# UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

# ANÁLISE DO ESCOAMENTO E DA GERAÇÃO DE RUÍDO NO SISTEMA DE VENTILAÇÃO EXTERNO DE UM MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

Dissertação submetida à

### UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

para a obtenção do grau de

## MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

MARCELO VERARDI

Florianópolis, novembro de 2008.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

# PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

# ANÁLISE DO ESCOAMENTO E DA GERAÇÃO DE RUÍDO NO SISTEMA DE VENTILAÇÃO EXTERNO DE UM MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

### MARCELO VERARDI

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE PROFISSIONAL EM ENGENHARIA ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA sendo aprovada em sua forma final.

PROF. AMIR ANTÔNIO MARTINS OLIVEIRA JR., Ph.D. - Orientador

PROF. ANDRÉ OGLIARI, Dr. Eng. - Coordenador do Programa

PROF. FERNANDO CABRAL, Ph.D - Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

PROF. ARCANJO LENZI, Ph.D. - Presidente

PROF. CÉSAR JOSÉ DESCHAMPS, Ph.D.

PROF. EDSON BAZZO, Dr.Eng.

"A alegria está na luta, na tentativa, no sofrimento envolvido. Não na vitória propriamente dita." Mahatma Gandhi

"Dedico este trabalho à minha esposa Adriana e às minhas filhas Rafaela e Anna Letícia, sem as quais todo o esforço não teria valido a pena."

#### AGRADECIMENTOS

À WEG Equipamentos Elétricos S.A. pelo financiamento e a disponibilização da estrutura para a realização deste trabalho.

Aos professores da UFSC que participaram do programa de Mestrado Profissionalizante pelo conhecimento repassado.

Aos colegas do departamento de Pesquisa e Desenvolvimento pelo companheirismo, em especial ao colega Samuel Santos Borges pelas discussões técnicas e ao Cassiano Antunes Cezário, colega de empreitada, cujos conselhos, discussões, sugestões e críticas foram sempre muito apropriados e ajudaram no desenvolvimento deste trabalho.

Ao gerente do departamento Sebastião Lauro Nau pelo incentivo constante ao trabalho.

Ao professor Amir Antônio Martins Oliveira Jr. pelo zelo, dedicação e incentivo repassados na orientação deste trabalho.

A todos que, de alguma maneira, contribuíram para a realização deste trabalho.

# SUMÁRIO

LISTA	DE FIGURAS	ix
LISTA	DE TABELAS	xiii
SIMBO	DLOGIA	xiv
RESUI	MO	xxiv
ABSTI	RACT	XXV
1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Visão geral dos motores elétricos	1
1.1.1	Classe de isolamento.	3
1.1.2	Código de proteção	3
1.1.3	Método de resfriamento	4
1.2	Objeto de estudo.	7
1.3	Motivação do trabalho	9
1.4	Objetivos do trabalho	15
1.5	Estrutura dos capítulos	16
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
2.1	As leis de similaridade dos ventiladores	18
2.1.1	Leis que relacionam variáveis de desempenho dinâmico	19
2.1.2	Leis para previsão do nível de ruído	20
2.2	Modelos de escoamento turbulento.	23
2.2.1	Modelo <i>k-ɛ</i>	27
2.2.2	Modelo <i>k-w</i>	28
2.2.3	Modelo SST.	29
2.3	Previsão de ruído aerodinâmico através das analogias acústicas.	32
2.3.1	Considerações iniciais sobre aerodinâmica, aeroacústica e analogias acústicas.	32
2.3.2	A equação homogênea da onda sonora	34
2.3.3	Intensidade sonora, densidade de energia sonora e potência sonora	42
2.3.4	Definição dos níveis de medição acústica.	47
2.3.5	Mecanismos de geração de som.	52
2.3.6	Analogia acústica de Lighthill	63

2.3.7	A teoria do som de vórtices de Powell-Howe.	68
2.3.8	Analogia acústica de Lowson	71
2.4	Método numérico	81
2.4.1	Discretização das equações governantes.	82
2.4.2	Acoplamento pressão-velocidade	85
2.4.3	Função de forma	86
2.4.4	Termos de difusão.	88
2.4.5	Termo gradiente de pressão	89
2.4.6	Termo de advecção	89
2.4.7	Resolução do sistema de equações.	91
2.4.8	Modelamento do escoamento próximo à parede	93
2.5	Análises experimentais e simulações de CFD em motores elétricos	99
2.5.1	Análise experimental de motores elétricos	100
2.5.2	O uso de <i>CFD</i> aplicado a motores elétricos.	101
3	METODOLOGIA	104
3.1	Definição do critério de eficiência do sistema de ventilação.	104
3.2	Experimento.	105
3.2.1	Descrição do aparato e método experimental	105
3.2.2	Seleção das configurações do sistema de ventilação a serem ensaiadas	111
3.3	Simulação Numérica	113
3.3.1	Descrição da geometria, malha de volumes finitos e condições de contorno	
geomét	ricas do método numérico	113
3.3.2	Critérios de convergência.	116
4	RESULTADOS E ANÁLISE	119
4.1	Método de análise dos resultados de medições experimentais	119
4.1.1	Análises em sistemas com mesmas dimensões e com variação de rotação	119
4.1.2	Análises em sistemas com dimensões diversas e com mesma rotação	126
4.2	Análise dos resultados de simulações em CFD	128
4.2.1	Solução para um caso padrão.	128
4.2.2	Comparação dos valores de vazão	135
4.2.3	Comparativo de valores de potência consumida.	138
4.2.4	Comparativo dos valores de nível de pressão sonora NPS	140

vii

		viii
5	CONCLUSÕES	147
5.1	Sugestões.	148
REFERÊ	ÈNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	149
APÊNDI	ICES	154
Apêndice	e A - Dedução da velocidade de propagação da onda sonora em um meio gasoso	154
Apêndice	e B - Tabelas para cálculo da vazão	159
Apêndice	e C - Tabela de incerteza de medição	160

### LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Diagrama do universo tecnológico de motores elétricos. No diagrama, ressalta-se
o tipo de motor analisado neste trabalho2
Figura 1.2 – Temperaturas limites para cada classe de isolamento, conforme NBR 7094:2003.
Figura 1.3 – Convenção utilizada para o código de proteção, conforme NBR IEC 60529:2005.
Figure 1.4 Convenção utilizada para o código do mótodo do resfriamento, conforme NPP
5110.1081
Figura 1.5 – Conjunto montado de um motor 225 S/M fechado autoventilado 7
Figura 1.6 – Principais componentes de um motor fechado autoventilado
Figura 1.7 Principais componentes do sistema de ventilação de um motor elátrico
autoventilado
Eigura 1.8 Distribuição das pordas em um motor alátrico tínico o suas respectivas
localizaçãos (Corário et al. 2005)
Figure 1.0. Esquere de distribuição de temperature em um motor elétrico de indução em
operação normal
Figura 1.10 - Esquema representando os mecanismos de geração de energia térmica e de
transmissão de calor em um motor elétrico fechado
Figura 1.11 - Características geométricas do sistema de ventilação que influem na geração de
ruído aerodinâmico em um motor elétrico14
Figura 2.1 – Exemplo de ventilador industrial
Figura 2.2 – Fontes de ruído em motores elétricos, segundo Vijayraghavan e Krishnan (1999).
Figura 2.3 – Ondas sonoras planas
Figura 2.4 – Ciclo de propagação das ondas sonoras
Figura 2.5 – Níveis típicos de ruído acústico
Figura 2.6 – Curvas de correção para o ouvido humano
Figura 2.7 – Monopolo, dipolo e quadrupolo gerando ondas na superfície da água, ao redor de
um barco, conforme Hirschberg e Rienstra (2004)
Figura 2.8 – Linhas de corrente nas proximidades de fontes sonoras de caráter monopolar
(fonte, considerada positiva e sumidouro, considerado negativo), dipolar e quadrupolar
(lateral) (Brandão,2004)
Figura 2.9 – Esfera oscilante (Howe, 2003)

Figura 2.10 – Modelo esquemático de um dipolo (Norton e Karczub, 2003)57
Figura 2.11 – Padrão de diretividade para monopolo e dipolo (Norton e Karczub, 2003) 61
Figura 2.12 - Quadrupolos lateral e longitudinal e os respectivos padrões de diretividade,
(Norton e Karczub, 2003)
Figura 2.13 – Esquema da posição da fonte e do ouvinte (Norton e Karczub, 2003)65
Figura 2.14 – Contorno de valores adimensionais proporcionais ao termo fonte acústico em 70
Figura 2.15 - Comparação entre teoria e ensaios experimentais para turbocompressores,
adaptado de Lowson (1969)73
Figura 2.16 – Sistemas de coordenadas para a fonte sonora em movimento74
Figura 2.17 – Sistemas de coordenadas para a fonte sonora no rotor (Lowson, 1969)77
Figura 2.18 - Comparativo entre os valores experimentais e a teoria, utilizando a proposta de
Belamri e Wang (2004) à analogia acústica de Lowson (1969)80
Figura 2.19 – Superficie do volume finito na malha (ANSYS CFX, 2007)
Figura 2.20 - Balanço de massa no volume de controle de espessura unitária, adaptado de
Maliska (2004)
Figura 2.21 – Volume de controle e definição do vetor normal à $\Delta S$ (Maliska, 2004)84
Figura 2.22 - Exemplo de um elemento tetraédrico com as respectivas coordenadas
intrínsecas, $\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$ , adaptado de ANSYS CFX (2007)
Figura 2.23 – Esquemas de diferenciação na advecção (Maliska, 2004):90
Figura 2.24 – Divisões da camada limite (ANSYS CFX, 2007)
Figura 2.25 - Comparativo de simulações com malhas diversas, resultados experimentais e
modelamento próximo à parede (Vieser <i>et al.</i> , 2002)96
Figura 2.26 – Expressões de $u^+$ ao longo da camada limite
Figura 2.27 – Alterações propostas por Roy et al. (2004) para um conjunto ventilador de um
motor de 15 kW
Figura 3.1 – Dispositivo rotor ventilador com pás removíveis
Figura 3.2 – Vistas do sistema de ventilação ensaiado106
Figura 3.3 – Cobertura sobre o motor auxiliar
Figura 3.4 – Sistema de medição de performance de ventiladores107
Figura 3.5 – Medição da potência consumida pelo sistema de ventilação108
Figura 3.6 – Pontos de medição da vazão no tubo antes da câmara de estabilização,109
Figura 3.7 – Medição do nível de pressão sonora em uma câmara semi-anecóica111
Figura 3.8 - Exemplo de espectro do nível de pressão sonora para uma configuração do
sistema de ventilação a 2500 rpm112
Figura 3.9 – Regiões geométricas principais dos domínios estacionário e rotativo114

x

Figura 3.11 – Exemplo de gráficos de convergência gerados durante uma simulação de CFD. Figura 3.12 – Exemplo de gráficos de convergência gerados durante uma simulação de CFD de uma geometria discretizada na adequada devido ao longo tempo de simulação......118 Figura 4.1 – Valores de vazão volumétrica obtidos, em m<sup>3</sup>/s, nas configurações com 6 pás (conforme mostrado na Tabela 3.1). A legenda que identifica cada configuração lista o Figura 4.2 – Valores de potência consumida obtidos dos ensaios, nas configurações com 6 pás (conforme mostrado na Tabela 3.1). A legenda que identifica cada configuração lista o Figura 4.3 - Valores de rendimento total obtidos dos ensaios, nas configurações com 6 pás Figura 4.4 – Configuração 140x65x6 – Curva de interpolação para os valores de potência consumida e extrapolação obtida com a lei de similaridade 1C da Tabela 2.1.....122 Figura 4.5 – Configuração 125x80x6 – Curva de interpolação para os valores de potência consumida e extrapolação obtida com a lei de similaridade 1C da Tabela 2.1.....123 Figura 4.6 – Configuração 110x50x6 – Curva de interpolação para os valores de potência consumida e extrapolação obtida com a lei de similaridade 1C da Tabela 2.1.....123 Figura 4.7 – Valores de NPS medidos, em escala dB, nas configurações com 6 pás (conforme Figura 4.8 – Configuração 140x65x6 – Curva de interpolação para os valores de NPS...... 125 Figura 4.9 – Configuração 125x80x6 – Curva de interpolação para os valores de NPS...... 125 Figura 4.10 - Configuração 110x50x6 - Curva de interpolação para os valores de NPS.....126 Figura 4.15 – Vetores do campo de velocidade, no referencial estacionário, a X = -25 mm do Figura 4.16 – Linhas de tensão de cisalhamento constante na tampa traseira e na cobertura do Figura 4.19 – Distribuição de pressão nas superfícies do rotor do sistema de ventilação.....132

xi

Figura 4.20 – Distribuição de energia cinética turbulenta	32
Figura 4.21 – Distribuição de energia cinética turbulenta	33
Figura 4.22 – Linhas de corrente do campo de velocidades, partindo do plano de referênc	ia.
	33
Figura 4.23 – Linhas de corrente do campo de velocidades, no domínio rotativo1	34
Figura 4.24 – Valor de $y^+$ , ver Equação (2.205), nas proximidades do rotor	35
Figura 4.25 – Comparação entre os valores de vazão medidos e calculados para	a
configuração 140x65x61	35
Figura 4.26 – Comparação entre os valores de vazão medidos e calculados para	a
configuração 125x80x6	36
Figura 4.27 – Comparação entre os valores de vazão medidos e calculados para	a
configuração 110x50x6	36
Figura 4.28 – Visualização do fluxo na entrada da tampa defletora (Paladino <i>et al.</i> , 2005). 12	37
Figura 4.29 – Comparativo de valores de potência consumida pelo rotor para a configuraç	ão
140x65x6	38
Figura 4.30 – Comparativo de valores de potência consumida pelo rotor para a configuraç	ão
125x80x6	39
Figura 4.31 – Comparativo de valores de potência consumida pelo rotor para a configuraç	ão
110x50x6	39
Figura 4.32 – Valor adimensional, proporcional ao termo fonte da teoria de Powell-Howe, 14	41
Figura 4.33 – Distribuição do valor adimensional, em escala logarítmica, proporcional	ao
termo fonte da teoria de Powell-Howe, em um plano perpendicular ao eixo	do
dispositivo, situado à meia altura das pás do rotor14	41
Figura 4.34 – Iso-superfície de determinado valor do termo fonte da teoria de Powell-Hoy	ve
mostrando características geométricas do rotor que contribuem para a geração de ruíd	lo.
	42
Figura 4.35 – Curva de interpolação NPS versus $h$ – Configuração 110x50x6 – 1500 rpm. 14	44
Figura 4.36 – Espectro de <i>NPS</i> experimental e teórico – Configuração 110x50x6 – 1500 rp	m.
14	45
Figura 4 37 – Curvas de interpolação de NPS versus rotação para os valores experimentais	s e
teóricos – Configuração 110x50x6.	45
Figura A.1 – Propagação de um pulso de pressão ao longo de um tubo preenchido com fluio	do
compressível (Sabersky <i>et al.</i> , 1989)	54

xii

Tabela 1.1 - Descrição dos códigos de proteção mais comuns em motores elétricos. Em
negrito, ressalta-se o código IP55 referente ao motor estudado neste trabalho4
Tabela 1.2 – Descrição dos códigos referentes aos métodos de resfriamento mais comuns em
motores elétricos. Em negrito, ressalta-se o código IC 01 41 referente ao motor estudado
neste trabalho6
Tabela 1.3 – Tabela de impacto de ruídos na saúde:
Tabela 2.1 – Leis de similaridade para os ventiladores, ASHRAE (2000)19
Tabela 2.2 - Relações para o ruído aerodinâmico entre ventiladores semelhantes (Jorgensen,
1961)
Tabela 2.3 – Exemplos de valores em decibéis a partir de valores de razões arbitrárias48
Tabela 3.1 - Tabela das configurações utilizadas nos ensaios, com base no método
DOE/Taguchi112
Tabela 4.1 - Constante na expressão de similaridade de potência consumida para as
configurações ensaiadas
Tabela 4.2 - Tabela dos erros percentuais entre os valores de vazão volumétrica e potência
consumida calculados pelas leis de similaridades dos ventiladores (equação 1A e 1C da
Tabela 2.1) e aqueles obtidos nos ensaios.    127
Tabela 4.3 – Tabela dos erros percentuais entre os valores de vazão simulados e ensaiados.
Tabela 4.4 - Tabela dos erros percentuais entre os valores simulados e ensaiados de potência
consumida pelo rotor – DISPOSITIVO ACOPLADO
Tabela 4.5 – Tabela dos erros percentuais entre os valores simulados e ensaiados de potência
consumida pelo rotor – DISPOSITIVO DESACOPLADO
Tabela 4.6 - Tabela dos erros entre os valores simulados e ensaiados de NPS, utilizando o
termo fonte da teoria Powell-Howe
Tabela 4.7 - Tabela dos erros entre os valores simulados e ensaiados de NPS, utilizando o
<i>h<sub>médio</sub></i> para a teoria de Lowson
Tabela B.1 – Pressões máximas de saturação de vapor d'água <i>P</i> <sub>S</sub> 159
Tabela B.2 – Fator de compressibilidade Z para o ar (Delmée, 2003)159

## SIMBOLOGIA

## Alfabeto Latino:

[A]	matriz de coeficientes do sistema de equações do modelo numérico discr	etizado
$\mathbf{A}, \mathbf{A}_1 \mathbf{e} \mathbf{A}_2$	constantes complexas	
A <sub>duto</sub>	área da seção transversal do duto de medição da pressão dinâmica	[m <sup>2</sup> ]
$A_{nb}$	coeficiente do sistema linear de equações do volume de controle cons	siderado,
que o conect	a com seus volumes vizinho	
$A_{saida}$	área na saída entre a tampa defletora e a tampa traseira	[m <sup>2</sup> ]
а	raio variável da esfera	[m]
$a_1$	constante do modelo de turbulência = 0,3100	
$a_n$	variável genérica da parte real de um número complexo	
$arg_{SST,1}$ , $arg$	SST,2 funções do modelo de turbulência SST	
[ <i>b</i> ]	termo independente da solução do sistema de equações do modelo n	umérico
discretizado		
$b_n$	variável genérica da parte imaginária de um número complexo	
$C_{\mu}$	constante do modelo de turbulência	
$C_{arepsilon 1}$	constante do modelo de turbulência	
$C_{\epsilon 2}$	constante do modelo de turbulência	
$C_P$	capacidade térmica do gás a pressão constante	[J/K]
$C_V$	capacidade térmica do gás a volume constante	[J/K]
C <sub>WCorr</sub>	constante na expressão de similaridade de potência consumida	para as
configuraçõe	es ensaiadas	
$CD_{k\omega}$	função do modelo de turbulência	
с	velocidade do som	[m/s]
$c_0$	velocidade do som no ar, nas condições médias do ambiente	[m/s]
$c_l$	constante do modelo de turbulência	
$C_{pi}$	Relação de variáveis para a formulação de acoplamento pressão-velocida	ıde
$\vec{D}$	força de arrasto (drag) na pá do rotor	[N]
D	amplitude da força de arrasto na pá do rotor	[N]
$D_V$	densidade de energia sonora média	$[J/m^3]$
$D_V$ '	densidade de energia sonora instantânea	$[J/m^3]$
$D_c$	dimensão característica do ventilador	[m]
$D_g$	diâmetro da grade de entrada	[m]

$D_p$	diâmetro externo das pás do rotor do ventilador	[m]
$D_t$	diâmetro da tampa traseira	[m]
$D_{v}$	diâmetro da tampa defletora (voluta) do ventilador na saída de ar	[m]
$\mathbf{D}_{\lambda m}$	representação complexa relativa à força de arrasto na pá do rotor	[N]
d	distância entre a fonte pontual e o eixo do dipolo	[m]
$d_{pi}$	Relação de variáveis para a formulação de acoplamento pressão-velocio	lade
$E_C$	energia cinética do sistema	[J]
$E_I$	energia interna do sistema	[J]
$E_P$	energia potencial do sistema	[J]
$E_T$	energia total do sistema	[J]
$F_i$	componente nas direções dos eixos coordenados da força total pontu	al atuante
sobre um ob	ostáculo sólido devido a interação com o fluido	[N]
$F_{SST,1}$ , $F_{SST,2}$	<sup>2</sup> funções de mistura do modelo de turbulência SST	
$\vec{F}$	vetor força	[N]
$\mathcal{F}$	função genérica	
Ŧ	força por unidade de área exercida pela interação entre um obstáculo s	sólido e o
fluido		$[N/m^2]$
$F_D$	componente da força devido ao arrasto	[N]
$F_k$	fluxo para a equação de transporte da energia cinética turbulent	a para o
equacionam	ento do tratamento próximo à parede	
$F_r$	componente da força na direção do observador	[N]
$F_T$	componente da força devido ao empuxo	[N]
$F_U$	fluxo para a equação da conservação da quantidade de movimento line	ear para o
equacionam	ento do tratamento próximo à parede	[Pa]
$\vec{f}$	vetor das forças de corpo por unidade de volume do fluido	$[N/m^3]$
$f_{0i}$	média temporal da componente das forças de corpo por unidade de v	olume do
fluido nas d	ireções dos eixos coordenados	$[N/m^3]$
$f_p$	freqüência de passagem das pás do rotor do ventilador	[Hz]
$f_{v}$	freqüência de vorticidade	[Hz]
$f_{pi}$	Relação de variáveis para a formulação de acoplamento pressão-velocio	lade
G	função genérica	
Н	entalpia do sistema	[J]
h	coeficiente de carregamento harmônico	
Ι	intensidade sonora média	$[W/m^2]$

xv

$I_D$	intensidade sonora média devido a um dipolo	$[W/m^2]$
Iref	intensidade sonora de referência = $10^{-12}$ W/m <sup>2</sup>	$[W/m^2]$
Ī	intensidade sonora	$[W/m^2]$
$\vec{I}$ '	intensidade sonora instantânea	$[W/m^2]$
i	constante imaginária = $\sqrt{-1}$	
ī	vetor unitário referente a um dos eixos de um sistema de coordenadas o	ortogonal
$\vec{j}$	vetor unitário referente a um dos eixos de um sistema de coordenadas o	ortogonal
k	número de onda	$[m^{-1}]$
k	energia cinética turbulenta [J/kg]	ou [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
$\vec{k}$	vetor unitário referente a um dos eixos de um sistema de coordenadas o	ortogonal
$L_1$	distância entre a grade de entrada de ar na tampa defletora e a pá de	o rotor do
	ventilador	[m]
$L_2$	distância entre a parte traseira do rotor do ventilador e a tampa traseira	[m]
$L_p$	largura das pás do rotor do ventilador	[m]
М	quantidade de massa	[kg]
М	vazão mássica do ar que passa pelo conjunto ventilador	[kg/s]
M <sub>água</sub>	massa molar da água = 18,0152 <sup>.</sup> 10 <sup>-3</sup> kg/mol	[kg/mol]
$\vec{M}_a$	vetor número de Mach com direção da origem da fonte sonora até a p	posição do
ouvinte (	receptor)	
$M_{a,i}$	componente nas direções dos eixos coordenados do número de Mach	
M <sub>a,r</sub>	número de Mach instantâneo da irradiação sonora na direção do observ	ador
$M_{a,R}$	número de Mach rotacional	
$M_g$	massa molar do gás	[kg/mol]
т	ordem da harmônica sonora considerada no cálculo	
$m_g$	massa de gás	[kg]
$\dot{m}_{_{pi}}$	fluxo de massa discreto sobre a superfície do volume de controle refere	enciada ao
ponto de	integração considerado	[kg/s]
N <sub>nó</sub>	número de nós do elemento	
N <sub>i</sub>	função de forma	
Ν	rotação do rotor do ventilador	[rpm]
$N_f$	função de forma característico do elemento da malha	
N <sub>nó</sub>	número de nós de um elemento da malha de discretização do modelo n	umérico
$N_p$	número de pás do rotor do ventilador	

xvi

NIS	nível de intensidade sonora	[escala dB]
NPS	nível de pressão sonora	[escala dB]
$NPS_G$	nível de pressão sonora global	[escala dB]
NWS	nível de potência sonora	[escala dB]
NXS	nível, em escala decibel, da variável genérica X	[escala dB]
п	número da harmônica sonora considerada no cálculo da pressão sono	$ra = m^{\cdot}N_{p}$
ñ	vetor unitário normal à superfície considerada	
<i>n</i> <sub>f</sub>	quantidade de freqüências consideradas	
np	número de pontos de medição da pressão dinâmica no plano da Figur	a 3.4
$n_S$	expoente da relação de temperatura da fórmula de Sutherland = $1,50$	
$\Delta n$	distância entre os nós da malha	[m]
$\Delta n_{1\rightarrow 2}$	distância entre o primeiro e o segundo nós da malha, partindo da	a parede de
referência		[m]
Р	pressão total (média + flutuante) local	[Pa]
$P_0$	pressão média local	[Pa]
$P_c$	ponto central do volume de controle formado pelos elementos da mal	ha
Patm	pressão atmosférica	[Pa]
$P_{d01}$	pressão dinâmica em cada ponto de medição, no plano 01 da Figura 3	8.4 [Pa]
$P_{dG}$	pressão dinâmica global	[Pa]
$P_{es}$	pressão estática produzida por um ventilador	[Pa]
$P_k$	geração de energia cinética turbulenta devido à média dos gr	adientes de
velocidade		$[J/(m^{3}s)]$
$\widetilde{P}_k$	função do modelo de turbulência SST	$[J/(m^{3}s)]$
Pref	pressão de referência = $20 \ \mu$ Pa	[Pa]
$P_t$	pressão total produzida por um ventilador	[Pa]
$P_{va}$	pressão parcial de vapor d'água	[Pa]
$P_S$	pressão de saturação de vapor d'água	[Pa]
р	flutuação de pressão local	[Pa]
р	representação complexa da flutuação de pressão local	[Pa]
<b>p</b> *	conjugado complexo da flutuação de pressão local	[Pa]
$\hat{p}$	amplitude da flutuação de pressão local	[Pa]
pi	ponto de integração da malha de volumes finitos	
$\mathbf{p}_n$	representação complexa da pressão devido à n-ésima harmônica s	sonora, para
uma pá do ro	otor	[Pa]

xvii

$\mathbf{p}_m$	representação complexa da pressão devido à m-ésima ordem harmô	nica sonora,	
para $N_p$ pás do rotor [Pa]			
$p_{rms}$	valor da raiz média quadrática da flutuação de pressão	[Pa]	
$p_{m_{rms}}$	valor da raiz média quadrática da flutuação de pressão devido à m-	ésima ordem	
harmônica s	onora, para $N_p$ pás do rotor	[Pa]	
Q	quantidade de calor	[J]	
$q_k$	taxa de transferência de calor por condução	[W]	
$q_m$	taxa de introdução de massa por unidade de volume	$[kg/(s^m^3)]$	
$q_r$	a taxa de transferência de calor por radiação	[W]	
$q_u$	taxa de transferência de calor por convecção	[W]	
R	constante universal do gás considerado (para o ar = $287 \text{ J/(kg·K)}$ )	[J/(kg <sup>·</sup> K)]	
Re	número de Reynolds		
$R_f$	raio de giro onde encontra-se a fonte sonora	[m]	
$R_p$	raio externo das pás do rotor do ventilador	[m]	
$R_u$	constante universal dos gases perfeitos = 8,314472 J/(mol <sup>-</sup> K)	[J/(mol <sup>·</sup> K)]	
r	distância radial, a partir da fonte considerada	[m]	
$\Delta \vec{r}$	vetor que liga o nó oposto ao sentido do escoamento, ao ponto de int	egração [m]	
$r_1$	distância da fonte até o ouvinte no plano $x_1x_2$ , segundo Figura 2.17	[m]	
res	resíduo das variáveis do escoamento		
S	superficie	[m <sup>2</sup> ]	
$S_{ij}$	tensor taxa de deformação	$[s^{-1}]$	
$\dot{S}_1$	energia térmica gerada devido ao efeito Joule no enrolamento do esta	ator [W]	
$\dot{S}_2$	energia térmica gerada devido ao efeito Joule nas barras do rotor do	motor [W]	
$\dot{S}_3$	energia térmica gerada devido ao efeito Joule na chapa do estato	r (perdas no	
ferro)		[W]	
$\dot{S}_4$	energia térmica gerada devido ao efeito Joule na chapa do rotor do n	notor (perdas	
no ferro)		[W]	
$S_S$	constante de Sutherland		
$S_{SST}$	medida invariante do tensor taxa de deformação $S_{ij}$	$[s^{-1}]$	
$\overline{S_{U_i}} \ { m e} \ \overline{S_{\psi}}$	termos fontes utilizados no processo de discretização numérica	$[N/m^3]$	
$\vec{T}$	força de empuxo (thrust) na pá do rotor	[N]	
Т	amplitude da força de empuxo na pá do rotor	[N]	
$T_f$	temperatura total (média + flutuante) local do fluido	[K]	

$T_{f,0}$	temperatura média local do fluido	[K]
$T_{f}'$	flutuação da temperatura local do fluido	[K]
T <sub>f,amb</sub>	temperatura ambiente do fluido	[K]
T <sub>f,ref</sub>	temperatura de referência do fluido	[K]
T <sub>S,ext</sub>	temperatura da superfície externa do motor elétrico	[K]
T <sub>E,máx</sub>	temperatura máxima do enrolamento do motor elétrico	[K]
$T_{f,\infty}$	temperatura do fluido exterior	[K]
T <sub>ij</sub>	tensor das tensões acústicas de Lighthill	[Pa]
T <sub>R,máx</sub>	temperatura máxima do motor elétrico, no rotor do motor	[K]
$\mathbf{T}_{\lambda m}$	representação complexa relativa à força de empuxo na pá do rotor	[N]
t	tempo	[s]
V	volume	[m <sup>3</sup> ]
$V_0$	volume na condição inicial	[m <sup>3</sup> ]
$V_g$	volume específico do gás	[m³/kg]
$\dot{V}$	vazão volumétrica de ar que passa pelo conjunto ventilador	$[m^3/s]$
$\Delta V$	volume de controle	[m <sup>3</sup> ]
$\vec{v}$	componente total (valor médio + flutuante), rotacional e incompr	essível do
campo de v	relocidade	[m/s]
$U_p$	velocidade tangencial no diâmetro externo do rotor do ventilador	[m/s]
$\vec{U}$	vetor velocidade total (média + flutuante) local	[m/s]
${ec U}_0$	vetor velocidade média local	[m/s]
Ua	amplitude da velocidade de oscilação da esfera	[m/s]
$U_s$	velocidade de frente de onda acústica	[m/s]
$\Delta U_{1 \rightarrow 2}$	variação da velocidade ao longo da distância $\Delta n_{1\rightarrow 2}$	[m/s]
ū	vetor flutuação de velocidade local	[m/s]
$u^+$	escala de velocidade adimensional	
u <sup>*</sup>	escala de velocidade	[m/s]
<b>u</b> <sub>a</sub>	velocidade oscilante radial em notação complexa	[m/s]
$u_r$	velocidade radial de propagação da onda sonora na distância radial $r$	[m/s]
$u_{f,\infty}$	velocidade do ar exterior	[m/s]
$u_{\tau}$	velocidade de atrito (ou fricção) na camada limite	[m/s]
$W_c$	potência consumida pelo ventilador	[W]
X	variável genérica; coordenada genérica	
$X(r, \theta)$	posição no campo afastado	[m]

xix

$X_0$	valor de referência	genérico
		0

$x_1, x_2 e x_3$	valores das ordenadas referentes aos eixos de um sistema de	coordenadas
ortogonal		[m]
$\vec{x}$	vetor posição espacial fora da região de fonte sonora	[m]
У	distância a partir da superfície de não deslizamento, normal a esta	[m]
$\vec{y}$	vetor posição espacial dentro da região de fonte sonora	[m]
$y^+$	distância adimensional a partir de uma superfície, normal a esta	
Ζ	fator de compressibilidade	
Ζ	variável genérica	

# Alfabeto Grego:

α	constante do modelo de turbulência	
$eta$ , $eta_1$ , $eta_2$	constante do modelo de turbulência	
$\beta$ '	constante do modelo de turbulência	
$\beta^{*}$	constante do modelo de turbulência	
$eta_{ad}$	constante de ajuste do cálculo do termo de advecção	
$\chi$ , $\chi_1$ , $\chi_2$	constantes genéricas	
$\delta_{ij}$	delta de Kronecker. $\delta_{ij} = 1$ se $i = j$ e $\delta_{ij} = 0$ se $i \neq j$	
ε	taxa de dissipação de energia cinética turbulenta [J/	$(kg^{s})] ou [m^{2}/s^{3}]$
Φ	fluxo volumétrico instantâneo de fluido devido à onda sonora	$[m^3/s]$
Φ	representação complexa do fluxo volumétrico instantâneo de	fluido devido à
onda sonora		[m <sup>3</sup> /s]
${\it I} \!$	amplitude do fluxo volumétrico de fluido devido à onda sonora	a, proveniente de
uma fonte po	ontual	$[m^3/s]$
$\Phi_{rms}$	valor da raiz média quadrática do fluxo volumétrico instantâneo	de fluido devido
à onda sono	ra	[m³/s]
$\phi$	potencial de velocidade irrotacional	$[m^2/s]$
$\phi_{ar}$	umidade relativa do ar no momento do ensaio	
фм	representação complexa do potencial de velocidade de um mono	opolo [m²/s]
Г	período de tempo	[s]
$\Gamma_k$	relação de viscosidades específico do modelo de turbulência	[Pa <sup>·</sup> s]
$\Gamma_{\varepsilon}$	relação de viscosidades específico do modelo de turbulência	[Pa <sup>·</sup> s]
$\Gamma_{\omega}$	relação de viscosidades específico do modelo de turbulência	[Pa <sup>·</sup> s]
γ	coeficiente de expansão adiabática	

γı, γ <sub>2</sub>	constante do modelo de turbulência	
$ec{\eta}$	vetor de referência do sistema de coordenadas em movimento	[m]
$\eta_t$	rendimento total de um ventilador	
$\varphi$	ângulo da posição do ouvinte em relação à fonte sonora (ver Figura 2.17)	[°]
κ	constante de von Kármán = 0,41	
$\lambda_c$	comprimento de onda	[m]
$\lambda_m$	harmônica de carregamento	
μ	viscosidade dinâmica do fluido	[Pa <sup>·</sup> s]
$\mu_0$	viscosidade molecular de referência do fluido	[Pa <sup>·</sup> s]
$\mu_{e\!f\!f}$	viscosidade efetiva	[Pa <sup>·</sup> s]
$\mu_t$	viscosidade cinética turbulenta do escoamento	[Pa <sup>·</sup> s]
V	viscosidade cinemática	$[m^2/s]$
П	potência sonora	[W]
$\Pi'$	potência sonora instantânea	[W]
$\Pi_M$	potência sonora irradiada por um monopolo	[W]
Π <sub>D</sub>	potência sonora irradiada por um dipolo	[W]
$\Pi_Q$	potência sonora irradiada por um quadrupolo	[W]
$\Pi_{ref}$	potência sonora de referência = $10^{-12}$ W	[W]
$\theta$	ângulo da posição do ouvinte em relação à fonte sonora (ver Figura 2.17)	[°]
ρ	densidade total (média + flutuante) local do fluido	[kg/m³]
$ ho_0$	densidade média local do fluido	[kg/m³]
ho'	densidade flutuante local do fluido	[kg/m³]
$\sigma_k$ , $\sigma_{k1}$ , $\sigma_{k2}$	constantes do modelo de turbulência	
$\sigma_{arepsilon}$	constante do modelo de turbulência	
$\sigma_{\!\omega},\sigma_{\!\omega\mathrm{l}},\sigma_{\!a}$	2 constantes do modelo de turbulência	
τ	retardo no tempo	[s]
$ au_{ij}$	tensor tensão de cisalhamento viscosa do fluido	[Pa]
$ au_w$	tensão de cisalhamento do fluido na parede	[Pa]
$ec{\sigma}$	campo de vorticidade	[rad/s]
σ	velocidade ou freqüência angular	[rad/s]
ω	taxa de dissipação de energia por unidade de volume e tempo ou t	axa de
dissipação e	specífica da energia cinética turbulenta	$[s^{-1}]$

xxi

parcela da taxa de dissipação específica da energia cinética turbulenta referente à  $\omega_l$  $[s^{-1}]$ camada logarítmica parcela da taxa de dissipação específica da energia cinética turbulenta referente à  $\omega_{s}$  $[s^{-1}]$ subcamada viscosa valores das ordenadas referentes aos eixos de um sistema de coordenadas  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ intrínsecas (não ortogonal) de um elemento tetraédrico [m] variável genérica V vetor solução da resolução do sistema de equações do modelo numérico  $[\psi]$ discretizado  $\nabla \psi$ gradiente da variável considerada

 $\psi_{op}$  variável genérica referenciada ao nó situado no lado oposto ao sentido do escoamento

$\psi_{pi}$	variável genérica referenciada ao ponto de integração	
$ec{\psi}$	vetor potencial de velocidade rotacional	$[m^2/s]$

### Índices:

01	referente ao plano 01 de medição, mostrado na Figura 3.4
03	referente ao plano 03 de medição, mostrado na Figura 3.4
Ι	referente às variáveis (ou coeficientes) dos pontos do volume da malha mais
grossa	
$P_c$	referente ponto central do volume de controle formado pelos elementos da malha
PN	referente ao ponto nodal do elemento considerado

*i* número inteiro de 1 a 3, correspondentes aos eixos do sistema de coordenadas ortogonal na notação tensorial; sufixo geral utilizado, tal que  $\{i \in \mathbb{N}^*\}$ 

j número inteiro de 1 a 3, correspondentes aos eixos do sistema de coordenadas ortogonal na notação tensorial; sufixo geral utilizado, tal que  $\{j \in \mathbb{N}^*\}$ 

k número inteiro de 1 a 3, correspondentes aos eixos do sistema de coordenadas ortogonal na notação tensorial; sufixo geral utilizado, tal que  $\{k \in \mathbb{N}^*\}$ 

*NB* referente às variáveis (ou coeficientes) dos pontos do volume considerado que se conectam com os volumes vizinhos para a malha mais grosseira no método *Multigrid* 

*nb* referente às variáveis (ou coeficientes) dos pontos do volume considerado que se conectam com os volumes vizinhos (*neighbor*)

op referente nó oposto, no sentido contrário ao escoamento

*pi* referente ao ponto de integração do elemento considerado

## Sobrescritos:

0 referente ao passo de tempo ante	erior no processo iterativo
------------------------------------	-----------------------------

- *n* número do nó da malha de discretização do modelo numérico
- *amb* referente ao ambiente de medição

#### **RESUMO**

A temperatura de motores elétricos industriais em funcionamento é mantida em níveis adequados através de um eficiente sistema de resfriamento que é composto basicamente pela superfície de troca térmica, geralmente aletada, e pelo sistema de ventilação. Além disso, os níveis de ruído gerados por tais máquinas não devem ultrapassar os limites exigidos.

Neste trabalho desenvolve-se uma metodologia de avaliação do desempenho do sistema de ventilação externo de um motor elétrico autoventilado, quando determinadas características geométricas do rotor deste sistema são alteradas.

A metodologia desenvolvida combina a solução numérica do escoamento turbulento no sistema de ventilação com a medição de variáveis acústicas e do escoamento.

A solução numérica visa determinar o comportamento de variáveis globais que caracterizam o sistema de ventilação, como a vazão volumétrica e a potência mecânica utilizada para movimentar o fluido. Por sua vez, as medições experimentais das variáveis globais que caracterizam o ventilador para diversas formas e números de pás do rotor visam validar o procedimento numérico em algumas das faixas de operação. As soluções numéricas foram obtidas em regime permanente utilizando o código computacional comercial ANSYS CFX R11.0 com o modelo de turbulência *SST* e tratamento automático do escoamento próximo a parede. Utilizando teorias de analogia acústica (Powell e Lowson) estimou-se os níveis de ruído sonoro.

Toda a solução numérica realizada neste trabalho é em regime permanente utilizando o código computacional comercial ANSYS CFX R11.0 com o modelo de turbulência *SST* e tratamento automático do escoamento próximo a parede.

A utilização combinada das medições e da simulação permitiu explorar alguns comportamentos do sistema de ventilação, incluindo o teste de correlações disponíveis na literatura baseadas em conceitos de similaridade, e permitiu elaborar conclusões sobre aspectos construtivos dos sistemas de ventilação externos de motores elétricos.

Os resultados numéricos obtidos representam qualitativamente as medições e mostram o efeito das variáveis de projeto analisadas no desempenho e ruído dos sistemas de ventilação de motores elétricos. A metodologia de análise desenvolvida apresenta-se promissora como ferramenta para o projeto de produtos na área de sistemas de ventilação de motores elétricos.

Palavras Chave: Motores elétricos de indução, ventiladores, aeroacústica, analogia acústica.

#### ABSTRACT

The temperature of industrial electric motors in operation is usually maintained in appropriate levels using an efficient and robust cooling system that is composed basically by the surface of thermal exchange and the ventilation system. Moreover, the noise levels generated by such machines should not exceed the required limits.

In this work, a methodology for the evaluation of the efficiency of the system of external ventilation of a self-ventilated electric motor is developed, and applied to evaluate the effects of modifications in few geometric characteristics of the rotor.

The methodology developed combines the numeric solution of the turbulent flow in the ventilation system with the measurement of acoustic variables and flow variables. The numeric solution was used to determine the behavior of global variables that characterize the flow in the ventilation system, as the volumetric flow rate and the mechanical power to move the fluid. The experimental measurements of the global variables for several configurations of fan blades, including different forms and numbers of blades, were used to validate the numeric procedure for a range of operation parameters. The numeric solutions are steady state obtained using the commercial numerical code ANSYS CFX R11.0 with the SST turbulence model in combination with the automatic wall treatment. Using acoustic analogy theories (Powell and Lowson) the levels of sound noise were also estimated.

The combined use of measurements and simulation allows exploring some behaviors of the ventilation system, including testing of the few available correlations in literature that are based on fan similarity laws.

The numeric results obtained represent qualitatively the measurements and conclusions related to the effect of geometric characteristics of the external ventilation system in the cooling efficiency and flow generated noise in electric motors are drawn. The numerical/experimental methodology of analysis developed is found to be a useful tool for the design of products in the area of ventilation systems for electric motors.

Keywords: Electric induction motors, fans, aeroacoustic, acoustic analogy.

### 1 INTRODUÇÃO

#### 1.1 Visão geral dos motores elétricos.

O motor elétrico é uma máquina que transforma potência elétrica em potência mecânica, geralmente disponibilizada num eixo em rotação.

Pode-se afirmar, em virtude da grande variedade de aplicações, que o motor elétrico é a máquina mais largamente utilizada na indústria, no meio rural, no comércio e nas residências para geração de potência mecânica e isto se deve, basicamente, à facilidade em dispor de instalações que forneçam potência elétrica, como fonte de energia, no mundo atual<sup>1</sup>.

Tais motores são fabricados desde potências de alguns watts, até potências de milhares de quilowatts. Suas características operacionais atendem aos mais variados tipos de cargas, aliadas a um alto rendimento na conversão de potência elétrica em mecânica. A instalação e manutenção são razoavelmente simples e, a menos de aplicações de grande porte, o treinamento para operação é relativamente fácil. Sob o ponto de vista econômico, são em geral imbatíveis frente a quaisquer outros tipos de motores.

Estima-se que mais de 40% de toda a potência elétrica consumida no país é destinada ao acionamento de motores elétricos em geral. No setor industrial como um todo, pouco mais da metade da potência elétrica é consumida por motores (Filippo, 2000).

Existem diversos tipos de motores elétricos, os quais são divididos em três grandes famílias. A primeira é a família dos motores acionados por corrente contínua (motores CC), a segunda é a dos motores acionados por corrente alternada (motores CA) e, por último se tem a família dos motores universais, que podem ser acionados tanto por corrente contínua, como por corrente alternada.

Na Figura 1.1, mostra-se um diagrama simplificado do universo tecnológico de motores elétricos é mostrado, no qual se obtém uma noção da ampla variedade de projetos elétricos nas três famílias citadas acima, aplicando-se os mais diversos princípios de conversão de energia eletromagnética em potência mecânica.

O presente trabalho tratará do motor de indução, acionado por corrente alternada trifásica, com rotor de gaiola e de rotação assíncrona, mais comumente conhecido como

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Deve-se ressaltar aqui que a disponibilidade de energia elétrica no mundo a que está se referindo no texto é sobre as tecnologias de distribuição e instalação existentes, e não referente à quantidade de energia disponível para suprir a demanda crescente. Esta sim é uma das maiores problemáticas no mundo moderno.

motor de indução trifásico com rotor de gaiola. Deste ponto em diante, tal motor será denominado tão somente de motor de indução trifásico.

O motor de indução trifásico é o motor de corrente alternada mais comum e de mais simples e robusta construção. Também, esta definição é uma consequência da característica básica destes motores de que a corrente no rotor não provém diretamente de uma fonte de alimentação, mas é induzida nele pelo movimento relativo dos condutores do rotor e do campo girante produzido pelas correntes elétricas no estator.



Figura 1.1 – Diagrama do universo tecnológico de motores elétricos. No diagrama, ressalta-se o tipo de motor analisado neste trabalho.

Além do princípio de funcionamento, o motor elétrico é também classificado segundo a sua classe de isolamento, ao seu código de proteção e o método de resfriamento, conforme revisado a seguir.

1.1.1 Classe de isolamento.

A classe de isolamento, indicada por uma letra normalizada, identifica o tipo de materiais isolantes empregados no isolamento do motor. As classes de isolamento são definidas pelo respectivo limite de temperatura, mostradas na Figura 1.2, de acordo com a NBR 7094:2003.

Assim, esta norma define a temperatura máxima tolerada no enrolamento do motor, admitindo uma temperatura ambiente máxima de 40°C (para uma altitude de trabalho de até 1000 m), para cada classe de isolamento.



Figura 1.2 – Temperaturas limites para cada classe de isolamento, conforme NBR 7094:2003.

Por exemplo, para um motor classe B, a elevação de temperatura média não deve ultrapassar 80°C, definida pelo método da resistência, que consiste em determinar a temperatura média do enrolamento do estator através da variação de sua resistência ôhmica com a temperatura. O ponto quente deste enrolamento, com a maior temperatura, não deve ultrapassar uma temperatura superior a 10°C da temperatura média. Assim, somando-se todos os valores máximos à temperatura ambiente padrão, o valor limite para esta classe de isolamento é, então, 130°C.

### 1.1.2 Código de proteção.

O código de proteção é um código padronizado, formado pelas letras IP (*International Protection*) seguidas de até quatro algarismos ou letras, que define o tipo de proteção do motor contra o acesso às partes perigosas, ingresso de objetos sólidos estranhos, penetração de

água e informações adicionais da proteção especificada. A Figura 1.3 apresenta a convenção usada para o código de proteção.





A Tabela 1.1 apresenta os graus de proteção mais comuns, conforme a norma NBR IEC 60529:2005.

	C 1	1° numeral característico		2° numeral característico
	Grau de Proteção	Contra a penetração de objetos sólidos estranhos	Contra o acesso às partes perigosas	Proteção contra água
Motores Abertos	IP00	não protegido	não protegido	não protegido
	IP21	≥ 12,5 mm de diâmetro	com o dedo (Ø 12,0 mm com 80,0 mm de comprimento)	gotejamento vertical
	IP22			gotejamento com uma inclinação de até 15° com a vertical
	IP23			aspersão com uma inclinação de até 60° com a vertical
Motores Fechados	IP44	≥ 1,0 mm de diâmetro	com um fio (Ø 1,0 mm)	respingos de todas as direções
	IP55	protegido contra poeira	com um fio (Ø 1,0 mm)	jatos de água em todas as direções

Tabela 1.1 – Descrição dos códigos de proteção mais comuns em motores elétricos. Em negrito, ressalta-se o código IP55 referente ao motor estudado neste trabalho.

### 1.1.3 Método de resfriamento.

O método de resfriamento de um motor elétrico é definido por um código padronizado composto pelas letras IC (*International Cooling*) seguidas por um grupo de uma letra maiúscula e dois algarismos característicos, para cada circuito de resfriamento. A letra maiúscula designa o meio refrigerante, o primeiro algarismo característico designa o modo pelo qual o meio refrigerante circula e retira o calor, por fim, o segundo algarismo designa o modo de suprimento de energia para a circulação do meio refrigerante. A Figura 1.4 apresenta a convenção utilizada para o método de resfriamento, segundo a NBR 5110:1981.



\* Caso o meio refrigerante em ambos os circuitos de resfriamento seja o ar (letra A), pode-se omitir a letra.

Figura 1.4 – Convenção utilizada para o código do método de resfriamento, conforme NBR 5110:1981.

No caso de uma máquina com mais de um circuito de resfriamento, como é o caso do motor elétrico em análise, o primeiro grupo formado por uma letra e dois algarismos é relativo ao circuito que se acha à temperatura mais baixa (circuito de resfriamento secundário). Já o segundo grupo formado por uma letra e dois algarismos é relativo ao circuito que se acha à temperatura mais elevada (circuito de resfriamento primário).

Significado do código IC				
	Código IC	Circuito de resfriamento secundário**	Circuito de resfriamento primário**	Desenho esquemático
Motor Aberto	IC 00 01 ou IC 01	O meio refrigerante circula livremente pelo lado externo da máquina (0) e por livre convecção, sem ventilador externo (0)	O meio refrigerante circula livremente pelas partes internas da máquina aberta (0) e por autocirculação, pela ação do ventilador interno ou aletas do rotor (1)	
	IC 00 40 ou IC 40	O meio refrigerante circula livremente pelo lado externo da máquina (0) e por livre convecção, sem ventilador externo (0)	A máquina é resfriada através da superfície do seu invólucro (4) e por livre convecção, sem ventilador interno (0)	
Motores Fechados	IC 01 41	O meio refrigerante circula livremente pelas partes externas da máquina fechada (0) e por autocirculação, pela ação do ventilador externo montado no eixo (1)	A máquina é resfriada através da superfície do seu invólucro (4) e por autocirculação, pela ação do ventilador interno ou aletas do rotor (1)	
	IC 06 41	O meio refrigerante circula livremente pelas partes externas da máquina fechada (0) e por circulação por meio de dispositivo independente montado na máquina (6)	A máquina é resfriada através da superfície do seu invólucro (4) e por autocirculação, pela ação do ventilador interno ou aletas do rotor (1)	

Tabela 1.2 – Descrição dos códigos referentes aos métodos de resfriamento mais comuns em motores elétricos. Em negrito, ressalta-se o código IC 01 41 referente ao motor estudado neste trabalho

\*\* Considerou-se como meio refrigerante em todos os circuitos de resfriamento o ar, portanto omitiram-se as letras de identificação do meio refrigerante, como previsto pela norma.

#### 1.2 Objeto de estudo.

A análise desenvolvida no presente trabalho é referente ao sistema de ventilação de um motor de indução trifásico 225 S/M<sup>2</sup>, forma construtiva B3<sup>3</sup>. Tal motor também apresenta uma classe de isolamento F, código de proteção IP55 e código do método de resfriamento IC 01 41. De forma simplificada, este motor será denominado de "motor de indução fechado autoventilado". Na Figura 1.5 mostra-se o conjunto montado do motor analisado, com a indicação das dimensões principais em milímetros.



Figura 1.5 – Conjunto montado de um motor 225 S/M fechado autoventilado.

Na Figura 1.6, mostra-se a nomenclatura dos principais componentes de um motor fechado autoventilado.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> A especificação "225 S/M" corresponde a um motor elétrico com a linha de centro do eixo do motor situado a 225 mm da base deste motor e com furação dos pés para a fixação segundo dois conjuntos de dimensões especificados pelas letras "S" e "M", conforme a norma NBR 5432:1983.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> A forma construtiva "B3" é referente à fixação do motor elétrico pelos pés, com o eixo na horizontal, conforme a norma NBR 5031:1977.



Figura 1.6 – Principais componentes de um motor fechado autoventilado.

A seguir, na Figura 1.7, mostra-se os componentes e nomenclatura das principais dimensões e regiões do sistema de ventilação do motor em questão.



Figura 1.7 – Principais componentes do sistema de ventilação de um motor elétrico autoventilado.

Tal sistema de ventilação pode ser classificado, segundo o escoamento, como uma máquina de fluxo misto ou diagonal, com um rotor de pás retas.

A imposição de projeto no uso de pás retas, ao invés do uso de pás curvas ou de ventiladores axiais, mais eficientes e menos ruidosos, vem do fato de que o sistema ventilador deve apresentar a mesma eficiência para ambos os sentidos de rotação, pois existem muitas aplicações onde há reversão de sentido de giro durante o regime de trabalho, ou seja, o sistema de ventilação deve ser reversível. Este requisito impõe a mais séria restrição ao projeto destes sistemas, e diferencia este ventilador da maioria dos ventiladores estudados em outros trabalhos disponíveis na literatura. Isto acarreta na necessidade de desenvolver correlações e metodologias específicas de projeto e constitui-se na principal motivação deste trabalho. Esta e outras motivações são descritas em detalhe a seguir.

#### 1.3 Motivação do trabalho.

O motor elétrico cuja função é transformar potência elétrica em potência mecânica, ao fazer tal transformação, além de entregar potência útil na ponta do eixo, gera energia térmica devido às conversões de energia eletromagnéticas e mecânicas em energia térmica (perdas).

A geração de energia térmica a partir da conversão de energia eletromagnética é predominantemente devido ao chamado efeito Joule (ou perdas ôhmicas) que é decorrente da passagem de corrente elétrica em um condutor.

Pela lei de Ampère, sabe-se que existe sempre um campo magnético acoplado a uma corrente elétrica passando por um condutor. Assim, a corrente elétrica presente no enrolamento do estator do motor elétrico, além de produzir energia térmica no próprio enrolamento através do efeito Joule, tem como principal função, devido à alimentação por corrente alternada, produzir um campo magnético girante. Este campo magnético induz um fluxo de corrente elétrica nas barras do rotor e este fluxo induzido também gera energia térmica pelo efeito Joule. Porém, a principal função da corrente induzida no rotor é produzir o seu próprio campo magnético que, por sua vez, interage com o campo magnético girante do estator, produzindo torque no eixo do motor elétrico.

Esta interação entre fluxos de corrente e campos magnéticos induz fluxos de corrente na liga magnética que compõe os pacotes de chapas, tanto no pacote do estator como no pacote do rotor, gerando assim mais energia térmica por efeito Joule. Tais gerações são chamadas perdas no ferro.

A geração de energia térmica a partir da conversão de energia mecânica deve-se ao atrito nas interfaces sólido-sólido e sólido-fluido. No motor elétrico esta conversão ocorre principalmente nos mancais de rolamento e também pelo atrito viscoso com o ar nos sistemas

de ventilação interno e externo. A energia térmica gerada pelo atrito viscoso depende diretamente da viscosidade do fluido e dos gradientes de velocidade existentes no fluido em escoamento.

Observa-se que as perdas por efeito Joule nos condutores ou no ferro do estator e do rotor são originadas por um campo de densidade de fluxo de corrente tridimensional e variável no tempo. Ainda, a resistividade elétrica nos condutores e a resistividade elétrica nos contatos entre chapas e demais componentes, além de ser de difícil quantificação, também varia localmente com a temperatura. Mesmo os modelos tridimensionais transientes que simulam a distribuição de campo elétrico e campo magnético nos componentes do motor apresentam simplificações geométricas, em termos de propriedades e também fenomenológicas. Acrescente-se a isto as dificuldades experimentais de medição de perdas em rolamentos, rotor e outros. Assim, é extremamente difícil quantificar todas as parcelas de geração de energia térmica. Portanto, classificam-se como perdas suplementares todas as perdas que são de difícil quantificação, teórica ou experimental, mas que, no entanto, estão presentes a fim de que o princípio da conservação de energia no motor seja satisfeito (diferença entre a potência elétrica fornecida ao motor e a potência resultante no eixo de saída).

Na Figura 1.8, como ilustração, apresenta-se uma distribuição das perdas anteriormente descritas e os respectivos locais onde estas ocorrem, segundo Cezário *et al.* (2005). Os valores apresentados estão em uma escala relativa ao total de perdas do motor.



Figura 1.8 – Distribuição das perdas em um motor elétrico típico e suas respectivas localizações (Cezário *et al.*, 2005).

Nota-se que a incerteza na determinação das perdas no motor, ou seja, as perdas suplementares, neste exemplo, atingem cerca de 20% das perdas totais.

A energia térmica gerada afeta principalmente o sistema de isolação elétrico e, conseqüentemente, a vida útil do motor elétrico. Segundo Chen *et al.* (2003) e WEG (2005), uma redução de 8°C a 10°C pode dobrar a vida útil do sistema de isolação elétrico, em condições normais de funcionamento do motor elétrico.

A vida útil da isolação refere-se ao envelhecimento gradual, ou degradação, do polímero que forma o isolante. Este vai progressivamente deteriorando, conferindo-lhe um aspecto ressecado, até o ponto de não suportar mais a diferença de tensão aplicada e permitir o curto-circuito. Assim, quanto mais altas as temperaturas de operação, mesmo que estas estejam abaixo do limite da classe de isolamento do motor, mais rápido é o envelhecimento.

Além do problema do aquecimento no sistema de isolação, tem-se, o aquecimento dos mancais, principalmente o dianteiro. Isto acarreta uma sensível redução do período de relubrificação, ou até mesmo, a impossibilidade da operação do motor por um período de tempo elevado quando a temperatura de trabalho do mancal for muito superior ao recomendado.

Na Figura 1.9, apresenta-se um esquema da distribuição de temperatura em uma seção transversal de um motor elétrico de indução fechado autoventilado. Iniciando pelo estator, tem-se que a energia térmica gerada no enrolamento (ponto A) é transmitida por condução até a superfície da ranhura do estator, onde, devido à resistência térmica de contato entre o isolamento e a chapa do estator, ocorre uma queda elevada na temperatura (ponto B). A seguir, o calor é transmitido por condução pelo material das chapas do estator até o ponto de contato com a carcaça (ponto C). Observa-se que neste trajeto há certa geração de energia térmica devido às perdas no ferro e às perdas suplementares nas chapas do estator. Na interface com a carcaça (ponto C), novamente, devido à resistência térmica de contato entre as chapas do estator e a superfície interna da carcaça, ocorre uma queda na temperatura. Por fím, o calor é transmitido no interior do material da carcaça por condução e deixa o motor na superfície externa por convecção superfícial e por radiação, sendo dissipado para o ambiente (ponto D).


Figura 1.9 – Esquema da distribuição de temperatura em um motor elétrico de indução em operação normal.

De forma semelhante ao estator, existe geração de energia térmica por efeito Joule nas barras da gaiola do rotor (ponto L). Normalmente, este é o ponto mais quente em um motor elétrico em operação. A energia térmica gerada é transmitida até a superfície da ranhura do rotor por condução de calor, onde ocorre uma queda na temperatura devido à resistência térmica de contato entre as barras da gaiola e as chapas do rotor (ponto M).

O calor que deixa as barras da gaiola é transmitido por condução através das chapas do rotor, tanto em direção ao eixo, como em direção ao entreferro. Nas chapas do rotor também existe geração de energia térmica devido a perdas no ferro e perdas suplementares. No contato com o eixo do motor (ponto N) observa-se uma queda na temperatura, devido à resistência térmica de contato. O calor então é transmitido por condução ao longo do eixo que o dissipa posteriormente por convecção superficial, radiação e, eventualmente, por condução dependendo do acoplamento utilizando na aplicação. No ponto K, ou seja, no entreferro, ocorre transferência de calor por convecção superficial e por radiação entre o rotor e o estator da máquina.

Na Figura 1.10, identifica-se as fontes de calor no motor e os mecanismos de transmissão de calor para o ambiente interno e externo ao motor elétrico de indução fechado autoventilado.







Nesta figura,  $\dot{S}_1$  é a energia térmica gerada no enrolamento,  $\dot{S}_2$  é a energia térmica gerada nas barras do rotor,  $\dot{S}_3$  a energia térmica gerada nas chapas do estator,  $\dot{S}_4$  é a energia térmica gerada nas chapas do rotor,  $u_{f,\infty}$  é a velocidade do ar exterior e  $T_{f,\infty}$  a temperatura do ar exterior. Ainda,  $q_k$  representa a taxa de transferência de calor por condução,  $q_u$  é a taxa de transferência de calor por radiação. A espessura das setas é indicativa da magnitude relativa das taxas de transferência de calor.

As principais formas de reduzir os efeitos da geração de energia térmica (perdas) sobre a vida útil do motor elétrico são: diminuir a geração de energia térmica (diminuir as perdas), desenvolver materiais do sistema de isolação elétrica mais estáveis às condições de temperatura exigidas pelas diversas aplicações, e melhorar o sistema de resfriamento do motor elétrico.

A alternativa de redução das perdas no motor está mais diretamente associada ao projeto eletromagnético, onde são definidos os enrolamentos, formas das ranhuras do estator e do rotor, material das chapas e outros. No entanto, tal alternativa está diretamente atrelada à eficiência elétrica do motor e aos seus componentes de maior custo, tornando difícil atingir um compromisso aceitável do ponto de vista térmico. Uma exceção é a redução de uma

parcela relativa às perdas mecânicas, onde se pode obter algum aumento do rendimento do motor elétrico, reduzindo-se a potência consumida pelos componentes que são relacionados a estas perdas. Salienta-se, no entanto, quanto maior o motor, maior são as perdas mecânicas, dando margem a ganhos maiores com o aumento da máquina.

Em relação ao sistema de resfriamento do motor elétrico têm-se como opções de aumento de eficiência de troca térmica, a redefinição das aletas da carcaça e dos componentes do sistema de ventilação. Destas, a opção que se reflete em componentes de menor custo e de maior influência sobre o problema térmico do motor é o redimensionamento dos componentes do sistema de ventilação, tornando-se o ponto de partida para o melhoramento de eficiência térmica de tais máquinas.

Em contra partida, o sistema de ventilação é, sem dúvida, um dos principais geradores de ruído sonoro no motor elétrico, principalmente para motores de mais alta rotação tais como os motores elétricos com dupla polaridade. Tal ruído é principalmente, de origem aerodinâmica.

Na Figura 1.11 mostra-se as principais características geométricas do sistema de ventilação em análise que mais diretamente influenciam a geração de ruído aerodinâmico em um motor elétrico.



CONJUNTO VENTILADOR

\* Nomenclatura e dimensões mencionadas, vide Figura 1.7.



Assim, no projeto do sistema de ventilação existe o desafio de se obter a maior troca de calor, aumentando o coeficiente de convecção forçada, através do aumento da velocidade do escoamento de ar sobre a carcaça, de tal forma a consumir a menor potência possível e gerar o menor nível de ruído possível.

Dentre os parâmetros de mais difícil projeto em sistemas de ventilação encontra-se a predição do nível de ruído e além de normas que especificam os limites aceitáveis para tais níveis dos motores elétricos, como a NBR 7565:1982, têm-se as exigências especiais de usuários, as quais, muitas vezes, apresentam limites ainda mais rígidos daqueles normalizados. Também, a criação de leis cada vez mais severas é uma tendência de todos os mercados, baseada nos princípios da segurança do trabalho.

Estudos demonstram que a exposição prolongada de pessoas a níveis consideráveis de ruído pode afetar a saúde física e mental de indivíduos, através da perda permanente da audição e aumento de estresse. Na Tabela 1.3, mostra-se o impacto do nível de ruído sobre o ser humano, segundo Vecci (1999).

volume, reação, efeitos negativos e exemplos de exposição, segundo vecci (1999).							
VOLUME [dB(A)]	REAÇÃO	EFEITOS NEGATIVOS	EXEMPLOS DE EXPOSIÇÃO				
Até 50	Confortável	Nenhum	Rua sem tráfego.				
Acima de 50	ORGANISMO	HUMANO COMEÇA A SOFRER IMPACTOS DO	RUÍDO				
De 55 a 65	A pessoa fica em estado de alerta, não relaxa.	Diminui o poder de concentração e prejudica a produtividade no trabalho intelectual.	Agência bancária.				
De 65 a 70 (início das epidemias de ruído)	O organismo reage para tentar se adequar ao ambiente, minando as defesas.	Aumenta o nível de cortisona no sangue, diminuindo a resistência imunológica. Induz a liberação de endorfina, tornando o organismo dependente. É por isso que muitas pessoas só conseguem dormir em locais com o rádio ou televisor ligados. Aumenta a concentração de colesterol no sangue.	Bar ou restaurante lotado.				
Acima de 70	O organismo fica sujeito a estresse degenerativo além de abalar a saúde mental.	Aumentam os riscos de enfarte, infecções, entre outras doenças sérias.	Praça de alimentação em <i>shopping centers</i> Ruas de tráfego intenso.				

Tabela 1.3 – Tabela de impacto de ruídos na saúde: volume reação efeitos negativos e exemplos de exposição, segundo Vecci (1999)

Obs: O quadro mostra níveis de ruído inseridos no cotidiano das pessoas. Eventualmente ruídos alcançam níveis mais altos, nas mesmas situações citadas. Um trio elétrico, por exemplo, chega facilmente a 130 dB(A), o que pode provocar perda auditiva induzida, temporária ou permanente em poucos segundos.

Portanto, é uma vantagem competitiva para os fabricantes de motores reduzir ao máximo a geração de ruído na operação normal de motores elétricos.

# 1.4 Objetivos do trabalho.

Tem-se como objetivo geral apresentar metodologias de análise do desempenho do sistema de ventilação externo de um motor elétrico de indução fechado autoventilado, onde considera-se vazão, potência consumida e ruído aerodinâmico, através de comparação entre

simulação numérica e procedimentos experimentais, quando determinadas características geométricas do rotor deste sistema são alteradas.

A simulação numérica utilizada será a técnica de dinâmica dos fluídos computacional, ou *CFD* (*Computational Fluid Dynamics*), onde, utilizando modelos de turbulência *RANS* (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*), em regime permanente, é possível estimar a vazão, a potência mecânica consumida pelo sistema de ventilação e, também, grandezas aplicáveis às chamadas analogias acústicas, que correlacionam a geração de ruído sonoro com as características que definem o escoamento.

Na análise experimental serão avaliados parâmetros globais, especificamente, a potência consumida, a vazão e o nível de ruído gerado pelo sistema de ventilação, e estes valores serão comparados com os valores obtidos na simulação numérica.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Desenvolver um dispositivo experimental que possibilite a realização dos ensaios de diversas configurações do sistema de ventilação e que seja adequado ao modelamento numérico;
- Medir vazão, potência mecânica consumida e ruído aerodinâmico de determinadas configurações do sistema de ventilação;
- 3. Simular numericamente o escoamento turbulento das configurações selecionadas;
- Com base nos resultados da simulação numérica e experimental, analisar os parâmetros de desempenho do sistema de ventilação de motores elétricos;
- Verificar o comportamento de determinadas metodologias de previsão de vazão, potência consumida e ruído sonoro, visando minimizar o número de ensaios necessários para qualificar um novo sistema de ventilação;
- Gerar recomendações sobre o uso destas metodologias no projeto de sistemas de ventilação; e,
- Gerar recomendações sobre a adequação e limitações das metodologias experimentais e numéricas aplicadas.

# 1.5 Estrutura dos capítulos.

Esta dissertação é organizada como segue. No Capítulo 2, apresenta-se a revisão bibliográfica referente às variáveis de avaliação de desempenho do sistema de ventilação, passando pelos métodos algébricos baseados nas leis de similaridade dos ventiladores até o equacionamento baseado em equações de conservação, voltado à solução numérica do escoamento. Revisou-se, superficialmente, o embasamento matemático do método numérico utilizado para a predição do escoamento no sistema de ventilação de motores elétricos e, após,

deu-se ênfase ao estudo do ruído aerodinâmico, devido à complexibilidade do tratamento teórico. Por fim, são analisados alguns trabalhos referentes especificamente ao sistema de ventilação de motores elétricos, com relevância ao presente trabalho.

No Capítulo 3 são descritas as metodologias empregadas nos métodos experimentais e numéricos utilizados, cujos resultados são então comparados e analisados no Capítulo 4.

Finalmente, no Capítulo 5, são apresentadas as conclusões seguidas de sugestões para trabalhos futuros. Este texto é então completado pela lista de referências e pelos apêndices.

# 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo apresenta-se o embasamento teórico necessário à análise do sistema de ventilação de um motor de indução trifásico fechado autoventilado. A teoria é baseada em dois tipos de tratamento para o problema. O primeiro refere-se à utilização de equações embasadas nas leis de similaridade dos ventiladores, advindas de análise dimensional e experimental. O segundo, refere-se à formulação do problema através das equações de conservação da massa, da quantidade de movimento linear e da energia.

Dentre as características do sistema de ventilação analisadas neste trabalho, sem dúvida, a que apresenta maior dificuldade de previsão teórica é o nível de ruído, devido principalmente à complexidade dos mecanismos de geração de ruído aerodinâmico. Assim, este assunto é tratado em maior extensão.

# 2.1 As leis de similaridade dos ventiladores.

A maioria dos equacionamentos disponíveis na literatura, que relacionam parâmetros dimensionais dos ventiladores às variáveis de desempenho, é aplicável aos ventiladores industriais, conforme mostrado na Figura 2.1, os quais possuem características construtivas distintas daquelas encontradas nos sistemas de ventilação de motores elétricos. Apesar disso, tais expressões têm apresentado resultados que não devem ser descartados na análise de sistemas de ventilação de motores fechados autoventilados, como será demonstrado posteriormente no Capítulo 4.



Figura 2.1 – Exemplo de ventilador industrial. Fonte: OTAM Ventiladores Industriais Ltda. (Disponível em http://www.otam.com.br).

2.1.1 Leis que relacionam variáveis de desempenho dinâmico.

As leis de similaridade dos ventiladores, conforme ASHRAE (2000), mostradas na Tabela 2.1 relacionam as principais variáveis de desempenho e dimensionamento para qualquer série de conjuntos ventiladores que sejam similares, ou seja, que apresentem semelhança geométrica, cinemática e nos rendimentos (Henn, 2001).

As leis da família 1 relacionam os efeitos das mudanças de tamanho, rotação ou densidade sobre a vazão volumétrica a pressão e a potência consumida. As leis da família 2 relacionam o efeito das mudanças de tamanho, pressão ou densidade sobre a vazão volumétrica, rotação e potência consumida. As leis da família 3 relacionam os efeitos das mudanças de tamanho, vazão volumétrica ou densidade sobre a rotação, pressão e potência consumida.

Com base na norma ANSI/ASHRAE 51-1999, o rendimento total  $\eta_t$  de um ventilador é dado pela seguinte relação entre vazão, pressão e potência consumida,

$$\eta_t = \frac{V P_t}{W_c} , \qquad (2.1)$$

onde,  $\dot{V}$  é a vazão volumétrica,  $P_t$  é a pressão total produzida e  $W_c$  é a potência consumida pelo ventilador.

Número da Lei		Variáveis Dependentes				Variáveis Independentes	
Família	Classe				variaveis independences		
	А	$\dot{V}_1$	=	$\dot{V}_2$	×	$(D_{c1}/D_{c2})^3 \cdot (N_1/N_2)$	
1	В	$P_{t1}$	=	$P_{t2}$	×	$(D_{c1}/D_{c2})^2 \cdot (N_1/N_2)^2 \cdot (\rho_1/\rho_2)$	
	С	$W_{c_1}$	=	$W_{c_2}$	×	$(D_{c1}/D_{c2})^5 \cdot (N_1/N_2)^3 \cdot (\rho_1/\rho_2)$	
	А	$\dot{V}_1$	=	$\dot{V}_2$	×	$(D_{c1}/D_{c2})^2 \cdot (P_{t1}/P_{t2})^{1/2} \cdot (\rho_2/\rho_1)^{1/2}$	
2	В	$N_1$	=	$N_2$	×	$(D_{c2}/D_{c1}) \cdot (P_{t1}/P_{t2})^{1/2} \cdot (\rho_2/\rho_1)^{1/2}$	
	С	$W_{c_1}$	=	$W_{c_2}$	×	$(D_{c1}/D_{c2})^2 \cdot (P_{t1}/P_{t2})^{3/2} \cdot (\rho_2/\rho_1)^{1/2}$	
	Α	$N_1$	=	$N_2$	×	$(D_{c2}/D_{c1})^3 \cdot (\dot{V}_1/\dot{V}_2)$	
3	В	$P_{t1}$	=	$P_{t2}$	×	$(D_{c2}/D_{c1})^4 \cdot (\dot{V}_1/\dot{V}_2)^2 \cdot (\rho_1/\rho_2)$	
	С	$W_{c_1}$	=	$W_{c_2}$	×	$(D_{c2}/D_{c1})^4 \cdot (\dot{V}_1/\dot{V}_2)^3 \cdot (\rho_1/\rho_2)$	

Tabela 2.1 - Leis de similaridade para os ventiladores, ASHRAE (2000).

Nota: O subscrito 1 refere-se à variável para o ventilador em investigação. O subscrito 2 refere-se à variável do ventilador de referência.

No Capítulo 4, estas relações serão aplicadas aos ventiladores em estudo e os valores calculados serão comparados aos valores medidos. Naquele capítulo, será possível avaliar a utilização destes conceitos de similaridade na análise de ventiladores.

# 2.1.2 Leis para previsão do nível de ruído.

Como já comentado, o sistema de ventilação geralmente é a principal fonte de ruído em motores elétricos, especialmente para aqueles de mais alta rotação.

Vijayraghavan e Krishnan (1999) apresentam uma revisão bibliográfica sobre as fontes de ruído em um motor elétrico. Na Figura 2.2, apresenta-se um diagrama resumido com base no exposto no artigo.



Figura 2.2 – Fontes de ruído em motores elétricos, segundo Vijayraghavan e Krishnan (1999).

No presente trabalho será tratado somente sobre o ruído aerodinâmico. A freqüência de passagem  $f_p$  citada no diagrama da Figura 2.2 é,

$$f_p = N_p \frac{\sigma}{2\pi} , \qquad (2.2)$$

onde,  $N_p$  é o número de pás do rotor e  $\varpi$  é a velocidade angular do rotor.

Utilizando as leis de similaridade é possível estabelecer relações entre o ruído aerodinâmico gerado por ventiladores semelhantes, conforme pode ser visto em Jorgensen (1961). Com tais relações, respeitando-se as restrições citadas para as leis de similaridade

anteriores, pode-se ter uma previsão do comportamento do ruído gerado quando se altera algumas características geométricas. Observa-se que é particularmente difícil satisfazer todas as restrições simultaneamente.

Na Tabela 2.2 apresenta-se as relações para o ruído aerodinâmico em entre ventiladores semelhantes, em função de características de cada ventilador, e em termos do nível de potência sonora *NWS*, que é a relação logarítmica para um valor de referência da potência sonora ou acústica de uma fonte ( $\Pi_{ref} = 10^{-12}$  W). Tal propriedade, definida como a energia acústica total emitida pela fonte por unidade de tempo (Silva, 2004) será discutida em detalhes mais adiante.

Como mostrado na Tabela 2.2 a seguir, estas relações são de relativa fácil aplicação. No entanto, na tentativa de se aplicar estas relações aos ventiladores de motores elétricos, esbarra-se em algumas dificuldades.

Inicialmente, como se pode ver comparando a Figura 1.7 com a Figura 2.1, as formas construtivas dos sistemas de ventilação de motores elétricos e os ventiladores industriais são bastante diferentes, principalmente no formato da voluta. Assim, as relações apresentadas na Tabela 2.2, não devem representar exatamente o comportamento do conjunto de ventilação em análise no presente trabalho. E, como agravante, em novos projetos, geralmente é inviável se manter proporcional todas as dimensões dos sistemas de ventilação, em relação a um projeto base. O que ocorre normalmente são alterações somente no rotor, que, muitas vezes, descaracteriza as semelhanças entre o projeto proposto e aquele tomado como base.

Ainda, é de se esperar que o padrão de escoamento nas grades de entrada e na região entre a tampa defletora e as aletas do motor elétrico seja completamente diferente do escoamento na saída dos ventiladores industriais mostrados anteriormente. Portanto, as relações mostradas a seguir devem apresentar certa deficiência em prever os ruídos gerados adicionalmente por estes componentes.

	1961).
N°	Equação
1	$NWS_{a} = NWS_{b} + 70\log\left(\frac{D_{ca}}{D_{cb}}\right) + 50\log\left(\frac{\varpi_{a}}{\varpi_{b}}\right) + 20\log\left(\frac{\rho_{a}}{\rho_{b}}\right)$
2	$NWS_{a} = NWS_{b} + 20\log\left(\frac{D_{ca}}{D_{cb}}\right) + 25\log\left(\frac{P_{esa}}{P_{esb}}\right) - 5\log\left(\frac{\rho_{a}}{\rho_{b}}\right)$
3	$NWS_{a} = NWS_{b} - 80\log\left(\frac{D_{ca}}{D_{cb}}\right) + 50\log\left(\frac{\dot{M}_{a}}{\dot{M}_{b}}\right) + 20\log\left(\frac{\rho_{a}}{\rho_{b}}\right)$
4	$NWS_{a} = NWS_{b} - 13,3\log\left(\frac{D_{ca}}{D_{cb}}\right) + 16,6\log\left(\frac{W_{ca}}{W_{cb}}\right) + 3,3\log\left(\frac{\rho_{a}}{\rho_{b}}\right)$
5	$NWS_{a} = NWS_{b} + 10\log\left(\frac{\dot{M}_{a}}{\dot{M}_{b}}\right) + 20\log\left(\frac{P_{esa}}{P_{esb}}\right)$
6	$NWS_{a} = NWS_{b} + 23,3 \log\left(\frac{\dot{M}_{a}}{\dot{M}_{b}}\right) + 26,6 \log\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_{a}}{\boldsymbol{\sigma}_{b}}\right) + 20 \log\left(\frac{\rho_{a}}{\rho_{b}}\right)$
7	$NWS_{a} = NWS_{b} + 35\log\left(\frac{P_{esa}}{P_{esb}}\right) - 20\log\left(\frac{\varpi_{a}}{\varpi_{b}}\right) - 15\log\left(\frac{\rho_{a}}{\rho_{b}}\right)$
8	$NWS_{a} = NWS_{b} + 20\log\left(\frac{W_{ca}}{W_{cb}}\right) - 10\log\left(\frac{\varpi_{a}}{\varpi_{b}}\right)$
9	$NWS_{a} = NWS_{b} + 10\log\left(\frac{W_{ca}}{W_{cb}}\right) + 10\log\left(\frac{P_{esa}}{P_{esb}}\right)$
10	$NWS_{a} = NWS_{b} + 14\log\left(\frac{W_{ca}}{W_{cb}}\right) + 8\log\left(\frac{\overline{\omega}_{a}}{\overline{\omega}_{b}}\right) + 6\log\left(\frac{\rho_{a}}{\rho_{b}}\right)$

Tabela 2.2 – Relações para o ruído aerodinâmico entre ventiladores semelhantes (Jorgensen, 1961).

Índice  $a \Rightarrow$  conjunto ventilador alterado, semelhante ou proposto; Índice  $h \Rightarrow$  conjunto ventilador encajado ou do referência

Índice  $b \Rightarrow$  conjunto ventilador ensaiado ou de referência.

Com o objetivo de avaliar a eficácia do uso das equações citadas nesta seção, no Capítulo 4 serão apresentados resultados comparativos com aqueles obtidos em ensaios.

No entanto, é necessário construir experimentalmente ou numericamente relações que possam ser utilizadas em projetos de sistema de ventilação e que permitam otimizar os projetos atuais, principalmente quando se refere à redução de ruído. As técnicas de *CFD* possuem o potencial de permitir, de uma forma relativamente econômica, analisar o comportamento de ventiladores com relação ao desempenho dinâmico e também, na geração

de ruído, através das analogias acústicas. Assim, a seguir, descreve-se a teoria para a determinação do escoamento turbulento para a geometria de interesse e que serve de base para a implementação da solução numérica discutida mais adiante.

#### 2.2 Modelos de escoamento turbulento.

A solução do escoamento turbulento é obtida através da resolução dos campos de velocidade, pressão e massa específica, que são fornecidos pelo conjunto de equações de conservação junto com a equação de estado.

A equação da conservação da massa na forma conservativa e em notação indicial é,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho U_i)}{\partial x_i} = 0 \quad . \tag{2.3}$$

A equação da conservação da quantidade de movimento linear na forma conservativa, também utilizando uma notação indicial, é,

$$\frac{\partial(\rho U_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i U_j)}{\partial x_i} = f_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} .$$
(2.4)

Nesta equação,  $f_i$  representa as forças de corpo por unidade de volume e  $\tau_{ij}$  é o tensor tensão viscoso. Considerando o fluido como sendo newtoniano, pode-se representar o tensor tensão viscoso  $\tau_{ij}$  por,

$$\tau_{ij} = 2\mu \left( S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \delta_{ij} \right), \qquad (2.5)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade dinâmica,  $\delta_{ij}$  é o tensor identidade e  $S_{ij}$  é o tensor taxa de deformação, dado por,

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right].$$
(2.6)

Substituindo esta definição para o tensor tensão viscoso na equação de conservação da quantidade de movimento linear obtém-se a equação de Navier-Stokes.

Para completar o sistema de equações, utiliza-se a equação termodinâmica de estado que relaciona a pressão *P*, densidade  $\rho$  e temperatura absoluta  $T_f$  do fluido. Para um gás perfeito ela é,

$$PV_g = m_g RT_f$$
 ou  $P = \rho RT_f$ , (2.7)

onde,  $m_g$  é massa do gás,  $V_g$  é o volume,  $M_g$  é a massa molar do gás e R é a constante universal para o gás considerado, dada por,

$$R = \frac{R_u}{M_g} \tag{2.8}$$

onde,  $R_u$  é a constante universal dos gases e  $M_g$  é a massa molar do gás.

Aqui, considera-se que a temperatura é constante. Para a temperatura média do escoamento  $T_{f,0}$ , a viscosidade dinâmica, ou absoluta,  $\mu$ , para o ar pode ser obtida através da fórmula de Sutherland, conforme ,

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{T_{f,ref} + S_S}{T_{f,0} + S_S} \left(\frac{T_{f,0}}{T_{f,ref}}\right)^{n_S} , \qquad (2.9)$$

onde,  $\mu_0$  é a viscosidade molecular de referência,  $S_S$  é a constante de Sutherland que é característica do gás,  $T_{f,ref}$  é usualmente igual a 273 K e  $n_S$  é o expoente da relação de temperatura, usualmente igual 1,50<sup>4</sup>.

A solução do problema fornece os campos de velocidade  $U_i$  e pressão P que possibilita a obtenção das variáveis de desempenho dinâmico do sistema de ventilação conforme a relação apresentada pela Equação (2.1). Da mesma forma a obtenção dos níveis de ruído sonoro, é possível através das analogias acústicas, que serão discutidas e equacionadas mais adiante.

A solução direta do escoamento turbulento a partir das equações de Navier-Stokes, através de análise numérica, ou DNS (Direct Numerical Simulation), é atualmente inviável a

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Ressalta-se que, no presente trabalho, não será considerado na solução numérica a parcela térmica, de tal forma que o valor da viscosidade dinâmica será constante em toda a simulação, com valor de  $\mu = 1,831 \cdot 10^{-5}$  Pa<sup>s</sup>.

aplicações industriais devido à grande quantidade de recursos computacionais exigidos. Assim, este procedimento é atualmente restritto a situações geometricamente mais simples e com o objetivo de obter informações sobre parâmetros de difícil, ou impossível medição experimental direta (Deschamps, 2002). Estas informações auxiliam no refino de modelos numéricos existentes, ou até mesmo, no desenvolvimento de outros, mais adequados a determinadas situações.

A necessidade do uso modelos de turbulência é, então, devido à impraticabilidade de resolver todas as escalas de comprimento e de tempo de um escoamento turbulento usando simulações de *CFD*. Dentre os modelos mais usados, os chamados modelos *RANS* (*Reynolds Averaged Navier Stokes*) são os mais utilizados em aplicações industriais. Dentre os modelos *RANS*, os que oferecem suficiente generalidade e flexibilidade, são os modelos a duas equações (ANSYS CFX, 2007).

Os modelos *RANS* são obtidos pela decomposição das variáveis do escoamento em componentes médias e componentes flutuantes, que representam os efeitos da turbulência. Este procedimento é chamado de decomposição de Reynolds. A média temporal, utilizando como exemplo a velocidade  $U_i$  na notação indicial, é definida como,

$$U_{0_{i}}(x_{i}) = \lim_{\Gamma \to \infty} \frac{1}{2\Gamma} \int_{-\Gamma}^{+\Gamma} U_{i}(x_{i}, t) dt$$
(2.10)

onde,  $\Gamma$  é o período de tempo suficientemente longo para que a média represente de fato o comportamento estacionário do escoamento (Alho e Ilha, 2006).

As equações de conservação são então escritas em termos das variáveis médias e os termos adicionais que dependem das flutuações são modelados.

Utilizando este procedimento, a decomposição das variáveis do escoamento em média e flutuação pode ser representada em notação indicial por,

$$P(x_i,t) = P_0(x_i) + p(x_i,t), \qquad (2.11)$$

$$\rho(x_i, t) = \rho_0(x_i) + \rho'(x_i, t), \qquad (2.12)$$

$$U_{i}(x_{i},t) = U_{0i}(x_{i}) + u_{i}(x_{i},t).$$
(2.13)

Embora um procedimento mais rigoroso que leva em consideração variações de densidade no processo de promediação das equações de transporte (média de Favre), aqui será adotado, por simplicidade de apresentação, que o fluido é incompressível e, assim,  $\rho \cong \rho_0$ .

Substituindo as decomposições na equação da conservação da massa, obtém-se

$$\frac{\partial U_{0i}}{\partial x_i} = 0 \tag{2.14}$$

Substituindo as decomposições na equação da conservação da quantidade de movimento linear e rearranjando os termos obtém-se,

$$\frac{\partial(\rho_0 U_{0_i})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0 U_{0_i} U_{0_j})}{\partial x_i} = f_{0_i} - \frac{\partial P_0}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\tau}_{ij} - \rho_0 \overline{u_i u_j}).$$
(2.15)

onde  $f_0$  é a média temporal da força de corpo por unidade de volume do fluido.

Um termo extra, relacionado às componentes flutuantes, chamado de tensor de Reynolds ou de tensões turbulentas,  $\rho_0 \overline{u_i u_j}$ , aparece na equação da conservação da quantidade de movimento linear e representa a transferência de quantidade de movimento linear adicional causada pela turbulência (Deschamps, 2002).

O principal problema no modelamento é como calcular o tensor de Reynolds a partir das quantidades médias conhecidas. Geralmente as tensões de Reynolds são modeladas utilizando o conceito de viscosidade turbulenta. A hipótese de Boussinesq estabelece que as tensões turbulentas são proporcionais ao produto do tensor médio de deformação pela viscosidade cinética turbulenta  $\mu_t$ . Diferentemente da viscosidade dinâmica molecular, esta é uma propriedade do escoamento e não do fluido.

Ao longo dos últimos anos, a hipótese de Boussinesq, na forma generalizada proposta por Kolmogorov, tem proporcionado um dos métodos mais empregados para a previsão de escoamentos turbulentos. A partir de Kolmogorov, o tensor de Reynolds pode ser avaliado, para escoamentos incompressíveis, através de (Deschamps, 2002),

$$\rho_0 \overline{u_i u_j} = -\mu_t \left[ \frac{\partial U_{0_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{0_j}}{\partial x_i} \right] + \frac{2}{3} \rho_0 k \delta_{ij} , \qquad (2.16)$$

onde k representa a energia cinética turbulenta por unidade de massa e é dada por,

$$k = \frac{\overline{u_i u_i}}{2}.$$
 (2.17)

Proposições adicionais para a obtenção da viscosidade cinética turbulenta  $\mu_t$  são necessárias e é este o ponto que diferencia os diversos modelos. Os diferentes modelos resultam em diferentes equações de transporte e constantes de fechamento.

Nos modelos a duas equações a primeira equação refere-se à equação de transporte da energia cinética turbulenta, k, e a segunda equação refere-se a alguma variável que se relaciona à viscosidade cinética turbulenta,  $\mu_t$ . Os modelos mais comumente utilizados são os que utilizam a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de massa,  $\varepsilon$ , chamado de modelo k- $\varepsilon$ ; e a taxa de dissipação de energia por unidade de volume e tempo (Alho e Ilha, 2006) ou taxa de dissipação específica da energia cinética turbulenta (*specific energy dissipation rate*),  $\omega$ , chamado de modelo k- $\omega$ . Estes serão descritos a seguir.

### 2.2.1 Modelo *k*-ε.

No modelo k- $\varepsilon$  as equações de transporte para a energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta,  $\varepsilon$ , são, respectivamente (Vieser *et al.*, 2002),

$$\frac{\partial(\rho_0 k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0 U_{0i} k)}{\partial x_i} = P_k - \rho_0 \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_i} \right), \qquad (2.18)$$

e

$$\frac{\partial(\rho_0 \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0 U_{0i} \varepsilon)}{\partial x_i} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho_0 \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma_{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right), \qquad (2.19)$$

onde,

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$$
 e  $\Gamma_\varepsilon = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}$  (2.20)

Nas Equações (2.18) e (2.19) a variável  $P_k$  representa a geração de energia cinética turbulenta devido à taxa de deformação do escoamento médio,

$$P_{k} = \mu_{t} \left[ \frac{\partial U_{0_{i}}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial U_{0_{j}}}{\partial x_{i}} \right] \frac{\partial U_{0_{i}}}{\partial x_{j}} - \frac{2}{3} \rho_{0} k \,\delta_{ij} \frac{\partial U_{0_{i}}}{\partial x_{j}} \,.$$

$$(2.21)$$

A viscosidade turbulenta  $\mu_t$  é dada por,

$$\mu_t = C_\mu \,\rho_0 \frac{k^2}{\varepsilon} \,\,, \tag{2.22}$$

e as constantes do modelo são,

$$\begin{cases} C_{\varepsilon_{1}} = 1,44 \\ C_{\varepsilon_{2}} = 1,92 \\ C_{\mu} = 0,09 \\ \sigma_{k} = 1,00 \\ \sigma_{\varepsilon} = 1,30 \end{cases}$$
(2.23)

Tais constantes são determinadas experimentalmente e por otimização computacional. Mais detalhes a respeito do equacionamento destas constantes e metodologia recomenda-se consultar Deschamps (2002).

Por fim, algumas das deficiências do modelo k- $\varepsilon$  devem ser citadas. O modelo k- $\varepsilon$  é falho na previsão de escoamentos afastados da condição de equilíbrio local, de tal forma que o modelo deve ser utilizado com cautela na previsão de escoamentos complexos. Os erros neste modelo se devem ao uso de uma relação entre as tensões de Reynolds e as taxas de deformação do escoamento médio semelhante à usada no escoamento laminar e também devido a pouca fundamentação física da equação de transporte de  $\varepsilon$  (Deschamps, 2002). Outro ponto é que o modelo k- $\varepsilon$  é considerado um modelo muito robusto, porém, que não consegue capturar corretamente o descolamento de escoamentos.

Geralmente, os modelos de turbulência baseados em equações da taxa de dissipação viscosa,  $\varepsilon$ , predizem o ponto de descolamento mais afastados do que o ponto onde ele é observado experimentalmente (ANSYS CFX, 2007), subestimando, por exemplo, o valor de forças de arraste em corpos submersos

#### 2.2.2 Modelo *k*-ω.

No modelo k-a as equações de transporte são (Vieser et al., 2002),

$$\frac{\partial(\rho_0 k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0 U_{0i} k)}{\partial x_i} = P_k - \beta' \rho_0 k \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_i} \right), \qquad (2.24)$$

e,

$$\frac{\partial(\rho_0\,\omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0\,U_{0i}\omega)}{\partial x_i} = \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \,\rho_0\,\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial\omega}{\partial x_i}\right),\tag{2.25}$$

onde,

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$$
 e  $\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}$ . (2.26)

A viscosidade turbulenta  $\mu_t$  é dada por,

$$\mu_t = \rho_0 \frac{k}{\omega},\tag{2.27}$$

e as constantes de fechamento do modelamento são,

$$\begin{cases} \beta' = 0,09 \\ \alpha = 5/9 \\ \beta = 3/40 \\ \sigma_k = 2,00 \\ \sigma_{\omega} = 2,00 \end{cases}$$
(2.28)

Uma das vantagens do modelo k- $\omega$  sobre o modelo k- $\varepsilon$  é o tratamento próximo à parede, para escoamentos com baixo número de Reynolds, isto é, obtém melhores resultados perto da parede, com resultados mais realísticos do descolamento da camada limite.

No entanto, em escoamentos livres, a equação de  $\omega$  possui uma sensibilidade muito grande o que acaba inviabilizando a troca definitiva do modelo do k- $\varepsilon$  pelo k- $\omega$ .

# 2.2.3 Modelo SST.

Como comentado anteriormente, um dos principais problemas no modelamento da turbulência é a precisão na predição do descolamento da camada limite. Modelos a duas equações falham na predição do ponto de início do descolamento, quando ocorrem condições adversas de gradientes de pressão.

Atualmente, um dos modelos a duas equações mais promissores é o modelo k- $\omega$  baseado no transporte da tensão cisalhante ou *SST* (*Shear Stress Transport*), que foi desenvolvido especialmente para dar uma precisão mais elevada na predição do descolamento da camada limite através da inclusão de efeitos de transporte na formulação da viscosidade turbulenta (ANSYS CFX, 2007).

A idéia por trás do modelo *SST* é combinar os melhores elementos dos modelos k- $\varepsilon$  e k- $\omega$ , introduzindo uma função de mistura,  $F_{SST,1}$ . Esta função é igual a um na superfície e zero na região afastada e em escoamentos livres. Assim, resumidamente, esta função ativa o modelo k- $\omega$  na região próxima à parede e ativa o modelo k- $\varepsilon$  no resto do escoamento (Vieser *et al.*, 2002).

A formulação do modelo SST é,

$$\frac{\partial(\rho_0 k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0 U_{0i}k)}{\partial x_i} = \left(\widetilde{P}_k - \beta^* \rho_0 k \omega\right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_i}\right), \qquad (2.29)$$

e,

$$\frac{\partial(\rho_0\,\omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0\,U_{0i}\omega)}{\partial x_i} = \left(\frac{\gamma}{v_i}P_k - \beta\,\rho_0\,\omega^2\right) + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma_\omega\,\frac{\partial\omega}{\partial x_i}\right) + (1 - F_{SST,1})\left(2\,\rho_0\,\sigma_{\omega^2}\,\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_i}\frac{\partial\omega}{\partial x_i}\right), \quad (2.30)$$

onde,

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}, \quad \Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}, \quad V_t = \frac{\mu_t}{\rho_0}, \quad P_k = \tau_{ij} \frac{\partial U_{0i}}{\partial x_j} \quad e \quad \widetilde{P}_k = \min(P_k; c_l \varepsilon).$$
 (2.31)

As constantes de fechamento das equações são dependentes da função de mistura  $F_{SST,1}$ , tal que, considerando uma constante genérica,  $\chi$ , a equação de mistura é,

$$\chi = F_1 \chi_1 + (1 - F_{SST,1}) \chi_2 \quad , \tag{2.32}$$

onde,  $\chi_1 e \chi_2$  são as constantes relacionadas aos modelos *k*- $\omega$  e *k*- $\varepsilon$ , respectivamente, dadas por,

$$\chi_{1} = \begin{cases} \sigma_{k1} = 2,0000 \\ \sigma_{\omega 1} = 2,0000 \\ \gamma_{1} = 0,5532 \\ \beta_{1} = 0,0750 \\ \beta^{*} = 0,0900 \\ c_{l} = 10,0000 \end{cases} \qquad \chi_{2} = \begin{cases} \sigma_{k2} = 1,0000 \\ \sigma_{\omega 2} = 1,1680 \\ \gamma_{2} = 0,4403 \\ \beta_{2} = 0,0828 \\ \beta^{*} = 0,0900 \end{cases}$$
(2.33)

Para a função de mistura, assume-se,

$$F_{SST,1} = \tanh(arg_{SST,1}^4) \quad e \quad arg_{SST,1} = \min\left(\max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}; \frac{500\nu}{y^2\omega}\right); \frac{4\rho_0 k}{CD_{k\omega}\sigma_{\omega 2} y^2}\right), \quad (2.34)$$

$$CD_{k\omega} = \max\left(2\rho_0 \frac{1}{\omega \sigma_{\omega 2}} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}; 10^{-10}\right), \qquad (2.35)$$

onde y é a distância a partir da superfície de não deslizamento e v é a viscosidade cinemática. A viscosidade turbulenta  $\mu_t$  é dada por,

$$\mu_{t} = \rho_{0} \frac{a_{1} k}{\max(a_{1} \omega; S_{SST} F_{SST,2})},$$
(2.36)

onde  $a_1 = 0,3100$  e  $F_{SST,2}$  é tende a 0 em escoamentos na camada limite e a 1 em escoamentos livres. Este limitador na viscosidade turbulenta tem como objetivo corrigir a previsão do ponto de separação do escoamento em superfícies lisas, que o modelo k- $\omega$  base utilizado para o *SST* ainda apresentava (Menter, 1994). As variáveis apresentadas na Equação (2.36) são dadas por,

$$F_{SST,2} = \tanh(arg_{SST,2}^2)$$
,  $arg_{SST,2} = \max\left(2\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}; \frac{500\nu}{y^2\omega}\right)$  e  $S_{SST} = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ , (2.37)

 $S_{SST}$  é uma medida invariante do tensor taxa de deformação  $S_{ij}$  definido na Equação (2.6).

A discussão da forma adotada para a função de mistura e demais constantes do modelo está além do escopo deste trabalho e mais informações podem ser obtidas em Menter (1994) e Vieser *et al.* (2002).

A seguir, antes de apresentar sucintamente o método de discretização aplicada às técnicas de *CFD*, apresentam-se as analogias acústicas que serão comparadas aos resultados experimentais no Capítulo 4.

# 2.3 Previsão de ruído aerodinâmico através das analogias acústicas.

Diferentemente dos valores de vazão e potência consumida, que são obtidos diretamente das variáveis resultantes de simulações numéricas em *CFD*, a predição do nível de ruído sonoro necessita de um equacionamento extra, além de simulações mais detalhadas, geralmente com a discretização do modelo através de malhas de volumes finitos altamente refinadas e solução em regime transiente, que necessitam de grande esforço computacional. No presente trabalho, no entanto, se busca metodologias relativamente mais simples, baseadas na solução para regime permanente, mas que possuam um embasamento teórico adequado e que sirvam para definir diretrizes em novos projetos.

Assim, a seguir, desenvolve-se uma breve revisão da teoria de aerodinâmica e aeroacústica, necessária para a abordagem das chamadas analogias acústicas que disponibilizam ferramentas numéricas, permitindo a análise conforme os objetivos traçados no presente trabalho.

# 2.3.1 Considerações iniciais sobre aerodinâmica, aeroacústica e analogias acústicas.

O som pode ser caracterizado como um conjunto de ondas de pressão que se propagam através de um meio elástico a uma velocidade característica, originárias de alguma perturbação. É uma transferência molecular de energia e não se transmite no vácuo, pois, para que tal propagação ocorra, o meio deve possuir inércia e elasticidade.

As perturbações podem apenas oscilar ou podem oscilar e se deslocar ao mesmo tempo. Quando uma superfície sólida oscila e/ou se move em meio a um fluido como o ar ou a água, inúmeras perturbações são geradas. Essas perturbações são percebidas como alterações nas propriedades do fluido, tais como massa específica, pressão, temperatura e velocidade.

Sob o ponto de vista de mecânica de fluidos, são dois os tipos fundamentais de perturbações (Brandão, 2004):

 (i) Originárias do escoamento, resultante das flutuações de pressão induzidas pela turbulência e escoamentos oscilantes. Ou então, resultantes de perturbações estabelecidas nas proximidades de uma superfície sólida e que a acompanham enquanto ela se desloca. Estas são as perturbações do tipo hidrodinâmicas; e,

(ii) Originárias da vibração de superfícies sólidas, resultando em geração e irradiação da energia sonora que emanam da superfície e que se propagam em todas as direções através do meio, com a velocidade do som. Estas são as perturbações do tipo acústicas.

Quando o fluido é o ar, ao estudo das perturbações hidrodinâmicas dá-se o nome de aerodinâmica e ao estudo das perturbações acústicas dá-se o nome de aeroacústica, ou simplesmente acústica.

Os dois tipos de perturbações coexistem e se realimentam de diversas formas. Quando a velocidade da superfície é baixa em relação à velocidade do som, pode-se desacoplar o estudo destes campos de perturbações. Quando, porém, a velocidade da superfície aproximase da velocidade do som no meio, os dois campos de perturbações passam a interagir com maior intensidade. Como resultado desse processo não-linear, pode surgir ondas de choque e de expansão, entre outros fenômenos.

Em acústica, a região de interesse está usualmente próxima à estrutura vibrante. Assim, as partículas do fluido vibram com a mesma amplitude e freqüência da superfície, gerando ondas sonoras que se propagam através do fluido estacionário até o receptor (na verdade o fluido tem uma velocidade que resulta da onda sonora, mas a velocidade média, devido à onda, é zero). A região de interesse na análise, ou seja, o fluido oscilando não contém qualquer fonte sonora, ou seja, as fontes responsáveis pela perturbação acústica são externas ao escoamento. Um exemplo típico é o som produzido por um instrumento musical de cordas.

A teoria de acústica clássica (com base na solução da equação homogênea da onda) é utilizada para a análise das ondas sonoras geradas por perturbações acústicas. A partir da solução da flutuação da pressão acústica no tempo (ou de qualquer outra variável do campo de flutuação) é possível descrever o campo ondulatório externo à fonte. Por fim, este campo ondulatório pode ser completamente modelado em termos de combinações de fontes sonoras discretas que compõem uma situação geral.

Em aerodinâmica, por outro lado, as fontes sonoras não são facilmente identificáveis. A região de interesse está inserida no escoamento e pode, ou não, estar deslocando-se com o este. Ou seja, o fluido contém fontes sonoras e estas são continuamente geradas e transportadas pelo próprio escoamento.

Utilizando a mesma abordagem do ruído aeroacústico, as fontes aerodinâmicas são então incluídas na equação da onda, só que desta vez, tornando-a não-homogênea e a solução agora inclui tanto as fontes como o próprio campo ondulatório. A metodologia mais difundida para a predição de ruído, tanto de origem aerodinâmica, como de origem acústica é a combinação das equações governantes da mecânica dos fluidos para a obtenção da equação de onda em termos das variáveis que caracterizam as perturbações.

Tal metodologia foi desenvolvida por James Lighthill na década de 1950, quando a geração do som associada com motores a jato começava a ser estudada. A idéia foi identificar as fontes sonoras como sendo a diferença entre o escoamento gerador de ruído e um escoamento de referência ideal. Este procedimento deu origem às chamadas analogias acústicas, entre as quais estão o modelo de Lighthill. Mais adiante, após a demonstração da obtenção da equação da onda, será apresentado o modelo de Lighthill (e outros) em mais detalhes. Estes outros modelos, utilizando princípios semelhantes, ou mesmo, são derivados do trabalho de Lighthill. Dentre eles, apresentar-se-á a analogia de Powell-Howe e a analogia de Lowson.

2.3.2 A equação homogênea da onda sonora.

Três métodos são utilizados na abordagem de problemas em acústica, segundo Norton e Karczub (2003) (continuando a lista anterior):

- (iii) Onda acústica;
- (iv) Raio acústico;
- (v) Energia acústica.

O método da onda acústica descreve a propagação da onda usando, ou modelos moleculares, ou modelos da mecânica do contínuo. Nos modelos baseados na mecânica do contínuo consideram-se os movimentos e deformações de partículas do fluido, onde uma partícula é um volume de fluido grande o bastante para conter muitas moléculas, porém suficientemente pequeno, de tal forma que os campos de densidade, pressão e temperatura capturem acuradamente as variações temporais e espaciais macroscópicas de interesse.

O método do raio acústico descreve a propagação da onda ao longo de grandes distâncias. Famílias de raios são usadas para caracterizar a propagação de ondas sonoras e também não homogeneidades, tais como os gradientes de temperatura e velocidade. Para grandes distâncias o processo de traçado de raios acústicos é preferido porque aproxima e simplifica a abordagem exata da onda. No entanto, tal abordagem não é relevante ao estudo de ruído industrial, sendo mais adequada à propagação do som em locais abertos ou subaquáticos de longa distância.

Finalmente, a energia acústica descreve a propagação das ondas sonoras em termos da transferência da energia de vários parâmetros estatísticos, onde técnicas como a análise

estatística energética (S.E.A. – Statistical Energy Analysis) são usadas (Norton e Karczub, 2003).

O método da onda acústica é, provavelmente, a mais fundamental e importante abordagem para o estudo das disciplinas de acústica e, por este motivo, será o enfoque adotado neste trabalho.

A propagação de ondas sonoras em um fluido invíscido se dá na forma de ondas longitudinais simples (planas) com regiões de compressão e rarefação, conforme a Figura 2.3. Ou seja, as partículas oscilam a favor e contra a direção de propagação.



Figura 2.3 – Ondas sonoras planas.

Assim, a pressão em cada ponto do escoamento muda com a compressão e a expansão do fluido, caracterizando uma perturbação, ou seja, ocorre um desequilíbrio mecânico local, ressalta-se, porém, que, a menos que ocorram eventos extremamente violentos, a distribuição de velocidades molecular de Maxwell-Boltzmann permanece válida. Como o meio contínuo tende a restabelecer a condição de equilíbrio, um dos mecanismos utilizados é a propagação de tal perturbação. Nota-se que outros mecanismos de estabelecimento de equilíbrio, que são a transmissão de calor das regiões comprimidas para as regiões em expansão e a dissipação de energia por efeitos viscosos também ocorrem. No entanto, no momento, todos os efeitos dissipativos (irreversíveis) serão negligenciados. O ciclo termodinâmico reversível de propagação da onda é então mostrado esquematicamente na Figura 2.4.



Figura 2.4 – Ciclo de propagação das ondas sonoras.

Nota-se que na propagação de ondas longitudinais, o próprio fluido compressível participa com as propriedades de inércia e elasticidade necessárias para o movimento da onda: A compressibilidade do fluido proporciona a força que restitui o estado do fluido (a elasticidade) e o produto de massa vezes velocidade (a inércia do fluido) proporciona a quantidade de movimento que reinicia a compressão. Como um fluido não resiste a esforços tangenciais (pelo menos os newtonianos), não existe a possibilidade de propagação de ondas transversais, apenas ondas longitudinais podem existir.

Quatro propriedades possuem maior relevância ao estudo das ondas sonoras, chamadas de variáveis acústicas. São elas: pressão P, densidade  $\rho$ , temperatura  $T_f$  e velocidade  $\vec{U}$ . As três primeiras são quantidades escalares, enquanto a velocidade é uma quantidade vetorial.

Na presença de um campo acústico, cada uma delas é caracterizada pela soma do valor médio e a componente flutuante correspondente,

$$P(\vec{x},t) = P_0(\vec{x}) + p(\vec{x},t), \qquad (2.38)$$

$$\rho(\vec{x},t) = \rho_0(\vec{x}) + \rho'(\vec{x},t), \qquad (2.39)$$

$$T_f(\vec{x},t) = T_{f,0}(\vec{x}) + T_f'(\vec{x},t), \qquad (2.40)$$

$$\vec{U}(\vec{x},t) = \vec{U}_0(\vec{x}) + \vec{u}(\vec{x},t) .$$
(2.41)

onde  $\rho'$ , p,  $T_f'$  e  $\vec{u}$  são as flutuações de densidade, pressão, temperatura e velocidade. As variáveis com o subscrito 0 descrevem o campo de referência.

Assim, a equação da onda pode ser definida em termos de qualquer uma destas quatro variáveis. Em acústica a componente flutuante da pressão  $p(\vec{x},t)$  é comumente calculada, pois esta é a grandeza de mais fácil medição na prática.

Para o desenvolvimento da equação da onda acústica são necessárias equações que descrevem o comportamento e inter-relacionamento das variáveis acústicas. E, neste desenvolvimento, assume-se que o fluido é contínuo, isotrópico, substância pura, simplesmente compressível, invíscido e perfeitamente elástico. Não existem outras formas de trabalho além de trabalho de compressão e forças de corpo são negligenciadas.

A primeira relação é a equação da continuidade ou da conservação da massa, a segunda é a equação da conservação da quantidade de movimento linear e a terceira é a equação termodinâmica de estado (já mostrada na Seção 2.2 e não será reeditada aqui).

# Conservação da massa.

A equação da conservação da massa ou equação da continuidade pode ser escrita como,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \rho \,\vec{U} = 0\,, \qquad (2.42)$$

onde  $\vec{\nabla}$  é o operador divergente dado por,

$$\vec{\nabla} = \left\{ \frac{\partial}{\partial x_1} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial x_2} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial x_3} \vec{k} \right\} , \qquad (2.43)$$

onde,  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  são os valores das ordenadas e,  $\vec{i}, \vec{j} \in \vec{k}$  são os vetores unitários dos respectivos eixos de um sistema de coordenadas ortogonal de referência.

A Equação (2.42) expressa que a variação da massa em um volume de controle infinitesimal é igual ao balanço local de fluxo de massa, ou seja, não pode haver nem criação nem destruição de massa em um escoamento.

#### Conservação da quantidade de movimento linear.

A equação da conservação da quantidade de movimento linear para um fluido invíscido, equação de Euler, na ausência de força de corpo é,

$$\rho \frac{\mathrm{d}\vec{U}}{\mathrm{d}t} + \vec{\nabla}P = 0.$$
 (2.44)

Esta equação expressa que a variação da quantidade de movimento linear do fluido, representada pelo primeiro termo (massa por unidade de volume multiplicada pela aceleração), contrapõe-se ao desequilíbrio local de forças de pressão, representado pelo segundo termo (balanço de forças de pressão por unidade de volume). Expandindo a derivada material  $d\vec{U}/dt$  e escrevendo na forma conservativa, tem-se

$$\frac{\partial \rho \vec{U}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left(\rho \vec{U} \vec{U}\right) + \vec{\nabla} P = 0.$$
(2.45)

Nota-se que a primeira parcela do lado esquerdo corresponde à aceleração local e a segunda à aceleração convectiva do fluido em escoamento.

#### A velocidade de propagação de uma onda sonora.

A velocidade de propagação do som em um meio compressível é dada por (ver dedução no Apêndice A )

$$c^{2} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{S}, \qquad (2.46)$$

onde a derivada da pressão com a densidade é tomada de forma a manter a entropia constante, assumindo que a onda sonora é uma pequena perturbação no campo de pressão propagando de forma adiabática e reversível.

Para um gás perfeito, a velocidade de propagação do som torna-se

$$c = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \quad . \tag{2.47}$$

onde  $\gamma = C_P/C_V$  é o coeficiente de expansão adiabática, sendo  $C_P$  é a capacidade térmica a pressão constante e  $C_v$  é a capacidade térmica a volume constante.

Para pequenas flutuações de pressão e densidade, é possível admitir que,

$$c \approx c_0 \approx \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$$
, (2.48)

onde  $c_0$  é a velocidade do som no ar, nas condições médias do ambiente.

# Equações da acústica.

O campo de referência é escolhido de forma a satisfazer o escoamento sobre o qual se sobrepõe o campo de flutuação, que relaciona-se à propagação de ondas sonoras. Assim, o campo de variáveis de referência é escolhido de forma a satisfazer as equações de continuidade, Equação (2.42), e de conservação da quantidade de movimento linear para um fluido invíscido, Equação (2.45). Assim, é possível escrever,

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho_0 \vec{U}_0 = 0 , e \qquad (2.49)$$

$$\frac{\partial \rho_0 \vec{U}_0}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left( \rho_0 \vec{U}_0 \vec{U}_0 \right) + \vec{\nabla} P_0 = 0 \quad . \tag{2.50}$$

Para obter as equações para o campo de flutuações, que descreverão a propagação das ondas acústicas, começa-se substituindo as decomposições na equação da conservação da massa, obtendo-se,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 + \rho') + \bar{\nabla} \cdot (\rho_0 + \rho') (\vec{U}_0 + \vec{u}) = 0 , \qquad (2.51)$$

realizando-se as operações, resulta em,

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left( \rho_0 \vec{U}_0 + \rho_0 \vec{u} + \rho' \vec{U}_0 + \rho' \vec{u} \right) = 0 \quad .$$
(2.52)

Observa-se que o termo  $\rho' \vec{u}$  é de segunda ordem e pode ser negligenciado<sup>5</sup>. Assim,

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left( \rho_0 \vec{U}_0 + \rho_0 \vec{u} + \rho' \vec{U}_0 \right) = 0 \quad .$$
(2.53)

Utilizando a equação da continuidade para o campo de referência tem-se que a soma do primeiro e o terceiro termos é identicamente igual a zero, portanto,

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left( \rho_0 \, \vec{u} + \rho' \vec{U}_0 \right) = 0 \quad . \tag{2.54}$$

<sup>5</sup> O procedimento adotado aqui é equivalente à expansão em série de potência dos campos de densidade, pressão e velocidade, seguida do uso de uma aproximação de primeira ordem. Isto é aplicável quando os termos de ordem superior rapidamente tendem a zero. Portanto, nesta aproximação assume-se implicitamente que  $\rho' \ll \rho_0$  e  $\vec{u} \ll \vec{U}_0$ .

Substituindo agora as decomposições de  $\rho$ ,  $\vec{U} \in P$  na equação de Euler, na forma da Equação (2.45), obtém-se,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 + \rho')(\vec{U}_0 + \vec{u}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho_0 + \rho')(\vec{U}_0 + \vec{u})(\vec{U}_0 + \vec{u}) + \vec{\nabla}(P_0 + p) = 0 , \qquad (2.55)$$

novamente, realizando as operações e retendo somente os termos até primeira ordem, tem-se,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_0 \vec{U}_0 + \rho' \vec{U}_0 + \rho_0 \vec{u} \right) + \vec{\nabla} \cdot \left( \rho_0 \vec{U}_0 \vec{U}_0 + \rho_0 \vec{U}_0 \vec{u} + \rho_0 \vec{u} \vec{U}_0 + \rho' \vec{U}_0 \vec{U}_0 \right) 
+ \vec{\nabla} \left( P_0 + p \right) = 0 .$$
(2.56)

Utilizando a equação da conservação da quantidade de movimento linear do campo de referência para eliminar o primeiro, quarto e oitavo termos da Equação (2.56), obtém-se,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho' \vec{U}_0 + \rho_0 \vec{u} \right) + \vec{\nabla} \cdot \left( \rho_0 \vec{U}_0 \vec{u} + \rho_0 \vec{u} \vec{U}_0 + \rho' \vec{U}_0 \vec{U}_0 \right) + \vec{\nabla} p = 0 \quad .$$

$$(2.57)$$

Portanto, as equações de conservação para os campos de flutuação são,

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left( \rho_0 \, \vec{u} + \rho' \vec{U}_0 \right) = 0 \,, \, \mathbf{e}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho' \vec{U}_0 + \rho_0 \vec{u} \right) + \vec{\nabla} \cdot \left( \rho_0 \vec{U}_0 \vec{u} + \rho_0 \vec{u} \vec{U}_0 + \rho' \vec{U}_0 \vec{U}_0 \right) + \vec{\nabla} p = 0 \quad .$$

Algumas hipóteses adicionais podem ser utilizadas para simplificar as equações ainda mais. Assim, considerando um meio quiescente, ou seja, onde não existe um escoamento superposto ao campo acústico oscilatório,  $\vec{U}_0$  é igual a zero e o campo de velocidade possui apenas a componente de flutuação e, assim, obtém-se,

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left(\rho_0 \, \vec{u}\right) = 0, \, \mathbf{e} \tag{2.58}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 \vec{u}) + \vec{\nabla} p = 0 \quad . \tag{2.59}$$

Adota-se ainda a hipótese de que o campo de densidade de referência é constante, ou seja,  $\rho_0(\vec{x},t) \approx \rho_0$ . Neste caso,

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \bar{\nabla} \cdot \vec{u} = 0, \, \mathrm{e}$$
(2.60)

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{u} + \vec{\nabla} p = 0 \quad . \tag{2.61}$$

Cabe ressaltar que, considerando-se a conservação da massa como uma equação para a flutuação de densidade, observa-se que o valor local da densidade  $\rho = \rho_0 + \rho'$  é modificado pelo fluxo líquido de massa, porém, o fluxo de massa não transporta flutuação de densidade, apenas transporta o fluido na sua densidade de referência. Portanto, nesta aproximação ( $\vec{U}_0 = 0$  e  $\rho_0$  constante), embora o campo de velocidade do escoamento  $\vec{U} = \vec{u}$  não transporte explicitamente flutuação de densidade, o estado termodinâmico local do fluido, que depende de  $\rho = \rho_0 + \rho'$ , é afetado pelo campo de velocidade.

### A equação homogênea da onda sonora.

Uma equação que envolva somente a flutuação de pressão pode ser obtida da seguinte forma. Aplicando o operador divergente na Equação (2.61), tem-se,

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} p = 0 \quad , \tag{2.62}$$

substituindo a Equação (2.60) e usando a notação para o Laplaciano, resulta em,

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \nabla^2 p = 0 \quad . \tag{2.63}$$

As variações de densidade relacionam-se às variações de pressão em um processo isentrópico (adiabático e reversível), conforme mostrado na Equação (2.46). Assim, considerando  $P_0$  e  $\rho_0$  constantes, é possível realizar a seguinte relação,

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} , \qquad (2.64)$$

substituindo na Equação (2.63), resulta em,

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = 0 , \qquad (2.65)$$

que é a equação de uma onda elástica na ausência de dissipação. A Equação (2.65) é, portanto, a equação homogênea da onda sonora, com a componente flutuante da pressão  $p(\vec{x},t)$  como a variável dependente.

#### 2.3.3 Intensidade sonora, densidade de energia sonora e potência sonora.

Adicionalmente, três parâmetros têm importância no estudo de acústica: a intensidade sonora, a densidade de energia sonora e a potência sonora irradiada.

A intensidade sonora (ou acústica) é definida como a média no tempo do fluxo de energia sonora através de uma área unitária normal à direção de propagação da onda sonora.

Pela definição em dinâmica básica, potência é força vezes velocidade. Assim para o processo acústico, a potência instantânea é,

$$\Pi' = F \cdot \vec{u} \quad , \tag{2.66}$$

onde,  $\vec{F}$  é o vetor força atuando na partícula e  $\vec{u}$  é velocidade associada à partícula. A potência por unidade de área normal à direção de propagação da onda sonora é o vetor intensidade sonora instantânea  $\vec{I}$ , dado por,

$$\vec{I}' = p \vec{u} . \tag{2.67}$$

A média temporal do fluxo de potência instantânea que passa por uma área unitária é o vetor médio de intensidade sonora  $\vec{I}$ , dada por, segundo Norton e Karczub (2003),

$$\vec{I} = \frac{1}{\Gamma} \int_{0}^{\Gamma} p \, \vec{u} \, \mathrm{d}t = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\mathbf{p} \, \vec{\mathbf{u}}^{*}\} , \qquad (2.68)$$

onde,  $\vec{u}^*$ é o conjugado complexo da representação complexa da variável vetorial campo de velocidade  $\vec{u}$ , p é a representação complexa do campo de pressão e Re{} é o operador que extrai a parte real do número complexo. A representação em números complexos dos campos de pressão e velocidade decorre do princípio de que estes campos podem ser representados em série de Fourier e, portanto, podem ser tratados como variáveis harmônicas complexas, denotadas pela variável em negrito.

A representação complexa é uma forma adequada para a solução da equação da onda homogênea, Equação (2.65). Assim, admitindo uma onda sonora unidimensional propagandose na direção  $x_1$ , a solução em termos de variáveis complexas é dada por,

$$\mathbf{p}(\vec{x},t) = \mathbf{A}_{1} e^{i(\sigma t - kx_{1})} + \mathbf{A}_{2} e^{i(\sigma t + kx_{1})}, \qquad (2.69)$$

onde  $A_1$  e  $A_2$  são constantes complexas arbitrárias e dependem das condições de contorno iniciais. Na solução acima, *k* é o número de onda dado por,

$$k = \frac{\sigma}{c} . \tag{2.70}$$

onde,  $\varpi$  é freqüência angular da onda sonora.

O campo de velocidade  $\vec{u}$  para um escoamento invíscido é irrotacional. Portanto, pode-se definir um potencial de velocidade  $\phi$  tal que,

$$\vec{u} = \nabla \phi \quad . \tag{2.71}$$

Uma conseqüência da irrotacionalidade é que a excitação acústica de um fluido invíscido não produz escoamentos rotacionais, isto é, não haverá formação de tensões cisalhantes e, também, não será gerada turbulência.

Quando o efeito da viscosidade não puder ser completamente desprezado, o campo de velocidade não será irrotacional e será necessário desenvolver uma formulação mais completa que a apresentada aqui.

Substituindo a Equação (2.71) na Equação (2.61) resulta em,

$$\vec{\nabla} \left\{ \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} + p \right\} = 0 \quad . \tag{2.72}$$

Os termos entre chaves serão identicamente iguais a zero quando não houver nenhuma perturbação acústica presente. Assim, integrando a equação acima, a constante de integração será igual a zero e obtém-se,

$$p = -\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t}.$$
 (2.73)

Substituindo p na equação da onda, Equação (2.65), obtém-se,

$$\nabla^2 \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial t} \right\} = \frac{1}{c^2} \left\{ \frac{\partial^3 \phi}{\partial t^3} \right\}, \qquad (2.74)$$

ou,

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}.$$
 (2.75)

A flutuação de velocidade pode ser relacionada com a pressão acústica através da integração da equação da conservação da quantidade de movimento linear na forma,

$$\vec{u} = \vec{\nabla} \phi = -\int \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} p \, \mathrm{d}t$$
 (2.76)

Assim, substituindo a Equação (2.69) na Equação (2.76) obtém-se a flutuação de velocidade complexa na direção  $x_1$  como,

$$\vec{\mathbf{u}}(\vec{x},t) = \left\{ \frac{\mathbf{A}_1}{\rho_0 c} e^{i(\varpi t - kx_1)} - \frac{\mathbf{A}_2}{\rho_0 c} e^{i(\varpi t + kx_1)} \right\} \vec{i} \quad ,$$
(2.77)

onde,  $\vec{i}$  é o vetor unitário na direção  $x_1$ .

Portanto, considerando uma onda plana movendo-se na direção  $x_1$  positiva (ou seja, um problema unidimensional), as variáveis em temos complexos podem ser expressas utilizando a fórmula de Euler, da seguinte forma,

$$p(x,t) = \operatorname{Re}\{\mathbf{A}_{1}e^{i(\varpi t - kx_{1})}\} = \hat{p}\cos(\varpi t - kx_{1}) , \qquad (2.78)$$

onde,  $\hat{p}$  é a amplitude da flutuação de pressão no escoamento unidimensional considerado e,

$$u(x,t) = \operatorname{Re}\left\{\frac{\mathbf{A}_{1}}{\rho_{0} c} e^{i(\varpi t - kx_{1})}\right\} = \frac{\hat{p}}{\rho_{0} c} \cos(\varpi t - kx_{1}).$$
(2.79)

Como a flutuação de pressão é harmônica, é válido afirmar que  $p_{rms} = |\mathbf{p}(\vec{x},t)|/\sqrt{2}$ . Assim, a intensidade sonora média *I* é obtida substituindo as Equações (2.78) e (2.79) na Equação (2.68), obtendo-se,

$$I = \frac{\hat{p}^2}{2\rho_0 c} = \frac{p_{rms}^2}{\rho_0 c} \,. \tag{2.80}$$

A densidade de energia sonora é a energia sonora por unidade de volume. A energia transportada por uma onda sonora inclui a energia cinética do fluido em movimento e a energia potencial do fluido comprimido. Usando a aproximação da onda plana, uma relação simples pode ser obtida para a densidade de energia sonora. Tal aproximação é útil porque a maioria das ondas sonoras, quando longe da fonte, são assemelhantes às ondas sonoras planas.

Considerando um volume elementar de fluido não perturbado  $V_0$ , a sua energia cinética por unidade de volume é,

$$\frac{E_C}{V_0} = \frac{1}{2}\rho_0 u^2 = \frac{p^2}{2c^2\rho_0} , \qquad (2.81)$$

onde utilizou-se  $u = p/(\rho_0 c)$ . Quando o volume muda de  $V_0$  para  $V_1$ , há uma troca na energia potencial, ou seja,

$$E_{P} = -\int_{V_{0}}^{V_{1}} p \,\mathrm{d}V \,\,, \qquad (2.82)$$

onde o sinal negativo indica que uma flutuação positiva da pressão acústica produz um decréscimo no volume de fluido. Sendo  $\rho = M/V$ , têm-se,

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}V} = -\frac{M}{V^2} \,\,. \tag{2.83}$$

Combinando com a Equação (A.16) resulta em,

$$\mathrm{d}V = -\frac{V}{\gamma P}\mathrm{d}P\,.\tag{2.84}$$

Para pequenas mudanças na pressão e volume, pode-se aproximar a variação de volume por,

$$\mathrm{d}V = -\frac{V_0}{\gamma P_0} \mathrm{d}p \,. \tag{2.85}$$

Substituindo na Equação (2.82) e integrando de 0 a p, obtém-se a energia potencial por volume unitário, ou seja,

$$\frac{E_P}{V_0} = \frac{p^2}{2\gamma P_0} = \frac{p^2}{2c^2 \rho_0},$$
(2.86)

lembrando que  $c^2 = \gamma P_0 / \rho_0$ .

A energia total sonora por unidade de volume é a soma das energias cinética e potencial por unidade de volume. Assim, a densidade de energia sonora instantânea  $D_V$ ' é,

$$D_{V}' = \frac{E_{C}}{V_{0}} + \frac{E_{P}}{V_{0}} = \frac{p^{2}}{\rho_{0} c^{2}} , \qquad (2.87)$$

A densidade de energia média  $D_V$  é obtida pela integração da segunda representação da Equação (2.87), com relação ao tempo, assim,

$$D_{V} = \frac{p_{rms}^{2}}{\rho_{0} c^{2}} , \qquad (2.88)$$

ou seja,

$$D_V = \frac{I}{c} \quad . \tag{2.89}$$

As flutuações de pressão acústica e a intensidade sonora diminuem com o distanciamento da fonte sonora. Tais grandezas também dependem do local onde a fonte está inserida, isto é, dependem dos efeitos reverberantes resultantes das fronteiras sólidas do ambiente onde a fonte sonora está inserida.

A potência sonora, por outro lado, é independente da distância e do ambiente onde a fonte sonora está inserida<sup>6</sup>. A potência sonora ou acústica  $\Pi$  de uma fonte é a energia acústica total emitida pela fonte por unidade de tempo; também definida pela integral da intensidade sonora em um determinado ponto no espaço sobre uma superfície que é perpendicular ao fluxo da energia sonora, isto é,

$$\Pi = \int_{S} \vec{I} \, \mathrm{d}\vec{S} = IS \,. \tag{2.90}$$

2.3.4 Definição dos níveis de medição acústica.

# Definição da escala decibel (dB).

A escala decibel é uma escala logarítmica obtida através do produto de dez vezes o logaritmo decimal de uma razão entre um valor medido (ou desejado) e um valor de referência. Por exemplo, para expressar em decibéis o valor de uma grandeza X utiliza-se um valor de referência  $X_0$  e escreve-se,

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Em alguns casos os efeitos de superfícies reflexivas próximas à fonte sonora devem ser levados em consideração na determinação da potência sonora, principalmente quando as freqüências naturais da estrutura estão próximas das freqüências de excitação principais das fontes sonoras.
$$NXS = 10\log\left(\frac{X}{X_0}\right),\tag{2.91}$$

onde, *NXS* é o valor na escala decibel correspondente à razão  $X/X_0$  e  $X_0$  é um valor de referência.

A razão  $X/X_0$  fornece um valor adimensional e todas as medições de X serão referenciadas a um mesmo patamar de referência,  $X_0$ .

Portanto, o decibel não é uma unidade e sim uma escala usada para facilitar a representação de grandezas que possuem faixa de variação muito larga. Na Tabela 2.3, mostra-se a relação entre a razão  $X/X_0$  e os correspondentes valores na escala em decibéis.

Tabela 2.3 – Exemplos de valores em decibéis a partir de valores de razões arbitrárias.

$X/X_0$	NXS
1	$10\log(1) = 0\mathrm{dB}$
10	$10\log(10) = 10\text{dB}$
100	$10\log(10^2) = 20\mathrm{dB}$
1.000	$10\log(10^3) = 30\mathrm{dB}$
100.000.000.000.000	$10\log(10^{14}) = 140\mathrm{dB}$

Assim, valores pequenos (no exemplo  $X/X_0 = 1$ ) e valores muito elevados (no exemplo  $X/X_0 = 10^{14}$ ) são transformados para uma escala de 0 dB a 140 dB. Valores intermediários quaisquer poderão ser perfeitamente visualizáveis na escala dB, o que não seria facilmente ilustrável em um gráfico de *X* ou de  $X/X_0$  em escala linear.

Um aspecto importante da escala dB é que ela apresenta uma correlação com a audibilidade humana muito melhor do que a escala linear absoluta. O ouvido humano é capaz de perceber desde valores bem baixos de intensidade sonora, até valores bem elevados. Por exemplo, um decibel (1 dB) é a menor variação na intensidade sonora que o ouvido humano consegue perceber e a intensidade sonora do limiar da dor é cerca de 10<sup>14</sup> vezes a intensidade sonora capaz de causar a sensação de audição (Silva, 2004).

#### Nível de intensidade sonora NIS.

O nível de intensidade sonora NIS é definido por,

$$NIS = 10 \log \left(\frac{I}{I_{ref}}\right), \qquad (2.92)$$

onde,  $I_{ref}$  é a intensidade sonora de referência, igual a  $10^{-12}$  W/m<sup>2</sup> (corresponde, aproximadamente, à intensidade de um tom de 1000 Hz que é levemente audível pelo ouvido humano jovem normal).

Uma variação de duas vezes na intensidade sonora corresponde a uma variação de 3 dB.

## Nível de pressão sonora NPS.

Em um campo livre (também chamado de aberto ou infinito), definido como aquele onde não há obstruções à propagação da onda sonora, não havendo reflexões e que não possua nenhuma outra fonte sonora além daquela em estudo, o nível de pressão sonora é numericamente igual ao nível de intensidade sonora (Silva, 2004). Assim, substituindo a Equação (2.80) na Equação (2.92), o nível de pressão sonora *NPS* é definido por,

$$NPS = NIS = 10 \log \left(\frac{I}{I_{ref}}\right) = 10 \log \left(\frac{p_{rms}^2}{\rho_0 c}\right), \qquad (2.93)$$

ou,

$$NPS = 20 \log \left(\frac{p_{\rm rms}}{P_{\rm ref}}\right), \qquad (2.94)$$

onde,  $P_{ref}$  é o valor de referência da pressão sonora, igual a 20 µPa e corresponde ao limiar da audição em 1000 Hz.

O nível de pressão sonora global é uma grandeza que fornece apenas o nível de pressão sonora em dB sem informações sobre a distribuição deste nas freqüências e é dado por,

$$NPS_{G} = 10\log\left(\sum_{i=1}^{n_{f}} 10^{\frac{NPS_{i}}{10}}\right),$$
(2.95)

onde,  $NPS_i$  é o nível de pressão sonora na *i*-ésima faixa de freqüências em dB e  $n_f$  é o numero de faixas de freqüências utilizadas no espectro.

Uma variação de duas vezes na pressão sonora corresponde a uma variação de 6 dB no nível de pressão sonora.

## Nível de potência sonora NWS.

Uma terceira e importante grandeza acústica a ser definida é o nível de potência sonora (ou acústica). Da mesma foram que o *NPS*, O nível de potência sonora *NWS* de uma fonte é obtido substituindo a Equação (2.90) na Equação (2.92), portanto,

$$NWS = NIS = 10 \log\left(\frac{I}{I_{ref}}\right) = 10 \log\left(\frac{\Pi/S}{\Pi_{ref}/S}\right), \qquad (2.96)$$

ou, considerando uma área S unitária,

$$NWS = 10 \log \left(\frac{\Pi}{\Pi_{ref}}\right),$$
(2.97)

onde,  $\Pi_{ref}$  é a potência sonora de referência, igual a 10<sup>-12</sup> W, para uma área de 1 m<sup>2</sup>.

Uma variação de 2 vezes na potência sonora corresponde a uma variação de 3 dB no nível de potência sonora.

## Níveis típicos de ruído acústico.

Na Figura 2.5, ilustra-se alguns valores típicos de pressão sonora em Pa e os correspondentes níveis de pressão sonora, em dB, de situações corriqueiras do dia a dia. A vantagem do uso da escala decibel pode ser vista claramente nesta figura. Em escala linear, valores muito pequenos da pressão sonora, tal como o limiar da audição ( $20 \mu Pa$ ) e valores muito maiores, como o limiar da dor (200 Pa,), são convertidos para valores de níveis de pressão sonora na escala decibel, resultando valores mais fáceis de trabalhar, ou seja, 0 dB para o limiar da audição e 140 dB, para o limiar da dor.

#### Curvas de correção.

O ouvido humano não é igualmente sensível em todas as freqüências consideradas audíveis (20 Hz a 20.000 Hz). A audibilidade é função tanto da freqüência quanto da

amplitude do ruído acústico, por exemplo, um som de 100 dB e freqüência de 100 Hz é percebido de forma menos intensa que um de 100 dB e 1000 Hz. O ouvido humano é mais sensível na faixa de freqüências que vai de 1 kHz a 5 kHz, sendo menos sensível em freqüências extremamente baixas e extremamente altas. Este fenômeno é mais pronunciado para baixos níveis de pressão sonora do que para altos.

Existem curvas de correção do nível de pressão sonora que procuram levar em consideração a diferença de percepção do ouvido humano em função da freqüência. As principais são as curvas de correção A, B, C, e D (também chamadas de curvas compensação ou de ponderação da percepção do ouvido humano). A curva A é para níveis de pressão sonora mais baixos, a curva B para níveis médios, a curva C para níveis elevados e a curva de correção D é específica para ruído de aeronaves em aeroportos, Silva (2004), conforme mostrado na Figura 2.6.



Figura 2.5 – Níveis típicos de ruído acústico. Fonte: Brüel & Kjær Sound & Vibration Measurement A/S. (Disponível em http://www.bksv.com).



Figura 2.6 – Curvas de correção para o ouvido humano.

Assim, por exemplo, uma fonte sonora medida sem correção, de 25 Hz e 50 dB, corresponde a 50 - 44,7 = 5,3 dB(A). Isso significa que ela é percebida com a mesma intensidade de uma fonte de 1000 Hz e 5,3 dB.

As fontes sonoras usuais não emitem uma única freqüência. Na realidade emitem som em uma determinada faixa de freqüência. Nos instrumentos que medem pressão sonora é possível fazer uma correção ponderada de acordo com as freqüências predominantes do espectro para dar um resultado na curva de correção desejada.

# 2.3.5 Mecanismos de geração de som.

Existem três modelos básicos para a geração de som, no chamado ruído aerodinâmico. São eles o monopolo, o dipolo e o quadrupolo.

Pode-se ilustrar os mecanismos nestes modelos da seguinte forma. Na Figura 2.7, mostra-se pessoas movimentando-se sobre um barco. No primeiro caso, mostra-se uma pessoa pulando verticalmente sobre o barco. Neste caso, ela produz um movimento oscilatório vertical do barco que gerará um campo monopolar de ondas propagando-se ao redor deste. Agora, quando duas pessoas em um barco brincam de jogar bola, elas irão exercer uma força em uma das extremidades do barco cada vez que elas trocam a bola entre si. Esta troca resulta em uma força oscilatória ao redor do barco, gerando um campo dipolar de ondas na superfície da água. Por fim, supondo uma briga de duas pessoas em um barco, as oscilações ocorrem de forma alternada na vertical e em todas as direções e isto resulta em um campo quadrupolar de ondas ao redor do barco. Isto também indica que os quadrupolos são, em geral, menos eficientes na produção de ondas do que os monopolos e dipolos.



Figura 2.7 – Monopolo, dipolo e quadrupolo gerando ondas na superfície da água, ao redor de um barco, conforme Hirschberg e Rienstra (2004).

A seguir tem-se a descrição de cada um deles, sob a visão da aerodinâmica. Na Figura 2.8, mostram-se as linhas de corrente típicas de cada um destes mecanismos.



Figura 2.8 – Linhas de corrente nas proximidades de fontes sonoras de caráter monopolar (fonte, considerada positiva e sumidouro, considerado negativo), dipolar e quadrupolar (lateral) (Brandão,2004).

## Mecanismo monopolar.

Um monopolo pode ser entendido como uma fonte ou como um sumidouro, se a perturbação "emana" ou é "atraída", respectivamente, pela singularidade. Semelhantemente, quando um corpo impermeável se move, ele "empurra" partículas em sua região frontal de forma a criar espaço para o seu avanço. Ainda, do ponto de vista do corpo, este "suga" partículas em sua região traseira, de forma que estas ocupem o espaço recém liberado. Com isso, há formação de zonas de compressão à frente do corpo e, correspondentemente, de zonas de expansão na sua parte traseira. Na literatura este mecanismo é conhecido como o ruído produzido pela espessura do corpo. Este é tanto o caso de uma corda vibrante em um instrumento musical quanto o de uma aeronave em vôo (Brandão, 2004).

Um monopolo é, portanto, uma fonte sonora esférica, a qual irradia ondas sonoras que são função somente da distância radial r a partir da fonte. Para descrever este mecanismo, a equação da onda será escrita em um sistema de coordenadas esféricas. Assim a equação da onda em coordenadas esféricas e em termos do potencial de velocidade acústica é,

$$\frac{\partial^2 (r \,\phi(r,t))}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (r \,\phi(r,t))}{\partial t^2} = 0 \quad . \tag{2.98}$$

Se o produto  $r\phi(r,t)$  for tratado como uma única variável, a equação assume a mesma forma da equação de uma onda plana. Então, expressa-se a solução geral (solução de d'Alambert) como,

$$r\phi(r,t) = F(ct-r) + G(ct+r)$$
, (2.99)

onde  $\mathcal{F}(ct-r)$  e  $\mathcal{G}(ct+r)$  são funções genéricas. Assim,

$$\phi(r,t) = \frac{F(ct-r)}{r} + \frac{G(ct+r)}{r} .$$
(2.100)

O primeiro termo, F(ct-r)/r, representa uma onda esférica viajando radialmente para fora da fonte e o segundo termo, G(ct+r)/r, representa uma onda esférica viajando ao encontro da fonte. Geralmente são de interesse somente as ondas sonoras que saem da fonte, portanto, somente o primeiro termo da Equação (2.100) será levado em conta na solução.

Em princípio, a função  $\mathcal{F}$  pode ser qualquer função arbitrária. No entanto é conveniente assumi-la de tal forma que a solução para  $\phi$  seja na forma harmônica. Com esta definição, tem-se,

$$\boldsymbol{\phi}(r,t) = \frac{\mathbf{A}}{r} \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\varpi t - kr)} , \qquad (2.101)$$

Onde, A é uma constante que é determinada pelas condições de contorno especificadas na superfície do monopolo.

Considerando uma esfera oscilante de raio variável *a*, com uma velocidade oscilante radial igual a  $\mathbf{u}_a = U_a e^{i(\varpi t)}$ , conforme mostrado na Figura 2.9, aplica-se a seguinte condição de contorno:

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = u_r$$
, em  $r = a$ . (2.102)

Desta forma, substituindo a Equação (2.101) na Equação (2.102), para r = a e resolvendo a constante A, obtém-se,

$$\mathbf{A} = -U_a \left\{ \frac{a^2}{1 + i \, k \, a} \right\} \mathrm{e}^{\mathrm{i} \, k \, a} \ . \tag{2.103}$$



Figura 2.9 – Esfera oscilante (Howe, 2003).

Portanto,

$$\phi(r,t) = -\frac{U_a}{r} \left\{ \frac{a^2}{1+i \, k \, a} \right\} e^{i[\, \varpi \, t - k(r-a)]} \,. \tag{2.104}$$

Para um monopolo, o fluxo volumétrico instantâneo de fluido devido à onda sonora  $\Phi(t)$  que atravessa a esfera de raio *a* é o produto da área pela velocidade superficial. Assim,

$$\mathbf{\Phi}(t) = 4\pi a^2 U_a \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\varpi t)} = \mathbf{\Phi}_p \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\varpi t)} .$$
(2.105)

Substituindo a Equação (2.105) na Equação (2.104), obtém-se a representação complexa do potencial de velocidade em termos de  $\Phi(t)$ ,

$$\phi(r,t) = -\frac{\Phi(t)}{4\pi r} \left\{ \frac{1}{1+i k a} \right\} e^{-i k(r-a)} .$$
(2.106)

A representação complexa da pressão acústica flutuante  $\mathbf{p}(r,t)$  pode ser obtida da Equação (2.76), para coordenadas esféricas, combinada com a Equação (2.106). Assim,

$$\mathbf{p}(r,t) = -\mathbf{i}k\rho_0 \mathbf{c}\,\mathbf{\phi}(r,t) = \frac{\mathbf{\Phi}(t)}{4\pi r} \left\{ \frac{\mathbf{i}\,k\,\rho_0\,c}{1+\mathbf{i}\,k\,a} \right\} \mathbf{e}^{\cdot\mathbf{i}\,k(r-a)} \ . \tag{2.107}$$

A pressão acústica média quadrática  $p_{rms}$  é então deduzida como sendo,

$$p_{rms}^{2} = \frac{1}{2} \left( \mathbf{p}(r,t) \ \mathbf{p}^{*}(r,t) \right) = \frac{\Phi_{rms}^{2} k^{2} (\rho_{0} c)^{2}}{16\pi^{2} r^{2} (1+k^{2} a^{2})} , \qquad (2.108)$$

onde,  $\mathbf{p}^*(r,t)$  é o conjugado complexo da representação complexa da variável pressão,  $\mathbf{p}(r,t)$ .

Combinando a Equação (2.80), a Equação (2.90) e a Equação (2.108), chega-se à seguinte expressão para a potência sonora,

$$\Pi_{\rm M} = \frac{4\pi r^2 p_{\rm rms}^2}{\rho_0 c} = \frac{\Phi_{\rm rms}^2 k^2 \rho_0 c}{4\pi (1 + k^2 a^2)}.$$
(2.109)

Algumas considerações devem ser apontadas com relação à Equação (2.109). Esta solução foi obtida a partir da equação de onda desenvolvida na hipótese de fluido estacionário. Portanto, ela apenas é estritamente válida para uma distância r, da fonte sonora, situada no chamado campo afastado, ou região de propagação, onde não há influência direta do escoamento, tal que r >> a. Também, é válida somente em ambientes em situação de campo livre, ou seja, onde não há obstruções à propagação da onda sonora, não havendo reflexões.

Uma análise de ordem de grandeza dos termos da Equação (2.109) pode ser utilizada a fim de permitir uma melhor interpretação física deste resultado. O fluxo volumétrico instantâneo de fluido devido à onda sonora  $\Phi(t)$  da ordem de  $r^2 U$ , onde r é um comprimento característico da região de escoamento e U é a velocidade média (*rms*) do escoamento gerado pela oscilação da fonte. A freqüência característica no escoamento é da ordem de U/r, que, por sua vez, é da ordem do número de onda k, também presente na equação. Portanto,

$$\Pi_{\rm M} \approx \frac{r^4 U^2 \rho_0 c U^2}{4\pi r^2 c^2} \approx \frac{r^2 U^4 \rho_0}{4\pi c}, \qquad (2.110)$$

onde, considerou-se, por simplicidade,  $a^2 \approx 0$ .

A Equação (2.110) sugere que a potência sonora irradiada aerodinamicamente por um monopolo é, portanto, proporcional à quarta potência da velocidade média (*rms*) do escoamento.

#### Mecanismo dipolar.

Um dipolo pode ser entendido como a coalescência em determinado ponto do espaço de dois monopolos de sinais contrários, uma fonte e um sumidouro.

Do ponto de total varia ao longo da superfície do corpo e possui, em geral, magnitude diferente da magnitude da pressão estática no ambiente. Assim, existe uma relaxação de pressões entre a região próxima e a região distante do corpo. Desse processo de relaxação surgem perturbações sonoras que se propagam no fluido.

Na literatura, este ruído é conhecido como o produzido pela carga hidrodinâmica na superfície do corpo. Este é o caso de qualquer superfície sustentadora, como asas, hélices, pás de rotores de helicóptero, compressores, turbinas, rotores eólicos e outros (Brandão, 2004).

Considera-se dois monopolos livres no espaço, separados por uma pequena distância 2*d*, como mostrado na Figura 2.10, em um plano contendo ambos monopolos, o potencial de velocidade é função, tanto do ângulo  $\theta$  quanto do raio *r*.



Figura 2.10 – Modelo esquemático de um dipolo (Norton e Karczub, 2003).

Como a equação de onda é linear, o potencial de velocidade total em um ponto qualquer  $X(r,\theta)$  no espaço pode ser escrito como a soma de dois potenciais de velocidade, um para cada monopolo, e assim é dado por,

$$\phi(r,t) = \phi_1(r,t) + \phi_2(r,t) . \qquad (2.111)$$

As distâncias das fontes sonoras até o ponto  $X(r, \theta)$  são dadas por,

$$r_1 = \sqrt{r^2 + d^2 - 2r d \cos \theta} , \qquad (2.112)$$

$$r_2 = \sqrt{r^2 + d^2 + 2r d \cos \theta} \quad . \tag{2.113}$$

A uma distância situada no campo afastado, tal que r >> d as expressões para  $r_1$  e  $r_2$ podem ser simplificadas para,

$$r_1 \approx r - d\cos\theta, \qquad (2.114)$$

$$r_2 \approx r + d\cos\theta \,. \tag{2.115}$$

A equação do potencial de velocidade para cada monopolo pode ser obtida a partir da Equação (2.106), fazendo (ka)  $\rightarrow$  0, ou seja,

$$\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{M}}(r,t) = -\frac{\boldsymbol{\Phi}(t)}{4\pi r} \mathrm{e}^{\mathrm{i}kr}$$
(2.116)

Assim, o potencial de velocidade na posição  $X(r, \theta)$ , devido aos dois monopolos, é,

$$\phi_{\rm D}(r,t) = -\frac{\Phi_1(t)}{4\pi r_1} e^{-i\kappa r_1} - \frac{\Phi_2(t)}{4\pi r_2} e^{-i\kappa r_2} . \qquad (2.117)$$

Estando a região de interesse situada no campo afastado, é possível escrever  $r_1 \approx r_2 \approx r$ . Assim, considerando a diferença de fase em 180° entre os monopolos, o potencial de velocidade é,

$$\phi_{\rm D}(r,t,\theta) \approx -\frac{{\rm e}^{-{\rm i}kr}}{4\pi r} \left\{ \Phi_1(t) {\rm e}^{{\rm i}kd\cos\theta} + \Phi_2(t) {\rm e}^{-{\rm i}kd\cos\theta} \right\}.$$
(2.118)

Em um dipolo, os fluxos volumétricos instantâneos de fluido de cada monopolo possuem a mesma amplitude e, assim pode-se escrever,

$$\Phi_1(t) = \Phi_p e^{i(\varpi t + \pi/2)} , \qquad (2.119)$$

$$\Phi_{2}(t) = \Phi_{p} e^{i(\varpi t - \pi/2)} .$$
(2.120)

Substituindo estas equações na Equação (2.118), considerando que  $kd \ll 1$  e rearranjando os termos chega-se a,

$$\phi_{\rm D}(r,t,\theta) = \frac{\Phi_p \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\varpi t - kr)}}{4\pi r} 2 \, k \, d \cos \theta \ . \tag{2.121}$$

Desta forma, semelhantemente à dedução para o monopolo, é possível obter a representação complexa da pressão acústica flutuante  $\mathbf{p}(r,t)$  através da Equação (2.76) e, a seguir, através da Equação (2.80) obtém-se a intensidade sonora média  $I_{\rm D}$ . O resultado final é,

$$I_{\rm D}(r,\theta) = \frac{\Phi_p^2 k^2 \rho_0 c}{32\pi^2 r^2} (2 \, k \, d \cos \theta) = \frac{\Phi_{\rm rms}^2 k^4 d^2 \rho_0 c}{4\pi^2 r^2} \cos^2 \theta \ . \tag{2.122}$$

Assim, o som irradiado por um dipolo ideal depende do cosseno do ângulo  $\theta$ , tal que, para um ouvinte a 90° do eixo dos monopolos, as ondas geradas por estes se cancelam e o campo sonoro é nulo.

Considerando uma superfície esférica ao redor do dipolo, com um raio r suficientemente grande, com base na Equação (2.90), a potência sonora irradiada  $\Pi_D$  é,

$$\Pi_{\rm D} = \frac{\Phi_{\rm rms}^2 k^4 d^2 \rho_0 c}{3\pi}.$$
 (2.123)

Uma comparação pode ser feita entre as potências sonoras irradiadas por monopolos e dipolos, fornecendo uma comparativa de eficiência entre estes dois mecanismos, na forma,

$$\frac{\Pi_{\rm D}}{\Pi_{\rm M}} = \frac{4k^2d^2}{3} \sim \left(\frac{d}{\lambda_c}\right)^2 , \qquad (2.124)$$

onde,  $\lambda_c$  é o comprimento de onda sonora dado por,

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{k} , \qquad (2.125)$$

Desta forma é possível verificar que o dipolo é um irradiador sonoro bem menos eficiente a baixas freqüências (comprimentos de onda grandes) do que a altas freqüências (comprimentos de onda pequenos), quando comparado a um monopolo.

Uma análise de ordem de grandeza da potência sonora irradiada, adotando que  $\Phi_{rms}$  é da ordem de  $(2d)^2 U$  e que *k* é da ordem de U/(2d), fornece,

$$\Pi_{\rm D} = \frac{\Phi_{\rm rms}^2 k^4 d^2 \rho_0 c}{3\pi c^4} \approx \frac{(2d)^4 U^2 U^4 d^2 \rho_0 c}{(2d)^4 3\pi c^4} \approx \frac{\rho_0 d^2 U^6}{3\pi c^3}.$$
 (2.126)

A Equação (2.126) indica que a potência sonora irradiada por um dipolo aerodinamicamente gerado é proporcional à sexta potência da velocidade média (rms) do escoamento gerado pelo dipolo.

Na Figura 2.11 abaixo se mostra os diferentes padrões de diretividade entre as fontes advindas de monopolos e de dipolos. Enquanto o mecanismo monopolo irradia som em todas as direções, o dipolo apresenta um padrão de irradiação semelhante a um número oito e não há som irradiado no eixo perpendicular ao eixo do dipolo.



Figura 2.11 – Padrão de diretividade para monopolo e dipolo (Norton e Karczub, 2003).

## Mecanismo quadrupolar.

Um quadrupolo é o resultado da coalescência de quatro monopolos de sinais contrários, dois a dois, e para efeito de análise, dispostos em direções alternadamente ortogonais entre si, ou então, colineares.

Enquanto os dois mecanismos anteriores de geração sonora, monopolo e dipolo, são de caráter superficial, requerendo a existência de um corpo impermeável para que possam se manifestar, o quadrupolo é de caráter volumétrico. Ele é associado fisicamente a perturbações que ocorrem no escoamento livre ao redor de um corpo.

Na literatura, tais perturbações são designadas genericamente como turbulências, embora possam representar contextos mais gerais, em que o fluido atua sobre si mesmo.

Neste mecanismo, microrregiões de alta pressão interagem com micro-regiões de baixa pressão, gerando ruído de espectro associado à escala espacial dessas micro-regiões. Este é o caso, por exemplo, do ruído produzido pelo jato livre de motores aeroespaciais, em aviões e foguetes. Ressalta-se, porém, que o ruído produzido pelos corpos em movimento resultam da superposição de todas essas fontes dispostas em diferentes lugares, com diferentes intensidades e liberadas em instantes de tempo distintos (Brandão, 2004).

Assim, como foi feito no estudo do dipolo, partindo de um modelo composto de dois monopolos, o estudo do quadrupolo tem como base a combinação de dois dipolos.



Figura 2.12 – Quadrupolos lateral e longitudinal e os respectivos padrões de diretividade, (Norton e Karczub, 2003).

Existem duas combinações idealizadas (simplificadas) para a formação de um quadrupolo. A primeira possui dois dipolos arranjados de tal forma que seus eixos são paralelos e distanciados de uma distância 2*d*, formando o chamado quadrupolo lateral. A segunda combinação possui dois dipolos em que os seus eixos são colineares, formando o quadrupolo longitudinal (Norton e Karczub, 2003), conforme mostrado na Figura 2.12. A relação entre a intensidade sonora e a potência sonora irradiada por um quadrupolo pode ser obtida através da interferência entre dois dipolos próximos um do outro. O desenvolvimento matemático requerido para obtenção desta relação é complexo e não será apresentado neste trabalho. A seguir, apresenta-se apenas o resultado final obtido e discute-se o seu significado.

A potência sonora irradiada por um quadrupolo lateral é,

$$\Pi_{\rm Q} = \frac{4\Phi_{\rm rms}^2 \, k^6 d^4 \rho_0 \, c}{15\pi} \, . \tag{2.127}$$

A potência sonora irradiada por um quadrupolo longitudinal é,

$$\Pi_{\rm Q} = \frac{4\Phi_{\rm rms}^2 \, k^6 d^4 \rho_0 \, c}{5\pi} \, , \qquad (2.128)$$

onde  $\Phi_{rms}$  é a média quadrática do fluxo volumétrico instantâneo de fluido que atravessa um dos quatro monopolos que formam o quadrupolo. Considerando que  $\Phi_{rms}$  é da ordem de  $(2d)^2U$ , onde U é a velocidade média do escoamento e a freqüência característica é da ordem de U/(2d), para o quadrupolo lateral tem-se,

$$\Pi_{\rm Q} = \frac{4\Phi_{\rm rms}^2 \varpi^6 d^4 \rho_0 c}{15\pi c^6} \approx \frac{\rho_0 d^2 U^8}{15\pi c^5}, \qquad (2.129)$$

e, para o quadrupolo longitudinal tem-se,

$$\Pi_{\rm Q} = \frac{4\Phi_{\rm rms}^2 \overline{\sigma}^6 d^4 \rho_0 c}{5\pi c^6} \approx \frac{\rho_0 d^2 U^8}{5\pi c^5}.$$
(2.130)

Estas equações sugerem que a potência sonora, tanto a do quadrupolo lateral, como a do quadrupolo longitudinal, é proporcional à oitava potência da velocidade do fluxo. A razão entre a potência sonora de um monopolo, Equação (2.109) e a potência sonora de um quadrupolo, Equação (2.127), fornece uma comparação da eficiência de irradiação sonora entre estes mecanismos. Assim,

$$\frac{\Pi_{\rm Q}}{\Pi_{\rm M}} \sim d^4 \mathbf{k}^4 \sim \left(\frac{d}{\lambda_c}\right)^4. \tag{2.131}$$

Como já comentado e comparando-se as equações (2.124) e (2.131), é possível reafirmar que o monopolo é o mecanismo mais eficiente na irradiação sonora, enquanto que o quadrupolo é o menos eficiente. Isto leva as teorias a negligenciar a presença de quadrupolos, mantendo apenas o efeito dos monopolos e dos dipolos. A exceção a esta simplificação é a teoria de Lighthill, o qual considera o caso mais geral. Esta teoria é revisada a seguir.

# 2.3.6 Analogia acústica de Lighthill.

O termo analogia acústica é utilizado para toda uma classe de modelos nos quais a equação de propagação da onda é escrita em uma forma que mantém no lado esquerdo os termos existentes na equação homogênea da onda, e passa ao lado direito todos os outros termos que modelam outros efeitos não existentes na equação homogênea (os termos

relacionados às fontes acústicas e à dissipação de energia). A teoria de Lighthill é um modelo de analogia acústica.

Na teoria de Lighthill, a perturbação provocada pela propagação da onda sonora é considerada suficientemente pequena de forma que a interação desta com o escoamento pode ser desprezada. Em outras palavras, a analogia de Lighthill é uma teoria que considera que o escoamento é uma superposição de pequenos campos sonoros flutuantes a um campo aerodinâmico não perturbado.

Considera também que a geração de som ocorre em condições de campo livre, desconsiderando, portanto, efeitos de reflexibilidade acústica que também podem influenciar no escoamento (Rienstra e Hirschberg, 2006).

Assim, em tal teoria há uma separação entre a fonte e a propagação sonora, de tal forma que a geração do som pode ser definida com uma resposta linear do ambiente que contém a fonte sonora, ou seja, é possível determinar as flutuações acústicas, provocadas pela fonte sonora, a partir das características do escoamento que a contém (Morvant, 2004).

As equações propostas por Lighthill partem do mesmo princípio utilizado para a dedução da equação da onda sonora, no entanto matem-se os termos fontes nas equações que descrevem o comportamento das variáveis acústicas no interior do escoamento.

Considerando a região da fonte sonora, conforme mostrado na Figura 2.13, a equação da conservação de massa utilizando um notação tensorial e, por conveniência, introduzindo um termo fonte de introdução de massa por unidade de volume  $q_m(\vec{y},t)$ , é dada pela seguinte equação,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = q_m(\vec{y}, t) , \qquad (2.132)$$

onde o índice *i* é um valor inteiro de 1 a 3, correspondente aos três eixos cartesianos. Em uma aproximação não-relativistica tal termo fonte de massa é igual a zero, e é somente introduzida para representar a influência no escoamento de um fenômeno complexo, tal como a combustão, em uma estrutura de um modelo que ignore os detalhes deste processo. Então, há certa ambigüidade na definição de  $q_m$ , servindo mais como um artifício matemático. No momento, se quer definir com tal expressão que a massa introduzida é devido à inércia do movimento oscilatório da propagação da onda e pode ter um estado termodinâmico diferente do estado que se encontra o fluido circunvizinho (Hirschberg e Rienstra, 2004).



Figura 2.13 – Esquema da posição da fonte e do ouvinte (Norton e Karczub, 2003).

Da mesma forma, a equação da conservação da quantidade de movimento linear, incluindo os efeitos viscosos, é escrita como (Norton e Karczub, 2003),

$$\frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t} + \rho\left(\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\right)\cdot\vec{u} + \vec{\nabla}P = \mu\nabla^{2}\vec{u} + \vec{f} \quad , \qquad (2.133)$$

Na notação tensorial, a Equação (2.133) torna-se,

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_i} + \frac{\partial(\rho \delta_{ij})}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} = f_i , \qquad (2.134)$$

$$\tau_{ij} = \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j}.$$
(2.135)

onde  $\mu$  é o coeficiente de viscosidade de cisalhamento ou viscosidade dinâmica;  $\vec{f}$  é o vetor de forças de corpo por unidade de volume, atuando sobre o fluido;  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker, tal que  $\delta_{ij} = 1$  se i = j e  $\delta_{ij} = 0$  se  $i \neq j$ ; e  $\tau_{ij}$  é tensor tensão viscoso.

A Equação (2.134) pode ser reescrita da seguinte forma conveniente,

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \delta_{ij} - \tau_{ij} + \rho u_i u_j)}{\partial x_i} = f_i . \qquad (2.136)$$

A equação da onda pode ser obtida subtraindo a derivada temporal da equação da conservação da massa

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 (\rho u_i)}{\partial x_i \partial t} = \frac{\partial q_m}{\partial t}, \qquad (2.137)$$

do divergente da equação da conservação da quantidade de movimento linear,

$$\frac{\partial^2(\rho u_i)}{\partial x_i \partial t} + \frac{\partial^2(p\delta_{ij} - \tau_{ij} + \rho u_i u_j)}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial f_i}{\partial x_i} , \qquad (2.138)$$

obtém-se,

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = \frac{\partial q_m}{\partial t} - \frac{\partial f_i}{\partial x_i} + \frac{\partial^2 (p \delta_{ij} - \tau_{ij} + \rho u_i u_j)}{\partial x_i \partial x_j}, \qquad (2.139)$$

onde utilizou-se  $\rho = \rho_0 + \rho' \mod \rho_0$  constante no tempo. A Equação (2.139) torna-se a equação da onda não-homogênea introduzindo-se o termo  $c^2 \nabla^2 \rho'$ , subtraindo-se em ambos os lados da equação, obtendo-se,

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \rho' = \frac{\partial q_m}{\partial t} - \frac{\partial f_i}{\partial x_i} + \frac{\partial^2 (p \delta_{ij} - \tau_{ij} + \rho u_i u_j - c^2 \rho' \delta_{ij})}{\partial x_i \partial x_j} , \qquad (2.140)$$

O tensor de Lighthill é então definido como,

$$T_{ij} = p\delta_{ij} - \tau_{ij} + \rho u_i u_j - c^2 \rho' \delta_{ij} . \qquad (2.141)$$

Desta forma, substituindo  $c^2 \rho'$  por *p* no lado esquerdo da Equação (2.140), obtém-se a equação da onda não-homogênea proposta por Lighthill,

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = \frac{\partial q_m}{\partial t} - \frac{\partial f_i}{\partial x_i} + \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \qquad (2.142)$$

Pode ser visto que p (ou equivalentemente  $\rho$ ) aparece nos dois lados da equação. Cada termo no lado direito da Equação (2.142) representa um mecanismo de geração de ruído diferente.

O primeiro termo,  $\partial q_m / \partial t$ , representa o som produzido devido à taxa de variação de massa no escoamento e tal fenômeno está ligado ao mecanismo de geração sonora monopolo.

O segundo termo,  $\partial f_i / \partial x_i$ , refere-se ao efeito de flutuação de forças de corpo que atuam no ar devido ao movimento de corpos sólidos, a restrição do escoamento e outros. Estas flutuações correspondem-se ao mecanismo de geração dipolo.

O terceiro termo,  $\partial^2 T_{ij} / \partial x_i \partial x_j$ , incorpora uma grande quantidade de efeitos, tais como os efeitos de temperatura, refração, difração e não-homogeneidades. Como conseqüência de tais efeitos ocorre irradiação direta de som devido à turbulência, que tem como principal mecanismo de geração sonora o quadrupolo.  $T_{ij}$  apresenta nove termos, devido à combinação dos sufixos *i* e *j*, por isso é chamado de tensor das tensões acústicas de Lighthill.

A solução geral desta equação está além do escopo deste trabalho. Com base em um método de funções de Green (Goldstein, 1976), a solução típica da Equação (2.142) pode ser escrita como,

$$p(\vec{x},t) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_{S} \frac{\rho \cdot \vec{u}(\vec{y},t-r/c) \cdot \vec{n}}{r} dS(\vec{y}) - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_{i}} \int_{S} \frac{\mathcal{Q}_{i}(\vec{y},t-r/c)}{r} dS(\vec{y}) + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^{2}}{\partial x_{i} \partial x_{j}} \int_{V} \frac{T_{ij}(\vec{y},t-r/c)}{r} d^{3}\vec{y} , \qquad (2.143)$$

onde,  $\mathcal{P}_i(\vec{y},t-r/c)$  é a força por unidade de área exercida pela interação entre um obstáculo sólido e o fluido; e a subtração  $\tau = (t - r/c)$  é o retardo no tempo com relação à emissão do som (uma translação), que depende da posição do ouvinte e da velocidade de propagação do som no meio. Com o retardo no tempo é possível se prever o momento exato da geração da onda na fonte e também levar em conta as várias fontes elementares que compõem a região de fonte sonora.

O primeiro termo da Equação (2.143) refere-se à expressão para flutuações de pressão no campo afastado devido à flutuação de massa (monopolos). O segundo termo refere-se à pressão flutuante no campo afastado, devido às forças atuantes no fluido (dipolos). Finalmente, o terceiro termo refere-se à flutuação no campo afastado devido à turbulência (quadrupolo).

A analogia acústica de Lighthill é mais adequada em casos de escoamentos com baixo número de Mach, pois assume que o som é uma resposta linear do escoamento. Para escoamentos com altos números de Mach, efeitos de interação entre o campo sonoro e o escoamento, impossibilitam tal suposição. As dificuldades encontradas na utilização esta teoria para predição de ruído através de *CFD* recaem na solução transiente da integral volumétrica que, além de possuir uma formulação mais complexa, demandaria um tempo computacional proibitivo (Morvant, 2004). Outro problema para a solução numérica decorrente da forma como Lighthill propõe as equações de propagação de onda é que as fontes sonoras modeladas são espacialmente extensas, e assim necessitam de um refinamento considerável da malha em todo o domínio de solução, o que se reflete em convergência mais lenta (Hirschberg e Rienstra, 2004).

Nota-se que a aplicação da teoria de Lighthill demanda uma solução transiente do campo de velocidade do escoamento, a fim de avaliar os termos de excitação e amortecimento na equação da onda (tensor de Lighthill). A solução final do campo de pressão depende então de uma integração no volume. Ainda, a teoria de Lighthill não considera a presença de superfícies próximas ao campo em análise.

No entanto, tal estudo proporciona o embasamento para outras analogias acústicas mais adequadas para simulações numéricas. Além disso, têm ocorrido vários esforços para reformular a proposta de Lighthill, a fim de incluir os efeitos de obstáculos sólidos acusticamente reflexivos; minimizar os requisitos mínimos necessários à discretização do escoamento na região da fonte sonora e equacionar mais precisamente a interação entre o escoamento e o campo sonoro e os efeitos desta integração na irradiação sonora.

A seguir, revisa-se a teoria de Powell-Howe, a qual estabelece uma aproximação da teoria de Lighthill.

# 2.3.7 A teoria do som de vórtices de Powell-Howe.

Powell (1964) postulou que todo o processo de formação de vórtices simultaneamente promove o aumento da irradiação sonora. Em 1975, Howe reformula a teoria de Lighthill para baixos números de Mach em termos da concepção proposta por Powell e associa as fontes sonoras com certas regiões do escoamento onde o vetor vorticidade total (valor médio mais o valor flutuante),  $\vec{\omega}$ , é diferente de zero (Howe, 2003).

Considerando um escoamento que contenha ambas componentes rotacionais e irrotacionais, a velocidade do escoamento,  $\vec{U}$ , é dada por,

$$\vec{U} = \vec{\nabla}\phi + \vec{\nabla} \times \vec{\psi} \quad , \tag{2.144}$$

onde  $\phi$  é o potencial de velocidade irrotacional e  $\vec{\psi}$  é o vetor potencial de velocidade rotacional.

Em escoamento turbulentos,  $\vec{v} = \vec{\nabla} \times \vec{\psi}$  é a componente total (valor médio mais o valor flutuante), rotacional e incompressível do campo de velocidade e  $\vec{u} = \vec{\nabla}\phi$  é a componente irrotacional flutuante. A componente  $\vec{u}$  é somente diferente de zero quando o fluido é considerado compressível e, portanto, é associado à velocidade da partícula sonora (Norton e Karczub, 2003).

A vorticidade é definida por,

$$\vec{\varpi} = \vec{\nabla} \times \vec{v} = \vec{\nabla} \times \left( \vec{\nabla} \times \vec{\psi} \right) \,. \tag{2.145}$$

Para regiões de vorticidade no campo livre, Howe reformulou a equação da onda de Lighthill, conforme abaixo,

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\omega} \times \vec{v}\right) \,. \tag{2.146}$$

O vetor  $(\vec{\omega} \times \vec{v})$  é geralmente referenciado na literatura como o vetor de Lamb. Na Equação (2.146), resolvendo-se o termo do lado direito para um campo de vorticidade transiente, tem-se um valor médio resultante que é denominado termo fonte acústico, não o nível de pressão sonora, que é proporcional ao ruído gerado (Velarde *et al.*, 2002).

A vantagem em se trabalhar com tal abordagem é que na simulação de *CFD* é possível se obter as variáveis  $\vec{\sigma} \in \vec{v}$  diretamente, realizando-se uma análise transiente no tempo. No entanto, tais análises geralmente demandam grande quantidade de tempo e de recursos computacionais, proporcionais à complexidade do modelo a ser analisado.

Uma alternativa simplificada de previsão das regiões de geração de ruído é implementar o cálculo do termo fonte da equação de Powell-Howe para um campo de velocidade calculado em regime permanente, ou seja, utilizar como referência somente a componente média de  $\vec{\sigma}$  e de  $\vec{v}$ . Tal implementação forneceria uma estimativa dos locais de maior geração acústica, embora o valor deste termo fonte não seja o valor instantâneo requerido pela equação do Powell-Howe.

Tal abordagem é semelhante à proposta em Velarde *et al.* (2002), que apresenta um estudo utilizando as técnicas de *CFD* em conjunto com a teoria do som de vórtices sobre a geração de ruído tonal em ventiladores centrífugos industriais de pás curvadas para trás. A metodologia apresentada mostra que a análise do termo fonte obtido através das soluções numéricas apresenta boa coerência com dados experimentais. Na Figura 2.14 são mostrados

os contornos de valores<sup>7</sup> proporcionais ao termo fonte da equação de Powell-Howe, possibilitando definir regiões de concentração de geração de som.



Figura 2.14 – Contorno de valores adimensionais proporcionais ao termo fonte acústico em ventiladores centrífugos (Velarde *et al.*, 2002).
(a) Contorno sobre região cilíndrica com diâmetro igual ao diâmetro externo do rotor e (b) contorno sobre plano na metade da largura do rotor.

A metodologia de Powell-Howe permite então, uma estimativa inicial da posição das regiões de geração de ruído, analogamente a "pontos quentes" em uma análise térmica, mesmo com uma solução em regime permanente. Porém, ressalta-se novamente, tal análise não permite que se estabeleça a variação com a freqüência do ruído gerado e portanto, a análise modal do ruído gerado, a menos que se busque uma solução transiente, o que ainda é, muitas vezes, proibitivo nas geometrias utilizadas neste trabalho, onde objetiva-se a obtenção de métodos com nível de precisão e tempo de análise adequados ao ritmo industrial.

Outra abordagem em regime permanente é a integração volumétrica de tal termo fonte na região de interesse, próxima à fonte sonora, de forma a se obter um valor proporcional à densidade de energia sonora média. Assim, tendo-se um sistema de ventilação similar como base, com nível de ruído conhecido, é possível se estabelecer uma relação entre a razão dos valores obtidos via *CFD*, da integração do termo fonte e a razão das pressões sonoras de ambos os projetos, permitindo estimar o nível de ruído do projeto em análise.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Tais valores são obtidos dividindo-se o termo fonte pela velocidade angular ao quadrado e pela densidade do fluido, a fim de se obter valores adimensionais.

No Capítulo 4 apresentam-se algumas estimativas obtidas com a implementação do termo fonte da equação de Powell-Howe.

A analogia de Lowson é uma alternativa para a obtenção de uma análise em freqüência aproximada, em regime permanente e é revisada a seguir.

#### 2.3.8 Analogia acústica de Lowson.

A proposta apresentada por Lowson (1969) tem como base a formulação de Lighthill, no entanto, ao invés de dar ênfase ao ruído gerado por jatos (quadrupolos) em um meio quiescente, focou o seu estudo na predição do ruído devido a fontes mono e dipolares, ou seja, devido à variação de massa e à flutuação de forças nas superfícies rígidas que provocam o escoamento.

Tal abordagem se deve a duas razões principais. Tais mecanismos são suficientes para se ter uma boa estimativa do ruído em turbinas de fluxo axial (utilizadas na propulsão de aeronaves) e a solução não demanda tanto consumo de tempo quanto o necessário para obter o resultado do ruído gerado por quadrupolos, representado pelo termo referente ao tensor das tensões acústicas de Lighthill,  $T_{ij}$ , que requer a solução no tempo de uma integral volumétrica.

Este método tem como princípio o fato de que o escoamento turbulento provoca, devido ao movimento do rotor e às características dimensionais da máquina, campos de pressão que irão produzir irradiação sonora em freqüências discretas, nas chamadas freqüências de passagem das pás e suas respectivas harmônicas. Tal processo inicia, segundo Lowson (1970), quando a pá do rotor passa através do que é essencialmente um campo de velocidade estacionário advindo da região anterior ao rotor. As freqüências das forças de flutuação, por conseqüência, a irradiação sonora, produzidas pelo rotor são, portanto, governadas pela rotação deste. Da mesma forma, a velocidade angular do rotor governa as freqüências temporais da irradiação sonora no estator e a magnitude depende da distância entre as pás direcionadoras do estator e as pás do rotor. No caso do sistema de ventilação do motor elétrico, não existem pás direcionadoras do estator, e o papel destas é desempenhado pelas descontinuidades nas superfícies dos componentes próximos ao rotor. Além disso, sucessivas harmônicas espaciais provindas da esteira provocada pelo estator no escoamento provocado ocasionam o aumento de sucessivas harmônicas de carregamento nas pás do rotor.

Todavia, em contraste ao caso do estator, cada harmônica de carregamento no rotor provoca o aumento de mais de uma harmônica sonora no campo de irradiação. Isto é devido ao movimento rotativo das pás do rotor. O movimento relativo entre a fonte e o ouvinte provoca o surgimento de mudanças nas freqüências devido ao efeito Doppler, de tal forma que a freqüência observada aumenta à medida que a fonte se aproxima e reduz à medida que a fonte se afasta do ouvinte. Desta forma, a rotação de uma fonte pontual na pá do rotor, a uma freqüência fixa, causa uma variação periódica da freqüência observada de um ponto fixo.

Por esta razão, com o aumento da distância entre o rotor e o estator espera-se a redução do ruído basicamente em todas as freqüências harmônicas irradiadas pelo rotor.

Cada harmônica de carregamento  $(\lambda_m)$ , resultante da interação do rotor com as proximidades deste, excita um determinado modo de irradiação. Cada modo destes tem diferentes características de irradiação acústica, tal que o nível de irradiação observado advindo do rotor é dependente tanto da eficiência da irradiação sonora de cada modo, como da magnitude relativa das várias harmônicas de carregamento  $\lambda_m$ . O padrão de irradiação completo é, então, dado pela soma de todos os modos.

No modelo de Lowson, os mecanismos de irradiação sonora são, então, analisados com base em quatro tipos distintos. Dois monopolos devido a flutuações de massa, um localizado no referencial estacionário (estator ou voluta) e o outro movendo-se com o referencial rotativo (rotor), e outros dois devido a flutuações de força (dipolos), também localizados no estator e no rotor.

Apesar da simplificação, Lowson afirma que os dados experimentais confirmam os resultados calculados, para o caso de compressores utilizados na propulsão de aeronaves, como pode ser constatado na Figura 2.15 a seguir, onde são comparados os resultados de ensaios de diversos fabricantes de tais compressores com a teoria proposta, para os mecanismos mono e dipolo, onde observa-se que para tais máquinas o mecanismo dipolo é mais apropriado à previsão.

No presente trabalho, o estator (ou voluta) é formado pelos componentes tampa defletora e tampa traseira. Como está se considerando que a tampa defletora não possui grade e a tampa traseira é sem ressaltos mais próximos às pás do rotor do ventilador (ver mais detalhes no Capítulo 3), o som irradiado pelo mecanismo monopolo, que está mais diretamente ligado à resposta dos componentes estáticos à excitação do escoamento provocado pelo rotor, será desprezado.



Figura 2.15 – Comparação entre teoria e ensaios experimentais para turbocompressores, adaptado de Lowson (1969).

Assim, considerando o mecanismo dipolo no qual as fontes estão em movimento, é conveniente referenciar as forças a um sistema de referência em movimento, no caso, sobre o rotor. Desta forma, supõe-se que as coordenadas em tal sistema de referência sejam definidas pelo vetor  $\vec{\eta}$  e a origem deste sistema esteja movendo-se com a velocidade dada por  $\vec{M}_a c$ . Então, a qualquer instante, os sistemas de coordenadas  $\vec{\eta}$  e  $\vec{y}$  estão conectados pela seguinte expressão matemática (Lowson, 1969),

$$\vec{\eta} = \vec{y} - M_a c t \quad . \tag{2.147}$$

Todavia, o segundo termo da Equação (2.143) refere-se ao tempo retardado, assim a Equação (2.147) é mais adequada na forma,

$$\vec{\eta} = \vec{y} + \vec{M}_a r - \vec{M}_a ct$$
 (2.148)

Na transformação do sistema de coordenadas fixo para o sistema de coordenadas em movimento é apropriado usar a seguinte expressão, desprezando as ondas sonoras que ainda não atingiram, ou que já tenham passado pelo ouvinte, de acordo com a proposição sugerida inicialmente por Lighthill, conforme Lowson (1969),

$$\vec{\eta} = \vec{y} + \vec{M}_a r. \tag{2.149}$$

Assim, o segundo termo da Equação (2.143) é reescrito da seguinte forma, considerando as forças flutuantes em movimento,

$$p(\vec{x},t) = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{S} \frac{\mathcal{P}_i(\vec{y},t-r/c)}{r(1-M_{a,r})} \mathrm{d}S(\vec{\eta}) \quad .$$
(2.150)

onde, utilizando-se novamente a notação indicial, tem-se que,

$$M_{a,r} = \frac{M_{a,i}(x_i - y_i)}{r} = \frac{M_{a,1}(x_1 - y_1) + M_{a,2}(x_2 - y_2) + M_{a,3}(x_3 - y_3)}{r} , \qquad (2.151)$$

Este é o número de Mach instantâneo da irradiação sonora na direção do ouvinte; com *i* variando de 1 a 3, correspondente aos três eixos cartesianos; as coordenadas  $x_i$  são referentes à posição do ouvinte e as coordenadas  $y_i$  são referentes à posição da fonte sonora, conforme mostrado na Figura 2.16.



Figura 2.16 – Sistemas de coordenadas para a fonte sonora em movimento.

Utilizando a regra da cadeia e mantendo  $\vec{\eta}$  constante, conforme equacionado em Lowson (1969), a derivada parcial de  $\mathcal{P}_i$ , com relação à  $x_i$ , é dada pela seguinte aproximação,

$$\frac{\partial}{\partial x_{i(\eta)}} \mathcal{P}_{i}(\vec{y}, t - r/c) \approx -\left[\frac{x_{i} - y_{i}}{r(1 - M_{a,r})} \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{P}_{i}(\vec{y}, t - r/c)}{\partial t}\right], \qquad (2.152)$$

Esta equação é, no entanto, válida somente no campo afastado, onde,

$$\frac{x_i - y_i}{r(1 - M_{a,r})} = \frac{\partial r}{\partial x_{i(\eta)}}.$$
(2.153)

O fator  $1/(1 - M_{a,r})$  representa a amplificação dos sinais sonoros devido ao efeito Doppler. Devido à convecção dos vórtices, o efeito Doppler modifica a freqüência e, assim, o som é preferivelmente irradiado na direção na qual a mudança de freqüência é maior, definindo o padrão de diretividade sonora do sistema (Morvant, 2004).

Voltando à Equação (2.150) e utilizando a Equação (2.152), obtém-se,

$$p(\vec{x},t) = \frac{1}{4\pi} \int_{S} \left[ \frac{x_i - y_i}{c r \left(1 - M_{a,r}\right)} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\mathcal{P}_i(\vec{y},t - r/c)}{r \left(1 - M_{a,r}\right)} \right) \right] \mathrm{d}S(\vec{\eta}) \quad .$$
(2.154)

Esta expressão é conveniente para a obtenção do campo sonoro devido a forças e movimentos repetitivos, como é o caso do sistema de ventilação de um motor elétrico a uma rotação constante. Neste sistema, é observada uma série de harmônicas no campo sonoro.

Assim, considerando somente um ponto de força total  $F_i$  atuante sobre a superfície S devido à interação desta com o fluido, tal que,

$$F_{i}(\vec{y},t-r/c) = \int_{S} \mathscr{P}_{i}(\vec{y},t-r/c) \,\mathrm{d}S(\vec{\eta}) \,\,, \qquad (2.155)$$

a Equação (2.154) fica,

$$p(\vec{x},t) = \frac{x_i - y_i}{c r(1 - M_{a,r})} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{F_i(\vec{y},t - r/c)}{4\pi r(1 - M_{a,r})} \right) .$$
(2.156)

Se a fonte é assumida como sendo harmônica, então o som irradiado também terá comportamento harmônico e, portanto, possível de ser representado através de séries de Fourier. Assim, usando a notação complexa para a magnitude dos coeficientes da série de Fourier, o valor da pressão devido a *n*-ésima harmônica sonora é dada por,

$$\mathbf{p}_{n} = a_{n} + \mathrm{i} b_{n} = \frac{\varpi}{\pi} \int \left[ \frac{x_{i} - y_{i}}{c r \left( 1 - M_{a,r} \right)} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{F_{i}(\vec{y}, t - r/c)}{4\pi r \left( 1 - M_{a,r} \right)} \right) \right] \exp\{\mathrm{i} n \, \varpi \, t \,\} \mathrm{d} t \quad .$$
(2.157)

Mudando a integração, referenciando-a ao retardo no tempo  $\tau$  e fazendo,  $dt = (1 - M_{a,r}) d\tau$ , a Equação (2.157) torna-se,

$$\mathbf{p}_{n} = \frac{\sigma}{\pi} \int_{0}^{2\pi/\sigma} \left[ \frac{x_{i} - y_{i}}{c r} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{F_{i}(\vec{y}, t - r/c)}{4\pi r (1 - M_{a,r})} \right) \right] \exp\{i n \sigma (\tau + r/c)\} d\tau , \qquad (2.158)$$

e, integrando por partes, tem-se,

$$\mathbf{p}_{n} = \frac{-\varpi}{4\pi^{2}r} \int_{0}^{2\pi/\varpi} \left[ \frac{in\varpi F_{r}(\vec{y},t-r/c)}{c} + \frac{F_{i}(\vec{y},t-r/c)}{1-M_{a,r}} \left( \frac{-M_{a,i}}{r} + \frac{x_{i} - y_{i}}{r^{2}} M_{a,r} \right) \right] \\ \cdot \exp\{in\varpi (\tau + r/c)\} d\tau , \qquad (2.159)$$

onde,

$$F_r = \frac{F_i (x_i - y_i)}{r} , \qquad (2.160)$$

é a componente da força na direção do observador. O segundo termo da Equação (2.159) é importante somente no campo próximo, por causa do fator r no denominador. Assim, o resultado para o campo afastado simplifica-se a (Lowson, 1969),

$$\mathbf{p}_{n} = \frac{-\varpi}{4\pi^{2}r} \int_{0}^{2\pi/\varpi} \left[ \frac{\operatorname{i} n \,\varpi \, F_{r}(\vec{y}, t - r/c)}{c} \right] \exp\{\operatorname{i} n \,\varpi \, (\tau + r/c)\} \mathrm{d} \,\tau \quad .$$
(2.161)

Através da definição do campo de forças flutuantes é possível redefinir a Equação (2.161) de forma a torná-la mais útil ao cálculo do ruído sonoro. A partir da Figura 2.17, define-se uma transformação considerando o rotor girando com velocidade angular  $\omega$ , o eixo  $y_1$  coincidente com o eixo de rotação do rotor e o ouvinte localizado no plano  $x_1x_2$ . Definindo  $r_1$  como,

$$r_1 = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} , \qquad (2.162)$$

da Figura 2.17, é possível definir as componentes nos respectivos eixos conforme,

$$F_i \Rightarrow -T \quad ; \quad -D \, \operatorname{sen}(\theta) \quad ; \quad D \, \cos(\theta) \, ,$$

$$(x_i - y_i) \Rightarrow x_1 \quad ; \quad x_2 - R_f \cos(\theta) \quad ; \quad -R_f \, \operatorname{sen}(\theta) \, .$$

$$(2.163)$$



Figura 2.17 – Sistemas de coordenadas para a fonte sonora no rotor (Lowson, 1969).

Assim,

$$F_r = F_i \frac{(x_i - y_i)}{r} = -\frac{T x_1}{r} - \frac{D x_2}{r} \operatorname{sen}(\theta) , \qquad (2.164)$$

$$r \approx r_1 - \frac{x_2 R_f}{r_1} \cos(\theta) , \qquad (2.165)$$

onde,  $T \in D$ , são as forças de empuxo e de arraste, respectivamente; e  $R_f$  é o raio de giro onde encontra-se a fonte sonora em estudo, ligada à pá do rotor. As equações complexas de  $T \in D$ , de comportamento harmônico, são,

$$\mathbf{T} = \sum_{\lambda_m = -\infty}^{+\infty} \mathbf{T}_{\lambda_m} \exp\{-i\,\lambda_m\,\varpi\,t\} , \qquad (2.166)$$

$$\mathbf{D} = \sum_{\lambda_m = -\infty}^{+\infty} \mathbf{D}_{\lambda_m} \exp\{-i\lambda_m \,\boldsymbol{\sigma} \,t\} \,, \qquad (2.167)$$

onde,  $\lambda_m$  corresponde ao número ou ordem harmônica do carregamento flutuante considerado;  $\mathbf{T}_{\lambda m}$  e  $\mathbf{D}_{\lambda m}$  são quantidades complexas e devem ser definidas corretamente para uma análise consistente (Lowson, 1969). Assim, usando todos estes resultados, as flutuações de pressão que definem as irradiações sonoras referentes às harmônicas consideradas para o campo afastado, são definidas pela seguinte expressão,

$$\mathbf{p}_{n} = \frac{\mathrm{i}\,n\,\boldsymbol{\sigma}}{4\pi^{2}c\,r} \int_{0}^{2\pi} \sum_{\lambda_{m}=-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{x_{1}\,\mathbf{T}_{\lambda_{m}}}{r_{1}} + \frac{x_{2}\,\mathbf{D}_{\lambda_{m}}}{r_{1}} \operatorname{sen}(\,\theta\,) \right] \exp\left\{ \mathrm{i}\left(n-\lambda_{m}\right)\theta - \mathrm{i}\,n\left(\frac{M_{a,R}\,x_{2}}{r_{1}}\right) \cos(\theta) \right\} \mathrm{d}\theta \quad , \quad (2.168)$$

onde,  $M_{a,R} = (\varpi R_f)/c$  é o número de Mach rotacional.

Parte da integral da Equação (2.168) é semelhante a uma das formas padrões para as funções de Bessel, conforme a seguinte relação,

$$\int_{0}^{2\pi} \exp\{i(n\theta - z\cos(\theta))\} \operatorname{sen}(\theta) d\theta = -2\pi i^{-n} \frac{n}{z} J_n(z) , \qquad (2.169)$$

onde,  $J_n(z)$  é a função de Bessel de primeira espécie e de ordem n.

Assim, pode-se reescrever a Equação (2.168), que se refere somente a uma pá do rotor como, conforme Lowson (1969),

$$\mathbf{p}_{n} = \frac{\mathrm{i}\,n\,\varpi}{2\pi\,c\,r_{1}}\sum_{\lambda_{m}=-\infty}^{+\infty}\left(-\mathrm{i}\right)^{n-\lambda_{m}}\left[\frac{x_{1}\,\mathbf{T}_{\lambda_{m}}}{r_{1}} - \frac{n-\lambda_{m}}{n}\frac{\mathbf{D}_{\lambda_{m}}}{M_{c,R}}\right]J_{n-\lambda_{m}}\left(\frac{n\,M_{a,R}\,x_{2}}{r_{1}}\right).$$
(2.170)

Considerando a soma de todas as  $N_p$  pás do rotor e também o cancelamento devido à consideração de determinadas relações de ortogonalidades (Lowson, 1969), a magnitude complexa da *m*-ésima ordem harmônica de ruído irradiada pelas forças flutuantes no rotor é dada por,

$$\mathbf{p}_{m} = \frac{\mathrm{i}\,m\,N_{p}^{2}\boldsymbol{\varpi}}{2\pi\,c\,r_{1}}\sum_{\lambda_{m}=-\infty}^{+\infty} (-\mathrm{i})^{m\,N_{p}-\lambda_{m}} \left[ \mathbf{T}_{\lambda_{m}}\cos(\varphi) - \frac{m\,N_{p}-\lambda_{m}}{m\,N_{p}} \frac{\mathbf{D}_{\lambda_{m}}}{M_{c,R}} \right] J_{m\,N_{p}-\lambda_{m}} \left( m\,N_{p}\,M_{a,R}\,\mathrm{sen}(\varphi) \right), \quad (2.171)$$

onde, nesta equação a função de Bessel tem influência fundamental no padrão de diretividade, uma vez que é função do ângulo  $\varphi$  da posição do ouvinte em relação à fonte sonora.

Belamri e Wang (2004) apresentaram uma generalização da Equação (2.171), considerando,

$$\mathbf{T}_{\lambda_m} = F_T \lambda_m^{-h} \qquad \qquad \mathbf{e} \qquad \qquad \mathbf{D}_{\lambda_m} = F_D \lambda_m^{-h} , \qquad (2.172)$$

onde,  $F_T \in F_D$  são, respectivamente, as componentes de empuxo (*thrust*) e de torque (*drag*) da força aerodinâmica global atuante sobre a pá do rotor, obtida através de análise de CFD em regime permanente. Neste modelo h, chamado coeficiente de carregamento harmônico (loading coefficient), é um parâmetro arbitrário ajustado comparando-se os valores teóricos com os obtidos experimentalmente (Belamri e Wang, 2004) e será analisado mais adiante na seção 4.2.4. É interessante comentar que tais equações definem o comportamento das funções de predição dos espectros em freqüência dos níveis de ruído do rotor. Quando h > 1, o nível de ruído nas freqüências características apresenta um comportamento de decaimento exponencial, de tal maneira que as expressões mostradas na Equação (2.172) mostram-se adequadas a rotores de compressores ou rotores de ventiladores axiais, com as amplitudes nas freqüências de passagem bem definidas. Ressalta-se que talvez estas expressões não sejam as mais adequadas ao tipo de rotor do sistema de ventilação de motores elétrico, conforme será discutido no presente trabalho. A Figura 2.18 mostrada um espectro de NPS com um comparativo entre os resultados experimentais e teóricos para um ventilador axial, apresentado em Belamri e Wang (2004) e onde é possível observar, através do ajuste correto valor de h, a boa coerência dos valores discretos de NWS na freqüência de passagem e respectivas harmônicas do rotor em estudo.



Figura 2.18 – Comparativo entre os valores experimentais e a teoria, utilizando a proposta de Belamri e Wang (2004) à analogia acústica de Lowson (1969).

Dando continuidade ao equacionamento proposto por Belamri e Wang (2004), para a obtenção do nível de ruído, em escala dB, é necessário obter-se o valor da raiz média quadrática (*rms*), conforme a Equação (2.94). Considerando que a flutuação de pressão modelada tem forte característica senoidal, o valor eficaz é aproximado por,

$$p_{mrms} = \sqrt{\frac{1}{\Gamma} \int_{0}^{\Gamma} (\mathbf{p}_{m})^{2} dt} \approx \frac{|\mathbf{p}_{m}|}{\sqrt{2}}, \qquad (2.173)$$

onde,  $\Gamma$ é o período de tempo considerado para o cálculo da média quadrática.

A equação da pressão sonora *rms*, no campo afastado, para cada ordem harmônica *m* (sendo *m* um valor inteiro positivo) da freqüência de passagem  $f_p$ , é obtida com o valor de  $|\mathbf{p}_m|$  a partir da Equação (2.171), considerando-se somente as ordens harmônicas de carregamento proporcionais ao número de pás, ou seja,  $\lambda_m = m N_p$ . Tal consideração é adotada porque o somatório dos termos em que se consideram valores de  $\lambda_m$  múltiplos não-inteiros de  $N_p$  é igual à zero, como pode ser visto no desenvolvimento matemático apresentado em Lowson (1969). Assim, utilizando esta consideração, o somatório é eliminado e a Equação (2.173) é reduzida para,

$$p_{m_{rms}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{m N_p^2 \varpi}{2\pi c r_1} \left[ F_T \cos(\varphi) (m N_p)^{-h} \right] J_0 (m N_p M_{a,R} \sin(\varphi)) \right\} .$$
(2.174)

Desta forma, é possível determinar o nível de pressão sonora global, dado pela Equação (2.95), considerando quantas harmônicas forem necessárias e a posição do ouvinte em relação à fonte, dada pelo ângulo de posição  $\varphi$  e pela distância  $r_1$ . Este modelo será também empregado nas análises mostradas no Capítulo 4.

É importante salientar que, no equacionamento realizado nesta seção, considerou-se a fonte de geração de ruído dentro do escoamento turbulento, assumindo-se baixo número de Mach (inferiores a 0,3). Esta fonte é detectada pelo ouvinte no campo afastado, que se encontra em repouso, tal que a condição do meio não influi na transmissão das ondas sonoras. Em outras palavras, o meio onde o ruído é gerado encontra-se em escoamento turbulento e o meio no qual a onda se propaga, entre a fonte e o observador, encontra-se em repouso. Portanto, a solução do escoamento turbulento visa determinar as fontes do ruído, enquanto que os modelos de escoamento invíscido mostrados acima são utilizados para descrever a propagação do ruído.

A seguir apresenta-se o método de discretização e solução numérica utilizado para a solução dos modelos de turbulência apresentado anteriormente.

## 2.4 Método numérico.

Apenas os escoamentos mais simples ou sob condições ideais possuem soluções exatas das equações de Navier-Stokes.

Para a obtenção da solução de escoamentos complexos, deve-se normalmente adotar um método numérico. Nestes métodos, em geral, problema é discretizado em malhas temporal e espacial e as equações diferenciais são substituídas por aproximações algébricas que podem ser resolvidas usando um algoritmo numérico (ANSYS CFX, 2007). Para isso, as derivadas da função, existentes na equação de transporte, devem ser substituídas por equações algébricas dependentes dos valores discretos da função, avaliados em pontos discretos da malha. A maneira de obter essas equações algébricas é que caracteriza o tipo de método numérico (Coelho, 2006).

No presente trabalho, o método utilizado é o de volumes finitos onde as equações aproximadas são obtidas através da integração das equações de conservação da propriedade de interesse (massa, quantidade de movimento linear e outras) em um volume elementar. Para a obtenção das equações aproximadas, parte-se da equação diferencial na sua forma conservativa e integra-se esta equação sobre o volume de controle, que é definido pela discretização física do modelo (ANSYS CFX, 2007).

2.4.1 Discretização das equações governantes.

O método de volume finitos baseado em elementos (Element Based Finite Volume Method -EbFVM).

O método utilizado para a discretização das equações que definem o escoamento é o *EbFVM*, que pertence à classe dos métodos de volumes finitos, mas é concebido de forma a usufruir algumas das boas características do método de elementos finitos, como o emprego de malhas não-estruturadas e das funções de forma (Maliska, 2004).

Assim, a discretização do domínio em volumes de controle finito é realizada através de uma malha, onde tais volumes de controle são construídos ao redor dos nós, unindo-se o centro dos elementos com suas medianas (*cell vertex construction*). Nestes nós são armazenadas todas as propriedades do fluido e as variáveis conservadas.

O volume de controle resultante é formado por porções (sub-volumes de controle) dos elementos da vizinhança, Na Figura 2.19, mostra-se uma malha típica, com uma profundidade unitária, portanto bidimensional, e na qual a superfície do volume de controle é representada pela área sombreada.



Figura 2.19 – Superficie do volume finito na malha (ANSYS CFX, 2007).

Considerando a equação da conservação da massa, particularizando-a para o caso bidimensional (considerando um volume com espessura unitária) e referenciado aos eixos ortogonais  $x_1$  e  $x_2$ , conforme a Figura 2.20, a integração sobre o volume de controle é dada por (Maliska, 2004),

$$\int_{p_{i_1}}^{p_{i_3}} \int_{p_{i_2}}^{p_{i_4}} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} (\rho U_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (\rho U_2) \right] dx_1 dx_2 = 0, \qquad (2.175)$$



Figura 2.20 – Balanço de massa no volume de controle de espessura unitária, adaptado de Maliska (2004).

ou,

$$\int_{p_{i_2}}^{p_{i_4}} \left[ \rho U_1 \Big|_{p_{i_3}} - \rho_0 U_1 \Big|_{p_{i_1}} \right] dx_2 + \int_{p_{i_1}}^{p_{i_3}} \left[ \rho U_2 \Big|_{p_{i_4}} - \rho U_2 \Big|_{p_{i_2}} \right] dx_1 = 0, \qquad (2.176)$$

onde *pi* são os pontos de integração. O resultado da integração da Equação (2.176) remete ao balanço de massa no volume de controle bidimensional. A preferência em se obter as equações aproximadas integrando-se as equações diferenciais vem do fato de que nem todos os balanços são de fácil dedução, tal como a conservação da massa (Maliska, 2004).

Generalizando a equação discretizada para o caso tridimensional e considerando o termo transiente, tem-se que,

$$\Delta V \left(\frac{\rho - \rho^0}{\Delta t}\right) + \sum_k \left(\rho \, \vec{U} \cdot \vec{n}_k \Delta S_k\right)_{pi_k} = 0, \qquad (2.177)$$

Onde  $\Delta V$  é o volume de controle, o sobrescrito <sup>0</sup> corresponde ao campo de solução no nível de tempo anterior, *k* corresponde ao número de superfícies do volume de controle que contém os pontos de integração *pi*,  $\vec{n}_k$  é o vetor unitário normal a cada superfície e  $\Delta S_k$  corresponde às superfícies do volume de controle que contém cada ponto de integração.


Figura 2.21 – Volume de controle e definição do vetor normal à  $\Delta S$  (Maliska, 2004).

O vetor unitário  $\vec{n}$  é dado pela seguinte expressão, conforme a geometria mostrada na Figura 2.21, onde se considerou a superfície  $\Delta S$  paralela ao eixo coordenado  $x_3$  e, por convenção, a normal sempre é dirigida para fora e o sentido de integração é anti-horário (Maliska, 2004),

$$\vec{n} = \left(\frac{\Delta x_2 \,\Delta x_3}{\Delta S}\right) \vec{i} - \left(\frac{\Delta x_1 \,\Delta x_3}{\Delta S}\right) \vec{j} \quad . \tag{2.178}$$

Realizando o mesmo procedimento, no caso mais geral, para a equação da conservação da quantidade de movimento linear obtém-se (Maliska, 2004),

$$\Delta V \left( \frac{\rho U_i - \rho^0 U_i^0}{\Delta t} \right) + \sum_k (\dot{m})_{pi_k} (U_i)_{pi_k} = \sum_k \left( P \, \delta_{ij} \cdot \vec{n}_k \Delta S_k \right)_{pi_k} + \sum_k \left( \mu_{eff} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \cdot \vec{n}_k \Delta S_k \right)_{pi_k} + \overline{S}_{U_i} \Delta V$$
(2.179)

Generalizando este procedimento para uma variável genérica  $\psi$ , que representa os campos escalares do escoamento (variáveis turbulentas) têm-se,

$$\Delta V \left( \frac{\rho \psi - \rho^0 \psi^0}{\Delta t} \right) + \sum_k (\dot{m})_{pi_k} \psi_{pi_k} = \sum_k \left( \Gamma_{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial x_j} \cdot \vec{n}_k \Delta S_k \right)_{pi_k} + \overline{S_{\psi}} \Delta V \quad .$$
(2.180)

Nestas equações  $\overline{S}_{U_i}$  e  $\overline{S}_{\psi}$  são termos fontes obtidos ponderando-se os valores dos termos fontes dos nós circunvizinhos e utilizou-se o método regressivo de Euler de primeira ordem (*First Order Backward Euler scheme*) para a aproximação da derivada temporal, tal que,

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\psi - \psi^0}{\Delta t} \quad . \tag{2.181}$$

A variável  $(\dot{m})_{pi_k}$  se refere ao fluxo de massa discreto sobre a superfície do volume de controle referenciada ao ponto de integração considerado e é dada por (ANSYS CFX, 2007),

$$\left(\dot{m}\right)_{pi_{k}} = \left(\rho \vec{U} \cdot \vec{n}_{k} \Delta S_{k}\right)_{pi_{k}}.$$
(2.182)

A variável  $\mu_{e\!f\!f}$ é chamada de viscosidade efetiva e é definida por,

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \,. \tag{2.183}$$

2.4.2 Acoplamento pressão-velocidade.

A localização relativa das variáveis na malha é conhecida como arranjo de variáveis, cuja característica principal é a posição relativa entre os componentes do vetor velocidade e a pressão. Quando se resolve numericamente uma única equação diferencial, normalmente, a incógnita é localizada (armazenada) no centro do volume de controle, porém, quando se têm mais de uma equação existem diferentes métodos disponíveis para este armazenamento e para o acoplamento entre as soluções das diversas equações (Maliska, 2004).

O programa de *CFD* comercial ANSYS CFX R11.0, utilizado no presente trabalho, trabalha com o arranjo chamado de co-localizado, onde todas as variáveis são armazenadas no mesmo ponto, com o mesmo volume elementar de integração.

O problema é que tal arranjo, sem que seja convenientemente ajustado, provoca um forte desacoplamento do campo de pressões, principalmente para escoamentos incompressíveis ou em fluxos onde a densidade é dependente da temperatura. Assim, deve-se determinar um equacionamento que permita calcular um campo de pressões que, quando inserido nas equações do movimento, origine um campo de velocidades que satisfaça a equação da conservação da massa (Maliska, 2004).

Para solucionar esse problema de acoplamento, o ANSYS CFX R11.0 utiliza, com base na interpolação de Rhie-Chow, a seguinte formulação de acoplamento pressão-velocidade, obtida a partir da obtenção da conservação de movimento linear em cada ponto de integração,

$$U_{i}\big|_{pi} = \overline{U}_{i}\big|_{pi} + f_{pi}\left(\frac{\partial P}{\partial x_{i}}\Big|_{pi} - \frac{\overline{\partial P}}{\partial x_{i}}\Big|_{PN}\right) - c_{pi}f_{pi}\left(U_{i}^{0}\big|_{pi} - \overline{U}_{i}^{0}\Big|_{PN}\right), \qquad (2.184)$$

com,

$$f_{pi} = \frac{d_{pi}}{1 - c_{pi} d_{pi}}$$
,  $d_{pi} = -\frac{\Delta V}{A_{P_c}}$  e  $c_{pi} = \frac{\rho}{\Delta t}$ , (2.185)

onde,  $A_{P_c}$  é o coeficiente do sistema de equações linear do ponto central  $P_c$  (ver Figura 2.20). A barra acima das variáveis e o subscrito  $_{PN}$  representam a média dos valores referentes aos pontos nodais adjacentes, enquanto o sobrescrito <sup>0</sup> assinala os valores no passo de tempo anterior (ANSYS CFX, 2007).

# 2.4.3 Função de forma.

Os campos de soluções são armazenados nos nós da malha (chamado armazenamento co-localizado) e há a necessidade de obtenção aproximada de valores ou de gradientes de soluções nos pontos de integração. Para isto, funções de forma de elementos finitos são utilizadas para calcular a variação da solução dentro dos elementos da malha (ANSYS CFX, 2007). Assim, considerando a variável genérica  $\psi$ , esta varia dentro de elemento conforme,

$$\psi = \sum_{i=1}^{N_{mo}} (N_f)_i \psi_i , \qquad (2.186)$$

onde,  $N_{n\delta}$  é o número de nós do elemento,  $N_f$  é a função de forma e  $\psi_i$  é o valor de  $\psi$ , ambos para o nó *i*. O somatório é feito sobre todos os nós de um elemento e as propriedades fundamentais das funções de forma são,

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N_{no}} (N_f)_i = 1\\ \text{Para o nó } j, \ (N_f)_i = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$
(2.187)

As funções de forma utilizadas no ANSYS CFX R11.0 são lineares em termos das coordenadas paramétricas. Isto é possível porque a Equação (2.186) se mantém invariável à rotações e translações . Assim, considerando a coordenada genérica *X*, têm-se também que,

$$X = \sum_{i=1}^{N_{no}} \left( N_f \right)_i X_i , \qquad (2.188)$$

As funções de forma trilineares<sup>8</sup> suportadas para o caso de um elemento tetraédrico, mostrado na Figura 2.22 abaixo, são.



Figura 2.22 – Exemplo de um elemento tetraédrico com as respectivas coordenadas intrínsecas,  $\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$ , adaptado de ANSYS CFX (2007).

$$\begin{cases} \left(N_{f}\right)_{1}(\xi_{1},\xi_{2},\xi_{3}) = 1 - \xi_{1} - \xi_{2} - \xi_{3} \\ \left(N_{f}\right)_{2}(\xi_{1},\xi_{2},\xi_{3}) = \xi_{1} \\ \left(N_{f}\right)_{3}(\xi_{1},\xi_{2},\xi_{3}) = \xi_{2} \\ \left(N_{f}\right)_{4}(\xi_{1},\xi_{2},\xi_{3}) = \xi_{3} \end{cases}$$

$$(2.189)$$

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> As funções de forma trilineares correspondem a uma interpolação trilinear que é equivalente a uma simples interpolação linear a três dimensões.

É válido destacar que estas funções de forma produzem combinações lineares majoradas pelos valores nodais, positivamente ou negativamente. Os resultados destas influências positivas e negativas são identificados como erros de discretização (ANSYS CFX, 2007).

## 2.4.4 Termos de difusão.

Utilizando as funções de forma, pode-se determinar as derivadas de todos os termos de difusão. Para isso, utiliza-se a aproximação padrão de elementos finitos. Por exemplo, a derivada na direção  $x_1$  de um ponto de integração *pi* é (ANSYS CFX, 2007),

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_i}\Big|_{pi} = \sum_{N_{n\delta}} \frac{\partial (N_f)_{N_{n\delta}}}{\partial x_i} \Big|_{pi} \psi_{N_{n\delta}} , \qquad (2.190)$$

onde o somatório é sobre todas as funções de forma do elemento. As derivadas cartesianas das funções de forma podem ser expressas em termos de respectivas derivadas locais através da matriz de transformação Jacobiana, dada por,

$$\frac{\frac{\partial N_{f}}{\partial x_{1}}}{\frac{\partial N_{f}}{\partial x_{2}}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{1}}{\partial \xi_{1}} & \frac{\partial x_{2}}{\partial \xi_{1}} & \frac{\partial x_{3}}{\partial \xi_{1}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{f}}{\partial \xi_{1}} \\ \frac{\partial N_{f}}{\partial \xi_{2}} \\ \frac{\partial N_{f}}{\partial \xi_{2}} & \frac{\partial x_{2}}{\partial \xi_{2}} & \frac{\partial x_{3}}{\partial \xi_{2}} \\ \frac{\partial X_{1}}{\partial \xi_{3}} & \frac{\partial X_{2}}{\partial \xi_{3}} & \frac{\partial X_{3}}{\partial \xi_{3}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{f}}{\partial \xi_{1}} \\ \frac{\partial N_{f}}{\partial \xi_{2}} \\ \frac{\partial N_{f}}{\partial \xi_{2}} \end{bmatrix} .$$
(2.191)

Os gradientes das funções de forma podem ser avaliados na posição real de cada ponto de integração, referenciando-se aos demais pontos de integração do volume (chamada de interpolação trilinear) ou onde a superfície formada pelos pontos de integração intercepta a aresta do elemento, referenciando-se aos vértices adjacentes (interpolação linear). A primeira abordagem tem como desvantagem o fato de ser altamente dependente da qualidade da malha, tal que, com grandes razões de aspecto dos elementos e/ou com elementos muito distorcidos, não tem um bom desempenho.

A interpolação linear, também tem dependência da qualidade da malha, mas apresenta uma melhoria na robustez da solução em relação à interpolação trilinear, devido à redução localizada da ordem de precisão espacial entre o ponto de integração e os vértices adjacentes do elemento. Por fim, o ANSYS CFX R11.0 utiliza a interpolação linear no processo de solução das equações discretizadas dos termos difusivos (etapa do *solver*) e interpolação trilinear no pósprocessamento dos resultados (etapa do *post*).

#### 2.4.5 Termo gradiente de pressão.

A integração de superfície do gradiente de pressão nas equações da conservação da quantidade de movimento linear envolve o cálculo do seguinte termo,

$$\left(P\,\delta_{ij}\cdot\vec{n}_k\Delta S_k\right)_{pi_k}.$$
(2.192)

O valor de  $P_{pi}$  é calculado a partir da seguinte expressão,

$$P_{pi} = \sum_{N_{n\delta}} \left( N_f \right)_{N_{n\delta}} (\xi_1, \xi_2, \xi_3)_{pi} P_{N_{n\delta}} .$$
(2.193)

Assim como nos termos difusivos, a função de forma utilizada para interpolar P pode ser calculada para a localização real de cada ponto de integração (isto é, interpolação trilinear), ou na localização onde a superfície formada pelos pontos de integração intercepta a aresta do elemento, isto é, interpolação linear (ANSYS CFX, 2007).

## 2.4.6 Termo de advecção.

Para completar a discretização do termo advectivo é necessário correlacionar o valor da variável contida no nó situado no lado oposto ao sentido do escoamento, representado genericamente por  $\psi_{op}$ , com o valor da variável contida no ponto de integração, representado por  $\psi_{pi}$ . No ANSYS CFX R11.0 tal correlação é tratada utilizando a seguinte expressão,

$$\psi_{pi} = \psi_{op} + \beta_{ad} \,\nabla\psi\,\Delta\vec{r} \quad , \tag{2.194}$$

onde  $\Delta \vec{r}$  é o vetor que liga o nó oposto ao ponto de integração *pi* e, quando se usa uma mistura específica,  $\nabla \psi$  é igual à média dos gradientes das variáveis dos nós adjacentes. Mas, quando se usa um esquema de alta resolução,  $\nabla \psi$  é o gradiente das variáveis do nó oposto.

Dependendo da escolha feita para  $\beta_{ad}$  têm-se diferentes esquemas.

• Esquema de Primeira Ordem – UDS (Upwind Difference Scheme).

Um valor de  $\beta_{ad} = 0$  leva a um esquema de diferenciação de primeira ordem. Essa metodologia é considerada muito robusta, isto é, numericamente estável. Porém, a utilização desse esquema traz alta dissipação embutida, localizada nas regiões de altos gradientes. O mecanismo de suavização dos gradientes é equivalente ao processo de difusão física de uma propriedade, sendo por isso chamado de difusão numérica ou falsa difusão, conforme mostrado na Figura 2.23(b) (Maliska, 2004).

Esquema de Correção de Advecção Numérica (combinação especificada).

Escolhendo um valor para  $\beta_{ad}$  entre 0 e 1, e fazendo  $\nabla \psi$  igual à média dos gradientes dos nós adjacentes, as propriedades difusivas associadas ao esquema UDS são reduzidas. A quantidade  $(\beta_{ad} \nabla \psi \Delta \vec{r})$ , chamada de correção de advecção numérica, pode ser vista como uma correção anti-difusiva adicionado ao UDS. Escolhendo  $\beta_{ad} = 1$  tem-se uma aproximação de segunda ordem que é formalmente mais preciso do que um esquema de primeira ordem e resulta em uma discretização mais aproximada nos altos gradientes. No entanto, este método possui a desvantagem de ser menos robusto do que o esquema de primeira ordem, além de poder apresentar algumas oscilações sem fundamentos físicos na sua solução, conforme mostrado na Figura 2.23(a).



Figura 2.23 – Esquemas de diferenciação na advecção (Maliska, 2004): (a) presença de oscilação numérica,  $\beta_{ad} = 1$  e (b) difusão numérica,  $\beta_{ad} = 0$ .

• Esquema de Diferenças Centrais – CDS (Central Difference Scheme).

Com este esquema o valor de  $\beta_{ad}$  é igual a 1 e  $\nabla \psi$  é igual ao gradiente do elemento local. Uma interpretação alternativa é que  $\psi_{pi}$  é resolvido usando uma função de forma trilinear dada por,

$$\psi_{pi} = \sum_{N_{no}} \left( N_f \right)_{N_{no}} (\xi_1, \xi_2, \xi_3)_{pi} \psi_{N_{no}} \quad .$$
(2.195)

O esquema resultante é de precisão de segunda ordem e compartilha das mesmas vantagens e desvantagens do esquema de Correção de Advecção Numérica. Uma desvantagem adicional atribuída a este esquema é que pode sofrer problemas sérios de desacoplamento e, portanto, não é normalmente recomendado (ANSYS CFX, 2007).

• Esquema de Alta Resolução.

Nesse esquema,  $\beta_{ad}$  é computado localmente em cada volume de controle e será tão próximo de 1 quanto possível, sem introdução de oscilações numéricas e  $\nabla \psi$  é igual ao gradiente das variáveis do volume de controle localizado no nó oposto. Utilizando esse esquema tem-se uma ótima precisão, pois ele e se reduz à primeira ordem quando está próximo da descontinuidade e em corrente livre, onde as soluções têm pequenas variações. Deve-se salientar que para quantidades vetoriais, como a velocidade, tem-se um  $\beta_{ad}$  independente, calculado para cada componente vetorial (ANSYS CFX, 2007).

#### 2.4.7 Resolução do sistema de equações.

O conjunto de equações lineares resultantes da aplicação do método de volumes finitos para todos os elementos do domínio é formado por equações de conservação discretas. Esse sistema de equações pode ser representado por,

$$[A][\psi] = [b], \tag{2.196}$$

onde, [A] é a matriz de coeficientes  $[\psi]$  é o vetor solução e [b] é o termo independente.

A equação acima é resolvida iterativamente no ANSYS CFX R11.0 através do método *Multigrid* ou *AMG* (*Algebraic Multigrid Method*) baseado na estratégia *ACM* (*Additive Correction Multigrid*). Tal procedimento adota uma redução virtual do refino da malha com o objetivo de reduzir os problemas de convergência. Mais detalhes a respeito da formulação desta metodologia recomenda-se consultar Maliska (2004).

Resumidamente, o equacionamento inicia-se a partir da seguinte linearização do sistema de equações discretizadas,

$$(A_{P_c})_i \psi_i - \sum A_{nb} \psi_{nb} = b_i , \qquad (2.197)$$

onde, o índice *i* é referente aos volumes de controle da malha mais fina. Após, com uma solução aproximada  $\psi$  na malha mais fina, é feito uma correção  $\psi_{I,i}^*$ , obtida na malha imediatamente mais grossa, aplicada aos volumes *i* (que compõem o volume *I* da malha mais grossa), para resultar em uma solução melhor  $\tilde{\psi}$ , dada por,

$$\widetilde{\psi}_i = \psi_i + \psi_{I,i}^* \ . \tag{2.198}$$

A base do método *AGM/ACM* é manter os princípios de conservação também para os volumes das malhas mais grosseiras, ou seja, a soma dos erros residuais dos volumes da malha mais fina que compõem os volumes da malha mais grossa deve se igualar à zero. Conforme seqüência de cálculos disponível em Maliska (2004), é possível se obter a expressão para o valor do somatório dos erros residuais na malha mais refinada, dada por,

$$\sum_{i \, de \, I} res_i = \sum_{i \, de \, I} \left\{ \left( A_{P_c} \right)_i \psi_{I,i}^* - \sum_{nb \, de \, i} A_{nb} \psi_{NB,nb}^* \right\},$$
(2.199)

onde, *res* é o resíduo das variáveis do escoamento da malha inicial, mais refinada,  $\psi^*_{NB,nb}$  é a correção aplicada à solução das variáveis nos pontos do volume considerado que se conectam com os volumes vizinhos.

No ANSYS CFX R11.0, o método *AGM/ACM* é utilizado em conjunto com a técnica de decomposição *LU* incompleta ou *ILU* (*Incomplete Lower Upper*), para a solução das equações lineares decorrentes da discretização. Compondo um algoritmo acoplado de solução, que resolve as equações de conservação como um sistema simples de equações.

Este tratamento da solução usa uma discretização totalmente implícita das equações em qualquer passo de tempo, de tal forma que, para problemas em regime permanente, o passo de tempo comporta-se apenas como um "parâmetro de aceleração" que serve para guiar as soluções aproximadas baseando-se na física de uma solução permanente. Isto reduz o número de iterações necessárias para a convergência em regime permanente, ou então, para calcular a solução em cada passo de tempo, em simulações transientes (ANSYS CFX, 2007). 2.4.8 Modelamento do escoamento próximo à parede.

Um problema decorrente da formulação anteriormente apresentada, que dificulta a predição correta do escoamento, principalmente no que se refere ao desenvolvimento da camada limite e ao ponto de descolamento, é o tratamento das equações nas regiões próximas às paredes.

O motivo pelo qual ocorre tal dificuldade é porque em escoamentos próximos a paredes que possuem a condição de não-deslizamento (*no-slip*), existem fortes gradientes das variáveis dependentes e os efeitos viscosos sobre os processos de transporte são consideráveis.

A seguir são mostrados as divisões da camada limite e os principais métodos utilizados para o tratamento do modelamento do escoamento próximo à parede que complementam a formulação necessária para a resolução das variáveis do escoamento.

## Divisões de camada limite.

Com o objetivo de entender melhor os fenômenos na camada limite, divide-se esta em duas regiões.

A região mais próxima à parede, chamada de região interna, que corresponde 10 a 20% da camada limite total, subdivide-se em três, que são, em ordem de crescimento da distância da parede:

- A subcamada viscosa, onde o escoamento é praticamente laminar e a viscosidade molecular tem grande importância na quantidade de movimento linear e na transferência de calor;
- Mais afastado da parede tem-se a camada logarítmica onde a turbulência é dominante;
- Entre essas duas camadas existe uma camada de amortecimento (*buffer layer*, também encontrada por *blending region*) onde os efeitos da viscosidade molecular e da turbulência têm igual importância. Tais divisões são mostradas na Figura 2.24.



Figura 2.24 – Divisões da camada limite (ANSYS CFX, 2007) (a) gráfico  $[y \ge u]$  e (b) gráfico  $[u^+ \ge \ln(y^+)]$ .

Após a região interna, tem-se a região externa, onde os efeitos inerciais são dominantes e não são diretamente influenciados pelos efeitos viscosos (Versteeg e Malalasekera, 1995).

## Métodos de modelamento do escoamento próximo à parede.

Têm-se duas abordagens principais utilizadas para modelar o escoamento próximo à parede:

- Método da função de parede: nesta abordagem utilizam-se fórmulas empíricas que fazem a ligação entre as condições de parede, tal como a tensão de cisalhamento na parede e as variáveis do escoamento nos nós da malha próximos à parede, que se pressupõe, estejam na camada logarítmica. A maior vantagem em utilizar funções de parede é a possibilidade de simular o escoamento com malhas relativamente grosseiras, salvando tempo de processamento e espaço de armazenamento. Este método também evita a necessidade de resolver todos os efeitos viscosos dos modelos de turbulência. Um dos maiores inconvenientes desta abordagem é que a predição depende da localização dos nós próximos às paredes, tal que um maior refinamento da malha não caracteriza diretamente uma melhoria na predição, conforme Vieser *et al.* (2002);
- Método baixo número de Reynolds (low-Reynolds-number method): neste método resolvem-se os detalhes do perfil da camada limite utilizando uma malha extremamente refinada próxima à parede, discretizando-se inclusive a subcamada viscosa. Nos casos onde se tem baixo número de Reynolds a omissão do cálculo dos efeitos viscosos da subcamada viscosa, com é proposto no método citado anteriormente, pode trazer um efeito significante na solução. Mas, devido a esta grande discretização, o esforço

computacional muitas vezes impossibilita a utilização deste método, principalmente a simulações mais complexas, como aquelas aplicadas à indústria. E, por este motivo o método das funções de parede é mais comumente utilizado.

Em vista do exposto, é utilizado, no presente trabalho, um método que faz um tratamento automático próximo à parede, o que possibilita utilizar malhas mais grosseiras e faz uma mescla do método de função de parede com o método de baixo número de Reynolds, dependendo das condições do escoamento e do grau de refinamento da malha.

Para a qualificação do nível de refinamento próximo à parede utiliza-se como referência a definição da variável denominada distância da parede adimensional,  $y^+$ , que será descrita mais a diante.

## Tratamento automático próximo à parede.

Como comentado anteriormente, as funções de parede padrões são baseadas em suposições físicas, que são problemáticas em escoamentos a baixo número de Reynolds ( $Re < 10^5$ ) e a subcamada laminar acaba sendo omitida no balanço de massa e momento (Coelho, 2006).

Por outro lado, o uso do método de baixo número de Reynolds exige um refinamento excessivo da malha próximo à parede, que não satisfaz os requisitos impostos pelas simulações dos casos industriais.

Assim, a idéia por trás da formulação automática é alternar gradativamente entre uma formulação da subcamada viscosa, ou baixo número de Reynolds, e as funções de parede, baseando-se no escoamento e no tamanho de malha de volumes finitos (Vieser *et al.*, 2002).



Figura 2.25 – Comparativo de simulações com malhas diversas, resultados experimentais e modelamento próximo à parede (Vieser *et al.*, 2002).

(a) Modelo de turbulência SST com tratamento próximo à parede Low-Reynolds e
(b) Modelo de turbulência SST com tratamento automático próximo à parede.

Desta forma, o tratamento automático próximo à parede baseia-se no modelo de turbulência k- $\omega$ , pois este apresenta a expressão de  $\omega$  analiticamente conhecida na subcamada viscosa e na camada logarítmica resolvendo as variáveis de escoamento em regiões com malha mais refinada e gradativamente migrando para o método da função de parede assim que a malha se torna mais grosseira noutras regiões, mantendo uma boa correlação com dados experimentais, tanto em modelos com malhas mais grosseiras como em modelos com malhas mais refinadas, conforme pode ser visto em Vieser *et al.* (2002), onde confrontou-se com os resultados de modelos utilizando somente o método de baixo número de Reynolds, para um escoamento com troca abrupta de seção em dutos e considerando transferência de calor, mostrados na Figura 2.25.

Onde,  $y^+$  é a distância adimensional da parede equacionada mais adiante, tal que quanto menor o valor de  $y^+$ , menor o tamanho dos volumes finitos que compõem a malha próxima às paredes do modelo em estudo.

O equacionamento é mostrado a seguir, começando com a definição dos fluxos para a equação da conservação da quantidade de movimento linear,  $F_U$ , e fluxo para a equação transporte de k,  $F_k$ . O fluxo para a equação de k é artificialmente igualado a zero e o fluxo da equação da conservação da quantidade de movimento linear é computado a partir do perfil de velocidade, ou seja,

$$F_{U} = -\rho u^{*} \sqrt{\frac{\mu_{\tau}}{\rho} \left| \frac{\Delta U_{1 \to 2}}{\Delta n_{1 \to 2}} \right|} \qquad e \qquad F_{k} = 0, \qquad (2.200)$$

com,

$$u^* = \max\left(\sqrt{a_1 k}; \sqrt{\frac{\mu_r}{\rho} \left| \frac{\Delta U_{1 \to 2}}{\Delta n_{1 \to 2}} \right|}\right), \qquad (2.201)$$

onde,  $a_1 = 0,3100$ ,  $u^*$  é uma escala de velocidade que é ajustada de acordo com o escoamento,  $\Delta n_{1\to 2}$  é a distância entre o primeiro e o segundo nós da malha, partindo da parede de referência e  $\Delta U_{1\to 2}$  é a variação da velocidade ao longo da distância  $\Delta n_{1\to 2}$ .

A tensão de cisalhamento do fluido na parede é dada por,  $\tau_w$ ,

$$\tau_w = \rho \, u_\tau \, u^*, \tag{2.202}$$

onde,  $u_{\tau}$  é a velocidade de atrito (ou fricção) na camada limite, definida mais adiante.

Na equação de  $\omega$ , uma expressão algébrica é definida ao invés da adição de fluxo. Tal expressão é uma mistura entre a expressão analítica para  $\omega$  na camada logarítmica e a correspondente na subcamada viscosa. Assim a equação para  $\omega$  na camada logarítmica é,

$$\omega_l = \frac{u^*}{a_1 \kappa \Delta n_{1 \to 2}} = \frac{1}{a_1 \kappa \nu} \frac{u^{*2}}{y^+} , \qquad (2.203)$$

e a expressão correspondente na subcamada viscosa é,

$$\omega_s = \frac{6\nu}{\beta \left(\Delta n_{1\to 2}\right)^2} , \qquad (2.204)$$

onde,  $\kappa$  é a constante de von Kármán (igual a 0,41) e  $y^+$  é a distância adimensional da parede, considerando a função de parede escalável (ANSYS CFX, 2007), é dada por,

$$y^{+} = \frac{\Delta n_{1 \to 2} \sqrt{\tau_{w} / \rho}}{v} , \qquad (2.205)$$

A fim de se obter uma mistura suave e evitar um comportamento de convergência cíclica, tem-se a seguinte formulação no nó 1 (nó mais próximo à parede de referência),

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_s^2 + \omega_l^2} \quad . \tag{2.206}$$

Uma formulação semelhante é utilizada para o perfil da velocidade próxima à parede. Assim, sendo  $u^+$  a escala (adimensional) de velocidade na camada limite, dada por,

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} , \qquad (2.207)$$

é definido, então, a expressão de  $u^+$  para a subcamada viscosa e camada laminar, conforme mostrado na Figura 2.26 a seguir, como,

$$u_{s}^{+} = y^{+}$$
 e  $u_{l}^{+} = \frac{1}{\kappa} \ln(y^{+}) + C$ , (2.208)

onde, C é uma constante que depende da rugosidade da parede e vale 5,50 para paredes lisas.



Figura 2.26 – Expressões de  $u^+$  ao longo da camada limite.

O perfil da velocidade próxima à parede é então definido pela seguinte formulação,

$$u_{\tau}^{S} = \frac{U_{1}}{y^{+}}, \qquad \qquad u_{\tau}^{l} = \frac{U_{1}}{\frac{1}{\kappa} \ln(y^{+}) + C} \qquad e \qquad \qquad u_{\tau} = \left[ \left( u_{\tau}^{S} \right)^{4} + \left( u_{\tau}^{l} \right)^{4} \right]^{\frac{1}{4}}, \qquad (2.209)$$

onde,  $U_1$  é a velocidade no nó 1, podendo este estar na subcamada viscosa ou na camada logarítmica.

Enquanto na formulação da função de parede padrão o primeiro nó só é válido se estiver no lado de fora da linha de divisão da subcamada viscosa, na formulação com tratamento automático, o primeiro nó da malha (caso o  $y^+$  deste nó seja maior que 11,067, onde ocorre a transição da subcamada viscosa com a camada logarítmica, conforme mostrado na Figura 2.26) é movido virtualmente pela formulação apresentada, para dentro da subcamada viscosa, semelhante ao tratamento dado ao nó de uma malha mais refinada para a formulação de baixo número de Reynolds.

Deve-se enfatizar que a localização física do primeiro nó da malha é sempre na parede, ou seja,  $\Delta n_1 = 0$ . Desta forma, introduz-se um erro na formulação das funções de parede, resultante desta troca de posição virtual. Este erro sempre está presente na formulação de função de parede, mas é reduzido a zero quando altera-se para formulação de baixo número de Reynolds. Esta mudança na formulação é baseada na distância entre o primeiro e o segundo nó da malha próxima à parede, dada por  $\Delta n_{1\rightarrow 2} = n_2 - n_1$  (ANSYS CFX, 2007).

Recomenda-se ver o trabalho de validação numérico e experimental do tratamento automático próximo à parede, com variação do refinamento da malha, em Vieser *et al.* (2002).

Segundo ANSYS CFX (2007), o valor de  $y^+$  aceitável para uma simulação utilizando tratamento automático próximo à parede é de  $y^+ < 200$ . Para tratamento com função de parede padrão (função de parede escalável) recomenda-se  $20 \le y^+ \le 100$  e para tratamento com baixo número de Reynolds é  $y^+ \le 2$ . Contudo, tais valores podem ser maiores em paredes próximas a regiões que estão fora de interesse, no escoamento analisado. Sendo assim, a malhas de volumes finitos geradas neste trabalho foram ajustadas para atender a condição de  $y^+ < 200$  nas proximidades do rotor do sistema de ventilação.

## 2.5 Análises experimentais e simulações de CFD em motores elétricos.

O presente tópico tem por objetivo apresentar alguns artigos publicados, que achou-se relevantes ao presente trabalho, referentes à análise experimental sobre ruído proveniente do sistema de ventilação e o uso da técnica de *CFD*, ambos aplicados especificamente a motores elétricos.

2.5.1 Análise experimental de motores elétricos.

Na análise experimental apresentada por Roy *et al.* (2004), foram realizadas alterações no sistema de ventilação de um motor de 15 kW que inicialmente apresentava nível de pressão sonora de 81 dB(A), eficiência de 44%, com um rotor de 290 mm de diâmetro externo e com doze pás retas.

Foram monitorados os comportamentos da vazão mássica, da velocidade (na entrada da voluta e entre as aletas da carcaça), da eficiência e do nível de pressão sonora do conjunto ventilador. Nos ensaios realizados, utilizou-se um motor elétrico de corrente contínua de forma a simplificar o cálculo da potência consumida pelo sistema, assim como se verificou a influência da presença da voluta do ventilador, realizando ensaios com e sem a utilização desta. Concentraram-se os estudos no aumento do desempenho e na redução do ruído gerado, tal como se pode ver na Figura 2.27.

As principais alterações são: mudança da forma e a redução do número das pás do rotor e alteração do formato e da área de entrada da voluta.



Figura 2.27 – Alterações propostas por Roy *et al.* (2004) para um conjunto ventilador de um motor de 15 kW.

Com relação às alterações nas pás do rotor, realizou-se o arredondamento das arestas das pás que inicialmente eram em canto vivo, utilizando como base o perfil aerodinâmico NACA-0012, objetivando a redução do ruído gerado pela diminuição da geração de vórtices. Também se realizou a redução de doze para nove pás, como o objetivo de aumentar a área de sucção e redução do ruído.

As alterações na forma da voluta do conjunto ventilador foram com a intenção de eliminar a área de recirculação interna de ar, aproximando as paredes internas do perfil das

pás do rotor e distanciando a entrada de ar das pás do rotor a fim de reduzir o ruído devido à freqüência de passagem. Por fim, alterou-se a forma da grade da entrada de ar aumentando a área de passagem de ar com relação ao conjunto ventilador antigo, permitindo assim aumentar o fluxo de ar.

Com todas as alterações descritas conseguiu-se um conjunto ventilador que apresentou um nível de pressão sonora de 75,5 dB(A) e uma eficiência de 61%.

#### 2.5.2 O uso de *CFD* aplicado a motores elétricos.

Em princípio não se encontraram nenhum artigo disponível, específico sobre o uso de *CFD* na análise do ruído aerodinâmico em motores elétricos, o que vem reforçar ainda mais a necessidade de realização do presente trabalho.

Em contra partida, abaixo relata-se alguns artigos referentes ao uso de *CFD* em motores elétricos com ênfase na análise térmica.

A análise realizada por Liao *et al.* (1998) demonstra a viabilidade da utilização da técnica de *CFD* na simulação térmica de um motor elétrico. Ao comparar as temperaturas medidas na superfície da carcaça aletada com os valores obtidos da simulação numérica em regime permanente, encontrou uma diferença média de 10%. No entanto, em tal simulação verifica-se que a simplificação da geometria do modelo, através de simetria imposta, apesar de apresentar boa correlação nos valores de temperatura, resulta em um erro no fluxo de ar, pois impede o desenvolvimento completo do fluxo em espiral (*swirl*) sobre o motor.

Continuando com o mesmo procedimento de simulação térmica do motor elétrico através da técnica de *CFD*, Liao *et al.* (1999) desenvolveram um modelo tridimensional de um motor de 22,4 kW muito mais detalhado em relação ao utilizado na análise em Liao *et al.* (1998). Neste modelo tomou-se o cuidado em aplicar as fontes de calor, baseado no cálculo elétrico do respectivo motor, nas respectivas regiões onde estes são gerados, tal como o causado pelo efeito Joule concentrado no enrolamento do estator e nas barras do rotor.

A condutividade anisotrópica nos diversos componentes do motor também foi considerada, principalmente no pacote de chapas no rotor e estator, onde a condutividade radial é bem superior que a condutividade axial. Como resultado obteve-se uma diferença de apenas 3°C no enrolamento do estator em relação ao valor medido experimentalmente através do método da resistência.

As dificuldades encontradas em tal procedimento foram, em primeiro lugar, a geração da malha de volumes finitos, que devido ao grande número de componentes, mostrou-se bastante complexa para que possibilitasse a convergência do método numérico adotado. Em segundo lugar, foram as dificuldades em determinar as características de condutividade anisotrópica de vários componentes do motor considerado, necessitando de alguns experimentos e também a adoção empírica de alguns valores.

Um resultado bastante expressivo é a obtenção de um desvio de apenas 3°C na temperatura do enrolamento do estator em relação ao valor medido. Este trabalho considerou um contato térmico perfeito entre o pacote de chapas do estator e a carcaça de ferro fundido. Sabe-se, no entanto, que a resistência térmica de contato entre o pacote de chapas do estator e a carcaça, sendo esta a principal região de troca de calor entre os componentes internos e a superfície externa aletada do motor, tem grande influência no resultado do modelo numérico. Acredita-se portanto que esta deficiência do modelo for contrabalanceada por alguma outra escolha de parâmetro empírico resultando em uma boa comparação com as medições.

Chen *et al.* (2002) desenvolveram uma sistemática de estudo do dimensionamento das aletas da carcaça de um motor elétrico, com a utilização da técnica de *CFD* em regime permanente e com base na simplificação extrema em simular somente uma aleta, de onde se tiraria conclusões para a definição completa do sistema de aletas da carcaça de motor elétrico em estudo.

Em tal modelo considerou-se uma velocidade de saída do fluxo de ar na voluta do motor e o fluxo de calor gerado sob a aleta com base em dados experimentais. Também se definiu que o número de Reynolds é diretamente proporcional à distância entre aletas na carcaça, tal que seria possível ter-se um fluxo em regime laminar caso a distância entre aletas atingisse certo valor. As conclusões a respeito da simulação são que quanto maior a altura da aleta, menor distância entre aletas (superior a um valor mínimo, onde o fluxo passa a ser laminar) e maior a velocidade do fluxo de ar, maior é a troca térmica.

No entanto, tais conclusões não são definitivas, principalmente, sabendo-se que ao realizar certa alteração nas dimensões ou quantidade das aletas da carcaça, altera-se a perda de carga introduzida no sistema, alterando o ponto de funcionamento do conjunto ventilador, podendo não trazer os benefícios esperados ao resfriamento da máquina elétrica.

Em outra simulação, também com o objetivo de obter uma melhor dissipação térmica do motor elétrico, Chen *et al.* (2003) analisaram várias simulações, através da técnica do *CFD*, de um sistema de ventilação, semelhante ao mostrado na Figura 1.7, sem a inclusão dos demais componentes do motor elétrico. Em tais simulações realizou-se a alteração dimensional de vários parâmetros do sistema de ventilação e verificou-se o comportamento da vazão gerada e do torque consumido pelo conjunto ventilador, o qual obteve-se um erro médio de 2% e 7% respectivamente, comparado com dados experimentais. Em tal trabalho mencionou-se o fato de que ao se reduzir em torno de 10°C a temperatura no enrolamento do

motor, a vida útil deste pode dobrar, em virtude do menor desgaste do sistema de isolação elétrica do motor.

Voigdlener (2004) apresenta uma análise de soluções do escoamento externo de um motor elétrico utilizando *CFD* com o objetivo principal de definir o coeficiente de convecção do conjunto de superfícies da carcaça aletada, que é utilizando em um modelo térmico híbrido que engloba todo o motor. Para resolver o escoamento Voigdlener (2004) dividiu a solução em duas partes, resolvendo inicialmente o escoamento na região da tampa defletora e rotor do ventilador, onde, adotando fluxo de massa prescrito na entrada da defletora com grade, rotação às superfícies do rotor e pressão prescrita na saída, obtém o escoamento na saída; donde resolve a segunda parte do escoamento, prescrevendo os valores obtidos na saída da tampa defletora como dados de entrada para o escoamento sobre as superfícies da carcaça aletada.

Tal abordagem de solução do escoamento apresenta a limitação de necessitar o conhecimento prévio do valor de fluxo de massa desenvolvido pelo sistema de ventilação externo, ou seja, não é uma abordagem adequada a estudos que envolvem a alteração das dimensões do sistema de ventilação, de forma que não seja possível prever o valor de vazão desenvolvido.

Observa-se na revisão bibliográfica a ausência de trabalhos analisando a geração de ruído em motores elétricos com um procedimento que combine medições e análise em *CFD*. Aqui, além da predição da vazão de da potência consumida, propõe-se uma metodologia de previsão de ruído usando *CFD* e compara-se com medições para um determinado motor elétrico. O motor elétrico em análise sofre, porém, algumas simplificações do ponto de vista experimental a fim de facilitar as medições desejadas. A metodologia adotada e o aparato experimental utilizado são descritos a seguir.

# 3 METODOLOGIA

A seguir é apresentado um panorama geral da metodologia adotada para a avaliação do sistema de ventilação do motor elétrico fechado e autoventilado:

- Definição do critério de eficiência do sistema de ventilação;
- Descrição do aparato e método experimental;
- Seleção das configurações dos rotores a serem ensaiadas;
- Simulação em CFD das configurações ensaiadas;
- Análise comparativa dos resultados experimentais e numéricos.

Portanto, neste trabalho, será aplicada uma metodologia de solução numérica do escoamento no rotor, suplementada por resultados medidos experimentalmente e por teorias bem estabelecidas na literatura, discutidas no Capítulo 2. Os experimentos também servirão para validar os resultados obtidos numericamente.

As medições foram realizadas no Laboratório de Pesquisa & Desenvolvimento da WEG Equipamentos Elétricos S/A – Motores no período de junho/2006 a agosto/2007.

A seguir, descreve-se os sub-tópicos da metodologia adotada.

# 3.1 Definição do critério de eficiência do sistema de ventilação.

O rendimento do ventilador foi definido na Equação (2.1), e é aqui repetida para facilidade de referência,

$$\eta_t = \frac{\dot{V} P_t}{W_c} , \qquad (2.1)$$

onde,  $\dot{V}$  é a vazão volumétrica,  $P_t$  é a pressão total produzida e  $W_c$  é a potência consumida pelo ventilador.

No entanto, além do parâmetro  $\eta_t$ , deve-se avaliar a vazão, sendo que esta deve ter um valor mínimo necessário para garantir o correto resfriamento do motor e também o nível de ruído produzido pelo sistema de ventilação deve ser o menor possível. Assim, o sistema de ventilação externo ideal de um motor elétrico teria a maior eficiência total, a maior vazão e o menor ruído aerodinâmico.

Com base no exposto, a análise crítica de eficiência do sistema de ventilação de um motor elétrico, no presente trabalho, será composta pela análise das três variáveis citadas no parágrafo anterior e discutida com maiores detalhes no Capítulo 4.

## 3.2 Experimento.

## 3.2.1 Descrição do aparato e método experimental.

Como a proposta é avaliar a influência da variação dimensional do sistema de ventilação do motor elétrico sobre o critério de eficiência conforme comentado no parágrafo anterior desenvolveu-se um dispositivo que permitisse variar determinado número de dimensões das pás do rotor e também o número de pás. Tal dispositivo chamou-se de rotor ventilador com pás removíveis, no qual é possível a troca das pás com diferentes formas, dimensões e número, conforme mostrado na Figura 3.1.



Figura 3.1 – Dispositivo rotor ventilador com pás removíveis. (a) Montagem das pás e (b) dimensões do rotor ventilador montado

Com o objetivo de simplificar o modelo tridimensional e em conseqüência reduzir a malha de volumes finitos nas simulações de *CFD*, optou-se por eliminar a grade de entrada da tampa defletora e também a presença da carcaça aletada. Esta última foi substituída, no dispositivo de ensaio, por um motor auxiliar de pequeno porte, com capacidade para suprir a potência necessária consumida pelo rotor ventilador de pás removíveis nas diversas configurações analisadas e também tem a função de dar suporte às tampas traseira e defletora. O conjunto do sistema de ventilação ensaiado é mostrado na Figura 3.2.



Figura 3.2 – Vistas do sistema de ventilação ensaiado.

Para reduzir os vórtices na saída do sistema de ventilação, facilitando a convergência da simulação numérica, colocou-se uma cobertura sobre o ventilador auxiliar, conforme mostra a Figura 3.3.



Figura 3.3 – Cobertura sobre o motor auxiliar. (a) modelo numérico e (b) dispositivo de ensaio

Para a obtenção da vazão  $\dot{V}$ , pressão total produzida  $P_t$  e potência consumida  $W_c$ , utilizou-se um sistema de medição, definido segundo a norma ANSI/ASHRAE 51-1999, que é formado por vários componentes, cujas especificações são normalizadas, específico para medição da performance de um conjunto ventilador. Na Figura 3.4, é mostrado um esquema simplificado do sistema de medição.



Figura 3.4 – Sistema de medição de performance de ventiladores (ANSI/ASHRAE 51-1999).

A metodologia de medição é explicada a seguir (os locais de medição e dos demais componentes, se referem à Figura 3.4). De forma geral, o método de medição consiste em acionar o sistema de ventilação em teste a uma rotação fixa e variar a rotação do ventilador auxiliar até a equalização da pressão no interior da câmara de estabilização de fluxo com a pressão atmosférica. Neste ponto, mede-se a vazão no duto de entrada e a potência consumida pelo motor auxiliar do sistema de ventilação. Com relação às incertezas de medição, no Apêndice C , no final do trabalho, é apresentada uma tabela com os valores correspondentes aos instrumentos utilizados.

#### Equalização da pressão na câmara de estabilização.

Define-se a rotação de ensaio do sistema de ventilação e equaliza-se a pressão ambiente com a pressão dentro da câmara de estabilização, medindo-se a pressão estática manométrica no plano 02 (que, na equalização, é igual a zero). A equalização da pressão é obtida variando a vazão fornecida pelo ventilador auxiliar. Para realizar as medições, utilizou-se um manômetro digital marca Dwyer, modelo 477-1.

## Medição da potência consumida pelo rotor do sistema de ventilação.

A medição da potência consumida pelo rotor do sistema de ventilação é feita pelo do monitoramento da corrente de alimentação do motor auxiliar, através de um analisador de potência, marca LEM, modelo NORMA D 6000. Na Figura 3.5, apresenta-se o resultado de uma medição com o dispositivo acoplado à câmara de estabilização equalizada. Cabe ressaltar que a potência consumida a ser utilizada para obtenção das variáveis de interesse é o valor

resultante da subtração da potência consumida pelo motor auxiliar com o dispositivo acoplado à câmara de estabilização e a potência consumida pelo motor auxiliar sem o rotor ventilador de pás removíveis. Esta última potência consumida é devido às perdas nos mancais e ao rendimento de conversão da energia elétrica em energia mecânica no motor auxiliar.



Figura 3.5 – Medição da potência consumida pelo sistema de ventilação (potência consumida no detalhe).

Medição da vazão de ar no duto antes da câmara de estabilização.

A vazão volumétrica de ar no duto antes da câmara de estabilização, no plano 01, é dada por,

$$\dot{V}_{01} = U_{01} A_{duto} , \qquad (3.1)$$

onde,  $A_{duto}$  é a área do duto no plano 01 e  $U_{01}$  é a velocidade do fluxo de ar total que passa no plano 01. Utilizando-se um tubo de Pitot, a velocidade  $U_{01}$  é dada por,

$$U_{01} = \sqrt{\frac{2P_{dG}}{\rho_{01}}} \quad . \tag{3.2}$$

Obtém-se o valor de pressão dinâmica  $P_{dG}$  a partir da medição utilizando um tubo de Pitot (marca Dwyer, modelo 166-12) acoplado ao manômetro digital em 24 pontos no duto,

conforme ANSI/ASHRAE 51-1999. As posições de medição dentro do duto são mostradas na Figura 3.6 abaixo. A partir das medições em todos os pontos,  $P_{dG}$  é obtido de,

$$P_{dG} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{np} \sqrt{(P_{d01})_i}}{np}\right)^2 , \qquad (3.3)$$

onde,  $P_{d01}$  é a pressão dinâmica em cada ponto de medição, no plano 01 e np é o número de pontos de medição.

A faixa do número de Reynolds para as velocidades medidas no duto é de 62.000 até 210.000. Nestas condições de escoamento turbulento plenamente desenvolvido espera-se que a distribuição de velocidade longe das paredes aproxime-se de uma distribuição plana, o que justifica o uso da média geométrica.



Figura 3.6 – Pontos de medição da vazão no tubo antes da câmara de estabilização, (a) pontos de medição na seção transversal do tubo e (b) bancada de ensaio.

A massa específica do ar na posição de medição (massa específica de estagnação)  $\rho_{01}$ , assumindo comportamento de gás perfeito, é dada por (Delmée, 2003),

$$\rho_{01} = \rho_{amb} \left( \frac{T_{f,amb}}{T_{01}} \right) \left( \frac{P_{dG} + P_{atm}}{P_{atm}} \right), \qquad (3.4)$$

onde,  $T_{f,amb}$  é a temperatura ambiente,  $T_{01}$  é a temperatura na posição de medição (que neste trabalho considerou-se igual à temperatura ambiente),  $P_{atm}$  é a pressão atmosférica e  $\rho_{amb}$  é a massa específica no local do ensaio, calculada conforme,

$$\rho_{amb} = \frac{1}{RT_{amb}} \left[ \left( M_g \frac{P_{atm} - P_{va}}{Z} \right) + M_{\dot{a}gua} P_{va} \right], \qquad (3.5)$$

onde, *R* é a constante dos gases perfeitos,  $M_g$  a massa molar do ar,  $P_{va}$  a pressão parcial de vapor d'água, *Z* o fator de compressibilidade e  $M_{água}$  é massa molar da água.

A pressão parcial de vapor d'água é dada por,

$$P_{va} = P_S \phi_{ar} \,, \tag{3.6}$$

onde,  $\phi_{ar}$  é a umidade relativa do ar no momento do ensaio, medida em um higrômetro, e  $P_S$  é a pressão de saturação de vapor d'água, que depende da temperatura e é dada pela Tabela B.1 no Apêndice B.

O fator de compressibilidade *Z* para o ar é dado pela Tabela B.2, em função da pressão atmosférica e da temperatura ambiente.

# Medição da pressão total desenvolvida pelo sistema de ventilação.

A pressão total  $P_t$ , conforme a ANSI/ASHRAE 51-1999, é obtida a partir da equação de Bernoulli como,

$$P_t = P_{dG} \left(\frac{A_{duto}}{A_{saida}}\right)^2 \left(\frac{\rho_{01}}{\rho_{03}}\right) , \qquad (3.7)$$

onde,  $A_{saida}$  é a área na saída entre a tampa defletora e a tampa traseira, e  $\rho_{03} = \rho_{amb}$ .

#### Medição do nível de ruído em câmara semi-anecóica.

Tendo como orientação a norma NBR 7566:1983, foi realizada a medição do nível de pressão sonora na posição de maior incidência sonora, ou seja, com o microfone localizado no eixo geométrico do rotor do sistema de ventilação, a uma distância de 1 m, conforme mostrado na Figura 3.7. Tal posição é aquela que, normalmente, apresenta o maior nível de ruído pontual.

Na medição utilizou-se os seguintes instrumentos:

- Microfone de campo livre, marca Brüel & Kjær, modelo de ½ polegada, tipo 4188;
- Medidor de nível de pressão sonora marca Brüel & Kjær, modelo 2238 Mediator;
- Analisador de espectro marca Brüel & Kjær, modelo PULSE 3560-B-020.



Figura 3.7 – Medição do nível de pressão sonora em uma câmara semi-anecóica.

Na Figura 3.8, é mostrado o resultado da medição do nível de pressão sonora em função da freqüência, de uma das configurações ensaiadas do sistema de ventilação. Cabe ressaltar que se adotou a configuração de leitura do espectro de *NPS* de 6400 linhas até 5000 Hz, ou seja, com uma resolução de 0,78125 Hz por linha de medição.

Na Tabela C.1 são apresentados os valores de incerteza médios esperados em cada instrumento de medição utilizado.

3.2.2 Seleção das configurações do sistema de ventilação a serem ensaiadas.

Para definição das configurações do sistema de ventilação a serem ensaiados utilizou-se como critério de parametrização a alteração das seguintes dimensões, o raio da pá  $R_p$ , a largura da pá  $L_p$  e o número de pás  $N_p$ .

Considerando que para cada uma dessas dimensões têm-se três valores possíveis, a combinação seria um conjunto de vinte e sete configurações diferentes e, ainda, considerando os ensaios para levantamento das variáveis para cálculo do desempenho de cada configuração em três rotações distintas, completaria um montante de oitenta e um ensaios.



Figura 3.8 – Exemplo de espectro do nível de pressão sonora para uma configuração do sistema de ventilação a 2500 rpm.

Tal quantidade de ensaios seria inviável ao presente trabalho, desta forma adotou-se a metodologia da matriz ortogonal, comum ao método Taguchi de projeto e análise de experimentos ou *DOE (Design of Experiments)*, comumente denominada arranjo ortogonal do método DOE/Taguchi. Esta metodologia permite realizar posteriormente análises estatísticas, avaliando individualmente a influência de cada parâmetro de projeto sobre as respostas medidas nos ensaios, mesmo sem executar todas as configurações possíveis. Porém, a abordagem estatística não será feita neste trabalho.

Desta forma, o conjunto de ensaios reduziu-se a vinte e sete, utilizando-se nove configurações, em três rotações distintas, conforme a Tabela 3.1.

N° Ensaio	<i>Rp</i> [mm]	<i>Lp</i> [mm]	Np	Rotação [rpm]			
1	140	80	8	1500			
2	140	80	8	2000			
3	140	80	8	2500			
4	140	65	6	1500			
5	140	65	6	2000			
6	140	65	6	2500			
7	140	50	4	1500			
8	140	50	4	2000			
9	140	50	4	2500			
10	125	80	6	1500			
11	125	80	6	2000			
12	125	80	6	2500			
13	125	65	4	1500			

Tabela 3.1 – Tabela das configurações utilizadas nos ensaios, com base no método

N° Ensaio	<i>Rp</i> [mm]	<i>Lp</i> [mm]	Np	Rotação [rpm]
14	125	65	4	2000
15	125	65	4	2500
16	125	50	8	1500
17	125	50	8	2000
18	125	50	8	2500
19	110	80	4	1500
20	110	80	4	2000
21	110	80	4	2500
22	110	65	8	1500
23	110	65	8	2000
24	110	65	8	2500
25	110	50	6	1500
26	110	50	6	2000
27	110	50	6	2500

#### 3.3 Simulação Numérica.

3.3.1 Descrição da geometria, malha de volumes finitos e condições de contorno geométricas do método numérico.

A geometria, modelada no programa SolidWorks 2006, foi divida em dois domínios, um estacionário e outro rotativo. O domínio estacionário compreende a região externa anterior à entrada de ar na tampa defletora e continua até a região externa posterior à saída de ar, sobre a cobertura do motor auxiliar. O domínio rotativo compreende a região circular próxima às pás do rotor do sistema de ventilação, fazendo interface com o domínio estacionário na entrada de ar (na tampa defletora), parte interna da tampa defletora e na região posterior, entre o rotor do ventilador e a tampa traseira. Tais regiões geométricas são mostradas, na Figura 3.9.

Para a geração da malha foi utilizada a condição de simetria da geometria conforme mostrado na Figura 3.9(c), ou seja, com a geometria segmentada em um quarto no domínio estacionário e em um quarto do domínio rotativo quando se utilizou as configurações com quatro ou oito pás e em um sexto, para as configurações com seis pás. N as superfícies laterais são utilizadas condições de periodicidade.

O programa utilizado na geração da malha foi o ANSYS ICEM CFD R11.0, através do método *Octree*, que apresenta uma abordagem robusta, iniciando com uma malha de elementos maiores que são progressivamente refinados, até atingir uma discretização adequada (chamado método *top-down*).



Figura 3.9 – Regiões geométricas principais dos domínios estacionário e rotativo.
(a) Visão geral do domínio estacionário (completo), (b) vista em corte lateral de ambos os domínios e (c) um quarto do domínio estacionário e um quarto do domínio rotativo.

O tamanho dos volumes das malhas próximas às paredes foi definido de forma a atender a condição de  $y^+$  < 200, principalmente nas proximidades do domínio rotativo, conforme discutido na seção 0.



Figura 3.10 – Malhas de volumes finitos dos domínios estacionário e rotativo. (a) Detalhe de uma vista em corte da malha do domínio estacionário, (b) visão geral da malha superficial de uma configuração do domínio rotativo e (c) vista em corte da malha de uma configuração do domínio rotativo.

Considerando análise em regime permanente, modelo de turbulência *SST* e tratamento automático da função de parede, as demais condições de contorno definidas sobre a geometria foram condição de passagem livre de massa (*opening*) com o escoamento perpendicular nas superfícies mais externas do domínio estacionário (*farfield*), condição de parede totalmente lisa e com condição de não-deslizamento do escoamento (*no-slip*) para todas as superfícies sólidas dos domínios. Ao domínio rotativo foi imposta a condição de rotação, com velocidade angular correspondentes às rotações definidas na Tabela 3.1. Em particular, nas superfícies

mais externas do domínio rotativo definiu-se contra-rotação, de forma a simular uma parede estacionária, pois correspondem às superfícies internas da tampa defletora. Nas interfaces entre os domínios definiu-se interface fluido-fluido com interpolação dos resultados das variáveis do escoamento entre os nós das malhas, pois as malhas dos domínios não foram geradas de forma que possuíssem nós coincidentes nestas interfaces. Além disso, a transferência de resultados entre os domínios, nas interfaces, foi definida com uma média radial (opção *Stage* no ANSYS CFX R11.0).

Por fim, por ter se definido a estratégia de utilizar modelos segmentados em ambos os domínios, aplicou-se a condição de periodicidade nos pares de superfícies de segmentação laterais correspondentes, no domínio estacionário e no domínio rotativo.

#### 3.3.2 Critérios de convergência.

Como critério de convergência adotou-se um valor *rms* do erro residual, dado simplificadamente pela Equação (2.199), das variáveis do escoamento, igual ou inferior a  $5 \cdot 10^{-5}$ , que segundo ANSYS CFX (2007) é um valor adequado para a avaliação da maioria dos casos de engenharia. Cabe ressaltar que é aceitável que se tenha um erro residual máximo em torno de cem vezes o valor *rms*, desde que esteja concentrado em pequenas regiões dos domínios.

Além deste critério também se monitorou a tendência de estabilização do valor de potência consumida pelo rotor do sistema de ventilação, calculado pela multiplicação do torque resultante nas superfícies de uma das pás do domínio rotativo pelo número de pás da simulação e pela velocidade angular imposta ao domínio rotativo. Em algumas poucas simulações não se atingiram o critério de erro residual, no entanto, em todas se obteve a estabilização da potência consumida.

Na Figura 3.11 é mostrado um exemplo de gráficos de acompanhamento da convergência de uma simulação através de CFD. O gráfico superior mostra o erro residual médio (rms) na pressão e nas três componentes do vetor velocidade e no gráfico inferior apresenta a convergência da potência consumida pelo rotor do sistema de ventilação nas diversas iterações da simulação.



Figura 3.11 – Exemplo de gráficos de convergência gerados durante uma simulação de CFD.

Por fim, cabe salientar que o ajuste da geometria e tamanho de malha não são tarefas triviais, de tal forma que no presente trabalho antes de se obter soluções que apresentassem convergência adequada, foram testadas algumas configurações de geometria e de malha.

A metodologia empregada foi ajustar a geometria e malha para uma configuração do sistema de ventilação, dentre aquelas apresentadas na Tabela 3.1, de forma a se obter o valor de erro residual e estabilização do valor da potência consumida, conforme os critérios citados anteriormente. Mas, além disso, o tempo de processamento para a simulação foi o fator limitante na escolha da malha computacional.

Um exemplo que pode-se citar, é o mostrado na Figura 3.12, onde com uma geometria semelhante àquela utilizada na solução numérica da Figura 3.11, mas tamanho global dos elementos da malha o próximo à metade, além de não se conseguir atingir o valor de erro residual médio desejado na pressão e nas três componentes do vetor velocidade com o dobro de iterações, o valor de potência não apresentou uma tendência de estabilização e, o tempo de

processamento, comparado com o caso da Figura 3.11, foi cerca de dez vezes maior, inviabilizando a utilização de tal geometria discretizada.



Figura 3.12 – Exemplo de gráficos de convergência gerados durante uma simulação de *CFD* de uma geometria discretizada na adequada devido ao longo tempo de simulação.

# 4 RESULTADOS E ANÁLISE

#### 4.1 Método de análise dos resultados de medições experimentais.

A seguir são listadas as medições obtidas das configurações definidas na seção 3.2.2. Tais medições são efetuadas somente na condição de diferença de pressão nula, ou seja, as pressões na entrada e na saída do ventilador permanecem atmosféricas. Portanto, não será determinada a curva de desempenho do ventilador na forma de vazão em função da diferença de pressão, mas será verificado o desempenho do ventilador na sua operação normal em função da rotação no eixo.

Os resultados gerados cobrem uma faixa de rotações e dimensões de pás, seguindo um planejamento fatorial. Assim, os resultados não varrem toda a variação de parâmetros e certas combinações não são calculadas. Para que se possa verificar algumas tendências, apenas um grupo das medições para os quais existe uma variação sistemática de parâmetros será apresentado e discutido. As simulações restantes serão apenas usadas em algumas análises.

As análises serão apresentadas em duas situações, inicialmente serão comparados resultados de medições em configurações de sistemas de ventilação de mesmas dimensões e onde somente se alterou a rotação. Após, as análises serão entre os resultados de medições de grupos de configurações com dimensões diferentes e que possuam a mesma rotação.

Tais análises, em ambos os casos citados, serão referenciadas às leis de similaridade.

4.1.1 Análises em sistemas com mesmas dimensões e com variação de rotação. *Medições de vazão.* 

Na Figura 4.1 são mostrados os valores obtidos de vazão volumétrica, calculados através da Equação (3.1), a partir das medições de pressão dinâmica, para as configurações do sistema de ventilação com 6 pás, conforme definidas na Tabela 3.1. A legenda que identifica cada configuração lista o raio da pá  $R_p$ , a largura da pá  $L_p$  e o número de pás  $N_p$  ( $R_p \ge L_p \ge N_p$ ). Os valores mostrados na Figura 4.1 correspondem aos valores *rms* da média das medições no plano de medição do duto representam, para cada configuração mostrada, o campo de valores entre o *rms* das medições máximas e o *rms* das medições mínimas. Tal campo de variação de valores medidos ocorre devido ao escoamento oscilante no tubo de medição de vazão.


Figura 4.1 – Valores de vazão volumétrica obtidos, em m<sup>3</sup>/s, nas configurações com 6 pás (conforme mostrado na Tabela 3.1). A legenda que identifica cada configuração lista o raio da pá  $R_p$ , a largura da pá  $L_p$  e o número de pás  $N_p$  ( $R_p \ge L_p \ge N_p$ )

Observa-se que a vazão cresce linearmente com a rotação, na faixa ensaiada, conforme previsto pelas relações de similaridade para ventiladores (lei de similaridade **1A** da Tabela 2.1). Porém, verifica-se que a taxa de crescimento é menor para a terceira configuração que possui pás com menor comprimento e largura. Isto pode significar um rendimento decrescente com o aumento da rotação, conforme mostrado a seguir.

### Medições de potência consumida.

Na Figura 4.2, são mostrados os valores medidos de potência consumida para as três configurações utilizadas para o ventilador de 6 pás nas três rotações de teste. Os valores obtidos de rendimento total, calculados através da Equação (2.1), a partir das medições de pressão dinâmica e da potência consumida, para as configurações do sistema de ventilação com 6 pás são mostrados na Figura 4.3.

Assim como no caso das medições da vazão, os valores mostrados correspondem às médias das medições e a barra de erros mostrada na Figura 4.2 representa, para cada configuração, o campo de valores entre as medições máximas e as medições mínimas.



Figura 4.2 – Valores de potência consumida obtidos dos ensaios, nas configurações com 6 pás (conforme mostrado na Tabela 3.1). A legenda que identifica cada configuração lista o raio da pá  $R_p$ , a largura da pá  $L_p$  e o número de pás  $N_p$  ( $R_p \ge L_p \ge N_p$ ).

Na Figura 4.3 verifica-se que os rendimentos situam-se constantes em valores da ordem de 22% para a primeira configuração e 23% para a segunda configuração e varia de 7 a 13% para a terceira configuração. Observa-se inicialmente que estes são valores baixos de rendimento em relação a outros tipos de ventiladores, devido à escolha da geometria de pás e voluta, lembrando que este ventilador é projetado para funcionar em ambos os sentidos de rotação. Em segundo lugar, observa-se que na configuração 3, a medida que a rotação é aumentada, os rendimentos estão se deslocando na direção do rendimento máximo para aquela configuração de ventilador. Nota-se que as condições de pressão estática na entrada e na saída do ventilador são ambas atmosféricas, portanto, o ventilador apenas produz energia cinética na condição de diferença de pressão nula. Na curva característica do ventilador, esta condição representa um ponto na origem do eixo de pressão (vazão máxima) para cada rotação ensaiada.



Figura 4.3 – Valores de rendimento total obtidos dos ensaios, nas configurações com 6 pás (conforme mostrado na Tabela 3.1).

A seguir, ajustou-se um polinômio cúbico, passando pela origem de dois eixos, aos valores de potência consumida em função da rotação para cada configuração da Figura 4.3, conforme mostrado na Figura 4.4, Figura 4.5 e Figura 4.6. Nas mesmas figuras, mostra-se a extrapolação obtida com a lei de similaridade **1C** da Tabela 2.1 utilizando-se os valores a 1500 rpm como referência. A seguir se obteve o gráfico da curva de potência consumida, através de interpolação cúbica, para cada configuração da Figura 4.3, mostrando boa correlação com a lei de similaridade **1C** da Tabela 2.1.



Figura 4.4 – Configuração 140x65x6 – Curva de interpolação para os valores de potência consumida e extrapolação obtida com a lei de similaridade **1C** da Tabela 2.1.



Figura 4.5 – Configuração 125x80x6 – Curva de interpolação para os valores de potência consumida e extrapolação obtida com a lei de similaridade **1C** da Tabela 2.1.



Figura 4.6 – Configuração 110x50x6 – Curva de interpolação para os valores de potência consumida e extrapolação obtida com a lei de similaridade 1C da Tabela 2.1.

Observa-se que a comparação dos valores medidos com a extrapolação baseada na lei de similaridade é bastante boa, especialmente para as configuração 2 e 3. Verifica-se que o comportamento na configuração 3 segue adequadamente a lei de similaridade mesmo que os rendimentos tenham variado com a rotação, o que aparentemente contradiz uma das hipótese fundamentais na elaboração das leis de similaridade.

Para cada uma das configurações, a lei de similaridade pode ser escrita como,

$$W_c = C_{WCorr} \left(\frac{N}{1500}\right)^3 , \qquad (4.1)$$

onde N é a rotação em rpm e os valores de C<sub>WCorr</sub> para cada configuração são dados na

Tabela 4.1 – Constante na expressão de similaridade de potência consumida para as configurações ensaiadas.

Configuração	C <sub>WCorr</sub>
140x65x6	165,23373
125x80x6	135,24545
110x50x6	56,80785

### Medições de ruído.

Na Figura 4.7, são mostrados os valores obtidos de nível de pressão sonora, *NPS*, a partir das medições em câmara acústica, para as configurações do sistema de ventilação com 6 pás.



Figura 4.7 – Valores de *NPS* medidos, em escala dB, nas configurações com 6 pás (conforme mostrado na Tabela 3.1).

Observa-se um nível de ruído crescente com a rotação com valores muito semelhantes, em decibéis, para as três configurações ensaiadas. No entanto, os ruídos maiores são gerados pelo rotor com pás maiores o qual desloca uma vazão de ar maior.

Da mesma forma que realizado para a potência consumida, ajustou-se curvas para o nível de pressão sonora medidos em função da rotação, para cada configuração da Figura 4.7,

conforme mostrados na Figura 4.8, Figura 4.9 e Figura 4.10. Ainda, nas mesmas figuras são mostradas as extrapolações baseadas na correlação de nível de ruído número 1 da Tabela 2.2, baseada nas leis de similaridade dos ventiladores, utilizando como referência o nível de ruído medido em 1500 rpm.



Figura 4.8 – Configuração 140x65x6 – Curva de interpolação para os valores de NPS.



Figura 4.9 - Configuração 125x80x6 - Curva de interpolação para os valores de NPS.



Figura 4.10 – Configuração 110x50x6 – Curva de interpolação para os valores de NPS.

Observa-se que a extrapolação com a lei de similaridade prevê valores de ruído menores que os valores medidos nas rotações maiores. Considerando que a escala em decibéis é logarítmica, a diferença entre as previsões e as medições é significativa.

### 4.1.2 Análises em sistemas com dimensões diversas e com mesma rotação.

Com relação aos valores de vazão, potência consumida e *NPS* é possível observar nas seções anteriores que, mantendo-se a configuração do rotor e somente variando a rotação, as equações das leis de similaridade de ventiladores, mostradas na Tabela 2.1 e Tabela 2.2, apresentaram boa correlação. No entanto, tais leis não apresentam um comportamento tão adequado para a predição de vazão e potência consumida quando se comparam configurações geometricamente diferentes.

Assim, para as configurações ensaiadas no presente trabalho, ordenando-as em grupos de mesma rotação (Grupo 1: 1500 rpm, Grupo 2: 2000 rpm, Grupo 3: 2500 rpm), fazendo a dimensão característica de cada configuração como sendo a largura da pá vezes o raio do rotor e considerando como configuração de referência a configuração com mesma rotação e dimensão característica imediatamente inferior àquela estimada, utilizadas as equações 1A e 1C da Tabela 2.1 e estimou-se a potência e a vazão. Então, estes valores estimados pelas relações de similaridade foram comparados com os valores medidos e foi calculado o desvio médio em relação às medições como:

Diferença[%] = 
$$\left(\frac{\text{Valor Estimado - Medição}}{\text{Medição}}\right) \times 100$$
, (4.2)

Na Tabela 4.2 apresenta-se os desvios médios (erros) entre as estimativas e as medições para cada grupo e apresenta-se também o desvio padrão das estimativas.

Tabela 4.2 – Tabela dos erros percentuais entre os valores de vazão volumétrica e potência consumida calculados pelas leis de similaridades dos ventiladores (equação **1A** e **1C** da Tabela 2.1) e aqueles obtidos nos ensaios

		Grupo 1 (1500 rpm)	Grupo 2 (2000 rpm)	Grupo 3 (2500 rpm)
<b>Vazão</b> [m <sup>3</sup> /s]	Erro médio	21,03%	22,35%	24,20%
	Desvio padrão	23,50%	19,87%	20,79%
Dotônaia [W/]	Erro médio	50,61%	50,40%	50,25%
rotencia [w]	Desvio padrão	61,69%	63,51%	62,65%

Apesar do elevado valor observado para os desvios, em alguns casos, pode-se utilizar tais relações como diretrizes gerais de projeto.

Para o caso da estimativa do *NPS*, para as diferentes configurações de rotores estudadas neste trabalho, a equação 4 da Tabela 2.2 a seguir reescrita, substituindo *NWS* por *NPS*<sup>9</sup>, que relaciona o *NPS* com o a dimensão característica, potência consumida e densidade, se mostrou mais adequada.

A equação para o NPS é,

$$NPS_a = NPS_b - 13,3\log\left(\frac{D_{ca}}{D_{cb}}\right) + 16,6\log\left(\frac{W_{ca}}{W_{cb}}\right) + 3,3\log\left(\frac{\rho_a}{\rho_b}\right),$$

onde a potência consumida  $W_c$  é aquela obtida nos ensaios, a dimensão característica  $D_c$  é o produto da área de cada pá pelo número de pás que compõem o rotor e é desprezada a variação da densidade  $\rho$  entre as configurações comparadas. Assim, considerando como configuração de referência a configuração com mesma rotação e potência consumida imediatamente inferior àquela estimada, obteve-se um erro médio de 0,32 dB e um desvio padrão médio de 2,39 dB nas três rotações.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> A substituição de NWS por NPS é possível devido as dimensões gerais do motor não serem alteradas e também a posição de medição ser a mesma em ambas configurações.

A seguir, nas Figura 4.11, Figura 4.12 e Figura 4.13 são mostrados os resultados dos comparativos entre os valores medidos em ensaio e os valores estimados, para as três rotações, respectivamente, com base na equação 4 da Tabela 2.2.



Figura 4.11 – Gráfico NPS versus potência consumida – rotação de 1500 rpm.



Figura 4.12 - Gráfico NPS versus potência consumida - rotação de 2000 rpm.



Figura 4.13 – Gráfico NPS versus potência consumida – rotação de 2500 rpm.

### 4.2 Análise dos resultados de simulações em CFD.

4.2.1 Solução para um caso padrão.

A seguir são mostrados alguns resultados de uma simulação de *CFD* com o objetivo de mostrar uma visão macro das características do escoamento modelado. Como base será utilizada a configuração 110x50x6 ( $R_p = 110$  mm;  $L_p = 50$  mm;  $N_p = 6$ ) a 1500 rpm.

As figuras da seção transversal do sistema de ventilação terão como referência o plano na base das pás do rotor, conforme mostrado na Figura 4.14 abaixo. O sentido de giro do rotor do ventilador em todas as figuras é o horário, vendo o dispositivo atrás da entrada da tampa defletora (olhando na direção positiva do eixo *x*), conforme mostrado na Figura 4.15.

Nesta figura, observa-se que o campo de velocidades na superfície da pá acompanha a direção de movimento desta. Todo o campo de velocidade é praticamente circular, apresentando, no entanto, alguns escoamentos secundários. Em particular, observa-se a formação de um vórtice na aresta de saída de cada pá. Este vórtice, que aparece estacionário, tem linha de centro que provavelmente se movimenta com velocidade inferior à velocidade da pá. O movimento desta estrutura é um aspecto transiente do problema que não é captado na solução em regime permanente.



Figura 4.14 – Plano de referência para figuras da seção transversal.



Figura 4.15 – Vetores do campo de velocidade, no referencial estacionário, a X = -25 mm do plano de referência.

Na Figura 4.16, mostra-se as linhas de tensão de cisalhamento constante na parede da carcaça. Observa-se que o escoamento na carcaça tem um forte componente tangencial, originando uma distribuição em espiral das linhas de tensão de cisalhamento.



Figura 4.16 – Linhas de tensão de cisalhamento constante na tampa traseira e na cobertura do motor auxiliar.

Na Figura 4.17 e Figura 4.18, apresenta-se os campos de pressão em 4 seções transversais posicionadas no plano de entrada do ventilador [x = -72 mm, Figura 4.17(a)], tocando as pás do rotor [x = -50 mm, Figura 4.17(b)], na metade das pás do rotor [x = -25 mm, Figura 4.18(a)] e mais próximo à tampa traseira [x = 0 mm, Figura 4.18(b)]. Observa-se que as pressões são menores na região de sucção e crescem em direção à tampa defletora (voluta). Ainda, como o sentido de rotação é horário, as pressões são maiores na frente da pá e menores atrás da pá o que pode ser visto claramente na Figura 4.17(b) e Figura 4.18(a). Por fim, verifica-se pressões médias maiores no plano na base do rotor, Figura 4.18(b), do que no plano na entrada do ventilador , Figura 4.16(a).



Figura 4.17 – Distribuição de pressão (a) em X = -72 mm e (b) em X = -50 mm do plano de referência.



Na Figura 4.19, apresenta-se o campo de pressão nas superfícies do rotor. Novamente, observa-se as pressões maiores nas faces frontais da pás e pressões menores nas faces posteriores das pás. Ainda, a pressão cresce na direção da aresta de saída da pá. A integração deste campo de pressão é a principal contribuição para o cálculo do torque no ventilador, visto que a contribuição das tensões cisalhantes nas pás não produz torque e que as contribuições das tensões cisalhantes no cubo e eixo são pequenas.

<u>131</u>



Figura 4.19 – Distribuição de pressão nas superfícies do rotor do sistema de ventilação.

Na Figura 4.20 e Figura 4.21, são mostrados os campos de energia cinética turbulenta nas 4 seções transversais mostradas anteriormente, posicionadas no plano de entrada do ventilador [x = -72 mm, Figura 4.20(a)], tocando as pás do rotor [x = -50 mm, Figura 4.20 (b)], na metade das pás do rotor [x = -25 mm, Figura 4.21(a)] e na base (tampa) da carcaça [x = 0 mm, Figura 4.21(b)]. Observa-se que a energia cinética turbulenta cresce em direção à tampa defletora (voluta) e em direção à base (tampa) da carcaça. Na Figura 4.21(a) observa-se a geração de turbulência no vórtice que se forma na ponta da pá. Finalmente, na Figura 4.21(b) verifica-se a geração de turbulência na interação deste vórtice com a base da carcaça.



Figura 4.20 – Distribuição de energia cinética turbulenta (a) em X = -72 mm e (b) em X = -50 mm do plano de referência.



(a) em X = -25 mm e (b) em X = 0 mm do plano de referência.

Na Figura 4.22, mostra-se as trajetórias de partículas a partir da saída do rotor até o final da carcaça do motor. Observa-se que como é usada uma carcaça lisa, os tubos de corrente (o escoamento está em regime permanente) acompanham de forma praticamente paralela a superfície da carcaça.





Na Figura 4.23, são apresentadas as trajetórias de partículas dentro do domínio rotativo. O campo de escoamento interno ao domínio rotativo é bastante complicado. A trajetórias iniciam-se na entrada do ventilador, com velocidade menor, aceleram na direção das pás do rotor, atingindo a velocidade máxima na saída das pás do rotor, e finalmente

deixam o rotor com componentes, principalmente, radial e tangencial. Observa-se ainda que uma parcela do escoamento que deixa o rotor na região próxima à sua ponta (do meio para a ponta) recircula para a direção frontal e volta a entrar na sucção do ventilador, misturando-se ao ar externo. Esta parcela de escoamento representa uma perda, pois recebe energia do rotor e não resulta em vazão útil para a carcaça.



Figura 4.23 – Linhas de corrente do campo de velocidades, no domínio rotativo.

Na Figura 4.24, apresenta-se o campo de  $y^+$  ao longo das superfícies no modelo. O valor mostrado na figura corresponde ao valor da variável  $y^+$  próximo da superfície. Para o modelo *SST*, recomenda-se  $y^+ < 200$ . Observa-se que na maior parte do domínio mostrado  $y^+$  permanece menor que 100, indicando que a deposição da malha é adequada sob este aspecto.



Figura 4.24 – Valor de  $y^+$ , ver Equação (2.205), nas proximidades do rotor.

4.2.2 Comparação dos valores de vazão.

A seguir é mostrado o resultado de vazão volumétrica, comparando-se os valores medidos com os valores simulados, para as configurações com seis pás. A vazão volumétrica no programa de *CFD* é obtida através da integração em toda a área de entrada na tampa defletora da componente de velocidade do escoamento normal a esta área.



Figura 4.25 – Comparação entre os valores de vazão medidos e calculados para a configuração 140x65x6.



Figura 4.26 – Comparação entre os valores de vazão medidos e calculados para a configuração 125x80x6.



Figura 4.27 – Comparação entre os valores de vazão medidos e calculados para a configuração 110x50x6.

Em todos os casos, os valores calculados são maiores que os valores medidos. É possível observar que o erro é sistemático em todos os valores analisados, variando de 8 % em 1500 rpm a 5% em 2500 rpm, com exceção do valor da configuração 110x50x6 em 1500 rpm, onde se obteve um erro de 22,02%. No entanto, como pode ser observado na Figura 4.27, tal

medição possui certa discrepância em relação aos demais pontos e esse comportamento atribui-se ao fato de a velocidade no duto de medição (plano 01 da Figura 3.4) ser muito baixa, dificultando a leitura dos valores no manômetro com tubo de Pitot.

A seguir, na Tabela 4.3 apresentam-se os erros percentuais dos valores simulados em *CFD* relativos aos valores médios medidos nos ensaios, para as configurações de seis pás. Obteve-se um erro médio geral de aproximadamente 8,4%, com um desvio padrão de 6,4 %, considerando todas as simulações realizadas.

Configuração Rotação	140x65x6	125x80x6	110x50x6
1500 rpm	8,54%	10,23%	22,02%
2000 rpm	5,61%	6,66%	5,12%
2500 rpm	5,04%	5,00%	4,16%

Tabela 4.3 – Tabela dos erros percentuais entre os valores de vazão simulados e ensaiados.

Ressalta-se que os valores superiores de vazão obtidos com *CFD* em todos os casos são esperados (não considerando os erros de simplificação inerentes do modelo numérico), pois é observado em testes com visualização de fumaça (Paladino *et al.*, 2005) que ocorre um fluxo proveniente da região superior externa da tampa defletora. Com a introdução da câmara de estabilização, por mais que se equalize a pressão dentro desta, tal fluxo não é possível pois se introduz uma modificação na região de entrada o que provoca a redução de vazão, se comparado com o caso só com a tampa defletora, conforme mostrado na Figura 4.28 abaixo.





(b)

Figura 4.28 – Visualização do fluxo na entrada da tampa defletora (Paladino *et al.*, 2005). (a) ensaio com visualização de fumaça e (b) simulação numérica.

4.2.3 Comparativo de valores de potência consumida.

A seguir são mostrados os valores de ensaio e valores simulados. A potência consumida é calculada no programa de *CFD* através da multiplicação do torque nas superfícies das pás do rotor pela rotação deste com relação ao eixo geométrico da máquina.

Assim como comentado anteriormente sob o aspecto da diferença de comportamento dos resultados de vazão para o caso acoplado e caso desacoplado à câmara de estabilização, o mesmo é constatado, com menos intensidade, nos valores de potência consumida, de tal forma que, durante os ensaios realizou-se a medição desta grandeza (ao contrário da vazão, onde tal medição não é possível), tanto com o dispositivo acoplado como desacoplado.



Figura 4.29 – Comparativo de valores de potência consumida pelo rotor para a configuração 140x65x6.



Figura 4.30 – Comparativo de valores de potência consumida pelo rotor para a configuração 125x80x6.



Figura 4.31 – Comparativo de valores de potência consumida pelo rotor para a configuração 110x50x6.

A Tabela 4.4 e a Tabela 4.5 abaixo apresentam os erros percentuais dos valores simulados em *CFD* relativos aos valores médios medidos nos ensaios, para as configurações de seis pás, com o dispositivo acoplado e desacoplado, respectivamente, à câmara de estabilização.

COISUINda pelo 10101 – DISI OSITI VO ACOI LADO.			
Configuração Rotação	140x65x6	125x80x6	110x50x6
1500 rpm	-4,40%	2,26%	0,39%
2000 rpm	-8,13%	-3,26%	0,69%
2500 rpm	-12,11%	-5,23%	3,35%

Tabela 4.4 – Tabela dos erros percentuais entre os valores simulados e ensaiados de potência consumida pelo rotor – DISPOSITIVO ACOPLADO

Tabela 4.5 – Tabela dos erros percentuais entre os valores simulados e ensaiados de potência consumida pelo rotor – DISPOSITIVO DESACOPLADO.

Configuração Rotação	140x65x6	125x80x6	110x50x6
1500 rpm	-5,41%	2,04%	-2,84%
2000 rpm	-7,08%	-5,51%	3,10%
2500 rpm	-9,03%	-4,04%	-1,43%

Observa-se que independente da situação, acoplado ou desacoplado, o erro médio geral, considerando todas as configurações estudadas, é em torno de -3,7%, com desvio padrão de 8,4%.

### 4.2.4 Comparativo dos valores de nível de pressão sonora NPS.

Com o intuito de apresentar metodologias de predição de nível de ruído sonoro a partir de simulações numérica em regime permanente, utilizando as teorias das analogias acústicas apresentadas no Capítulo 2, a seguir são descritos os procedimentos adotados e os resultados obtidos.

# Análise dos resultados utilizando uma metodologia a partir do termo fonte da analogia acústica do som de vórtices de Powell-Howe.

Para a obtenção dos valores do termo fonte da analogia de Powell-Howe nas simulações permanentes implementou-se rotinas de cálculo em linguagem de programação FORTRAN ao *solver* do programa ANSYS CFX R11.0 que possibilitaram a obtenção das operações vetoriais entre as grandezas do lado direito da Equação (2.146).

A seguir são apresentados alguns resultados do valor do termo fonte da analogia acústica do som de vórtices de Powell-Howe obtido a partir de simulação permanente. Assim como em Velarde *et al.* (2002), se dividiu o termo fonte pela velocidade angular ao quadrado e pela densidade do fluido, a fim de se obter um valor adimensional, conforme mostra a Figura 4.32 e Figura 4.33 a seguir.



(a) (b)
Figura 4.32 – Valor adimensional, proporcional ao termo fonte da teoria de Powell-Howe, em uma superfície cilíndrica com raio 5 mm maior ao do rotor analisado.
(a) Config. 110x65x8 (2500 rpm) – NPS ensaiado = 77,5 dB e
(b) Config. 125x80x6 (2500 rpm) – NPS ensaiado = 79,6 dB



Figura 4.33 – Distribuição do valor adimensional, em escala logarítmica, proporcional ao termo fonte da teoria de Powell-Howe, em um plano perpendicular ao eixo do dispositivo, situado à meia altura das pás do rotor.

(a) Config. 110x65x8 (2500 rpm) – *NPS* ensaiado = 77,5 dB e (b) Config. 125x80x6 (2500 rpm) – *NPS* ensaiado = 79,6 dB

Tanto na Figura 4.32 como na Figura 4.33 é possível verificar que o termo fonte apresenta uma concentração nas proximidades das pás e, fazendo uma analogia a um estudo térmico, onde, em tais regiões, se teria os chamados "pontos quentes" que dispersam o calor ao meio circunvizinho, o termo fonte acústico seria, então, uma representação da fonte (origem) de geração de ruído. Abaixo, na Figura 4.34, é mostrada tal característica em uma vista 3D, com uma iso-superfície para um valor do termo fonte adequado para a visualização.

A visualização da distribuição dos valores do termo fonte, da forma como proposto neste trabalho, permite se ter uma visão qualitativa do projeto comparando-o com outros já desenvolvidos e conhecidos e, desta forma, pode-se direcionar as alterações de geometria de forma a reduzir o valor deste termo, com a expectativa de que o *NPS* seja menor proporcionalmente à redução obtida.

Com relação à predição do valor *NPS* utilizando os valores do termo fonte da teoria de Powell-Howe obtidos nas simulações realizadas em regime permanente, utilizou-se a seguinte metodologia.

Toma-se, inicialmente, como base um projeto conhecido, com valores verificados experimentalmente. Após realiza-se a simulação numérica deste projeto e definem-se diretrizes para um novo projeto que apresente menor nível de ruído, utilizando a análise qualitativa citada anteriormente. Projeta-se o novo conceito e obtém-se a simulação numérica. Então, calculam-se os valores da integração volumétrica do termo fonte em todo o domínio rotativo, em ambos os projetos.



Figura 4.34 – Iso-superfície de determinado valor do termo fonte da teoria de Powell-Howe mostrando características geométricas do rotor que contribuem para a geração de ruído.
(a) Config. 110x65x8 (2500 rpm) – NPS ensaiado = 77,5 dB e
(b) Config. 125x80x6 (2500 rpm) – NPS ensaiado = 79,6 dB

Como já comentado na seção 2.3.7, considera-se que a razão dos valores de tais integrações seja proporcional à razão de nível de ruído entre os sistemas analisados. Conhecendo-se o valor de um dos sistemas, aquele utilizado como referência, chega-se a uma predição do valor daquele projeto otimizado.

Desta forma, a fim de verificar tal abordagem, foram agrupados os resultados em grupo de ensaios com mesma rotação resultando, portanto, em três grupos com nove configurações de rotor do ventilador cada. E, assim como realizado na metodologia para a análise das equações de leis de similaridade dos ventiladores discutida na seção 4.1.2, se considerou a configuração imediatamente anterior àquela estimada sempre como configuração de referência. Desta forma, os seguintes resultados foram obtidos.

termo ionte da teoria Poweii-Howe.				
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	
	(1500 rpm)	(2000 rpm)	(2500 rpm)	
Erro médio [dB]	0,2	-0,3	-0,3	
Desvio padrão [dB]	4,2	3,7	3,9	

Tabela 4.6 – Tabela dos erros entre os valores simulados e ensaiados de *NPS*, utilizando o termo fonte da teoria Powell-Howe.

Nota-se com tais resultados que os valores apresentam uma dispersão muito elevada, o que dificulta o uso com precisão, pois, por exemplo, um erro de 3 dB corresponde a um erro de mais de 40% no valor da pressão estimada. No entanto, em conjunto com a análise da posição da fonte acústica (análise de "pontos quentes"), citada anteriormente, tais resultados servem de uma orientação apenas qualitativa, mas interessante, para o direcionamento no projeto de novos componentes.

### Análise do coeficiente de carregamento harmônico h da analogia acústica de Lowson.

Como comentado no final da seção 2.3.8 o chamado coeficiente de carregamento harmônico *h* é possível ser determinado ajustando-se os valores obtidos no *CFD* com aqueles obtidos experimentalmente. Para tanto, utilizou-se a rotina de cálculo chamada *Turbo Noise*, implementada no programa ANSYS CFX R11.0, que resolve, com base na solução das variáveis do escoamento, a Equação (2.174) a seguir reescrita,

$$p_{mrms} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{m N_p^2 \omega}{2\pi c r_1} \left[ F_T \cos(\varphi) \left( m N_p \right)^{-h} \right] J_0 \left( m N_p M \sin(\varphi) \right) \right\}.$$
 (2.174)

Para a obtenção do nível global e espectro de *NPS* a partir da rotina *Turbo Noise*, além de resolver o escoamento, é necessário indicar corretamente:

- As superfícies que serão levadas em conta no cálculo das forças aerodinâmicas;
- A posição do ouvinte em relação à fonte sonora;
- O chamado coeficiente de carregamento harmônico *h* e;
- O número de harmônicas que constituirão o espectro de NPS que será analisado.

Desta forma, após levantamentos iniciais, definiu-se que, para a geometria utilizada, se deve utilizar como referência as superfícies das pás e do cubo do rotor, pois estas têm

influência no cálculo da componente de empuxo  $F_T$  da força aerodinâmica do rotor, como pode ser visto na distribuição de pressão sobre estas, na Figura 4.19. O número de harmônicas deve ser tal que, em função da rotação e do número de pás considerados, resulte em um espectro de *NPS* que abranja o mesmo campo de freqüências medido experimentalmente, que no presente trabalho é de 0 Hz até 5000 Hz.

Para a definição do valor do coeficiente de carregamento harmônico h, foram realizadas análises do comportamento de tal variável com os resultados obtidos com as simulações e ensaios das configurações definidas na Tabela 3.1.

Usando como exemplo a configuração 110x50x6 à rotação de 1500 rpm, inicialmente variou-se o valor de *h* e obteve-se o *NPS* correspondente, conforme o gráfico mostrado na Figura 4.35 abaixo.

Desta forma chega-se ao valor correspondente para h de 1,357, para o NPS medido de 63,3 dB a 1500 rpm. É importante ressaltar que para ventiladores axiais, o valor normalmente encontrado varia entre 2,0 e 2,5 conforme Belamri e Wang (2004).



Figura 4.35 – Curva de interpolação NPS versus h – Configuração 110x50x6 – 1500 rpm.

A seguir, na Figura 4.36, apresenta-se o espectro resultante nas harmônicas da freqüência de passagem do método de Lowson em conjunto com o espectro correspondente, medido na câmara semi-anecóica, em banda estreita e discretizado em bandas com largura igual à freqüência de passagem.



Figura 4.36 – Espectro de NPS experimental e teórico – Configuração 110x50x6 – 1500 rpm.

Com o valor ajustado para o coeficiente de carregamento h, citado anteriormente, e para a mesma configuração de rotor do sistema de ventilação, verificou-se a resposta do modelo teórico de Lowson para as diferentes rotações simuladas, resultando no gráfico apresentado na Figura 4.37, onde se observa uma forte correlação entre os valores medidos e calculados.



Figura 4.37 – Curvas de interpolação de *NPS* versus rotação para os valores experimentais e teóricos – Configuração 110x50x6.

Por fim, repetiu-se o procedimento de obtenção do valor de h para todas as configurações ensaiadas. Assim, adotou-se o valor médio,  $h_{médio}$ , como valor adequado a todos

os rotores com as características similares àquelas dos rotores ensaiados para o motor utilizado no presente trabalho.

Desta forma, os seguintes resultados foram obtidos, separando as configurações ensaidadas em três grupos com mesma rotação.

Tabela 4.7 – Tabela dos erros entre os valores simulados e ensaiados de *NPS*, utilizando o  $h_{m\acute{e}dio}$  para a teoria de Lowson.

	meano		
	Conjunto 1	Conjunto 2	Conjunto 3
	(1500 rpm)	(2000 rpm)	(2500 rpm)
Erro médio [dB]	0,6	-0,4	-1,1
Desvio padrão [dB]	3,9	4,1	3,9

Assim, como observado na metodologia utilizando o termo fonte para a teoria de Powell-Howe, tais erros não são adequados a obtenção de diretrizes claras para obtenção de novos projetos mais otimizados, devido à grande dispersão observada.

Observou-se também que o método é bastante sensível à variação do valor do coeficiente de carregamento harmônico *h*, tal que uma variação de apenas 0,5 no valor deste, resulta em uma variação de mais de 11 dB no *NPS*, para a configuração 110x50x6, a 1500 rpm.

### 5 CONCLUSÕES

Ao realizar-se a revisão bibliográfica e também o estudo referente à utilização da técnica de *CFD* aplicada especificamente ao aprimoramento do sistema de ventilação de motores elétricos foi possível concluir que tal ferramenta numérica ainda é recente na indústria de motores elétricos e certamente tem muito potencial no auxílio da obtenção do aumento da eficiência da máquina como um todo. O sucesso de todo o processo, porém, dependerá da correta avaliação dos resultados e da correta utilização dos programas, ou seja, aplicando as devidas condições de contorno, definindo com boa precisão os diversos parâmetros necessários e realizando um pós-processamento adequado ao que se deseja avaliar.

Através da simulação numérica, mesmo considerando todas as simplificações adotadas nos modelos, tais como segmentação do modelo (com o uso de condições de periodicidade), malha com  $y^+$  em torno de 100, simulações em regime permanente, entre outras; os resultados, para obtenção de potência consumida e vazão, se mostraram adequados à análise em novos projetos. Tais grandezas, em contrapartida, obtidas através das leis de similaridades dos ventiladores, apresentaram valores de erro superiores ao adequado, quando se compara configurações do sistema de ventilação dimensionalmente diferentes.

Especificamente sobre a predição do nível de ruído aerodinâmico, ao contrário do que se esperava, as leis de similaridade de ventiladores apresentaram bons resultados, mesmo quando não se manteve constante o escalonamento dimensional entre as diversas configurações estudadas no dispositivo utilizado experimentalmente.

Já os resultados de predição do ruído obtidos através das metodologias numéricas apresentadas, baseadas nas simulações em *CFD* com solução permanente do escoamento, apresentaram dispersões elevadas, o que dificulta o uso para análise de novos projetos, mesmo quando se utiliza um projeto base similar, com valores de ensaio conhecidos.

No entanto, o método que utiliza a teoria do som de vórtices de Powell-Howe disponibiliza ferramentas que permitem um estudo qualitativo comparativo através da análise do termo fonte sonoro. Por outro lado, a metodologia apresentada com base na analogia acústica de Lowson, apesar de ter um equacionamento que permite obter o valor do *NPS* diretamente da simulação numérica, se mostrou muito dependente do coeficiente de carregamento harmônico h e, ao se tentar encontrar uma relação adequada deste coeficiente com qualquer variável obtida na solução numérica do escoamento, não se obteve sucesso. Por isso apresentou-se a análise dos resultados utilizando o valor médio de tal coeficiente, obtido

do ensaio das diversas configurações, o que a princípio, em função dos erros obtidos, não é o mais adequado a se feito.

Conclui-se observando que a metodologia de análise desenvolvida, combinando simulações computacionais em CFD com medições experimentais, apresenta-se promissora como ferramenta para o projeto de produtos na área de sistemas de ventilação de motores elétricos e recomendam-se a continuidade de pesquisas que visem aprimorar a modelagem teórica disponível, a estimativa de parâmetros fundamentais dos modelos teóricos e os métodos experimentais de medição para o escoamento e ruído aerodinâmico em motores elétricos de indução.

#### 5.1 Sugestões.

A geometria utilizada, tanto no dispositivo como no modelo numérico, possui uma série de simplificações, tais como tampa traseira sem ressaltos, tampa defletora sem grade de entrada e outras. Em vista disto, sugere-se a trabalhos futuros introduzir mais detalhes à geometria, de forma a analisar a influência de tais alterações nos resultados dos parâmetros de desempenho citados neste trabalho.

Um próximo passo também pode ser dado ao se analisar a influência da alteração da geometria da tampa defletora sobre o escoamento, mantendo-se constante as dimensões do rotor do sistema de ventilação.

Por outro lado o estudo de novas geometrias das pás do rotor também permitiria o desenvolvimento de novos trabalhos de grande contribuição à obtenção de projetos mais otimizados.

Estes estudos seriam fortemente beneficiados pela possibilidade de medições locais de campos de velocidade, tanto as variáveis médias com as flutuações turbulentas, usando técnicas de anemometria a laser e velocimetria por partículas.

Com relação às metodologias utilizando as analogias acústicas é possível se desenvolver novos estudos, tais como obtenção do termo fonte para a analogia de Powell-Howe em simulações em regime transiente e com malhas mais refinadas, de forma a discretizar melhor os vórtices do escoamento próximo ao rotor. Da mesma forma, realizar a definição de novas fórmulas para o cálculo das variáveis  $T_{\lambda m}$  e  $D_{\lambda m}$  da analogia de Lowson que se mostrassem mais robustas à alteração do coeficiente de carregamento harmônico *h*, ou então, totalmente independentes deste. ALHO, A. T. P.; ILHA, A. Simulação numérica de escoamentos complexos. Turbulência: Anais da V Escola de Primavera em Transição e Turbulência – 5ª EPTT. Associação Brasileira de Ciências Mecânicas – ABCM. Rio de Janeiro. p. 405-466, 2006. ISBN 85-85769-24-6

AMERICAN SOCIETY OF HEATING, REFRIGERATING AND AIR CONDITIONING ENGINEERS. **ANSI/ASHRAE 51-1999**: Laboratory Methods of Testing Fans for Performance Rating. Atlanta, USA, 1999. 76 p.

AMERICAN SOCIETY OF HEATING, REFRIGERATING AND AIR CONDITIONING ENGINEERS. 2000 ASHRAE HVAC Systems and Equipment Handbook (SI). Atlanta, USA, 2000. 701 p.

ANSYS CFX. ANSYS CFX, Release 11.0 – Help Guides. ANSYS Europe Ltd. 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR IEC 60529:2005**: Graus de proteção para invólucros de equipamentos elétricos (código IP). Rio de Janeiro, 2005. 40 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5031:1977**: Máquinas elétricas girantes – Classificação das formas construtivas e montagens. Rio de Janeiro, 1977. 19 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5110:1981**: Máquinas elétricas girantes – Classificação dos métodos de resfriamento – Classificação. Rio de Janeiro, 1989. 14 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5432:1983**: Máquinas elétricas girantes – Dimensões e potências – Padronização. Rio de Janeiro, 1983. 23 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7094:2003**: Máquinas elétricas girantes – Motores de indução – Especificação. Rio de Janeiro, 2003. 61 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7566:1983**: Máquinas elétricas girantes – Nível de ruído transmitido através do ar – Método de medição num campo livre sobre um plano refletor – Método de ensaio. Rio de Janeiro, 1983. 18 p.

BELAMRI, T.; WANG, G. **HT-FED04-56908** - Aeroacoustic Study of Tonal Noise Generated by Axial Flow Fans. ASME Heat Transfer/Fluids Engineering Summer Conference. Proceedings of HT-FED04 on July 11-15, 2004. ASME, 2004.

BRANDÃO, M. P.; Assinatura acústica, impressões deixadas em fluidos por corpos em movimento. Revista da ABEM, ano LXVII. nº 96, dezembro de 2004. p. 12-18, 2004.

CHEN, Y. C.; CHEN, C. L.; DONG, Q.; STEPPHENSON, R. W. **Thermal management for motor.** Thermal and Thermomechanical Phenomena in Electronic Systems, 2001. ITHERM 2001. The Eighth Intersociety Conference on 30 May-1 June 2001. IEEE International. p. 545-551, 2001.

CHEN, Y. C.; CHEN, C. L.; DONG, Q. CFD Modeling for Motor Fan System. Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International. v. 2, p. 764-768, 2003.

COELHO, J. G. **Estudo Numérico de Tubos de Sucção de Turbinas Hidráulicas Tipo Bulbo.** 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, 2006.

DELMÉE, G. J. Manual de Medição de Vazão. 3. ed. Editora Edgard Blücher Ltda. São Paulo, 2003. 346p. ISBN 85-212-0321-7.

DESCHAMPS, J. C. **Modelos Algébricos e Diferenciais**. Turbulência: Anais da III Escola de Primavera em Transição e Turbulência – 3<sup>a</sup> EPTT. Associação Brasileira de Ciências Mecânicas. Rio de Janeiro. p. 100-155, 2002.

FILIPPO FILHO, G. Motor de Indução. 1. ed. Editora Érica Ltda. São Paulo, 2000. 243p. ISBN 85-7194-701-5.

GOLDSTEIN, M. E. Aeroacoustics. 1. ed. McGraw-Hill International Book Company, 1976. 293 p. ISBN 0-07-023685-2.

HENN, E. L. Máquinas de Fluido. Editora da Universidade Federal de Santa Maria. Rio Grande do Sul, 2001. 476p.

HIRSCHBERG A.; RIENSTRA, S.W. An Introduction to Aeroacoustics. Eindhoven University of Technology, 18th July 2004, disponível em: <www.win.tue.nl/~sjoerdr/papers/les-swr-mh.pdf>, acessado em: 10/07/2006.

HOWE, M. S. Theory of Vortex Sound. 1. ed. Cambridge University Press, 2003. 216p. ISBN 0-521-01223-6.

JORGENSEN, R. Fan Engineering. 6. ed. Buffalo, New York, EUA. Buffalo Forge Company, 1961. 690 p.

LIAO, C. M.; CHEN, C. L.; KATCHER, T. Thermal analysis for design of high performance motors. Thermal and Thermomechanical Phenomena in Electronic Systems, 1998. ITHERM '98. IEEE International. p. 424-433, 1998

LIAO, C. M.; CHEN, C. L.; KATCHER, T. Thermal management of AC induction motors using computational fluid dynamics modeling. Electric Machines and Drives 1999, IEMD '99, IEEE International. p. 189-191, 1999.

LOWSON, M. V. Theoretical Studies of Compressor Noise. NASA Contractor Report N. CR-1287. Washington/DC, EUA. NASA - Langley Research Center. 1969. 100 p.

LOWSON, M. V. Theoretical Analysis of Compressor Noise. Journal of the Acoustical Society of America. v. 47, n. 1 (parte 2), p. 371-385, 1970.

MALISKA, C. R. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional. 2. ed. Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. Rio de Janeiro, 2004. 453p. ISBN 85-216-1396-2.

MAYER, E. Previsão do Ruído Gerado por Escoamentos em Sistemas de Sucção de Compressores. Projeto de Tese de Doutorado. POSMEC. UFSC, 2006.

MENTER, F. R., Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. AIAA Journal, v. 32, n. 8, p. 1598-1605, 1994.

MORVANT, R. The Investigation of Blade-Vortex Interaction Noise Using Computational Fluid Dynamics. 2004. 228 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Department of Aerospace Engineering, University of Glasgow, 2004.

NORTON, M. P.; KARCZUB, D. G. Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers. 2. ed. Cambridge, UK. Cambridge University Press, 2003. 652 p. ISBN 0-521-49561-X.

PALADINO, E.; ABDU, A.; CEZÁRIO, C. A.; VERARDI, M.; BORGES, S. S. Improving Electric Motor Cooling System Efficiency. ANSYS Solutions Magazine, Fall 2005, p. 23-24, 2005.

POWELL, A. **Theory of vortex sound**. Journal of the Acoustical Society of America. v. 3, n. 1, p. 177-195, 1969.

RIENSTRA, S.W.; HIRSCHBERG A. An Introduction to Acoustics. Eindhoven University of Technology, 19th July 2006, disponível em: <www.win.tue.nl/~sjoerdr/papers/boek.pdf >, acessado em: 25/07/2006.

ROY, B.; KUMAR, P.; PRASAD, T. V.; REDDY, C. S.; SRIVATSAVA, P. V. R. Aerodynamic Design of a Bi-directional Fan. The Tenth Asian Congress of Fluid Mechanics, 17-21 May 2004, University of Peradeniya, Sri Lanka. 2004.

SABERSKY, R. H.; ACOSTA, A. J.; HAUPTMANN, E. G. Fluid Flow. A First Course in Fluid Mechanics. 3. ed. New York, USA. Macmillan Publishing Company, 1989. ISBN 0-02-946850-7.

SILVA, H. P. Estimativa da temperatura de um motor fumex. Jaraguá do Sul: WEG Equipamentos Elétricos S.A. Procedimento interno de cálculo. 14 p. 2001.

SILVA, H. P. **Fundamentos de Acústica**. Jaraguá do Sul: WEG Equipamentos Elétricos S.A. Apostila de treinamento interno. 68 p. 2004.

VELARDE, S.; FANJUL, R.; BALLESTEROS, R.; SANTOLARIA, C.; FERNÁNDEZ, J. Numerical simulation of the aerodynamic tonal noise generation in a backward-curved blades centrifugal fan. Revista de Acústica, Vol. XXXIII, N° 3-4, ISBN 84-87985-06-8, 2001.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. Introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method. 1. ed. Longman Scientific & Technical, 1995. 257 p. ISBN 0-582-21884-5

VIJAYARAGHAVAN, P.; KRISHNAN, R. Noise in Electric Machines: A Review. IEEE Transactions on Industry Applications. v. 35, n. 5, p. 1007-1013, 1999.

VIESER, W.; ESCH, T.; MENTER, F. Heat Transfer Predictions using Advanced Two-Equation Turbulence Models. CFX Technical Memorandum: CFX-VAL10/0602. AEA Technology. 69 p. 2002.

VOIGDLENER, T. **Escoamento e Transferência de Calor em Motores Elétricos de Indução.** 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2006.

WEG INDÚSTRIAS S/A. Catálogo Geral de Motores Elétricos. Jaraguá do Sul. 153 p. 2005.

## APÊNDICE A - DEDUÇÃO DA VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DA ONDA SONORA EM UM MEIO GASOSO.

A velocidade de propagação das flutuações que constituem a onda sonora depende das propriedades termodinâmicas do meio, especialmente a temperatura.

A transmissão de uma perturbação se dá conforme mostrado na Figura 2.3. Neste modelo, utiliza-se um pistão para gerar a perturbação, conforme mostrado na Figura A.1(a), sendo o tubo é isolado termicamente e preenchido com um fluido compressível. O fluido é invíscido e o pistão não apresenta atrito com o tubo (Sabersky *et al.*, 1989). Neste modelo, a velocidade de propagação da perturbação seria infinita par um fluido incompressível.



Figura A.1 – Propagação de um pulso de pressão ao longo de um tubo preenchido com fluido compressível (Sabersky *et al.*, 1989).

(a) Pistão movendo-se à velocidade constante  $\Delta U$ , (b) volume de controle, com sistema de referência movendo-se à velocidade constante  $U_s$ .-

Assim, põe-se o pistão a mover-se com velocidade constante  $\Delta U$ , na direção de comprimir o gás dentro do tubo. Em conseqüência, a pressão e a densidade irão elevar-se aos valores  $P + \Delta P$  e  $\rho + \Delta \rho$ . Experimentalmente verifica-se que esta alteração se propaga ao longo do tubo a uma velocidade  $U_s$ , chamada de velocidade de frente de onda. Atrás desta frente de onda as propriedades do fluido permanecem constantes, acrescidas dos valores incrementais, enquanto o pistão move-se continuamente. Devido à conservação da massa (este é um problema unidimensional), o fluido atrás da frente de onda move-se à mesma velocidade do pistão, enquanto que o fluido à frente da onda permanece em repouso.

Tal processo de propagação se aplica ao mecanismo de propagação do som, onde a velocidade de propagação da frente de onda  $U_s$  é a velocidade do som no meio. No entanto a situação do escoamento até agora descrita é transiente em um sistema de referência fixo e o cálculo de como a velocidade do som se relaciona com as propriedades do fluido se torna

mais complicado referenciando-se a esse sistema fixo. Quando se considera que o sistema de referência move-se à velocidade constante  $U_s$  (ainda é um sistema inercial), a frente de onda se encontra estacionária e o escoamento neste sistema de coordenadas ocorre em regime permanente. Tal condição é mostrada na Figura A.1(b). A equação da conservação da massa através da perturbação, resulta em,

$$\rho U_s = (\rho + \Delta \rho)(U_s - \Delta U) , \qquad (A.1)$$

onde a equação expressa que o fluxo de massa aproximando-se é igual ao fluxo de massa deixando a perturbação. A conservação de quantidade de movimento linear resulta em,

$$\Delta P = -(\rho + \Delta \rho)(U_s - \Delta U)^2 + \rho U_s^2 , \qquad (A.2)$$

onde a equação expressa que a diferença entre as forças de pressão atuando nos dois lados da perturbação é equilibrada pela diferença de fluxo de quantidade de movimento linear (aceleração).

Usando a Equação (A.1) e rearranjando, tem-se,

$$\Delta P = \rho U_s \,\Delta U \,. \tag{A.3}$$

Resolvendo a Equação (A.1) para  $\Delta U$  e substituindo na Equação (A.3), chega-se a,

$$U_s^2 = \frac{\Delta P}{\Delta \rho} \left( 1 + \frac{\Delta \rho}{\rho} \right). \tag{A.4}$$

Como está se considerando somente perturbações infinitesimais, a razão  $\Delta P/\Delta \rho$  pode ser interpretada como a derivada de *P* em relação à  $\rho$ . Todavia,  $dP/d\rho$  continua indeterminada. Assim, deve-se especificar o processo termodinâmico que regula as mudanças de dP e  $d\rho$ . Para o processo adiabático e reversível, a entropia do gás se mantém constante (processo isentrópico). Então a razão  $\Delta P/\Delta \rho$  pode ser interpretada com a derivada parcial de *P* em relação à  $\rho$ , mantendo-se a entropia *S* constante, ou  $\Delta P/\Delta \rho \rightarrow (\delta P/\delta \rho)_S$  (Sabersky *et al.*, 1989).
Portanto, a equação para velocidade do som em um meio compressível torna-se (desde que  $\Delta \rho / \rho \ll 1$ ),

$$U_s^2 = c^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s.$$
 (A.5)

Para um sistema fechado, a primeira lei da termodinâmica define que,

$$\mathrm{d}E_T = \mathrm{d}Q + \mathrm{d}W \quad , \tag{A.6}$$

onde,  $dE_T$  é o incremento de energia total  $E_T$  do sistema, dQ representa o incremento de calor adicionado e dW o incremento de trabalho realizado sobre o sistema. Quando as energias potencial e cinética são negligenciadas, substitui-se na Equação (A.6) o incremento de energia total  $dE_T$  pelo incremento de energia interna  $dE_I$ .

O trabalho realizado sobre um sistema no qual ocorre mudança de volume é,

$$\mathrm{d}W = -P\mathrm{d}V \ . \tag{A.7}$$

A variação de entalpia ( $H = E_I + PV$ ) durante o processo é dada por,

$$dH = dE_I + P dV + V dP, \qquad (A.8)$$

Para o processo adiabático, dQ = 0 e tem-se,

$$dE_I = -P \, dV \,, \, e$$

$$dH = V \, dP \,. \tag{A.9}$$

Para um gás perfeito, a energia interna é uma função da temperatura apenas. Ainda, considerando que  $H = E_I + PV_g$  e para um gás perfeito,  $PV_g = m_g RT_f$ . Assim, a entalpia é também uma função da temperatura apenas.

Da definição de capacidade térmica a pressão constante, e considerando que  $H = H(T_f)$ , tem-se  $dH = C_P dT_f$ . Da definição de capacidade térmica a volume constante, e considerando que  $E_I = E_I (T_f)$ , tem-se  $dE_I = C_V dT_f$ . Para um gás perfeito,  $dH/dE_I = C_P/C_V$ .

Definido-se  $\gamma = C_P/C_V$  e usando as relações acima, tem-se,

$$\gamma = -\frac{V \,\mathrm{d}P}{P \,\mathrm{d}V}$$
, ou,  $\gamma = -\frac{\mathrm{d}P/P}{\mathrm{d}V/V}$ . (A.10)

Para uma partícula de fluido que se desloca do estado 1 (antes da onda) para o estado 2 (depois da onda) e considerando que para um gás ideal  $c_p$  e  $c_v$  não dependem da pressão, temse,

$$\frac{1}{\gamma} \int \frac{\mathrm{d}P}{P} = -\int \frac{\mathrm{d}V}{V},\tag{A.11}$$

que resulta em,

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}.$$
(A.12)

Como a partícula mantém a sua massa constante, então,

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right). \tag{A.13}$$

Substituindo na Equação (A.12), resulta em,

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{\gamma},\tag{A.14}$$

esta equação descreve um processo de expansão adiabático e reversível, portanto isentrópico, para um gás perfeito.

Considerando as relações dadas pelas Equações (2.38) e (2.39), fazendo  $P_1 = P_0$ ,  $\rho_1 = \rho_0$ ,  $P_2 = P$  e  $\rho_2 = \rho$ , obtém-se,

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma},\tag{A.15}$$

assim,

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{\gamma P}{\rho} \quad , \tag{A.16}$$

substituindo na Equação (A.5), chega-se a,

$$c = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \quad . \tag{A.17}$$

Finalmente, para pequenas flutuações é possível admitir que,

$$c \approx \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$$
 (A.18)

## APÊNDICE B - TABELAS PARA CÁLCULO DA VAZÃO.

em função da temperatura (Dennee, 2005).							
T [K]	$P_{S}$ [Pa]	T [K]	$P_{S}$ [Pa]	T [K]	$P_{S}$ [Pa]	T [K]	$P_{S}$ [Pa]
274,15	660	299,15	3330	324,15	12890	349,15	40110
275,15	710	300,15	3530	325,15	13540	350,15	41820
276,15	760	301,15	3750	326,15	14220	351,15	43570
277,15	810	302,15	3970	327,15	14930	352,15	45390
278,15	870	303,15	4210	328,15	15660	353,15	47290
279,15	930	304,15	4450	329,15	16440	354,15	49240
280,15	1000	305,15	4720	330,15	17230	355,15	51260
281,15	1070	306,15	4990	331,15	18060	356,15	53350
282,15	1150	307,15	5280	332,15	18940	357,15	55510
283,15	1230	308,15	5580	333,15	19940	358,15	57740
284,15	1300	309,15	5890	334,15	20780	359,15	60050
285,15	1390	310,15	6230	335,15	21760	360,15	62430
286,15	1490	311,15	6570	336,15	22770	361,15	64890
287,15	1590	312,15	6940	337,15	23830	362,15	67430
288,15	1700	313,15	7330	338,15	24930	363,15	70060
289,15	1800	314,15	7720	339,15	26070	364,15	75560
290,15	1920	315,15	8140	340,15	27160	365,15	81420
291,15	2050	316,15	8580	341,15	28480	366,15	87660
292,15	2180	317,15	9040	342,15	29750	367,15	94300
293,15	2310	318,15	9520	343,15	31080	368,15	101340
294,15	2460	319,15	10020	344,15	32450	369,15	108810
295,15	2620	320,15	10540	345,15	33880	370,15	116730
296,15	2790	321,15	11090	346,15	35350	371,15	125120
297,15	2960	322,15	11670	347,15	36880	372,15	134000
298,15	3140	323,15	12270	348,15	38470	373,15	143400

Tabela B.1 – Pressões máximas de saturação de vapor d'água  $P_S$  em funcão da temperatura (Delmée, 2003).

Tabela B.2 – Fator de compressibilidade Z para o ar (Delmée, 2003).

P <sub>atm</sub> [Pa]	$T_{amb}$ [K]								
	223,15	273,15	293,15	323,15	373,15	423,15	473,15	523,15	
9806,65	0,99984	0,99994	0,99996	0,99999	1,00001	1,00002	1,00003	1,00003	
39226,6	0,99938	0,99977	0,99985	0,99995	1,00004	1,0001	1,00013	1,00014	
98066,5	0,99845	0,99941	0,99963	0,99987	1,00011	1,00024	1,00031	1,00035	
392266	0,99379	0,99763	0,99852	0,99948	1,00045	1,00099	1,00127	1,00142	
980665	0,98465	0,9943	0,99651	0,99888	1,00125	1,00253	1,00324	1,00362	
3922660	0,9419	0,98037	0,98888	0,9978	1,00659	1,01125	1,01374	1,01502	
6864655	0,9077	0,9721	0,9859	1,0003	1,0143	1,0215	1,0254	1,0272	
9806650	0,8875	0,9705	0,9882	1,0065	1,0242	1,0333	1,0379	1,04	

## APÊNDICE C - TABELA DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

Equipamento	Marca / Modelo	Incerteza	
Manômetro digital	Dwyer / 477-1	±10 Pa	
		±6,0 W @ 1500 rpm ±10,3 W @ 2000 rpm	
Analisador de potência	LEM / NORMA D 6000		
		±18,5 W @ 2500 rpm	
Microfone	Brüel & Kizer / 4188	0,2 dB (com nível de	
wherotone	Diuci & Kjai / 4100	confiabilidade de 95%)	

Tabela C.1 – Incertezas de medição dos equipamentos utilizados nos ensaios.