir a sua relação com o próximo tópico a ser abordado:

Indagações históricas como caminho para a aprendizagem: Esse tópico seguiu uma discussão de forma mais coletiva, onde apontamos a sua estreita ligação com a questão da elaboração das atividades didáticas. O ponto de maior destaque neste elemento de discussão, foi a compreensão de que a inserção de elementos da História

pode contribuir, de maneira decisiva, na formação da capacidade do aluno buscar as suas próprias estratégias para solução de seus problemas.

Apontamos que o fato de compreender que existem alternativas para várias situações do conhecimento matemático, torna-se um suporte, uma contribuição para que o professor possa estimular o aluno a desenvolver essa capacidade de explorar outras alternativas, a resolução de seus problemas ou a compreensão das próprias questões matemáticas.

Nas análises dessas situações nos aparece a fragilidade da questão de como inserir a História enquanto metodologia de ensino. Na discussão sobre as questões relacionadas a formação dos professores o discurso era mais maduro, mais coeso, já ao tratar de efetivar em sala de aula a inserção da História, sentimos a insegurança dos professores, o receio, denotando o desejo de uma fórmula pronta e definitiva de se fazer esse processo. Em outras palavras, um receituário de procedimentos, justamente o que não vai de encontro com nosso posicionamento, por dimensionar a prática do professor a um exercício meramente técnico, fato que esperamos conseguir romper na próxima etapa da pesquisa.

O próximo procedimento de nossa pesquisa adentra no estudo da História da Matemática, de maneira mais específica, na qual elegemos alguns povos e algumas das representações de como realizavam seus procedimentos operatórios.

6.5 - O quinto encontro da pesquisa:

O direcionamento metodológico para esse encontro consistiu na leitura prévia de um material preparado pelo pesquisador que é uma elaboração de como alguns povos se organizaram para registrar os seus procedimentos operatórios na questão da multiplicação, conforme situado no Capítulo V deste trabalho.

Optamos nesta pesquisa discutir somente a questão da multiplicação pela necessidade de um recorte necessário à organização de nosso tempo de execução da pesquisa, e também pelo fato da importância que a multiplicação ocupa no cenário do ensino fundamental. É comum observarmos depoimentos acerca da dificuldade que os professores encontram para que os alunos dominem a “tabuada”, e como essas

questões afligem os docentes. Neste sentido, uma das pretensões de nossa discussão é verificar contribuições para a aprendizagem, e também descentralizar a questão do domínio técnico do procedimento.

Um outro objetivo deste momento era elaborar com os professores, algumas estratégias de ensino baseadas nestes elementos históricos, para posterior aplicação com os alunos e discussão no nosso grupo de professores.

A partir daí discutimos e selecionamos com o grupo a cultura egípcia. Na discussão inicial, sobre a breve apresentação do contexto histórico e social deste povo, os participantes tiveram vários elementos a destacar, argumentando como a cultura egípcia exerce um grande fascínio em nossa sociedade, exemplificando o grande número de filmes que trazem elementos desta cultura, e nas imponentes arquiteturas (principalmente as pirâmides) que estão intimamente associada à cultura egípcia.

Questionando o conhecimento matemático egípcio, os professores foram francos em destacar um grande desconhecimento, como aponta a professora Silvana:

- A maioria de nós nunca estudou nada sobre isso, o máximo é um conhecimento dos números, pois a maioria dos livros didáticos os trás como exemplos de outros sistemas de numeração, mas se me perguntarem como exatamente esse sistema funciona, não saberia responder, com isso é um conhecimento apenas de ilustração fato que já discutimos ser insuficiente.

Uma situação que chamou a atenção no desenvolvimento da discussão, foi a clareza que, já na Antiguidade os egípcios dispunham de uma matemática razoavelmente avançada. Essas afirmações se apresentaram de maneira freqüente no discurso dos professores envolvidos na pesquisa e os argumentos catalisadores de tais afirmações se ancoravam na avançada arquitetura “até hoje temos dificuldade de compreender como as pirâmides foram construídas, de tão precisa que eram as suas formas e sem a tecnologia atual, no mínimo envolviam um conhecimento matemático avançado” argumenta a professora Raquel. Além da arquitetura, a professora Sônia aponta outra necessidade social que exigia uma matemática mais elaborada, as constantes demarcações de terra no Nilo, após o período de cheia:

- Como o texto fala de a jóia do Nilo, é bem claro para nós que os egípcios se deparavam com constantes necessidades de demarcações de suas terras e na correta medição das áreas, fato que só pode ser realizado de maneira plena com o conhecimento matemático.

Aproveitamos essas afirmações para situar a questão da problemática e da representação, apontando que essa compreensão dos problemas que circundavam esses povos geram a necessidade de resolução e que encontra a sua expressão em determinada representação, que era a possível, a funcional para o momento. Na revisão do método de multiplicação egípcio, escolhemos a discussão do procedimento do mesmo amparado no próprio exemplo do texto, que novamente apresentamos aqui:

Podemos visualizar esse processo no exemplo da questão 13 X 18. Neste exemplo o número escolhido para multiplicador será o 13 e iremos utilizar os atuais algoritmos para o melhor entendimento inicial do exemplo.

1	-	13	Após dobrar várias vezes o valor do 13, escolhemos os valores que somados são iguais a 18, no caso os assinalados com os asteriscos (2 e 16). Como o resultado de 2 é igual 26 e do 16 é igual a 208, a resposta do produto será igual a $26 + 208 = 234$
* 2	-	26	
4	-	52	
8	-	104	
* 16	-	208	

A discussão revelou o que, a princípio, já esperávamos, uma certa resistência e dificuldade de compreensão por parte dos professores do algoritmo apresentado, sendo que duas professoras – Regina e Ingrid – destacaram que não tinham compreendido, somente com a leitura inicial, como realizar o processo, e as outras professoras, se situavam no contexto de entendimento do algoritmo apresentado, mas que achavam o mesmo muito complicado. Tal situação era até por nós prevista, por isso sugerimos executar em conjunto mais alguns exemplos, que foram o 8×15 , 32×7 e 19×64 :

No primeiro exemplo, a visualização do número escolhido para ser várias vezes efetuado a sua duplicação foi claro para a maioria, deveria ser o 15 para o processo ocorrer de forma mais exata, o que gerou a seguinte resolução:

1 - 15	Uma vez o quinze
2 - 30	O dobro dos dois valores
4 - 60	O dobro dos dois valores
8 - 120	O resultado que esperávamos

Desta forma a resposta de 8×15 é 120.

Após a apresentação dessa resolução, que foi acompanhada de murmúrios de maior entendimento, os professores argumentavam que nesta questão o procedimento foi mais fácil de acompanhar, sendo interessante registrar duas falas significativas:

Professora Regina : *Assim fica fácil de entender, eles iam de dobro em dobro para economizar etapas de cálculo.*

Professora Silvana: *É, foi começado com um exemplo muito difícil, para ensinarmos devemos começar de situações mais fáceis como essa, para depois irmos gradativamente aumentando o nível de dificuldade.*

A análise dessas contribuições mostra dois elementos que realmente iríamos enfrentar na pesquisa, a resistência a compreensão associada ao receio de ser muito difícil, complicado, percebido na fala da professora Regina; ou a expectativa de que os procedimentos selecionados e já organizados metodologicamente para trabalhar com as crianças iniciariam do mais simples para o mais complexo.

De forma coletiva realizamos os outros dois exemplos e capturamos manifestações interessantes, das quais destacamos:

Professora Sônia: - *Na verdade é um método bem interessante, é difícil por que não estamos acostumados a pensar assim, se aprendêssemos só assim o nosso método que seria considerado pior.*

Professora Luciana: - *É utilizado propriedades que eu nunca percebi ou me dei conta, propriedade que trabalhamos com os alunos, mas geralmente desvinculadas de um contexto.*

Em seqüência, solicitamos que observassem as características interessantes a serem abordadas com os alunos em sala de aula e, então, no grande grupo elaborarem estratégias de ensino, possíveis de serem trabalhadas com os alunos – para esta atividade ficou estipulado o prazo de 50 minutos para essa atividade.

No final do encontro o resultado foi apresentado pela professora Iracema:

- *Consideramos que um dos elementos mais importantes que essas estratégias históricas empregadas pelos Egípcios nos apresenta, é a capacidade de se valer da observação de padrões, o fato de observar que não era necessário encaminhar a multiplicação, número a número, e sim que era possível ir agilizando esse processo com a duplicação é um fato que devemos explorar constantemente em nossos alunos, e pensamos nas seguintes estratégias para isso:*

A professora Iraci assume a explicação e apresenta a primeira atividade.

Olhe, identifique e complete as seqüências:

2, 4, 6, ____, 10, 12, 14, ____, 18, ____, ____, ____, ____, ____ = São números _____

1, ____, 5, ____, 9, 11, 13, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____ = São números _____

3, 6, ____, 12, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____

- *A primeira atividade, devemos trabalhar depois da discussão com os alunos do contexto cultural e das problemáticas que eram vivenciadas pelos egípcios, comentando que a solução para a resolução de seus problemas, possivelmente foi encontrada observando padrões como os apresentados no exemplo acima.*

A professora Iracema retoma a palavra:

- *Essas primeiras observações são bem simples e imediatas, e servirão de base para as outras um pouco mais complexas, como:*

Vamos observar padrões nestas tabuadas, escrita da maneira diferente:		
Tabuada do 2	Escreva novamente a tabuada, mas só com os números pares	Agora os ímpares
1 - 2		
2 - 4		
3 - __		
4 - 8		
5 - __		
6 - __		
7 - __		
8 - __		
9 - __		
10 - __		
11 - __		
12 - __		
13 - __		
14 - __		
15 - __		
16 - __		

Tabuada do 3 1 - 3 2 - 6 ___ - 9 ___ - ___ 5 - ___ ___ - ___		
---	--	--

A professora Iraci retoma a palavra:

- Nosso objetivo com essa atividade é preparar o aluno com a familiarização de uma forma diferente da tabuada e a percepção que pode preencher as colunas dos números pares e ímpares de maneira independente, facilitando assim a extrapolação desta idéia para o método egípcio. O próximo passo é ensinar o método egípcio propriamente dito.

Ficou estabelecido que as professoras da 1ª e 2ª série do segundo ciclo aplicariam as atividades com seus alunos e trariam algumas resolvidas com os alunos, a título de exemplo, bem como suas percepções de como ocorreu o processo. Também encaminhamos a continuidade da leitura prévia, do material de apoio, referente à cultura indiana. Desta maneira encerramos esse momento do encontro

6.6 - O sexto encontro da pesquisa:

Iniciamos as atividades, abrindo espaço para as considerações das professoras Sônia e Silvana, professoras da 1ª e 2ª séries do 2º ciclo, para exporem como foi o processo de aplicação das atividades elaboradas junto aos seus alunos. Para tanto as

professoras selecionaram alguns exemplos das atividades desenvolvidas pelos alunos e trouxeram para a socialização (Anexo 5) e teceram os seguintes comentários:

Professora Sônia: - *Eu sempre acreditei que as crianças fossem mais receptíveis a métodos alternativos, pois ainda não estarem “tão viciados” como nós e realmente a recepção ao trabalho foi muito interessante. Não se mostraram surpresas a comentarmos que os Egípcios realizavam as operações de outras formas e o processo de discussão foi ótimo.*

Professora Silvana: - *Sim, achei apenas pequeno o tempo de discussão do contexto social, fato que despertou muita atenção dos alunos e ponto em que queriam muito participar e seus questionamentos eram bastante intensos, mas como nosso objetivo era dar mais atenção a parte matemática essa parte ficou com gosto de quero mais. Mas a parte da apreensão do método de multiplicação egípcio, o processo foi realmente tranquilo e a grande maioria não encontrou dificuldade nas atividades propostas.*

A professora Iracema apresenta um questionamento: - *Todos dominaram o método de operação proposto?*

Professora Sônia: - *Nosso objetivo principal não era esse, mas na minha sala a grande maioria conseguiu realizar as atividades.*

Professora Silvana: - *Sim, na minha turma também ocorreu desta forma, e ficou interessante os comentários sobre considerar esse método melhor ou pior, com alguns argumentando que esse método seria muito bom para a época, mas que o nosso atual é bem melhor.*

Após essas considerações, que apresentaram uma exposição inicial positiva sobre a inserção do conhecimento histórico enquanto metodologia de ensino, encaminhamos a discussão para a busca do entendimento mais específico das possíveis contribuições aos conteúdos matemáticos e seu reflexo no entendimento sobre a natureza do conhecimento matemático. Neste sentido, registramos alguns apontamentos interessantes:

Professora Sônia: - *Estávamos discutindo antes (ela e a Silvana) que com certeza as atividades contribuíram para melhorar a percepção dos alunos do que é efetivamente multiplicar e na elaboração de técnicas para a memorização da tabuada.*

Professora Silvana: - *Além de estimular a percepção de padrões, questão fundamental na matemática e que às vezes é difícil escolher atividades que cumpram esse objetivo.*

Observamos, em linhas gerais, que as professoras estavam empolgadas com o uso do recurso da História e até perceberam contribuições relativas à aquisição de elementos curriculares, mas ainda não registramos a associação, o entendimento das possibilidades relacionadas a História, para redimensionar o conhecimento matemático como um ato cultural, embora nos seus depoimentos elas próprias, e até os alunos, começavam a estabelecer essas relações. Podemos realizar essas afirmações quando extraímos da fala da professora Silvana sobre seus alunos *“ficou interessante os comentários sobre considerar esse método melhor ou pior, com alguns argumentando que esse método seria muito bom para a época”*. Essa afirmação mostra uma compreensão de que os métodos estão relacionados ao elementos presentes no contexto, do que é possível frente a situação social e cultural.

Na seqüência, continuamos com a metodologia do encontro anterior - leitura coletiva do material, compreensão e posterior elaboração de algumas sugestões de atividades didáticas. O diferencial nesta etapa era a escolha de apenas dois métodos, dos apresentados, novamente por conta do recorte necessário para a nossa organização de tempo.

Desta maneira escolhemos o primeiro métodos para a discussão, o método de multiplicação denominado *gomûtrika*, que significa em sânscrito trajetória da urina da vaca, devido ao seu formato que lembra um movimento de ziguezague. Esse processo foi desenvolvido pelo matemático indiano Brahmagupta, aproximadamente em 628 d.c (Ifrah,1997).

Em conjunto realizamos o exemplo que estava presente no material fornecido, a operação de 135×163 .

O primeiro passo será distribuir os números da seguinte forma:

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 6 \quad 5 \\
 3 \quad \quad 1 \quad 6 \quad 5 \\
 5 \quad \quad \quad 1 \quad 6 \quad 5 \\
 \hline
 \end{array}$$

Já na distribuição as professoras comentam questões pertinentes:

Professora Raquel: - *Nunca tinha parado e pensado na importância da distribuição dos números nas contas, olhe como um simples arranjo diferente pode resolver as coisas.*

Professora Iraci: - *Realmente é muito engenhoso esse método, também estávamos comentando o porquê de não utilizar o símbolo para sabermos que a conta é de multiplicar, provavelmente não havia essa necessidade.*

Em seguida, iniciaremos a multiplicação, e cada resultado será colocado na respectiva linha vertical, iniciando da direita para a esquerda e abaixo do traço, que representa a igualdade, neste procedimento se respeita o valor posicional e é necessário o domínio do processo de “reserva”.

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 6 \quad 5 \\
 3 \quad \quad 1 \quad 6 \quad 5 \\
 5 \quad \quad \quad 1 \quad 6 \quad 5 \\
 \hline
 \quad 1 \quad 6 \quad 5
 \end{array}$$

Iniciamos com a multiplicação com 1 (centena), efetuamos as multiplicações e registramos o resultado na linha vertical abaixo dos números.

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 6 \quad 5 \\
 3 \quad \quad 1 \quad 6 \quad 5 \\
 5 \quad \quad \quad 1 \quad 6 \quad 5 \\
 \hline
 \quad 1 \quad 6 \quad 5 \\
 \quad \quad 4 \quad 9 \quad 5
 \end{array}$$

Em seqüência procedemos a multiplicação do 3 (dezena), notamos que automaticamente ele está deslocado uma casa a direita, além de ao realizar a multiplicação de $3 \times 5 = 15$ (em vermelho), o 5 é registrado na linha vertical e 1 dezena

é acrescida ao resultado seguinte, que fica $3 \times 6 = 18 + 1 = 19$, registramos o nove (em azul) e 1 dezena é acrescida na posição em seqüência..., sempre procedendo desta forma quando necessário.

A Professora Sônia apresentou um questionamento que ficou sem uma resposta:

- *Onde que se registravam os valores que estavam em reserva?*

Consultamos a nossa bibliografia e observamos que não havia essa resposta, de tal forma que acordamos que a reserva seria registrada em um rascunho, tal escolha foi tomada no coletivo dos professores e se fundamentou no fato de não necessitar desta forma apagar etapas ou correr o risco de possíveis confusões.

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 6 \quad 5 \\
 3 \quad \quad 1 \quad 6 \quad 5 \\
 5 \quad \quad \quad 1 \quad 6 \quad 5 \\
 \hline
 \quad 1 \quad 6 \quad 5 \\
 \quad \quad 4 \quad 9 \quad 5 \\
 \quad \quad \quad 8 \quad 2 \quad 5 \\
 \hline
 2 \quad 2 \quad 2 \quad 7 \quad 5
 \end{array}$$

Na última etapa, observamos que ao multiplicar 5 unidade, a mesma encontra-se também deslocada uma posição à direita.

Realizamos a multiplicação e posteriormente somamos todos os resultados, chegando ao produto desejado.

A recepção a esse método foi totalmente positiva por parte dos professores e as suas considerações trouxeram importantes pontos a serem destacados:

Professora Raquel: *Esse método é ao mesmo tempo parecido e oposto ao que usamos hoje, parecido no processo de cuidado com a reserva e soma do total, mas oposto no registro dos espaços em branco.*

Professora Iracema: - *è verdade, no atual método, deixamos espaços em branco da direita para a esquerda, e aqui eles se forma sozinhos, mas ao contrário.*

Professora Sônia: - *Mas se olharmos essa troca de lugar do espaço vazio, percebermos que ela só ocorre por neste método começarmos da centena para no fim chegarmos a unidade. Também acredito que exercitando esse conhecimentos*

estaremos contribuindo para entender do por que de deixar esses espaços em branco na conta tradicional.

Professora Ingrid: - *Eu mesma não sabia explicar exatamente o porquê de deixar esses espaços, sabia que assim dava certo o resultado, apenas no outro dia, a estudar com a Silvana esse método histórico, realmente entendi o que significa multiplicar pela dezena ou centena.*

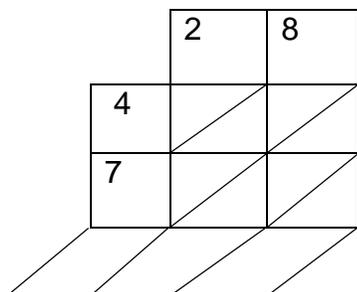
Todos esses elementos que surgem entusiasmarão o próprio grupo, mostrando, também, as possibilidades que se descortinam para com os alunos, ao aplicarmos esses conhecimentos com eles. Na discussão sobre a elaboração das atividades que seriam aplicadas com os alunos, os professores sugerem iniciar os procedimentos operatórios, com o apoio de uma grade quadriculada, para não ocorrer confusões no registro correto do alinhamento dos números, o que acarretaria de erros no resultado.

A justificativa para esse expediente seria que o mesmo teria um caráter provisório e didático, deixando bem claro duas questões para os alunos. A primeira é que não foi dessa forma o registro histórico; a segunda é que seria um apoio transitório, posteriormente será feita a exigência do abandono do mesmo, para todos que assim conseguirem.

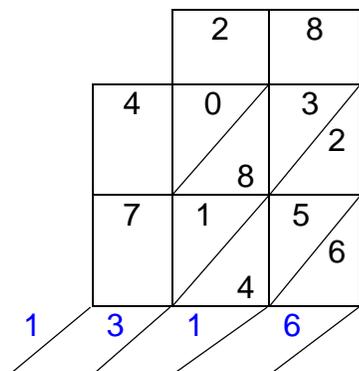
O segundo método a ser discutido é conhecido como *per gelosia* (pelo ciúme), muito difundido pelos árabes, mas que tem, provavelmente, origem na matemática dos hindus de acordo com autores como Eves (2004).

Seguimos a lógica anterior calculamos neste método 28×47 .

No primeiro passo é necessário proceder com o desenho quadricular da seguinte forma:



Em seqüência efetuamos os cálculos de multiplicação, de tal forma que sempre o numeral de menor valor posicional, fique na parte inferior da diagonal do quadrado, posteriormente resta somente somar os valores, diagonal a diagonal (resultados em azul), fazendo o processo de “reserva” para a diagonal seguinte se necessário. Como no exemplo.



Novamente as professoras se mostraram empolgadas com o novo método discutido, com várias argumentações que este seria o mais fácil a ser ensinado aos alunos, como aponta a professora Regina:

- Nossa, este é mais fácil até do que ensinamos hoje, é simples e só temos que cuidar na hora de somar o resultado para não se confundirmos.

A professora Iracema complementa: *- É tão simples que ilustra bem que nem sempre podemos explicar por que na História, algumas coisas são abandonadas e outras permanecem, neste exemplo o único inconveniente é de ter sempre que estar desenhando o quadriculado, mas até isso é realmente fácil.*

Professora Silvana: *e neste método podemos explorar outras questões, ao perceber que cada diagonal tem um valor posicional específico, podemos trabalhar essa questão e suas implicações com os alunos.*

E para encerrar o encontro, as professoras apresentaram as sugestões de atividades a serem executadas com a turma que são:

Multiplicação denominado *gomûtrika*, (de 628, trajetória da urina da vaca)

24 X 14

36 X 11

437 X 15

2	1	2	
4		1	2

3	1	1	
6		1	1

4	1	5		
3		1	5	
7			1	5

Use a imaginação e faça as suas operações:

Per gelosia (janela ou ciúme):

		2	8
4			
7			

Após a observação das atividades propostas, as professoras Sônia e Silvana novamente ficaram responsáveis pela aplicação das mesmas nas suas salas de aula e desta forma encerramos mais este encontro da pesquisa, não esquecendo de encaminhar as leituras prévias para o próximo encontro.

6.7 - O sétimo encontro da pesquisa:

Iniciamos as atividades abrindo espaço para as considerações das professoras Sônia e Silvana exporem como foi o processo de aplicar as atividades elaboradas. Novamente as professoras selecionaram alguns exemplos das atividades desenvolvidas pelos alunos e trouxeram para a socialização (Anexo 6) e teceram os seguintes comentários:

Professora Silvana: - *Nossa, trabalhar com esses recursos foi muito legal, o entendimento por partes dos alunos foi tranqüilo e houve uma participação muito interessante na discussão de como é possível a conta “funcionar desta forma”. Surgiram questionamentos bem interessantes, como funciona para qualquer número? E se o número for maior? Faz diferença qual número escolhemos para repetir?*

Professora Regina: - *Você está falando do primeiro método?*

Professora Silvana: - *Sim, mas depois (no outro) também aconteceram questões semelhantes.*

Professora Sônia: - *Observando o desenvolvimento das atividades, considero os resultados alcançados ótimos, pois parece que discutir outras possibilidades abriu para mim uma outra visão sobre as operações e me parece que o mesmo ocorre com os alunos, pois a execução das atividades foi interessante como a Silvana falou e vários alunos mantiveram essas técnicas como recurso para a operação da multiplicação nos dias seguintes, especialmente a da janelinha (per gelosia).*

Professora Silvana: - *Também foi muito interessante para explorar outras questões, como a multiplicação por dezena ou centena, que no primeiro método (gomûtrika) fica bem visível na própria conta e aproveitei para explorar isso junto aos alunos.*

Professora Iraci: - *Mas no método tradicional também isso não fica visível na conta?*

Professora Silvana: - *Realmente, mas sinceramente eu nunca explorei muito isso ao desenvolver minhas atividades, me preocupava apenas com que ele soubesse fazer o processo, não sei vocês.*

Neste ponto, ocorre um aparente consenso para com a fala da professora Silvana. Tal fato nos aponta uma importante contribuição para nossa pesquisa - a clareza que ao se discutir a História da Matemática o professor tem mais possibilidades de rever seus conceitos e, por conseqüência as suas práticas, fato de certa forma ratificado pela professora Sônia:

Professora Sônia: - Ao planejar as aulas com esse maior conhecimento da História e do conteúdo matemático, fica mais claro como elaborar estratégias que facilitem a compreensão do aluno, como por exemplo a adaptação que fizemos (somente ela e a Silvana) no método árabe (per gelosia), solicitando para os alunos colorirem as diagonais formadas nos resultados, ficando desta forma fácil a visualização e compreensão.

O tom da discussão do resultado da aplicação das atividades foi bastante otimista, dando-nos elementos para afirmar a importância da inserção do conhecimento histórico na formação do professor. Continuamos nesta ótica abordando a última discussão histórica por nós proposta, que se refere a cultura européia.

Abrimos um espaço inicial para os comentários referentes à leitura prévia de nosso material encaminhado aos professores, a qual destacamos os seguintes comentários:

Professora Iraci: - Como nosso conhecimento de História da Matemática era praticamente nulo, eu creditava aos gregos ou europeus de forma em geral a invenção dos nossos algoritmos matemáticos, fato que não é verdade.

Professora Raquel: - Mas o que me chamou a atenção é como os europeus incorporam algumas “coisas” em sua cultura, de maneira tão forte que acaba dando impressões incorretas, e não só na matemática, veja o exemplo da “batata inglesa” que tem sua origem tão inglesa quanto nós.

Esse comentário gerou uma breve descontração no grupo, estabelecendo conversas paralelas que associavam outros exemplos de absorção cultural estabelecida pelos europeus, como por exemplo, o macarrão, a religião cristã,...

Apontamos a importância desta reflexão, mas encaminhamos a discussão para outro patamar, que se situava na análise de quais contribuições da cultura europeia devemos considerar importante no ato pedagógico. Destacamos, a seguir, e sintetizamos alguns pontos abordados pelas professoras.

Professora Silvana: - Nós vivemos atualmente em uma sociedade marcada pelo capitalismo, que tem seu início associado a um processo de colonização europeia, colonização pautada na exploração comercial e, portanto dependente de conhecimento matemático.

Professora Sônia: - Mas explicar que eles apenas “pegavam” os conhecimentos de outras culturas também não é exatamente correto, muita coisa eles extrapolavam, melhoravam, levavam além. Na própria matemática as contribuições dos europeus na modernidade são incomparáveis, e a forma que eles valorizaram o conhecimento matemático é até hoje uma grande herança nossa.

Professora Luciana: - Sim mas temos que analisar essa herança, pois a valorização do conhecimento matemático, exigiu um desenvolvimento maior da exatidão, da rapidez, então há uma seleção dos processos mais rápidos e fáceis. Para nós só é passado o resultado disso, ou seja, aprendemos geralmente uma única forma por alguém considerar a mais correta.

Professora Iraci: - O que temos que ter em mente é que algumas questões não vão mudar, o conhecimento da matemática é fundamental para uma vida social plena e não temos como negar isso, o que acho que estamos refletindo nesses encontros é como acessar esse conhecimento, que pode e deve ser de várias formas, como a História nos mostra.

A exposição da professora Iraci foi muito bem aceita pelas colegas. Dos comentários complementares é necessário destacar o da Professora Ingrid:

- Sempre com o cuidado de não cair na cilada de apenas passar mais um procedimento técnico, da mesma forma que fazíamos com a conta tradicional, pois se for assim será também tempo e esforço perdido. Devemos nos preocupar com a

compreensão do aluno e deixar claro que em vários momentos ele deve ter a liberdade de escolha de como e de que forma irá fazer.

Com a discussão chegando neste passamos para o debate específico de algumas estratégia desenvolvida na Europa, para a operação de multiplicação.

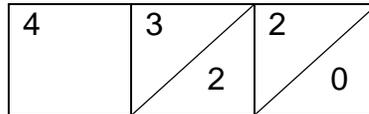
Iniciamos com as réguas de Neper solicitando que cada professor pegasse suas réguas e realizando em conjunto os exemplos do texto, iniciando com a multiplicação de 4 X 85.

Selecionamos as réguas dos multiplicandos, neste caso o 8 e o 5, e as posicionamos lado a lado, seguindo a ordem da representação numérica, e a régua com os índices, ficando da seguinte forma:

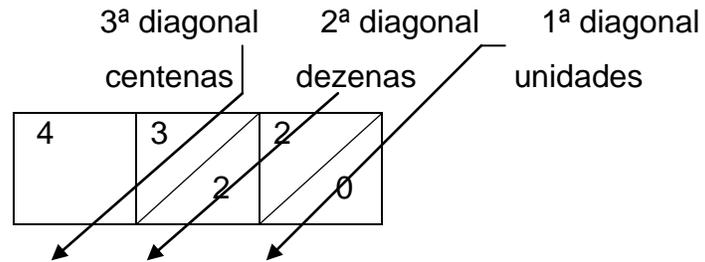
	8	5
1	0 8	0 5
2	1 6	1 0
3	2 4	1 5
4	3 2	2 0
5	4 0	2 5
6	4 8	3 0
7	5 6	3 5
8	6 4	4 0
9	7	4



Observamos a coluna que nos interessa, que neste caso é a do índice 4, desta forma fica:



A última etapa é identificar as diagonais começando da direita para a esquerda, efetuar as somas dos valores dessas diagonais desta maneira formando respectivamente as unidades, dezenas centenas... o resultado fica desta forma:

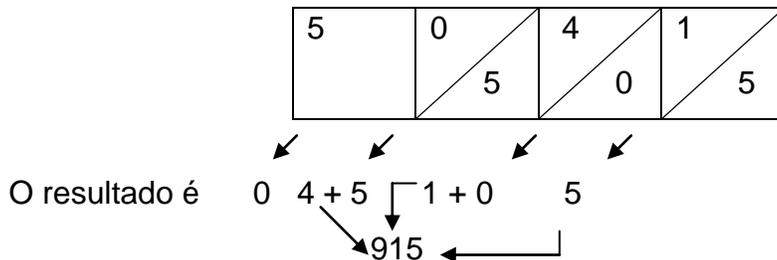


Ficando: 3 2 + 2 0

O resultado final é 340.

Quando é um número maior, necessitamos fracionar a multiplicação, com a estratégia que pode ser vista no exemplo de 35 X 183.

Começamos com o número 5 do multiplicador e procedemos igual ao exemplo anterior, ficando:



Posteriormente iniciar o procedimento com o número 3 da dezena, como esse 3 representa 30 vezes, posteriormente há a necessidade de colocar um 0 no lugar da unidade no resultado. Podemos justificar essa necessidade de representação, pela compreensão de que 30 é dez vezes o valor 3, então podemos multiplicar por 3 e

posteriormente por dez, como multiplicar por dez (em números naturais) é somente acrescentar um 0 de forma a ocupar o lugar da unidade, justamente o que foi solicitado a fazer nesta situação.

Desta maneira 3×183 :

3	0	2	0
	3	4	9

Que resulta em 549, acrescentando o 0 de forma a ocupar o lugar da unidade, fica 5490. Para finalizar a operação é necessário somar os dois valores:

Desta forma a resposta de 35×183 é $5490 + 915$ que é igual a 6405. E essa mesma lógica deve ser utilizada no exemplo que envolvem centenas e ou outras classes decimais mais elevadas.

Os comentários das professoras para esse método foi de imediato identificar semelhanças para com a multiplicação *per gelosia*.

Professora Luciana: - *O inventor deste método se inspirou no exemplo que fizemos outro dia (per gelosia), mas o que ele fez foi genial, pois fica fácil e prático de calcular.*

Professora Iracema: - *Realmente podemos explorar muitas questões com esse método, a tabuada presente nas régua, novamente a multiplicação por dezenas, centenas, além de poder associar esse recurso como forma de desenvolvimento da estimativa do resultado, entre outras opções.*

Professora Ingrid: - *Também é fácil de produzir as régua com os alunos, pois pode ser feito com os materiais que geralmente dispomos, como cartolina.*

Professora Luciana: - *O único problema que percebo é para realizar operações onde os números se repete, como 5×44 , daí como fazemos se só tem um jogo de régua?*

Professora Silvana: - *É necessário neste caso fazer mais de um jogo por aluno, se for possível ou orientar o trabalho em conjunto com os colegas nestas situações.*

Professora Iraci: - *Também podemos ver se eles conseguem desenvolver soluções próprias para essa questão, vindo como eles irão se virar frente a este desafio.*

Após essas discussões, partimos para o segundo exemplo, as régua de Lucas-Genaile, cujo o modelo os professores confeccionaram anteriormente e continuamos com a metodologia de resolver em conjunto o exemplo do texto.que é 5937×69 .

O primeiro passo é selecionar as régua que formam o número 5937, que são respectivamente a 5, 9, 3 e 7, acrescentamos a elas a régua de referência e em seqüência devemos dispô-las como no exemplo ao lado.

	X	5	9	3	7
2	0	0	8	6	4
	1	1	9	7	5
3	0	5	7	9	1
	1	6	8	0	2
4	2	7	9	1	3
	0	0	6	2	8
	1	1	7	3	9
5	2	2	8	4	0
	3	3	9	5	1
	0	5	5	5	5
6	1	6	6	6	6
	2	7	7	7	7
	3	8	8	8	8
	4	9	9	9	9
7	0	0	4	8	2
	1	1	5	9	3
	2	2	6	0	4
	3	3	7	1	5
	4	4	8	2	6
8	5	5	9	3	7
	0	5	3	1	9
	1	6	4	2	0
	2	7	5	3	1
	3	8	6	4	2
	4	9	7	5	3
9	5	0	8	6	4
	6	1	9	7	5
	7	2	0	8	6
	8	3	1	9	7
	0	5	1	7	3
	1	6	2	8	4
	2	7	3	9	5
	3	8	4	0	6
4	9	5	1	7	
5	0	6	2	8	
6	1	7	3	9	
7	2	8	4	0	
8	3	9	5	1	

Iniciamos o processo operatório a partir do numeral 6 do multiplicador, que neste caso significa selecionar na régua de referência a linha marcada pelo número 6, que neste exemplo está destacada em verde. A resposta será constituída da direita para a esquerda e sempre inicia com o primeiro número que se encontra na coluna do algarismo da unidade. No exemplo a unidade é a régua 7 e o primeiro algarismo da coluna na multiplicação por 6 é o 2, que destacamos em amarelo.

Esse número, que além de ser o algarismo da unidade da resposta, também está na base de uma triângulo, cuja o vértice oposto a base, aponta para o próximo algarismo a ser transposto para a resposta, que neste casa é novamente um 2, como destacamos na figura ao lado. Este outro algarismo também esta na base de um triângulo que indicará o próximo algarismo que comporá a resposta.

Está lógica deverá ser seguida até o último algarismo, que sempre será pertencente a régua de

referência. Desta maneira a resposta do produto entre 6 e 5937 é igual a 35622, como podemos observar na figura e averiguar a exatidão do cálculo por outros métodos.

Finalmente realizamos o mesmo procedimento com o número 9 da régua de referência, com o diferencial do compromisso de nos atentarmos ao fato de serem 9 dezenas. Por conta disso necessitamos acrescentar o número 0 para ocupar a o lugar da unidade na resposta, como já é de praxe em outros procedimentos semelhantes. Desta forma aos resultados (grifados em amarelo na figura de exemplo) que são 53433 devemos acrescentar um 0, ficando 534330 como resultado final desta etapa.

Por fim, necessitamos somar as os dois produtos que obtivemos para chegar ao valor final da operação, resultando em $35622 + 534330 = 569952$, o resultado que pretendíamos obter.

Os comentários sobre esse método foram:

Professora Iracema: - *Esse método é uma calculadora disfarçada, pois o único trabalho é escolher os números certos, copiá-los e no final fazer uma soma.*

Professora Iraci: - *A soma só quando envolver multiplicações maiores de dezenas nas duas parcelas, se não fica até sem essa necessidade.*

Professora Ingrid: - *Mas daí não fica fácil demais? E o conhecimento do aluno?*

Professora Silvana: - *Acha que essa preocupação não é necessária, mas claro que dentro de um contexto de não partir desse método como único, desta forma o aluno pode entender que mais importante que simplesmente fazer o procedimento e discutir o que está envolvido, só o resultado não basta, temos que estimular o aluno a interpretá-lo e compreendê-lo.*

Professora Iracema: - *Concordo contigo, analisando o papel das contas nestas variadas formas de executá-las, começa a ficar mais claro que dominar o processo operatório é apenas uma pequena parte do processo e que pode ser feita de várias maneiras, o que não podemos deixar de aproveitar é todo o potencial de ensino que vem junto com esse processo.*

Na apresentação destes últimos recursos percebemos ainda quão forte nossas práticas operatórias estão atreladas ao registro operatório mais tradicional e formal.

Essa afirmação se assenta no fato de que a nossa discussão sobre a questão das variadas representações que podemos tomar da História da Matemática, para com o mesmo objeto do conhecimento, ficou bem firme e consolidada até que as representações ainda guardavam rudimentos de similaridade, ou seja, até que eram “contas” mas com outra representação.

Quando apresentamos uma estratégia para o cálculo da multiplicação - embora histórica e não sendo a “tabuada” o centro da execução do mesmo - percebemos que as professoras se sentiam inseguras, receosas em tal processo. Mas, independente desta questão que se mostrou perceptível, é importante registrar que em nenhum momento se cogitou a hipótese de não se ensinar por meio de tal método histórico. Apenas era perceptível a necessidade de se frisar a importância de não estimular demasiadamente e deixar claro que para o aluno apenas esse método não é suficiente para a aprendizagem

Podemos associar essas compreensões com a ainda presente visão inicial sobre a natureza da matemática. Como afirma Carvalho (2004) há uma preocupação excessiva com o domínio técnico dos processos operatórios, em prol das significações desses procedimentos. Tal compreensão, foi em nossa avaliação, questionada e refletida em nossas proposições de trabalho, junto aos professores, sendo possível registrar aspectos iniciais presentes nas falas e atitudes pedagógicas dos professores, mas ainda carecendo de maior atenção e continuidade neste sentido.

Encerrando o encontro, ficou novamente acordado que as professoras Silvana e Sônia aplicariam as atividades propostas, em sala de aula, propondo o uso das régua para a conferência dos resultados.

6.8 - O oitavo encontro da pesquisa:

Iniciamos os trabalhos com as discussões sobre como foi a repercussão da aplicação das atividades envolvendo as régua de cálculo de Neper e de Lucas-Genaile. Vejamos os depoimentos das professoras.

Professora Sônia: - *Comecei confeccionando e explicando o uso das régua de Neper, considerei que os alunos tiveram uma compreensão de seu uso de forma*

bastante imediata e simples, o entendimento foi rápido e se mostraram empolgados em utilizar essa régua para os seus cálculos.

Professora Silvana: - Na minha turma foi bem parecido o processo inicial e para chamar um pouco mais a atenção logo após todos os alunos já dominaram o processo e estar utilizando o mesmo, lancei um desafio que envolvia a operação 4×353 , pois assim era necessário duas régua dos múltiplos do três para a operação, imediatamente isso foi percebido e começaram a solicitar as dos colegas, intervi e comentei que neste momento isso era proibido e deviam achar outra solução.

Professora Regina: - E Acharam fácil? Todos?

Professora Silvana: - Todos não, por que percebi que alguns “colaram” mas me surpreendi com a maioria encontrando estratégias e resolvendo a questão. A maioria colocava a régua em uma posição, geralmente na unidade, começava a anotar o resultado e posteriormente a mudava de lugar e terminava a operação.

Duas professoras não compreenderam exatamente como o processo foi feito. Então foi repetido o processo usando-se o quadro negro da sala como suporte para a explicação, depois de clarear esse ponto prosseguiu-se.

Professora Silvana: - Outra solução encontrada pela aluna Carla (nome fictício), foi desenhar as diagonais e efetuar as operações, desta forma.

Ela reproduz no quadro negro o seguinte desenho:

	3	5	3
4	1 2	2 0	1 2

Professora Silvana: - Para mim a resolução destas atividades e as estratégias que os alunos desenvolveram foram extremamente gratificantes, adorei essas possibilidades e que pena que não conheci antes.

Esse seu comentário foi ratificado no coletivo por todos os professores presentes, gerando um momento de descontração o qual tivemos que redirecionar para a discussão da próxima atividade - a régua de Lucas- Genaile.

Professora Sônia: - *O uso da 1ª régua com os alunos foi bem simples, já esse segundo método eu não gostei muito...*

Professora Iracema: - *Eu até achei esse método bem simples, basta posicionar as réguas e copiar as respostas.*

Professora Sônia: - *Sim, mas até eles entenderem como começar, escolhendo na linha o primeiro valor e “seguindo o caminho” foi um pouco complicado. E alguns se confundiam e registravam o valor que não devia ser apontado daí o resultado dava errado.*

Professora Iracema: - *Mas ai não era uma questão de atenção dos alunos?*

Professora Sônia: - *Pode ser, mas no final a maioria aprendeu usar essas réguas e a maioria achou divertido, eu na verdade que não vi muito objetivo pois tudo ficou bastante mecânico.*

Professora Silvana: - *Na minha sala considerei que as complicações para ensinar foram as usuais de sempre – sempre temos alunos que demoram um pouco mais – o que eu não gostei é que eu não sei explicar a lógica do funcionamento destas réguas.*

Professora Luciana: - *pois é, eu também estava me questionando sobre esse método, que é condicionar o aluno a fazer “assim e assado”, sem pensar e nem compreender o processo que está realizando. É mesmo uma calculadora.*

Professora Silvana: - *Por isso acho importante estarmos preparados para dar aula, se queremos que nossos alunos compreendam os processos, antes de tudo devemos nos mesmos conhecerr sobre o que estamos ensinando.*

A maioria dos participantes emitiu sinais de concordância com a fala da professora Silvana, apontando que a discussão sobre a história da matemática pode contribuir para o questionamento da base epistemológica do professor, possibilita o questionamento sobre o que temos como conhecimento. Mas ainda sentimos a

necessidade de reafirmar a extensão da reflexão sobre o uso mecanicista das réguas, para o mesmo risco de isso ocorrer com no uso de determinado algoritmo.

Apontamos esse fato para o grupo, que podemos incorrer na mesma problemática com o próprio algoritmo, quando valorizamos excessivamente o seu domínio técnico. O grupo aceitou bem essa colocação, inclusive contribuindo:

Professora Ingrid: - *Eu falo por mim, que na maioria das vezes ensinava só me preocupando excessivamente com a conta, ainda acho que ela é fundamental, mas percebo que temos que ampliar além da questão somente da conta.*

Professora Raquel: - *Mas isso também é uma falha de nossa formação, a maioria das coisas que vimos aqui eu nem imaginava que pudesse existir.*

Professora Regina: - *É verdade, jogam a culpa no professor, que ele não tem qualidade, que é tradicional, mas e as nossas condições de trabalho e formação? Cansamos de participar de palestra que de útil para o trabalho em sala não tem nada, nossa biblioteca é uma vergonha, a escola tem computadores, mas não tem acesso a internet para o professor, é difícil.*

A maioria dos colegas apóia a manifestação da professora Regina, por conta do tempo encaminhamos a última atividade. Solicitamos que os professores participantes avaliem de maneira geral o trabalho que desenvolvemos em conjunto e apresente essa avaliação preenchendo coletivamente e de maneira suscita o quadro de avaliação (Anexo 7)

Posterior ao tempo para a realização desta atividade, obtivemos as seguintes respostas no quadro de avaliação:

Pontos Positivos	Pontos Negativos
<ul style="list-style-type: none">• Grande bagagem de conhecimento sobre a história;• Relação com a sala de aula;• Melhor entendimento da matemática;• Estratégias de ensino para a	<ul style="list-style-type: none">• Pouco tempo;• Limitação do trabalho somente a multiplicação;• Falta de material para o professor continuar pesquisando;

<p>multiplicação;</p> <ul style="list-style-type: none"> • Valorização de diferentes estratégias para o ensino; • Contribuição na formação dos professores; 	<ul style="list-style-type: none"> • Que deveria ser difundido a um grupo maior de professores;
---	--

Abrimos espaço para que os professores tecessem mais comentários, houveram várias colocações, mas todas se encaixando basicamente em um ou outro dos apontamentos apresentados. Para finalizar esse último encontro, expressamos a nossa gratidão pela dedicação, participação e compreensão dos professores, garantindo que essa disponibilidade é essencial para o desenvolvimento de nossa pesquisa.

A professora Iracema agradece em nome de todos, ressaltando que essa possibilidade foi ótima para os dois lados. Destaca que a escola e o grupo de professores se coloca a disposição para sempre que se fizer necessário para contribuições desta ordem, acrescentando que para o professor, a busca da qualificação deve ser uma constante.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

É de certa forma fácil encontrar pesquisadores e até professores que são simpáticos ao estudo e a utilização da história da matemática na educação matemática. A realidade é que efetivamente esse discurso cresce, inserindo-se nas recomendações dos documentos oficiais, nas avaliações dos livros didáticos, por exemplo, de maneira inversamente proporcional às iniciativas quanto à sua utilização metodológica no ensino. Muitas importantes contribuições neste sentido passam ao largo de quem realmente necessita desta discussão, deste elemento em sua formação e como suporte para a elaboração de suas atividades didáticas.

Nas hipóteses iniciais deste trabalho acreditávamos que os estudos da história da matemática na educação matemática têm um potencial de exercer uma significativa influência na prática dos professores. Buscávamos entender e discutir de que forma podemos inserir a história de modo que a mesma efetivamente estivesse acessível a compreensão do professor, servindo a duas principais instâncias, na epistemologia do professor e na sua metodologia de ensino. Neste sentido, consideramos que o entendimento das propostas de cunho histórico cultural, principalmente nas proposições de Bkouche, e no entendimento do significado das representações no ensino da matemática, seria essencial para se alcançar esse objetivo.

Ao trabalhar junto aos professores participantes da pesquisa, constatamos uma mudança, na forma deles conceberem os conceitos matemáticos, a partir da compreensão da sua historicidade. No decorrer de encontros para estudos sobre a história e representação dos algoritmos, observamos que para os professores isso era inédito, desconhecido. Com o conhecimento do assunto, percebeu-se significativamente, que os professores iniciaram um processo de reflexão sobre o conteúdo e a forma como se ensina, bem como sobre as suas escolhas metodológicas e a relação com a aprendizagem dos alunos.

Isso se manifestou nos variados questionamentos e apontamentos que as professoras faziam e, principalmente, isso se refletiu em sala de aula, com as professoras construindo alternativas para ensinar conceitos. O que antes elas

consideravam ser natural ensinar, apenas de uma única forma, em um único algoritmo, como se só existisse uma única representação, passou a ter um sentido maior, trazendo questionamentos sobre a sua prática mas também ampliando suas estratégias pedagógicas e sua relação com o saber.

Podemos destacar que o trabalho realizado implicou num início de novas atitudes frente ao processo de ensino e aprendizagem. Uma das contribuições deste trabalho realizado com os professores se apresentou na fala de um deles, por exemplo. Destacou-se que passou a considerar o processo de resolução de um algoritmo mais que uma atividade mecânica e técnica, notando a preocupação com o conhecimento inserido no algoritmo, as suas variadas representações, trazendo implicações para o seu conhecimento e seu modo de explorar pedagogicamente esses recursos.

Acredita-se que isso se deve, em grande parte, a um novo olhar lançado sobre os algoritmos, a partir do estudo da história do mesmo. As considerações que se fazia relacionando a história estudada com a aprendizagem dos alunos, a preocupação com o entendimento dos alunos e com a forma de pensar dos alunos, revelada após os estudos históricos, são indícios dessa mudança. Outro indício que corrobora essa afirmação foi o interesse de extrapolar esse estudo para outros campos do conhecimento matemático e a insatisfação de ser um recorte tão pequeno. Isso demonstra como essa questão se torna significativa para os professores.

Mas também entendemos que o conhecimento histórico não é condição suficiente para a aprendizagem de determinado conteúdo. Pode-se, contudo, colaborar para um novo entendimento da importância dos conteúdos, proporcionando, tanto para o professor como para o aluno, a compreensão que os conteúdos não estão definidos apenas por sua função pedagógica ou como “base” para outros conteúdos. Com isso pretendemos romper com uma visão da aprendizagem, que se caracteriza pelo acúmulo de informações e repetição de regras e procedimentos, pois a mesma não é suficiente para quem espera mais da educação matemática, onde a importância da mesma não reside apenas no ensino do conteúdo matemático em si. Nesse sentido, é preciso que a matemática seja entendida de uma forma muito mais completa, e o conhecimento da história da matemática é um bom caminho como afirmam Miguel e Brito (1996, p.56) [...] “pelo estudo da matemática do passado, podemos perceber

como a matemática de hoje insere-se na produção cultural humana e alcançar uma compreensão mais significativa do seu papel, de seus conceitos e de suas teorias.”

Assim, acreditamos que o conhecimento histórico é uma contribuição essencial para o professor planejar o ensino, de forma a contemplar outros objetivos pedagógicos. Como percebemos em nossa pesquisa, no momento em que os professores entendem os conceitos como criações históricas, tendo contato com as condições culturais, os problemas que se enfrentavam cotidianamente, passaram a olhar o conteúdo de forma mais “cuidadosa”, não o considerando de forma “natural”.

Nossa pesquisa não teve, nem poderia ter, a intenção de encerrar a questão sobre a relação entre o conhecimento histórico dos conteúdos na formação de professores. No entanto, faz algumas considerações de relevância. Nesse sentido, ao mostrar que um estudo da História da Matemática, não restrito ao repasse de informações históricas, que discuta a mesma considerando as problemáticas inseridas no seu espaço histórico e cultural, as representações utilizadas para dar conta disso, poderá influenciar a forma como os professores investigados concebem os algoritmos, por exemplo, e por extensão como efetivam o seu ensino. Dessa forma, esta pesquisa vem reafirmar as idéias de que os professores, de qualquer nível, precisam conhecer a história dos conteúdos matemáticos que ensinam.

Para finalizar, aponta-se algumas questões suscitadas por este trabalho e que precisam ser melhores exploradas. A primeira se refere à ampliação da proposição problematizadora proposta por Bkouche, para a instância da sala de aula. Neste trabalho nos restringimos a uma análise na formação dos professores e nesse ínterim, percebemos o potencial da inserção da mesma no ensino. A segunda refere-se ao aprofundamento e ampliação dos estudos sobre a questão da representação, em específico dos outros algoritmos, pois por questão de tempo fizemos uma análise restrita e pontual para a multiplicação, fato muito apontado pelos professores integrantes da pesquisa como necessário a extensão para as outras operações. Uma terceira questão refere-se à clareza da necessidade de pesquisar em específico os cursos de formação dos professores para as séries iniciais (pedagogia), analisando as questões referentes à metodologia do ensino da matemática e, em específico, o porque da pequena ou ausente discussão da história da matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

ANACONA, M. **Las Historias de las Matemáticas em la educación Matemática.** Revista Ema, Vol 8, nº 01, 2003,p. 30-46.

ARAÚJO, A. M. **A passagem da 4ª para a 5ª série:** o que pensam os professores dessas séries sobre os conteúdos essenciais de matemática. Curitiba, 2003. Dissertação (Mestrado em 2003) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná.

_____. **O Conhecimento do desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos e o ensino da matemática:possíveis relações.** Curitiba, 2006. Tese de Doutorado – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná.

BACHELARD, G. **Ensaio sobre o conhecimento aproximado.** Rio de Janeiro: Contraponto, 2004.

_____. **A formação do espírito científico.** Rio de Janeiro: Contraponto.1996, 2ª reimpressão.

BARONI, R. L. S. e NOBRE, S. A Pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática, in BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas.** São Paulo : Editora UNESP, pp. 129-136, 1999.

BKOUCHE, R. **Epistémologie, Histoire et Enseignement des Mathématiques.** In: The learning of mathematics, vol. 17, n. 1, 1997.

_____. **Sur la notion de perspective historique dans l'enseignement d'une science.** In: REPERES-IREM, n. 39, avril, p. 35-59. França: IREM, 2000.

_____. **Épistémologie, histoire des mathématiques et enseignement.** Actas da Deuixième Université d'Été Européenne sur Histoire et Épistémologie dans l'Éducation Mathématique.Volume I, p. 282-290. Braga, Portugal, 1996.

BROLEZZI, A. C. **A arte de contar: uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação)-Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1991.

BURIGO, E. Z. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil:estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 1989.

BUTTERFIELD, H. **A Origens da Ciência Moderna.** Lisboa: Edições 70, 1949.

- CARDOSO, C. R. F. **O Egito Antigo**. São Paulo. Editora Brasiliense, 1982.
- CARVALHO D. L. et al. **Os graduandos em pedagogia e suas filosofias pessoais frente à matemática e seu ensino**. Zetetiké, vol.12, n. 21, Campinas: CEMPEMFE - UNICAMP, 2004, p.16-27.
- CERTEAU, M. **A invenção do cotidiano: 1, Artes de fazer**. Petrópolis: Vozes, 1994.
- CHARTIER, R. **A História Cultural . entre práticas e representações**, Lisboa: DIFEL, 1990.
- CROSBY, A. W. **A mensuração da realidade**. São Paulo. Editora UNESP, 1999.
- D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação: reflexão sobre educação matemática**. São Paulo: Summus, 1986.
- _____. **Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. In: Educação e Pesquisa – Revista da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120. jan/abr 2005.
- DAMBROS, A. A. **A Educação Matemática e o Professor das Séries Iniciais – A importância dos estudos históricos no trabalho com o sistema de numeração decimal**. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.
- DYNNIKOV, C. M. S. da S. **Explorando as Operações Aritméticas com Recursos da História da Matemática**. Rio Claro: SBHMat, 2003. (Coleção História da Matemática para Professores).
- DIAS, A. L. M. **Engenheiro, Mulheres, Matemático: Interesses e disputas na profissionalização da matemática na Bahia (1896 – 1968)**. Tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em História Social, Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas. USP. São Paulo 2002.
- DUVAL. R. Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. (Org. Sílvia Dias Alcântara Machado). Campinas, SP: Papirus, 2003.
- _____. **Sémiósis et pensée humaine :registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Suisse: Peter Lang, 1995.
- DURKHEIM, E. **O suicídio**. Lisboa, Presença. 1977.
- EVES, H. **Introdução a História da Matemática**. Campinas, SP. Unicamp, 2004.

FALCON, Francisco. O Campo problemático da História da Cultura, In: **História Cultural**. Rio de Janeiro : Campus, 2002, p. 33 – 55.

FAUVEL, J. **Using History in Mathematics Education**. For the Learning of Mathematics. Vol. 11. n.2, jun de 1991.

FERREIRA, A. B. H. Mini-Aurélio: O minidicionário escolar. Rio de Janeiro, RJ. Nova Fronteira, 2001.

FLORES. C. R. **Abordagem histórica no ensino de matemático: o caso da representação em perspectiva**. In: Revista Contra-Pontos. Ano 2, no 6, Itajai, Set.-dez. 2002, p. 377-388.

_____. **Olhar, saber, representar: sobre a representação em perspectiva**. São Paulo: Musa Editora, 2007.

_____. **Registro de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem**. BOLEMA. Ano 19, nº 26, Rio Claro, 2006, p. 77/102.

FOSSA, J. A. **Ensaio sobre a Educação Matemática**. Belém: EDUEPA, 2001. 181p. (Série Educação; n.2)

FOUCAULT, M. **Microfísica do Poder**. Rio de Janeiro: Graal, 1990.

FURINGHETTI, F. **History and Mathematics Education: a Look Around The World With Particular Reference to Italy**. In: <http://www.icme-organisers.dk/tsg17/Furinghetti-text.pdf>, acesso em 05/06/2007.

GARCIA, R. e PIAGET, J. **Psicogênese e História das Ciências**. Lisboa. Editora: Dom Quixote, 1987.

GASPAR. M. T. J. **Aspecto do desenvolvimento do pensamento geométrico em algumas civilizações e povos e a formação de professores**. Tese de doutorado. UNESP – Rio Claro. 2003.

GUERIOS, E in: RIBEIRO, E. e MULLHER, S. M. (org). **Metodologia de Diferentes Disciplinas**. Curitiba, CETEPAR, UFPR, 1992.

GRAMSCI, A. **Caderno de Cárceres. Volume 2: Os Intelectuais. O Princípio Educativo**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2000.

HARRIS, J. R. **O Legado do Egito**. São Paulo: Editora Imago, 1993.

IFRAH, G. **Os números: a história de uma grande invenção**. Rio de Janeiro: Globo, 1989.

_____ **História universal dos algarismos; a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo.** Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v.1

JAPIASSÚ, H. ; MARCONDES, D. **Dicionário básico de filosofia.** 3 ed. rev. ampl. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed.,1996.

KLINE, M. **O Fracasso da Matemática Moderna.** São Paulo: Ibrasa-Instituição Brasileira de Difusão Cultural S.A. 1976.

LADRIÈRE, J. **A articulação do sentido.** São Paulo, EDUSP. 1997.

MIGUEL, A. Breve ensaio acerca da participação da história na apropriação do saber matemático. In: SISTO, Fermino Fernandes, DOBRANSZKY, Enid Abreu e MONTEIRO, Alexandrina.(org). **Cotidiano escolar: questões de leitura matemática e aprendizagem.** Petrópolis, RJ: VOZES, 2002.

_____ **As Potencialidades da História da Matemática Em Questão: Argumentos Reforçadores e Questionadores.** REVISTA ZETETIKÉ, CAMPINAS -SP, v. 5, n. 8, p. 73-105, 1997.

MIGUEL, A. MIRION. A. **História na educação matemática - Propostas e desafios.** Belo Horizonte, MG. Autêntica, 2004.

MIORIM, A. **Introdução à História da Educação Matemática.** São Paulo: Atual.1998.

MOTTA, C. D. V. B. **História da Matemática na Educação Matemática: Espelho ou Pintura?** Santos, SP. Comunicar, 2006.

NOBRE, S. **Leitura Crítica da história: Reflexões sobre a história da matemática.** Ciência & Educação, v. 10, n.3 p.531-543, 2004

NOSELLA, P. **A escola de Gramsci.** Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1992.

OTTE, M. **Concepção de História da Matemática.** BOLEMA, Especial n. 2, Rio Claro : UNESP, pp. 104-115, 1992.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa.** Belo Horizonte: Ed. Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

PIAGET, J. **Para onde vai a educação?** Rio de Janeiro, Olympio – Unesco, 1973.

_____ **Biologia e Conhecimento.** 2^a Ed. Vozes : Petrópolis, 1996

PINHEIRO, N. A. M. **Conhecimento matemático reflexivo: Uma contribuição para as discussões sobre Ciência, Tecnologia e Sociedade.**, Tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Centro de

Ciências Físicas e Matemáticas e Centro de Ciências da Educação. UFSC, Florianópolis. 2005.

RADFORD, L. **On Psychology, Historical Epistemology, and the Teaching of Mathematics**: towards a Socio-Cultural History of Mathematics. For the Learning of Mathematics 17, 1, p. 26-33, february, 1997.

RADFORD, L., BOERO, P.; VASCO, C. **Epistemological assumptions framing interpretations of students understanding of mathematics**. In: FAUVEL, J. MAANEN, J. (Eds.) History in mathematics education: the ICMI study. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, 2000.

RICIERE, A. P. **A arqueologia da matemática: a origem da matemática nas civilizações antigas**. São José dos Campo: Pradiano, 1991.

ROBERT, A. **Formation des maitres: des conditions nécessaires aux conditions nécessaire set suffisantes**. REPERES – IREM, nº 19, 2004, p. 71 – 73.

ROSSI, P . **O nascimento da Ciência Moderna na Europa**. Bauru: São Paulo. EDUSC, 2001.

SCHUBRING, G. **Relações entre a História e o Ensino da Matemática**. In: NOBRE, S. (Ed.) **Anais do Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática e Seminário Nacional de História da Matemática**, p. 157-163. Águas de São Pedro – São Paulo – Brasil, 1997.

SINGH, S. **O último teorema de Fermat**. 10ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

SILVA, C. M. S. da. **A matemática positivista e a sua difusão no Brasil**. Vitória. EDUFES. 1999.

SOARES, F. **Movimento de Matemática Moderna no Brasil: Avanço ou retrocesso?** Rio de Janeiro – RJ. Dissertação de Mestrado em Educação. PUC - Rio, 2001.

SOUTO, R. M. A. **História e ensino da Matemática: um estudo sobre as concepções do professor do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual de São Paulo, Campinas, 1997.

SCHUBRING, Gert. **Análise histórica dos livros de matemática**. Campinas: Autores Associados, 2003.

VYGOTSKY, L.S. **Pensamento e linguagem**. 2ª ed. São Paulo: Martins, 1989.

VITTI, Catarina Maria. **Matemática com Prazer... A Partir da História e da Geometria**. Piracicaba: Unimep, 1995.

VALENTE W. R. **História da Matemática na Licenciatura: Uma contribuição para o debate.** Revista Educação Matemática, SBEM nº11. São Paulo. 2002.

ANEXOS

ANEXO 1 – QUESTIONÁRIOS I

ANEXO 3 – TRANSPARÊNCIA



ANEXO 4 – MEMÓRIAS DAS REUNIÕES

MEMÓRIA DA 1ª REUNIÃO

Data: 05/09/2007

Presentes: Sônia, Iraci, Raquel, Luciana, Silvana, Regina, Ingrid e Iracema.

A reunião iniciou com o agradecimento do professor André, pela disponibilidade do grupo em participar desta pesquisa e explicando que esta pesquisa se situa no campo da inserção metodológica do uso da História da Matemática, visando elementos para a formação dos professores que atuam nas séries iniciais do ensino fundamental, bem como a colaboração na elaboração de estratégias metodológicas para o ensino da matemática. detalhando a metodologia de trabalho, que será:

Quatro encontros, com duas horas de duração, onde será apresentada a nossa proposta de pesquisa nos aspectos relacionados ao referencial teórico. A metodologia será pautada em estudo e constituirá em uma discussão constante e participativa, especialmente sobre o entendimento da História da Matemática na Educação Matemática e os aspectos epistemológicos relacionados à mesma.

Posteriormente mais quatros encontros com duas horas de duração, onde discutiremos as diferentes representações dos algoritmos, que existiram em algumas culturas no decorre da história. Em seqüência discutiremos a possibilidade de desenvolver atividades pedagógicas. As atividades serão elaborada em conjunto, posteriormente aplicadas nas salas de alguns professores – provavelmente 4ª e 5ª série e discutiremos de forma coletiva os resultados obtidos.

Acordamos que os encontros seriam realizados na própria escola, contando da data de hoje e 05/09 - quinta-feira – sendo que os posteriores se realizariam a cada quinze dias, sempre nas quintas feiras. A professora Iracema (diretora da escola) pede a palavra e comenta:

- O trabalho é importante para o professor André, mas muito mais para nos, pela oportunidade de discutir sobre o ensino da matemática, portanto vamos nos organizar para não faltarmos nas datas previstas, salvo motivo de força maior.

Iniciamos o trabalho respondendo o Questionário I, para isso deixamos um tempo livre de 20 minutos para o preenchimento do questionário e posteriormente comentaremos em conjunto as respostas apresentadas:

Começamos com a **questão 1 - Sintetize a sua definição de Matemática**

Regina – Já começa com perguntas difíceis...

Luciane – Bom eu não sei se está certo mas eu escrevi que é Ciência que estuda os números bem como suas propriedades e relações....

Silvana - Eu concordo, para mim a matemática tem haver com os números, tem o objetivo analisar e compreender cálculos e situações cotidianas que envolvam números....

Oralmente a Iracema destaca a importância de saber realizar as quatro operações. – O aluno tem que sair com no mínimo esse conhecimento de matemática. Também considera a matemática “como a ciência exata” que tem respostas sempre “irrefutáveis”.

A maioria dos professores manifesta concordar com essas definições, não tendo mais comentários partimos para a próxima questão.

2 - Qual é o seu conhecimento quanto a História da Matemática?

Praticamente todos foram unânimes em declarar que se limitava basicamente as informações fornecidas pelos livros didáticos dos alunos, ou uma ou outra curiosidade que sabia. Mas a professora Raquel apresenta um interessante comentário:

Raquel – Temos só que ter cuidado com a nossa visão de história, por que nem sempre tudo é exatamente como está nos livros.

Ingried – Exatamente, na verdade para a história prevalece os interesses dos vencedores, de quem conta a história, por isso a várias histórias.

A maioria dos professores concordou com os posicionamentos apresentados.

A terceira questão:

3 - Em sua formação inicial, você teve acesso a discussões sobre a inserção de História da Matemática enquanto metodologia de ensino? Se sim, de que maneira?

Quase todos os professores responderam que sim responderam que sim, questionei em qual momento e alguns afirmaram na disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática. Solicitei um exemplo e não houve contribuições, e a professora Iracema fala:

Iracema – Foi tudo muito rápido, superficial e era como se devêssemos saber que alguém criou, mas para ensinar ao aluno isso não era importante, para ensinar era mais valorizados outras técnicas como jogos, materiais manipulativos entre outros.

Sua fala foi muito apoiada pelas professoras Iraci e Silvana, com destaque que a última salientou que esta forma de apresentação na formação, nem deveria ser considerada, esclarecendo que no seu entendimento:

Silvana – Isso e nada é a mesma coisa.

A última questão:

4 - Em suas aulas você utiliza alguns recursos da História da Matemática como componente metodológico? Se sim, de qual forma? Quais são suas fontes?

As professoras Raquel e Regina afirmaram que não, as outras professoras afirmaram que sim, geralmete junto com jogos, pesquisas e conversações.

Solicitamos um exemplo de jogo que envolvesse a História da Matemática, e não houve manifestação nenhum professor soube apresentar um exemplo, se limitando ao silêncio. Logo se desnudou que o debate referente a esse tema, só se apresenta quando encontrado no livro didático, e que a estratégia de pesquisa, também só se constitui no discurso e não é possível sua contextualização em exemplos recentes.

A fala da professora Raquel é ao mesmo tempo realista e crítica frente a essa questão:

- Eu já coloquei que não, pois não sei então não me considero apta a ensinar dessa forma. Acho que devemos parar de usar jargões quando queremos parecer saber fazer algo que não sabemos.

Os colegas aparentemente consentem sobre que o conhecimento tanto a cerca da história da matemática, quanto a de atividades que utilizam esse conhecimento é muito próximo do nulo.

Encerramos as atividades para este momento, definimos que a professora Iracema fará a memória da próxima reunião e agendamos a próxima reunião para o dia 19/09/2008.

MEMÓRIA DA 2ª REUNIÃO

Data: 19/09

Presentes: André, Sônia, Iraci, Raquel, Luciana, Silvana, Regina, Ingrid e Iracema.

O palestrante iniciou a reunião, solicitando a todos que preenchessem o questionário número dois que tinha as seguintes questões:

Após o ao preenchimento do questionário (+/-25 min), o palestrante apresenta a discussão sobre como usar a História da Matemática na sala de aula. Apresenta no retro projetor uma transparência , das quais destaco os seguintes tópicos que foram discutidos durante essa tarde de trabalho.

- História da Matemática na Educação Matemática, investiga a participação da História na formação de professores, em livros didáticos, pelos documentos oficiais, em currículos e na prática pedagógica;
- Se manifesta na maioria das vezes, de forma simplista, com poucas reflexões e apenas como agente motivador;
- Uma forma muito usual no ensino da matemática, é creditar o seu desenvolvimento a apenas uma única pessoa, o batismo de determinado conhecimento, apresenta uma visão estreita e linear da matemática.
- O positivismo reforça para o ensino uma visão de matemática universal, linear, contínua e pautada no esforço esporádico de grande mentes, gênios ou nomes.
- Posteriormente há uma áurea de aceitação científica a essa idéia, com os defensores do princípio genético. Proposicao apresentada por Ernest Haeckel

(1834-1919), defensor da teoria da evolução, onde o feto de várias espécies (inclusive o humano) no seu desenvolvimento intra-uterino, passaria pelas etapas que ocorreram anteriormente na evolução de sua espécie “a ontogênese imita a filogênese

- Jean Piaget foi um dos grandes expoentes deste processo e apesar de sua extensa e importante contribuição, como um dos pioneiros nas teorias da aprendizagem e reconhecido trabalho na área educacional, defendia a idéia de que aprender matemática é uma reconstrução individual (psicogênese) do conhecimento matemático historicamente construído (filogênese)
- Outro importante pesquisador, que identificamos em seu trabalho a mesma lógica do principio genético, é Gaston Bachelard. Guy Brousseau faz uma ligação semelhante entre a teoria de Bachelard (noção de obstáculo) e as dificuldades dos alunos, mas criando um diferencial ao abrir o leque de obstáculos, pois para ele se distinguem três tipos de obstáculos – ontogenéticos (neurofisiológicos, por exemplo), didáticos (da prática pedagógica) e epistemológicos (da história);
- È necessário uma proposição, mais atual, que valorize os aspectos históricos e culturais em sua dinâmicas mútuas. Para tanto consideramos a perspectiva problematizadora de Bkouche associada ao papel da representação para educação matemática. Ponto de discussão da próxima reunião;

A maioria dos professores não se manifestou frente as colocações, e argumentaram que isso se deve a tudo ser novo, não conheciam praticamente nada disso e mostraram certa preocupação com as respostas do questionário. O palestrante fala para não se preocupar com termos de certo ou errado, mas que é o objetivo repensar nossas posições e quando necessário mudá-las, mas quando convictos realmente disso.

Por fim o palestrante encaminha a leitura prévia para o próximo encontro (03/10) do Capítulo III de sua dissertação e ficou acertado que as professoras Sônia e Silvana, fariam a coordenação da discussão no próximo encontro e a memória seria redigida pela professora Iraci. Não tendo mais nada a relatar finalizo este relato.

MEMÓRIA DA 3ª REUNIÃO

Data: 04/10

Presentes: Silvana, Regina, Ingrid, Iracema, André, Sônia, Iraci, Raquel e Luciana.

O professor André propõe uma dinâmica inicial, fazendo a leitura de uma citação que ressalta o aspecto cultural da matemática e uma questão socialmente compartilhada, a Silvana fala que gosta da citação e comenta que devemos entender as relações matemáticas estabelecidas em determinado momento histórico, com o contexto social na qual a mesma se encontra imerso. Posteriormente passa a palavra para as professoras Sônia e Silvana.

Sônia apresenta uma transparência e propõem a divisão dos participantes em dois grupos, cada um ficará com um dos aspectos da transparência e elaborará um cartaz abordando aspectos dos itens apresentados pelas professoras, ficando o grupo dividido desta forma:

FORMAÇÃO DE PROFESSORES: Sônia, Iraci, Raquel e Luciana

APRENDIZAGEM: Silvana, Regina, Ingrid e Iracema

Após o tempo para discussão o primeiro grupo apresenta seu cartaz e cada professor faz um comentário:

Reflexão sobre a natureza da matemática: A história permite extrapolar a visão comumente estabelecida de uma ciência pronta, acabada e somente acessível e produzida por gênios.

Iracema - Não imaginava que pode haver erros nas definições matemáticas ou que uma coisa pode ser certa e depois mudar (em matemática).

Elaboração de atividades didáticas: O conhecimento da história da matemática possibilita ao professor elaborar atividades mais diversificadas, além de não pautar a sua prática apenas na valorização de um procedimento.

Iraci - Não basta sabermos que em tal período era assim ou assado, temos que compreender a matemática envolvida no processo se realmente queremos ele no ensino.

Raquel - é mas para isso temos ainda que estudar muito.

A História da Matemática como indicador de dificuldade de compreensão: A História nos permite compreender situações em que é normal os alunos encontrarem maiores dificuldades.

Elemento de elaboração curricular: o conhecimento histórico contribui para o entendimento do que é conteúdo e do que é estratégia.

Sônia - O entendimento histórico é fácil compreender que o conteúdo é adição e não apenas aquela conta tradicional, separar o que realmente importa estudar.

História na educação matemática: Diferenciar a história enquanto ciência de seu uso pedagógico, que possui características diferenciadas.

Luciana: - Lemos que vários autores e mais especificamente Bkouche, argumento que a história para o ensino deve ser diferente da história da matemática pura, mas isso será que é certo? Como podemos fazer?

Professora Sônia: - Não sei se concordo muito com isso, não devemos ensinar ao aluno uma visão completa e realista? Será que é adequado omitir ou alterar situações?

Professora Silvana: Mas quem garante plenamente que essa história também não omite ou altera? Também o autor destaca da importância de situar plenamente a matemática como produção cultural situada na história e deixa bem claro aqui. O fato de as problemáticas sobre as quais se constrói o ensino serem ou não as problemáticas originais torna-se de pouca importância. Talvez não tenhamos mais acesso a situações em suas fontes originais, quem de nós tem? Mas podemos trazer para a discussão com os alunos as necessidades que levaram esses povos a desenvolver a sua matemática, que pode ser diferente da nossa atual, mas em essência tem o mesmo objetivo.

Pelo adiantado da hora encerramos esse encontro, marcamos o próximo para o dia 18/10, a memória ficará por conta da professora Ingrid e o próximo grupo dará continuidade na apresentação.

MEMÓRIA DA 4ª REUNIÃO

Data: 18/10

Presentes: Silvana, Regina, Ingrid, Iracema, André, Sônia, Iraci, Raquel e Luciana.

Iniciamos com o segundo grupo dando continuidade na apresentação de seu cartaz:

Ligação entre a matemática e a cultura: O conhecimento da História da Matemática possibilita a compreensão da Matemática, como um elemento suscetível as condições sociais vigentes.

Regina - Em nossa compreensão tradicional da matemática, a cultura tem pouca influência no desenvolvimento do conhecimento matemático. Agora observamos de maneira mais clara, conhecendo mais a História, que o conhecimento Matemático é pautado em escolhas que se relacionam de maneira próxima de seu contexto social.

Professora Ingrid - Pensando nesta situação pensamos em um exemplo bem próximo da realidade de sala de aula, os números romanos, números que ainda são considerados conteúdo, mas somente pela imposição de uma tradição social, pois na vida diária não tem funcionalidade prática...

Sônia - Não é bem assim, ainda tem uma boa razão para o seu ensino, que é seu emprego na identificação de capítulos, relógios, etc.

Ingrid - Não falei que não é importante ou necessário, mas tudo isso poderia ser substituído pelos algarismos tradicionais, ou não?

Sônia: Isso com certeza!

Ingrid: Então, não são substituídos e não é ponderada a questão da praticidade, simplesmente a tradição social impera nesta e em outras questões matemáticas.

Fonte de problemas e atividades lúdicas: ao apresentar esse tópico, o grupo salientou que no mesmo se encontravam as maiores expectativas:

Iracema - Esse é o ponto mais importante, pois conhecer a História, chama a atenção dos alunos, tornando a aula mais interessante e contextualizada. Está bem claro no texto, da necessidade de ampliar a questão da História em nossas aulas ou nos livros, apenas como ilustração, e abordar a mesma de forma mais ampla, o desafio é como...

Silvana - Eu considero que o primeiro passo estamos dando, pois temos que conhecer bem a História e as suas teorias educacionais. Acho que a motivação sempre vai existir quando se fala em História, mas temos que buscar extrapolar esse ponto.

Iraci – é verdade, mas também temos que exigir melhores condições trabalho, pois como vamos buscar inspiração para atividades na História se não temos nenhuma forma de acesso a isso, não temos livros, nem cursos de formação nesta área, só as vezes exigem do professor sem em nenhum momento dar as devidas condições.

Raquel: - No texto fala em tentar reproduzir as problemáticas que as pessoas enfrentavam no percurso da História, se nós e os alunos passarmos a compreender que o conhecimento atual é fruto de uma necessidade social e que pode ser abordado ou solucionado de várias maneiras, penso que isso por si só já estaria de bom tamanho.

Finalizando as apresentações, o professor elogia a densidade das discussões e encaminha material para a leitura da próxima reunião, que será dia 25/10 em virtude do feriado. A próxima responsável pela memória será a Regina.

MEMÓRIA DA 5ª REUNIÃO

Data: 25/10

Presentes: Silvana, Sônia, Iraci, Raquel, Regina, Ingrid, Iracema, André e Luciana.

Iniciamos a discussão sobre a cultura egípcia. Na discussão inicial, sobre a breve apresentação do contexto histórico e social deste povo, foi destacado que a mesma exerce um grande fascínio em nossa sociedade, foi lembrado como os alunos associam a filmes, gostam das pirâmides, etc

Sobre o conhecimento matemático egípcio, os professores foram francos em destacar um grande desconhecimento.

Silvana - A maioria de nós nunca estudou nada sobre isso, o máximo é um conhecimento dos números, pois a maioria dos livros didáticos os trás como exemplos de outros sistemas de numeração, mas se me perguntarem como exatamente esse sistema funciona, não saberia responder, com isso é um conhecimento apenas de ilustração fato que já discutimos ser insuficiente.

Raquel - Eles tinham um grande conhecimento, até hoje temos dificuldade de compreender como as pirâmides foram construídas, de tão precisa que eram as suas formas e sem a tecnologia atual, no mínimo envolviam um conhecimento matemático avançado.

Sônia - Como o texto fala de a jóia do Nilo, é bem claro para nós que os egípcios se deparavam com constantes necessidades de demarcações de suas terras e na correta medição das áreas, fato que só pode ser realizado de maneira plena com o conhecimento matemático.

- A primeira atividade, devemos trabalhar depois da discussão com os alunos do contexto cultural e das problemáticas que eram vivenciadas pelos egípcios, comentando que a solução para a resolução de seus problemas, possivelmente foi encontrada observando padrões como os apresentados no exemplo acima.

Iracema - Essas primeiras observações são bem simples e imediatas, e servirão de base para as outras um pouco mais complexas, como:

Vamos observar padrões nestas tabuadas, escrita da maneira diferente:		
Tabuada do 2	Escreva novamente a tabuada, mas só com os números pares	Agora os ímpares
1 - 2		
2 - 4		
3 - __		
4 - 8		
5 - __		
6 - __		
7 - __		
8 - __		
9 - __		
10 - __		
11 - __		
12 - __		
13 - __		
14 - __		
15 - __		
16 - __		

Tabuada do 3 1 - 3 2 - 6 ___ - 9 ___ - ___ 5 - ___ ___ - ___		
---	--	--

Iraci - Nosso objetivo com essa atividade é preparar o aluno com a familiarização de uma forma diferente da tabuada e a percepção que pode preencher as colunas dos números pares e ímpares de maneira independente, facilitando assim a extrapolação desta idéia para o método egípcio. O próximo passo é ensinar o método egípcio propriamente dito.

Ficou estabelecido que as professoras da 1ª e 2ª série do segundo ciclo aplicariam as atividades com seus alunos e trariam algumas resolvidas com os alunos, a título de exemplo, bem como suas percepções de como ocorreu o processo. Também foi encaminhado a continuidade da leitura prévia, do material de apoio, referente à cultura indiana. Desta maneira encerramos esse momento do encontro

MEMÓRIA DA 6ª REUNIÃO

Data: 08/11

Presentes: Raquel, Silvana, Sônia, Iraci, Regina, Ingrid, Iracema, André e Luciana.

No início da reunião as professoras Sônia e Silvana, apresentam como foi o processo de aplicação das atividades com seus alunos. Usarem exemplos que trouxeram e que foram realizados pelos alunos.

Sônia - Eu sempre acreditei que as crianças fossem mais receptíveis a métodos alternativos, pois ainda não estarem “tão viciados” como nós e realmente a recepção ao trabalho foi muito interessante. Não se mostraram surpresos a comentarmos que os Egípcios realizavam as operações de outras formas e o processo de discussão foi ótimo.

Silvana - Sim, achei apenas pequeno o tempo de discussão do contexto social, fato que despertou muita atenção dos alunos e ponto em que queriam muito participar e seus questionamentos eram bastante intensos, mas como nosso objetivo era dar mais atenção a parte matemática essa parte ficou com gosto de quero mais. Mas a parte da apreensão do método de multiplicação egípcio, o processo foi realmente tranquilo e a grande maioria não encontrou dificuldade nas atividades propostas.

Iracema - Todos aprenderam?

Sônia - Nosso objetivo principal não era esse, mas na minha sala a grande maioria conseguiu realizar as atividades.

Silvana: - Sim, na minha turma também ocorreu desta forma, e ficou interessante os comentários sobre considerar esse método melhor ou pior, com alguns argumentando que esse método seria muito bom para a época, mas que o nosso atual é bem melhor.

Sônia - Estávamos discutindo antes, que com certeza as atividades contribuíram para melhorar a percepção dos alunos do que é efetivamente multiplicar e na elaboração de técnicas para a memorização da tabuada.

Silvana – E perceber padrões, questão fundamental na matemática e que às vezes é difícil escolher atividades que cumpram esse objetivo.

Por causa do tempo, o professor pede se alguém tem mais alguma dúvida. Na seqüência começamos a discutir o novo material, para a compreensão e posterior elaboração de atividades didáticas. O professor comentou que escolheu a discussão mais aprofundada de apenas dois métodos, para conseguirmos vencer o cronograma proposto.

O primeiro métodos para a discussão, *gomûtrika*, realizamos o exemplo que estava presente no material fornecido, a operação de 135 X 163.

Já na distribuição do algoritmo no quadro aparecem colocações:

Raquel - Nunca tinha parado e pensado na importância da distribuição dos números nas contas, olhe como um simples arranjo diferente pode resolver as coisas.

Iraci - Realmente é muito engenhoso esse método, também estávamos comentando o porquê de não utilizar o símbolo para sabermos que a conta é de multiplicar, provavelmente não havia essa necessidade.

Sônia - *Onde que se registravam os valores que estavam em reserva?*

O professor comentou que não pode dar uma resposta fundamentada na história neste momento, mas tentaria pesquisar e futuramente responder. Por enquanto combinamos que a reserva ficaria no m rascunho para não necessitar apagar etapas ou ter confusões.

Após a explicação a aceitação deste método foi bem positiva:

Raquel: Esse método é ao mesmo tempo parecido e oposto ao que usamos hoje, parecido no processo de cuidado com a reserva e soma do total, mas oposto no registro dos espaços em branco.

Iracema - é verdade, no atual método, deixamos espaços em branco da direita para a esquerda, e aqui eles se forma sozinhos, mas ao contrário.

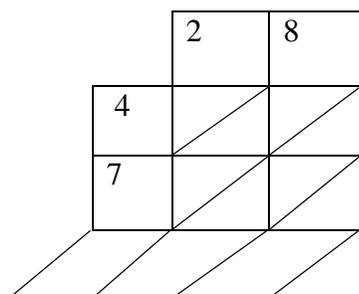
Sônia - Mas se olharmos essa troca de lugar do espaço vazio, percebermos que ela só ocorre por neste método começarmos da centena para no fim chegarmos a unidade. Também acredito que exercitando esse conhecimentos estaremos contribuindo para entender do por que de deixar esses espaços em branco na conta tradicional.

Ingrid - Eu mesma não sabia explicar exatamente o porquê de deixar esses espaços, sabia que assim dava certo o resultado, apenas no outro dia, a estudar com a Silvana esse método histórico, realmente entendi o que significa multiplicar pela dezena ou centena.

A Regina sugeriu que para a elaboração das atividades que seriam aplicadas com os alunos, com o apoio de uma grade quadriculada, para não ocorrer confusões no registro correto do alinhamento dos números, o que acarretaria de erros no resultado.

Fizemos mais dois exemplos deste método e começamos a discutir o segundo método: pergelosia (pelo ciúme), fazendo em conjunto o exemplo 28 X 47.

Primeiro é necessário o desenho quadricular da seguinte forma:



Depois foi efetuada a multiplicação, fazendo o processo de reserva para a diagonal seguinte. Todos acharam esse método mais simples e ótimo para o ensino.

Regina - Nossa, este é mais fácil até do que ensinamos hoje, é simples e só temos que cuidar na hora de somar o resultado para não se confundirmos.

Iracema - É tão simples que ilustra bem que nem sempre podemos explicar por que na História, algumas coisas são abandonadas e outras permanecem, neste exemplo o único inconveniente é de ter sempre que estar desenhando o quadriculado, mas até isso é realmente fácil.

Silvana e neste método podemos explorar outras questões, ao perceber que cada diagonal tem um valor posicional específico, podemos trabalhar essa questão e suas implicações com os alunos.

No fim do encontro elaboramos as sugestões de atividades a serem executadas com as turmas que são:

Multiplicação denominado *gomûtrika*, (de 628, trajetória da urina da vaca)

24 X 14

2	1	2	
4		1	2

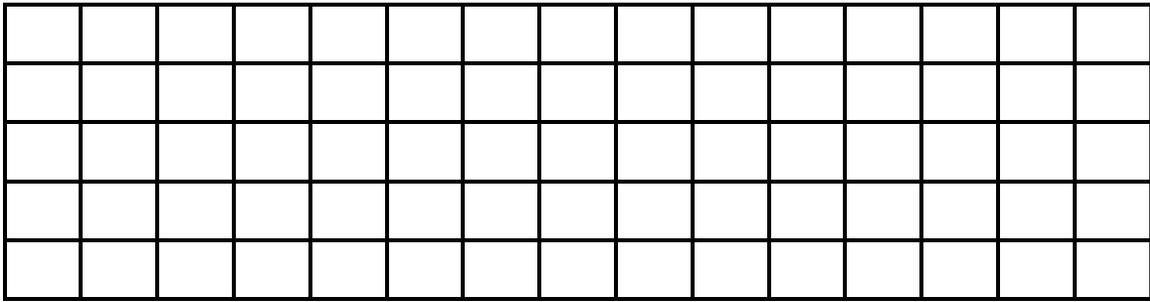
36 X 11

3	1	1	
6		1	1

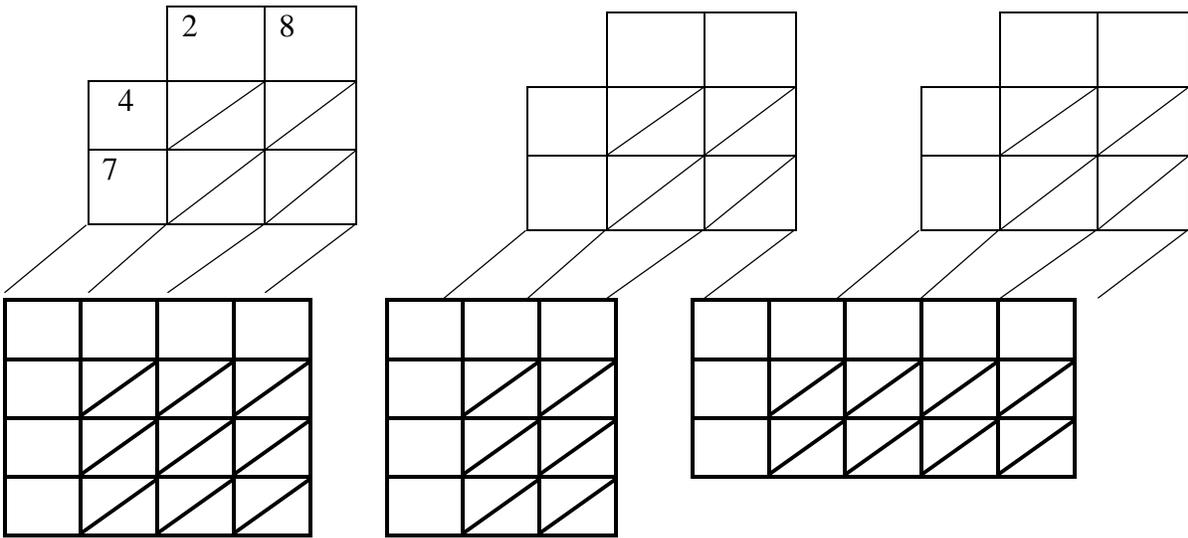
437 X 15

4	1	5		
3		1	5	
7			1	5

Use a imaginação e faça as suas operações:



Per gelosia (janela ou ciúme):



O professor encaminhou a leitura da última cultura, para o próximo encontro que será na data de 15/11.

MEMÓRIA DA 7ª REUNIÃO

Data: 15/11

Presentes: Raquel, Silvana, Sônia, Iraci, Regina, Ingrid, Iracema, André e Luciana.

No Início das atividades demos espaço as considerações da Sônia e da Silvana, para comentar foi o processo de aplicar as atividades elaboradas. Novamente as professoras selecionaram alguns exemplos das atividades desenvolvidas pelos alunos e trouxeram para observarmos e falaram :

Silvana: Nossa, trabalhar com esses recursos foi muito legal, o entendimento por partes dos alunos foi tranquilo e houve uma participação muito interessante na discussão de como é possível a conta “funcionar desta forma”. Surgiram questionamentos bem interessantes, como funciona para qualquer número? E se o número for maior? Faz diferença qual número escolhemos para repetir?

Regina: Você está falando do primeiro método?

Silvana: - Sim, mas depois (no outro) também aconteceram questões semelhantes.

Sônia: Observando o desenvolvimento das atividades, considero os resultados alcançados ótimos, pois parece que discutir outras possibilidades abriu para mim uma outra visão sobre as operações e me parece que o mesmo ocorre com os alunos, pois a execução das atividades foi interessante como a Silvana falou e vários alunos mantiveram essas técnicas como recurso para a operação da multiplicação nos dias seguintes, especialmente a da janelinha (per gelosia).

Silvana: Também foi muito interessante para explorar outras questões, como a multiplicação por dezena ou centena, que no primeiro método (gomûtrika) fica bem visível na própria conta e aproveitei para explorar isso junto aos alunos.

Iraci: Mas no método tradicional também isso não fica visível na conta?

Silvana: Realmente, mas sinceramente eu nunca explorei muito isso ao desenvolver minhas atividades, me preocupava apenas com que ele soubesse fazer o processo, não sei vocês.

Sônia: é verdade e ao planejar as aulas com esse maior conhecimento da História e do conteúdo matemático, fica mais claro como elaborar estratégias que facilitem a compreensão do aluno, como por exemplo a adaptação que fizemos no método árabe (per gelosia), solicitando para os alunos colorirem as diagonais formadas nos resultados, ficando desta forma fácil a visualização e compreensão.

A fala geral é de considerar positivamente as possibilidades de uso da história, dentro desta proposta. O professor pede a palavra, pergunta se há mais questionamentos e inicia a discussão referindo-se à cultura europeia pedindo comentários sobre a leitura prévia do material encaminhado:

Iraci: Como nosso conhecimento de História da Matemática era praticamente nulo, eu creditava aos gregos ou europeus de forma em geral a invenção dos nossos algoritmos matemáticos, fato que não é verdade.

Raquel: Mas o que me chamou a atenção é como os europeus incorporam algumas “coisas” em sua cultura, de maneira tão forte que acaba dando impressões incorretas, e não só na matemática, veja o exemplo da “batata inglesa” que tem sua origem tão inglesa quanto nós.

Silvana: Nós vivemos atualmente em uma sociedade marcada pelo capitalismo, que tem seu início associado a um processo de colonização europeia, colonização pautada na exploração comercial e, portanto dependente de conhecimento matemático.

Sônia: Mas explicar que eles apenas “pegavam” os conhecimentos de outras culturas também não é exatamente correto, muita coisa eles extrapolavam, melhoravam, levavam além. Na própria matemática as contribuições dos europeus na modernidade são incomparáveis, e a forma que eles valorizaram o conhecimento matemático é até hoje uma grande herança nossa.

Luciana: Sim mas temos que analisar essa herança, pois a valorização do conhecimento matemático, exigiu um desenvolvimento maior da exatidão, da rapidez, então há uma seleção dos processos mais rápidos e fáceis. Para nós só é passado o resultado disso, ou seja, aprendemos geralmente uma única forma por alguém considerar a mais correta.

Iraci: O que temos que ter em mente é que algumas questões não vão mudar, o conhecimento da matemática é fundamental para uma vida social plena e não temos como negar isso, o que acho que estamos refletindo nesses encontros é como acessar esse conhecimento, que pode e deve ser de várias formas, como a História nos mostra.

O comentário foi muito bem aceito pelas colegas.

Ingrid: Sempre com o cuidado de não cair na cilada de apenas passar mais um procedimento técnico, da mesma forma que fazíamos com a conta tradicional, pois se for assim será também tempo e esforço perdido. Devemos nos preocupar com a compreensão do aluno e

deixar claro que em vários momentos ele deve ter a liberdade de escolha de como e de que forma irá fazer.

Posteriormente o professor distribui cartolinas com as 10 réguas desenhadas, nos cortamos as réguas e começamos a aprender o seu uso com os exemplos de 4×85 e 35×183 . A maioria considerou o uso das réguas bem simples:

Luciana: - O inventor deste método se inspirou no exemplo que fizemos outro dia (per gelosia), mas o que ele fez foi genial, pois fica fácil e prático de calcular.

Iracema: - Realmente podemos explorar muitas questões com esse método, a tabuada presente nas réguas, novamente a multiplicação por dezenas, centenas, além de poder associar esse recurso como forma de desenvolvimento da estimativa do resultado, entre outras opções.

Ingrid: - Também é fácil de produzir as réguas com os alunos, pois pode ser feito com os materiais que geralmente dispomos, como cartolina.

Luciana: - O único problema que percebo é para realizar operações onde os números se repete, como 5×44 , daí como fazemos se só tem um jogo de réguas?

Silvana: - É necessário neste caso fazer mais de um jogo por aluno, se for possível ou orientar o trabalho em conjunto com os colegas nestas situações.

Iraci: - Também podemos ver se eles conseguem desenvolver soluções próprias para essa questão, vendo como eles irão se virar frente a este desafio.

Partimos para o segundo exemplo, cujo o modelo a escola tinha imprimido e nos já tínhamos recortado, resolvemos com o uso desta régua exemplo do texto, 5937×69 .

Os comentários foram:

Iracema: - Esse método é uma calculadora disfarçada, pois o único trabalho é escolher os números certos, copiá-los e no final fazer uma soma.

Iraci: - A soma só quando envolver multiplicações maiores de dezenas nas duas parcelas, se não fica até sem essa necessidade.

Ingrid: - Mas daí não fica fácil demais? E o conhecimento do aluno?

Silvana: - Acha que essa preocupação não é necessária, mas claro que dentro de um contexto de não partir desse método como único, só o resultado não basta, temos que estimular o aluno a interpretá-lo e compreendê-lo.

Iracema: - Concordo contigo, analisando o papel das contas nestas variadas formas de executá-las, o processo operatório é apenas uma pequena parte do processo e que pode ser feita

de várias maneiras, o que não podemos deixar de aproveitar é todo o potencial de ensino que vem junto com esse processo.

Fizemos mais dois exemplos e encerramos o encontro, ficou combinado que as professoras Silvana e Sônia aplicariam as atividades propostas em sala de aula.

MEMÓRIA DA 8ª REUNIÃO

Data: 15/11

Presentes: Raquel, Silvana, Sônia, Iraci, Regina, Ingrid, Iracema, André e Luciana.

O trabalho iniciou com as discussões sobre como foi a repercussão da aplicação das atividades envolvendo as réguas de cálculo de Neper e de Lucas-Genaile.

Sônia - Comecei confeccionando e explicando o uso das réguas de Neper, considerei que os alunos tiveram uma compreensão de seu uso de forma bastante imediata e simples, o entendimento foi rápido e se mostraram empolgados em utilizar essa régua para os seus cálculos.

Silvana - Na minha turma foi bem parecido o processo inicial e para chamar um pouco mais a atenção logo após todos os alunos já dominaram o processo e estar utilizando o mesmo, lancei um desafio que envolvia a operação 4×353 , pois assim era necessário duas réguas dos múltiplos do três para a operação, imediatamente isso foi percebido e começaram a solicitar as dos colegas, intervi e comentei que neste momento isso era proibido e deviam achar outra solução.

Regina - E Acharam fácil? Todos?

Silvana - Todos não, por que percebi que alguns “colaram” mas me surpreendi com a maioria encontrando estratégias e resolvendo a questão. A maioria colocava a régua em uma posição, geralmente na unidade, começava a anotar o resultado e posteriormente a mudava de lugar e terminava a operação.

Silvana - Outra solução encontrada pela aluna _____, foi desenhar as diagonais e efetuar as operações, desta forma. Ela desenhou no quadro negro a técnica, que todos acharam interessante.

Silvana - Para mim a resolução destas atividades e as estratégias que os alunos desenvolveram foram extremamente gratificantes, adorei essas possibilidades e que pena que não conheci antes.

O professor encaminha a discussão do uso da segunda régua.

Sônia - O uso da 1ª régua com os alunos foi bem simples, já esse segundo método eu não gostei muito...

Iracema - Eu até achei esse método bem simples, basta posicionar as réguas e copiar as respostas.

Sônia - Sim, mas até eles entenderem como começar, escolhendo na linha o primeiro valor e “seguindo o caminho” foi um pouco complicado. E alguns se confundiam e registravam o valor que não devia ser apontado daí o resultado dava errado.

Iracema - Mas ai não era uma questão de atenção dos alunos?

Sônia - Pode ser, mas no final a maioria aprendeu usar essas réguas e a maioria achou divertido, eu na verdade que não vi muito objetivo pois tudo ficou bastante mecânico.

Silvana - Na minha sala considerei que as complicações para ensinar foram as usuais de sempre – sempre temos alunos que demoram um pouco mais – o que eu não gostei é que eu não sei explicar a lógica do funcionamento destas réguas.

Luciana: - pois é, eu também estava me questionando sobre esse método, que é condicionar o aluno a fazer “assim e assado”, sem pensar e nem compreender o processo que está realizando. É mesmo uma calculadora.

Silvana: - Por isso acho importante estarmos preparados para dar aula, se queremos que nossos alunos compreendam os processos, antes de tudo devemos nos mesmos conhecer sobre o que estamos ensinando.

Professora Ingrid - Eu falo por mim, que na maioria das vezes ensinava só me preocupada só com a conta, ainda acho que ela é fundamental, mas percebo que temos que ampliar além da questão somente da conta.

Raquel - Mas isso também é uma falha de nossa formação, a maioria das coisas que vimos aqui eu nem imaginava que pudesse existir.

Regina - É verdade, jogam a culpa no professor, que ele não tem qualidade, que é tradicional, mas e as nossas condições de trabalho e formação? Cansamos de participar de palestra que de útil para o trabalho em sala não tem nada, nossa biblioteca é uma vergonha, a escola tem computadores, mas não tem acesso a internet para o professor, é difícil.

Por causa do tempo o professor encaminha a última atividade. Solicita uma avaliação geral do trabalho, depois da discussão foi feito coletivamente o seguinte quadro de avaliação.

Pontos Positivos	Pontos Negativos
<ul style="list-style-type: none">• Grande bagagem de conhecimento sobre a história;• Relação com a sala de aula;	<ul style="list-style-type: none">• Pouco tempo;• Limitação do trabalho somente a multiplicação;

<ul style="list-style-type: none"> • Melhor entendimento da matemática; • Estratégias de ensino para a multiplicação; • Valorização de diferentes estratégias para o ensino; • Contribuição na formação dos professores; 	<ul style="list-style-type: none"> • Falta de material para o professor continuar pesquisando; • Que deveria ser difundido a um grupo maior de professores;
--	---

Vários professores fizeram seus comentários, mas de maneira geral todos acharam o curso de extrema valia e se sentem melhor preparados para o uso da história da matemática. O professor lamenta a falta de tempo, se coloca a disposição para futuros encontros. A professora Iracema agradece em nome de todos, ressaltando que essa possibilidade foi ótima para os dois lados. Fala que a escola e o grupo de professores também se coloca a disposição para sempre que se fizer necessário para contribuições desta ordem, acrescentando que para o professor, a busca da qualificação deve ser uma constante.

Desta forma se encerra o último encontro da pesquisa.

ANEXO 5 – ATIVIDADES COM OS ALUNOS

MÉTODO EGÍPCIO:

Olhe, identifique e complete as seqüências:

2, 4, 6, __, 10, 12, 14, __, 18, __, __, __, __, __ = São números _____

1, __, 5, __, 9, 11, 13, __, __, __, __, __, __, __ = São números _____

3, 6, __, 12, __, __, __, __, __, __, __, __, __, __, __, __, __, __, __, __, __, __,

Vamos observar padrões nestas tabuadas, escrita da maneira diferente:

Tabuada do 2	Escreva novamente a tabuada, mas só com os números pares	Agora os ímpares
1 - 2		
2 - 4		
3 - __		
4 - 8		
5 - __		
6 - __		
7 - __		
8 - __		
9 - __		
10 - __		
11 - __		
12 - __		
13 - __		
14 - __		
15 - __		
16 - __		

<p>Tabuada do 3</p> <p>1 - 3</p> <p>2 - 6</p> <p>__ - 9</p> <p>__ - __</p> <p>5 - ____</p> <p>__ - __</p> <p>__ - __</p> <p>__ - ____</p> <p>__ - ____</p> <p>__ - __</p> <p>__ - ____</p> <p>__ - ____</p>		
---	--	--

ANEXO 6 – ATIVIDADES COM OS ALUNOS

MÉTODOS DA CIVILIZAÇÃO ÍNDIANA

Para a Multiplicação desenvolveram várias técnicas como:

Multiplicação denominado *gomûtrika*, (de 628, trajetória da urina da vaca)

24 X 14

2	1	2	
4		1	2

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 14 \\ \hline 96 \\ 240 \\ \hline 336 \end{array}$$

36 X 11

3	1	1	
6		1	1

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 11 \\ \hline 36 \\ 360 \\ \hline 396 \end{array}$$

437 X 15

4	1	5		
3		1	5	
7	2		1	5
	4	10	3	

$$\begin{array}{r} 437 \\ \times 15 \\ \hline 2185 \\ 4370 \\ \hline 6555 \end{array}$$

Use a imaginação e faça as suas operações:

2	4	8			5	7	2			8	3	2	
6		4	8		3		7	2		3		3	2
	1	8	6		4			7	2				
	2	3	4	1									

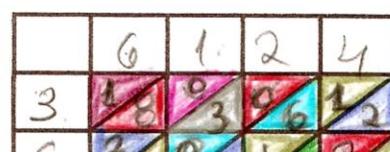
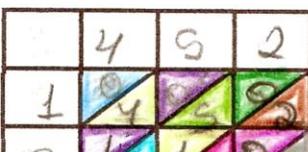
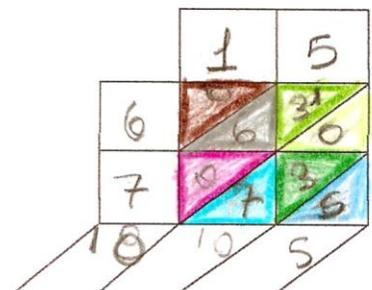
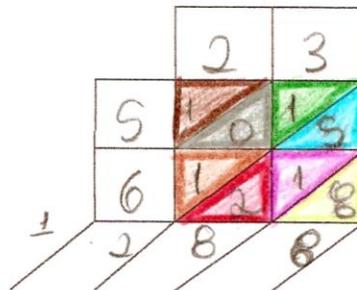
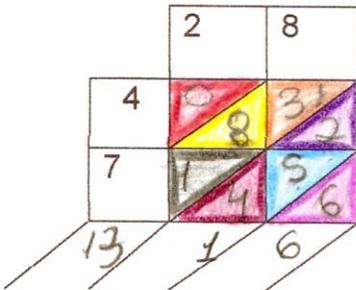
$$\begin{array}{r} 1232 \\ \times 35 \\ \hline 3696 \\ 1880 \\ \hline 42720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 2146 \\ \hline 2146 \\ 2000 \\ \hline 21666 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2146 \\ \times 3 \\ \hline 6438 \end{array}$$

Outro método para a multiplicação é conhecido per gelosia (janela). O primeiro passo, para calcularmos neste método, é um desenho quadricular da seguinte forma:

Vamos calcular 28 X 47



ANEXO 7 – QUADRO DE AVALIAÇÃO

Pontos Positivos	Pontos Negativos