

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO SÓCIO-ECONÔMICO  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

**NÍCOLAS PHILOMENO SUHADOLNIK**

**EVENTOS EXTREMOS EM MERCADOS COMPLEXOS:  
*ROBOT TRADING* EM UM MODELO DE AUTÔMATO CELULAR**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**FLORIANÓPOLIS**

**2010**

**NÍCOLAS PHILOMENO SUHADOLNIK**

**EVENTOS EXTREMOS EM MERCADOS COMPLEXOS:  
*ROBOT TRADING* EM UM MODELO DE AUTÔMATO CELULAR**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Economia

Orientador: Prof. Dr. Eraldo Sergio da Silva

**FLORIANÓPOLIS**

**2010**

Suhadolnik, Nicolás Philomeno.

Eventos extremos em mercados complexos: *Robot trading* em um modelo de autômato celular. Nicolás Philomeno Suhadolnik. Florianópolis. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 2010.

Dissertação (Mestrado em Economia – UFSC – Centro Sócio-Econômico – Programa de Pós-Graduação em Economia/PPGE, 2010).

Bibliografia.

1. Mercados financeiros 2. Autômato celular 3. *Robot traders*

**NÍCOLAS PHILOMENO SUHADOLNIK**

**EVENTOS EXTREMOS EM MERCADOS COMPLEXOS:  
*ROBOT TRADING* EM UM MODELO DE AUTÔMATO CELULAR**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Economia e aprovada, em sua forma final, pelo Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal de Santa Catarina.

---

Prof. Dr. Hoyêdo Nunes Lins

Coordenador

Apresentada à Comissão Examinadora integrada pelos professores:

---

Prof. Dr. Eraldo Sergio da Silva

Orientador

---

Prof. Dr. Newton Carneiro Affonso da Costa Jr.

Examinador interno

---

Prof. Dr. Daniel Cajueiro

Departamento de Economia – Universidade de Brasília

*“A new scientific truth does not triumph by convincing its opponents and making them see the light, but rather because its opponents eventually die, and a new generation grows up that is familiar with it.”*

— MAX PLANCK,  
A Scientific Autobiography (1949)

## RESUMO

Se reconhecermos que mercados financeiros são sistemas complexos, os instrumentos convencionais de política monetária e regulação podem ser inúteis para evitar o surgimento de bolhas e *crashes*. Para mostrar como esse objetivo pode ser alcançado, utilizamos um modelo de autômato celular estocástico para representar um mercado financeiro complexo, no qual a dinâmica dos preços *emerge* como resultado de interações diretas entre os agentes. Em seguida, *robot traders* são socialmente integrados ao modelo. Com isso, a dinâmica dos preços pode ser controlada, de modo a tornar o mercado estável.

*Palavras-chave:* Mercados financeiros; Autômato celular; *Robot traders*; Regulação financeira; Econofísica

Classificação JEL: C63, D85, G01

## **ABSTRACT**

If stock markets are complex, monetary policy and even financial regulation may be useless to prevent bubbles and crashes. Here, we suggest the use of robot traders as an anti-bubble decoy. To make our case, we put forward a stochastic cellular automata model that generates an emergent stock price dynamics as a result of the interaction between traders. After introducing socially integrated robot traders, the stock price dynamics can be controlled, so as to make the market less volatile.

*Keywords:* Stock markets; Cellular automata; Robot traders; Financial regulation; Econophysics

JEL Classification: C63, D85, G01

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Do reducionismo à complexidade .....</b>	<b>14</b>
<b>2.1</b>	<b>A visão <i>reducionista</i> .....</b>	<b>14</b>
<b>2.2</b>	<b>A emergência da complexidade na economia.....</b>	<b>17</b>
<b>3</b>	<b>Método: Autômato Celular .....</b>	<b>22</b>
<b>4</b>	<b>O Modelo .....</b>	<b>29</b>
<b>4.1</b>	<b>Um modelo baseado em autômato celular estocástico.....</b>	<b>29</b>
<b>4.2</b>	<b>Procedimentos adotados nas simulações.....</b>	<b>33</b>
<b>4.3</b>	<b>Resultados do modelo.....</b>	<b>34</b>
<b>5</b>	<b>O modelo com <i>robot traders</i> .....</b>	<b>40</b>
<b>5.1</b>	<b>A regra de contra-imitação .....</b>	<b>40</b>
<b>5.2</b>	<b>Resultados do modelo com robot traders .....</b>	<b>40</b>
<b>6</b>	<b>Conclusão .....</b>	<b>45</b>
	<b>Referências bibliográficas.....</b>	<b>47</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Exemplos da disposição dos elementos em uma, duas e três dimensões. No caso unidimensional, o autômato celular é uma linha. Em duas dimensões, a estrutura é uma grade quadrada. Em três dimensões, a estrutura é uma grade cúbica

Figura 2. Esquerda: Vizinhança de Von Neumann. Direita: Vizinhança de Moore

Figura 3. Esquerda: Representação visual do comportamento de um autômato celular unidimensional simples. Cada linha de células corresponde a um passo de tempo. Direita: Regra de evolução do autômato celular

Figura 4. Esquerda: Representação visual do comportamento complexo de um autômato celular unidimensional simples. O padrão observado apresenta *auto-similaridade*. Uma parte da estrutura, quando ampliada, é indistinguível do todo. Direita: Regra de evolução do autômato celular

Figura 5 – Exemplos das quatro classes básicas de comportamento observadas na evolução dos autômatos celulares

Figura 6. Superior: Evolução da série de retornos do índice Bovespa. Inferior: Evolução da série de retornos gerada pelo modelo com  $\lambda=1$ ,  $\kappa=9$ , e  $\mu=2\times 10^{10}$

Figura 7. Funções densidade de probabilidade da série de retornos do índice Bovespa (linha contínua) e da série de retornos gerada pelo modelo (círculos abertos) com  $\lambda=1$ ,  $\kappa=9$ , e  $\mu=2\times 10^{10}$ . A natureza leptocúrtica da série empírica é replicada pelo modelo. Uma f.d.p. Gaussiana (linha tracejada) é apresentada no gráfico para comparação

Figura 8. Log dos retornos absolutos *versus* log do rank-1/2 (LOWESS, *locally weighted scatter plot smoothing*) do índice Bovespa (linha contínua) e do modelo com  $\lambda=1$ ,  $\kappa=9$ , e  $\mu=2\times 10^{10}$  (linha tracejada). A inclinação das retas no gráfico corresponde à estimativa do coeficiente  $\zeta_R$  na regressão (9)

Figura 9. Esquerda: configuração da grade durante um período normal. As células pretas são os compradores, enquanto as brancas são os vendedores. Centro: *bull market*, onde os vendedores predominam. Direita: a mesma simulação durante um *crash*

Figura 10. Superior: Evolução da série de retornos gerada pelo modelo com cinco por cento de *robot traders*, e  $\lambda=1$ ,  $\kappa=9$ , e  $\mu=2\times 10^{10}$ . Centro: Evolução da série de retornos gerada pelo modelo com 20 por cento de *robot traders* e com os mesmos valores para os parâmetros. Inferior: Evolução da série gerada por um passeio aleatório Gaussiano com média zero e desvio-padrão unitário

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Testes de Normalidade da série de retornos do índice Bovespa e da série de retornos gerada pelo modelo

Tabela 2. Estimativas do expoente de decaimento das caudas

Tabela 3. Testes de Normalidade da série gerada pelo modelo com *robot traders*

## 1 Introdução

O debate entre os economistas sobre as conseqüências da crise recente demonstra que a teoria econômica estava presa dentro de uma bolha que, agora, parece ter estourado. O colapso da teoria incitou o renascimento do velho estilo Keynesiano, acompanhado de um discurso ilusório de uma regulação “macroprudencial”. Entretanto, a principal limitação dessa abordagem consiste em não reconhecer um fato básico, ou seja, mercados financeiros são sistemas complexos.

Antes da crise financeira, de um lado da controvérsia, Bernanke & Gertler (2001) argumentam que, para um banco central comprometido com uma meta de inflação, não é desejável, em geral, que a política monetária responda aos movimentos dos preços no mercado financeiro (ver Roubini (2006) para um resumo sobre o debate). Esse ponto de vista coincide com o discurso do Banco Central americano (Fed). Dessa forma, o Fed acreditava que a política monetária não deveria reagir antecipadamente a uma bolha que era incerta e, assim, difícil de ser sinalizada e eliminada, mas, após o estouro da bolha, torna-se imprescindível uma ação enérgica. Como resultado da profunda recessão após a crise, o Fed parece ter abandonado essa perspectiva. Entretanto, ainda existe um vazio na teoria sobre a operacionalização da regulação financeira.

De acordo com Gleria *et al.* (2008), se reconhecermos que mercados financeiros são sistemas complexos, *auto-organizados*, bolhas e *crashes* não são anomalias, mas eventos ordinários. Portanto, é possível que grandes flutuações ocorram mesmo que nada de excepcional aconteça nos fundamentos da economia. Entretanto, é possível que a única causa geral para tais eventos seja a organização interna de um estado crítico. Como observa Galbraith (1990), episódios como esses são recorrentes e fazem parte da história econômica<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Entre os registros notórios temos a “Tulipomania” na Holanda (1637), John Law e o Banque Royale (1720), a bolha (South Sea Company) na Inglaterra (1729), o *Crash* (1929) e a *Black Monday* (1987) [Galbraith, 1990].

O principal desafio é que a regulação de um mercado complexo não pode ser realizada através dos instrumentos convencionais de política monetária. Apesar disso, grande parte dos economistas parece ser vítima de memórias extremamente curtas e de uma incapacidade para incorporar desenvolvimentos teóricos recentes. Como consequência, o debate continua sendo míope e carregado de motivações ideológicas. Entretanto, mudanças são essenciais para que a teoria consiga enfrentar as crises que, periodicamente, abalam a economia [Kirman, 2009].

Neste trabalho, recorreremos à teoria do controle de sistemas complexos. Comportamentos coletivos baseados na *auto-organização* são observados tanto em animais, que vivem em grupos, como em humanos. Essas descobertas levaram ao desenvolvimento de robôs autônomos que, explicitamente, exploram a *auto-organização* como principal mecanismo de coordenação. Os resultados demonstram que robôs autônomos, socialmente integrados ao grupo, são capazes de controlar comportamentos *auto-organizados* em sistemas complexos [Halloy *et al.*, 2007].

A *auto-organização* é uma característica dos mercados financeiros complexos [Lux, 1995; Zhou & Sornette, 2007] e, além disso, operações com *robot traders* são cada vez mais comuns. Consideramos esses fatos para justificar a utilização de *robot traders* como forma de neutralizar o comportamento de imitação dos agentes humanos, evitando, dessa forma, a ocorrência de eventos extremos. Corretamente implementada, essa abordagem oferece uma alternativa à política monetária e a regulação convencional, como forma de reduzir a volatilidade nos mercados financeiros.

Decisões de compra e venda baseadas em programas simples acontecem há muitos anos (alguns até culpam a primeira geração de robôs pelo crash de 1987). Atualmente, *robot traders* realizam transações envolvendo dezenas de bilhões de dólares todos os dias e estão cada vez mais sofisticados. Nos mercados onde atuam, os robôs parecem obter um desempenho superior ao de sua contraparte

humana. Na prática, é impossível saber quando uma pessoa ou um algoritmo está realizando uma determinada operação. Diante dessas circunstâncias, por que não utilizar *robot traders* como um mecanismo anti-bolhas?

Para mostrar como esse objetivo pode ser alcançado, utilizamos um modelo de autômato celular estocástico para representar um mercado financeiro complexo, no qual a dinâmica dos preços *emerge* como resultado de interações diretas entre os agentes. Em seguida, os *robot traders* são socialmente integrados ao modelo. Com isso, a dinâmica dos preços pode ser controlada, de modo a tornar o mercado estável.

Além desta introdução, o trabalho está organizado da seguinte forma. No Capítulo 2, por contraposição, apresentamos dois modos distintos de tratar as unidades econômicas, as suas interações e os resultados agregados das decisões individuais. O Capítulo 3 descreve o método utilizado, ilustrando a estrutura e as principais propriedades dos autômatos celulares. No Capítulo 4, definimos um modelo de autômato celular estocástico para descrever a dinâmica dos preços onde a imitação desempenha um papel fundamental. Além disso, calibramos os parâmetros principais do modelo, de modo a reproduzir as propriedades estatísticas encontradas na série empírica do índice Bovespa. No Capítulo 5, os *robot traders* são socialmente integrados ao modelo. Em seguida, avaliamos o impacto dos robôs na dinâmica dos preços. O Capítulo 6 apresenta as considerações finais.

## 2 Do reducionismo à complexidade

Desde sua origem, a economia busca estabelecer os vínculos entre as propriedades dos elementos individuais e as regularidades globais resultantes de suas interações. Neste capítulo, por contraposição, apresentamos dois modos distintos de tratar as unidades econômicas, as suas interações e os resultados agregados das decisões individuais. No primeiro caso, que chamaremos de *reducionismo*, qualquer regularidade global é resultado de mera agregação, onde a explicação deve ser remetida exclusivamente às propriedades intrínsecas dos indivíduos. Por outro lado, pela perspectiva da *complexidade*, o fenômeno explicado é dito *emergente*, porque não é resultado, por redução, apenas das propriedades individuais, mas também das interações diretas entre os agentes na estrutura.

### 2.1 A visão reducionista

O pensamento dominante na economia continua sendo baseado no *reducionismo*, isto é, a prática da ciência com raízes na física clássica. Por um lado, o método *ceteris paribus*, desenvolvido por Marshall, reflete a idéia de um mundo que pode ser adequadamente descrito por uma estrutura que capture algumas características da natureza, de maneira isolada, e de um ambiente que afeta o objeto de estudo apenas por meio de perturbações. Por outro lado, os economistas geralmente aceitam que a explicação de qualquer regularidade global deve ser remetida, exclusivamente, às propriedades intrínsecas dos indivíduos [Schlicht, 1985].

Como observa Prado (2006), é na passagem do nível individual para o nível agregado que aparece a obra do método *reducionista*, uma vez que as propriedades dos indivíduos, que pareceram primeiras em relação ao momento da agregação, foram construídas na medida exata para a aplicação desse método. Os agentes que fazem parte da estrutura analítica são considerados

entidades fechadas em si mesmas e exteriores umas em relação às outras, onde a interação aparece sempre como mera relação causal entre os indivíduos. Dito de outro modo, nessa perspectiva, o equilíbrio é um resultado estrito da agregação, ou soma, de decisões individuais. O caminho que vai do fenômeno agregado a ser explicado às propriedades relevantes dos indivíduos consiste numa decomposição.

Pela visão *reducionista*, existe uma clara divisão entre micro e macroeconomia. No plano individual, pela teoria axiomática da escolha, as decisões individuais são descritas como comportamentos racionais, ou seja, os agentes buscam maximizar a utilidade de acordo com uma função objetivo específica, sujeitos a uma restrição, utilizando toda informação disponível. O resultado do conjunto de decisões individuais se manifesta no agregado como um estado de equilíbrio, freqüentemente, único e estável. Assim, racionalidade e equilíbrio são as únicas condições necessárias e suficientes para a teoria macroeconômica. Entretanto, por tratar-se de uma disciplina axiomática, a economia *reducionista* não satisfaz o critério de teoria científica, ou seja, não é capaz de produzir proposições empiricamente falseáveis [Delli Gatti *et al.*, 2008].

Na prática, muitos economistas insistem na necessidade de microfundamentação dos modelos macroeconômicos. Nesses modelos, o sistema econômico é concebido como agregados de indivíduos considerados como *átomos sociais*, cada um sendo uma cópia perfeita de um *agente representativo*. Assim, ao assumir que as diferenças entre os agentes e os choques idiossincráticos se anulam mutuamente (*self-averaging*), o comportamento agregado pode ser descrito pelo comportamento médio, ou seja, o comportamento do *agente representativo*. Entretanto, Aoki & Yoshikawa (2006) demonstram que, mesmo quando o número de agente é suficientemente grande, o comportamento macroeconômico não pode ser representado pela média. Esse fenômeno conhecido como *non-self-averaging* implica a rejeição da hipótese do *agente representativo* e, além disso, torna a análise baseada na média injustificada.

De acordo com Kirman (1992), as motivações para o uso extensivo da hipótese do *agente representativo* estão no desejo de apresentar microfundamentos para o comportamento agregado e, além disso, construir um arcabouço no qual o equilíbrio é único e estável. Com isso, se estivermos interessados em questões como estabilidade, equilíbrio único ou estática comparativa, devemos reconhecer que os pressupostos adotados restringem a classe de fenômenos econômicos admissíveis aos que apresentam certas características desejáveis. Logo, a hipótese do *agente representativo* não é somente uma conveniência analítica, como argumentam seus defensores, mas um procedimento injustificado que leva a conclusões que são geralmente ilusórias e, muitas vezes, erradas.

Para Delli Gatti *et al.* (2008), a hipótese do *agente representativo* é um artifício para evitar o problema da agregação por meio da eliminação da heterogeneidade. Tradicionalmente, a macroeconomia falha por não reconhecer que o procedimento correto de agregação não é uma soma quando existem interações entre agentes heterogêneos. Assim, ao ignorar interação e *emergência*, comete-se a chamada “falácia da divisão”, isto é, atribui-se propriedades a um nível diferente do qual a propriedade é observada.

Segundo Kirman (1989), na construção de modelos, não existe justificativa formal plausível para assumir que o comportamento do agregado de indivíduos, mesmo sendo maximizadores, seja representado adequadamente por um único indivíduo maximizador. Simplesmente não existe relação direta entre o comportamento individual e coletivo. Portanto, a reação do *agente representativo* em relação a uma alteração em algum parâmetro do modelo, como, por exemplo, uma mudança na política fiscal, pode não ser igual à reação do agregado de indivíduos que ele representa. Como consequência, a utilização desses modelos para analisar as implicações de mudanças políticas pode não ter validade.

Kirman (1992) sugere que o caminho para desenvolver microfundamentos apropriados para a macroeconomia não deve partir do estudo dos indivíduos de maneira isolada, mas consiste, essencialmente, no estudo dos comportamentos

agregados que *emergem* de interações diretas entre agentes heterogêneos. Assim, mesmo que essa idéia seja um projeto ambicioso no curto prazo, está claro que a hipótese do *agente representativo* deve ser abandonada, pois trata-se de uma abordagem que, além de primitiva, é fundamentalmente equivocada.

## 2.2 A emergência da complexidade na economia

Atualmente, a economia está procurando acompanhar as ciências naturais, como a física e a biologia, que tomaram a iniciativa de estudar formalmente os processos de *auto-organização* em sistemas complexos. A motivação para essa abordagem consiste no fato de que, muitas vezes, as regularidades observadas na dinâmica de diversos fenômenos *emergem* naturalmente como resultado de interações diretas entre os elementos individuais<sup>2</sup>. Por essa visão, as propriedades *emergentes* devem ser independentes do comportamento específico dos elementos individuais. A aplicação dessas idéias é um instrumento potencial para o entendimento da dinâmica de diversos fenômenos econômicos como resultado da interação direta entre os agentes, com grande impacto na condução da política econômica [Rosser, 1999].

Certamente, a realidade econômica está repleta de não-linearidade e uma variedade de fenômenos que envolvem a interação direta entre um grande número de agentes. Essas são algumas das propriedades que caracterizam um sistema complexo. Em síntese, o que define um sistema complexo é a noção de *emergência*, ou seja, a formação espontânea de estruturas *auto-organizadas* geradas a partir de interações não-lineares entre os indivíduos [Schelling, 1969]. Assim, o fenômeno explicado é dito *emergente* porque não é resultado, por redução, apenas das propriedades intrínsecas dos indivíduos, mas também das interações entre os agentes na estrutura.

---

<sup>2</sup> Em seu trabalho pioneiro, Schelling (1969) ilustra a emergência da segregação como resultado da interação entre escolhas individuais discriminatórias.

Como observa Durlauf (1997), a perspectiva da complexidade permite aprofundar o entendimento de fenômenos econômicos ao ilustrar como diferentes estruturas microeconômicas levam a um fenômeno macroeconômico particular. Tradicionalmente, ambientes econômicos complexos adotam como fundamento microeconômico a existência de interações diretas entre os agentes. Isso significa que, ao contrário da abordagem *reducionista*, nos sistemas complexos, as decisões tomadas pelos agentes dependem diretamente das escolhas dos outros indivíduos. O valor da abordagem dos sistemas complexos para a economia, seja na pesquisa ou na formulação de políticas, reside no seu potencial para ampliar o entendimento das relações entre resultados agregados e decisões individuais. Além disso, essa perspectiva permite a construção de modelos capazes de acomodar uma classe de fenômenos vistos como anomalias pela teoria tradicional.

Para Da Silva (2009), o progresso teórico na macroeconomia pode ser impulsionado se, ao invés de investigarmos as propriedades individuais, aprendermos como antecipar os padrões que *emergem* naturalmente quando muitos *átomos sociais* interagem. Em sistemas complexos, cada nível pode possuir suas regras fundamentais, mas os diferentes níveis de agregação possuem novas e diferentes propriedades em relação aos elementos individuais. Portanto, na macroeconomia, é necessário pensar em termos de padrões complexos, não em indivíduos.

A perspectiva da complexidade pode fornecer diversas mensagens úteis aos formuladores de políticas. A interdependência entre as decisões dos agentes pode resultar em diversos padrões de comportamento agregado *emergente*. Portanto, os resultados das políticas passam a depender criticamente da natureza dessas interdependências. Em particular, os efeitos de diferentes políticas podem ser não-lineares, o que torna a história um guia inadequado para avaliação da eficácia dessas políticas. Dessa forma, estudos empíricos detalhados, que fundamentam a análise convencional, devem revelar-se mais adequados em ambientes complexos [Durlauf, 1997].

Um ramo da teoria dos sistemas complexos que vem recebendo cada vez mais atenção e atraindo um número crescente de pesquisadores é a econofísica. De acordo com Mantegna & Stanley (2000), a econofísica é caracterizada pela multidisciplinaridade e, como o nome sugere, consiste na investigação de problemas econômicos através de novas abordagens derivadas da física, com destaque para a mecânica estatística. O pressuposto metodológico subjacente da econofísica é que, mesmo a economia sendo uma ciência social, que lida com incentivos e decisões humanas, o comportamento agregado pode ser descrito, adequadamente, por modelos da física estatística.

Um argumento contrário a essa idéia afirma que a realização de análises empíricas com dados econômicos não é equivalente às investigações experimentais realizadas na física. Com isso, seria impossível a realização de experimentos de grande escala na economia capazes de falsear uma teoria. Entretanto, Mantegna & Stanley (2000) observam que essa limitação não é específica dos sistemas econômicos, mas também afeta áreas desenvolvidas da física, como a astronomia e a geofísica. Por analogia, essa crítica não impede que os economistas realizem seus próprios experimentos como forma de testar e falsear suas teorias.

Dessa forma, métodos desenvolvidos na mecânica estatística podem auxiliar no estudo de sistemas econômicos. Em particular, mercados financeiros exibem diversas propriedades que caracterizam um sistema complexo. São sistemas abertos nos quais diversos elementos individuais interagem de forma não-linear. Esses fatos tornam o mercado financeiro extremamente atrativo para pesquisadores interessados em desenvolver um profundo entendimento da dinâmica de sistemas complexos. Conceitos como *scaling*, universalidade, leis de potência (*power laws*) e *auto-organização* passaram a fazer parte da análise de sistemas econômicos e financeiros [Mantegna & Stanley, 2000].

Uma propriedade central dos sistemas complexos é a possibilidade de ocorrência de eventos extremos. Devemos observar que, muitas vezes, o comportamento de

longo prazo dos sistemas complexos é controlado, em grande parte, por esses eventos catastróficos<sup>3</sup>. Pesquisas recentes sugerem que eventos extremos como terremotos, avalanches ou *crashes* financeiros possuem um denominador comum, isto é, são sistemas *auto-organizados* que não apresentam escala característica [Stanley *et al.*, 1996; Ide & Sornette, 2002]. Portanto, não existe diferença qualitativa entre pequenos e grandes acontecimentos. Aspectos importantes desse comportamento não podem ser capturados conhecendo somente os detalhes das propriedades individuais. Para Sornette (2002), a questão científica pendente que precisa ser tratada é: como padrões agregados de natureza catastrófica podem evoluir a partir de uma série de interações individuais não-lineares e atingir escalas cada vez maiores, onde as regras de interação são, presumivelmente, identificáveis ou conhecidas?

A dinâmica dos mercados financeiros é caracterizada por um conjunto de propriedades estatísticas universais que prevalecem com uniformidade surpreendente. Apesar desses *atos estilizados* serem conhecidos há décadas, foram marginalizados como anomalias pela abordagem tradicional em finanças. Entretanto, isso motivou o desenvolvimento de uma nova classe de modelos teóricos, baseados na interação direta entre diferentes tipos de agentes. Na literatura, encontramos diversos exemplos dessa abordagem [ver Lux & Marchesi, 1999; Bouchaud & Cont, 2000; Bartolozzi & Thomas, 2004]. Esses modelos são capazes de reproduzir diversas propriedades estatísticas que caracterizam a dinâmica dos preços em mercados financeiros reais como, por exemplo, leptocurtose, caudas “gordas” (*fat tails*) e, de modo geral, distribuições não-Gaussianas para os retornos.

Muitas vezes, sistemas complexos não possuem solução analítica e, em geral, precisam ser resolvidos através de métodos numéricos. Apesar dos avanços permitidos pelas simulações computacionais, a maior parte dos trabalhos na

---

<sup>3</sup> Como observa Sornette (2002), o universo surgiu provavelmente de uma grande explosão (o “big-bang”); *crashes* financeiros podem destruir em instantes trilhões de dólares e provocar profundas recessões; crises políticas e revoluções definem a configuração geopolítica mundial no longo prazo; da mesma forma, nossa vida, no longo prazo, depende de poucos eventos ou decisões chave.

economia continua sendo baseado em provas matemáticas estritas, de modo que, axiomas e teoremas permanecem como o núcleo da teoria econômica. De acordo com Prado (2006), como a sociedade humana, em todas as esferas, possui freios conservadores, é possível que esse potencial de desenvolvimento possa ser contido, ainda, por um longo tempo.

### 3 Método: Autômato Celular

De acordo com Kauffman (1993), a ciência no século XVIII, seguindo a revolução Newtoniana, caracterizou-se pelo desenvolvimento baseado na simplicidade organizada. No século XIX, com a mecânica estatística, o foco passou a ser a complexidade desorganizada. Nos séculos XX e XXI a ciência confronta-se com a complexidade *auto-organizada*. Como consequência, torna-se necessário o desenvolvimento de novos métodos matemáticos capazes de lidar com a complexidade. Nessa perspectiva, ganha espaço a matemática experimental e os sistemas dinâmicos não-lineares, os quais empregam intensamente, ainda que não em exclusivo, as simulações computacionais. Em particular, modelos baseados em autômato celular fornecem um caminho natural para o estudo de sistemas complexos.

Os autômatos celulares foram originalmente propostos por Von Neumann como uma tentativa de modelar processos naturais de auto-reprodução. Apesar de transcorridos mais de cinquenta anos desde sua origem, apenas recentemente os autômatos celulares despertaram o interesse de pesquisadores em diversas disciplinas. Em parte, esse crescimento no interesse pode ser atribuído aos avanços recentes no campo da computação, os quais permitiram o uso extensivo de simulações com autômatos celulares. Como observa Wolfram (1983), a estrutura dos autômatos celulares é extremamente simples, o que permite uma análise matemática detalhada. Além disso, autômatos celulares são suficientemente complexos para reproduzir comportamentos observados em uma ampla gama de fenômenos naturais complicados, como avalanches e *crashes* financeiros.

Em síntese, autômato celular é uma idealização matemática de sistemas naturais complexos. Consiste em uma grade regular  $d$ -dimensional (Figura 1) de células discretas, onde cada célula pode assumir um conjunto finito de estados (valores) discretos. O autômato celular evolui em períodos discretos de tempo, nos quais as células são atualizadas simultaneamente. O estado de cada célula é

determinado em função de seu próprio estado e do estado das células vizinhas no período anterior, de acordo com uma regra de evolução específica [Wolfram, 2002].

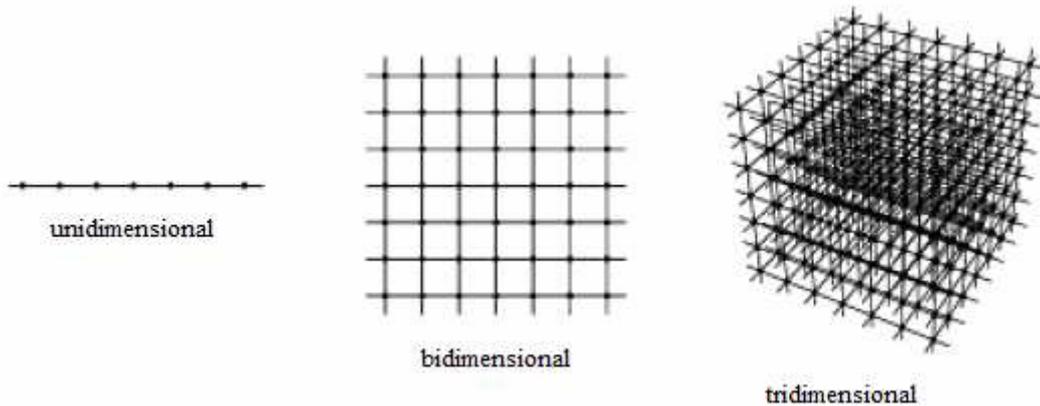


Figura 1. Exemplos da disposição dos elementos em uma, duas e três dimensões. No caso unidimensional, o autômato celular é uma linha. Em duas dimensões, a estrutura é uma grade quadrada. Em três dimensões, a estrutura é uma grade cúbica

Fonte: Adaptado de Wolfram (2002)

Na definição da vizinhança de um autômato celular unidimensional, são considerados os vizinhos imediatos à direita e à esquerda da célula. No caso bidimensional, as vizinhanças de Von Neumann e Moore (Figura 2) são tradicionalmente utilizadas. Certamente, outras estruturas de vizinhança podem ser adotadas [Sarkar, 2000].

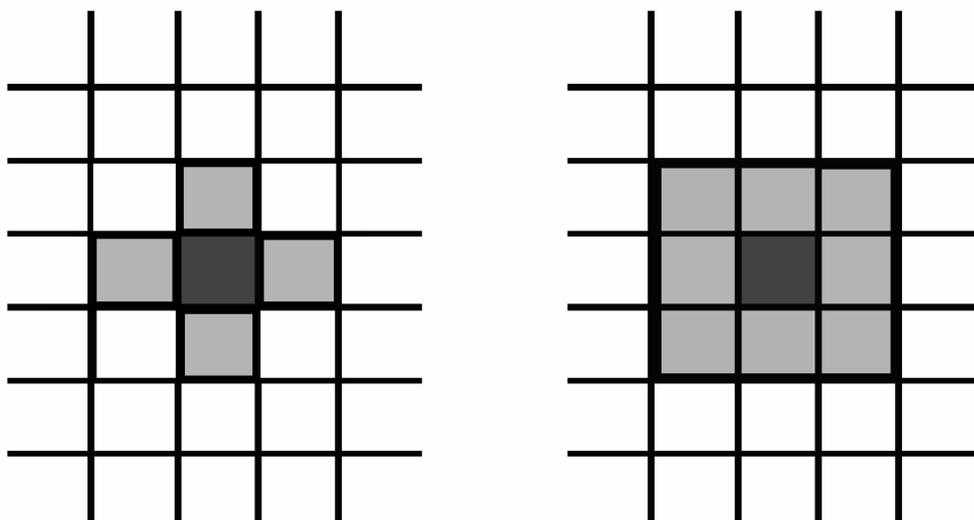


Figura 2. Esquerda: Vizinhança de Von Neumann. Direita: Vizinhança de Moore

Segundo Wolfram (2002), uma importante característica dos autômatos celulares é que seu comportamento dinâmico pode ser facilmente representado de forma visual. Como primeiro exemplo, a Figura 3 mostra a evolução de um autômato celular unidimensional após dez iterações. Nesse caso, cada período de tempo consiste em uma linha de células. Cada célula pode assumir apenas um estado discreto, representado pela cor preta ou branca. Em cada período, existe uma regra que determina a cor de uma célula qualquer como uma função de sua própria cor e da cor de seus vizinhos imediatos, à esquerda e à direita, no período anterior. No caso particular do autômato celular apresentado na Figura 3, uma célula qualquer será preta no período  $t$  quando ela ou um de seus vizinhos, à esquerda ou à direita, for preto no período  $t-1$ .

Como podemos observar pela Figura 3, uma configuração inicial na qual existe uma única célula preta, no centro, leva a um padrão de expansão simples, por meio do preenchimento uniforme com células pretas.

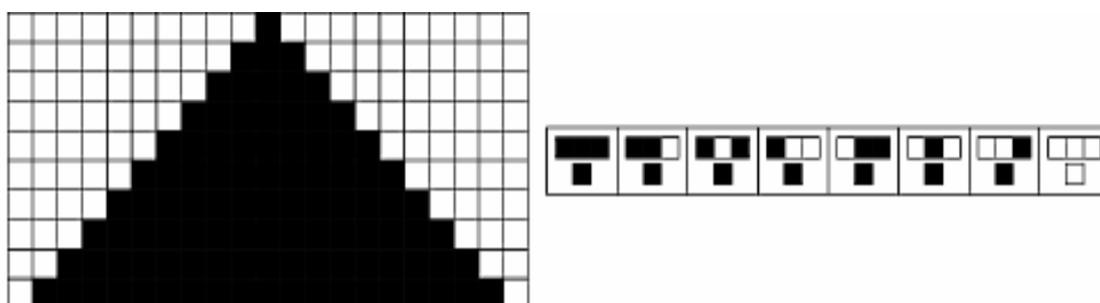


Figura 3. Esquerda: Representação visual do comportamento de um autômato celular unidimensional simples. Cada linha de células corresponde a um passo de tempo. Direita: Regra de evolução do autômato celular  
 Fonte: Adaptado de Wolfram (2002)

Entretanto, com uma modificação superficial na regra podemos obter um padrão de evolução bastante diferente. A Figura 4 mostra o comportamento produzido por um autômato celular similar ao apresentado anteriormente, diferenciado, apenas, por uma modificação suave na regra. Nesse caso, uma célula qualquer será preta no período  $t$  quando apenas um de seus vizinhos (não ambos), à esquerda ou à direita, for preto no período  $t-1$ . Novamente, a regra definida é

extremamente simples, mas agora, como podemos observar pela Figura 4, o padrão que surge é complexo.

A evolução do autômato celular gera um padrão *emergente* intrigante, com regularidade bem definida. Podemos observar que a estrutura consiste em diversos triângulos, onde todos possuem exatamente a mesma forma. Como podemos observar na Figura 4, um “pedaço” da estrutura, quando ampliado, é indistinguível do todo. Essa propriedade é conhecida como *auto-similaridade*. Isso implica que o padrão não apresenta escala característica, cuja geometria é então *fractal*. Na natureza, encontramos diversos exemplos de padrões *fractais* como, por exemplo, flocos de neve e couve-flor. Portanto, é possível que, em muitos casos, esses padrões fractais possam ser gerados através da evolução de um autômato celular ou por um processo análogo [Wolfram, 2002].

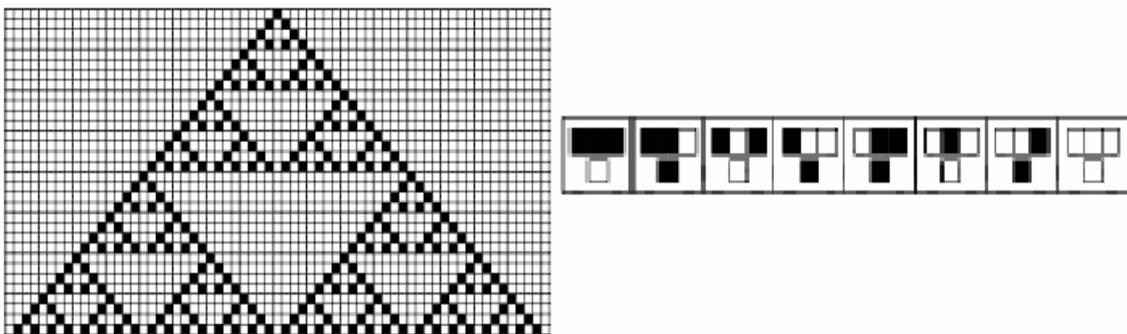


Figura 4. Esquerda: Representação visual do comportamento complexo de um autômato celular unidimensional simples. O padrão observado apresenta *auto-similaridade*. Uma parte da estrutura, quando ampliada, é indistinguível do todo. Direita: Regra de evolução do autômato celular

Fonte: Adaptado de Wolfram (2002)

Devemos observar que, na evolução do autômato celular, a complexidade não surge como resultado de uma imposição direta ao sistema. Como o exemplo mostra, apesar da regra ser simples a evolução do autômato celular pode levar ao surgimento de padrões complexos (Figura 4).

De acordo com Wolfram (2002), esse é um exemplo de um fenômeno universal e fundamental, responsável por grande parte da complexidade encontrada na

natureza. Embora as regras do sistema e as condições iniciais sejam simples, o comportamento que o sistema exibe pode, contudo, ser extremamente complexo. Portanto, autômatos celulares podem ser usados na representação de um grande número de fenômenos complexos, independentemente dos detalhes particulares dos sistemas onde ocorrem.

Autômatos celulares com diferentes condições iniciais e regras particulares resultam em padrões de evolução que variam nos detalhes, entretanto, apresentam similaridade em relação à configuração final e às propriedades estatísticas. Um estudo empírico, realizado por Wolfram (2002), sugere que o número de padrões qualitativos fundamentais é bastante limitado. Assim, os padrões *emergentes* podem ser agrupados em quatro classes básicas:

*Classe 1:* a evolução leva a um estado homogêneo, no qual todas as células atingem um mesmo valor;

*Classe 2:* a evolução leva a uma configuração com estrutura simples, estável, periódica e não homogênea;

*Classe 3:* a evolução leva a um padrão caótico, não apresentando estrutura reconhecível;

*Classe 4:* a evolução gera estruturas complexas com evolução imprevisível, podendo propagar-se indefinidamente.

Todos os autômatos celulares pertencentes a uma determinada classe, independente dos detalhes da construção e da regra de evolução, exibem comportamento qualitativo similar (Figura 5). As classes são convenientemente numeradas em ordem crescente de complexidade e, cada uma, apresenta certas características distintivas imediatas. Em muitos casos, não existe uma forma simples de descobrir qual classe de comportamento será gerada a partir de uma

regra de evolução particular. De fato, não existe outra opção a não ser deixar o autômato celular evoluir e observar as conseqüências.



Figura 5 – Exemplos das quatro classes básicas de comportamento observadas na evolução dos autômatos celulares  
Fonte: Adaptado de Wolfram (2002)

A existência de apenas quatro classes qualitativas implica considerável universalidade no comportamento dos autômatos celulares. Diversas características dependem somente da classe em que o autômato celular se encontra e não dos detalhes específicos de sua evolução. Segundo Wolfram (1983), essa universalidade é análoga à encontrada em fenômenos críticos. Dessa forma, entender os estados críticos, de um sistema pertencente a uma determinada classe de expoente crítico, depende apenas das características geométricas gerais do sistema e não dos detalhes. Portanto, ao compreender a evolução dos autômatos celulares podemos obter resultados gerais sobre o comportamento de sistemas complexos.

Com base nas classes apresentadas acima, Wolfram (1984) analisa o grau de previsibilidade dos resultados da evolução do autômato celular, a partir de um estado inicial particular. Na Classe 1, a evolução do autômato celular é totalmente previsível; independente do estado inicial, o sistema evolui sempre para um único estado homogêneo. Na Classe 2, o valor final de uma célula particular é determinado pelos valores iniciais das células em uma região limitada, isto é, um número finito de vizinhos. Como conseqüência, para prever o valor final de uma célula particular é necessário conhecer apenas um conjunto finito de valores iniciais das células. Por outro lado, nos autômatos celulares da Classe 3, uma

mudança no valor inicial de uma célula particular, quase sempre, propaga-se indefinidamente, afetando células cada vez mais distantes com o passar do tempo. Assim, um estado inicial aleatório leva a um comportamento aparentemente caótico. Na Classe 3, a previsão do valor final de uma célula particular requer o conhecimento de um número infinito de valores iniciais das células e pode ser determinado por um algoritmo simples. Os autômatos celulares da Classe 4 são caracterizados por um grau ainda maior de imprevisibilidade. Para essa classe de autômatos celulares, uma previsão efetiva é impossível, seu comportamento somente pode ser determinado através de simulações explícitas.

De acordo com Packard & Wolfram (1985), as propriedades globais observadas no comportamento dinâmico dos autômatos celulares unidimensionais e bidimensionais são similares. Entretanto, existe uma variedade de fenômenos que dependem da geometria da grade bidimensional. Muitos desses fenômenos envolvem estruturas complexas que não apresentam analogia direta com autômatos celulares unidimensionais. Um exemplo de autômato celular bidimensional, que recebeu particular atenção, é o “Jogo da Vida” (*Game of Life*). Diversas estruturas complexas que se propagam pela grade foram identificadas nesse autômato celular. O “Jogo da Vida” ilustra, claramente, como comportamentos globais complexos *emergem* a partir de interações locais, baseadas em regras simples.

Modelos matemáticos de sistemas naturais são, tradicionalmente, baseados em equações diferenciais. Dessa forma, autômatos celulares podem ser considerados um método alternativo e, em alguns aspectos, complementar para a investigação de uma ampla gama de fenômenos. Modelos baseados em autômatos celulares são apropriados para descrever o comportamento de sistemas discretos, com muitos elementos interagindo de forma não-linear. Portanto, a utilização de autômatos celulares é um instrumento potencial para o estudo das propriedades *emergentes* em sistemas complexos. O desafio consiste em abstrair as características matemáticas essenciais do fenômeno, de modo a representá-lo com o modelo mais simples possível [Farmer *et al.* (1984)].

## 4 O Modelo

### 4.1 Um modelo baseado em autômato celular estocástico

Na construção do modelo, utilizamos um autômato celular estocástico para representar um mercado financeiro complexo [Bartolozzi & Thomas, 2004]. Nesse modelo, a dinâmica complexa dos preços *emerge* a partir de regras locais simples, onde a interação entre os agentes é o componente principal.

Cada agente é representado por uma célula, distribuídas em uma grade regular bidimensional  $L \times L$ . O mercado é composto por  $N$  agentes que podem comprar ou vender um único ativo, representando dois estados mutuamente exclusivos. Dessa forma, em qualquer período  $t$ , a população  $N$  está dividida em dois grupos distintos, ou seja, compradores  $N_B(t)$  e vendedores  $N_S(t)$ .

Para tomar sua decisão, cada agente considera as informações relativas ao comportamento de seus vizinhos e referentes aos “fundamentos”. O comportamento de imitação pode ser justificado como uma tentativa dos agentes de extrapolar, pelo comportamento de sua vizinhança, as informações que não possuem isoladamente [Feroni & Agliari, 2008]. Dessa forma, um mesmo agente pode adotar uma estratégia consistente com os fundamentos ou imitar o comportamento de seus vizinhos<sup>4</sup>.

Nesse modelo, a dinâmica dos preços *emerge* como resultado da atualização simultânea das células do autômato celular, de acordo com uma regra probabilística local. A seguir, discutimos com detalhes os componentes que definem essa regra.

---

<sup>4</sup> A importância da interação entre essas duas classes de agentes (fundamentalistas e *noise traders*) vem sendo destacada em diversos trabalhos recentes [ver, por exemplo, Lux & Marchesi, 1999; Ide & Sornette 2001].

Logo, a probabilidade de um agente qualquer ser comprador no período  $t$ ,  $\pi^B(t)$ , é:

$$\pi^B(t) = S_I^B(t)^{\omega(t)} \cdot S_F^B(t)^{1-\omega(t)}, \quad (1)$$

onde,  $S_I^B(t) \in [0,1]$  e  $S_F^B(t) \in [0,1]$  são, respectivamente, a probabilidade de ser comprador baseada na imitação e na estratégia fundamentalista; e  $\omega(t) \in [0,1]$  é o peso atribuído à imitação.

Assim, quando  $\omega(t) = 0$  o agente decide considerando exclusivamente os fundamentos; quando  $\omega(t) = 1$  a decisão é baseada somente na imitação; e quando  $\omega(t) \in (0,1)$  a decisão envolve as duas estratégias. A probabilidade de um agente ser vendedor no período  $t$ ,  $\pi^S(t)$ , é o complemento de (1).

Avanços recentes nos estudos sobre o processo de decisão coletiva enfatizam a importância das respostas ao quórum (*quorum responses*), onde a probabilidade de um agente exibir um comportamento particular é uma função crescente do número de agentes que já adotam esse comportamento [Ward *et al.*, 2008]. Considerando esse *insight*, assumimos que a propensão a comprar (vender) no período  $t$  aumenta em função do número de vizinhos que compraram (venderam) no período anterior  $t-1$ . Portanto, a probabilidade de um agente qualquer ser comprador no período  $t$  pela regra de imitação,  $S_I^B(t)$ , é dada por:

$$S_I^B(t) = \left[ \frac{N_B^H(t-1)^\kappa}{N_B^H(t-1)^\kappa + N_S^H(t-1)^\kappa} \right], \quad (2)$$

onde,  $N_B^H(t-1)$  e  $N_S^H(t-1)$  são, respectivamente, o número de vizinhos compradores e vizinhos vendedores em  $t-1$ ; e  $\kappa \in [1, \infty)$  é um parâmetro que controla a intensidade da resposta.

Assim, quando  $\kappa=1$  temos que a probabilidade de comprar no período  $t$  é proporcional ao número de vizinhos que compraram no período anterior  $t-1$ , caracterizando uma resposta linear. Quando  $\kappa>1$  temos uma resposta ao quórum, dado que a probabilidade de comprar aumenta drasticamente quando o quórum é atingido. Aqui, o tamanho do quórum é determinado pelo número de vizinhos que venderam no período anterior.

Por outro lado, quando a decisão é baseada nos fundamentos, assumimos que os agentes observam a diferença entre o valor “correto” do ativo, em termos da situação da empresa subjacente (*valor fundamental*), e o preço de mercado do ativo no período anterior. Sem perda de generalidade, o valor fundamental  $\bar{F}$  é definido como uma constante positiva. Além disso, assumimos que todos os agentes percebem esse valor fundamental de forma idêntica em cada período de tempo. Portanto, a probabilidade de um agente qualquer ser comprador no período  $t$ ,  $S_F^B(t)$ , pela regra fundamentalista é dada por:

$$S_F^B(t) = \frac{e^{\lambda(\bar{F}-P(t-1))}}{e^{\lambda(\bar{F}-P(t-1))} + e^{-\lambda(\bar{F}-P(t-1))}}, \quad (3)$$

onde,  $P(t-1)$  é o preço do ativo em  $t-1$ ; e  $\lambda \in (0, \infty)$  é um parâmetro que controla a intensidade da resposta do agente, de acordo com a diferença entre o valor fundamental e o preço do ativo em  $t-1$ .

O parâmetro  $\lambda$  também pode ser visto como o grau de incerteza enfrentado pelos agentes [Aoki & Yoshikawa, 2006]. Portanto, quando a escolha envolve um alto grau de incerteza,  $\lambda$  é pequeno e *vice versa*. Assim, se o agente percebe que o preço do ativo está abaixo (acima) do valor fundamental  $\bar{F} - P(t-1) > 0$ , ele tende a comprar (vender). Quando  $\bar{F} - P(t-1) = 0$ , a decisão entre comprar ou vender é igualmente provável.

O peso atribuído a cada estratégia  $\omega(t)$  (ou seja, imitar ou seguir os fundamentos) é endógeno e depende do desvio do preço do ativo no período anterior  $t-1$  em relação ao valor fundamental [Da Silva, 2001]:

$$\omega(t) = \frac{1}{1 + \mu(P(t-1) - \bar{F})^2}, \quad (4)$$

onde,  $\mu \in (0, \infty)$  é um parâmetro que controla a velocidade da mudança de estratégia, ou seja, passar de imitação para fundamentalista.

Podemos observar que para  $(P(t-1) - \bar{F})^2 \rightarrow \infty$ ,  $\omega(t) \rightarrow 0$ , e a importância da estratégia fundamentalista aumenta; quando  $(P(t-1) - \bar{F})^2 \rightarrow 0$ ,  $\omega(t) \rightarrow 1$ , e a imitação passa a ser predominante.

As equações (1) a (4) descrevem a regra local que define o comportamento individual dos agentes. Entretanto, as escolhas são também condicionadas pelas ações coletivas do grupo, portanto, usamos uma função excesso de demanda  $D(t)$  para incluir essa restrição:

$$D(t) = \frac{N_B(t) - N_S(t)}{N}, \quad (5)$$

Essa restrição é equivalente ao pressuposto de que o processo de ajustamento de preços é controlado por um *market maker* para equilibrar oferta e demanda [Lux, 2009]. Como demonstra [Plerou *et al.*, 2002], o uso de uma função tangente hiperbólica mostra-se mais adequada nesse caso, ou seja:

$$P(t+1) = P(t)(1 + \tanh D(t)). \quad (6)$$

onde,  $\tanh(\cdot) \in (-1, 1)$ .

Com isso, o modelo está completo. Na próxima seção, analisamos as propriedades estatísticas da série de retornos gerada por esse modelo. Em seguida, no Capítulo 5, os *robot traders* são socialmente integrados ao modelo para avaliação dos efeitos sobre a dinâmica dos preços.

## 4.2 Procedimentos adotados nas simulações

Para tornar o modelo empiricamente relevante, calibramos os parâmetros principais  $\lambda$ ,  $\kappa$ , e  $\mu$ , buscando reproduzir as principais propriedades estatísticas encontradas em séries financeiras reais. Como usual, consideramos o logaritmo dos retornos ao invés dos preços, ou seja:

$$R(t) = \ln P(t+1) - \ln P(t), \quad (7)$$

Além disso, a série de retornos  $R(t)$  foi normalizada para apresentar média zero e desvio-padrão unitário.

Todas as simulações foram realizadas com o *software* NetLogo. No processo de calibragem do modelo, utilizamos uma série de retornos do índice Bovespa. A série do índice Bovespa é formada por dados diários para o período de 05/06/1994 a 30/07/2009, totalizando 3,710 observações. Todos os dados foram obtidos do Ipeadata. A série de retornos do índice Bovespa também foi normalizada, apresentando média zero e desvio-padrão unitário.

Em todas as simulações utilizamos a mesma configuração inicial. Dessa forma, no início de cada simulação, metade dos agentes são compradores e a outra metade são vendedores, distribuídos aleatoriamente. Em todos os experimentos definimos  $\bar{F} = 1$ . A vizinhança de influência é a vizinhança de Moore. Utilizamos uma grade regular de tamanho  $100 \times 100$ , totalizando 10,000 células (agentes). Executamos cada simulação por 3,800 períodos, sendo as 90 primeiras

observações descartadas. Além disso, utilizamos a mesma semente aleatória em todos os experimentos.

Como forma de avaliar o grau de ajuste do modelo à série empírica, do índice Bovespa, utilizamos a medida de Kolmogorov-Smirnov para duas amostras (*two-sample Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit measure*), definida como:

$$D_M = \sup_x |F_M(x) - F_B(x)|, \quad (8)$$

onde,  $F_B(x)$  é a função de distribuição acumulada (f.d.a.) da série empírica de retornos do índice Bovespa e  $F_M(x)$  é a f.d.a. da série de retornos gerada pelo modelo.

### 4.3 Resultados do modelo

Após a realização de uma série de experimentos, encontramos a configuração de parâmetros que gerou o valor mínimo para a estatística  $D_M$  na equação (8). Para os valores dos parâmetros  $\lambda=1$ ,  $\kappa=9$ , e  $\mu=2 \times 10^{10}$  temos  $D_M = 0.0256$  com  $p$ -valor = 0.1755. Portanto, pelo teste de Kolmogorov-Smirnov, a hipótese nula de que as duas séries seguem a mesma distribuição não pode ser rejeitada para um nível de significância de 10 por cento.

A Figura 6 apresenta a série empírica de retornos do índice Bovespa e a série de retornos gerada pelo modelo. Podemos ver, na Figura 6, que retornos positivos e negativos, que excedem cerca de cinco desvios-padrões, ocorrem regularmente tanto na série empírica, quanto na série gerada pelo modelo. Devemos observar que esse comportamento é incompatível com um passeio aleatório Gaussiano [Lux, 2009]. No modelo, nenhum tipo de perturbação externa é necessária para que isso aconteça.

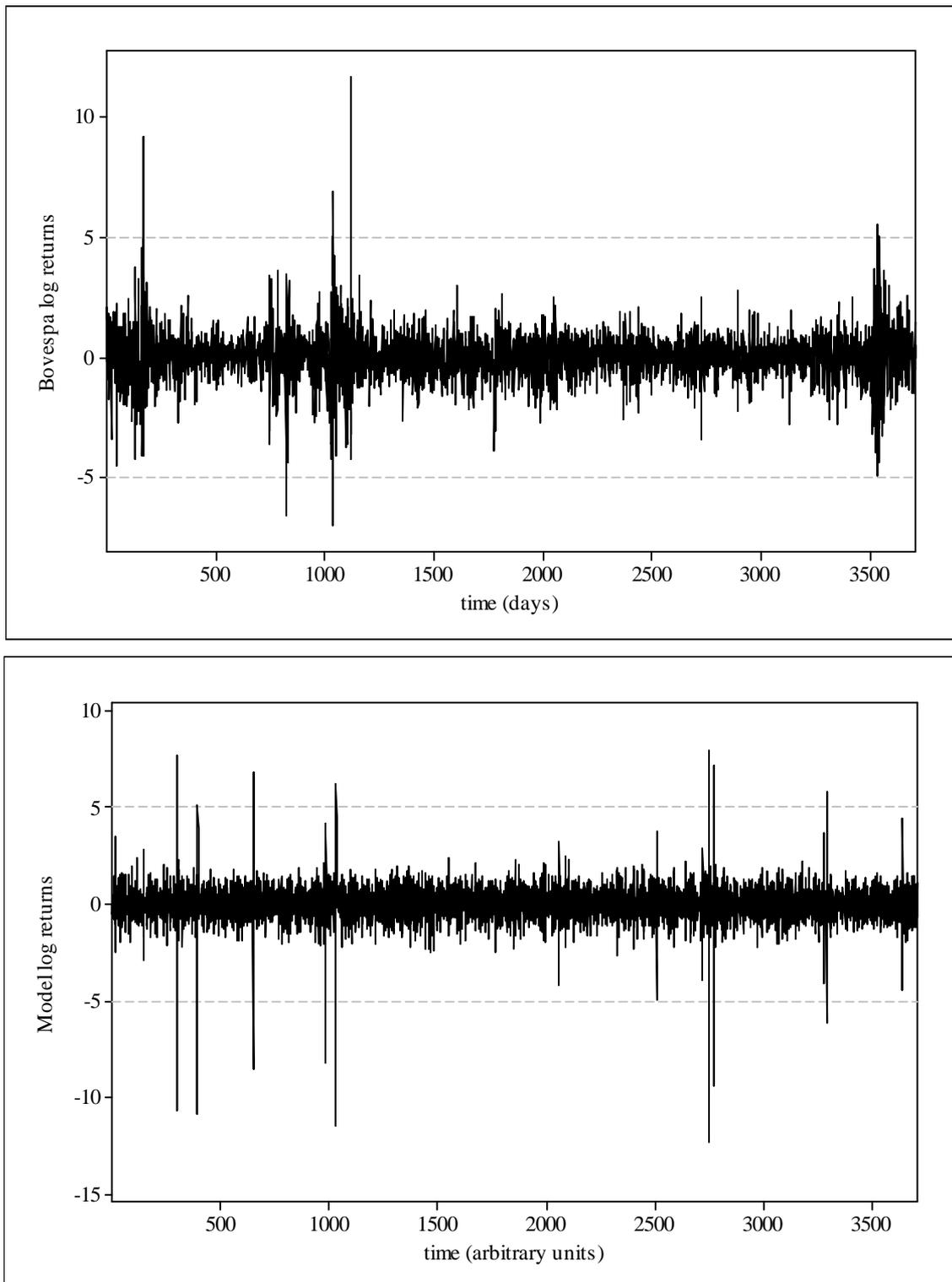


Figura 6. Superior: Evolução da série de retornos do índice Bovespa. Inferior: Evolução da série de retornos gerada pelo modelo com  $\lambda=1$ ,  $\kappa=9$ , e  $\mu=2 \times 10^{10}$

A Figura 7 apresenta a função densidade de probabilidade (f.d.p.) da série empírica de retornos do índice Bovespa e da série de retornos gerada pelo modelo. Podemos observar que ambas as séries apresentam um perfil não-Gaussiano, em particular, a natureza leptocúrtica das distribuições pode ser facilmente reconhecida. Para permitir comparação, incluímos na Figura 2 uma f.d.p. Gaussiana.

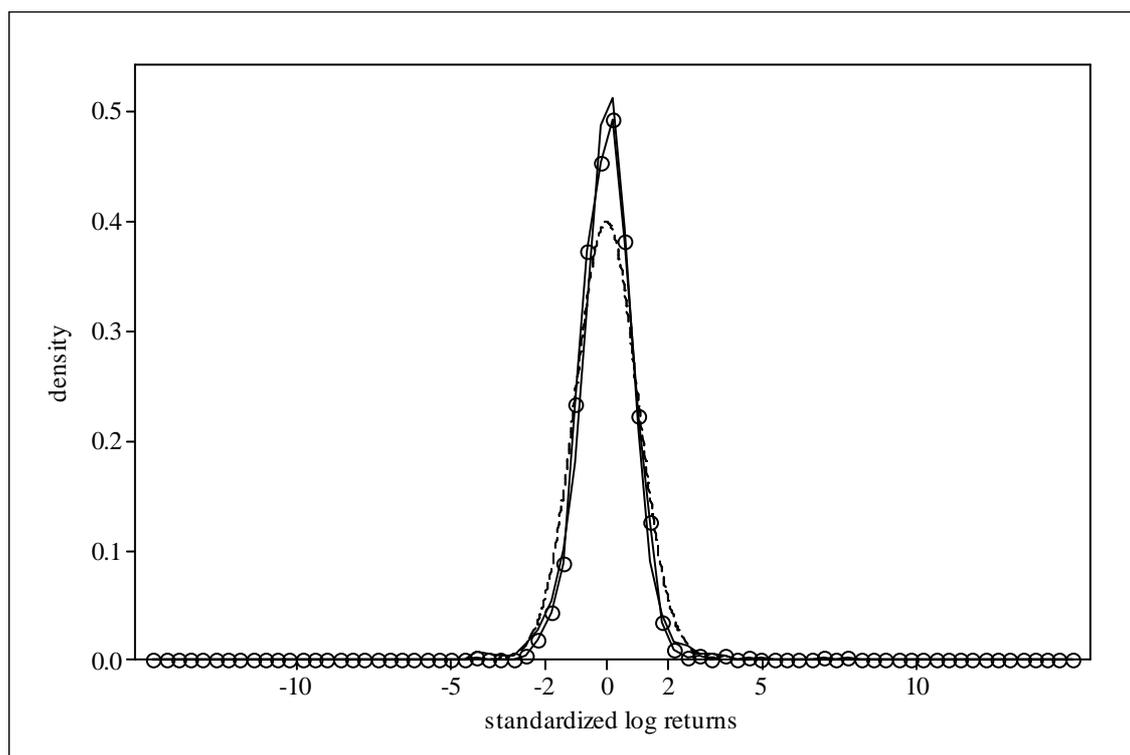


Figura 7. Funções densidade de probabilidade da série de retornos do índice Bovespa (linha contínua) e da série de retornos gerada pelo modelo (círculos abertos) com  $\lambda=1$ ,  $\kappa=9$ , e  $\mu=2\times 10^{10}$ . A natureza leptocúrtica da série empírica é replicada pelo modelo. Uma f.d.p. Gaussiana (linha tracejada) é apresentada no gráfico para comparação

A Tabela 1 apresenta os resultados dos testes de normalidade realizados para a série empírica de retornos do índice Bovespa e para a série de retornos gerada pelo modelo. Os resultados confirmam que uma f.d.p. Gaussiana não descreve adequadamente as séries analisadas. Os  $p$ -valores encontrados em todos os testes permite rejeitar a hipótese nula de não-Normalidade para qualquer nível de significância razoável. Como esperado, o valor da curtose (última coluna da Tabela 1) é superior a três, nas duas séries. Portanto, o modelo é capaz de

replicar as principais propriedades estatísticas encontradas na série empírica de retornos do índice Bovespa.

Tabela 1. Testes de Normalidade da série de retornos do índice Bovespa e da série de retornos gerada pelo modelo

<i>Retornos</i>	<i>Lilliefors</i>	<i>Cramer-von Mises</i>	<i>Anderson-Darling</i>	<i>Curtose</i>
Índice Bovespa	0.06530* (0.000)	6.15621* (0.000)	38.8904* (0.000)	13.87
Modelo	0.05656* (0.000)	5.12857* (0.000)	38.6997* (0.000)	29.98

Nota:  $p$ -valor apresentado entre parênteses

\* indica significância ao nível de 1%

Um resultado razoavelmente estabelecido na econofísica indica a existência de uma lei cúbica inversa para os eventos extremos. Portanto, analisamos o decaimento das caudas das funções densidade de probabilidade, ou seja, a ocorrência de grandes flutuações, positivas e negativas, nas séries de retornos. Uma técnica simples, porém robusta, de encontrar os expoentes de decaimento das caudas [Gabaix & Ibragimov, 2007] consiste em estimar, por mínimos quadrados ordinários (MQO), uma regressão para o tamanho dos eventos extremos classificados em ordem decrescente ( $R_{(1)} \geq \dots \geq R_{(t)}$ ), ou seja,

$$\log(t - \frac{1}{2}) = a - \zeta_R \log R_{(t)}. \quad (9)$$

O coeficiente  $\zeta_R$  é uma estimativa do expoente de Pareto e o desvio-padrão assintótico do expoente é dado por  $\sqrt{\frac{2}{t}} \zeta_R$ .

A Tabela 2 apresenta os resultados para  $\zeta_R$  usando a regressão (9) e a região da cauda definida pelo primeiro decil dos retornos ordenados, isto é,  $t = 1, \dots, 371$ . Os valores estimados dos expoentes de decaimento das caudas, tanto para a série de retornos do índice Bovespa quanto para a série de retornos gerada pelo modelo, de modo geral, estão de acordo com o postulado da lei cúbica inversa. A Figura 8 apresenta o complemento da função distribuição acumulada dos retornos

absolutos, onde a inclinação corresponde à estimativa do coeficiente  $\zeta_R$  na regressão (9).

Tabela 2. Estimativas do expoente de decaimento das caudas

Retornos	$\zeta_R$	$\zeta_R$ (cauda inferior)	$\zeta_R$ (cauda superior)
Índice Bovespa	2.9659 (0.2177)	2.8190 (0.2069)	2.5899 (0.1901)
Modelo	2.4686 (0.1812)	2.5094 (0.1842)	2.9369 (0.2156)

Nota: desvio-padrão apresentado entre parênteses

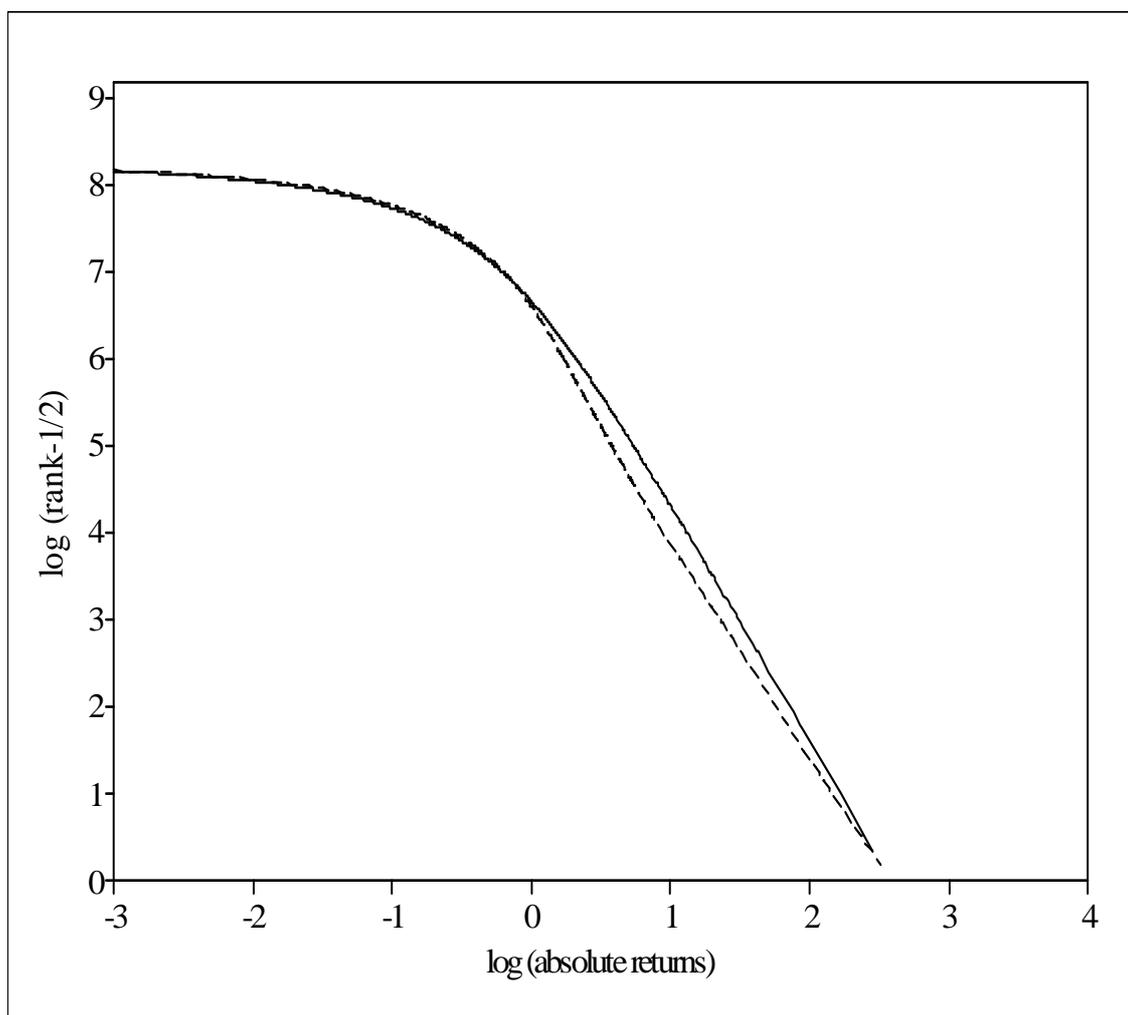


Figura 8. Log dos retornos absolutos *versus* log do rank-1/2 (LOWESS, *locally weighted scatter plot smoothing*) do índice Bovespa (linha contínua) e do modelo com  $\lambda=1$ ,  $\kappa=9$ , e  $\mu=2\times 10^{10}$  (linha tracejada). A inclinação das retas no gráfico corresponde à estimativa do coeficiente  $\zeta_R$  na regressão (9)

Por último, a Figura 9 mostra três padrões de configuração da grade (estado do autômato celular) observados durante a simulação. Em períodos normais (esquerda), os agentes estão distribuídos igualmente entre compradores e vendedores, ou seja, metade dos agentes são compradores (células pretas) e a outra metade são vendedores (células brancas). Portanto, não existe diferença significativa entre oferta e demanda. A situação é diferente durante um *bull market* (centro), nesse caso, existe um número maior de compradores, ou seja, podemos observar a predominância de células pretas. Durante um *crash* (direita), a maioria dos agentes está vendendo e as células brancas são maioria.



Figura 9. Esquerda: configuração da grade durante um período normal. As células pretas são os compradores, enquanto as brancas são os vendedores. Centro: *bull market*, onde os vendedores predominam. Direita: a mesma simulação durante um *crash*

## 5 O modelo com *robot traders*

### 5.1 A regra de contra-imitação

Neste capítulo, os *robot traders* são inseridos no modelo. Os robôs estão socialmente integrados ao grupo de agentes com o objetivo de controlar o processo de *auto-organização* do mercado. Assim, assumimos que todos os agentes na grade, “humanos” e *robot traders*, são igualmente percebidos e influenciam um ao outro da mesma forma.

O comportamento dos robôs é intencionalmente definido como uma regra de anti-imitação, como forma de neutralizar o comportamento de imitação dos outros agentes, descrito pela equação (2). Considerando o princípio da maioria simples, os *robot traders* adotam um comportamento antagônico ao observado para as células vizinhas no período anterior. Portanto, a probabilidade de um *robot trader* qualquer escolher comprar no período  $t$ ,  $\pi_R^B$ , é dada por:

$$\pi_R^B(t) = \left[ \frac{N_S^H(t-1)}{N_B^H(t-1) + N_S^H(t-1)} \right], \quad (10)$$

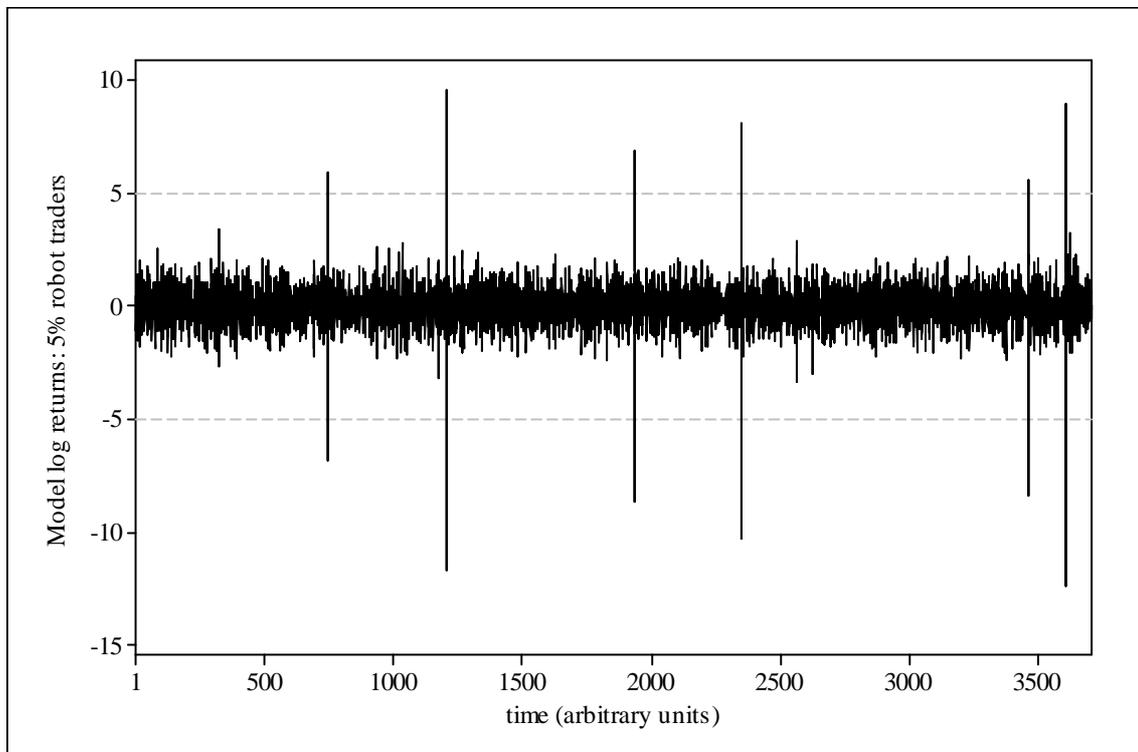
onde,  $N_B^H(t-1)$  e  $N_S^H(t-1)$  são, respectivamente, o número de vizinhos compradores e vendedores em  $t-1$ . De acordo com (10), se  $\pi_R^B \geq \frac{1}{2}$  o *robot trader* será comprador no período  $t$ ; por outro lado, se  $\pi_R^B < \frac{1}{2}$  o *robot trader* será vendedor no período  $t$ .

### 5.2 Resultados do modelo com *robot traders*

Nos experimentos com *robot traders*, os procedimentos utilizados nas simulações do modelo básico foram preservados. Assim, a estrutura do autômato celular e as condições iniciais são as mesmas. Além disso, os parâmetros

utilizados em todas as simulações foram  $\lambda = 1$ ,  $\kappa = 9$ , e  $\mu = 2 \times 10^{10}$ . Entretanto, é necessário especificar como os *robot traders* são inseridos no mercado. No início de cada simulação, distribuímos aleatoriamente um número fixo de robôs na grade. Na configuração inicial, metade dos robôs são compradores e a outra metade são vendedores.

Os resultados encontrados mostram que, mesmo quando estão em minoria (5 e 20 por cento do total de agentes), os robôs são capazes de interferir no processo de *auto-organização* do mercado e, portanto, nas propriedades *emergentes* da dinâmica dos preços. Comparando a Figura 10 com a Figura 6, podemos observar que, na presença dos *robot traders*, a volatilidade da série de retornos gerada pelo modelo diminui. Em particular, a série de retornos gerada pelo modelo com 20 por cento de robôs é similar à série gerada por um passeio aleatório Gaussiano, onde podemos verificar a inexistência de eventos que excedem, por exemplo, cinco desvios-padrões.



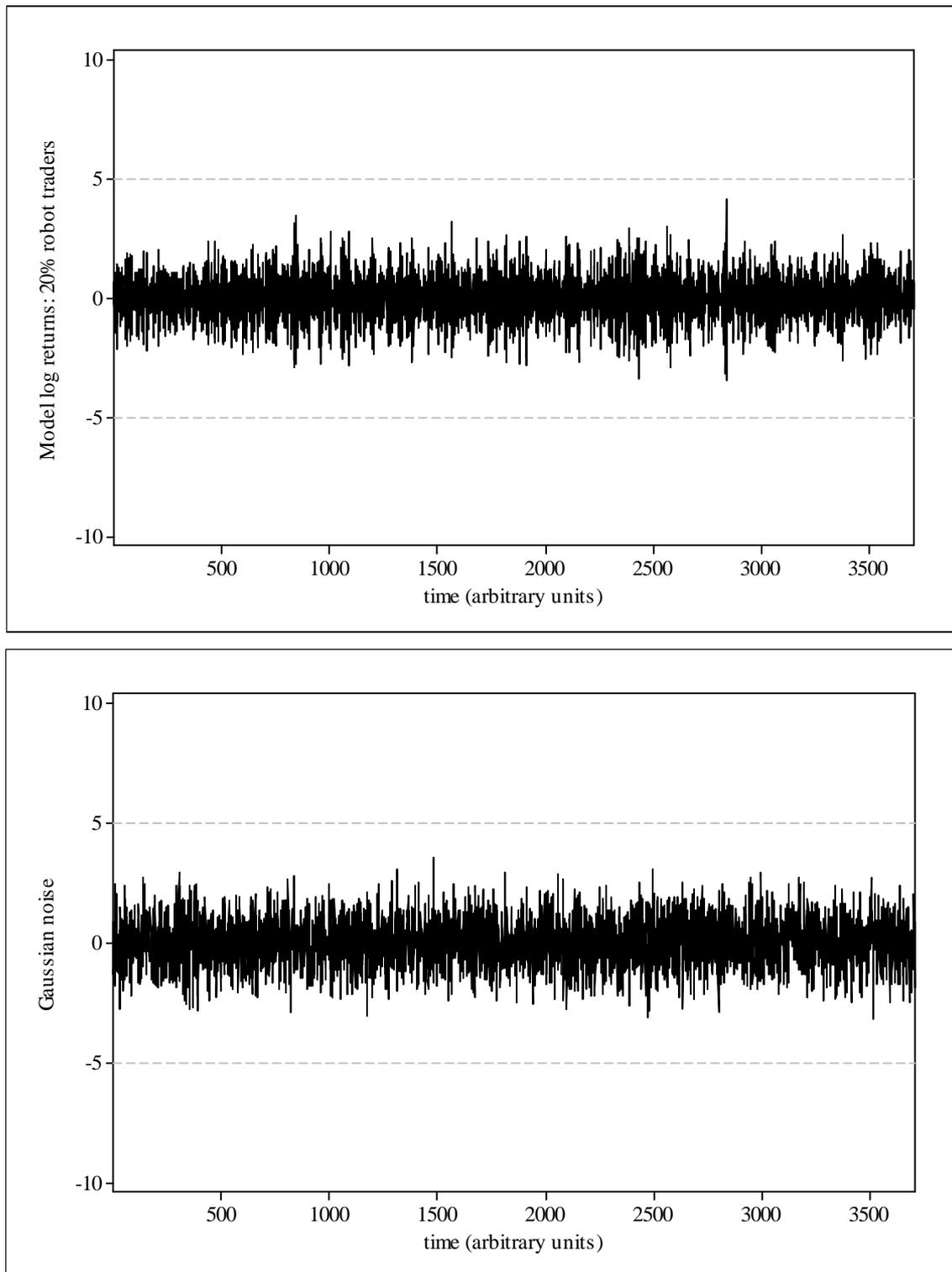


Figura 10. Superior: Evolução da série de retornos gerada pelo modelo com cinco por cento de *robot traders*, e  $\lambda=1$ ,  $\kappa=9$ , e  $\mu=2\times 10^{10}$ . Centro: Evolução da série de retornos gerada pelo modelo com 20 por cento de *robot traders* e com os mesmos valores para os parâmetros. Inferior: Evolução da série gerada por um passeio aleatório Gaussiano com média zero e desvio-padrão unitário

A Figura 11 mostra as funções densidade de probabilidade das séries de retornos geradas pelo modelo com 5 e 20 por cento de *robot traders*. Uma f.d.p. Gaussiana e a f.d.p. empírica da série de retornos do índice Bovespa também são apresentadas para comparação. Como podemos observar, a presença de robôs no modelo influencia o comportamento coletivo, eliminando o padrão leptocúrtico característico da série empírica do índice Bovespa (ver Figura 7).

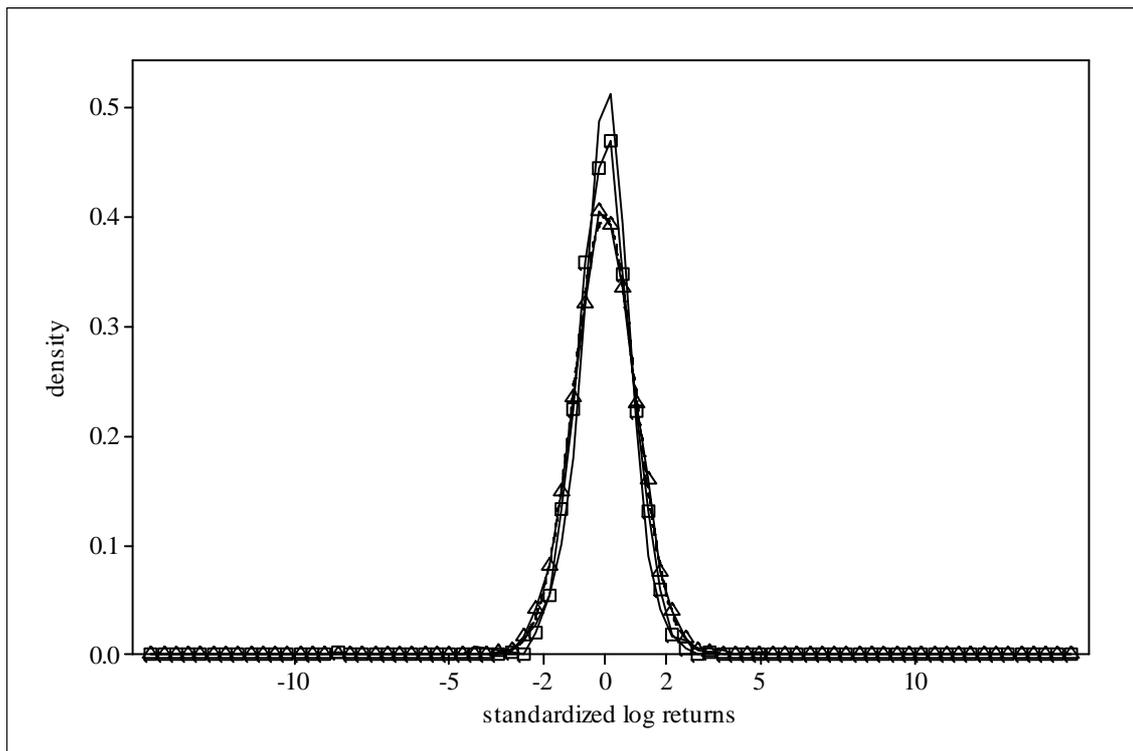


Figura 11. F.d.p. da série de retornos do índice Bovespa (linha contínua), f.d.p. da série de retornos gerada pelo modelo com cinco por cento de *robot traders* (quadrados), f.d.p. da série de retornos gerada pelo modelo com 20 por cento de *robot traders* (triângulos) e f.d.p. Gaussiana (linha tracejada). A presença de robôs altera a natureza leptocúrtica da série empírica e torna o comportamento coletivo similar ao observado para um passeio aleatório Gaussiano

Na Tabela 3, apresentamos os resultados dos testes de normalidade para as séries de retornos geradas pelo modelo com *robot traders*. Como podemos observar, para a série de retornos gerada pelo modelo com 5 por cento de *robot traders* os resultados encontrados, em todos os testes, permitem rejeitar a hipótese nula de normalidade para qualquer nível de significância razoável. Entretanto, os resultados para a série de retornos gerada pelo modelo com 20 por

cento de *robot traders* não permitem rejeitar a hipótese nula de normalidade para um nível de significância de 10 por cento. Além disso, na última coluna da Tabela 3, vemos que o valor da curtose para a série gerada pelo modelo com 20 por cento de *robot traders* é aproximadamente 3, o que confirma a ausência de leptocurtose.

Claramente, os resultados encontrados nas simulações mostram que as séries de retornos tornam-se menos voláteis na presença de um número reduzido de *robot traders* adotando um comportamento antagônico ao dos demais agentes. Mesmo quando estão em minoria, os robôs conseguem influenciar o processo de decisão coletivo, produzindo um padrão na dinâmica do mercado não observado em sua ausência. Com isso, mostramos como dispositivos autônomos inteligentes podem ser utilizados com sucesso para controlar o processo de *auto-organização* em mercados financeiros complexos.

Tabela 3. Testes de Normalidade da série gerada pelo modelo com *robot traders*

<i>Retornos</i>	<i>Lilliefors</i>	<i>Cramer-von Mises</i>	<i>Anderson-Darling</i>	<i>Curtose</i>
Modelo 5% <i>robot traders</i>	0.0390* (0.000)	2.4761* (0.000)	19.356* (0.000)	25.96
Modelo 20% <i>robot traders</i>	0.0118 (> 0.15)	0.0532 (0.464)	0.3230 (0.526)	3.006

Nota:  $p$ -valor apresentado entre parênteses

\* indica significância ao nível de 1%

Um resultado importante da econofísica estabelece que os retornos observados em séries financeiras reais não podem ser descritos, adequadamente, por um processo Gaussiano. Entretanto, independência e variância finita também são propriedades das séries financeiras reais. Como consequência do teorema do limite central, isso implica uma convergência assintótica para a distribuição Gaussiana, ou seja, redução da leptocurtose [Mantegna & Stanley, 2000]. Por essa perspectiva, o modelo apresentado demonstra que a utilização de *robot traders* pode levar a uma rápida convergência.

## 6 Conclusão

Neste trabalho, consideramos como ponto de partida a profunda e crescente insatisfação manifestada por muitos economistas com a abordagem do *agente representativo*. Apesar disso, a hipótese do *agente representativo* continua sendo a pedra angular da macroeconomia. Entretanto, deve haver algo errado com uma ciência que enfrenta dificuldades embaraçosas para explicar de maneira convincente fenômenos econômicos cruciais como, por exemplo, *crashes* financeiros.

Atualmente, a economia está procurando acompanhar as ciências naturais, como a física e a biologia, que tomaram a iniciativa de estudar formalmente os processos de *auto-organização* em sistemas complexos. Em síntese, o que define um sistema complexo é a noção de *emergência*, ou seja, a formação espontânea de estruturas *auto-organizadas* geradas a partir de interações não-lineares entre os indivíduos. De fato, o *mainstream* está certo: a mão invisível é realmente invisível. Entretanto, mostramos que a principal vantagem da abordagem de fenômenos econômicos como sistemas complexos, seja na pesquisa ou na formulação de políticas, reside no seu potencial para ampliar o entendimento das relações entre resultados agregados e decisões individuais

Inspirados pela perspectiva da complexidade, construímos um modelo de autômato celular estocástico, no qual a interação direta entre os agentes é o elemento chave. Em seguida, calibramos os parâmetros principais do modelo para reproduzir o comportamento observado na série empírica do índice Bovespa. Os resultados mostram que as principais propriedades estatísticas observadas na série empírica, como leptocurtose e caudas “gordas”, foram replicadas pelo modelo.

Os *robot traders* foram socialmente integrados ao mercado com o objetivo de controlar o processo de *auto-organização* e, dessa forma, evitar a ocorrência de eventos extremos. A regra de contra-imitação dos *robot traders* foi

intencionalmente definida como forma de reagir ao comportamento de imitação dos demais agentes. Claramente, os *robot traders* foram capazes de interferir no processo coletivo de decisão, produzindo um padrão não observado em sua ausência. Na série de retornos gerada pelo modelo com *robot traders*, a volatilidade diminui e o comportamento *emergente* é similar a um passeio aleatório Gaussiano.

Com isso, ilustramos como dispositivos autônomos inteligentes podem ser usados com sucesso para controlar o processo de *auto-organização* do mercado. Essa alternativa à política monetária e estruturas regulatórias convencionais, para evitar bolhas e *crashes*, pode ser justificada, visto que, a natureza complexa do mercado financeiro é reconhecida.

Certamente, o presente trabalho também é um ponto de partida. No modelo apresentado, implicitamente, assumimos que o custo do mecanismo de regulação proposto é zero, podendo ser financiado permanentemente de acordo com a necessidade. Análises futuras podem considerar alguma forma de restrição de recursos na operacionalização do mecanismo de regulação financeira proposto. Outras extensões incluem o estudo dos efeitos de diferentes estruturas de vizinhança e regras de evolução sobre a dinâmica do mercado, dentro do mesmo arcabouço.

## Referências bibliográficas

Aoki, M. & Yoshikawa, H. (2006) Uncertainty, policy ineffectiveness, and long stagnation of the macroeconomy, *Japan and the World Economy* 18(3), 261–272.

Bartolozzi, M. & Thomas, A. W. (2004) Stochastic cellular automata model for stock market dynamics, *Physical Review E* 69(4), 046112.

Bernanke, B. S. & Gertler, M. (2001) Should central banks respond to movements in asset prices? *American Economic Review* 91(2), 253–257.

Bouchaud, J. -P. & Cont, R. (2000) Herd behaviour and aggregate fluctuations in financial market, *Macroeconomic Dynamics* 2, 170–196.

Da Silva, S. (2001) Chaotic Exchange Rate Dynamics Redux, *Open Economies Review* 12(3), 281–304.

Da Silva, S. (2009) Does macroeconomics need microeconomic foundations? *Economics* 3(23), 1–11.

Delli Gatti, D., Gaffeo, E., Gallegati, M., Giulioni, G. & Palestrini, A. (2008) *Emergent Macroeconomics*, New Economic Windows. Milan: Springer.

Durlauf, S. N. (1997) What should policymakers know about economic complexity? *Santa Fe Institute Working Paper* No. 97-10-080.

Farmer, D., Toffoli, T. & Wolfram, S. (1984) Preface to Cellular Automata, *Proc. Interdisciplinary Workshop*, Farmer, D.; Toffoli, T. & Wolfram, S. (Eds.), Amsterdam: North-Holland.

Froni, I. & Agliari, A. (2008) Complex price dynamics in a financial market with imitation, *Computational Economics* 32(1–2), 21–36.

Gabaix, X. & Ibragimov, R. (2007) Rank – 1/2: a simple way to improve the OLS estimation of tail exponents, *NBER Working Paper* No. 342.

Galbraith, J. K. (1990) *A short history of financial euphoria*. New York: Penguin Books.

Gleria, I., Matsushita, R. & Da Silva, S. (2004) Sistemas Complexos, Criticalidade e Leis de Potência. *Revista Brasileira de Ensino de Física* 26(2), 99-108.

Halloy, J., Sempo, G., Caprari, G., Rivault, C., Asadpour, M., Tâche, F., Saïd, I., Durier, V., Canonge, S., Amé, J. M., Detrain, C., Correll, N., Martinoli, A., Mondada, F., Siegart, R. & Deneubourg, J. L. (2007) Social integration of robots into groups of cockroaches to control self-organized choices, *Science* 318(5853), 1155–1158.

- Ide, K. & Sornette, D. (2002) Oscillatory finite-time singularities in finance, population and rupture, *Physica A* 307(1-2), 63–106.
- Kauffman, S. (1993) *The origins of order: Self-organization and selection in evolution*, New York: Oxford University Press.
- Kirman, A. (1989) The intrinsic limits of modern economic theory: the emperor has no clothes, *Economic Journal* 99(395), 126–139.
- Kirman, A. (1992) Whom or what does the representative individual represent? *Journal of Economic Perspectives* 6(2), 117–136.
- Kirman, A. (2009) Economic theory and the crisis, *Real-world Economics Review* 51(1), 80-83.
- Lux, T. (1995) Herd behaviour, bubbles and crashes, *Economic Journal* 105(431), 881–896.
- Lux, T. (2009) Stochastic Behavioral Asset Pricing Models and the Stylized Facts, *Handbook of Financial Markets: Dynamics and Evolution*, T. Hens & K. Schenk-Hoppe (Eds.), (pp. 161–215), Amsterdam: North-Holland.
- Lux, T. & Marchesi, M. (1999) Scaling and Criticality in a Stochastic Multi-Agent Model of a Financial Market, *Nature* 397, 498–500.
- Mantegna, R., & Stanley, H. E. (2000) *An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Packard, N. H. & Wolfram, S. (1985) Two-dimensional cellular automata, *Journal of Statistical Physics* 38, 901-946
- Plerou, V., Gopikrishnan, P., Gabaix, X. & Stanley, H. E. (2002) Quantifying stock price response to demand fluctuations, *Physical Review E* 66(4), 027104.
- Prado, E. (2006) Microeconomia reducionista e microeconomia sistêmica. *Nova Economia* 16(2), 303-322.
- Rosser, J. B. (1999) On the complexities of complex economic dynamics, *Journal of Economic Perspectives* 13(4), 169–192.
- Roubini, N. (2006) Why central banks should burst bubbles, *International Finance* 9(1), 87–107.
- Sarkar, P. (2000) A brief history of cellular automata, *ACM Computing Surveys* 32(1), 80-107.
- Schelling, T. (1969) Models of segregation, *American Economic Review* 59(2), 488–493.

Schlicht, E. (1985) *Isolation and aggregation in economics*. Germany: Springer-Verlag.

Sornette, D. (2002) Predictability of catastrophic events: material rupture, earthquakes, turbulence, financial crashes and human birth, *Proceedings of the National Academy of Sciences* 99(1), 2522–2529.

Stanley, H. E.; Cartel, N. J.; Afanasyev, V.; Amaral, L. A. N.; Buldyrev S. V.; Goldberger, A. L.; Havlin, S.; Leschhorn, H.; Maass, P.; Mantegna, R. N.; Peng, C. -K.; Prince, P. A.; Salinger, M. A.; Stanley, M. H. R. & Viswanathan, G. M. (1996) Anomalous fluctuations in the dynamics of complex systems: from DNA and physiology to econophysics, *Physica A* 224(1), 302–321.

Ward, A. J. W., Sumpter, D. J. T., Couzin, I. D., Hart, P. J. B. & Krause, J. (2008) Quorum decision-making facilitates information transfer in fish shoals, *Proceedings of the National Academy of Sciences* 105(19), 6948–6953.

Wolfram, S. (1983) Cellular Automata, *Los Alamos Science* 9, 2-21.

Wolfram, S. (1984) Universality and complexity in cellular automata, *Physica D* 10, 1-35.

Wolfram, S. (2002) *A New Kind of Science*. Champaign: Wolfram Media.

Zhou, W. X. & Sornette, D. (2007) Self-organizing Ising model of financial markets, *European Physical Journal B* 55(2), 175–181.