

Universidade Federal de Santa Catarina  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

**PROJETO DE SISTEMAS ÓTIMOS DE ABSORSORES  
VISCOELÁSTICOS DE VIBRAÇÃO ATRAVÉS DE  
UMA FUNÇÃO OBJETIVO BASEADA NA  
NORMA MATRICIAL DE FROBENIUS**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina para  
a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica

Petroneo Pereira

Florianópolis, 07 de março de 2008.

Universidade Federal de Santa Catarina  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

**PROJETO DE SISTEMAS ÓTIMOS DE ABSORSORES  
VISCOELÁSTICOS DE VIBRAÇÃO ATRAVÉS DE UMA FUNÇÃO  
OBJETIVO BASEADA NA NORMA MATRICIAL DE FROBENIUS**

Petroneo Pereira

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de

**MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**

Área de Concentração: Ruído e Vibrações, sendo aprovada em sua forma final.

---

Prof. José João de Espíndola, PhD – Orientador

---

Prof. Fernando Cabral, PhD – Coordenador do Curso de Pós-Graduação

**Banca Examinadora**

---

Prof. Eduardo Márcio de Oliveira Lopes, PhD

---

Prof. Carlos Alberto Bavastri, Dr. Eng.

---

Prof. Hans Ingo Weber, Dr.-Ing.

---

Prof. Lauro César Nicolazzi, Dr. Eng.

*“Post nubila, Phoebus.”*

*“Depois da tempestade, vem a bonança.”*

*“Non male sedit qui bonis adhaerit.”*

*“Chega-te aos bons e serás um deles.”*

*(Provérbios Latinos)*

À minha querida avó Rosa,  
pela sua fé sempre firme e forte,  
pelas constantes orações e conselhos.

Aos meus prezados pais João e Ana,  
pela educação, amor e perseverança, princípios que  
tanto contribuem na formação do meu caráter.

À minha namorada Marciani Maria Steiger,  
pelo amor, carinho, paciência nos momentos de estudos e,  
principalmente, pela certeza de uma vida inteira juntos!

## Agradecimentos

A Deus pelo dom da vida, razão maior da nossa existência;

Aos meus familiares, especialmente, Papai e Mamãe, por formarem um alicerce forte, sempre guiando e iluminando meus caminhos, pelos bons exemplos e pelo amor. Ao meu irmão Danilo, próximo engenheiro da família, pela amizade e companheirismo. À minha amada avó Rosa, pelo amor e carinho. À minha querida madrinha Maria Terezinha, pelo amor, carinho e grande contribuição na minha educação primária;

À minha querida namorada Marciani Maria Steiger com muito amor e carinho;

Ao Professor José João de Espíndola com grande estima, pela excelente orientação durante este trabalho, por todos os ensinamentos transmitidos ao longo das disciplinas e durante nossa convivência, além disso, pelos seus princípios e valores sempre dignos de uma pessoa de bom caráter;

Ao Professor Eduardo Márcio de Oliveira Lopes, pela orientação desde os tempos de iniciação científica, pelo acompanhamento na íntegra do meu estágio profissional realizado na Alemanha, sempre com uma visão muito clara e correta do que tem que ser feito. Realmente, é um privilégio ter trabalhado contigo e contar com a tua amizade;

Ao Professor Carlos Alberto Bavastri, pela disposição e boa vontade em auxiliar no que fosse preciso para o bom andamento do trabalho, pelos treinamentos no software “LAVIB1”, base da sua tese de doutorado, que viabilizou a realização desta dissertação;

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pelo imprescindível apoio financeiro;

À Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, pela oportunidade de realizar com qualidade mais esta etapa da minha vida acadêmica;

Aos nobres colegas do nosso Grupo de Pesquisa Integrada em Sistemas Vibrantes e Acústicos – PISA, pelo constante apoio, pelas sinceras amizades e conversas do dia-dia, em especial: Adriana, Izolda, Geraldo, Jair, João Morais, Amado, Wagner, João Marra e Gustavo;

Aos brothers do P.C.C – Primeiro Comando da Carvoeira, pela amizade que perdura, Zimmermann, Dippold, Schmitt, Ferazza, Evandro, Dailson, André, Bruno, Caxa, Rova, Azuma, Marino e Chico. Sem mais comentários, nosso lema: “*Wir lieben das Leben, die Liebe und die Lust. Wir glauben an den lieben Gott und hab ´n noch immer Durst...*”;

À Funeral Assistance, nossa genuína banda de thrash metal, idealizada por mim e formada pelos amigos da turma 2000-2 da Engenharia Mecânica da UFSC: Pépe, Zimmermann, Góya e Bruno. Quem não conhece o hit? “*Strong escape starts in my class, it’s a terrible behavior, faith! profile must conjugate...*”, huahuahua...

# Sumário

Lista de Figuras .....	VIII
Lista de Tabelas .....	XI
Resumo .....	XII
Abstract.....	XIII
Zusammenfassung .....	XIV
Capítulo 1: Introdução .....	1
1.1 Breve Histórico sobre Neutralizadores Dinâmicos de Vibrações .....	1
1.2 Objetivos e Contribuições .....	6
1.3 Estrutura da Dissertação .....	6
Capítulo 2: Elementos Teóricos Originais.....	8
2.1 Materiais Viscoelásticos em Derivadas Fracionárias.....	8
2.1.1 O Modelo e as suas Equações Constitutivas .....	8
2.2 Definições e Idéias Gerais sobre um Neutralizador .....	14
2.2.1 Quantidades Equivalentes Generalizadas para um Neutralizador .....	15
2.2.2 Resposta do Sistema Composto (Primário + Neutralizadores).....	18
2.2.3 Especificação das Massas dos Neutralizadores .....	22
2.2.4 Otimização para uma Faixa de Frequências.....	23
2.2.5 Técnica de Otimização Híbrida (Algoritmo Genético + TONL).....	24
Capítulo 3: Análise Modal Teórica e Experimental .....	26
3.1 Considerações Iniciais .....	26
3.2 Análise Modal, por Elementos Finitos, via ANSYS® .....	27
3.3 Análise Modal Experimental.....	31
3.4 Identificação dos Parâmetros Modais, via ICATS® .....	37
3.5 Correlação entre as Técnicas de Identificação .....	41
Capítulo 4: Procedimento e Técnica de Projeto .....	45
4.1 Disposições Preliminares .....	45
4.2 Informações Gerais sobre a Interface LABVIEW® .....	46
4.3 Parâmetros Ótimos via Elementos Finitos, ANSYS® .....	51
4.4 Parâmetros Ótimos via Identificação Experimental.....	54
4.5 O Projeto Ótimo dos Neutralizadores .....	58
4.6 Comentários sobre as Atividades Realizadas.....	64
Capítulo 5: Apresentação e Discussão dos Resultados .....	65
5.1 O Processo de Fabricação dos Neutralizadores.....	65

5.2 Teste de Sintonização dos Neutralizadores .....	66
5.3 Corroboração dos Resultados Numérico-Experimentais .....	68
5.4 Redução de Vibrações através de Fitas de Amortecimento .....	72
5.5 Comparação entre Redução de Vibrações: Fitas de Amortecimento versus Neutralizadores Viscoelásticos .....	72
Capítulo 6: Conclusões .....	74
6.1 Comentários Finais.....	74
6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros.....	75
Referências .....	76
Apêndice A: Álgebra Linear.....	80
A.1 Norma de Matrizes .....	80
A.2 Cômputo de Norma de Matrizes, via MATLAB <sup>®</sup> .....	81
Apêndice B: Resultados Teóricos entre 800 e 2400Hz .....	82
B.1 Parâmetros de Projeto Ótimo.....	82
B.2 Curvas Teóricas de Redução de Vibrações .....	83

## Lista de Figuras

Figura 1.1 – Neutralizador Stockbridge em uma linha de transmissão de energia elétrica.....	3
Figura 1.2 – Modelagem do conjunto hidrogerador em elementos finitos.....	4
Figura 1.3 – Um particular neutralizador viscoelástico.....	5
Figura 1.4 – Vista panorâmica da estrela de seis pontas e um neutralizador já anexado .....	5
Figura 2.1 – Ábaco de frequências reduzidas.....	12
Figura 2.2.a – Estrutura primária com alguns neutralizadores anexados .....	14
Figura 2.2.b – Um particular neutralizador .....	14
Figura 2.3 – Esquema de um neutralizador simples (com um grau de liberdade) .....	15
Figura 2.4 – Representação de um sistema com massa e amortecimento .....	16
Figura 2.5 – Representação dos sistemas equivalentes .....	17
Figura 3.1 – Exemplo de malha para análise por elementos finitos via ANSYS® .....	27
Figura 3.2 – Modo nº 3 – Frequência de 324,2Hz.....	29
Figura 3.3 – Modo nº 8 – Frequência de 580,2Hz.....	29
Figura 3.4 – Modo nº 9 – Frequência de 596,8Hz.....	30
Figura 3.5 – Modo nº 23 – Frequência de 1640Hz.....	30
Figura 3.6 – Experimento montado e em perfeito funcionamento .....	32
Figura 3.7 – O ruído branco filtrado com auxílio do MATLAB® .....	33
Figura 3.8 – A diferença entre os filtros: Digital x Analógico.....	34
Figura 3.9 – Resposta em frequência da aceleração para o excitador " <i>shaker</i> " .....	35
Figura 3.10 – Exemplo de malha para análise modal experimental.....	36
Figura 3.11 – Janela principal do software de identificação modal, ICATS® .....	37
Figura 3.12 – Processamento das FRF's através do método GLOBAL-M.....	38
Figura 3.13 – Diagrama de fluxo do processamento dos dados .....	39
Figura 4.1 – Foto da janela "Arquivo" da interface.....	46
Figura 4.2 – Foto da janela "Dados da Estrutura" da interface .....	47
Figura 4.3 – Foto da janela "Parâmetros de Cálculo" da interface.....	48
Figura 4.4 – Foto da janela "Dados dos Neutralizadores" da interface.....	49
Figura 4.5 – Foto da janela "Material Viscoelástico" da interface.....	49
Figura 4.6 – Foto da janela "Calcular" da interface .....	50
Figura 4.7 – Foto da janela "Opções" da interface .....	51
Figura 4.8 – A distribuição dos 82 nós ao longo da malha modal e no detalhe, os quatro pontos ótimos (6, 20, 40 e 51) .....	52

Figura 4.9 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores: Ponto 6 da malha de elementos finitos.....	53
Figura 4.10 – A distribuição dos 82 nós ao longo da malha modal experimental e no detalhe, os quatro pontos ótimos (27, 45, 58 e 65) e as três forças (f1, f2 e f3) .....	55
Figura 4.11 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores: Força 3 e Resposta na posição 65.....	56
Figura 4.12 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores: Força 3 e Resposta na posição 58.....	56
Figura 4.13 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores: Força 3 e Resposta na posição 45.....	57
Figura 4.14 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores: Força 3 e Resposta na posição 27.....	57
Figura 4.15 – Ábaco de frequências reduzidas para o Neoprene 55 Shore A.....	59
Figura 4.16 – Padrão de um neutralizador projetado sob carregamento cisalhante .....	61
Figura 4.17 – Vista frontal e superior (em corte) do neutralizador projetado.....	63
Figura 5.1 – Forma final do neutralizador dinâmico de vibrações.....	65
Figura 5.2 – Esquema para medição da transmissibilidade de um neutralizador.....	66
Figura 5.3 – Sintonização dos quatro neutralizadores através da transmissibilidade.....	67
Figura 5.4 – Foto da montagem experimental.....	69
Figura 5.5 – Curva experimental do sistema primário sem e com neutralizadores: Força 3 e Resposta no ponto 65.....	70
Figura 5.6 – Curva experimental do sistema primário sem e com neutralizadores: Força 3 e Resposta no ponto 58.....	70
Figura 5.7 – Curva experimental do sistema primário sem e com neutralizadores: Força 3 e Resposta no ponto 45.....	71
Figura 5.8 – Curva experimental do sistema primário sem e com neutralizadores: Força 3 e Resposta no ponto 27.....	71
Figura 5.9 – Atenuação de vibrações proporcionada pela fita de amortecimento.....	72
Figura 5.10 – Comparação entre dois diferentes tratamentos de atenuação de vibrações.....	73
Figura 6.1 – Principais painéis irradiadores de ruído em um automóvel .....	75
Figura B.1 – A distribuição dos 82 nós ao longo da malha modal experimental e no detalhe, os quatro pontos ótimos (32, 44, 52 e 69) e as três forças (f1, f2 e f3).....	83
Figura B.2 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores: Força 3 e Resposta na posição 69.....	84

Figura B.3 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores: Força 1 e Resposta na posição 52.....	84
Figura B.4 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores: Força 1 e Resposta na posição 44.....	85
Figura B.5 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores: Força 3 e Resposta na posição 32.....	85

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Resumo das frequências naturais, ou seja, alguns autovalores do problema não-amortecido .....	28
Tabela 3.2 – Frequências naturais identificadas no processamento via ICATS® .....	40
Tabela 3.3 – Fatores de perda modais identificados no processamento via ICATS® .....	41
Tabela 4.1 – Os parâmetros de projeto ótimo dos neutralizadores.....	52
Tabela 4.2 – Os parâmetros de projeto ótimo dos neutralizadores.....	55
Tabela 4.3 – Os parâmetros ótimos para o cálculo do fator de forma.....	60
Tabela 4.4 – Os parâmetros necessários para dar forma e tamanho ao neutralizador.....	62
Tabela 5.1 – Frequências naturais dos neutralizadores .....	68
Tabela B.1 – Os parâmetros de projeto ótimo dos neutralizadores.....	82
Tabela B.2 – As atenuações teóricas obtidas para os quatro pontos ótimos de aplicação.....	86

## Resumo

Neutralizadores dinâmicos de vibrações são subsistemas mecânicos (em geral, sistemas com um grau de liberdade) que, anexados ao sistema mecânico principal, ou estrutura (chamado de sistema primário, ou estrutura primária), têm o propósito de controlar, ou reduzir vibrações e, conseqüentemente, atenuar radiação sonora em máquinas e painéis estruturais. O sistema primário, em questão neste trabalho, é uma porta de automóvel. Uma maneira barata e fácil de se construir neutralizadores é incorporando um material viscoelástico como elemento resiliente (mola), já que este possui ambas as características de material elástico e de fluido viscoso (dissipação de energia).

Via de regra, para que se possa desenvolver corretamente uma estratégia de controle de vibrações utilizando material viscoelástico, existem duas propriedades dinâmicas básicas que precisam ser previamente conhecidas: o fator de perda do material e o seu módulo dinâmico de elasticidade. Normalmente, o comportamento dinâmico deste tipo de material é dependente da frequência e da temperatura. O material viscoelástico disponível para o projeto dos neutralizadores a serem empregados neste trabalho é um Neoprene de dureza 55 Shore A, que foi caracterizado pelo grupo de pesquisa PISA. Os parâmetros fracionários deste material foram obtidos usando-se técnica concebida no PISA, hoje já divulgada internacionalmente.

O presente trabalho consiste na aplicação de uma teoria baseada nas *quantidades equivalentes generalizadas*. Com este conceito é possível se escrever as equações que governam o movimento do sistema composto (sistema primário + neutralizadores) em termos das coordenadas generalizadas (graus de liberdade) do sistema primário apenas, muito embora a fixação dos neutralizadores representar graus de liberdade adicionais. Um modelo modal do sistema primário — não importando sua irregularidade geométrica ou distribuição de amortecimento — é necessário para a aplicação da teoria supracitada. Tal modelo pode ser obtido através de um programa de elementos finitos ou pela identificação experimental.

Após o término da aplicação da teoria, a resposta do sistema composto é conhecida. Inicia-se, então, o processo de otimização. O projeto ótimo dos neutralizadores é obtido pela minimização de uma função objetivo. A função objetivo aqui definida é a norma de Frobenius de uma certa matriz quadrada. O aspecto inédito e original desta particular função objetivo é o fato de que ela prescinde do conhecimento do vetor das forças que atuam no sistema mostrando-se, também, muito adequada para a obtenção dos pontos ótimos de fixação dos neutralizadores em estruturas com elevada densidade modal. A utilização de um algoritmo híbrido envolvendo um algoritmo genético e uma técnica de otimização não-linear (TONL) garante que os parâmetros ótimos dos neutralizadores sejam também ótimos globais.

## Abstract

The so often called dynamic vibration absorbers, which more appropriately should be called dynamic vibration neutralizers, are mechanical devices to be attached to another mechanical system, or structure, called the primary system, with the purpose of controlling, or reducing, vibration and consequently mitigating sound radiation from machines, structural surfaces and panels. The primary system in this work is an automobile door. The cheapest and easiest way to construct a vibration neutralizer is by incorporating a viscoelastic material, which presents both the resilient and the energy dissipating characteristics. The viscoelastic material acts as a damped spring.

Generally, in order to develop a proper strategy for the control of vibration using a viscoelastic material, two basic dynamic properties are needed to be previously known: the loss factor of the material and its dynamic modulus of elasticity. Normally, the dynamic behavior of this type of material is dependent on frequency and temperature. The viscoelastic material available for the project of neutralizers to be used in this work is Neoprene of 55 Shore A hardness, which was characterized by the research group called PISA. The fractional parameters of this material were obtained by using a technique conceived by PISA, nowadays internationally recognized.

This work consists in an application of a theory based on the concept of equivalent generalized quantities. With this concept, it is possible to write down the equations of motion of the composite system (primary system + neutralizers) in terms of the generalized coordinates (degrees of freedom) of the primary system alone, in spite of the fact that the composite system has additional degrees of freedom introduced by the attached neutralizers. A modal model for the primary system, no matter its geometric irregularity and distribution of damping, is necessary for the application of the theory. Such a model can be obtained both by the finite element method and by experimental identification.

Once the theory has been applied, the response of the composite system is known, and then the optimization process starts. The optimum design of the neutralizers is achieved through a minimization of an objective function. So, a special objective function is here defined, based on the Frobenius norm of a certain square matrix. The innovative and genuine aspect of such function is the fact that no information about the vector of the input forces is needed. The use of a hybrid algorithm involving both a genetic algorithm and a non linear optimization technique guarantees that optimum parameters of the neutralizers are obtained.

# Zusammenfassung

Ein Neutralisierungssystem besteht aus mechanischen Elementen die an einer Struktur angehängt werden, die Hauptsystem genannt wird. Diese Elemente sollen die Verringerung der Schwingung ermöglichen und somit die Akustische-Strahlung aus dem Maschinen-, Struktur-Oberflächen und-Platten reduzieren. Das in dieser Diplomarbeit bearbeitete Hauptsystem ist eine Auto Tür. Der billigste und einfachste Weg, um ein Schwingungsneutralisierungssystem herzustellen, ergibt sich durch die Benutzung von viskoelastischen Material um, damit die Energie zu verbrennen. Das viskoelastische Material verhält sich wie eine gedämpfte Feder.

Generell, verlangt eine angemessenen Strategie mit viskoelastischen Material für Schwingungskontrolle, die Kenntnis von zwei grundlegenden dynamischen Eigenschaften: den Verlustfaktor des Materials und sein dynamisches Elastizitätsmodul. Normalerweise ist das dynamische Materialverhalten dieser Elemente von Frequenz und Temperatur abhängig. Das viskoelastische Material für die Herstellung des Neutralisierungssysteme, das in diese Diplomarbeit benutzt wird, hat ein Neopren-Härtegrad von 55 Shore A, und wurde bei der Forschungs-Gruppe namens PISA entwickelt. Die von PISA konzipiert Technik des Material durch vier fraktionalen Parameter zu beschreiben, die ist heute international anerkannt.

Diese Arbeit besteht aus der Anwendung einer Theorie die auf dem Konzept der gleichwertige generalisierten Werten basiert. Dieses Konzept erlaubt, die Gleichungen für die Bewegung des Gesamtsystems (Hauptsystem + Neutralisierungssystem) mit Hilfe von generalisierten Koordinaten (Freiheitsgrade) des Hauptsystem allein zu beschreiben, trotz der Tatsache, dass durch die mechanischen Elemente zusätzlichen Freiheitsgrade vorhanden sind. Ein modales Modell von dem Hauptsystem, ist notwendig egal welche geometrische Unregelmäßigkeiten und Dämpfungsverteilung existieren, um die Theorie anzuwenden. Solches Modell kann sowohl von dem Methode der finiten Elemente und auch über experimentelle Identifikation erzielt werden.

Durch Anwendung der Theorie ist die Antwort des Gesamtsystems bekannt, und somit beginnt die Parameter Optimierung. Die optimale Gestaltung des Neutralisierungssystem wird durch die Minimierung einer objektiv Funktion erreicht. Die hier definierte objektiv Funktion, basiert auf der Frobenius-Norm von einer bestimmten quadratischen Matrix. Der innovative Aspekt dieser Funktion ist die Tatsache, dass keine Information über den Kräfte Vektor bei der Eingabe erforderlich ist. Der Einsatz eines Hybrid-Algorithmus mit einem genetischen Algorithmus und eine nicht-lineare Optimierungstechnik garantiert, dass die optimalen Parameter des Neutralisierungssystem erzielt werden.

# Capítulo 1: Introdução

## 1.1 Breve Histórico sobre Neutralizadores Dinâmicos de Vibrações

Os neutralizadores dinâmicos de vibrações são subsistemas mecânicos que, anexados a outro sistema mecânico, ou a uma estrutura (sistema primário), têm o propósito de controlar ou reduzir vibrações indesejáveis e também atenuar radiação sonora em máquinas e painéis estruturais. Uma maneira barata e fácil de construir neutralizadores é incorporando um material viscoelástico como elemento resiliente, já que este reúne ambas as características de material elástico e de fluido viscoso (dissipação de energia). O maior problema na análise e no projeto desses neutralizadores é que, quando aplicados a uma estrutura, eles implicam em que as equações do sistema composto possuam coeficientes dependentes da frequência e da temperatura. Isto, num sistema de grande porte, significa um problema numérico excessivamente grande e de interpretação dinâmica nada fácil. Por exemplo, em um recente desenvolvimento levado a cabo no grupo de pesquisa PISA-LVA, a estrutura primária foi modelada com mais de trinta mil graus de liberdade.

A primeira publicação a respeito de um dispositivo com um objetivo semelhante ao de um sistema de neutralizadores parece ter sido escrita por Watts em 1883 e se destinava à redução do balanço de navios, proporcionando uma maior estabilização das plataformas dos canhões e, assim, uma melhor precisão de tiro. Frahm, considerado por alguns como o inventor do neutralizador dinâmico, propôs em 1909 um outro dispositivo para redução deste mesmo tipo de movimento em navios.

Recentemente, um grande esforço tem sido empregado no sentido de generalizar a teoria clássica dos neutralizadores de vibração, aplicados a estruturas mais complexas se comparadas com as de um grau de liberdade estudadas por Ormondroyd & Den Hartog (1928). O maior efeito obtido com a adição de um subsistema é a transformação de um sistema com um grau de liberdade em um outro com dois graus de liberdade. O objetivo principal da teoria clássica é encontrar os parâmetros ótimos (massa, rigidez e amortecimento viscoso) do sistema de neutralizadores a fim de minimizar a vibração no sistema primário.

O modelo de amortecimento do subsistema é do tipo viscoso, na teoria clássica supracitada, de limitada aplicação e de difícil construção prática. Portanto, a redução de vibrações em sistemas mais complexos é precária, já que vários modos de vibrar podem contribuir simultaneamente para a resposta total da estrutura. Alguns pesquisadores estudaram a aplicação de neutralizadores em estruturas mais complexas – não apenas em sistemas discretos como antes, mas também, em sistema contínuos – com o objetivo de ampliar a sua

utilização. Por exemplo, análises de neutralizadores dinâmicos fixados a vigas uniformes foram desenvolvidas por Young (1952), Snowdon (1959 e 1968) e Snowdon & Nobile (1980).

No trabalho de Snowdon (1959), uma abordagem matemática foi desenvolvida, pela primeira vez, para modelar o amortecimento do tipo viscoelástico para um neutralizador dinâmico de vibrações. Lá, considerou-se a massa do neutralizador presa ao sistema vibrante primário por um material resiliente (borracha natural ou butílica). Além disso, utilizou-se um modelo de um grau de liberdade, tanto para o neutralizador quanto para o sistema primário. Algumas aplicações desta teoria foram apresentadas posteriormente também por Jones *et alii* (1975) e Nashif *et alii* (1985).

A aplicação de neutralizadores a vários tipos de estruturas é um assunto bastante difundido na literatura. Inúmeros são os exemplos e se estendem a estruturas de edifícios, a de helicópteros, passando por rotores dinâmicos, linhas de transmissão de energia elétrica, máquinas ferramentas, etc. Apesar do esforço que se observa em ampliar a abrangência da teoria clássica com vistas a permitir o projeto consciente de um sistema de neutralizadores dinâmicos de vibrações, não era do conhecimento, até então, o surgimento de uma teoria que generalizasse a aplicação desses dispositivos a estruturas de qualquer complexidade.

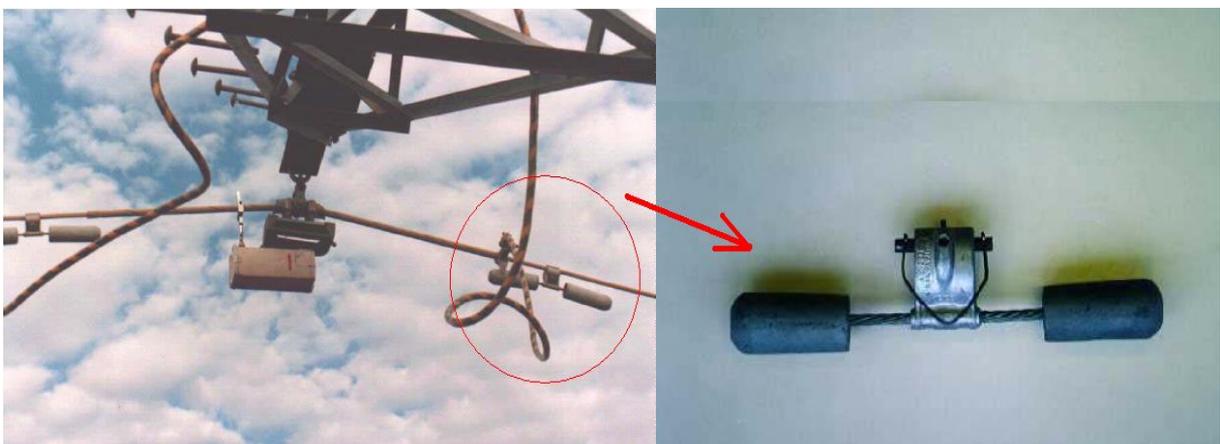
No trabalho de Espíndola e Silva (1992), uma teoria geral para o controle modal de vibrações por neutralizadores, quando aplicados a uma estrutura genérica, de qualquer geometria, quantidade e distribuição de amortecimento, foi derivada. Esta teoria tem sido aplicada a neutralizadores viscoelásticos de vários tipos [Espíndola & Silva, 1992; Espíndola & Freitas Filho, 1993], ou seja, diferentes configurações de neutralizadores dinâmicos têm sido estudadas para a redução de vibrações em vários tipos particulares de estruturas. A teoria é baseada no conceito de *quantidades equivalentes generalizadas* para os neutralizadores, introduzida pelo primeiro autor. Com este conceito é possível se reescrever as equações que governam o movimento do sistema composto (primário + neutralizadores) em termos das coordenadas generalizadas (graus de liberdade), previamente escolhidas para descrever o espaço de configurações do sistema primário sozinho, embora o sistema composto tenha graus de liberdade adicionais devido à introdução dos neutralizadores.

Este fato foi crucial no desenvolvimento da teoria, permitindo, uma transformação de coordenada usando a matriz modal incompleta do sistema primário, que é invariante durante o processo de otimização. Com esta transformação é possível se obter o subespaço modal para o sistema composto sem a necessidade de resolver um problema de autovalores complexos para todo o sistema composto em cada etapa do processo iterativo, para cada frequência e temperatura, o que seria computacionalmente fora de questão.

Portanto, estabelece-se, um subespaço modal do sistema primário onde é possível trabalhar com apenas algumas equações que abrangem toda a banda de frequências de interesse. Além disso, se o acoplamento entre essas equações não for considerado, o sistema de neutralizadores é projetado de forma ótima para um modo em particular, como no método de otimização simples, proposto por Den Hartog (1956). Por outro lado, se o acoplamento entre as equações for considerado, cobrindo uma banda particular de frequências, utilizam-se técnicas de otimização não-linear para projetar de forma ótima o sistema de neutralizadores.

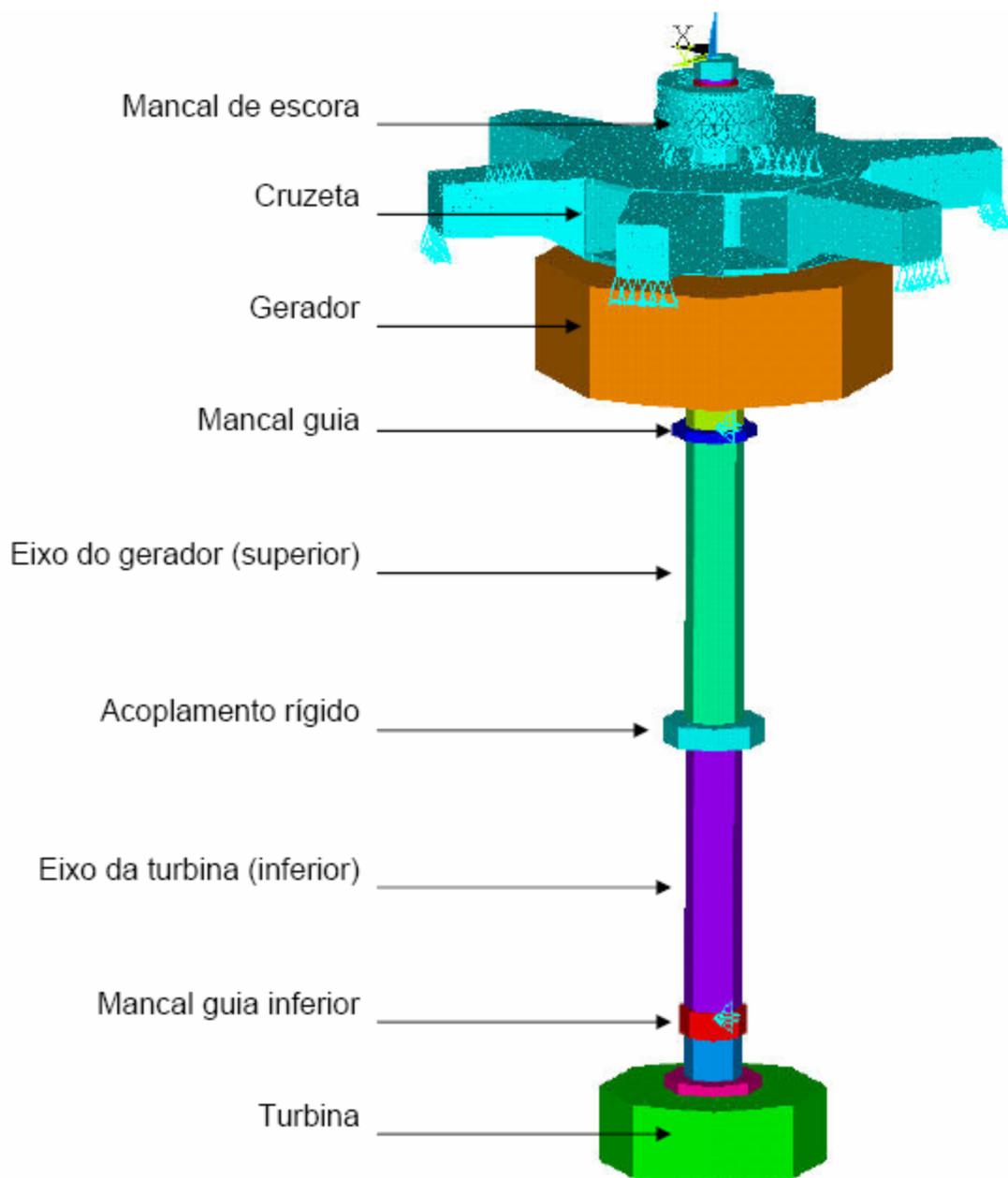
Uma nova metodologia de otimização, que consiste na utilização de um algoritmo híbrido composto de Algoritmo Genético + Técnicas de Otimização Não-Linear (TONL), é proposta nos trabalhos de Bavastri (1997) e Bavastri, Espíndola & Teixeira (1998). Desde então, o controle de vibrações deixou de ser efetuado modo a modo, como em Espíndola e Silva (1992) e passou a ser realizado em banda larga de frequências, onde um ou vários neutralizadores são anexados na estrutura e controlam simultaneamente um ou vários modos nesta banda de frequências de interesse. Assim, através desta metodologia, é possível garantir que os parâmetros ótimos dos neutralizadores sejam também ótimos globais.

No trabalho de Teixeira (1997), esta metodologia desenvolvida, segundo [Bavastri, 1997], foi utilizada para se projetar neutralizadores dinâmicos viscoelásticos a fim de minimizar a resposta entre duas esferas de sinalização aéreas de um cabo *ACSR Partridge*, onde também foram feitos estudos do comportamento vibratório do cabo com configurações semelhantes àquelas encontradas no campo. Um dispositivo com a mesma finalidade é o neutralizador desenvolvido por G. H. Stockbridge (1925), que ficou conhecido pelo sobrenome do inventor, cuja principal aplicação é a de redução de vibrações em linhas de transmissão de energia elétrica, vide a figura 1.1 logo adiante. O intuito de Teixeira (1997) era de encontrar os parâmetros físicos ótimos agora de um neutralizador viscoelástico, já que o neutralizador Stockbridge – projetado segundo a teoria clássica e utilizado até hoje – possui estreita faixa de frequências de atuação, proporcionando um controle muito limitado.



**Figura 1.1 – Neutralizador Stockbridge em uma linha de transmissão de energia elétrica**

Em um recente projeto, levado a cabo pelo PISA-LVA, sob a coordenação do professor José J. de Espíndola, um sistema com seis neutralizadores viscoelásticos foi concebido visando reduzir as vibrações axiais devidas a uma instabilidade hidrodinâmica na turbina de um conjunto gerador de energia elétrica. O conjunto hidrogerador foi desenvolvido em elementos finitos pelo professor Jucélio Tomáz Pereira, responsável pelo Laboratório de Mecânica Estrutural (LAMES) da UTFPR, e pode ser visualizado na figura 1.2. Ali se representa uma estrutura fabricada de chapa: uma estrela de seis pontas, cada ponta apoiada em uma maciça estrutura de concreto. No centro da estrela está apoiado o mancal de escora sobre dez molas Belleville. O mancal de escora suporta todo o grupo hidrogerador: rotor do gerador (considerado uma massa rígida, mas fixo na aranha flexível), eixo e rotor da turbina, este também considerado rígido.

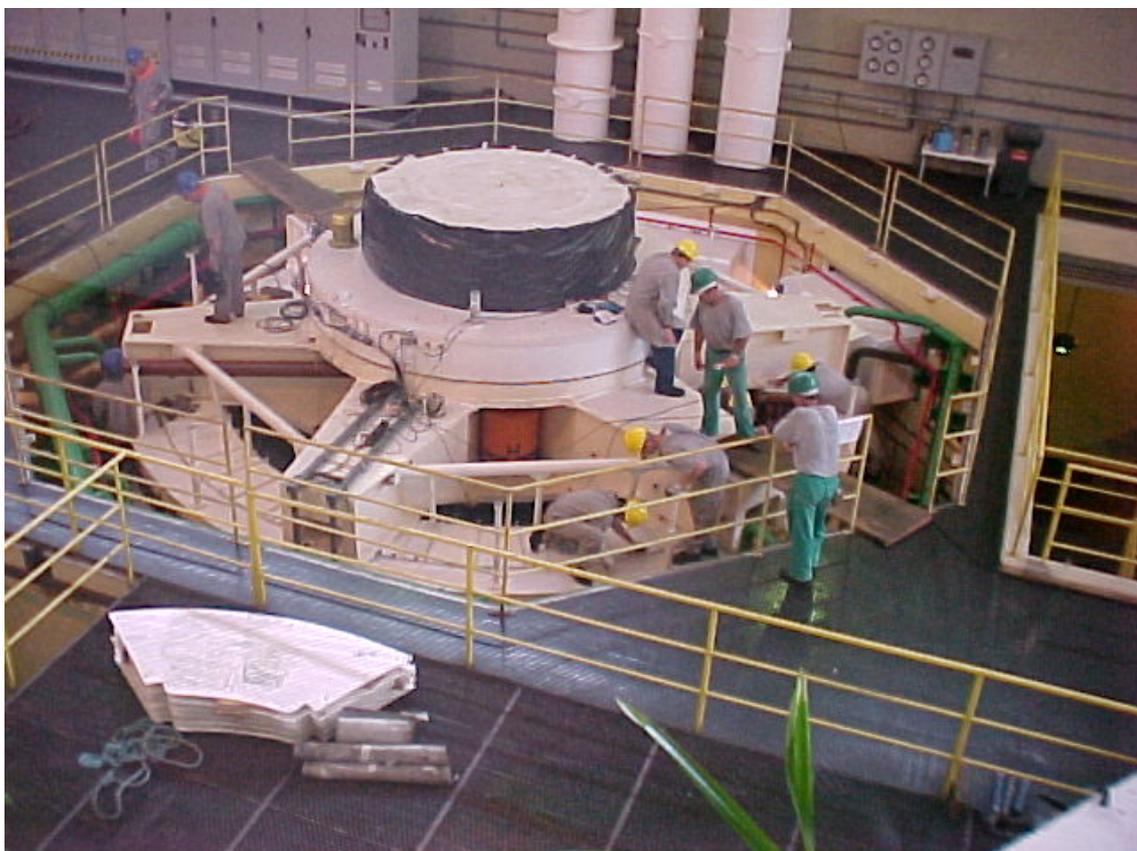


**Figura 1.2 – Modelagem do conjunto hidrogerador em elementos finitos**

Os seis neutralizadores viscoelásticos foram instalados cada um nos recessos entre cada duas pernas da estrela de seis pontas. Primeiramente, na figura 1.3, um particular neutralizador viscoelástico já montado em seu lugar de trabalho é mostrado. Na seqüência, uma vista panorâmica da estrela de seis pontas, com um neutralizador anexado, é ilustrada na figura 1.4. Como o local da aplicação da força excitadora que causava as vibrações excessivas era conhecido, com relativa precisão, a função objetivo usada diferiu daquela a ser empregada neste trabalho.



**Figura 1.3 – Um particular neutralizador viscoelástico**



**Figura 1.4 – Vista panorâmica da estrela de seis pontas e um neutralizador já anexado**

## 1.2 Objetivos e Contribuições

O presente trabalho tem por objetivo projetar, implementar e testar um sistema de controle passivo de vibrações através de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos. Para tal finalidade, fez-se a aplicação de uma formulação nova e absolutamente geral para comprovar a eficácia dos neutralizadores atuando em estruturas complexas [Espíndola, Lopes & Bavastri, 2006]. Nesta formulação, ao contrário do que era feito anteriormente [Cruz, 2004], parte-se do pressuposto de que um material viscoelástico já tenha sido desenvolvido e identificado, segundo um modelo a derivadas fracionárias [Espíndola, Silva Neto & Lopes, 2005]. De fato, esta é precisamente a situação no grupo de pesquisa PISA-LVA, onde materiais já existem e foram testados até em desenvolvimentos industriais.

O material viscoelástico, escolhido para o projeto do sistema de neutralizadores, é um Neoprene de dureza 55 Shore A. O controle de vibrações é realizado em uma porta de automóvel, representação típica de um painel estrutural com alta densidade modal. O modelo modal desta estrutura é obtido tanto por identificação experimental na faixa de frequências de interesse (200 a 1800Hz) quanto por elementos finitos, ou seja, ambos os métodos indicados na literatura. Correlação e *updating* serão consideradas [Ewins, 1984; Maia & Silva, 1997].

Após o término da aplicação da teoria, a resposta do sistema composto é conhecida. Então, inicia-se o processo de otimização, no qual se define uma função objetivo a ser minimizada segundo uma norma de Frobenius [Espíndola, Pereira, Bavastri & Lopes, 2008]. Até então, utilizava-se a norma 2, conhecida como norma Euclidiana [Bavastri, 1997]. O aspecto inédito e original desta particular função objetivo aqui definida é o fato de que ela prescinde do conhecimento do vetor das forças que atuam no sistema. Ela se mostra, também, muito adequada para a obtenção dos pontos ótimos de fixação dos neutralizadores em estruturas com elevada densidade modal.

Como relevante contribuição, espera-se que este trabalho seja referência para futuras aplicações de neutralizadores dinâmicos de vibrações nas áreas de engenharia automotiva, aeroespacial e naval, sempre que se procurar mitigar vibrações e som irradiado de painéis estruturais e carenagens de máquinas, casos em que o preciso lugar de excitação é difícil, se não impossível, de ser identificado.

## 1.3 Estrutura da Dissertação

No Capítulo 2, apresenta-se uma teoria geral para a aplicação de um sistema ótimo de neutralizadores dinâmicos de vibrações em estruturas complexas e com alta densidade modal. Primeiramente, o modelo em derivadas fracionárias do material viscoelástico é

introduzido. Na seqüência, o conceito das *quantidades equivalentes generalizadas* é devidamente explicado [Espíndola & Silva, 1992], para somente então, posteriormente, com a resposta do sistema composto (estrutura + neutralizadores) obtida, definir-se uma particular função objetivo. Finalmente, a otimização do sistema de neutralizadores é dada pela minimização desta função objetivo, definida através de uma norma de Frobenius, onde um algoritmo híbrido composto de Algoritmo Genético + Técnicas de Otimização Não-Linear é utilizado [Bavastri, 1997].

No Capítulo 3, o processo de obtenção dos parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibrar e fatores de perda), que servem como parâmetros de entrada na teoria supracitada, é detalhado. As duas formas possíveis de se conseguir esses parâmetros foram utilizadas — via identificação experimental (com pós-processamento através do pacote computacional ICATS<sup>®</sup>) e pelo método dos elementos finitos (pacote computacional ANSYS<sup>®</sup>) — na banda de frequências de 200 a 1800Hz. A correlação entre as duas técnicas é analisada e discutida com base nos resultados obtidos.

O Capítulo 4 contempla uma explicação da interface do programa de otimização usado para o projeto do sistema de neutralizadores. Posteriormente, os parâmetros ótimos são apresentados, a saber: massa e frequência anti-ressonante. Os pontos de aplicação dos neutralizadores e as curvas de redução teórica (estimada pelo programa) de vibrações são estabelecidos. Expõe-se, ao final, como forma e tamanho são dados aos dispositivos mecânicos.

No Capítulo 5, os resultados experimentais obtidos na prática pelo sistema de controle passivo proposto, após implementá-lo na estrutura, são discutidos e analisados. A quantificação da redução obtida na prática é checada para se verificar a concordância com a redução teórica pretendida. Além disso, faz-se também uma comparação experimental entre dois tratamentos diferentes de redução de vibrações em uma porta de automóvel, a saber: fitas de amortecimento e neutralizadores.

O Capítulo 6 relata as considerações finais, na forma de uma conclusão. Uma idéia das dificuldades encontradas e superadas, ao longo do trabalho, é ilustrada e sugestões para futuras aplicações do sistema de neutralizadores dinâmicos de vibrações são dadas.

O Apêndice A faz uma breve revisão didática de normas de matriz – com enfoque àquela usada neste trabalho, ou seja, a norma de Frobenius – e como implementá-las numericamente em computador.

No Apêndice B, realiza-se uma simulação com o objetivo de mostrar como os neutralizadores viscoelásticos podem ser ainda mais eficazes, teoricamente, no controle de vibrações, quando trabalham em uma faixa de frequências superior, ou seja, de 800 a 2400Hz.

# Capítulo 2: Elementos Teóricos Originais

## 2.1 Materiais Viscoelásticos em Derivadas Fracionárias

Para que se possa desenvolver corretamente uma estratégia de controle de vibrações utilizando materiais viscoelásticos, as duas propriedades dinâmicas básicas que precisam ser conhecidas são exatamente o *fator de perda* do material e seu *módulo dinâmico de elasticidade* [Bagley, R. L. & Torvik, P. J., 1979, 1983, 1986]. Essas propriedades são representadas de forma bastante fidedignas através do uso de derivadas generalizadas, cujas ordens não são números inteiros, mas fracionários [Espíndola *et alii*, 1997, 2004, 2005]. Uma técnica para a identificação dos quatro parâmetros fracionários que, em si, caracterizam o material viscoelástico, foi estabelecida por Espíndola *et alii*, 2005. Esses quatro parâmetros podem ser usados tanto na equação constitutiva do material viscoelástico (domínio do tempo), quanto no módulo de elasticidade (módulo de cisalhamento). Já há alguns anos, o procedimento descrito nesta última referência substitui, com absoluta vantagem, no PISA-LVA, aquele descrito na norma ASTM E 756-98.

### 2.1.1 O Modelo e as suas Equações Constitutivas

O material responsável pela parte resiliente do neutralizador dinâmico de vibrações é de natureza viscoelástica. Portanto, apresenta-se uma introdução simples a esta classe de materiais que é adequadamente representada pelas derivadas de ordem fracionária.

Considere-se, por simplicidade, um campo de tensão unidimensional atuando em uma peça de material viscoelástico. A lei de Hooke,  $\sigma(t) = E\varepsilon(t)$ , válida para sólidos elásticos, é substituída por uma equação constitutiva em operadores diferenciais inteiros.

$$\sigma(t) + \sum_{m=1}^M b_m \frac{d^m}{dt^m} [\sigma(t)] = E_0 \varepsilon(t) + \sum_{n=1}^N E_n \frac{d^n}{dt^n} [\varepsilon(t)], \quad (2.1)$$

onde  $\sigma(t)$  é a tensão no tempo  $t$ ,  $\varepsilon(t)$  é a correspondente deformação,  $b_m, m = 1, M, E_0$  e  $E_n, n = 1, N$  são constantes no tempo. Os números  $n, m, M$  e  $N$  são inteiros.

Alternativamente, a relação entre  $\sigma(t)$  e  $\varepsilon(t)$  pode ser escrita em termos de um operador integral hereditário:

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t E(t-\tau) \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau, \quad (2.2)$$

onde  $E(t)$  na expressão (2.2) é também chamado de função relaxação.

Uma outra proposta para a equação (2.1), que pode ser entendida com sua generalização, pode ser escrita em termos dos operadores derivada de ordem fracionária [Torvik & Bagley, 1987]:

$$\sigma(t) + \sum_{m=1}^M b_m D^{\beta_m} [\sigma(t)] = E_0 \varepsilon(t) + \sum_{n=1}^N E_n D^{\alpha_n} [\varepsilon(t)] \quad (2.3)$$

Na equação acima,  $D^{\beta_m} [\sigma(t)]$  e  $D^{\alpha_n} [\varepsilon(t)]$  são derivadas de ordem fracionária  $\beta_m$  e  $\alpha_n$ , respectivamente. A definição de derivada fracionária definida abaixo é conhecida como sendo de Riemann – Liouville:

$$D^\alpha [f(t)] = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau, \quad (2.4)$$

onde  $D^\alpha$  é o operador derivada fracionária,  $\alpha$  é a ordem da derivada e  $\Gamma(\bullet)$  a função gama.

Embora a definição (2.4) pareça ser algo impressionante, a sua representação no domínio de Laplace e de Fourier segue o mesmo padrão da derivada de ordem inteira:

$$L\{D^\alpha [f(t)]\} = s^\alpha L[f(t)] = s^\alpha \tilde{f}(s) \quad (2.5)$$

$$F\{D^\alpha [f(t)]\} = (i\Omega)^\alpha F[f(t)] = (i\Omega)^\alpha \tilde{f}(\Omega) \quad (2.6)$$

Nas duas expressões acima  $L$  significa o operador de Laplace,  $F$  significa o operador de Fourier,  $s$  é a variável de Laplace e  $\Omega$  é a frequência circular.  $\tilde{f}(s)$  e  $\tilde{f}(\Omega)$  são as transformadas de Laplace e Fourier de  $f(\bullet)$ , respectivamente. A letra  $i$  designa número complexo  $i = (0,1)$ . A propósito, a equação (2.3) pode ser facilmente representada no domínio da frequência pelo uso da propriedade (2.6):

$$\left[ 1 + \sum_{m=1}^M b_m (i\Omega)^{\beta_m} \right] \tilde{\sigma}(\Omega) = \left[ E_0 + \sum_{n=1}^N E_n (i\Omega)^{\alpha_n} \right] \tilde{\varepsilon}(\Omega) \quad (2.7)$$

Manipulando a expressão acima, tem-se:

$$E_c(\Omega) = \frac{\tilde{\sigma}(\Omega)}{\tilde{\varepsilon}(\Omega)} = \frac{E_0 + \sum_{n=1}^N E_n (i\Omega)^{\alpha_n}}{1 + \sum_{m=1}^M b_m (i\Omega)^{\beta_m}} \quad (2.8)$$

A expressão (2.8) define o chamado *módulo complexo de elasticidade*, que é, obviamente, uma função da frequência. Além disso, este módulo é também uma função da temperatura, visto que os parâmetros presentes em (2.8) também o são.

Como  $E_c(\Omega)$  é complexo, pode-se escrevê-lo como sendo

$$E_c(\Omega) = E(\Omega) + iE'(\Omega) \quad (2.9)$$

ou,

$$E_c(\Omega) = E(\Omega)(1 + i\eta(\Omega)), \quad (2.10)$$

onde  $\eta(\Omega) = E'(\Omega)/E(\Omega)$ .

$E(\Omega)$  é conhecido como o módulo de armazenamento do material viscoelástico e  $E'(\Omega)$  é o módulo de perda, e está associado com a capacidade própria do material de dissipar energia vibratória.  $\eta(\Omega)$  é o chamado *fator de perda* do material.

Obviamente, uma expressão similar a (2.8) pode ser escrita em termos das derivadas de ordem inteira, aplicando-se a transformada de Fourier em ambos os membros de (2.1). Embora as diferenças entre essa expressão que seria obtida e a (2.8) sejam aparentemente de natureza semântica, na prática as duas expressões são totalmente diferentes.

De fato, a formulação matemática em termos da derivada fracionária carrega uma relação íntima com a teoria molecular sobre o comportamento viscoelástico do material [Bagley & Torvik, 1983]. Tal fato é refletido na capacidade deste modelo em representar, com grande exatidão, o comportamento viscoelástico do material, mesmo quando são usados apenas quatro ou cinco parâmetros.

Por outro lado, o modelo do material baseado em derivadas de ordem inteira fornece resultados muito pobres, mesmo quando se utiliza um grande número de parâmetros [Pritz, 1996]. Além disso, o modelo baseado na expressão (2.8) é causal, ou seja, toda a história temporal do material é levada em conta [Bagley & Torvik, 1986; Gaul, Klein & Kemple, 1991 e Rutman, 1995].

No presente trabalho, o modelo de quatro parâmetros, baseado na derivada fracionária, é usado para o projeto ótimo dos neutralizadores dinâmicos de vibrações. Como na prática, este modelo representa de maneira tão perfeita o comportamento dinâmico do material viscoelástico, basta tomar  $M = 1$ ,  $N = 1$  e  $\alpha = \beta$  na expressão (2.8), então, tem-se:

$$E_c(\Omega) = \frac{E_0 + (i\Omega)^\alpha E_1}{1 + (i\Omega)^\alpha b_1} \quad (2.11)$$

Uma expressão análoga as (2.8) e (2.11), para o *módulo complexo de cisalhamento* é:

$$G_c(\Omega) = \frac{G_0 + (i\Omega)^\alpha G_1}{1 + (i\Omega)^\alpha b_1}, \quad (2.12)$$

ou, equivalentemente :

$$G_c(\Omega) = \frac{G_0 + (ib\Omega)^\alpha G_\infty}{1 + (ib\Omega)^\alpha}, \quad (2.13)$$

onde  $b = b_1^{1/\alpha}$  e  $G_\infty = G_1 / b_1$ . Vale a pena lembrar que, a analogia acima é válida e pôde ser efetuada, somente, por se tratar de um material viscoelástico.

A expressão (2.13) define o módulo complexo de cisalhamento em termos dos quatro parâmetros fracionários:  $G_0$ ,  $G_\infty$ ,  $b$  e  $\alpha$ . O parâmetro  $b$  tem dimensão de tempo e é chamado de *tempo de relaxação* do material.

Quando representada na sua forma usual, analogamente à expressão (2.10), a expressão (2.13) fica:

$$G_c(\Omega) = G(\Omega)(1 + i\eta(\Omega)) \quad (2.14)$$

onde agora,  $\eta(\Omega) = G'(\Omega) / G(\Omega)$ .

$G(\Omega)$  é conhecido como *módulo dinâmico de cisalhamento*,  $G'(\Omega)$  o módulo de perda, e está associado com a capacidade própria do material de dissipar energia vibratória.  $\eta(\Omega)$  é o fator de perda do material.

Como já foi antecipado, o módulo dinâmico de cisalhamento é função da temperatura. Então, pode-se também escrever o tempo de relaxação da seguinte maneira:

$$b = b_0 s(T) \quad (2.15)$$

onde  $b_0$  é a constante  $b$  na temperatura de referência  $T_0$ . Em princípio, a escolha da temperatura de referência é arbitrária, ou seja, na prática é uma questão de conveniência.

Para uma temperatura absoluta  $T$ , o deslocamento, em relação à temperatura de referência  $T_0$  é  $s(\cdot)$ . De um modo geral,  $s(\cdot)$  é uma função da temperatura absoluta e recebe o nome de *função deslocamento*. Existe uma expressão para  $s(T)$ , denominada WLF (de Williams-Landel-Ferry), que é amplamente conhecida como fornecedora de bons resultados [Ferry, 1980]:

$$\log_{10}(s(T)) = \frac{-\theta_1 \times (T - T_0)}{\theta_2 + (T - T_0)} \quad (2.16)$$

onde  $T$  é a temperatura absoluta do ensaio e  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são constantes a serem obtidas experimentalmente. Na prática, identificado  $b$ , para várias temperaturas e definida a temperatura de referência,  $s(T)$  será obtida diretamente pela relação  $b/b_0$  [Lopes, 1998].

Conseqüentemente, agora reescreve-se também a expressão (2.13) da seguinte forma:

$$G_c(\Omega) = \frac{G_0 + (ib_0\Omega s(T))^\alpha G_\infty}{1 + (ib_0\Omega s(T))^\alpha} \quad (2.17)$$

Tudo isto que foi exposto, logo acima, ilustra uma propriedade de fundamental importância para a caracterização dinâmica dos materiais viscoelásticos em largas faixas de frequência e temperatura, conhecida como o *Princípio da Superposição Frequência-Temperatura, PSFT* [Nashif, Jones & Henderson, 1985]. Esta constatação é, de grande sorte, válida para a imensa maioria dos materiais viscoelásticos, os chamados *termoreologicamente simples*. As curvas de referência, para esta classe de material, recebem os nomes de curvas mestras, vide figura 2.1.

Portanto, o princípio da superposição permite a construção de um ábaco em torno das curvas mestras, que facilita o cômputo das propriedades dinâmicas do material, ou seja, o módulo dinâmico de cisalhamento e o seu fator de perda, em todas as frequências e temperaturas disponíveis. Na abscissa desse gráfico tem-se a *frequência reduzida*, que é o produto  $f \times s(T)$  (frequência x função deslocamento), de modo que, então, as curvas para uma certa temperatura T podem ser deslocadas de  $f \times s(T)$  até se sobreporem às curvas relativas a temperatura de referência  $T_0$ . Note-se que  $s(T_0) = 1$ , necessariamente, isto é, o fator de deslocamento é um, para as curvas mestras. Como consequência, para a temperatura correspondente às curvas mestras, as frequências reduzidas confundem-se com as frequências reais.

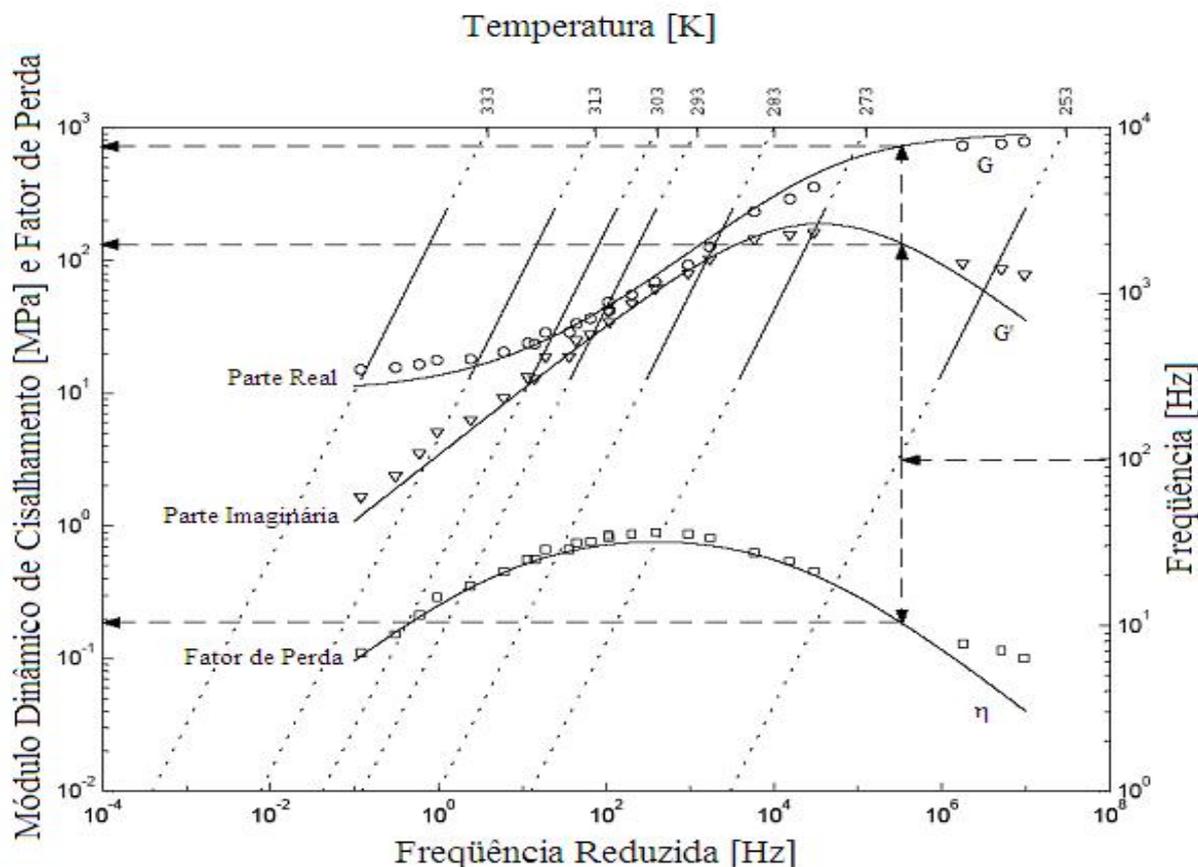


Figura 2.1 - Ábaco de frequências reduzidas

Vê-se que o material viscoelástico comporta-se, com o aumento da frequência, da mesma forma que com a diminuição de temperatura, salvo por um fator de escala. Este fator de escala é a função deslocamento  $s(T)$ , anteriormente, apresentada.

Para se conhecer o módulo de cisalhamento e o fator de perda do material em dadas frequência e temperatura, parte-se do eixo vertical à direita. Daí uma reta horizontal é traçada até encontrar a reta da temperatura respectiva. Deste ponto de cruzamento, uma reta vertical é traçada. No cruzamento com a curva desta reta vertical com a curva mestra do módulo de cisalhamento parte uma reta agora horizontal até atingir o eixo vertical à esquerda do ábaco. Finalmente, o valor do módulo de cisalhamento é lido em MPa o mesmo é feito para a leitura do fator de perda. Todas as retas em questão encontram-se dispostas também no gráfico para ilustrar o procedimento acima descrito.

A figura 2.1 mostra a forma usual da apresentação das propriedades dinâmicas de um material viscoelástico, o chamado ábaco ou nomograma de frequências reduzidas. As curvas mestras são representadas no gráfico para o módulo de dinâmico de cisalhamento (Parte Real e Parte Imaginária) e para o fator de perda [Espíndola, Silva Neto & Lopes, 2005]. No eixo das abscissas estão as frequências reduzidas  $f \times s(T)$ . No eixo vertical à direita ficam as frequências oscilatórias, em Hertz. Inclínadas, sobre a superfície do ábaco, ficam as retas de temperatura, em escala Kelvin.

Via de regra os ábacos, como o descrito acima, são plotados com pontos experimentais obtidos pelo método da viga vibrante. Este método fornece um modelo *não-paramétrico* para as propriedades dinâmicas do material viscoelástico. Um estudo da precisão deste método é feito no trabalho de Lopes, E.M.O., 1989. Uma forma alternativa à norma estabelecida pela ASTM E 756-98 consiste em um experimento desenvolvido por Espíndola *et alii*, 2004. Neste, identifica-se um modelo paramétrico para as mesmas propriedades dinâmicas do material viscoelástico baseado no cálculo fracionário. Esta técnica foi desenvolvida pelo Grupo de Pesquisa em Sistemas Acústicos e Vibrantes (PISA-LVA) do Laboratório de Vibrações e Acústica da Universidade Federal de Santa Catarina comandado pelo Professor José João de Espíndola.

A frequência, a qual o fator de perda apresenta um valor máximo, é chamada frequência de transição, isto pode ser observado na figura 2.1, esta frequência ocorre aproximadamente na metade da banda de transição do material (região compreendida entre os patamares superior e inferior do módulo dinâmico de cisalhamento). Idealmente, os neutralizadores dinâmicos de vibração são projetados para trabalhar o mais perto possível da

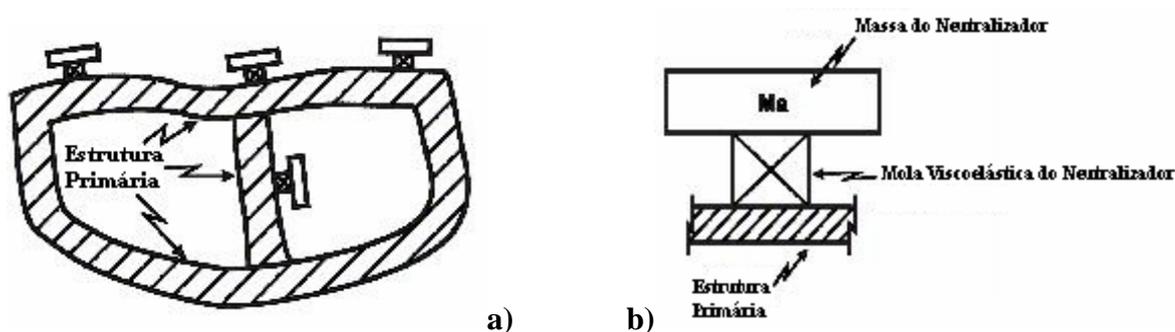
freqüência de transição do material viscoelástico, e por consequência, obter-se o máximo fator de perda.

## 2.2 Definições e Idéias Gerais sobre um Neutralizador

Neste presente trabalho, as expressões *sistema primário* ou *estrutura primária* representam o sistema, ou a estrutura, respectivamente, antes da adição dos neutralizadores.

A estrutura primária, ou o sistema primário, considerado aqui, pode ser de toda a forma, não importa sua irregularidade geométrica ou distribuição de amortecimento.

Na figura 2.2, mostra-se uma estrutura genérica, com alguns neutralizadores a ela anexados e um particular neutralizador.



**Figura 2.2 – (a) Estrutura primária com alguns neutralizadores anexados;  
(b) Um particular neutralizador.**

Os neutralizadores anexados na estrutura primária são sistemas de um grau de liberdade, sendo a massa de cada um deles representada por  $m_{aj}$ ,  $j = 1, p$ , onde  $p$  é o número de neutralizadores. A “mola” dos neutralizadores de um grau de liberdade é feita de material viscoelástico, às vezes também com alguns insertos de metal, e a sua rigidez para uma particular temperatura é dada por  $k_{aj}(\Omega)$ ,  $j = 1, p$ . Cada neutralizador é associado a uma particular coordenada generalizada no espaço de configurações do sistema primário, exatamente no lugar onde ele é anexado. Desta maneira, o  $j$ -ésimo neutralizador é fixado no ponto da estrutura primária cujo movimento é descrito pela coordenada generalizada  $q_{kj}$ . O índice  $j$  pode ser omitido quando for desnecessário [Espíndola, Lopes & Bavastri, 2006].

A idéia da adição de um conjunto de neutralizadores a uma estrutura primária, como exposto acima, é reduzir a resposta desta estrutura quando nela atuam grandes forças ou deslocamentos. Como projetar o melhor sistema de neutralizadores possíveis, para proporcionar o maior abatimento de vibrações, é justamente o propósito deste presente trabalho.

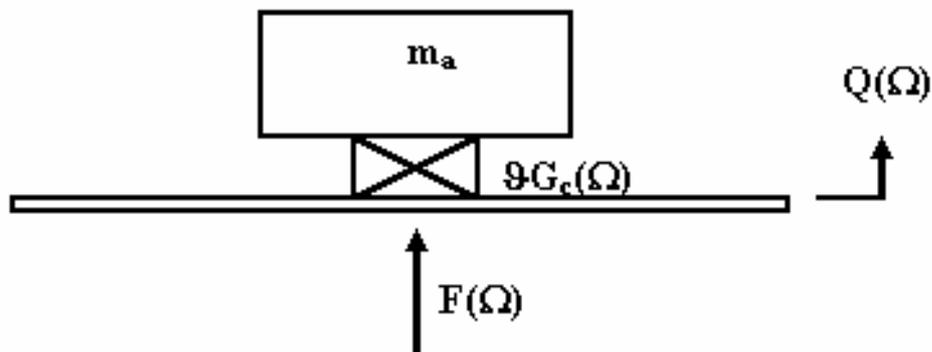
### 2.2.1 Quantidades Equivalentes Generalizadas para um Neutralizador

Para maior clareza, uma revisão breve do conceito das *quantidades equivalentes generalizadas* para um neutralizador dinâmico simples de vibração, é apresentada aqui, conforme Espíndola & Silva (1992). O neutralizador simples (um grau de liberdade) consiste de uma única massa ( $m_a$ ) conectada à estrutura primária, através de um dispositivo resiliente (“mola”), de natureza viscoelástica (vide figura 2.3), com rigidez complexa  $k_a(\Omega)$  igual a [Espíndola, 2003]:

$$k_a(\Omega) = \mathfrak{G} G_c(\Omega) = \mathfrak{G} G(\Omega) [1 + i\eta(\Omega)] \quad (2.18)$$

Na expressão acima,  $G_c(\Omega)$  é o módulo complexo de cisalhamento do material viscoelástico,  $G(\Omega)$  é o módulo dinâmico de cisalhamento,  $\eta(\Omega)$  é o fator de perda deste material,  $\Omega$  é a frequência circular e  $\mathfrak{G}$  é um fator geométrico, dependendo da forma e das inserções metálicas da mola viscoelástica.

Na figura 2.3, abaixo,  $Q(\Omega)$  e  $F(\Omega)$  são a transformada de Fourier do deslocamento da base  $q(t)$  e da força aplicada  $f(t)$ , respectivamente. Esta força aplicada é o resultado da interação entre o neutralizador e o ponto da estrutura primária onde este é anexado. A placa fina que aparece na figura 2.3 é assumida como tendo massa desprezível, numa primeira análise, por simplicidade.



**Figura 2.3 – Esquema de um neutralizador simples (com um grau de liberdade)**

É fácil se verificar que a força de interação  $F(\Omega)$  na placa (massa desprezível) “sente” a presença do neutralizador como uma rigidez dinâmica dada por:

$$K_a(\Omega) = \frac{F(\Omega)}{Q(\Omega)} = \frac{m_a \Omega^2 \mathfrak{G} G_c(\Omega)}{m_a \Omega^2 - \mathfrak{G} G_c(\Omega)}, \quad (2.19)$$

ou,

$$K_a(\Omega) = \frac{F(\Omega)}{Q(\Omega)} = \frac{m_a \Omega^2 \vartheta G(\Omega)(1+i\eta(\Omega))}{m_a \Omega^2 - \vartheta G(\Omega)(1+i\eta(\Omega))} \quad (2.20)$$

A frequência anti-ressonante do neutralizador simples é definida como sendo aquela que, na ausência de amortecimento, faz o denominador da expressão (2.20) igual a zero:

$$\Omega_a^2 = \vartheta G(\Omega_a) / m_a \quad (2.21)$$

Na expressão (2.21),  $\Omega_a$  é a frequência anti-ressonante do neutralizador e  $\vartheta G(\Omega_a)$  é a rigidez da mola viscoelástica na frequência anti-ressonante  $\Omega_a$ . Nota-se também que a expressão (2.21) é uma equação transcendental para a frequência anti-ressonante do neutralizador. O módulo complexo de cisalhamento pode sempre ser escrito usando a expressão  $G_c(\Omega) = G(\Omega_a) r_a(\Omega)(1+i\eta(\Omega))$ . Então, é possível se reescrever a expressão (2.20) da seguinte maneira:

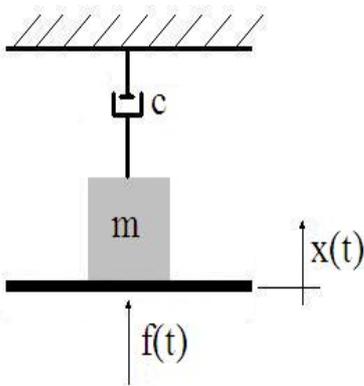
$$K_a(\Omega) = -m_a \Omega^2 \frac{\Omega_a^2 r_a(\Omega) + i\eta(\Omega) \Omega_a^2 r_a(\Omega)}{\Omega_a^2 r_a(\Omega) - \Omega^2 + i\eta(\Omega) \Omega_a^2 r_a(\Omega)} \quad (2.22)$$

ou, separando parte real e imaginária, tem-se:

$$K_a(\Omega) = -\Omega^2 m_a \frac{(\Omega_a^2 r_a(\Omega) - \Omega^2) \Omega_a^2 r_a(\Omega) + (\Omega_a^2 r_a(\Omega) \eta(\Omega))^2}{D(\Omega)} + i \Omega m_a \frac{\Omega^3 \Omega_a^2 r_a(\Omega) \eta(\Omega)}{D(\Omega)} \quad (2.23)$$

onde  $r_a(\Omega) = G(\Omega) / G(\Omega_a)$  e  $D(\Omega) = (\Omega_a^2 r_a(\Omega) - \Omega^2)^2 + (\eta(\Omega) \Omega_a^2 r_a(\Omega))^2$ .

Agora, imagine-se um sistema com um grau de liberdade em que uma massa  $m$  é conectada a uma referência fixa (“terra”) através de um amortecedor viscoso (*dashpot*) de constante  $c$ . Se uma força  $f(t)$  for aplicada à massa  $m$ , esta mesma massa responderá com movimento  $x(t)$ . A relação entre a força  $f(t)$  e o movimento  $x(t)$ , no domínio da frequência, será  $k(\Omega) = F(\Omega) / X(\Omega) = -\Omega^2 m + i\Omega c$ , vide ilustração na figura 2.4, abaixo.



- Aplicando a 2ª Lei de Newton no sistema ao lado:  
 $f(t) - c \dot{x}(t) = m \ddot{x}(t)$
- Pela transformada de Fourier da expressão acima, tem-se:  
 $F(\Omega) - i\Omega c X(\Omega) = -\Omega^2 m X(\Omega)$   
 $F(\Omega) = (-\Omega^2 m + i\Omega c) X(\Omega)$
- Finalmente:  
 $k(\Omega) = \frac{F(\Omega)}{X(\Omega)} = -\Omega^2 m + i\Omega c$

**Figura 2.4 – Representação de um sistema com massa e amortecimento**

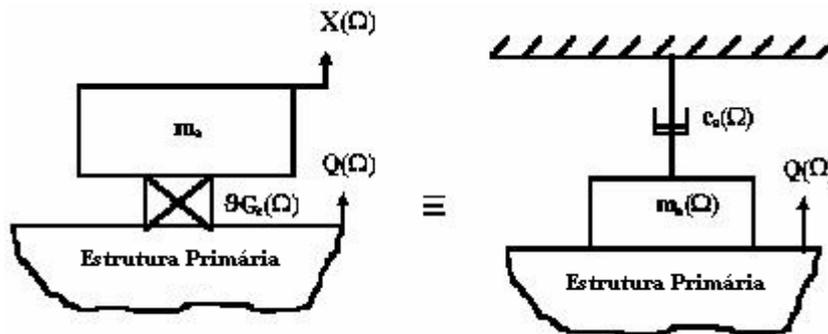
Se esta relação acima exposta for comparada com a expressão (2.23), pode-se observar que a estrutura primária “vê” o neutralizador, no ponto de fixação, como uma massa  $m_e(\Omega)$  conectada a amortecedor viscoso (*dashpot*) de constante  $c_e(\Omega)$  e a outra extremidade deste amortecedor conectado à “terra”. A figura 2.5, logo adiante, mostra esta interpretação. Estas duas quantidades são chamadas aqui *massa equivalente generalizada* e *constante de amortecimento viscoso equivalente generalizado*, para um particular neutralizador. Dividindo o numerador e o denominador da expressão (2.23) por  $\Omega_a^4$ , as quantidades equivalentes generalizadas para o neutralizador podem ser escritas como:

$$m_e(\Omega) = m_a \frac{r_a(\Omega) \{ r_a(\Omega) [1 + \eta^2(\Omega)] - \varepsilon_a^2 \}}{[\varepsilon_a^2 - r_a(\Omega)]^2 + [r_a(\Omega) \eta(\Omega)]^2}, \quad (2.24)$$

e

$$c_e(\Omega) = m_a \Omega_a \frac{r_a(\Omega) \eta(\Omega) \varepsilon_a^3}{[\varepsilon_a^2 - r_a(\Omega)]^2 + [r_a(\Omega) \eta(\Omega)]^2} \quad (2.25)$$

onde  $\varepsilon_a = \Omega / \Omega_a$ .



**Figura 2.5 – Representação dos sistemas equivalentes**

Portanto, provou-se que os dois sistemas mostrados na figura 2.5 são dinamicamente equivalentes, ou seja, a rigidez dinâmica “sentida” pelo sistema primário é a mesma, em ambas as situações. Além disso, poder-se-ia escrever a rigidez dinâmica na forma de uma impedância mecânica ou uma massa dinâmica que, mesmo assim, os sistemas mostrados na figura 2.5 continuariam sendo dinamicamente equivalentes [Espíndola & Silva, 1992].

O sistema primário “sente” o neutralizador como uma massa  $m_e(\Omega)$ , fixada nele ao longo da coordenada generalizada  $q(t)$ , e um amortecedor viscoso “dashpot” (mesmo que o amortecimento seja do tipo viscoelástico) de constante  $c_e(\Omega)$  ligada à terra (referência fixa).

Note-se que a massa e o amortecedor são dependentes da frequência e da temperatura e também que os quatro parâmetros fracionários que caracterizam o material viscoelástico já estão presentes na formulação das suas quantidades equivalentes generalizadas, vide expressões (2.24) e (2.25) acima, respectivamente.

A dinâmica do sistema resultante (primário + neutralizadores) pode então ser formulada nos termos das coordenadas generalizadas físicas originais do sistema primário (onde  $Q(\Omega)$ , na figura 2.5, é representado), embora o sistema novo tenha agora graus de liberdade adicionais (um para cada neutralizador). Esta é a principal vantagem do conceito de quantidades generalizadas equivalentes para os neutralizadores.

### 2.2.2 Resposta do Sistema Composto (Primário + Neutralizadores)

Na seqüência, pode-se concluir da discussão precedente (e a figura 2.5 ajuda nesta interpretação) que uma estrutura linear modelada com vários graus de liberdade terá suas matrizes de massa e amortecimento modificadas (ver abaixo) pela adição dos neutralizadores, mas não sua ordem (dimensão). Então, se o sistema primário for modelado com  $n$  graus de liberdade, as matrizes de massa e amortecimento ainda serão da ordem  $n \times n$  após a adição dos neutralizadores, apesar do fato de que  $p$  novos graus de liberdade ( $p$  neutralizadores) foram adicionados. A matriz de rigidez permanece inalterada após a adição dos neutralizadores. Observa-se que, como antecipado anteriormente, as expressões (2.22) e (2.23) (ou (2.24) e (2.25)) contêm todos os quatro parâmetros do modelo viscoelástico fracionário.

Se  $p$  neutralizadores, com massas equivalentes  $m_{e1}(\Omega)$ ,  $m_{e2}(\Omega)$ , ...,  $m_{ep}(\Omega)$  e constantes de amortecimento equivalentes  $c_{e1}(\Omega)$ ,  $c_{e2}(\Omega)$ , ...,  $c_{ep}(\Omega)$ , são adicionadas no sistema primário de  $n$  graus de liberdade ao longo das coordenadas generalizadas  $q_{k_1}, q_{k_2}, \dots, q_{k_p}$  (estas coordenadas não se encontram, necessariamente, seqüencialmente distribuídas, mas sim, estrategicamente escolhidas), as equações do movimento do sistema composto podem ser escritas, no domínio da frequência, como sendo:

$$\left[ -\Omega^2 \tilde{M} + i\Omega \tilde{C} + K \right] Q(\Omega) = F(\Omega), \quad (2.26)$$

onde  $\tilde{M}$  e  $\tilde{C}$  são as matrizes modificadas de massa e amortecimento e, por conterem as constantes equivalentes  $m_{ej}(\Omega)$ ,  $c_{ej}(\Omega)$ ,  $j=1, p$ , tornam-se agora, complexas e dependentes da frequência. Segue-se adiante:

$$\tilde{M} = M + \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & m_{e1}(\Omega) & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & m_{ep}(\Omega) & \\ & & & & 0 \end{bmatrix} = M + M_A(\Omega) \quad (2.27)$$

$$\tilde{C} = C + \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & c_{e1}(\Omega) & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & c_{ep}(\Omega) & \\ & & & & 0 \end{bmatrix} = C + C_A(\Omega) \quad (2.28)$$

onde  $M$  e  $C$  são as matrizes ordinárias de massa e de amortecimento viscoso proporcional do sistema primário, respectivamente. As matrizes  $M_A(\Omega)$  e  $C_A(\Omega)$  são diagonais e complexas.

Note-se também que um coeficiente viscoso generalizado particular é dado por (ver expressão 2.25):

$$c_{ej}(\Omega) = m_{aj} \Omega_{aj} \frac{r_{aj}(\Omega) \eta(\Omega) \varepsilon_{aj}^3}{\left[ \varepsilon_{aj}^2 - r_{aj}(\Omega) \right]^2 + \left[ r_{aj}(\Omega) \eta(\Omega) \right]^2}; j = 1, p, \quad (2.29)$$

onde o índice  $j$  refere-se ao  $j$ -ésimo neutralizador. Uma expressão correspondente pode ser escrita para a  $j$ -ésima massa generalizada, analogamente (a partir da expressão 2.24). Note-se ainda que, na expressão 2.29, a seguinte notação:  $\varepsilon_{aj} = \Omega/\Omega_{aj}$  e  $r_{aj}(\Omega) = G(\Omega)/G(\Omega_{aj})$ , onde  $\Omega_{aj}$  é a frequência anti-ressonante do  $j$ -ésimo neutralizador.

A frequência anti-ressonante dos neutralizadores será dada pela equação abaixo:

$$\left( \Omega_{aj} \right)^2 = \vartheta_j G(\Omega_{aj})/m_{aj}; j = 1, p \quad (2.30)$$

Agora, resolve-se o seguinte problema de autovalores  $K\phi = \Omega^2 M\phi$ , envolvendo as matrizes ordinárias de massa e de rigidez do *sistema primário*, e a matriz modal é definida por  $\Phi = [\phi_{r_1} \ \phi_{r_2} \ \dots \ \phi_{r_m}] \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  e contém somente os  $m$  autovalores  $\phi_{r_k}, k = 1, m$ .

Assume-se ainda que, a banda de frequências correspondente  $[\Omega_{r_1}, \Omega_{r_m}]$  é a banda de frequências onde as vibrações devem ser reduzidas e que  $m \ll n$ . Se autovetores são todos ortonormalizados, necessariamente,  $\Phi^T M \Phi = I_m$  e  $\Phi^T K \Phi = \Lambda_m$ , onde  $\Lambda_m = \text{diag}(\Omega_{r_1}^2 \ \Omega_{r_2}^2 \ \dots \ \Omega_{r_m}^2)$ .

Aplica-se agora, na equação (2.26), a seguinte transformação:

$$Q(\Omega) = \Phi P(\Omega), \quad (2.31)$$

que possibilita trabalhar com a matriz modal incompleta do sistema primário.

O conceito de espaço modal (gerado pela transformação (2.31)) pode ser aplicado em sistemas compostos a partir dos autovetores do sistema primário, uma vez que a equação (2.26) é expressa em função das coordenadas generalizadas apenas do sistema primário. É importante saber que, no espaço modal, o sistema composto não ficará desacoplado, uma vez que a transformação (2.31) não diagonalizará a matrizes  $\tilde{M}$  e  $\tilde{C}$ . Além disso, também, é preciso notar que a equação (2.26) pode ter mais de 100 mil graus de liberdade, quando as matrizes são determinadas numericamente, por elementos finitos.

Se a expressão (2.31) é substituída na equação (2.26) e pré-multiplicando por  $\Phi^T$ , obtém-se, assumindo amortecimento proporcional no sistema primário:

$$\left\{ -\Omega^2 \tilde{M}_A(\Omega) + i\Omega \tilde{C}_A(\Omega) + \Upsilon_m \right\} P(\Omega) = \Phi^T F(\Omega), \quad (2.32)$$

onde

$$\tilde{M}_A(\Omega) = \Phi^T \tilde{M}(\Omega) \Phi = I_m + \Phi^T M_A(\Omega) \Phi \quad (2.33)$$

$$\tilde{C}_A(\Omega) = \Phi^T \tilde{C}(\Omega) \Phi = \Gamma + \Phi^T C_A(\Omega) \Phi \quad (2.34)$$

$$\Gamma = \Phi^T C \Phi \quad (2.35)$$

$$\Upsilon_m = \text{diag}(\Omega_{\tau_1}^2 \quad \Omega_{\tau_2}^2 \quad \dots \quad \Omega_{\tau_m}^2) \quad (2.36)$$

A hipótese de amortecimento proporcional é feita para a estrutura primária. Então a matriz  $\Gamma \in \mathfrak{R}^{m \times m}$  torna-se diagonal e igual a  $\Gamma = \text{diag}(2\xi_{\tau_1} \Omega_{\tau_1} \quad 2\xi_{\tau_2} \Omega_{\tau_2} \quad \dots \quad 2\xi_{\tau_m} \Omega_{\tau_m})$ . Entretanto, para a transformação apresentada, esta hipótese não é relevante.

As freqüências  $\Omega_{\tau_k}$ ,  $k=1, m$  são as freqüências naturais da estrutura primária. A equação (2.32) representa um sistema pequeno de  $m \ll n$  equações e estas podem ser resolvidas diretamente para qualquer freqüência (e temperatura) com o uso das expressões (2.24) e (2.25). No entanto, esta pode não ser a melhor saída, pois as matrizes  $\tilde{M}_A(\Omega)$  e  $\tilde{C}_A(\Omega)$  não são diagonais e isto gera muita imprecisão no cálculo de suas matrizes inversas. Por isso, uma solução numérica mais robusta será oferecida.

A equação 2.32 pode ser escrita da seguinte maneira:

$$i\Omega \begin{bmatrix} \tilde{C}_A(\Omega) & \tilde{M}_A(\Omega) \\ \tilde{M}_A(\Omega) & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P(\Omega) \\ i\Omega P(\Omega) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \Upsilon_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\tilde{M}_A(\Omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P(\Omega) \\ i\Omega P(\Omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi^T F(\Omega) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (2.37)$$

ou

$$i\Omega\tilde{A}Y(\Omega) + \tilde{B}Y(\Omega) = \tilde{G}(\Omega), \quad (2.38)$$

onde

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_A(\Omega) & \tilde{M}_A(\Omega) \\ \tilde{M}_A(\Omega) & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} Y_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\tilde{M}_A(\Omega) \end{bmatrix}, \quad Y(\Omega) = \begin{Bmatrix} P(\Omega) \\ i\Omega P(\Omega) \end{Bmatrix} \text{ e } \tilde{G}(\Omega) = \begin{Bmatrix} \Phi^T F(\Omega) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}.$$

Percebe-se que a segunda linha do conjunto de equações 2.37 é, de fato, uma identidade. Note-se que  $\tilde{A}, \tilde{B} \in \mathbb{C}^{2m \times 2m}$  e  $Y(\Omega), \tilde{G}(\Omega) \in \mathbb{C}^{2m \times 1}$  e que também uma versão, no domínio do tempo, das equações 2.38 não pode ser escrita diretamente da forma  $\tilde{A}\dot{y}(t) + \tilde{B}y(t) = g(t)$ , onde  $y(t) = F^{-1}(Y(\Omega))$  e  $g(t) = F^{-1}(\tilde{G}(\Omega))$ , simplesmente porque ambas as matrizes  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$  são funções da frequência. Este conflito de domínios entre tempo e frequência geraria um conjunto de *não equações*.

Não é difícil demonstrar que a matriz  $\tilde{B}$  é positiva definida. Resolva-se, agora, o seguinte problema de autovalores:

$$\tilde{B}\theta = \lambda\tilde{A}\theta, \quad (2.39)$$

e definam-se as matrizes modal completa  $\Theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_{2m}]$  e a correspondente matriz diagonal espectral  $\Lambda_{2m} = \text{diag}(\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_{2m})$ . Suponha-se que os autovetores de  $\Theta$  tenham sido todos ortonormalizados de tal sorte que  $\Theta^T \tilde{A} \Theta = I_{2m}$  e  $\Theta^T \tilde{B} \Theta = \Lambda_{2m}$  e tome-se a seguinte transformação linear:

$$Y(\Omega) = \Theta Z(\Omega). \quad (2.40)$$

Esta transformação é possível porque as colunas da matriz  $\Theta$  são linearmente independentes. De fato, a matriz inversa de  $\Theta$  é  $\Theta^{-1} = \Theta^T \tilde{A}$ . Com esta transformação, consegue-se selecionar apenas o que é necessário, ou seja, as  $m$  linhas superiores da matriz modal, as quais contêm todas as informações referentes aos parâmetros modais do sistema primário. Substituindo (2.40) nas equações (2.38) e pré-multiplicando por  $\Theta^T$ , tem-se:

$$(i\Omega I_{2m} + \Lambda_{2m})Z(\Omega) = \Theta^T G(\Omega). \quad (2.41)$$

Resolvendo para  $Z(\Omega)$  e substituindo na expressão (2.40), tem-se:

$$Y(\Omega) = \Theta (i\Omega I_{2m} + \Lambda_{2m})^{-1} \Theta^T G(\Omega) \quad (2.42)$$

Relembrando que  $Y(\Omega) = \begin{Bmatrix} P(\Omega) \\ i\Omega P(\Omega) \end{Bmatrix}$ , da expressão 2.42, obtém-se:

$$P(\Omega) = [\Theta_{11} \ \Theta_{12}] (i\Omega I_{2m} + \Lambda_{2m})^{-1} [\Theta_{11} \ \Theta_{12}]^T \Phi^T F(\Omega) \quad (2.43)$$

onde  $[\Theta_{11} \ \Theta_{12}]$  representa as primeiras  $m$  linhas de  $\Theta$ .

Então, assumindo  $p$  neutralizadores anexados na estrutura primária, a teoria acima descrita mostra como se computar a resposta do sistema composto. Porém, o problema em mãos é o contrário: tendo um sistema primário que vibra intensamente frente às excitações impostas, como projetar um conjunto de neutralizadores dinâmicos para reduzir tais vibrações a níveis aceitáveis?

Primeiro, escolhe-se um material viscoelástico disponível, onde os quatro parâmetros fracionários que o caracteriza são conhecidos, e estabelece-se que todos os neutralizadores são construídos deste material.

Segundo, o modelo modal da estrutura primária também precisa ser conhecido durante o processo de projeto. Além disso, o número e o lugar de fixação dos neutralizadores têm que ser decididos de antemão.

Os lugares óbvios de fixação dos neutralizadores são, logicamente, os pontos de maior deslocamento da estrutura primária em cada modo de vibrar, dentro da faixa de frequências de interesse. Um neutralizador colocado em uma linha nodal será completamente ineficiente na redução de vibrações para aquele particular modo, não causando efeito benéfico algum.

### 2.2.3 Especificação das Massas dos Neutralizadores

Para sistemas primários com apenas um grau de liberdade, a razão recomendada por Den Hartog (1956) entre a massa do neutralizador ( $m_a$ ) e a massa do sistema primário ( $m_s$ ) é  $\mu = m_a/m_s = 0.1$  to  $0.25$ . O uso do conceito de razão de massa modal, para sistema primário com vários graus de liberdade, foi proposto por Espíndola & Silva (1992):

$$\mu_{s_j} = \left( \sum_{i=1}^p m_{ai} \phi_{k_i, s_j}^2 \right) / m_{s_j}; j = 1, d \quad (2.44)$$

onde  $m_{ai}$  é a massa do  $i$ -ésimo neutralizador,  $d$  é o número de modos de vibrar considerados dentro da faixa de frequência ( $d$  é em geral, menor que  $m$ , o número de auto-vetores utilizados do problema  $K\phi = \Omega^2 M\phi$ ). O símbolo  $m_{s_j}$  significa a  $j$ -ésima massa modal do sistema primário, que no caso de ortonormalização é igual a um. A quantidade  $\phi_{k_i, s_j}$  representa o elemento da matriz modal  $\Phi$  relacionado com a  $k_i$ -ésima linha e a  $s_j$ -ésima coluna. Os números  $k_i$ ,  $i = 1, p$  são as coordenadas  $q_{k_i}$  onde os  $p$  neutralizadores são fixados na estrutura primária. Então, dada  $\mu_{s_j}$ , uma para cada modo de vibrar dentro da faixa de frequências interesse, um conjunto de equações é estabelecido e as massas dos  $p$  neutralizadores  $m_{ai}$ ,  $i = 1, p$  são computadas por *SVD* (*Singular Value Decomposition*) [Golub

& Van Loan, 1996], ou seja, a decomposição em valores singulares do sistema de matriz associado a equação (2.44). Esse conjunto de equações é escrito abaixo:

$$\begin{bmatrix} \phi_{k_1 s_1}^2 & \phi_{k_2 s_1}^2 & \cdots & \phi_{k_p s_1}^2 \\ \phi_{k_1 s_2}^2 & \phi_{k_2 s_2}^2 & \cdots & \phi_{k_p s_2}^2 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \phi_{k_1 s_d}^2 & \phi_{k_2 s_d}^2 & \cdots & \phi_{k_p s_d}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} m_{a1} \\ m_{a2} \\ \vdots \\ m_{ap} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mu_{s_1} \\ \mu_{s_2} \\ \vdots \\ \mu_{s_d} \end{Bmatrix} \quad (2.45)$$

A matriz do sistema mostrado em 2.45 é de ordem  $d \times p$ . Note-se que o número de modos a ser controlados ( $d$ ) dentro da banda de auto-vetores em  $\Phi \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  pode ser menor, igual ou maior que o número de neutralizadores ( $p$ ) anexados ao sistema primário. Portanto, isto significa que o sistema de equações (2.45) pode ser sub-determinado, sobre-determinado ou determinado.

Os argumentos que levam as equações (2.44) e (2.45) são extensos demais para serem reproduzidos aqui. Para maiores detalhes ver Espíndola (2003).

### 2.2.4 Otimização para uma Faixa de Frequências

A partir da resposta obtida, para o sistema composto, pela expressão 2.43, algumas funções objetivo podem ser definidas. Particularmente, aquela que interessa a este presente trabalho será agora apresentada.

Chame-se  $V = [\Theta_{11} \quad \Theta_{12}] (i\Omega I_{2m} + \Lambda_{2m})^{-1} [\Theta_{11} \quad \Theta_{12}]^T$ , coeficiente de 2.43, onde  $V \in \mathbb{C}^{m \times m}$  é uma matriz quadrada de pequena ordem de sorte que  $P(\Omega) = V\Phi^T F(\Omega)$ . A norma de Frobenius é *consistente*, então, a seguinte expressão é válida [Horn & Johnson, 1990; Golub & Van Loan, 1996]:

$$\|P(\Omega)\|_2 = \|V\Phi^T F(\Omega)\|_2 \leq \|V\Phi^T\|_F \|F(\Omega)\|_F \leq \|V\|_F \|\Phi^T\|_F \|F(\Omega)\|_2 \quad (2.46)$$

Como  $\|\Phi^T\|_F$  é um número constante e positivo e  $\|F(\Omega)\|_2$  é fixa para cada frequência, minimizar  $\|P(\Omega)\|_2$  significa minimizar  $\|V\|_F$ , em um certo sentido. Para maiores detalhes sobre norma de Frobenius e outras normas ordinárias de matrizes, ver Apêndice A.

Portanto, minimize-se a seguinte função:

$$f(x) = \max_{\Omega_{\min} \leq \Omega \leq \Omega_{\max}} \|V(\Omega, x)\|_F, \quad (2.47)$$

onde  $x$ , dado por  $x^T = [\Omega_{a1} \quad \Omega_{a2} \quad \cdots \quad \Omega_{ap}]$ , é o vetor de trabalho e contém as  $p$  frequências

anti-ressonantes dos  $p$  neutralizadores.  $\Omega_{\min}$  e  $\Omega_{\max}$  são as frequências mínima e máxima, contidas dentro da faixa de interesse, respectivamente.

Este é o principal objetivo do trabalho aqui proposto: a aplicação desta função objetivo ao projeto ótimo de um sistema de neutralizadores.

Após o processo de otimização, o vetor de trabalho ótimo será conhecido. Supondo dadas (conforme item anterior 2.2.3) as massas dos neutralizadores  $m_{aj}, j=1, p$ , restam ser computados os parâmetros  $\vartheta_j, j=1, p$  dos elementos viscoelásticos correspondentes a cada frequência  $\Omega_{aj}, j=1, p$  pela expressão 2.30.

Agora é a vez do projetista usar de sua capacidade criativa e dar forma e tamanho aos elementos viscoelásticos dos neutralizadores, de tal forma que eles tenham fatores de forma iguais aos computados  $\vartheta_j, j=1, p$ .

O aspecto mais importante e original da função objetivo acima derivada é que ela prescinde do conhecimento do vetor das forças que atuam no sistema. Mostrando-se, também, muito adequada para a obtenção dos pontos ótimos de fixação dos neutralizadores em sistemas primários de alta densidade modal. Isto torna este procedimento extremamente importante para o controle de vibrações e som irradiado de painéis estruturais de veículos terrestres, navais e aeroespaciais, bem como de carenagens de máquinas.

No presente trabalho, esses testes numéricos e experimentais serão realizados para o caso de uma porta de automóvel.

### 2.2.5 Técnica de Otimização Híbrida (Algoritmo Genético + TONL)

A função objetivo proposta em 2.47 pode conter mais de um mínimo na região de análise  $[\Omega_{\min}, \Omega_{\max}]$ , quando, nesta, encontram-se mais de um modo de vibração. No caso de se trabalhar em um sub-espaço modal de ordem  $m \ll n$ , a constatação acima é minimizada. Portanto, a utilização isolada de *técnicas de otimização não-linear (TONL)* — neste trabalho, a saber: o método *Quase-Newton* — não garante o mínimo global na região de busca pré-estabelecida. Desta forma, pode-se encontrar pontos ótimos que resolvem de maneira satisfatória o problema de redução de vibrações em banda larga, mas que, matematicamente, são apenas pontos de mínimo locais [Bavastri *et alii*, 1998].

Uma técnica que permite achar pontos muito próximos dos mínimos globais é a que emprega os algoritmos de busca aleatorizada. Exemplos bem sucedidos desta técnica de busca são os *Algoritmos Genéticos (AGs)*.

De posse destas informações, então, um programa híbrido constituído de algoritmos genéticos e técnicas de otimização não-linear, ou seja, *AGs + TONL*, permite selecionar a melhor performance de cada uma das técnicas individuais num único programa. Assim, através de uma curta rotina pelo programa de algoritmos genéticos, obter-se-ia pontos muito próximos dos mínimos globais para, posteriormente, partindo destes valores já encontrados, realizar a convergência final através da TONL escolhida [Bavastri, Espíndola & Teixeira, 1998; Cruz, 2004].

Os AGs são algoritmos aleatorizados de busca, como já se antecipou, os quais foram desenvolvidos no intuito de imitar os mecanismos de seleção natural e de genética natural. Recentemente, os AGs estão ganhando popularidade, devido aos avanços dos equipamentos computacionais, que tornam sua implementação factível e eficiente. Os AGs atuam sobre estruturas de cadeias, análogas às criaturas biológicas, as quais evoluem no tempo segundo a regra de sobrevivência do mais apto, usando um esquema aleatorizado de troca de informação estruturada. Portanto, em cada nova geração, um conjunto novo de cadeias é criado utilizando as partes dos membros mais aptos do conjunto antigo [Goldberg, 1989].

# Capítulo 3: Análise Modal Teórica e Experimental

## 3.1 Considerações Iniciais

Toda estrutura está sujeita a problemas durante uma análise modal e existem também muitas maneiras de lidar com estes eventuais obstáculos. Portanto, a ciência envolvida em uma análise modal de vibrações consiste em perceber que tais influências externas e/ou internas existem, entendê-las, para então, realizar o teste a fim de minimizar estes efeitos no comportamento dinâmico da estrutura.

A menos que se tenha um modelo analítico ou um modelo em elementos finitos em mãos, as propriedades vibrantes da estrutura têm que ser obtidas através de medições experimentais. Quando a estrutura física está disponível, é possível derivar um modelo matemático do comportamento dinâmico da mesma baseado nas FRF's (Funções Resposta em Frequência) obtidas através de medições experimentais, como já antecipado. A vantagem desta abordagem é que a estrutura real, com todas suas imperfeições de fabricação, é testada. As suposições sobre o comportamento das articulações (fixações, engastes) não são feitas de antemão, ou seja, as articulações contribuem simplesmente com a maneira na qual a estrutura responde, sob uma excitação aplicada.

A porta de automóvel foi escolhida com o propósito de projetar, implementar e testar um sistema de controle passivo de vibrações através de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos. Neste terceiro capítulo, mostrar-se-á os resultados obtidos pela identificação modal da estrutura primária em questão, que será utilizada posteriormente, para aplicação de uma formulação nova e absolutamente geral, detalhada no capítulo anterior, onde então se comprovará a eficiência dos neutralizadores atuando em estruturas complexas.

A porta de automóvel é uma representação típica de um painel estrutural com alta densidade modal. O seu modelo modal é obtido por identificação em uma banda de interesse, qual seja, de 200Hz a 1800Hz. Existem duas formas de se obter esses parâmetros modais, seja uma análise modal via método dos elementos finitos (pacote computacional ANSYS<sup>®</sup>) ou via análise modal experimental (pós-processamento através do pacote computacional ICATS<sup>®</sup>). No presente trabalho, o levantamento dos parâmetros modais é efetuado por ambas às técnicas.

Naturalmente, sabe-se que o projeto de um sistema de controle passivo, por neutralizadores dinâmicos viscoelásticos, necessita de um excelente conhecimento dos parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibrar e fatores de perda) do sistema primário. Então, fica estabelecido que a futura performance dos neutralizadores será

fortemente influenciada pela qualidade da identificação modal previamente determinada, no controle de vibrações.

### 3.2 Análise Modal, por Elementos Finitos, via ANSYS®

O modelo numérico é construído a partir de uma representação física simplificada da porta de automóvel, ilustrada na figura 3.1. Na figura 3.1, é apresentado um exemplo de malha para a determinação do modelo modal (não-amortecido) por elementos finitos. Ali se representa uma estrutura constituída de uma casca de aço de:

- Densidade =  $7860\text{kg/m}^3$ ;
- Módulo de Elasticidade =  $210\text{GPa}$ ;
- Coeficiente de Poisson =  $0,3$ .

O elemento finito usado é a casca do tipo *SHELL 63*, ao todo foram 1106 elementos distribuídos em uma malha que contém 1374 nós. A condição de contorno adotada representa a porta numa situação de *livre-livre*, ou seja, sem presença de elementos engastados. Tal consideração se faz necessária para uma simulação mais próxima do problema físico real. A massa da porta (numérica) convergiu para um valor de  $12,3\text{kg}$ , demonstrando-se um valor bastante fiel ao real de  $12,7\text{kg}$  (medido).

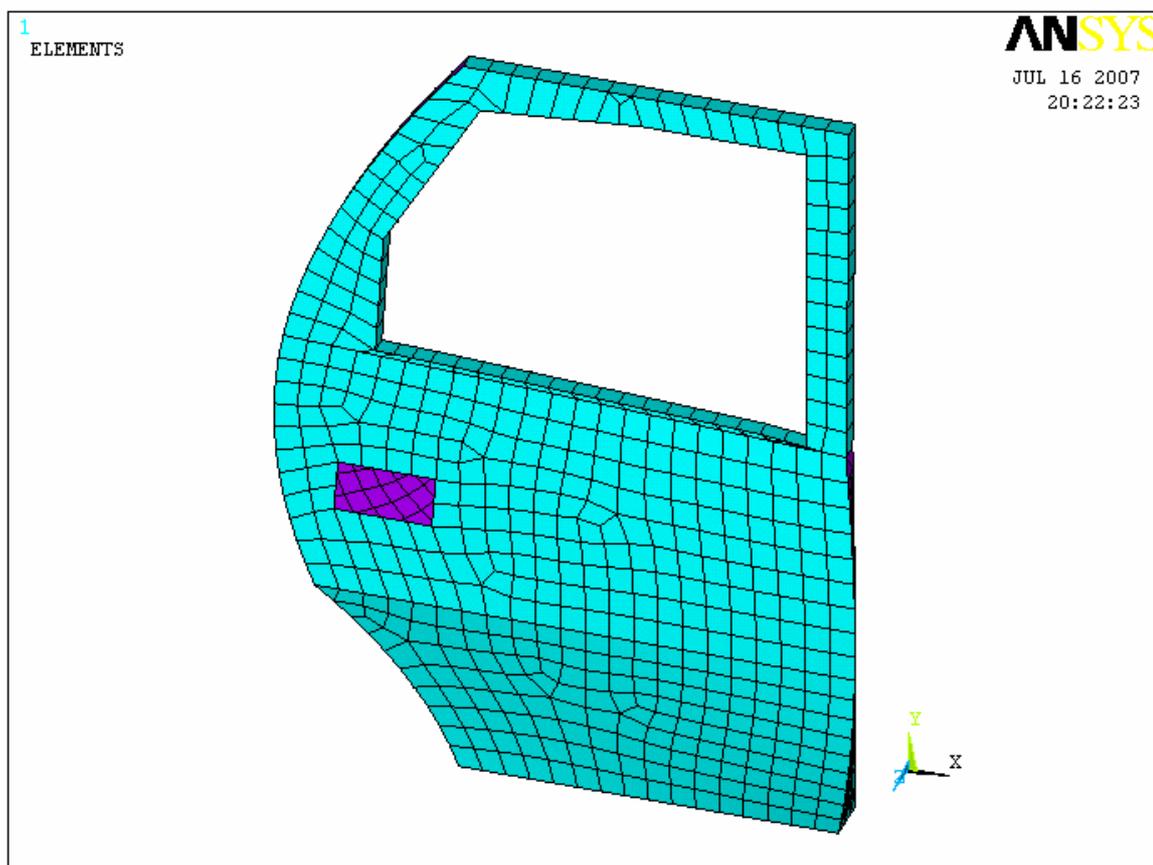


Figura 3.1 – Exemplo de malha para análise por elementos finitos via ANSYS®

A possibilidade de elaboração deste modelo simplificado da estrutura, desenvolvido em elementos finitos, é de grande valia nas investigações preliminares sobre o comportamento dinâmico da porta de automóvel. A principal vantagem está na etapa experimental posterior, por exemplo, no momento de escolher a posição da excitação (“*shaker*”) e a posição dos sensores de resposta (acelerômetros). Elimina-se o procedimento conhecido como “tentativa e erro”. Pelo contrário, agora será um processo racional onde algumas informações fundamentais já se dispõem de antemão. No entanto, quanto mais realista for o modelo em mãos, maior à confiabilidade na aquisição dos resultados.

O algoritmo empregado para a solução do problema generalizado de autovalores é o *Block Lanczos*, que estava disponível no pacote computacional ANSYS®, sendo especificado um intervalo de frequências entre 200Hz e 1800Hz, neste caso.

Eventualmente, em algumas situações, os modos de vibrar que têm frequências próximas podem ter sido duplicados, devido à ocorrência de alguma simetria na estrutura modelada, principalmente, em relação aos eixos que definem o plano transversal do sistema de coordenadas xyz. Um resumo desses valores, obtidos na banda de frequências de interesse, encontra-se na Tabela 3.1, a seguir.

<b>Modo de Vibrar</b>	<b>Frequência Natural [Hz]</b>	<b>Modo de Vibrar</b>	<b>Frequência Natural [Hz]</b>
<b>1</b>	<b>252,8</b>	<b>14</b>	<b>806,4</b>
<b>2</b>	<b>311,4</b>	<b>15</b>	<b>826,8</b>
<b>3</b>	<b>324,2</b>	<b>16</b>	<b>844,9</b>
<b>4</b>	<b>355,2</b>	<b>17</b>	<b>933,5</b>
<b>5</b>	<b>380,2</b>	<b>18</b>	<b>995,4</b>
<b>6</b>	<b>430,9</b>	<b>19</b>	<b>1049,7</b>
<b>7</b>	<b>513,7</b>	<b>20</b>	<b>1187,2</b>
<b>8</b>	<b>580,2</b>	<b>21</b>	<b>1241,1</b>
<b>9</b>	<b>596,8</b>	<b>22</b>	<b>1451,5</b>
<b>10</b>	<b>666,2</b>	<b>23</b>	<b>1639,5</b>
<b>11</b>	<b>685,2</b>	<b>24</b>	<b>1730,0</b>
<b>12</b>	<b>720,3</b>	<b>25</b>	<b>1746,2</b>
<b>13</b>	<b>779,8</b>		

**Tabela 3.1 – Resumo das frequências naturais, ou seja, alguns autovalores do problema não-amortecido**

Vale a pena ressaltar que considerar-se-á o primeiro modo de vibrar como sendo o n° 1 da Tabela 3.1 acima e assim sucessivamente até o modo de vibrar n° 25, muito embora se

saiba que aquele não é necessariamente o primeiro modo de vibrar. De fato, isto se deve a uma questão de disposição dos resultados. A seguir, algumas imagens (Figuras nº 3.2 a 3.5) para a visualização dos modos de vibrar (autovetores) mais relevantes são apresentadas. As amplitudes dos deslocamentos estão numa escala crescente.

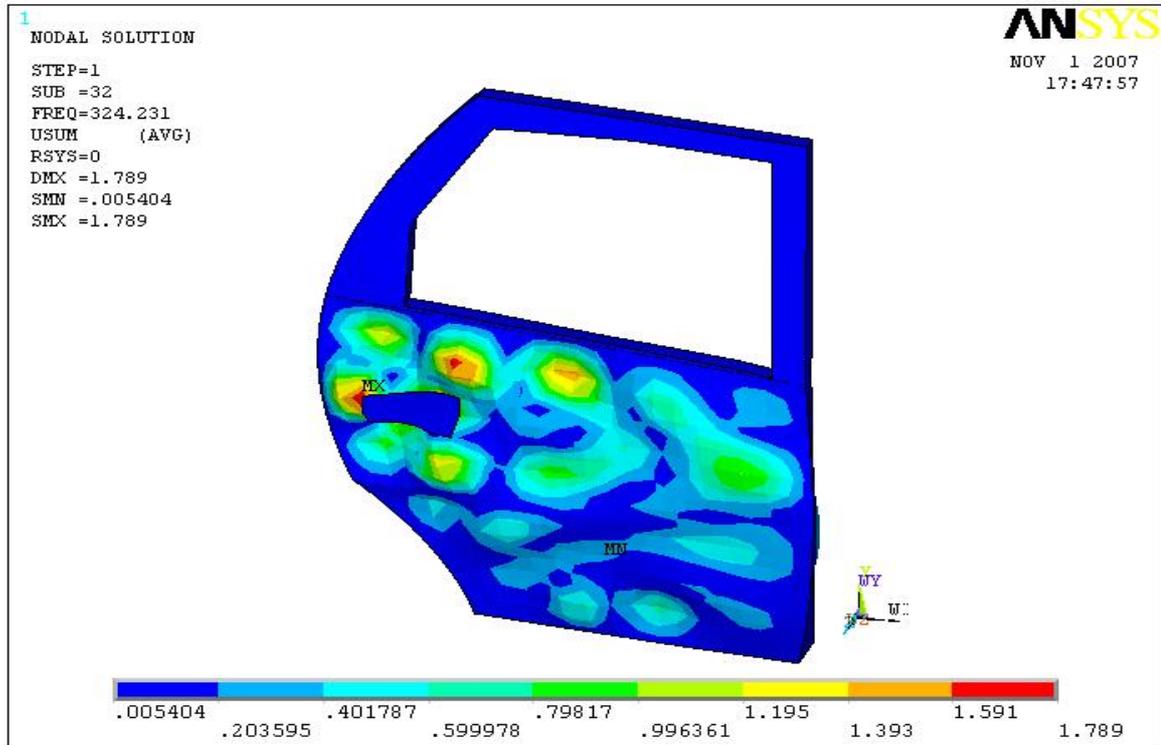


Figura 3.2 – Modo nº 3 – Frequência de 324,2Hz

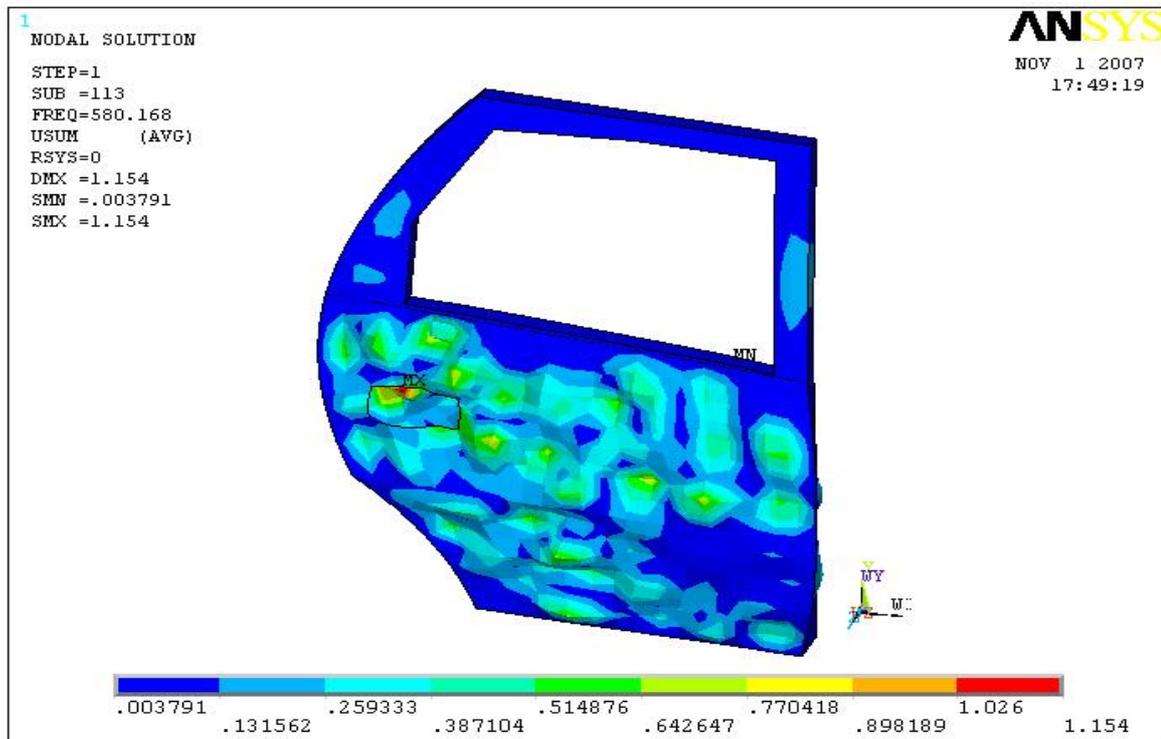


Figura 3.3 – Modo nº 8 – Frequência de 580,2Hz

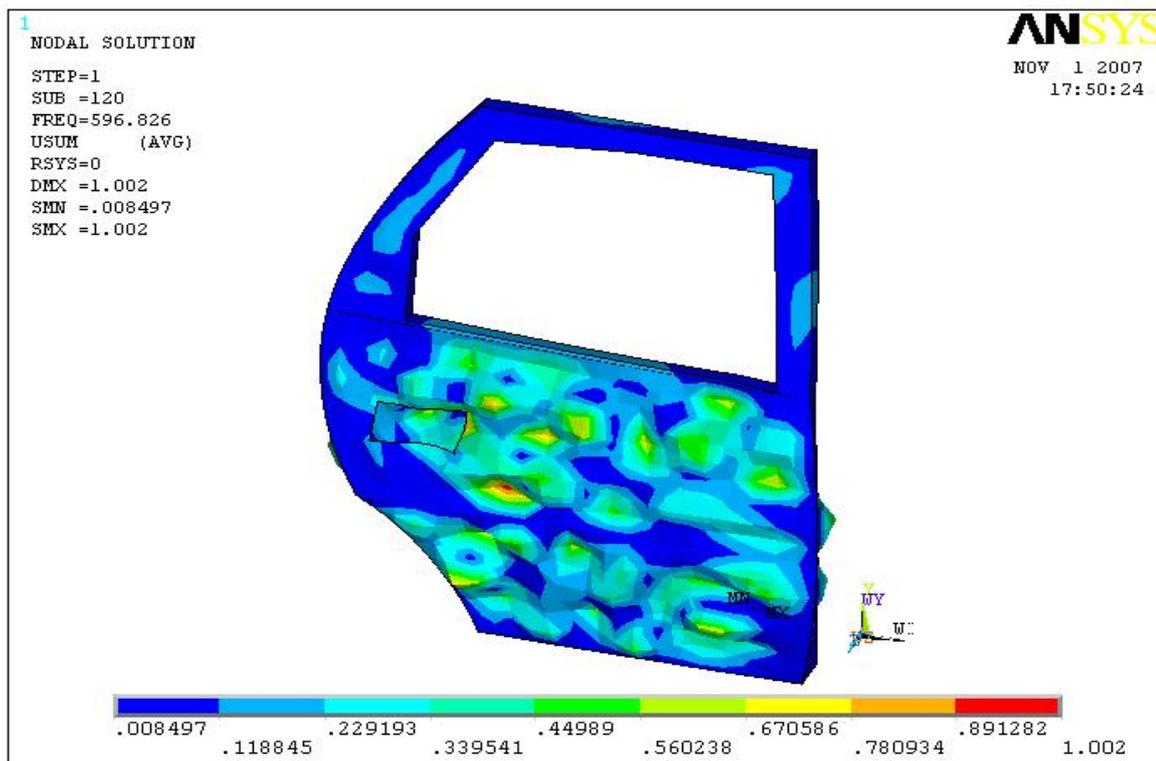


Figura 3.4 – Modo nº 9 – Frequência de 596,8Hz

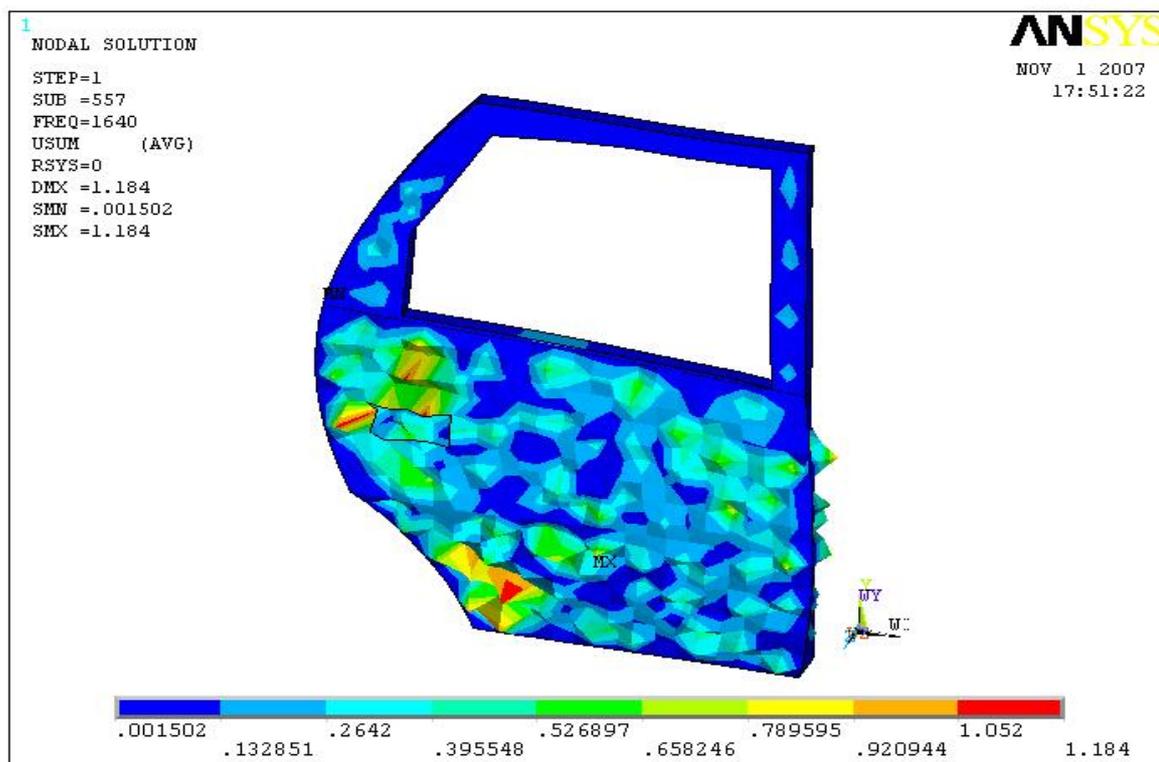


Figura 3.5 – Modo nº 23 – Frequência de 1640Hz

A validação do modelo modal obtido por elementos finitos é de grande importância, também, na escolha dos possíveis locais de aplicação dos neutralizadores dinâmicos de vibrações, visto que os neutralizadores atuando em nós não introduziriam efeito benéfico algum no abatimento das vibrações.

O modelo desenvolvido em elementos finitos transmite o comportamento, na faixa de frequências de interesse, dos modos de vibrar da porta. Esta informação auxilia na escolha dos pontos de excitação na experimentação. Como já antecipado, procuram-se pontos que não correspondam a nós (pontos de vibração zero) [Maia & Silva, 1997]. Para uma estrutura de densidade modal elevada, como esta, isso não é elementar. Há algumas técnicas mais sofisticadas de se fazer o recomendado acima. Elas, porém, não serão abordadas neste trabalho.

### 3.3 Análise Modal Experimental

A parte experimental ora proposta foi desenvolvida no PISA – LVA, que, a priori, ofereceu toda a infra-estrutura demandada, a saber:

- Uma porta de automóvel comprada com recursos próprios do grupo;
- Um excitador eletro-dinâmico “*shaker*” da marca Brüel & Kjaer Type 4809;
- Quatro sensores de aceleração “*acelerômetros ICP*” da marca PCB Piezotronics Type JM352C66;
- Um sensor de força “*célula de força*” da marca Brüel & Kjaer Type 8200;
- Um analisador de sinais dinâmicos “*Fourier Analyzer*” da marca Hewlett-Packard Type HP 3567A;
- Um analisador de sinais dinâmicos portátil “*SignalCalc*<sup>®</sup> *ACE*” model DP104 da marca Data Physics;
- Um amplificador de potência da marca Brüel & Kjaer Type 2718;
- Um pré-amplificador de carga da marca Brüel & Kjaer Type 2635.

Na figura 3.6, mais adiante, observa-se que a estrutura está pendurada por dois cabos de aço, daqueles típicos usados em linhas de pesca, cada um com capacidade para 90kg. O sistema mecânico primário, na realidade, constitui-se de duas chapas de aço unidas por um processo de conformação (estampagem). A porta de automóvel utilizada neste trabalho tem uma massa de aproximadamente 12,7kg no total, sendo 6,7kg a chapa frontal e 6kg a chapa traseira. A malha experimental, já discretizada, também pode ser vista na mesma figura.

As FRF’s serão computadas sem e depois com a introdução dos neutralizadores, para comprovação da redução dos níveis de vibração e radiação sonora. Para uma posterior verificação desta redução nos níveis de vibração, em banda larga de frequências, escolheu-se trabalhar com a FRF que relaciona a velocidade com a força, chamada Mobilidade. Aqui, considera-se o fato de que a velocidade é proporcional à potência sonora para a quantificação dos resultados.



**Figura 3.6 – Experimento montado e em perfeito funcionamento**

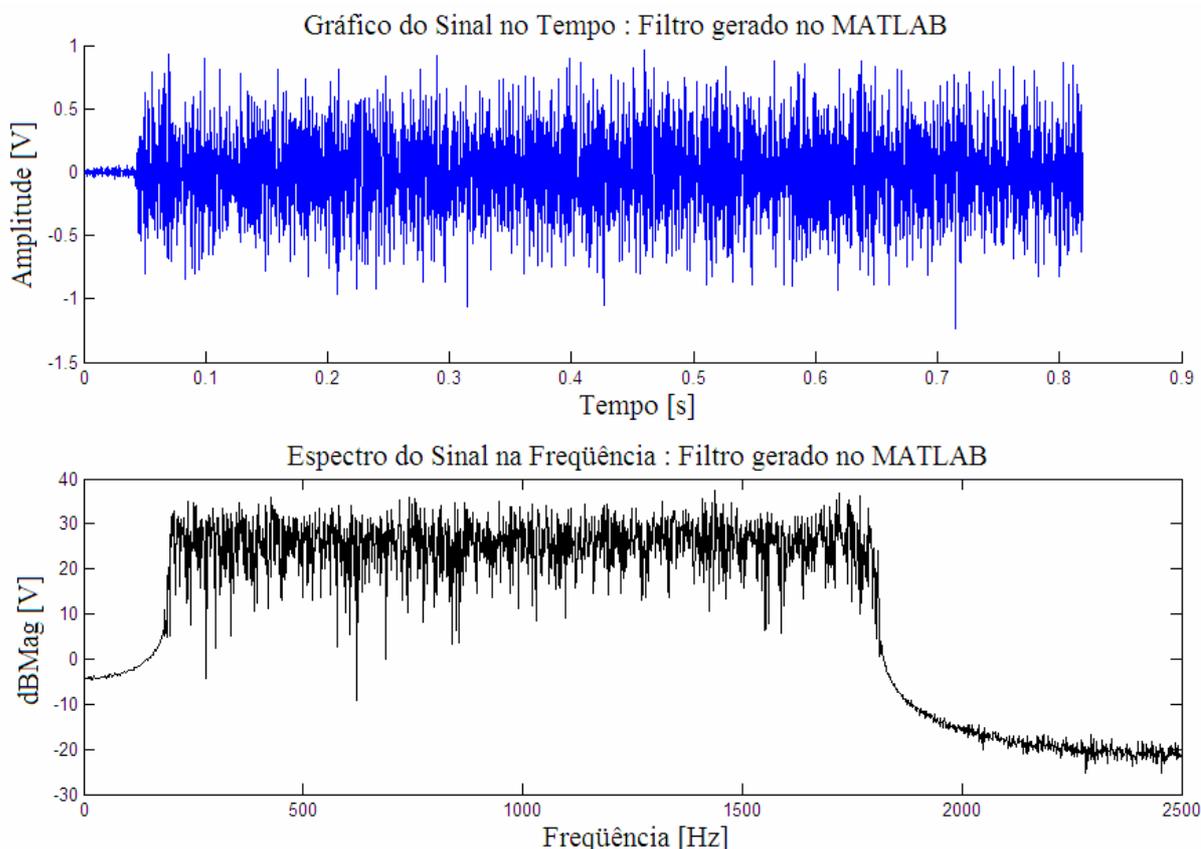
Agora, a grande vantagem da análise modal experimental realizada neste trabalho reside na quantidade de energia que o atuador “*shaker*” entrega à estrutura, que é em uma estrita faixa de frequências. A aplicação da estratégia acima ficou por conta da utilização de uma filtragem executada digitalmente e não mais, como é feito comumente, através de um filtro analógico de sinais.

A geração do sinal, já filtrado, dá-se integralmente através do MATLAB<sup>®</sup>. O objetivo maior aqui foi criar um sinal do tipo ruído branco, “*continuous random*”, em uma determinada e rigorosa faixa de frequências. O filtro passa-faixa é gerado com o auxílio da ferramenta “*sptool*”, e possui as seguintes características:

- Faixa de Frequências: 200 a 1800Hz;
- Frequência de Amostragem: 5000Hz;
- Filtro **FIR**, ou seja, de resposta ao impulso finita, é um tipo de filtro digital caracterizado por uma resposta ao impulso que se torna nula após um tempo finito;

- Atenuação 60dB (ou seja, a energia do sinal fora da faixa de frequências especificada será 60dB menor que aquela do sinal dentro da faixa).

A frequência de amostragem do filtro precisa ser igual a que será usada, posteriormente, no *SignalCalc*<sup>®</sup> *ACE* (analisador de sinais dinâmicos portátil) para a reprodução do sinal. A figura 3.7 abaixo mostra o filtro gerado no MATLAB<sup>®</sup>.



**Figura 3.7 – O ruído branco filtrado com auxílio do MATLAB<sup>®</sup>**

Na seqüência, de posse do arquivo contendo os coeficientes do filtro criado “.txt”, deve-se carregá-lo no *SignalCalc*<sup>®</sup> *ACE* habilitando a opção “*Playback*” na barra de ferramentas “*Recorder Parameters*”. O arquivo “.txt” contém duas colunas, uma para o vetor de tempo e outra para o vetor das amplitudes, informa-se isto ao analisador de sinais atribuindo os números 1 e 2 para os vetores, respectivamente. Sabe-se que o sinal gerado é finito no tempo, então, aciona-se a opção “*Repeat Playback*” para que a reprodução do sinal seja de forma continuamente repetida.

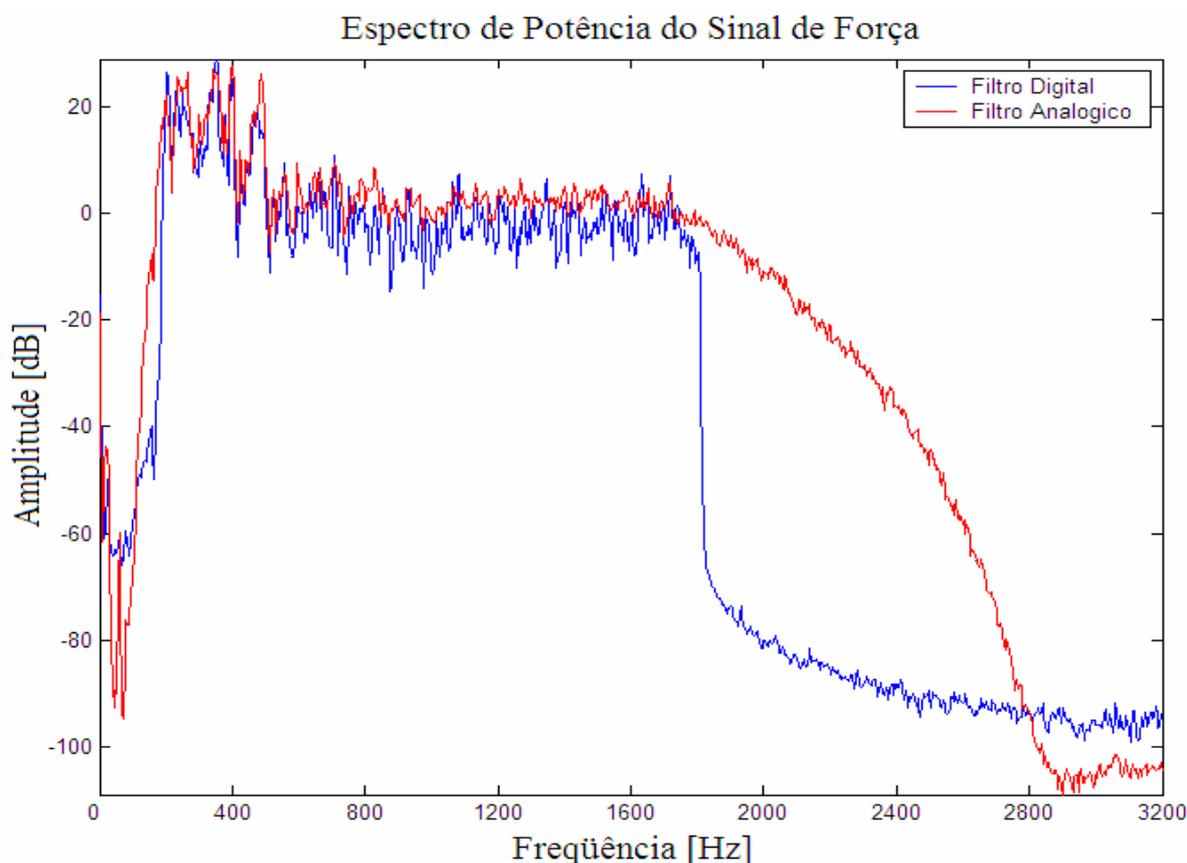
A metodologia utilizada nesta parte do trabalho se encontra detalhadamente descrita em [Marra, 2007], onde se observou a excelente interoperabilidade entre o pacote computacional MATLAB<sup>®</sup> e o analisador digital de sinais *SignalCalc*<sup>®</sup> *ACE*.

A explicação da escolha desta determinada faixa de frequências de excitação (200 a 1800Hz) se dá por algumas razões:

Primeira, a banda de freqüências se situa entre os limites no qual o ouvido humano é bastante sensível. Segunda, uma pesquisa minuciosa de artigos, trabalhos e livros publicados na área de engenharia automotiva [ASE, ASME, SAE, 2006] comprova esta, como sendo uma banda de freqüências onde se tem o maior esforço no processo de mitigar som irradiado pela estrutura. Finalmente, por experiência própria do experimentador.

Preliminarmente, no processo de determinação da banda de freqüências deste trabalho, fez-se uma análise exploratória de medições experimentais que se estendeu de 0 até 8000Hz, em intervalos de 800Hz, no total dez medições para cada uma das três diferentes posições do excitador. A faixa de freqüências que se destacou foi àquela compreendida entre 200 e 1800Hz, ou seja, nesta faixa que a vibração transmitida para a porta e conseqüentemente o som irradiado pela estrutura mostraram-se significativos. Uma outra faixa de freqüências que está entre 800 a 2400Hz foi utilizada, também, na obtenção dos parâmetros modais. O Apêndice B irá estimar a redução teórica de vibrações nesta outra faixa de freqüências. Antecipa-se que esta atenuação será ainda maior, e, além disso, que os neutralizadores, muito eficazes em altas freqüências, necessitariam de massas bem menores.

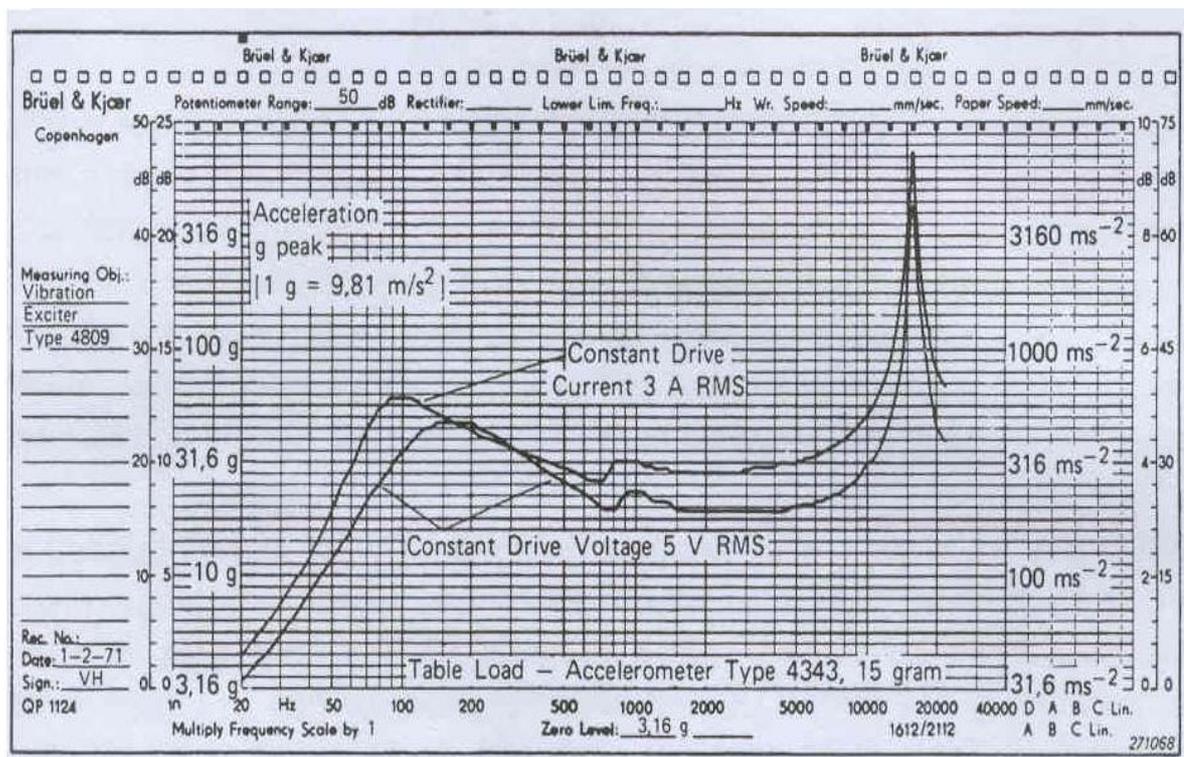
Na figura 3.8, logo abaixo, corrobora-se o ótimo desempenho da filtragem realizada digitalmente em relação à analógica. O resultado é mostrado através do espectro de potência do sinal da excitação, já sentido pela estrutura primária (porta de automóvel).



**Figura 3.8 – A diferença entre os filtros: Digital x Analógico**

Após análise da figura 3.8 acima, pode-se afirmar que o espectro de potência do sinal de força é seguramente plano, entretanto, existe um patamar superior de amplitudes que se estende de 200 a 500Hz. A explicação para tal fato é a influência de uma ressonância interna do próprio excitador que entra em cena devido ao contato com a estrutura. Contudo, este acontecimento em nada mudará o resultado da identificação experimental obtida, visto que se está interessado nas Funções Resposta em Frequência “FRF’s” e estas são uma razão entre funções no domínio da frequência, a saber, aceleração e força. Portanto, na medida que o numerador cresce, o denominador também o fará, mantendo assim a razão proporcionalmente igual ao longo da faixa de frequências medida.

A figura 3.9, mais adiante, ilustra o que foi explicado acima. Lá se vê também que a Resposta em Frequência “amplitude” da aceleração do excitador eletro-dinâmico “shaker” cresce com a frequência até um pico amortecido de 150Hz (neste caso, quando é aplicada uma tensão “voltage” constante), sendo esta frequência, uma ressonância do excitador quando se encontra suspenso (na experimentação). Além disso, o espectro da aceleração é perfeitamente plano na faixa de utilização do excitador, que vai de 700 a 5000Hz, conforme sua carta de calibração mostrada (marca Brüel & Kjaer Type 4809).



**Figura 3.9 – Resposta em frequência da aceleração para o excitador “Shaker”**

É importante ressaltar que cada ponto distinto de aplicação da excitação se encontra perpendicular ao plano de fixação da estrutura. Em outras palavras, o efeito das interferências nas medições das FRF’s, devido à interação estrutura-excitação, é minimizado. A malha experimental possui agora 82 pontos, sendo utilizadas três posições fixas diferentes para

aplicação da força. Ao longo do experimento, o número de linhas espectrais (resolução gráfica) “*Spam*” considerado foi 1600 e o número de médias tomadas foi 50.

Na figura 3.10 abaixo, mostra-se a malha experimental usada onde os pontos em vermelho representam as três diferentes posições ( $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ ) para a excitação e os pontos em amarelo designam as oitenta e duas diferentes posições para a aquisição dos sinais de aceleração.



**Figura 3.10 – Exemplo de malha para análise modal experimental**

A garantia de que não se está excitando em um ponto de nó veio após uma visualização dos modos de vibrar, na banda de frequências de interesse, via ANSYS® e também, após uma primeira análise exploratória, comentada ao longo do item 3.3. Então, a possibilidade de se fazer uma varredura da resposta do sistema primário com quatro acelerômetros simultaneamente auxiliou muito na confiabilidade do processo de identificação, conforme se verá no próximo item, relativo ao pós-processamento das informações.

### 3.4 – Identificação dos Parâmetros Modais, via ICATS<sup>®</sup>

No caso deste trabalho, como já se falou, a estrutura primária é uma porta de automóvel (figura 3.10) sem as usuais fitas internas de amortecimento, que, para esses ensaios, foram retiradas. O Apêndice C mostrará a atenuação precária de vibrações deste tipo de tratamento na faixa de frequências em análise, e fará ainda uma comparação com o método de redução de vibrações proposto nesta dissertação.

As pertinentes funções resposta em frequência deste sistema primário são levantadas e processadas no ICATS<sup>®</sup> (Imperial College, Analysis, Testing and Software), vide figura 3.11. Após uma análise dos resultados das duas técnicas de identificação utilizadas, faz-se um prognóstico da correlação entre ambas, pois, somente com um conhecimento bem fundamentado do sistema primário o projeto dos neutralizadores tem sua eficácia máxima. Uma vantagem da identificação estrutural via experimentação, em relação a uma feita via elementos finitos, é que as razões de amortecimento modais são identificadas e isso é importante posteriormente, na avaliação do desempenho dos neutralizadores.

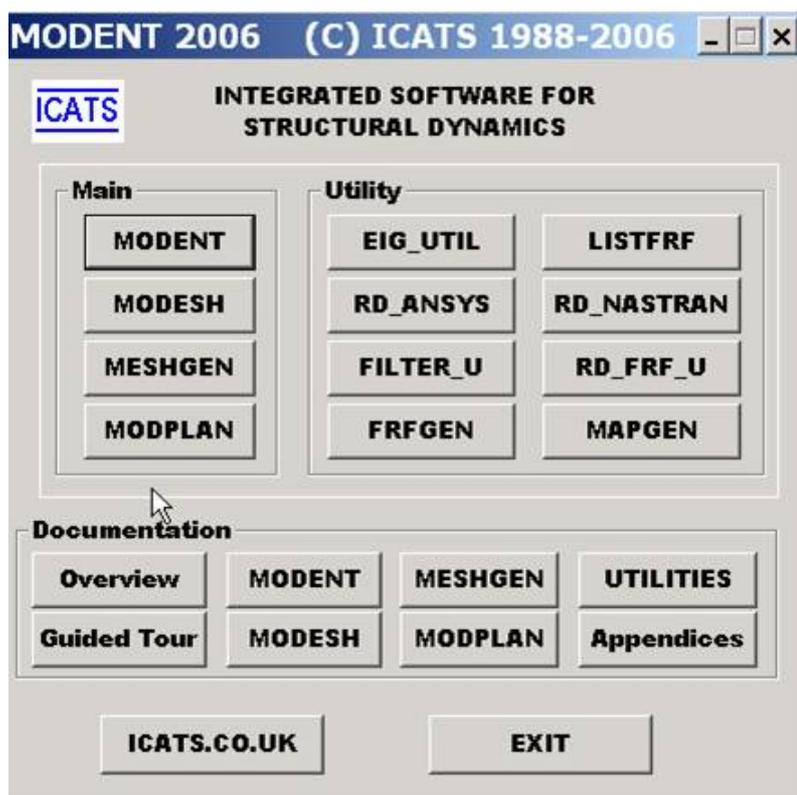


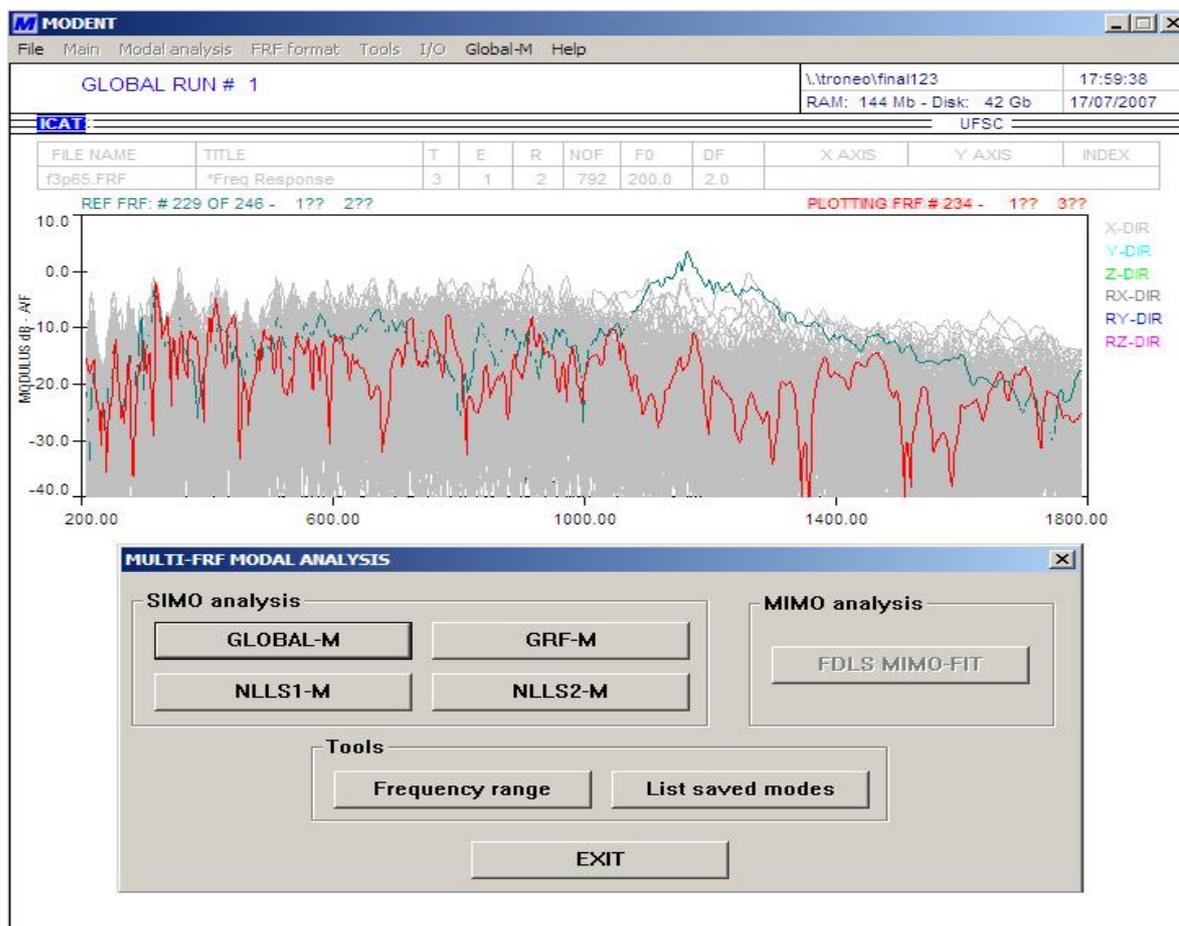
Figura 3.11 – Janela principal do software de identificação modal, ICATS<sup>®</sup>

Via de regra, no início do processo de identificação, vale a pena dizer que é necessária uma leitura rigorosa do tutorial do ICATS<sup>®</sup>, visto que, muitas conversões de arquivos são necessárias antes de se processar de fato todas as informações.

Primeiramente, os arquivos que possuem extensão *.dat* (formato que o analisador salva os dados das medições) precisam ser convertidos para *.frf* (“*frequency response*

function”) e necessitam de um aplicativo específico fornecido pela *Hewlett Packard - HP*, chamado *SDFTO58*. Contudo, os arquivos resultantes, com extensão *.frf*, estão todos unidos como se fossem uma única Função Resposta em Frequência, mas na verdade são quatro FRF's distintas e cada uma pertencente a cada um dos quatro diferentes acelerômetros, esta separação é possível através do aplicativo *FILTER\_U* do ICATS®. Na sequência, faz-se ainda necessária à união de todas as FRF's em um arquivo único com extensão *.crd* (“combine response data”) e para tal finalidade, utiliza-se o aplicativo *LISTFRF* do ICATS®.

Cumprindo-se todo o procedimento acima, as informações estão preparadas para o início do processamento. No início do processo de identificação, considera-se um bloco de Funções Resposta em Frequência “FRF's” por vez, ou seja, 82-82-82. Trata-se cada bloco de FRF's como um sistema SIMO (“Single Input Multiple Outputs”) independente, isto significa, um sistema que possui uma única entrada (representa as excitações, três no total, porém uma de cada vez) e várias saídas (pode ser visualizada como as respostas dadas pelos acelerômetros nos vários pontos da malha experimental).



**Figura 3.12 – Processamento das FRF's através do método GLOBAL-M**

Na figura 3.12, acima, o módulo MODENT do ICATS® é o encarregado de efetuar a análise das várias FRF's simultaneamente a fim de se extrair os parâmetros modais. De posse das informações acima, para se obter o modelo matemático do sistema primário, tem-se

quatro algoritmos disponíveis no tutorial do ICATS<sup>®</sup>, a saber: GLOBAL-M, GRF-M, NLLS1-M e NLLS2-M. Todos os algoritmos citados fornecem uma solução aproximada, visto que o método não é exato. Além disso, cada um desses algoritmos necessita, para o seu funcionamento, de um arquivo com extensão *.crd* e as respectivas FRF's processadas com extensão *.frf*. Todos os quatros algoritmos supracitados foram testados, porém, aquele cujo método de solução é baseado no *SVD* (“*Singular Value Decomposition*”), ou seja, na decomposição em valores singulares, foi o que forneceu os resultados mais estáveis e consistentes, qual seja, o método GLOBAL-M.

Nesta etapa, cada um dos três blocos de 82 FRF's resulta num arquivo com extensão *.eig* que contém todas as frequências naturais, fatores de perda e modos de vibrar, para cada excitação. Finalmente, os três arquivos com extensão *.eig* são unidos, através do aplicativo *EIG\_UTIL* do ICATS<sup>®</sup>, resultando em um único arquivo *.eig* contendo todos os parâmetros modais. O diagrama de fluxo, com os caminhos percorridos, é apresentado na figura 3.13, logo abaixo.

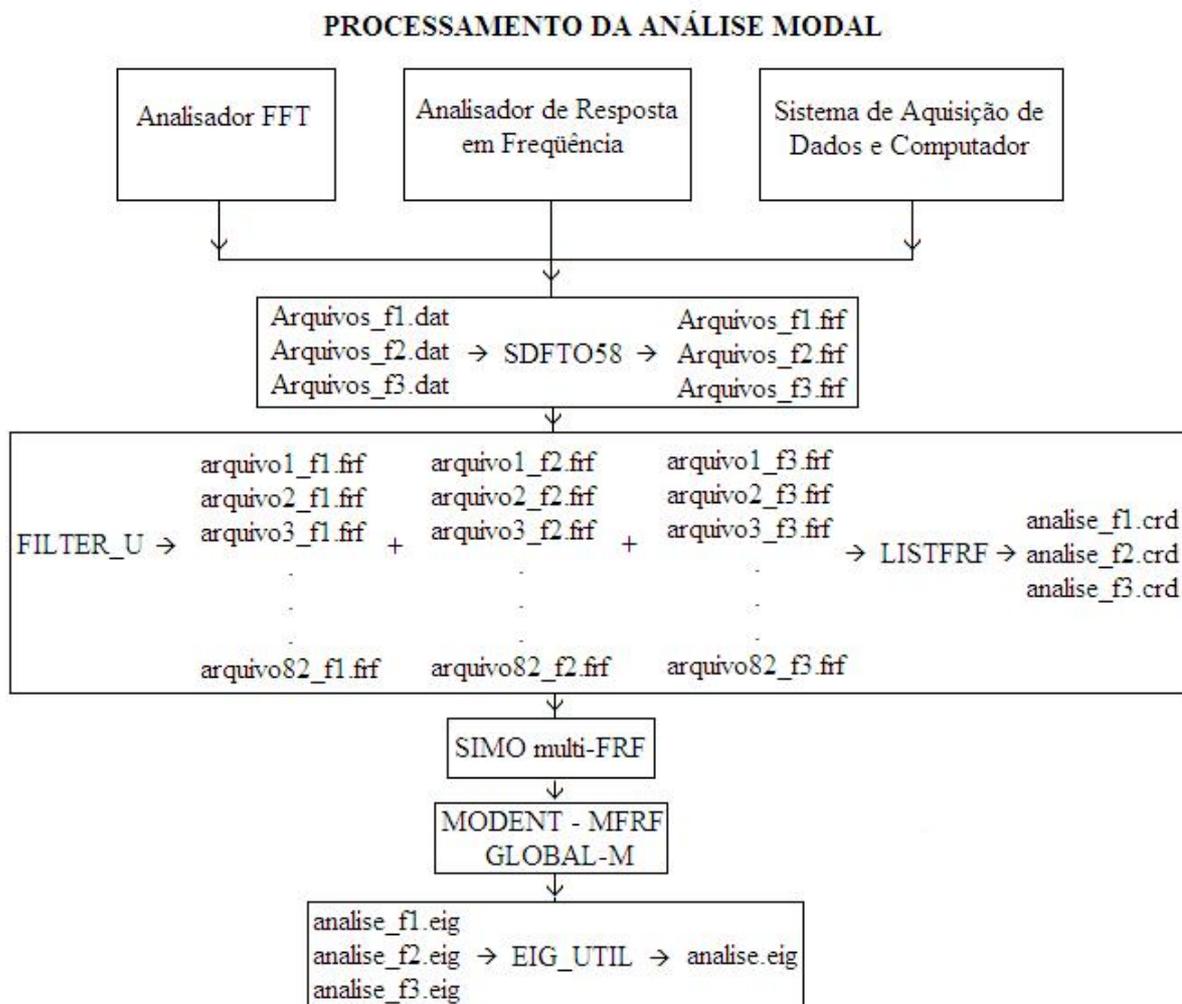


Figura 3.13 – Diagrama de fluxo do processamento dos dados

Os parâmetros modais foram identificados no domínio da frequência, dentro da banda de interesse. O método de identificação no domínio da frequência pode ser dividido em duas partes: Indireto (ou modal) e o Direto. O método Indireto significa que a identificação é baseada nas FRF's medidas experimentalmente, donde resultam os parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibrar e fatores de perda). Já o método Direto é baseado diretamente na matriz geral das equações de equilíbrio dinâmicas, onde um problema de autovalores é estabelecido, para então calcular-se os parâmetros modais. Na prática, esta última estratégia é a adotada pelos modelos desenvolvidos em elementos finitos [Ewins, 1984; Allemang, 1992].

O final da identificação resultou em 25 frequências naturais, na banda de interesse, e seus 25 fatores de perda. Vide nas Tabelas 3.2 e 3.3, ambos, respectivamente:

<b>Modo de Vibrar</b>	<b>Frequência Natural [Hz]</b>	<b>Modo de Vibrar</b>	<b>Frequência Natural [Hz]</b>
<b>1</b>	<b>252,8</b>	<b>14</b>	<b>806,7</b>
<b>2</b>	<b>311,1</b>	<b>15</b>	<b>826,7</b>
<b>3</b>	<b>324,9</b>	<b>16</b>	<b>845,6</b>
<b>4</b>	<b>356,6</b>	<b>17</b>	<b>933,4</b>
<b>5</b>	<b>382,6</b>	<b>18</b>	<b>994,6</b>
<b>6</b>	<b>431,6</b>	<b>19</b>	<b>1049,8</b>
<b>7</b>	<b>514,3</b>	<b>20</b>	<b>1186,1</b>
<b>8</b>	<b>580,6</b>	<b>21</b>	<b>1240,5</b>
<b>9</b>	<b>596,5</b>	<b>22</b>	<b>1450,8</b>
<b>10</b>	<b>666,9</b>	<b>23</b>	<b>1638,5</b>
<b>11</b>	<b>686,9</b>	<b>24</b>	<b>1728,9</b>
<b>12</b>	<b>721,4</b>	<b>25</b>	<b>1745,6</b>
<b>13</b>	<b>779,6</b>		

**Tabela 3.2 – Frequências naturais identificadas no processamento via ICATS®**

<b>Modo de Vibrar</b>	<b>Fator de Perda</b>	<b>Modo de Vibrar</b>	<b>Fator de Perda</b>
<b>1</b>	<b>0,00235</b>	<b>14</b>	<b>0,00420</b>
<b>2</b>	<b>0,00455</b>	<b>15</b>	<b>0,00350</b>
<b>3</b>	<b>0,00440</b>	<b>16</b>	<b>0,00220</b>
<b>4</b>	<b>0,00280</b>	<b>17</b>	<b>0,00230</b>
<b>5</b>	<b>0,00515</b>	<b>18</b>	<b>0,00350</b>
<b>6</b>	<b>0,00475</b>	<b>19</b>	<b>0,00320</b>

<b>7</b>	<b>0,00235</b>	<b>20</b>	<b>0,00230</b>
<b>8</b>	<b>0,00170</b>	<b>21</b>	<b>0,00215</b>
<b>9</b>	<b>0,00410</b>	<b>22</b>	<b>0,00265</b>
<b>10</b>	<b>0,00260</b>	<b>23</b>	<b>0,00180</b>
<b>11</b>	<b>0,00130</b>	<b>24</b>	<b>0,00180</b>
<b>12</b>	<b>0,00355</b>	<b>25</b>	<b>0,00155</b>
<b>13</b>	<b>0,00610</b>		

**Tabela 3.3 – Fatores de perda modais identificados no processamento via ICATS®**

### **3.5 – Correlação entre as Técnicas de Identificação**

Ao longo deste capítulo, estabelece-se o procedimento de teste e aquisição de dados de uma porta de automóvel com o propósito de realizar uma análise modal. Além disso, relata-se ainda que esta tarefa não é trivial ou fácil de ser executada. Entretanto, adotando-se procedimentos de teste rigorosos e atentando-se para os detalhes, pode-se seguramente assumir que os dados identificados – no domínio da frequência – fornecem uma representação fiel do comportamento dinâmico da estrutura. Portanto, as informações coletadas estão aptas a serem usadas em aplicações de engenharia, como por exemplo, em desenvolvimento de produtos e no custo do ciclo de vida.

Uma aplicação da análise modal que tem atraído particular interesse é o *updating* de modelos desenvolvidos em elementos finitos. O entusiasmo por este tópico é facilmente entendido: estes modelos necessitam de uma verificação antes de serem empregados de forma conveniente. Como o modelo analítico não é geralmente a única fonte de diferenças entre as informações contidas nos dados experimentais e nos resultados obtidos por elementos finitos, faz-se então, o uso de uma palavra mais apropriada, “reconciliação”, ao invés de validação ou *updating*. Esta constatação supracitada é fonte de estudos de vários pesquisadores da área e até tema de congressos e encontros [Caesar *et alii*, 1985; Ibrahim & Saafin, 1987; Skingle, 1989; Friswell & Mottershead, 1995].

As dificuldades associadas aos modelos desenvolvidos em elementos finitos, com relação à reconciliação, podem ser apontadas conforme a lista abaixo:

- Aproximação das condições de contorno reais;
- Discretização de sistemas com parâmetros distribuídos;
- Estimativa das propriedades físicas dos materiais da estrutura;
- Aproximação/omissão da representação de amortecimento, ou consideração de amortecimento proporcional;

- Modelagem inadequada das articulações;
- Compactação dos modelos em elementos finitos para fazê-los comparáveis aos modelos experimentais em relação aos graus de liberdade.

Analogamente, as dificuldades do modelo obtido experimentalmente, com relação à reconciliação, podem ser também apontadas abaixo:

- O número de graus de liberdade medidos e o número de modos de vibrar identificados são limitados e podem ser diferentes daqueles presentes no modelo analítico;
- A dificuldade de medição de graus de liberdade em rotação;
- A obtenção de modos de vibrar complexos;
- A modelagem inadequada de erros na medição (ruídos, não-linearidades, etc.);
- Modelagem inadequada das articulações;
- Alguns modos não foram excitados ou, se excitados, então não foram identificados.

Após o término do levantamento das dificuldades que cada modelo tem de representar bem o comportamento dinâmico de uma estrutura sob análise modal, deve-se ter em mente a seguinte idéia base: as dificuldades acima listadas, peculiarmente, têm a intenção de correlacionar, validar e efetuar *updating* do modelo desenvolvido em elementos finitos, partindo do princípio de que o modelo modal obtido experimentalmente está correto, e assim sendo, serve como referência. Portanto, de um modo geral, esta é a maneira de alcançar uma correlação entre os modelos, no final do processo, o fator que irá julgar o sucesso do *updating* no modelo em elementos finitos será um meio termo entre o seu estado original e o modelo experimental.

Existem duas informações fundamentais utilizadas para a correlação dos modelos. Afortunadamente, é impossível estabelecer regras rápidas e precisas de como escolhê-las apropriadamente, a saber: as FRF's e os modos de vibrar. Algumas dessas razões, que precisam ser consideradas quando se adota uma particular aproximação, são apontadas abaixo:

- A extração modal é uma solução aproximada, ou seja, sujeita a erros e o problema é ainda evidenciado quando a densidade modal aumenta nas altas frequências;
- Os parâmetros modais precisam ser ponderados entre as frequências naturais e os modos de vibrar. As frequências naturais são mais confiáveis e sensíveis a mudanças paramétricas. Entretanto, ponderação excessiva em torno destas causará perda de informação dos modos de vibrar e assim acarretando problemas de mal-condicionamento no *updating* do modelo;

- As FRF's são mais apropriadas para o *updating* do amortecimento devido à mudança de fase ao longo da banda de frequência medida. Contudo, este trunfo não se aplica e pode ser um problema quando se tenta o *updating* de modelos não-amortecidos.

Os argumentos para o uso das informações contidas nas FRF's tornam-se mais fortes quanto maior for o grau de ambição na aplicação de *updating*. O aumento no número de parâmetros de *updating*, incluindo amortecimento, representará uma sobre-determinação do problema de extração dos parâmetros modais que tem como objetivo combater o mal-condicionamento e os efeitos de ruídos. Contudo, isto irá demandar também um aumento na aquisição de dados, a qual está disponível atualmente apenas no domínio da frequência.

A correlação entre os modelos modais – o desenvolvido em elementos finitos e o obtido experimentalmente – cumpriu de maneira excelente um dos pré-requisitos exigidos, que consiste simplesmente na aproximação entre as FRF's dos modelos. Isto é evidenciado quando se visualiza as frequências naturais contidas nas tabelas 3.1 e 3.2, visto que, estes valores estão bem coesos e consistentes. Como o modelo desenvolvido em elementos finitos resolve um problema de autovalores não-amortecido, os fatores de perda experimentais presentes na tabela 3.3 podem ser usados na modelagem do amortecimento teórico do sistema primário, tornando assim, o problema mais realista.

Agora, o outro pré-requisito é o mais difícil de ser alcançado e incide na quantificação dos modos de vibrar, ou seja, se aquelas frequências naturais anteriormente citadas, de fato, estão associadas aos mesmos modos de vibrar da porta de automóvel. Este evento está intimamente ligado com o número de graus de liberdade que os dois modelos possuem. O modelo desenvolvido em elementos finitos tem um número bem maior de graus de liberdade que o modelo experimental, isto ocorre basicamente por dois fatores: restrições físicas nas medições da estrutura e dificuldades encontradas nas medições de graus de liberdade rotacionais. Conseqüentemente, é desejável que o menor dos dois modelos – o experimental – seja expandido até que se corresponda com o maior, o de elementos finitos, em contrapartida.

Dadas as simplificações necessárias feitas na modelagem da porta de automóvel, no modelo por elementos finitos, e a grande confiabilidade presente em um modelo modal identificado pela experimentação, pode-se dizer que os resultados preliminares foram animadores e também que esta ferramenta numérica de modelagem é muito valiosa quando não é possível obter um modelo modal da estrutura primária pela via experimental. Assim sendo, todas as dificuldades relacionadas à modelagem do sistema primário, quando suposto linear, estão superadas.

Finalmente, o projeto dos neutralizadores dinâmicos de vibrações seguirá adiante levando em conta o modelo modal obtido pela identificação experimental, o que será explicado em detalhes no próximo capítulo. O arquivo contendo os parâmetros modais será o dado de entrada de um programa de otimização não-linear [Bavastri, 1997], plenamente desenvolvido. Este programa utiliza o modelo modal do sistema primário sem neutralizadores adicionados, a fim de se conhecer os parâmetros de projeto ótimo dos neutralizadores, a saber: massa e frequência anti-ressonante. Contudo, mesmo optando-se por trabalhar com o modelo modal identificado experimentalmente na construção final dos dispositivos, uma estimativa teórica dos dois parâmetros físicos ótimos e dos pontos de aplicação também será realizada para o modelo desenvolvido em elementos finitos.

# Capítulo 4: Procedimento e Técnica de Projeto

## 4.1 Disposições Preliminares

O sistema primário (porta de automóvel) encontra-se perfeitamente identificado, ou seja, todas as informações relativas aos parâmetros modais da estrutura foram pós-processadas e servirão como arquivo de entrada no programa de otimização não-linear [Bavastri, 1997]. O propósito de projetar, implementar e testar um sistema de controle passivo de vibrações através de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos será auxiliado por este programa, plenamente desenvolvido, a fim de se conhecer os parâmetros de projeto ótimo dos neutralizadores, a saber: massa e frequência anti-ressonante.

O quarto capítulo deste trabalho iniciará com uma explicação, passo a passo, das etapas necessárias para se utilizar corretamente o programa. Trata-se de uma interface gráfica desenvolvida em LABVIEW<sup>®</sup> que possibilitará a visualização dos resultados provenientes da teoria explicada no capítulo 2, que está implementada na linguagem de programação FORTRAN<sup>®</sup>. A proposta de se aplicar uma função objetivo baseada na norma de Frobenius será executada e através disso, mostrar-se-á onde seriam os pontos ótimos para aplicação dos neutralizadores na estrutura, tanto para o modelo desenvolvido em elementos finitos como para o modelo identificado experimentalmente e finalmente, a redução (teórica) das vibrações que o sistema de controle proposto forneceria quando estivesse em operação [Espíndola, Lopes & Bavastri, 2006].

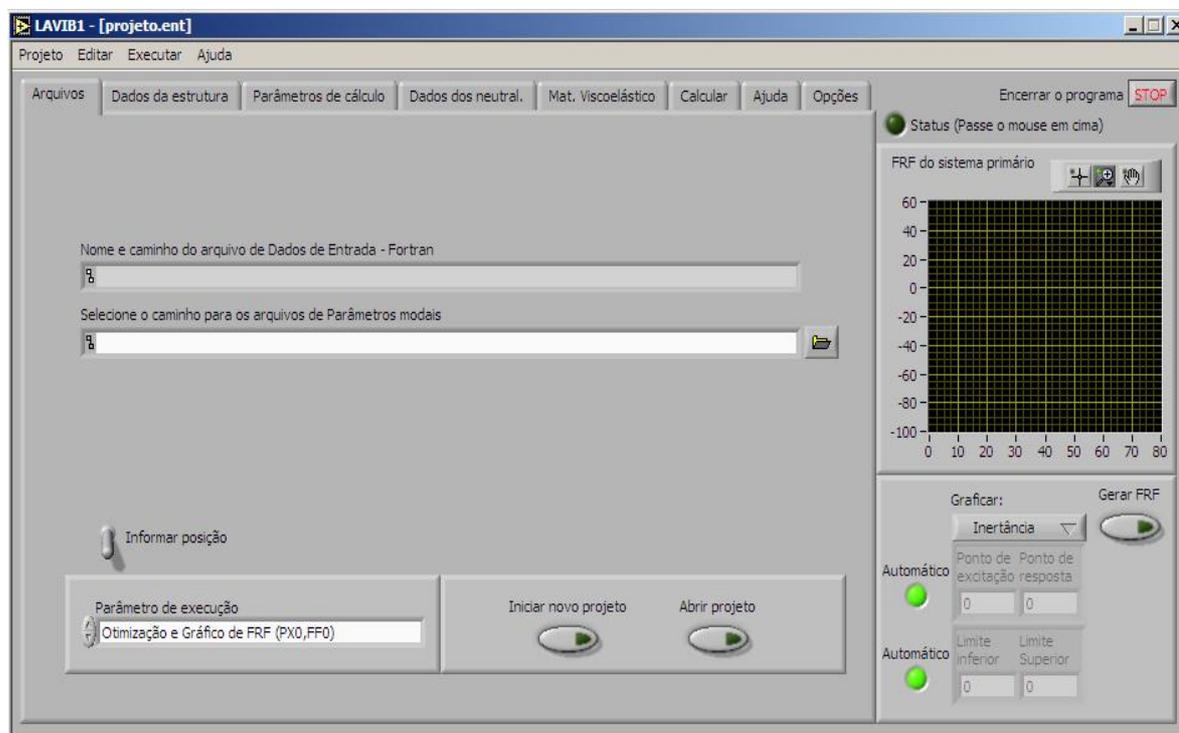
Uma comparação dos parâmetros de projeto ótimos entre os modelos será ilustrada e explicada. Pode-se antecipar que os valores físicos ficaram muito próximos, assim como, a localização ótima dos neutralizadores na estrutura.

A redução teórica das vibrações fornecida pelo programa será quantificada de duas maneiras. Primeiramente, observando-se a diminuição das amplitudes nos valores pico a pico da FRF do sistema primário e na seqüência, a redução do valor RMS (média quadrática) após a adição dos neutralizadores, na faixa de frequências de interesse.

Por último, o projeto final dos neutralizadores dinâmicos de vibrações será realizado com o modelo identificado via experimental, onde o material viscoelástico disponível e já desenvolvido no PISA-LVA, é o Neoprene de dureza 55 Shore A. A massa do sistema de neutralizadores representará apenas algo em torno de 4% (aproximadamente 512g) da massa total (12,7kg) da porta de automóvel. Os procedimentos da criação dos dispositivos, suas medidas e formas geométricas também serão detalhadamente explicados.

## 4.2 Informações Gerais sobre a Interface LABVIEW<sup>®</sup>

Este programa, como já dito anteriormente, foi desenvolvido para operar em interface com um algoritmo base, que contém toda a teoria já apresentada, programado em FORTRAN<sup>®</sup>. Na figura 4.1 abaixo, mostra-se a janela “Arquivo” da Interface.



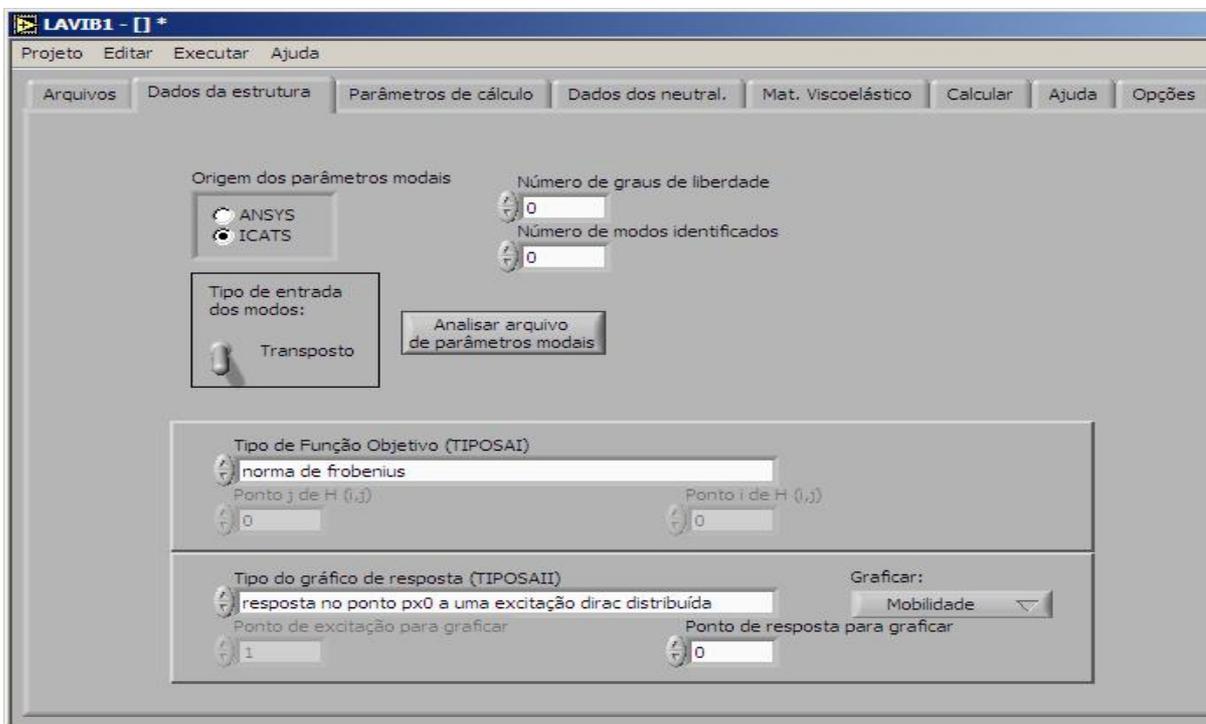
**Figura 4.1 – Foto da janela “Arquivo” da interface**

A janela “Arquivo” define onde serão salvos os arquivos e quais os seus nomes. No primeiro campo vazio, o arquivo contendo o nome do projeto (terminação “.ent”) deve ser informado, porém, quando se trata de um novo projeto, o arquivo é criado automaticamente. No segundo campo vazio, o arquivo contendo os parâmetros modais da estrutura (terminação “.eig”) deve ser informado, este arquivo é aquele que resultou da identificação da estrutura, por exemplo, via ICATS<sup>®</sup> na experimentação ou via ANSYS<sup>®</sup> por elementos finitos.

A Função Resposta em Frequência, a FRF do sistema primário (Inertância, Mobilidade e Receptância), sem neutralizadores, pode ser previamente visualizada clicando em “Gerar FRF”. Na opção “automático”, a maior FRF do sistema será automaticamente plotada, mas é possível investigar também o comportamento do sistema para diferentes posições de excitação e resposta. Na parte experimental deste trabalho, tratar-se-á de 246 pontos de resposta possíveis sendo 82 para cada uma das três posições de excitação e na parte desenvolvida em elementos finitos serão tomados somente 82 pontos de resposta.

Na figura 4.2, na janela “Dados da Estrutura” precisa ser informada a origem dos parâmetros modais, ou seja, ICATS<sup>®</sup> (matriz complexa) ou ANSYS<sup>®</sup> (matriz real), bem como, o número de graus de liberdade e o número de modos identificados. Além disso, a matriz

pode estar na forma transposta ou não. Porém, clicando na opção “Analisar arquivo de parâmetros modais” todo este procedimento é executado de maneira automática. Neste trabalho foram identificados 25 modos ao longo da faixa de frequências de interesse e o número de graus de liberdade significa o mesmo número de respostas medidas, ou seja, 246 (parte experimental, sendo 82 para cada excitação) e 82 (modelo de elementos finitos).



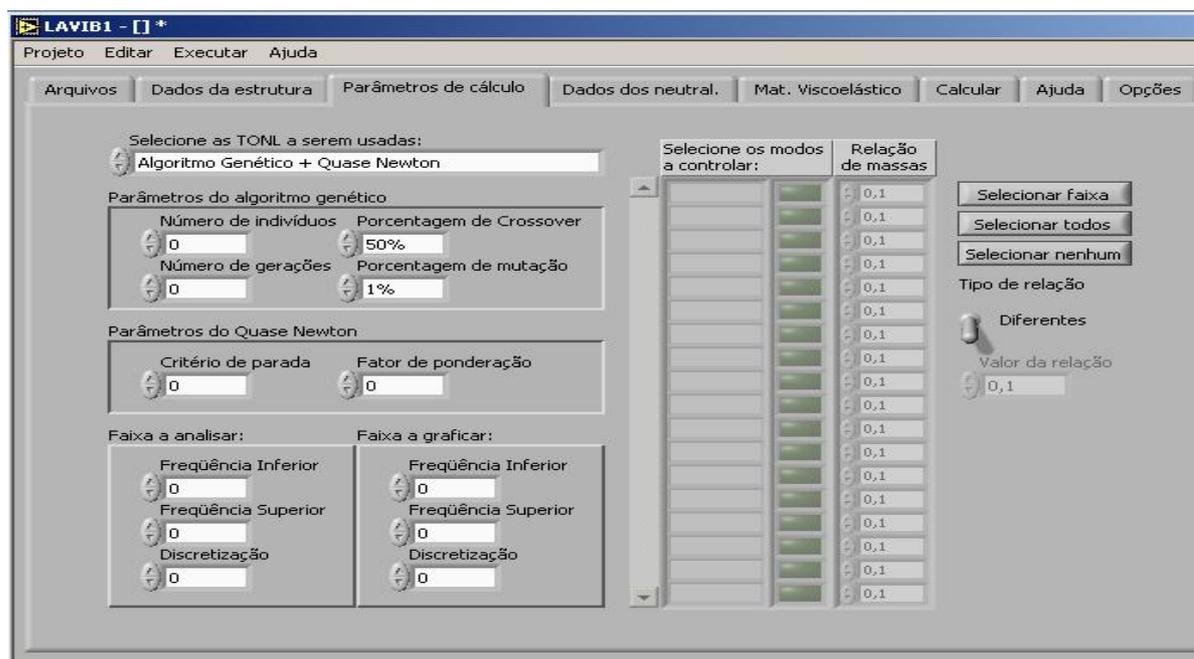
**Figura 4.2 – Foto da janela “Dados da Estrutura” da interface**

O tipo de função objetivo empregada no projeto dos neutralizadores será uma das novidades deste trabalho, encontrar-se-á os máximos valores absolutos no vetor de deslocamentos – coordenadas principais do sistema – na faixa de frequências de interesse e finalmente, minimizar-se-á estes valores através de uma norma de Frobenius. O espaço modal é reduzido quando se trabalha com esta particular função objetivo e isso proporciona uma vantagem computacional muito grande.

Seguindo adiante, o tipo de gráfico de resposta será aquele que modela a excitação na estrutura como um Delta de Dirac distribuído – apenas faz sentido quando não se opta pela norma de Frobenius como função objetivo, mas sim, pela norma euclidiana ou ainda por outras (ver Apêndice A) – e o ponto que fornecer o maior valor da FRF (Mobilidade) será automaticamente plotado.

Na figura 4.3, a janela “Parâmetros de Cálculo” é responsável pela escolha das técnicas de otimização a serem utilizadas. No caso deste trabalho, a função a ser minimizada é multimodal e para ter certeza de que a mesma atingirá o mínimo global, primeiramente, o algoritmo genético desponta como uma alternativa confiável para encontrar um valor perto do mínimo global, na seqüência, uma técnica de otimização não-linear será empregada, ou seja, o

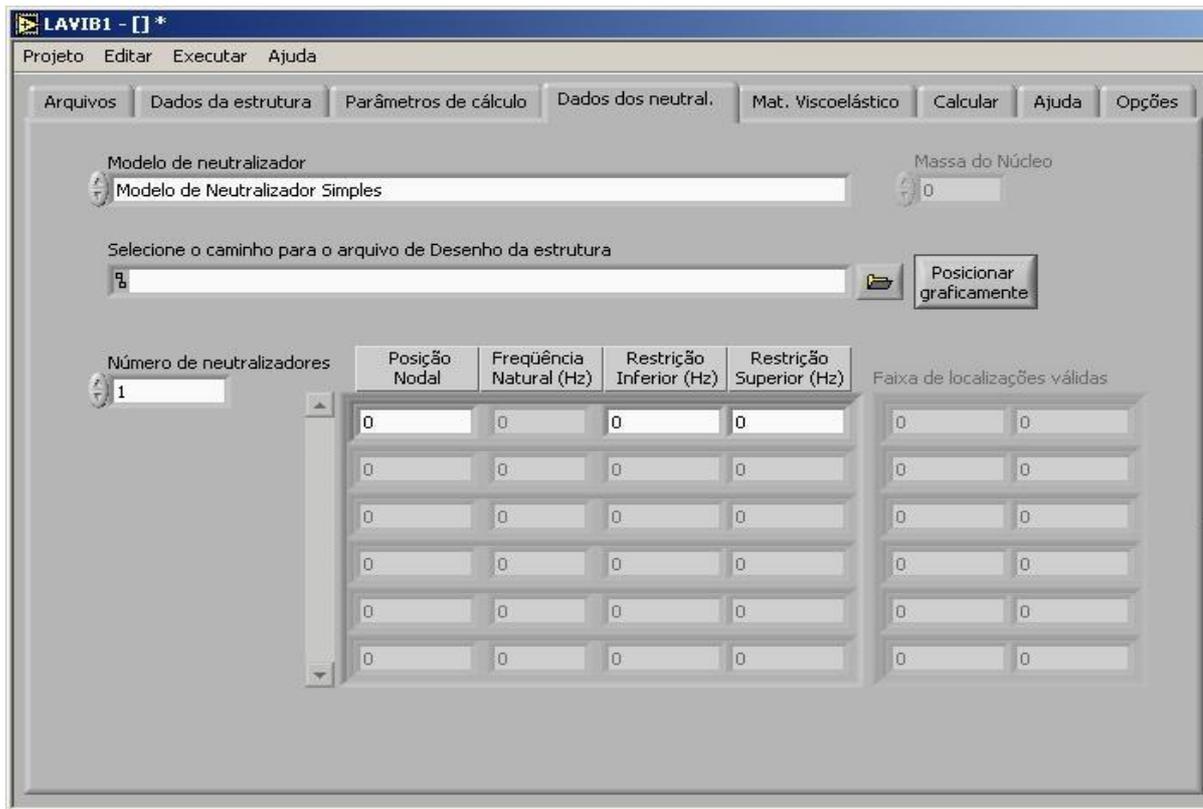
método Quase-Newton parte deste valor já encontrado pelo algoritmo genético e realiza a convergência final.



**Figura 4.3 – Foto da janela “Parâmetros de Cálculo” da interface**

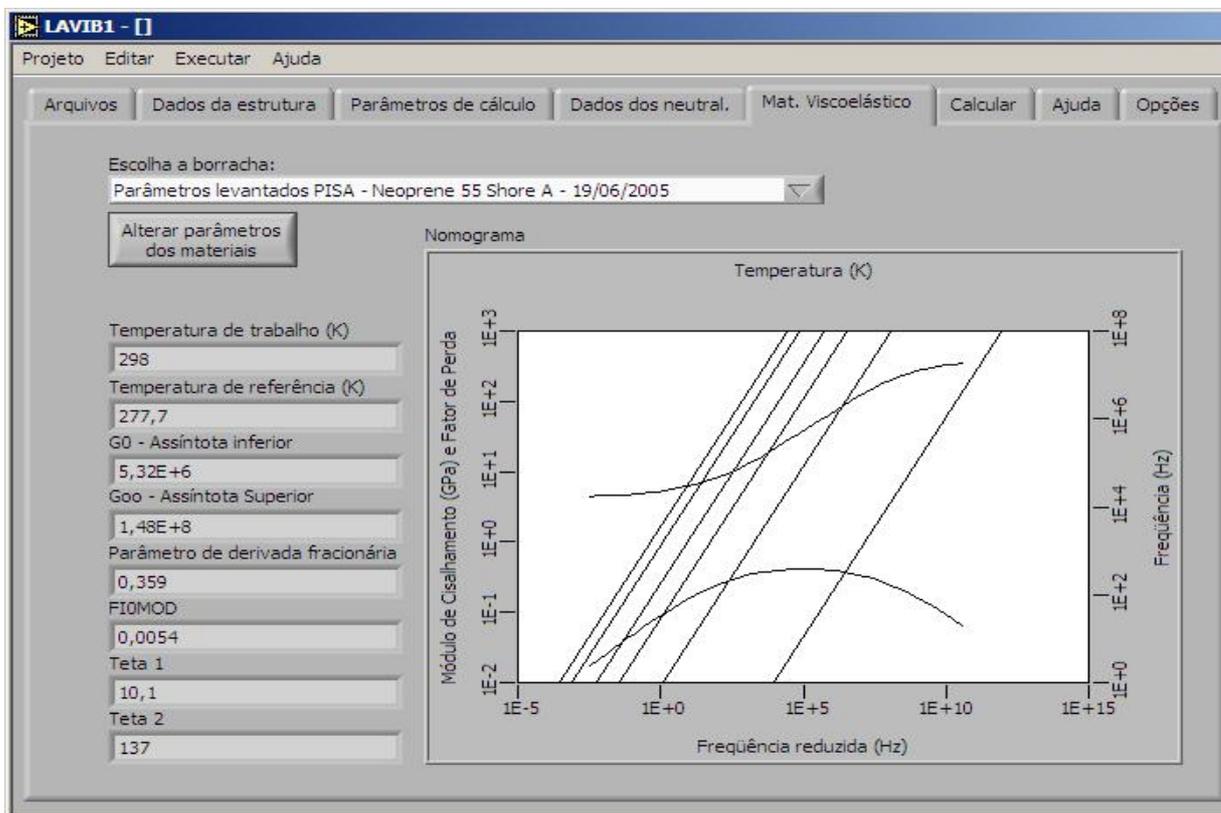
Nesta janela, os seguintes dados precisam ser informados ao programa: o número de modos que se deseja controlar, a relação de massa para cada modo e a faixa de frequências de análise. No presente trabalho, todos os 25 modos serão controlados e o valor da relação de massa ficará entre 0,035 e 0,05, ou seja, aproximadamente 3,5-5% da massa total do sistema será aplicada em cada um dos 25 modos controlados, além disso, a faixa de frequências de análise é aquela entre 200 e 1800Hz. No lado superior esquerdo, informam-se os parâmetros utilizados pelo algoritmo genético, como: número de indivíduos, número de gerações, porcentagem de crossover e porcentagem de mutação. Além disso, o critério de parada para o método Quase-Newton de otimização não-linear é estabelecido.

Na figura 4.4, a janela “Dados dos Neutralizadores” deverá conter os dados referentes à quantidade de neutralizadores e a posição destes ao longo da malha modal. A colocação dos neutralizadores poderá ser feita de duas maneiras: ou informando sua coordenada no vetor de deslocamentos ou manualmente através de uma malha previamente desenvolvida em um programa de elementos finitos. Além disso, a frequência inicial e a final de operação, que aparecem na janela, representam: a restrição inferior e superior do problema de otimização, respectivamente.



**Figura 4.4 – Foto da janela “Dados dos Neutralizadores” da interface**

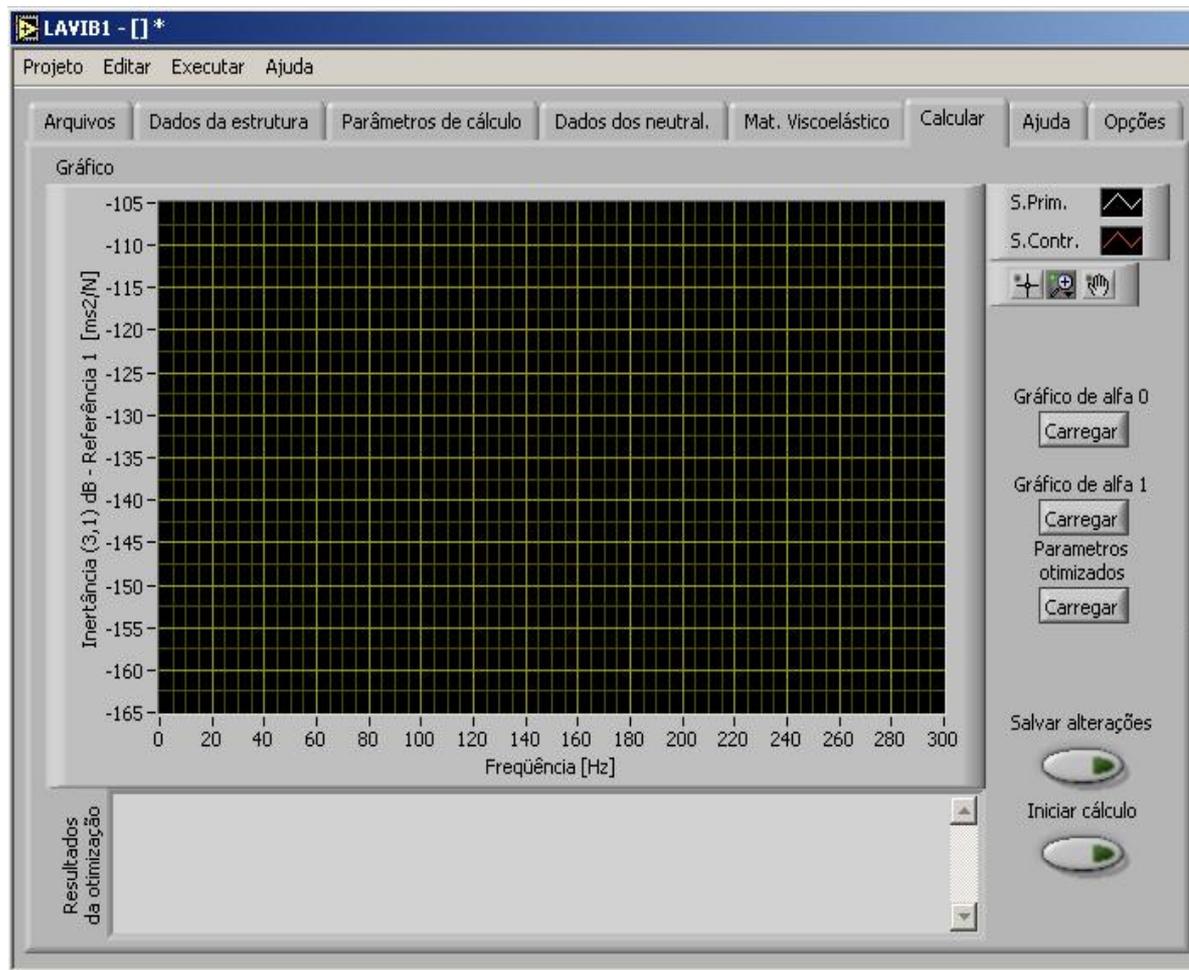
Na figura 4.5 abaixo, a janela “Material Viscoelástico” disponibilizará as informações referentes aos quatro parâmetros fracionários do material viscoelástico que, por si só, caracterizam-no e também o seu respectivo ábaco de frequências reduzidas.



**Figura 4.5 – Foto da janela “Material Viscoelástico” da interface**

Uma técnica própria de identificação desses parâmetros foi desenvolvida no PISA-LVA [Espíndola, Silva Neto & Lopes, 2005]. A dependência do módulo de cisalhamento e do fator de perda com a frequência e a temperatura, também pode ser visualizada no nomograma gerado automaticamente na janela da interface, neste trabalho, o Neoprene com dureza 55 Shore A é o material em questão.

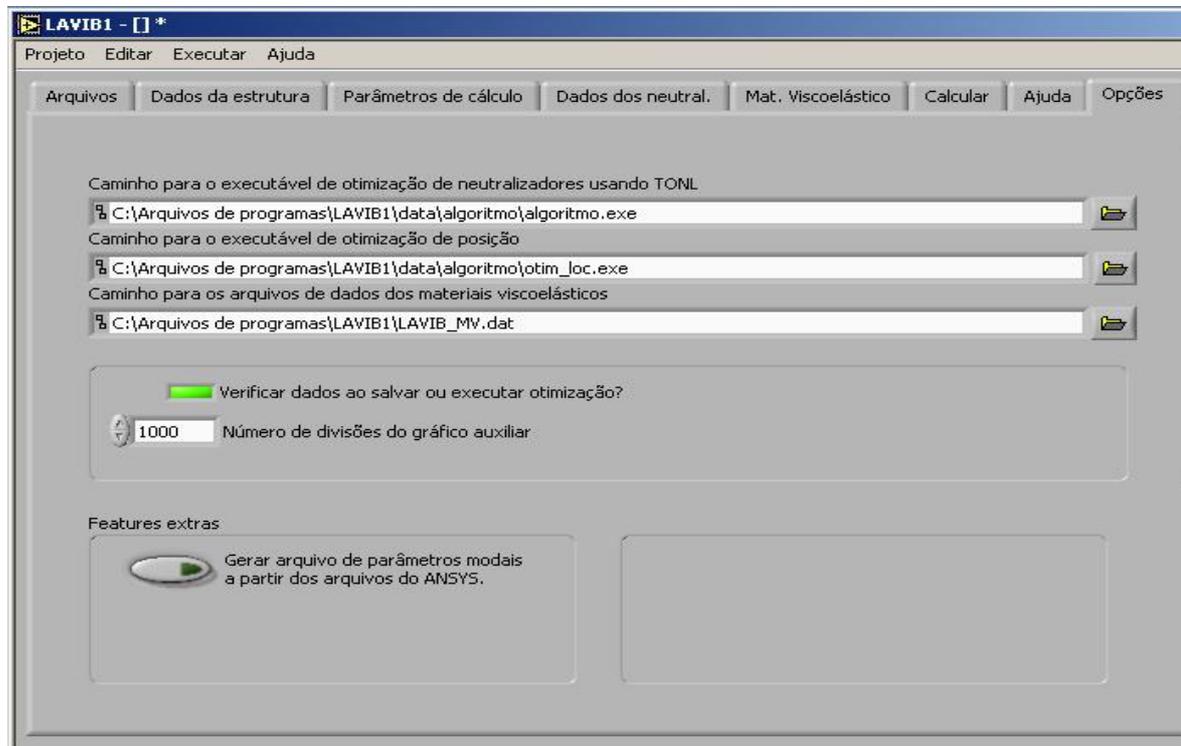
Na figura 4.6 abaixo, a janela “Calcular” é mostrada. Após, todas as informações fornecidas serem salvas nas janelas de entrada, iniciar-se-á o programa base em FORTRAN<sup>®</sup>. A FRF (Mobilidade) do sistema primário (sem a presença dos neutralizadores, no botão carregar “Gráfico de alfa 0”) e do sistema composto (sistema primário + neutralizadores, no botão carregar “Gráfico de alfa 1”) é apresentada no mesmo gráfico. Os resultados da otimização também podem ser conferidos no espaço logo abaixo do gráfico.



**Figura 4.6 – Foto da janela “Calcular” da interface**

Na última janela “Opções”, adiante na Figura 4.7, localiza-se os caminhos necessários para a interface alimentar o programa base de otimização não-linear, assim como, o arquivo contendo os dados referentes aos parâmetros dos materiais viscoelásticos. Uma sub-rotina, que junta os arquivos da análise modal via ANSYS<sup>®</sup> em um só e o converte para extensão “.eig”, é fornecida como um adendo muito valioso.

Contudo, o processo de agrupamento dos arquivos num único é praticamente manual, ou seja, os parâmetros modais das 25 frequências naturais e dos modos de vibrar devem ser copiados um a um para se unirem no arquivo final.



**Figura 4.7 – Foto da janela “Opções” da interface**

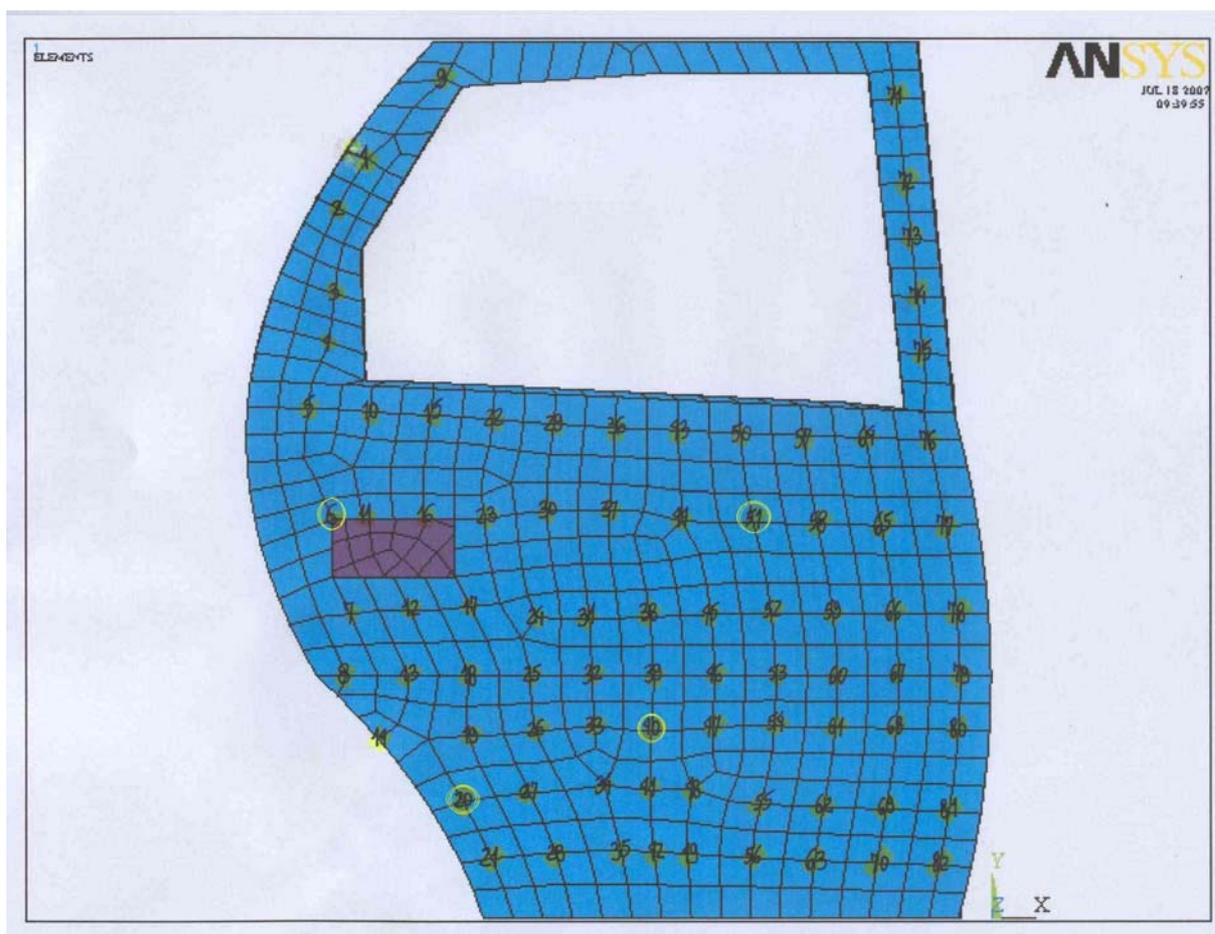
Note-se que, os fatores de perda utilizados vieram da identificação modal experimental, devido à impossibilidade de obtenção via ANSYS<sup>®</sup> e também para uma modelagem mais realista do amortecimento do sistema primário.

### 4.3 Parâmetros Ótimos via Elementos Finitos, ANSYS<sup>®</sup>

Após a explicação do uso da Interface LABVIEW<sup>®</sup>, mostrar-se-á agora, os resultados teóricos obtidos quando os arquivos contendo os parâmetros modais são oriundos de um programa de elementos finitos, no caso deste trabalho, via ANSYS<sup>®</sup>. A identificação resultou em 25 frequências naturais principais, a mesma quantidade de modos de vibrar e os fatores de perda foram providos da experimentação.

Conforme visto também no capítulo anterior, a malha modal possui na realidade 1106 elementos distribuídos em 1374 nós. Então, visando uma posterior comparação de resultados com o modelo experimental, utilizar-se-á o número de graus de liberdade igual a 82, ou seja, este é o número de elementos estrategicamente escolhidos, dentre vários outros possíveis, ao longo da malha modal em elementos finitos. Por conveniência, esta é exatamente a mesma configuração proposta pela malha modal experimental. Na figura 4.8, visualiza-se a disposição dos 82 nós devidamente numerados no sistema de coordenadas

[Silva, 1991] e, no detalhe, antecipa-se os quatro pontos ótimos para a aplicação dos neutralizadores na estrutura, que são os seguintes: 6, 20, 40 e 51.



**Figura 4.8 – A distribuição dos 82 nós ao longo da malha modal e no detalhe, os quatro pontos ótimos (6, 20, 40 e 51)**

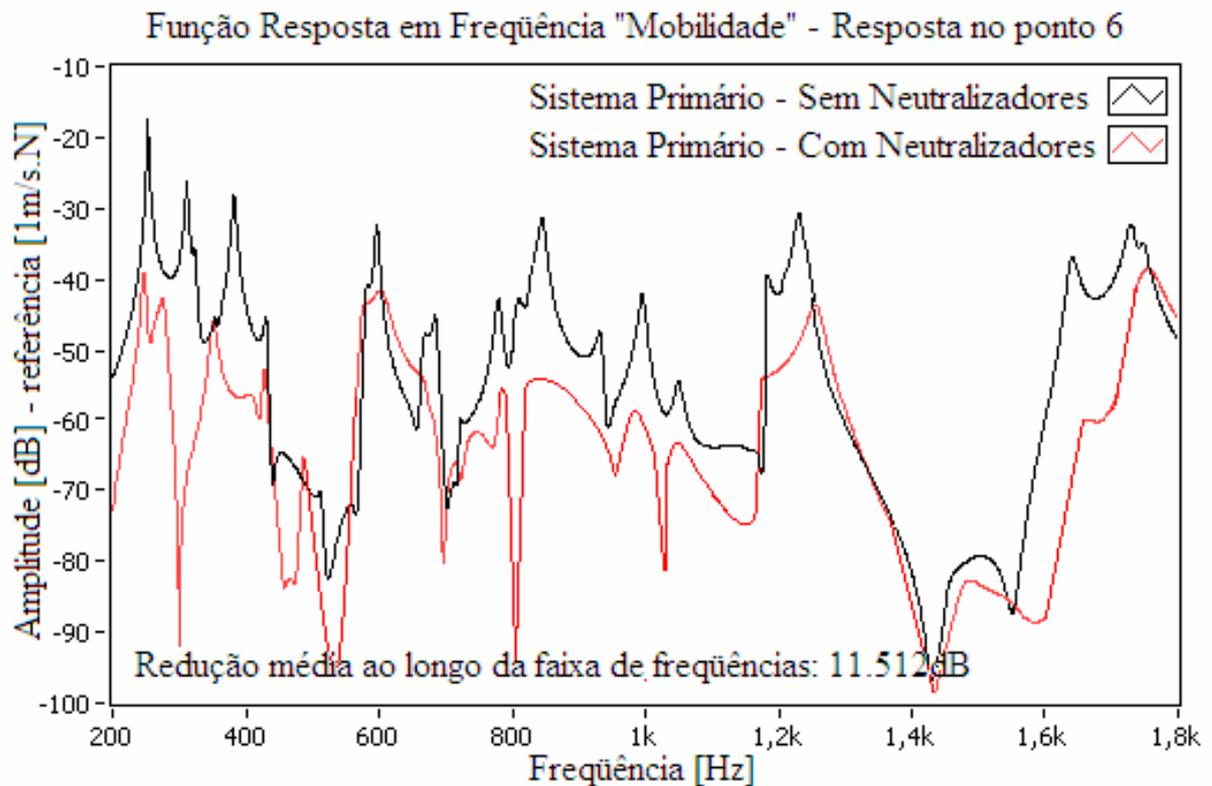
Dentre um conjunto de sete pontos que solucionariam de maneira satisfatória o problema, estes quatro últimos escolhidos, em particular, foram os pontos que apresentaram os ventres mais significativos, ou seja, as maiores amplitudes de vibração. Além disso, sabe-se que um sistema de neutralizadores atuando num ponto de nó não proporcionaria efeito algum. Os neutralizadores de vibração atuaram no controle de todos os 25 modos de vibrar e a relação de massa modal utilizada para o controle de cada um dos 25 modos foi 0,035.

O resultado final da otimização pode ser visto na Tabela 4.1, logo abaixo.

<b>Ponto de Aplicação</b>	<b>Frequência Natural Ótima do Neutralizador [Hz]</b>	<b>Massa do Neutralizador [kg]</b>
<b>6</b>	$\Omega_{a1} = 879,4$	$m_{a1} = 0,132$
<b>20</b>	$\Omega_{a2} = 1049,2$	$m_{a2} = 0,132$
<b>40</b>	$\Omega_{a3} = 284,3$	$m_{a3} = 0,132$
<b>51</b>	$\Omega_{a4} = 1302,1$	$m_{a3} = 0,132$

**Tabela 4.1 – Os parâmetros de projeto ótimo dos neutralizadores**

Após a otimização, ou seja, com o conhecimento dos parâmetros ótimos para um sistema de neutralizadores, observa-se agora na figura 4.9 logo abaixo, como seria a redução teórica das amplitudes de vibração do sistema primário, no ponto 6 da malha modal (ponto de maior amplitude), quando os quatro dispositivos mecânicos já estivessem nele anexados.



**Figura 4.9 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores:**

**Ponto 6 da malha de elementos finitos**

A mobilidade no maior ponto de ventre da malha modal (ponto 6), ou seja, a FRF do sistema primário com e sem neutralizadores – modelado através de um programa de elementos finitos – é mostrada e a quantificação das reduções teóricas pode ser verificada de duas maneiras: ou pela visualização pico a pico no gráfico ou também, pela diferença entre os valores RMS do sistema original e do sistema controlado, ao longo da banda de frequências.

Vê-se que em duas das frequências da figura 4.9 a atenuação atinge valores maiores que 20dB (pico a pico). Entretanto, em banda larga a atenuação é de aproximadamente 11,5dB. Esta atenuação em banda larga é mais confiável e realista, uma vez que leva em conta no seu cômputo cada uma das componentes de frequência ao longo da faixa de interesse.

O cálculo da atenuação RMS é feito pela seguinte fórmula [Marra, 2007]:

$$\text{RMS [dB]} = 20 \log_{10} \left( \frac{\left( \sum_j y_j^2(f_j) \right)^{1/2}}{\left( \sum_j x_j^2(f_j) \right)^{1/2}} \right) \quad (4.1)$$

onde  $x_j(f_j)$  são os valores da resposta (velocidade), antes da fixação dos neutralizadores, para cada uma das frequências consideradas e  $y_j(f_j)$  são os correspondentes valores, após a fixação dos neutralizadores. Para esta banda de frequências em questão, 200 a 1800Hz, o valor RMS (aproximado) – média quadrática dos valores da função dentro da banda de interesse – resultou em exatos 11,512dB. Portanto, conseguiu-se uma atenuação significativa da vibração e conseqüentemente do ruído.

Os objetivos até aqui foram: obtenção dos parâmetros físicos necessários para um sistema de neutralizadores quando o modelo modal da estrutura é obtido por elementos finitos e também otimização deste sistema através da minimização de uma função objetivo baseada na norma de Frobenius. Então, quando não é possível se obter um modelo modal de uma estrutura via experimentação, a teoria desenvolvida para um sistema de neutralizadores continua válida e aplicável mesmo em um modelo modal via elementos finitos. Cumprida esta etapa e de posse agora do modelo modal identificado experimentalmente, todo o procedimento necessário para dar forma e tamanho aos dispositivos e como construí-los será detalhado nos próximos itens.

#### 4.4 – Parâmetros Ótimos via Identificação Experimental

O procedimento que é utilizado aqui para a obtenção dos parâmetros ótimos de projeto seguiu a mesma linha do último tópico. Porém, trabalha-se agora, com o modelo modal da estrutura primária identificado pela via experimental e então, os dados de entrada no programa de otimização se modificam. A identificação experimental também resultou em 25 frequências naturais principais, a mesma quantidade de modos de vibrar e de fatores de perda. O número de graus de liberdade foi igual a 82, para cada uma das três distintas posições de excitação.

A figura 4.10 adiante mostra a malha experimental usada. Nela, os pontos em vermelho representam as três diferentes posições para a excitação ( $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ ) e em amarelo, antecipa-se os quatro pontos ótimos (27, 45, 58 e 65) para a aplicação dos neutralizadores na estrutura. Ilustrou-se também a disposição dos 82 pontos devidamente numerados no sistema de coordenadas e, no detalhe, os pontos ótimos para a aplicação dos neutralizadores na estrutura.



**Figura 4.10 – A distribuição dos 82 nós ao longo da malha modal experimental e no detalhe, os quatro pontos ótimos (27, 45, 58 e 65) e as três forças (f1, f2 e f3)**

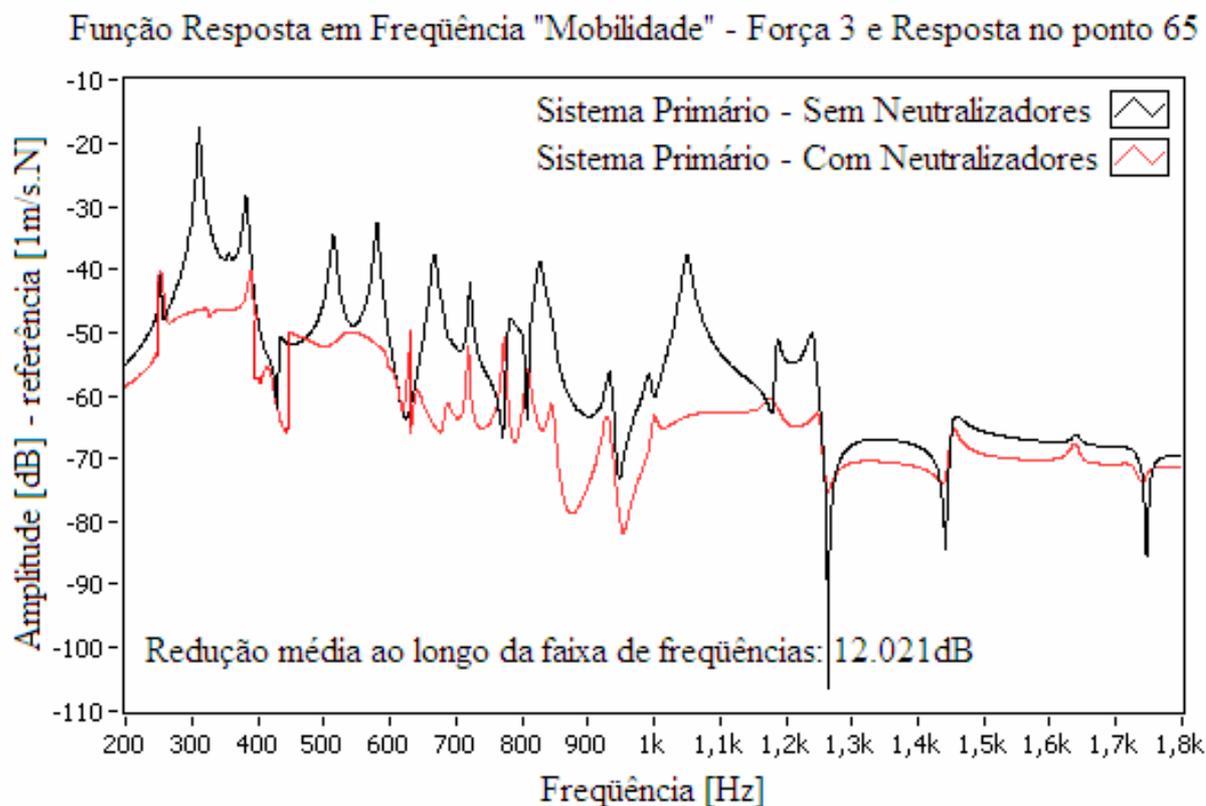
Dentre um conjunto de sete pontos que solucionariam de maneira satisfatória o problema, inclusive os quatro pontos ótimos que foram obtidos pelo modelo desenvolvido em elementos finitos, os pontos 27, 45, 58 e 65 apresentaram as maiores amplitudes de vibração. Os neutralizadores de vibração atuaram no controle de todos os 25 modos de vibrar e a relação de massa modal utilizada para o controle de cada um dos 25 modos foi 0,035.

O resultado final da otimização pode ser visto na Tabela 4.2, logo abaixo.

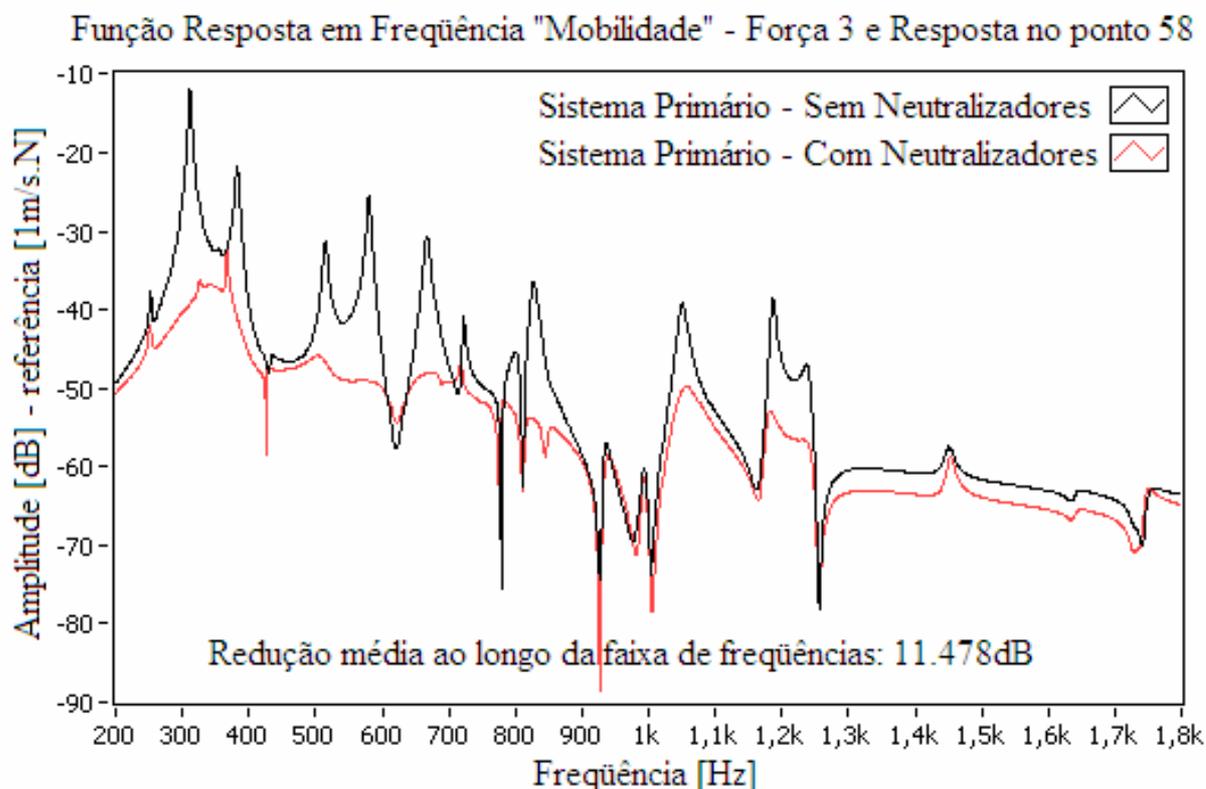
<b>Ponto de Aplicação</b>	<b>Frequência Natural Ótima do Neutralizador [Hz]</b>	<b>Massa do Neutralizador [kg]</b>
27	$\Omega_{a1} = 1113,6$	$m_{a1} = 0,128$
45	$\Omega_{a2} = 1465,5$	$m_{a2} = 0,128$
58	$\Omega_{a3} = 258,8$	$m_{a3} = 0,128$
65	$\Omega_{a4} = 1638,3$	$m_{a4} = 0,128$

**Tabela 4.2 – Os parâmetros de projeto ótimo dos neutralizadores**

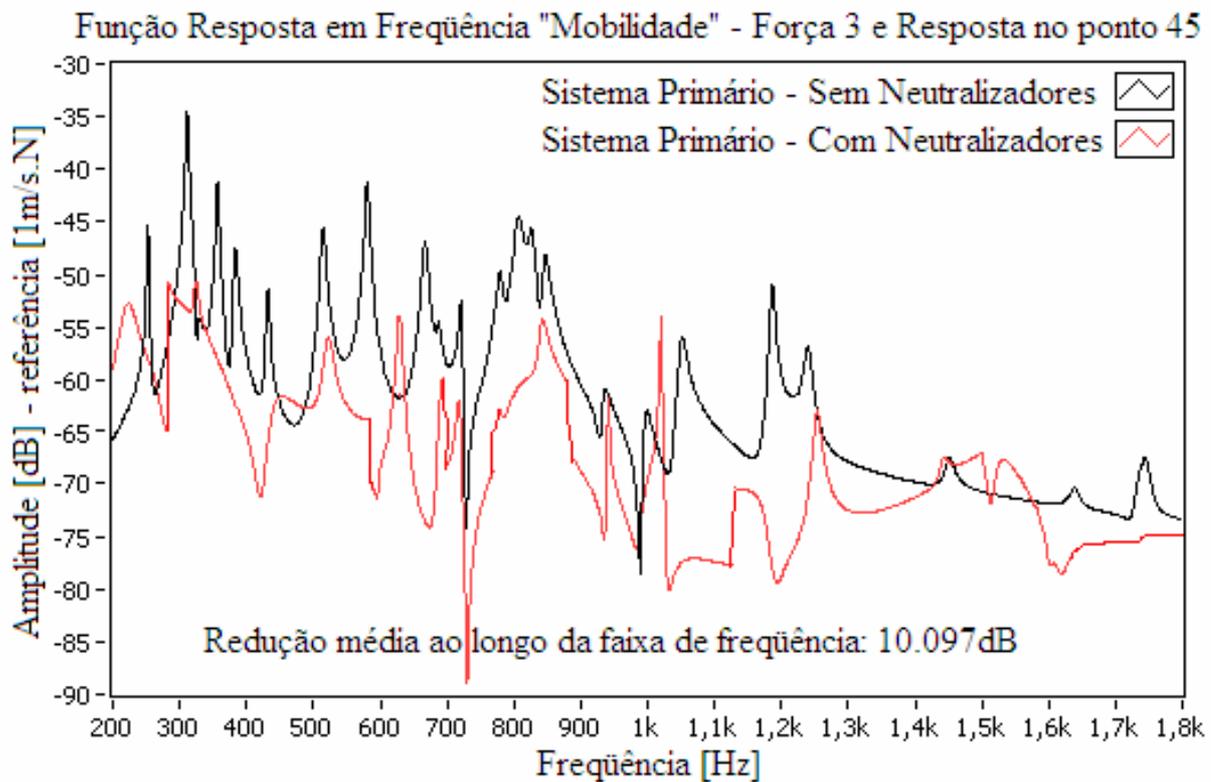
As curvas teóricas de redução de vibrações do sistema primário com e sem neutralizadores são apresentadas, vide as diferentes FRF's nas figuras 4.11 a 4.14 adiante, as quais mostram como seriam as reduções teóricas das amplitudes de vibração do sistema primário quando os quatro dispositivos mecânicos já estivessem nele anexados.



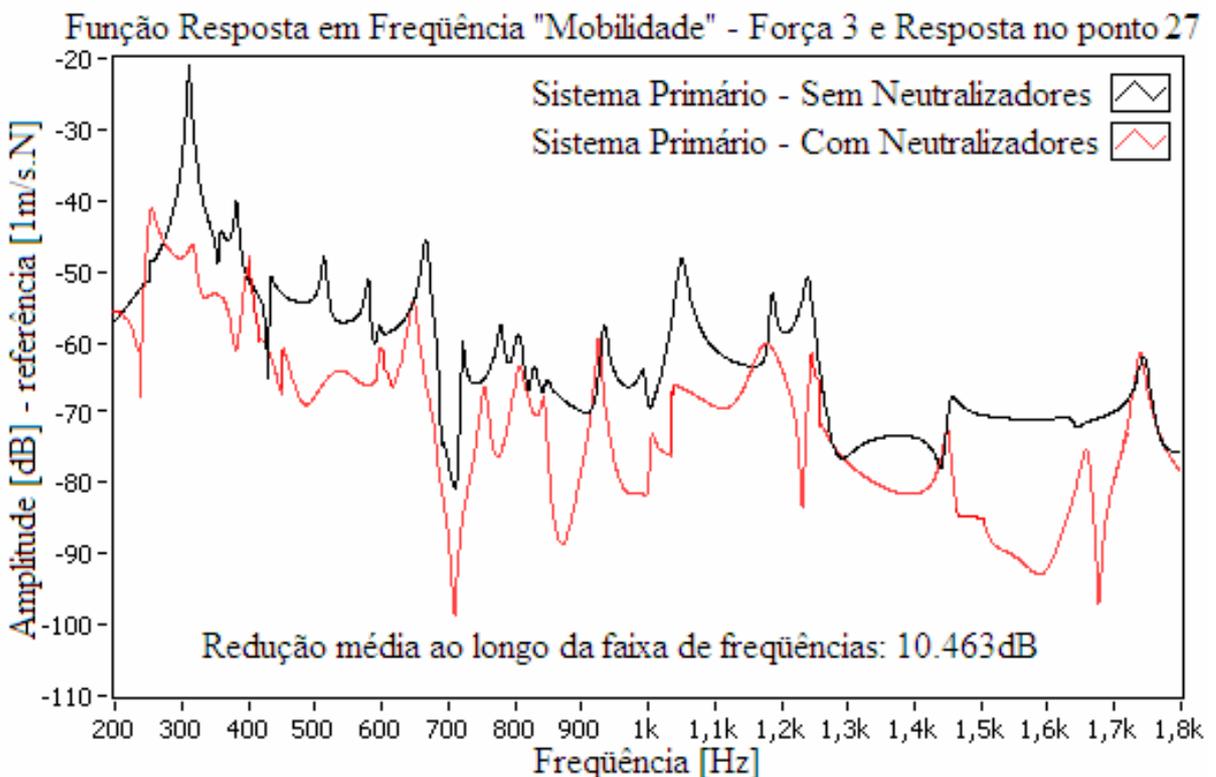
**Figura 4.11 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores:  
Força 3 e Resposta na posição 65**



**Figura 4.12 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores:  
Força 3 e Resposta na posição 58**



**Figura 4.13 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores:  
Força 3 e Resposta na posição 45**



**Figura 4.14 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores:  
Força 3 e Resposta na posição 27**

Os gráficos apresentados são provenientes das simulações e ilustrados a partir do arquivo de saída gerado pelo programa de otimização. Então, as reduções teóricas de vibração

foram bastante significativas, conforme mostraram as quatro figuras acima. Além disso, a adição dos neutralizadores na estrutura proporcionou um efeito benéfico em toda a faixa de frequências. Via de regra, quando os neutralizadores atuam em baixas frequências, geralmente, têm-se valores de massa elevados. Porém, neste caso específico, com apenas cerca de 4% da massa total da estrutura primária, conseguiu-se um excelente controle dos patamares de vibração na faixa de frequência pretendida. O material utilizado na otimização foi o Neoprene de dureza 55 Shore A com a temperatura de trabalho em 25°C (298K).

Analogamente ao que foi feito no item 4.3, a quantificação destas reduções teóricas é executada de duas maneiras, a saber: pela visualização pico a pico nos gráficos ou também, pela diferença entre os valores RMS do sistema original e do sistema controlado – esta, viabilizada pelo uso da expressão 4.1 – na banda de frequências de interesse. Vê-se que em muitas das frequências naturais das figuras 4.11 a 4.14 as atenuações atingem valores maiores que 20dB (pico a pico). Entretanto, em banda larga as atenuações são algo em torno de 10 a 12dB, aproximadamente.

Portanto, os parâmetros ótimos já estão disponíveis para o projeto dos neutralizadores, faltando agora somente dar forma e tamanho aos dispositivos, o que será detalhadamente explicado no próximo tópico.

## 4.5 – O Projeto Ótimo dos Neutralizadores

Os parâmetros ótimos já são todos conhecidos. Agora, a criatividade do engenheiro entra em cena para dar forma e tamanho aos neutralizadores. Sabe-se que estes dispositivos são constituídos de uma massa ( $m_a$ ) conectada à estrutura primária através de um elemento resiliente (“mola”), de natureza viscoelástica, que possui rigidez complexa ( $k_a$ ).

Conforme visto no segundo capítulo, para que se possa desenvolver corretamente uma estratégia de controle de vibrações utilizando materiais viscoelásticos, no caso deste trabalho o Neoprene de dureza 55 Shore A, as duas propriedades dinâmicas básicas que precisam ser conhecidas são o fator de perda do material e seu módulo dinâmico de elasticidade (módulo de cisalhamento), exatamente. Estas propriedades, ainda dependentes da frequência e da temperatura, encontram-se representadas de forma bastante fidedignas através do uso de derivadas generalizadas, cujas ordens não são números inteiros, mas fracionários.

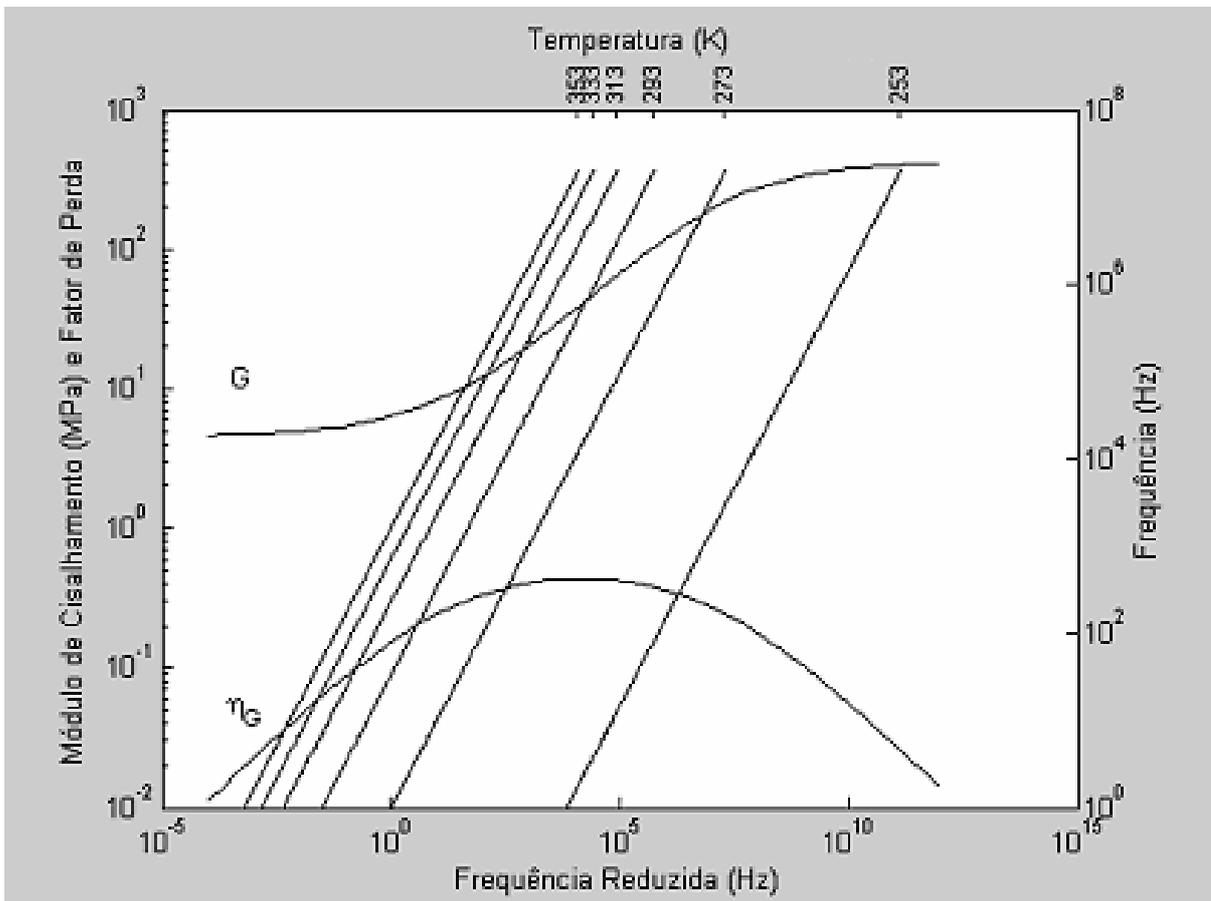
Uma técnica para a identificação dos quatro parâmetros fracionários que, em si, caracterizam o material viscoelástico foi estabelecida por Espíndola *et alii*, 2005. De posse desta informação, as expressões 2.13 e 2.14 – já definidas e resgatadas do capítulo 2 – representam o módulo de cisalhamento  $G_c(\Omega)$  e o fator de perda  $\eta(\Omega)$ , respectivamente.

$$G_c(\Omega) = \frac{G_0 + (ib\Omega)^\alpha G_\infty}{1 + (i\Omega b)^\alpha} \quad (2.13) \quad \text{e} \quad \eta(\Omega) = \frac{\text{imag}(G_c(\Omega))}{\text{real}(G_c(\Omega))} \quad (2.14)$$

Nas expressões acima,  $i$  é a unidade imaginária ( $i = (0,1)$ ),  $G_0$  e  $G_\infty$  são a assíntota inferior e a superior, respectivamente, do módulo complexo de cisalhamento. O parâmetro  $\alpha$  é a ordem da derivada na equação constitutiva ( $0 < \alpha < 1$ ) e  $b$  é o tempo de relaxação do material. Logo abaixo, os valores dos quatro parâmetros fracionários para o Neoprene 55 Shore A são definidos para a temperatura de referência do ensaio  $T_0$  igual a  $4,7^\circ\text{C}$  ( $277,7\text{K}$ ).

$$G_0 = 5,32 \times 10^6 [\text{N/m}^2], \quad G_\infty = 1,48 \times 10^8 [\text{N/m}^2], \quad \alpha = 0,359 \quad \text{e} \quad b = 3,8536 \times 10^{-8} [\text{s}]$$

Na figura 4.15 mais adiante, o ábaco de frequências reduzidas para este material é plotado, em concordância com as expressões 2.13 e 2.14, assim sendo, é possível visualizar o comportamento das duas propriedades dinâmicas do material perante as variáveis frequência e temperatura.



**Figura 4.15 – Ábaco de frequências reduzidas para o Neoprene 55 Shore A**

Como se antecipou também anteriormente, a mola de natureza viscoelástica possui rigidez complexa e isto é ilustrado pela expressão 2.18. Naquela expressão,  $G_c(\Omega)$  é o módulo complexo de cisalhamento do material viscoelástico e  $\mathcal{G}$  é um fator geométrico que tem unidade de comprimento e depende da forma e das inserções metálicas da mola viscoelástica.

A frequência anti-ressonante para um único neutralizador e com um grau de liberdade, como se aplica neste trabalho, é dada pela expressão 2.21, que analogamente reescrita fica:

$$\mathfrak{S} = m_a \Omega_a^2 / G(\Omega_a) \quad (4.2)$$

onde,  $m_a$  é a massa do neutralizador calculada pelo programa de otimização,  $\Omega_a$  é a frequência anti-ressonante, ou seja, a frequência ótima do neutralizador e finalmente,  $G(\Omega_a)$  é o valor da parte real do módulo complexo de cisalhamento  $G_c(\Omega)$  quando  $\Omega = \Omega_a$ , ou seja, tomando-se o valor na frequência ótima.

Neste trabalho serão projetados quatro neutralizadores idênticos, por critério de economia, ou seja, mesma massa, mesma frequência anti-ressonante e conseqüentemente mesmo fator de forma para todos. Esta aproximação já forneceu excelentes resultados em experiências anteriores [Espíndola & Bavastrri, 1995, 1997].

O programa de otimização já calculou as quatro massas iguais e resta agora achar a frequência anti-ressonante comum aos quatro neutralizadores, vide os valores na tabela 4.2, com o auxílio da expressão abaixo, analogamente ao que é feito para as massas, obtém-se uma média quadrática das quatro frequências.

$$\Omega_a = \left( \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p \Omega_{aj}^2 \right)^{1/2} = \left( \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \Omega_{a1}^2 + \Omega_{a2}^2 + \Omega_{a3}^2 + \Omega_{a4}^2 \right)^{1/2} \quad (4.3)$$

$$\Omega_a = \left( \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 (1113,57)^2 + (1465,46)^2 + (258,864)^2 + (1638,3)^2 \right)^{1/2}$$

$$\Omega_a = 1238,8 \text{ Hz}$$

Com a frequência ótima comum aos quatro neutralizadores já conhecida e com a temperatura de trabalho escolhida como sendo 25°C (298K), a partir destes dados, encontra-se agora o valor da parte real do módulo de cisalhamento do material viscoelástico. Tal informação pode ser obtida de duas formas: graficamente, através do ábaco de frequências reduzidas na figura 4.15 – procedimento já detalhado no capítulo 2 – ou, analiticamente, tomando-se a parte real do valor da expressão 2.13 na frequência ótima calculada  $\Omega_a$ .

Portanto, o cálculo do fator de forma já pode ser efetuado e os três valores necessários estão listados na tabela 4.3 abaixo.

<b>Massa do neutralizador [kg]</b>	<b><math>m_a = 0,128</math></b>
<b>Frequência anti-ressonante [Hz]</b>	<b><math>\Omega_a = 1238,8</math></b>
<b>Parte Real do Módulo de Cisalhamento [MPa]</b>	<b><math>G(\Omega_a) = 11,7</math></b>

**Tabela 4.3 – Os parâmetros ótimos para o cálculo do fator de forma**

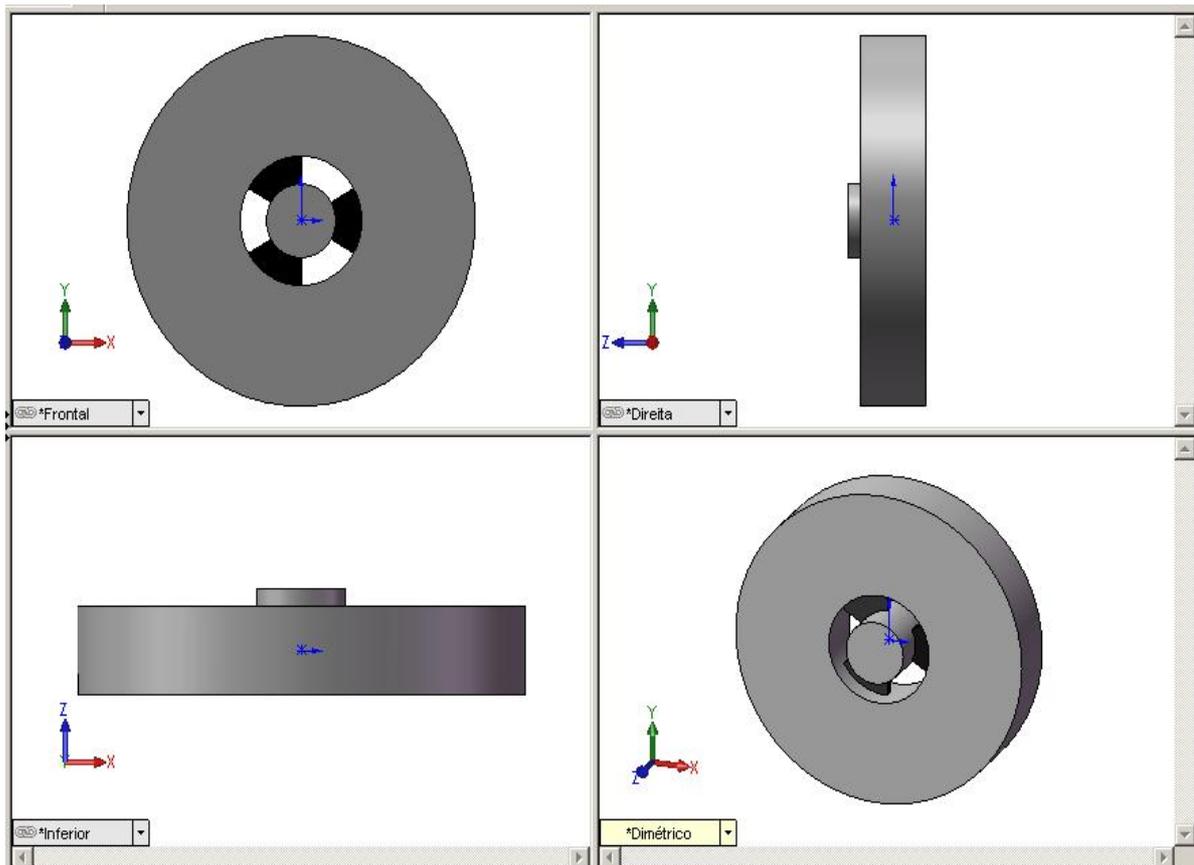
Então, após o uso da expressão (4.1), tem-se que o valor do fator de forma é:

$$\mathfrak{g} = \frac{m_a \Omega_a^2}{G(\Omega_a)} = \frac{0,1283 \cdot (1238,8)^2}{11,692 \cdot 10^6} = 0,0168\text{m} \quad (4.4)$$

Para um arranjo simétrico dos elementos viscoelásticos de um neutralizador que trabalha sob cisalhamento, vide figura 4.16 mais adiante, uma expressão aproximada para o fator de forma é mostrada abaixo, a qual corrobora que o projeto dos elementos viscoelásticos está em concordância com o mesmo fator de forma calculado em (4.4). Tem-se:

$$\mathfrak{g} = \frac{\varphi e}{\ell_n (D_e / D_i)} \quad (4.5)$$

O termo  $\varphi$  é a soma dos ângulos ( $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$ ) envolvidos pelo material viscoelástico dada em radianos e varia de 0 a  $2\pi$ ,  $e$  é a espessura dos elementos viscoelásticos na direção axial,  $D_e$  e  $D_i$  são os diâmetros externo e interno dos elementos viscoelásticos, respectivamente. O termo  $\ell_n (\cdot)$  representa o logaritmo natural ou neperiano.



**Figura 4.16 – Padrão de um neutralizador projetado sob carregamento cisalhante**

O próximo passo agora é modelar o elemento de massa vibrante para que este tenha exatamente a massa ótima  $m_a$  que foi mostrada na tabela 4.3. Este elemento consiste de um cilindro fabricado em aço, portanto, resta-se apenas especificar o volume deste cilindro já que

os valores da massa  $m_a$  e da densidade específica  $\rho_{\text{aço}}$  do aço são conhecidos. Então, segue-se o procedimento abaixo:

$$V_{\text{volume do cilindro}} = \frac{m_a}{\rho_{\text{aço}}} = \frac{0.1283}{7860} = 1,6323 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \quad (4.6)$$

$$V_{\text{volume do cilindro}} = \frac{\pi(D_2^2 - D_1^2)h}{4} \quad (4.7)$$

Agora, igualando-se as expressões (4.6) e (4.7), obtém-se os parâmetros necessários para o projeto do cilindro. O termo  $h$  é a altura do cilindro,  $D_1$  e  $D_2$  correspondem as raios interno e externo do cilindro, respectivamente.

Na tabela 4.4 abaixo, os valores que foram encontrados para o projeto dos elementos viscoelásticos e da massa vibrante que constituem o neutralizador são mostrados.

<b>Parâmetros dos Elementos Viscoelásticos</b>	<b>Valores</b>
<b>Soma dos Ângulos [rad]</b>	$\varphi = (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) = (\pi/3 + \pi/3 + \pi/3) = \pi$
<b>Espessura [mm]</b>	$e = 3$
<b>Diâmetro Externo [mm]</b>	$D_e = 14$
<b>Diâmetro Interno [mm]</b>	$D_i = 8$
<b>Parâmetros do Elemento de Massa Vibrante</b>	<b>Valores</b>
<b>Densidade do Aço [kg/m<sup>3</sup>]</b>	$\rho_{\text{aço}} = 7860$
<b>Altura do Cilindro [mm]</b>	$h = 15$
<b>Diâmetro Externo [mm]</b>	$D_2 = 40$
<b>Diâmetro Interno [mm]</b>	$D_1 = 14$

**Tabela 4.4 – Os parâmetros necessários para dar forma e tamanho ao neutralizador**

Vale a pena ressaltar na figura 4.16 que, o cilindro interno de diâmetro  $D_i$  é onde o neutralizador se fixa na estrutura – a fixação do neutralizador na estrutura é feita por uma das duas maneiras, a saber: solda ponto no cilindro interno do neutralizador ligando-o a porta ou através do uso de uma cola estrutural (comumente usada na indústria aeronáutica) – e a sua massa não entra no cômputo da massa vibrante. O cilindro externo compreendido pelos diâmetros  $D_1$  e  $D_2$  é o principal responsável por fornecer a massa vibrante projetada  $m_a$ .

Sabe-se que, os neutralizadores operando sob cisalhamento geralmente são leves e pequenos podendo sua massa variar entre alguns gramas até alguns kilogramas. A estrutura que se deseja reduzir vibrações e também atenuar radiação sonora é uma porta de automóvel, mas outros exemplos também podem ser dados, como: superfícies leves (muito pouco amortecidas) que geralmente revestem máquinas e vários exemplos de painéis estruturais.

O projeto final do neutralizador – com as suas cotas e nomeações, conforme apresentadas na tabela 4.4 – está mostrado logo adiante na figura 4.17 e este é precisamente o dispositivo que será construído.

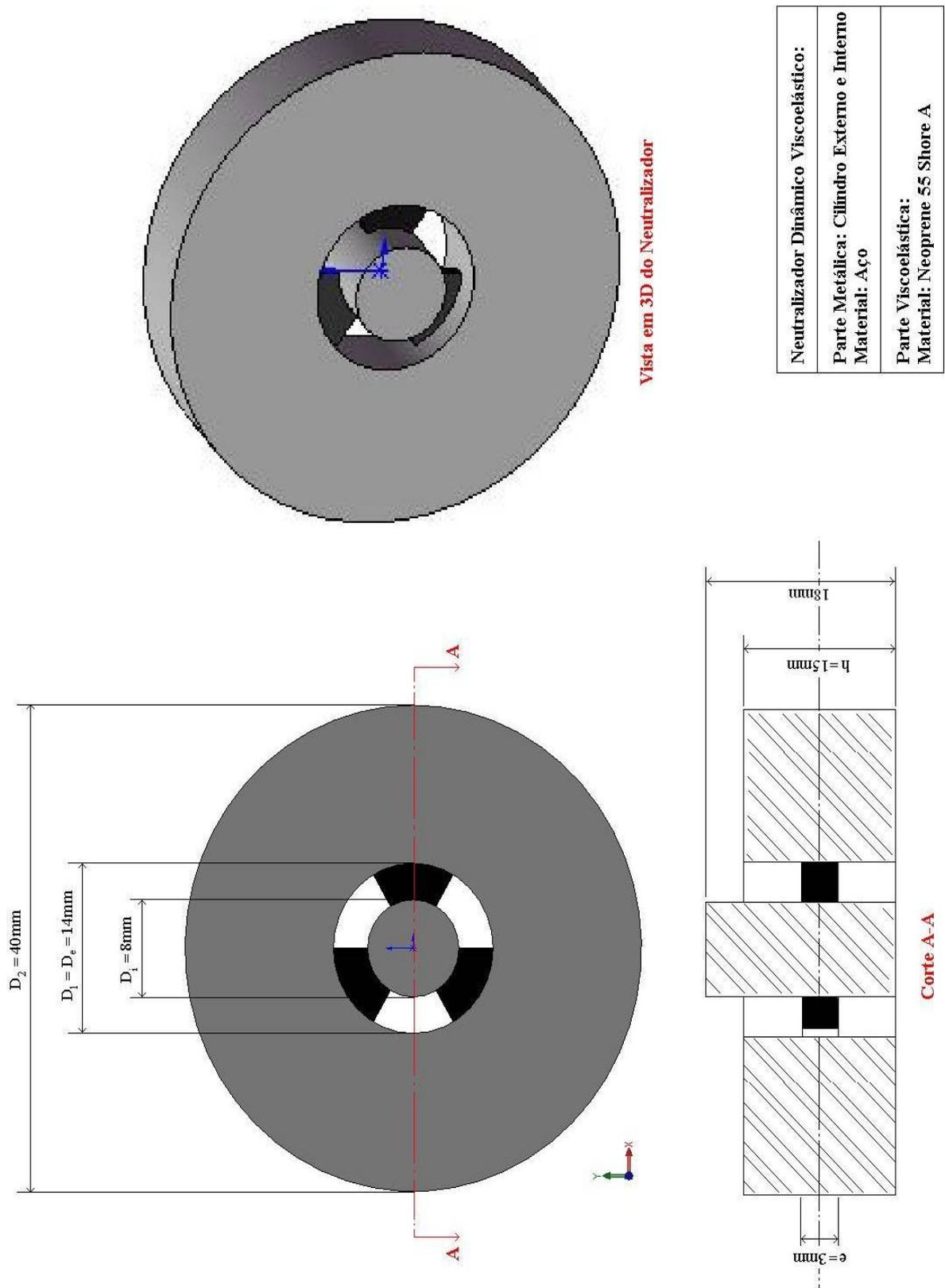


Figura 4.17 – Vista frontal e superior (em corte) do neutralizador projetado

## 4.6 – Comentários sobre as Atividades Realizadas

A teoria geral para o projeto de sistemas de neutralizadores viscoelásticos de vibração, que estava disponível, foi aplicada. Uma maneira barata e fácil de construir neutralizadores, como apresentada, é incorporando um material viscoelástico como elemento resiliente, já que este possui ambas as características: de material elástico e de fluido viscoso (dissipação de energia). O material viscoelástico Neoprene 55 Shore A é utilizado para tal finalidade. Além disso, a teoria utiliza o modelo modal do sistema primário, isto é, do sistema original (neste caso, a porta de automóvel) sem neutralizadores adicionados. Este modelo foi desenvolvido por ambas as técnicas, dos elementos finitos e da identificação experimental.

Na seqüência, este modelo modal da porta foi usado como parâmetro de entrada na teoria desenvolvida para o projeto ótimo dos neutralizadores dinâmicos de vibrações.

Os parâmetros ótimos dos neutralizadores também foram estimados para o modelo modal obtido por elementos finitos e, sobre isto, afirma-se que os resultados obtidos foram animadores e também que esta ferramenta pode ser muito valiosa, quando não é possível obter um modelo modal da estrutura primária pela via experimental. Porém, devido às questões já discutidas no final do capítulo anterior, o projeto seguiu adiante levando em conta o modelo modal obtido pela identificação experimental.

Os critérios a serem seguidos para conferir aos quatro neutralizadores sua forma e tamanho foram detalhadamente explicados ao longo deste capítulo. Agora, espera-se que a empresa que ficou encarregada da fabricação dos neutralizadores siga fielmente as medidas de projeto estabelecidas.

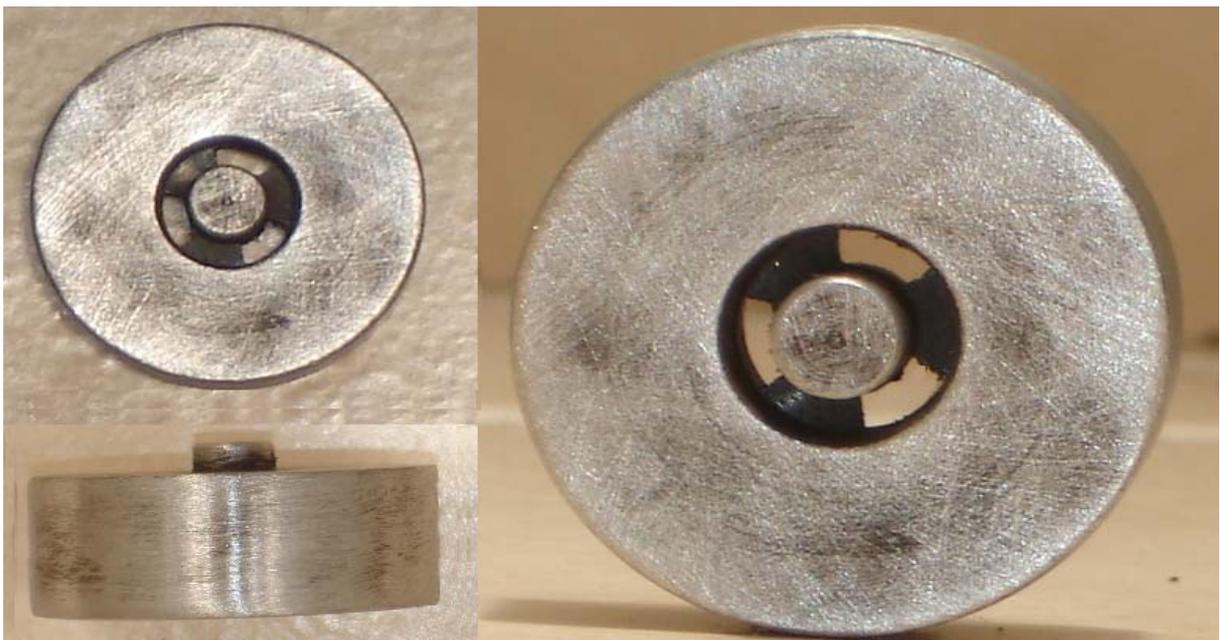
No próximo capítulo, os resultados da adição dos neutralizadores à porta do automóvel serão apresentados e discutidos. A redução obtida experimentalmente será levantada para se comprovar se os níveis de redução de vibração e ruído irradiado alcançaram razoavelmente os valores de projeto, almejados na faixa de 10 a 12dB.

# Capítulo 5: Apresentação e Discussão dos Resultados

## 5.1 O Processo de Fabricação dos Neutralizadores

Uma empresa de médio porte do ramo metal-mecânico, localizada em Joinville – SC, ficou encarregada de confeccionar as partes metálicas do neutralizador, ou seja, o cilindro de aço externo responsável pela massa vibrante e o cilindro de aço interno responsável pela fixação do dispositivo na porta. O processo de fabricação utilizado foi a usinagem. Na seqüência, uma empresa especializada em borrachas, também de Joinville, elaborou o molde e a matriz de injeção necessários para garantir uma vulcanização bem distribuída e de forma homogênea do material viscoelástico, nas duas partes metálicas do neutralizador.

A forma final do neutralizador é apresentada na figura 5.1, logo abaixo, e consiste de um núcleo de aço, que serve como base para a fixação do neutralizador à estrutura primária e ao material viscoelástico. Neste núcleo (cilindro interno, de massa desprezável) é onde está vulcanizada uma parte do material viscoelástico (Neoprene de dureza 55 Shore A) empregado, sendo que a outra parte do material localiza-se no cilindro de aço externo, o qual é responsável pela massa vibrante do neutralizador  $m_a$ . Ao vibrar, o neutralizador apresenta um deslocamento relativo entre o núcleo e a massa, produzindo assim, uma rigidez dinâmica, função da frequência de excitação. Na temperatura ambiente (25°C), a frequência natural do neutralizador deve estar próxima à frequência de anti-ressonância (ponto ótimo no processo de otimização), o que é comentado no próximo item.



**Figura 5.1 – Forma final do neutralizador dinâmico de vibrações**

O neutralizador trabalha principalmente ao cisalhamento neste tipo simples de construção. O projeto do neutralizador, em relação ao material viscoelástico, é de forma tal que a dissipação de calor produzida no seu interior seja a maior possível. Este fato é um ponto importante, uma vez que o aumento da temperatura modifica as características do material viscoelástico, em maior ou menor medida, como foi discutido oportunamente no capítulo 2.

## 5.2 Teste de Sintonização dos Neutralizadores

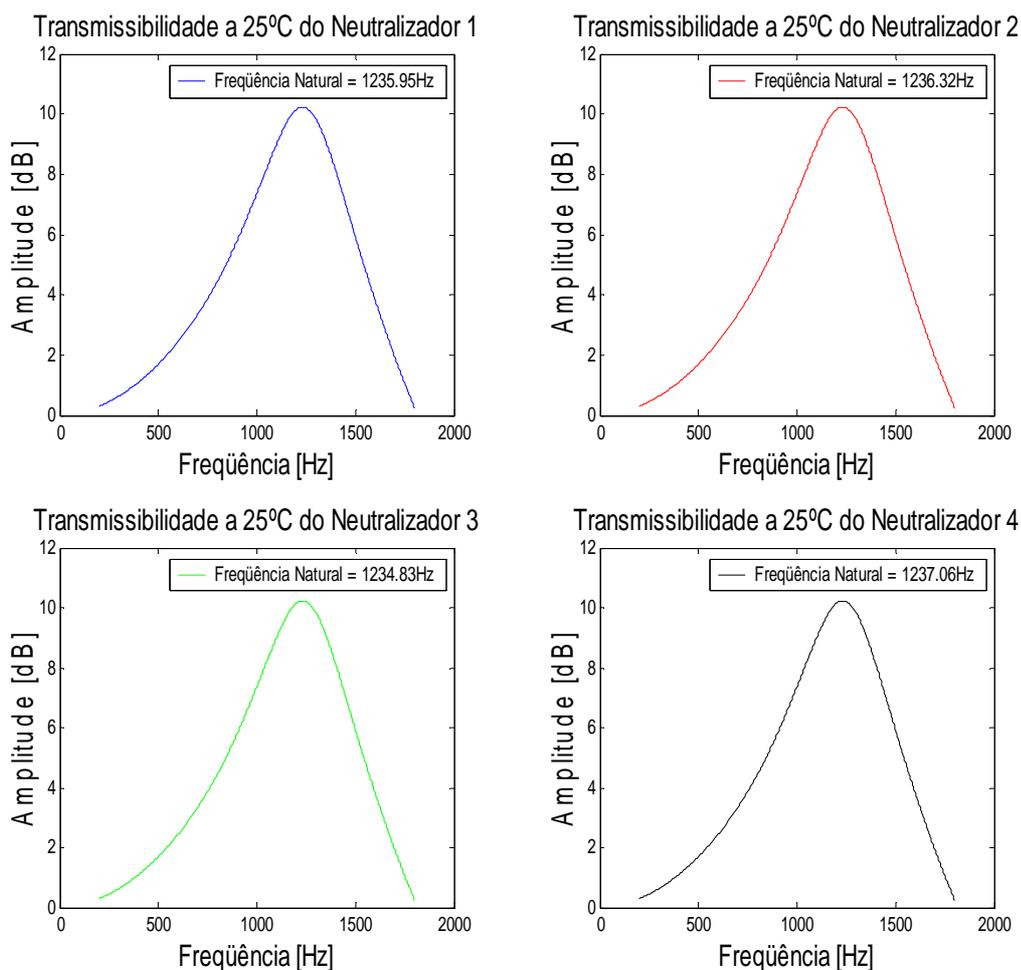
Mesmo após um processo rigoroso de fabricação, com todas as medidas de projeto respeitadas, é ainda necessária e primordial uma verificação da frequência natural dos dispositivos concebidos. É esperado que a frequência natural do neutralizador tenha um valor próximo da frequência anti-ressonante calculada pelo programa de otimização, que é 1238,8Hz. Dentro de uma precisão de engenharia, as FRF's (transmissibilidades) obtidas experimentalmente em um teste de sintonização devem ser analisadas. O esquema experimental utilizado para tal finalidade pode ser visualizado na figura 5.2, logo abaixo.



Figura 5.2 – Esquema para medição da transmissibilidade de um neutralizador

As mesmas condições e premissas adotadas para a análise modal, previamente executada, continuam valendo neste novo teste experimental. Os equipamentos também são os mesmos, salvo agora, pela introdução de uma cabeça de impedância (marca Brüel & Kjaer Type 8001), que possibilitou a medição da aceleração e da força, simultaneamente, sentidas pelo núcleo (cilindro de aço interno) do neutralizador. O mesmo acelerômetro ICP, já anteriormente utilizado, foi colocado para medir a aceleração da massa vibrante (cilindro de aço externo) do neutralizador. Note-se que a excitação continua sendo do tipo ruído branco, filtrado digitalmente na faixa de frequências de 200 a 1800Hz, conforme procedimento já descrito. O número de médias utilizado nas medições foi igual a 50.

A transmissibilidade de aceleração, velocidade ou deslocamento é uma grandeza adimensional e fornece a relação, no domínio da frequência, entre a amplitude da resposta e a amplitude do deslocamento da base (da excitação). No presente trabalho, trata-se da relação entre a aceleração medida na massa vibrante e a medida no núcleo do neutralizador. Na figura 5.3 adiante, apresenta-se as transmissibilidades para os quatro neutralizadores.



**Figura 5.3 – Sintonização dos quatro neutralizadores através da transmissibilidade**

Na tabela 5.1, logo abaixo, observam-se as frequências naturais teóricas obtidas pelo programa de otimização e as frequências naturais dos neutralizadores na prática, medidas experimentalmente via transmissibilidade.

<b>Neutralizador</b>	<b>Frequências Teóricas [Hz]</b>	<b>Frequências Experimentais [Hz]</b>	<b>Erro [%]</b>
<b>1</b>	<b>1238,8</b>	<b>1235,9</b>	<b>0,23</b>
<b>2</b>	<b>1238,8</b>	<b>1236,3</b>	<b>0,20</b>
<b>3</b>	<b>1238,8</b>	<b>1234,8</b>	<b>0,32</b>
<b>4</b>	<b>1238,8</b>	<b>1237,1</b>	<b>0,14</b>

**Tabela 5.1 – Frequências naturais dos neutralizadores**

Os erros mostrados na tabela 5.1 demonstram que os neutralizadores estão muito bem sintonizados, ou seja, os valores das frequências naturais, teóricas e práticas, estão em perfeita harmonia. Uma das fontes deste pequeno erro é o tempo de cura do material viscoelástico. Segundo a vasta experiência no grupo de pesquisa PISA-LVA, depois de vulcanizado, o material viscoelástico leva cerca de um mês para atingir a rigidez dinâmica para a qual foi projetado. Outra fonte de erro é a temperatura ambiente, que pode estar um pouco fora do valor para o qual o neutralizador foi projetado, qual seja, 25°C. Algum erro pode ter surgido também, obviamente, durante o processo de fabricação, por mais cuidadoso e preciso que este tenha sido executado.

### **5.3 Corroboração dos Resultados Numérico-Experimentais**

O programa de otimização fez uma estimativa da redução teórica das vibrações no sistema primário supondo que os neutralizadores já estivessem nele anexados, como visto no capítulo anterior. Portanto, agora, com os neutralizadores já em mãos, basta realizar as medições experimentais e quantificar o quanto foi realmente conseguido de redução de vibrações na prática. A fixação dos dispositivos na porta foi feita através de um produto composto de resina epóxi, poliamida e cargas minerais de secagem rápida, comercialmente vendido como DUREPOXI<sup>®</sup>. Os pontos de fixação são os 65, 58, 45 e 27 da malha experimental, como visto anteriormente, os quais apresentaram os ventres mais significativos, ou seja, grandes amplitudes de vibrações, levando em conta a participação de todos os 25 modos de vibrar, dentro da faixa de frequências em análise.

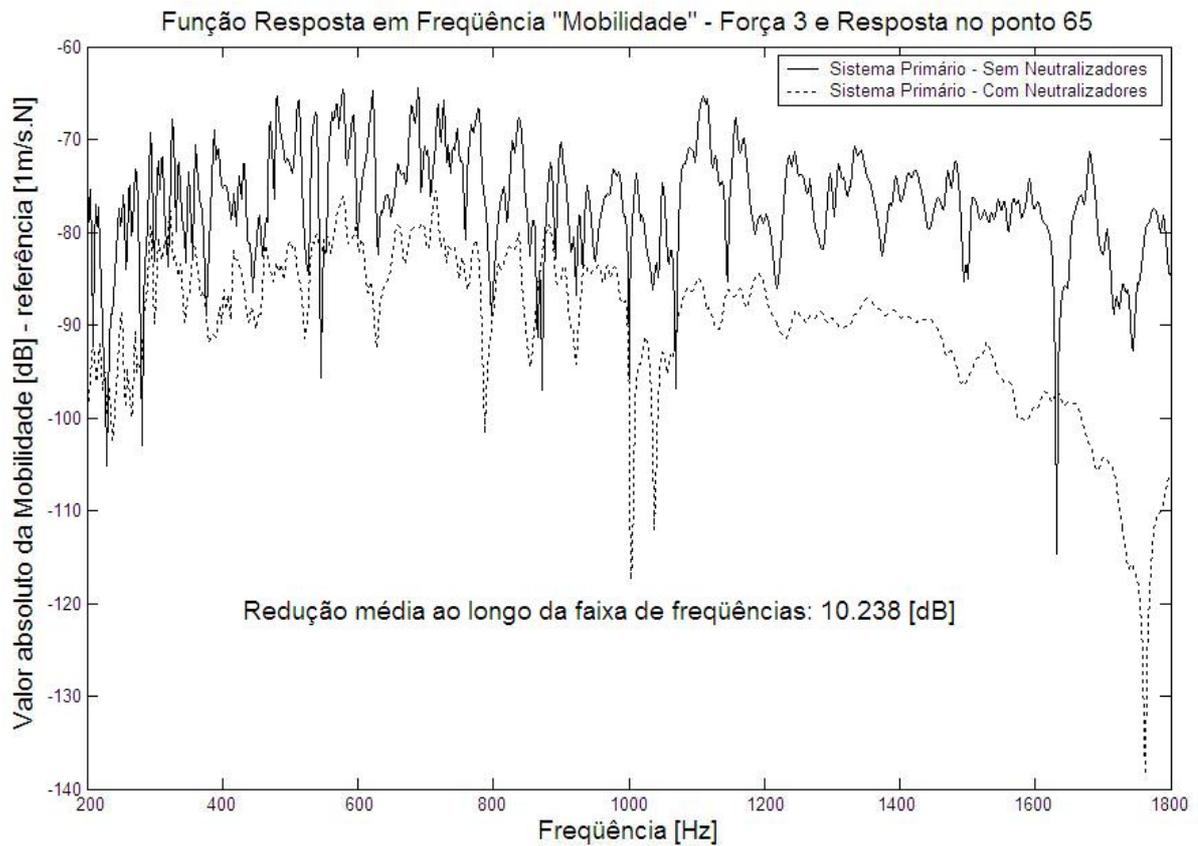
Na figura 5.4 adiante, ilustra-se, através de uma fotografia, o sistema composto (porta + neutralizadores) e os equipamentos utilizados na experimentação. Vale a pena ressaltar que as medições das respostas do sistema composto foram realizadas nas mesmas condições daquelas do sistema primário (vide figura 3.6).



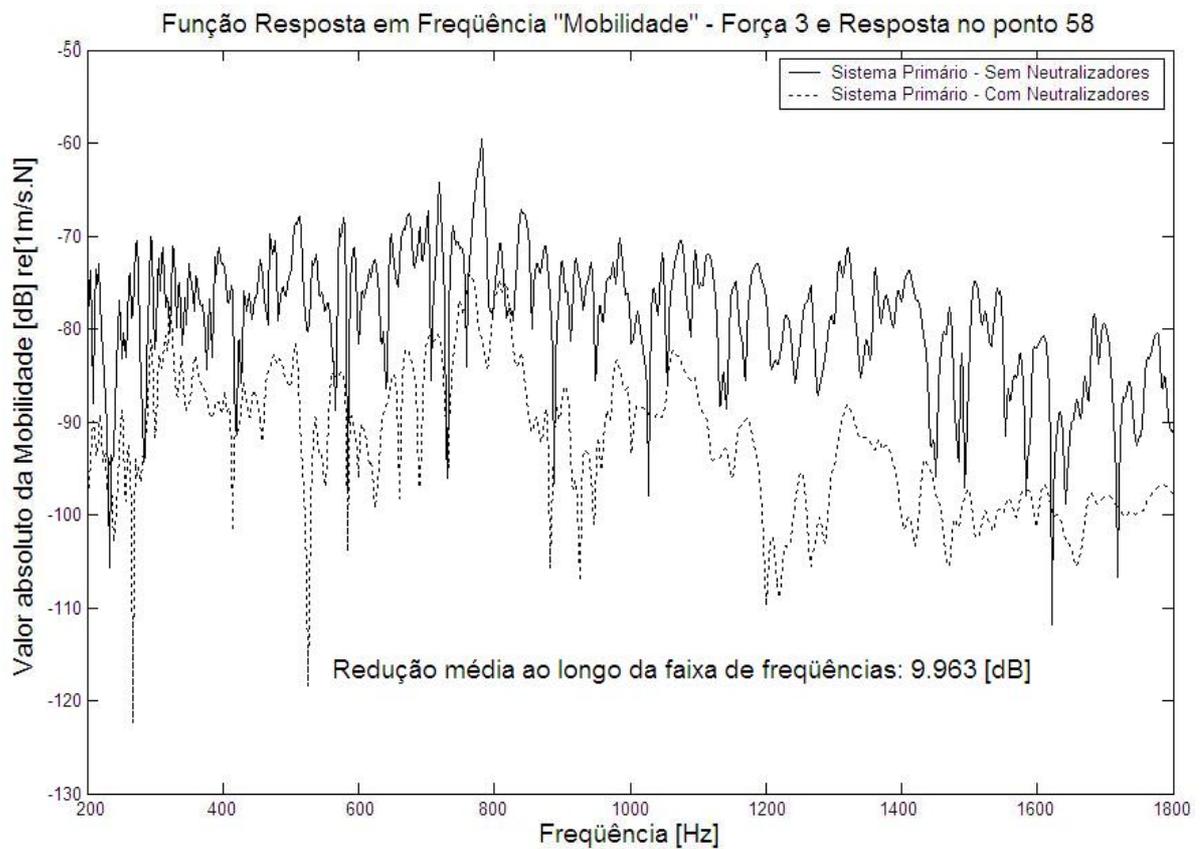
**Figura 5.4 – Foto da montagem experimental**

Uma simples inspeção das figuras 5.5 a 5.8 adiante e das figuras 4.11 a 4.14 do capítulo anterior mostra a ótima predição numérica dos resultados experimentais, principalmente no que diz respeito ao valor da atenuação em banda larga de frequências.

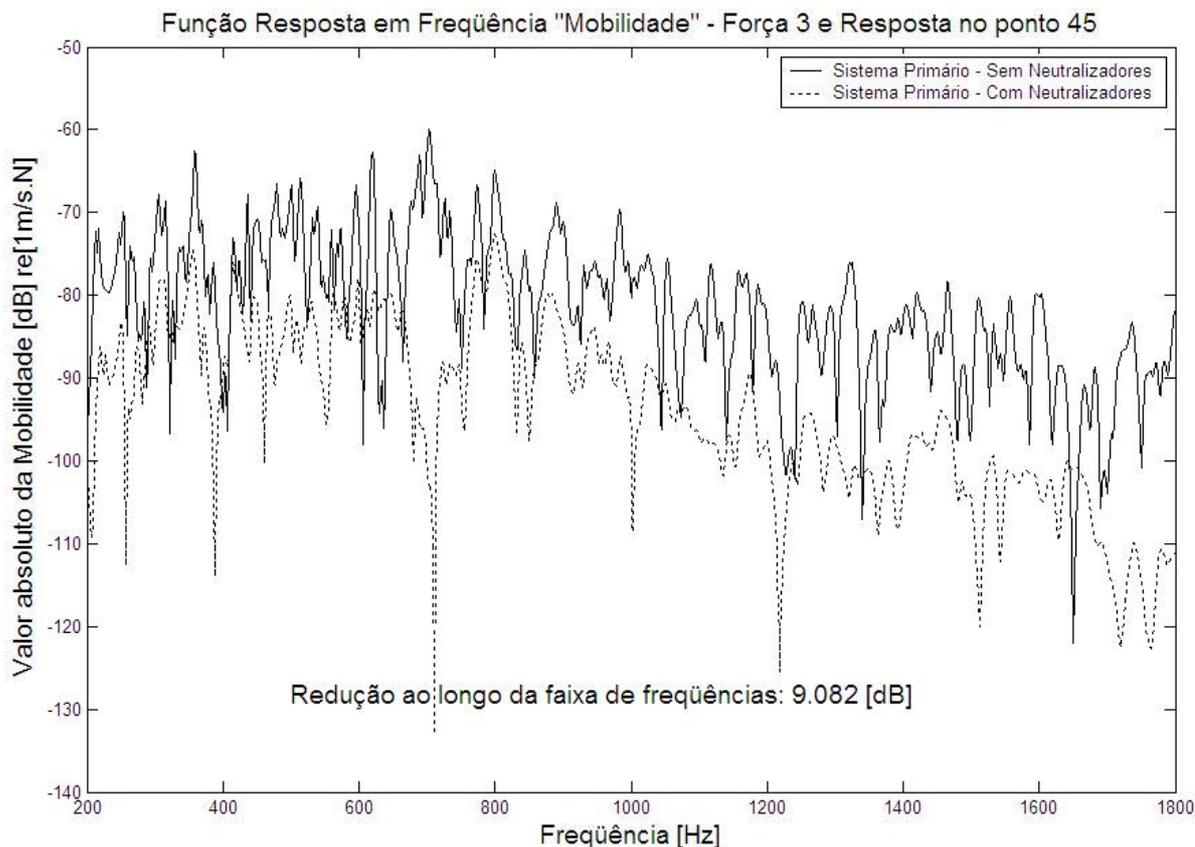
Vale a pena lembrar que, nas simulações as reduções de vibração eram algo entre 10 e 12dB, enquanto na prática, alcançaram-se reduções entre 9 e 10dB. A quantidade e a qualidade das informações oriundas da análise modal experimental contribuíram de maneira consistente para uma grande confiabilidade no processo de identificação e possibilitaram também, posteriormente, um eficiente controle de vibrações através do sistema de neutralizadores dinâmicos de vibrações implementado.



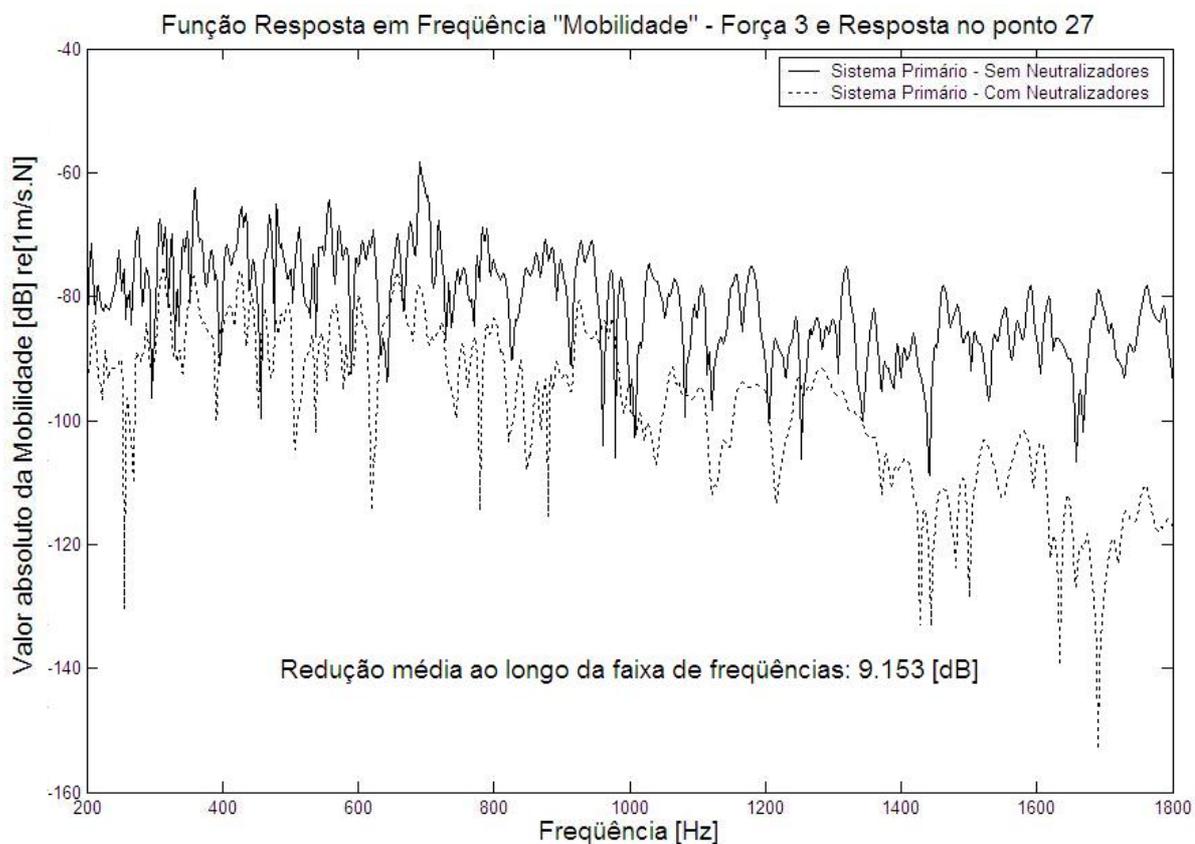
**Figura 5.5 – Curva experimental do sistema primário sem e com neutralizadores:  
 Força 3 e Resposta na posição 65**



**Figura 5.6 – Curva experimental do sistema primário sem e com neutralizadores:  
 Força 3 e Resposta na posição 58**



**Figura 5.7 – Curva experimental do sistema primário sem e com neutralizadores:  
 Força 3 e Resposta na posição 45**



**Figura 5.8 – Curva experimental do sistema primário sem e com neutralizadores:  
 Força 3 e Resposta na posição 27**

## 5.4 Redução de Vibrações através de Fitas de Amortecimento

A estratégia padrão na indústria automotiva de se reduzir vibrações em estruturas veiculares é através da colagem de fitas de amortecimento nestas superfícies vibrantes. De posse desta informação, um teste na porta de automóvel utilizada nesta dissertação foi efetuado, com e sem a fita de amortecimento original. A função resposta em frequência mostrada na figura 5.9 revelou um abatimento de vibrações em torno de 1dB, na faixa de frequências considerada. Em faixa de frequências maiores, este tipo de tratamento através de fitas de amortecimento pode ser melhorado, diga-se, algo entre 2 e 3dB.

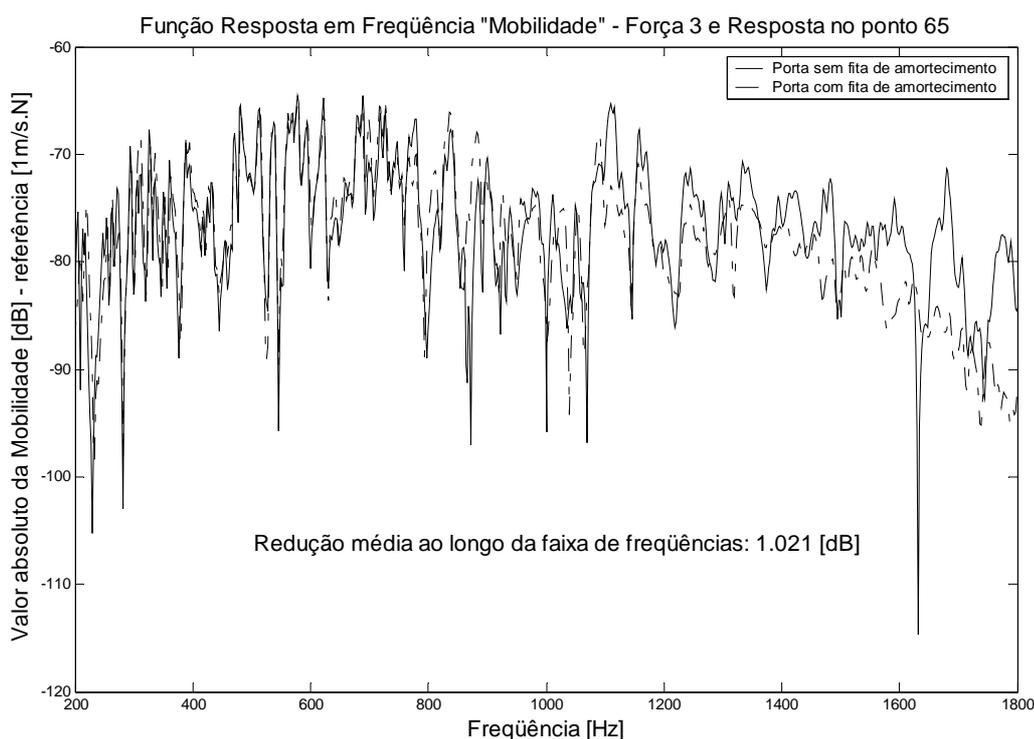
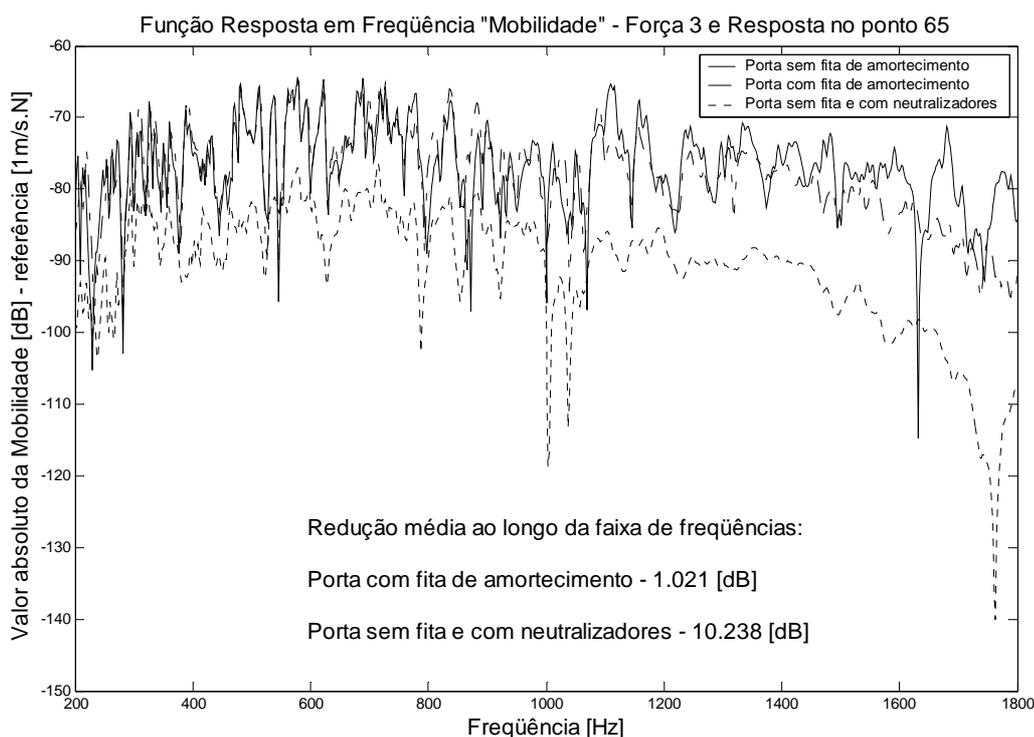


Figura 5.9 – Atenuação de vibrações proporcionada pela fita de amortecimento

## 5.5 Comparação entre Redução de Vibrações: Fitas de Amortecimento versus Neutralizadores Viscoelásticos

A figura 5.10 adiante dá uma idéia de quão poderosos os neutralizadores dinâmicos de vibrações são em atenuar vibrações oriundas de painéis estruturais e, conseqüentemente, o grande potencial deles em reduzir som irradiado, se comparados com o tratamento padrão empregado. Além disso, em faixa de frequências superiores, os neutralizadores dinâmicos de vibrações são ainda mais eficazes. Como não se está interessado em reduzir vibrações de um valor maior que 10dB, as dimensões dos neutralizadores podem ser ainda menores.



**Figura 5.10 – Comparação entre dois diferentes tratamentos de atenuação de vibrações**

A figura acima mostra a redução média, em dB, da resposta vibratória ao longo da faixa de frequências, a saber: 200 a 1800Hz. Esta referida faixa de frequências foi escolhida justamente por levar em conta o fato de que o ouvido humano tem uma sensibilidade maior em frequências em torno de 1kHz.

A função resposta em frequência da porta sem fita e com os quatro neutralizadores é exatamente a mesma da figura 5.5, ou seja, esta comparação está sendo feita com o sistema de neutralizadores que foi concebido nesta dissertação. Ao todo, quatro neutralizadores foram adicionados à porta nos pontos correspondentes as maiores amplitudes nesta faixa de frequências considerada. Os neutralizadores têm uma massa de 128gramas, cada um, e representam um acréscimo na massa total de porta de aproximadamente 3,8%.

Se fosse efetuada a média das médias das atenuações, para cada uma das funções resposta em frequência medidas experimentalmente, verificar-se-ia na prática um valor em torno de 10dB, que é uma redução global muito significativa.

# Capítulo 6: Conclusões

## 6.1 Comentários Finais

Um sistema de neutralizadores dinâmicos de vibrações – para atuar em uma estrutura complexa e com densidade modal elevada, como é o caso de uma porta de automóvel – foi concebido segundo a aplicação de uma formulação nova e absolutamente geral.

A avaliação da eficácia do sistema de controle passivo, primeiramente, foi feita, comparando-se as funções resposta em frequência (FRF's) da porta de automóvel com e sem a presença dos neutralizadores dinâmicos de vibrações, tanto de maneira numérica como experimental. Os neutralizadores trabalhando sob cisalhamento geralmente possuem um tamanho reduzido (poucas gramas a alguns kilogramas) e normalmente são projetados para atuar em superfícies leves e com baixo amortecimento inerente, como neste trabalho, a fim de reduzir a resposta vibratória e o ruído radiado pelas mesmas.

A massa total dos quatro neutralizadores, previamente estabelecida, é igual a 0,5132kg, que representa cerca de 4% da massa total da estrutura, de aproximadamente 12,7kg.

Dispondo-se de uma teoria geral para o projeto de sistemas de neutralizadores dinâmicos de vibrações, necessitou-se, para sua utilização, de um material viscoelástico particular que estivesse disponível de antemão.

O material viscoelástico empregado na parte resiliente dos neutralizadores dinâmicos, um Neoprene de dureza 55 Shore A, foi identificado segundo uma técnica própria dos quatro parâmetros fracionários, fato que ajudou a generalizar a teoria apresentada.

A teoria utiliza também o modelo modal do sistema primário, isto é, do sistema original (neste caso, a porta de automóvel) sem neutralizadores adicionados. Este modelo foi desenvolvido por ambas as técnicas, dos elementos finitos e da identificação experimental. Além disso, a correlação, validação e o *updating* entre os modelos foram discutidos. Assim sendo, com uma teoria consideravelmente geral e aplicável em mãos, todas as dificuldades relacionadas à modelagem do sistema primário, suposto linear, foram superadas.

A função objetivo usada prescinde do conhecimento do vetor das forças que produzem a vibração da estrutura e conseqüente radiação de ruído acústico. Esta função baseia-se na minimização de uma norma de Frobenius robusta, de rápida e fácil computação, no espaço modal reduzido do sistema composto. Como a função objetivo supracitada é multimodal, utilizou-se um algoritmo híbrido (algoritmo genético + técnica de otimização

não-linear) para se alcançar os pontos de mínimo globais que são os valores das frequências naturais dos neutralizadores, ou seja, o vetor de projeto ótimo.

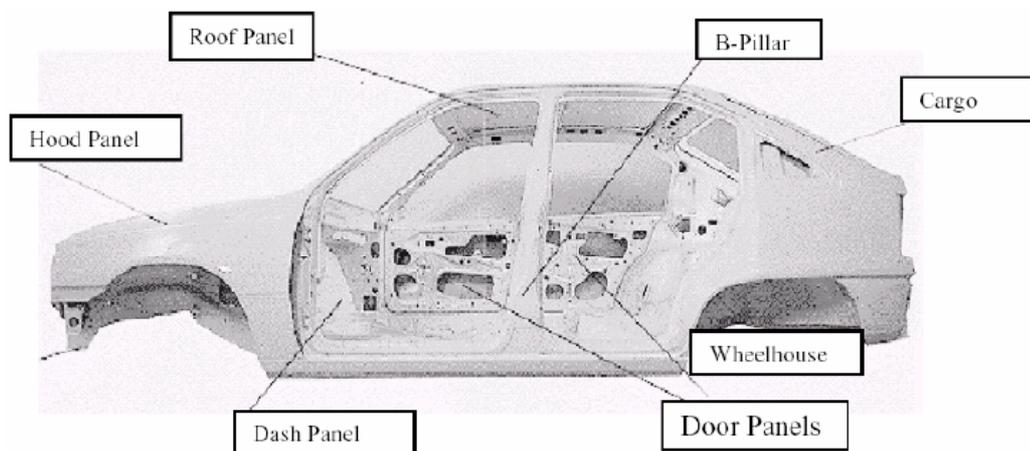
Finalmente, alcançou-se um controle eficaz das vibrações na faixa de frequências para qual o neutralizador foi projetado. Conforme visto no capítulo anterior, a redução de vibrações conseguida na prática foi da ordem de 10dB.

## 6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Como relevante contribuição, espera-se que este trabalho seja referência para futuras aplicações de neutralizadores dinâmicos de vibrações nas áreas de engenharia automotiva, aeroespacial e naval, sempre que se procurar mitigar vibrações e som irradiado de painéis estruturais e carenagens de máquinas.

As atuais normas de ruído sobre máquinas operacionais e equipamentos industriais propostas pela ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas serão substituídas em breve e exigirá dos fabricantes de equipamentos e máquinas um investimento em pesquisa e desenvolvimento de produtos mais silenciosos. Portanto, apresentou-se neste trabalho uma possível forma de controle de vibrações e ruídos, através de dispositivos baratos e relativamente simples de se produzir em larga escala.

Atualmente, o CONAMA – Conselho Nacional do Meio Ambiente exige que os veículos produzidos pela indústria automobilística nacional atendam aos limites pré-estabelecidos que estão cada vez mais rigorosos, quanto ao ruído interno e externo irradiado. Além de estarem dentro da legislação vigente no país, veículos silenciosos representam maior satisfação do cliente com a qualidade do produto. Então, uma outra aplicação da função objetivo, baseada na norma de Frobenius, seria na localização ótima de um sistema de neutralizadores dinâmicos de vibrações nos demais painéis estruturais irradiadores de som em um automóvel, vide a figura 6.1 abaixo:



**Figura 6.1 – Principais painéis irradiadores de ruído em um automóvel**

## Referências

- [1] Allemang, R. J., *Vibrations: Analytical and Experimental Modal Analysis*, University of Cincinnati, USA, 1992.
- [2] ASE, *Consulta à Base de Dados*, Automotive Service Excellence, USA – <http://www.asecert.org> – acessado em 10/01/2006.
- [3] ASME, *Consulta à Base de Dados*, American Society of Mechanical Engineers, USA – <http://www.asme.org> – acessado em 10/01/2006.
- [4] ASTM E 756-98, *Standart Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials*, American Society for Testing and Materials - ASTM, 1998.
- [5] Bagley, R. L., Torvik, P. J., *A Generalized Derivative Model for an Elastomer Damper*, The Shock and Vibration Bulletin, 49 (2): pp. 135-143, 1979.
- [6] Bagley, R. L., Torvik, P. J., *A Theoretical Basis for Application of Fractional Calculus to Viscoelasticity*, Journal of Rheology, Vol. 27 (3): pp. 201-210, 1983.
- [7] Bagley, R. L., Torvik, P. J., *On the Fractional Calculus Model of Viscoelastic Behavior*, Journal of Rheology, Vol. 30: pp. 133-155, 1986.
- [8] Bavastri, C. A., *Redução de Vibrações de Banda Larga em Estruturas Complexas por Neutralizadores Viscoelásticos*, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 1997.
- [9] Bavastri, C. A., Espíndola, J. J., Teixeira, P. H., *A Hybrid Algorithm to Compute the Optimal Parameters of a System of Viscoelastic Vibration Neutralisers in a Frequency Band*, MOVIC'98, v. 2, pp. 577-582, Zurich, Switzerland, 1998.
- [10] Caesar, B. *et alii*, *Procedures for Updating Dynamic Mathematical Models*, Final Report, ESA Contract Report, Prepared by Dornier Systems GmbH, EMSB – No. 23/86, May 1985.
- [11] Chen, C., *Linear System Theory and Design*, Oxford University Press Inc., New York, 1999.
- [12] Cruz, G. A. M., *Projeto Ótimo de Neutralizadores Viscoelásticos Baseado no Modelo a Derivadas Fracionárias*, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 2004.
- [13] Den Hartog, J. P., *Mechanical Vibrations*, McGraw-Hill Inc., New York, 1956.
- [14] Espíndola, J. J., Silva, H. P., *Modal Reduction of Vibrations by Dynamic Neutralizers: A General Approach*, Proceedings of 10<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, pp. 1367-1373, San Diego, USA, 1992.

- [15] Espíndola, J. J., Freitas Filho, F. L., *Noise and Vibration Reduction with Beam-Like Dynamic Neutralizers*, 12<sup>th</sup> Brazilian Congress of Mechanical Engineering, 1993.
- [16] Espíndola, J. J., Bavastri, C. A., *Reduction of Vibration in Complex Structures with Viscoelastic Neutralizer: A Generalised Approach*, Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conferences, Boston, Vol. 3, Part C, pp. 761-766, 1995.
- [17] Espíndola, J. J., Bavastri, C. A., *Viscoelastic Neutralizers in Vibration Abatement: a Non-linear Optimization Approach*, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences, XIX (2) pp. 154-163, 1997.
- [18] Espíndola, J. J., *Notas de Amortecimento Viscoelástico da Apostila de Fundamentos de Vibrações*, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 2003.
- [19] Espíndola, J. J. *et alii*, *A New Approach to Viscoelastic Material Properties Identification Based on the Fractional Derivative Model*, Proceedings of 1<sup>st</sup> IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Application (FDA' 04), Bordeaux, France, 2004.
- [20] Espíndola, J. J., Silva Neto, J. M., Lopes, E. M. O., *A Generalized Fractional Derivative Approach to Viscoelastic Material Properties Measurement*, Applied Mathematics and Computation, V. 164 (2), pp. 493-506, 2005.
- [21] Espíndola, J. J., Lopes, E. M. O., Bavastri, C. A., *Optimum System of Viscoelastic Vibration Absorbers by Fractional Calculus*. Workshop on Fractional Differentiation and its Applications, Porto, Portugal, 2006.
- [22] Espíndola, J. J., Pereira, P., Bavastri, C. A., Lopes, E. M. O., *Design of Optimum System of Viscoelastic Vibration Absorbers with a Frobenius Norm Objective Function*. Advances in Theory, Methods and Applications in Dynamics and Control (Felicitation volume in honour of Professor A. V. Balakrishnan), Cambridge Cientific Publishers, 2008.
- [23] Ewins, D. J., *Modal Testing: Theory and Practice*, Taunton: Research Studies Press Inc., United Kingdom, 1984.
- [24] Ferry, J. D., *Viscoelastic Properties of Polymers*, John Wiley & Sons Inc., 3<sup>rd</sup> Edition, September, 1980.
- [25] Frahm, H., *Device for Damping Vibration of Bodies*, US Patent No. 989959, October 1909.
- [26] Friswell, M. I., Mottershead, J. E., *Finite Element Updating in Structural Dynamics*, Kluwer Academic Publishers Inc., 1995.

- [27] Gaul, L., Klein, P., Kemple, S., *Damping Description Involving Fractional Operators*, Mechanical Systems and Signal Processing, 5, pp. 81-88, 1991.
- [28] Goldberg, D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, MA: Addison-Wesley Inc., 1989.
- [29] Golub, G. H., Van Loan, C. F., *Matrix Computations*, 3<sup>rd</sup> Edition, John Hopkins Inc., 1996.
- [30] Horn, R. A., Johnson, C. R., *Matrix Analysis*, Cambridge University Press Inc., 1990.
- [31] Ibrahim, S. R., Saafin, A. A., *Correlation of Analysis Test in Modelling of Structures Assessment and Review*, Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference (IMAC V), pp. 1651-1660, London, United Kingdom, 1987.
- [32] ICATS, *Reference Manual*, Imperial College Analysis, Testing and Software, London, United Kingdom – <http://www.icats.co.uk> – acessado em 01/03/2007.
- [33] Jones, D. I. G., Nashif, A. D., Stargardter, H., *Vibrating Beam Dampers for Reducing Vibrations in Gas Turbine Blades*, Journal of Engineering for Power, January, pp. 111-116, 1975.
- [34] Lopes, E. M. O., *Um Estudo da Precisão do Método da Viga Vibrante Aplicado à Determinação das Propriedades Dinâmicas de Elastômeros*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 1989.
- [35] Lopes, E. M. O., *On the Experimental Response Reanalysis of Structures with Elastomeric Materials*, PhD Thesis, Cardiff School of Engineering, University of Wales, United Kingdom, 1998.
- [36] Maia, N. M. M., Silva, J. M. M., *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Research Studies Press Inc., United Kingdom, 1997.
- [37] Marra, J. C. O., *Controle Híbrido de Vibrações em Estruturas sob Excitação de Banda Larga, utilizando Neutralizador Viscoelástico e Filtro Adaptativo*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 2007.
- [38] Nashif, A. D., Jones, D. I. G., Henderson, J. P., *Vibration Damping*, John Wiley & Sons Inc., USA, 1985.
- [39] Ormondroyd, J., Den Hartog, J. P., *The Theory of Dynamic Vibration Absorber*, ASME Journal of Applied Mechanics, Vol.49, pp. A9-A22, 1928.
- [40] Pritz, T., *Analysis of Four-Parameter Fractional Derivative Model of Real Solid Materials*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 195 (1), pp. 103-115, 1996.

- [41] Rutman, R. S., *On Physical Interpretations of Fractional Integration and Differentiation*, Theoretical and Mathematical Physics, Vol. 105, No. 3, 1509-1519, 1995.
- [42] SAE, *Consulta à Base de Dados*, Society of Automotive Engineers, USA – <http://www.sae.org> – acessado em 10/01/2006.
- [43] Silva, H. P., *Controle Modal de Vibrações por Neutralizadores Dinâmicos: Uma Abordagem Generalizada*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 1991.
- [44] Skingle, G. W., *Structural Dynamic Modification Using Experimental Data*, PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London, United Kingdom, 1989.
- [45] Snowdon, J. C., *Steady-State Behavior of the Dynamic Absorber*, Journal of Acoustical Society of America, Vol. 31, No. 8, pp. 1096-1103, August 1959.
- [46] Snowdon, J. C., *Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1968.
- [47] Snowdon, J. C., Nobile, M. A., *Beamlike Dynamic Vibration Absorbers*, Acoustics, 1980, Vol. 44, 98-108.
- [48] Stockbridge, G. H., *Overcoming Vibration in Transmission Cables*, Electrical World, 86 No. 26, pp. 1304-1305, 1925.
- [49] Teixeira, P. H., *Controle de Vibrações em Cabos Singelos das Linhas de Transmissão Aéreas de Energia Elétrica através de Neutralizadores Viscoelásticos*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 1997.
- [50] Torvik, P. J., Bagley, R. L., *Fractional Derivatives in the Description of Damping Materials and Phenomena*, The Role of Damping in Vibration and Noise, ASME DE-5, pp. 125-135, 1987.
- [51] Watts, P., *On a Method of Reducing the Rolling of Ships at Sea*, Trans. Instn. Nav. Archit., 24, 165-190, 1883.
- [52] Young, D., *Theory of Dynamic Absorbers for Beams*, Proceedings of 1<sup>st</sup> U.S. National Congress of Applied Mechanics, pp. 91-96, 1952.

# Apêndice A: Álgebra Linear

## A.1 Norma de Matrizes

O conceito de normas para vetores pode ser estendido para matrizes [Chen, 1999]. Seja  $\mathbf{A}$  uma matriz de ordem  $m \times n$ . A norma de  $\mathbf{A}$  pode ser definida como:

$$\|\mathbf{A}\| = \frac{\|\mathbf{Ax}\|}{\|\mathbf{x}\|}, \text{ onde } \mathbf{x} \neq 0, \text{ ou seja, } \|\mathbf{A}\| = \|\mathbf{Ax}\| \text{ para } \|\mathbf{x}\| = 1. \quad (\text{A.1})$$

A definição A.1 é válida para qualquer matriz  $\mathbf{A}$  cuja norma é *subordinada* a norma do vetor  $\mathbf{x}$ , e por isso, é chamada também de *norma induzida*.

Para  $\|\mathbf{x}\|$  diferente de 1, tem-se diferentes valores de  $\|\mathbf{A}\|$ . Por exemplo, se  $\|\mathbf{x}\|_1$ , tem-se:

$$\|\mathbf{A}\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \left( \sum_{i=1}^m \|a_{ij}\| \right) \quad (\text{A.2})$$

No uso de A.2, a soma dos valores absolutos de todos os elementos de cada coluna é computado e toma-se a coluna correspondente à maior das somas. Esta norma é conhecida como *norma 1*.

Seguindo na mesma idéia, para  $\|\mathbf{x}\|_2$ , tem-se:

$$\|\mathbf{A}\|_2 = \left( \max \left( \text{autovalor}(\mathbf{A}^T \times \mathbf{A}) \right) \right)^{1/2} = \max(\text{svd}(\mathbf{A})) \quad (\text{A.3})$$

A norma obtida por A.3 acima corresponde a raiz quadrada do maior autovalor do produto de matrizes  $\mathbf{A}^T \times \mathbf{A}$ , onde  $\mathbf{A}^T$  é a matriz transposta de  $\mathbf{A}$ . Além disso, caso a matriz  $\mathbf{A}$  não seja quadrada, a norma é dada também pelo seu maior valor singular. Esta norma é conhecida como *norma Euclidiana* ou *norma 2*.

No terceiro caso mais comum de norma de matriz, com  $\|\mathbf{x}\|_\infty$ , tem-se:

$$\|\mathbf{A}\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq m} \left( \sum_{j=1}^n \|a_{ij}\| \right) \quad (\text{A.4})$$

A soma dos valores absolutos de todos os elementos de cada linha é calculado por A.4. No entanto, toma-se a linha que obteve a maior das somas. Esta norma é conhecida como *norma infinita*.

Uma norma de matriz muito importante e de especial interesse neste trabalho é a conhecida como *norma de Frobenius*. Esta norma em particular, diferentemente das outras até aqui mostradas, não é subordinada a uma norma vetorial  $\|\mathbf{x}\|$ .

Sua expressão é escrita como:

$$\|A\|_F = \left( \text{soma} \left( \text{diagonal} \left( A^T \times A \right) \right) \right)^{1/2} \quad (\text{A.5})$$

A definição A.5 pode ser entendida, basicamente, como o cálculo da raiz quadrada da soma de todos os elementos da diagonal do produto de matrizes  $A^T \times A$ .

## A.2 Cômputo de Norma de Matrizes, via MATLAB<sup>®</sup>

Todas as normas apresentadas anteriormente – A.2, A.3, A.4 e A.5 – são diferentes, mesmo que se utilize uma matriz  $A$  idêntica em todos os cômputos [Golub & Van Loan, 1996]. Pode-se usar as normas conforme apresentadas neste apêndice e calculá-las na mão, para na seqüência, verificar os resultados obtidos usando o MATLAB<sup>®</sup>.

Dada uma matriz  $A$ , por exemplo,  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ , obtém-se no MATLAB<sup>®</sup>:

```
clear all;
clc;
```

```
% Exemplo Numérico de Norma de Matrizes;
```

```
A=[3 2;-1 0]
```

```
A' % matriz transposta de A = [3 -1;2 0];
```

```
A*A % produto das matrizes = [10 6;6 4];
```

```
norma_1=max(sum(abs(A)))
```

```
% ou, simplesmente: norm(A,1);
```

```
% norma_1 = 4;
```

```
norma_Euclidiana=sqrt(max(eig(A'*A)))
```

```
% ou, simplesmente: norm(A,2);
```

```
% norma_Euclidiana = 3.7025;
```

```
norma_infinita=max(sum(abs(A')))

```

```
% ou, simplesmente: norm(A,inf);
```

```
% norma_infinita = 5;
```

```
norma_de_Frobenius=sqrt(sum(diag(A'*A)))
```

```
% ou, simplesmente: norm(A,'fro');
```

```
% norma_de_Frobenius = 3.7417;
```

Uma matriz  $A$ , por mais simples que seja, mesmo de ordem  $2 \times 2$ , possibilita um excelente aprendizado com relação ao comportamento das quatro normas aqui expostas, principalmente no entendimento de como é feito o processo numérico de cômputo em pacotes computacionais como o MATLAB<sup>®</sup>. Contudo, quando se estuda um sistema de ordem elevada, estas observações não são assim tão triviais. Por isso, a analogia com matrizes menores é sempre uma ferramenta indispensável para um alicerce teórico seguro.

## Apêndice B: Resultados Teóricos entre 800 e 2400Hz

Este apêndice tem o objetivo de mostrar como os neutralizadores viscoelásticos podem ser ainda mais eficazes no controle de vibrações quando trabalham em uma faixa de frequências superior, ou seja, de 800 a 2400Hz. Nesta situação, as massas requeridas para a confecção dos neutralizadores são usualmente menores e as atenuações conseguidas significativamente maiores, já que os comprimentos de onda dos modos de vibrar presentes nesta nova faixa de frequências analisada diminuem.

### B.1 Parâmetros de Projeto Ótimo

O procedimento que é utilizado aqui para a obtenção dos parâmetros ótimos de projeto seguiu a mesma linha do capítulo 4. Porém, trabalha-se agora com o modelo modal da estrutura primária identificado pela via experimental, em uma outra faixa de frequências e, então, os dados de entrada no programa de otimização se modificam. A nova identificação experimental resultou em 14 frequências naturais principais, a mesma quantidade de modos de vibrar e de fatores de perda. O número de graus de liberdade continua sendo 82 com três distintas posições de excitação.

Dentre um conjunto de oito pontos que solucionariam de maneira satisfatória o problema, os pontos 32, 44, 52 e 69 foram os que apresentaram as maiores amplitudes de vibração. Os neutralizadores de vibração atuaram no controle de todos os 14 modos de vibrar e a relação de massa modal utilizada para o controle de cada um dos 14 modos foi 0,035.

O resultado final da otimização pode ser visto na Tabela B.1, logo abaixo.

<b>Ponto de Aplicação</b>	<b>Frequência Natural Ótima do Neutralizador [Hz]</b>	<b>Massa do Neutralizador [kg]</b>
32	$\Omega_{a1} = 1613,5$	$m_{a1} = 0,0426$
44	$\Omega_{a2} = 1613,5$	$m_{a2} = 0,0426$
52	$\Omega_{a3} = 1613,5$	$m_{a3} = 0,0426$
69	$\Omega_{a4} = 1613,5$	$m_{a4} = 0,0426$

**Tabela B.1 – Os parâmetros de projeto ótimo dos neutralizadores**

A figura B.1 adiante mostra a malha experimental usada. Nela, os pontos em vermelho representam as três diferentes posições para a excitação ( $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ ) e em amarelo, destacam-se os quatro pontos ótimos (32, 44, 52 e 69) para a aplicação dos neutralizadores na estrutura. Ilustrou-se também a disposição dos 82 pontos devidamente numerados no sistema de coordenadas em questão.

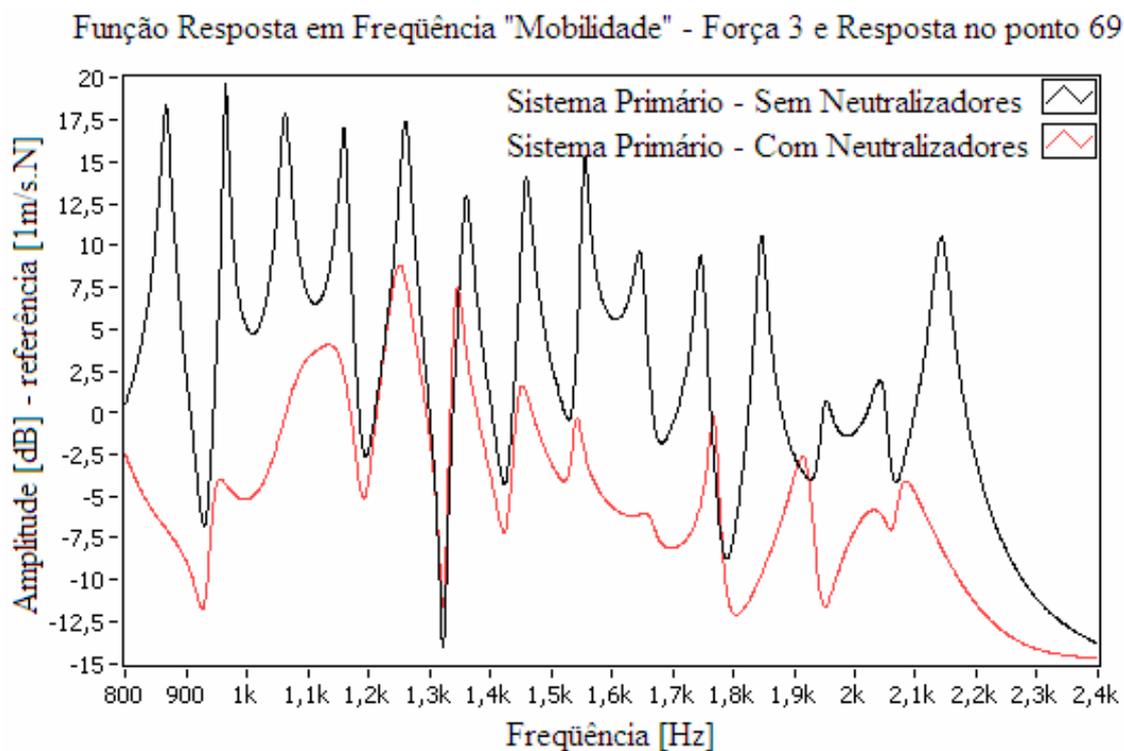


**Figura B.1 – A distribuição dos 82 nós ao longo da malha modal experimental e no detalhe, os quatro pontos ótimos (32, 44, 52 e 69) e as três forças (f1, f2 e f3)**

Cada um dos quatro neutralizadores possui agora a massa de aproximadamente 43gramas, ou seja, aproximadamente três vezes menor que aquela utilizada para o controle de vibrações na faixa de frequências de 200 a 1800Hz, representando assim, uma adição de massa de apenas 1,35% na massa total da porta de automóvel. No próximo item, ilustra-se quanto desafiadora e interessante foi a faixa de frequências escolhida para o projeto dos neutralizadores nesta dissertação, haja vista que numa faixa de frequências superior conseguir-se-ia uma atenuação de vibrações, teoricamente, ainda maior.

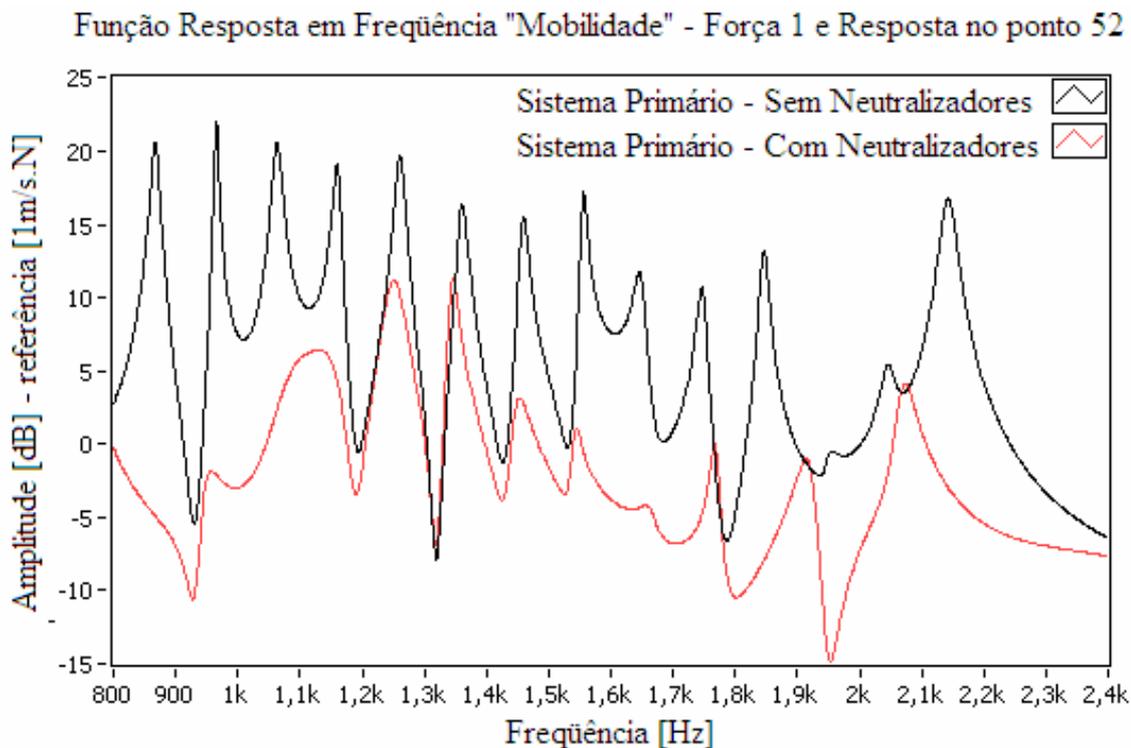
## **B.2 Curvas Teóricas de Redução de Vibrações**

As curvas teóricas de redução de vibrações do sistema primário com e sem neutralizadores são apresentadas, vide as diferentes FRF's nas figuras B.2 a B.5 adiante, as quais mostram como seriam as reduções teóricas das amplitudes de vibração do sistema primário quando os quatro dispositivos mecânicos já estivessem nele anexados.



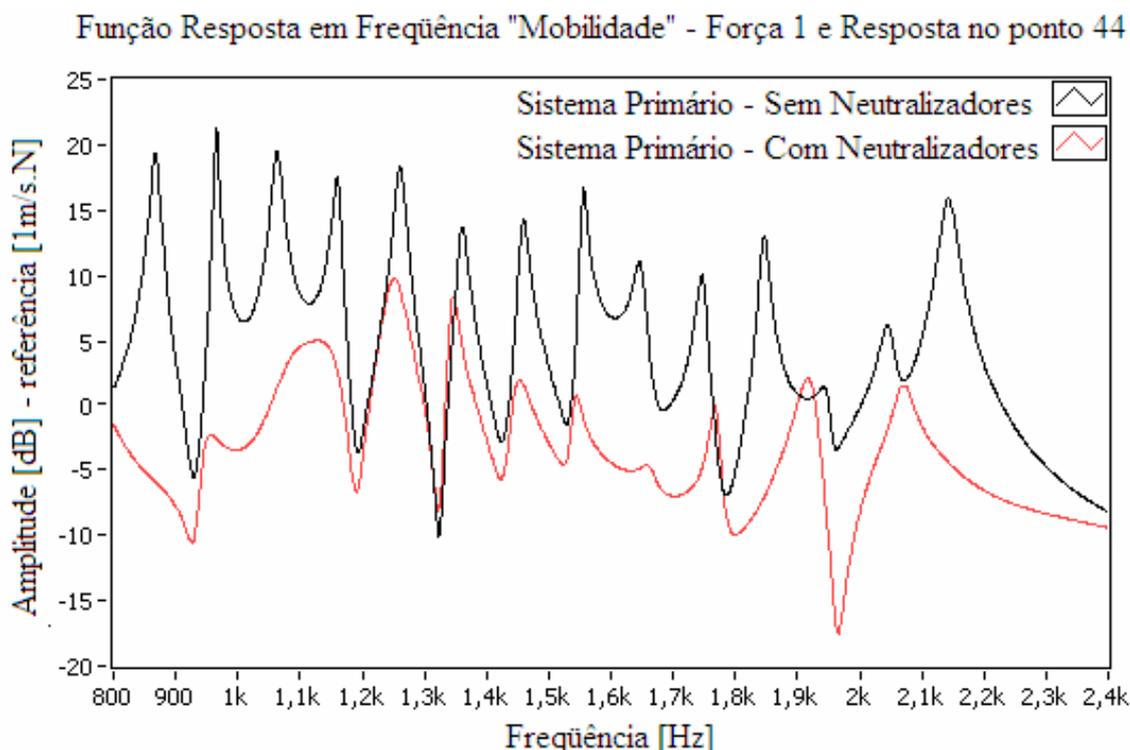
**Figura B.2 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores:**

**Força 3 e Resposta na posição 69**

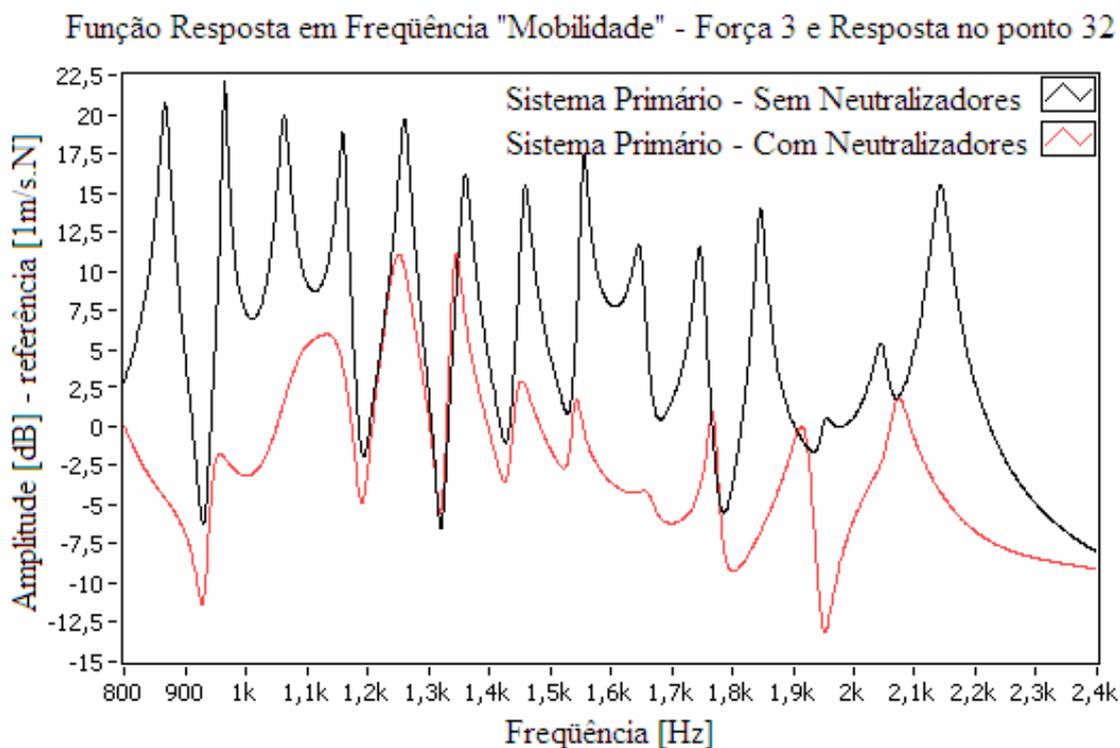


**Figura B.3 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores:**

**Força 1 e Resposta na posição 52**



**Figura B.4 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores:  
Força 1 e Resposta na posição 44**



**Figura B.5 – Curva teórica do sistema primário sem e com neutralizadores:  
Força 3 e Resposta na posição 32**

Os valores das reduções teóricas na nova faixa de frequências podem ser conferidos na tabela B.2, logo abaixo. Note-se que a fórmula utilizada para o cômputo destes valores continua sendo a padrão neste trabalho, ou seja, a expressão 4.1.

<b>Ponto de Aplicação</b>	<b>Redução média ao longo da faixa de frequências [dB]</b>
<b>Força 3 – Resposta 69</b>	<b>15,0</b>
<b>Força 1 – Resposta 52</b>	<b>14,8</b>
<b>Força 1 – Resposta 44</b>	<b>14,4</b>
<b>Força 3 – Resposta 32</b>	<b>14,6</b>

**Tabela B.2 – As atenuações teóricas obtidas para os quatro pontos ótimos de aplicação**

Após a visualização das FRF's apresentadas nas figuras acima e da tabela B.2 contendo as atenuações teóricas que seriam alcançadas, corrobora-se o que foi dito no início deste apêndice sobre a eficácia dos neutralizadores dinâmicos de vibrações atuando em faixa de frequências superiores. Se fosse possível ainda efetuar a média das médias das atenuações, para cada uma das funções resposta em frequência, verificar-se-ia um valor em torno de 14 a 15dB, que é uma redução global significativa.