

UFSC - UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**Influência do Processo de Medição no
Controle Estatístico de Processos**

Tese submetida à

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

para a obtenção do grau de

DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANDRÉA CRISTINA KONRATH

Florianópolis, março de 2008.

Influência do Processo de Medição no Controle Estatístico de Processos

Andréa Cristina Konrath

Tese de Doutorado

Orientador: Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Jr, Dr.Eng

Co-Orientador: Prof. Gustavo Daniel Donatelli, Dr. Eng.

Banca Examinadora:

Prof. Álvaro José Abackerli, Ph.D. – Relator

Faculdade de Engenharia, Arquitetura e Urbanismo – UNIMEP/SP

Prof. Maurício Nogueira Frota, Ph.D.

Instituto Tecnológico – PUC/RJ

Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr. Eng.

Departamento de Engenharia Mecânica – UFSC/SC

Prof. Abelardo A. de Queiroz, Ph.D.

Departamento de Engenharia Mecânica – UFSC/SC

Prof. Robert Wayne Samohyl, Ph.D.

Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas – UFSC/SC

AGRADECIMENTOS

Para desenvolver este trabalho foi necessário muito empenho, bem como a ajuda e compreensão de inúmeras pessoas que, de forma direta e indireta, participaram de todo o seu processo de elaboração. Assim, manifesto meus sinceros agradecimentos:

Ao grande *arquiteto do universo* que me deu forças físicas emocionais garantindo a execução deste trabalho;

Ao professor Gustavo Daniel Donatelli, alguém que antes de ser um orientador, foi um grande amigo. Saiba que seus incentivos foram fundamentais para o prosseguimento de meu trabalho nos momentos de desânimo;

Aos membros da banca examinadora pelas valiosas sugestões apresentadas para o engrandecimento deste trabalho;

À Universidade Federal de Santa Catarina, ao Departamento de Engenharia Mecânica, especialmente ao Laboratório de Metrologia e Automatização – Labmetro, pela oportunidade de realização do doutorado;

Ao colega Daniel Hamburg-Piekar pelo auxílio na parte computacional, sugestões e constante colaboração;

Aos colegas e amigos do LABMETRO pelo companheirismo, amizade e colaboração cotidiana;

Ao CNPq pelo auxílio financeiro, fato este que muito contribuiu para viabilização desta tese.

Não poderia deixar de agradecer a existência das pessoas mais importantes de minha vida: minha mãe (*in memorian*), meu pai Darcilo e minha irmã Andiara.

Ao meu namorado Murilo Larroza Fonseca, por todo apoio, carinho e amor e por sempre estar ao meu lado me auxiliando nas horas difíceis.

A todos os familiares e amigos que sempre torceram pelo sucesso desta conquista.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	7
LISTA DE TABELAS	11
LISTA DE ABREVIATURAS	12
1 INTRODUÇÃO	15
1.1 A Garantia da Qualidade e a Medição	15
1.2 Critérios para Avaliação da Adequabilidade do Processo de Medição	20
1.2.1 Avaliação pela Qualidade das Medições	20
1.2.2 Avaliação do Impacto sobre a Efetividade das Técnicas de Garantia da Qualidade	21
1.2.3 Avaliação do Impacto sobre a Qualidade e os Custos	22
1.3 Objetivo da Tese	23
1.4 Estrutura do Trabalho	24
2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DO TRABALHO DE PESQUISA	26
2.1 Os Gráficos de Controle	26
2.1.1 Regras de Interpretação dos Gráficos de Controle.....	29
2.1.2 Operacionalização do Controle Estatístico.....	30
2.1.3 Avaliação do Desempenho dos Gráficos de Controle.....	32
2.2 A Incerteza de Medição	36
2.2.1 Método Clássico ou da Propagação das Incertezas.....	37
2.2.2 Método Numérico ou da Propagação de Distribuições	40
2.3 O Efeito da Medição no CEP	47
2.3.1 Efeito da Resolução com que se Registram os Dados	47
2.3.2 Erro Aleatório de Medição e seus Efeitos	48
2.3.3 Incerteza de Medição e seus Efeitos	52
2.4 Sumário do Capítulo	58

3 DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DOS ALGORITMOS DE SIMULAÇÃO.....	61
3.1 Definição do Escopo da Pesquisa.....	61
3.2 Algoritmo para Simulação de Gráficos de Controle e Cálculo do <i>ARL</i>.....	62
3.3 Algoritmos Relativos à Avaliação da Incerteza de Medição.....	66
3.3.1 Algoritmo para Avaliação da Incerteza Expandida por SMC	66
3.3.2 Algoritmo para Geração de Erros Consistentes com a Declaração da Incerteza de Medição.....	69
3.4 Algoritmos para Avaliar o Desempenho dos Gráficos de Controle Considerando o Efeito da Incerteza de Medição	71
3.4.1 Algoritmo Baseado em Medições Simuladas	72
3.4.2 Algoritmo Baseado em Medições Reais.....	76
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	78
4.1 Incerteza dos limites de Controle	79
4.2 Influência da Fase 1, a Incerteza e as Regras de Interpretação	84
4.2.1 Influência do Tamanho da Amostra Usada para Calcular os Limites de Controle.....	86
4.2.2 Influência do Valor da Incerteza.....	89
4.2.3 Influência das Regras de Interpretação	91
4.3 Influência da Correlação entre as Quantidades de Entrada	93
4.4 Influência dos Efeitos Sistemáticos.....	98
4.5 Simulação com Dados de um Processo Real – Medição de Diâmetro com Comparador de Internos	106
4.6 Discussão e Recomendações Finais.....	111
4.6.1 Sumário dos Resultados Alcançados.....	111
4.6.2 Recomendações Gerais para Avaliação do Desempenho em Casos Diferentes dos Abordados	113
4.6.3 Discussão e Recomendações Práticas	115

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	118
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	122

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1: Informações necessárias para o planejamento da qualidade, (adaptada da referência de PFEIFER, 1999).....	17
Figura 1.2: Garantia da qualidade das medições (adaptada de DONATELLI, 2004).	20
Figura 2.1: Gráfico de controle de médias e amplitudes.....	28
Figura 2.2: Conjunto de regras da WEC, usadas na detecção de possíveis padrões não aleatórios em gráficos de controle (adaptada de WHEELER, 1995).	30
Figura 2.3: Valores teóricos do ARL para processos interpretados com diferentes tipos de regras (adaptada de CHAMP & WOODALL, 1987).	34
Figura 2.4: Valores teóricos do ARL, com diferentes tamanhos de corridas inicial, (adaptada de CHEN, 1997).	35
Figura 2.5: Comparação entre o método clássico ou de propagação de incertezas (esquerda) e o método numérico ou de propagação das distribuições (direita) (adaptado de ISO GUM SUPPL 1, 2005).	41
Figura 2.6: Fluxograma simplificado da avaliação de incerteza de medição usando o método numérico (adaptado de GUM SUPPL 1, 2005).....	42
Figura 2.7: Distribuições empíricas obtidas por geração de números aleatórios com distribuição normal $N(10,1)$ para distintos tamanhos de amostra (DONATELLI, KONRATH, 2006).	43
Figura 2.8: Diferença entre o intervalo de abrangência simétrico e o intervalo de abrangência mínimo (adaptado de GUM SUPPL 1, 2005).	45
Figura 2.9: Valor do intervalo de abrangência para distintos valores de α (DONATELLI, KONRATH, 2006).....	46
Figura 2.10: Influência da resolução do indicador, caracterizada num gráfico de observações individuais e amplitude móvel construído com dados reais da indústria.....	48
Figura 2.11: Comportamento do indicador $w(\delta, \epsilon)$ para diferentes valores de perturbações na média e na dispersão do processo (MITTAG e STEMANN, 1998).....	51
Figura 2.12: Efeito da incerteza de medição no gráfico da média e desvio padrão (adaptada de GEUS, KILLMAIER e WECKENMANN, 2001).	53

Figura 2.13: Influência da resolução num processo estável (à esquerda) e quando ocorre uma mudança $\delta = \sigma_x$ na média do processo (à direita) (KONRATH, DONATELLI, 2005).	57
Figura 2.14: Influência do erro aleatório num processo estável (à esquerda) e quando ocorre uma mudança $\delta = \sigma_x$ na média do processo (à direita) (KONRATH, DONATELLI, 2005).	58
Figura 3.1: Fluxograma do algoritmo para simular gráficos de controle e estimar ARL.	63
Figura 3.2: Relação dos valores de ARL gerados pelo algoritmo (pontos em azul) com os valores teóricos obtidos por CHAMP & WOODALL (curva vermelha), para diferentes conjuntos de regras de interpretação.	64
Figura 3.3: Relação dos valores de ARL gerados pelo algoritmo (pontos em azul) com os valores teóricos obtidos por CHEN (linha vermelha), para diferentes tamanhos da corrida inicial (fase 1).	65
Figura 3.4: Fluxograma do Algoritmo de Avaliação de Incerteza por Simulação.	66
Figura 3.5: Variação dos intervalos de abrangência para diferentes probabilidades α (caso da calibração de massa).	68
Figura 3.6: Variação dos intervalos de abrangência para diferentes probabilidades α (caso do medidor de potência de microondas).	69
Figura 3.7: Fluxograma do algoritmo de geração de vetores contendo valores de erro consistentes com uma determinada declaração de incerteza.	71
Figura 3.8: Procedimento de análise dos valores de RL.	73
Figura 3.9: Fluxograma do algoritmo para avaliar o efeito da incerteza de medição no ARL, para um dado valor de perturbação adimensional da média δ	74
Figura 3.10: Comparação dos resultados obtidos pelo algoritmo com os valores de referência segundo MITTAG & STEMANN (1998).	76
Figura 3.11: Fluxograma do algoritmo para avaliar o efeito da incerteza de medição no desempenho de um gráfico de controle com base em dados reais.	77
Figura 4.1: (A) Foto da peça; (B) modelo CAD seccionado mostrando o degrau; (C) cabeçote de medição; (D) foto do equipamento completo.	79
Figura 4.2: Distribuição dos limites de controle para diferentes condições de amostragem na fase 1.	81

Figura 4.3: Distribuição dos limites de controle com valores das contribuições à incerteza duplicados.....	83
Figura 4.4: Efeito da incerteza de medição quando os limites de controle são estimados usando uma amostra grande (2000 subgrupos de tamanho 5).....	86
Figura 4.5: Efeito da incerteza para limites de controle estimados com 100 subgrupos.	88
Figura 4.6: Efeito da incerteza para limites de controle estimados com 50 subgrupos.	88
Figura 4.7: Efeito da incerteza para limites de controle estimados com 30 subgrupos.	88
Figura 4.8: Efeito da incerteza para limites de controle estimados com 100 subgrupos.	91
Figura 4.9: Efeito da incerteza para limites de controle estimados com 50 subgrupos.	91
Figura 4.10: Efeito da incerteza quando se aplica somente a regra 1.	92
Figura 4.11: Efeito da incerteza quando se aplicam as regras 1, 4.	92
Figura 4.12: Efeito da incerteza quando se aplicam as regras 1, 2, 3,4 (regras da WEC).	93
Figura 4.13: Resultados para o cenário 1, considerando a correlação no cálculo da incerteza e na SMC.....	95
Figura 4.14: Resultados para o cenário 2, negligenciando a correlação na simulação do gráfico.	95
Figura 4.15: Resultados para o cenário 3, negligenciando completamente a correlação.	96
Figura 4.16: Resultados do cenário 4, com correlação positiva entre as quantidades de entrada.	97
Figura 4.17: Resultados do cenário 5, com correlação negativa entre as quantidades de entrada.	97
Figura 4.18: Resultados do cenário 6, sem correlação entre as quantidades de entrada.....	98
Figura 4.19: Comportamento do <i>ARL</i> quando nenhuma quantidade é caracterizada como “constante”.	102
Figura 4.20: Comportamento do <i>ARL</i> quando a quantidade X_2 é caracterizada como “constante”.	103

Figura 4.21: Comportamento do <i>ARL</i> quando a quantidade X_2 é caracterizada como “constante”, porém diminuindo a influência relativa da mesma no valor da incerteza de medição.	104
Figura 4.22: Comportamento do <i>ARL</i> quando a quantidade X_2 é caracterizada como “constante” (tamanho de subgrupo 5).....	105
Figura 4.23: Comportamento do <i>ARL</i> quando a quantidade X_2 é caracterizada como “constante” (tamanho de subgrupo 2).....	105
Figura 4.24: Gráfico de controle de valores individuais do processo real.	106
Figura 4.25: Análise de normalidade dos valores medidos.....	107
Figura 4.26: À esquerda, a distribuição dos sinais em relação ao limite inferior de controle; à direita, a distribuição dos sinais com relação ao limite superior (a linha vermelha indica o número de sinais reais, detectados pelo gráfico operado com valores medidos).	109
Figura 4.27: Comportamento do <i>ARL</i> , avaliado com dados simulados (limites estimados com amostra de 100 valores).	110
Figura 4.28: Comportamento do <i>ARL</i> , avaliado com dados simulados (limites estimados com amostra de 1000 valores).....	111

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Quantidades de entrada e suas respectivas distribuições.	67
Tabela 3.2: Quantidades de entrada e suas respectivas distribuições.	68
Tabela 4.1: Descrição dos casos abordados.	78
Tabela 4.2: Descrição e distribuições das quantidades de entrada.	80
Tabela 4.3: Condições de amostragem para o estudo da incerteza dos limites de controle....	81
Tabela 4.4: Resultados do estudo para corridas iniciais de diferentes comprimentos e tamanhos de subgrupos.	82
Tabela 4.5: Resultados para corrida inicial com valores das contribuições à incerteza duplicados.....	84
Tabela 4.6: Descrição e distribuições das quantidades de entrada.	85
Tabela 4.7: Descrição e distribuições das quantidades de entrada.	89
Tabela 4.8: Quantidades de entrada e saída para os três cenários de análise.....	95
Tabela 4.9: Quantidades de entrada e saída para o segundo conjunto de cenários de análise.	97
Tabela 4.10: Descrição e distribuições das quantidades de entrada.	101

LISTA DE ABREVIATURAS

<i>ARL</i>	Comprimento Médio de Corrida (Average Run Length)
<i>ARL^{mens}</i>	Comprimento Médio de Corrida do Mensurando
<i>ARL^{Teórico}</i>	Comprimento Médio de Corrida Teórico
CDF	Função de Densidade Acumulada (Cumulative Distribution Function)
CEP	Controle Estatístico de Processo
DOE	Delineamento de Experimentos (Design of Experiments)
FMEA	Análise dos Modos de Falhas e seus Efeitos (Failure Modes and Effects Analysis)
FTA	Análise de Árvore de Falhas (Failure Tree Analysis)
IC	Intervalo de Confiança
LC	Linha Central
LIC	Limite Inferior de Controle
LSC	Limite Superior de Controle
QFD	Desdobramento da Função Qualidade (Quality Function Deployment)
MSA	Análise dos Sistemas de Medição
<i>PMAP</i>	Programa para a Garantia da Qualidade do Processo de Medição (Process Measurement Assurance Program)
PDF	Função de Densidade de Probabilidade (Probability Density Function)
RL	Comprimento de Corrida
\overline{RL}	Média do Comprimento de Corrida
SMC	Simulação de Monte Carlo
$S(RL)$	Desvio Padrão do Comprimento de Corrida
$\overline{S(RL)}$	Desvio Padrão Médio do Comprimento de Corrida
TQM	Gestão da Qualidade Total
WEC	Western Electric

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo analisar as relações existentes entre processo de medição e o processo de fabricação no contexto do controle estatístico de processos por variáveis, almejando gerar conhecimentos que viabilizem um uso mais racional do controle estatístico de processos (CEP) e da metrologia. Foi construído um modelo matemático que permitiu propagar a incerteza de medição através do CEP, considerando seu efeito potencial sobre os limites de controle e sobre a capacidade do gráfico para detectar mudanças da média do processo. O modelo matemático foi implementado em um algoritmo de simulação de Monte Carlo. A simulação Monte Carlo permitiu criar um ambiente único, bastante intuitivo, para estudar todos os casos sem ter que mudar continuamente a modelagem matemática. São apresentados os resultados de diversos estudos de caso que permitiram avaliar o impacto da incerteza dos dados sobre incerteza dos limites de controle do gráfico de posição (isto é, gráfico de médias) e posteriormente sobre a incerteza do comprimento médio de corrida (*ARL*), considerado um indicador da capacidade do gráfico para detectar mudanças da média do processo. Dois indicadores foram utilizados nesta pesquisa para avaliar o efeito da incerteza de medição no desempenho do gráfico. Os mesmos permitiram quantificar o efeito da incerteza de medição sobre o desempenho do gráfico de controle. Em todos os estudos de casos, buscou-se avaliar combinações realistas de processo de medição e processo de fabricação, através da utilização de informações sobre processos reais ou dados extraídos de bibliografias reconhecidas. Mediante os estudos de caso, pode-se provar que a incerteza de medição pode ser propagada através das operações estatísticas necessárias para a construção e operação de um gráfico de controle, causando incerteza no posicionamento dos limites de controle e nos valores do indicador *ARL* para diferentes deslocamentos da média do processo. E ao final é feita uma análise crítica sobre os resultados alcançados e são feitas recomendações para melhorar a aplicação dos sistemas de medição no controle estatístico de processos.

Palavras-chave: Incerteza de Medição, CEP, Processo de Medição, Simulação Monte Carlo.

ABSTRACT

The objective of this work is to analyze the existing relations between measurement process and manufacturing process, within the framework of Statistical Processes Control (SPC). The focus will be generating knowledge that enables a more rational use of SPC and industrial metrology. A mathematical model was developed, allowing the propagation of measurement uncertainty through SPC, considering its potential effect on the control limits and the capacity of the control charts to detect changes in the process mean. The mathematical model was implemented using the Monte Carlo simulation approach. This approach allows the creation of a very unique and intuitive environment for the user, studying all the cases without having to continually modify the mathematical model. The results of several case studies are presented, analyzing the impact of measurement uncertainty on the uncertainty of the control limits, specifically for the average control chart. In the same manner, the uncertainty of the average run length (ARL) was investigated, considered as a good indicator of the capacity of control charts to detect changes on the process average. Another two indicators were used in this study to evaluate the effect of the measurement uncertainty in the performance of the control charts. In all case studies, the aim was set to evaluate realistic combinations of measurement process and manufacturing process, through the use of information of actual cases or data extracted from recognized bibliographies. As a consequence, it was proved that measurement uncertainty can be propagated in conjunction with stochastic operations, which are needed to construct realistic control charts. Thus, uncertainty in measurements causes an uncertainty on the real location of the control limits and the values of ARL for different perturbations on the process mean. Finally, a critic analysis is made about the results and recommendations are made to improve the application of the measurement systems in the real SPC situations.

Keywords: Uncertainty of Measurement, Statistical Processes Control, Measurement Process, Monte Carlo Simulation.

1 INTRODUÇÃO

1.1 A GARANTIA DA QUALIDADE E A MEDIÇÃO

A qualidade tem desempenhado um papel fundamental no mundo industrial e empresarial, tornando-se um tema central nas estratégias de negócios dentro de um cenário cada vez mais competitivo. Segundo MONTGOMERY (2001), a qualidade está relacionada a uma ou mais características que um produto ou serviço deve apresentar. GARVIN (1987) classifica estas características da seguinte forma:

- Desempenho: o produto realmente corresponde ao que dele se espera.
- Confiabilidade: com que frequência o produto deixa a desejar.
- Durabilidade: por quanto tempo o produto irá durar.
- Manutenibilidade: qual a facilidade para reparar o produto.
- Estética: qual a aparência do produto.
- Características: o que o produto faz e o que ele apresenta como diferencial.
- Qualidade percebida: qual é a reputação da companhia responsável pelo produto.
- Conformidade com padrões: o produto ou serviço é exatamente igual ao que foi projetado.

O aperfeiçoamento dinâmico da qualidade torna-se um instrumento para o aumento da produtividade e redução de custos. Neste contexto de melhoria contínua da qualidade surgem alguns fatores motivadores, cuja consideração auxilia na formulação de estratégias de negócio, tais como (MONTGOMERY, 2001):

- O aumento da consciência do consumidor para qualidade e forte orientação para alto desempenho.
- A responsabilidade pelo produto e as conseqüências de sua utilização.
- O aumento dos custos de trabalho, energia e matéria-prima.
- A competição intensa entre empresas que fornecem para o mesmo mercado.

- A melhoria na produtividade por meio de programas efetivos de engenharia da qualidade.

Torna-se necessário, portanto, avaliar as conseqüências da falta de qualidade em termos de valores monetários, como uma forma de facilitar a tomada de decisões gerenciais. Surgiram assim os denominados “custos da falta de qualidade”, que podem ser entendidos como a diferença entre o custo real do produto para a empresa e o custo que se obteria se a qualidade fosse perfeita. Em geral, os custos da falta de qualidade são categorias de custos gerados pelas atividades de produzir, identificar, evitar ou reparar produtos que não estão dentro dos padrões. Os custos da qualidade podem ser classificados em quatro categorias: custos de prevenção, custos de avaliação, custos de falhas internas e custos de falhas externas.

A garantia da qualidade se ocupa de organizar, em forma técnica e economicamente ótima, os esforços da empresa por atingir a qualidade esperada pelo mercado e melhorá-la continuamente, reduzindo no possível os custos da falta de qualidade. Esse esforço não pode ser resultado de ações isoladas, desestruturadas, e deve sim acontecer numa forma sistêmica e formal, aplicando métodos robustos e documentando as decisões tomadas e seus resultados. Em particular, o conceito moderno de garantia da qualidade exige que as decisões sejam tomadas com base em fatos e dados, ou seja, em informações objetivas e rastreáveis descrevendo a qualidade de produto e o andamento dos processos. Em geral, pode-se afirmar que essas informações são geradas pelas operações de inspeção realizadas durante a fabricação do produto e também sobre falhas acontecidas em testes e durante a utilização do produto pelo cliente.

Um sistema da qualidade eficiente é caracterizado pelo uso adequado desses dados em diferentes ciclos de realimentação dentro da empresa, priorizando fundamentalmente as atividades de prevenção de defeitos e falhas (PFEIFER, 1999). A Figura 1.1 mostra o fluxo de informações e o cenário de atuação das principais técnicas da garantia preventiva da qualidade, as quais atuam nas etapas de planejamento do produto, desenvolvimento do produto e processo e planejamento da produção. Os métodos de garantia da qualidade devem ser aplicados durante todo o processo de desenvolvimento do produto, do estudo de mercado até a entrega do produto ao cliente. Esses métodos podem ser divididos em métodos *on-line* e *off-line*. Estes são preventivos, usados nas fases anteriores à produção, com ações para evitar erros e produzir qualidade desde o planejamento. Aqueles são métodos baseados na estatística, aplicados durante a produção para supervisionar a qualidade do produto e controlar os processos de fabricação. Cabe ressaltar que os dados obtidos pela aplicação de métodos *on-*

line devem realimentar os métodos *off-line*, que compõem uma base viva de informações, que deve ser continuamente atualizada. Os métodos *off-line* mais difundidos são: análise dos modos de falhas e seus efeitos (FMEA), desdobramento da função qualidade (QFD), análise de árvore de falhas (FTA), delineamento de experimentos (DOE). As principais técnicas de gestão preventiva da qualidade atuam nas etapas de planejamento do produto, desenvolvimento do produto e processo e planejamento da produção, sendo realimentadas por uma base de informações provenientes do processo produtivo e dos clientes. Esses mesmos dados do processo produtivo podem ser utilizados para garantir a qualidade *on-line*, por meio de outras técnicas estatísticas, especialmente o controle estatístico de processo.

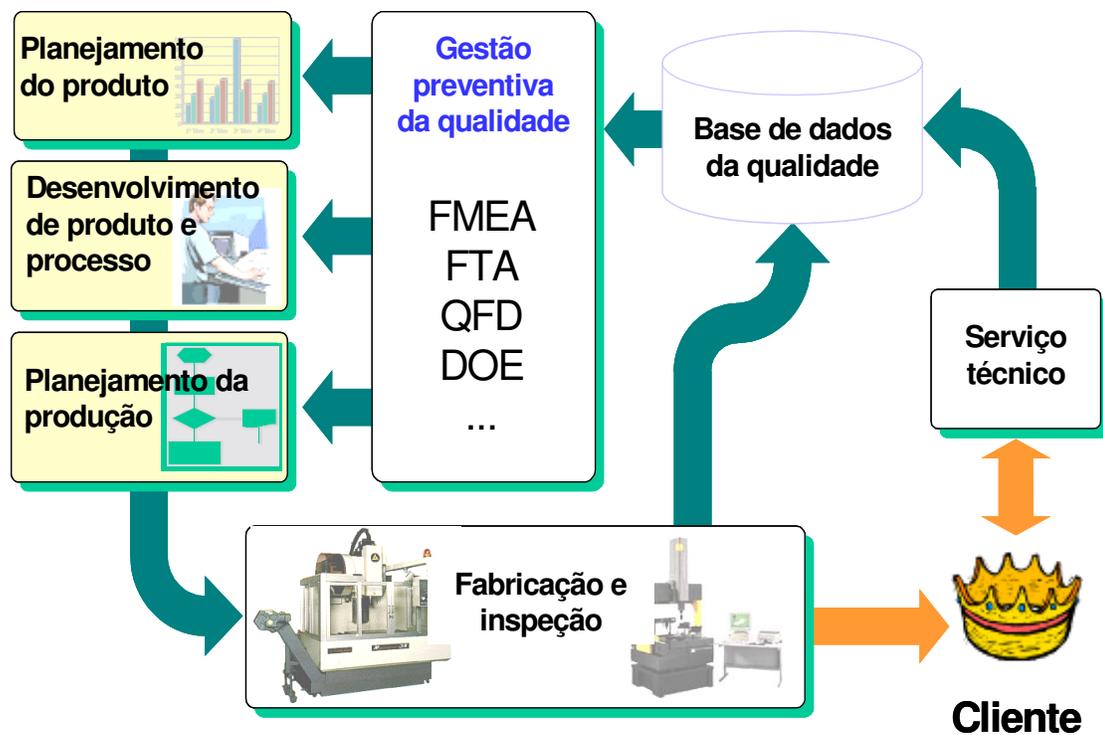


Figura 1.1: Informações necessárias para o planejamento da qualidade, (adaptada da referência de PFEIFER, 1999).

Apesar do alto impacto que se obtém ao priorizar as ações de prevenção que atuam nas etapas de planejamento de produto e processo, é indispensável dedicar esforços no sistema para garantir a operação dos processos no alvo com variância mínima. Neste sentido, o controle estatístico de processos (CEP) merece especial destaque, uma vez que ele pode ser aplicado tanto nos processos de fabricação como nos de gestão. O CEP utiliza gráficos de controle ou gráficos de comportamento de processos, na mais moderna denominação de WHEELER (1995), para identificar problemas e para colocar e manter os processos em

estado de controle estatístico ou previsibilidade. Utilizado no âmbito da melhoria contínua, o CEP dá subsídios para a redução da variabilidade dos processos, resultando em produtos que apresentam perda de valor mínima.

O CEP pode ser aplicado usando dados tipo atributo, obtidos pela comparação do produto com padrões, ou dados tipo variável, obtidos por medição. No atual contexto industrial, o CEP por atributos está sendo progressivamente abandonado, devido à diminuição dos lotes de produção e a necessidade de operar processos no qual a fração não-conforme é extremamente pequena. O CEP realizado com dados tipo variável permite controlar processos que operam quase exclusivamente na região de conformidade.

O CEP, como qualquer técnica estatística baseada em amostragem, apresenta uma capacidade limitada de detectar mudanças de estado no processo. Assim, pode gerar sinais falsos, alertando sobre mudanças que na realidade não existem, ou omitindo sinais de mudança. Porém, não é essa a única fonte de desvios no comportamento dos gráficos de controle: a efetividade do CEP também depende da qualidade dos dados gerados pelo processo de medição.

De forma análoga a todos os tipos de processos, um processo de medição é impactado por diversas fontes de variação. De acordo com modelos amplamente aceitos (AIAG, ASQ, 2002), essas fontes de variação podem ser classificadas em cinco categorias principais: padrão, peça, instrumento, operador/procedimento e ambiente (esse modelo é conhecido pela sigla SWIPE, acrônimo dos termos em inglês Standard, Workpiece, Instrument, Procedure, Environment). Em função desse conjunto de fatores, os resultados propiciados por uma medição afastam-se do valor verdadeiro da grandeza medida (ou valor do mensurando) por uma quantidade denominada “erro de medição”.

Em primeira instância, os erros de medição podem ser classificados em erros “bem comportados” e erros grosseiros. Os primeiros são próprios do processo de medição em condição de operação normal e caracterizam-se por apresentarem um comportamento estocástico consistente. Os últimos são gerados por afastamentos com referência às condições normais de medição, tais como: mau funcionamento do sistema de medição, desvios incomuns das condições ambientais, execução errada de procedimentos, erros de transcrição ou tratamento de dados, entre outros. Erros que apresentam um comportamento estocástico consistente podem ser ainda classificados em sistemáticos e aleatórios. Erros sistemáticos apresentam valores aproximadamente constantes e repetidos para medições sucessivas. Erros aleatórios têm valor médio zero e respondem a um determinado modelo de distribuição.

Pela sua própria natureza, os erros de medição não podem ser conhecidos com exatidão. Nos últimos anos, o reconhecimento desse fato (BIPM, IEC, IFCC, ISO, OIML IUPAC, 1993) somado à constatação de que os efeitos sistemáticos e aleatórios não são facilmente diferenciáveis entre si nos processos de medição reais, levou a comunidade metrológica internacional a formular e difundir o conceito de incerteza de medição, que está ligado ao conceito moderno de rastreabilidade, (BELANGER *et al.*, 2000). A incerteza define uma faixa localizada ao redor do resultado corrigido da medição, dentro da qual se espera o valor do mensurando com certa probabilidade de abrangência. Embora a incerteza seja geralmente estimada usando métodos probabilísticos, isto é, propagação de variâncias através de um modelo matemático representativo da medição, ela não deve ser interpretada como uma expressão da variabilidade aleatória dos resultados de medição, mas como uma declaração da ignorância física sobre o valor do resultado (KESSEL, 1997), sobre o experimento.

A incerteza de medição nunca é desprezível em medições industriais, obtidas com instrumentos sujeitos às restrições econômicas em ambientes que se afastam das condições de referência e/ou em tempos limitados pelas necessidades do processo produtivo. De fato, não são incomuns os casos nos quais o valor da incerteza padrão de medição é da mesma ordem do desvio padrão do processo. Como já foi mencionado, a incerteza pode gerar potenciais distorções dos gráficos de controle, produzindo bases pouco confiáveis para atuar no processo. Em geral, uma incerteza de medição excessiva pode resultar em processos mal posicionados (isto é, fora do valor alvo), um aumento da taxa de alarmes falsos e em uma capacidade reduzida para detectar sinais de mudança. Essa perda de efetividade do CEP pode ocasionar um aumento dos custos da falta de qualidade, em particular dos custos de falha interna e externa. Para minimizar essa problemática, torna-se necessário reduzir a incerteza de medição usando, para tanto, instrumentos mais exatos, ambientes mais controlados e procedimentos mais elaborados, os quais resultam em um aumento de outra das categorias dos custos da qualidade, o custo de avaliação. Assim, a seleção de sistemas de medição para aplicações industriais pode ser vista como um compromisso que se resolve no âmbito dos custos da falta de qualidade.

1.2 CRITÉRIOS PARA AVALIAÇÃO DA ADEQUABILIDADE DO PROCESSO DE MEDIÇÃO

A Figura 1.2 mostra três critérios possíveis para avaliar a adequabilidade de um processo de medição: (1) avaliar a qualidade das medições; (2) avaliar o efeito das medições na efetividade de técnicas de garantia da qualidade; (3) avaliar o efeito das medições na qualidade do produto e seus custos. Nas seções a seguir será feita uma breve exposição introdutória sobre trabalhos desenvolvidos nestas três vertentes.

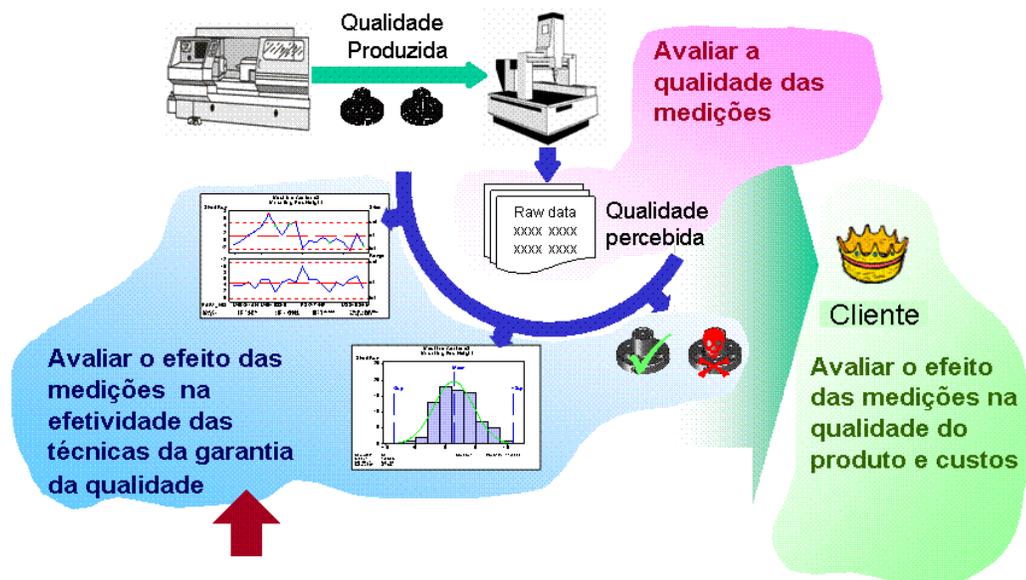


Figura 1.2: Garantia da qualidade das medições (adaptada de DONATELLI, 2004).

1.2.1 Avaliação pela Qualidade das Medições

O primeiro critério baseia-se na estimação dos erros de medição ou da incerteza de medição e posterior comparação com a tolerância ou variação do processo de fabricação.

Os métodos correspondentes a esse critério são geralmente baseados em análises de repetitividade e reprodutibilidade. Os dados são obtidos de experimentos realizados em curtos intervalos de tempo, usando produtos obtidos do próprio processo de fabricação. Todos os critérios de capacidade propostos pressupõem a estabilidade estatística do processo de medição, o qual é uma restrição forte e nem sempre válida na prática industrial.

Em particular, WHEELER (1989) propõe um indicador denominado “relação de discriminação”, que compara o desvio padrão do erro de repetitividade com o desvio padrão

das medições obtidas em unidades de produto para determinar se o sistema de medição apresenta uma variabilidade suficientemente pequena. Outros indicadores propostos pelos guias dominantes na indústria automotiva (AIAG, ASQC, 2002) e (BOSCH, 2003) operam de forma similar, mas consideram também a variação dos erros médios entre operadores (isto é, a reprodutibilidade) no cálculo do desvio padrão do erro de medição.

Porém a avaliação da capacidade realizada dessa forma, tem sido criticada pelos defensores do conceito de incerteza de medição. Argumenta-se, que os dados utilizados nos estudos de capacidade não estão influenciados pela totalidade dos erros presentes na medição. Erros estruturais (ex. variações de longo prazo) ou desvios constantes (ex. resíduos de calibração ou zeragem) não podem ser detectados nos estudos de repetitividade e reprodutibilidade, embora atuem durante o uso do sistema de medição. Com base nessa evidência, tem-se proposto a utilização da relação entre incerteza e tolerância como única forma metrologicamente aceitável de avaliar a capacidade da medição (HERNLA, 1996).

Em relação às aplicações de CEP, a utilização do critério de capacidade baseado na incerteza de medição, não está isenta de ambigüidades. Dois processos de medição com a mesma incerteza, mas com diferente proporção de efeitos sistemáticos e aleatórios, poderão afetar distintamente o desempenho dos gráficos de controle. Erros aleatórios ou de repetitividade diminuem a sensibilidade do gráfico de controle às mudanças do processo. Erros sistemáticos ou desvios entre operadores afetam o gráfico de controle que monitora a posição do processo, induzindo correções desnecessárias ou inadequadas. Deve-se salientar que essas objeções são aplicáveis também aos critérios baseados nos erros de repetitividade e reprodutibilidade. Além disso, embora amplamente difundidos, esses critérios não fornecem subsídios para que os gerentes consigam decidir sobre investimentos em metrologia a partir de bases consistentes.

1.2.2 Avaliação do Impacto sobre a Efetividade das Técnicas de Garantia da Qualidade

Diversos autores estudaram os efeitos do erro de medição nas técnicas de garantia da qualidade na linha de produção, estabelecendo as bases para avaliação da adequabilidade do processo de medição segundo o critério (2).

Em particular, KANAZUKA (1986), WOODALL (1995), MITTAG & STEMANN (1998), TRICKER (1998), LINNA & WOODALL (2001), entre outros, estudaram o efeito dos erros de medição na efetividade dos gráficos de controle de Shewhart. Em todos os casos foram usados indicadores de efetividade tais como a probabilidade de intervenção no processo

ou seu inverso, o comprimento médio de corrida *ARL* (do inglês *Average Run Length*). Esses trabalhos demonstram que, em geral, erros de medição produzem um aumento da taxa de alarmes falsos e uma redução da sensibilidade dos gráficos de controle às mudanças da média e do desvio padrão do processo. Eles relatam também que erros sistemáticos e aleatórios produzem efeitos distintos no gráfico de controle. Contudo, deve-se salientar que nesses estudos foram adotadas fortes hipóteses simplificadoras para viabilizar a solução analítica do problema. Assim, seus resultados são de limitada utilidade prática, sendo úteis somente para fins de orientação.

SILVA (2003) avaliou, utilizando simulação computacional, a influência da incerteza de medição no comportamento do gráfico de controle de valores individuais e amplitudes móveis. A autora estudou a capacidade desses gráficos de controle na detectarem mudanças abruptas da média do processo quando aplicados sob diversos conjuntos de regras de interpretação, isto é, a regra clássica de “um ponto fora dos limites de controle” e o conjunto de quatro regras conhecido como da “Western Electric” (WHEELER, 1995). Os limites de controle foram obtidos a partir de uma amostra inicial de 100 dados, removendo assim uma restrição comum aos modelos probabilísticos usados por outros autores que analisam o comportamento do gráfico com limites teóricos, (geralmente limites 3σ). A análise foi restringida a processos de medição de propriedades estatísticas invariáveis no tempo. Como indicador de efetividade do gráfico de controle adotou-se também o *ARL*.

Embora o trabalho de SILVA (2003) possa ser facilmente estendido à análise do gráfico de médias e amplitudes, de ampla aplicação na indústria, percebe-se que existe ainda um conjunto de restrições próprias do modelo que afetam a utilização prática dos resultados. Nota-se que, nenhum dos trabalhos citados acima estudou extensivamente a relação existente entre as decisões de amostragem (ex.: o número de unidades usadas para calcular os limites de controle e o número de unidades que formam o subgrupo) e as decisões metrológicas.

1.2.3 Avaliação do Impacto sobre a Qualidade e os Custos

DONATELLI (1999) avaliou a capacidade de processos de medição para realizar classificação de unidades em operações de inspeção 100%, usando simulação computacional. O autor propôs um índice que avalia a proporção da perda de qualidade adimensional e unitária que pode ser atribuída aos erros de medição, para o qual utiliza a função perda de valor quadrática modificada para atender os requisitos da inspeção 100%.

Já no âmbito do CEP, HAMBURG-PIEKAR *et al.* (2003) estudaram por simulação computacional o efeito da incerteza de medição na eficiência do posicionamento de processos normalmente distribuídos, quando esse é realizado usando gráficos de valores individuais segundo a metodologia proposta por WHEELER (1991). O modelo de erro utilizado considera dois tipos de contribuições para a incerteza de medição: uma associada ao erro de repetitividade (assumido normal) e outra associada aos erros sistemáticos desconhecidos e residuais. Os autores mostraram que a incerteza de medição não tem efeito relevante sobre o número esperado de produtos necessários para centrar o processo, nem sobre o número esperado de ajustes até a liberação do mesmo. Em contrapartida, a incerteza tem expressiva influência sobre o desvio residual esperado da média do processo com referência ao alvo. Quanto maior a incerteza de medição, tanto maior será a amplitude da faixa dentro da qual se pode encontrar a média residual do processo. Os autores relacionaram esses desvios ao aumento da perda de qualidade média associada ao deslocamento residual da média do processo, que está relacionada com os custos de falha interna e externa.

Não existem outros antecedentes que possibilitem computar os custos de falha interna e externa, diretamente associados ao processo de medição quando o mesmo é utilizado em controle estatístico de processo. O trabalho de HAMBURG-PIEKAR *et al.* (2003) pode ser considerado como uma iniciativa isolada, focada somente no posicionamento dos processos, que é um dos objetivos do CEP.

1.3 OBJETIVO DA TESE

Fundamentado na análise realizada na seção 1.2, a presente tese de doutorado possui o seguinte objetivo geral:

Analisar o efeito do processo de medição no desempenho do gráfico de controle da média, almejando gerar conhecimentos e recomendações que viabilizem um uso mais racional do CEP e da metrologia de produção.

Esse objetivo baseia-se na premissa de que a avaliação isolada do processo de medição, como proposto pelo primeiro critério de adequabilidade, não resulta necessariamente em custos da qualidade mínimos. Considera-se que decisões próprias do CEP, tais como o tipo de gráfico, o tamanho da corrida inicial, o tamanho do subgrupo e a frequência de amostragem, não deveriam ser tomadas senão em conjunto com decisões de cunho metrológico, tais como o valor e a composição da incerteza de medição, a frequência e o método de zeragem, dentre

outros. Espera-se que, dessa forma, torne-se possível a otimização global do sistema de garantia da qualidade, diminuindo o custo de avaliação sem transgressão dos limites aceitáveis para os custos de falha interna e externa.

Os seguintes objetivos específicos podem ser delineados:

- Desenvolver um modelo matemático que permita propagar a incerteza de medição através do CEP, considerando seu efeito potencial sobre os limites de controle e sobre a capacidade de o gráfico detectar mudanças da média do processo.
- Implementar o modelo matemático em um algoritmo de simulação de Monte Carlo, avaliando criticamente a qualidade dos resultados gerados por comparação com resultados disponíveis na bibliografia (validação parcial).
- Estudar o efeito da incerteza de medição sobre a incerteza dos limites de controle e sobre os indicadores de desempenho para o gráfico de controle de médias, considerando:
 - diferentes tamanhos de subgrupo;
 - diferentes comprimentos da corrida inicial (número de subgrupos usados para estimar os limites de controle);
 - diferentes tipos de regras de interpretação para detectar estados “fora de controle”;
 - diferentes equações de medição, considerando quantidades de entradas normais e não-normais, correlacionadas e comportamentos sistemáticos.
- Analisar criticamente os resultados e esboçar métodos e recomendações para melhorar a aplicação dos sistemas de medição no controle estatístico de processos.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente documento está estruturado em cinco capítulos, caracterizados a seguir:

O capítulo 2 desenvolve-se um embasamento teórico sobre os assuntos pertinentes ao CEP e de metrologia de interesse à garantia da qualidade. Apresentam-se os gráficos de controle de Shewhart, sua operacionalização em ambiente industrial e os critérios que podem ser usados para avaliar seu desempenho. São estudados os aspectos relevantes da metrologia num contexto geral. Apresentam-se também dois métodos para análise de incerteza: o método

clássico ou de propagação de incertezas e o método da simulação de Monte Carlo ou de propagação de distribuições. Uma revisão crítica dos trabalhos de outros autores que pesquisaram sobre diversos aspectos da relação entre controle estatístico de processo e metrologia. Esses antecedentes são classificados em duas vertentes, uma de cunho principalmente estatístico e outra de cunho eminentemente metrológico. São discutidas as diferenças entre os diversos modelos utilizados, com relação aos objetivos da tese.

No capítulo 3 apresenta-se o método proposto. Neste capítulo é abordada a definição dos algoritmos, sua construção e os requisitos que os mesmos devem cumprir. É apresentada conjuntamente a evidência da validação parcial a que os algoritmos foram submetidos, através da comparação dos resultados gerados por eles com os resultados disponíveis na literatura.

O capítulo 4 apresenta os resultados da aplicação dos modelos desenvolvidos para diversos estudos de caso. Posteriormente, discutem-se os resultados com referência às pesquisas de outros autores e às práticas comuns da metrologia industrial. Apresenta-se um roteiro para analisar casos não contemplados nesta pesquisa e propõem-se boas práticas para a seleção e aplicação de sistemas de medição.

Finalmente, no capítulo 5 conclui-se o trabalho são feitas recomendações para pesquisas futuras na área.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DO TRABALHO DE PESQUISA

Na seção 2.1 apresentam-se os gráficos de controle e o modo em que os mesmos são utilizados para controle estatístico em processos reais de fabricação. Os principais fatores que afetam o desempenho do controle estatístico de processos são enumerados e discutidos, mostrando-se seus efeitos através de indicadores de desempenho de cunho estatístico. Os fatores abordados são: tipo de gráfico, tamanho de subgrupo, tamanho da corrida inicial usada para estimar os limites de controle e regras usadas para identificar estados fora de controle. Considerando a vasta produção acadêmica na área, torna-se pouco prático fazer uma revisão geral de todas as possíveis combinações dos fatores acima. Assim, a discussão é centrada nas opções de aplicação mais comum na indústria que utilizam processos com saídas discretas, omitindo as restantes.

A seção 2.2 é dedicado ao estudo incerteza de medição, notadamente dos dois métodos alternativos usados para avaliá-la: o método dos coeficientes de sensibilidade ou da propagação de incertezas e o método numérico ou da propagação de distribuições, que utiliza simulação de Monte Carlo.

A seção 2.3 concentra-se numa criteriosa revisão dos trabalhos de outros autores que abordaram o estudo do efeito dos erros de medição no CEP, discutindo os critérios adotados e sua aplicabilidade aos processos reais.

Concluindo o capítulo a seção 2.4 encaminha uma discussão geral do material apresentado no capítulo, justificando-se assim os métodos de pesquisa abordados no capítulo 3.

2.1 OS GRÁFICOS DE CONTROLE

Os gráficos de controle constituem-se em poderosos instrumentos para visualizar e compreender os diferentes tipos de variação de um processo. Por meio deles, pode-se detectar quando um processo sai de uma condição de controle ou previsibilidade e passa a se comportar de forma não previsível, influenciado pelas denominadas “causas especiais ou atribuíveis”. Cada vez que uma variação especial é encontrada, surge uma oportunidade singular para a melhoria do processo. Para isso, o processo deve ser investigado em busca da

causa raiz que gerou tal variação e, quando possível, estratégias devem ser traçadas para eliminá-la. Em geral, as causas especiais podem ser eliminadas com ações locais de baixo custo. Por outro lado, apenas uma mudança substancial do processo pode reduzir a variação natural, devida à ação das denominadas “causas comuns” (HAWKINS & OLWELL, 1998).

Na concepção tradicional, um processo está sob controle estatístico quando a distribuição que descreve a variação da característica da qualidade permanece razoavelmente constante no tempo. Assim, é possível analisar o estado de controle monitorando a evolução de uma estatística de posição (ex: observação individual, média ou mediana) e uma estatística de dispersão (ex: desvio padrão, amplitude ou amplitude móvel), calculadas a partir da medição de amostras retiradas do processo.

Para identificar a presença de variações atípicas, fora dos limites de controle, os gráficos de Shewhart possuem limites de controle estabelecidos a uma distância de 3σ (três desvios padrões) da linha média. Muitos acadêmicos e usuários do CEP afirmam que a regra sugerida de três desvios padrões torna-se válida somente quando for possível aproximar a distribuição dos pontos no gráfico por uma distribuição normal. Entretanto, ao desenvolver os gráficos de controle, Shewhart definiu que os limites de controle 3σ com base na experiência prática, procurando alcançar um razoável equilíbrio entre o número de alarmes falsos e o número de sinais de mudança de processo perdidos. Assim, praticamente todos os dados que estivessem além dos limites evidenciarão a presença de problemas que mereciam ser investigados (SHEWHART, 1931, apud WHEELER, 1995, p.115). Na mesma linha de raciocínio, WHEELER (1995, p.122) declara que “independentemente da distribuição da estatística amostral, praticamente todos os valores irão estar dentro dos limites se o processo estiver sob controle estatístico”. Para suportar essa afirmação, mostra que gráficos obtidos com dados distribuídos segundo diversas funções de densidade simétricas e assimétricas podem ser analisados com gráficos de Shewhart, sem mudanças inaceitáveis de desempenho.

Os gráficos de Shewhart mais utilizados na indústria que opera processos com saídas discretas são os de “média e a amplitude” (\bar{X} -R) e “média e o desvio padrão” (\bar{X} -S) (MONTGOMERY, 2001). Para construir esses gráficos, amostras de duas ou mais unidades fabricadas devem ser retiradas periodicamente do processo, buscando formar subgrupos. Conforme SIQUEIRA (1997), um subgrupo pode ser definido como uma divisão racional da amostra coletada, de modo a facilitar a identificação de uma possível causa especial que seja assinalada no gráfico de controle. O tamanho de subgrupo depende do tipo de gráfico que estiver sendo usado, do custo associado à inspeção e da relevância da informação obtida.

Tipicamente, amostras formadas por unidades de produto retiradas em um intervalo curto de tempo configuram subgrupos racionais, uma vez que dificilmente acontecem mudanças relevantes do processo durante o breve tempo de amostragem. Assim, poder-se-á assumir que a variação dentro do subgrupo representa o comportamento natural do processo, sob ação do sistema de causas comuns. Por outra parte, subgrupos obtidos em momentos diferentes podem mostrar o efeito de mudanças acontecidas no período transcorrido entre amostragens sucessivas. Por essa razão, os gráficos de Shewhart possuem limites 3σ calculados a partir da dispersão média de um conjunto de subgrupos racionais, obtidos durante um intervalo de tempo no qual o processo mostrou um razoável estado de controle.

A Figura 2.1 exibe um gráfico típico de médias e amplitudes, indicando os limites de controle e as equações utilizadas para calculá-los.

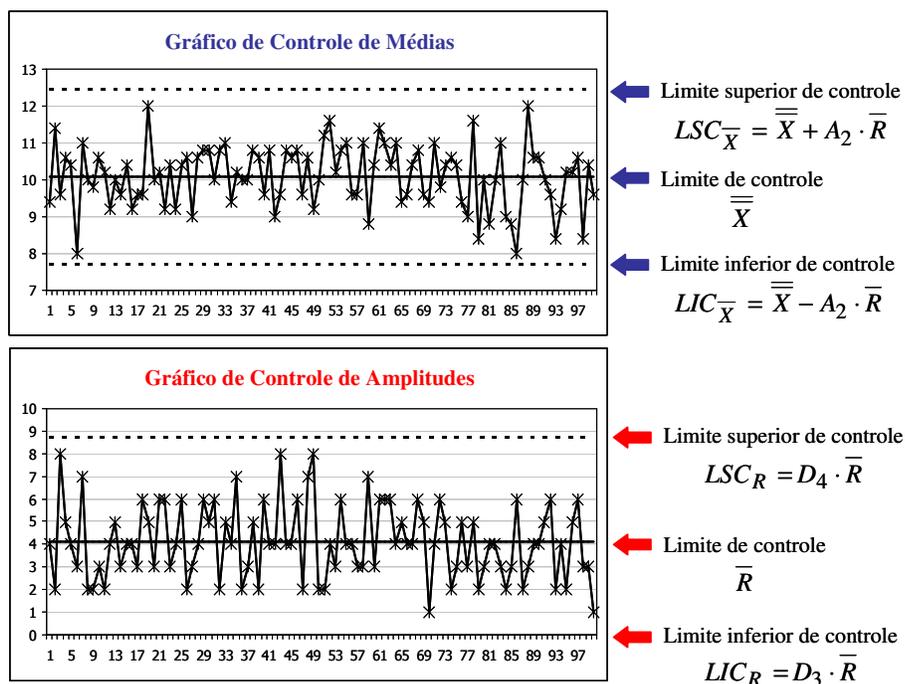


Figura 2.1: Gráfico de controle de médias e amplitudes.

Em geral, os limites de controle das médias são centralizados na grande média $\bar{\bar{X}}$, calculada a partir de dados gerados pelo próprio processo durante a denominada “corrida inicial”. Alternativamente, pode-se usar o valor do alvo de fabricação como limite de controle do gráfico das médias. Os valores dos coeficientes A_2 , D_3 e D_4 dependem do tamanho de subgrupo e podem ser encontrados praticamente em todos os livros textos da área de controle estatístico da qualidade (MITTAG & RINNE, 1993). O gráfico de médias e desvios padrões é

semelhante ao anterior, embora os coeficientes sejam diferentes em razão da mudança da estatística de dispersão usada para calcular os limites de controle.

Um outro gráfico bastante comum na indústria é o de observações individuais e de amplitudes móveis. Usa-se esse gráfico quando, por qualquer razão, não é possível formar subgrupos, mas também quando as medições são caras ou destrutivas. A variabilidade do processo é estimada por meio da amplitude móvel de duas ou mais observações individuais sucessivas, tipicamente obtidas em diferentes momentos. Os subgrupos assim formados, não podem ser ditos racionais, pois variações de médio e longo prazo podem estar atuando dentro do subgrupo, contaminando as estimativas da amplitude móvel. Assim, os gráficos de observações individuais e amplitude móvel apresentam menor capacidade para detectar mudanças na média do processo e são praticamente insensíveis às mudanças da variabilidade.

2.1.1 Regras de Interpretação dos Gráficos de Controle

A regra de decisão mais simples e comumente aplicada na indústria considera que uma condição de instabilidade do processo existe quando um ponto aparece fora dos limites de controle 3σ .

Não obstante, a presença de um ponto fora dos limites de controle não é a única evidência possível de que o processo está fora de controle. Sabe-se que certos padrões na disposição dos pontos também evidenciam a presença de instabilidades, ainda que nenhum ponto saia da região compreendida entre os limites de controle. Por exemplo, BRAVO (1995) afirma que, se o processo estiver sob controle estatístico, cerca de $2/3$ do número total de pontos estarão localizados no terço central do gráfico. Assim, para um conjunto de 25 subgrupos, se mais de 90%, ou menos de 40% dos pontos estiverem situados no terço central do gráfico de controle, então há um indício de instabilidade.

A percepção de tal comportamento não é nova. De fato, o próprio Shewhart propôs, durante seu envolvimento com a Western Electric Co. um conjunto de quatro regras que permitem melhorar a sensibilidade do gráfico para detectar mudanças do processo, conhecidas como regras da Western Electric (WEC). Para aplicá-las, é necessário dividir a região entre os limites em três zonas, conforme mostrado na Figura 2.2.

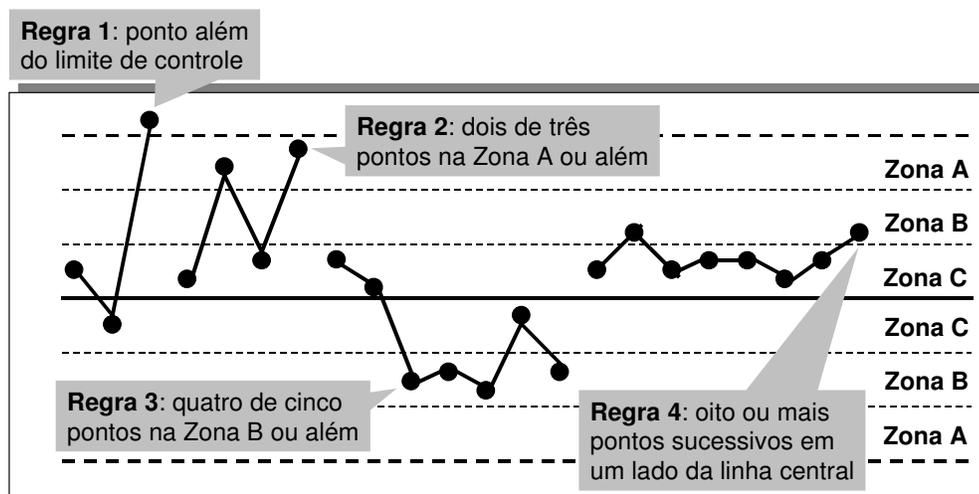


Figura 2.2: Conjunto de regras da WEC, usadas na detecção de possíveis padrões não aleatórios em gráficos de controle (adaptada de WHEELER, 1995).

Dependendo do caso, pode não ser interessante usar as quatro regras. Não são incomuns as situações em que, por exemplo, apenas as regras 1 e 4 são adotadas. Isso permite trabalhar com gráficos sem zonas intermediárias, simplificando o processo de interpretação sem perda significativa da capacidade de detectar mudanças no processo.

Várias outras sugestões práticas para interpretar os gráficos de controle têm sido propostas com maior ou menor sucesso (AIAG, 2002; KUME, 1993; MONTGOMERY, 2001). Em particular, uma regra bastante usada é a que estabelece que 7 pontos consecutivamente ascendentes ou descendentes indicam uma provável mudança da média do processo (DEMING, 1986, p.320; AIAG, 2002, p.102). Embora essa regra seja intuitivamente razoável, já foi demonstrado por diversos autores que não é efetiva para detectar mudanças gradativas na média do processo e que, adicionalmente, aumenta a taxa de alarmes falsos (WOODALL, 2000).

2.1.2 Operacionalização do Controle Estatístico

Para os objetivos da proposta de tese é importante compreender como é operacionalizado o CEP na indústria e quais são as conseqüências dessa operacionalização nas análises realizadas para conhecer e comparar o desempenho dos gráficos de controle. Para maior clareza, o processo de operacionalização do CEP será separado em três fases: fase pré-operacional, fase 1 (ou da definição dos limites de controle) e fase 2 (ou de controle do processo propriamente dito).

A *fase pré-operacional* abrange, entre outros aspectos, a seleção da característica de interesse, a escolha do tamanho de subgrupo, a definição da frequência de amostragem e a definição das regras que serão usadas para interpretar o gráfico. Durante esta fase, é inclusive recomendado que outras técnicas estatísticas associadas ao CEP sejam utilizadas para identificar o ponto crítico do processo, pois, apenas através de decisões criteriosamente tomadas, resultados satisfatórios podem ser esperados. WOODALL (1985) salienta que, ao planejar a aplicação de gráficos de controle, é importante conhecer o desempenho estatístico dos mesmos para o tipo de aplicação almejada. Cabe destacar que é justamente nesta fase que se inserem os resultados da presente pesquisa, visando dar suporte à tomada das decisões sobre os processos de medição a serem usados na aquisição dos dados que compõem o gráfico de controle.

A *fase 1* estende-se desde o final da fase pré-operacional até o momento em que o processo de fabricação pode ser considerado apto para início da produção. Nesta fase, a distribuição do processo não está definida e cabe esperar que apareçam nos gráficos variações devidas a causas especiais, que precisam ser identificadas e eliminadas. Pode-se afirmar que durante a fase 1, o gráfico de controle opera principalmente como ferramenta de análise exploratória (WOODALL, 2000). Um dos resultados mais importantes desta fase é a definição dos limites de controle. No ambiente real de produção, a informação usada para estimar os limites é quase sempre escassa, devido ao custo do levantamento de dados e à pressão para liberar o processo. Assim, estimativas dos limites de controle apresentam sempre variação amostral, que será maior na medida em que a quantidade de observações usadas para estimá-los seja menor. MONTGOMERY (2001) sugere usar no mínimo 120 observações para estimar os limites de controle, mas esse número não é sempre alcançado em aplicações reais, especialmente quando se utiliza o gráfico de controle de observações individuais.

A *fase 2* consiste da utilização do gráfico de controle na produção, com amostras sendo tomadas seqüencialmente ao longo do tempo visando detectar mudanças em um processo que se mostrou sob controle na fase 1. Sempre que acontecer alguma mudança deverá ser executada uma ação corretiva para reestabelecer o estado de controle. Nesta fase, a decisão de intervir no processo é baseada somente nos valores das estatísticas e nas regiões definidas pelos limites de controle. Logo, a atuação do gráfico de controle na fase 2 é semelhante a um teste de hipótese seqüencial. De fato, alguns autores acreditam na aproximação entre esses dois conceitos e se referem ao gráfico de controle como um teste de significância seqüencial (JURAN, 1997; VINING, 1998).

2.1.3 Avaliação do Desempenho dos Gráficos de Controle

Descartando quaisquer erros atribuíveis à má aplicação dos gráficos de controle, que poderiam ser chamados de “grosseiros”, há ainda dois tipos de erros intimamente relacionados à natureza estatística da ferramenta: a ocorrência de alarmes falsos e a omissão de sinais de mudança do processo. Quando um gráfico de controle indica que o processo está fora de controle, mas nenhuma mudança real ocorreu, caracteriza-se um alarme falso. Tal condição é chamada de “erro tipo I” e a probabilidade associada ao mesmo é representada por α . Quando o gráfico não apresenta sinais de fora dos limites de controle, mesmo que uma mudança tenha acontecido, está-se em presença de uma omissão de sinal ou “erro tipo II”. A probabilidade de ocorrência desse tipo de erro é representada por β .

Um gráfico de controle ideal teria $\alpha = 0$ e $\beta = 0$. Quando a distribuição da estatística é normal ou gaussiana, os gráficos de Shewhart com limites 3σ interpretados usando somente a regra 1 (isto é, um ponto além dos limites de controle), apresentam $\alpha = 0,0027$. Qualquer afastamento da condição especificada (ex: limites de controle mais ou menos distantes da linha média, distribuições de processo que se afastam da normal, outras regras de interpretação, que a regra 1) afeta o valor de α .

Para uma condição semelhante à descrita no parágrafo anterior, o valor de β pode ser calculado pela equação a seguir (MONTGOMERY, 2001):

$$\beta = \phi\left(Z_{\alpha/2} - \frac{\delta \cdot \sqrt{n}}{\sigma}\right) - \phi\left(-Z_{\alpha/2} - \frac{\delta \cdot \sqrt{n}}{\sigma}\right) \quad (2.1)$$

onde :

ϕ é a função cumulativa da distribuição normal padronizada;

$Z_{\alpha/2}$ é o valor da variável normal padronizada tal que $P(z \geq Z_{\alpha/2}) = \alpha/2$;

δ é a magnitude da mudança no processo;

n é o tamanho de subgrupo;

σ é o desvio padrão do processo.

Um outro parâmetro usado para descrever o comportamento dos gráficos de controle é o comprimento médio de corrida (*ARL – Average Run Length*). O *ARL* é o número médio de pontos que devem ser alocados no gráfico antes que o mesmo produza um sinal de fora dos

limites de controle. Para um gráfico de controle de Shewhart interpretado somente com a regra 1, o ARL pode ser calculado como (MONTGOMERY, 2001):

$$ARL = 1/P(\text{ponto fora dos limites de controle}) \quad (2.2)$$

O valor de ARL para um processo sob controle pode ser calculado a partir da probabilidade de alarme falso α :

$$ARL_0 = 1/\alpha \quad (2.3)$$

Assim, quando a distribuição da estatística é normal ou gaussiana, os gráficos de Shewhart com limites 3σ interpretados usando somente a regra 1 produzirão em média um alarme falso cada 370 subgrupos.

O valor do ARL para um processo fora de controle é função da probabilidade de omissão de sinal β :

$$ARL_1 = 1/(1-\beta) \quad (2.4)$$

Quando a média do processo desviar-se do valor nominal em $\delta \cdot \sqrt{n}/\sigma = 1$, o comprimento médio de corrida resulta $ARL_1 = 44$. Isso significa que, em média, será necessário extrair 44 subgrupos até que o gráfico sinalize essa mudança no processo.

A Figura 2.3 mostra o comportamento do ARL em função do deslocamento relativos da média do processo (ou seja, $\delta \cdot \sqrt{n}/\sigma$), quando o gráfico de controle é interpretado utilizando diferentes combinações de regras (CHAMP & WOODALL, 1987). A utilização de regras adicionais, além da regra 1, produz uma diminuição geral dos valores de ARL . Quando o processo está sob controle, uma diminuição do ARL_0 deve ser interpretada como um fenômeno indesejável, devido ao aumento associado da probabilidade de alarme falso α . Por outra parte, a diminuição do ARL_1 é desejável, pois está associado a um aumento da probabilidade do gráfico detectar pequenas mudanças do processo.

Assim, caso as quatro regras da WEC sejam aplicadas na interpretação do gráfico de controle de um processo estável, o valor do ARL_0 é aproximadamente 92. Se esse processo sofresse uma mudança relativa da média $\delta \cdot \sqrt{n}/\sigma = 1$, o número médio de pontos até o sinal seria aproximadamente 9.

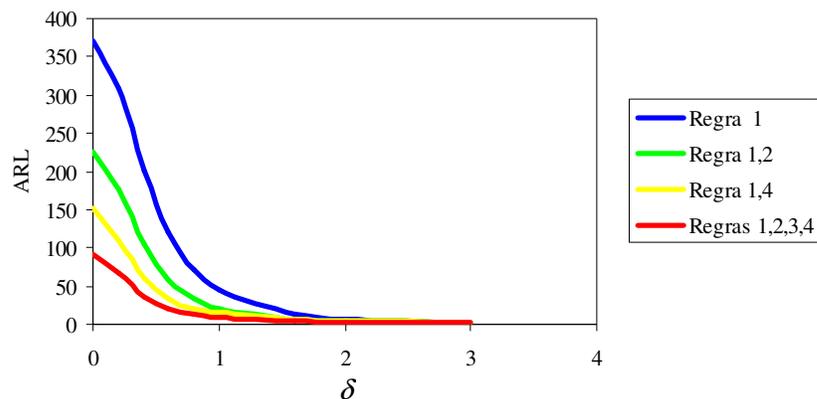


Figura 2.3: Valores teóricos do ARL para processos interpretados com diferentes tipos de regras (adaptada de CHAMP & WOODALL, 1987).

Na Figura 2.3 pode-se observar também o efeito de usar somente as regras 1 e 2 e as regras 1 e 4. Cabe destacar que o uso das regras 1 e 4, além de apresentar vantagens operacionais pela maior facilidade de interpretação, produz um desempenho estatístico similar às regras da WEC para grandes mudanças do processo ($\delta \cdot \sqrt{n}/\sigma \geq 1$). As diferenças de desempenho entre ambas as opções são maiores na região de pequenas mudanças ($\delta \cdot \sqrt{n}/\sigma < 1$), mas isso também está acompanhado de uma favorável diminuição da probabilidade de alarme falso, levando o ARL_0 para além de 150.

Os valores acima correspondem à avaliação de desempenho de um gráfico de controle de Shewhart com relação ao seu comportamento na fase 2, sob um conjunto de condições padronizadas, tais como: distribuição normal da estatística sob análise, amostras estatisticamente independentes, mudanças instantâneas do processo (função tipo degrau) e limites teóricos 3σ . Embora essas condições sejam bastante restritivas quando comparadas com as aplicações reais, elas criam um ambiente adequado para comparar distintos gráficos e métodos (WOODALL, 2000). Contudo, os resultados não são diretamente aplicáveis para explicar o comportamento dos gráficos de controle no mundo real, os quais são mais complexos.

Dados os objetivos deste trabalho, é importante analisar o desempenho dos gráficos de controle quando o valor de desvio padrão do processo não é conhecido com exatidão e, conseqüentemente, os limites de controle se afastam da posição teórica 3σ . Isso pode

acontecer por diversas causas, sendo uma delas a estimação do desvio padrão a partir de um número finito de subgrupos obtidos de um processo sob controle, já no final da fase 1. CHEN (1997) estudou analiticamente o comportamento do ARL quando os limites de controle são estimados com diferentes números de amostras e com subgrupos de tamanho 5 sendo que o gráfico é interpretado aplicando-se somente a regra 1. Alguns dos resultados gerados por CHEN são apresentados na Figura 2.4.

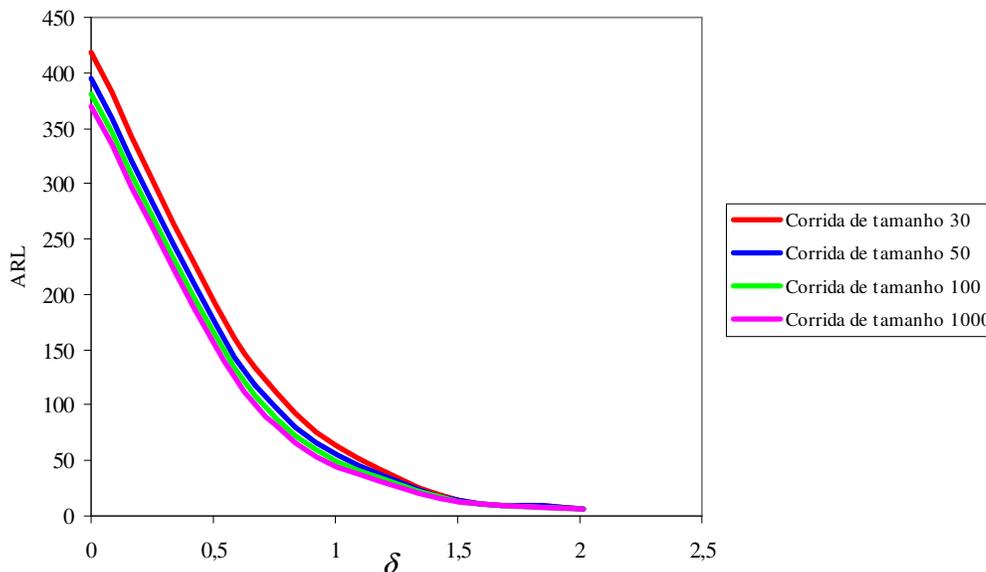


Figura 2.4: Valores teóricos do ARL , com diferentes tamanhos de corridas iniciais, (adaptada de CHEN, 1997).

Na Figura 2.4 se pode observar que os valores de ARL tendem a aumentar na medida em que o tamanho da amostra usada para estimar os limites de controle diminui. Esse comportamento está associado à tendência de sobreestimar o desvio padrão quando se trabalha com amostras pequenas, resultando em um aumento da distância entre os limites de controle e conseqüente perda de sensibilidade para detectar mudanças do processo.

Cabe destacar que a Figura 2.4 representa o comportamento esperado do ARL , mas omite informação sobre a dispersão decorrente da variação amostral do desvio padrão estimado. De fato, diferentes desvios padrões poderão ser obtidos a partir de amostras do mesmo tamanho retiradas independentemente do mesmo processo estável. Essa dispersão aumenta na medida em que o tamanho da amostra usada para estimar o desvio padrão é menor.

Desta forma, diversas decisões a serem tomadas na fase pré-operacional podem afetar drasticamente o desempenho de um gráfico de controle. Assim, o tamanho da amostra, as regras de interpretação e a frequência de amostragem devem ser definidos tendo em vista a magnitude da mudança no processo a ser detectada e a rapidez com que se deseja detectar essa mudança. Com isso, pequenas mudanças no processo podem ser rapidamente detectadas utilizando-se grandes amostras tomadas frequentemente, embora esta estratégia possa ser economicamente inviável (MICHEL & FOGLIATTO, 2000).

As avaliações de desempenho detalhadas nesta seção assumem invariavelmente que os dados usados para construir o gráfico de controle só trazem informação sobre o processo de fabricação a controlar. Trata-se então de uma visão estatística do comportamento dos gráficos de controle. Infelizmente, como já foi antecipado no capítulo 1, os dados reais são também afetados por outras fontes de variação, particularmente as relacionadas com o processo de medição usado para gerá-los. Assim, é de interesse analisar a forma em que esses desvios de informação podem ser tratados. Por isso, a seção a seguir apresenta e discute diferentes métodos de cunho metrologico para avaliar a incerteza de medição.

2.2 A INCERTEZA DE MEDIÇÃO

Segundo o Vocabulário Internacional de Metrologia, VIM (2007), a incerteza de medição é definida como:

“... um parâmetro associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que podem ser fundamentadamente atribuídos a um mensurando”.

Para uma melhor compreensão do conceito de incerteza, torna-se necessário diferenciá-lo claramente do conceito de erro de medição. Sabe-se que um resultado de medição após correção dos efeitos sistemáticos reconhecidos não é exatamente igual ao valor do mensurando, devido a interferências pseudo-aleatórias à determinação imperfeita de correções para efeitos sistemáticos ou ainda por falta de conhecimento sobre certos fenômenos físicos, caracterizados também por efeitos sistemáticos (GUM, 2003). Ao observar, ou mesmo suspeitar, da presença de um erro de medição, tenta-se avaliar a incerteza, tomando como base o conhecimento disponível sobre o processo de medição. Durante a avaliação da incerteza de medição, pode acontecer que fontes significativas de erro passem despercebidas, devido ao conhecimento limitado do avaliador. Nesse caso, a amplitude da faixa de incerteza pode ser

menor que aquela que deveria ser declarada para que a rastreabilidade não fosse prejudicada. Em outros casos, a incerteza pode ser sobreestimada, devido a suposições excessivamente conservadoras sobre a magnitude dos erros prováveis. Assim, embora os conceitos de erro e incerteza estejam relacionados por se referirem ao mesmo fenômeno, pode não existir relação alguma entre o valor dos erros efetivamente existentes e a incerteza expressa para a medição em questão.

Embora existam vários métodos para estimar a incerteza de medição, neste documento serão brevemente descritos o método clássico ou da propagação da incerteza (GUM, 2003) e o método numérico ou da propagação das distribuições, (GUM SUPPL 1, 2005).

2.2.1 Método Clássico ou da Propagação das Incertezas

O método de avaliação da incerteza de medição proposto pelo GUM (2003) baseia-se na propagação das incertezas das grandezas de influência através de um modelo matemático que representa o mensurando:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2.5)$$

onde Y representa o valor do mensurando e X_i as grandezas de entrada. Segundo o GUM, as contribuições para a incerteza podem ser classificadas em dois tipos, dependendo da natureza da sua contribuição. As incertezas “*tipo A*”, podem ser estimadas a partir da análise estatística de um conjunto de resultados experimentais, enquanto as incertezas “*tipo B*” são obtidas por outros meios, por exemplo, dados de medições prévias, especificações do fabricante, a experiência ou o conhecimento geral do comportamento e propriedades de materiais e instrumentos relevantes, dados fornecidos em certificados de calibração.

Nas avaliações do “*tipo B*”, estimam-se os limites das variações causadas por uma contribuição para a incerteza, supõe-se uma distribuição de probabilidade para a variação entre esses limites e utilizam-se essas informações para calcular uma incerteza padrão equivalente. As distribuições de probabilidade mais utilizadas são: normal, retangular e triangular. Também se usa a distribuição U.

A distribuição triangular é aplicada quando se sabe que há uma maior probabilidade de encontrar-se valores próximos ao valor médio e quando é mais confortável estimar a variação por meio de limites fixos. A relação entre a incerteza padrão $u(x_i)$ e os limites de variação da distribuição $\pm a$ é dada por:

$$u(x_i) = a/\sqrt{6} \quad (2.6)$$

A distribuição retangular é usada quando os limites de variação são conhecidos, mas não há informação sobre a distribuição entre esses limites, sendo o caso típico de informações extraídas de normas e especificações dos fabricantes. Nesse caso, a incerteza padrão pode ser calculada pela equação a seguir:

$$u(x_i) = a/\sqrt{3} \quad (2.7)$$

Em alguns casos, quando o valor do mensurando segue uma lei de variação harmônica, como a temperatura em ambientes controlados, é recomendada a utilização da distribuição de probabilidade do tipo U. A relação entre a incerteza padrão equivalente $u(x_i)$ e os limites de variação da distribuição $\pm a$ é dada por:

$$u(x_i) = a/\sqrt{2} \quad (2.8)$$

O GUM (2003) recomenda utilizar a distribuição apropriada caso a mesma seja conhecida. Se o tipo de distribuição é desconhecido, a prática usual é assumir uma distribuição retangular. Entretanto, quando a quantidade de incerteza determinado dessa maneira contribui significativamente para a incerteza de medição, é recomendado que informações adicionais sejam adquiridas para uma nova avaliação.

A incerteza padrão combinada é estimada usando a *lei de propagação de incertezas*:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot u(x_i) \right]^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial y}{\partial x_j} \cdot u(x_i) \cdot u(x_j) \cdot r(x_i, x_j)} \quad (2.9)$$

Onde $u_c(y)$ é a incerteza padrão combinada, $u(x_i)$ a incerteza de uma grandeza de influência x_i , $\partial y/\partial x_i$ o coeficiente de sensibilidade da grandeza x_i e $r(x_i, x_j)$ o coeficiente de correlação entre duas grandezas de influência x_i e x_j .

A equação (2.9) é obtida a partir de um desenvolvimento em série de Taylor, quando se considera insignificante a influência dos termos de ordem superior. Assim, só produz resultados aceitáveis quando as condições de validade a seguir são atendidas (GUM, 2003):

“Se a relação funcional entre Y e suas grandezas de entrada é não-linear e se uma expressão de primeira ordem da série de Taylor da relação não é uma aproximação

aceitável, então a distribuição de probabilidade de Y não pode ser obtida pela convolução das grandezas de entrada.”

Assim surge a primeira limitação do método clássico, uma vez que a equação (2.9) somente fornece uma solução exata para a incerteza de medição quando a equação da medição (2.5) é linear. Infelizmente, esse não é sempre o caso na medição industrial.

A segunda limitação ficará evidente após analisar o método proposto pelo GUM (2003) para estimar a incerteza expandida, conforme dada em:

$$U = k \cdot u_c(y) \quad (2.10)$$

onde U representa a incerteza expandida e k um fator de abrangência, calculado a partir dos graus de liberdade efetivos ν_{eff} e da probabilidade de abrangência desejada (tipicamente $U_{95\%}$). O GUM propõe que os graus de liberdade efetivos sejam calculados usando a fórmula de Welch-Satterthwaite:

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \nu_i^{-1} \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot u(x_i) \right)^4} \quad (2.11)$$

onde ν_i são os graus de liberdade de uma grandeza de influência x_i . Com referência à validade deste procedimento de expansão, o GUM (2003) estabelece:

“A avaliação da incerteza expandida U dada aqui (...) é somente uma aproximação e tem suas limitações. A distribuição de $(y - \bar{y})/u(y)$ é dada pela distribuição t , somente se a distribuição de Y é normal, se a estimativa y e sua incerteza padrão combinada $u_c(y)$ são independentes e se a distribuição de $u_c^2(y)$ é uma distribuição χ^2 ”.

Em alguns casos práticos, a normalidade da variável Y pode ser assumida a partir do atendimento das condições de aplicabilidade do Teorema do Limite Central: a estimativa do mensurando deve depender de um número significativo de grandezas de influência, cujo efeito sobre a incerteza padrão combinada seja de similar relevância, e/ou contém um maior número de fatores de influência com distribuição normal.

A partir da sucinta análise anterior, pode-se afirmar que as condições de aplicabilidade do método de propagação de incertezas tornam-se restritivas demais para garantir resultados confiáveis em muitos casos reais. O uso desse método na avaliação da incerteza de medições

que respondam a modelos não-lineares ou que apresentem grandezas de influência não-normais dominantes pode resultar em incertezas pouco realistas.

Assim, apesar de representar um consenso da comunidade internacional na prática da expressão da incerteza de medição, constituindo-se assim no método de referência para avaliação de incerteza, o método clássico apresenta algumas peculiaridades que atentam contra sua difusão e correta aplicação. Dentre outras, destacam-se as seguintes: complexidade conceitual, necessidade de construir um modelo matemático da medição e utilização de conceitos de probabilidade e estatística nem sempre claros para os profissionais da metrologia.

Esses empecilhos associados à aplicabilidade e à validade do método tradicional de avaliação da incerteza de medição têm impellido o surgimento de técnicas alternativas, consistentes com aquele para esse propósito. Dentre elas, está à aplicação de métodos numéricos baseados na simulação computacional.

2.2.2 Método Numérico ou da Propagação de Distribuições

Quando se utiliza um modelo matemático para descrever um sistema, pode acontecer que o modelo seja complexo demais, ou então, não permita uma solução analítica. Neste caso, a simulação computacional pode ser considerada uma ferramenta de grande valia na obtenção de uma resposta para um problema particular. Quando o modelo envolve amostragem aleatória de uma distribuição probabilística, o método é denominado Simulação de Monte Carlo (SMC).

A SMC teve sua origem durante a Segunda Guerra Mundial, quando foi utilizada para a construção da bomba atômica com a intenção de chegar a soluções aproximadas de problemas referentes à difusão aleatória de nêutrons no material nuclear, através de simulações (PLLANA, 2005). Os matemáticos norte-americanos John Von Neumann e Stanislaw Ulam são considerados os principais autores da técnica de SMC. Antes de 1949, foram resolvidos vários problemas estatísticos de amostragem aleatória utilizando o método de Monte Carlo. Por isso, devido às dificuldades de realizar simulação de variáveis aleatórias à mão, a utilização da SMC como uma técnica numérica universal tornou-se realmente difundida com a chegada dos computadores (SOBOL, 1994).

Embora a SMC seja usada há vários anos para análise de incertezas, só recentemente foi divulgado um documento provisório (draft) do Suplemento 1 do Guia para Expressão da

Incerteza de Medição, intitulado “Métodos Numéricos para Propagação de Distribuições” (GUM SUPPL 1, 2005).

As diferenças fundamentais entre o método clássico e a SMC estão no tipo de informação descrevendo as grandezas de entrada e na forma em que essa informação é processada para se obter a incerteza de medição. No método clássico, cada variável de entrada deve ser caracterizada através da função densidade de probabilidade (PDF), sua média e desvio padrão e os graus de liberdade (Figura 2.5 – esquerda).

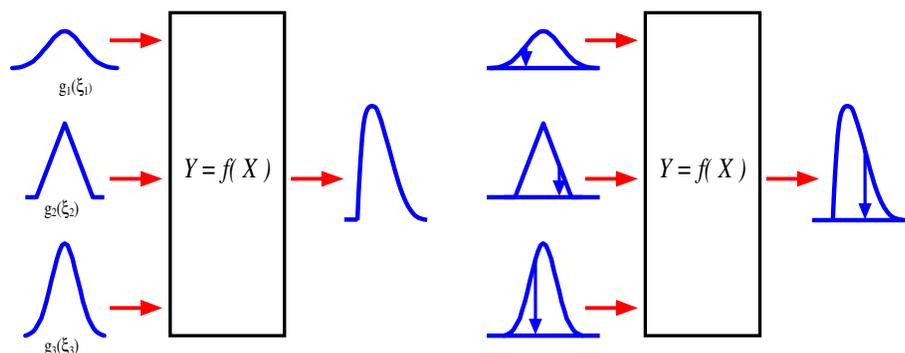


Figura 2.5: Comparação entre o método clássico ou de propagação de incertezas (esquerda) e o método numérico ou de propagação das distribuições (direita) (adaptado de ISO GUM SUPPL 1, 2005).

Na SMC, a distribuição da variável de saída é obtida a partir da avaliação do modelo matemático com diferentes amostras aleatórias das variáveis de entrada, respeitando sempre as respectivas distribuições (Figura 2.5 – direita). Posteriormente, as estatísticas de posição e dispersão da variável de saída são calculadas, resultando em estimativas da tendência e incerteza consistentes com o conhecimento que se tem sobre o processo de medição.

Na SMC, modelos matemáticos não-lineares, distribuições assimétricas das grandezas de influência, contribuições não-normais dominantes, correlações entre grandezas de influência e outras dificuldades para a aplicação do método clássico não precisam receber atenção especial. De forma similar, considerações sobre a normalidade da estimativa de saída e a aplicabilidade da fórmula (2.11) de Welch-Satterthwaite tornam-se desnecessárias.

No entanto, a qualidade dos resultados obtidos irá depender dos seguintes fatores: representatividade do modelo matemático, qualidade da caracterização das variáveis de entrada, características do gerador de números pseudo-aleatórios utilizado, número de valores gerados (M) e procedimento de definição do intervalo de abrangência, conforme Figura 2.6:

De acordo com COX *et al.* (2001), a avaliação da incerteza de medição usando a técnica de SMC é realizada em duas fases. A primeira consiste em estabelecer o modelo de medição, enquanto que a segunda envolve a avaliação do modelo, conforme Figura 2.6:

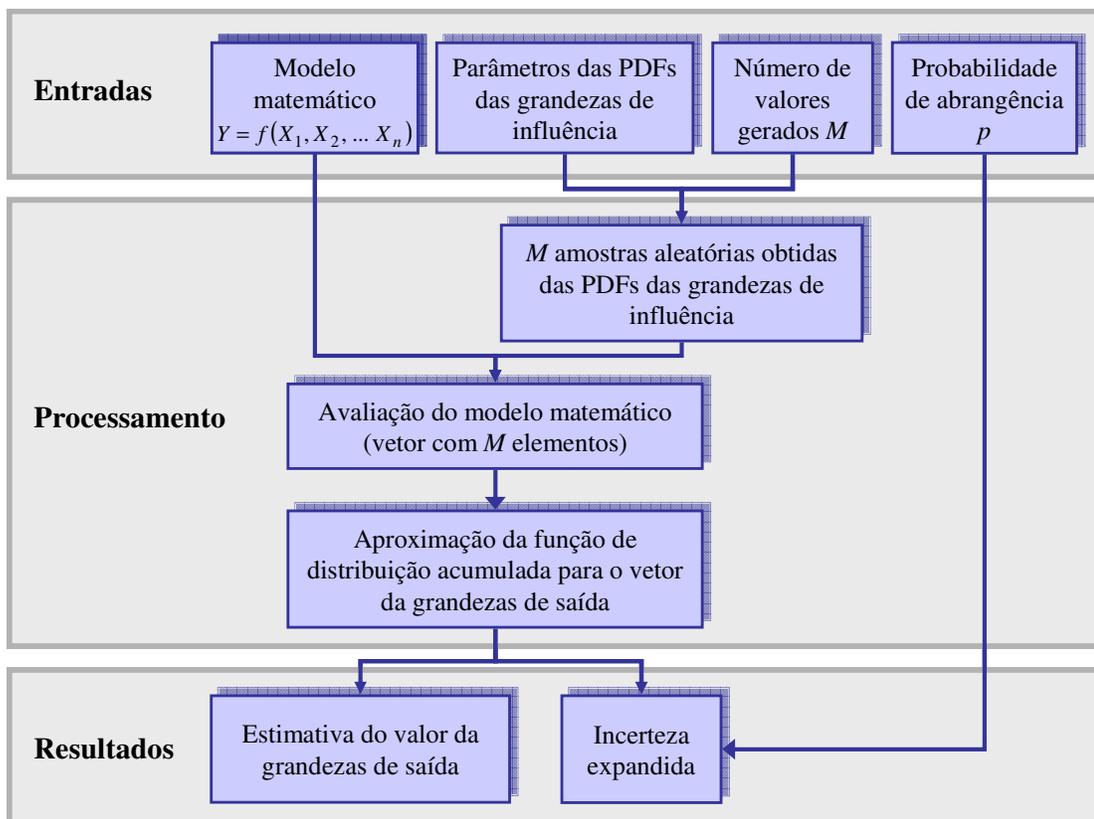


Figura 2.6: Fluxograma simplificado da avaliação de incerteza de medição usando o método numérico (adaptado de GUM SUPPL 1, 2005).

O modelo de medição é o mesmo usado no método clássico definido pela equação (2.5), mas quando se usa SMC não é necessário manipular as variáveis de modo a evitar correlações ou não-linearidades, já que as mesmas são automaticamente consideradas pela simulação.

O número de valores gerados M possui forte influência no erro amostral que pode ser esperado para as estimativas obtidas por SMC. Na Figura 2.7, pode-se observar o efeito de M sobre a distribuição empírica de uma variável normalmente distribuída, com média $\mu = 10$ e desvio padrão $\sigma = 1$. A linha de gráficos superior apresenta o histograma (à esquerda) e a distribuição de frequências acumuladas correspondente (à direita), obtidos com uma amostra de tamanho $M = 50$. A linha de gráficos inferior mostra os resultados de uma simulação realizada com uma amostra bem maior, $M = 10^4$.

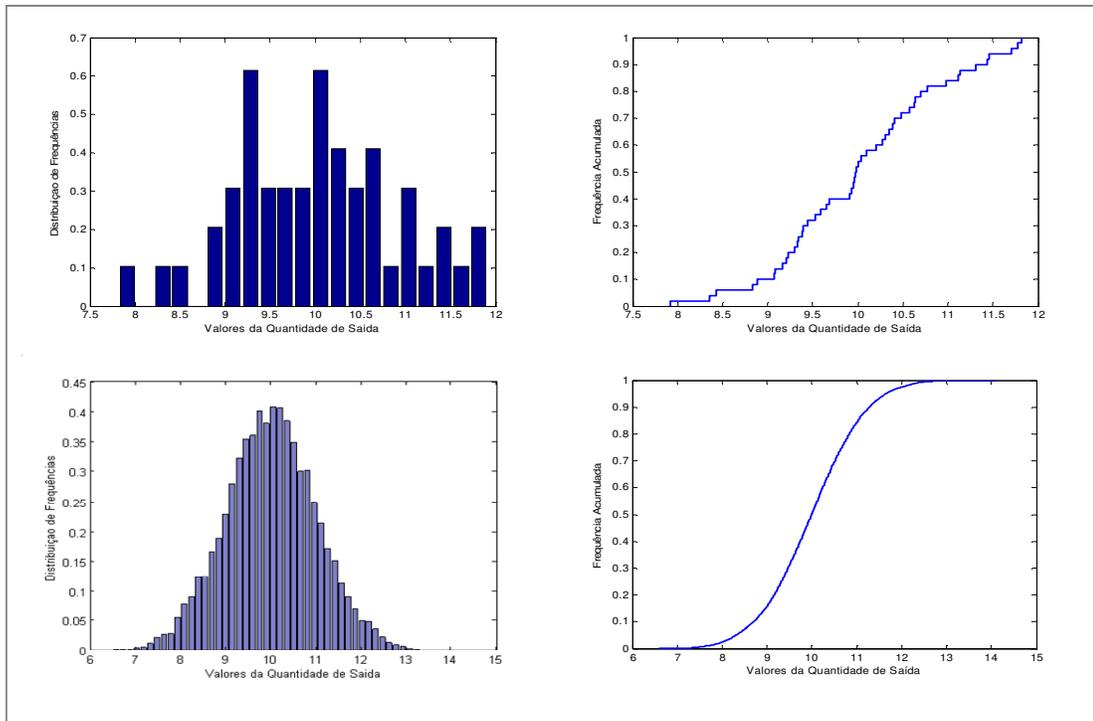


Figura 2.7: Distribuições empíricas obtidas por geração de números aleatórios com distribuição normal $N(10,1)$ para distintos tamanhos de amostra (DONATELLI, KONRATH, 2006).

Pode-se observar que a distribuição de frequências acumuladas fica fortemente afetada com a redução do tamanho da amostra. A intensidade do ruído amostral e a redução na amplitude dos valores obtidos são significativas quando se trabalha com amostras de tamanho reduzido. Isso tudo afeta drasticamente a capacidade de definir com exatidão os valores da variável que correspondem a uma dada probabilidade, particularmente quando se trata de probabilidades próximas aos valores 0 e 1, onde as amostras menores apresentam valores esparsos.

Embora os gráficos da Figura 2.7 descrevam o comportamento de uma variável isolada (ex.: uma das grandezas de influência) o fenômeno é similar quando se trata de uma variável obtida pela combinação de várias variáveis aleatórias (ex.: o valor do mensurando). Assim, o aumento do tamanho amostral M produzirá uma diminuição do ruído amostral, resultando em estimativas mais confiáveis do valor do mensurando e da incerteza de medição associada.

Infelizmente, o aumento do tamanho da amostra M traz consigo um aumento nos requisitos sobre o hardware usado na simulação e, conseqüentemente, um aumento no tempo necessário para se dispor do resultado. Na bibliografia consultada, os exemplos foram resolvidos com

tamanhos de amostra $M = 10^5$ ou $M = 10^6$ (GUM SUPPL 1, 2005), mas isso pode resultar em tempos de espera longos quando modelos matemáticos complexos são avaliados e tem-se a disposição, para a execução da simulação, um computador de configuração moderna, porém padrão. Assim, para definir o número de simulações, deve-se fazer um balanço entre a qualidade dos resultados desejada e as disponibilidades em termos de hardware e tempo.

A maior flexibilidade do método de avaliação de incerteza por SMC faz que o mesmo possa ser usado para estimar a incerteza expandida em situações no qual a distribuição que representa os valores possíveis do mensurando não é normal. Nesses casos, a solução de multiplicar o desvio padrão estimado por certo fator de abrangência não é mais válida, pois resulta em incertezas pouco realistas.

Quando a distribuição da variável que representa os valores possíveis do mensurando é simétrica, pode-se usar o recurso de ordenar o vetor de saída do menor para o maior valor e identificar os limites do intervalo de abrangência através da contagem dos seus elementos. Assim, por exemplo, supondo que $M = 10^5$ e $p = 95\%$, os limites de um intervalo de abrangência simétrico podem ser estimados pelos valores dos elementos número 2500 e 97500 do vetor ordenado. Na construção dos limites do intervalo, deve-se considerar ainda que o mesmo deva ser simétrico com referência à média aritmética do vetor, a qual representa o valor estimado do mensurando. Variações amostrais perturbam a condição de simetria e obrigam a tomar decisões de compromisso, tais como usar a média dos semi-intervalos inferior e superior ou, eventualmente, o maior de ambos os semi-intervalos para representar a incerteza de medição. Contudo, antes de tomar uma decisão deve-se lembrar que uma assimetria excessiva pode indicar a necessidade de aumentar o tamanho de amostra M .

Infelizmente, esse método não é adequado quando a distribuição da variável de saída não é simétrica. Nesses casos, é conveniente aplicar o procedimento recomendado para a estimação do intervalo de abrangência mínimo conforme GUM SUPPL 1 (2005), descrito a seguir. Seja $0 \leq \alpha \leq (1-p)$, onde p é a probabilidade de abrangência desejada. Os extremos de um intervalo de abrangência de probabilidade p , denominado I_p , estão definidos pelas equações:

$$\begin{aligned} I_{p_{\text{inf}}} &= G^{-1}(\alpha) \\ I_{p_{\text{sup}}} &= G^{-1}(p + \alpha) \end{aligned} \tag{2.12}$$

onde $G^{-1}(\dots)$ é a inversa da função de probabilidade acumulada (CDF), calculada para o valor de probabilidade de interesse. Para obter o menor intervalo de abrangência $I_{p_{\min}}$, um valor de α deve ser calculado de forma tal, que a seguinte condição seja satisfeita:

$$I_{p_{\min}} = \text{mínimo} \left[G^{-1}(p + \alpha) - G^{-1}(\alpha) \right] \forall \alpha \quad (2.13)$$

Para funções de densidade (PDF) unimodais, essa condição é atendida para:

$$g(G^{-1}(\alpha)) = g(G^{-1}(p + \alpha)) \quad (2.14)$$

onde $g(\dots)$ é o valor da função de densidade de probabilidade para o argumento entre parênteses. O gráfico da Figura 2.8 mostra a diferença entre o intervalo de abrangência simétrico e o intervalo de abrangência mínimo para o caso de uma distribuição acumulada da variável de saída assimétrica. Observe-se que os extremos do intervalo se posicionam nas caudas da distribuição, onde os dados gerados são mais esparsos. Assim, o comprimento do intervalo, estimado pela diferença entre seus valores extremos, será bastante afetado pela variação amostral, a menos que o número de simulações M seja elevado o suficiente para garantir uma alta densidade de eventos nas caudas da distribuição da variável de saída.

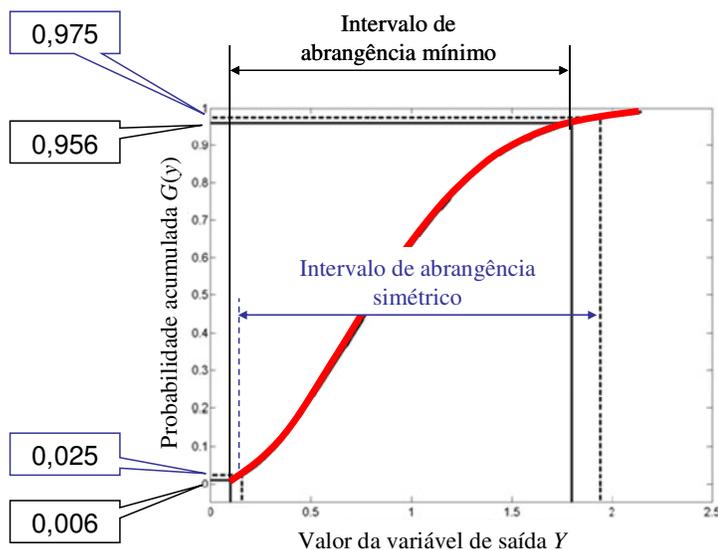


Figura 2.8: Diferença entre o intervalo de abrangência simétrico e o intervalo de abrangência mínimo (adaptado de GUM SUPPL 1, 2005).

A solução numérica deste problema pode ser efetivada calculando todos os intervalos de abrangência possíveis e achando o valor mínimo, conforme a equação (2.13). A Figura 2.9 mostra os resultados gráficos deste tipo de análise para distribuição da variável de saída simétrica (esquerda) e assimétrica (direita).

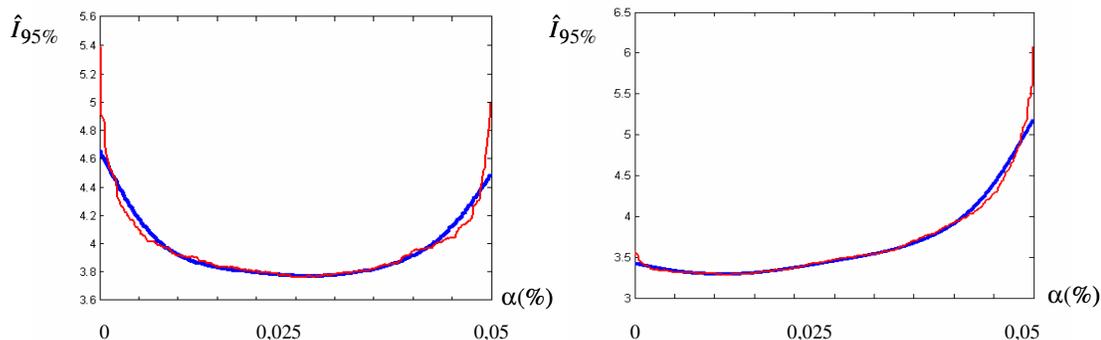


Figura 2.9: Valor do intervalo de abrangência para distintos valores de α (DONATELLI, KONRATH, 2006).

Quando se realiza a busca de $\hat{I}_{p_{\min}}$, deve-se atentar para o efeito das variações amostrais. Dada a baixa curvatura da função I_p na região adjacente ao mínimo, ligeiras variações amostrais no valor das estimativas \hat{I}_p podem resultar em intervalos mínimos deslocados da posição esperada ou ainda posicionados de forma ambígua (ex.: quando se encontram dois ou mais valores de $\hat{I}_{p_{\min}}$ iguais). Isso irá acontecer quando se implementam rotinas convencionais de busca do mínimo elemento no vetor que armazena as estimativas de \hat{I}_p para diferentes valores de α , especialmente com amostras M relativamente pequenas e valores de \hat{I}_p expressos com baixa resolução.

Esse problema pode ser atenuado através do uso de variáveis de alta resolução e tamanhos de amostra grandes. Uma solução alternativa, proposta por DONATELLI e KONRATH (2006), ajusta uma curva tipo *spline* aos dados, procurando minimizar os resíduos da interpolação na região adjacente ao $\hat{I}_{p_{\min}}$. Os gráficos da Figura 2.9 mostram tais curvas em linha contínua azul. Após definir matematicamente a curva, o valor de $\hat{I}_{p_{\min}}$ e o valor de α correspondente podem ser achados utilizando uma simples rotina de busca do valor mínimo.

Esta seção apresentou os fundamentos da aplicação da Simulação de Monte Carlo para fins de avaliação da incerteza de medição. Mostrou-se que a SMC constitui uma alternativa válida nos casos em que o método clássico ou de propagação de incertezas é de aplicabilidade questionável ou seja, nos seguintes casos:

- quando o modelo matemático da medição é não-linear;
- quando a distribuição da variável de saída não pode ser aproximada pela distribuição normal;
- quando modelos matemáticos complexos estão envolvidos, nos quais é difícil ou inconveniente determinar as derivadas parciais exigidas pelo método clássico;
- quando o valor do mensurando não pode ser explicitamente expresso em função das grandezas de influência.

Uma fração relevante dos processos de medição usados na indústria apresenta no mínimo uma das características listadas acima. Portanto, embora a SMC exija mais da infra-estrutura computacional, ela pode ser caracterizada como um método de avaliação de incerteza de escopo mais amplo e, portanto, com maior potencial para a presente pesquisa.

2.3 O EFEITO DA MEDIÇÃO NO CEP

Nesta seção são apresentados e discutidos os trabalhos de outros autores que analisaram a influência do processo de medição no desempenho estatístico dos gráficos de controle. Para maior clareza, eles são agrupados conforme as categorias a seguir:

- efeito da resolução com que se registram os dados;
- efeito do erro aleatório de medição;
- efeito da incerteza de medição.

2.3.1 Efeito da Resolução com que se Registram os Dados

Instrumentos de medição com resolução insuficiente mascaram a variação do processo e modificam artificialmente os limites de controle, resultando em distorções significativas dos gráficos de controle. Na Figura 2.10 pode se observar o efeito da mudança da resolução do indicador num gráfico de indivíduos e amplitude móvel. À esquerda, o gráfico obtido com

resolução 0,01 mm; à direita, um gráfico obtido com os mesmos valores do anterior, porém arredondados para uma resolução de 0,1 mm.

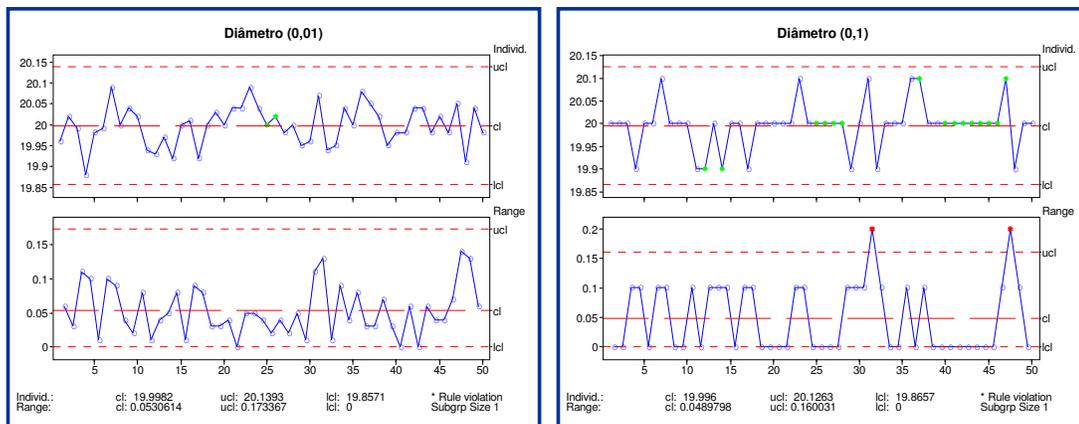


Figura 2.10: Influência da resolução do indicador, caracterizada num gráfico de observações individuais e amplitude móvel construído com dados reais da indústria.

WHEELER (1995) enuncia uma regra para determinar quando a resolução dos dados colocados num gráfico de controle se torna inadequada e precisa ser melhorada (ou seja, diminuída). Ele afirma que a resolução é insuficiente quando o gráfico de amplitudes apresenta três ou menos valores de amplitude dentro dos limites de controle e/ou quando há presença marcante de amplitudes nulas. O mesmo autor demonstra que essa condição crítica é atingida quando a resolução é maior que o desvio padrão estimado do processo de fabricação.

TRICKER *et al.* (1998) avaliaram o efeito da resolução do dispositivo indicador ou arredondamento de dados sobre o desempenho do gráfico de controle de amplitude. Segundo demonstrado pelos autores, o arredondamento dos dados produz um aumento do desvio padrão da amplitude e um aumento correlato da amplitude média. Isso gera, diretamente, um aumento da probabilidade de não detectar pequenas mudanças na dispersão do processo. Como a amplitude média define também a distância entre os limites de controle do gráfico de localização (ex. gráfico da média), haverá também um aumento decorrente da probabilidade de omitir sinais de mudanças na localização do processo.

2.3.2 Erro Aleatório de Medição e seus Efeitos

Diversos autores que estudaram o comportamento dos gráficos de controle quando os dados estão contaminados por erro aleatório de medição. Os estudos resumidos nesta seção

foram realizados de forma analítica e, conseqüentemente, estão sujeitos a algumas hipóteses restritivas, as quais:

- assumem que a característica de qualidade de produto e o erro de medição são variáveis da distribuição normal e estatisticamente independentes;
- consideram que os limites de controle estão posicionados a 3 desvios-padrões da média correspondente;
- usam a regra 1 (ou seja, um ponto fora dos limites de controle) para detectar sinais de instabilidade nos gráficos de controle.

KANAZUKA (1986) analisou o efeito do erro aleatório nos gráficos de controle de médias e amplitudes, assumindo que o mesmo processo de medição é usado durante a fase 1 e a fase 2. O autor concluiu que, em geral, um aumento do erro de medição resulta numa diminuição do poder do gráfico de controle para detectar mudanças no processo. No entanto, essa diminuição não é mais significativa quando se trata de detectar grandes deslocamentos da média. Analisou também o poder de detecção do gráfico para diferentes tamanhos de subgrupos mostrando que, para um dado desvio padrão do erro de medição, pode-se conseguir uma melhoria aumentando o tamanho de subgrupo.

MITTAG e STEMANN (1998) estudaram a influência nos gráficos de controle de médias e desvios padrões dos erros aleatórios. Os autores não analisaram o efeito dos erros sistemáticos, argumentando que tais erros não afetam o poder de os gráficos de controle detectarem mudanças no processo. Como indicador de efetividade, usaram a probabilidade de intervenção $G(\delta, \varepsilon)$, que denota a probabilidade de um dos gráficos de controle apresentar um ponto fora dos limites quando se altera a localização ou a dispersão do processo:

$$G(\delta, \varepsilon) = P\{\bar{X} \notin (LIC_{\bar{X}}, LSC_{\bar{X}}) \text{ ou } s > LSC_s \mid (\delta, \varepsilon)\} \quad (2.15)$$

$$\delta = \frac{\mu - \mu_0}{\sigma_0} \quad (2.16)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{\sigma_0} \quad (2.17)$$

onde \bar{X} e s são, respectivamente, a média e o desvio padrão estimados do processo, μ_0 e σ_0 são os valores da média e do desvio padrão do processo-alvo, μ e σ são os valores da média e do desvio padrão do processo terem sido introduzidas as perturbações no processo.

Os autores utilizaram duas abordagens diferentes. Na primeira, os erros de medição incidem desde a fase 1, afetando a definição dos limites de controle. Já na segunda abordagem, os erros de medição incidem apenas na fase 2.

A relação entre o desvio padrão do erro de medição e o desvio padrão do processo alvo é dada por:

$$\tau = \frac{\sigma_e}{\sigma_0} \leq 1 \quad (2.18)$$

onde σ_e representa o desvio padrão do erro de medição. Assim, tem-se a relação existente entre τ e a probabilidade de intervenção $G^e(\delta, \varepsilon)$ para a primeira abordagem:

$$G^e(\delta, \varepsilon) = G\left(\frac{\delta}{\sqrt{1+\tau^2}}; \sqrt{\frac{\varepsilon^2 + \tau^2}{1+\tau^2}}\right) \quad (2.19)$$

Para a segunda abordagem, o efeito do erro de medição é descrito pela equação a seguir:

$$G^e(\delta, \varepsilon) = G\left(\delta; \sqrt{\varepsilon^2 + \tau^2}\right) \quad (2.20)$$

Os autores propuseram o indicador $w(\delta, \varepsilon) = G/G^e = ARL^e/ARL$, para isolar o efeito do erro de medição no gráfico de controle. O comportamento desse indicador quando $\tau = 1$, para as duas abordagens seguidas pelos autores, está mostrado nos gráficos da Figura 2.11. Neles pode-se observar que, em geral, o efeito do erro de medição sobre a probabilidade de intervenção é mais marcante na primeira abordagem.

Na primeira abordagem (gráfico da esquerda da Figura 2.11), o erro de medição não afeta significativamente a probabilidade de intervenção quando o processo apresenta um grau razoável de controle ($\delta \cong 0$ e $\varepsilon \cong 1$). Entretanto, quando perturbações na média e no desvio padrão do processo são introduzidas (ex: $\delta \neq 0$ e $\varepsilon > 1$), o gráfico mostra valores de $w(\delta, \varepsilon) > 1$, apontando para probabilidades de intervenção menores e, conseqüentemente, respostas mais lentas às mudanças do processo. Finalmente, pode-se observar que o efeito do erro de medição torna-se insignificante na região de grandes perturbações ($|\delta| > 3$ e $\varepsilon > 4$).

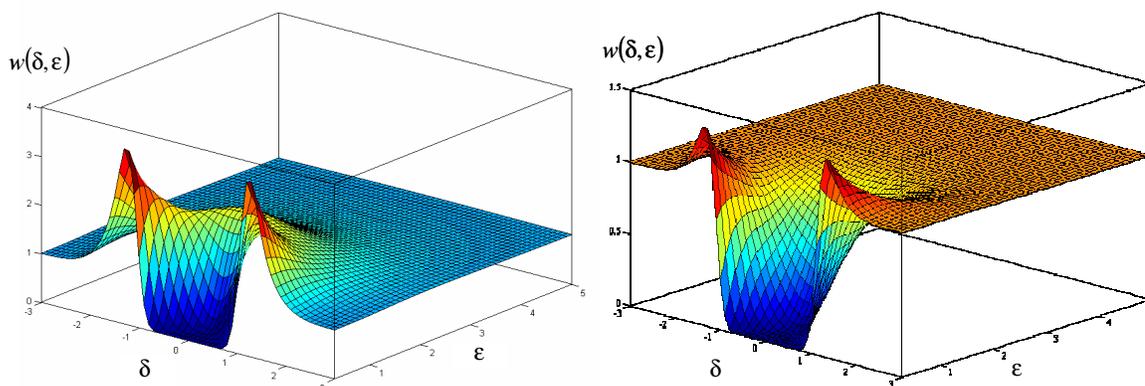


Figura 2.11: Comportamento do indicador $w(\delta, \epsilon)$ para diferentes valores de perturbações na média e na dispersão do processo (MITTAG e STEMANN, 1998).

O gráfico da direita da Figura 2.11 corresponde à situação, quando o erro de medição atua somente na fase 2. Esse caso não é realista, já que os limites de controle são geralmente estimados com dados obtidos por medição. Porém, eles, mostram o desempenho do gráfico de controle quando o sistema de medição usado na fase 1 apresenta um erro desprezível frente ao erro do sistema de medição utilizado na fase 2. Nesse caso, pode-se afirmar que haverá um forte aumento da probabilidade de intervenção quando o processo apresenta um grau razoável de controle ($\delta \cong 0$ e $\epsilon \cong 1$), gerando freqüentes alarmes falsos. Na região de pequenas perturbações ($|\delta| \leq 1$ e $\epsilon \leq 2,5$) o erro de medição resulta em valores de $w(\delta, \epsilon) < 1$, indicando uma capacidade de detecção melhorada. Para perturbações crescentes se observa ainda um aumento de $w(\delta, \epsilon)$, mas sem chegar aos elevados valores alcançados pela primeira abordagem. Finalmente, o efeito do erro de medição torna-se insignificante na região de grandes perturbações ($|\delta| > 2,5$ e $\epsilon > 3$).

Assim, os resultados de MITTAG e STEMANN depõem em favor do uso de sistemas de medição tão exatos quanto seja possível durante a fase 1, viabilizando a obtenção de limites próximos aos limites 3σ teóricos. No entanto, deve-se lembrar que um aumento excessivo da probabilidade de intervenção quando o processo apresenta um grau razoável de controle estatístico não é favorável.

LINNA e WOODALL (2001) estudaram comportamento do gráfico de média e variância quando o mesmo é construído com uma covariante linear da variável de interesse. As covariantes são utilizadas quando a variável ou característica que se deseja medir Y é difícil de ser mensurada. Assim, a análise é realizada através de uma outra variável X , que apresenta

uma alta correlação linear com Y , expressada pela equação $Y = A + B \cdot X + \varepsilon$, onde A é o coeficiente de interseção, B é o de inclinação e ε um erro aleatório normalmente distribuído e estatisticamente independente de X . Esse é o caso dos dados contaminados com erro de medição, quando um modelo matemático linear pode ser usado para representar a relação entre o valor do mensurando e os valores medidos correspondentes. Os limites de controle são teóricos e calculados a partir das propriedades estatísticas da covariante linear, conforme a primeira abordagem de MITTAG e STEMANN (1998).

Os autores demonstram que o valor de A não afeta o poder do gráfico de \bar{Y} para detectar mudanças de posição da variável X . Definem um parâmetro $\eta = \sigma_m^2 / B^2$, que determina correlação entre as variáveis X e Y , mostrando que o poder de detectar mudanças na média ou na variância de X diminui na medida em que o valor de η aumenta.

Os autores também estudaram o efeito de estimar Y para cada unidade e a partir da média de várias medições replicadas. Esse método é bem conhecido na metrologia pela sua capacidade de reduzir o impacto dos erros aleatórios sobre a incerteza da medição. A pesquisa demonstra que, quando a relação entre o custo de realizar a primeira medição e o custo das medições subseqüentes no mesmo item é maior do que um, é conveniente reduzir o tamanho de subgrupo e aumentar o número de medições replicadas para compensar o efeito de erros de medição excessivos.

2.3.3 Incerteza de Medição e seus Efeitos

Nesta seção foram reunidos diversos trabalhos que estudaram o efeito da incerteza de medição nos gráficos de controle. Trata-se em geral de trabalhos publicados em mídias acadêmicas dedicadas à metrologia depois do aparecimento do “Guia para Expressão da Incerteza de Medição” (BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, 1993). Alguns deles são de caráter analítico, enquanto que outros usaram simulação computacional, possibilitando a remoção de algumas hipóteses restritivas características dos estudos teóricos.

GEUS, KILLMAIER e WECKENMANN (2001) realizaram uma análise conceitual do efeito da incerteza de medição nos gráficos de controle de médias e desvios padrões. Os autores afirmam que um gráfico de desvio padrão, terá sua média aumentada quando é construído com valores observados afetados pelo processo de medição, Figura 2.12.

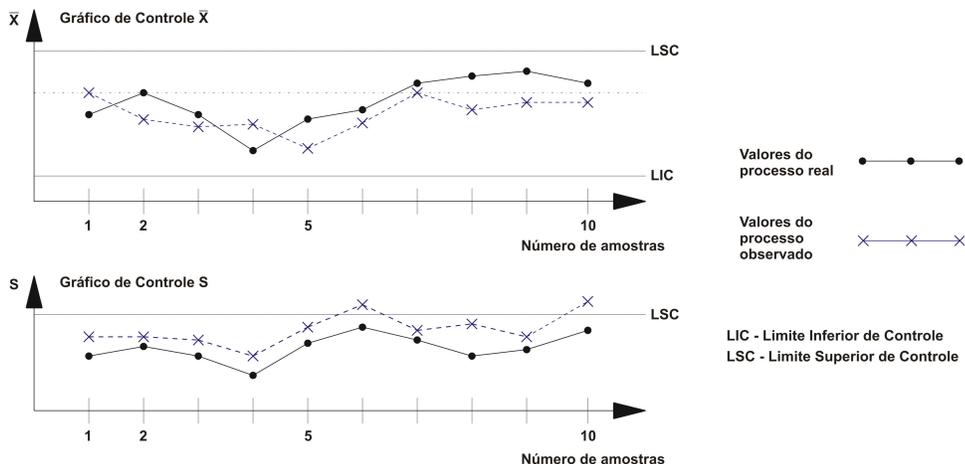


Figura 2.12: Efeito da incerteza de medição no gráfico da média e desvio padrão (adaptada de GEUS, KILLMAIER e WECKENMANN, 2001).

Essa percepção está alinhada com a teoria de erros, que prediz que os erros aleatórios produzirão sempre um aumento de variabilidade dos valores observados. Os autores não consideram a informação sobre o efeito esperado da incerteza no gráfico da média e também não analisaram a influência das quantidades de incerteza, que possam manter seu valor constante no tempo. Porém, alertaram que o sistema de medição utilizado durante a preparação do processo de produção (fase 1) deveria ser o mesmo usado durante a produção propriamente dita (fase 2). Afirmam que, caso o processo de medição utilizado na fase 2 apresentasse uma incerteza maior do que aquele utilizado na fase 1, aumentaria a probabilidade de alarmes falsos. Essa recomendação é consistente com as conclusões da segunda abordagem de MITTAG E STEMANN (1998), discutidas na seção anterior.

CARBONE *et al.* (2003) calcularam analiticamente os riscos inerentes da aplicação de um instrumento de medição com erros sistemáticos e aleatórios, utilizando o gráfico de controle da média e amplitude. Concluíram que os riscos de encontrar pontos fora dos limites de controle são maiores quando se trata de erros sistemáticos do que contribuições aleatórias. Verifica-se que os autores introduziram uma hipótese fortemente restritiva, quanto à utilização de um instrumento de alta exatidão na fase 1, após obter uma grande quantidade de valores em um determinado período de tempo durante o qual o processo está perfeitamente centrado.

HAMBURG-PIEKAR *et al.* (2003) usaram simulação computacional para analisar a influência da incerteza de medição durante a fase de ajuste da média do processo utilizando gráficos de controle de valores individuais e considerando que os processos de fabricação são

normalmente distribuídos, usando as regras de interpretação da “Western Electric”. Nesse estudo, usou-se o mesmo modelo de incerteza de medição aplicado por DONATELLI (1999), que considera as contribuições devidas à repetitividade, à resolução do indicador e aos erros sistemáticos desconhecidos e residuais. Contudo, a resolução foi mantida constante para todas as análises realizadas e, portanto, não foram obtidas conclusões sobre sua influência.

Na simulação, cada corrida de posicionamento, composta de várias medições em unidades de produto amostradas do processo, se caracteriza por erros aleatórios que variam de unidade para unidade, mas erros sistemáticos cujo valor permanece constante para todas as unidades envolvidas na corrida. O valor desse erro sistemático é obtido aleatoriamente por amostragem de uma variável que caracteriza tal contribuição à incerteza. Esse procedimento pretende simular a falta de conhecimento que se tem sobre o valor instantâneo de um erro que, no entanto, permanecerá constante durante um intervalo restrito de tempo, isto é, toda a corrida de posicionamento. De fato, esse é o comportamento dos erros residuais do ajuste do zero de um instrumento, quando se assume que o mesmo não é re-ajustado durante a seqüência de posicionamento.

A partir dos resultados obtidos, os autores constataram que a incerteza de medição não tem efeito relevante sobre o número esperado de unidades de produto necessárias para posicionar a média do processo de fabricação, nem sobre o número esperado de ajustes até a liberação para produção. Porém, demonstraram que, quanto maior a incerteza de medição, tanto maior será a faixa dentro da qual pode estar a média verdadeira do processo depois de concluído o seu posicionamento. Nos casos analisados pelos autores, a média residual do processo é afetada de forma similar pelas contribuições aleatórias e sistemáticas à incerteza de medição.

Assim, a “incerteza da média do processo fabril” pode ser considerada como um indicador que avalia quão adequado é um processo de medição, em termos dos efeitos que medições imperfeitas têm sobre a qualidade do posicionamento da média. Os autores propuseram ainda um indicador na dimensão de custos da qualidade, baseado na perda quadrática de valor (HAMBURG-PIEKAR, 2003), cujo valor depende do desvio padrão do processo e da diferença entre a média do processo (μ_r) e o valor alvo (T), após finalizar o posicionado:

$$DCM = \sigma_p^2 + (\mu_r + T)^2 \quad (2.21)$$

Por ser diretamente dependente da média residual, esse indicador mostra um comportamento semelhante ao da incerteza da média.

SILVA (2003) avaliou por simulação computacional a influência do processo de medição no comportamento do gráfico de controle de valores individuais usando o *ARL* como indicador de desempenho. O modelo estocástico que permite gerar valores de erros de medição consistentes com uma dada declaração da incerteza é similar ao anterior, mas foi acrescentada uma quantidade de erro linearmente dependente do valor do mensurando. Avaliou-se o efeito de estimar os limites de controle com base numa amostra reduzida de 100 unidades e também foi estudada a influência das regras usadas para detectar sinais de instabilidade (isto é, a regra de “ponto além dos limites de controle” e as quatro regras da WEC, usadas simultaneamente).

O presente estudo mostrou que, apesar dos erros sistemáticos constantes e lineares estarem presentes no modelo proposto, eles não apresentam influência significativa. Erros sistemáticos que permanecem constantes durante as fases 1 e 2 afetam igualmente os valores medidos e os limites de controle e, portanto, não têm influência sobre o *ARL*. Erros sistemáticos lineares já têm outro comportamento, porque podem modificar o desvio padrão aparente do processo. Sua baixa influência se deve ao fato de que, por serem nulos no alvo do processo, uma grande massa de probabilidade fica afetada por erros pequenos. Pode-se então afirmar que, para processos razoavelmente posicionados no alvo, apenas valores extremamente altos para o erro linear produziram efeitos significativos, mas esta não é uma condição comum em sistemas de medição bem construídos. Assim, foi possível concluir que as contribuições à incerteza que mais afetam a sensibilidade do gráfico de valores individuais para detectar mudanças no processo são: o erro de repetitividade e a resolução com que se registram os dados.

Quando a regra 1 é utilizada para interpretar o gráfico, os resultados obtidos por simulação com erro de repetitividade são semelhantes aos de MITTAG e STEMANN (1998). No entanto, quando as quatro regras da WEC são aplicadas, o efeito do erro de repetitividade é relativamente menor do que quando se usa somente a regra 1. Isso se deve a alteração das regiões intermediárias utilizadas pelas regras 2 e 3 ser proporcionalmente menor que a mudança dos limites de controle. Além disso, a regra 4 não é influenciada pelos limites de controle, sendo por consequência independente do efeito que o erro de medição tem sobre estes. Foi também demonstrado que o efeito da resolução com que se registram os dados é diferente, dependendo da forma em que o gráfico é interpretado. Em particular, quando se aplicam as regras da WEC, a probabilidade de alarme falso aumenta significativamente na medida em que o valor da resolução aumenta.

KONRATH e DONATELLI (2005) também estudaram com simulação computacional o

efeito que diferentes quantidades da incerteza de medição têm sobre o desempenho do gráfico de controle de valores individuais, quando ele é interpretado utilizando a regra 1. Utilizaram como indicador de desempenho do gráfico o comprimento médio de corrida (*ARL*). O modelo do processo de medição considera o erro aleatório (ou seja, de repetitividade) e a resolução do indicador como únicas quantidades de incerteza com efeito comprovado sobre o *ARL*. Os limites de controle foram estimados usando um número finito de valores simulados, amostrados de um processo sob controle. Desta forma, o afastamento entre os limites de controle, que afeta fortemente o poder do gráfico para detectar mudanças no processo, depende não somente dos erros de medição, mas também do tamanho da amostra inicial usada na fase 1 para estimar os limites.

Na Figura 2.13 pode-se observar o efeito combinado da resolução e do tamanho da amostra inicial no *ARL*. Para processos estáveis (gráfico à esquerda), o valor de *ARL* cresce com a diminuição do tamanho da amostra inicial e com o valor da resolução (*R*), mostrando a existência de interação entre as duas variáveis. O aumento do *ARL* com a diminuição da amostra inicial se deve ao aumento do valor esperado do desvio padrão, que se produz quando a amostra usada para estimá-lo é pequena. É particularmente relevante o comportamento da superfície de resposta para valores altos de resolução. Nessa região, o *ARL* apresenta valores mínimos quando o tamanho de amostra é aproximadamente 100.

O gráfico à direita mostra o comportamento do *ARL* para processos que sofreram um deslocamento da média $\delta = \sigma_x$. Pode-se observar que a capacidade do gráfico de controle para detectar mudanças da média piora na medida em que o tamanho da amostra inicial diminui e quando a resolução se torna mais grosseira. A combinação de dados obtidos com resolução grosseira e tamanho de amostra inicial pequena é especialmente prejudicial e deveria ser evitada sempre que possível, adotando amostras de 100 indivíduos ou mais para estimar os limites de controle.

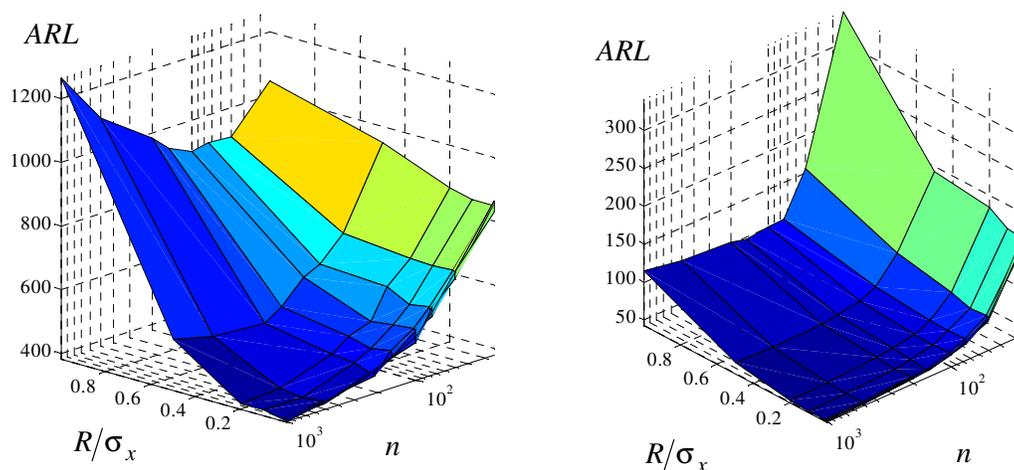


Figura 2.13: Influência da resolução num processo estável (à esquerda) e quando ocorre uma mudança $\delta = \sigma_x$ na média do processo (à direita) (KONRATH, DONATELLI, 2005).

A partir da evidência gerada por simulação, os autores recomendaram que, quando é necessário definir os limites de controle usando corridas iniciais curtas ($n \leq 50$), a resolução do indicador deve ser mantida em valores baixos ($R/\sigma_x \leq 0,4$), para que não se produzam aumentos significativos na probabilidade de alarmes falsos, nem uma perda significativa da capacidade de detecção de mudanças da média do processo.

A Figura 2.14 descreve o comportamento do ARL em função do desvio padrão do erro aleatório e do tamanho da corrida inicial. No gráfico à esquerda, observa-se que, para processos estáveis, a probabilidade de alarme falso é independente do desvio padrão do erro de repetitividade. Por outro lado, para processos que sofreram um deslocamento da média $\delta = \sigma_x$, o erro aleatório influencia o valor de ARL , diminuindo a sensibilidade do gráfico para detectar mudanças na posição do processo. Essa diminuição do poder de detecção sensibilidade é especialmente drástica quando os limites de controle são obtidos a partir de amostras pequenas. A partir desses resultados, os autores recomendaram que o erro aleatório atenda a relação $\sigma_e/\sigma_x \leq 0,5$ quando os limites são definidos com amostras $n \leq 50$.

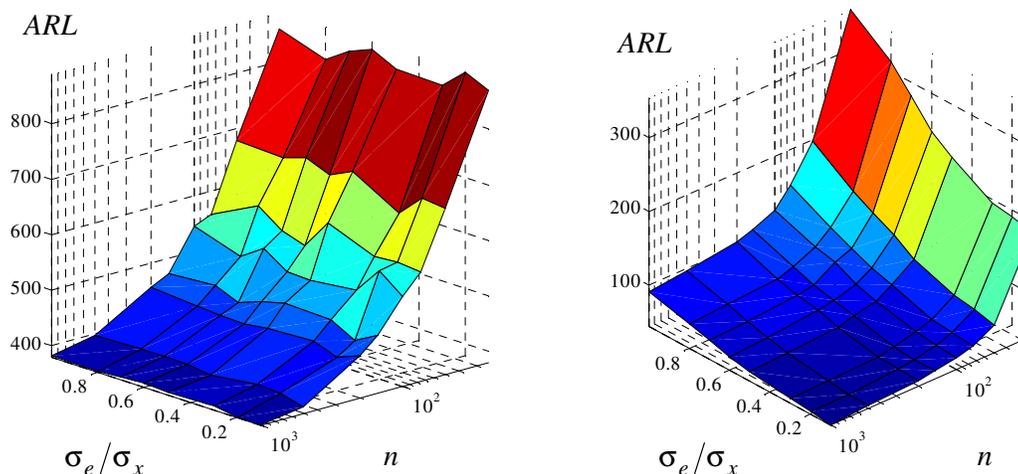


Figura 2.14: Influência do erro aleatório num processo estável (à esquerda) e quando ocorre uma mudança $\delta = \sigma_x$ na média do processo (à direita) (KONRATH, DONATELLI, 2005).

Esse trabalho mostra a importância de considerar conjuntamente a quantidade e a qualidade dos dados usados para calcular os limites de controle na fase 1. Fica claro que as decisões de amostragem e as decisões metrológicas não podem ser tomadas isoladamente quando o CEP é usado para garantir a qualidade do produto.

2.4 SUMÁRIO DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentados os conceitos fundamentais de controle estatístico de processos e incerteza de medição, essenciais para a compreensão dos capítulos a seguir. Foram também descritos e discutidos os resultados obtidos por diversos autores que estudaram o comportamento dos gráficos de controle quando os dados usados na sua construção estão contaminados por erro de medição.

Esses resultados foram classificados em duas vertentes principais. A primeira vertente está composta de pesquisas de cunho eminentemente estatístico, caracterizadas pelo foco acadêmico e pelas hipóteses adotadas para viabilizar a solução por meios analíticos. Entre estas hipóteses, são particularmente relevantes para esta tese:

- adoção da distribuição normal para as variáveis envolvidas;
- foco na fase 2, considerando-se, entretanto os limites de controle 3σ não afetados por variações amostrais;

- uso de modelos de erro compostos por erro sistemático constante (no tempo e na faixa de medição) e erro aleatório;
- uso da regra 1 para detectar sinais de mudança do processo.

Apesar das limitações decorrentes, os resultados dessas pesquisas são importantes, por criarem uma base de conhecimento sobre o tema, essencial para o desenvolvimento desta tese. Além disso, eles são úteis para validar modelos mais complexos em pontos característicos do domínio de análise.

A segunda vertente caracteriza trabalhos de cunho mais metrológico. Em particular, os de SILVA (2003), HAMBURG-PIEKAR *et al.* (2003), e KONRATH, DONATELLI (2005) podem se considerar antecedentes diretos desta pesquisa. Nesses trabalhos, o uso de simulação computacional permitiu remover algumas das restrições típicas dos trabalhos na vertente estatística. Assim, foi possível:

- avaliar as conseqüências da fase 1 sobre o comportamento dos gráficos na fase 2;
- avaliar o desempenho dos gráficos de controle com diferentes regras de interpretação;
- avaliar o efeito de diferentes tipos de erros de medição, tais como o causado pelo arredondamento dos dados e os erros sistemáticos não constantes na faixa do instrumento;
- avaliar os comportamentos complexos devidos à interação entre as diferentes variáveis do problema.

Infelizmente, nenhum dos antecedentes citados neste capítulo realiza uma verdadeira propagação da incerteza de medição através dos gráficos de controle. Mesmo os trabalhos baseados em simulação computacional, isto é, SILVA (2003), HAMBURG-PIEKAR *et al.* (2003), e KONRATH, DONATELLI (2005), comparam o desempenho do gráfico de controle construído com os valores do mensurando com o desempenho médio de um conjunto de gráficos construídos a partir deste, mas acrescentando erros de medição que são consistentes com a declaração de incerteza da medição.

Entretanto, não é assim que o fenômeno acontece na realidade. O gráfico de controle é construído com valores medidos, já afetados pela resolução, tendo então um desempenho que é característico dessa condição. A partir desse gráfico, um outro conjunto de gráficos, construídos com valores do mensurando que sejam consistentes com a declaração de incerteza de medição, podem ser derivados por simulação computacional. O desempenho destes pode

ser avaliado usando indicadores tais como o *ARL*. Assim, as estatísticas de posição e dispersão calculadas com esses valores poderão ser usadas para avaliar o efeito da incerteza de medição sobre o desempenho do gráfico.

3 DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DOS ALGORITMOS DE SIMULAÇÃO

Neste capítulo apresenta-se o ambiente de simulação construído para avaliar o efeito da incerteza de medição nos gráficos de controle, bem como os resultados de sua validação parcial em alguns pontos específicos do domínio das variáveis independentes.

3.1 DEFINIÇÃO DO ESCOPO DA PESQUISA

A partir dos conceitos colocados no Capítulo 2 e considerando os antecedentes deste trabalho, decidiu-se estabelecer o seguinte conjunto de requisitos para o desenvolvimento do ambiente de simulação:

- permitir simular as fases 1 e 2 do CEP tal como elas acontecem na realidade, isto é, com valores medidos já afetados pela resolução;
- permitir importar dados obtidos junto a processos reais de fabricação;
- possibilitar a simulação de diferentes tipos de gráficos de controle de uso comum na indústria (média e amplitude, média e desvio padrão, valores individuais e amplitude móvel);
- permitir simular as fases 1 e 2 com valores do mensurando que sejam consistentes com a declaração de incerteza de medição, sem restrições à complexidade do modelo matemático da medição ou às distribuições das quantidades de influência;
- possibilitar a propagação da incerteza de medição através do CEP, até o ponto que seja possível definir o valor médio e a incerteza associada aos indicadores de desempenho propostos.

A grande quantidade de variáveis envolvidas na pesquisa, somada à complexa interação entre as mesmas, justifica a utilização da técnica de simulação de Monte Carlo, em substituição de abordagens analíticas complexas que limitariam as possibilidades de interação. Essa técnica será usada na construção de gráficos de controle simulados, e também na geração de valores do mensurando consistentes com uma dada declaração de incerteza de medição. Os algoritmos foram implementados em Matlab 6.5, que oferece amplas possibilidades

matemáticas e uma biblioteca bastante completa de rotinas para geração de números aleatórios com diversas distribuições, independentes ou correlacionados.

Como indicador de desempenho do gráfico de controle, foi usado o próprio *ARL*. Essa estatística é amplamente utilizada no âmbito das pesquisas sobre CEP e pode ser facilmente relacionada com a probabilidade de intervenção no processo, indicador usado por MITTAG e STEMANN (1998), entre outros.

Nas próximas seções serão apresentadas, de forma detalhada, a construção dos algoritmos e os procedimentos utilizados para sua validação parcial.

3.2 ALGORITMO PARA SIMULAÇÃO DE GRÁFICOS DE CONTROLE E CÁLCULO DO *ARL*

Inicialmente foi implementado um algoritmo para simular gráficos de controle e calcular o valor de *ARL* para diferentes deslocamentos da média do processo (δ). O tipo de gráfico pode ser mudado, assim como o tamanho de subgrupo e o número de subgrupos que são usados na fase 1 para estimar os limites de controle. A única restrição é que o tamanho de subgrupo permanece constante ao longo das duas fases. As regras de interpretação também podem ser selecionadas entre as quatro regras da WEC. Assim, poderá ser usada à regra 1, as quatro regras da WEC ou qualquer combinação entre elas. A fase 1 é assumida “sob controle” e as regras de interpretação são aplicadas somente na fase 2, após induzir a mudança da média do processo. Não é feita qualquer busca de sinais no gráfico da dispersão. Assim, os alarmes falsos produzidos por esse gráfico são ignorados. A corrida de simulação é interrompida uma vez que se identifica o primeiro sinal fora dos limites de controle no gráfico de posição, que é usado para calcular o comprimento da corrida *RL* (*run-length*).

Para estimar o *ARL*, o algoritmo realiza um número *M* de iterações, que pode ser definido conforme as necessidades de exatidão da pesquisa e a capacidade de processamento. Após encerrar as iterações, calculam-se o *ARL* e o intervalo de confiança para o mesmo:

$$ARL = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^M RL_i \quad (3.1)$$

$$IC_{ARL} = \frac{1.96 \cdot s_{RL}}{\sqrt{M}} \quad (3.2)$$

Na equação (3.2), 1,96 é o valor da variável normal padrão correspondente a um intervalo de confiança de 95% e s_{RL} é o desvio padrão estimado dos valores de RL obtidos nas M iterações.

Na figura 3.1 é apresentado o fluxograma do algoritmo.

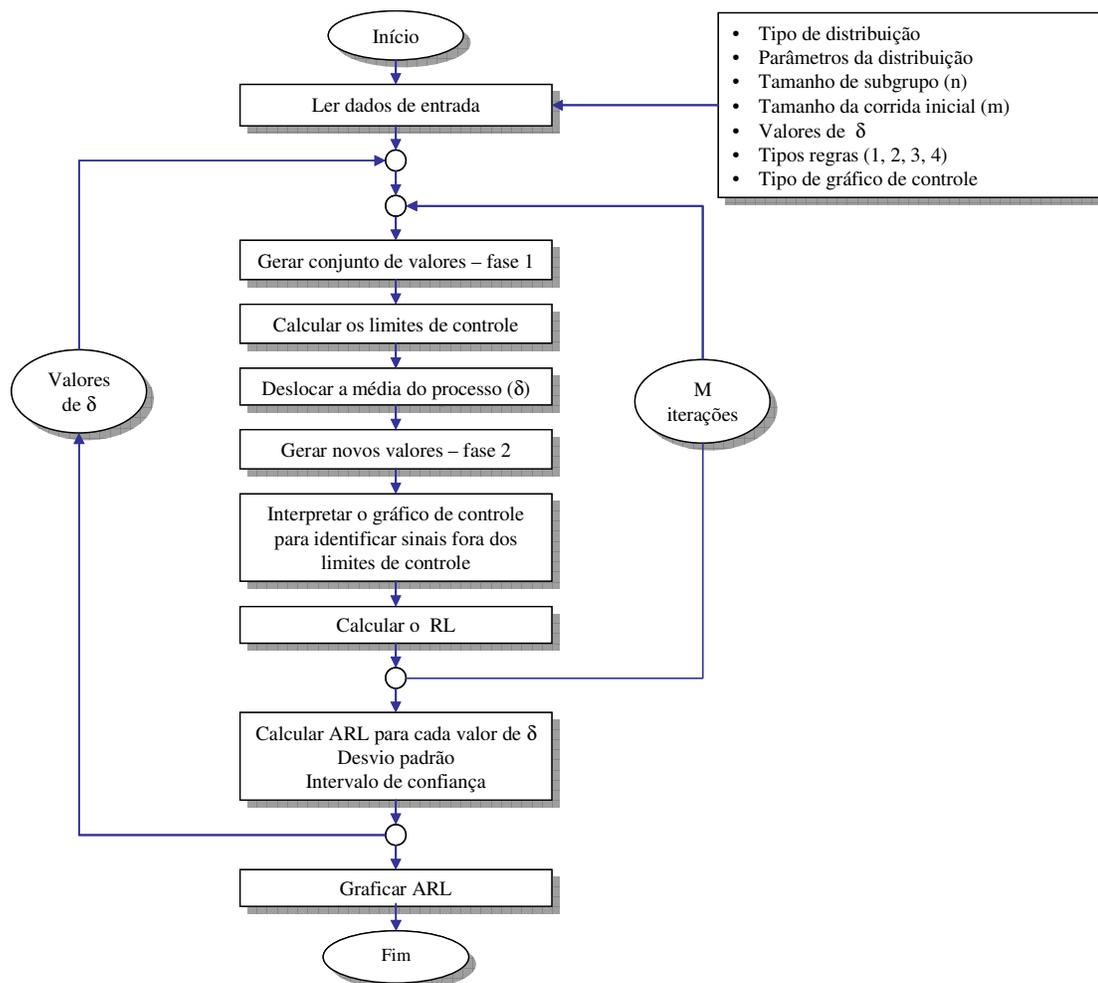


Figura 3.1: Fluxograma do algoritmo para simular gráficos de controle e estimar ARL.

Foi também implementado um algoritmo que constrói o gráfico de controle a partir de dados importados de um processo real. Nesse caso não é possível induzir mudanças propositalmente da média e, conseqüentemente, não pode ser calculado o *ARL*. Esse algoritmo será descrito na seção 3.4.

Os resultados obtidos com o algoritmo descrito nesta seção foram parcialmente validados, tomando como referência os trabalhos de CHAMP & WOODALL (1987) e de CHEN (1997). O primeiro permitiu verificar o funcionamento do algoritmo com limites de controle teóricos.

Foram testadas as seguintes regras de interpretação: só a regra 1, as regras 1 e 2, as regras 1 e 4 e todas as quatro regras. Utilizou-se o gráfico de médias e amplitudes com tamanho de subgrupo $n=5$. Para que os limites de controle calculados por simulação estivessem próximos dos valores teóricos, a fase 1 foi estendida até 10.000 subgrupos. Os resultados de cinco corridas sucessivas, cada uma de 1000 iterações, são apresentados nos gráficos da Figura 3.2 a seguir e apresentados no Apêndice A deste documento.

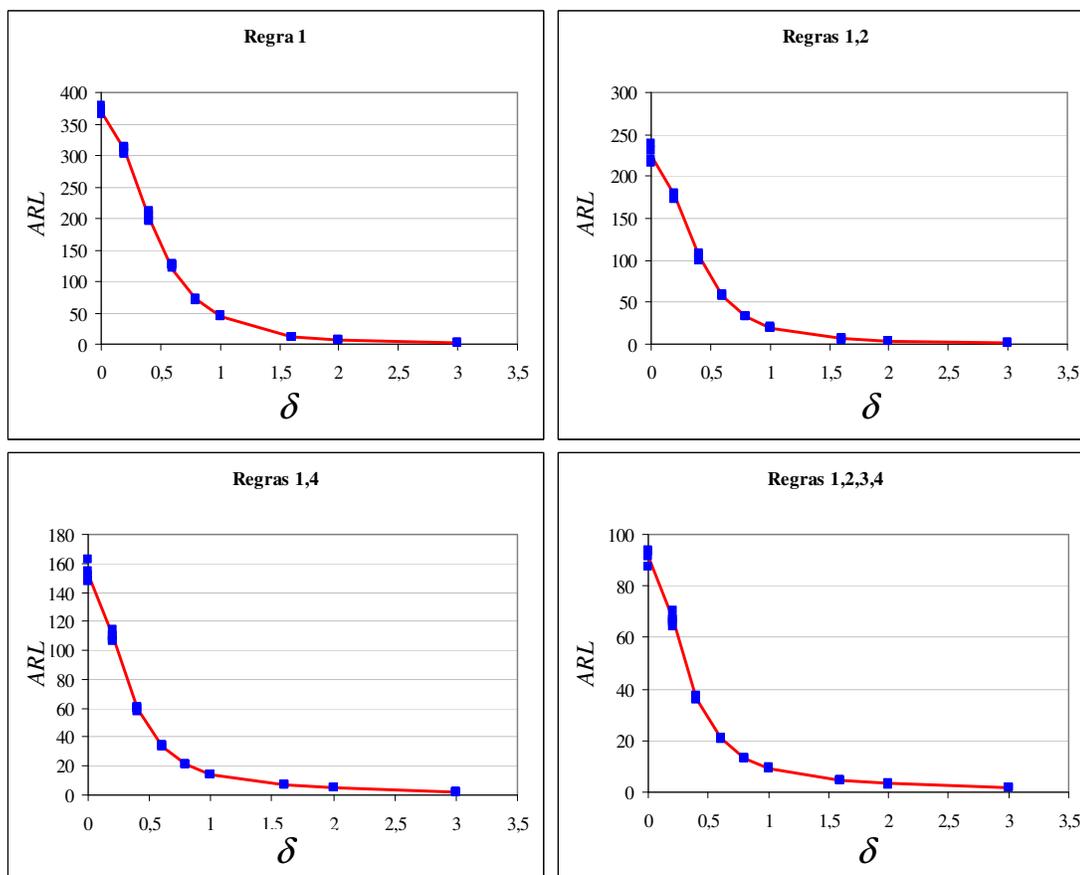


Figura 3.2: Relação dos valores de *ARL* gerados pelo algoritmo (pontos em azul) com os valores teóricos obtidos por CHAMP & WOODALL (curva vermelha), para diferentes conjuntos de regras de interpretação.

Em todos os casos, o algoritmo desenvolvido produz resultados condizentes com a análise de CHAMP & WOODALL (1987). Cabe destacar que os intervalos de confiança dos valores de *ARL* não foram incluídos no gráfico para melhorar a visualização dos resultados.

O mesmo algoritmo foi comparado, para corridas iniciais finitas, com os resultados analíticos de CHEN (1997), mas a interpretação do gráfico foi realizada somente com a regra

1. As análises foram feitas para os seguintes valores de δ : 0; 0,6708; 1,3416; 2,0124. Os resultados da avaliação são apresentados nos gráficos da Figura 3.3 e apresentados no Apêndice B deste documento.

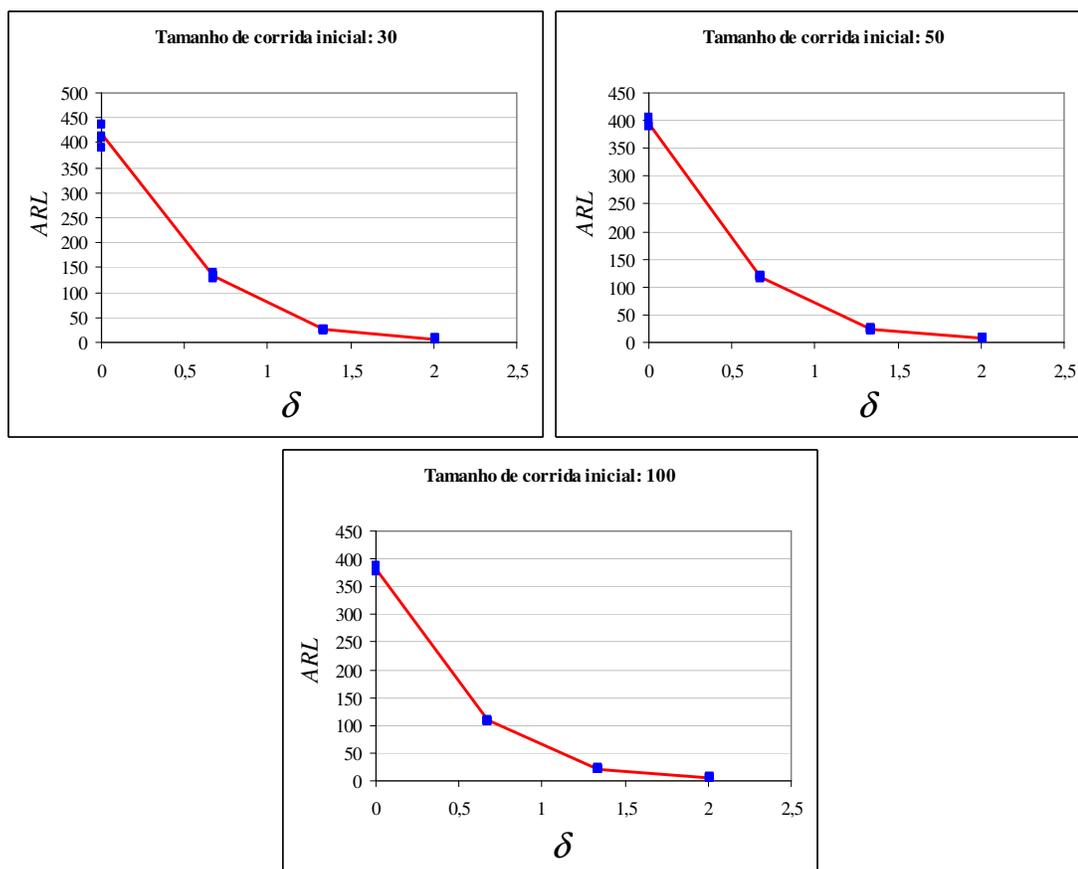


Figura 3.3: Relação dos valores de *ARL* gerados pelo algoritmo (pontos em azul) com os valores teóricos obtidos por CHEN (linha vermelha), para diferentes tamanhos da corrida inicial (fase 1).

Verifica-se que os valores encontrados pelo algoritmo condizem com os valores publicados por CHEN (1997). Assim, embora os testes realizados sejam limitados a alguns casos especiais, pode-se inferir que o algoritmo de simulação de gráficos de controle é válido para os fins desta pesquisa.

3.3 ALGORITMOS RELATIVOS À AVALIAÇÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO

3.3.1 Algoritmo para Avaliação da Incerteza Expandida por SMC

O primeiro algoritmo implementado permite avaliar a incerteza expandida segundo as recomendações do GUM SUPPL 1 (2005), conforme o diagrama de entradas e saídas que é apresentado na Figura 3.4.

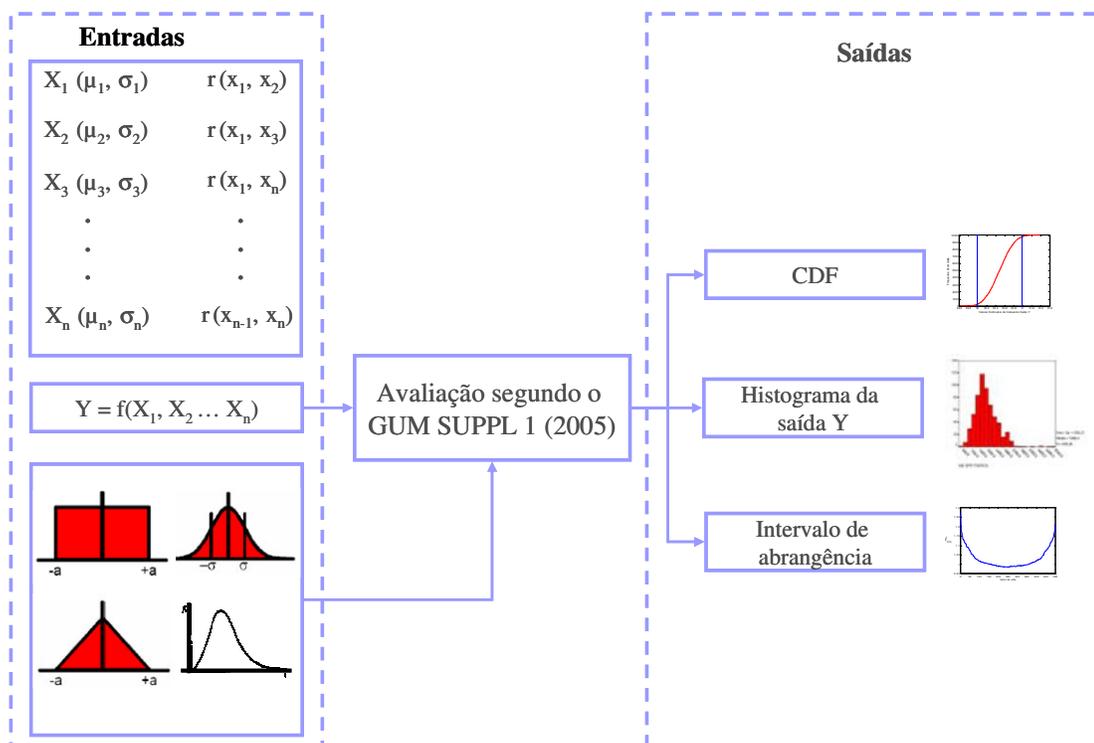


Figura 3.4: Fluxograma do Algoritmo de Avaliação de Incerteza por Simulação.

As entradas do algoritmo são: o modelo matemático da medição e a caracterização estatística das variáveis de entrada, isto é, sua distribuição de densidade e os respectivos parâmetros. O usuário pode escolher entre as distribuições normal, triangular e retangular. As variáveis com distribuição normal podem ainda ser caracterizadas como correlacionadas, informando a matriz de correlação. Variáveis com outras distribuições (triangular e retangular) somente podem ser definidas como estatisticamente independentes.

A única inovação implementada no algoritmo de cálculo de incertezas é a interpolação dos intervalos de abrangência usando uma curva *spline*, conforme relatado na seção 2.2.2. Essa curva permite melhorar o desempenho da rotina de busca do intervalo de abrangência mínimo quando as amostras são relativamente pequenas.

Para validar este algoritmo foram utilizados três casos de aplicação retirados do GUM SUPPL 1 (2005). Os mesmos foram selecionados de forma tal, que a maioria das sub-rotinas implementadas fosse ativada durante a simulação.

O primeiro caso consiste na calibração de massa. A função de medição é dada por:

$$m_{W,C} = (m_{R,C} + \delta m_{R,C}) \cdot \left(1 + (a - a_0) \cdot \left(\frac{1}{\rho_W} - \frac{1}{\rho_R} \right) \right) \quad (3.3)$$

onde $m_{W,C}$ é o valor verdadeiro convencional da massa a calibrar. Na Tabela 3.1 são apresentadas as quantidades de entrada e suas respectivas distribuições referentes a este exemplo de aplicação.

Tabela 3.1: Quantidades de entrada e suas respectivas distribuições.

Quantidades de entrada		Distribuição	Parâmetros
Valor convencional da massa de referência	$m_{R,C}$	Normal	$\mu=100\text{g}, \sigma=0,050\text{ mg}$
Valor convencional de uma massa adicionada a $m_{R,C}$	$\delta m_{R,C}$	Normal	$\mu=1,234\text{ mg}, \sigma=0,020\text{ mg}$
Densidade do ar	a	Retangular	$1,20 \pm 0,10\text{ kg/m}^3$
Densidade convencional do ar	a_0	Constante	$1,28\text{ kg/m}^3$
Densidade da massa a calibrar	ρ_W	Retangular	$8000 \pm 1000\text{ kg/m}^3$
Densidade da massa padrão	ρ_R	Retangular	$8000 \pm 50\text{ kg/m}^3$

Expressando a quantidade de saída como o desvio do valor convencional da massa a calibrar com referência à massa nominal, $\delta_m = m_{R,C} - m_{nom}$, e realizando 10.000 iterações com o algoritmo desenvolvido, achou-se $\delta_m = 1,2345\text{ mg}$ e $u(\delta_m) = 0,0760\text{ mg}$. Tais resultados não apresentam diferenças relevantes com os informados no GUM SUPPL 1, $\delta_m = 1,2343\text{ mg}$ e $u(\delta_m) = 0,07550\text{ mg}$, embora estes últimos tenham sido estimados com bem mais iterações ($M=100.000$).

A Figura 3.5 apresenta os valores de diferentes intervalos com nível de abrangência 95%, para distintos valores da probabilidade α . Mostra-se que o valor do intervalo de abrangência mínimo é $\hat{I}_{95\% \min} \cong 3 \cdot 10^{-4}\text{ g}$ e que o mesmo corresponde a uma probabilidade $\alpha \cong 0,026$, o qual caracteriza um intervalo praticamente simétrico.

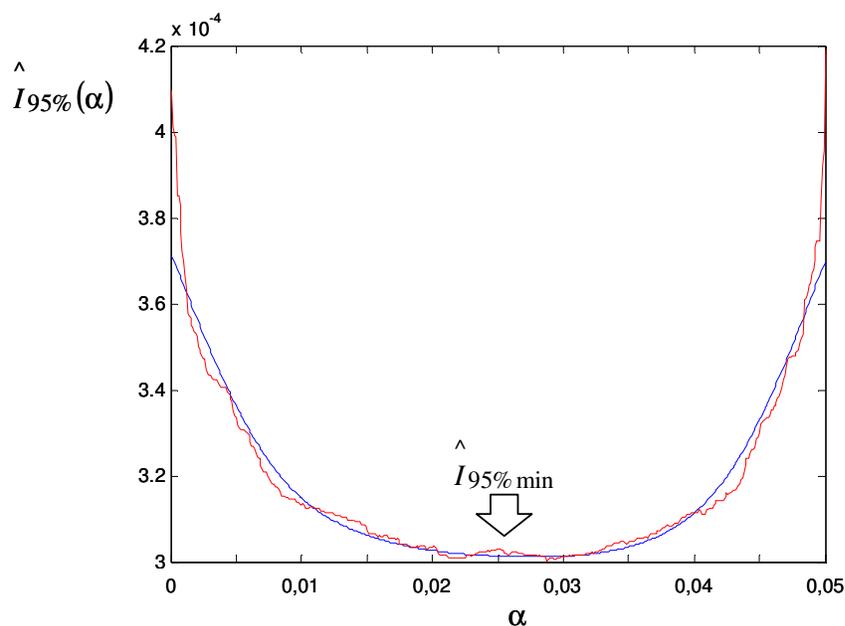


Figura 3.5: Variação dos intervalos de abrangência para diferentes probabilidades α (caso da calibração de massa).

Na Figura 3.5 pode-se observar que a interpolação por curva *spline* introduzida no algoritmo foi eficaz na definição do valor de α que caracteriza o início do intervalo de abrangência mínimo, embora tenha sido usado um tamanho de amostra M menor que o recomendado na literatura.

O segundo caso consiste em avaliar a calibração de um medidor de potência de microondas conectando-o junto com um medidor de potência padrão ao mesmo gerador de sinais. Assim, as quantidades de influência resultantes apresentam-se correlacionados. A função de medição é dada por:

$$y = 1 - x_1^2 - x_2^2 \quad (3.4)$$

Na Tabela 3.2 são apresentadas as quantidades de entrada e suas respectivas distribuições:

Tabela 3.2: Quantidades de entrada e suas respectivas distribuições.

Quantidades de entrada	Distribuição	Parâmetros	Valor da correlação $r(x_1, x_2)$
x_1	Normal	$\mu=0,05, \sigma=0,005$	0.9
x_2	Normal	$\mu=0, \sigma=0,005$	

A incerteza padrão da variável de saída, estimada pelo algoritmo desenvolvido com $M=10.000$ iterações, foi $u(y) = 4,975 \cdot 10^{-4}$, contra $u(y) = 5,047 \cdot 10^{-4}$ informado pelo GUM SUPPL 1, a partir de uma simulação com 100.000 iterações.

A Figura 3.6 mostra o intervalo de abrangência mínimo $\hat{I}_{95\% \min} = 0,0019$ e seu posicionamento em função da probabilidade α . Os extremos do intervalo de confiança são $\hat{I}_{95\% \inf} = 0,9965$ e $\hat{I}_{95\% \sup} = 0,9984$, valores ambos condizentes com o GUM SUPPL 1(2005).

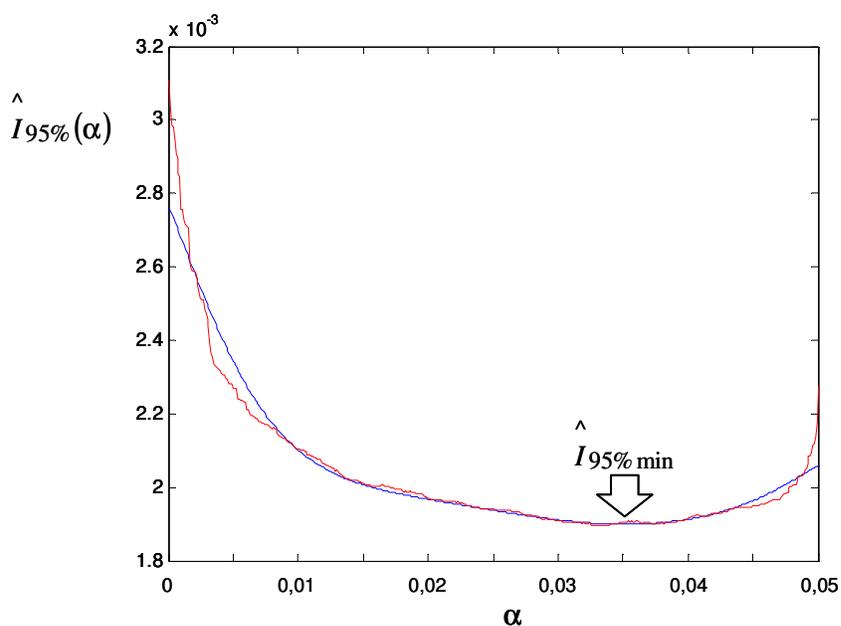


Figura 3.6: Variação dos intervalos de abrangência para diferentes probabilidades α (caso do medidor de potência de microondas).

Analisando-se estes dois exemplos de aplicação verifica-se que os resultados encontrados condizem com os apresentados no GUM SUPPL 1 (2005).

3.3.2 Algoritmo para Geração de Erros Consistentes com a Declaração da Incerteza de Medição

O algoritmo descrito acima foi usado para avaliar a incerteza expandida no escopo desta pesquisa. Contudo, foi preciso realizar algumas adequações para poder introduzir o conceito de incerteza de medição na avaliação do *ARL*, conforme apresentado na seção 3.2.

Para tal fim, é necessário gerar conjuntos de prováveis valores do erro de medição. Esses valores serão usados junto com valores medidos (simulados ou reais) para gerar valores do mensurando que sejam consistentes com uma determinada declaração de incerteza. Assim, o algoritmo modificado de SMC terá como saída um vetor de dados de p linhas e n colunas, onde n é o tamanho dos subgrupos usados no CEP e p é o número de subgrupos que se deseja contaminar com erro de medição.

Esta abordagem traz uma consequência importante no que diz respeito à simulação das contribuições relacionadas aos erros sistemáticos de valor desconhecido, mas que permanece constante durante certo período de tempo. Esse é o comportamento dos erros residuais devidos à compensação incompleta de efeitos sistemáticos (ou erros de *offset*). Nesses casos é comum incluir no balanço de incertezas uma contribuição de tipo B, geralmente com distribuição retangular, que expressa os limites esperados de dispersão do erro. Se o objetivo fosse calcular a incerteza de uma medição individual usando SMC, diferentes valores deveriam ser amostrados aleatoriamente dessa distribuição, representando o desconhecimento que se tem do verdadeiro valor do erro atuante durante essa medição em particular.

Entretanto, quando se trata de conjuntos de medições realizadas com um mesmo instrumento sem ajustes intermediários de *offset*, pode-se esperar que o valor do erro se mantenha relativamente constante ao longo da seqüência toda. Assim, o erro residual será essencialmente o mesmo para todas as unidades medidas durante certo intervalo de tempo.

O algoritmo de simulação desenvolvido para esta pesquisa permite que uma ou mais contribuições à incerteza possam ser definidas como “constantes”. Quando isso é feito, todos os valores contidos no vetor de saída estarão afetados pelo mesmo erro sistemático. O valor desse erro é obtido aleatoriamente da distribuição informada para essa contribuição. Esse valor muda cada vez que a rotina é chamada novamente. Assim, por exemplo, pode-se usar um valor de erro constante para toda a fase 1 e depois mudá-lo aleatoriamente, mantendo-o constante durante toda a simulação da fase 2.

O algoritmo pode manejar qualquer número de variáveis de entrada e qualquer equação de medição, mas apresenta as limitações a seguir:

- somente podem ser declaradas como correlacionadas as quantidades de entrada com distribuição normal;
- somente podem ser declaradas como constantes, as variáveis de entrada que não apresentem correlação com nenhuma outra.

A figura 3.7 mostra o fluxograma do algoritmo descrito acima.

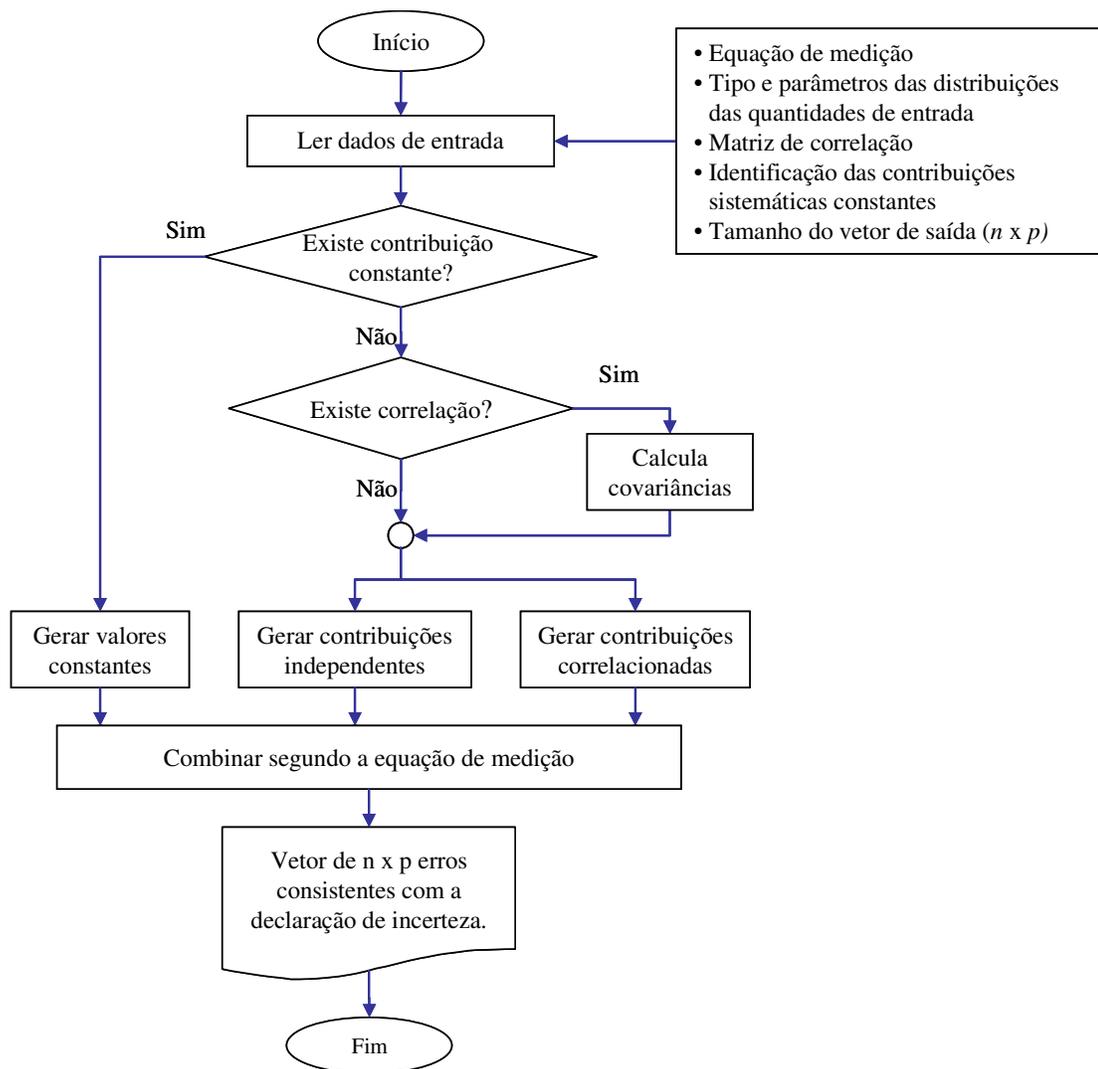


Figura 3.7: Fluxograma do algoritmo de geração de vetores contendo valores de erro consistentes com uma determinada declaração de incerteza.

Este algoritmo não precisou ser validado, pois foi construído com rotinas já testadas do algoritmo de cálculo da incerteza expandida por SMC.

3.4 ALGORITMOS PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE CONSIDERANDO O EFEITO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO

Dois algoritmos diferentes foram desenvolvidos para avaliar o desempenho dos gráficos de controle sob efeito da incerteza de medição. O primeiro deles opera a partir de medições

simuladas, e permite avaliar o efeito da incerteza sobre o *ARL*. O segundo permite importar dados de um processo real e avaliar o impacto da incerteza sobre o número provável de sinais fora dos limites de controle.

3.4.1 Algoritmo Baseado em Medições Simuladas

Este algoritmo é obtido pela integração dos algoritmos de cálculo do *ARL* e simulação de erros, já descritos nas Figuras 3.1 e 3.7 respectivamente.

As simulações foram estruturadas de forma tal que o efeito da incerteza de medição ficasse isolado da variabilidade devida à amostragem das unidades do processo (Figuras 3.8 e 3.9). Para que isso seja possível, é primeiramente construído um gráfico de controle com valores medidos simulados, caracterizado por gerar um alarme após RL_1^{med} amostras. Em seguida, usando esses valores medidos e um conjunto de valores simulados de erro consistentes com a declaração de incerteza, um gráfico alternativo de valores do mensurando é gerado. Tal gráfico deve ser interpretado como um dos gráficos possíveis que é compatível com os dados obtidos por medição e o conhecimento que se tem do processo de medição. Se a incerteza for expressiva frente à dispersão dos dados medidos, poderá haver uma mudança no número de amostras até detectar um sinal, obtendo-se um valor de RL_{11} diferente de RL_1^{med} . A geração de gráficos com diferentes valores do mesurando, mas todos eles correspondentes ao mesmo gráfico inicial de valores medidos, terá como resultado diversos valores de RL_{1j} . A média e a dispersão desses valores de RL_{1j} permite caracterizar o efeito da incerteza nesse gráfico em particular. Essas operações podem ser observadas acompanhando cada uma das linhas das matrizes na figura 3.8 e correspondem à iteração interna do fluxograma da Figura 3.9 ($j=1...u$).

Dado um processo de fabricação, os gráficos de controle que dele poderiam ser obtidos estão sujeitos à variação amostral. Assim, um gráfico pode apresentar um sinal em RL_1^{med} subgrupos, outro em RL_2^{med} e assim sucessivamente. Para considerar esse efeito, diversos gráficos foram criados e tratados da mesma forma descrita no parágrafo anterior (ver comportamento das colunas na Figura 3.8 e iteração externa na Figura 3.9).

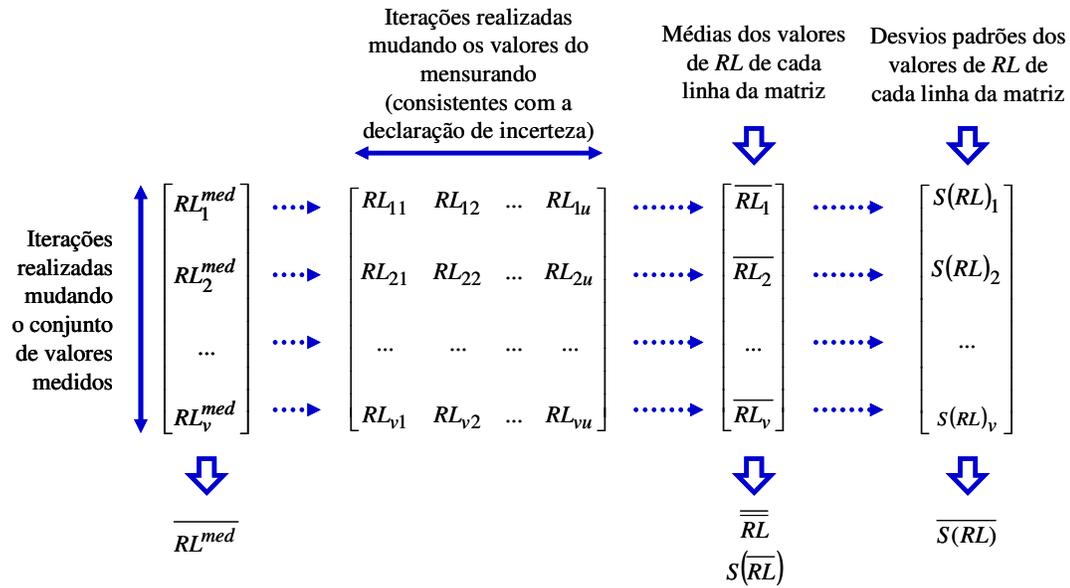


Figura 3.8: Procedimento de análise dos valores de RL.

As estatísticas apresentadas na figura 3.8 são calculadas conforme as equações a seguir:

$$\overline{RL}^{med} = \frac{1}{v} \cdot \sum_{i=1}^v RL_i^{med} = ARL^{med} \quad (3.5)$$

$$\overline{RL}_i = \frac{1}{u} \cdot \sum_{j=1}^u RL_{ij} \quad (3.6)$$

$$\overline{\overline{RL}} = \frac{1}{v} \cdot \sum_{i=1}^v \overline{RL}_i = ARL^{mens} \quad (3.7)$$

$$S(\overline{RL}) = \frac{1}{v-1} \cdot \sum_{i=1}^v \left(\overline{RL}_i - \overline{\overline{RL}} \right)^2 \quad (3.8)$$

$$S(RL)_i = \frac{1}{u-1} \cdot \sum_{j=1}^u \left(RL_{ij} - \overline{RL}_i \right)^2 \quad (3.9)$$

$$\overline{S(RL)} = \frac{1}{v} \cdot \sum_{i=1}^v S(RL)_i \quad (3.10)$$

O acrônimo *ARL* foi usado somente para as médias dos comprimentos de corrida realizadas ao longo das colunas das matrizes da Figura 3.8 (equações 3.5 e 3.7), ou seja, através da variação das distintas amostras do mesmo processo. A média dos comprimentos de corrida

realizada através das variações devidas ao sistema de medição foi denominada \overline{RL} (equação 3.6).

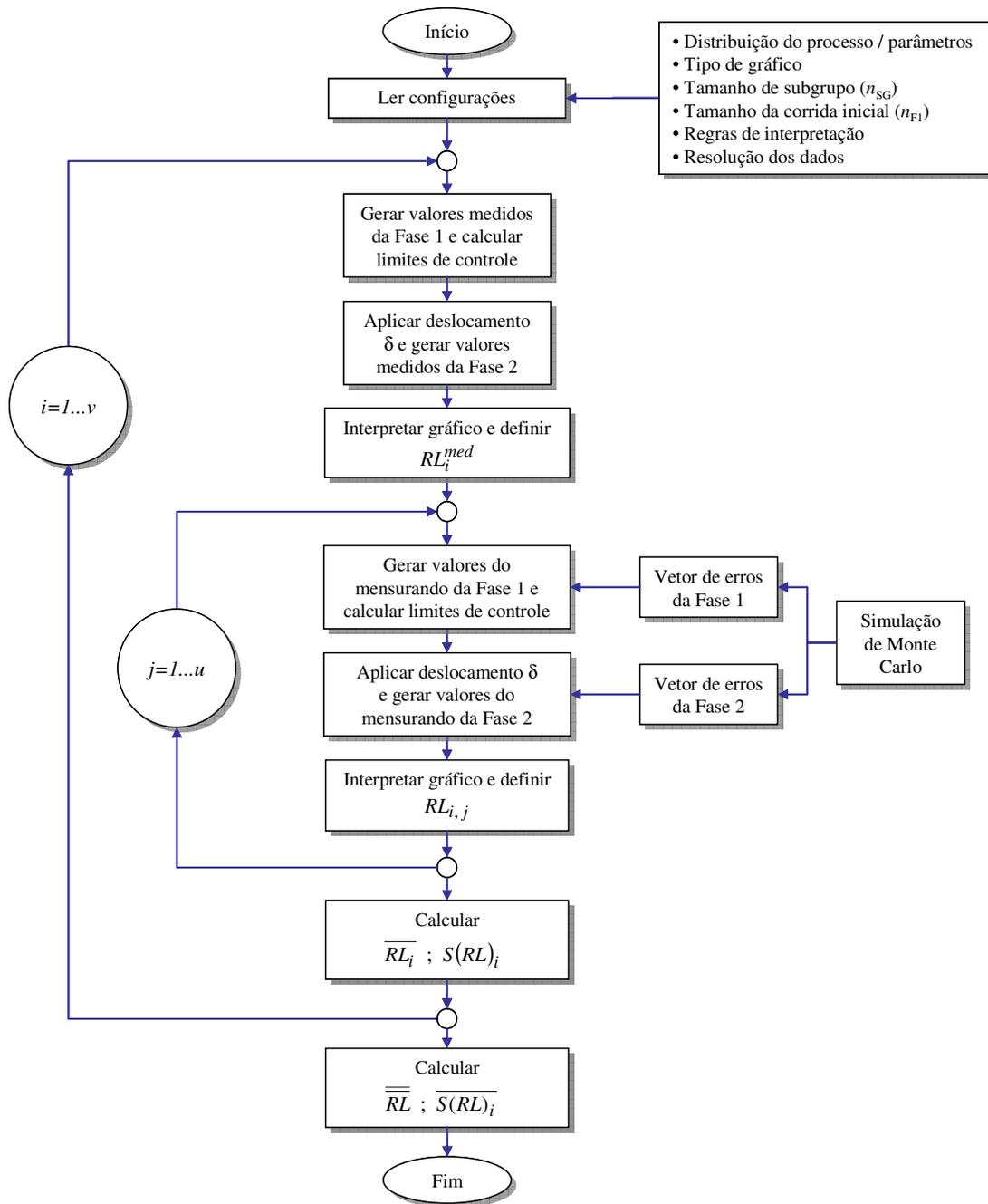


Figura 3.9: Fluxograma do algoritmo para avaliar o efeito da incerteza de medição no ARL , para um dado valor de perturbação adimensional da média δ .

Por limitações na infra-estrutura computacional disponível, foram simulados $v=100$ gráficos de controle com valores medidos, utilizando-se cada um deles para construir $u=100$

gráficos com valores do mensurando. A adoção de um número maior de iterações não foi possível, principalmente pelo elevado tempo de simulação demandado nos casos em que $\delta=0$.

No modelo utilizado, os valores medidos são obtidos por amostragem de uma distribuição de variável contínua (ex.: distribuição normal) e posteriormente arredondados para simular o efeito da resolução do instrumento, apresentando assim uma característica discreta. Para valores da resolução menores ou iguais ao desvio padrão dos dados, conforme recomendado na literatura (WHEELER & LIDAY, 1989), o valor do ARL^{med} apresenta diferenças insignificantes com respeito ao valor de ARL teórico para a variável contínua originalmente usada para gerar os dados, aqui denominado $ARL^{Teórico}$. Para variáveis com distribuição normal, os valores de $ARL^{Teórico}$ utilizados como referência ao longo da pesquisa, foram retirados dos trabalhos já citados de CHAMP & WOODALL (1987) e CHEN (1997). O primeiro foi usado para descrever o desempenho do gráfico com limites 3σ teóricos; o segundo quando os limites de controle são obtidos a partir de um número limitado de subgrupos.

Dois indicadores serão usados nesta pesquisa para avaliar o efeito da incerteza de medição no desempenho do gráfico: o ARL^{mens} e o $\overline{S(RL)}$. O primeiro representa a média do ARL referente aos valores do mensurando; o segundo, sua dispersão. O intervalo de confiança (95%) de ARL^{mens} é estimado pela equação a seguir:

$$IC_{95\%}(ARL^{mens}) = ARL^{mens} \pm \frac{1,96 \cdot S(\overline{RL})}{\sqrt{v}} \quad (3.11)$$

Conforme apresentado no capítulo 2, MITTAG e STEMANN (1998) estudaram o efeito do erro aleatório de medição no gráfico de média e desvio padrão seguindo duas abordagens. A primeira considera que os erros de medição são introduzidos desde a fase 1 do processo; já a segunda assume que os erros de medição atuam apenas na fase 2. Como já foi mencionado, só a primeira abordagem tem interesse prático no escopo desta pesquisa. Assim, os resultados desses autores foram usados para validar o algoritmo apresentado na subseção anterior, no caso particular em que a resolução com que se registram os dados é desprezível e a incerteza de medição é devida a uma única quantidade normalmente distribuída.

Na figura 3.10 são apresentados os resultados de 5 simulações sucessivas com o algoritmo desenvolvido (cada uma com 1000 iterações), em comparação com a característica $ARL^{Mittag\&Stemann} = f(\delta)$. Percebe-se que em média os resultados são consistentes com a

referência e que a dispersão dos valores obtidos pelo algoritmo aumenta na medida em que o ARL^{mens} também aumenta.

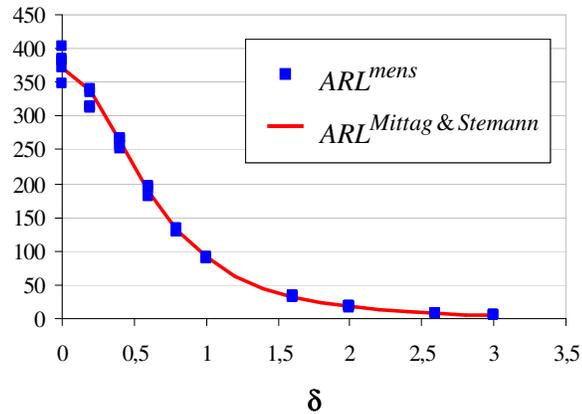


Figura 3.10: Comparação dos resultados obtidos pelo algoritmo com os valores de referência segundo MITTAG & STEMANN (1998).

Assim, pode-se concluir que o algoritmo desenvolvido para esta pesquisa apresenta valores consistentes quando a incerteza de medição é representada por uma distribuição normal.

3.4.2 Algoritmo Baseado em Medições Reais

O algoritmo descrito na subseção anterior foi modificado para avaliar o efeito da incerteza em seqüências de dados obtidos por medição durante o controle de processos de fabricação reais. Dados desse tipo apresentam algumas características interessantes para a pesquisa, já que se referem a um processo que não está perfeitamente sob controle, mas que apresenta instabilidades naturais. Nesse caso, não é possível alterar arbitrariamente a média do processo induzindo um deslocamento δ e assim não é possível usar o ARL como indicador do efeito do processo de medição. Também é impossível saber quais sinais são alarmes falsos e quando um sinal de mudança foi omitido pelo gráfico.

Contudo, ainda é possível analisar a variação do número de sinais quando diferentes gráficos são construídos com valores do mensurando, consistentes com os dados reais e o nível de conhecimento disponível sobre o sistema de medição. O fluxograma do algoritmo pode ser consultado na Figura 3.11.

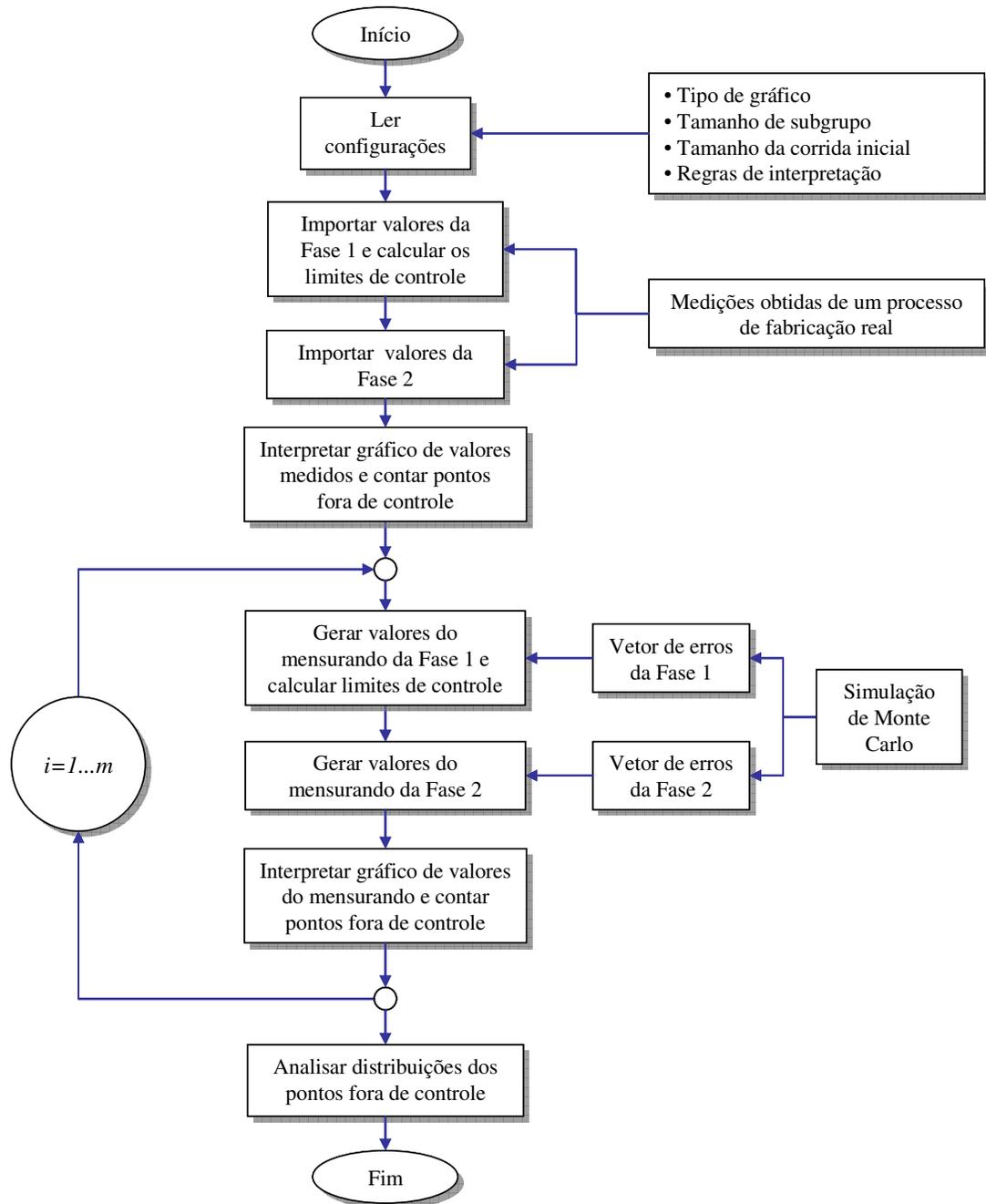


Figura 3.11: Fluxograma do algoritmo para avaliar o efeito da incerteza de medição no desempenho de um gráfico de controle com base em dados reais.

O algoritmo de simulação descrito na figura acima não foi submetido a testes de validação.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados da aplicação dos algoritmos descritos no capítulo anterior ao estudo da interação entre o controle estatístico de processos e a incerteza de medição.

Dada a grande quantidade de variáveis envolvidas na pesquisa, tornou-se inviável realizar um estudo extensivo do domínio de simulação. Assim, realizou-se uma abordagem baseada em casos extraídos da literatura e situações práticas, os quais foram selecionados pela sua capacidade de revelar diversos comportamentos de interesse.

Na tabela a seguir encontra-se uma breve descrição desses casos e dos fenômenos estudados com eles:

Tabela 4.1: Descrição dos casos abordados.

Seção	Descrição do caso	Estudos realizados
4.1	Medição da altura de um degrau com sistema automático	<ul style="list-style-type: none"> Efeito do valor da incerteza nos limites de controle.
4.2	Medição do diâmetro de eixos com micrômetro	<ul style="list-style-type: none"> Influência do tamanho da corrida inicial para uma dada equação e valor da incerteza de medição. Influência do valor de incerteza de medição para a mesma equação de medição. Influência dos diferentes tipos de regras de interpretação.
4.3	Medição de uma tensão elétrica pela soma de duas medições de tensão	<ul style="list-style-type: none"> Efeito de uma correlação positiva entre as quantidades de entrada da medição. Efeito da correlação (positiva, negativa e nula) quando a incerteza combinada é mantida constante.
4.4	Modelo aditivo com três quantidades de influência	<ul style="list-style-type: none"> Efeito de uma quantidade de influência com valor constante, mas desconhecido, que muda após a definição dos limites de controle. Idem anterior, mas mudando o tamanho de subgrupo.
4.5	Medição de diâmetros com comparador de internos	<ul style="list-style-type: none"> Análise com dados reais obtidos de um processo de fabricação.

Nos casos 4.1 e 4.4 foi utilizado o gráfico de médias e amplitudes, com subgrupos de tamanhos 2 (dois) e 5 (cinco). Nos casos 4.2 e 4.3 foi usado o gráfico de médias e amplitudes com subgrupos de tamanho 5 (cinco). No caso 4.5 foi usado o gráfico de indivíduos e amplitude móvel, formando subgrupos de dois valores sucessivos. A análise foi centrada no gráfico que monitora a posição do processo e, conseqüentemente, a probabilidade de alarme falso não inclui eventuais sinais falsos que pudessem aparecer no gráfico da dispersão.

4.1 INCERTEZA DOS LIMITES DE CONTROLE

Como já discutido, os limites de controle são o principal produto da fase 1 e determinam fortemente a capacidade de um gráfico de controle para detectar mudanças do processo. A incerteza da medição dos dados coletados na fase 1 gera uma incerteza dos limites de controle. Para avaliar esse fenômeno, utilizou-se informação de um caso prático, a medição automática da altura de um degrau numa peça forjada e usinada (SILVA, 2004). A especificação da altura do degrau é $(10,5 \pm 0,15)$ mm e a capacidade estimada do processo é aproximadamente $Cpk \cong Cp \cong 1,2$. Assim, a média estimada do processo é 10,5 mm e o seu desvio padrão estimado 0,042 mm.

A Figura 4.1 apresenta informação sobre a peça e o sistema de medição.

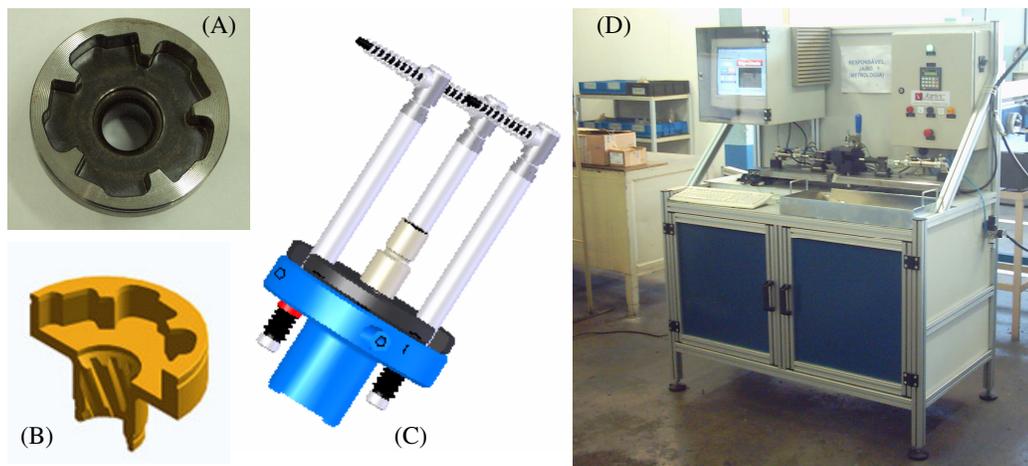


Figura 4.1: (A) Foto da peça; (B) modelo CAD seccionado mostrando o degrau; (C) cabeçote de medição; (D) foto do equipamento completo.

A função de medição pode ser descrita pela equação a seguir:

$$H_x = H_{IND} - \delta l_{rep} - (\delta l_{temp} + \delta l_{deriva} + \delta l_{linear} + \delta l_{zeragem}) \quad (4.1)$$

A Tabela 4.2 define as quantidades envolvidas na equação anterior e sua incerteza:

Tabela 4.2: Descrição e distribuições das quantidades de entrada.

	Descrição da quantidade	Distribuição	Valor Esperado	Desvio padrão ou semi-amplitude	Tipo
H_{IND}	Altura do degrau	-	Conforme medição	-	-
δl_{rep}	Repetitividade e reprodutibilidade	normal	0	12,4 μm	A
δl_{temp}	Erro induzido pela diferença de temperaturas	retangular	0	1,1 μm	B
δl_{deriva}	Deriva temporal dos transdutores	retangular	0	1,2 μm	B
δl_{linear}	Linearidade dos transdutores	retangular	0	2,5 μm	B
$\delta l_{zeragem}$	Erro residual de zeragem	normal	0	2,8 μm	A

A avaliação de incerteza por SMC usando o algoritmo apresentado na subseção 3.3.1, deu como resultado um intervalo de abrangência probabilisticamente simétrico e centrado no valor medido. O valor da incerteza expandida é $U_{95\%} = 0,025 \text{ mm}$. Assim, o sistema apresenta uma relação incerteza-tolerância $U_{95\%}/Tol = 0,0833$, que atende adequadamente os requisitos a regra de ouro da metrologia¹. A relação entre a incerteza expandida e desvio padrão estimado do processo $U_{95\%}/\hat{\sigma} = 0,59$ também é aceitável.

Primeiramente foi estimada a incerteza dos limites de controle para diferentes amostragens da corrida inicial. Utilizaram-se para isso as combinações de tamanho de subgrupo e número de subgrupos definidas na Tabela 4.3:

¹ A "Regra de Ouro da Metrologia" postula que, para que um sistema de medição possa ser considerado apto, a sua incerteza deve ser menor que um décimo da tolerância.

Tabela 4.3: Condições de amostragem para o estudo da incerteza dos limites de controle.

Condição	Tamanho de subgrupo	Quantidade de subgrupos (fase 1)
A	2	30
B	2	100
C	5	30
D	5	100

Em cada condição foi simulado um único conjunto de valores medidos e 2000 conjuntos diferentes de valores do mensurando, consistentes com esses valores medidos e a declaração de incerteza de medição ($\nu=1$ e $u=2000$ no fluxograma da Figura 3.9). Os resultados da simulação podem ser observados nos gráficos da Figura 4.2:

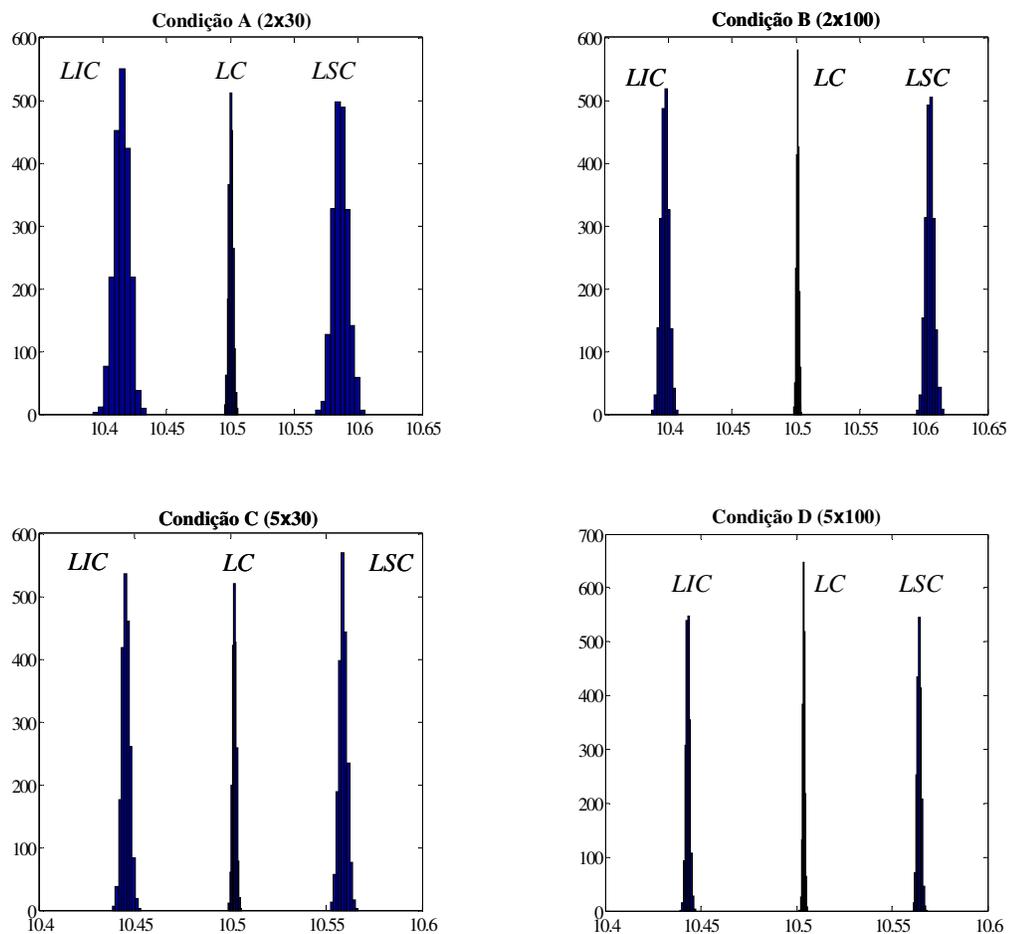


Figura 4.2: Distribuição dos limites de controle para diferentes condições de amostragem na fase 1.

O histograma central mostra a distribuição da grande média, enquanto que os histogramas laterais representam as distribuições do limite inferior de controle (LIC) e limite superior de controle (LSC). Pode se observar que a dispersão da grande média, determinante do erro residual de posicionamento do processo, é bastante inferior à dispersão dos limites de controle.

Na Tabela 4.4 se encontram os resultados numéricos dessa análise. Os valores LC_{med} , LIC_{med} e LSC_{med} representam a grande média e os limites inferior e superior de controle do gráfico simulado com valores medidos.

Tabela 4.4: Resultados do estudo para corridas iniciais de diferentes comprimentos e tamanhos de subgrupos.

Estatística	Amostragem da fase 1			
	A (2x30)	B (2x100)	C (5x30)	D (5x100)
LC_{med}	10,5005	10,5012	10,5021	10,5036
$LC_{mens} \pm U_{95\%}(LC)$	10,5005 \pm 0,0018	10,5012 \pm 0,0010	10,5021 \pm 0,0011	10,5036 \pm 0,0006
LIC_{med}	10,4184	10,4023	10,4483	10,4462
$LIC_{mens} \pm U_{95\%}(LIC)$	10,4147 \pm 0,0065	10,3974 \pm 0,0034	10,4455 \pm 0,0022	10,4431 \pm 0,0012
LSC_{med}	10,5826	10,6001	10,5560	10,5610
$LSC_{mens} \pm U_{95\%}(LSC)$	10,5863 \pm 0,0059	10,6050 \pm 0,0034	10,5588 \pm 0,0023	10,5642 \pm 0.0012

Os valores LC_{mens} , LIC_{mens} e LSC_{mens} correspondem, respectivamente, às médias dos valores simulados (representados nos histogramas da Figura 4.2). As incertezas que acompanham esses valores foram obtidas assumindo distribuição normal com $k=2$, que corresponde ao intervalo de abrangência de 95,45%.

Pode-se observar que a incerteza dos limites de controle diminui com o aumento da quantidade de subgrupos utilizados para definir os limites na fase 1, mas principalmente com o aumento do tamanho de subgrupo. De fato, a condição C apresenta menores incertezas dos limites inferior e superior de controle que a condição B, embora a quantidade total de dados usados para definir os limites seja menor. Assim, para diminuir o efeito da incerteza de medição na incerteza dos limites de controle, é mais vantajoso aumentar tamanho de subgrupo que aumentar o número de subgrupos da corrida inicial.

Um outro aspecto que merece ser analisado é o deslocamento da média dos limites de controle inferior e superior simulados, com referência aos limites estimados com valores medidos. Nos resultados informados na Tabela 4.4, pode-se observar que $LIC_{mens} < LIC_{med}$ e $LSC_{mens} > LSC_{med}$. Esse aumento da distância entre limites de controle é previsível do ponto de vista estatístico, já que os limites simulados com valores do mensurando incluem a variabilidade própria do sistema de medição, além da variabilidade do conjunto original de valores medidos. Do ponto de vista prático, pode ser explicado lembrando que o algoritmo de simulação foi construído para propagar incertezas e não erros de medição:

Para um gráfico de controle de médias, cujos limites de controle foram estimados a partir de uma amostra finita de dados obtidos por medição (isto é, dados incertos), pode-se esperar, além de dispersão, um provável aumento da distância entre os limites de controle verdadeiros com referência aos limites estimados, acarretando uma provável diminuição da capacidade do gráfico para detectar mudanças da média do processo.

Essa afirmação poderá ser mais bem compreendida nas seções a seguir, dedicadas à avaliação do efeito da incerteza de medição no *ARL*.

Finalmente, para analisar o efeito de um incremento na incerteza de medição foi simulado um caso com valores duplicados das contribuições à incerteza, utilizando uma fase 1 de acordo com a condição de amostragem B (100 subgrupos de tamanho 2).

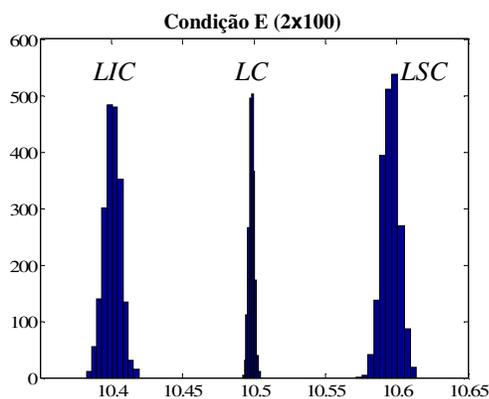


Figura 4.3: Distribuição dos limites de controle com valores das contribuições à incerteza duplicados.

Tabela 4.5: Resultados para corrida inicial com valores das contribuições à incerteza duplicados.

Estatística	Amostragem da fase 1
	E (2x100)
LC_{med}	10,4983
$LC_{mens} \pm U_{95\%}(LC)$	10,4983±0,0020
LIC_{med}	10,4197
$LIC_{mens} \pm U_{95\%}(LIC)$	10,4008±0,0065
LSC_{med}	10,5769
$LSC_{mens} \pm U_{95\%}(LSC)$	10,5959±0,0066

Os resultados reportados na Figura 4.3 e na Tabela 4.5 mostram que a incerteza dos limites de controle aumenta com o aumento da incerteza de medição, assim como também aumenta a distância esperada entre os limites verdadeiros com referência aos limites estimados usando dados incertos. Assim, pode-se afirmar que:

Quanto maior for a incerteza de medição, maiores serão a incerteza dos limites de controle e o desvio provável da média da distribuição desses limites com referência aos limites estimados correspondentes. Esse efeito pode ser diminuído aumentando o tamanho da amostra inicial, com prioridade no aumento do tamanho de subgrupo.

A partir dos resultados relatados nesta seção, cabe esperar que esse fenômeno seja parcialmente responsável pela deterioração da capacidade de detecção de mudanças na média do processo.

4.2 INFLUÊNCIA DA FASE 1, A INCERTEZA E AS REGRAS DE INTERPRETAÇÃO

Os estudos a seguir simulam várias condições de controle estatístico do processo de usinagem de um diâmetro, para o qual as peças são medidas com um micrômetro. A análise de incerteza foi adaptada do material do curso de incerteza de medição ministrado pelos professores Klaus-Dieter Sommer e Albert Weckenmann em 2006 (SOMMER & WECKENMANN, 2006).

A função de medição é descrita pela equação a seguir, e a Tabela 4.6 define as quantidades da equação e sua incerteza.

$$l_x = l_{IND} - \delta l_{IND} - (\delta l_{FA} + \delta l_{\nu MO} - \delta l_D + \Delta l_{PMU} + \delta l_V + \delta l_\lambda + \delta l_{ABP}) \quad (4.2)$$

A incerteza de medição foi avaliada usando o método de propagação de distribuições apresentado na subseção 3.3.1, pois há uma contribuição dominante retangular que pode afetar a normalidade da distribuição de saída. A simulação foi realizada para um diâmetro medido $l_{IND} = 9,988$. O valor da incerteza padrão resultante é $u = 8 \mu\text{m}$. O intervalo de abrangência mínimo ($\alpha = 95\%$) é probabilisticamente simétrico, mas está descentrado com referência ao valor medido ($\hat{I}_{95\%inf} = 9,973 \text{ mm}$ e $\hat{I}_{95\%sup} = 10,003 \text{ mm}$), refletindo o efeito das contribuições à incerteza com valor esperado não-nulo. A incerteza expandida é $U_{95\%} = 15 \mu\text{m}$. Considerando que o valor do desvio padrão aparente do processo usado na simulação é $0,015 \text{ mm}$, a relação entre a incerteza e o desvio padrão é aceitável para um controle de processos efetivo, $U_{95\%}/\hat{\sigma} = 1$.

Tabela 4.6: Descrição e distribuições das quantidades de entrada.

	Descrição da quantidade	Distribuição	Valor esperado	Desvio padrão ou semi-amplitude	Tipo
l_{IND}	Comprimento indicado	-	Conforme medição	-	-
δl_{IND}	Incerteza da leitura	normal	0	$2 \mu\text{m}$	A
δl_{FA}	Desvio de forma da peça	retangular	0	$10 \mu\text{m}$	B
$\delta l_{\nu MO}$	Erro induzido pela temperatura	retangular	0	$0,7 \mu\text{m}$	B
δl_D	Desalinhamento do sistema de medição	normal	$2 \mu\text{m}$	$0,5 \mu\text{m}$	B
Δl_{PMU}	Monitoramento do instrumento	normal	$1,5 \mu\text{m}$	$0,075 \mu\text{m}$	B
δl_V	Inclinação da peça	normal	$0 \mu\text{m}$	$5 \mu\text{m}$	B
δl_λ	Erros devido a vibrações	retangular	$0 \mu\text{m}$	$2 \mu\text{m}$	B
δl_{ABP}	Deformação da peça devido à força de medição	retangular	$1 \mu\text{m}$	$0,2 \mu\text{m}$	B

4.2.1 Influência do Tamanho da Amostra Usada para Calcular os Limites de Controle

Este estudo visa analisar o efeito combinado da incerteza de medição e do número de amostras coletadas para estimar os limites de controle. Em todos os casos o tamanho de subgrupo é igual a 5 e somente a regra 1 foi aplicada para detectar estados fora de controle durante a fase 2.

Para se aproximar ao caso em que os limites de controle não estão afetados pela variação amostral (isto é, limites 3σ), foram simulados gráficos de controle com uma fase 1 consistente de 2000 amostras. Os resultados desta simulação foram comparados com os valores de ARL informados por CHAMP & WOODALL (1987). Na Figura 4.4 podem-se observar:

- à esquerda, o gráfico dos valores do ARL^{mens} (equação 3.7) para distintos deslocamentos relativos da média do processo δ , informados com os correspondentes intervalos de confiança (equação 3.11) e comparados com os valores teóricos (CHAMP & WOODALL, 1987);
- à direita, a distribuição dos valores da dispersão média que pode ser atribuída ao efeito da incerteza de medição, $\overline{S(RL)}$ (equação 3.10).

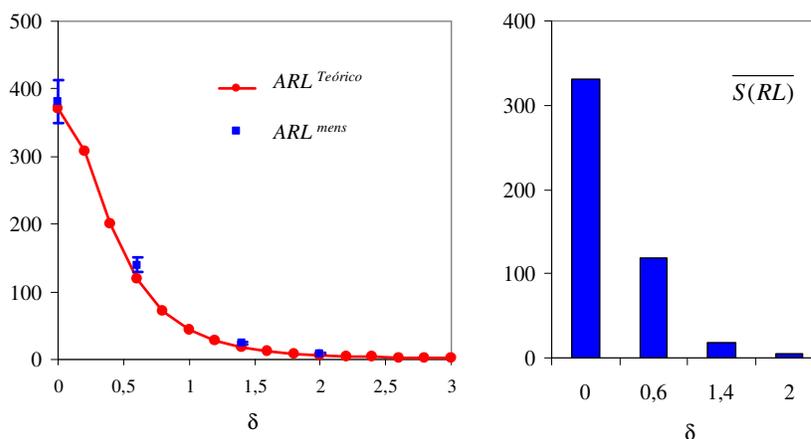


Figura 4.4: Efeito da incerteza de medição quando os limites de controle são estimados usando uma amostra grande (2000 subgrupos de tamanho 5).

Analisando a Figura 4.4, pode-se concluir que:

- o efeito da incerteza de medição é pequeno, mas perceptível quando $0,5 < \delta < 1,5$;

- o desvio padrão médio atribuível ao efeito da incerteza é relevante, mas decresce com o aumento do valor de δ .

Estas afirmações precisam ser analisadas em relação aos resultados apresentados na seção 4.1 sobre a incerteza dos limites de controle. A partir dos mesmos, pode-se inferir que a incerteza dos limites será desprezível para uma amostragem inicial de 2000 subgrupos tamanho 5. Então, o comportamento mostrado na Figura 4.4 se deve principalmente à influência da incerteza dos dados coletados na fase 2.

Para estudar o comportamento do gráfico em condições mais representativas da realidade industrial, foram simulados três casos com amostras de 100, 50 e 30 subgrupos. Os valores obtidos por simulação podem ser observados nas Figuras 4.5, 4.6 e 4.7, junto com os reportados por CHEN (1997), para os mesmos valores de δ e os mesmos números de subgrupos.

O comportamento é semelhante ao mostrado para limites 3σ (Figura 4.5). Porém, percebe-se um aumento dos intervalos de confiança $IC_{95\%}(ARL^{mens})$ e do desvio padrão médio $\overline{S(RL)}$ na medida em que o tamanho de amostra inicial diminui. Esse comportamento deve-se à incerteza das medições efetuadas na fase 2, mas também ao efeito da incerteza não desprezível dos limites de controle.

Observando os resultados em conjunto, pode-se afirmar que o efeito médio ou esperado da incerteza de medição se mantém aproximadamente constante e independente do efeito da amostragem para o caso analisado, caracterizado por uma relação entre a incerteza e o desvio padrão do processo bastante favorável, $U_{95\%}/\hat{\sigma} = 1$.

Do ponto de vista prático, pode-se afirmar que:

Para um gráfico de controle de médias, integralmente construído (fase 1) e operado (fase 2) usando dados obtidos pelo mesmo processo de medição (isto é, dados incertos), pode-se esperar uma deterioração da capacidade de detectar mudanças da média do processo que possam acontecer durante a fase 2. Essa situação será mais aparente para mudanças de valor de δ aproximadamente entre $0,5 < \delta < 2$. Existirá ainda uma incerteza sobre o desempenho de cada gráfico, relacionada com a dúvida que se têm sobre a verdadeira posição dos limites de controle e sobre o valor do mensurando de cada amostra de produto envolvida na fase 2.

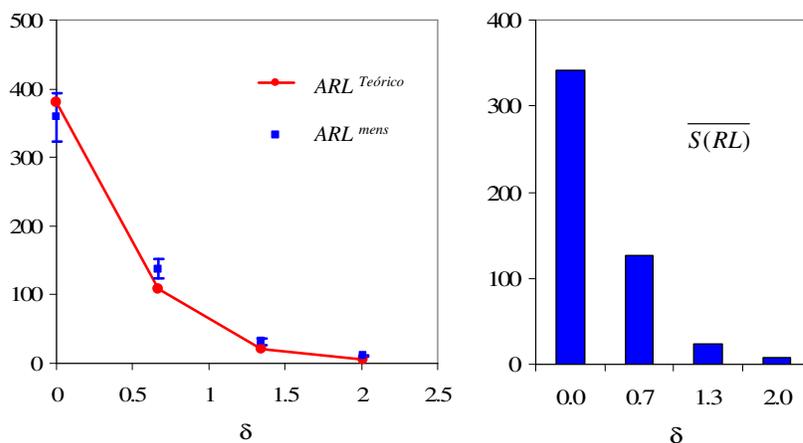


Figura 4.5: Efeito da incerteza para limites de controle estimados com 100 subgrupos.

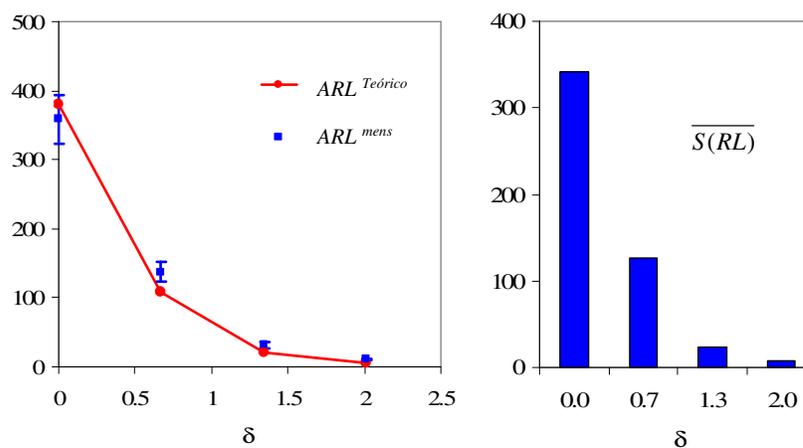


Figura 4.6: Efeito da incerteza para limites de controle estimados com 50 subgrupos.

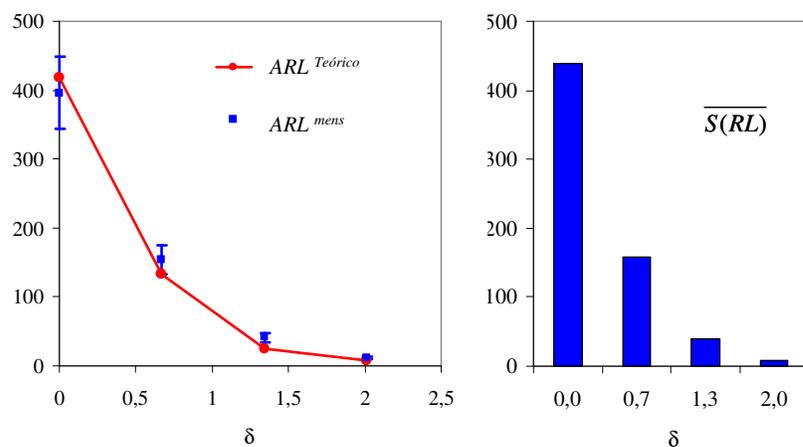


Figura 4.7: Efeito da incerteza para limites de controle estimados com 30 subgrupos.

Na análise da incerteza de medição (seção 4.2), foi observado que o intervalo de incerteza é probabilisticamente simétrico, mas está descentrado devido à contribuição de algumas quantidades com valores esperados diferentes de zero. Como o modelo adotado considera que as contribuições à incerteza permanecem invariantes durante as fases 1 e 2, cabe esperar que o efeito desse desvio constante não afete o comportamento do *ARL*. Simulações foram realizadas zerando os valores esperados de todas as contribuições à incerteza e essa hipótese foi comprovada. Assim pode-se afirmar que:

Distribuições da quantidade de saída que apresentem valores esperados diferentes de zero não afetarão a capacidade do gráfico de médias para detectar as mudanças na posição do processo, sempre que esses valores esperados permaneçam constantes durante as fases 1 e 2 do CEP.

4.2.2 Influência do Valor da Incerteza

Este estudo tem por objetivo analisar o efeito de contribuições à incerteza de diferente intensidade, mantendo invariante o modelo matemático da medição. Este foi derivado do modelo apresentado na seção 4.2, após eliminar algumas quantidades de influência desprezível (Tabela 4.6). A seguir o modelo matemático simplificado:

$$l_x = l_{IND} - \delta l_{IND} - (\delta l_{FA} + \delta l_V + \delta l_\lambda) \quad (4.3)$$

A Tabela 4.7 descreve as quantidades e detalha os parâmetros das distribuições usadas na análise. Observe-se que os parâmetros foram duplicados com referência aos reportados na tabela 4.6 e que os valores esperados foram zerados, já que não influenciam no *ARL*.

Tabela 4.7: Descrição e distribuições das quantidades de entrada.

	Descrição da quantidade	Distribuição	Valor esperado	Desvio padrão ou semi-amplitude	Tipo
l_{IND}	Comprimento indicado	-	Conforme medição	-	-
δl_{IND}	Incerteza da leitura	normal	0	4 μm	A
δl_{FA}	Desvio de forma da peça	retangular	0	20 μm	B
δl_V	Inclinação da peça	normal	0	10 μm	B
δl_λ	Erros devido a vibrações	retangular	0	4 μm	B

A incerteza de medição foi novamente avaliada usando o método de propagação de distribuições apresentado na subseção 3.3.1. O valor da incerteza padrão resultante é $u = 16 \mu\text{m}$. O intervalo de abrangência mínimo ($\alpha = 95\%$) é probabilisticamente simétrico e está aproximadamente centrado com referência ao valor medido ($\hat{I}_{95\% \text{inf}} = 9,957 \text{ mm}$ e $\hat{I}_{95\% \text{sup}} = 10,017 \text{ mm}$). Em conseqüência, a incerteza expandida é $U_{95\%} = 30 \mu\text{m}$, resultando numa relação entre a incerteza e o desvio padrão estimado do processo $U_{95\%}/\hat{\sigma} = 2$. No entanto, deve-se observar que, se o processo de fabricação fosse capaz com $\hat{C}_p = \text{Tol}/6 \cdot \hat{\sigma} = 1,67$, a relação entre a incerteza e a tolerância seria $U_{95\%}/\text{Tol} = 0,2$, valor comum na prática industrial. Assim, os valores de incerteza usados nesta simulação podem ser considerados altos, mas são ainda realistas.

Adotou-se um tamanho de subgrupo igual a 5 e somente a regra 1 foi aplicada para detectar estados fora de controle durante a fase 2. A simulação foi realizada considerando corridas iniciais de 50 e 100 subgrupos, comparando os valores de ARL^{mens} com os valores de $ARL^{Teórico}$ informados por CHEN (1997) para esses tamanhos de amostra inicial. Os resultados podem ser observados nas Figuras 4.8 e 4.9.

Analisando as Figuras 4.8 e 4.9, pode-se concluir que o efeito da incerteza de medição apresenta um comportamento semelhante ao já relatado na subseção anterior, mas de maior magnitude. Neste caso, pode-se esperar uma expressiva perda da capacidade para detectar mudanças da média do processo, particularmente no intervalo $0,5 < \delta < 2$, devida ao efeito da incerteza de medição. Há também um aumento do desvio padrão médio $\overline{S(RL)}$ com referência aos correspondentes apresentados nas Figuras 4.5 e 4.6, indicando que o aumento da incerteza de medição produz também um aumento da incerteza do número de pontos até a aparição do sinal no gráfico de controle. Esse efeito é mais intenso quando os limites de controle se estimam usando a informação contida em um número pequeno de subgrupos.

Num plano prático, as conseqüências desse comportamento podem ser resumidas na afirmação a seguir:

A capacidade esperada do gráfico de controle de médias para detectar mudanças da posição do processo diminui na medida em que a incerteza de medição aumenta, independentemente de qual seja o tamanho da amostra inicial. Para valores altos da relação entre a incerteza expandida e o desvio padrão do processo (ex. $U_{95\%}/\hat{\sigma} \cong 2$)

e deslocamentos da média na faixa $0,5 < \delta < 2$, o valor de ARL^{mens} pode aumentar consideravelmente com referência ao valor teórico correspondente (de 70% a 100%). A isso deve se somar a incerteza que se tem sobre o desempenho de cada gráfico, dada por $\overline{S(RL)}$, que aumenta quando os limites são estimados usando amostras relativamente pequenas.

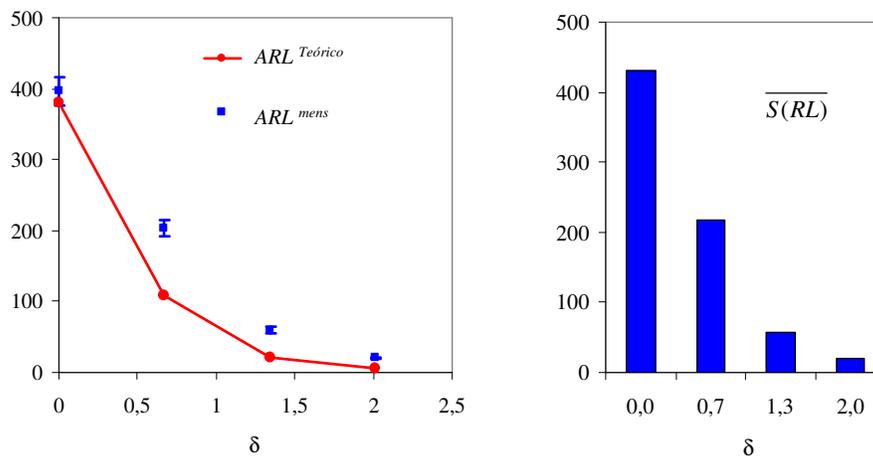


Figura 4.8: Efeito da incerteza para limites de controle estimados com 100 subgrupos.

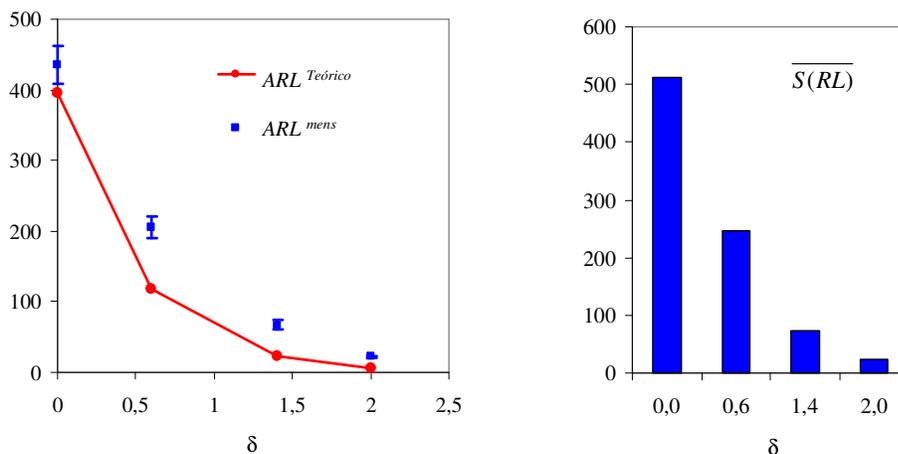


Figura 4.9: Efeito da incerteza para limites de controle estimados com 50 subgrupos.

4.2.3 Influência das Regras de Interpretação

Para avaliar o efeito da incerteza de medição quando diferentes tipos de regras são utilizadas para identificar estados fora de controle recorreu-se ao mesmo caso da subseção anterior, porém estimando os limites através de uma amostra grande (2000 subgrupos de

tamanho 5). Desta forma, os valores de *ARL* simulados puderam ser comparados com os valores teóricos informados por CHAMP & WOODALL (1987). Aplicaram-se três conjuntos diferentes de regras de interpretação: somente regra 1, regras 1,4 e regras 1, 2, 3, 4, conforme apresentadas na figura 2.2. Os resultados das simulações podem ser consultados nas Figuras 4.10, 4.11 e 4.12.

Observa-se que, uma vez mais, a incerteza de medição reduz a capacidade do gráfico para detectar mudanças na média do processo. Essa redução é mais relevante no intervalo de deslocamentos $0,5 < \delta < 2$ e não há mudança significativa da probabilidade de alarme falso.

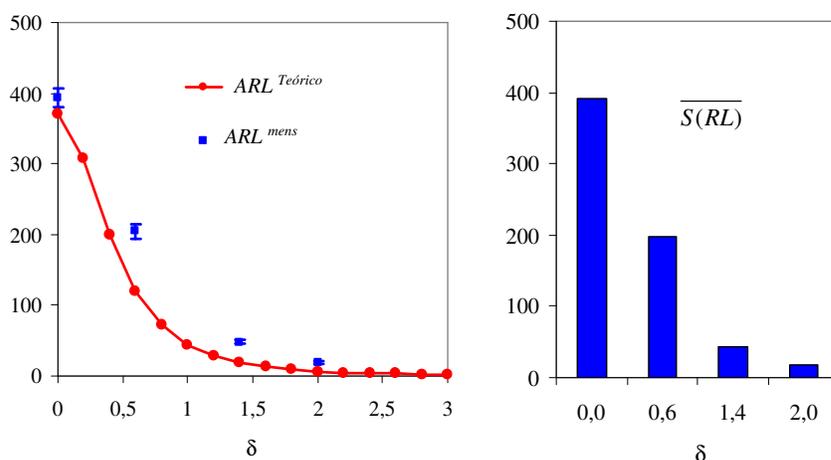


Figura 4.10: Efeito da incerteza quando se aplica somente a regra 1.

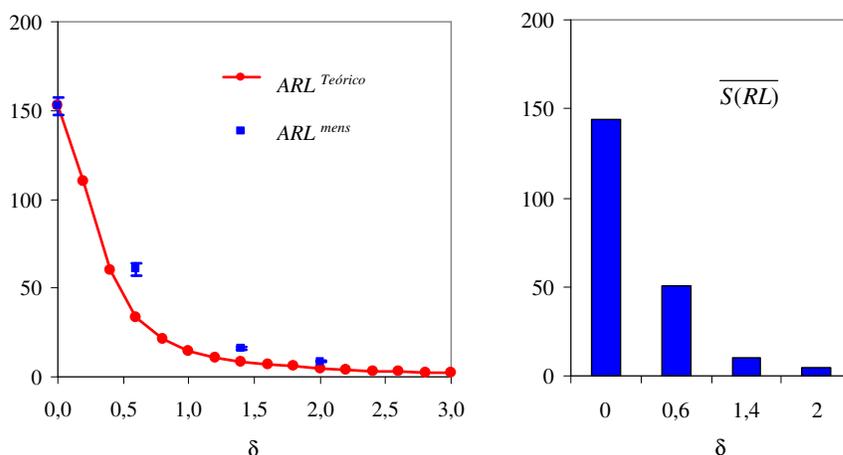


Figura 4.11: Efeito da incerteza quando se aplicam as regras 1, 4.

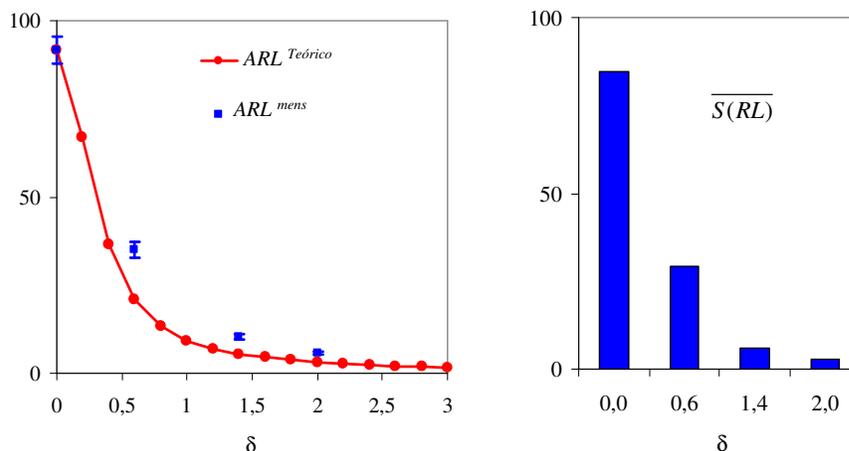


Figura 4.12: Efeito da incerteza quando se aplicam as regras 1, 2, 3,4 (regras da WEC).

Nas figuras anteriores também se pode comprovar que o aumento do ARL^{mens} com referência ao $ARL^{Teórico}$ é proporcional ao valor deste último e que o mesmo acontece com o valor do $\overline{S(RL)}$.

Do ponto de vista prático, pode-se ainda afirmar que:

A adoção de regras de interpretação além da regra 1, ex. regras 1 e 4 ou mesmo as regras da WEC, permite compensar a perda de capacidade de detecção de mudanças da média do processo devida à incerteza de medição.

Assim, por exemplo, um gráfico de médias construído e operado com medições caracterizadas por $U_{95\%}/\hat{\sigma} \cong 1$ e interpretado usando somente a regra 1, apresenta um valor provável $ARL^{mens} \cong 140$ para um deslocamento $\delta = 0,6$ (Figura 4.4). Um gráfico similar, construído e operado com medições caracterizadas por $U_{95\%}/\hat{\sigma} \cong 2$, apresenta um $ARL^{mens} \cong 60$ para o deslocamento quando é interpretado usando as regras 1 e 4 (Figura 4.11). O preço a pagar por esta melhoria é o aumento da probabilidade de alarmes falsos.

4.3 INFLUÊNCIA DA CORRELAÇÃO ENTRE AS QUANTIDADES DE ENTRADA

Este estudo tem como objetivo avaliar o efeito da incerteza de medição com dados correlacionados e não correlacionados. No exemplo, o valor da tensão elétrica de interesse é

obtido indiretamente a partir das medições de duas tensões V_1 e V_2 . Assim, a função de medição é descrita pela equação a seguir:

$$V_t = V_1 + V_2 \quad (4.4)$$

Assume-se que as tensões V_1 e V_2 são medidas com o mesmo instrumento, efetuando-se 6 repetições para cada tensão. As distribuições das variáveis de entrada são $V_1 \sim N(0 ; 0,00838)$ e $V_2 \sim N(0 ; 0,01945)$. A utilização do mesmo instrumento resulta em quantidades de entrada correlacionadas com coeficiente de correlação $r(V_1, V_2) = 0,9157$. O desvio padrão do processo de fabricação é $\hat{\sigma}_{V_t} = 0,02 \text{ V}$.

Para estudar o efeito da correlação entre as quantidades à incerteza foram criados 3 cenários diferentes, a saber:

- **Cenário 1:** Estima-se a incerteza de medição $u(V_t)$ considerando a correlação. A influência da incerteza de medição no *ARL* é estudada por SMC, considerando a equação de medição completa e a correlação entre as quantidades de entrada. Este é o cenário de referência.
- **Cenário 2:** É uma simplificação do cenário anterior. A incerteza de medição é calculada considerando o efeito da correlação (como no cenário 1), mas sua influência no *ARL* é estudada representando $u(V_t)$ como uma única quantidade, desconsiderando a correlação entre as variáveis de entrada.
- **Cenário 3:** É também uma simplificação do cenário 1, mas de natureza diferente. O efeito da correlação é negligenciado para o cálculo de incerteza de medição e para a avaliação da influência da mesma sobre o desempenho do gráfico de controle. Estatisticamente este cenário é similar ao anterior, mas muda o valor da incerteza (neste caso para um valor menor, pela eliminação de uma correlação positiva).

As características desses três cenários no que diz respeito ao modelo matemático e as quantidades de entrada e saída podem ser observadas na Tabela 4.8. As incertezas padrão combinadas foram calculadas pelo método dos coeficientes de sensibilidade e expandidas usando $k=1,96$.

Para todos os casos simulou-se um gráfico de médias com tamanho de subgrupo 5. Os limites de controle foram estimados com uma amostra inicial de 100 subgrupos. Para fins de interpretação do gráfico aplicou-se somente a regra 1. Os resultados da simulação foram

comparados com os valores teóricos informados por CHEN (1997). Os resultados para os três cenários podem ser observados nas Figuras 4.13, 4.14 e 4.15.

Tabela 4.8: Quantidades de entrada e saída para os três cenários de análise.

Cenário	Equação da medição	$u(V_1)$	$u(V_2)$	$r(V_1, V_2)$	$u(V_t)$	$U_{95\%}$	$U_{95\%}/\hat{\sigma}$
1	$V_t = V_1 + V_2$	0,00838	0,01945	0,9157	0,0271	0,0531	2,6
2	V_t	-	-	-	0,0271	0,0531	2,6
3	$V_t = V_1 + V_2$	0,00838	0,01945	0	0,0211	0,0413	2,1

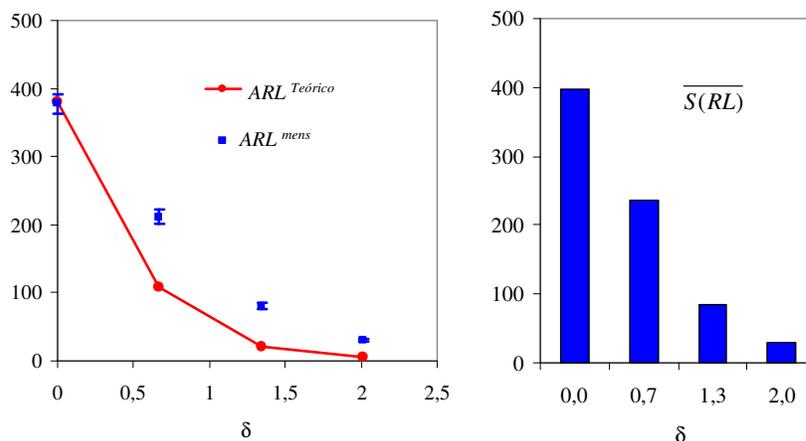


Figura 4.13: Resultados para o cenário 1, considerando a correlação no cálculo da incerteza e na SMC.

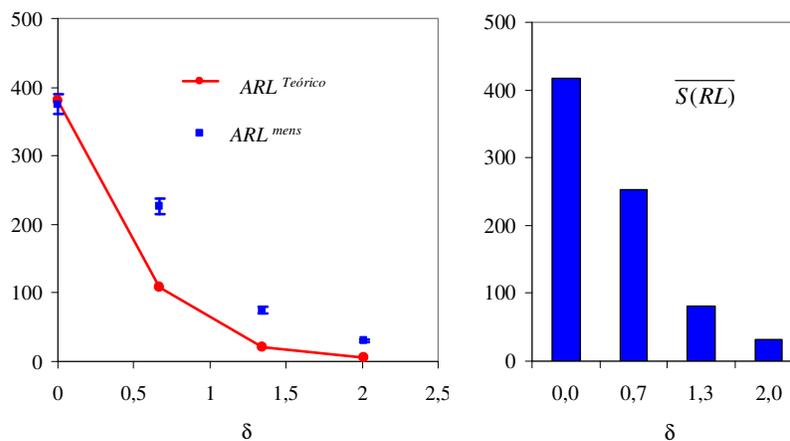


Figura 4.14: Resultados para o cenário 2, negligenciando a correlação na simulação do gráfico.

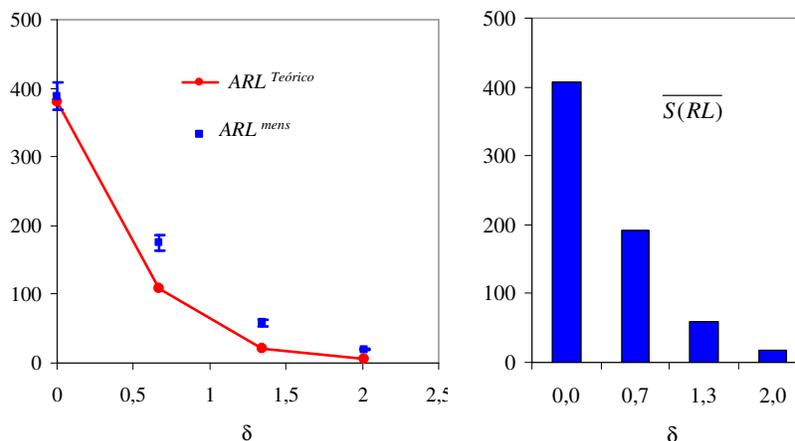


Figura 4.15: Resultados para o cenário 3, negligenciando completamente a correlação.

Comparando as Figuras 4.13 e 4.14, pode-se observar que não há diferenças significativas entre os resultados do cenário 1 e do cenário 2. Assim, para o caso analisado, pareceria ser indiferente considerar ou não a correlação entre as quantidades entrada durante o estudo do comportamento esperado do ARL , sempre que o valor de $u(V_t)$ seja corretamente calculado, sem negligenciar a correlação.

Quando se comparam as Figuras 4.13 e 4.15, fica aparente que os valores esperados de ARL^{mens} estimados no cenário 1 são maiores que os valores correspondentes do cenário 3. Então, o cenário 3 produz uma subestimação do efeito da incerteza de medição no desempenho do gráfico de controle. Isso pode estar associado à redução do valor de $u(V_t)$ que acontece quando uma correlação positiva é ignorada durante o cálculo da incerteza de medição.

Assim, foram criados três novos cenários para analisar se o efeito do valor da incerteza combinada da quantidade de saída é mais relevante que o efeito das correlações entre as quantidades de entrada do modelo matemático, quando se deseja prever o comportamento do ARL . Os três cenários se caracterizam por ter um mesmo valor de incerteza combinada, mas quantidades de entrada manipuladas proporcionalmente para acomodar o efeito de correlações diferentes (positiva, negativa e nula). As características desses três cenários no que diz respeito ao modelo matemático e as quantidades de entrada e saída podem ser observadas na Tabela 4.9.

Os resultados das simulações, apresentados nas Figuras 4.16, 4.17 e 4.18, não mostram diferenças significativas entre os três cenários. Assim, dentro do escopo deste estudo de caso,

pode-se afirmar que o efeito da incerteza combinada da quantidade de saída supera eventuais diferenças que pudessem estar associadas às correlações entre as quantidades de entrada.

Tabela 4.9: Quantidades de entrada e saída para o segundo conjunto de cenários de análise.

Cenário	Equação da medição	$u(V_1)$	$u(V_2)$	$r(V_1, V_2)$	$u(V_t)$	$U_{95\%}$	$U_{95\%}/\hat{\sigma}$
4	$V_t = V_1 + V_2$	0,0074	0,0174	0,9157	0,0244	0,0477	2,4
5	$V_t = V_1 + V_2$	0,0166	0,0385	-0,9157	0,0244	0,0477	2,4
6	$V_t = V_1 + V_2$	0,0096	0,0224	0	0,0244	0,0477	2,4

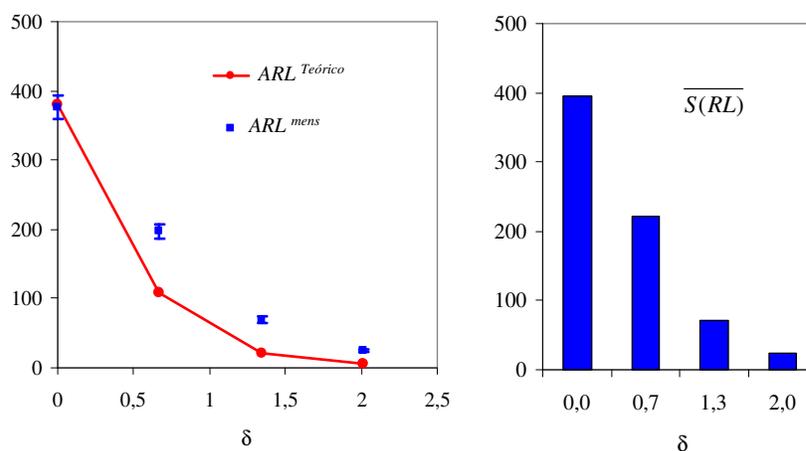


Figura 4.16: Resultados do cenário 4, com correlação positiva entre as quantidades de entrada.

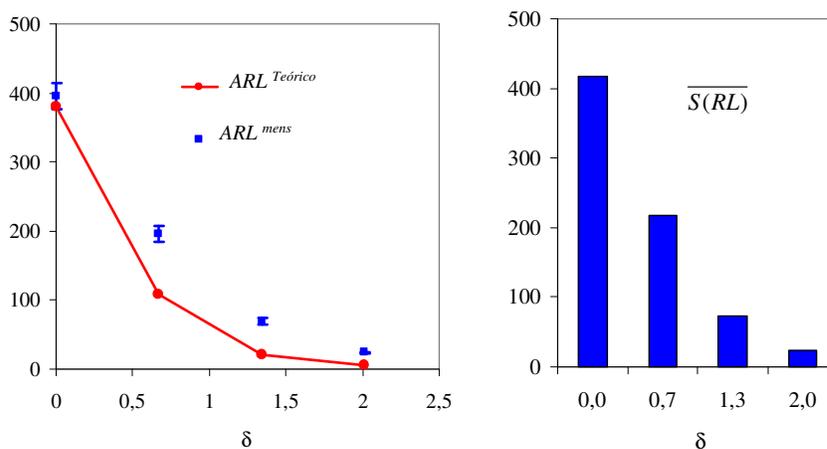


Figura 4.17: Resultados do cenário 5, com correlação negativa entre as quantidades de entrada.

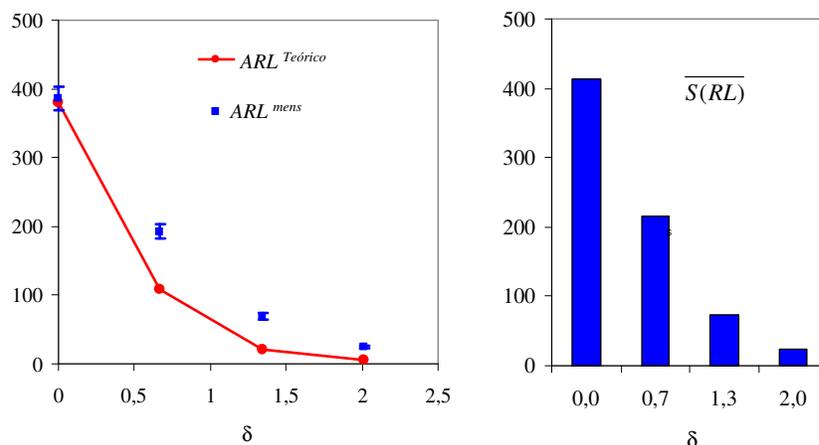


Figura 4.18: Resultados do cenário 6, sem correlação entre as quantidades de entrada.

Embora não seja possível generalizar esses resultados na forma de uma conclusão válida para todos os casos da prática real, deve-se atentar ao fato de que o modelo da medição usado apresenta somente duas quantidades de entrada e que os coeficientes de correlação eram próximos de 1 e -1. Ainda mais, na maioria dos cenários de análise apresentados, a relação entre a incerteza expandida e o desvio padrão estimado do processo tomou valores altos, $U_{95\%}/\hat{\sigma} > 2$, representando um alto impacto da variabilidade do processo de medição sobre a variabilidade dos dados usados na construção e operação do gráfico de controle. Assim, o caso analisado nesta seção é bastante exigente, permitindo afirmar, com razoável segurança, que:

Na maioria dos casos da prática industrial, a previsão do desempenho provável de um gráfico de controle de médias poderá ser feita usando somente o valor da incerteza de medição combinada, sempre que o mesmo seja calculado adequadamente, atentando para o efeito da correlação das quantidades de entrada. Se a previsão foi feita usando as quantidades de entrada, negligenciando completamente o efeito das correlações, a capacidade provável do gráfico para detectar mudanças na média do processo será sobreestimada.

4.4 INFLUÊNCIA DOS EFEITOS SISTEMÁTICOS

Esta seção almeja avaliar o efeito da incerteza de medição quando se considera que alguma das quantidades de influência pode apresentar um valor aproximadamente constante ao longo de sucessivas medições realizadas em amostras retiradas do processo.

A incerteza de medição deve ser entendida como uma declaração de desconhecimento físico sobre o valor verdadeiro da quantidade de saída. Como já foi introduzido na seção 2.2, para estimar a incerteza é necessário atribuir distribuições às quantidades de entrada, avaliando depois o efeito combinado das mesmas sobre o valor do mensurando através do modelo matemático da medição.

Em alguns casos, ex. o denominado *erro de repetitividade*, a distribuição da quantidade pode ser interpretada como representativa de um comportamento aleatório em medições sucessivas. Assim, pode-se esperar que a cada nova medição realizada com o sistema, aconteça uma mudança aleatória do valor da quantidade em questão.

Porém, há outros casos em que a distribuição atribuída a uma quantidade não implica num comportamento aleatório no mundo real, ex. os erros introduzidos pela calibração dos padrões físicos envolvidos num processo de medição. A incerteza declarada sobre o valor calibrado do padrão não significa que este possa mudar aleatoriamente no tempo, senão que se desconhece o seu verdadeiro valor. Quantidades de erro desse tipo geram autocorrelação quando se usa a média de um conjunto de medições repetidas para estimar o valor de um mensurando. O impacto dessa autocorrelação aumenta na medida em que o número de medições repetidas é maior, pela diminuição relativa do efeito das quantidades aleatórias sobre a variabilidade da média.

A distinção entre os erros “sistemáticos” e “aleatórios” não é fomentada pelo GUM. Contudo, ela é apropriada quando se trata da avaliação do desempenho de um gráfico de controle. Conforme introduzido nas subseções 4.2.1 e 4.2.2, desvios sistemáticos cujo valor permanece constante durante a preparação e operação de um gráfico de controle não irão afetar o comportamento do *ARL*. Assim, pode-se afirmar que:

As contribuições à incerteza decorrentes de erros sistemáticos de valor desconhecido, mas que permaneçam constantes desde a fase 1 e durante a fase 2, não deveriam ser consideradas para fins de avaliação da capacidade do gráfico de controle para detectar mudanças na média do processo. Assim, para que os valores de ARL não resultem sobreestimados é conveniente realizar uma análise de incerteza “ad hoc”, eliminando da equação de medição as quantidades que apresentem essa característica.

Isso não significa que os erros constantes possam ser completamente negligenciados para fins do controle estatístico, já que os mesmos resultam em processos operando fora do alvo de fabricação, aumentando conseqüentemente a perda de valor por unidade de produto.

A problemática é diferente quando se trata de contribuições à incerteza decorrentes de erros cujo valor permanece constante durante certos períodos de tempo, mas muda mais ou menos abruptamente entre os mesmos. Tal é o caso do ajuste periódico dos sistemas de medição durante a rotina de produção. Após ajustar um sistema de medição, pode existir ainda um *offset* residual de valor desconhecido, decorrente da própria repetitividade do processo de medição, das limitações do mecanismo/procedimento de ajuste e das características do padrão utilizado. Esse *offset* permanecerá aproximadamente constante até o próximo ajuste, momento no qual poderá acontecer a mudança para um novo valor desconhecido.

Numa declaração de incerteza de medição é comum que essa quantidade seja representada por uma distribuição retangular simétrica $R(-a; +a)$, o que equivale a afirmar que “o erro de ajuste de *offset* pode apresentar indistintamente qualquer valor dentro do intervalo $(-a; +a)$ ”.

Quando analisado do ponto de vista do gráfico de controle, um erro que permanece constante durante um tempo e logo muda repentinamente de valor, terá um efeito semelhante a um deslocamento da média do processo. Assim, em presença de um deslocamento real da média, o gráfico poderá reagir de forma diferente, dependendo da combinação de sinais do erro de medição e do deslocamento da média. Caso ambos os efeitos se adicionem, haverá rápida aparição de um sinal no gráfico; caso eles se subtraíam, haverá retardo na percepção do deslocamento do processo.

O algoritmo de avaliação da incerteza de medição por SMC mostrado na Figura 3.7 está preparado para estudar o fenômeno acima de forma simplificada. Na chamada à rotina para simular a fase 1, a contribuição caracterizada como “constante” recebe um único valor consistente com sua declaração de incerteza, que é mantido igual para todas as amostras da fase 1. Quando a rotina é chamada novamente para gerar os valores de erro correspondentes à fase 2, o valor é mudado, mas também permanece igual para todas as medições da fase 2, até um sinal aparecer no gráfico. A limitação deste enfoque aparece quando se considera o sincronismo entre a mudança do valor do erro e a mudança da média do processo, executada pelo algoritmo da Figura 2.4: ambas as são executadas ao início da fase 2. Desta forma, os resultados da simulação serão válidos para aqueles casos da realidade em que a alteração do

processo de medição aconteça antes que a mudança da média do processo. Os resultados não serão válidos se a mudança do erro acontecesse entre a mudança do processo e a detecção do sinal.

Para o estudo selecionou-se um caso caracterizado por um modelo matemático aditivo com três quantidades de entrada:

$$X_t = X_1 + X_2 + X_3 \quad (4.5)$$

As informações sobre as quantidades de entrada são detalhadas na Tabela 4.10.

O valor da incerteza padrão resultante é $u = 2,3 \mu\text{m}$ e a incerteza expandida $U_{95\%} = 4,5 \mu\text{m}$. Considerando um desvio padrão estimado do processo de fabricação $\hat{\sigma}_{X_t} = 5 \mu\text{m}$, a relação entre a incerteza e o desvio padrão estimado é $U_{95\%}/\hat{\sigma}_{X_t} = 0,9$.

Tabela 4.10: Descrição e distribuições das quantidades de entrada.

Descrição da quantidade	Distribuição	Valor esperado	Desvio padrão ou semi-amplitude
X_1	Normal	0	0,002 μm
X_2	Uniforme	0	0,002 μm
X_3	Uniforme	0	0,0005 μm

O primeiro estudo visa comparar o desempenho do gráfico de médias nas condições a seguir:

- quando nenhuma das quantidades é caracterizada como “constante” no sentido explicitado acima;
- quando a quantidade X_2 é caracterizada como “constante”.

O tamanho de subgrupo foi fixado em 5, os limites de controle foram estimados com 100 subgrupos e usou-se a regra 1 para interpretar o gráfico na fase 2. Os valores de *ARL* obtidos por simulação são mostrados nas Figuras 4.19 e 4.20, comparados com os valores teóricos reportados por CHEN (1997). Os respectivos valores pertinentes a este estudo de caso, podem ser visualizados no Apêndice C deste documento.

O gráfico da Figura 4.19 mostra que o sistema de medição praticamente não afeta a capacidade esperada do gráfico para detectar mudanças na média do processo. Esse resultado é condizente com o que se espera de uma relação $U_{95\%}/\hat{\sigma}_{X_i} = 0,9$

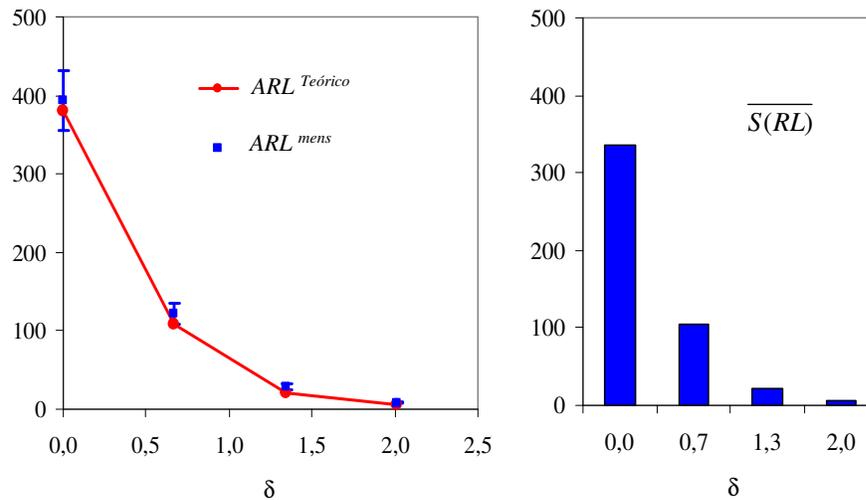


Figura 4.19: Comportamento do ARL quando nenhuma quantidade é caracterizada como “constante”.

Na Figura 4.20 pode-se observar uma forte redução do ARL para processos estáveis, devida à ação da quantidade X_2 , considerada constante. Há uma diferença de 198 unidades entre o $ARL^{Teórico}$ e o valor esperado do ARL^{mens} . Isso se deve que a quantidade X_2 adquire valores diferentes na fase 1 e na fase 2, conforme o modelo usado para simular esse tipo de contribuição à incerteza. Assim, os limites de controle resultam deslocados, devido ao efeito do valor de X_2 na média do processo, durante a fase 1. Após definidos os limites, a mudança do valor da quantidade X_2 faz que a média dos dados gerados para a fase 2 seja modificada, embora os limites fiquem na mesma posição definida na fase 1. Assim, o gráfico tem tendência a apresentar pontos fora dos limites de controle, que podem ser considerados sinais falsos, por não serem devidos a verdadeiras mudanças do processo. Percebe-se também uma perda da capacidade esperada de detectar mudanças no processo, particularmente para deslocamentos entre $0,5 < \delta < 1,5$.

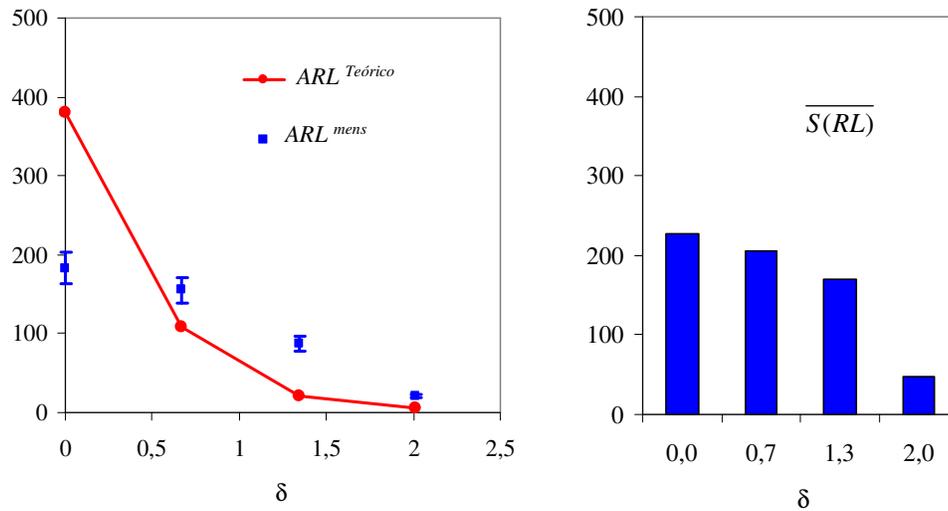


Figura 4.20: Comportamento do ARL quando a quantidade X_2 é caracterizada como “constante”.

A diminuição do desvio padrão médio $\overline{S(RL)}$ está associada à diminuição da incerteza dos limites de controle, mas também à diminuição da incerteza dos valores coletados na fase 2, ambas devidas ao congelamento do valor de X_2 .

Assim, pode-se afirmar que:

As contribuições à incerteza de medição decorrentes de erros sistemáticos de valor desconhecido, mas que possam mudar de valor após a definição dos limites de controle, serão especialmente prejudiciais para o bom desempenho do gráfico das médias. Se uma quantidade com esse comportamento fosse dominante no balanço de incerteza, dever-se-á esperar um forte aumento da taxa de alarmes falsos e uma diminuição da capacidade de detectar mudanças da média do processo, particularmente no intervalo $0,5 < \delta < 1,5$.

Em seguida a mesma simulação foi repetida, porém diminuindo a amplitude da distribuição da quantidade de $X_2 \sim R(-0,002; 0,002)$ para $X_2 \sim R(-0,001; 0,001)$. Os resultados apresentados na Figura 4.21 mostram que o efeito na probabilidade de alarmes falsos diminuiu com referência aos informados na Figura 4.20, confirmando assim o grande impacto dos erros sistemáticos que alteram seu valor ao longo da operação do gráfico de controle.

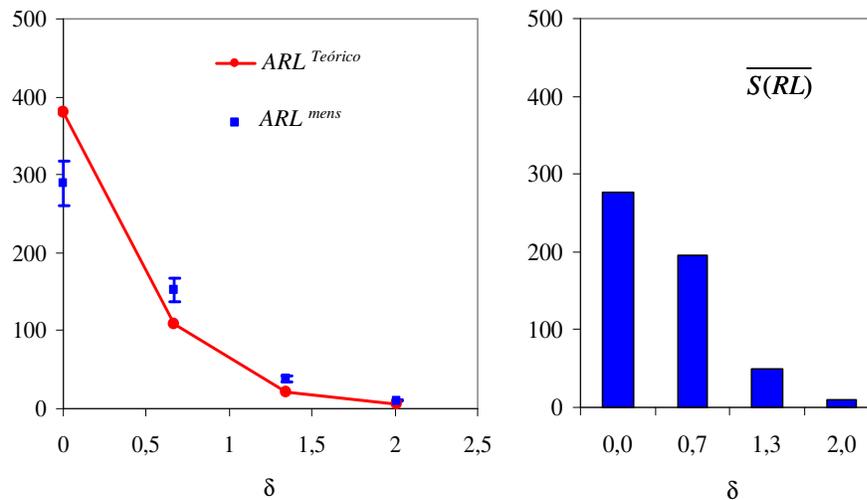


Figura 4.21: Comportamento do ARL quando a quantidade X_2 é caracterizada como “constante”, porém diminuindo a influência relativa da mesma no valor da incerteza de medição.

O segundo estudo visa avaliar o efeito combinado dos erros sistemáticos desconhecidos e o tamanho de subgrupo. O tamanho de subgrupo foi fixado em 5, os limites de controle foram estimados com 1000 subgrupos e usou-se a regra 1 para interpretar o gráfico na fase 2. Para descrever o sistema de medição utilizaram-se as definições da equação 4.5 e da Tabela 4.10.

Os valores de ARL obtidos por simulação são mostrados nas Figuras 4.22 (tamanho de subgrupo 5) e 4.23 (tamanho de subgrupo 2), comparados com os valores teóricos reportados por CHAMP & WOODALL (1987).

A Figura 4.22 mostra um comportamento do ARL semelhante ao representado na Figura 4.20. Já na Figura 4.23 pode-se observar certa recuperação do desempenho esperado, particularmente na região $\delta < 0,5$, indicando uma redução na probabilidade de alarmes falsos acontecerem. Esse fenômeno pode ser explicado pelo maior valor relativo do erro sistemático com referência à distância entre os limites de controle, determinada por σ/\sqrt{n} . Os limites de controle do gráfico construído com subgrupos de tamanho 2 estão mais afastados que os limites do gráfico construído com subgrupos de tamanho 5. Assim, o efeito provável da contribuição sistemática também será maior neste caso.

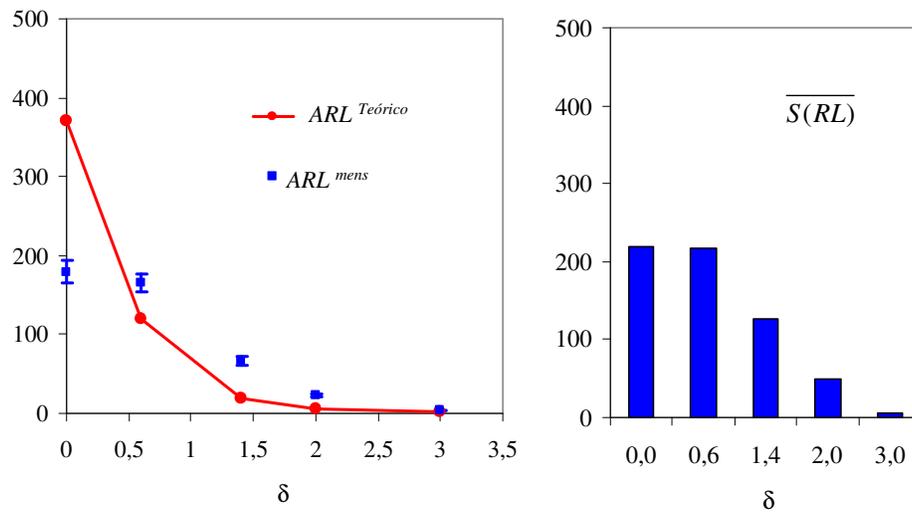


Figura 4.22: Comportamento do ARL quando a quantidade X_2 é caracterizada como “constante” (tamanho de subgrupo 5).

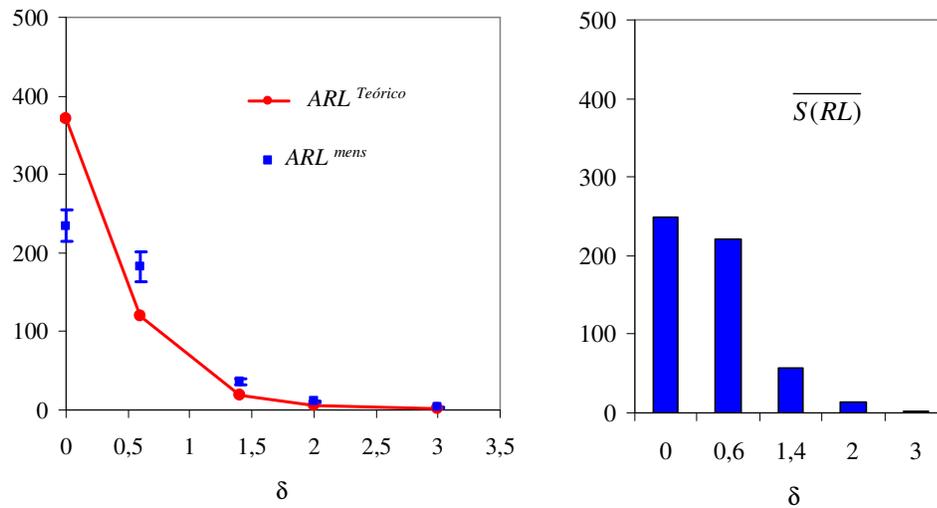


Figura 4.23: Comportamento do ARL quando a quantidade X_2 é caracterizada como “constante” (tamanho de subgrupo 2).

A partir dos resultados acima se pode expressar a seguinte conclusão de ordem prática:

O efeito prejudicial das quantidades de entrada sistemáticas de valor desconhecido, que variam após definidos os limites de controle, é mais marcante na medida em que o tamanho de subgrupo aumenta no que diz respeito à probabilidade de alarme falso.

4.5 SIMULAÇÃO COM DADOS DE UM PROCESSO REAL – MEDIÇÃO DE DIÂMETRO COM COMPARADOR DE INTERNOS

Este estudo tem como objetivo avaliar o efeito da incerteza de medição em um processo real de usinagem de um furo, realizado em centro de usinagem CNC (BALDO, 2003). A faixa de tolerância é determinada pela especificação (50.698 ± 0.020) mm. O processo é controlado usando um gráfico de valores individuais e amplitude móvel, sendo que os limites foram calculados após uma fase 1 de apenas 100 dados. Para induzir uma operação que maximize o valor do índice Cpk , o gráfico de valores individuais foi centrado no alvo do processo e não na grande média da corrida inicial. A média histórica estimada é $\hat{\mu} = 50.6958$ e seu desvio padrão estimado $\hat{\sigma} = 0.0044$. Na Figura 4.24 pode-se observar o gráfico de valores individuais, entre a medição 2000 a 2500, de um total de 2948 observações realizadas durante três meses.

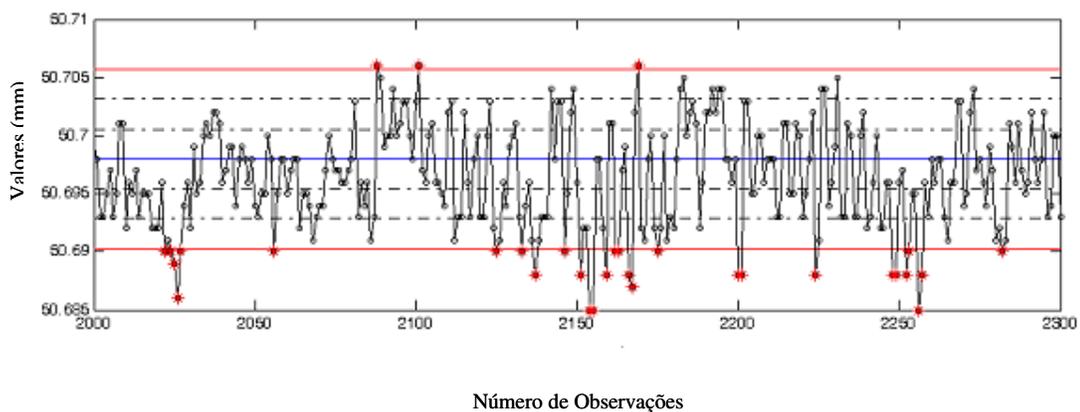


Figura 4.24: Gráfico de controle de valores individuais do processo real.

No período de três meses foram identificadas 350 observações abaixo do limite de controle inferior e 8 observações acima do limite de controle superior, respectivamente. Assim, o valor da média histórica e a distribuição dos sinais no gráfico indicam uma operação por baixo do alvo de 50,698, acompanhada de certa indiferença quando se produzem sinais por baixo do limite inferior. Isso é compreensível, dada à natureza do processo:

- a peça deve ser refugada se o diâmetro for maior que o limite superior de especificação, mas pode ser facilmente recuperada se o diâmetro for menor que o limite inferior de especificação;

- o diâmetro das peças tem uma tendência a diminuir como consequência do desgaste da ferramenta, caracterizando uma variação estrutural superposta à variação por causa comum;
- o processo apresenta alta capacidade, fazendo desnecessária a intervenção imediata quando as causas estruturais o levam a operar por baixo do limite inferior de controle;
- a vida das ferramentas pode ser estendida e o número de paradas de máquina diminuído quando se permite que o processo produza diâmetros abaixo do limite inferior de controle.

Em princípio, a assimetria do processo com referência ao gráfico poderia ter sido evitada simplesmente centrando o gráfico de valores individuais na média histórica. Contudo, isso poderia ter originado ainda maiores deslocamentos da média, pois, antes que o CEP fosse implantado, verificou-se uma forte tendência dos operadores de operar o processo muito perto do limite inferior de especificação. Assim, decidiu-se manter a centralização no alvo para desencorajar maiores desvios da condição nominal.

Dada a presença da variação estrutural devida ao desgaste e reposição de ferramentas, considerou-se necessário realizar uma análise de normalidade, Figura 4.25.

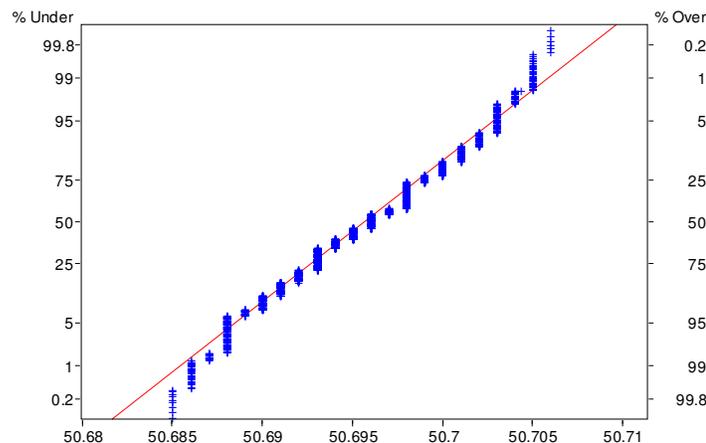


Figura 4.25: Análise de normalidade dos valores medidos.

No gráfico pode-se perceber que há um afastamento da distribuição normal nas caudas da distribuição, sendo estas mais curtas na distribuição empírica que no modelo normal. Esse comportamento é comum nos processos industriais (HE, 1991) e não inviabiliza a aplicação do gráfico de controle no mundo real (WHEELER, 1995).

O algoritmo usado na simulação já foi apresentado na Figura 3.11. Deve-se lembrar que neste caso não é possível analisar o comportamento do *ARL*, pois num processo real não se pode diferenciar os sinais falsos dos que indicam verdadeiros deslocamentos do processo. Neste último caso, também não é possível saber quando os deslocamentos aconteceram nem qual é sua magnitude.

Considerando que a corrida inicial pode apresentar instabilidades, o algoritmo simula uma operação real, calculando os limites e identificando a seguir os pontos fora dos limites de controle na corrida inicial. Se os houver, os dados correspondentes aos sinais são excluídos e novos dados são extraídos para completar a corrida inicial, até que todo o conjunto de 100 dados se mostre sob controle. Os limites estimados na última iteração são então usados para analisar o restante dos dados, identificando os pontos por cima do limite superior de controle e por debaixo do limite inferior de controle.

Em seguida são construídos 10.000 gráficos de controle, cada um deles com uma seqüência diferente de valores do mensurando que são consistentes com os valores medidos originais e com a declaração da incerteza de medição. O processo de construção dos limites e identificação de sinais foi executado da mesma forma descrita acima.

O modelo da medição utilizado para a simulação é o mesmo que na seção anterior. Inclui três quantidades:

- X_1 - erro de repetitividade, $\sigma_e \sim N(0; 2\mu\text{m})$;
- X_2 - *offset* sistemático desconhecido $e_{sis} \sim R(-1\mu\text{m}; +1\mu\text{m})$;
- X_3 - erro de arredondamento pela resolução $e_{res} \sim R(-0,5\mu\text{m}; +0,5\mu\text{m})$.

Em todas as simulações, a quantidade X_2 foi considerada constante, mas adquirindo valores aleatórios diferentes nas fases 1 e 2.

O valor da incerteza padrão resultante é $u = 2,1\mu\text{m}$ e a incerteza expandida $U_{95\%} = 4,1\mu\text{m}$. Considerando um desvio padrão estimado do processo de fabricação $\hat{\sigma} = 4,4\mu\text{m}$, a relação entre a incerteza e o desvio padrão estimado é $U_{95\%}/\hat{\sigma} = 0,9$.

O estudo consistiu em avaliar o efeito da incerteza de medição no número de sinais que apareceriam abaixo do limite inferior e acima do limite superior. Se a incerteza do instrumento fosse desprezível, poderia se esperar que não houvesse variação nessas

quantidades. Contudo, os gráficos da Figura 4.26 mostram uma forte variação no número de sinais além dos limites de controle.

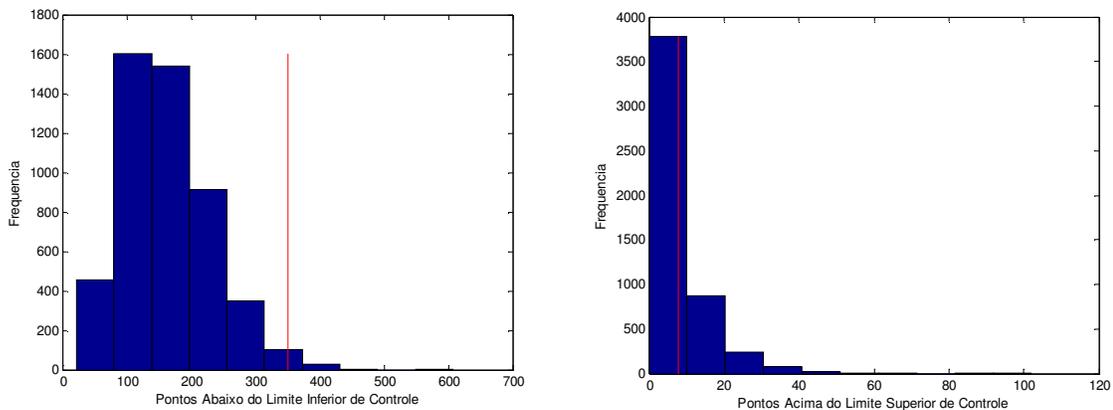


Figura 4.26: À esquerda, a distribuição dos sinais em relação ao limite inferior de controle; à direita, a distribuição dos sinais com relação ao limite superior (a linha vermelha indica o número de sinais reais, detectados pelo gráfico operado com valores medidos).

Em particular, o histograma à esquerda mostra que o gráfico de indivíduos construído e operado com dados incertos terá tendência a omitir sinais com referência ao limite inferior de controle. Para compreender melhor esse comportamento realizou-se uma simulação usando o algoritmo da Figura 3.9, mas aplicando a rotina para gerar gráficos de valores individuais. Os limites de controle foram estimados com 100 subgrupos (amplitudes móveis de ordem 2). Como o algoritmo não permite que os limites de controle sejam definidos por outros valores além da grande média calculada após conclusão da fase 1, a distribuição do processo resulta aproximadamente simétrica com referência aos limites de controle. Assim, o número de sinais esperados acima do limite superior é aproximadamente igual ao número de sinais esperado por abaixo do limite inferior. Em consequência, os resultados não descrevem exatamente o que acontece no processo real, cuja média está mais próxima do limite inferior. A Figura 4.27 mostra os resultados da simulação. Por falta de uma referência teórica mais adequada, utilizaram-se os valores informados por CHAMP & WOODALL (1987) para limites 3σ .

Na Figura 4.27 pode-se observar uma diminuição esperada da probabilidade de alarme falso e certa perda da capacidade de detectar mudanças da média do processo. Em outros termos, deve-se esperar que o gráfico apresente menor quantidade de pontos fora dos limites, devido à influência da incerteza de medição, resultado coerente com o da Figura 4.26.

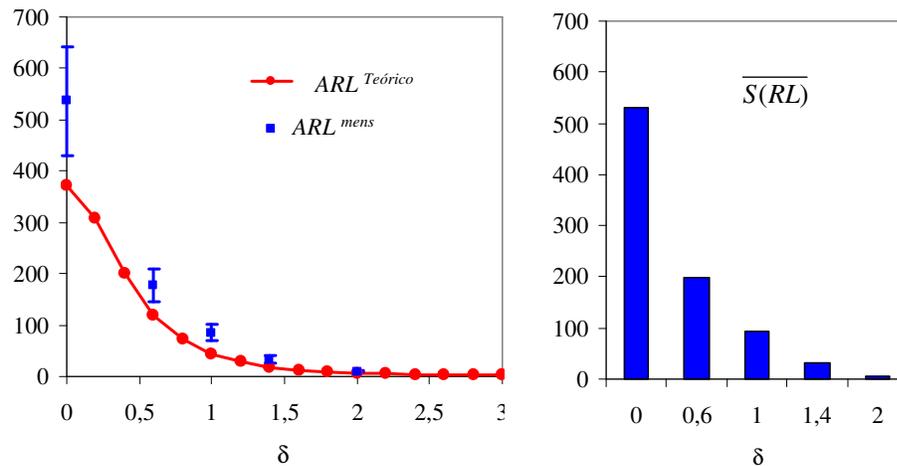


Figura 4.27: Comportamento do ARL , avaliado com dados simulados (limites estimados com amostra de 100 valores).

No entanto, pode-se perceber que o comportamento em $\delta=0$ da Figura 4.27 é diferente do apresentado no caso da Figura 4.20, no qual foi detectada uma provável diminuição do ARL , ou seja, um aumento da probabilidade de alarme falso. Deve-se lembrar que nesse caso as contribuições à incerteza eram as mesmas que no caso atual, mas o tamanho de subgrupo era 5 e os limites haviam sido estimados com 100 subgrupos. A explicação da diferença no ARL pode-se justificar analisando a relação entre os limites de controle e a quantidade considerada como “constante”:

- O desvio padrão é, em média, sobreestimado quando a amostra é pequena. Assim, deve-se esperar que os limites de controle do gráfico de indivíduos da Figura 4.27 estejam relativamente mais separados que os limites do gráfico de médias da Figura 4.20. Então, cabe esperar um aumento do ARL para $\delta=0$ no gráfico de indivíduos, ocasionado pela amostragem limitada.
- O efeito da quantidade de incerteza considerada como constante diminui na medida em que o tamanho de subgrupo diminui (já mostrado na seção 4.4, Figuras 4.22 e 4.23). Assim, pode-se esperar que o gráfico de valores individuais seja menos sensível à quantidade sistemática que o gráfico de médias com subgrupo de tamanho 5.

Então, a diferença apontada se deve à particular combinação de um tamanho de subgrupo pequeno, uma amostra inicial pequena e uma quantidade X_2 relativamente pequena. Para

provar essa afirmação foi simulado o mesmo caso da Figura 4.27, porém com limites de controle estimados a partir de uma amostra de 1000 indivíduos (figura 4.28).

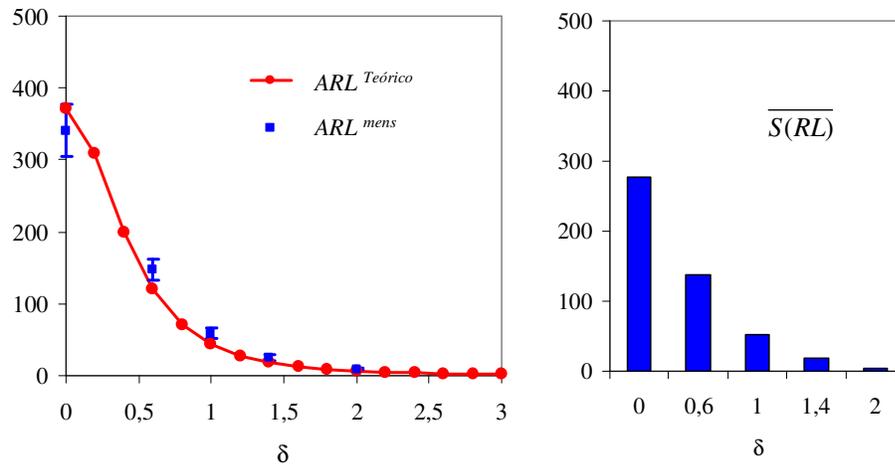


Figura 4.28: Comportamento do ARL , avaliado com dados simulados (limites estimados com amostra de 1000 valores).

Esse resultado permite validar a afirmação anterior, mostrando que o comportamento de ARL para $\delta=0$ na Figura 4.27 se deve efetivamente ao acréscimo da distância entre os limites pela amostra inicial pequena. Nesse caso, o efeito do *offset* sistemático desconhecido representado pela quantidade X_2 é desprezível.

Esses resultados são mais uma prova da dificuldade de gerar recomendações aplicáveis a todos os casos da prática industrial. Mostram também que o algoritmo baseado em dados simulados produz uma razoável previsão do comportamento real, embora esta seja mais de caráter qualitativo que quantitativo.

4.6 DISCUSSÃO E RECOMENDAÇÕES FINAIS

4.6.1 Sumário dos Resultados Alcançados

Nas seções 4.1 a 4.5 foram apresentados os resultados de diversos estudos de caso que permitiram avaliar o impacto da incerteza dos dados sobre incerteza dos limites de controle do gráfico de posição (isto é, gráfico de médias) e posteriormente sobre a incerteza do ARL , considerado um indicador da capacidade do gráfico para detectar mudanças da média do processo. Em todos os casos, buscou-se avaliar combinações realistas de processo de medição e processo de fabricação, através da utilização de informações sobre processos reais ou dados

extraídos de bibliografias reconhecidas. Assim, pode-se esperar que os resultados dessas simulações representem o que acontece na prática.

A seguir, apresenta-se um breve resumo das constatações realizadas nos estudos de caso:

1. Quanto aos limites de controle, pode-se constatar que a incerteza dos limites de controle aumenta com o aumento da incerteza de medição e com a diminuição do tamanho da amostra inicial (Figura 4.2). Caso não seja possível reduzir a incerteza de medição, podem se obtidos bons resultados aumentando o tamanho de subgrupo.
2. O efeito da incerteza de medição no *ARL* permanece relativamente o mesmo, independentemente do número de subgrupos da corrida inicial (Figuras 4.4 a 4.7). Para limites calculados com 30 ou mais subgrupos e relações entre a incerteza e o desvio padrão estimado $U_{95\%}/\hat{\sigma} \leq 1$, o desempenho médio esperado do gráfico pode ser inferido diretamente usando os resultados de CHEN (1997), com pouco erro. Uma vez atingida essa condição, melhorias na incerteza de medição ou no comprimento da corrida inicial terão pouco efeito no desempenho esperado do gráfico. Se for necessário melhorar ainda mais a capacidade de detectar mudanças da média do processo, dever-se-á aumentar o tamanho dos subgrupos ou mudar as regras de interpretação. Entretanto, quando a relação entre a incerteza e o desvio padrão estimado for $U_{95\%}/\hat{\sigma} \geq 1,5$, será possível obter significativas melhorias de desempenho diminuindo a incerteza de medição.
3. O efeito da incerteza de medição no *ARL* permanece relativamente o mesmo, independentemente das regras de interpretação utilizadas na fase 2 para identificar as mudanças da média do processo (Figuras 4.10 a 4.12). Caso a incerteza de medição seja significativa (ex: $U_{95\%}/\hat{\sigma} \geq 1,5$), a mudança do conjunto de regras (ex. da regra 1 para regras 1 e 4 ou regras da WEC) permite recuperar significativamente a capacidade de detectar mudanças da média do processo. O custo dessa melhoria será um significativo aumento da probabilidade de alarmes falsos.
4. O efeito das correlações entre as quantidades de entrada do modelo matemático da medição não desponta como relevante quando se considera a capacidade do gráfico para detectar mudanças da média do processo.

As constatações mencionadas acima são válidas quando a incerteza de medição depende de quantidades cujo valor pode mudar de forma aleatória entre medições sucessivas (isto é, no tempo). Se alguma das quantidades contempladas pelo modelo matemático tivesse influência significativa no valor final da incerteza combinada e apresentasse comportamento sistemático, dever-se-á ainda considerar:

5. As quantidades de incerteza decorrentes de erros sistemáticos desconhecidos, cujo valor permanece invariável ao longo das fases 1 e 2, não influenciam o valor do *ARL*, mas sim o posicionamento da média do processo.
6. As quantidades de incerteza decorrentes de erros sistemáticos desconhecidos, cujo valor permanece constante por longos períodos, mas pode variar entre eles (ex. *offset* residual associado aos ajustes periódicos de zero), afetam o desempenho do gráfico de controle, principalmente no valor de *ARL* para $\delta=0$. Haverá um aumento significativo da probabilidade de alarme falso quando a contribuição sistemática à incerteza tiver uma amplitude relevante frente à distância entre os limites de controle. Para contribuições sistemáticas de certa amplitude, o impacto será maior na medida em que o tamanho de subgrupo seja maior e os limites sejam calculados com amostras iniciais menores.

Os resultados encontrados nos estudos de caso podem ser úteis como orientação geral, mas não resolvem todos os problemas da prática.

4.6.2 Recomendações Gerais para Avaliação do Desempenho em Casos Diferentes dos Abordados

Na prática industrial do CEP podem aparecer situações diferentes das já estudadas, dificultando a previsão do desempenho do gráfico pela direta aplicação das constatações enumeradas na seção anterior. Nesses casos pode-se recorrer diretamente à SMC, usando o algoritmo apresentado na figura 3.9, que apresenta potencialidades além das exploradas nos estudos de caso. Isso deverá ser realizado na forma de *análise*, ou seja, propondo as condições para depois avaliar o desempenho do gráfico. A seguir a seqüência de atividades necessária:

1. Propor o sistema de medição e descreve-lo conforme os requisitos da avaliação de incerteza de medição (equação de medição, distribuições das quantidades de influência, parâmetros das mesmas, correlações, eventuais comportamentos sistemático das variáveis). Caso existam contribuições com valor esperado

- diferente de zero, elas podem ser simuladas como contribuições centradas. Se existirem contribuições de valor desconhecido, mais constante ao longo do processo todo (fase 1 e fase 2), elas devem ser negligenciadas.
2. Descrever estatisticamente o processo de fabricação (tipo de distribuição, média estimada, desvio padrão estimado). Caso seja uma avaliação *a priori* esses dados podem não existir. Assim, recomenda-se assumir distribuição normal, processo centrado no alvo e desvio padrão estimado conforme a expectativa de capacidade (ex: $\sigma^{esperado} = Tol/6 \cdot Cp^{esperado}$). Se existirem dúvidas sobre a capacidade do processo real para alcançar o $Cp^{esperado}$, sempre será conveniente assumir um valor otimista de capacidade, pois isso irá reduzir o desvio padrão esperado do processo, produzindo estimativas de *ARL* pessimistas.
 3. Propor as condições de implementação e operação do CEP (tipo de gráfico, tamanho dos subgrupos, número de subgrupos da fase 1, regras de interpretação). Deve-se lembrar que o algoritmo implementado não contempla a possibilidade de trabalhar com tamanhos de subgrupo diferentes nas fases 1 e 2, mas esse recurso poderia ser implementado com facilidade.
 4. Simular o comportamento em um número restrito de valores de δ , para minimizar o tempo de processamento. Se não existirem contribuições à incerteza de caráter constante, no sentido definido na seção 4.4, poderá ser negligenciada a simulação em $\delta = 0$, pois não se esperam mudanças de comportamento significativas com referência aos valores teóricos reportados por CHAMP & WOODALL (1987) e CHEN (1997). Também não será necessário simular para valores de $\delta > 2$.
 5. Comparar com o desempenho teórico correspondente, para determinar a o impacto relativo da incerteza de medição no *ARL*. Caso as referências teóricas existentes não contemplem o caso em questão, essa comparação não poderá ser feita. Alternativamente, podem se usar os resultados de CHAMP & WOODALL (1987), lembrando que eles estabelecem um limite superior de desempenho que não pode ser alcançado por gráficos com limites de controle estimados a partir de amostras pequenas. Independentemente da falta de uma referência teórica, sempre será possível comparar o desempenho de várias propostas e achar a melhor combinação de parâmetros. Quando se comparam opções com diferente tamanho de subgrupo,

deve-se lembrar que os valores de δ são adimensionais. O desempenho real deve ser avaliado com referência ao deslocamento $\delta = \delta \cdot \sigma / \lambda$.

6. Escolher a combinação de parâmetros que apresente a melhor relação custo/benefício, considerando o custo de executar cada medição e o custo latente de operar o processo fora de alvo.

Como se pode perceber, as instruções acima incorporam recomendações para diminuir o tempo de simulação, baseadas no conhecimento adquirido através dos estudos caso. Isso é necessário, porque uma simulação desse tipo pode ainda levar várias horas num computador pessoal de configuração moderna. Contudo, cabe esperar que o avanço da tecnologia informática disponibilize em breve computadores que possam abreviar consideravelmente o tempo de simulação.

4.6.3 Discussão e Recomendações Práticas

Os resultados alcançados nesta pesquisa são, sem dúvida, de maior escopo que os encontrados nas literaturas sobre o tema. Como esperado, a simulação permitiu remover algumas das limitações características dos estudos baseados na teoria da probabilidade sem aumentar demasiadamente a complexidade das ferramentas matemáticas necessárias para a pesquisa. Um único algoritmo possibilitou o estudo de uma ampla gama de combinações de sistema de medição e gráfico de controle, incluindo equações de medição com quantidades de entrada correlacionadas, com distribuições não normais da quantidade de saída e com comportamentos sistemáticos.

Os indicadores usados ao longo do trabalho, o ARL^{mens} e o $\overline{S(RL)}$, permitem quantificar o efeito da incerteza de medição sobre o desempenho do gráfico de controle. O primeiro indica o valor esperado do ARL sob efeito da incerteza de medição. Para um dado tipo de gráfico construído e operado com resultados obtidos por certo processo de medição, a diferença entre o ARL^{mens} e o valor teórico correspondente, $ARL^{Teórico}$, representa a mudança esperada de desempenho devida à incerteza de medição. Para alguns casos caracterizados pela distribuição normal, o valor de ARL^{mens} é próximo aos resultados de KANAZUKA (1986) e MITTAG & STEMANN (1998), derivados da teoria de erros. O segundo indicador, $\overline{S(RL)}$, é basicamente a incerteza padrão do desempenho de um gráfico de controle. Como pôde ser observado nos gráficos ao longo do capítulo 4, o valor do $\overline{S(RL)}$ está diretamente relacionado

com o valor do ARL^{mens} (correlação positiva). Isso se deve a que ambos indicadores são estatísticas da distribuição de RL , que se apresenta assimétrica.

De especial destaque são os resultados obtidos com quantidades de influência que apresentam comportamento sistemático, mas de valor desconhecido. O fato de que uma quantidade que não apresente variação ao longo das duas fases do CEP possa ser negligenciada equivale, em muitos casos, a uma redução virtual do valor da incerteza. Isso pode explicar o bom resultado geral obtido pela avaliação da capacidade de sistemas de medição através dos estudos de repetitividade (WHEELER & LIDAY, 1991) ou repetitividade e reprodutibilidade (AIAG, ASQC, 2002), que consideram a variação aleatória e negligenciam os efeitos sistemáticos.

Por outra parte, ficou comprovado que uma quantidade sistemática que muda de valor entre períodos de estabilidade pode ser extremamente prejudicial para o bom desempenho de um gráfico de controle. Na atividade industrial, esse comportamento pode estar associado ao erro de reprodutibilidade (ex. entre operadores ou entre turnos), bem como aos resíduos de ajuste de escala dos instrumentos (*offset*), entre outras causas. Assim sendo, se torna necessário implantar procedimentos para reduzir a influência relativa dessas quantidades no balanço de incerteza ou, caso isso não seja possível, garantir que essas quantidades permaneçam sob controle estatístico.

Os erros de reprodutibilidade entre operadores podem ser minimizados com treinamentos adequados e instrumentos mais robustos às diferenças entre pessoas. Neste sentido cabe destacar posição de WHEELER & LIDAY (1989), os quais afirmam que o erro de repetitividade é a principal quantidade do erro de medição e que, caso existirem tendências ou inconsistências significativas, será necessário atuar em prol de sua eliminação, até elas se tornarem estatisticamente insignificantes. Essa posição contrasta com a do Manual de Análise dos Sistemas de Medição (AIAG, ASQC, 2002), que aceita a reprodutibilidade como uma quantidade principal do erro de medição, considerando o efeito da mesma como uma variação adicional no equacionamento do índice R&R. Caso a quantidade de reprodutibilidade seja dominante no valor do R&R, haverá mudança periódica da tendência no tempo ainda para valores aceitáveis do índice R&R, prejudicando consideravelmente o desempenho do gráfico. Assim, é recomendável adotar sempre a posição de WHEELER & LIDAY (1989).

A estabilidade estatística das contribuições à incerteza é outro ponto importante na gestão dos meios de medição. É importante demonstrar, no dia a dia da produção, que as

propriedades estatísticas das contribuições dominantes à incerteza permanecem sob controle. A verificação periódica dos processos de medição usando padrões ou peças-padrão e gráficos de controle fornecem um meio idôneo para verificar o sucesso dos ajustes de *offset* e identificar (e corrigir) eventuais mudanças indesejadas das quantidades de entrada da equação de medição. Uma das formas de implementar essa verificação é através do PMAP[®] -Programa para a Garantia da Qualidade do Processo de Medição, (EVERHART,1997), que não é mais do que uma adequação dos gráficos de controle para monitoramento dos processos de medição.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A pesquisa relatada neste documento analisou, usando uma abordagem baseada em estudos de caso, o efeito da incerteza de medição no desempenho do gráfico de controle da média. Os resultados informados no capítulo 4 provaram que a incerteza de medição pode ser propagada através das operações estatísticas necessárias para a construção e operação de um gráfico de controle, causando incerteza no posicionamento dos limites de controle e nos valores do indicador *ARL* para diferentes deslocamentos da média do processo δ .

Demonstrou-se que os limites de controle inferior e superior tendem a estar mais afastados da grande média quando o gráfico é construído e operado usando dados incertos. A importância desse afastamento depende de fatores associados à amostragem da fase 1 (isso é, tamanho do subgrupo, número de subgrupos usados na estimativa dos limites), de fatores metrológicos (ou seja, equação de medição, distribuições que descrevem a incerteza associada às quantidades de entrada, correlações e comportamento aleatório ou sistemático das quantidades de entrada), mas também da relação entre a incerteza de medição e o desvio padrão estimado do processo de fabricação.

A capacidade de o gráfico poder detectar mudanças da média do processo, dada pelo *ARL* quando $\delta > 0$, também é potencialmente alterada pelos fatores listados acima, aos quais deve-se acrescentar o conjunto de regras usadas para detectar sinais de instabilidade. Em geral, pode-se esperar um aumento dos valores de *ARL*, decorrente das alterações que ocorrem nos limites de controle relatadas acima, mas também da incerteza dos dados coletados na fase 2 até a detecção do sinal. Caso os efeitos sistemáticos desconhecidos sejam desprezíveis, pode-se afirmar que a incerteza de medição não afetará diretamente o valor esperado da probabilidade de alarme falso, mas aumentará a incerteza que se tem desse valor em cada gráfico particular.

O comportamento acima também levou a uma interessante reflexão sobre a necessidade de classificar as contribuições à incerteza pelo seu comportamento no tempo, quando se trata de avaliar o efeito do processo de medição no CEP. Isso não é necessário, nem recomendável, quando se avalia a incerteza de medições individuais, mas tem grande importância quando se avalia a incerteza de um conjunto de medições realizadas ao longo de um intervalo expressivo de tempo, como demonstrado na seção 4.4.

De especial interesse para a prática industrial do CEP é a quantificação da influência dos efeitos sistemáticos de valor desconhecido. Quando uma quantidade de influência permanece constante durante a fase 1, mas muda de valor após a definição dos limites de controle, poder-se-á esperar um aumento da probabilidade de alarme falso, que pode abalar a credibilidade do CEP. Esse comportamento permitiu discutir o importante assunto da estabilidade das quantidades de influência no processo de medição, enfatizando a necessidade de fornecer meios para um adequado ajuste dos instrumentos, a fim de minimizar o *offset* residual e evitar o sobreajuste.

A conclusão geral mais importante diz respeito à forte e complexa interação entre as decisões estatísticas e metrológicas quando se aborda o problema da efetividade do controle estatístico de processos. Os resultados apresentados no capítulo 4 mostram que a capacidade de controlar um processo fabril pode ser melhorada recorrendo a amostragens mais densas (subgrupos maiores, corrida inicial mais longa), mas também diminuindo a incerteza de medição. Ambos os recursos irão aumentar os custos de avaliação, o primeiro pelo aumento do número de medições, o segundo pelo aumento de custo de cada medição individual. Porém, um controle mais aprimorado permitirá diminuir a perda de qualidade, através de uma operação “no alvo, com variância mínima”. Eventualmente, caso o processo apresente baixa capacidade, haverá também diminuição da fração não-conforme, com a correspondente diminuição do custo de falha interna e externa. As recomendações gerais para selecionar processos de medição e avaliar o desempenho do gráfico das médias foram concentradas na seção 4.6, como de encerramento dos estudos realizados.

A simulação de Monte Carlo também se mostrou como uma ferramenta poderosa para as análises realizadas nesta pesquisa, permitindo avaliar casos com distribuição da variável de saída não-normal e com quantidades de entrada correlacionadas ou sistemáticas. Também possibilita analisar processos caracterizados por equações de medição não lineares, embora nesta pesquisa essa capacidade não tenha sido utilizada. Desta forma, a SMC permitiu criar um ambiente único, bastante intuitivo, para estudar todos os casos sem ter que mudar continuamente a modelagem matemática. Esse ambiente de simulação é um resultado em si mesmo, já que as funcionalidades instaladas permitem avaliar casos da prática industrial bastante mais complexos e diversificados que aqueles apresentados neste documento.

Deve-se salientar que alguns dos resultados apresentados, também poderiam ter sido alcançados, de forma aproximada, usando a teoria de probabilidade. Isso acontece pela relativamente baixa sensibilidade do *ARL* à não-normalidade das distribuições de saída e a

outros fenômenos analisados, tais como a correlação entre as variáveis de entrada. Como não se conhecia até que ponto essas particularidades iriam afetar o desempenho do gráfico, preferiu-se manter a SMC como método principal de análise.

Infelizmente, as simulações exigiram bastante tempo, devido à infra-estrutura computacional disponível (PC). Para pesquisas mais detalhadas se recomenda utilizar meios com maior capacidade de processamento, o qual permitiria aumentar o número de simulações e reduzir a variação amostral.

Ao longo da pesquisa foi possível identificar algumas oportunidades para trabalhos futuros, que são apresentadas a seguir:

- Melhorar o ambiente de simulação, acrescentando, por exemplo, rotinas para avaliar outros tipos de gráficos de controle e outras distribuições das contribuições à incerteza de medição (ex: distribuição U, distribuições assimétricas). Assim será possível estudar, com pouco trabalho adicional, casos bem mais complexos que os abordados nesta pesquisa. Também pode ser interessante provê-lo de uma interface de usuário mais amigável, mais isso deveria esperar a que todas as funcionalidades adicionais estivessem instaladas.
- Propor e testar indicadores de desempenho centrados nos custos da qualidade, para atribuir mais confiabilidade à tomada de decisões sobre o CEP e a metrologia. Os indicadores usados nesta pesquisa são de cunho estatístico e possuem uma relação indireta com os custos. Não parece problemático estimar o custo de avaliação associado às medições, mas o benefício associado a uma operação mais consistente do processo parece bastante mais difícil de se avaliar. O mesmo pode-se dizer do benefício associado ao aumento do conhecimento sobre o processo fabril, gerado pelo CEP.
- Analisar o efeito de usar um processo de medição com menor incerteza para a coleta dos dados da fase 1, mantendo um processo de medição com maior incerteza (ou seja, menor custo) para o controle na rotina. A partir dos resultados aqui apresentados pode se inferir que tal alteração produziria limites de controle mais ajustados, aumentando a capacidade de detectar mudanças do processo, o qual seria vantajoso. Porém, isso pode trazer como consequência um aumento da probabilidade de alarme falso, o que é claramente uma desvantagem.

- Estudar o efeito de estimar os limites de controle com subgrupos maiores que os que serão usados na rotina de produção. Conforme relatado na seção 4.2, esta alteração também poderia produzir limites de controle menos afetados pela incerteza de medição e conseqüentemente mais ajustados. Isso resultaria num aumento do custo da fase 1, mas também numa melhoria da capacidade de detectar mudanças do processo durante a fase 2.
- Estudar o efeito de contribuições sistemáticas quando se usam as regras 2, 3 e 4 para interpretar o gráfico de controle. Embora as regras de corrida melhorem a capacidade de detectar mudanças do processo, cabe esperar que as contribuições sistemáticas contribuam a aumentar significativamente a probabilidade de alarme falso.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AIAG, ASQC. Measurement System Analysis. Reference Manual, 3^a ed. Troy: **Automotive Industries Action Group**, 2002.

BALDO, C.R. **A Interação Entre o Controle de Processos e a Metrologia em Indústrias de Manufatura**. Florianópolis, 2003. 87 p. Dissertação (Mestrado em Metrologia Científica e Industrial) área de Metrologia e Automação, Universidade Federal de Santa Catarina.

BELANGER B.C. et al. Traceability: an Evolving Concept. In: A Century of Excellence in Measurements, Standards and Technology – A Chronicle on Selected **NBS/NIST** Publications 1901-2000, Ed.: D.R. Lide, Gaithersburg, NIST SP 958, 2000. p.167-171.

BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML. **Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement**, Geneva: International Organization for Standardization, 1993.

BOSCH. **Quality Assurance in the Bosch Group** N°. 10. Technical Statistics: Capability of Measuring Facilities, Stuttgart: Bosch GmbH, 2003.

BRAVO, P. C. Controle estatístico de qualidade, In: 40^a Reunião Anual da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria (RBRAS) e 6^o Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agrônômica (SEAGRO), Ribeirão Preto – São Paulo, 18-21/07/1995. **Anais da 40^a RBRAS e 6^o SEAGRO**, UNESP – Faculdade de Ciências Agrárias, Ribeirão Preto, 1995.

CARBONE, P., MACCI D., PETRI, D. Measurement Uncertainty and Metrological Confirmation in Quality-Oriented Organizations. Measurement: **Elsevier**, July 2003.

CHEN, G. The Mean and Standard Deviation of the Run Length Distribution of \bar{X} Charts When Control Limits are Estimated. **Statistica Sinica** 7, 1997, p. 789-798.

CHAMP, C. W., WOODALL, W. H. Exact Results for Shewhart Control Charts With Supplementary Runs Rules. **Technometrics**, v. 29 , n° 4, November 1987.

COX, M.G. et al. Use of Monte Carlo Simulation for Uncertainty Evaluation in Metrology. In: **Advanced Mathematical & Computational Tools in Metrology V**. World Scientific Publishing, Singapore, 2001.

DEMING, W.E. **Out of the Crisis**. Cambridge: Mass, MIT Press 1986.

DIETRICH, E., SCHULZE A. Statistical Procedures for Machine and Process Qualification. USA: ASQ Quality Press, 1999.

DONATELLI, G. D. **Capability of Measurement Systems for 100% Inspection Tasks**. Florianópolis, 1999. 125 p. TESE (Doutorado em Engenharia Mecânica) área de Metrologia e Automatização, Universidade Federal de Santa Catarina.

DONATELLI, G. D. 8th International Symposium on Measurement and Quality Control in Production October 12th – 15th, **IMEKO ISMQC**, 2004. Erlangen, Germany, 2004.

DONATELLI, G. D., KONRATH, A.C. Considerações sobre a Aplicação da Simulação de Monte Carlo na Avaliação de Incertezas de Medição. **Revista Ciência & Tecnologia**. Editora: UNIMEP, Volume 13 , Nº 25/26, outubro de 2006.

EVERHART, J. L. Developing a Process Measurement Assurance Program (PMAPTM), **Cal Lab**, January-February, 1997.

GARVIN, D. A. **Competing in the Eight Dimensions of Quality**. Harvard Business **Review**, Sept-Oct, 1987.

GEUS D., KILLMAIER T., WECKENMANN A. Measurement Uncertainty and Statistical Process Control in Manufacturing Processes, Cap. 24. Course for Technical Universities. **Geometrical Product Specifications**. Warsaw University of Technology Printing House, 2001.

GUM. **Guia para Expressão da Incerteza de Medição**. Terceira Edição Brasileira do Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. ISBN 85-07 -00251-X. Rio de Janeiro: INMETRO, ABNT, 2003, 120 p.

GUM SUPPL 1. **Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement GUM Supplement 1. Numerical Methods for the Propagation of Distributions**. In accordance

with the ISO/IEC Directives, Part 1, 2001, Clause A.5, this draft is submitted to the ISO national bodies for approval. International Organization for Standardization, 2005.

HAMBURG-PIEKAR. **Posicionado de Processos en Presencia de Error de Medición.** Argentina, 2003. 75 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso em Engenharia Mecânica), Comahue National University.

HAMBURG, P. D. DONATELLI, G. D. SCHNEIDER, C. A. Setting the Process AIM: The Effect of Measurement Uncertainty. **XVII IMEKO World Congress.** Croácia: Junho, 2003.

HAWKINS, D. M. & OLWELL, D. H. **Cumulative Sum Charts and Charting for Quality Improvement.** New York: Springer-Verlag, 1998.

HE, J.R. Estimating the Distribution of Manufactured Dimensions With the Beta Probability Density Function. In: **Journal of Machine Tool and Manufacture**, v. 31, nº 3, 1991.

HERNLA M. Meßunsicherheit und Fähigkeit. **Qualität und Zuverlässigkeit**, v. 41, p. 1156-1162, 1996.

JURAN, J. M., Early SQC: A Historical Supplement. **Quality Progress**, 1997, p.73 -81.

KANAZUKA, T. The Effects of Measurement Error on the Power of \bar{X} -R Charts. **Journal of Quality Technology**, 1986.

KESSEL W. Uncertainty of Measurement: Statement of Physical Ignorance Proceedings Advanced School of Metrology - Uncertainty of Measurement, **INMETRO**, 1997.

KONRATH, A.C., DONATELLI, G.D. Efeito da Incerteza de Medição no Controle Estatístico de Processos, submetido e aprovado junho 2005. **Revista Máquina e Metais**, Aranda Editora -SP, p. 148-167, 2005.

KUME, H. **Métodos Estatísticos para Melhoria da Qualidade.** São Paulo: Gente, 1993.

LINNA, K. W. WOODALL, W H. Effect of Measurement Error on Shewhart Control Charts. **Journal Quality Technology**, v. 33, nº 2, 2001.

MICHEL, R. & FLOGLIATTO, F.S. Projeto Econômico de Cartas Adaptativas para Monitoramento de Processos. **Gestão & Produção.** São Carlos, SP: v.9, nº.1, 2000.

MITTAG, H. J. e RINNE, H. **Statistical Methods of Quality Assurance**, London: Chapman & Hall, 1993.

MITTAG, H.J., STEMANN, D. Gage Imprecision Effect on the Performance of \bar{X} -S Control Chart. **Journal Applied Statistics**, v. 25, nº 3, 1998, p. 307- 317.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control**. New York: John Wiley & Sons, 4^a ed., 2001.

PFEIFER, T. TORRES F. **Manual de Gestión e Ingeniería de la Calidad**. Zaragoza: Mira Eds, 1999.

PLLANA, S. **History of Monte Carlo Method**. <http://www.geocities.com/CollegePark/Quad/2435/index.html>, acessado em 25 de abril de 2005.

SIQUEIRA, L. G. P. **Controle Estatístico de Processos**. Equipe Grifo. São Paulo: Pioneira, 1997, Série Qualidade Brasil. Livro nº. 9, p. 12-13.

SILVA, J.H.C. Da. **A Influência da Incerteza de Medição na Carta de Controle de Valores Individuais**. Florianópolis, 2003. 99 p. Dissertação (Mestrado em Metrologia Científica e Industrial) área de Metrologia e Automatização, Universidade Federal de Santa Catarina.

SILVA, P G. V. M. Da. **Um Método Sistemático Adaptado ao Projeto e Desenvolvimento de um Sistema de Medição Automático Dedicado à Inspeção Geométrica**. Florianópolis, 2004. 119 p. Dissertação (Mestrado em Metrologia Científica e Industrial) área de Metrologia e Automatização, Universidade Federal de Santa Catarina.

SOBOL, I. M. **A Primer for the Monte Carlo Method**. Flórida: CRC, 1994.

SOMMER, K.D., WECKENMANN, A. **Evaluation of Measurement Uncertainty in Accordance with GUM**. PTB-CERTI-UFSC Seminar. Fundação Certi, Florianópolis, setembro de 2006.

TRICKER, A., COATES E., OKELL E. The Effect on the R-Chart of Precision of Measurement, **Journal of Quality Technology**, v. 30, p. 232-239, 1998.

VIM. **Vocabulário Internacional de Termos Fundamentais e Gerais de Metrologia:** portaria INMETRO nº 029 de 1995 / INMETRO, SENAI -Departamento Nacional. 5. ed. Rio de Janeiro: Ed. SENAI, 2007.

VINNING, G.G. **Statistical Methods for Engineers.** Duxburg-Brooks/Cole Pacific Grove, CA, 1998.

WHEELER D.J. **Advanced Topics in Statistical Process Control.** Knoxville: SPC Press, 1995.

WHEELER D.J., LIDAY, R.. **Evaluating the Measurement Process,** Knoxville: SPC Press, 1989.

WHEELER D.J. **Short Run SPC,** Knoxville: SPC Press, 1991.

WOODALL, W. H. The Statistical Design of Quality Control Charts. **The Statistician**, v. 34, 1985, p. 155-160.

WOODALL, W. H, THOMAS E.V. Statistical Process Control with Several Components of Common Cause Variability. **IIE Transactions**, v. 27, 1995, p. 757-764.

WOODALL, W. H. Controversies and Contradictions in Statistical Process Control. **Journal of Quality Technology**, v. 32, nº. 4, 2000.