

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E
TECNOLÓGICA – CURSO DE DOUTORADO

**TEMAS CONTEMPORÂNEOS NA FORMAÇÃO
DOCENTE A DISTÂNCIA -
UMA INTRODUÇÃO À TEORIA DO CAOS**

PAULO CELSO FERRARI

FLORIANÓPOLIS
2008



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E
TECNOLÓGICA - CURSO DE DOUTORADO

“TEMAS CONTEMPORÂNEOS NA FORMAÇÃO DOCENTE A DISTÂNCIA – UMA
INTRODUÇÃO À TEORIA DO CAOS”

Tese submetida ao Colegiado do Curso
de Doutorado em Educação Científica
e Tecnológica em cumprimento parcial
para a obtenção do título de Doutor
em Educação Científica e Tecnológica

APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 30/05/2008

Prof. Dr. José André Peres Angotti (CED/UFSC – Orientador)

Prof. Dr. Marcelo Henrique Romano Tragtenberg (CFM/UFSC – Co-Orientador)

Prof. Dr. Fábio da Purificação de Bastos (CE/UFSC – Examinador)

Prof. Dr. Cristiano Rodrigues de Mattos (IF/USP – Examinador)

Prof. Dr. Frederico Firmo de Souza Cruz (CFM/UFSC – Examinador)

Prof. Dr. José de Pinho Alves Filho (CFM/UFSC – Examinador)

Profª. Drª. Vivian Leyser da Rosa (CCB/UFSC – Suplente)

Prof. Dr. Demétrio Delizoicov Neto (CED/UFSC – Suplente)

Dr. José de Pinho Alves Filho
Coordenador do PPGECT

Paulo Celso Ferrari

Florianópolis, Santa Catarina, maio de 2008

Agradecimentos

Primeiramente e acima de tudo agradeço aos meus pais, Nelson e Zenaide, por me colocarem no mundo e cuidarem de mim com tanto amor.

Às minhas irmãs, Wilma e Telma, pela confiança que depositaram e sempre depositarão em mim.

Agradeço aos meus orientadores, José André Peres Angotti e Marcelo Henrique Romano Tragtenberg, cujas orientações ultrapassaram o âmbito do trabalho acadêmico e se converteram em verdadeiras amizades.

Aos professores membros das bancas de qualificação e avaliadora, pelas importantes contribuições prestadas a este trabalho.

A todos os professores do PPGECT, em especial ao prof. Demétrio Delizoicov, que é para mim, mais que importante referência bibliográfica, uma referência em caráter e sensibilidade.

Aos meus colegas de curso, em particular a Joanez Aparecida Aires, minha amiga e confidente, a Carla Giovana Cabral, que me apresentou as magias da ilha de Santa Catarina e especialmente ao meu amigo Mikael Frank Rezende Junior, companheiro para todos os momentos.

À minha amiga Gabriela Sorel, que me ajudou com os textos em inglês e espanhol e me carregou para as praias de Florianópolis nos momentos de estresse.

Aos colegas do Instituto de Física da UFG, especialmente aos meus amigos Itamar José Moraes e Carlito Lariucci, que me receberam carinhosamente desde o primeiro dia em que cheguei a Goiânia e apostaram na minha capacidade de trabalho.

À minha amiga Bárbara de Oliveira, que me acompanhou nos momentos finais desta jornada acadêmica.

Agradeço a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho e peço desculpas àqueles que não foram citados neste momento por mera limitação da minha memória. Estarão para sempre guardados no meu coração.

Resumo

Neste trabalho realizamos um estudo de caso envolvendo a elaboração e aplicação de um mini-curso na modalidade a distância sobre o tema Caos em Sistemas Dinâmicos para a formação de professores, baseada na educação problematizadora de Paulo Freire. O processo de elaboração do mini-curso foi inspirado no conceito de investigação temática, de Freire, e o método de execução foi o dos três momentos pedagógicos, de Delizoicov e Angotti. Utilizamos o ambiente virtual Moodle como mediação tecnológica de educação a distância. Concluímos que a inserção de temas contemporâneos na formação de professores mediada por tecnologia pode ter caráter problematizador. Para tanto, depende da colaboração entre especialistas da área específica e pedagógica na escolha do conteúdo científico, da participação dos professores ou futuros professores na adequação do material didático e de um ambiente virtual para possibilitar a interação entre os participantes, flexibilizar o processo de avaliação, o espaço e o tempo de aprendizagem.

Palavras-chave: Educação problematizadora, Educação a distância, Caos em sistemas dinâmicos.

Abstract

In this work, we completed a case study by elaborating and applying a mini-course in distance education mode about Chaos in Dynamic Systems for teacher training, based on the problem-posing education, by Paulo Freire. The mini-course elaboration process was inspired on thematic investigation concept, by Freire, and the execution method was that of three pedagogical moments, by Delizoicov and Angotti. We employed Moodle virtual environment as technological mediation for distance education. We concluded that inserting contemporaneous topics into teacher training by means of technology could have problem-posing characteristics. For this, it depends on the collaboration between specialists from pedagogical and specific area when choosing scientific contents, as well as on the teachers or future teachers' participation in adapting the didactic material and on having a virtual environment for enabling the interaction between participants and adjust the evaluation process, the space and the learning time.

Keywords: Problem-posing education, Distance learning, Chaos in dynamic systems.

Sumário

Introdução	1
Capítulo 1- Educação Científica Problematizadora	3
1.1- A Educação Problematizadora	3
1.1.1- Levantamento Preliminar	6
1.1.2- Análise das situações e escolha das codificações	7
1.1.3- Diálogos descodificadores	7
1.1.4- Redução temática	8
1.1.5- O trabalho em sala de aula	9
1.2- Os Três Momentos Pedagógicos	10
1.2.1- Problematização inicial	10
1.2.2- Organização do conhecimento	12
1.2.3- Aplicação do conhecimento	13
Capítulo 2- Educação Aberta e a Distância	15
2.1- Ensino a Distância e Aprendizagem Aberta	16
2.2- Ambiente Virtual de Aprendizagem	21
2.2.1- O Moodle	23
2.2.1.1- Ferramentas de aprendizagem do Moodle	27
2.3- Educação Problematizadora em Ambiente Virtual?	28
Capítulo 3- Introdução à Teoria do Caos Determinístico	32
3.1- Por Que Teoria do Caos?	33
3.1.1- Caos e a Filosofia da Ciência	34
3.1.2- Caos e computador	37
3.1.3- Divulgação Científica da Teoria do Caos	38
3.2- História da Teoria do Caos	39
3.2.1- Determinismo e imprevisibilidade	40
3.2.2- A não-linearidade no estudo de populações - o mapa logístico	44
3.2.3- Edward Lorenz e o Efeito Borboleta	44
3.2.4- A ferradura de Steve Smale e o atrator estranho	47
3.2.5- Turbulência, duplicação de período e a universalidade de Feigenbaum	49
3.2.6- Caos e Fractais	50

3.3- O Caos Determinístico em Sistemas Dinâmicos	52
3.3.1- Aula 1 - Mapa Logístico	55
3.3.2- Aula 2 - Espaço de Fase	59
3.3.3- Aula 3 - Pêndulo Amortecido Forçado	63
3.3.4- Aula 4 - Atrator de Lorenz	66
3.3.5- Aula 5 - Dimensão Fractal	69
3.3.6- Aula 6 - Expoente de Lyapunov	73
Capítulo 4- Investigação para a elaboração do Mini-curso: Introdução ao Caos em Sistemas Dinâmicos visando sua inserção no Ensino Médio	76
4.1- Investigação Temática?	78
4.1.1- O questionário inicial	80
4.1.2- Primeira versão do mini-curso	82
4.1.3- Análise do questionário final	83
4.2- Algumas considerações	85
Capítulo 5- Desenvolvimento e avaliação do mini-curso: Introdução ao Caos em Sistemas Dinâmicos visando sua inserção no Ensino Médio	86
5.1- Os Três Momentos Pedagógicos na modalidade a distância	87
5.1.1- Problematização inicial: O Efeito Borboleta	87
5.1.2- Organização do Conhecimento	89
5.1.3- Aplicação do Conhecimento	89
5.2- A entrevista final	90
5.3- Análise das Entrevistas	92
5.3.1- Compreensão do conceito de Caos	92
5.3.2- Vocabulário Científico	95
5.3.2.1- Mapa Logístico	96
5.3.2.2- Espaço de fase	98
5.3.2.3- Pêndulo amortecido forçado	99
5.3.2.4- Atrator de Lorenz	100
5.3.2.5- Dimensão fractal	101
5.3.2.6- Expoente de Lyapunov	102
5.3.3- A utilização dos programas	103
5.3.4- Transposição para o Ensino Médio	105
5.4- Discussão dos Resultados	106
5.5- Algumas considerações	108
Considerações Finais	110
Bibliografia	114
Anexos	120

Introdução

Este trabalho nasceu da preocupação com as dificuldades em inserir temas contemporâneos na formação do licenciado em Física. Reconhecemos que não seria viável propor que sejam oferecidas disciplinas específicas para cada tema inovador, uma vez que o currículo dos cursos de Licenciatura já são carregados de conteúdos básicos imprescindíveis para uma formação inicial consistente. Remeter este objetivo exclusivamente à formação continuada seria descomprometer a formação inicial e nos tornar reféns de projetos de extensão universitária, que nem sempre recebem a devida atenção dos órgãos financiadores e correm o sério risco de serem pouco reconhecidas pelos professores em atividade, pois, em sua grande maioria, não dispõem de tempo para se dedicar à sua formação nem recebem incentivo das instituições onde trabalham. Estávamos interessados em identificar uma forma de introduzir conceitos contemporâneos na formação inicial de professores de Física, porém, precisávamos encontrar uma forma de contemplar também os profissionais em exercício.

O fato de muitos temas contemporâneos ainda não terem sido transpostos para o ambiente escolar exigia uma metodologia ao mesmo tempo crítica e participativa. Nossa concepção de transposição didática¹ nos leva a defender que ela deva ser desenvolvida pelos professores em colaboração com especialistas. Precisávamos de uma metodologia que permitisse o diálogo entre os futuros professores e especialistas, tanto da área de Física, quanto da área de Educação. Para chegarmos a um material didático coerente com essa proposta optamos por uma metodologia dialógica. A metodologia dos três momentos pedagógicos se mostrava profícua para o estabelecimento desse diálogo, especialmente pela adoção da **problematização** como eixo estruturador. Influenciados pelas idéias de Freire (2005), desenvolvemos um processo de investigação que levou em consideração a opinião dos alunos e dos especialistas. No Capítulo 1 desta tese apresentamos os principais conceitos desse processo.

¹ Por transposição didática nos referimos ao processo de elaboração de material didático.

Inicialmente investigamos a possibilidade de inserir tópicos contemporâneos como temas de elaboração de material didático em disciplinas integradoras², visando apenas a formação inicial. Percebemos que essa iniciativa ocupava um tempo precioso das disciplinas integradoras, cujo conteúdo programático abrange o desenvolvimento de outras competências, além da pesquisa em transposição didática. Como solução de flexibilidade de carga horária e preocupação com as instituições onde esse tipo de investigação não seja viável, optamos por adotar a modalidade a distância. No Capítulo 2 faremos uma discussão dos principais conceitos que norteiam a utilização das tecnologias de informação e comunicação na educação, em particular na educação a distância *on-line*.

A escolha do tema contemporâneo dependia da parceria com um especialista na área específica, estabelecida após nossa primeira experiência em campo, acompanhando uma turma de bacharelados na disciplina optativa Caos em Sistemas Dinâmicos do curso de Física da Universidade Federal de Santa Catarina. No Capítulo 3 apresentamos uma revisão conceitual sobre caos em Sistemas Dinâmicos, iniciando por justificar a eleição deste tema, seguido de um breve histórico para contextualizar a criação da Teoria do Caos e finalizando com a reprodução das aulas planejadas para um mini-curso, produto da investigação descrita no capítulo seguinte.

A elaboração de um mini-curso sobre a Teoria do Caos para professores e futuros professores do nível médio de ensino, inspirada no conceito de investigação temática e desenvolvida sob a perspectiva da pesquisa-ação, sob a ótica freireana, são os assuntos do Capítulo 4.

No Capítulo 5 descrevemos o mini-curso, organizado segundo os três momentos pedagógicos de Delizoicov e Angotti, e analisamos sua aplicação para professores e futuros professores de Goiânia (GO) e região.

Fechamos nossa argumentação com Considerações Finais, que não têm a pretensão de se constituírem uma conclusão, mas apontam para sugestões de práticas que podem viabilizar a inserção de temas contemporâneos, tanto na formação inicial, quanto continuada de professores.

² Disciplinas integradoras nos cursos de Licenciatura são aquelas que trabalham conteúdos pedagógicos com enfoque nos conteúdos específicos.

Capítulo 1

Educação Científica Problematizadora

A educação problematizadora, tema do primeiro item deste capítulo, foi originalmente sistematizada por Freire (1977, 2005) visando a alfabetização presencial de adultos. O fundamento básico dessa teoria educacional é a **problematização** por meio do **diálogo**. Nela, o professor age como um mediador, que também contribui com seus conhecimentos, mas, principalmente, cria condições para que os estudantes se apropriem criticamente dos saberes instituídos.

Desde os anos 1970 tem sido utilizada como referência para novas propostas de ensino em diversos outros níveis, inclusive na educação científica e tecnológica, a exemplo dos **três momentos pedagógicos**, elaborada por Delizoicov (1982, 1991, 1992, 2000) e Angotti (1982), como veremos no segundo item deste capítulo.

1.1- A Educação Problematizadora

Ao propor um método de alfabetização de adultos, Freire (1977) se preocupou com o conteúdo do material educacional, considerado por ele como um elemento emancipador. Numa época em que as cartilhas insistiam no método alfabético, onde $v + a = va$, $v + e = ve$, etc. e a aplicação desse conhecimento se dava com frases desconexas como “vovô viu a uva”, Freire propôs que a alfabetização se desse de forma silábica a partir de palavras e frases que tivessem um significado importante

na vida do alfabetizando, e que contribuíssem efetivamente para sua participação na sociedade (FREIRE, 2007a). Aplicando esse método, seus alunos começavam a escrever muito mais rapidamente e desenvolviam mais criticidade sobre a sua realidade.

A construção do conteúdo programático se faz com a participação da própria comunidade, através da **problematização** em forma de **diálogo**. O primeiro passo da educação problematizadora consiste em fazer o levantamento do “universo temático” da população a ser alfabetizada. Para que seja garantida a significância das palavras busca-se, por meio da “investigação temática”, a “palavra geradora” e posteriormente um “tema gerador”, que reflita os problemas da comunidade. A aprendizagem, nessa proposta, se dá desde o momento da elaboração do material didático.

Na prática, a "investigação temática", é obtida através do "diálogo", que caracteriza a "educação problematizadora" como aquela realizada com o aluno e não sobre o aluno, uma vez que é inerente à "dialogicidade" o dialogar com alguém, e mais ainda, sobre alguma coisa. Uma condição necessária, portanto, é que se parta aquilo que é familiar ao aluno, pois só dessa forma ele poderá participar efetivamente desse diálogo. (DELIZOICOV, 1982:6)

A partir de 1975, na Universidade de São Paulo, um grupo de pesquisadores em Educação em Ciências passou a discutir a aplicação das idéias de Freire. Produziram diversos trabalhos acadêmicos, dissertações e teses, sob a orientação de Luis Carlos de Menezes (ZANETIC, 1989). Em sua tese de livre docência Menezes relata o início dos estudos de Freire e expressa a preocupação que havia na época.

Eu já havia lido algo de Freire, curiosamente em alemão (“Pedagogik der Underdrueckten”), enquanto vivia na Europa. Sabia que os pontos de partida, até pela vivência e pelo contexto, eram muito distintos, e que deveríamos tomar com cautela as semelhanças para não cairmos no automatismo metodológico que poderia revelar-se limitador nas condições de educação formal e de formação científica na qual trabalhávamos. (MENEZES, 1988)

Este grupo veio a se consolidar com a criação do Grupo de Reelaboração do Ensino de Física (GREF), em meados dos anos 1980.

No início dos anos 1980 alguns integrantes foram convidados a implementar um curso de Ciências Naturais em Guiné-Bissau, país, na época, recém emancipado.

Eles perceberam que poderiam aplicar essas idéias, uma vez que lhes cabia justamente desenvolver um conteúdo programático, num país pobre, com uma população visivelmente oprimida. Embora não se tratasse de alfabetização de adultos e sim de educação científica, a proposta de Freire mostrou-se perfeitamente aplicável na construção de um currículo de Ciências. Ao discutir o papel do agrônomo-educador em uma comunidade agrícola, Freire escreve sobre a possibilidade de diálogo para a problematização do saber científico em seu livro *Extensão ou Comunicação?*:

Finalmente, detenhamo-nos na afirmação segundo a qual é inviável o trabalho dialógico se seu conteúdo é um conhecimento de caráter científico ou técnico; se seu objeto é um conhecimento “outgroup”.

Dizem sempre que não é possível o diálogo, não somente em torno de técnicas agrícolas com os camponeses, mas também nas escolas primárias sobre, por exemplo, 4×4 , que não pode ser 15. Que não é possível dialogar, igualmente, a propósito de H_2O . A composição da água não pode ser H_4O .

Que, da mesma maneira, não é possível realizar um diálogo com o educando sobre um fato histórico, que ocorreu num certo momento e de certo modo.

A única coisa a fazer é simplesmente narrar os fatos que devem ser memorizados.

Há, indiscutivelmente, um equívoco nestas dúvidas que, como dissemos, quase são afirmações. E o equívoco resulta possivelmente em muitos casos, da incompreensão do que é diálogo, do que é saber, de sua constituição.

O que se pretende com o diálogo não é que o educando reconstitua todos os passos dados até hoje na elaboração do saber científico e técnico. Não é que o educando faça adivinhações ou que se entretenha num jogo puramente intelectualista de palavras vazias.

O que se pretende com o diálogo, em qualquer hipótese (seja em torno de um conhecimento científico e técnico, seja de um conhecimento “experencial”), é a problematização do próprio conhecimento em sua indiscutível relação com a realidade concreta na qual se gera e sobre a qual incide, para melhor compreendê-la, explicá-la, transformá-la. (FREIRE, 1977:51-52)

Com esse argumento, e todas as outras discussões levantadas por Freire nesse ensaio, fica caracterizada a viabilidade de aplicação do método à construção de um programa de ensino de Ciências. O primeiro passo tomado pelos pesquisadores para iniciar a investigação temática foi formar um grupo de investigação com professores locais. Trabalharam inicialmente com uma equipe de representantes da comunidade para elaborar o programa e em seguida repassar as

conclusões ao restante dos professores, seguindo a concepção freireana de promover a aprendizagem concomitantemente à construção do programa.

Deste modo, o processo de aprendizagem tem seu início na “investigação temática”, quando numa primeira etapa faz-se o levantamento preliminar das condições da comunidade, na segunda a escolha de situações e a preparação de suas codificações que serão apresentadas na terceira, quando retorna-se a comunidade, para em discussão, iniciar-se os diálogos descodificadores e na quarta etapa a análise dos “achados” obtém-se os temas com os quais se gerará o conteúdo programático e se produzirá o material didático. (DELIZOICOV, 1982:29)

O processo de investigação temática foi sistematizado por Freire em quatro fases, assim denominadas por DELIZOICOV (1991): **levantamento preliminar; análise das situações e escolha das codificações; diálogos descodificadores e redução temática.** Ao analisar as práticas em Guiné-Bissau, Delizoicov identifica, ainda, uma quinta etapa na proposta freireana, subsequente à investigação temática, que é o **trabalho em sala de aula.**

Descreveremos, a seguir, de forma muito simplificada, essas etapas. Para uma melhor compreensão sugerimos a leitura da dissertação de Demétrio Delizoicov, onde ele descreve e analisa a aplicação dessa metodologia no ensino de Ciências (DELIZOICOV, 1982) e do livro *Pedagogia do Oprimido*, onde Freire (2005) sistematiza as fases da investigação temática.

1.1.1- Levantamento preliminar

Toda a ação educativa de Freire é desenvolvida por equipes multidisciplinares: educadores, psicólogos, sociólogos etc. e representantes da comunidade investigada. Angotti (1982), um dos pesquisadores que aplicou as idéias de Freire em Guiné-Bissau, descreve assim essa etapa preliminar:

A primeira etapa é o reconhecimento da área onde se pretende instalar a ação educativa. Os investigadores fazem sua primeira aproximação aos indivíduos, seu meio físico e econômico, os costumes, o linguajar das pessoas. (ANGOTTI, 1982:31)

Nesta fase se compõe o “círculo de investigação”, ou “círculo de cultura”, a equipe responsável pela investigação temática. O objetivo é se integrar à “situação”,

não apenas estudá-la de fora, procurando imergir na comunidade para auxiliá-la a fazer emergir suas problemáticas (FREIRE, 2005).

1.1.2- Análise das situações e escolha das codificações

Para Freire, o conhecimento que está codificado ainda é inacessível àqueles não introduzidos nos códigos daquela determinada cultura. O primeiro passo, então, é identificar quais são as “codificações” para que seja feita a sua “descodificação”. A escolha das codificações, no entanto, requer certos cuidados para que sejam relevantes no processo de investigação.

Igualmente fundamental para a sua preparação é a condição de não poderem ter as codificações, de um lado, seu núcleo temático demasiado explícito; de outro, demasiado enigmático. No primeiro caso, correm o risco de transformar-se em codificações propagandísticas, em face das quais os indivíduos não têm outra descodificação a fazer, senão a que se acha implícita nelas, de forma dirigida. No segundo, o risco de fazer-se um jogo de adivinhação ou "quebra-cabeça". (FREIRE, 2005:126)

A escolha das codificações é igualmente um trabalho de equipe, para a qual o princípio básico de toda a ação deve ser a “problematização”.

1.1.3- Diálogos descodificadores

A problematização é uma atividade pautada no “diálogo”, onde as vozes sejam efetivamente respeitadas, mantendo-se, no entanto, os respectivos papéis que cada participante desempenha no grupo. Portanto, cada especialista não pode se omitir de acrescentar a sua contribuição para ampliar a visão do grupo.

Durante a "descodificação" busca-se, na discussão, a visão de conjunto. Através do processo de "distanciamento" os alunos projetam para fora da situação, como se fora dela a estivesse observando e analisando. (DELIZOICOV, 1982:6)

Descodificar passa a ser, então, decompor a totalidade em partes e em seguida recompô-la, certamente modificada pelas discussões.

A descodificação da situação existencial provoca esta postura normal, que implica um partir abstratamente até o concreto; que implica numa ida das partes ao todo e

uma volta deste às partes, que implica um reconhecimento do sujeito no objeto (a situação existencial concreta) e do objeto como situação em que está o sujeito.

Este movimento de ida e volta, do abstrato ao concreto, que se dá na análise de uma situação codificada, se bem feita a descodificação, conduz à superação da abstração com a percepção crítica do concreto, já agora não mais realidade espessa e pouco vislumbrada. (FREIRE, 2005:112-113)

Trata-se, portanto, de um processo de amplificação das temáticas que necessitará, em seguida, de uma “redução” para que seja organizada em forma de material de educação.

1.1.4- Redução temática

Entre todas as temáticas levantadas, delimita-se aquelas de maior relevância para integrarem o conteúdo de ensino.

Feita a delimitação temática, caberá a cada especialista, dentro de seu campo, apresentar à equipe interdisciplinar o projeto de "redução" de seu tema.

No processo de "redução" deste, o especialista busca os seus núcleos fundamentais que, constituindo-se em unidades de aprendizagem e estabelecendo uma seqüência entre si, dão a visão geral do tema "reduzido". (FREIRE, 2005:134)

Através da redução temática se obtém o “tema gerador”, que, no caso da alfabetização, aglutinará as “palavras geradoras” e no caso do ensino de ciências, definirá os conceitos científicos. Delizoicov adverte que os conteúdos assim obtidos terão significado para os estudantes, não só pela motivação de terem sido extraídos da sua realidade, mas pelo reconhecimento de sua importância.

O tema gerador, portanto, gerará um conteúdo programático a ser estudado e debatido; não só como conteúdo insípido e através do qual se pretende iniciar o aluno ao raciocínio científico; não um conteúdo determinado a partir da ordenação dos livros textos e dos programas oficiais, mas como um dos instrumentos que tornam possível ao aluno a compreensão do seu meio natural e social.

Levar para a sala de aula a realidade que cerca o aluno e discuti-la não será simplesmente motivação para iniciar um determinado tópico do programa; a finalidade é a própria discussão dessa realidade, a sua compreensão e a sua transformação, sendo as informações científicas um meio para tanto. (DELIZOICOV, 1982)

A tarefa da equipe de especialistas, nesta fase, não se limita a fazer uma compilação dos temas emergentes nos diálogos, mas contribuir com sugestões de temas complementares, que Freire denomina de “temas dobradiça”, por promoverem a articulação entre saberes.

Neste esforço de "redução" da temática significativa, a equipe reconhecerá a necessidade de colocar alguns temas fundamentais que, não obstante, não foram sugeridos pelo povo, quando da investigação.

A introdução destes temas, de necessidade comprovada, corresponde, inclusive, à dialogicidade da educação, de que tanto temos falado. Se a programação educativa é dialógica, isto significa o direito que também têm os educadores-educandos de participar dela, incluindo temas não sugeridos. A estes, por sua função, chamamos "temas dobradiça". (FREIRE, 2005:134)

Freire admite que nem sempre é possível desenvolver todo esse processo. Para esses casos propõe uma solução alternativa na qual os investigadores façam sugestões de codificações elegendo temas introdutórios, com algum conhecimento da realidade da comunidade.

Como fazer, porém, no caso em que não se possa dispor dos recursos para esta prévia investigação temática, nos termos analisados?

Com um mínimo de conhecimento da realidade, podem os educadores escolher alguns temas básicos que funcionariam como "codificações de investigação". Começariam assim o plano com temas introdutórios ao mesmo tempo em que iniciariam a investigação temática para o desdobramento do programa, a partir destes temas. (FREIRE, 2005:137)

Mesmo nesses casos, será por meio da problematização que se realizarão as descodificações e a subsequente redução temática.

1.1.5- O trabalho em sala de aula

O momento do repasse do material produzido a partir da investigação temática não poderia fugir à concepção freireana de educação, pautada pela problematização e dialogicidade. No caso da experiência em Guiné-Bissau, com a educação científica, a solução encontrada pelos pesquisadores foi a adoção de um

“roteiro pedagógico”, uma metodologia que se consagrou como “os três momentos pedagógicos”.

Os três momentos, portanto, foram originalmente propostos como desdobramento da educação problematizadora aplicada à construção de um currículo de educação científica. Atualmente é utilizada na introdução de tópicos de Ciências já considerados significativos para os estudantes, independentemente de ter sido realizada a investigação temática nos moldes propostos por Freire, até porque, como veremos, já foram agregados novos referenciais teóricos a essa metodologia.

1.2- Os Três Momentos Pedagógicos

Como já dissemos, a metodologia dos três momentos foi desenvolvida durante o processo de formação de professores e criação de um programa curricular de Ciências inspirado na educação problematizadora, uma vez realizada a redução temática e definido o conteúdo programático para a formação dos professores. A primeira concepção dessa metodologia, que Delizoicov chama de “roteiro pedagógico” continha as etapas então denominadas: “Estudo da Realidade”, “Estudo Científico” e “Aplicação do Conhecimento” (DELIZOICOV, 1982). Mais tarde vieram a ser denominadas “Problematização Inicial”, “Organização do Conhecimento” e “Aplicação do Conhecimento” (DELIZOICOV, 1991; DELIZOICOV e ANGOTTI, 1992 e 2000; DELIZOICOV, ANGOTTI e PERNAMBUCO, 2002).

Apresentaremos uma descrição resumida dessa proposta. Para uma discussão mais aprofundada sugerimos a leitura da dissertação e da tese de Delizoicov (1982 e 1991) e da dissertação de Angotti (1982).

1.2.1- Problematização inicial

Uma vez definido o tema gerador e elaborado o programa de ensino com a equipe do círculo de cultura, se inicia o trabalho em sala de aula. Para a maioria dos participantes, este será o primeiro contato com o material didático produzido. Faz-se necessário, portanto, uma metodologia introdutória que mantenha o caráter dialógico e participativo. Freire discute o processo de descodificação recorrendo aos conceitos de “estrutura de superfície” e “estrutura profunda”. O autor explica que esses

conceitos foram extraídos da obra de Chomsky, conforme declara em seu livro *Ação Cultural para a Liberdade*.

A codificação, mesmo quando puramente pictórica, é um “discurso” a ser “lido” por quem procura decifrá-la. Como tal, apresenta o que Chomsky chama de “estrutura de superfície” e “estrutura profunda”. A “estrutura de superfície” explica os elementos constitutivos da codificação de maneira puramente taxionômica. (FREIRE, 2007:61)

Utilizando essas categorias, Delizoicov assim expressa sua concepção sobre o primeiro momento na experiência em Guiné-Bissau, quando ainda era denominado “estudo da realidade”:

É o momento em que tudo que for dito ou que possa ser dito, apenas o aluno dirá, tendo o professor a função de estimulá-lo, ouvi-lo e "desafiá-lo" para "sua leitura" e descrição dos fatos. As intervenções do professor se dão na medida em que coordena a discussão e através de proposições ou perguntas inicia a "descodificação" e "problematiza" as afirmações expostas pelos participantes. O professor procura, a nível de descrição, esgotar a "descodificação" e ainda penetrar na "estrutura profunda" da codificação. Só então fica claro que outros conhecimentos ainda não dominados devem ser desenvolvidos. Estes outros conhecimentos, relacionados à compreensão da situação codificada, são os obtidos, na "redução temática" e escolhidos para serem desenvolvidos no segundo momento, denominado de "Estudo Científico". (DELIZOICOV, 1982:149)

Na adaptação dessa metodologia ao ensino de ciências em outras realidades, para outros níveis de ensino e também estudantes com maior acesso às informações científicas, foram agregados alguns conhecimentos sobre a aprendizagem de conceitos científicos presentes na literatura em Educação em Ciências. Os autores dos livros *Física e Metodologia do Ensino de Ciências* consideraram a possível existência de “concepções alternativas” entre os alunos. A partir de uma discussão epistemológica sobre a natureza do conhecimento científico, optaram por abandonar a denominação “estudo da realidade” e denominar esse momento de “problematização inicial”.

A problematização poderá ocorrer pelo menos em dois sentidos. De um lado, pode ser que o aluno já tenha noções sobre as questões colocadas, fruto da sua aprendizagem anterior, na escola ou fora dela. Suas noções poderão estar ou não

de acordo com as teorias e as explicações das Ciências, caracterizando o que se tem chamado de "concepções alternativas" ou "conceitos intuitivos" dos alunos. A discussão problematizada pode permitir que essas concepções emergam. De outro lado, a problematização poderá permitir que o aluno sinta necessidade de adquirir outros conhecimentos que ainda não detém; ou seja, coloca-se para ele um problema para ser resolvido. Eis por que as questões e situações devem ser problematizadas. (DELIZOICOV e ANGOTTI, 2000)

Os autores propõem a problematização nesse momento inicial, mas, deixam claro que ela ocorre em todo o processo, pois se trata do “eixo estruturante” da proposta. Incorporando as discussões sobre o ensino de Ciências do francês Georges Snyders, que discute o conhecimento do aluno enquanto “cultura primeira” e o aspecto de “tradução” da “cultura elaborada”, os autores da metodologia dos três momentos redimensionam sua proposta.

Problematiza-se, de um lado, o conhecimento sobre as situações significativas que vai sendo explicitado pelos alunos. De outro, identificam-se e formulam-se adequadamente os problemas que levam à consciência e necessidade de introduzir, abordar e apropriar conhecimentos científicos. Daí decorre o diálogo entre conhecimentos, com conseqüente possibilidade de estabelecer uma dialogicidade tradutora no processo de ensino/aprendizagem das Ciências.

O caráter dialógico, com a qualidade de *tradutor*, deve ser uma das características fundamentais do modelo didático-pedagógico, cujo eixo estruturante é a *problematização dos conhecimentos*. (DELIZOICOV et al, 2002:197)

A própria organização do conhecimento não pode ser uma atividade unilateral.

1.2.2- Organização do conhecimento

Aberto o diálogo com os participantes e levantados os questionamentos, surge a necessidade de discutir em profundidade os conceitos científicos, momento inicialmente chamado de “estudo científico”.

Inicia-se, portanto, neste segundo momento do roteiro pedagógico, o estudo sistemático do conteúdo programático com o qual a "estrutura profunda" da codificação pode ser apreendida. É o momento de análise dos fatos procurando superar a visão sincrética e eminentemente descritiva, até então exposta.

O questionamento que o professor passa a fazer dá-se em observações sistemáticas do meio e/ou em experimentos relacionados diretamente com os fenômenos e é dirigido para a compreensão do processo de transformação envolvido (a "estrutura profunda" da codificação).

Durante a problematização em torno das "codificações auxiliares" (as observações de fatos e/ou os experimentos), o professor irá definindo, conceituando, enfim obtendo e fornecendo as informações que delas possam ser abstraídas. (DELIZOICOV, 1982:150)

O caráter dialógico e problematizador, portanto, permanece neste segundo momento. Não se trata simplesmente de expor o conteúdo, mas sim utilizar o potencial dos temas propostos. Freire sugere que o material a ser utilizado tenha as mais diversas origens, como noticiários, jornais, revistas, etc., procurando-se complementá-los de forma sistematizada, sem, no entanto, perder o compromisso com a realidade vivenciada.

Preparado todo este material, a que se juntariam pré-livros sobre toda esta temática, estará a equipe de educadores apta a devolvê-lo ao povo, sistematizada e ampliada. Temática que, sendo dele, volta agora a ele, como problemas a serem decifrados, jamais como conteúdos a serem depositados. (FREIRE, 2005:137)

A partir da utilização do roteiro pedagógico em outros projetos de Educação em Ciências os autores perceberam novas implicações dessa metodologia que os levaram a um aprofundamento do significado do segundo momento.

Assim, primeiramente ficou claro que a denominação "Estudo Científico" para o segundo momento não era a mais apropriada. Os outros momentos, sobretudo o terceiro, não eram "menos científicos" que o segundo!

Na verdade, neste segundo momento estávamos estruturando - organizando didática e sistematicamente - a aprendizagem dos conhecimentos oriundos e introduzidos pelos paradigmas científicos, como era o objetivo. Passamos, então, a denominá-lo simplesmente de "Organização do Conhecimento". (DELIZOICOV, 1991:185)

1.2.3- Aplicação do conhecimento

Uma vez discutidos os conceitos envolvidos na situação problematizada, retomam-se os problemas iniciais interpretando-os utilizando novas concepções,

possibilitadas pela organização do conhecimento, e indo além, explorando novos problemas até então distantes da realidade inicial.

Na "Aplicação do Conhecimento" podemos também ampliar o quadro das informações adquiridas ou ainda abranger conteúdo distinto da situação original (abstraida do cotidiano do aluno), mas decorrente da própria aplicação do conhecimento. É particularmente importante considerar esta função da "Aplicação do Conhecimento"; é ela que, ampliando o conteúdo programático, extrapola-o para uma esfera que transcende o cotidiano do aluno.

Portanto, com um aprendizado que parte da realidade do aluno, tem-se a perspectiva de superar, em conceito e potencialidade, esta mesma realidade. (DELIZOICOV, 1982:150)

Essa metodologia permite, portanto, que se parta da realidade cotidiana dos alunos, mas, que não se fique limitado por ela. A contribuição do professor é fundamental para promover esse retorno à realidade. Ele deve manter um constante diálogo para identificar as possibilidades de superação da vivência cotidiana.

Manter um diálogo, no entanto, não implica necessariamente em estar fisicamente presente. Com a sofisticação dos meios de comunicação, tornou-se possível estabelecer diálogos entre pessoas em locais distantes, em tempos sincrônicos ou assíncronos, utilizar várias formas de expressão (verbal, escrita, visual, musical, etc.) utilizando diversas mídias (material impresso, vídeo, áudio, etc.). Com o advento das redes de computadores e a criação do hipertexto (hipermídia), a comunicação transcendeu o modelo simplificado de emissor, meio e receptor, viabilizando a **interatividade** e a **interação** entre os agentes. A educação se apropriou dessas novas tecnologias de informação e comunicação para promover a aprendizagem em ambientes não presenciais. A modalidade **a distância** permitiu a flexibilização do tempo e do espaço escolar, bem como dos procedimentos de ensino e avaliação, propiciando a aprendizagem **aberta**. Os **ambientes virtuais de ensino e aprendizagem** oferecem todos os recursos de comunicação necessários para a prática da educação, inclusive a educação problematizadora. Discutiremos essas afirmações no próximo capítulo.

Capítulo 2

Educação Aberta e a Distância

A primeira referência que os leigos têm quando ouvem falar em Educação a Distância (EaD), é aquela praticada antigamente por instituições privadas, como, por exemplo, o Instituto Universal Brasileiro, que trabalhavam desde a década de 1904 (VIANNEY et al, 2003) com materiais didáticos impressos auto-instrutivos, enviados pelo correio, e dispensavam a atuação mediadora do professor. Esse modelo de EaD era o único viável na época da criação dessas instituições, que datam dos anos 1940 e 1950. A utilização de novos meios de comunicação, como o rádio e principalmente a televisão, a EaD passou a ser instrumento de grandes programas institucionais de formação, cujo exemplo máximo no Brasil é o Telecurso 2000.

No primeiro item deste capítulo veremos que as experiências internacionais apontam para uma estrutura de ensino cuja característica principal não é propriamente a distância, e sim a flexibilização do tempo escolar e dos modos de avaliação, propiciando a ampliação do conceito de **aprendizagem aberta**.

Com a popularização dos computadores pessoais, conectados pela rede Internet, no entanto, novos recursos de comunicação, como correio eletrônico, *chat*, *blog*, puderam ser transformados em recursos didáticos de EaD. Eles possibilitam diversas formas de interação, síncronas e assíncronas, um diálogo entre educando e educador, e educandos entre si, especialmente quando reunidos em **ambientes virtuais de aprendizagem**, especialmente desenvolvidos para essa modalidade de educação.

No terceiro item deste capítulo discutiremos a possibilidade de uma educação científica problematizadora num ambiente virtual de aprendizagem muito utilizado para a EaD: o Moodle.

2.1- Ensino a Distância e Aprendizagem Aberta

Ao resgatarmos o contexto histórico da criação da modalidade de educação a distância nos Estados Unidos, Moore e Kearsley (2007) distinguem cinco gerações de EaD. A primeira geração, para esses autores, foi a do estudo por correspondência, iniciado desde a década de 1880, graças ao avanço tecnológico dos serviços postais propiciado principalmente pela expansão das redes ferroviárias nos Estados Unidos. Na segunda geração utilizou-se inicialmente o rádio, nos anos 1920, e em seguida a televisão, a partir de 1934, como suportes tecnológicos. A terceira geração se caracteriza por grandes mudanças nas concepções de educação e na associação de recursos tecnológicos, ao que os autores classificam como “abordagem sistêmica”, com a criação das **universidades abertas**, no final da década de 1960. A quarta geração, nos anos 1980, se beneficiou da expansão dos satélites de comunicação para utilização da tecnologia de teleconferência. Finalmente, a quinta geração se caracteriza pela utilização da comunicação virtual baseada no computador e na Internet.

As concepções contemporâneas de EaD redimensionam a mediação das novas Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), principalmente a rede Internet e os computadores pessoais a ela conectados, e adotam a **interação** como princípio básico da EaD. Maria Luiza Belloni (1999) faz a diferenciação entre os conceitos de interação e de **interatividade**, subjacente a diversos objetos virtuais de aprendizagem, reforçando ser a interação uma atividade entre sujeitos e interatividade entre sujeito e máquina.

É fundamental esclarecer com precisão a diferença entre o conceito sociológico de **interação** - ação recíproca entre dois ou mais atores onde ocorre **intersubjetividade**, isto é, encontro de dois sujeitos - que pode ser direta ou indireta (mediatizada por algum veículo técnico de comunicação, por exemplo, carta ou telefone); e a **interatividade**, termo que vem sendo usado indistintamente com dois significados diferentes em geral confundidos; de um lado a

potencialidade técnica oferecida por determinado meio (por exemplo, CD-ROMs de consulta, hipertextos em geral, ou jogos informatizados), e, de outro, a atividade humana, do usuário, de agir sobre a máquina, e de receber em troca uma "retroação" da máquina sobre ele. (BELLONI, 1999:58)

A característica principal desta modalidade de educação não é propriamente a distância física e sim o tempo escolar, uma vez que a descontigüidade espacial possibilita maior abertura no gerenciamento do tempo de aprendizagem. Essa característica acende a discussão sobre um conceito de aprendizagem adotado por diversas instituições de ensino: a **aprendizagem aberta**. Belloni (2002) discute o conceito de aprendizagem aberta estabelecendo uma relação com a educação a distância.

A EaD é uma modalidade de ensino, ou seja, deve ser compreendida como um tipo distinto de oferta educacional, que exige inovações ao mesmo tempo pedagógicas, didáticas e organizacionais. Seus principais elementos constitutivos (que a diferenciam da modalidade presencial) são a descontigüidade espacial entre professor e aluno, a comunicação diferida (separação no tempo) e a mediação tecnológica, característica fundamental dos materiais pedagógicos e da interação entre o aluno e a instituição (Belloni, 1999). A aprendizagem aberta, por sua vez, é um modo de aprendizagem - novo no sentido em que é distinto das práticas na maioria de nossas instituições de ensino em qualquer nível - que requer um processo de ensino centrado no aprendente, concebido como um ser autônomo, gestor de seu próprio processo de aprendizagem. As principais características da aprendizagem aberta são flexibilidade e liberdade do estudante (time free, place free, pace free) e oferta voltada para os interesses do estudante (flexibilização do acesso e dos procedimentos de ensino e avaliação). (BELLONI, 2002:156-157)

A educação a distância pode não ser aberta. Podemos realizar uma educação a distância com uma concepção de aprendizagem inflexível e também podemos realizar uma educação presencial com uma concepção de aprendizagem aberta. No entanto, a educação a distância é mais adequada que a presencial para a aprendizagem aberta porque a mediação tecnológica possibilita formas mais flexíveis de acompanhamento e avaliação. A respeito da relação entre esses dois conceitos a autora esclarece:

A rigor, essas duas concepções não são mutuamente exclusivas, mas complementares, a primeira se colocando mais desde o ângulo do ensino, enquanto a segunda enfatiza os aspectos relacionados à aprendizagem. (BELLONI, 2002:156)

Com a popularização dos computadores pessoais conectados na Internet o modelo mais contemporâneo de EaD passou a ser o que utiliza a rede Internet como principal suporte tecnológico, a chamada **educação on-line**. A mediação por computador, no entanto, só se torna eficiente quando apoiada em uma nova forma de gestão, na qual surgem novas funções educativas como: o professor autor (pois os materiais didáticos não podem ser os mesmos da educação presencial), o professor formador, o orientador acadêmico e o tutor.

Inspirado pelo *web-design*, estudo que instrumentaliza a construção de páginas para a Internet, surge, no campo da educação, o conceito de **design instrucional**, ou, como prefere Almeida (2003) “*design* educacional”. O planejamento e a organização de um curso *on-line* passam a requerer o trabalho de uma equipe multidisciplinar, responsável, junto com os professores, pelo *design* instrucional. A respeito da adoção dessa nomenclatura, Filatro (2007) apresenta uma justificativa partindo da definição dos termos *design* e instrucional.

Dadas as definições de *design* como a concepção de um produto, em termos de sua forma e funcionalidade, com propósitos bem definidos, e de instrução como a atividade de ensino ligada à construção de conhecimentos que utiliza a conversação inteligente para facilitar a compreensão, podemos refinar nossa compreensão sobre o significado de *design* instrucional.

Quando se refere à produção de materiais instrucionais - no formato tradicional ou em sua versão *on-line* -, o *design* instrucional aproxima-se mais do sistema de entrega de conteúdos que caracteriza a imprensa, a publicidade, os meios editoriais e recentemente a mídia eletrônica.

No entanto, como vimos anteriormente, se a instrução *não* equivale à informação, o *design* instrucional também *não* equivale ao tratamento e à publicação da informação.

[...]

Tendo em mente essa importante distinção e as considerações anteriores, para os propósitos deste livro, assumimos a compreensão do *design* instrucional como: a ação intencional e sistemática de ensino, que envolve o planejamento, o desenvolvimento e a utilização de métodos, técnicas, atividades, materiais, eventos e produtos educacionais em situações didáticas específicas, a fim de

facilitar a aprendizagem humana a partir dos princípios de aprendizagem e instrução conhecidos. (FILATRO, 2007:64)

Sob essa ótica, do *design* instrucional, Filatro (2007) discute as características de diversos padrões de mediação das tecnologias de informação, identificando cinco categorias padrões, de acordo com a proposta pedagógica e os recursos tecnológicos utilizados (Quadro 1).

Quadro 1 - Padrões de utilização das tecnologias de informação e comunicação na educação *on-line*.

Padrão	Informacional	Suplementar	Essencial	Colaborativo	Imersivo
Descrição	Fornecer informações relativamente estáveis, com propósitos de consulta, como ementa do curso, agenda e informações de contato. As informações podem ser inseridas pelo pessoal administrativo. Requer pouca manutenção, espaço mínimo de memória e baixa largura de banda.	Fornecer algum conteúdo, como anotações e tarefas, que deve ser publicado pelo professor. A experiência maior ocorre na sala de aula. Requer algumas competências tecnológicas do professor, manutenção diária ou semanal e de baixo a moderado espaço em disco e largura de banda.	O aluno não consegue participar do curso sem acessar regularmente a Internet, mas ainda ocorrem aulas presenciais. A maior parte do conteúdo é obtida na Internet. Requer competências tecnológicas de professores para alimentação constante do suporte virtual do curso. Requer do aluno uma postura pró-ativa em garantir a própria aprendizagem.	As aulas ocorrem tanto presencialmente quanto <i>on-line</i> . O conteúdo pode ser fornecido nos dois ambientes. Os alunos geram parte do conteúdo por meio de ferramentas de colaboração (correio eletrônico, fóruns, <i>chats</i>). Requer competências tecnológicas tanto do professor como dos alunos. Exige maior largura de banda e maior espaço em disco, assim como manutenção constante.	Todo o conteúdo do curso se encontra na Internet e todas as interações ocorrem <i>on-line</i> . Em geral corresponde a um complexo ambiente virtual construtivista, centrado no aluno e em comunidades de aprendizagem. O professor e os alunos devem ter um <i>ano</i> nível de competência tecnológica e participar de sofisticadas estratégias de aprendizagem.
Ênfases	Conteúdo		Atividades		Comunicação

Fonte: FILATRO, 2007, p. 50.

Para discutir os padrões de EaD que identifica e defender a adoção de um modelo diferenciado de *design* instrucional, expressa esse quadro num gráfico em cuja abscissa aparece a **fluência tecnológica** da comunidade envolvida e na ordenada a **largura de banda** de Internet disponível aos participantes, argumentando que integram um *continuum* tendendo ao modelo que denomina **design instrucional contextual**, ou **contextualizado** (Gráfico1). Por “fluência tecnológica” (ou digital), a autora define: “capacidade de reformular conhecimentos, expressar-se criativa e apropriadamente, bem como produzir e gerar informação (em vez de meramente compreendê-la)” (FILATRO, 2007). A multiplicidade de mídias e a sofisticação dos recursos de comunicação, que podem chegar até à realidade virtual,

exigirão um fluxo de dados cada vez maior e mais largura na banda de transmissão na rede Internet.

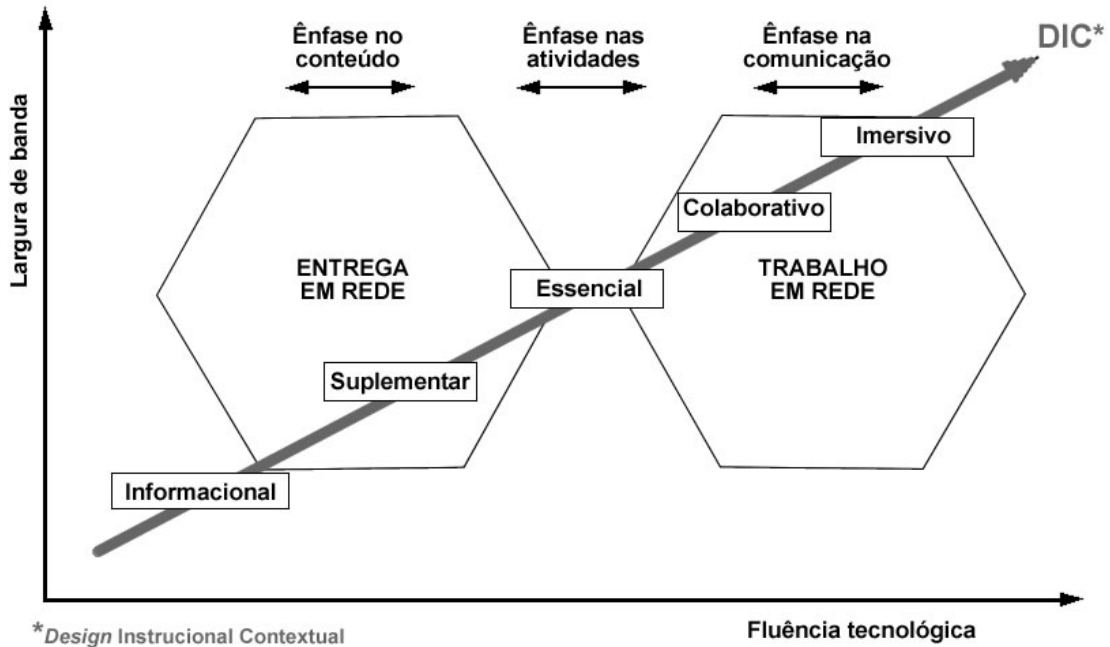


Gráfico 1 - Continuum da educação on-line. Fonte: FILATRO, 2005.

Pela abordagem do *design* instrucional contextual a gestão dessa modalidade de educação exige a formação de uma rede de comunicação que liga os educadores e os gestores aos educandos, numa troca permanente de experiências. O desenho instrucional passa a ser uma atividade constante de investigação e intervenção na realidade buscando satisfazer as necessidades dos participantes e atingir os objetivos da educação em um processo cíclico espiralado e não numa seqüência linear de ações. A gestão da educação *on-line*, principalmente nas propostas contemporâneas, como as defendidas por Filatro (2005), revolucionou o conceito de EaD, quebrando o antigo paradigma de educação programada e possibilitando maior flexibilidade no tempo de aprendizagem, que nesta modalidade deve ser tratado como “tempo virtual” (MELLO, 2003), aprimorando, assim, o conceito de aprendizagem aberta.

Nessa visão, novas formas de planejamento educacional tornam-se viáveis, principalmente em ambientes telemáticos³. Ao professor, nesta modalidade de educação, caberá desenvolver competências para atuar como *designer* instrucional,

³ Telemático por comportar tecnologias de telecomunicação em suporte informático.

trabalhando em colaboração com outros profissionais, agregando ao seu planejamento as contribuições do *design* instrucional. Ao aluno, caberá desenvolver maior autonomia para administrar seu tempo de aprendizagem, que não é menor que na educação presencial, bem como dominar as formas de comunicação necessárias.

Com o objetivo de reunir ferramentas de comunicação que possibilitem a aprendizagem, em complementação à escola e à sala de aula, estão sendo construídos ambientes especialmente preparados para a finalidade de suportar a educação *on-line*: os **ambientes virtuais de aprendizagem** provocam uma verdadeira revolução no conceito de EaD.

2.2- Ambiente Virtual de Aprendizagem

Também conhecidos como ambientes digitais, ou ambientes telemáticos, os Ambientes Virtuais de Aprendizagem, ou, conforme defende De Bastos (2005), Ambientes Virtuais de Ensino-Aprendizagem⁴, são portais eletrônicos desenvolvidos por equipes de educadores e *web-designers* com a finalidade específica de suporte tecnológico para a aprendizagem *on-line*.

Ambientes digitais de aprendizagem são sistemas computacionais disponíveis na internet, destinados ao suporte de atividades mediadas pelas tecnologias de informação e comunicação. Permitem integrar múltiplas mídias, linguagens e recursos, apresentar informações de maneira organizada, desenvolver interações entre pessoas e objetos de conhecimento, elaborar e socializar produções, tendo em vista atingir determinados objetivos. As atividades se desenvolvem no tempo, ritmo de trabalho e espaço em que cada participante se localiza, de acordo com uma intencionalidade explícita e um planejamento prévio denominado *design* educacional, o qual constitui a espinha dorsal das atividades a realizar, sendo revisto e reelaborado continuamente no andamento da atividade. (Almeida, 2003:331)

⁴ “para destacar e valorizar o papel do professor no planejamento e implementação das atividades didáticas desses ambientes” (DE BASTOS, 2004).

A reunião de diversas ferramentas de comunicação em um único portal eletrônico oferece a interatividade necessária para uma efetiva interação entre os diferentes atores da educação.

Os ambientes virtuais de aprendizagem permitem aos participantes fornecer informações, trocar experiências, discutir problemáticas e temas de interesses comuns, desenvolver atividades colaborativas para compreender seus problemas e buscar alternativas de solução. Nos recursos disponíveis na *web*, existe uma diversidade de espaços que propiciam a interação entre educadores, pesquisadores, especialistas, alunas e instituições localizados em diferentes espaços geográficos e que se dedicam à análise de dificuldades emergentes em situações contextuais e à produção de conhecimentos que permitam sobrepujá-las. (ALMEIDA, 2003a:119-120)

As principais ferramentas de comunicação desenvolvidas para a Internet ficam disponíveis através de menus que possibilitam alterar diversas configurações, rastrear o acesso dos usuários, identificar cada usuário pelo perfil por ele declarado, enfim, permitem controlar toda a gestão do processo educacional. Graças a essa plasticidade, torna-se possível desenvolver formas de aprendizagens inovadoras para a educação a distância e até mesmo como suporte para a modalidade presencial.

Esses espaços virtuais de aprendizagem oferecem condições para a interação (síncrona e assíncrona) permanente entre seus usuários. A hipertextualidade - funcionando como seqüências de textos articulados e interligados, entre si e com outras mídias, sons, fotos, vídeos etc. - facilita a propagação de atitudes de cooperação entre os participantes, para fins de aprendizagem. A conectividade garante o acesso rápido à informação e à comunicação interpessoal, em qualquer tempo e lugar, sustentando o desenvolvimento de projetos em colaboração e a coordenação das atividades. Essas três características - interatividade, hipertextualidade e conectividade - já garantem o diferencial dos ambientes virtuais para a aprendizagem individual e grupal.

No ambiente virtual, a flexibilidade da navegação e as formas síncronas e assíncronas de comunicação oferecem aos estudantes a oportunidade de definirem seus próprios caminhos de acesso às informações desejadas, afastando-se de modelos massivos de ensino e garantindo aprendizagens personalizadas. (KENSKI, 2007:95)

Existem vários ambientes virtuais sendo utilizados na rede Internet, para as mais diversas formas de ensino. Um dos mais utilizados, por ser um software livre, ser gratuito e ter seu código de programação aberto (*open-source*), por isso poder ser modificado por qualquer informata experiente, é a plataforma Moodle.

2.2.1- O Moodle

Acrônimo de Modular Oriented-Object Dinamic Learning Environment, a plataforma Moodle é uma ferramenta que vem sendo desenvolvida desde 1970. Esse ambiente contém diversos recursos criados especialmente para educação a distância.

No portal oficial da comunidade que desenvolve essa plataforma é apresentada a filosofia que norteia seu desenvolvimento: a pedagogia construcionista social. Os desenvolvedores disponibilizam algumas definições para explicar a base conceitual que orientou a criação do ambiente.

El diseño y el desarrollo de Moodle se basan en una determinada filosofía del aprendizaje, una forma de pensar que a menudo se denomina "pedagogía construcionista social". ...

Esta página intenta explicar con palabras sencillas qué significa esa frase desarrollando los **cuatro conceptos principales subyacentes**. Tengamos en cuenta que cada uno de estos conceptos representa una forma de entender un montón de distintas investigaciones, o sea que estas definiciones pueden parecer incompletas si ya han leído sobre ellas antes.

1. Constructivismo

Este punto de vista mantiene que la gente **construye** activamente nuevos conocimientos a medida que interactúa con su entorno. ...

2. Construcionismo

El construcionismo explica que el aprendizaje es particularmente efectivo cuando se construye algo que debe llegar otros. Esto puede ir desde una frase hablada o enviar un mensaje en internet, a artefactos más complejos como una pintura, una casa o un paquete de software. ...

3. Constructivismo social

Esto extiende las ideas anteriores a la construcción de cosas de un grupo social para otro, creando colaborativamente una pequeña cultura de artefactos compartidos con significados compartidos. Cuando alguien está inmerso en una cultura como ésta, está aprendiendo continuamente acerca de cómo formar parte de esa cultura en muchos niveles. ...

4. Conectados y Separados

Esta idea explora más profundamente las motivaciones de los individuos en una discusión. Un comportamiento **separado** es cuando alguien intenta permanecer 'objetivo', se remite a los hechos y tiende a defender sus propias ideas usando la lógica buscando agujeros en los razonamientos de sus oponentes. El comportamiento **conectado** es una aproximación más empática, que intenta escuchar y hacer preguntas en un esfuerzo para entender el punto de vista del interlocutor. El comportamiento **constructivo** es cuando una persona es sensible a ambas aproximaciones y es capaz de escoger una entre ambas como la apropiada para cada situación particular.

Conclusión

Una vez que usted se plantea estos temas, ello le ayuda a concentrarse en las experiencias que podrían ser mejores para aprender desde el punto de vista de los estudiantes, en vez de limitarse simplemente a proporcionarles la información que cree que necesitan saber. También le permite darse cuenta de cómo cada participante del curso puede ser profesor además de alumno. Su trabajo como 'profesor' puede cambiar de ser 'la fuente del conocimiento' a ser el que influye como modelo, conectando con los estudiantes de una forma personal que dirija sus propias necesidades de aprendizaje, y moderando debates y actividades de forma que guíe al colectivo de estudiantes hacia los objetivos docentes de la clase. (MOODLE DOCS < <http://docs.moodle.org/es/Filosofía> >, acessado em 03/03/2008)

Nota-se uma fusão de conceitos que vão desde o construtivismo piagetiano até o sócio-construtivismo vigotskyano, passando pelo construcionismo de Seymour Papert. Vale destacar as idéias de Papert (1994), quando procura estabelecer diferenças entre o construcionismo e o construtivismo ao discutir duas abordagens na utilização dos computadores: o instrutivismo e o construcionismo.

Assim, o Construcionismo, minha reconstrução pessoal do Construtivismo, apresenta como principal característica o fato de que examina mais de perto do que outros - ismos educacionais a idéia da construção mental. Ele atribui especial importância ao papel das construções no mundo como um apoio para o que ocorreu na cabeça, tornando-se, desse modo, menos uma doutrina puramente mentalista. Também leva mais a sério a idéia de construir na cabeça reconhecendo mais de um tipo de construção (algumas delas tão afastadas de construções simples como cultivar um jardim) e formulando perguntas a respeito dos métodos e materiais usados. Como pode alguém tornar-se um especialista em construir conhecimento? Que habilidades são necessárias? Estas habilidades são as mesmas para tipos diferentes de conhecimento? (PAPERT, 1994:127-128)

Nilza Godoy Gomes (2002), ao discutir as modalidades de uso da informática na educação, sintetiza muito bem a concepção de Papert.

Para explicar sua proposta de uso da linguagem LOGO, ele descreve duas abordagens que caracterizam o ensino: o instrucionismo (a aprendizagem acontece da melhor forma quando ela é reforçada) e o construcionismo (a aprendizagem é entendida como um processo reflexivo que transforma as informações em novos conhecimentos). O **modelo instrucionista** pressupõe que a aprendizagem melhora/aumenta com o "aperfeiçoamento do ensino".

Nessa abordagem, o computador é inserido na escola como mais um recurso disponível, como já ocorreu com outros recursos audiovisuais - TV e vídeo, por exemplo. Não há reflexão sobre como o computador pode contribuir para modificar e criar ambientes de aprendizagem e novas formas de apropriar-se do conhecimento. O programa de ensino é o mesmo, a única diferença é o modo de transmitir informações (por meio do computador) com o uso de softwares do tipo CAI - Computer-Aided Instruction (exercício e prática, tutoriais ou jogos). A escola não precisa modificar suas concepções pedagógicas e nem é exigida nenhuma preparação dos professores. Muitas vezes é contratado um professor especialista em informática e uma nova disciplina é criada (Informática). Essa abordagem está baseada na concepção tecnicista do ensino, isto é, a introdução e a utilização de recursos técnicos são consideradas suficientes para acréscimo de qualidade e inovação.

No **modelo construcionista**, a construção de novos conhecimentos ocorre num processo cíclico que pressupõe *descrição-execução-reflexão-depuração* (Valente, 1993, 1999; Almeida, 2000) de idéias, na busca da solução de uma situação-problema desafiadora, cujo conteúdo seja significativo para quem aprende.

Valente (1993) explica que Papert utilizou o termo *construcionista* para mostrar que a construção do conhecimento pode se dar em outro nível: "O aluno constrói um objeto de seu interesse, como uma obra de arte, um relato de experiência ou programa de computador" (Papert apud Valente, 1993: 33). (GOMES, 2002:127)

Para Papert (1994) é necessário valorizar o pensamento "concreto", o pensamento que ainda não foi subordinado ao pensamento abstrato, que constrói objetos, que se materializa e por isso pode ser compartilhado. Essa concepção de construção transparece nas ferramentas desenvolvidas nos ambientes virtuais de aprendizagem. São ferramentas que permitem ao participante materializar seus pensamentos, ao produzir objetos, seja em forma de texto ou qualquer outra mídia.

Vale destacar, no entanto, que as concepções de aprendizagem que serviram de base para a criação do ambiente Moodle, e de outros ambientes virtuais, não determinam suas formas de utilização. Essas concepções norteiam as atividades didáticas de muitos educadores, antes mesmo da criação das ferramentas telemáticas de comunicação. Os recursos de hipertexto revolucionaram a aprendizagem *on-line*, democratizando ferramentas muito mais sofisticadas que o programa LOGO de Papert. Conforme a interface gráfica dos sistemas operacionais foi ficando mais amigável – com as janelas e ícones da Apple e da Microsoft, que já foram incorporadas pelas distribuições dos sistemas operacionais de plataforma Linux – os programas navegadores e editores de hipertexto tornaram-se cada vez mais acessíveis. O surgimento de servidores oferecendo áreas gratuitas em troca de publicidade democratizou rapidamente a participação na Internet. Inicialmente só tinham acesso à participação na rede mundial aqueles que dominavam uma linguagem de programação. Com o desenvolvimento da interface gráfica, bastava saber manipular um programa editor. Mais recentemente, porém, o desenvolvimento de aplicativos *on-line*, como *webmail*, fórum, *chat* e *blog*, possibilitou a participação de usuários sem nenhuma noção da linguagem de programação html ou similares. Com a mínima noção de um editor de texto (a maioria já comporta ferramentas de hipertexto), qualquer usuário pode ter seu endereço eletrônico, seu *blog*, participar de um fórum ou de um bate-papo. O Moodle é um belo exemplo de ambiente virtual onde se integram essas ferramentas.

2.2.1.1- Ferramentas de aprendizagem do Moodle

As ferramentas de aprendizagem do Moodle são divididas entre Recursos e Atividades. Os Recursos são ferramentas de disponibilização de material didático, que incluem a criação de páginas em html, *links* para *download* de arquivos, etc. Atividades são ferramentas utilizadas para acompanhar e avaliar o desenvolvimento da aprendizagem. As principais disponíveis no Moodle são: Fórum, *Chat*, *Blog*, Tarefas, Glossário, Questionário e Wiki.

Fórum: é uma das ferramentas mais eficientes da plataforma Moodle, pois permite a comunicação diacrônica entre os participantes. O que é mais significativo no fórum é que qualquer usuário pode editar e publicar sua opinião sobre um determinado assunto na rede Internet sem necessariamente dominar a linguagem html ou similar.

Chat (bate-papo): no *Chat* os participantes publicam instantaneamente suas opiniões, possibilitando a comunicação síncrona.

Blog: o *blog* também permite a edição e a publicação na Internet sem a necessidade de um programa editor. A função do *blog* é a de um diário pessoal, aonde o participante vai registrando suas observações. Antes da criação do *blog* a manutenção de páginas pessoais na Internet (edição e publicação) dependia de um programa editor, do acesso a um domínio e de um programa de transferência (ftp - file transfer protocol).

Tarefas: o professor da disciplina pode configurar o recolhimento de arquivos, definindo-lhes o tamanho e a quantidade. Existe a possibilidade de o participante excluir ou trocar o arquivo enquanto o mesmo estiver depositado no modo “esboço”.

Glossário: os participantes podem incluir as definições de novas palavras que forem sendo introduzidas no transcorrer de uma atividade de aprendizagem.

Questionário: essa ferramenta dispõe diversas opções de questionário, abertos ou fechados, que podem ser analisados com tratamento estatístico.

Wiki: mantendo a mesma concepção da biblioteca interativa Wikipedia, esse recurso permite a construção coletiva de trabalhos on-line, uma vez que cada participante pode disponibilizar a sua contribuição e intervir nas contribuições de seus colegas.

O Moodle possibilita também a comunicação por e-mail. Os usuários cadastram seus endereços eletrônicos e podem se comunicar com os colegas de curso. É possível enviar mensagens coletivas a partir da lista de participantes. Algumas atividades possuem o sistema de aviso por e-mail automático.

O controle de notas permite avaliar ponderadamente os arquivos depositados e as participações nos fóruns e *chats*. Podem-se atribuir diferentes pesos às atividades e fornecer resultados parciais para o acompanhamento do estudante. Esses recursos possibilitam o desenvolvimento de avaliações com função tanto diagnóstica quanto formativa.

O conjunto dessas ferramentas possibilita uma intensa interação, síncrona ou assíncrona, entre os participantes, minimizando as diferenças entre a educação

presencial e a distância. Torna-se possível estabelecer autênticos diálogos, requisito básico para a educação problematizadora.

2.3- Educação Problematizadora em Ambiente Virtual?

Como vimos no capítulo inicial desta tese, o propósito da educação problematizadora é preparar o cidadão para participar ativamente da sociedade. A metodologia utilizada por Freire (2005) para cumprir com esse propósito tem como fundamento básico a **problematização** da realidade por meio do **diálogo** entre os atores envolvidos na ação educativa. Nesse diálogo cada ator mobiliza os conhecimentos que fazem parte da sua realidade. São conhecimentos diferentes, abstraídos de realidades diferentes. Para a educação científica, em particular, essas diferenças podem ser muito grandes, pois, nem todos os conhecimentos científicos são divulgados democraticamente. Ao discutir a aplicação das propostas de Freire na educação científica, Delizoicov (1991) diferencia dois tipos de conhecimentos advindos de realidades distintas, aos quais chama de conhecimento vulgar e conhecimento específico universal e adverte que precisa haver uma troca entre eles.

É preciso compreender que, mais do que diálogo entre educador e educando, Freire está propondo o diálogo entre os conhecimentos dos sujeitos do processo educativo. Foi com este sentido que o autor introduz as categorias "educador-educando" referindo-se ao professor e "educando-educador" referindo-se ao aluno. Através do educando, o professor apreende o conhecimento vulgar para poder problematizá-lo, promover o distanciamento crítico do educando desse conhecimento, propiciar as rupturas. Através do educador, o aluno apreende um conhecimento específico universal introduzido pela formulação dos problemas e respectivas soluções para as situações significativas, portanto, também via problematização. (DELIZOICOV, 1991:166)

A possibilidade de um diálogo efetivo, de mão dupla, entre ensinante-aprendente e aprendente-ensinante, portanto, é uma condição básica para a execução dessa proposta. A sofisticação das ferramentas de mediação da educação a distância, particularmente da educação *on-line*, associada às novas formas de gestão dessa modalidade de educação (orientações e tutorias) e aos preceitos de

flexibilização da aprendizagem aberta, apontam para a viabilidade desse diálogo. Belloni (1999) recorre ao conceito de “conversação didática orientada”, de Holmberg, e aos trabalhos de Evans e Nation, para caracterizar o “estudante do futuro”, cuja principal competência requerida para uma educação baseada no diálogo e na pesquisa será a **autonomia**.

Partindo da idéia de **conversação didática orientada** de Holmberg e de pesquisas sobre os estudantes de EaD, Evans e Nation vão além, propondo que a educação aberta e a distância deva basear-se no diálogo e na pesquisa, o que implica uma filosofia da educação que seja centrada no estudante e reconheça sua autonomia. O diálogo deve ser estimulado não apenas entre professores e estudantes, mas entre os próprios estudantes (através de grupos de estudos, grupos tutoriais, redes de auto-ajuda etc.) e entre eles e os contextos. (BELLONI, 1999:48)

Ao citar as três "precauções de princípio", de Dieuzeide, para o uso das novas tecnologias de informação e comunicação como ferramentas pedagógicas, essa autora destaca o compromisso da educação em problematizar e contextualizar o saber:

A utilização destas técnicas não deve ser resultado de uma adesão às modas que fazem da informação e da comunicação ("conceitos elásticos e ambíguos, *attrape-tout*"), o motor da sociedade moderna, a solução de seus disfuncionamentos e a ferramenta para resolução de todos os conflitos. Embora o professor seja um "comunicador", sua função e objetivos são totalmente diferentes dos de outros "comunicadores" (como, por exemplo, o publicitário ou um animador de *shows* em programas de televisão ou *night clubs*). A educação não é um "sistema de máquinas de comunicar informação", ou de simplesmente transmitir conhecimentos. **A educação deve** "problematizar o saber", contextualizar os conhecimentos, colocá-los em perspectiva, para que os aprendentes possam apropriar-se deles e utilizá-los em outras situações. (BELLONI, 1999:61)

Nessa mesma direção se encaminha Andrea Filatro (2007), quando discute o papel da contextualização no modelo de *design* instrucional contextualizado.

A constatação de mudanças paradigmáticas na sociedade se reflete em um movimento bem caracterizado dentro da teoria e prática do *design* instrucional que propõe a adoção de um novo modelo de ensino-aprendizagem.

Esse movimento pode ser exemplificado por numerosas referências teóricas a um *design* instrucional descrito variadamente como “situado”, “flexível”, “reflexivo”, “recursivo” ou simplesmente “construtivista”.

O ponto de convergência entre vários autores está no reconhecimento inequívoco da necessidade de adaptar qualquer proposta de *design* instrucional ao contexto de aplicação. Por essa razão, optamos por utilizar um termo mais abrangente como “*design* instrucional contextualizado”, ou simplesmente DIC, para referir-nos à ação intencional de planejar, desenvolver e aplicar situações didáticas específicas incorporando mecanismos que favoreçam a contextualização. (FILATRO, 2007:103-104)

A principal característica do *design* instrucional contextualizado é seu constante redimensionamento mediante as variações contextuais. As etapas clássicas do *design* instrucional (análise, *design*, desenvolvimento, implementação e avaliação) desdobram-se num verdadeiro fractal, ampliando paulatinamente sua escala de abrangência. Além disso, o conhecimento do público-alvo no processo de análise considera o estudante um agente ativo do processo de tomada de decisões.

Quanto à caracterização dos alunos, desde o princípio, é preciso avançar além do mero "conhecer o público-alvo". Ainda que uma estrutura de processamento relacional on-line possa contribuir enormemente para um *design* centrado no usuário, encarar o aluno como se ele fosse objeto de um estudo é bem diferente de aceitá-lo como um agente ativo dentro do processo de tomada de decisões. (FILATRO, 2007:121)

Ainda que o conceito de contextualização não tenha exatamente a mesma conotação para cada uma das autoras, em ambas se constata a preocupação com a participação ativa do estudante.

Quando discute a mediação do texto na educação a distância, Maria Lucia Cavalli Neder (2005) resgata os conceitos de comunicação interativa e comunicação multidirecional para situar o aluno como autor crítico e criativo e o professor muitas vezes como aprendiz, mediante um constante diálogo.

Pensar o processo de comunicação, na perspectiva da relação comunicacional, portanto de comunicação interativa ou multidirecional, é imprescindível para qualquer modalidade educativa, sobretudo quando essa modalidade é a EAD.

Conceber a comunicação a partir desses pressupostos é pensá-la de forma redimensionada, dinâmica, em processo.

O professor, numa modalidade comunicacional redimensionada, tem que considerar a participação (a co-autoria) nos processos de significação que são instaurados no espaço escolar. Ele deixa de ser simplesmente um transmissor de conhecimento para ser um organizador de situações de aprendizagem, alguém que busca disponibilizar múltiplas situações que permitam a intervenção do interlocutor. Como um dos interlocutores privilegiados no processo da construção, cabe ao professor possibilitar ao aluno (receptor) constituir-se também autor (emissor), crítico e criativo, de novos textos, ao mesmo tempo em que se constitui, ele próprio, também em um aprendiz. É um processo de troca, de diálogo. (NEDER, 2005:189)

Os ambientes virtuais permitem tanto a comunicação interativa quanto multidirecional, pois, além das trocas entre professores e estudantes, possibilitam a comunicação entre os próprios estudantes.

Mesmo sem fazer referência explícita à pedagogia problematizadora de Freire, as contribuições das autoras supracitadas apontam para formas de educação a distância emancipatórias, nas quais o aprendente se torna crítico e atuante. Evidentemente, os ambientes virtuais não garantem a adoção de uma pedagogia inovadora, mas, graças a eles novas metodologias podem ser aprimoradas pela mediação tecnológica.

No caso particular do portal Moodle, a problematização pode ser desenvolvida a partir de textos, imagens, vídeos, aplicativos, etc. já existentes na Internet ou disponibilizáveis pelo professor e o diálogo pode ser mantido por meio de *chats*, fóruns, *blogs* ou recolhimento de arquivos.

A educação científica e tecnológica pode beneficiar-se das possibilidades inauguradas pelas novas tecnologias de educação para enfrentar, em particular, o grande desafio de inserir conteúdos contemporâneos na formação de professores, objeto de investigação desta tese. Os temas contemporâneos renovam-se muito rapidamente e a escola, em seus moldes tradicionais, não consegue manter os currículos atualizados. A mediação tecnológica, principalmente na educação *on-line*, oferece a rapidez e a agilidade necessárias a esse propósito. Não basta disponibilizar informações, é preciso democratizar o conhecimento, problematizar a realidade para que dela surja o verdadeiro sentido da produção científica.

Capítulo 3

Introdução à Teoria do Caos Determinístico

Grande parte dos temas contemporâneos chega ao conhecimento público através da Internet, nem sempre respaldados pela respectiva comunidade científica, deixando lacunas muitas vezes comprometedoras na formação científica. Sem a intencionalidade formativa da educação, os meios de comunicação conseguem divulgar os aspectos curiosos das novas teorias, mas, não propiciam a construção do conhecimento, que presume a crítica e não somente a absorção de informações.

Um exemplo de tema muito explorado na Internet é a Teoria do Caos, escolhido por nós para a investigação de uma metodologia problematizadora, em ambiente virtual, no ensino de temas contemporâneos. Qualquer mecanismo de busca na Internet indica milhares de resultados para esta associação de palavras, tornando praticamente impossível o discernimento entre as informações confiáveis e as não confiáveis entre as que são compreensíveis. Faz-se necessária a intervenção da educação formal, em especial, da educação problematizadora, mediada pela própria rede Internet, para inserir este tema na formação de professores e futuros professores e possibilitar que ele chegue nas escolas com todos os seus aspectos científicos preservados. A Teoria do Caos ainda desperta muitas polêmicas e controvérsias, conforme veremos a seguir.

No primeiro item deste capítulo tentaremos justificar a importância desta teoria na formação de professores, destacando os aspectos filosóficos, a contribuição para o entendimento da computação e a forte presença do tema nos meios de divulgação.

No segundo item iremos resgatar os principais acontecimentos históricos que levaram à descoberta do comportamento caótico, procurando esclarecer as escolhas

que fizemos durante a elaboração do mini-curso que será apresentado no item seguinte e acreditando que o conhecimento da história de uma teoria tem muito a contribuir para o entendimento da mesma (MATTHEWS, 1995, PEDUZZI, 2001). Grande parte das referências utilizadas nesse breve histórico foram tomadas de cientistas diretamente envolvidos na construção da teoria do caos que se dispuseram a escrever para o público leigo, ou seja, publicações de divulgação científica. Portanto, foram evitadas as deduções matemáticas e, conseqüentemente, alguns conceitos foram citados sem definições precisas. Sempre que possível procuramos indicar uma fonte bibliográfica aos interessados em compreendê-los em maior profundidade.

Todo o aparato de descrição matemática foi remetido para o terceiro item, onde apresentamos os conteúdos específicos da Teoria do Caos trabalhados no mini-curso destinado à formação de professores de Física.

3.1- Por Que Teoria do Caos?

Existem diversas razões para que a Teoria do Caos deva ser compreendida por futuros professores de Ciências e Matemática. A principal delas está relacionada à Filosofia da Ciência, uma vez que os pesquisadores dessa área de pesquisa inauguraram um modo particular de produzir e interpretar o conhecimento científico, desequilibrando a crença excessiva na capacidade de previsão da Ciência. Outra razão apontada é que ela oferece uma ótima oportunidade de ensino de programação computacional, ferramenta de pesquisa de grande parte dos pesquisadores contemporâneos. Por último, mas não menos importante, existem diversas publicações de pesquisadores de renome e muitas outras formas de comunicação sobre o tema, destinadas ao público leigo, justificadas pelo grande interesse que desperta na população, porém, nem sempre possibilitam a compreensão dos conceitos científicos. É necessário que a escola assuma a tarefa de discutir temas contemporâneos para que eles sejam efetivamente democratizados.

3.1.1- Caos e a Filosofia da Ciência

A palavra Caos tem diversas conotações na linguagem usual, porém, sua utilização para definir um comportamento dinâmico foi proposta por Tien-Yen Li e James A. Yorke, num artigo de 1975 intitulado *Period Three Implies Chaos*. Concebida em meio a grandes controvérsias suscitadas pela Relatividade e pela Mecânica Quântica, no início do século XX, a Teoria do Caos só foi reconhecida, enquanto tal, nas décadas de 1960 e 1970. Teve uma breve ascensão no plano da divulgação científica nas décadas de 1980 e 1990, mas, não chegou a ser incorporada como área fundamental nos programas de Ensino Superior e nem, conseqüentemente, de Ensino Médio.

Após alguns anos trabalhando com alunos de Licenciatura que já exercem a profissão de professor no Ensino Médio é possível perceber que adotam uma visão de Ciência bastante limitada. Influenciados pela resolução de problemas “de lápis e papel”, vêem o mundo de forma completamente determinística. Depositam uma confiança excessiva nas leis físicas. Acreditam na existência de comprovação experimental das teorias, mas evitam se confrontar com as dificuldades práticas de se obter dados experimentais. Assim, as condições iniciais são sempre valores muito bem definidos e a “resposta” final inquestionável. Essa visão dificulta-lhes a compreensão de leis quânticas e relativísticas, que de alguma forma contradizem as leis de Newton. Desconhecem a fragilidade das próprias leis clássicas no que se refere às reais possibilidades de previsibilidade de uma lei determinística. Muitos já ouviram falar na Teoria do Caos, mas, a maioria preserva o sentido do senso comum de completa desordem e aleatoriedade (veja no Capítulo 4 desta tese). Os cursos de Licenciatura em Física não contribuem satisfatoriamente para modificar essa visão. Provavelmente pela sofisticação matemática e pela forte dependência dos programas de computador, nas universidades essa teoria tem permanecido restrita a pesquisadores especialistas e seus alunos de pós-graduação e iniciação científica, apesar do grande interesse e freqüentes especulações que provoca.

A contribuição que esta teoria oferece para a Filosofia da Ciência é de extrema importância para a formação de professores. Desenvolvida no seio das equações determinísticas clássicas (equações diferenciais ordinárias), que supostamente teriam o poder de prever o comportamento de um sistema em qualquer escala de tempo, a Teoria do Caos vem revelar a existência de sistemas

determinísticos, contínuos e discretos, cujo comportamento é praticamente imprevisível devido à grande sensibilidade a mudanças nas condições iniciais, após um certo intervalo de tempo. A percepção de que o poder de previsibilidade da Ciência é limitado pode modificar a visão de Ciência ainda predominante em professores de Física (LUFFIEGO, 1994). A compreensão da sensibilidade às condições iniciais balança a concepção de que fenômenos imprevisíveis são descritos somente por sistemas aleatórios. Os sistemas determinísticos também podem se tornar imprevisíveis.

Tocamos aí no coração do problema: a propriedade que certas funções não-lineares possuem de amplificar exponencialmente qualquer erro, por mínimo que seja, impede qualquer predição a longo prazo e acarreta um comportamento errático, que parece obedecer apenas às regras do acaso, apesar do determinismo estrito dessas funções. Esta propriedade de amplificação exponencial dos desvios, que reconcilia as noções de determinismo e de imprevisibilidade, é chamada de "sensibilidade às condições iniciais" ou SCI. Para bem identificar, do ponto de vista da semântica, esse comportamento errático ligado a um processo determinista entre outros comportamentos imprevisíveis, "aleatórios", ligados, pelo contrário, a processos muito mais complexos e não-deterministas, consagraram-lhe o adjetivo "caótico". (BERGÉ, 1994:74)

A característica mais surpreendente revelada pelo estudo dos sistemas dinâmicos não-lineares foi a existência de sistemas determinísticos com comportamento próximo de aleatório. Essa constatação permitiu equacionar deterministicamente fenômenos até então considerados aleatórios (como a turbulência em fluídos, por exemplo). Para entender a diferença entre um sistema aleatório e um sistema caótico recorre-se ao conceito de entropia de Kolmogorov-Sinai, que mede a "taxa de produção de informação no sistema" (FIEDLER-FERRARA, 1994). Num sistema "regular" não há variação na informação, portanto, a entropia de Kolmogorov-Sinai tem valor zero. Num sistema aleatório (estocástico), ao contrário, existe uma grande produção de informação e a entropia tende a infinito. Já nos sistemas caóticos, a entropia de Kolmogorov-Sinai tem um valor positivo finito, uma vez que há produção de informação devido à sensibilidade às condições iniciais.

James Gleick (1987) cita uma afirmação contundente de Robert May, sobre a omissão da discussão do comportamento dos sistemas não-lineares na formação científica nos anos setenta, que ainda se aplica à formação científica atual.

A ciência do caos deveria ser matéria de ensino, sustentava ele. Era tempo de se reconhecer que a educação padrão de um cientista dava a impressão errônea. Por mais complexa que a matemática linear pudesse ser, com suas transformadas de Fourier, suas funções ortogonais, suas técnicas de regressão, May afirmava que ela inevitavelmente enganava os cientistas sobre o mundo, onde predominava a não-linearidade. "A intuição matemática assim desenvolvida prepara mal o estudante para enfrentar o comportamento bizarro evidenciado pelo mais simples dos sistemas discretos não lineares", escreveu ele.

"Não só na pesquisa, mas também no mundo cotidiano da política e da economia, estaríamos todos melhores se um maior número de pessoas compreendesse que os sistemas não-lineares simples não dispõem necessariamente de propriedades dinâmicas simples". (GLEICK, 1987:75)

Declarações desta natureza nos permitem levantar a hipótese do surgimento de uma nova concepção de ciência, menos confiante no determinismo, mais atenta às variações bruscas dos fenômenos regidos por equações não-lineares, inclusive o próprio meio ambiente, cujo comportamento futuro pode nos reservar surpresas imprevisíveis. A utilização dos computadores na simulação do comportamento futuro de sistemas caóticos, a partir dos anos sessenta, veio a revelar um perigo eminente de desequilíbrio ecológico até então não tão bem equacionado.

Ao introduzir novos métodos de pesquisa dos sistemas não-lineares utilizando computadores, a matemática do caos contribuiu também para o surgimento de uma nova episteme, uma nova maneira de produzir conhecimento, na qual a realidade virtual se converte em conhecimento científico. Pierre Lévy (1993) fala em uma nova "ecologia cognitiva", inaugurada pela introdução dos computadores na construção da cultura, fazendo surgir uma forma diferente de conhecimento, o "conhecimento por simulação".

Um modelo digital não é lido ou interpretado como um texto clássico, ele geralmente é explorado de forma interativa. Contrariamente à maioria das descrições funcionais sobre papel ou aos modelos reduzidos analógicos, o modelo informático é essencialmente plástico, dinâmico, dotado de uma certa autonomia de ação e reação. Como Jean-Louis Weissberg observou tão bem, o termo simulação conota hoje esta dimensão interativa, tanto quanto a imitação ou a farsa. O conhecimento por simulação é sem dúvida um dos novos gêneros de saber que a ecologia cognitiva informatizada transporta. (LÉVY, 1993:121)

Gleick (1987) expressa a hipótese de uma mudança epistemológica ao constatar a formação de uma comunidade de cientistas engajados na pesquisa do comportamento caótico utilizando computadores.

O caos tornou-se não apenas teoria, mas também método; não apenas um cânone de crenças, mas também uma maneira de fazer ciência. O caos criou sua técnica própria de usar computadores, técnica que não exige a enorme velocidade dos Crays e Cybers, mas até favorece terminais modestos que permitem interação flexível. Para os pesquisadores do caos, a matemática tornou-se uma ciência experimental, com o computador substituindo os laboratórios cheios de tubos de ensaio e microscópios.(GLEICK, 1987:34)

A existência de uma comunidade científica, compartilhando métodos e teorias, leva este autor a identificar uma espécie de “matriz disciplinar” paradigmática. Para ele, o Caos provocou uma revolução no meio acadêmico. Uma revolução científica geralmente está associada a uma mudança na episteme.

Mesmo discordando das opiniões desses autores sobre as implicações epistemológicas, temos que admitir que os computadores exercem um papel crucial na pesquisa científica contemporânea.

3.1.2- Caos e computador

O caos torna a programação computacional não só necessária como imprescindível na educação científica, uma vez que é uma ferramenta importante na produção do conhecimento. Seymour Papert (1994), ao discutir uma classificação para os modos de uso do computador na escola, utiliza a proposta presente no livro *Computers in schools: tutor, tutee, tool*, de Ed Taylor para argumentar que aprender a programar é aprender mais profundamente sobre o computador.

O termo *tutor* nomeia a imagem mais comum do computador na Educação. O termo *pupilo (tutee)*, por outro lado, refere-se a uma metáfora que empreguei freqüentemente ao pensar sobre programação como ensinar o computador. Todo professor sabe que um bom modo de aprender um assunto é dar um curso sobre ele; sendo assim, meio de brincadeira, sugeri que uma criança poderia obter um pouco do mesmo tipo de benefício "ensinando", ou seja, programando o computador.

Uma classificação um pouco diferente que foi utilizada com frequência - e cujo autor original não consegui identificar - fala sobre "aprender com o computador; aprender do computador e aprender sobre o computador". O termo *com* corresponde nitidamente à *ferramenta*, e *do*, ao *tutor*. O relacionamento entre *sobre* e *pupilo* é menos direto, mas ainda existe, no sentido de que ser capaz de programar um computador é sinônimo de aprender mais profundamente sobre como ele funciona do que é necessário através dos outros dois modos de uso. (PAPERT, 1994:143)

Acreditamos que a simples manipulação do programa "fonte" já contribui para desmistificar a programação e melhorar o entendimento sobre o próprio funcionamento do computador. O aprimoramento da interface gráfica, tornado-a cada vez mais amigável, com janelas e ícones, oculta a contribuição humana na eficiência dessas máquinas. Entender as linhas de comando equivale a identificar a pessoa do programador por trás da máquina. Alterar dados de entrada em um programa fonte é mais esclarecedor que preencher dados em uma planilha eletrônica, por exemplo. Ter acesso e poder modificar as linhas de comando pode contribuir para a compreensão do funcionamento do computador, uma vez que ele precisa de um software "compilador" e uma linguagem bem estruturada para interpretar e executar as ações programadas.

3.1.4- Divulgação Científica da Teoria do Caos

A Teoria do Caos mereceu a dedicação de diversos pesquisadores no trabalho de divulgação. Cientistas do quilate de Edward Lorenz, Pierre Bergé, Ian Stewart, Ilya Prigogine, David Ruelle, entre outros, e do jornalista James Gleick, se dispuseram a escrever sobre Caos para o público leigo. Essas publicações contribuíram para gerar um grande interesse na população. Escritas com um mínimo de representação matemática, contribuíram para popularizar diversos conceitos relacionados com o tema: efeito borboleta, atrator estranho, fractal, etc.

Além das publicações em livro, este tema está presente em diversos outros meios de comunicação: filmes, reportagens de televisão, histórias em quadrinhos, Internet, etc. Um bom exemplo é o artigo 'Surfando' no Caos (MACAU e GREGOBI, 2004) na revista Ciência Hoje de maio de 2004, onde os autores mostram uma aplicação da Teoria do Caos na definição de trajetórias na exploração espacial.

Numa edição especial, de março/abril de 1992, essa mesma revista publicou um numero inteiramente dedicado ao tema Caos, com diversos outros exemplos.

Infelizmente esses meios de comunicação, principalmente a Internet, têm contribuído também para divulgar concepções equivocadas do conceito de Caos, reforçando a associação simplista de caos com a ausência total de regras, confundindo o comportamento caótico com o aleatório. Por estar sendo aplicada em diversas áreas de pesquisa e pelo impacto que tem a palavra caos, em seu sentido usual de completa desordem, a Teoria do Caos tem servido de modelo para a explicação dos mais inusitados fenômenos.

Por mais fidedignos que sejam os conceitos apresentados nas publicações de cunho de divulgação ou nas páginas da Internet, seu caráter eminentemente informativo não possibilita a construção de um conhecimento crítico. Muitos aspectos importantes da história, da filosofia e dos próprios conceitos envolvidos ficam diluídos até pelo excesso de informações. A escola tem a responsabilidade de fazer com que os conhecimentos científicos sejam apreendidos e utilizados na compreensão da realidade. Cabe ao professor problematizar e discutir com seus alunos temas contemporâneos para esclarecer os aspectos importantes e reduzir os equívocos que possam ser provocados pela divulgação inapropriada.

Nos itens seguintes deste capítulo procuramos destacar os aspectos que consideramos mais relevantes para a compreensão do tema Caos, que nem sempre são os mais divulgados.

3.2- História da Teoria do Caos

O estudo qualitativo dos sistemas dinâmicos não-lineares foi modificado radicalmente entre as décadas de 1960 e 1970, com o desenvolvimento de novas técnicas matemáticas e a utilização dos computadores, não mais como máquinas de fazer cálculos, mas como um ambiente de pesquisa científica. Essa modificação foi tão radical que pode-se considerar ter havido uma verdadeira “revolução” no estudo dos sistemas dinâmicos. Uma enorme comunidade aderiu a essa “nova ciência” em um intervalo de tempo muito curto, chegando a ser tema de cerca de 4000 publicações em 15 anos, nas mais diversas áreas do conhecimento (DRESDEN, 1992a). No entanto, as principais características do comportamento caótico

começaram a ser percebidas desde o final do século XIX, quando surgiram as primeiras contestações a respeito da capacidade de previsão da Ciência.

3.2.1- Determinismo e imprevisibilidade

As contribuições de Isaac Newton (1643-1727) ao cálculo diferencial e integral, suas três leis de movimento e sua teoria da gravitação universal levaram alguns cientistas a depositarem um excesso de confiança na capacidade de a ciência fazer previsões. O retorno de um cometa, hoje conhecido pelo sobrenome do astrônomo inglês que calculou a sua órbita, Edmund Halley (1656-1742), viria a reforçar essa confiança. Outro sucesso de previsão na astronomia foi a descoberta do planeta Netuno, previsto matematicamente por Urbain-Jean-Joseph Le Verrier (1811-1877) e posteriormente observado por Johan Gottfried Galle (1812-1910) e John Couch Adams (1819-1892). Um exemplo clássico de confiança no determinismo é a afirmação do matemático, astrônomo e físico francês Pierre Simon Laplace (1749-1827) em *Essai Philosophique sur les Probabilités*, de 1814:

Uma inteligência que, para um instante dado, conhecesse todas as forças de que está animada a natureza, e a situação respectiva dos seres que a compõem, e se, além disso, essa inteligência fosse ampla o suficiente para submeter esses dados à análise, ela abarcaria na mesma fórmula os movimentos dos maiores corpos do Universo e os do mais leve átomo: nada seria incerto para ela, e tanto o futuro como o passado estariam presentes aos seus olhos. O espírito humano oferece, na perfeição que foi capaz de dar à astronomia, um pequeno esboço dessa inteligência.”

Essa inteligência “ampla o suficiente” é conhecida como “o demônio de Laplace”. Um século depois, a confiança na capacidade de previsão da ciência começava a ser abalada. Na Mecânica Quântica a descrição de fenômenos microscópicos passava a ter uma descrição de caráter essencialmente probabilístico. Mas as limitações do determinismo atingiram também os fenômenos macroscópicos (SILVEIRA, 1993). Alguns cientistas, principalmente o matemático, físico e filósofo francês Jules Henri Poincaré (1854-1912), começaram a perceber que a dificuldade de resolução apresentada por certos sistemas dinâmicos não estava limitada à quantidade de técnicas até então existentes, mas havia limitações intrínsecas, diante das quais se podia demonstrar, por exemplo, que certos sistemas sequer admitem

solução analítica, não são “integráveis”. O estudo desses sistemas só pode ser realizado impondo-se condições particulares ou por soluções numéricas, na época, ainda sem a ajuda dos computadores, muito trabalhosas.

É o caso do sistema envolvendo três corpos que se atraem através da força gravitacional – um problema de mecânica celeste que, no caso de dois corpos, foi tão bem resolvido por Newton. Poincaré enfocou esse problema no seu famoso ensaio de 1890 *Sur le Problème des Trois Corps et les Équations de la Dynamique* e na sua coleção de três volumes *Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste*, produzida entre os anos de 1892 e 1899. Ele provou que o problema de três corpos de forma geral não é integrável, pois não existem “integrals adicionais” para resolver o sistema (DRESDEN, 1992b). Somente alguns casos particulares são integráveis. Poincaré, então, desenvolveu novos métodos qualitativos de análise matemática que deram origem à “topologia”.

Uma outra característica presente no problema de três corpos, para certos parâmetros, viria a perturbar definitivamente a confiança na predição: a sensibilidade apresentada em relação às condições iniciais. Essa sensibilidade levou Poincaré a refletir sobre a possibilidade do conhecimento exato da situação inicial e as conseqüências sobre o comportamento final. Ele observou em *Science et Méthode*, de 1908:

Uma causa muito pequena, que nos passa despercebida, determina um efeito considerável que não podemos deixar de ver, e então dizemos que o efeito é devido ao acaso. Se conhecêssemos exatamente as leis da natureza e a situação do universo no momento inicial, poderíamos prever exatamente a situação desse mesmo universo no momento seguinte. Contudo, mesmo que as leis naturais já não tivessem segredos para nós, ainda assim poderíamos conhecer a situação aproximadamente. Se isso nos permitisse prever a situação seguinte com a mesma aproximação, seria tudo o que precisaríamos, e diríamos que o fenômeno tinha sido previsto, que é governado por leis. Mas nem sempre é assim; pode acontecer que pequenas diferenças nas condições iniciais produzam diferenças muito grandes nos fenômenos finais. Um pequeno erro nas primeiras produzirá um erro enorme nas últimas. A previsão torna-se impossível.

Suas observações estavam bem próximas da caracterização do comportamento caótico. Algumas ferramentas hoje utilizadas no estudo dos sistemas dinâmicos, em particular no comportamento caótico, foram criadas ou tiveram seu embrião nos trabalhos de Poincaré. Uma dessas ferramentas, que permite analisar sistemas dinâmicos tridimensionais com métodos análogos aos utilizados num plano, observando o comportamento de uma trajetória em sua vizinhança, é o “mapa de Poincaré”. Outra ferramenta, desenvolvida mais profundamente pelo físico e matemático russo Aleksandr Mikhailovich Lyapunov (1857-1918) e a escola de Gorki (hoje Nizhny Novgorod, na Rússia), surgiu de uma nova conceituação de estabilidade: soluções estáveis eram distinguidas de soluções instáveis por um “coeficiente característico”, hoje conhecido como “expoente de Lyapunov”. O expoente de Lyapunov mede a velocidade de divergência – ou de convergência – de duas trajetórias vizinhas no espaço de fase.

Ildeu de Castro Moreira (1992 e 1993) acrescenta que James Clerk Maxwell (1831-1879), vinte anos antes de Poincaré, já havia advertido à comunidade científica da época sobre a impossibilidade de previsões precisas mesmo em sistemas de poucas partículas. Maxwell não só percebeu esta característica nos sistemas físicos como arriscou-se a tecer considerações filosóficas sobre o livre-arbítrio e as limitações do determinismo.

David Ruelle alinha ao trabalho de Poincaré outros dois cientistas franceses que contribuíram na percepção da sensibilidade às condições iniciais: Jacques Hadamard (1865-1963) e Pierre Duhem (1861-1916).

Num livro para o grande público editado em 1906, Duhem intitulou um parágrafo: Exemplo de dedução matemática para sempre inutilizável. Como ele explica, essa dedução matemática é o cálculo de uma trajetória sobre o bilhar de Hadamard. Ela é "para sempre inutilizável" porque uma pequena incerteza, necessariamente presente na condição inicial, dá lugar a uma grande incerteza sobre a trajetória calculada se esperarmos por um tempo suficientemente longo, e isso torna sem valor a predição. (RUELLE, 1991:66)

Hadamard, Duhem e Poincaré perceberam a existência desses sistemas dinâmicos não-lineares com sensibilidade às condições iniciais, porém essa descoberta não repercutiu imediatamente sobre a comunidade científica. Ruelle discute duas razões que considera terem sido responsáveis pelo enorme atraso na repercussão das idéias de Poincaré e subentende uma terceira razão: a inexistência dos computadores.

Para o intervalo surpreendente que separa Poincaré e os estudos modernos do caos, vejo duas razões. A primeira é a descoberta da mecânica quântica, que revolucionou o mundo da física e ocupou todas as energias de várias gerações de físicos. ...

Vejo uma outra razão para o esquecimento em que caíram as idéias de Hadamard, Duhem e Poincaré: elas vieram muito cedo, não existiam ainda os meios de explorá-las... É preciso notar também que, quando não conseguimos tratar matematicamente um problema, sempre podemos estudá-lo numericamente pelo computador. Mas este método, que desempenhou um papel essencial no estudo do caos, evidentemente não existia no início do século XX. (RUELLE, 1991:68)

Na realidade, apesar de freqüentemente revisitados, até recentemente os trabalhos de Poincaré não foram mobilizados de maneira integrada. O sucesso dos sistemas dinâmicos lineares, com solução analítica, concentrou a atenção de várias gerações de cientistas. Stewart comenta, com certa dose de ironia, como vinham sendo tratados alguns problemas envolvendo equações não-lineares.

Na época clássica, à falta de técnicas para fazer face a não-linearidades, o processo de linearização foi levado a tais extremos que muitas vezes tinha lugar enquanto as equações estavam sendo formuladas: a equação clássica do calor é linear, antes mesmo que se tente resolvê-la. Acontece que o fluxo de calor real não o é, e, segundo pelo menos um especialista, Clifford Truesdell, por maior que tenha sido o bem que fez para a matemática, a equação clássica do calor só causou prejuízo à física do calor. (STEWART, 1989:92)

Embora tenha sido percebido desde a época de Poincaré, o comportamento caótico em sistemas não-lineares só foi reconhecido, enquanto tal, no início dos anos de 1960.

3.2.2- A não-linearidade no estudo de populações - o mapa logístico

Em meados do século XIX o matemático belga Pierre Francois Verhulst (1804-1849) acrescentou um termo não-linear à equação de evolução de populações sugerida por Thomas Robert Malthus (1766-1834), considerando um fator de mortalidade proporcional ao quadrado da população num determinado instante. Entre os anos de 1970 e 1980 o físico australiano Robert May retomou o trabalho de Verhulst e explorou a equação logística em sua forma discreta, o “mapa

logístico”. Esse mapa, representado por uma equação simples com um comportamento complexo, apresenta as principais características do Caos.

Num capítulo onde avalia as aplicações do Caos em Biologia, particularmente o mapa logístico, Ian Stewart reflete sobre a demora da percepção das propriedades do Caos.

Penso que a resposta é, em parte, que uma visão generalizada da significação do caos teve que esperar até ser descoberta por pessoas que lidavam com sistemas simples o suficiente para permitir a percepção de generalidades, em contextos ligados a aplicações práticas, e num momento em que os computadores tornavam fáceis os estudos numéricos. (STEWART, 1989:288)

Entre 1973 e 1977 foram realizadas várias conferências investigando o comportamento complicado de mapas iterativos, mas pode-se considerar de especial importância a conferência realizada pela Academia de Ciências de New York, entre 31 de outubro e 4 de novembro de 1977, intitulada *Bifurcation Theory and Applications in Scientific Disciplines*, organizada por Okan Gurel. Essa conferência foi dedicada a Eberhard Hopf pelo seu 75º aniversário e consagrou Edward Lorenz pelo seu artigo de 1963, finalmente retomado. Reuniu 74 autores, entre eles vários estudantes de David Ruelle, de Steve Smale, pesquisadores experimentais e teóricos da estabilidade hidrodinâmica, Benoit B. Mandelbrot, Robert May, James A. Yorke, físicos da teoria sinérgica de Herman Haken, em Stutgart, químicos da escola das “estruturas dissipativas” de Ilya Prigogine, economistas, biólogos e vários outros (AUBIN e DALMENICO, 2002).

3.2.3- Edward Lorenz e o Efeito Borboleta

A revelação mais convincente do comportamento caótico aplicado a um problema prático veio através de uma simulação em computador realizada por Edward Norton Lorenz, cujos resultados foram publicados num artigo de 1963 intitulado *Deterministic Nonperiodic Flow*. Lorenz simulou o resultado obtido por Barry Saltzman, que simplificou extremamente o problema da convecção atmosférica até chegar a um sistema com apenas três variáveis dinâmicas, passível de solução numérica confiável e rápida para os computadores da época. Em suma, ele escreveu as equações simplificadas da convecção térmica que já encontramos com o nome de Rayleigh-Bénard: o ar aquecido pelo Sol sobe e se resfria na alta atmosfera, torna a descer, e o ciclo se repete ao infinito. O modelo simplificado que

dele propõe Lorenz faz intervirem apenas três variáveis. Simplificado a esse ponto, podemos adivinhar que ele não será muito útil para previsões atmosféricas reais. No entanto, ele possui os ingredientes necessários para ser representativo de movimentos atmosféricos (é bem verdade que num caso extremamente particular!); por outro lado, ele constitui o modelo teórico de caos determinista mais célebre e mais estudado. As três variáveis do modelo de Lorenz são a temperatura (do ar), a velocidade (do vento) e uma terceira característica da dinâmica, ligada à maneira como a temperatura varia com a altitude (BERGÉ, 1994).

Tendo que recomeçar seus cálculos no disputado computador Royal McBee LPG-300 de que dispunha, decidiu introduzir um valor impresso já obtido anteriormente e continuar o processamento computacional a partir daquele ponto. Os valores introduzidos, no entanto, tinham um número de dígitos menor que o padrão da máquina. Depois de poucas iterações, a seqüência que obteve não coincidia com a anterior. Ao descartar a possibilidade de haver um defeito na máquina ou algum erro de digitação dos dados de entrada, concluiu que se tratava de uma propriedade daquele sistema de equações. A simples supressão de alguns dígitos nos dados iniciais provocara um grande desvio nos resultados. AUBIN e DALMENICO (2002) observam que Lorenz já esperava esse comportamento, ao contrário do que muitos historiadores divulgam, que ele teria se surpreendido após ir tomar um café, ou que teria introduzido no computador os números impressos casualmente faltando algarismos.

A importância de Lorenz está em utilizar o computador como uma forma de modelagem científica, deixando de ser apenas uma calculadora gigante e passando a ser um método experimental, heurístico. Lorenz usa o computador para introduzir duas inovações: provar a propriedade da sensibilidade às condições iniciais (depois chamado de efeito borboleta) e exibir a surpreendente imagem do “atrator”, sugerida por uma descrição verbal, mas um tanto confusa, por Poincaré. As conclusões apresentadas em seu trabalho de 1963 podem ser resumidas em duas fundamentais: 1) a sensibilidade às condições iniciais é uma característica intrínseca de certos sistemas dinâmicos não-lineares e 2) equações simples podem gerar comportamentos complexos (AUBIN e DALMENICO, 2002). Essa revelação passou despercebida por quase dez anos por ter sido publicada no *Journal of The Atmospheric Sciences*, uma revista de Meteorologia pouco consultada pelos físicos e matemáticos.

A metáfora da borboleta que provoca um tornado nasceu em uma palestra apresentada por Lorenz no 139º Encontro da Associação Americana para o Avanço da Ciência, em Washington, D.C, em 29 de dezembro de 1972, intitulada *Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil set off a Tornado in Texas?* (Previsibilidade: A Batida das Asas de uma Borboleta no Brasil provoca um Tornado no Texas?), publicada pelo autor em seu livro *The Essence of Chaos*. A escolha do Brasil e do Texas se deve ao efeito sonoro das combinações de palavras (*butterfly-Brazil*, *tornado-Texas*) e ao fato de estarem localizados em hemisférios diferentes, o que dificulta a análise do efeito do bater das asas (LORENZ, 1995). O autor não responde à questão que levanta, mas a borboleta viria a se transformar num símbolo de sensibilidade às condições iniciais. O sucesso dessa metáfora se deve também à aparência de borboleta na representação do atrator de Lorenz no plano XZ (Figura 1) e à grande repercussão do livro de James Gleick, onde o “Efeito Borboleta” aparece como título do primeiro capítulo (HILBORN, 2004).

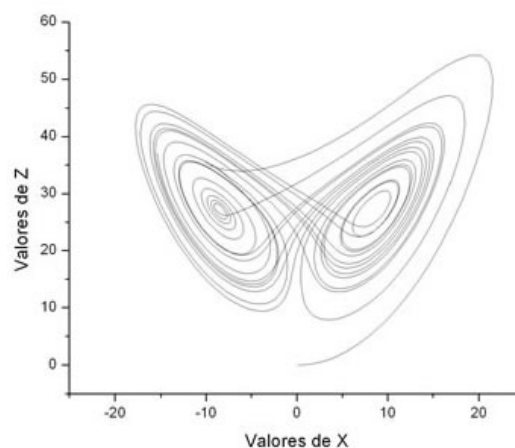


Figura 1 – O atrator de Lorenz no plano XZ.

Em setembro de 1973, em Toulouse, organizado por Cristian Mira, uma conferência internacional intitulada *Transformations Ponctuelles et Applications* reuniu os pioneiros da Ciência não-linear como M. Hénon, J. H. Bartlet, C. Froeschle e também alguns cientistas soviéticos, incluindo B. V. Chirikov. A característica principal dos trabalhos dessa conferência foi o uso proeminente do computador em problemas de Mecânica Celeste e projetos de Aceleradores de Partículas. Entre 1964 e 1974 essa linha de pesquisa estava relacionada a problemas práticos, postulados por diversas áreas de engenharia que chegaram a desenvolver métodos matemáticos próprios para computação (AUBIN e DALMENICO, 2002).

3.2.4- A ferradura de Steve Smale e o atrator estranho

Além do trabalho de Lorenz, Bergé enumera três trabalhos importantes, entre o fim dos anos 1960 e o começo dos anos 1970, que marcam o nascimento da Teoria do Caos: 1) o artigo do matemático norte-americano Steve Smale de 1967: *Differentiable Dynamical Systems*; 2) o artigo do matemático e astrônomo francês Michel Hénon com seu colaborador Carl Heiles, de 1969: *Numerical Exploration of the Restricted Problem*; 3) o artigo de David Ruelle e Floris Takens, de 1971: *On the Nature of Turbulence*.

1) Trabalhando com sistemas dinâmicos discretos, em 1967, Smale percebe o mecanismo topológico responsável pelo comportamento errático de sistemas aparentemente bem comportados. Esse mecanismo veio a ser conhecido pela sucessão de duas transformações geométricas do “espaço de fase”, estique e dobre, responsáveis pelo mapeamento que ficou famoso por gerar uma figura parecida com uma ferradura. Ruelle cita esse artigo como sendo a influência mais decisiva na descoberta dos “atratores estranhos” e reconhece a influência de Smale sobre toda uma geração de pesquisadores, da qual fez parte. O próprio Smale identifica, em um artigo de 1998, intitulado *Chaos: find a Horseshoe in the Beaches of Rio*, a confluência de três “tradições” de pesquisa em seu trabalho: (a) a primeira diz respeito ao estudo realizado pelos matemáticos ingleses Mary Cartwright (1900-1998) e John Littlewood (1885-1977), que investigavam a equação desenvolvida por Balthasar van der Pol; (b) a segunda vem de George David Birkhoff (1884-1944), um dos raros matemáticos norte-americanos que estudava os trabalhos de Poincaré e professor do jovem Edward Lorenz, no *Massachusetts Institute of Technology*, por um breve período; (c) a terceira, o trabalho de matemáticos soviéticos da Escola de Gorki aos quais Smale teve uma primeira introdução em Princeton, logo após a segunda guerra mundial, através de um grupo liderado por Solomon Lefschetz. Essa escola tem início nos anos 1930 com Alexander Andronov (1901-1952) e Lev Pontryagin (1908-1988).

(a) SMALE (1999) conta que estava no Rio de Janeiro quando leu uma carta de Norman Levinson sobre os resultados que Cartwright e Littlewood tinham obtido, contrariando conclusões suas publicadas recentemente. A equação de van der Pol,..., é um oscilador não-linear. Cartwright e Littlewood demonstraram que, sob condições adequadas, um oscilador forçado de van der Pol exhibe um complicado

movimento aperiódico. Hoje podemos ver que essa foi uma das primeiras descobertas do caos. Seu trabalho foi parte do esforço de guerra. Eletrônica significava radar, e não foi por coincidência que a equação de van der Pol surgiu no campo da eletrônica (STEWART, 1989:161). O contato com esses resultados o levaram a descobrir o mecanismo da ferradura.

(b) A influência de Birkhoff se fez por meio da leitura da coletânea de obras da biblioteca do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). Birkhoff havia se aprofundado na “conjectura de Poincaré”, sobre a existência de “pontos homoclínicos”, levando Smale a concluir que os “pontos homoclínicos” também continham uma ferradura.

A história dos sistemas dinâmicos, nesse período, também contou com a colaboração de um brasileiro, Maurício Peixoto (GARCIA, 2003), ainda hoje pesquisador do IMPA. Peixoto trabalhava com Lefschetz, em Princeton. Utilizando um tratamento topológico, em 1959, provou que a maioria dos sistemas bidimensionais são “estruturalmente estáveis”. Naquele mesmo ano, apresentado por Elon Chaves, recebeu no Rio de Janeiro o matemático Steve Smale. Seus resultados impressionaram Smale.

(c) Foi através de Peixoto que Smale entrou em contato com a Escola de Gorki e o conceito de “estabilidade estrutural”. Essa aproximação não só o levou à solução da conjectura de Poincaré em dimensões maiores que quatro, mas permitiu também obter outros resultados em “topologia” (SMALE, 1999).

Além de Lyapunov, Andronov e Pontryagin, outro importante matemático soviético foi Andrei Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987).

Na área que nos diz respeito, ele é conhecido por ter previsto com sucesso a repartição espectral das flutuações de um fluido muito turbulento, uma contribuição fundamental que explica como a energia das flutuações turbulentas se reparte em função de sua escala espacial. Igualmente célebre é o teorema KAM (dos nomes de Kolmogorov, Arnold e Moser), que trata da estabilidade dos regimes quase-periódicos nos sistemas conservativos, como o problema dos três corpos (1954). ... Duas outras contribuições importantes de Kolmogorov relacionam-se com a área do caos, o conceito de entropia de Kolmogorov e o de complexidade algorítmica (1958) (BERGÉ, 1994:265)

Smale inaugurou uma linguagem própria (com termos como difeomorfismo, homeomorfismo, etc.) tornando-se quase incompreensível para praticantes de outras disciplinas. Somente quando começou a trabalhar com René Thom (criador da

Teoria da Catástrofe), a partir de 1970, passou a ser entendido e aplicado em Economia, Mecânica Celeste, Circuitos Eletrônicos, Biologia, entre outros campos de pesquisa.

2) O artigo do astrônomo do observatório de Nice, Michel Hénon, com seu jovem colaborador Carl Heiles, deu uma solução elegante ao problema dos três corpos de Poincaré. Ficou demonstrado definitivamente que um sistema conservativo de três corpos pode manifestar comportamento caótico. Hénon interessou-se também pelo problema da turbulência em fluidos, para o qual contribuiu com um modelo exemplar.

Alguns anos depois (1976), o mesmo M. Hénon e um de nós (Y. P.) propúnhamos uma iteração simples de duas dimensões que permitia obter o famoso "atrator de Hénon", que se tornou um modelo muito clássico no estudo do caos dissipativo. (BERGÉ, 1994:268)

3) No artigo de 1971, estudando um modelo para a turbulência em fluidos, Ruelle e Takens identificaram um novo tipo de atrator e o chamaram de "atrator estranho". Esse trabalho teve um impacto considerável na comunidade científica, propiciando o aparecimento de diversos grupos de pesquisa em mecânica dos fluidos. A referência principal dos autores era justamente Steve Smale.

É curioso saber que, como até confessou um desses autores, eles não conheciam nem o artigo de Lorenz nem certas idéias de Poincaré acerca da instabilidade das trajetórias. (BERGÉ, 1994:266)

Foi no contexto da pesquisa em modelos matemáticos para a turbulência que o comportamento caótico começou a sair do imaginário matemático e passou a representar modelos para fenômenos reais.

3.2.5- Turbulência, duplicação de período e a universalidade de Feigenbaum

Os pesquisadores em Mecânica dos Fluidos vinham há muito tempo tentando um modelo para o fenômeno da turbulência. O artigo de Ruelle e Takens começava a indicar uma nova direção, identificando inconsistência matemática em modelos até

então muito bem estruturados, como o modelo dos “modos”. A dupla de cientistas não se limitou ao trabalho teórico e logo fez contato com uma equipe de cientistas experimentais, trabalhando especificamente na questão da rota para a turbulência. O modelo matemático de Ruelle e Takens levava a crer que as sucessivas etapas entre a passagem do regime estacionário para o turbulento eram marcadas por descontinuidades muito mais bruscas que as previstas pelo modelo anterior. Mas até então não passavam de resultados meramente matemáticos.

Poincaré já havia advertido sobre sistemas que se comportam de maneira regular para alguns parâmetros e passam a ter comportamento errático quando esses parâmetros são modificados, mas foi no estudo da transição do regime de escoamento laminar para o turbulento que se desenvolveram grandes controvérsias a respeito dessa propriedade. Vários modos de transição foram identificados, entre eles o modo “duplicação de período”.

O modo de transição por duplicação de período, proposto por Mitchell Feigenbaum quando estudava certas características do mapa logístico, surgiu em plena efervescência do nascimento do Caos e causou um grande impacto na comunidade científica. Feigenbaum percebeu a existência de relações matemáticas “universais” entre as sucessivas bifurcações presentes nesse modo de transição. Foi tão grande a repercussão dessa descoberta que pode-se incluí-la entre um dos acontecimentos científicos que se tornaram um verdadeiro fenômeno publicitário. Um fato curioso é que o trabalho de Feigenbaum sequer tinha o rigor exigido pelos matemáticos, mas a beleza dos resultados e o aval de um resultado experimental executado com grande rigor tecnológico por Albert Libchaber, o consagraram definitivamente. Libchaber estudou a transição para a turbulência utilizando o hélio líquido num compartimento muito pequeno, o que eliminava grande parte do “ruído” dos sistemas fluidos, e obteve resultados experimentais muito favoráveis à intuição de Feigenbaum (AUBIN e DALMENICO, 2002).

3.2.6- Caos e Fractais

A pesquisa experimental forneceu uma base ainda mais sólida ao estudo do Caos nos anos 1980, quando surgiram novos métodos matemáticos de análise de dados. Métodos que possibilitaram reconstruir um atrator num espaço de fases n -dimensional a partir de uma única “série temporal” (o mais utilizado é o método das “coordenadas retardadas”) e outros que permitiram medir a “dimensão” do atrator,

cruciais para o estudo do comportamento de um sistema dinâmico experimental. A partir desses métodos tornou-se possível a identificação de comportamentos caóticos em experimentos reais.

... Em 1983, alguns físicos teóricos – por um lado, P. Grassberger e I. Procaccia, por outro lado a equipe americana de J. D. Farmer, E. Ott e J. A. Yorke – propuseram, praticamente ao mesmo tempo, meios para calcular a dimensão topológica dos atratores reconstruídos com base em sinais experimentais. (BERGÉ, 1994:272)

Os atratores estranhos geram figuras com “dimensão fracionária”, conhecidas como Fractais. Através do cálculo dessa dimensão pode-se inferir algumas características do comportamento caótico. Para se ter uma idéia de dimensão fracionária imagina-se uma linha de comprimento infinito, composta de pequenos segmentos com orientações diferentes, que pode ser vista como uma linha muito rugosa. Esta linha rugosa teria uma dimensão entre um e dois. Uma propriedade típica dos Fractais é a auto-similaridade, ou invariância na mudança de escala: durante a evolução do fractal formam-se figuras similares em diferentes dimensões. A relação entre o comportamento caótico e a dimensão fracionária do atrator estranho contribuiu para se estabelecer uma estreita, porém equivocada, ligação entre o Caos e os Fractais: embora também tenha extensões na teoria dos sistemas dinâmicos não-lineares (diversas figuras fractais são geradas por sistemas de equações não-lineares), a história dos Fractais e suas aplicações se desenvolveu de forma totalmente independente da história do Caos. A grande maioria dos fractais não tem ligação com o comportamento caótico.

Os anos de 1980 vieram consagrar um enorme desenvolvimento da Teoria do Caos. James Gleick descreve os desdobramentos do sucesso da teoria nos meios acadêmicos no período de maior efervescência do estudo do Caos em um capítulo intitulado Revolução.

Os caoticistas ou caologistas (esses neologismos eram ouvidos) começaram a surgir com desproporcional freqüência nas listas anuais de bolsas e prêmios importantes. Em meados da década de 80 um processo de difusão acadêmica tinha levado os especialistas em caos a posições de influência nas burocracias universitárias.(GLEICK, 1987:34)

Mas, essa efervescência teve seu período áureo, conforme comenta RUELLE (1991). Os resultados mais atuais na Física não têm provocado a mesma euforia de décadas anteriores.

Esse sucesso foi benéfico para as matemáticas, nas quais a teoria dos sistemas dinâmicos diferenciáveis ganhou com as idéias novas sem degradar a atmosfera de pesquisa (a dificuldade técnica das matemáticas torna difícil a enganação). Na física do caos, infelizmente, o sucesso foi acompanhado de um declínio da produção de resultados interessantes, e isso apesar dos anúncios triunfalistas de resultados retumbantes. Quando as coisas se tiverem assentado e apreciarmos sobriamente a dificuldade dos problemas que se colocam, talvez vejamos surgir uma nova onda de resultados de alta qualidade. (RUELLE, 1991:98)

Mesmo passado o seu apogeu nos meios acadêmicos, a Teoria do Caos continua sendo utilizada por grupos de pesquisadores das mais variadas áreas do conhecimento. A seguir discutiremos os principais conceitos que constituem uma espécie de “núcleo duro” da pesquisa na área.

3.3- O Caos Determinístico em Sistemas Dinâmicos

A partir de discussões com especialistas e do levantamento das concepções de estudantes de Licenciatura da Universidade Federal de Santa Catarina, no ano de 2005, foram selecionados alguns conceitos básicos, considerados fundamentais para a compreensão do comportamento caótico e adequados para facilitar a mudança conceitual dos estudantes, para comporem um mini-curso destinado a professores e futuros professores de Física. O mini-curso foi estruturado segundo a metodologia dos três momentos pedagógicos, discutida no Capítulo 1. Aqui reproduziremos os conteúdos do mini-curso a título de apresentar uma introdução ao Caos em sistemas dinâmicos aos futuros leitores desta tese. O processo que nos conduziu à elaboração deste mini-curso será discutido no Capítulo 4.

Os conteúdos disponibilizados em nove páginas no *site* do Instituto de Física da UFG < <http://www.if.ufg.br> >, no link para Cursos de Extensão, foram utilizados como suporte para o mini-curso desenvolvido no ambiente virtual Moodle do Instituto de Física < <http://docentes.if.ufg.br/moodle/> >, com o objetivo de evitar sobrecarregar

o ambiente e facilitar o acesso aos conteúdos. Os mesmos conteúdos foram disponibilizados para *download* em arquivos de texto. As primeiras duas páginas, intituladas Apresentação e Abertura, tiveram a função de preparar o início do curso. Na página de Apresentação descrevemos a estrutura do curso, esclarecemos a metodologia adotada, tecemos algumas considerações sobre a linguagem FORTRAN e disponibilizamos o questionário inicial, o mesmo utilizado na primeira versão do mini-curso (Anexo 1). Na página de Abertura esclarecemos algumas denominações, disponibilizamos um texto destacando os principais acontecimentos históricos que deram origem à Teoria do Caos, com o mesmo conteúdo do item 3.2 deste Capítulo, tutoriais para a utilização dos programas a serem utilizados nas simulações em computador, *links* para *download* dos respectivos programas, bem como o texto “Previsibilidade: A Batida das Asas de uma Borboleta no Brasil Provoca um Tornado no Texas?” de Edward Norton Lorenz, tema da problematização inicial. Para a última página, de Encerramento, estavam previstos os agradecimentos e orientações para o aprofundamento sobre o tema, porém, essas tarefas foram realizadas diretamente no Moodle.

Os tópicos abordados foram organizados em seis aulas, de modo a introduzir os conceitos básicos do caos determinístico a partir do estudo de três sistemas dinâmicos: o **mapa logístico**, o **pêndulo** e o sistema de **equações de Lorenz**. O mapa logístico, além de ser um sistema historicamente importante, foi escolhido para caracterizar os diferentes tipos de **atratores**. Por ser um sistema que apresenta uma **rota** para o Caos conhecida como **duplicação de período**, torna-se um bom modelo para a introdução do conceito de atrator. Este sistema foi utilizado também como exemplo para o cálculo da **dimensão fractal** e do **expoente de Lyapunov**. O pêndulo mecânico (simples, amortecido, e amortecido forçado) é um sistema dinâmico tridimensional com grande potencial didático. Com ele torna-se possível discutir diversas características do **espaço de fase**, bem como observar três tipos de atratores (de ponto fixo, ciclo-limite e estranho) e, principalmente, a **sensibilidade às condições iniciais**. A divisão das aulas e o tratamento destinado a cada aula foram orientados de modo a colocar em evidência o sistema de equações de Lorenz, pois, carrega um forte potencial didático por ser o sistema dinâmico mais simples que possibilitou a Edward Norton Lorenz identificar a sensibilidade da previsão atmosférica como uma característica intrínseca ao sistema, constatação que foi popularizada com a metáfora do “efeito borboleta”.

Conforme discutiremos no Capítulo 4, para aplicar a metodologia dos três momentos pedagógicos as aulas foram subdivididas em sete seções: Para refletir, Teoria, Dedução Matemática, Prática, Conclusão, Avaliação e Internet. A seção Internet não aparece em todas as aulas em função dos conteúdos serem muito específicos. A seguir apresentamos as seis aulas.

3.3.1 - Aula 1 - Mapa Logístico

Para refletir:

Seria possível prever a evolução da população de uma espécie animal? Daria para prever sua extinção ou a estagnação em um determinado número de indivíduos? Estas questões preocupam tanto biólogos quanto economistas há vários séculos e desde então muitos modelos matemáticos foram criados para tentar respondê-las. O modelo criado por Robert May, o Mapa Logístico, apresenta comportamento periódico para determinados parâmetros e caótico para outros. Vamos ver como isso é possível?

Teoria:

Uma das primeiras tentativas de prever o futuro de uma população animal a causar grandes polêmicas foi o modelo Malthusiano, de 1798. Thomas Robert Malthus (1766-1834), economista e demógrafo britânico elaborou um modelo linear onde o total da população dependia exclusivamente das taxas de natalidade (A), de mortalidade (B) e do número de indivíduos (N). A expressão matemática para este modelo é:

$$\frac{dN}{dt} = (A - B)N$$

que é uma progressão geométrica.

Em 1845 Pierre François Verhulst (1804-1849), matemático belga, propôs um modelo não-linear onde a mortalidade seria proporcional ao quadrado do número de indivíduos. Este modelo pode ser expresso pela equação diferencial:

$$\frac{dN}{dt} = AN - BN^2$$

onde N é o número de indivíduos, A é a taxa de nascimentos e B a taxa de mortalidade.

Dedução matemática:

O modelo de Verhulst foi retomado em 1976 por Robert May, porém, não em sua forma diferencial, mas em forma de mapa, onde cada valor é obtido a partir do valor anterior:

$$\begin{aligned} N_1 &= AN_0 - B N_0^2 \\ N_2 &= AN_1 - B N_1^2 \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ N_{n+1} &= AN_n - B N_n^2 \end{aligned} \quad (1)$$

O maior valor positivo de N será no limite onde a população será extinta.

$$\begin{aligned} AN_{máx} - B N_{máx}^2 &= 0 \\ \Rightarrow N_{máx} = 0 \quad \text{ou} \quad N_{máx} &= A/B \end{aligned}$$

Dividindo (1) por esse valor:

$$\begin{aligned} \frac{N_{n+1}}{N_{máx}} &= A \frac{N_n}{N_{máx}} - B \frac{N_n^2}{N_{máx}} \frac{N_{máx}}{N_{máx}} \\ x_n &= \frac{N_n}{N_{máx}} \\ x_{n+1} &= Ax_n - Bx_n^2 \cdot A/B \\ A &= \mu \\ x_{n+1} &= \mu x_n (1 - x_n) \end{aligned} \quad (2)$$

A equação (2), conhecida como **mapa logístico**, onde os valores de x representam porcentagens da população ao longo do tempo, é uma equação **determinística**: sua situação futura será determinada pelas condições presentes. O que chamou a atenção de May foi que o comportamento deste mapa varia radicalmente para diferentes valores de μ . O **comportamento** desse sistema passa de **periódico** a **caótico** devido a pequenas variações de μ .

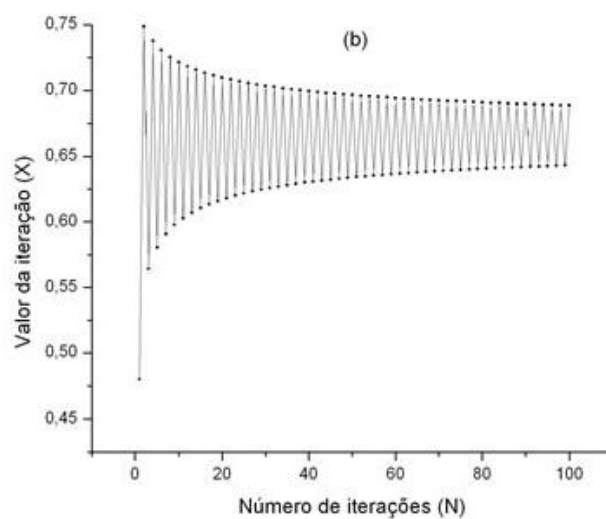
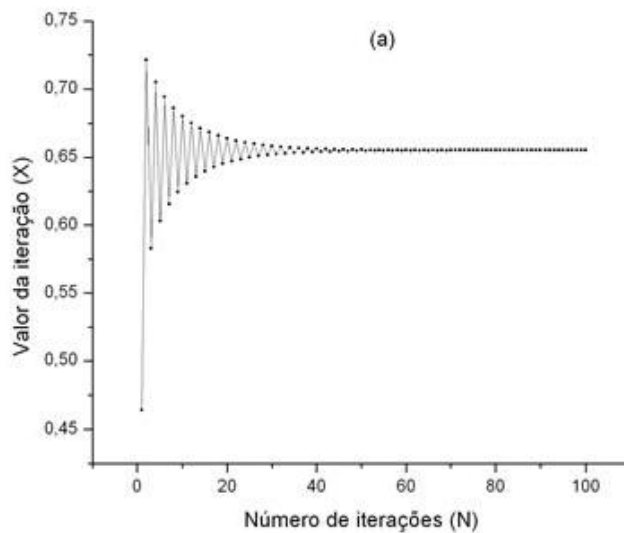
Enquanto o comportamento do mapa logístico é periódico, é fácil **prever** as condições futuras, pois obedecem a uma certa regularidade que, a longo prazo, se estabiliza e define um **atrator**. Mas, quando acontece o regime caótico, qualquer variação nas condições presentes (condições iniciais) provoca grandes variações nas condições futuras. Como na prática é muito difícil definir com exatidão as condições iniciais, esse comportamento acaba comprometendo a **previsibilidade** do sistema: apesar de determinístico, torna-se imprevisível. O atrator perde qualquer

regularidade, por isso é denominado **atrator estranho**. Veja um exemplo na seção **Prática A**.

A melhor maneira de observar a transição para o comportamento caótico é traçando o conjunto de atratores do mapa logístico para diferentes valores de μ . Esta transição para o caos é conhecida como **rota de duplicação de período**. As duplicações ocorrem nos pontos de **bifurcação**. Bifurcação é um ponto onde há perda de estabilidade do atrator. Veja um exemplo na seção **Prática B**.

Prática A:

Iteração do mapa logístico com o programa mapalog1.f no intuito de observar alguns atratores possíveis para determinados valores de μ .



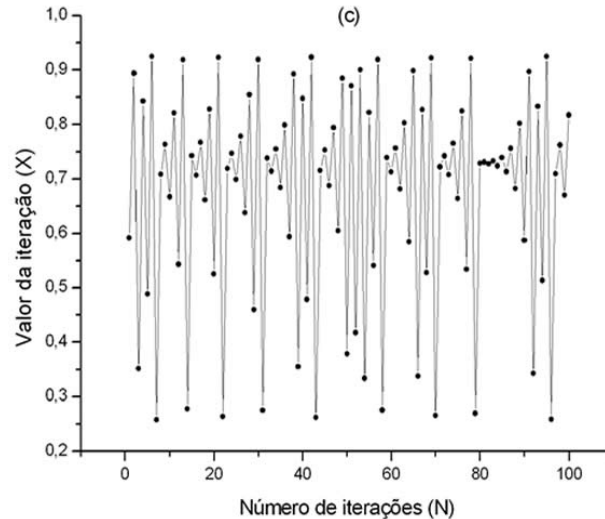


Figura 1 – Comportamento do atrator do mapa logístico para coeficientes diferentes. Em (a) $\mu = 2,9$; em (b) $\mu = 3,0$ e em (c) $\mu = 3,7$.

Conclusão A:

Atrator é o ponto ou região para onde evolui o sistema quando o número de iterações tende a infinito. A fase que antecede o aparecimento do atrator é chamada de transiente (aproximadamente até as primeiras 50 iterações do gráfico da Figura 1a e as primeiras 90 iterações do gráfico da Figura 1b). Na Figura 1 observamos três tipos diferentes de atratores para o mapa logístico: (a) atrator tipo **ponto fixo**, quando o sistema evolui para um único ponto; (b) atrator tipo **duplo ciclo**, quando se estabiliza numa repetição de dois pontos e (c) **atrator estranho**, quando não há um padrão de repetição. O mapa logístico apresenta ainda vários outros tipos de atrator, entre o ponto fixo e o estranho. Basta observar as bifurcações no exemplo da Prática B para se ter uma idéia.

Prática B:

Construção do diagrama do mapa logístico a partir do programa mapalog2.f para observar a duplicação de período.

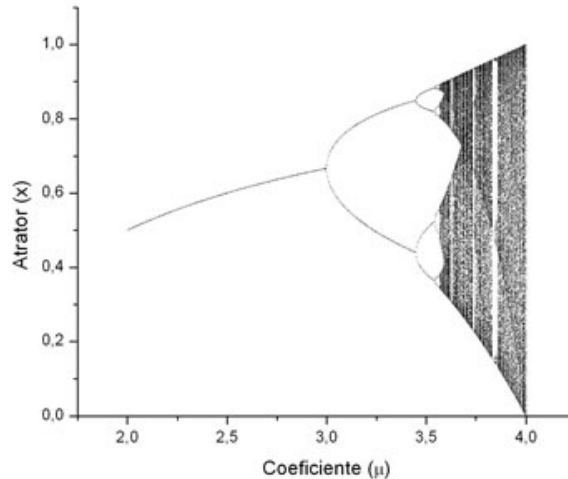


Figura 2 – Diagrama do mapa logístico

Conclusão B:

Alterar os parâmetros de um sistema dinâmico (no caso, o parâmetro μ), equivale, na prática, a construir vários sistemas dinâmicos diferentes, que obedecem a uma mesma relação matemática entre suas variáveis.

Neste diagrama estão representados apenas os pontos referentes aos atratores do mapa logístico, para diferentes valores de μ . Não estão representados os pontos do **transiente!**

Vemos que o atrator foi ficando cada vez mais complicado: para os valores de μ entre 2,0 e aproximadamente 2,9 é do tipo ponto fixo, na primeira bifurcação, acima de 3,0, é duplo ciclo até aproximadamente 3,4, onde já passam a ser 4 pontos de repetição, depois 8 e assim por diante... A cada bifurcação ocorre uma duplicação de período até o sistema entrar em regime caótico. Por isso essa rota para o Caos ficou conhecida como rota de duplicação de período.

Notamos também a existência de áreas claras na região onde estaria ocorrendo o comportamento caótico. Nessas “janelas” o mapa logístico volta a ter comportamento periódico.

Internet:

Simulam o gráfico iteração versus tempo do mapa logístico:

<http://www.geom.uiuc.edu/%7Emath5337/ds/applets/iteration/Iteration.html>

http://theory2.phys.cwru.edu/%7Epete/java_chaos/LogisticApplet.html

Simula o diagrama orbital do mapa logístico:

http://theory2.phys.cwru.edu/%7Epete/java_chaos/AttractorApplet.html

Simula o diagrama orbital e a iteração versus tempo:

http://geocities.yahoo.com.br/projeto_caos_ufg/simulacoes/caos.htm

3.3.2- Aula 2 - Espaço de Fase

Para refletir:

Para obter uma equação que possibilite descrever o comportamento futuro de um sistema dinâmico os cientistas estudam o comportamento do sistema para pequenos intervalos de tempo, constroem as **equações diferenciais**, utilizam métodos para **integrar** essas equações e chegam a uma solução, impondo as devidas **condições de contorno**. Alguns sistemas, no entanto, se comportam de maneira tal que as equações diferenciais que os representa não podem ser solucionadas algebricamente. Neste caso se inscreve a maioria dos sistemas **não-lineares**, através dos quais o Caos se manifesta. Como estudar o comportamento futuro de um sistema dinâmico quando não conseguimos solucionar algebricamente as equações diferenciais, ou seja, quando o sistema é **não-integrável**? Veremos agora que é possível **simular** o comportamento do sistema atribuindo valores numéricos aos parâmetros envolvidos e representando-os no **espaço de fase**.

Teoria:

Espaço de fase é a representação das **variáveis dinâmicas** relevantes de um sistema. Uma **trajetória** no espaço de fase representa a evolução temporal do sistema, através da evolução temporal de suas variáveis relevantes. O espaço de fase é uma ferramenta útil na compreensão do comportamento dos sistemas.

Quando o sistema é não-integrável (não admite solução algébrica) podemos simular sua evolução temporal com o auxílio do computador, realizando uma **integração numérica**, e representar essa evolução no espaço de fase.

Para exemplificar a utilização desta importante ferramenta, tomaremos dois sistemas dinâmicos de tempo contínuo elementares: o pêndulo simples e o pêndulo amortecido.

Pêndulo Simples:

Um corpo preso por um fio inextensível de massa desprezível, sob a ação da força peso e da tração no fio. As variáveis relevantes são a posição e a velocidade.

As únicas forças externas atuantes são o peso atuando sobre o corpo e a tração do fio sobre o eixo de rotação. A força de tração não realiza trabalho, por ser ortogonal à trajetória do movimento, e a força peso é conservativa, portanto, o sistema é **conservativo**.

Pêndulo Amortecido:

Além da força peso, uma força de atrito proporcional à velocidade age sobre o sistema, provocando uma dissipação de energia que a longo prazo fará cessar o movimento. Trata-se de um sistema **dissipativo**.

Dedução matemática:

Sendo θ o ângulo entre o fio e um eixo vertical, direção da força peso, a componente responsável pelo torque de restauração da posição de equilíbrio do corpo será proporcional a $\text{sen}\theta$ (componente ortogonal da força em relação ao fio). Aplicando a segunda lei de Newton para movimento angular neste caso teremos:

$$I\ddot{\alpha} = \vec{r} \times \vec{P}$$

$$ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} = -lP\text{sen}\theta$$

Fazendo a aproximação linear do termo de restauração para ângulos pequenos, a componente $\text{sen}\theta$ do peso fica aproximadamente proporcional ao próprio ângulo formado com a vertical em radianos, $\text{sen}\theta \cong \theta$, e a equação diferencial do pêndulo simples torna-se linear. Adotando-se o valor 1 para os parâmetros fixos (comprimento do fio (l) e aceleração da gravidade (g)) teremos a seguinte equação de segunda ordem:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \theta = 0 \quad \text{ou} \quad \ddot{\theta} + \theta = 0$$

é conveniente expressá-la através de um sistema de duas equações diferenciais de primeira ordem:

$$\dot{\theta} = \omega$$

$$\dot{\omega} = -\theta$$

cuja solução é

$$\theta = a_i \cos t$$

$$\omega = -a_i \sin t$$

e podemos verificar que

$$\theta^2 + \omega^2 = a^2$$

Portanto, o gráfico de $\theta \times \omega$ será um círculo de raio a .

Adicionando à equação do pêndulo simples o termo de amortecimento $1/q$, proporcional à velocidade, a equação do movimento do **pêndulo amortecido** será:

$$\ddot{\theta} + \frac{\dot{\theta}}{q} + \text{sen}\theta = 0$$

fazendo-se a aproximação linear $\text{sen}\theta \cong \theta$, podemos novamente expressar em termos de equações diferenciais de primeira ordem:

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= -\theta - \frac{\omega}{q}\end{aligned}$$

Na seção **Prática A** o pêndulo simples será utilizado como um exemplo de sistema conservativo: 100 pontos iniciais distintos em Movimento Harmônico Simples (MHS).

Para verificarmos o que acontece entre os diversos pontos iniciais no espaço de fase quando há dissipação de energia recorreremos ao pêndulo amortecido, na seção **Prática B**.

Prática A:

Representa-se no espaço de fase o comportamento dinâmico de um sistema conservativo, o pêndulo simples, com o programa `espacodefase1.f`.

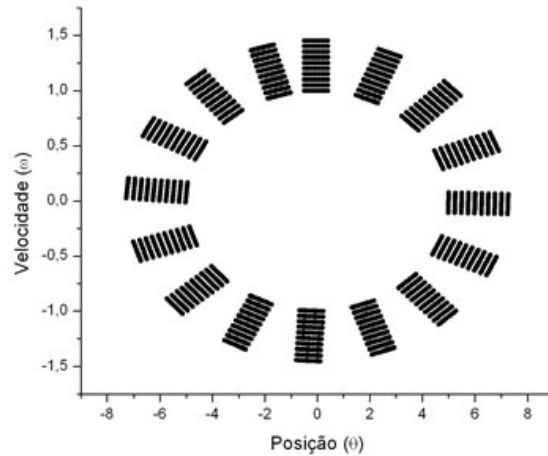


Figura 3 – Comportamento de um conjunto de 100 pontos em MHS no espaço de fase.

Conclusão A:

Na figura 3, um conjunto de 100 pontos com condições iniciais diferentes percorre um ciclo de um MHS. Foram registradas posições em intervalos regulares e representadas no espaço de fase, como fotos estroboscópicas. Quando o sistema é conservativo, a área ocupada pelo conjunto de pontos se mantém constante, ou seja, a distância entre os pontos não se modifica. Pequenas variações nas condições iniciais se refletirão em pequenas variações nas condições finais.

Como não há conflito entre dissipação e reposição de energia, o comportamento a longo prazo repete o comportamento a curto prazo, por isso não se define **atrator** para sistemas conservativos.

Prática B:

Com o programa `espacodefase2.f` observa-se o comportamento do atrator e a redução da área no espaço de fase.

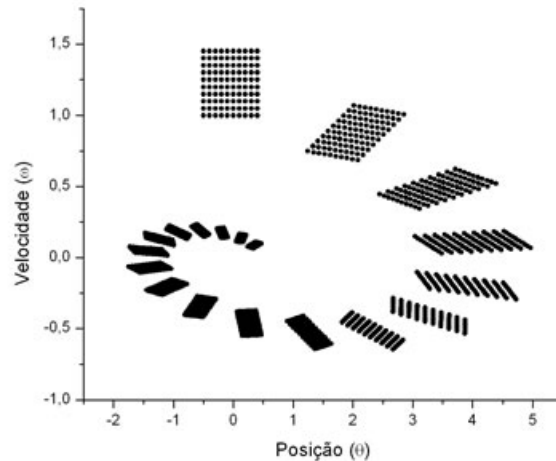


Figura 4 – Comportamento de um conjunto de 100 pontos em movimento harmônico amortecido com $q = 8,0$.

Conclusão B:

No caso do pêndulo amortecido (Figura 4) vemos que a área ocupada pelo conjunto de condições iniciais vai diminuindo com o tempo, ou seja, a distância entre os pontos vai diminuindo e isso representa dissipação de energia.

3.3.3 - Aula 3 - Pêndulo Amortecido Forçado

Para refletir:

Vimos, na Aula 1, que o mapa logístico pode apresentar comportamentos diferentes modificando-se o valor do parâmetro μ . Será que outros sistemas, “bem comportados” para determinados parâmetros, podem se tornar caóticos para outros? É o que veremos acontecer com o **pêndulo amortecido forçado**.

Teoria:

A evolução temporal de um sistema dinâmico dissipativo apresenta um **atrator**: trajetória típica da evolução de um sistema dinâmico para um conjunto definido de parâmetros. Um exemplo bem evidente de sistema dissipativo é o **pêndulo amortecido**, estudado na Aula 2. Naquele caso, o atrator era do tipo **ponto fixo**: qualquer conjunto de condições iniciais leva o sistema a um único ponto no espaço de fase.

No entanto, um sistema dissipativo pode ser alimentado pela ação de uma força externa que lhe reponha a energia. Nesse caso, o atrator não será necessariamente um ponto fixo. Um movimento com essas características poderá ter um comportamento **periódico**, **quase-periódico** ou **caótico**. Se o comportamento for periódico, poderá apresentar um atrator do tipo “ciclo limite”. O comportamento quase-periódico determina outros tipos de atratores. Para certos parâmetros poderá ter comportamento caótico, cujo atrator é do tipo **estranho**. É o que acontece com o **Pêndulo Amortecido Forçado (PAF)**.

Dedução matemática:

Introduzindo ao pêndulo amortecido o torque de uma força periódica $F = F_0 \cos \phi$, com $\phi = \omega_D t$, onde ω_D é a frequência angular de forçamento, a segunda lei de Newton para rotação deste movimento torna-se:

$$ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} = lF_0 \cos \phi - l\gamma \frac{d\theta}{dt} - lP \sin \theta$$

Que pode ser expressa pela equação adimensional:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{1}{q} \frac{d\theta}{dt} + \sin \theta - g \cos \phi = 0$$

ou: $\ddot{\theta} + \frac{1}{q} \dot{\theta} + \sin \theta - g \cos \phi = 0$

onde g é o parâmetro de forçamento e não pode ser confundido com a aceleração da gravidade.

Em termos de equações de primeira ordem teremos, necessariamente, um sistema de três equações nas variáveis relevantes ω , θ e ϕ :

$$\dot{\omega} = -\frac{1}{q} \omega - \sin \theta + g \cos \phi$$

$$\dot{\theta} = \omega$$

$$\dot{\phi} = \omega_D$$

Trata-se de um sistema tridimensional. A existência de fatores com $\sin \theta$ e $\cos \theta$ torna o sistema não-linear. Por apresentar essas duas características, esse sistema pode apresentar comportamento periódico ou caótico.

O comportamento periódico, com atrator do tipo **ciclo limite**, é atingido após um intervalo irregular, chamado **transiente**. Veja um exemplo na seção **Prática A**.

O comportamento caótico é caracterizado pela grande sensibilidade às condições iniciais. O atrator não manifesta nenhuma regularidade: é **estranho**.

Devido a essa grande sensibilidade, dois pontos inicialmente próximos estarão muito distantes após algum tempo. Esse efeito nos permite afirmar que os sistemas com comportamento caótico são **imprevisíveis**, ou seja, qualquer tentativa de previsão futura estará comprometida por pequenas imprecisões nas condições iniciais. Veja o exemplo na seção **Prática B**.

Prática A:

Observação do **transiente** e do atrator do tipo **ciclo limite** com o programa pendulo1.f.

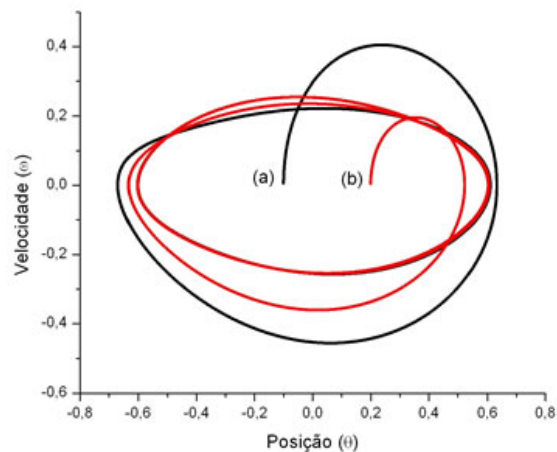


Figura 5 – Comportamento do Pêndulo Amortecido Forçado com $\omega_d = 0,4$; $g = 0,5$, $q = 2,0$, ilustrando o transiente do atrator tipo ciclo-limite para dois valores da posição inicial: (a) $\theta_0 = -0,1$, $\omega_0 = 0,04$, e (b) $\theta_0 = 0,2$, $\omega_0 = 0,04$.

Conclusão A:

Mesmo partindo de posições iniciais diferentes (Figura 5 (a) e (b)), com transientes diferentes, o sistema se estabiliza no **ciclo limite**, que é o **atrator** do sistema para estes parâmetros ($\omega_d = 0,4$, $g = 0,5$ e $q = 2,0$). Neste caso, o comportamento do sistema é **periódico**.

Prática B:

Observação da sensibilidade às condições iniciais do PAF, em comportamento caótico, com o programa pendulo2.f

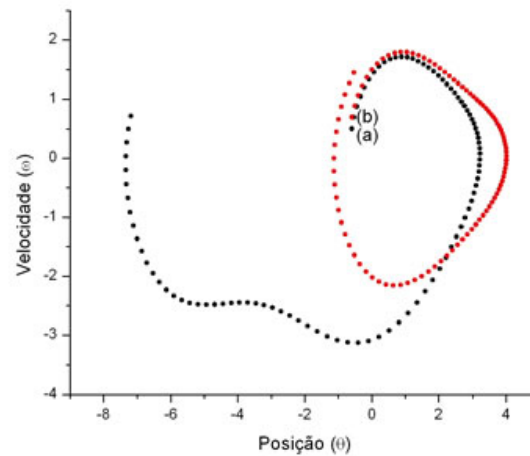


Figura 6 - Comportamento do pêndulo amortecido forçado com $\omega_d = 2/3$, $g = 1,5$ e $q = 4,0$. Dois pontos inicialmente muito próximos se distanciam rapidamente: (a) $\theta_0 = -0,6$, $\omega_0 = 0,5$ e (b) $\theta_0 = -0,6$, $\omega_0 = 0,7$.

Conclusão B:

O PAF pode apresentar comportamento caótico, com **atrator estranho**. Para certos parâmetros o comportamento dinâmico do PAF não se estabiliza num ciclo limite: a trajetória no espaço de fase, que é tridimensional, nunca se cruza.

Em regime caótico o PAF apresenta grande sensibilidade às condições iniciais: pontos inicialmente próximos (Figura 6 (a) e (b)) se afastam rapidamente. Essas características se aplicam a todos os sistemas com comportamento caótico.

3.3.4- Aula 4 - Atrator de Lorenz

Para refletir:

Por quê a previsão do tempo é tão incerta? Será que é apenas uma limitação tecnológica? Será que um dia teremos uma previsão segura com menos um mês de antecedência? Se você leu o texto inicial (A Batida das Asas de uma Borboleta no Brasil Provoca um Tornado no Texas?) deste mini-curso já tem uma idéia das respostas.

Nesta aula iremos conhecer o famoso atrator que, por coincidência, visto de uma certa perspectiva, tem a mesma forma do inseto da metáfora que consagrou este atrator: uma borboleta.

Teoria:

Num artigo de 1963 intitulado “Fluxo Determinístico Não-periódico” o matemático e meteorologista Edward Norton Lorenz estudou um sistema de equações deduzidas inicialmente por Barry Saltzman a partir das leis da termodinâmica e concluiu que a possibilidade de previsão meteorológica é limitada pela própria natureza do sistema.

O sistema de equações de Lorenz consiste num modelo simplificado do comportamento da atmosfera, simula o comportamento de um fluido em um plano retangular, cujo lado inferior está a uma temperatura maior que a do superior.

Dedução matemática:

Este é o sistema de equações de Lorenz:

$$dX/dt = s.(Y - X)$$

$$dY/dt = r.X - Y - X.Z$$

$$dZ/dt = X.Y - bZ$$

Trata-se de um sistema tridimensional, como o PAF, onde:

- "X" representa o fluxo convectivo;
- "Y" a distribuição de temperaturas horizontal;
- "Z" a distribuição de temperaturas vertical.

Os três parâmetros que intervêm nas equações são:

- "s" relação entre a viscosidade e a condutividade térmica, ou número de Prandtl;
- "r" proporcional à diferença de temperaturas entre os lados inferior e superior, ou número de Rayleigh reduzido;
- "b" relação entre a altura e a largura do retângulo.

A dedução completa deste sistema de equações você encontra aqui: <link>

Além de ser um sistema tridimensional, os produtos X.Z e X.Y o tornam não-linear, condições necessárias para a existência de comportamento caótico.

Prática:

Visualizar o atrator de Lorenz com o programa lorenz.f a partir de dois pontos iniciais próximos.

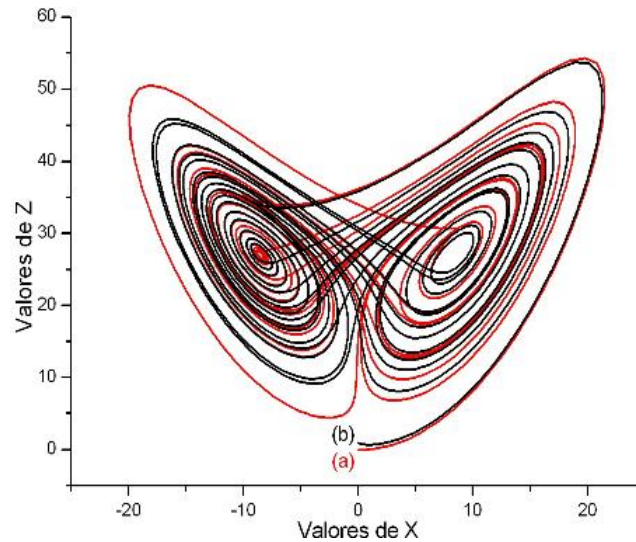


Figura 7 – Atrator de Lorenz no plano XZ, para os valores iniciais: (a) $X_0 = 0,0$; $Y_0 = 0,6$; $Z_0 = 0,0$ e (b) $X_0 = 0,0$; $Y_0 = 0,6$; $Z_0 = 1,0$.

Conclusão:

Com uma pequena variação dos dados iniciais (Figura 7 (a) e (b)) percebemos que a forma do atrator se mantém, no entanto, a partir de algumas iterações as trajetórias passam a ser completamente diferentes. Por ter sido deduzido a partir de leis físicas que regem o comportamento dos fluidos, esse sistema simplificado pode demonstrar a dificuldade de se fazer previsões para a atividade atmosférica.

Todos os sistemas em regime caótico, com sensibilidade às condições iniciais, torna-se praticamente **imprevisível**, pois é quase impossível, em condições experimentais, determinar o valor exato das condições iniciais.

Projetado no plano XZ o atrator tem uma forma que lembra uma borboleta.

Internet:

Descrição do sistema de equações de Lorenz:

<http://www.dynamics.unam.edu/integra/Exes/Demo.txt>

Simula do atrator:

<http://bcev.nfrance.com/Lorenz/equations.htm>

Visualiza o atrator em três dimensões:

<http://www.upscale.utoronto.ca/PVB/Harrison/Flash/Chaos/Lorenz/Lorenz.html>

Dedução das equações de Lorenz a partir das equações de Navier-Stokes

<http://www.if.ufg.br/projetocaos/modelodelorenz/>

3.3.5- Aula 5 - Dimensão Fractal

Para refletir:

O que é Fractal? Que relação existe entre Caos e Fractais? Qual seria a dimensão de uma linha infinita, sem sobreposição, no interior de um sólido de volume finito? Seria possível analisar um conjunto de dados experimentais sem conhecer o sistema de equações que descrevem o comportamento do experimento?

Teoria:

Em geral a **dimensão** em geometria é dada por um número inteiro, como nos seguintes exemplos: uma linha reta tem dimensão igual a 1; um plano, dimensão igual a 2 e um sólido, dimensão 3. No entanto, existem situações em que a dimensão se torna fracionária, como por exemplo: uma linha com várias mudanças de direção, um plano ou um sólido com “buracos”, um plano com protuberâncias em outras direções, etc...

Benoit Mandelbrot levantou a possibilidade de se definir valores fracionários à dimensão analisando o contorno de um litoral. Percebeu que, dependendo do tamanho da unidade de medida adotado, o comprimento do litoral sofria variações: quanto menor a unidade adotada, maior o valor do comprimento. Levando este processo ao extremo, no limite em que a unidade de medida tende a zero, o comprimento tende a infinito. Este problema o levou à uma outra forma de medir a dimensão de uma figura geométrica, a **dimensão fractal**. Os objetos com dimensão fractal passaram a ser chamados de **fractais**.

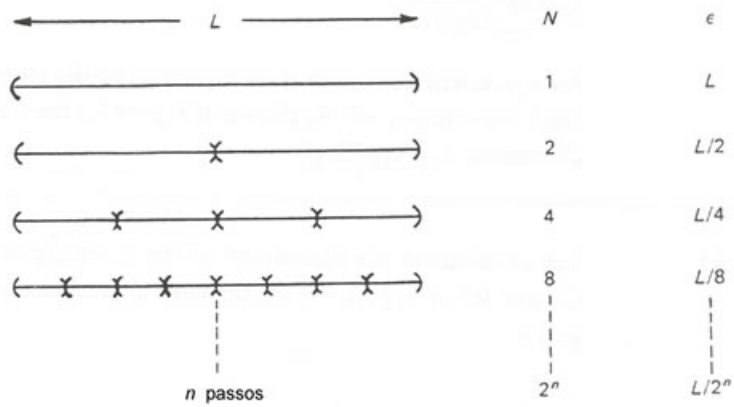
Os atratores estranhos formam figuras com **dimensão fractal** no espaço de fase. A **trajetória** do sistema nunca se repete e nunca se cruza, percorrendo um comprimento infinito, porém, ocupando uma região limitada. Por essas características, a dimensão do atrator fornece indicações sobre o comportamento do sistema: um atrator com dimensão fractal será, muito provavelmente, um atrator estranho, o comportamento do sistema será, muito provavelmente, caótico.

Um conjunto de dados experimentais obtidos em intervalos de tempo conhecidos é chamado de **série temporal**. É possível se obter informações sobre

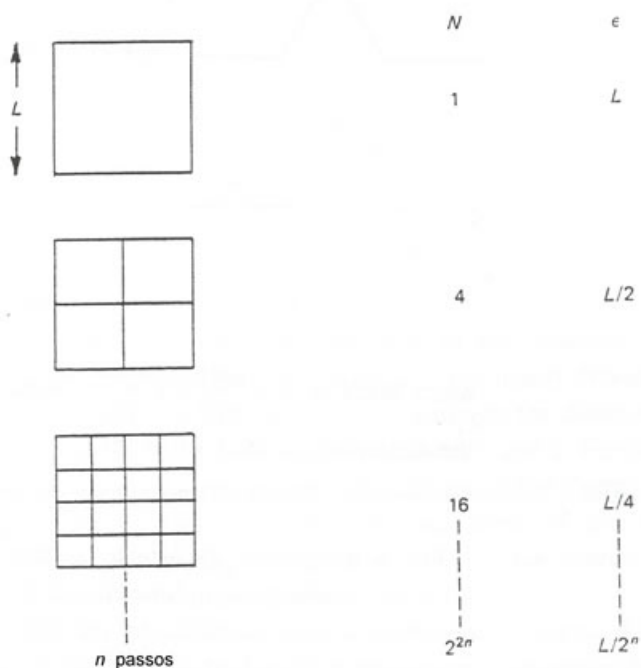
um atrator com diversas variáveis a partir de uma única série temporal, que a princípio informa o comportamento de uma única variável. Isso é feito reconstruindo o atrator com técnicas matemáticas, entre elas, o método das **coordenadas retardadas**, baseado no fato de que uma variável, interagindo com as outras, se comporta aproximadamente como elas e por isso podem ser obtidas indiretamente, tornando possível a reconstituição do atrator.

Dedução matemática:

Existem diversas formas de definir dimensão. Uma delas é a dimensão de capacidade, ou dimensão de Hausdorff- Besicovitch , desenvolvida pelos matemáticos alemães Felix Hausdorff (1868 - 1942) e Abram Samoilovitch Besicovitch (1891-1970), que discutiremos a seguir.



(a)



(b)

Figura 8 – Aplicação do método das caixas para calcular a dimensão de capacidade. Em (a) para um segmento de reta, em (b) para um quadrado.

Se uma linha de comprimento L for partida em segmentos iguais, de tamanho ε como na Figura 8 (a), quanto maior o número de segmentos $N(\varepsilon)$, menor será o tamanho de ε , de tal forma que:

$$N(\varepsilon) = L(1/\varepsilon)$$

No caso de um quadrado de lado L , como na Figura 8 (b), temos:

$$N(\varepsilon) = L^2 (1/\varepsilon)^2$$

Generalizando, teremos:

$$N(\varepsilon) = L^d (1/\varepsilon)^d$$

Tomando-se o logaritmo dessa expressão:

$$d = \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(L) + \log(1/\varepsilon)}$$

Considerando que o termo em L será desprezível para pequenos valores de ε , a dimensão de capacidade pode ser definida pela expressão:

$$d_c = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)}$$

onde ε é o tamanho da aresta (lado ou comprimento) da caixa e $N(\varepsilon)$ é o número de caixas preenchidas.

Um exemplo de dimensão fracionária menor que a unidade é o Conjunto de Cantor (Figura 9). Aplicando-se a definição acima, temos $N(\varepsilon) = 2^n$ e $\varepsilon = 1/3^n$.

$$d_c = \frac{\log 2^n}{\log 3^n} \cong 0,63$$

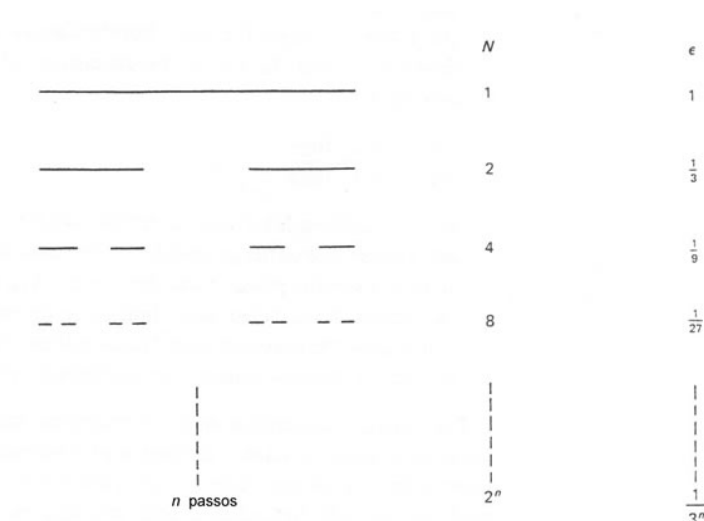


Figura 9 – Conjunto de Cantor. Dimensão de capacidade igual a $\log 2 / \log 3 = 0,63$

Já para a Curva de Koch (Figura 10) teremos uma dimensão maior que um, porém, menor que dois. Neste caso $N(\varepsilon) = 4^n$ e $\varepsilon = 1/3^n$.

$$d_c = \frac{\log 4}{\log 3} \cong 1,26$$

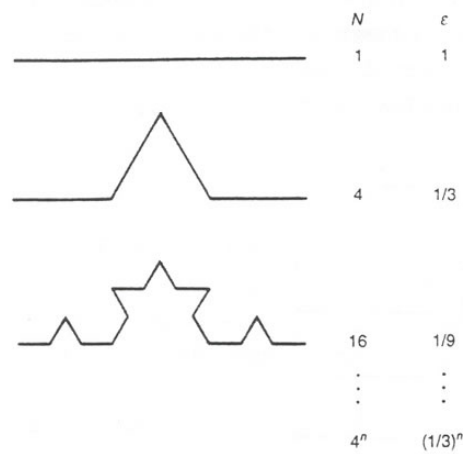


Figura 10 – Curva de Koch. Dimensão de capacidade igual a $\log 4 / \log 3 = 1,26$.

Prática:

Cálculo da dimensão fractal do mapa logístico utilizando o programa `dimensao.f`

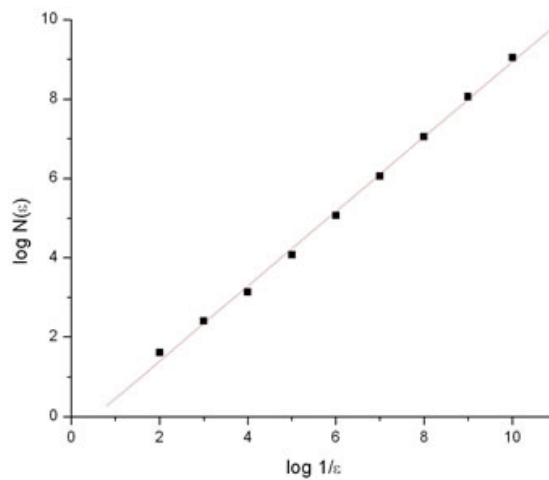


Figura 11 – Cálculo da dimensão de capacidade do mapa logístico para $\mu = 3,6$. O

coeficiente angular da reta nos dá a dimensão

$$d_c = 0,94206.$$

$N(\varepsilon)$ é o número de caixas visitadas por pelo menos um ponto do mapa.

Conclusão:

Para $\mu = 3,6$ o atrator tem dimensão fractal muito próxima de 1 (Figura 11). Neste caso ocorre o comportamento caótico.

Internet:

Texto sobre fractais:

http://br.geocities.com/projeto_caos_ufg/fractais/

Applet demonstrando a semelhança de escala, característica dos fractais:

<http://www.ime.usp.br/~gomes/fam.html>

3.3.6- Aula 6 - Expoente de Lyapunov

Para refletir:

Será que existe uma maneira de medir o quanto caótico é o comportamento de um sistema dinâmico?

Seria possível medir a sensibilidade às condições iniciais?

Teoria:

Para medirmos o quão sensível é o sistema é necessário medirmos a taxa com a qual dois pontos muito próximos se distanciam mediante a evolução do sistema.

O matemático russo Alexander M. Lyapunov (1857-1918) desenvolveu um método de medida do afastamento entre dos pontos iniciais considerando que a taxa de aumento da distância entre eles seja exponencial. A sensibilidade às condições iniciais de um sistema pode ser medida pelo **expoente de Lyapunov**:

Dedução matemática:

Por definição, adota-se a seguinte aproximação:

$$\varepsilon(n) \approx \varepsilon e^{\lambda n}$$

onde $\varepsilon(n)$ é a distância entre os pontos na n ésima medida e λ é o expoente de Lyapunov.

Se $\lambda > 0$ a distância irá aumentar enquanto que se $\lambda < 0$, irá diminuir.

No caso do mapa logístico, na n ésima iteração entre duas posições distanciadas inicialmente de ε ocorre:

$$f^n(x + \varepsilon) - f^n(x) \approx \varepsilon e^{\lambda n}$$

onde $f^n(x) = f(f(\dots f(x)))$ n vezes.

Tomando-se o logaritmo:

$$\log_e \left[\frac{f^n(x + \varepsilon) - f^n(x)}{\varepsilon} \right] \approx n\lambda$$

Para pequenos valores de ε essa expressão se torna:

$$\lambda \approx \frac{1}{n} \log_e \left| \frac{df^n(x)}{dx} \right|$$

Desenvolvendo-se a derivada $\frac{df^n(x)}{dx}$ obtém-se, pela regra da cadeia:

$$\begin{aligned} \frac{df^n(x)}{dx} &= f'(f^{(n-1)}(x)) \cdot (f'(f^{(n-2)}(x))) \cdot (f'(f^{(n-3)}(x))) \dots \\ &= f'(x_{n-1}) \cdot f'(x_{n-2}) \cdot f'(x_{n-3}) \dots \\ \frac{df^n(x)}{dx} &= \prod_{i=0}^{n-1} f'(x_i) \end{aligned}$$

Aplicando-se a propriedade de logaritmo da multiplicação e tomando-se o limite para n tendendo a infinito:

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \log_e |f'(x_i)|$$

No caso do mapa logístico, $f'(x) = \mu(1 - 2x)$

Se dois pontos iniciais muito próximos convergem para um atrator ($\lambda < 0$), o sistema não é sensível às condições iniciais, se a distância entre eles se mantém constante ($\lambda = 0$) o sistema está no limite e se os pontos se afastam exponencialmente ($\lambda > 0$) o sistema é caótico.

Prática:

Cálculo do expoente de Lyapunov para o mapa logístico com o programa lyapunov.f

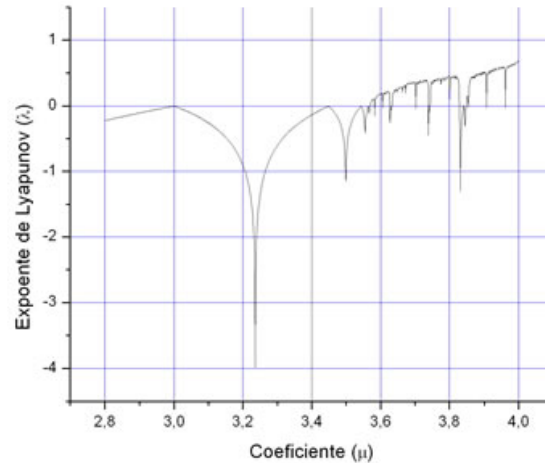


Figura 12 – Exponente de Lyapunov para diferentes valores de μ .

Conclusão:

Para que haja o aumento exponencial da distância entre os pontos iniciais em virtude da iteração é necessário que o expoente de Lyapunov seja positivo.

Observando-se o gráfico da Figura 12 vemos que o expoente de Lyapunov só é positivo para determinados valores de μ . Quando o expoente é positivo ocorre o comportamento caótico.

Vale ressaltar que normalmente dois pontos inicialmente muito próximos se afastam com o tempo, porém, para caracterizar um comportamento caótico é necessário que este afastamento seja exponencial.

Essas aulas, utilizadas como apoio ao ambiente Moodle, foram aplicadas na terceira versão do mini-curso. Numa próxima versão serão efetuadas algumas alterações, em função dos resultados da pesquisa, que serão discutidas no Capítulo 5.

Capítulo 4

Investigação para a elaboração do Mini-curso: Introdução ao Caos em Sistemas Dinâmicos visando sua inserção no Ensino Médio

No início desta pesquisa não tínhamos definido qual tema contemporâneo tomaríamos como exemplo para investigar sua inserção na formação docente. Fernanda Ostemann (1998 e 2000), numa pesquisa com professores do Ensino Médio e Superior, utilizando a técnica Delphi, procurou saber quais temas de Física Contemporânea esses professores consideravam que deveriam ser inseridos no programa do Ensino Médio. Muitas das respostas não se tratavam de teorias propriamente contemporâneas, mas, mesmo assim foram consideradas. Ao final da pesquisa a autora constatou que a indicação de inserção do tema Caos no Ensino Médio, por exemplo, ocupava apenas o 24º lugar na ordem das indicações. No entanto, ao optarmos por adotar critérios mais locais, que nos permitissem identificar as necessidades e possibilidades de uma realidade particular e desenvolver uma metodologia passível de ser executada em outras realidades, nos deparamos com um conjunto de situações favoráveis à eleição deste tema para nossa investigação.

A primeira etapa da pesquisa de campo foi a elaboração do material didático. Para tanto investimos em um estudo de caso (GIL, 2002; TRIVIÑOS, 1987), com algumas características de pesquisa-ação, no sentido apontado por Thiollent:

...Trata-se de um método, ou de uma estratégia de pesquisa agregando vários métodos ou técnicas de pesquisa social, com os quais se estabelece uma estrutura coletiva, participativa e ativa ao nível da captação de informação. (THIOLENT, 2002:25)

Nossa intenção era justamente envolver os estudantes de forma participativa e ativa na pesquisa, emergindo em sua realidade e compartilhando nossas dúvidas.

Esta etapa da pesquisa contou com dois grupos de participantes: 12 bacharelandos, alunos da disciplina Caos em Sistemas Dinâmicos do curso de Física da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), no segundo semestre de 2004 e 18 licenciandos (participantes que concluíram a primeira versão do mini-curso), alunos da disciplina Metodologia e Prática de Ensino de Física, do curso de Física da UFSC, no segundo semestre de 2005. No total, 30 participantes contribuíram com esta etapa.

Tínhamos a intenção de desenvolver um material didático que contemplasse os três momentos pedagógicos (DELIZOICOV e ANGOTTI, 1992, 2000), discutidos no primeiro capítulo desta tese. Precisávamos, então, pesquisar um tema para desenvolver a problematização. A leitura e discussão dos trabalhos de Paulo Freire (1977, 2005) nos influenciou no desenvolvimento de uma metodologia inspirada no processo de investigação temática, utilizada pelo autor na construção do conteúdo programático em seu método de alfabetização de adultos e adaptada para a educação em ciências pelos pesquisadores Delizoicov (1982, 1991) e Angotti (1982) na implantação de um programa de ensino na Guiné-Bissau. Conforme discutimos no Capítulo 1 desta tese, a investigação temática foi sistematizada por Freire (2005) em cinco fases, assim denominadas por Delizoicov (1991): levantamento preliminar; análise das situações e escolha das codificações; diálogos descodificadores; redução temática e trabalho em sala de aula.

4.1- Investigação Temática?

Não pretendemos identificar uma correspondência integral entre o processo de elaboração do mini-curso com o método utilizado por Freire (2005), apenas queremos estabelecer algumas interfaces que tornaram possível a posterior

utilização dos três momentos pedagógicos. Em princípio, concordamos com a advertência de Demétrio Delizoicov (1982) sobre a utilização do “método Paulo Freire”.

A menos que se queira negar a sua dialeticidade ou não praticá-lo integralmente, não podemos confundi-lo com uma “receita”, que numa situação de alfabetização de adultos, pode ser aproveitada simplesmente de modo operacional, como uma técnica instrucional alfabetizadora e não como educação problematizadora. Assim sendo empregado, é também, um instrumento da “educação bancária”, “domesticadora”, negando na prática os pressupostos básicos da educação problematizadora: a criticidade, a dialogicidade e a intervenção transformadora.

Neste sentido, é importante que se ressalte que o “método” não é unilateral, ou seja, apenas um “instrumento” de trabalho do professor; qualquer roteiro que se assemelhe a isto não pode, a nosso ver, ser chamado ou confundido com “método Paulo Freire”, mesmo que num ou noutro ponto apresente alguns aspectos comuns. (DELIZOICOV, 1982:28)

Isso posto, temos claro que não utilizamos o método na íntegra, mas, nos apropriaremos do conceito de **investigação temática** para compreendermos os fundamentos da proposta de Freire, principalmente o conceito de problematização. Resta-nos, ainda, muitas dúvidas sobre a pertinência dessa apropriação, por isso manteremos o sinal de interrogação no título deste item.

Por ter sido originalmente elaborada para a alfabetização de adultos (e mesmo quando aplicada à construção de um currículo de Ciências, como na Guiné-Bissau), a investigação temática tem por objetivo identificar temas de interesse da população investigada para garantir que os conteúdos do programa de ensino contribuam efetivamente para a solução de problemas vivenciados pela comunidade. No nosso caso, a comunidade a participar da investigação era a de licenciandos em Física.

O método Paulo Freire prevê a constituição de um grupo interdisciplinar de pesquisadores e representantes da comunidade, o **círculo de investigação** ou **círculo de cultura** (FREIRE, 1977). O papel dos pesquisadores nesse grupo é sistematizar a investigação com o propósito de definir o conteúdo programático da ação educativa. O grupo de investigação para a produção do material de ensino do

nosso mini-curso foi constituído pelo autor desta tese, os alunos de licenciatura e outros dois especialistas, da área de Física e de Ensino de Física.

Essa experiência nos mostrou que a primeira condição para tornar possível a transposição de tópicos contemporâneos, tanto para a formação de professores quanto para outros níveis de ensino, é a colaboração de um especialista sobre o assunto na equipe responsável pela investigação temática. Principalmente porque grande parte da produção científica contemporânea ainda não mereceu uma transposição adequada para livros didáticos. Os especialistas conseguem identificar, entre as publicações científicas e as obras destinadas ao ensino, qual é o conjunto de conhecimentos básicos que possibilita um entendimento razoável da teoria. No nosso caso, tivemos a colaboração de um pesquisador em Física e autor de vários artigos relativos ao comportamento de sistemas dinâmicos.

Outra colaboração se mostrou indispensável: a de um profissional especializado em Educação em Ciências. Esse profissional sabe analisar a viabilidade pedagógica e a pertinência dos conteúdos para a formação do professor de Ciências. Trabalhando diretamente com alunos de Licenciatura e investigando as questões da área de Educação em Ciências, possui a criticidade necessária para realizar as intervenções no grupo de investigação. No nosso caso, além do próprio autor desta tese, contamos com a colaboração de um pesquisador em Educação Científica e Tecnológica, autor de diversos trabalhos na área.

Na etapa que corresponderia ao **levantamento preliminar** da investigação, procuramos identificar quais seriam os interesses dos licenciandos, e, principalmente, quais as carências na sua formação. No segundo semestre de 2004 participamos da disciplina Metodologia e Prática de Ensino de Física, do curso de Licenciatura em Física da UFSC e apresentamos, como sugestão de temas para a elaboração de um material paradidático multimídia (uma das tarefas planejadas para a disciplina), a Teoria do Caos e os fractais. A idéia foi imediatamente acolhida e foram produzidos dois sítios para a Internet sobre esses temas⁵

Constatamos, no diálogo com os estudantes, que a teoria do caos não era citada nos programas das disciplinas obrigatórias da graduação e que, mesmo sendo oferecida uma disciplina optativa sobre este assunto naquela instituição, não havia registro da participação de alunos de Licenciatura, apesar do notório interesse manifestado naquela ocasião. Percebemos, também, que a palavra caos vem sendo

⁵ Disponíveis na página da disciplina: <http://www.ced.ufsc.br/men5185/> .

utilizada com muita frequência pelos meios de comunicação, e até mesmo pelos futuros professores de Física, quase sempre com uma conotação que não corresponde propriamente ao conceito científico. Essa ausência e essa deformação nos preocuparam, pois, acreditamos que a compreensão da Teoria do Caos pode contribuir para uma melhor formação profissional na área de Educação em Ciências e Tecnologia. Esses indícios, e a possibilidade de contarmos com a participação de um especialista dessa área de pesquisa, nos levou a investigar a inserção deste tópico na formação de licenciados em Física.

Decidimos, então, estabelecer um diálogo com os interessados, inicialmente infiltrando-nos entre os já motivados – bacharelados, alunos da disciplina Caos em Sistemas Dinâmicos – para posteriormente testar alternativas entre os que pretendíamos envolver – licenciandos e licenciados. O autor desta tese passou a participar da disciplina optativa Caos em Sistemas Dinâmicos do curso de Física da UFSC. Essa seria a fase equivalente à **análise das situações e escolha das codificações**. Desde o início da disciplina ficou esclarecido que nosso objetivo seria elaborar um mini-curso para a formação de licenciandos e futuramente para alunos de Ensino Médio, uma vez que é orientada para a formação de futuros pesquisadores na área de Física. Observando as dificuldades dos alunos foi possível perceber que existem conceitos que exigem a compreensão de problemas (exemplares) de difícil solução, porém, pudemos identificar um conjunto de conceitos bastante representativos da teoria, que podiam ser apreendidos a partir de problemas de mais fácil solução. Na concepção freireana, essas seriam as “codificações”.

4.1.1- O questionário inicial

Para averiguar se as nossas escolhas eram válidas, planejamos a primeira versão do mini-curso e a apresentamos aos alunos de Metodologia e Prática de Ensino do curso de Licenciatura em Física da UFSC, no segundo semestre de 2005. Na primeira aula foi aplicado um questionário (Anexo 1) visando identificar o grau de conhecimento que os alunos apresentavam sobre o tema. Responderam ao questionário inicial 26 (vinte e seis) alunos e conteve 8 (oito) perguntas.

A primeira pergunta revelou que a maioria já tinha ouvido falar ou lido algo sobre a Teoria do Caos: apenas quatro deles (15%) não tinham sequer ouvido falar.

Porém, quando interrogados sobre qual a principal característica do comportamento caótico, a segunda pergunta do questionário, um único participante respondeu corretamente: “diferenças mínimas na condição inicial levam a resultados completamente diferentes”. Sete (27%) não souberam responder e treze (50%) deram respostas que melhor se aplicariam a fenômenos aleatórios, com expressões do tipo: “sem comportamento previsível”, “não tem controle”, “não tem solução”.

Sobre o Efeito Borboleta, a terceira pergunta, nove (34%) não souberam responder e apenas dois deram respostas aceitáveis, como por exemplo: “pequenas variações nas condições iniciais provocam mudanças radicais num tempo futuro”. Oito (30%) deram respostas melhor indicadas para definir Complexidade, com afirmações como: “tudo está relacionado”. Quatro (15%) fizeram menção ao filme homônimo de Eric Bress, sem, no entanto, relacionar as pequenas modificações no passado, provocadas pelo personagem principal, com as dramáticas mudanças decorrentes em seu presente.

A grande maioria desconhecia o termo Atratores Estranhos, assunto da quarta pergunta: vinte (77%) não souberam responder, apenas um participante respondeu tentativamente: “pontos para os quais o sistema converge?”.

Vinte e um (80%) não souberam responder que relação existe entre o Caos e os Fractais, na quinta pergunta. O mesmo que tentou a pergunta anterior respondeu: “os fractais podem ser gerados por sistemas caóticos?”.

Na sexta pergunta, ao serem interrogados sobre qual a diferença entre um sistema caótico determinista e um sistema aleatório, nove (34%) não souberam responder, três (11%) deram respostas aceitáveis e a maioria dos outros apenas repetiu algo em torno de: “o sistema determinista é determinado e o aleatório não”.

Ao serem interrogados sobre qual a importância da Teoria do Caos para o pensamento científico, treze (50%) não souberam responder e apenas duas respostas foram consideradas válidas para a sétima pergunta. As outras se aplicariam melhor ao tema Complexidade ou eram argumentos muito genéricos envolvendo conceitos equivocados de indeterminismo e causalidade.

A última pergunta teve dois itens: “Você considera o assunto adequado para o ensino/aprendizagem em nível introdutório: a) nos cursos de Licenciatura? Por quê? b) no Ensino Médio? Por quê?”. Ao item a), seis alunos (23%) não souberam responder e os outros vinte alunos (77%) responderam “sim”. As principais justificativas foram: três respostas (11%) do tipo “gostaria de saber mais sobre o tema”; quatro respostas (15%) argumentando que “é importante histórica e

filosoficamente” e quatro respostas (15%) bem gerais, como: “é ciência, conhecimento nunca é demais”. Ao item b), sete (26%) não souberam responder, três (11%) responderam “não”, dois responderam “talvez” e quatorze (53%) responderam “sim”. Para as respostas “não” e “talvez”, as justificativas foram semelhantes – a expressão mais comum foi: “o assunto é muito complexo”. Para as respostas “sim”, as justificativas foram muito variadas, envolvendo: cinco (36%) argumentos de natureza filosófica, como por exemplo: “para que tenham outra idéia de ciência”; quatro (28%) de ordem motivacional, como por exemplo: “desperta a atenção, porque é polêmico”; e dois em defesa da atualização curricular.

Esses resultados nos levaram a concluir que, por já terem ouvido falar na Teoria do Caos, entretanto não conhecerem seus conceitos básicos, esses alunos tinham interesse em discutir esse tema. Tanto é que na última pergunta foram praticamente unânimes em considerar o assunto adequado para a graduação. Para que tivessem uma compreensão razoável da teoria e suas implicações filosóficas, teriam que compreender pelo menos um fundamento básico: o da sensibilidade às condições iniciais. Existem várias metáforas que possibilitam a compreensão intuitiva dessa sensibilidade (inclusive a da borboleta), porém, objetivávamos uma formação mais científica, baseada nos princípios matemáticos que caracterizam o comportamento caótico.

Assim, elegemos como conceitos fundamentais (codificações) para caracterizar a sensibilidade às condições iniciais: sistema dinâmico, atrator estranho, espaço de fase e dimensão fractal. Complementamos com um conceito que é uma importante ferramenta de pesquisa na área: expoente de Lyapunov.

4.1.2- Primeira versão do mini-curso

A primeira versão do mini-curso foi desenvolvido na modalidade presencial, nas dependências do Laboratório de Novas Tecnologias do Centro de Educação (LANTEC) da UFSC, que disponibilizou um *data-show* e dez computadores ligados à rede Internet. Os computadores foram previamente preparados com a instalação de um software de compilação para FORTRAN e um visualizador de gráficos. Cada computador foi utilizado por um grupo de dois ou três alunos, no máximo. Teve a duração de duas semanas, num total de 21 horas, distribuídas entre sete encontros de duas aulas de aproximadamente 1h30min cada, dentro da disciplina Metodologia e Prática de Ensino de Física. Com o apoio de uma apostila texto contendo todo o

conteúdo matemático do mini-curso (o mesmo mantido nas aulas descritas no Capítulo 3), disponível nos computadores dos participantes e projetado através do data-show, cada aula era iniciada com algumas interrogações planejadas para **problematizar** um determinado conceito. Em alguns casos foi acrescentada uma breve introdução histórica. Em seguida os alunos eram convidados a utilizar os softwares previamente instalados para construir gráficos que dependiam do conceito estudado, utilizando os programas em linguagem FORTRAN fornecidos. Durante a utilização dos softwares abria-se uma discussão sobre os comandos do programa fornecido e eram passadas as orientações sobre modificações a serem realizadas em cada programa, para serem obtidos os gráficos desejados. Os programas contêm comentários explicativos sobre as principais seqüências de comandos. Como recurso complementar, foram indicados endereços na rede Internet contendo, principalmente, *applets* em linguagem Java e textos ilustrativos do conceito abordado. Para encerrar essa etapa, que corresponderia aos **diálogos descodificadores**, na proposta freireana, o mini-curso foi avaliado na última aula através de um questionário final (Anexo 2).

4.1.3- Análise do questionário final

O questionário final conteve apenas 3 (três) questões e foi respondido por 18 (dezoito) participantes. O objetivo principal foi avaliar a realização do mini-curso para poder redimensioná-lo, trabalho que corresponderia à etapa de **redução temática**, por isso não contemplou perguntas sobre os conteúdos específicos. A primeira questão visava apenas verificar a participação do entrevistado no mini-curso, registrando o número de presenças às aulas. Seis (33%) dos dezoito participantes perderam duas das sete aulas, oito (44%) perderam uma, três (16%) participaram de todas e um aluno não respondeu. Ou seja, a participação foi satisfatória. Por isso, optamos por não dividir o grupo de acordo com a presença no mini-curso para analisar as respostas.

Na segunda questão, solicitamos que os participantes fizessem comentários sobre quatro aspectos do mini-curso: os conteúdos priorizados; a metodologia adotada; os recursos utilizados e prazos estabelecidos; e uma auto-avaliação sobre a aprendizagem. Essa questão serviu para apontar os pontos falhos a serem corrigidos numa próxima versão do mini-curso. Sobre os conteúdos, quatro (22%) responderam não ter condições de opinar. Os comentários mais expressivos foram

críticos ao tratamento excessivamente matemático destinado aos conceitos e ao pouco tempo de duração total do curso relativamente à quantidade de conceitos envolvidos.

Quanto à metodologia, as críticas mais expressivas foram em relação à utilização dos softwares: seis (33%) participantes consideraram fundamental a utilização dos softwares, porém, houve dez (55%) comentários negativos, criticando basicamente a carência de aplicações “práticas”, “conhecidas”, “cotidianas”, que dessem maior significado físico ao tratamento matemático.

Quanto aos recursos utilizados, cinco participantes (27%) comentaram a importância do texto de apoio, dos softwares e das consultas à rede Internet. Os outros não fizeram comentários a esse respeito. Em relação aos prazos, o tempo total do curso foi considerado curto por quatro participantes (22%), opinião expressa desde os comentários sobre os conteúdos, porém, sete participantes (38%) consideraram a duração de cada aula suficiente para abordar o conceito proposto.

Na auto-avaliação, quatro participantes (22%) que admitiram nada saber anteriormente consideraram ter adquirido “uma boa idéia” e outros oito participantes (44%), que também admitiram nada saber inicialmente, compreenderam apenas “um pouco” sobre o tema ao final do mini-curso. Entre os três (16%) que tinham algum conhecimento anterior, dois consideraram ter ampliado e um não ter alterado o seu nível de compreensão. A auto-avaliação revelou que a aprendizagem ainda foi insatisfatória.

A terceira questão se voltou às possíveis mudanças de opinião em relação à pertinência da inserção do tema Caos no Ensino Médio, desta vez sugerindo a possibilidade de apoio de um grupo para a elaboração de material didático. A proporção de respostas “sim” se manteve praticamente a mesma que no questionário inicial: dez (55%), entre os que responderam ao questionário final. No entanto, com advertências do tipo: “precisa ser relacionado com algum assunto já conhecido”, em cinco respostas (50% das respostas “sim”); “apenas as idéias e alguns exemplos”, em outras quatro (40%); e um aluno impôs a condição: “dominando bem o conteúdo”. Entre eles, dois alunos manifestaram que precisariam da ajuda de um grupo especializado para fazer a transposição didática para o Ensino Médio. Foi interpretado como resposta “não” o argumento de seis (33%) participantes, que consideraram ser “muito difícil” fazer a devida transposição, sem definir se seria possível ou não. Dois participantes não se sentiram suficientemente preparados para decidir.

4.2- Algumas considerações

As respostas ao questionário final nos revelaram que o mini-curso precisava ser modificado em alguns pontos. As principais modificações, de caráter metodológico, se referiam ao tratamento excessivamente matemático e à carência de aplicações práticas “cotidianas”. Como a Teoria do Caos é uma teoria eminentemente matemática e o curso é destinado à formação de professores de Física, decidimos manter o tratamento matemático, porém, orientar o desenvolvimento das aulas de forma a reduzir sua ênfase, criando uma seção interna, isolada, em cada aula, para a dedução matemática. Quanto às aplicações práticas, decidimos eleger um único exemplo cotidiano para nortear todo o curso. Percebemos, em conversas com os participantes, que o exemplo mais próximo da realidade seria a previsão atmosférica.

Associamos, então, o texto histórico sobre o efeito borboleta de Lorenz ao exemplo de aplicação na previsão atmosférica para definir o eixo problematizador do mini-curso: a sensibilidade das condições atmosféricas. Alteramos a seqüência dos conteúdos e implementamos subdivisões didáticas nas aulas para a aplicação dos três momentos pedagógicos, conforme descreveremos no capítulo seguinte.

Essa experiência nos indicou que a carga horária necessária para a boa compreensão deste e de qualquer outro tema contemporâneo poderia vir a comprometer os objetivos da disciplina, cujo conteúdo programático contempla outras habilidades além da elaboração de material didático. Além disso, pretendíamos apresentar uma proposta acessível a outras instituições de ensino onde não existam especialistas na área específica de Caos em Sistemas Dinâmicos. A alternativa encontrada foi adaptar o mini-curso para ser ministrado com um mínimo de carga horária presencial.

Implementamos algumas das sugestões levantadas pelos participantes e disponibilizamos o conteúdo do mini-curso em um sítio na Internet. A partir da segunda versão do mini-curso adotamos a modalidade a distância.

Capítulo 5

Desenvolvimento e avaliação do mini-curso: Introdução ao Caos em Sistemas Dinâmicos visando sua inserção no Ensino Médio

A avaliação do mini-curso foi realizada em um ambiente diferente do da elaboração. Foram necessárias outras duas versões para que pudéssemos investigar a adoção dos três momentos pedagógicos na modalidade a distância.

Na segunda versão do mini-curso, entre os meses de março e abril de 2007, 8 participantes, entre os quais 2 bacharelados e 6 licenciandos de diversas disciplinas do curso de Física da Universidade Federal de Goiás (UFG), utilizaram um sítio da Internet como suporte para as aulas, porém, sem o auxílio das ferramentas de comunicação de um ambiente virtual de aprendizagem. Dependíamos exclusivamente da comunicação por correio eletrônico e ela não funcionou a contento.

Somente na terceira e última versão do mini-curso, no segundo semestre de 2007, com 13 participantes, 12 licenciandos em Física e 1 licenciado em Matemática, pudemos utilizar os três momentos pedagógicos a distância, pois, ao utilizarmos o ambiente Moodle, tivemos acesso a várias formas de comunicação que possibilitaram o diálogo entre os participantes.

Ao final da terceira versão realizamos uma entrevista semi-estruturada (MINAYO, 1994; TRIVIÑOS, 1987) procurando avaliar a compreensão dos conceitos

abordados, as propostas de inserção do tema Caos no Ensino Médio e outros possíveis desdobramentos.

5.1- Os Três Momentos Pedagógicos na modalidade a distância

Por quê a modalidade a distância? Primeiramente, por uma questão propriamente de distância, pois, visa-se contemplar participantes de qualquer Instituição de Ensino e nem todas as instituições contam com especialistas que possam oferecer disciplinas presenciais sobre as diversas áreas contemporâneas da Física. Torna-se mais viável a formação de “tutores” que possam intermediar o processo de aprendizagem a distância, principalmente com a utilização de um ambiente virtual especialmente construído para viabilizar a necessária interação entre os participantes.

A outra razão está associada ao tempo, pois, conforme vimos no capítulo anterior, a inserção de temas contemporâneos na formação inicial exige uma carga horária razoável e a estrutura dos cursos de graduação nem sempre possui flexibilidade para a inserção desses temas em disciplinas regulares, optativas ou de núcleo livre. Uma possibilidade é agregar cursos sobre temas contemporâneos ao currículo de formação inicial na forma de atividade complementar. Para contemplar a formação continuada pode-se oferecer cursos de extensão universitária. Em ambos os casos, a opção por um curso mais aberto, que o estudante possa desenvolver em locais, horários e com datas mais flexíveis, torna viável a introdução desses temas sem sobrecarregar de atividade os participantes.

5.1.1- Problematização inicial: O Efeito Borboleta

As três versões do mini-curso foram iniciadas com a discussão do texto Previsibilidade: A Batida das Asas de uma Borboleta no Brasil provoca um Tornado no Texas?, escrito por Edward Norton Lorenz para uma palestra apresentada no 139º Encontro da Associação Americana para o Avanço da Ciência, em Washington, D.C, em 29 de dezembro de 1972 e publicada pelo autor em seu livro *The Essence*

of Chaos em 1995. Neste texto o autor faz uma provocação, usando a metáfora da borboleta, sobre as dificuldades da previsão atmosférica.

Na versão presencial nossa intenção principal era avaliar a proposta, por isso não nos preocupamos em registrar as intervenções dos participantes na discussão inicial do texto de Lorenz, a problematização inicial foi desenvolvida apenas oralmente. Na versão seguinte, o único recurso de interação antes do primeiro encontro presencial era o correio eletrônico. Poucos participantes se manifestaram sobre o texto proposto. Nessa, e em todas as outras ocasiões em que foram convidados a participar de discussões, o correio eletrônico se mostrou um meio de comunicação ineficiente, talvez pela complexidade dos temas ou pela falta de familiaridade dos participantes com esse meio de comunicação. Já na terceira versão, a ferramenta fórum do ambiente virtual Moodle possibilitou a problematização em toda a sua dimensão. Várias idéias foram debatidas, experiências pessoais compartilhadas, pré-concepções identificadas e sugestões para o aperfeiçoamento do próprio curso encaminhadas. A reprodução das contribuições dos participantes encontra-se no Anexo 3 desta tese.

5.1.2- Organização do Conhecimento

A organização do conhecimento foi desenvolvida tendo como suporte auxiliar um sítio independente do ambiente virtual, hospedado no mesmo servidor da UFG onde se hospeda o sítio do Instituto de Física, contendo todo o conteúdo programático do mini-curso, em nove módulos organizados por páginas de hipertexto, conforme apresentamos no Capítulo 3 e se encontra disponível no CD do Anexo 5.

No ambiente virtual o curso foi organizado em nove tópicos semanais, correspondendo aos nove módulos do sítio de apoio. No tópico destinado à Apresentação foi aberto um link de carregamento de arquivos para recolher o questionário inicial. No tópico de Abertura abrimos um fórum de apresentação. Os seis tópicos seguintes foram dedicados ao desenvolvimento do conteúdo específico. Em cada tópico foi criado um fórum para discutir os problemas da aula e um link de carregamento de arquivos para recolher a avaliação.

O conteúdo específico de Caos Determinístico foi desenvolvido em seis aulas. Todas foram planejadas com a preocupação de manter como eixo estruturante a problematização. Para isso, cada aula conteve em si os três momentos pedagógicos,

subdivididos em sete seções: Para refletir, Teoria, Dedução matemática, Prática, Conclusão, Avaliação e Internet.

A seção **Para refletir** teve como objetivo desenvolver a problematização inicial, a partir de uma série de indagações e informações provocativas. Os conteúdos dessa seção foram reproduzidos em cada aula-tópico do ambiente virtual para subsidiarem as participações nos fóruns de discussão e levantamento de dúvidas.

As seções Teoria e Dedução matemática integram o momento de organização do conhecimento. A seção **Teoria** foi planejada de forma a tornar o curso plenamente compreensível independentemente da seção **Dedução matemática**, dedicada a fornecer detalhes sobre o algoritmo do programa fonte em linguagem FORTRAN.

A aplicação do conhecimento em cada aula se dá nas seções: Prática, Conclusão, Avaliação e Internet. A seção **Prática** continha um problema exemplar resolvido e era disponibilizado o programa fonte utilizado. Na seção **Conclusão** eram comentados os aspectos importantes de cada solução. Na seção **Avaliação** o participante era desafiado a resolver um problema semelhante, a fim de explorar novos detalhes da solução. Todos os programas fontes foram fornecidos, sendo exigido que o participante abrisse cada um deles e fizesse modificações antes da compilação e execução dos mesmos. O recolhimento foi realizado no link de carregamento de arquivos do ambiente virtual, que permite a substituição do arquivo depositado. Essa seção teve o caráter de avaliação, porém, com a concepção de avaliação formativa, por isso, na medida em que eram identificados equívocos conceituais na resolução de um problema, ele era devolvido ao participante e novas orientações eram fornecidas para melhorar sua compreensão. A seção **Internet** nem sempre pode ser utilizada, pois, algumas aulas eram sobre conceitos muito específicos do Caos Determinístico. Quando utilizada, apresentava algumas sugestões de sítios contendo simulações ou informações diversificadas.

5.1.3- Aplicação do Conhecimento

Na estrutura geral do curso o momento de aplicação do conhecimento se efetivou nos encontros presenciais. O primeiro encontro, realizado na quarta das nove semanas de duração do mini-curso, foi direcionado para a solução de dúvidas. Durante a sua realização, no entanto, o diálogo entre os participantes propiciou o

surgimento de novas dúvidas, que possibilitaram tanto a extensão quanto o aprofundamento do conhecimento.

O segundo encontro foi convocado para um momento de avaliação. Como a avaliação foi realizada em forma de entrevista, foi possível desenvolver um diálogo enriquecedor, esclarecendo dúvidas e sofisticando a compreensão dos conceitos. As respostas a essas entrevistas serão analisadas a seguir.

5.2- A entrevista final

No final da terceira versão do mini-curso entrevistamos 10 participantes, entre os dias 17 de novembro e 8 de dezembro de 2007. A entrevista semi-estruturada foi orientada por um roteiro contendo 10 (dez) perguntas (Anexo 4). Todas as entrevistas foram gravadas em fita cassete para posterior análise. A duração média foi de 40 minutos. Antes do início de cada gravação comunicamos que se tratava de uma entrevista de avaliação do curso, e não exclusivamente do cursista, embora a avaliação do curso estivesse intimamente ligada à avaliação do participante, uma vez que o mini-curso tinha objetivos a serem cumpridos, que precisavam ser avaliados, e o principal deles era a aprendizagem dos conceitos. Para efeito de aprovação, eles já tinham sido avaliados por meio dos questionários ao final de cada aula e agora tratava-se de avaliar o conjunto integrado dos conhecimentos adquiridos. Esse esclarecimento era necessário porque anunciamos que a entrevista seria de avaliação, sem fornecermos detalhes, esperando que os participantes se preparassem, mas, procurando evitar uma situação de tensão. O que interessava era a espontaneidade nas respostas e sugestões para a melhoria do curso.

Na primeira pergunta da entrevista o participante era convidado a elaborar uma explicação simples do que viria a ser a Teoria do Caos, como se estivesse conversando com um amigo ou vizinho, alguém que não fosse iniciado em Física ou Matemática. Durante a explicação o entrevistador acrescentava seus questionamentos, procurando interpretar e colaborar para o esclarecimento das idéias, sem, no entanto, modificar as concepções do entrevistado. Para a introdução das perguntas seguintes, esclarecemos que um dos objetivos do mini-curso era introduzir um vocabulário científico básico sobre a teoria do caos. Seria perguntado o que ele entendia a respeito de alguns conceitos estudados no mini-curso, sugerindo

a possibilidade dele encontrar um daqueles termos num artigo, revista, jornal, ouvisse pela TV ou em conversas com amigos. Para organizar uma seqüência, era situada a aula do mini-curso na qual o conceito tinha sido introduzido. Da aula 1, pedimos que o entrevistado falasse sobre o mapa logístico e os atratores; da aula 2, sobre o espaço de fase; da aula 3, sobre o pêndulo amortecido e forçado; da aula 4, o atrator de Lorenz; da aula 5, dimensão fractal e da aula 6, expoente de Lyapunov. Não foram cobradas as definições matemáticas dos conceitos investigados. Houve variações entre as entrevistas. Perguntas que não estavam originalmente no roteiro foram incorporadas de acordo com o interesse do entrevistado. Alguns entrevistados comentaram sobre a utilização dos programas, o editor de gráficos e o compilador de FORTRAN; outros, um esboço de como eles organizariam um material para o Ensino Médio.

Depois de analisadas as respostas pudemos diferenciar três perfis de participantes com características peculiares. O primeiro perfil foi identificado em cinco participantes, alunos do segundo semestre do curso de Licenciatura em Física da UFG (diferenciados por duas letras maiúsculas: GA, GU, JA, MA e RE). Sua formação em cálculo era bastante introdutória, ainda não estavam familiarizados com as equações diferenciais nem tinham estudado o pêndulo amortecido forçado e, embora já tivessem manipulado o programa de edição de gráficos em duas disciplinas de Laboratório, não tinham construído gráficos a partir de simulação e nem tido contato anterior com programação computacional. Um segundo perfil, de quatro participantes: dois alunos dos últimos semestres do curso de Licenciatura em Física, um aluno do primeiro ano que já tinha iniciado um outro curso anteriormente e um bacharel em Física cursando simultaneamente a complementação de habilitação em Licenciatura e o Mestrado em Física (diferenciados pelas letras: LU, JO, RO e WL). Já estavam familiarizados com as equações diferenciais, inclusive do pêndulo amortecido forçado, com o programa editor de gráficos e, por já terem cursado disciplinas de computação, tinham uma noção introdutória de programação. O terceiro perfil é de um participante licenciado em Matemática há quase dez anos, professor do Ensino Médio na cidade de São Luis de Montes Belos, a 150 Km de Goiânia (identificado pelas letras: VT). Por estar atuando no Ensino Médio a muitos anos, esse participante não tinha facilidade com as equações diferenciais nem com os dois programas utilizados e era o único que não residia em Goiânia.

A referência a cada entrevistado será composta por quatro caracteres, separados por um traço. Os dois primeiros caracteres identificam o perfil do

entrevistado, segundo o seguinte código: L1 para os alunos do primeiro ano de Licenciatura, L2 para os alunos de formação mais avançada e MD para o licenciado em Matemática, que fez o curso a distância. Os dois últimos caracteres serão letras maiúsculas atribuídas aleatoriamente a cada participante. As intervenções do entrevistador serão precedidas pela letra E e um traço.

5.3- Análise das entrevistas

Analisando as entrevistas identificamos quatro categorias de respostas, presentes em uma ou mais perguntas. Na primeira pergunta foi solicitado ao entrevistado que explicasse sua concepção de caos a um leigo. Durante a entrevista algumas respostas foram sendo complementadas, por isso, agrupamos numa mesma categoria as respostas que dizem respeito à compreensão geral do conceito de caos determinístico. Um dos objetivos do mini-curso, explicitado durante a entrevista, foi a apreensão de um vocabulário básico, instrumento de compreensão das discussões científicas sobre o tema. Quase todas as perguntas remeteram a esse objetivo, portanto, consideramos o seu cumprimento como uma segunda categoria de análise. Alguns entrevistados manifestaram sua opinião sobre o uso das simulações em computador, aparecendo como uma terceira categoria de análise. A quarta categoria reúne as sugestões de inserção do tema caos no ensino de nível médio.

5.3.1- Compreensão do conceito de Caos

Como foi dito, os entrevistados foram desafiados a explicar o conceito de Caos a um leigo. A explicação mais apropriada de um participante com perfil L1 usaria como exemplo a imprevisibilidade da atmosfera, fazendo referência ao efeito borboleta:

Eu tentaria explicar caos a partir da idéia do principio do efeito borboleta, que eu tava comentando com uns colegas meus aí, e eu também li na Internet, que o Lorenz mexeu com clima também, climatologista, se não me engano. Eu falaria da seguinte maneira: Quando o Lorentz estava colhendo

os dados para a pesquisa dele, ele estava colhendo dados sobre o clima, daí ele, colhendo dado, colhendo dado, colhendo dado, ele observou um determinado comportamento desses dados. Daí, o que ele fez? Ele mudou uns dados iniciais e daí jogou num gráfico, aí deu aquelas curvas que a gente demos de... efeito borboleta. O que é que quer dizer isso? Se mudando as condições iniciais de um sistema, o comportamento dele final pode mudar completamente. Então em um sistema caótico eu posso ver isso. Mudando as condições iniciais do sistema eu posso, você pode, alterar o comportamento final. (L1-JO)

Os outros quatro participantes com esse mesmo perfil não conseguiram elaborar explicações coerentes. Identificamos a concepção alternativa de que a imprevisibilidade no comportamento da atmosfera se deve a um número muito grande de variáveis. Grifamos algumas expressões da fala de um participante onde essa concepção aparece.

Ah... eu... eu acho que eu partiria primeiro do senso comum. O povo diz, quer dizer... todo mundo diz que caos é uma bagunça... inclusive tem uma charge na Internet que é um cara em uma sala com um monte de papel, tudo bagunçado, e daí ele pensando: “onde está a teoria do caos que eu deixei por aqui?” (risos) Então, eu acho que eu partiria por aí e depois eu citava... tentaria buscar alguns exemplos mais práticos com... citaria até mesmo o exemplo da previsão do tempo, porque, inclusive aqui em Goiânia, o povo erra a previsão que não está escrito, tanto que eles erram, aí você vê que tem muitas variáveis e que aquilo não é tão simples, que aquilo cai em um regime totalmente caótico, totalmente bagunçado que não segue nenhum padrão, e daí eu buscava tentar a compreensão de cada um... mas dessas partes assim... aplicadas, né, que todo mundo vê por aí. [...] Eu achei o trabalho “teoria do caos”, eu gostei, particularmente, porque muita coisa eu pude refletir enquanto fazia as tarefas, eu poderia fazer elas rápidas e te entregar, mas aí eu ficava ali né... ah... isso é assim.... é por isso que os caras erram na previsão... é muita coisa pra controlar e ninguém controla isso. O homem a cada dia modificando mais, então, é totalmente difícil saber como a atmosfera vai se comportar. (L1-GA)

Já os integrantes do perfil L2 desenvolveram algumas explicações baseadas na imprevisibilidade da atmosfera e outras que não estavam explícitas no conteúdo do curso. Um participante utilizou o exemplo da meteorologia sem recorrer ao efeito borboleta.

Uma das primeiras coisas que eu achei mais interessante é que eu não sabia direito onde seria aplicado, onde era aplicável a teoria do caos. Interessante o fato de Lorenz ter descoberto que pequenas variações no sistema inicial provocavam grandes alterações no desenrolar do sistema. Ele fazia uma análise simples baseada em um fluido, ele verificava o movimento de um fluido e um recipiente a temperatura inferior era diferente da temperatura superior, e como a análise nesse estudo ele fazia uma análise de como funciona a atmosfera e tentava fazer previsão do tempo. Então começaria assim... essa parte sobre o caos a gente estudou que para poder verificar como funciona um sistema meteorológico, é necessário você conhecer as condições iniciais, baseando que o sistema é caótico, e essas alterações iniciais vão provocar grandes alterações no final do sistema devido o sistema ser caótico, e não que as interações provocaram a caoticidade do sistema ?!?!?! Eu pelo menos entendi assim... a imprevisibilidade do sistema. (L2-WL)

Outro fez referência ao efeito borboleta usando como exemplo o filme homônimo de Eric Bress.

Bem... eu acho que a primeira coisa que a gente pode comentar para tentar dar um entendimento para uma pessoa é explicar para ela o que é essencialmente um caos. A palavra, porque a palavra já trás um espanto, mas um caos é simplesmente uma coisa, um sistema onde nós não podemos prever o que acontece no futuro. Uma coisa que é bem interessante e que eu relacionei bastante também é o filme que tem, que chama Efeito Borboleta, que é uma coisa interessante de se explicar, que o cara, toda hora que ele volta no tempo ele tenta modificar alguma coisa, mas no futuro sempre piora, então, é sempre uma coisa assim: se nós modificarmos um sistema na sua condição inicial, no futuro ele pode dar uma coisa muito diferente daquilo que a gente esperava, ou seja, é uma coisa que não tem uma probabilidade... uma probabilidade muito pequena de ir para um lado ou ir para outro. (L2-RO)

Uma terceira explicação, no entanto, tomaria como exemplo um sistema aparentemente mais simples, do tipo “bilhar de Sinai”, uma mesa de bilhar com uma bola fixa no centro, que não foi objeto de estudo do curso.

Eu falaria que é... você tem um fenômeno, dependendo das condições iniciais, se você altera as condições iniciais você tem situações, depois de um certo tempo, diferentes, você não consegue prever, é lógico que existem os métodos de a gente ver para onde está convergindo a situação, que é para o atrator... mas seria assim, uma situação, que você dependendo da... você faz uma pequena mudança nas condições iniciais você tem o problema tomando outro rumo então você tem situações, no final situações diferentes... seria assim. [...] Se eu fosse falar para uma pessoa eu ia dar um exemplo, não da gotinha, mas, talvez, uma bolinha pra ficar rebatendo dentro de uma caixa, e aí depois num determinado intervalo de tempo eu marcaria a posição... depois, se eu fizesse o mesmo lançamento, com a mesma velocidade e mudando um pouquinho a posição inicial, naquele mesmo instante ela não estaria ali, então houve a mudança na posição final dessa bolinha, se isso ocorresse isso tudo seria ocasionado porque eu mudaria a condição inicial do problema. [...] Eu já vi até uma simulação dessa questão da caixinha e depois de não sei qual medida já começa a mudar muito. [...] Acho que não daria para falar de sensibilidade às condições iniciais sem um exemplo... (L2-LU)

O integrante do perfil MD não conseguiu formular uma explicação resumida da teoria. Apenas descreveu quais seriam as suas preocupações quando fosse planejar a inserção desse tópico no Ensino Médio. Discutiremos as colocações dos entrevistados sobre a inserção no Ensino Médio no sub-item 5.3.4.

5.3.2- Vocabulário científico

Um dos objetivos do curso foi introduzir um vocabulário básico sobre caos, que possibilite ao professor compreender textos sobre o tema. A maioria dos termos eram os próprios títulos das aulas, exceto o conceito de atrator, apresentado na primeira aula.

5.3.2.1- Mapa Logístico

O conceito de mapa logístico não ficou muito marcado entre os participantes com perfil L1, apenas um se lembrou da sua relação com o problema da evolução de populações, ainda assim, sem demonstrar clareza quanto aos parâmetros envolvidos.

Aí, o que sobrou foi, o mapa logístico tinha o exemplo da natalidade, que, dependendo do coeficiente μ lá, num sei, seguir um padrão e que esse padrão poderia se... se ele mudar mesmo que seja muito pouco, ele mudaria totalmente o padrão da curva, né, que você encontra em determinada função que você tem, aí você vai traçando uma espécie de um mapa de acordo com esses coeficientes, mas para cada valor que você tem, tipo, 2,7; 3, valores próximos você vai uma diferença, até chegar em um valor que pode ou não cair num regime caótico. (L1-GA)

Entre os quarto participantes do perfil L2 também, apenas um se lembrou da relação com a evolução de populações.

O do mapa logístico não é aquele das populações dos animais...?

E - Exatamente.

Que a partir de um nível de taxa de mortalidade, de natalidade e de crescimento populacional era possível verificar o aumento das populações, diminuição da população, convergindo para um ponto, isso? (L2-WL)

A maioria trazia como lembrança da primeira aula somente o conceito de atrator, que era, na verdade, o principal objetivo da aula.

É uma espécie de histórico de um sistema, ou o destino dele. Pelo que eu andei observando na primeira aula, sobre atratores, a gente vê que são caminhos do sistema, de onde ele veio, pra onde ele tende. (L1-GU)

Um integrante do perfil L2 fez, inclusive, um comentário bastante crítico:

Eu teria que lembrar do gráfico. A única coisa que eu lembro do mapa quando tem o gráfico é lembrar o atrator, a única função que vi em traçar o mapa logístico era descobrir o atrator... Então naquela aula de mapa

logístico você definiu o que era atrator, né, o objetivo central da aula foi definir o que era o atrator... o mapa logístico permite isso aí. Agora dizer o que é o mapa logístico, eu não lembro, sinceramente... Mas se você me perguntar sobre o mapa logístico eu lembro do atrator... (L2-LU)

O participante L2-WL, que se lembrava da definição do mapa logístico, também notou a relação com os atratores.

Tinha os atratores, que eram os atratores de um ponto fixo, e um que todos convergiam para um ponto, tinha o atrator duplo ciclo que ficava variando entre dois pontos, e o atrator estranho que é o sistema caótico... que é o atrator do sistema caótico, se é que dá para falar assim. (L2-WL)

Ainda que com uma certa insegurança, este participante demonstrou ter percebido que existem vários tipos de atratores conhecidos. A maioria dos participantes se apropriou do conceito de atrator estranho, independentemente de ter compreendido o mapa logístico. Isso pode ser notado pela tranquilidade com que se referiam a esse conceito para discutir, por exemplo, o efeito borboleta.

Quando forma o atrator estranho, significa, quer dizer que... o atrator estranho... depende das condições iniciais, por exemplo, quando atinge um sistema caótico, esse sistema é extremamente sensível às condições iniciais, muito sensível, ou seja, qualquer coisinha que acontecer na situação inicial vai mudar todo o sistema lá na frente. (L1-GU)

Ao expressar sua compreensão sobre o espaço de fase o participante com perfil MD fez um comentário muito interessante sobre a sua aprendizagem deste conceito.

Espaço de fase é aquela região ocupada pelo sistema, e o atrator é para onde o sistema vai evoluir. Então, eu teria o atrator. Até eu achei interessante, pois eu nunca tinha ouvido falar em atrator, e eu descobri que tinha vários atratores. Tinha nesse último gráfico para determinar, e até eu não sei se fiz certo, tinha lá para determinar que tipo de atrator que era, que era atrator estranho, e na verdade ele não era, porque era um ponto fixo, porque entre aquela região ele tendia para um ponto, então, eu acho que entendi a ideia de atrator direito, porque eu consigo diferenciar um

atrator do outro, então assim, a parte que eu achei boa foi do atrator... eu entendi do ponto de chegar, no caso, do sistema. (MD-VT)

Mesmo sem utilizar a nomenclatura correta, estes e outros participantes conseguiram relacionar o atrator estranho com o comportamento caótico.

5.3.2.2- Espaço de fase

Sobre o espaço de fase, parece ter ficado claro para alguns participantes a sua função no estudo dos sistemas dinâmicos.

Espaço de fase, que eu entendi lá no curso é que, essa ferramenta gráfica pode te ajudar a definir se um sistema entra em regime caótico ou não. Às vezes ele é um regime periódico, e tudo mais, um ciclo limite no caso do pendulo forçado amortecido, e que essa ferramenta, ela vai te ajudar a saber se o regime daquela função é caótico ou não... através dos pontos que você vai marcando ali. (L1-GA)

Ao solicitar de um participante com perfil L2 o conteúdo da aula, percebemos que o conceito de espaço de fase fica marcado por seu componente visual, gráfico.

É complicado definir... Eu lembro de ir ajustando as equações de forma que no espaço de fase a gente colocada a velocidade e a posição acho que era até a posição angular e a velocidade angular então ali você não tinha tempo, era um gráfico independente do tempo. Eu lembro que a gente obtinha umas circunferências, assim... mas eu não me lembro o que significa... Tinha um que mantinha a distancia dos pontos as mesmas, isso era o sistema conservativo... aí, quando a gente colocava o coeficiente de amortecimento... aí tinha a energia dissipada e os pontos começavam a se aproximar... é o que eu lembro da aula, então... (L2-LU)

Naturalmente, a linguagem não tem muito rigor conceitual, afinal, os participantes estão recém se apropriando dos conceitos. Entendemos que a afirmação de que o gráfico é independente do tempo se refere a não representação do tempo no espaço de fase.

5.3.2.3- Pêndulo amortecido forçado

Entre os participantes com perfil L1 as dificuldades tiveram início desde o surgimento das primeiras equações diferenciais ordinárias, utilizadas na construção do programa de integração numérica para o sistema do pêndulo. Por ainda não terem estudado os modelos de pêndulo, apenas o pêndulo simples, no Ensino Médio, a maioria não conseguiu sequer compreender os conceitos de amortecimento e forçamento no pêndulo amortecido forçado.

Então, o amortecido tem uma força de atrito e o forçado tem uma força externa que ajuda a parar... (L1-MA)

Apenas um demonstrou ter adquirido uma compreensão razoável do pêndulo amortecido forçado, associando o forçamento ao empurrão dado a um balanço.

Aí eu visualizei como sendo, às vezes, como sendo um empurrão mesmo, faz com que ele ganhe energia novamente, como um balanço, né? O menininho tá balançando e enquanto você não empurra ele, digamos, ele não sobe mais, ou fica oscilando entre as mesmas posições que você queira. (L1-GA)

Um conceito auxiliar introduzido nessa aula foi o atrator do tipo ciclo limite. O participante do perfil L1 que conseguiu compreender o pêndulo amortecido forçado compreendeu também este conceito.

Se ficar alguém empurrando então ele vai ficar seguindo um ciclo ali, o chamado ciclo limite. (L1-GA)

Os demais integrantes desse perfil não conseguiram interpretar os conceitos de amortecimento e forçamento.

Os integrantes do perfil L2 e MD já tinham conhecimento do pêndulo amortecido forçado e por isso não tiveram dificuldade com a aula, embora não tenham mencionado, neste exemplo, a sensibilidade às condições iniciais, característica principal do comportamento caótico, retratada e discutida num dos gráficos.

5.3.2.4- Atrator de Lorenz

O objetivo desta aula era compor os conceitos das aulas anteriores (atrator, espaço de fase e sensibilidade às condições iniciais) para retomar a discussão do efeito borboleta. Durante a entrevista, os participantes foram indagados se teria havido uma ligação com o texto utilizado na problematização inicial. Entre os integrantes do perfil L1, apenas um retomou o texto inicial.

Eu voltei pra ler o borboleta porque tem uma parte lá que fala... e que algumas coisas ficaram nebulosas, por ser o meu primeiro contato com esse negócio, então, fica nebuloso, então, eu voltei pra ler pra saber o que realmente estava falando. (L1-MA)

Entre os participantes com perfil L2, houve uma referência ao fórum criado para a problematização inicial, demonstrando a evolução conceitual proporcionada pela aula.

Se alguém viesse falar para mim que o bater das asas de uma borboleta pode gerar o tufão lá eu falaria que não. Quando a gente discutia no fórum chegamos à conclusão que seria apenas uma metáfora que ele usou pra mostrar uma característica do regime caótico, né? Um evento desencadeando em outros, né, quer dizer, uma mudança na condição inicial afetando os resultados posteriores, sabe, apenas uma metáfora. (L2-LU)

Um outro participante conseguiu associar a aula com os filmes de Eric Bress.

Eu lembro de ver esse efeito borboleta quando eu li “O universo numa casca de nos”, lá ele cita parte desse efeito borboleta, um pouco de sistema de caos, e eu tentava ligar muito também ao filme, pq quando eu assisti ao filme eu já tinha lido o livro e eu achei uma coisa muito interessante... e eu falei oh! Vai falar de física, vai falar de física! E depois eu fui tentar entender e eu fiquei assim: poxa, mas por que efeito borboleta, mas por que? Aí, quando eu vi na aula, aí eu disse: Ah! Agora eu entendi porque. Tanto é que no início do filme ele fala né... o bater das asas... aquela frase clássica do artigo do Lorentz. Depois que eu estudei mesmo

eu fui lembrar tanto do filme 1 quanto do 2, nossa... ficou uma coisa muito mais interessante você relacionar... (L2-RO)

O participante com perfil MD não conseguiu expressar a relação entre a aula e o efeito borboleta.

5.3.2.5- Dimensão fractal

Este conceito foi de difícil compreensão para todos os perfis. A dedução matemática da “dimensão de capacidade” acabou ocultando a definição de fractal. Um participante confessou ter respondido à avaliação sem ter compreendido o conceito.

Eu queria te perguntar justamente aquele lance lá das dimensões, o que que é aquilo, você ter ali, eu lembro de umas frações da dimensão, é isso que vem a ser o fractal, o que que é? [...] Essa aula da dimensão foi rapidinho que eu respondi aquilo, não me prendi muito não porque eu vi que eu não entendi e falei vamos para a prática então, fiz lá, plotei os gráficos, tal. (L2-LU)

O participante com perfil MD também não conseguiu compreender.

Fractal não entra na minha cabeça. Sabe o que é? É a minha dificuldade de interpretação de desenho. Eu até tava dando uma lida no ônibus. Aquela dos quadrinhos, dos cubos... eu olho os quadradinhos e não consigo entender o que que ele quis dizer com aquilo. (MD-VT)

Uma concepção alternativa difícil de ser abandonada é a de que fractais são partes muito pequenas.

Será que é porque eles são particionados, como eles não são... como se diz, eles não são... tem alguma coisa no texto falando que pega ele como... que para determinados valores, que são inteiros, alguma coisa assim, ele admite uma certa, tem um certo comportamento, mas pra outros, que são os fractais, que são os micro-pedaços, alguma coisa assim como é o caso do 1,6, 2,8, alguma coisa assim, ele adquire outro sistema. Creio eu que esses fractais são justamente esses micro-pedacos que são micro-

partições que dão origem a esses fractais, alguma coisa assim, eu num... (L1-MA)

Nas palavras de um outro participante essa concepção fica ainda mais clara.

O fractal é, exatamente, é um pedaço, de algo maior, uma parte pequena de algo grande, isso é um fractal. Ou seja, se você for estudar o fractal no caos acho que você vai estudar uma parte pequena você pode de uma certa forma prever em algo maior, uma coisa bem simples de um sistema, um pedacinho dele suponhamos, deixa eu ver um exemplo... (L1-GU)

Mesmo no perfil L2 aparece a mesma concepção.

Não sei se eu poderia definir fractal como uma parte bem milésima... [...] Bem... eu associei ele talvez a uma pequena parte, seria talvez uma medida, sei lá, alguma coisa bem fracionaria, não sei se seria bem isso...(L2-RO)

Provavelmente a idéia de fractal como uma parte muito pequena tenha algo a ver com a “invariância de escala”, o fato de uma parte pequena do fractal reproduzir uma estrutura semelhante a uma parte maior, muito citada em publicações de divulgação científica.

5.3.2.6- Expoente de Lyapunov

Este foi um dos conceitos mais difíceis de ser compreendido, especialmente pelos participantes com perfil L1. Dois depoimentos foram especialmente flagrantes: “Não, esse eu não sei... eu fiz, mas não entendi...” (L1-MA) e “Ah... esse tinha umas equações cabulosas...” (L1-RE).

Entre os participantes com perfil L2, a utilidade do expoente parece ter sido compreendida, mas não a fundamentação matemática que explica o seu uso no estudo dos sistemas dinâmicos.

Ele é um λ que está na exponencial. Na equação que vai descrever o movimento é que é uma equação exponencial. E que através do

coeficiente, do expoente de Lyapunov, é que eu vou determinar se ele tiver um certo valor eu vou observar se ele é um sistema caótico ou não. (L2-JO)

Um participante do perfil L2 conseguiu expressar-se razoavelmente.

Eu tenho que me lembrar do gráfico... eu lembro que se encontrando a região com coeficiente, eu lembro que tinha... a gente traçava o gráfico, você tinha valores para esse expoente, né? Daí você tinha assim, quando... pra região onde aquele expoente era positivo, ali você tinha regime caótico, ai a gente teria então... um atrator estranho, né, ali, igual a zero, não tinha atrator e menor que zero a mesma coisa... Basicamente o que eu lembro era isso, encontrar o valor do coeficiente pra descobrir se o regime era ou não caótico... Eu lembro que o gráfico é, do expoente e aqui tinha o coeficiente, né, agora o coeficiente eu não entendi o que era aquilo. (L2-LU)

Para o participante com perfil MD, houve confusão com o valor igual a 1 de e^0 .

Para determinar... se o comportamento do sistema é caótico. Ai eu tava até olhando lá aquela parte se ele for tender a 1 ele é caótico, e se ele for pra zero ele não é caótico, então assim, em um espaço tão pequeno entre zero e um, ele tem um comportamento tão diferenciado. Aí é nesse que ele fala que se ele for menor que zero ele não é sensível às condições iniciais, se ele for igual a zero ele permanece estável, e se ele for maior que zero ele é sensível às condições iniciais lá do... (MD-VT)

Nenhum participante fez referência ao expoente de Lyapunov como medida da sensibilidade às condições iniciais. Neste caso também, a dedução matemática era de difícil compreensão e acabou ofuscando a importância do conceito na identificação do comportamento caótico.

5.3.3- A utilização dos programas

Conforme advertimos no início do capítulo, em algumas entrevistas acrescentamos uma pergunta sobre a utilização dos programas. Para um dos participantes fizemos a seguinte pergunta: O fato de ter aberto os programas, em

Fortran e usado o Origin para fazer os gráficos, contribuiu em algum ganho de conhecimento para você?

Contribuiu porque no laboratório melhora e muito na hora de construir o gráfico... Na aula de laboratório... eu tomo conta dos gráficos. É porque às vezes no laboratório você tira os dados e vai fazer os gráficos e às vezes você não sabe se fez direito, se você colocou os dados direito, se você “plotou” direito. E não... e fazendo ali, você está sozinho e você só tem você para fazer os gráficos e enviar para o senhor corrigir e devolver, então, o cuidado é redobrado em usar as ferramentas... e mesmo ali, antes de mandar, eu mesmo sempre colocava vários pontos diferentes, colocava bolinhas, colocava quadrado para ver... sempre brincava com os gráficos e isso ajuda. Aquele no espaço de fase que era... eu mandei de bolinha colorida porque era o melhor, que tinha melhor visualização. O senhor viu que cada bolinha colorida era um ponto do sistema e isso ajudou bastante. Eu não tinha idéia do Fortran, que parecia uma coisa complicada, mas, era uma coisa tão simples! Acho que foi útil isso aqui no decorrer do curso. (L2-WL)

Nota-se, pela resposta, que o participante explorou até mesmo outros recursos do editor de gráficos que não haviam sido solicitados. A idéia de que o Fortran é uma linguagem simples também é expressa por outro participante.

No início na verdade eu fiquei meio espantado: Será que eu vou ter que aprender a mexer com Fortran...? Mas é uma coisa tão simplesinha, tão básica... (L2-RO)

Essa idéia está associada ao fato de eles já receberem o programa fonte pronto e apenas realizarem algumas alterações previamente indicadas. Esse mesmo entrevistado também reconheceu ter aprendido um pouco mais sobre o editor de gráficos.

Eu tinha um pouco de dificuldade de mexer com o Origin...[...] Eu aprendi bastante... (L2-RO)

Normalmente os estudantes de Licenciatura utilizam o editor de gráficos nas disciplinas de Laboratório, das Físicas básicas (I, II, III e IV), e não têm outra oportunidade de utilizá-lo.

5.3.4- Transposição para o Ensino Médio

Na maioria das entrevistas a primeira pergunta, sobre a explicação do conceito de caos para um leigo, já contemplava uma preocupação com o ensino médio, porém, em alguns casos houve uma diferenciação entre o que o participante diria a um leigo e o que ele planejava para o Ensino Médio. Nestes casos, optamos por explicitar a pergunta ao final da entrevista. Para um participante que atua em escolas particulares, o exemplo do filme de Bress seria uma das motivações, além do exemplo da atmosfera e alguma simulação computacional, encaradas como algo novo e desafiante.

Eu acho assim, o que provocou para mim talvez possa ser provocado neles, sabe, talvez não a necessidade de entender tudo o que é o caos, isso precisa de dedicação de fazer um curso mais longo, mas essa sensação do novo, despertar nos meninos, sabe, é uma coisa nova, se você chegar lá, todo mundo tem interesse nisso, ainda mais depois do filme, pros meninos, porque a maioria já viu, né? Então, assim, aquele texto, de abertura ali, que você vai falar das condições, da meteorologia, tal, muito bacana aquele texto, então eu acho assim, é um texto que gera muita discussão em sala. [...] Eu acho que é isso aí, dá pra levar, instigar sabe, essas coisas... é bem melhor do que ficar ensinando esse monte de besteira que a gente fica ensinando em física aí... e não desperta nada. Eu acho que dá pra trabalhar, eu pensei que se preparar bacana assim, levar umas simulações, dá pra encantar a galera, explicar o porquê do nome daquele filme, discutir aquelas frases lá da questão do tufão, do bater de asa da borboleta, acho que dá para ficar um negócio bem bacana, instigar eles, né, ao novo, né, porque o que provocou em mim foi isso, me deu vontade de aprender mais, sinceramente... (L2-LU)

Outro participante também expressou sua preocupação com as definições e aplicações, elegendo como mais comum o exemplo da atmosfera.

Acho que tinha que ser uma palestra de uma, duas horas, ou subdividir isso em temas pra falar o que é, onde aplica, e dar um exemplo mais comum, que é o da atmosfera. (L2-WL)

O participante com perfil MD recorreu à sua própria experiência para formular uma proposta. Suas preocupações, como matemático, diferem das dos outros participantes.

Primeiro que não é para eles assustarem, pois não é uma coisa de louco, mas a princípio eles têm uma certa visão de que: peraí, o que é isso? Eu vou ficar doida! O que é caos? A minha vida tá virando um caos por causa do caos. Mas, assim, eu acho, começaria tentando mostrar o porquê da importância, os passos que utilizaria para poder ensinar seriam esses. Mas, assim... eu, particularmente, tive uma dificuldade porque eu nunca tinha ouvido, nunca tinha visto, nunca tinha ouvido falar o que é caos, então a minha dificuldade foi essa, definir, o que é caótico, o que não é caótico e por que é que a gente faz esse estudo de um sistema caótico... acho que por aí... (MD-VT)

Em outras oportunidades esse participante se mostrou favorável à utilização dos programas fonte em FORTRAN no Ensino Médio, a exemplo do curso, como forma de introduzir noções básicas de computação na disciplina Matemática.

5.4- Discussão dos resultados

Ao serem desafiados a explicar a um leigo o conceito de caos a maioria dos participantes que conseguiu se expressar tomou como exemplo o sistema dinâmico de Lorenz, fazendo referência ao efeito borboleta. O problema da previsão meteorológica parece ser o exemplo mais contextualizado da sensibilidade às condições iniciais.

Quanto ao vocabulário, entre todos os novos conceitos introduzidos no curso, o de atrator parece ter sido o mais significativo. Praticamente todos os participantes demonstraram saber interpretar corretamente este conceito. Por outro lado, os dois conceitos mais incompreendidos, para participantes de todos os perfis, foram os

temas das duas últimas aulas: dimensão fractal e expoente de Lyapunov. Estes conceitos foram deixados para o final do curso porque foram considerados conceitos complementares. Uma boa noção do comportamento caótico pode ser obtida nas quatro aulas anteriores, uma vez que o curso está estruturado na problematização sobre a imprevisibilidade dos fenômenos atmosféricos. O conceito de fractal, no entanto, pode ser melhor trabalhado numa próxima versão, aumentando a quantidade de exemplos e aplicações, como os fractais de Mandelbrot, a gaxeta de Sierpinski, a costa da Inglaterra, demonstrando que apresentam dimensão entre 1 e 2.

Mesmo não tendo sido perguntado a todos os participantes a contribuição do mini-curso para a o desenvolvimento de habilidades relacionadas com o uso do computador, os depoimentos dos que se manifestaram sobre a essa questão nos permitem inferir que, ao fornecermos os programas fonte em FORTRAN e orientamos algumas modificações nos parâmetros e variáveis, contribuímos para desmistificar a programação computacional, especialmente para os participantes com perfil L2, já com alguma noção de programação, mas, sem uma referência mais prática de aplicação. Evidentemente, manipular um programa já pronto é muito mais fácil que criar um programa para resolver um problema, mas, não era objetivo do curso formar pesquisadores em sistemas dinâmicos, e sim, desfazer a impressão de que a programação é de domínio exclusivo desses pesquisadores.

As sugestões de organização de conteúdo para o ensino médio foram marcadas pela preocupação em utilizar exemplos próximos da realidade dos estudantes, sem sobrecarregar informações, procurando desfazer a impressão de que a Teoria do Caos é uma teoria praticamente incompreensível. Essas sugestões, associadas às tentativas de explicação para leigos apresentadas na primeira pergunta da entrevista, fornecem alguns indícios para a elaboração de propostas de transposição para o nível médio de ensino.

Apesar da advertência feita logo no início do curso, de que a leitura e compreensão da seção Dedução matemática em cada aula era facultativa, as maiores dificuldades demonstradas nas entrevistas são relativas a essa seção, o que sugere que a advertência não foi suficiente para o público participante, formado por estudantes de Física ou Matemática. O perfil de todos os participantes contribuiu para que a dedução matemática, mesmo quando apoiada por uma demonstração geométrica, fosse um obstáculo para a expressão verbal do conceito.

Percebemos, pelas entrevistas, que o curso de mostrou mais adequado aos participantes com perfil L2, ou seja, pessoas que tiveram contato recente com as equações diferenciais e com os programas computacionais.

5.5- Algumas considerações

A mediação da Internet concedeu ao mini-curso a dinâmica necessária para que os participantes conciliassem seus horários de estudo com os horários de lazer, incrementando pesquisas auxiliares para a compreensão da teoria, explorando os recursos dessa tecnologia digital, tornando a aprendizagem mais eficiente e agradável. Além de ler textos científicos e interpretar gráficos estáticos, linguagens comuns do ensino presencial, esses alunos tiveram acesso a diversos textos alternativos, animações digitais, desenhos e fotografias de sistemas dinâmicos reais, enfim uma série outras linguagens complementares. A diversificação de linguagens se mostra uma nova possibilidade de aprimoramento da aprendizagem, como afirma BELLONI (2002a) ao discutir a integração das tecnologias de informação e comunicação na educação.

Deste ponto de vista, de mixagem de linguagens novas e velhas, veiculadas em novos meios de comunicação, o eixo da discussão sobre educação a distância se desloca, passando a ser a mediatização técnica da mensagem educacional e não mais a distância física entre o sujeito aprendente e o sistema ensinante (Carmo, 1998; Trindade, 1992). A mediatização técnica, isto é, a concepção, a fabricação e o uso pedagógico de materiais multimídia, gera novos desafios para os atores envolvidos nestes processos de criação (professores, realizadores, informatas etc.), independentemente das formas de uso: o fato de que esses materiais possam vir a ser utilizados por estudantes em grupo, com professor em situação presencial (no laboratório da universidade, por exemplo), ou a distância por um estudante solitário, em qualquer lugar e em qualquer tempo, só aumenta a complexidade desses desafios. Há que considerar, como fundamento dessa mediatização, os contextos, as características e demandas diferenciadas dos estudantes que vão gerar leituras e aproveitamentos fortemente diversificados. (BELLONI, 2002a:123)

Nessa linha de raciocínio, a autora aponta como uma macrotendência a “convergência de paradigmas” entre a educação presencial e a distância.

Quanto à educação a distância, o conceito tende a se transformar, pois uma das macrotendências que se pode vislumbrar no futuro próximo do campo educacional é uma “convergência de paradigmas” que unificará o ensino presencial e a distância, em formas novas e diversificadas que incluirão um uso muito mais intensificado das TIC. (BELLONI, 2002a:124)

A experiência com a aplicação dos três momentos pedagógicos num ambiente virtual aponta para essa convergência entre os paradigmas de educação presencial e a distância. A proposta de educação problematizadora mediada pela tecnologia na Internet requer a utilização de um ambiente especialmente planejado para este fim, principalmente por agregar as ferramentas de interação *on-line*, como o fórum, o *blog* e o *chat*. A opção pelo uso do ambiente virtual de aprendizagem mostrou-se mais adequado também para o ensino presencial.

Considerações finais

Esta pesquisa nos revelou importantes contribuições, não só para a inserção de temas contemporâneos na formação de professores, mas, principalmente, pela abordagem freireana numa modalidade de ensino mediada por tecnologias de informação e comunicação.

Iremos tecer nossas considerações finais fazendo cinco afirmações baseadas tanto no nosso sucesso quanto nas nossas falhas.

1. É possível introduzir conceitos de Física Contemporânea na formação inicial e continuada de professores utilizando-se tecnologias educacionais cuja principal característica seja permitir a flexibilização do tempo, do espaço e dos processos de aprendizagem.

Uma das revelações constatadas nesta pesquisa foi que a inserção de qualquer tema contemporâneo na formação de professores demanda uma carga horária que pode não atingir a média destinada às disciplinas presenciais, portanto, não merecer uma disciplina específica para esse fim, mas, demanda mais tempo do que dispomos nas disciplinas regulares. Além disso, os estudantes de Licenciatura dispõem de pouco tempo para se locomoverem até a Universidade, o que inviabiliza a criação de cursos presenciais em outros períodos. A indisponibilidade de horários dificulta também o desenvolvimento de qualquer atividade extracurricular.

A mediação tecnológica permite a flexibilização do tempo de aprendizagem, principalmente com a adoção de metodologias inspiradas na educação aberta, pautadas pela flexibilização nos processos de acompanhamento e avaliação da aprendizagem. O principal motivo de evasão alegado pelos desistentes do mini-

curso que desenvolvemos foi a falta de tempo. Entre os que conseguiram concluir, vários usufruíram de oportunidades de retomada dos trabalhos após um longo tempo de inatividade. A previsão de duração original do mini-curso era de oito semanas, porém, com a flexibilização se estendeu por três meses.

2. O ensino de temas contemporâneos requer a adoção de metodologias inovadoras, como a os três momentos pedagógicos, que conciliem as informações já divulgadas nos meios de comunicação com a linguagem científica.

A maioria dos temas contemporâneos é divulgada rapidamente pelos meios de comunicação, principalmente a Internet. Na maioria das vezes as publicações destinadas à divulgação científica utilizam uma linguagem acessível, por isso podem ser aproveitadas na organização didática de conteúdos científicos, especialmente como fonte de consultas para subsidiar a **problematização inicial** e a **aplicação do conhecimento**. Um cuidado especial deve ser tomado com as publicações oriundas de fontes desqualificadas, principalmente sítios da Internet.

No nosso caso, disponibilizamos nas próprias aulas *links* para páginas na Internet que consideramos confiáveis e uma bibliografia de publicações de divulgação científica. Foi possível perceber que muitos conceitos ficaram mais bem compreendidos graças à contribuição dessas fontes alternativas de informação. Elas ajudam os aprendentes a se apropriarem da linguagem científica e contribuírem com a aprendizagem dos outros participantes. A metodologia dos três momentos pedagógicos se mostrou bastante adequada para essa integração entre publicações de cunho científico e as de divulgação e até mesmo de lazer, justamente por manter a problematização como eixo estruturador, conforme discutimos no Capítulo 1 desta tese.

3. Para a elaboração de material didático é imprescindível a colaboração entre especialistas da área específica e da área de ensino de ciências.

Como já argumentamos no Capítulo 4, onde descrevemos a metodologia de elaboração do mini-curso, a participação de especialistas da área específica e da área de ensino de ciências é essencial, principalmente quando se propõe um diálogo entre educadores e educandos, ou, conforme discutimos, entre os conhecimentos científicos e os conhecimentos de senso comum. A interferência desses especialistas contribui para reduzir a distância epistemológica entre esses conhecimentos.

Entre o curso da disciplina optativa Caos em Sistemas Dinâmicos do Departamento de Física da UFSC e o mini-curso que desenvolvemos existem continuidades e rupturas. O especialista em sistemas dinâmicos nos ajudou a definir quais seriam os conceitos fundamentais da teoria e os especialistas da área de ensino de ciências contribuíram elegendo uma metodologia apropriada para a formação de professores, que é sensivelmente diferente da adotada para a formação de pesquisadores na área específica.

4. Existem ferramentas tecnológicas suficientemente avançadas para que a educação a distância, principalmente *on-line*, possa ser problematizadora e não meramente bancária.

A educação a distância *on-line* dispõe de ambientes virtuais especialmente desenvolvidos para promover a aprendizagem. Nesses ambientes é possível desenvolver diálogos, discutir problemas, tirar dúvidas, distribuir e recolher materiais, disponibilizar fontes de pesquisa, enfim, estabelecer uma constante interação entre os participantes. As ferramentas de comunicação disponibilizadas tornam possível a adoção de diversas concepções de educação, inclusive a educação problematizadora.

Executamos o mini-curso utilizando o ambiente Moodle uma única vez. Infelizmente não exploramos satisfatoriamente todos os recursos que o ambiente oferece, mas, mesmo assim consideramos nossa metodologia muito próxima do modelo dos três momentos pedagógicos. O caráter problematizador foi mantido durante todo o curso através da criação de fóruns em cada aula, as oportunidades de diálogo se estenderam aos encontros presenciais, a organização do conhecimento levou em consideração as necessidades dos aprendentes e as

oportunidades de aplicação do conhecimento propiciaram a extrapolação dos conteúdos para além do disponibilizado no sítio de apoio ou no próprio ambiente.

5. A adoção de uma nova tecnologia não é suficiente para garantir a inovação na área pedagógica, é o planejamento educacional quem orienta a mediação tecnológica.

Como vimos no Capítulo 2, um novo conceito deve ser introduzido na formação do professor em busca de uma gestão apropriada para a EaD: o *design* instrucional. O *design* instrucional, especialmente o modelo **contextualizado**, possibilita desenvolver o planejamento de cursos mediados por tecnologia com a preocupação de integrar as necessidades contextuais aos propósitos propedêuticos. Na elaboração do *design*, a escolha das ferramentas tecnológicas é de extrema importância, no entanto, a concepção de educação subjacente é quem determina a natureza da aprendizagem.

A adoção do ambiente Moodle foi o que possibilitou, mas, não o que garantiu a realização de uma pedagogia dialógica. Foi o processo de elaboração do material didático, com a colaboração entre especialistas e estudantes, no nosso caso, realizada presencialmente, que viabilizou a eleição de um problema, o da previsibilidade das condições atmosféricas, para compor o eixo estruturador do curso e assim possibilitar a adoção da metodologia dos três momentos pedagógicos.

Para encerrar nossas considerações finais, gostaríamos de acrescentar que a experiência relatada nesta tese não encerra nossa pesquisa. Neste trabalho conseguimos vislumbrar metodologias de elaboração e aplicação de material didático para a inserção de um tema contemporâneo na formação de professores, porém, não temos nenhuma garantia de que esses professores, ou futuros professores, conseguirão transpor esse tema para o nível médio de ensino. Teremos que dar continuidade à nossa pesquisa, transformando o mini-curso numa atividade de extensão universitária permanente, dialogando com os participantes, até formarmos uma massa crítica de professores atuando no Ensino Médio suficiente para investigar o desenvolvimento da competência necessária para a realização da transposição didática do tema Caos para aquele nível de ensino.

Bibliografia

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de - Educação a distância na internet: abordagens e contribuições dos ambientes digitais de aprendizagem - Educação e Pesquisa, v.29, n.2, p. 327-340, jul./dez. 2003 - São Paulo: FE-USP, 2003.

_____ - Tecnologias e gestão do conhecimento na escola. In: VIEIRA, Alexandre Thomas; ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de; ALONSO, Myrtes (Orgs.) - Gestão Educacional e Tecnologia - São Paulo: Avercamp, 2003a.

ANGOTTI, José André Peres - Solução alternativa para a formação de professores de Ciências - Um projeto educacional desenvolvido na Guiné Bissau - Dissertação de Mestrado, FE/USP - São Paulo: mimeo, 1982.

AUBIN David; DALMEDICO, Amy Dahan - Writing the History of Dynamical Systems and Chaos: Longue Dureé and Revolution, Disciplines and Cultures - Historia Mathematica, vol. 29, nº 3 - USA: Elsevier Science, 2002.

BELLONI, Maria Luiza - Educação a Distância - Campinas, SP: Editora Autores Associados, 1999.

_____ - Educação a distância mais aprendizagem aberta - In: BELLONI, Maria Luiza (org.) - A Formação da Sociedade do Espetáculo - São Paulo: Edições Loyola, 2002.

_____ - Ensaio sobre a educação a distância no Brasil - Revista Educação & Sociedade, ano XXIII, nº 78, abril de 2002 - Campinas, SP: CEDES, 2002a.

BERGÉ, Pierre; POMEAU, Yves; DUBOIS-GANCE, Monique - Dos Ritmos ao Caos - São Paulo: Editora da UNESP, 1996.

- MACAU, Elbert E. N.; GREGOBI, Celso - 'Surfando' no Caos - Revista Ciência Hoje, vol. 34, nº 204 São Paulo: Editora Abril, 2004.
- DE BASTOS, Fábio da Purificação; MAZZARDO, Mara Denize - Investigando as Potencialidades dos Ambientes Virtuais de Ensino Aprendizagem na Formação Continuada de Professores - Novas Tecnologias na Educação, v. 2 nº 2, Novembro - CINTED/UFRGS: 2004.
- DE BASTOS, Fábio da Purificação; ALBERTI, Taís Fim; MAZZARDO, Mara Denize - Ambientes Virtuais de Ensino-Aprendizagem: Os Desafios dos novos espaços de ensinar e aprender e suas implicações no contexto escolar - Novas Tecnologias na Educação, v. 3 nº 1, Maio - CINTED/UFRGS: 2005.
- DEBRUN, M.; GONZALES, M. E. Q.; PESSOA JR, O. (orgs.) - Auto-organização: estudos interdisciplinares em Filosofia, Ciências Naturais e Humanas e Artes - Coleção CLE, v. 18 - Campinas, SP: Unicamp, 1996.
- DELIZOICOV, Demétrio - Concepção Problematizadora para o Ensino de Ciências na Educação Formal - Dissertação de Mestrado, FE/USP - São Paulo: mimeo, 1982.
- _____ - Conhecimento, tensões e transições - Tese de Doutorado, FE/USP - São Paulo: mimeo, 1991.
- DELIZOICOV, Demétrio; ANGOTTI, José André Peres - Física - São Paulo: Cortez, 1992.
- _____ - Metodologia do Ensino de ciências – São Paulo: Cortez, 2000.
- DELIZOICOV, Demétrio; ANGOTTI, José André Peres; PERNAMBUCO, Marta Maria - Ensino de Ciências: fundamentos e métodos - São Paulo: Cortez, 2002.
- DRESDEN, Max - Chaos: A New Scientific Paradigm - or Science by Public Relations? An Historically Oriented Pedagogical Essay - Part I - The Physics Teacher, vol. 30, jan. - USA, 1992a.
- _____ - Chaos: A New Scientific Paradigm - or Science by Public Relations? Part II, The Physics Teacher, vol. 30, jan. - USA, 1992b.
- FIEDLER-FERRARA, Nelson; PRADO, Carmen P. Cintra do - Caos uma introdução - São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1994.
- FILATRO, Andrea - *Design* instrucional contextualizado: educação e tecnologia - São Paulo: Editora Senac, 2007.

- FILATRO, Andrea; PICONEZ, Stela Conceição Bertholo - Educacion en red y modelos de diseño instruccional - Revista Apertura - México: Edições UedG/INNOVA, 2005.
- FREIRE, Paulo - Ação cultural para a liberdade e outros escritos - Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2007.
- _____ - Educação como prática da liberdade - Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2007a.
- _____ - Extensão e Comunicação? - Tradução de Rosisca Darcy de Oliveira - Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1977.
- _____ - Pedagogia do Oprimido - Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.
- GARCIA, Ronaldo Alves - Sistemas dinâmicos no Brasil - Palestra ministrada no IX Seminário de Iniciação Científica da UFG em dezembro de 2001 e na Jornada de Matemática de Rialma, 2003.
- GIL, Antonio Carlos - Como elaborar projetos de pesquisa - São Paulo: Atlas, 2002.
- _____ - Métodos e Técnicas de Pesquisa Social - São Paulo: Atlas, 1999.
- GLEICK, James - Caos: a criação de uma nova ciência - Rio de Janeiro: Editora Campus, 1989.
- GOMES, Nilza Godoy - Computador na escola: novas tecnologias e inovações educacionais - In: BELLONI, Maria Luiza (org.) - A Formação da Sociedade do Espetáculo - São Paulo: Edições Loyola, 2002.
- HILBORN, Robert C. - Chaos and Nonlinear Dynamics: An Introduction for Scientists and Engineers UK: Oxford University Press, 2000.
- _____ - Sea gulls, butterflies and grasshoppers: A brief history of the butterfly effect in nonlinear dynamics - American Journal of Physics, 72 (4), April, USA: American Association of Physics Teacher, 2004.
- KENSKI, Vani Moreira - Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação - Campinas-SP: Papirus, 2007.
- LÉVY, Pierre - As tecnologias da inteligência - O futuro do Pensamento na Era da Informática - Tradução de Carlos Irineu da Costa - Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

- LORENZ, Edward Norton - The Essence of Chaos - USA: University of Washington Press, 1995.
- LUFIEGO, M.; BASTIDA, M. F.; RAMOS, F.; SOTO J. - Epistemologia, Caos y Enseñanza de las Ciencias - Enseñanza de las Ciências, vol. 12, nº 1 - Barcelona: ICE de la Universitat Autònoma de Barcelona, 1994.
- MATTHEWS, Michael R. - História, Filosofia e Ensino de Ciências: a tendência atual de reaproximação, Caderno Catarinense de Ensino de Física, vol. 12, nº 3 - Florianópolis: UFSC, 1995.
- MELLO, Irene Cristina - Sobre os ambientes telemáticos de ensino não-presencial: uma perspectiva temporal - Tese de Doutorado - FE/USP: 2003.
- MENEZES, Luis Carlos de - Crise, Cosmos, Vida Humana - Tese de Livre Docência - Instituto de Física/USP: 1988.
- MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.) - Pesquisa social: teoria, método e criatividade - Petrópolis, RJ: Vozes, 1994.
- MOORE, Michael G.; KEARSLEY, Greg - Educação a distância: uma visão integrada - Tradução de Roberto Galimman - São Paulo: Thomson Learning, 2007.
- MOREIRA, Ildeu de Castro - Fractais, In: NUSSENSVEIG, Moysés (org.) - Complexidade e Caos - Rio de Janeiro: Editora UFRJ/COPEA, 1999.
- _____ - Os primórdios do Caos Determinístico - Revista Ciência Hoje, vol. 14, nº 80 - São Paulo: SBPC, 1992.
- _____ - Sistemas Caóticos em Física - Uma Introdução, Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 15 nºs 1 a 4 - São Paulo: USP, 1993.
- NEDER, Maria Lucia Cavalli - O processo de comunicação na educação a distância: o texto como elemento de mediação entre os sujeitos da ação educativa - In: PRETI, Oreste (org) - Educação a distância: resignificando práticas - Brasília, DF: Líber Livro Editora Ltda, 2005.
- NUSSENSVEIG, Moysés (org.) - Complexidade e Caos, Rio de Janeiro: Editora UFRJ/COPEA, 1999.
- OSTERMANN Fernanda - Tópicos de Física Contemporânea em escolas de nível médio e na formação de professores - Tese de Doutorado, Instituto de Física, Rio Grande do Sul: UFRGS, 2000.

- OSTERMANN Fernanda; MOREIRA, Marco Antonio - Tópicos de Física Contemporânea na Escola Média Brasileira: um estudo com a técnica Delphi, Atas do VI EPEF – Florianópolis: CD-ROM, 1998.
- PAPERT, Seymour - A Máquina das Crianças: Repensando a Escola na Era da Informática - Tradução de Sandra Costa - Porto Alegre/RS: Artes Médicas, 1994.
- PEDUZZI, Luiz O. Q. - Sobre a utilização didática da História da Ciência, In. PIETROCOLA, Maurício (org.), Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora - Florianópolis: Editora da UFSC, 2001.
- PRIGOGINE, Ilya - O fim das certezas: tempo, Caos e as leis da natureza - São Paulo: Editora da UNESP, 1996.
- RUELLE, David - Acaso e Caos - São Paulo: Editora da UNESP, 1991.
- SILVEIRA, Fernando Lang da - Determinismo, previsibilidade e Caos - Caderno Catarinense de Ensino de Física, vol. 10, nº 2 - Florianópolis: UFSC, 1993.
- SMALE, Steve - Uma ferradura nas praias do Rio de Janeiro - Revista Ciência Hoje, vol. 26, nº 156 - SBPC, 1999.
- SNYDERS, Georges - Para Onde Vão as Pedagogias Não Directivas? - Lisboa: Moraes Editores, 1973.
- STEWART, Ian - Será que Deus Joga Dados? - Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editora, 1989.
- THIOLENT, Michel - Metodologia da pesquisa-ação - São Paulo: Cortez, 2002.
- TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva - Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação - São Paulo: Atlas, 1987.
- UEMA Soraya N.; FIEDLER-FERRARA, Nelson - Atividades curtas multi-abordagem para o Ensino Médio: trabalhando o conceito de dependência sensível às condições iniciais, In: Anais do IX Encontro de Pesquisa em Ensino de Física - Jaboticatubas, MG: SBF, CD-ROM, 2004.
- _____ - Introduzindo Caos Determinístico no Ensino Médio, In: Atas do XV Simpósio Nacional de Ensino de Física. Curitiba-PR: CEFET-PR, CD-ROM, 2003.

VIANNEY, João; TORRES, Patrícia; SILVA, Elizabeth - A Universidade Virtual no Brasil - Os números do ensino superior a distância no país - Atas do Seminário Internacional sobre Universidades Virtuais na América Latina e Caribe - Quito/Equador: 13 e 14 de fevereiro de 2003.

ZANETIC, João - Física também é Cultura - Tese de Doutorado, FE-USP - São Paulo: mimeo, 1989.

Anexos

Anexo 1- Questionário inicial para o mini-curso: Introdução ao Caos em Sistemas Dinâmicos.

Anexo 2- Questionário final para o mini-curso: Caos em Sistemas Dinâmicos

Anexo 3- Fórum de discussão sobre o texto “O bater das asas de uma borboleta no Brasil pode provocar um tornado no Texas?”, de Edward Norton Lorenz.

Anexo 4- Roteiro da entrevista.

Anexo 5- CD contendo o material disponível na Internet.

Anexo 1

Questionário inicial para o mini-curso: Caos em Sistemas Dinâmicos

- 1- Onde e quando você ouviu falar ou leu algo sobre o assunto Caos?
- 2- Qual é a principal característica dos sistemas dinâmicos que apresentam comportamento caótico?
- 3- O que você entende por “Efeito Borboleta”?
- 4- O que você entende por “Atrator Estranho”?
- 5- Qual é a relação entre a Teoria do Caos e os Fractais?
- 6- Qual a diferença entre um sistema caótico determinista e um sistema aleatório?
- 7- Qual a importância da Teoria do Caos para o pensamento científico?
- 8- Você considera o assunto adequado para ensino/aprendizagem em nível introdutório:
 - a) nos cursos de Licenciatura? Por quê?
 - b) no Ensino Médio? Por quê?

Anexo 2

Questionário final para o mini-curso: Caos em Sistemas Dinâmicos

1. Do total de 7 sessões do mini-curso (14 aulas), você participou de:
2. Faça comentários sobre o mini-curso Caos em Sistemas Dinâmicos observando os seguintes aspectos:
 - a) Conteúdos priorizados
 - b) Metodologia adotada: exposições breves, utilização de softwares, interpretação formal/analítica e gráfica...
 - c) Recursos utilizados e prazos destinados aos tópicos
 - d) Auto-avaliação: compreensão, considerando sua familiaridade com o assunto antes, durante e agora, ao final do mini-curso.
3. Considere limites e possibilidades para a introdução do tema Caos no Ensino Médio por uma equipe docente com sua participação, ou mesmo individualmente.

Anexo 3

Fórum de discussão sobre o texto “O bater das asas de uma borboleta no Brasil pode provocar um tornado no Texas?”, de Edward Norton Lorenz.

O bater das asas de uma borboleta...
por PF - Tuesday, 25 September 2007, 21:13

Depois de ler o texto de Edward Norton Lorenz sugerido na Abertura, vocês acreditam que o bater das asas de uma borboleta no Brasil pode provocar um Tornado no Texas?

Re: O bater das asas de uma borboleta...
por GA - Saturday, 22 September 2007, 17:11

Sou do tipo que acredita que qualquer atitude que tomemos hoje, independente de ser uma ação, ou algumas palavras ditas, podem repercutir em algum outro lugar. Acredito que o simples bater de asas de uma borboleta pode causar um tornado no Texas, pois tudo está em constante transformação, e com algumas alterações a mais nos sistemas, podemos chegar a um "ponto crítico", que desencadeia uma série de fenomenos conseqüências do acumulo de alterações. Uma comparação brusca: tomemos uma fila enorme de automóveis em movimento, próximos um do outro, cerca de quilômetros de fila, se o primeiro por algum motivo, pisa no freio ,ligeiramente, sem nem alterar em muito sua velocidade, esse efeito se propaga, o segundo também pisará no freio, depois o terceiro, e o quarto, e assim em diante, até que pode (ou não) acontecer de um motorista estar distraído, e quando ele percebe que luzes vermelhas do carro da frente se acenderam, ele se assuste e freie bruscamente, provocando um engavetamento de carros de grandes proporções. Tudo pode acontecer, basta que as condições sejam favoráveis para formação de um furacão ou para um acidente com os carros.

Re: O bater das asas de uma borboleta...
por AV - Sunday, 23 September 2007, 22:54

No momento, não é possível responder a esta pergunta. Pelo texto, uma pequena variação nas condições iniciais podem levar a um resultado totalmente diferente para cada condição inicial. Porém, os sistemas de estudos atmosféricos não estão plenamente construídos e, acredito, não ser possível conhecer a dinâmica da atmosfera tão profundamente a ponto de ver a resposta a esta pergunta.

Re: O bater das asas de uma borboleta...
por CR - Tuesday, 25 September 2007, 02:49

Partindo do pressuposto que uma ação do presente causa conseqüências futuras, e que uma mudança na condição inicial de uma situação leva a resultados inesperados, acredito sim que, o bater de asas de uma borboleta no Brasil, pode provocar um tornado no Texas, mas isso, acredito, dependeria de muitos outros fatores, os quais não sei dizer...

Re: O bater das asas de uma borboleta...
por MA - Tuesday, 25 September 2007, 14:20

Sabemos que a toda ação existe uma reação, sendo assim as ações no presente podem gerar conseqüências futuras inesperadas. Creio eu que a ação de uma única borboleta não provoca nada, mas um conjunto delas com sucessivas batidas de asas podem dar origem a um tornado, podem dar gerar uma certa desordem climática que pode afetar o Texas. É como o fato do efeito estufa. Pequenas ações ,no passado, não afetavam o clima, mas a sucessão de vários fatores provocados pelo homem e seus consequentes aumentos geraram este caos climático que hoje vivemos. Assim como o efeito estufa, sucessivas batidas de várias borboletas ,no Brasil, pode sim causar um tornado no Texas, mesmo sabendo que estes países estão situados em diferentes hemisférios e que as condições climáticas são diferentes.

Re: O bater das asas de uma borboleta...
por RE - Tuesday, 25 September 2007, 14:55

Pequenas ações que deixamos de fazer ou fazemos, em nossas vidas podem mudar o rumo do nosso presente e futuro. As escolhas estão ligadas naquilo que esperamos ser o melhor para nós ou inconscientemente fazemos coisas que podem ser prejudiciais. Enfim, pequenas ações, sejam elas corretas ou não,acumulativamente, acarretam em destinos diferentes. Por isso , acredito que o bater das asas de uma borboleta pode provocar conseqüências em qualquer parte de mundo. Mas , prefiro pensar que essas conseqüências podem ser boas e não necessariamente poderão , acarretar em furacões ou tornados.

Re: O bater das asas de uma borboleta...
por VT - Wednesday, 26 September 2007, 02:06

Há um certo exagero em se afirmar que uma borboleta batendo as asas no Brasil poderia causar um tornado no Texas, pois embora tudo esteja interligado, ou seja,

qualquer manifestação física de algo na Terra pode ocasionar uma outra manifestação física em outro lugar, o bater das asas da borboleta pode tanto ocasionar um tornado como impedi-lo ou até mesmo ser simplesmente um fato isolado, sem grandes contribuições físicas. Contudo, apesar do exagero, não podemos descartar esta possibilidade, pois um outro evento aparentemente insignificante como o aumento médio da temperatura da Terra em 1°C pode ocasionar grandes catástrofes como podemos observar atualmente.

Re: O bater das asas de uma borboleta...
por GG - Wednesday, 26 September 2007, 18:10

Creio que sim.

Segundo a Teoria do Caos, uma pequena variação nas condições iniciais, pode gerar uma variação grande no futuro. É claro, em alguns sistemas dinâmicos.

Mas Lorenz sugere uma resposta afirmativa com seus argumentos encontrados no texto. E ainda complementa que a ocorrência de certos fenômenos não aumentam ou diminuem com o passar do tempo, e que resta-nos discutir se a sequência de tais ocorrências podem modificar.

Re: O bater das asas de uma borboleta...
por PF - Tuesday, 2 October 2007, 18:55

Interpretei diferente as conclusões do Lorenz em seu artigo. Creio que ele não deu uma resposta definitiva, mas, certamente, deixou claro que a atmosfera é um sistema altamente sensível! Mas ele coloca: se uma borboleta pudesse disparar um tornado, outra(s) borboleta(s) poderia(m) contê-lo igualmente!

No mais, á como observou o ST lá na intervenção dele: a borboleta e o tornado são metáforas usadas para provocar, para chamar a atenção para a sensibilidade às condições iniciais dos sistemas caóticos.

Re: O bater das asas de uma borboleta...
por ES - Wednesday, 26 September 2007, 22:21

Creio que não!

Acho que a instabilidade ou não do comportamento da atmosfera não depende de alterações de pequenas amplitudes. O fato de que, pequenas perturbações nas condições iniciais de um sistema dinâmico provoca grandes distorções após muito tempo, não garante que o mesmo ocorre com a atmosfera. Acho que nossa incapacidade de prever o aparecimento de um tornado em um longo tempo, não pode ser atribuído a uma alteração de amplitude tão pequena, como, ao bater de asas de uma borboleta. Acredito que, vai chegar um dia em que fenômenos imprevisíveis como este vão se tornarem previsíveis, e para isso só precisamos de novas técnicas, e tecnologias mais avançadas.

Re: O bater das asas de uma borboleta...
por ST - Tuesday, 2 October 2007, 14:10

A metáfora é muito interessante. É certo que determinados eventos podem ter conseqüências grandes para um sistema, mas será que fatores pequenos, assim como o bater das asas de uma borboleta, podem causar eventos de magnitude tão grande?

Re: O bater das asas de uma borboleta...
por LU - Tuesday, 2 October 2007, 15:24

Também me questiono sobre isso, acho que grandes eventos (como um tornado) não podem ser influenciados por um único e pequeno evento como o bater das asas de uma borboleta... Talvez alguém possa esclarecer isso melhor.

Re: O bater das asas de uma borboleta...
por WP - Sunday, 7 October 2007, 17:50

Ainda devemos nos ater sobre como os erros nas condições iniciais de um sistema dinâmico e sensível, poderá influenciar seu comportamento final. Atraves desta metáfora empregada nesse artigo "o bater das asas de uma borboleta no Brasil pode provocar um tornado no Texas?", podemos notar que o comportamento da atmosférica é um sistema sensível, quais serão as causas principais dessa sensibilidade que deverá ser questionada. Sendo assim, se esta sensibilidade for pequena e sua interação no resultado final for expressiva, essa metáfora poderá fazer sentido, resta-nos entender a sensibilidade do sistema dinâmico estudado.

Re: O bater das asas de uma borboleta...
por GU - Thursday, 18 October 2007, 16:48

Sou um adepto da terceira lei de Newton, acredito realmente que para cada ação há uma reação, e também partindo da idéia de que na natureza nenhuma força se perde, mas todas se transformam. Assim posso dizer que quase chego a acreditar se levarmos as duas idéias ao pé-da-letra, porém tenho para mim que quando Lorenz desenvolveu essa teoria ele não quis dizer que se uma borboleta bater asas aqui causaria um tornado no Texas assim de forma literal, mas sim de forma figurada, acredito que ele quis dizer que tudo no mundo está ligado, ou seja um fato que acontece aqui no Brasil pode sim ter repercussão no Texas em grande escala. Levando por esse ponto de vista então posso dizer que concordo com a teoria de Lorenz.

Anexo 4

Roteiro da entrevista.

1- Tente explicar a um leigo o que você entende por Teoria do Caos

Um dos objetivos do curso foi introduzir um vocabulário científico sobre o caos. Coloque-se na situação de encontrar alguns desses termos que iremos propor em um artigo científico, livro, numa revista, reportagem de TV ou mesmo numa conversa com amigos.

2- O que você entendeu sobre mapa logístico, estudado na Aula 1? Você se lembra da história do surgimento desse mapa? E sobre atratores?

3- E sobre espaço de fase, estudado na Aula 2?

4- E sobre pêndulo amortecido e forçado, estudado na Aula 3?

5- E sobre atrator de Lorenz, estudado na Aula 4? O que o atrator de Lorenz tem a ver com o efeito borboleta?

6- E sobre dimensão fractal, estudado na Aula 5? Para que serve no estudo do comportamento caótico? O que é um fractal?

7- E sobre expoente de Lyapunov, estudado na Aula 6? Para que serve no estudo do comportamento caótico?

As três perguntas seguintes foram feitas em casos particulares:

8- Reveja sua definição de caos.

9- Como você faria a transposição para o ensino médio?

10- E sobre a utilização dos programas, o que você achou?

Anexo 5

CD contendo o material disponível na Internet.