

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA**

Fabício Yutaka Kuwabata Takigawa

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO COMPUTACIONAL
PARA O PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA
OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS**

Florianópolis

2010

Fabício Yutaka Kuwabata Takigawa

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO COMPUTACIONAL
PARA O PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA
OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

Tese submetida ao Programa de
Pós-graduação em Engenharia
Elétrica da Universidade Fede-
ral de Santa Catarina para a ob-
tenção do Grau de Doutor em
Sistemas de Energia

Orientador: Prof. Dr. Edson Lu-
iz da Silva, D. Eng.

Coorientador: Prof. Dr. Erlon
Cristian Finardi, D. Eng.

Florianópolis

2010

Catálogo na fonte elaborada pela biblioteca da
Universidade Federal de Santa Catarina

T136d Takigawa, Fabrício Yutaka Kuwabata

Desenvolvimento de um modelo computacional para o problema da programação diária da operação de sistemas hidrotérmicos [tese] / Fabrício Yutaka Kuwabata Takigawa ; orientador, Edson Luiz da Silva. - Florianópolis, SC, 2010.

1 v.: il., grafs., tabs.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

1. Engenharia elétrica. 2. Sistemas de energia elétrica hidrotérmica. 3. Sistemas de energia elétrica - Planejamento. 4. Relaxação Lagrangeana. I. Silva, Edson Luiz da. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

CDU 621.3

Fabrcio Yutaka Kuwabata Takigawa

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO COMPUTACIONAL
PARA O PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA
OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Sistemas de Energia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 03 de dezembro de 2010.

Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph. D.
Coordenador do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Edson Luiz da Silva, D. Eng.
Orientador

Prof. Erlon Cristian Finardi, D. Eng.
Coorientador

Prof. Secundino Soares Filho, D. Eng.

Prof. André Luiz Diniz Souto Lima, D. Eng.

Prof. Hans Helmut Zurn, Ph. D.

Aos meus pais, *Akiyuki* e *Aparecida*, pela dedicação em educar seus filhos sem medir esforços, pela bondade em se doar sem esperar algum retorno, pelo carinho, conforto, apoio e amor incondicional em todos os momentos de minha vida.

AGRADECIMENTOS

Durante a realização dessa tese, passaram-se bons anos, nos quais tive a oportunidade de conhecer e trabalhar com diversas pessoas. Eu agradeço a todas as pessoas que estiveram presentes, diretamente ou indiretamente, ao longo desse período. Para algumas delas, irei realçar os meus agradecimentos:

Ao *Prof. Edson Luiz da Silva*, meu orientador, pela amizade, oportunidade e confiança oferecida desde o mestrado e, principalmente, pela compreensão, incentivo e apoio em momentos chaves.

Ao *Prof. Erlon Cristian Finardi*, coorientador deste trabalho, pela amizade, pelas oportunidades diversificadas de trabalhos e, principalmente, pela dedicação e acompanhamento constante desde a época de mestrado.

Ao *Prof. Secundino Soares Filho*, por ter aceitado ser o relator deste trabalho, pela animadora discussão no dia da defesa e pelas valiosas contribuições efetuadas para a versão final da tese.

Ao *Prof. André Luiz Diniz Souto Lima*, por ter aceitado participar da banca examinadora na qualificação e na defesa da tese, auxiliando com diversas contribuições.

Ao *Prof. Hans Helmut Zurn* pela amizade, pelas conversas e pelas contribuições para a versão final da tese.

À *Prof^a Cláudia Alejandra Sagastizábal* pela disposição e pelo auxílio na utilização do algoritmo de Feixes.

Aos professores do Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica – LABPLAN, sobretudo, ao *Prof. Ildemar Cassana Decker* pela dedicação em manter um ambiente saudável e propício para pesquisa.

Aos professores do departamento de eletrotécnica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina – IFSC pela recepção e acolhimento. Em especial, aos professores *Daniel Dotta, Everthon Taghori Sica, Rafael Nilson Rodrigues e Rubi-piara Cavalcanti Fernandes* pela amizade desde o período de pós-graduação e pelo convívio harmonioso; e, também, aos professores *James Silveira, José Pontes, Mario Kawata, Ricardo Luiz Alves e Walcir Miot* pelo auxílio nesse período de docência.

Aos amigos e colegas do LABPLAN, pelo convívio harmonioso e agradável. Em especial, aos amigos feitos nesses longos anos, *Alexandre Nunes Zucarato, Chádía Sebba, Daniel Tenfen, Edison Antônio Cardoso Aranha Neto, Eduardo Gaulke, Gelson Antonio Brigatto, Gustavo Antônio Baur Arfux, Leandro Aguiar, Marcelo Benetti, Marcelo Luis Loureiro dos Santos, Marcelo Neujahr Agostini, Matheus Cruz, Maurício Sperandio, Murilo Scuzziato, Otávio Vaz, Raphael Eduardo Chagas Gonçalves e Vitor Luiz de Matos*, pelas conversas e pelos diversos momentos de descontração.

Aos amigos da época da graduação, em especial, *Edgar Bezerra, Jody Fujihara, Luiz Renato Pallos Barbosa, Marco Aurélio Maniaudet, Rodrigo de Alvarenga Freire, Rodrigo Gaiad e Sandro Alencar*, que mesmos distantes, sempre tentaram estar presentes por meio de incentivo, preocupação e apoio para comigo.

Aos amigos de longa data, *Fábio Akahoshi, Fábio Lin e Marcos Miyahara*, pela confiança e incentivo.

Aos meus avós, hoje, não mais presentes, pela semente que foi plantada há algumas décadas, com tanto carinho e, principalmente, pelo exemplo de integridade, simplicidade e humildade.

À minha família, meus pais, *Akiyuki e Aparecida*, meus irmãos, *Fábio, Ticiane e Franco*, por tudo, formação, estímulo, amor, orgulho e apoio incondicional em todos os momentos da minha vida.

E, por fim, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPQ pelo suporte financeiro dado para a realização do trabalho.

*“Se não houver frutos, valeu a beleza
das flores;
Se não houver flores, valeu a sombra
das folhas;
E, se não houver folhas, valeu a inten-
ção da semente.”*

Henfil

RESUMO

O problema da programação diária da operação de sistemas hidrotérmicos tem como objetivo definir quais unidades devem estar operando, os respectivos níveis de geração, em cada hora do dia seguinte, com o propósito de atender à demanda ao longo do dia, às restrições operativas das usinas e dos reservatórios e às restrições elétricas do sistema ao menor custo operativo. Uma característica desafiante do problema da programação consiste em obter uma solução de boa qualidade com um custo computacional moderado. A obtenção de uma solução dessa natureza requer uma modelagem detalhada de todos os elementos de geração e transmissão do sistema hidrotérmico. Em consequência, o problema de otimização resultante possui um elevado grau de complexidade, o qual pode ser decomposto em subproblemas menores, com características distintas e mais fáceis de serem solucionados. Neste trabalho, a estratégia de solução proposta para o problema da programação diária está baseada nas metodologias da Relaxação Lagrangeana e do Lagrangeano Aumentado. Essa estratégia de solução proposta para o problema da programação diária é analisada em uma configuração hidrotérmica, extraída do sistema elétrico brasileiro.

Palavras-chave: Sistemas Hidrotérmicos, Programação Diária da Operação Eletroenergética, Relaxação Lagrangeana, Lagrangeano Aumentado, Princípio do Problema Auxiliar, Método não linear de Gauss Seidel, Ponto Pseudo-Primal.

ABSTRACT

The daily operation programming problem of hydrothermal systems aims to define which units should be in operation, the respective generation levels at each hour of the day, with the purpose of matching the demand, and meeting the operating plants constraints, the reservoir constraints and the electrical system constraints at the minimum operative cost. A challenging feature of this programming problem consists of obtaining a solution with good quality and moderate computational burden. In order to obtain a good solution, a detailed modeling of the generation and the transmission system is required. Consequently, the resulting optimization problem has a high degree of complexity, which can be decomposed into smaller subproblems, with distinctive characteristics and easier to solve. In this work, the proposed strategy of solution to the daily programming problem is based on the Lagrangian Relaxation and Augmented Lagrangian methods. This proposed strategy to the daily programming problem is analyzed in a hydrothermal setting, extracted from the Brazilian electrical system.

Keywords: Hydrothermal Systems, Daily Operation Programming, Lagrangian Relaxation, Augmented Lagrangian, Auxiliary Problem Principle, Block Coordinate Descent Method, Pseudo-Primal Point.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1: INTEGRAÇÃO DAS BACIAS DO SIN.	32
FIGURA 1.2: SISTEMA DE TRANSMISSÃO DO SIN.....	33
FIGURA 2.1: ATIVIDADES TÍPICAS DA OPERAÇÃO INTEGRADA DO SIN.....	40
FIGURA 2.2: ETAPAS DO DESPACHO CENTRALIZADO DE GERAÇÃO.....	41
FIGURA 3.1: FUNÇÃO DE CUSTO FUTURO PARA UM RESERVATÓRIO.	62
FIGURA 3.2: ILUSTRAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE UMA UNIDADE.....	67
FIGURA 3.3: ILUSTRAÇÃO DO COMPORTAMENTO DA UNIDADE SEM AS RESTIÇÕES DE <i>MINIMUM UP</i> E <i>DOWNTIME</i>	68
FIGURA 4.1: NÍVEIS HIERÁRQUICOS DA RL.....	80
FIGURA 4.2: DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DO PROBLEMA DUAL – FASE RL. ..	91
FIGURA 4.3: DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DO PROBLEMA DUAL – FASE RP. ..	97
FIGURA 5.1: DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DO SISTEMA HIDROTÉRMICO.	102
FIGURA 5.2: DEMANDA DE ENERGIA.	102
FIGURA 5.3: CONFIGURAÇÃO HIDRÁULICA.....	103
FIGURA 5.4: PERFIL DA VAZÃO AFLUENTE NOS RESERVATÓRIOS.	104
FIGURA 5.5: GERAÇÃO HIDRELÉTRICA E TERMELÉTRICA NO ATENDIMENTO À DEMANDA - FASE RL.	109
FIGURA 5.6: MONTANTE DE GERAÇÃO HIDRELÉTRICA E TERMELÉTRICA. ..	109
FIGURA 5.7: GERAÇÃO HIDRELÉTRICA DE H_1 E GERAÇÃO TERMELÉTRICA DE T_1	110
FIGURA 5.8: VAZÃO DEFLUENTE E VOLUME DO RESERVATÓRIO DE H_1	110
FIGURA 5.9: DESVIO RELATIVO DAS VARIÁVEIS DE GERAÇÃO TERMELÉTRICA.	111
FIGURA 5.10: DESVIO RELATIVO DAS VARIÁVEIS DE GERAÇÃO HIDRELÉTRICA.....	111
FIGURA 5.11: DESVIO RELATIVO DAS VARIÁVEIS DE VOLUME ARMAZENADO.	112

FIGURA 5.12: DESVIO RELATIVO DAS VARIÁVEIS DE VAZÃO DEFLUENTE...	112
FIGURA 5.13: SEQUÊNCIA ARBITRADA PARA O MÉTODO GS.	113
FIGURA 5.14: COMPORTAMENTO DE F_{RP} E DA $ G $, AO LONGO DO PROCESSO ITERATIVO.	115
FIGURA 5.15: COMPORTAMENTO DO CUSTO FUTURO AO LONGO DO PROCESSO ITERATIVO.	116
FIGURA 5.16: COMPORTAMENTO DE F_{CT} AO LONGO DO PROCESSO ITERATIVO.	116
FIGURA 5.17: GERAÇÃO HIDRELÉTRICA E TERMELÉTRICA NO ATENDIMENTO À DEMANDA – FASE RP.....	117
FIGURA 5.18: GERAÇÃO TERMELÉTRICA DE CADA USINA.....	117
FIGURA 5.19: GERAÇÃO HIDRELÉTRICA DE CADA USINA.....	118
FIGURA 5.20: MONTANTE DE GERAÇÃO HIDRELÉTRICA OBTIDA PELO PPA E GS.	118
FIGURA 5.21: VOLUME ARMAZENADO DE H_1	119
FIGURA 5.22: MÁXIMA GERAÇÃO HIDRELÉTRICA POSSÍVEL.....	120
FIGURA 5.23: DESPACHO HORÁRIO DAS UNIDADES HIDRELÉTRICAS DE H_1 .	121
FIGURA 5.24: DESVIO DO VOLUME ARMAZENADO DO RESERVATÓRIO H_4 . .	122
FIGURA 5.25: GERAÇÃO TERMELÉTRICA – PONTO DE PARTIDA COM 20 ITERAÇÕES NA FASE RL.	124
FIGURA 5.26: GERAÇÃO DAS UNIDADES DE H_1 – CENÁRIO DE BAIXA DEMANDA.	126
FIGURA 5.27: NOVA SEQUÊNCIA ARBITRADA PARA O MÉTODO GS.	126
FIGURA 6.1: REDE DE TRANSMISSÃO DO SISTEMA HIDROTÉRMICO.....	130
FIGURA 6.2: COMPORTAMENTO DA FUNÇÃO DUAL E DA NORMA DO SUBGRADIENTE.	135
FIGURA 6.3: GERAÇÃO HIDRELÉTRICA E TERMELÉTRICA NO ATENDIMENTO À DEMANDA - FASE RL.	136

FIGURA 6.4: GERAÇÃO HIDRELÉTRICA DE H_1 E GERAÇÃO TERMELÉTRICA DE T_1	137
FIGURA 6.5: VAZÃO DEFLUENTE E VOLUME DO RESERVATÓRIO DE H_1	137
FIGURA 6.6: COMPORTAMENTO DA GERAÇÃO DA UNIDADE 1 DE H_1	138
FIGURA 6.7: COMPORTAMENTO DA NORMA INFINITA PARA OS GRUPOS DE VARIÁVEIS.....	140
FIGURA 6.8: COMPORTAMENTO DE F_{RP} E DA $ G $, AO LONGO DO PROCESSO ITERATIVO.....	141
FIGURA 6.9: COMPORTAMENTO DO CUSTO FUTURO E DE F_{CT} AO LONGO DO PROCESSO ITERATIVO.	141
FIGURA 6.10: GERAÇÃO HIDRELÉTRICA E TERMELÉTRICA NO ATENDIMENTO À DEMANDA – FASE RP.....	142
FIGURA 6.11: GERAÇÃO TERMELÉTRICA DE CADA USINA.	143
FIGURA 6.12: GERAÇÃO HIDRELÉTRICA DE CADA USINA.	144
FIGURA 6.13: VOLUME ARMAZENADO DOS RESERVATÓRIOS AO LONGO DO TEMPO.	145
FIGURA 6.14: DESPACHO HORÁRIO DA UNIDADE HIDRELÉTRICA 1 DE H_1 ...	146
FIGURA 6.15: DESPACHO HORÁRIO DE H_1 E SUAS TRÊS UNIDADES HIDRELÉTRICAS.....	147
FIGURA 6.16: GERAÇÃO HIDRELÉTRICA E TERMELÉTRICA NO ATENDIMENTO À DEMANDA – FASE RL (PONTO PSEUDO-PRIMAL).	149
FIGURA 6.17: GERAÇÃO HIDRELÉTRICA E VAZÃO DEFLUENTE DE H_1 – PONTO PSEUDO-PRIMAL.	149
FIGURA 6.18: GERAÇÃO HIDRELÉTRICA E TERMELÉTRICA NO ATENDIMENTO À DEMANDA – FASE RP (PONTO PSEUDO-PRIMAL).	151
FIGURA 6.19: GERAÇÃO HIDRELÉTRICA E TERMELÉTRICA NO ATENDIMENTO À DEMANDA – FASE RP (CASO 1).	152

FIGURA 6.20: SEQUÊNCIA ARBITRADA PARA O MÉTODO HÍBRIDO, ENTRE GS E
PPA..... 154

LISTA DE TABELAS

TABELA 5.1: DADOS DAS USINAS TERMELÉTRICAS.	103
TABELA 5.2: DADOS DOS RESERVATÓRIOS.	105
TABELA 5.3: COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE COTA DE MONTANTE.	105
TABELA 5.4: COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE COTA DE JUSANTE.	106
TABELA 5.5: COEFICIENTES DE RENDIMENTO DAS UNIDADES E COEFICIENTE DE PERDAS HIDRÁULICAS.	106
TABELA 5.6: DADOS DA FUNÇÃO DE CUSTO FUTURO.	107
TABELA 5.7: RESULTADOS DUAIS PARA A FASE RL.	108
TABELA 5.8: RESULTADOS DUAIS PARA A FASE RP.....	114
TABELA 5.9: VALORES DOS TERMOS DA FUNÇÃO OBJETIVO NA FASE RP. ..	115
TABELA 5.10: VOLUME FINAL ARMAZENADO NOS RESERVATÓRIOS.	119
TABELA 5.11: PRINCIPAIS RESULTADOS DUAIS DA FASE RL E RP – PONTO DE PARTIDA COM 20 ITERAÇÕES NA FASE RL.	123
TABELA 5.12: PRINCIPAIS RESULTADOS DUAIS DA FASE RL E RP – BAIXA DEMANDA.....	125
TABELA 5.13: VOLUME FINAL ARMAZENADO NOS RESERVATÓRIOS.	125
TABELA 5.14: RESULTADOS PARA A NOVA SEQUÊNCIA DE SOLUÇÃO DOS SUBPROBLEMAS – GS.	127
TABELA 6.1: DADOS DAS LINHAS DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO.....	131
TABELA 6.2: DADOS DAS BARRAS DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO.....	132
TABELA 6.3: ZONAS PROIBIDAS DAS UNIDADES HIDRELÉTRICAS.	133
TABELA 6.4: DADOS DA FUNÇÃO DE CUSTO FUTURO.	134
TABELA 6.5: RESULTADOS DUAIS PARA A FASE RL.	135
TABELA 6.6: CRITÉRIOS DE PARADA UTILIZADOS.	139
TABELA 6.7: RESULTADOS DUAIS PARA A FASE RP.....	140
TABELA 6.8: VOLUME FINAL ARMAZENADO NOS RESERVATÓRIOS.	146

TABELA 6.9: RESULTADOS DUAIS PARA A FASE RL – PONTO PSEUDO-PRIMAL.	148
TABELA 6.10: RESULTADOS DA FASE RP – PONTO PSEUDO -PRIMAL.	150
TABELA 6.11: VOLUME FINAL ARMAZENADO NOS RESERVATÓRIOS – PONTO PSEUDO PRIMAL X CASO BASE.....	150
TABELA 6.12: RESULTADOS DUAIS PARA A FASE RP – CASO 1.	152
TABELA 6.13: RESULTADOS DUAIS PARA A FASE RP – CASO 2.	153
TABELA 6.14: RESULTADOS DUAIS PARA A FASE RP – CASO 3.	153
TABELA 6.15: RESULTADOS DUAIS PARA A FASE RP – MÉTODO HÍBRIDO..	155
TABELA 6.16: RESULTADOS DUAIS PARA A FASE RP – MÉTODO HÍBRIDO E PONTO PSEUDO-PRIMAL.	155

LISTA DE ABREVIATURAS

SIN: Sistema Interligado Nacional
ONS: Operador Nacional do Sistema
PEN: Planejamento Anual da Operação Energética
PMO: Programa Mensal da Operação Energética
PDO: Programação Diária da Operação Eletroenergética
RL: Relaxação Lagrangeana
LA: Lagrangeano Aumentado
PPA: Princípio do Problema Auxiliar
PQS: Programação Quadrática Sequencial
GS: Método Não-Linear de Gauss Seidel
FCF: Função de Custo Futuro
 C_H : Subconjunto das restrições hidrelétricas
 C_T : Conjunto com restrições hidrelétricas
 C_{HT} : Conjunto com restrições hidrelétricas
 C_{HH} : Conjunto com restrições hidrelétricas
 C_{CCP} : Conjunto com restrições hidrelétricas
 C_{HUC} : Conjunto com restrições hidrelétricas
RP: Recuperação Primal
PD: Programação Dinâmica
PL: Programação Linear
PNL: Programação Não-Linear
PDD: Programação Dinâmica Dual
PQ: Programação Quadrática
KKT: Karush-Kuhn-Tucker
BFGS: Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno

SUMÁRIO

SUMÁRIO	XXVII
CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO	31
CAPÍTULO 2 O PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO ELETROENERGÉTICA	39
2.1 INTRODUÇÃO	39
2.2 OPERAÇÃO CENTRALIZADA DO SISTEMA INTERLIGADO NACIONAL	39
2.3 PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS	41
2.4 PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO ELETROENERGÉTICA 43	
2.5 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	44
2.6 CONCLUSÕES	56
CAPÍTULO 3 MODELAGEM DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO ELETROENERGÉTICA	57
3.1 INTRODUÇÃO	57
3.2 SISTEMA HIDRELÉTRICO	57
3.2.1 <i>Reservatórios</i>	58
3.2.1.1 <i>Queda Bruta</i>	62
3.2.2 <i>Função de Produção das Unidades Hidrelétricas</i>	63
3.3 SISTEMA TERMELÉTRICO	69
3.4 SISTEMA DE TRANSMISSÃO	71
3.5 MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA	73
3.6 NOTAÇÃO COMPACTA	74
3.6.1 <i>Restrições com variáveis hidráulicas (C_H)</i>	74
3.6.2 <i>Restrições com variáveis termelétricas (C_T)</i>	75
3.6.3 <i>Restrições com variáveis hidrotérmicas (C_{HT})</i>	75
3.6.4 <i>Função Objetivo</i>	75
3.6.5 <i>Forma Compacta do Problema</i>	76
3.7 CONCLUSÕES	76
CAPÍTULO 4 ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO .	79
4.1 INTRODUÇÃO	79

4.2	METODOLOGIAS DE SOLUÇÃO	79
4.2.1	<i>Relaxação Lagrangeana</i>	79
4.2.2	<i>Lagrangeano Aumentado</i>	82
4.3	FASES DE SOLUÇÃO DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO	83
4.3.1	<i>Solução via Relaxação Lagrangeana</i>	83
4.3.1.1	Subproblema Termelétrico	87
4.3.1.2	Subproblema Hidrotérmico	88
4.3.1.3	Subproblema de Coordenação com o Planejamento de Curto Prazo.....	89
4.3.1.4	Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas	89
4.3.1.5	Subproblema Hidrelétrico	90
4.3.1.6	Representação Esquemática do Problema Dual	91
4.3.2	<i>Recuperação Primal via Lagrangeano Aumentado</i>	91
4.3.2.1	Subproblema Termelétrico	94
4.3.2.2	Subproblema Hidrotérmico	95
4.3.2.3	Subproblema de Coordenação com o Planejamento de Curto Prazo.....	95
4.3.2.4	Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas	96
4.3.2.5	Subproblema Hidrelétrico	96
4.3.2.6	Representação Esquemática do Problema Dual	97
4.4	CONCLUSÕES.....	98

CAPÍTULO 5 RESULTADOS PARTE I: ANÁLISE DA PERFORMANCE DA METODOLOGIA DE SOLUÇÃO PROPOSTA 101

5.1	INTRODUÇÃO.....	101
5.2	DADOS UTILIZADOS	101
5.3	ANÁLISE DA SOLUÇÃO	107
5.3.1	<i>Análise da etapa RL</i>	108
5.3.2	<i>Análise da etapa RP</i>	113
5.4	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	122
5.4.1	<i>Alteração do ponto inicial para a fase RP</i>	123
5.4.2	<i>Cenário de baixa demanda</i>	124
5.4.3	<i>Alteração na sequência de solução dos subproblemas - GS</i> 126	
5.5	CONCLUSÕES.....	127

CAPÍTULO 6 RESULTADOS PARTE II: ANÁLISE COM A MODELAGEM DA REDE E DAS ZONAS OPERATIVAS DAS UNIDADES HIDRELÉTRICAS 129

6.1	INTRODUÇÃO.....	129
-----	-----------------	-----

6.2	DADOS UTILIZADOS	129
6.3	ANÁLISE DA SOLUÇÃO	134
6.3.1	<i>Análise da etapa RL</i>	135
6.3.2	<i>Análise da etapa RP</i>	138
6.4	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE.....	147
6.4.1	<i>Utilização do Ponto Convexificado</i>	148
6.4.1.1	Análise da etapa RL.....	148
6.4.1.2	Análise da etapa RP	150
6.4.2	<i>Alterações no Sistema de Transmissão</i>	151
6.4.2.1	Caso 1: Redução da Capacidade da Linha 42 em 60%	152
6.4.2.2	Caso 2: Redução da Capacidade da Linha 14 em 40%	153
6.4.2.3	Caso 3: Modelagem da Rede por Fluxo em Redes	153
6.4.3	<i>Atualização das Constantes Quadráticas pelo Método Híbrido</i> 154	
6.5	CONCLUSÕES.....	156
CAPÍTULO 7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....		159
APÊNDICE I – EXEMPLO COM APLICAÇÃO DA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO PROPOSTA.....		163
APÊNDICE II – SUBPROBLEMA HIDRELÉTRICO.....		167
APÊNDICE III – ALGORITMO DE PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA SEQUENCIAL IMPLEMENTADO		171
<i>AIII.2.1 Interpolação Quadrática</i>		<i>177</i>
APÊNDICE IV - PECULIARIDADES DO ALGORITMO DE PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA SEQUENCIAL		181
APÊNDICE V – ALTERAÇÕES NOS PARÂMETROS DA PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA SEQUENCIAL		191
APÊNDICE VI – COMPORTAMENTO DAS GERAÇÕES TERMELÉTRICAS E HIDRELÉTRICAS AO LONGO DO PROCESSO ITERATIVO DA FASE RP		195
APÊNDICE VII – ALTERAÇÃO NA SEQUÊNCIA DE SOLUÇÃO DOS SUBPROBLEMAS - MÉTODO HÍBRIDO		199
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		201

A energia elétrica é essencial para a vida humana. Atualmente, é uma das principais fontes energéticas para as mais variadas atividades realizadas pela humanidade, e possibilita uma série de benefícios sociais e econômicos para o país. No entanto, todos esses benefícios decorrem de um custo para a sociedade, associados, entre outros aspectos, à geração da energia elétrica.

A produção da energia elétrica pode ser efetuada por usinas termelétricas, em que um gerador é impulsionado pela queima de um combustível, por usinas hidrelétricas, em que a geração é efetuada pelo aproveitamento das forças das águas de um rio, ou pela combinação de ambas as usinas. O sistema que possui esses dois tipos de usinas é chamado de hidrotérmico.

As usinas de um sistema hidrotérmico estão interligadas por um sistema de transmissão, o qual permite explorar as complementaridades associadas ao regime hidrológico e às usinas termelétricas. Isso acontece, pois a operação de uma usina hidrelétrica depende, entre diversos fatores, do volume armazenado no reservatório e da vazão afluente incremental¹, enquanto a usina termelétrica depende da disponibilidade do combustível. Desta forma, é possível reduzir os custos operativos, com a diminuição de geração termelétrica sempre que houver energia hidrelétrica excedente em outras regiões do sistema. Da mesma forma, em períodos com baixos valores de aflúncias, a contribuição das usinas termelétricas é de especial importância no atendimento à demanda.

O sistema de produção e transmissão de energia elétrica do Brasil, Sistema Interligado Nacional – SIN, pode ser classificado como hidrotérmico, predominantemente hidrelétrico, de grande

¹ Vazão afluente incremental é a vazão de água que chega no respectivo reservatório devido às chuvas e que não é controlável.

porte e com múltiplos proprietários (ONS, 2010). O tamanho e as características permitem considerá-lo único em âmbito mundial.

A maior parte dos recursos de geração do SIN está distribuída em 12 bacias hidrográficas de diferentes regiões do país, como ilustra a Figura 1.1 extraída de ONS (2010). Atualmente a capacidade instalada dos recursos de geração hidrelétrica é de, aproximadamente, 75.827 MW, correspondendo a 73% do total².

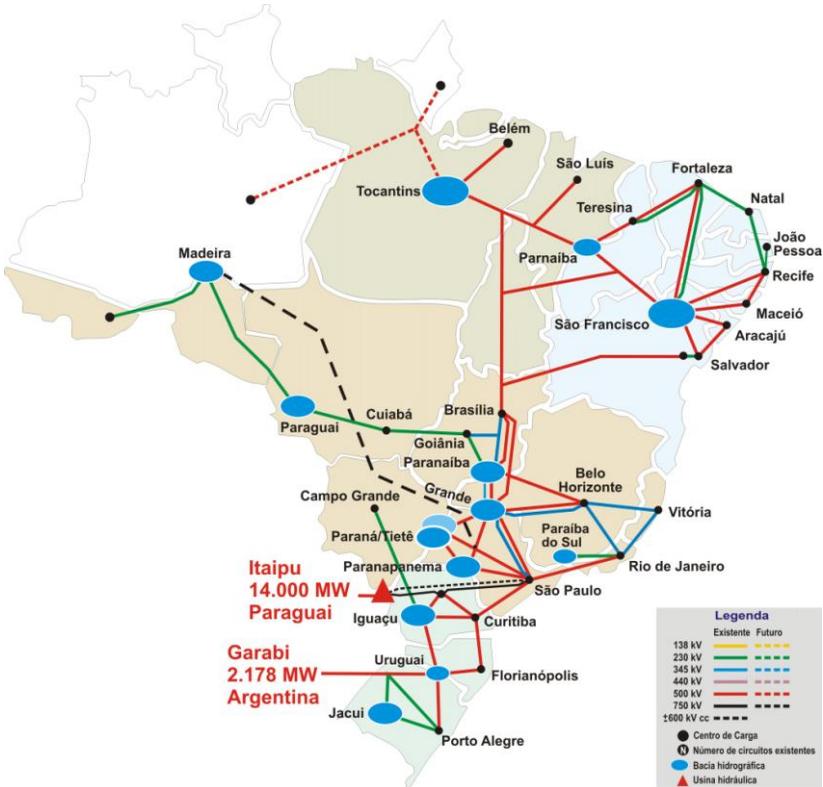


Figura 1.1: Integração das bacias do SIN.

O SIN dispõe ainda de uma extensa malha de transmissão pela qual é possível integrar a geração no atendimento ao merca-

² Ressalte-se que nesse montante foi considerada a metade da capacidade da usina hidrelétrica de Itaipu.

do de energia e à demanda, como pode ser observada na Figura 1.2, também extraída de ONS (2010).

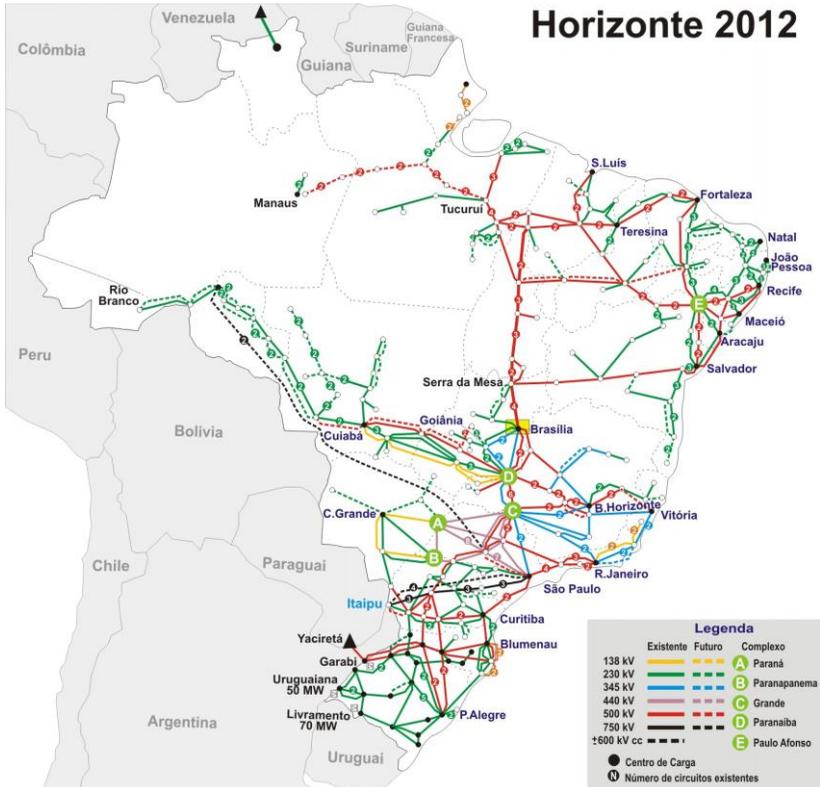


Figura 1.2: Sistema de transmissão do SIN.

Devido à extensão territorial do Brasil e às complexidades na operação do SIN, optou-se por uma operação centralizada no sentido de otimizar os recursos existentes e reduzir os custos de operação no atendimento à demanda. O responsável pela coordenação e controle da operação das instalações de geração e transmissão de energia elétrica no SIN é o Operador Nacional do Sistema Elétrico – ONS.

O planejamento da operação energética do SIN (MACEIRA *et al.*, 2002) é efetuado pelo ONS, por meio de uma cadeia de modelos, que tem como objetivo definir a operação ótima do sistema

hidrotérmico brasileiro, conforme será visto no capítulo seguinte. A cadeia é formada por três etapas, denominadas de Planejamento Anual da Operação Energética - PEN, Programa Mensal da Operação Energética - PMO e Programação Diária da Operação Eletroenergética - PDO. De maneira geral, a diferença fundamental entre as etapas está relacionada ao horizonte de estudo e ao detalhamento dos componentes do sistema hidrotérmico.

O objetivo principal deste trabalho é auxiliar no desenvolvimento técnico-metodológico e na validação técnica e computacional para o problema da PDO³, o qual tem como objetivo determinar quais unidades⁴ devem estar em operação, com seus respectivos níveis de geração, em cada hora do dia seguinte, atendendo à demanda ao longo do dia, às restrições operativas das usinas e dos reservatórios e às restrições elétricas do sistema.

Devido à proximidade da operação real, o modelo computacional a ser desenvolvido para o problema da PDO necessita conciliar uma modelagem detalhada de todos os componentes do sistema e solucioná-lo com um esforço computacional compatível. Essa modelagem detalhada, que será exposta no Capítulo 3, resulta em um problema de otimização de natureza não-linear e inteira mista.

O uso de métodos de otimização para a solução do problema da programação é atrativo do ponto de vista econômico devido aos elevados custos operacionais envolvidos. Adicionalmente, também é atrativo sob ponto de vista acadêmico por causa do desafiante modelo associado. Nesse sentido, a implementação computacional de um modelo de otimização depende, crucialmente, da precisão requerida, das técnicas de otimização utilizadas e, adicionalmente, da existência de dados confiáveis.

Este trabalho tem como foco modelar detalhadamente os componentes do sistema hidrotérmico e apresentar uma estratégia de solução para o problema da PDO. As metodologias utili-

³ Os modelos de planejamento da operação energética, PEN e PMO, utilizam de um ferramental bastante desenvolvido e que resultaram do desenvolvimento técnico-metodológico obtido no setor durante as últimas três décadas. Por sua vez, o modelo da PDO encontra-se em fase de desenvolvimento.

⁴ Neste trabalho, uma unidade se refere a um conjunto turbina-gerador de uma usina.

zadas são: a Relaxação Lagrangeana - RL (BAZARAA *et al.*, 1979; BERTSEKAS, 1999; LEMARÉCHAL, 2001), a qual tem provada na literatura sua capacidade de manusear eficientemente as restrições que comumente aparecem neste tipo de problema e o Lagrangeano Aumentado - LA (GILL *et al.*, 1981; BERTSEKAS, 1999), que possibilita recuperar a solução inicialmente encontrada e torná-la viável. Nesta etapa de recuperação da solução, inicialmente, dois métodos baseados na metodologia do LA são utilizados: o método do Princípio do Problema Auxiliar - PPA (COHEN, 1980; BATUT *et al.*, 1992; YAN *et al.*, 1994; BELTRAN *et al.*, 2002; DUBOST *et al.*, 2003) e o método não linear de Gauss Seidel - GS (BERTSEKAS, 1999; BELTRAN *et al.*, 1999, BELTRAN *et al.*, 2002).

O comportamento da estratégia de solução proposta e da análise comparativa entre os dois métodos propostos para recuperar a solução são, inicialmente, observados em um sistema hidrotérmico extraído do SIN, com algumas simplificações. Na sequência, o problema da PDO é modelado detalhadamente e o programa computacional desenvolvido é avaliado para diversas configurações. A estratégia de solução proposta fornece uma solução viável para problema da PDO e uma visão inicial da aplicação para o SIN.

Em resumo, os principais objetivos deste trabalho são:

- implementação de um modelo que represente de maneira realista o sistema de geração e de transmissão;
- analisar o comportamento de uma nova estratégia de solução proposta para o problema da PDO.

Este documento está organizado da seguinte maneira. O Capítulo 2 descreve o problema da PDO no contexto do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos e situa o trabalho proposto com suas principais contribuições na revisão bibliográfica.

No Capítulo 3, o objetivo consiste em modelar o problema da PDO, detalhando as características operativas das unidades, usinas e dos reservatórios de um sistema hidrotérmico. Devido à predominância hidrelétrica do sistema brasileiro, maior ênfase é

dada à modelagem dos reservatórios e das unidades hidrelétricas, mediante a ilustração das principais características básicas operativas. A rede de transmissão é representada por meio de uma modelagem DC, considerando as impedâncias das linhas. Uma notação compacta é apresentada, a qual será utilizada no decorrer do documento.

No Capítulo 4, inicialmente, é dada atenção para as metodologias, RL e LA, as quais são utilizadas sequencialmente na estratégia de solução para o problema da PDO. Na primeira fase, a metodologia da RL é utilizada com apoio da introdução conveniente de variáveis artificiais na estrutura de acoplamento (temporal e espacial) do problema, possibilitando criar subproblemas menores, com naturezas matemáticas distintas e mais fáceis de serem solucionadas. Como a solução dessa fase, geralmente, é inviável, a metodologia do LA é utilizada para encontrar uma solução viável. Nessa segunda fase, dois métodos baseados em heurísticas do LA, PPA e GS, são utilizados, sendo que a principal diferença encontra-se na maneira que as constantes do termo quadrático são atualizadas.

O Capítulo 5 tem como objetivo analisar a estratégia de solução proposta em um sistema hidrotérmico, extraído do sistema brasileiro. Nesse capítulo, ainda são analisados o comportamento do algoritmo de Programação Quadrática Sequencial - PQS desenvolvido ao longo deste trabalho de tese, frente a diversas configurações, e é efetuada uma análise comparativa entre os dois métodos propostos para encontrar uma solução viável para o problema da PDO. No sentido de demonstrar as propriedades dos métodos, algumas análises são efetuadas. As análises se baseiam na qualidade da solução inicial a ser utilizada pelos dois métodos propostos, na alteração da demanda do cenário base e na modificação da estrutura proposta para o método GS.

No Capítulo 6, o objetivo é analisar o desempenho do modelo computacional desenvolvido para o problema da PDO. Neste capítulo, a modelagem do problema da PDO é efetuada sem simplificações e o método utilizado para recuperar a solução é o PPA. Diversas análises serão consideradas, referentes ao ponto de partida para o processo de recuperação da solução, a resposta do modelo computacional frente às alterações nas configurações da

rede de transmissão e de sua modelagem, e a utilização de uma alternativa de atualização das constantes dos termos quadráticos na recuperação primal.

No Capítulo 7, as principais conclusões e as recomendações para trabalhos futuros são apresentadas.

CAPÍTULO 2

O PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO ELETROENERGÉTICA

2.1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo consiste em abordar o problema do planejamento da operação centralizada do SIN com foco no problema da PDO. Desta forma, inicialmente será apresentada, de maneira geral, a operação centralizada do SIN e o inter-relacionamento dos modelos da cadeia de planejamento da operação energética. Na sequência o problema da PDO, a ser tratado neste trabalho, é descrito. O capítulo é finalizado com uma breve revisão bibliográfica do problema em questão, contextualizando o presente trabalho com aqueles encontrados na literatura.

2.2 OPERAÇÃO CENTRALIZADA DO SISTEMA INTERLIGADO NACIONAL

Conceitualmente, a operação centralizada do SIN está embasada na interdependência operativa entre as usinas, na interconexão do sistema de transmissão e na integração desses recursos para o atendimento à demanda de energia elétrica. A interdependência é causada pelo aproveitamento conjunto dos recursos hidrelétricos, por meio da operação de usinas e reservatórios localizados em várias bacias hidrográficas. Dessa forma, a operação de uma determinada usina depende das vazões liberadas a montante por outras usinas, ao mesmo tempo em que sua operação afeta as usinas a jusante, de forma análoga. A utilização dos recursos de geração e transmissão de forma integrada permite reduzir os custos operativos, mediante a minimização de geração termelétrica.

Atualmente as atividades que visam obter a operação centralizada do SIN, as quais são realizadas pelo ONS, podem ser agrupadas em cinco áreas (AZEVEDO FILHO, 2000; FINARDI, 2004):

- (1) **Planejamento da Operação:** engloba os estudos e análises operacionais com um horizonte variando de 5 anos até uma semana;
- (2) **Programação Diária da Operação Eletroenergética:** atividades operacionais desenvolvidas dentro de um horizonte de uma semana até o dia que antecede a operação propriamente dita;
- (3) **Supervisão e Coordenação em Tempo Real (Despacho):** engloba as atividades que vão desde a operação em tempo real até algumas horas à frente;
- (4) **Análise e Estatística Pós Operativa:** atividades de análise dos resultados da operação, com armazenamento de dados estatísticos que realimentarão as áreas citadas anteriormente;
- (5) **Contabilização e Faturamento Energético.**

Na Figura 2.1, estão detalhadas um pouco mais algumas atividades realizadas pelo ONS na operação centralizada do SIN.

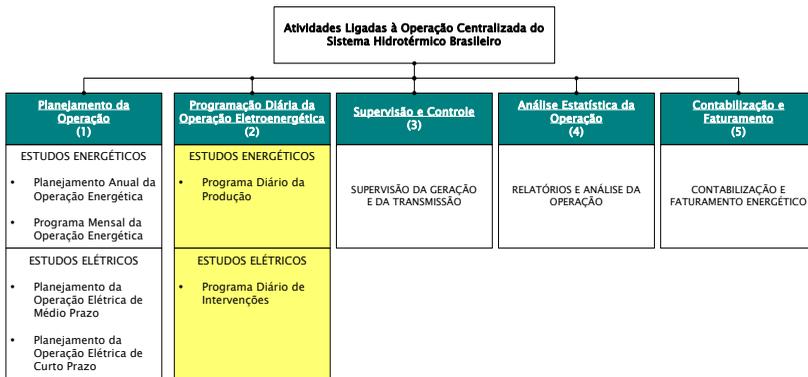


Figura 2.1: Atividades típicas da operação integrada do SIN.

Nas atividades (3), (4) e (5), os interesses estão voltados, basicamente, para a garantia de qualidade e confiabilidade do suprimento, os relatórios e análises de operação e a contabilização dos suprimentos entre os agentes. Por sua vez, no planejamento da operação, os estudos energéticos, ligados às fontes de geração,

e os estudos elétricos, ligados à análise da rede, são realizados por cadeias de modelos distintas, as quais se relacionam entre si pela inclusão das restrições elétricas mais relevantes nos estudos energéticos e vice-versa. Na programação diária, o inter-relacionamento entre os estudos elétricos e energéticos é bem mais evidente, traduzindo-se numa etapa onde são analisados aspectos ligados às fontes de geração e à rede de transmissão simultaneamente.

A seguir será abordado o Planejamento da Operação Energética do SIN e os modelos utilizados. Detalhes sobre os estudos referentes ao Planejamento da Operação Elétrica podem ser encontrados no Módulo 6 dos Procedimentos de Rede (ONS, 2010).

2.3 PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

A natureza e complexidade do SIN tornam inviável a adoção de um modelo computacional único para realizar o despacho de geração. Nesse sentido, o ONS utiliza uma cadeia de estudos coordenados entre si (MACEIRA *et al.*, 2002), com diferentes horizontes de análise e distintos graus de detalhamento na modelagem do sistema. Essa cadeia, ilustrada na Figura 2.2, tem como etapas principais o Planejamento Anual da Operação Energética – PEN, o Programa Mensal da Operação Energética – PMO e a PDO.

Todas as etapas têm como objetivo principal assegurar a otimização dos recursos de geração disponíveis, mediante a análise das condições de atendimento ao mercado de energia e à demanda nos horizontes cobertos por esses estudos.

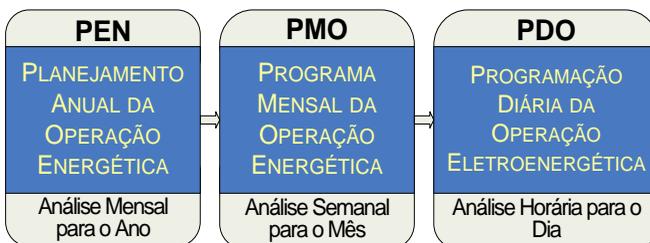


Figura 2.2: Etapas do despacho centralizado de geração.

No PEN o horizonte de planejamento é de cinco anos, discretizado em base mensal. Esse estudo é elaborado anualmente, tendo revisões quadrimestrais, de modo a incorporar revisões nas informações básicas. A principal ferramenta utilizada é o modelo computacional NEWAVE (CEPEL, 2001; MACEIRA *et al.*, 2008), o qual define mensalmente o despacho de geração para cada subsistema do SIN (Sul - SU, Sudeste/Centro-Oeste - SE/CO, Norte - NO e Nordeste - NE). Um subsistema é uma representação agregada das usinas hidrelétricas de uma determinada região elétrica (SILVA, 2001).

Em sua estratégia de solução, o NEWAVE calcula a função de custo futuro - FCF, como função do nível de armazenamento no final de cada mês e da tendência hidrológica¹ verificada em meses anteriores, de cada subsistema. Além disso, o NEWAVE é utilizado para obter diversos resultados tais como riscos de déficit de energia, estimativas do custo de operação, montantes de geração termelétrica, evolução do armazenamento do sistema, adequação de cronogramas de manutenção, entre outros. A FCF por esse modelo é repassada ao PMO para manter a coordenação dos estudos.

Por sua vez, no PMO são definidas as políticas operativas para as semanas do mês em questão, sendo que esse estudo é executado mensalmente e elaborado num prazo de até três dias úteis. Devido à dinâmica operativa do sistema, o estudo é revisado semanalmente. A principal ferramenta utilizada é o modelo computacional DECOMP (CEPEL, 2003), o qual representa de forma detalhada cada usina hidrelétrica do SIN e algumas restrições elétricas e hidráulicas especiais. Os níveis de geração por usina e as diretrizes energéticas a serem implementados na PDO são alguns dos diversos resultados obtidos nesse estudo.

Finalizando a cadeia, a PDO tem como objetivo estabelecer os níveis de geração de cada unidade geradora do sistema, em intervalos de 30 minutos, para o dia que antecede a operação em tempo real, visando garantir a otimização energética dos recursos de geração e a segurança operacional, considerando (ONS, 2010):

¹ Afluência de energia prevista aos sistemas equivalentes.

- (a) políticas e diretrizes do PMO, e suas revisões semanais;
- (b) restrições elétricas entre e intra-subsistemas;
- (c) cronogramas de manutenção das unidades geradoras;
- (d) programa de intervenções em instalações da rede de operação;
- (e) restrições hidráulicas, de uso múltiplo da água e ambientais;
- (f) restrições em instalações e equipamentos.

Diferentemente das outras duas etapas do planejamento, citadas anteriormente, a PDO utilizada pelo ONS ainda não utiliza de um modelo computacional que otimize, de forma sistêmica, todos os recursos de geração.

Conforme será detalhado na revisão bibliográfica, diversos trabalhos têm sido publicados agregando contribuições para o desenvolvimento metodológico do modelo de otimização da programação diária da operação. Atualmente, para sobrepujar essa lacuna o ONS faz uso, com o apoio dos agentes, de modelos computacionais para validação elétrica e hidráulica no sentido de definir os procedimentos a serem seguidos na operação em tempo real.

Vale ainda ressaltar que a cadeia mostrada na Figura 2.2 é apoiada por diversos modelos que realizam previsão de mercado de energia e vazões afluentes, análises de confiabilidade, entre outros. Detalhes sobre esses modelos, e com respeito ao despacho de geração do SIN, podem ser obtidos nos módulos 7 e 8 dos Procedimentos de Rede (ONS, 2010).

2.4 PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO ELETROENERGÉTICA

A complexidade matemática do problema da PDO pode ser resumida com base nos seguintes tópicos:

- acoplamento no tempo, devido à capacidade limitada de armazenamento dos reservatórios, tempo de viagem da água entre os reservatórios e fatores

- termodinâmicos de operação das usinas termelétricas;
- acoplamento no espaço, devido à presença de diversas usinas hidrelétricas em uma cascata e aos requisitos de atendimento à demanda e reserva do sistema;
 - não-linear, devido às funções de produção das unidades hidrelétricas, custos de operação das usinas termelétricas e ao fluxo de potência na rede elétrica;
 - de natureza combinatória, dado que uma das tarefas primordiais da operação de um sistema de energia consiste em decidir dentre todas as unidades que compõem o sistema gerador, quais devem estar operando no atendimento à demanda e às demais restrições do sistema em cada período de tempo;
 - de grande porte, devido ao grande número de reservatórios, unidades hidrelétricas, termelétricas e períodos de estudo necessários para avaliar o impacto do acoplamento temporal na operação do sistema.

Como resultado, a programação diária se caracteriza por ser um problema de otimização não-linear e inteiro misto. O objetivo deste trabalho consiste em modelar detalhadamente os elementos de geração e de transmissão de um sistema hidrotérmico e propor uma estratégia de solução para o problema da PDO, auxiliando desta maneira no desenvolvimento metodológico da etapa.

2.5 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste trabalho, a revisão bibliográfica será feita de maneira sucinta, visto que o principal objetivo desta seção é situar o projeto com os trabalhos mais relevantes, presentes na bibliografia do problema da PDO. Revisões bibliográficas com trabalhos anteriores podem ser encontradas em Finardi (2003) e Diniz (2007).

Independentemente do tipo de sistema, seja termelétrico ou hidrotérmico, os modelos direcionados para a programação diária possuem diversas simplificações na modelagem e as estratégias de solução são escolhidas segundo as particularidades de cada sistema em estudo.

Os primeiros estudos referentes ao problema da programação diária foram realizados em meados da década de 60, em sistemas termelétricos com poucas unidades geradoras. A partir de então, um grande número de pesquisadores tem direcionado estudos para esse problema, o qual é também conhecido como *thermal unit commitment problem* (MERLIN *et al.*, 1983; ZHUANG *et al.*, 1988; GUAN *et al.*, 1992; SHEBLE *et al.*, 1994; MÖLLER *et al.*, 1995, KAZARLIS *et al.*, 1996; ZHAI *et al.*, 2002; PADHY, 2004; ARROYO *et al.*, 2004; CARRIÓN *et al.*, 2006; SIMOPOULOS *et al.*, 2006; LI *et al.*, 2007a; LI *et al.*, 2007b; HOSEINI *et al.*, 2007; VENKATESH *et al.*, 2008; AMINIFAR *et al.*, 2009; LAU *et al.*, 2009; ORTEGA *et al.*, 2009; PAPPALA *et al.*, 2009; FENG *et al.*, 2010; LOTFJOU *et al.*, 2010; SEKI *et al.*, 2010; SIAHKALI *et al.*, 2010).

Devido à natureza inteira-mista e a estrutura das restrições do modelo de otimização relacionado, as metodologias típicas comumente utilizadas são as técnicas de *Branch and Bound* (cujos conceitos podem ser vistos em WOLSEY, 1998), *Benders* (BENDERS, 1962), Programação Dinâmica (BELLMAN, 1957) e a Relaxação Lagrangeana (cujos conceitos podem ser vistos em BAZARAA *et al.*, 1979; BERTSEKAS, 1999; LEMARÉCHAL, 2001), com destaque para a última conforme pode ser visto em Sheble *et al.* (1994).

Desde a década passada, novas técnicas baseadas em algoritmos evolucionários, de inteligência artificial ou metaheurísticas, estratégias híbridas e lógica Fuzzy estão sendo propostas para a solução do problema, as quais podem ser encontradas em Padhy (2004), Saber *et al.* (2006), Simopoulos *et al.* (2006), Venkatesh *et al.* (2008), Lau *et al.* (2009), Pappala *et al.* (2009). Essas técnicas possuem facilidades de implementação e têm como embasamento uma busca aleatória de pontos, que seguem regras customizadas ao problema.

Papageorgiou *et al.* (2007) inclui a modelagem das zonas proibidas para as unidades termelétricas e soluciona o problema

de alocação via programação quadrática inteira mista, comparando a eficiência de sua solução com alguns trabalhos da literatura, que utilizam técnicas de inteligência artificial. Em suas análises comparativas, a programação matemática sempre obtém soluções melhores ou tão boas quanto os demais trabalhos. A vantagem da programação matemática é a garantia da qualidade da solução obtida para o problema modelado.

Em trabalhos mais recentes (ARROYO *et al.*, 2004; CARRIÓN *et al.*, 2006; LI *et al.*, 2007a; LI *et al.*, 2007b; HOSEINI *et al.*, 2007; AMINIFAR *et al.*, 2009), o *thermal unit commitment problem* está sendo solucionado por Programação Linear Inteira Mista (WOLSEY, 1998). Arroyo *et al.* (2004) destaca a modelagem das restrições de rampa de partida (aquecimento da caldeira) e de desligamento (resfriamento da caldeira). Carrión *et al.* (2006) modela as restrições de rampa, custos de partida e de desligamento e *minimum up/down time*. Em Li *et al.* (2007a) é proposto que o limite de rampa seja função da geração da unidade e em outro trabalho (LI *et al.*, 2007b) os autores inserem no problema de alocação às incertezas relacionadas ao preço de mercado, utilizando técnicas de Monte Carlo para a geração dos cenários. Hosseini *et al.* (2007) solucionam o problema por meio de três fases, em que para cada fase são efetuadas algumas simplificações na modelagem do problema, as fases são sucessivas até o encontro de uma solução viável. Em Aminifar *et al.* (2009), um critério de confiabilidade, a energia esperada não suprida, é incorporada ao problema de alocação das unidades termelétricas.

Devido à forte tendência mundial de inserir fontes geradoras renováveis, a inserção das fontes eólicas, que utilizam da velocidade do vento para a conversão de energia elétrica, está sendo cada vez mais pesquisada. A incorporação das características estocásticas da geração eólica ao problema do *thermal unit commitment problem* estão sendo consideradas em diversos trabalhos recentes (VENKATESH *et al.*, 2008; ORTEGA *et al.*, 2009; PAPPALA *et al.*, 2009; SIAHKALI *et al.*, 2010).

No tocante a sistemas hidrotérmicos podem ser citados alguns modelos desenvolvidos no Brasil (SOARES *et al.*, 1997; ARCE *et al.*, 2002; BELLONI *et al.*, 2003; FINARDI, 2003; MONTIBELLER, 2003; FINARDI *et al.*, 2004; FINARDI *et al.*, 2005;

TAKIGAWA, 2006; FINARDI *et al.*, 2006; RODRIGUES *et al.*, 2006; DINIZ *et al.*, 2006; DINIZ, 2007; MEZGER *et al.*, 2007; DINIZ *et al.*, 2007b; ENCINA *et al.*, 2008; RODRIGUES *et al.*, 2008; RODRIGUES, 2009). E em outros países (SHAW *et al.*, 1985; FERREIRA *et al.*, 1989; YAN *et al.*, 1994; HEREDIA *et al.*, 1995; RUZIC *et al.*, 1996a; RUZIC *et al.*, 1996b; LI *et al.*, 1997; GUAN *et al.*, 1997; SALAM *et al.*, 1998; GUAN *et al.*, 1999; NI *et al.*, 1999; BORGHETTI *et al.*, 2003; LI *et al.*, 2005; NOWAK *et al.*, 2005; SIFUENTES *et al.*, 2007). Dado que o interesse do nosso trabalho refere-se a sistemas hidrotérmicos, na sequência alguns dos trabalhos descritos acima serão brevemente comentados.

Nos trabalhos estrangeiros citados, os sistemas considerados são, em sua maioria, predominantemente termelétricos. Consequentemente, a modelagem da função de produção das unidades hidrelétricas é em geral simplificada. Geralmente, a geração é dependente da vazão turbinada, e representada por uma função linear por partes (JOHANNENSEN *et al.*, 1991) ou por uma função quadrática (SALAM *et al.*, 1998). Neste sentido, destaque é dado ao trabalho de Li *et al.* (1997), em que o sistema tem predominância hidrelétrica² e a modelagem do problema apresenta os custos de partida e restrições de *minimum uptime* e *downtime* das unidades hidrelétricas. O custo futuro da água armazenada nos reservatórios é representado na função objetivo. No entanto, não são consideradas as zonas proibidas e não existe a influência da variação da altura líquida na função de produção das unidades hidrelétricas, isto é, o volume é considerado constante e a função de produção não depende da vazão vertida.

Em Guan *et al.* (1997), Guan *et al.* (1999) e Ni *et al.* (1999) são modeladas as zonas proibidas de operação das unidades hidrelétricas no sentido de evitar sua operação em níveis que comprometam suas características operativas. Guan *et al.* (1999) modelam também restrições de defluência considerando, portanto, vazões que respeitem requisitos de navegação e recreação.

² O sistema hidrelétrico possui 65 reservatórios, localizados em 14 cascatas das regiões nordeste e central do Estado da Califórnia. O sistema hidrotérmico possui 115 unidades hidrelétricas e 50 unidades termelétricas.

Na maioria dos trabalhos, a metodologia de solução utilizada é a RL, que será detalhada na Seção 4.2.1, em que o problema original é decomposto em um subproblema termelétrico e outro hidrelétrico, por meio de multiplicadores de Lagrange associados às restrições relaxadas de atendimento à demanda e de reserva. O subproblema termelétrico resultante é muito semelhante ao *thermal unit commitment problem*, sendo solucionado via Programação Dinâmica, conforme pode ser visto em Ferreira *et al.* (1989). Em Martínez *et al.* (2008) uma estratégia de solução para o Subproblema Termelétrico utilizando uma técnica de memória, reduzindo o número de nós nos grafos da Programação Dinâmica obteve resultados expressivos relacionados ao esforço computacional, quando comparados à excursão clássica da Programação Dinâmica.

No subproblema hidrelétrico, as restrições de conservação da massa da água acoplam, no tempo e no espaço, os reservatórios ligados em cascata, dificultando sua solução. Neste sentido, em Guan *et al.* (1997) são utilizados dois conjuntos de multiplicadores adicionais que relaxam as restrições de limites de volume e de volume final. Desse modo, e com o apoio de algumas heurísticas, são desacoplados hidraulicamente os reservatórios e o subproblema hidrelétrico pode ser solucionado individualmente para cada estágio de tempo. No entanto, os mesmos autores em outro artigo (NI *et al.*, 1999) admitem que o modelo proposto anteriormente possui simplificações visto que não foi considerada a dependência do volume na função de produção das unidades, e desse modo à metodologia anterior não desacopla o problema no tempo. Neste sentido, no modelo mais recente, as restrições de limites das zonas operativas das unidades são relaxadas. Desta forma, utilizando a RL, o subproblema hidrelétrico é decomposto em dois problemas menores de características distintas: contínua e inteira. O problema contínuo é solucionado via Fluxo de Redes (KENNINGTON *et al.*, 1980) e o problema inteiro é solucionado via Programação Dinâmica (GUAN *et al.*, 1997; GUAN *et al.*, 1999; NI *et al.*, 1999). Objetivando diminuir o espaço de estados desse problema, uma Lista de Prioridades (WOOD *et al.*, 1984) é utilizada em conjunto com a metodologia da Programação Dinâmica.

González *et al.* (2001) consideram um sistema puramente hidrelétrico, com três usinas em cascata, e destacam o inter-relacionamento das variáveis de vazão turbinada na usina e do volume do reservatório na função de produção da mesma. No entanto, neste trabalho não se representam as perdas hidráulicas e a alocação das unidades hidrelétricas. A função de produção é linearizada por partes, podendo ser não côncava, o que requer o uso de variáveis binárias. O problema hidrelétrico é modelado via Programação Linear Inteira Mista - PLIM e solucionado por um pacote comercial especializado.

Trabalhos como Li *et al.* (2005) e Nowak *et al.* (2005) modelam o problema hidrotérmico via PLIM e os solucionam por um pacote comercial especializado. Nesses trabalhos, a modelagem do parque gerador é feita por usinas, e deste modo, as restrições relacionadas às unidades hidrelétricas não são consideradas. Li *et al.* (2005) compara a solução do problema pela metodologia da RL com uma mistura das metodologias do *Branch and bound* e do *Cutting Plane* (WOLSEY, 1998). Nowak *et al.* (2005) incorpora as negociações de energia do dia seguinte, no problema de alocação das unidades, por meio de ofertas de geração que podem ser efetuadas pelos geradores no mercado. Essas ofertas têm influência direta no cálculo do preço. As incertezas da demanda e das ofertas de geração dos outros participantes acrescentam à natureza estocástica no problema de PLIM.

A representação da função de produção da água tem recebido grande preocupação por parte dos pesquisadores; no entanto, a complexidade da sua modelagem, muitas vezes faz com que a mesma seja simplificada em seus estudos. Borghetti *et al.* (2003) definem que a função de produção de uma usina hidrelétrica depende da vazão turbinada, da altura de queda (dependente do volume do reservatório) e do rendimento da unidade (função da vazão turbinada e da altura de queda). No entanto, os autores simplificam a mesma como uma função linear da vazão turbinada da usina. Em um trabalho mais recente (BORGHETTI *et al.*, 2008), os autores aproximam a função de produção da unidade por uma função linear por partes, não-côncava, dependente da vazão turbinada e da altura de queda.

Mariano *et al.* (2008), em um sistema hidrelétrico, compararam uma modelagem não linear da função de produção da usina, dependente da vazão turbinada e da altura de queda, com uma modelagem clássica linear, dependente apenas da vazão turbinada. A conclusão é que a modelagem mais detalhada rende mais lucros, considerando os preços de energia conhecidos, em um tempo computacional aceitável.

Estudos focados apenas no *hydro unit commitment* são efetuados nos trabalhos de George *et al.* (1996), Philpott *et al.* (2000), Catalão *et al.* (2009) e Catalão *et al.* (2010). Em George *et al.* (1996), o problema da alocação das unidades hidrelétricas é solucionado via Programação Inteira Mista, em que os mesmos consideram o tempo de viagem da água entre sete reservatórios e o custo de partida para as unidades. A inserção das incertezas da demanda no problema de alocação é apresentada por Philpott *et al.* (2000), na qual a mesma é solucionada por Programação Dinâmica e Programação Inteira Estocástica.

Catalão *et al.* (2009) destaca a importância de uma modelagem não linear da função de produção hidrelétrica. Neste trabalho os autores modelam a função de produção dependente da vazão turbinada e de sua altura de queda; e a vazão turbinada máxima, também, como função da altura de queda. Nos testes efetuados, os autores ilustram os benefícios obtidos pela modelagem não linear em detrimento da modelagem linear, em que não foi considerada a variação da altura de queda na função de produção. Em Catalão *et al.* (2010), os autores incluem restrições de rampa e de custos associados à partida e ao desligamento, no sentido de obter soluções mais realísticas.

Trabalhos com detalhamento na representação do sistema de geração e transmissão são muito escassos na literatura, geralmente, o detalhamento se atém à representação de um sistema e simplificações no outro. Sifuentes *et al.* (2007) modelam o sistema de transmissão de um sistema hidrotérmico como uma rede AC, no qual problemas de congestionamento de linhas e controle de tensão podem ser considerados nessa metodologia; no entanto, o sistema de geração é representado de forma bem simplificada. De maneira semelhante, Fu *et al.* (2006) e Martínez-Crespo *et al.* (2006) também simplificam a modelagem do sistema de geração e

solucionam o problema de otimização pela decomposição de Benders.

Em uma representação precisa do sistema de geração e transmissão de um sistema hidrotérmico, a metodologia da RL aparece como uma escolha eficaz na literatura. A principal razão consiste na possibilidade de manipular as diferentes características matemáticas envolvidas e solucioná-las separadamente em subproblemas menores.

Uma desvantagem da aplicação da metodologia da RL é que a solução primal obtida, geralmente, é inviável. Isso torna necessário o desenvolvimento de uma outra fase para recuperar a mesma, conhecida como Recuperação Primal - RP. Essa fase RP é baseada em heurísticas (ZHUANG *et al.*, 1988; RUZIC *et al.*, 1996a; BELTRAN *et al.*, 2002; DUBOST *et al.*, 2003). Em Zhuang *et al.* (1988), heurísticas são utilizadas para ajustar alguns multiplicadores de forma a atender à reserva e, em seguida, um despacho viável pode ser obtido fixando-se os status das unidades, resolvendo um problema contínuo. Em Ruzic *et al.* (1996a) procura-se o ponto viável que apresente o menor desvio em relação à solução primal encontrada ao resolver o problema dual.

Beltran *et al.* (2002) encontram uma solução viável para o problema da alocação das unidades termelétricas utilizando a técnica de variáveis artificiais (LEMARÉCHAL *et al.*, 2001) na fase RL e analisam comparativamente o uso de duas heurísticas baseadas na metodologia do Lagrangeano Aumentado - LA (GILL *et al.*, 1981; BERTSEKAS, 1999), que será detalhado na Seção 4.2.2. O desempenho computacional das duas heurísticas, método do Princípio do Problema Auxiliar - PPA (COHEN, 1980) e o *Block Coordinate Descent* ou método não-linear de Gauss Seidel - GS (BERTSEKAS, 1999), é analisado e para os casos estudados tem-se que o GS foi muito mais rápido do que o PPA. No entanto, a análise qualitativa da solução obtida pelos dois métodos não foi considerada.

No trabalho de Dubost *et al.* (2003), duas heurísticas para a fase RP são comparadas. A primeira baseia-se na solução do problema convexificado, fornecido pelo Método dos Feixes (LEMARÉCHAL *et al.*, 1996; REDONDO *et al.*, 1999; FELTENMARK *et al.*, 2000; LEMARÉCHAL, 2001; BORGUETTI *et*

al., 2003; BELLONI *et al.*, 2003; MONTIBELLER, 2003). A segunda utiliza o método PPA para manter o problema resultante separável e obter uma solução viável. Nas análises efetuadas, a solução convexificada obteve resultados melhores do que o PPA.

No Brasil, devido à predominância de recursos hídricos e a consequente necessidade de se representar seu parque gerador o mais próximo da realidade, os trabalhos desenvolvidos buscam detalhar as características operacionais das unidades hidrelétricas. Em Soares *et al.* (1997) pode-se observar uma modelagem detalhada das unidades com a representação das curvas colinas das unidades, relacionando as perdas nos condutos forçados, a cota de jusante como um polinômio de quarta ordem e o rendimento do conjunto turbina-gerador, e a modelagem DC da rede de transmissão; e, em Arce *et al.* (2002) pode-se observar a representação dos custos de partida e de desligamento das unidades; no entanto, a modelagem das zonas proibidas das unidades hidrelétricas não é considerada. Em Encina *et al.* (2008), os resultados da modelagem detalhada das unidades resultou em benefícios na eficiência da conversão de energia elétrica e na redução das perdas relacionadas a geração, em um sistema hidrelétrico extraído do SIN. No entanto, neste trabalho não foram consideradas as restrições de conservação da massa da água e dos limites de armazenamento dos reservatórios.

Belloni *et al.* (2003) apresentam um modelo que inclui a alocação das unidades termelétricas no problema do despacho de geração horária desenvolvido para o sistema brasileiro. Na modelagem do parque gerador hidrelétrico, a função de produção das unidades hidrelétricas depende da vazão turbinada na usina, do volume do reservatório e da vazão vertida. A restrição de função de custo futuro da água também é representada. No entanto, a alocação das unidades hidrelétricas e suas respectivas zonas proibidas não são modeladas. A estratégia de solução proposta utiliza a metodologia da RL, com o auxílio da técnica de introdução de variáveis artificiais. Desta forma, o problema da PDO é decomposto em dois subproblemas distintos: Termelétrico e Hidrotérmico. O primeiro é solucionado por Programação Dinâmica e o segundo por Programação Linear. A coordenação dos subproblemas é feito pelo Método dos Feixes. Na fase RP é utilizado o

método PPA, em que os termos lineares relacionados à derivada primeira são negligenciados e a constante do termo quadrático é obtida pela média da solução encontrada na iteração anterior.

Finardi (2003) e Montibeller (2003) recebem destaque no tocante à representação do parque hidrelétrico, principalmente, na modelagem das unidades hidrelétricas. A função de produção considerada é não-linear, dependente da vazão defluente do reservatório e da vazão turbinada na unidade. Como restrições, múltiplas faixas operativas das unidades são consideradas, de forma que as mesmas não operem em regiões que forneçam desgastes no conjunto turbina-gerador.

Nas duas estratégias de decomposição propostas por Finardi (2003), subproblemas semelhantes ao Termelétrico e ao Hidrotérmico propostos por Belloni *et al.* (2003) são apresentados. No entanto, como existe também a duplicação da geração hidrelétrica, torna-se possível separar o Subproblema Hidrotérmico de Belloni *et al.* (2003) em dois subproblemas menores, Hidrotérmico e Hidrelétrico. Desta forma no subproblema Hidrelétrico resultante, uma diferença fundamental além da modelagem detalhada das unidades hidrelétricas é o tratamento da natureza inteira e não linear. A complexidade desse subproblema é acentuada devido ao acoplamento temporal e espacial das usinas pela restrição de conservação da massa da água. Desta forma, o autor propõe a separação das características das usinas e das unidades em dois subproblemas, Hidráulico e Alocação de Unidades Hidrelétricas, sendo que o último ainda contém a natureza inteira e não linear. As duas estratégias de decomposição propostas diferem no tratamento combinatório das unidades hidrelétricas. No sentido de compará-las, somente o problema hidrelétrico foi analisado. A solução dos subproblemas foi feita por Programação Linear para o Subproblema Hidráulico e foi desenvolvido um algoritmo de Programação Quadrática Sequencial (FINARDI *et al.*, 2004; FINARDI *et al.*, 2006) para a solução do problema não linear resultante das duas estratégias de decomposição.

Takigawa (2006) analisa comparativamente as duas estratégias de decomposição propostas por Finardi (2003) em um sistema hidrotérmico reduzido, extraído do SIN. Outras análises foram efetuadas analisando a retirada das zonas proibidas da mo-

delagem e uma representação agregada das unidades hidrelétricas. No entanto, algumas simplificações foram realizadas acerca da modelagem termelétrica e da rede de transmissão.

Diniz (2007) modela detalhadamente o parque gerador termelétrico, sendo a rede de transmissão modelada com restrições de fluxo de potência linearizado (JONHANSEN *et al.*, 1991; DINIZ *et al.*, 2006; MEZGER *et al.*, 2007) no SIN. Em respeito à modelagem da função de produção das unidades hidrelétricas, a mesma é dependente da vazão turbinada da usina, da altura de queda e, em alguns casos, da vazão vertida; no entanto, essa função é aproximada por funções lineares por partes e a representação das zonas proibidas de operação não foi considerada. Para linearizar a função de produção, todos os pontos das regiões não côncavas da função são eliminados do cálculo e um ajuste corretivo, considerando o desvio médio entre o valor real e a aproximação, é efetuado (DINIZ *et al.*, 2008). A estratégia de solução proposta decompõe o problema da PDO de maneira semelhante a Belloni *et al.*(2003). No entanto, são duplicadas as variáveis de geração termelétrica e hidrelétrica, decompondo o problema da PDO em três subproblemas distintos: Termelétrico, Hidrotérmico e Hidrelétrico. Uma solução viável é encontrada utilizando o método do PPA.

Rodrigues (2009) utiliza a estratégia de decomposição proposta inicialmente por Finardi (2003), em que a natureza inteira das unidades hidrelétricas é tratada de maneira enumerativa, percorrendo todo o espaço de estados. A modelagem da geração hidrelétrica e termelétrica é detalhada, mas existem simplificações na modelagem da rede. Uma solução viável é obtida utilizando o método PPA de maneira semelhante a Belloni (2003) e Diniz (2007).

Neste trabalho, o sistema hidrotérmico possui predominância de recursos hidrelétricos. Desta forma, a modelagem do parque hidrelétrico é representada de forma adequada, semelhante aos trabalhos anteriores (FINARDI, 2003; MONTIBELLER, 2003; TAKIGAWA, 2006; RODRIGUES, 2009). Ainda em relação à modelagem, este trabalho difere dos demais, pois inclui restrições de permanência para cada estado operativo das unidades hidrelétricas, no sentido de evitar o desgaste das unidades pelo ligamen-

to/desligamento sucessivo; a função de produção das unidades hidrelétricas é dependente do volume armazenado no reservatório; e, a modelagem do sistema de transmissão é efetuada por meio de restrições de fluxo de potência linearizado.

Como contribuições adicionais deste trabalho, uma nova estratégia de solução é proposta para o problema da PDO, utilizando a metodologia da RL, com apoio da técnica de introdução das variáveis artificiais. Os subproblemas resultantes da estrutura de decomposição, que será apresentada na Seção 4.3, diferem dos trabalhos supracitados, principalmente, no tratamento do problema hidrelétrico, mas mantém o Subproblema Termelétrico idêntico e o Subproblema Hidrotérmico muito semelhante³. O problema hidrelétrico é decomposto em três subproblemas menores (Hidrelétrico, Alocação das Unidades Hidrelétricas e Coordenação com o Curto Prazo), que possuem características distintas aos tratados nos trabalhos anteriores. Desta forma, para solucionar o problema não linear, que possui características distintas de Finardi (2003), um algoritmo de Programação Quadrática Sequencial, também, foi desenvolvido.

Os dois métodos, PPA e GS, que serão, inicialmente, propostos para obtenção de uma solução viável para o problema da PDO são baseados na metodologia do LA, que conforme foi comentado obteve sucesso em problemas semelhantes. Neste sentido, inicialmente, a estratégia de solução proposta será analisada em um sistema hidrotérmico com simplificações na rede de transmissão e nas variáveis inteiras das unidades hidrelétricas, e as soluções obtidas pelos dois métodos serão analisadas comparativamente. Ainda serão analisados e apresentados o comportamento do algoritmo de Programação Quadrática Sequencial, desenvolvido e algumas peculiaridades do mesmo.

Enfim, a estratégia de solução será analisada em um sistema hidrotérmico modelado detalhadamente. No sentido de obter as principais características sobre o comportamento do programa

³ Diferentemente dos trabalhos supracitados, neste trabalho, o Subproblema Hidrotérmico considera as restrições relacionadas ao fluxo de potência linearizado e as restrições de reserva.

computacional, algumas análises são efetuadas, considerando alterações: na capacidade das linhas de transmissão bem como na sua modelagem, no ponto de partida para a recuperação primal e na obtenção de uma solução viável, uma maneira híbrida, baseada nos dois métodos PPA e GS, será proposta e analisada.

2.6 CONCLUSÕES

Este capítulo teve como objetivo apresentar o contexto em que o problema da PDO está situado. Desta forma, a operação centralizada do SIN e o inter-relacionamento da cadeia de planejamento da operação energética foram abordados. Na sequência, a complexidade matemática do problema da PDO foi apresentada.

A revisão bibliográfica foi feita de maneira sucinta, relacionando este trabalho com os demais presentes na literatura. O intuito da revisão foi destacar os trabalhos mais relevantes para o desenvolvimento deste e explorar de maneira geral a modelagem efetuada dos elementos de geração e transmissão do sistema hidrotérmico e a estratégia de solução utilizada pelos diversos trabalhos.

Este trabalho consiste em modelar detalhadamente os elementos de geração e transmissão do sistema hidrotérmico e propor uma estratégia de solução para o problema da PDO. A estratégia de solução a ser proposta é baseada na metodologia da RL com auxílio da técnica de variáveis artificiais e em heurísticas baseadas na metodologia do LA. Dois métodos para se obter uma solução viável, PPA e GS, serão inicialmente propostos e analisados comparativamente.

Dessa forma, o próximo capítulo aborda a formulação matemática do problema da PDO, descrevendo as principais características operativas dos elementos de geração e de transmissão de um sistema hidrotérmico.

3.1 INTRODUÇÃO

O objetivo principal deste capítulo é apresentar a formulação matemática do problema da PDO. O capítulo inicia descrevendo as principais características operativas dos elementos de geração e de transmissão de um sistema hidrotérmico, e em sequência, estrutura-se o problema de otimização resultante para a PDO. O capítulo é finalizado com a apresentação de uma notação compacta para a PDO, que será utilizada no decorrer do documento.

3.2 SISTEMA HIDRELÉTRICO

As usinas hidrelétricas despachadas pelo ONS na otimização eletroenergética do SIN são definidas por dois tipos. A usina é denominada de fio d'água quando opera com volume armazenado fixo e quando possui capacidade de armazenamento é denominada de usina com reservatório. No entanto, no SIN ainda existem as usinas que operam apenas como reservatório, por não possuírem unidades geradoras.

No SIN existe a presença de diversas bacias compostas por diferentes tipos de usinas hidrelétricas dispostas em cascata. Desta forma, o comportamento operativo das usinas visa maximizar o uso energético do cenário hidrológico da cascata como um todo. Ressalta-se que no problema da PDO as vazões afluentes incrementais em cada reservatório são consideradas como conhecidas (determinadas), visto que a natureza estocástica das afluições incrementais é tratada nos problemas de mais longo prazo da cadeia de planejamento (PEN e PMO).

Assim, dois aspectos são importantes para se descrever a operação das usinas hidrelétricas: a função de produção das unidades geradoras e as restrições operativas associadas às mesmas e aos reservatórios. Nesta seção, inicialmente, serão descritas as

principais equações que estão associadas com a representação dos reservatórios no problema da PDO. Logo em seguida, essa mesma tarefa é realizada para as unidades geradoras.

3.2.1 Reservatórios

Uma das principais características associada à operação de um reservatório é descrita pelo princípio da conservação da massa da água; isto é, o volume de um reservatório, no final de um estágio de tempo, deve ser igual ao volume no início do estágio mais o volume afluente, menos os volumes defluente, evaporado e infiltrado. Desconsiderando os efeitos da evaporação e da infiltração, esse princípio é representado por:

$$v_{r,t+1} + c_1(Q_{rt} + s_{rt} - a_{rt}) - v_{rt} = 0 \quad (3.1)$$

Em que:

- t índice associado aos estágios da programação, tal que $t=1,T$ (número total de estágios da programação);
- r índice dos reservatórios do sistema, tal que $r=1,R$ (total de reservatórios);
- v_{rt} variável de estado que representa o volume armazenado do reservatório r [hm^3] no início do estágio t ;
- Q_{rt} variável de decisão que representa a vazão turbinada da usina [m^3/s] durante o estágio t . Seu valor é dado pela soma das vazões turbinadas de todas as unidades que estão operando durante o estágio t , isto é:

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^{J_{rt}} q_{jrt} \quad (3.2)$$

Em que:

- J_{rt} número total de unidades hidrelétricas em operação, associadas ao r -ésimo reservatório, durante o estágio t ;
- j índice de unidades hidrelétricas (turbina-gerador), tal que $j=1,J_{rt}$;
- q_{jrt} variável de decisão que representa a vazão turbinada da unidade hidrelétrica j [m^3/s], no reservatório r e no estágio t ;

s_{rt} variável de decisão que representa a vazão vertida na usina durante o estágio t , em $[\text{m}^3/\text{s}]$;
 a_{rt} vazão afluente ao reservatório r durante o estágio t , em $[\text{m}^3/\text{s}]$. Note que a_{rt} pode ser composta da seguinte maneira:

$$(a) \quad a_{rt} = y_{rt} \quad (3.3)$$

caso não exista reservatório a montante do reservatório r . Deste modo y_{rt} $[\text{m}^3/\text{s}]$ representa a previsão para a vazão afluente incremental ao reservatório r no estágio t ;

$$(b) \quad a_{rt} = y_{rt} + \sum_{m \in \mathfrak{R}_+^{(r)}} (Q_{r,t-\tau_{mr}} + s_{r,t-\tau_{mr}}) \quad (3.4)$$

caso existam m reservatórios a montante do reservatório r , onde, $\mathfrak{R}_+^{(r)}$ é o conjunto de reservatórios imediatamente a montante do reservatório r e τ_{mr} é o tempo de viagem da água entre os reservatórios m e r ;

c_1 constante que é utilizada para calcular o volume associado com uma determinada vazão ao longo de um estágio de tempo t qualquer. Seu valor depende do sistema de unidades utilizado¹.

Conforme descrito matematicamente em (3.1)-(3.4) a equação da conservação da massa da água garante que a operação dos reservatórios seja acoplada no tempo e no espaço. Isto é, essas equações apresentam simultaneamente variáveis de distintos estágios de tempo e reservatórios do sistema. Adicionalmente, é necessário ainda observar que algumas variáveis devem estar restritas a determinados valores devido às características construtivas das usinas ou de restrições hidráulicas especiais. Dentre as mais importantes destacam-se os limites de armazenamento, turbinamento e vertimento dos reservatórios (equações (3.5), (3.6) e

¹ Por exemplo, o volume V , associado a uma vazão Q de $1000 \text{ m}^3/\text{s}$ durante o intervalo de uma hora (i.e., 3600 segundos) é calculado da seguinte forma: $V = Q \cdot c_1 = 1000 \cdot (3600/10^6) = 3,6 \text{ hm}^3$. Neste caso, $c_1 = 0,0036$.

(3.7), respectivamente) e as restrições de defluência² (equações (3.8) e (3.9)). No caso brasileiro, usualmente, os limites de vazão defluente são impostos pelo manuseio da água na irrigação, navegação e controle de cheias.

$$v_r^{min} \leq v_{r,t+1} \leq v_r^{max} \quad (3.5)$$

$$0 \leq Q_{rt} \leq Q_r^{max} \quad (3.6)$$

$$0 \leq s_{rt} \leq s_r^{max} \quad (3.7)$$

$$Q_{rt} + s_{rt} = d_{rt} \quad (3.8)$$

$$d_r^{min} \leq d_{rt} \leq d_r^{max} \quad (3.9)$$

Em que:

v_r^{min} representa o limite mínimo de armazenamento do reservatório r , em [hm³];

v_r^{max} representa o limite máximo de armazenamento do reservatório r , em [hm³];

Q_r^{max} representa o turbinamento máximo do reservatório r , em [m³/s];

s_r^{max} representa o vertimento máximo do reservatório r , em [m³/s];

d_{rt} variável de decisão que representa a vazão defluente da usina [m³/s] durante o estágio t . Seu valor é dado pela soma da vazão turbinada e vertida da mesma;

d_r^{min} vazão defluente mínima, [m³/s] do reservatório r durante o estágio t ;

d_r^{max} vazão defluente máxima, [m³/s] do reservatório r durante o estágio t .

Conforme comentado anteriormente, as incertezas das afluências incrementais futuras aos reservatórios não são modeladas na PDO, sendo o problema em questão tratado como determinístico. No entanto, o valor futuro da água armazenada nos reservatórios e a previsão das afluências futuras devem ser quantificadas no sentido de evitar decisões míopes no presente. Neste trabalho, essa coordenação será representada por meio de FCFs

² No decorrer do trabalho, nas equações de conservação da massa da água, descritas em (3.1)-(3.4), $Q+s$ será substituído por d .

calculadas pelos modelos de mais longo prazo (curto e médio prazo), nos quais as incertezas são modeladas. Em trabalhos anteriores (FINARDI, 2003; TAKIGAWA, 2006), a coordenação entre as etapas era realizada por meio de metas de volume armazenado nos reservatórios para o último estágio de tempo.

Neste trabalho, a coordenação da PDO com o problema de curto prazo é realizada pelo acoplamento da FCF no final do horizonte da programação. A função de custo futuro permite comparar o custo de operação resultante da utilização da água armazenada nos reservatórios, ao longo do horizonte de estudo, com o custo de manter essa água armazenada. Matematicamente, a mesma é representada por uma função linear por partes:

$$\alpha + \sum_{r=1}^R \pi_{rp} v_{r,T+1} \geq \alpha_{0p}, \quad p = 1, P \quad (3.10)$$

Em que:

- α variável escalar positiva que representa o custo total de operação do final do horizonte da programação até o final do horizonte avaliado pelo modelo de planejamento de médio prazo [R\$];
- $v_{r,T+1}$ volume armazenado no r -ésimo reservatório ao final do horizonte da programação;
- P representa a quantidade de aproximações lineares utilizada na modelagem da função de custo futuro;
- π_{rp} fator constante associado ao r -ésimo reservatório e ao p -ésimo segmento linear por partes da função de custo futuro;
- α_{0p} termo independente associado ao p -ésimo segmento linear por partes da FCF.

A Figura 3.1 ilustra um diagrama esquemático da FCF para o volume armazenado de um reservatório, considerando que exista somente essa usina hidrelétrica no sistema hipotético³.

³ Caso existam mais usinas no sistema, a função de custo futuro deveria ser representada por hiperplanos, em que a quantidade de eixos corresponderia à quantidade de reservatórios do sistema.

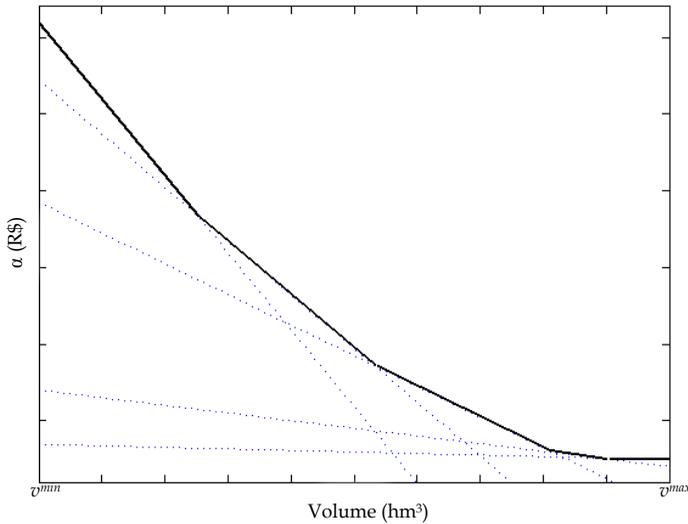


Figura 3.1: Função de Custo Futuro para um reservatório.

Na Figura 3.1, pode-se perceber o inter-relacionamento entre volume armazenado no reservatório e o custo futuro associado na utilização do mesmo. Em outras palavras, quanto maior o volume armazenado no último estágio, menor é o custo associado à operação futura. De maneira inversa, o custo associado à operação futura aumenta para uma maior utilização do volume armazenado no presente. A representação de um custo futuro para a utilização da água impede que o modelo computacional resultante para a PDO, utilize toda a água armazenada nos reservatórios, no sentido de minimizar o custo operacional no presente.

3.2.1.1 Queda Bruta

Uma importante variável associada com a operação de um reservatório é a altura de queda bruta. Essa queda, em metros, é dada pela diferença entre cota de montante e cota de jusante. A cota de montante e a cota de jusante são funções não-lineares, respectivamente, do volume armazenado no reservatório e da

vazão defluente da usina. No caso brasileiro, essas cotas são representadas por polinômios de quarta ordem.

Matematicamente, altura de queda bruta média de um dado reservatório r , durante o estágio t , hb_{rt} , é dada, por:

$$hb_{rt} = a_0 + a_1 \underline{v}_{rt} + a_2 \underline{v}_{rt}^2 + a_3 \underline{v}_{rt}^3 + a_4 \underline{v}_{rt}^4 - b_0 - b_1 d_{rt} - b_2 d_{rt}^2 - b_3 d_{rt}^3 - b_4 d_{rt}^4 \quad (3.11)$$

Em que:

- a_0, \dots, a_4 coeficientes do polinômio que compõem a cota de montante do reservatório;
- b_0, \dots, b_4 coeficientes do polinômio que compõem a cota de jusante do reservatório;
- \underline{v}_{rt} volume médio ao longo do estágio t^4 , dado por $(v_{rt} + v_{r,t+1})/2$.

O comportamento típico da função de cota de montante, cota de jusante e da altura bruta de uma usina podem ser observadas em Takigawa (2006).

3.2.2 Função de Produção das Unidades Hidrelétricas

O processo de produção de energia elétrica, em um aproveitamento hidrelétrico, pode ser visto como a transformação da energia potencial da água armazenada no reservatório em energia elétrica, por meio das unidades geradoras. Desse modo, a potência em MW produzida por uma unidade geradora é (FORTUNATO *et al.*, 1990; SILVA, 2001; MONTIBELLER, 2003; FINARDI, 2003):

$$ph_{jrt} = G \times \eta_{jrt} \times hl_{jrt} \times q_{jrt} \quad (3.12)$$

Em que:

- G constante com valor de $9,81 \times 10^{-3}$ [$\text{kg}/\text{m}^2\text{s}^2$], a qual representa o produto do coeficiente de massa específica da água ($10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$) pela aceleração da gravidade ($9,81 \text{ m}/\text{s}^2$), multiplicada por 10^{-6} para converter a potência de W para MW;

⁴ Como a variação da cota montante não é significativa no planejamento de curto prazo, a simplificação pelo volume médio é uma boa aproximação (FINARDI, 2003) para a grande maioria dos reservatórios do caso brasileiro.

hl_{jrt} altura de queda líquida [m], dada pela diferença entre a altura de queda bruta e as perdas hidráulicas no conduto forçado:

$$hl_{jrt} = hb_{rt} - k_{jr}q_{jrt}^2 \quad (3.13)$$

Em que:

k_{jr} constante característica do conduto forçado da j -ésima unidade geradora (adutores individuais de cada unidade), expresso em $[s^2/m^5]$;

Neste trabalho, a perda hidráulica é proporcional somente ao quadrado da vazão turbinada na unidade geradora. No entanto, conforme pode ser visto em SOUZA (1983) essa perda depende, dentre outros fatores, das características construtivas dos condutos.

η_{jrt} produto do rendimento hidráulico e mecânico da turbina e do gerador (RIBAS, 2003)⁵. O rendimento hidráulico da turbina é uma função que depende da altura de queda líquida e da vazão turbinada na unidade. Esse inter-relacionamento é complexo, sendo normalmente expresso por meio de curvas de desempenho (curvas-colina) da unidade. Neste trabalho, o rendimento é modelado pela seguinte função quadrática (FINARDI, 2003)⁶:

$$\eta_{jrt}(q_{jrt}, hl_{jrt}) = \rho_{0jr} + \rho_{1jr}q_{jrt} + \rho_{2jr}hl_{jrt} + \rho_{3jr}hl_{jrt}q_{jrt} + \rho_{4jr}q_{jrt}^2 + \rho_{5jr}hl_{jrt}^2 \quad (3.14)$$

Em que:

$\rho_{0jr} \dots \rho_{5jr}$ coeficientes de eficiência da j -ésima unidade, que devem ser estimados a partir de pontos da curva-colina da mesma.

⁵ Neste trabalho os rendimentos mecânicos da turbina e do gerador são considerados como 100%.

⁶ Para uma aproximação mais precisa da curva colina seria necessário um mapeamento dessa curva por subregiões no entorno do ponto de operação da unidade geradora, de modo a se obter funções específicas para cada uma das subregiões.

Polinômios de diferentes ordens para a eficiência da unidade podem ser observados em Diniz *et al.* (2007b).

De maneira semelhante à seção anterior, o comportamento típico das perdas das unidades, altura líquida, rendimento e o comportamento da função de produção das mesmas podem ser vistos em Takigawa (2006).

Diferentemente dos trabalhos anteriores (FINARDI, 2003; TAKIGAWA, 2006; RODRIGUES, 2009) em que a cota de montante é constante e relacionada ao volume inicial dos reservatórios, neste trabalho a função de produção considera a cota de montante dependente do volume do reservatório para cada estágio de tempo.

Deste modo, a função de produção é um polinômio de ordem 12 com relação à vazão defluente da usina e do volume do reservatório⁷ e de ordem 7 em relação à vazão turbinada na unidade:

$$\begin{aligned}
 ph_j(q_j^7, d^{12}, v^{12}) = G & \left[\rho_{0j} + \rho_{1j}q_j + \rho_{2j}hl_j(q_j^2, d^4, v^4) + \right. \\
 & \rho_{3j}q_jhl_j(q_j^2, d^4, v^4) + \rho_{4j}q_j^2 + \\
 & \left. \rho_{5j}hl_j^2(q_j^2, d^4, v^4) \right] hl_j(q_j^2, d^4, v^4)q_j
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Além da função de produção, existem restrições operativas tais como aquelas associadas às zonas proibidas de geração. As zonas proibidas representam as regiões nas quais a turbina não pode ser operada devido a problemas que comprometem seu funcionamento, como a cavitação e as vibrações mecânicas. As zonas proibidas de geração, geralmente, são fornecidas pelo fabricante e expressas na curva-colina da unidade.

Matematicamente as restrições associadas com as zonas proibidas podem ser definidas pela representação das faixas permitidas de operação, da seguinte maneira:

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkr}^{min} z_{jkr} \leq ph_{jrt}(q_j^7, d^{12}, v^{12}) \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkr}^{max} z_{jkr} \tag{3.16}$$

Em que:

⁷ O volume utilizado foi o volume ao final do estágio.

- Φ_{jr} total de faixas permitidas da j -ésima unidade do r -ésimo reservatório;
- k índice associado às faixas permitidas de operação das unidades, tal que $k=1, \Phi_{jr}$;
- ph_{jkr}^{min} potência mínima da j -ésima unidade [MW], pertencente ao r -ésimo reservatório, quando a mesma estiver operando em sua k -ésima faixa permitida;
- ph_{jkr}^{max} potência máxima da j -ésima unidade [MW], pertencente ao r -ésimo reservatório, quando a mesma estiver operando em sua k -ésima faixa permitida;
- z_{jkrt} variável de decisão binária que indica se a j -ésima unidade, pertencente ao r -ésimo reservatório, está ligada ($z_{jkrt}=1$) ou desligada ($z_{jkrt}=0$), na k -ésima faixa permitida, durante o estágio t . Essa variável deve respeitar mais uma restrição, uma vez que cada unidade só pode operar em uma faixa permitida, em cada estágio t , ou estar desligada:

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1 \quad (3.17)$$

Adicionalmente às zonas proibidas (ou faixas permitidas), é necessário considerar-se restrições que impeçam o sucessivo ligamento e desligamento das unidades e o respectivo desgaste das mesmas⁸. Neste sentido, neste trabalho, é proposta a modelagem de restrições de *minimum up* e *downtime* para as unidades hidrelétricas, da seguinte forma:

$$\overline{z_{jrt}} = \begin{cases} 1 & \text{se } 1 \leq w_{jrt} \leq t_{jr}^{up} \\ 0 & \text{se } -1 \geq w_{jrt} \geq -t_{jr}^{down} \\ 0 \text{ ou } 1 & \text{em caso contrário às restrições acima} \end{cases} \quad (3.18)$$

Em que:

- $\overline{z_{jrt}}$ variável binária que indica se a j -ésima unidade, pertencente ao r -ésimo reservatório, está ligada ou desligada, durante o estágio t .

⁸ Algumas unidades hidrelétricas não podem operar como compensador síncrono, o que requer a imposição de restrições dessa natureza. Tais restrições não são necessárias para unidades que operam como compensador síncrono.

$$\overline{z_{jrt}} = \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \quad (3.19)$$

- t_{jr}^{up} número mínimo de estágios que a unidade j do reservatório r deve permanecer ligada após a mesma ter entrado em operação [h];
- t_{jr}^{down} número mínimo de estágios que a unidade j do reservatório r deve permanecer desligada após a mesma ter sido retirada de operação [h];
- w_{jrt} variável inteira que indica o estado da unidade j do reservatório r durante o estágio t , ou seja, representa o número de estágios que a unidade está ligada ($w_{jrt} > 0$) ou desligada ($w_{jrt} < 0$). O valor de w_{jrt} pode ser calculado pela seguinte equação de transição de estados:

$$w_{jrt} = \begin{cases} \max(w_{jr,t-1}, 0) + 1 & \text{se } \overline{z_{jrt}} = 1 \\ \min(w_{jr,t-1}, 0) - 1 & \text{se } \overline{z_{jrt}} = 0 \end{cases} \quad (3.20)$$

As restrições de *minimum up* e *downtime* podem ser utilizadas no sentido de possibilitar uma certa quantidade de alterações de estados operativos durante um horizonte de tempo. Considere dois exemplos ilustrativos do possível comportamento de uma unidade durante o horizonte de tempo de cinco estágios apresentado na Figura 3.2.

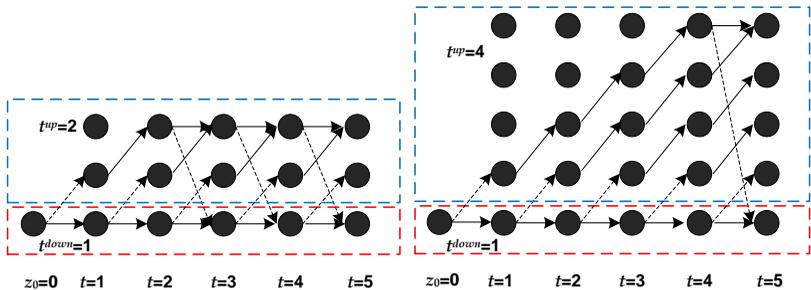


Figura 3.2: Ilustração do comportamento de uma unidade.

Na primeira ilustração da Figura 3.2, para $z_0=0$, $t^{up}=2$ e $t^{down}=1$, existe a possibilidade de três mudanças de estados operativos (ex: desligada, ligada, ligada, desligada e ligada) ou de, no

máximo, dois religamentos em cinco estágios de tempo. No sentido de evitar essa possibilidade de existir diversos religamentos, observe a segunda ilustração da Figura 3.2, para $z_0=0$, $t^{up}=4$ e $t^{down}=1$, na mesma existe a possibilidade de, no máximo, uma alteração de estado operativo (ex: desligada e ligada nos quatro estágios, ou ligada nos quatro estágios e desligada). Pode-se notar que se a condição inicial $z_0=1$ (independente da quantidade de horas ligadas), poderiam existir, no máximo, duas alterações de estados operativos (ex: ligada, desligada, ligada), ou de outra maneira, um único religamento no horizonte de estudo.

Essa modelagem das restrições de *minimum up* e *downtime* permite uma versatilidade na quantidade de religamentos permitidos para a unidade em um horizonte de tempo. No sentido de permitir os religamentos da unidade, ou seja, de não ter as restrições de *minimum up* e *downtime* modeladas pode-se considerar t^{up} e t^{down} igual a um, como ilustrado na Figura 3.3.

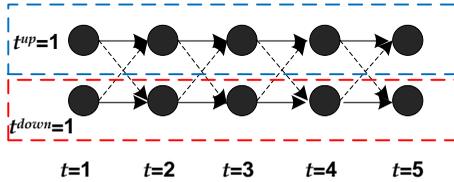


Figura 3.3: Ilustração do comportamento da unidade sem as restrições de *minimum up* e *downtime*.

Adicionalmente, o presente trabalho considera, em cada estágio de tempo, uma restrição de reserva para o parque hidrelétrico⁹:

$$\sum_{r=1}^R PH_{rt}^{max} - \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{Jrt} ph_{jrt} (q_j^7, d^{12}, v^{12}) \geq RH_t \quad (3.21)$$

Em que:

⁹ Neste trabalho, a totalidade da reserva girante do sistema foi alocada exclusivamente nas unidades hidrelétricas em razão de sua rápida resposta, não sendo necessário se fazer uso das unidades termelétricas (mais lentas).

- PH_{rt}^{max} máxima geração¹⁰ da usina r durante o estágio t [MW];
- RH_t valor de reserva energética do parque hidrelétrico [MW], para cada estágio t .

3.3 SISTEMA TERMELÉTRICO

As usinas termelétricas produzem energia elétrica a partir da energia química ou nuclear de determinados elementos denominados de combustíveis. Basicamente, as usinas termelétricas podem ser divididas em dois grandes grupos:

- as que utilizam combustíveis fósseis¹¹ (gás natural, carvão, diesel, entre outros);
- as que utilizam combustíveis nucleares (plutônio, urânio, por exemplo).

O custo operativo de uma unidade geradora termelétrica é dado pelo somatório do custo de partida e do custo de geração das unidades (incluídos os custos de operação e manutenção das mesmas). Deste modo, o custo total de operação, ao longo do horizonte da programação, é dado por:

$$f_{CT} = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{n_t} [CT_{it}(pt_{it})u_{i,t} + st_{it}(x_{i,t-1})u_{i,t}(1 - u_{i,t-1})] \quad (3.22)$$

Em que:

- i índice que corresponde à usina termelétrica varia de $i=1, n_t$ (número de usinas termelétricas);
- $CT_{it}(pt_{it})$ custo associado ao custo de combustível da usina termelétrica i durante o estágio t . Esse custo pode ser dado por uma função quadrática da forma:

$$CT_{it}(pt_{it}) = ct_{1i}pt_{it}^2 + ct_{2i}pt_{it} + ct_{3i} \quad (3.23)$$

Em que:

- pt_{it} geração da i -ésima usina termelétrica

¹⁰ Ressalte-se que a geração máxima da usina considera o volume disponível do reservatório em cada estágio t .

¹¹ Existem também usinas menores que utilizam de biomassa (lenha, cana de açúcar entre outros).

- ca no estágio t [MW];
- ct_{1i}, \dots, ct_{3i} coeficientes da função de produção da i -ésima usina termelétrica.
- $st_{it}(x_{i,t-1})$ função que representa o custo de partida¹² associada à usina termelétrica i durante o estágio t .
- x_{it} variável inteira que indica o estado da unidade i durante o estágio t , ou seja, representa o número de estágios que a unidade está ligada ($x_{it} > 0$) ou desligada ($x_{it} < 0$). O valor de x_{it} pode ser calculado pela seguinte equação de transição de estados:
- $$x_{it} = \begin{cases} \max(x_{i,t-1}, 0) + 1 & \text{se } u_{it} = 1 \\ \min(x_{i,t-1}, 0) - 1 & \text{se } u_{it} = 0 \end{cases} \quad (3.24)$$
- u_{it} variável de decisão binária que indica se a i -ésima unidade está ou não ligada, no estágio t .

As restrições de tempo mínimo para cada estado operativo, Equação (3.25), conhecidas como restrições de *minimum uptime and downtime*, representam matematicamente algumas características operativas das termelétricas, como a necessidade de equipes para efetuar o ligamento ou desligamento e as variações graduais de temperaturas a que as mesmas devem ser submetidas.

$$u_{it} = \begin{cases} 1 & \text{se } 1 \leq x_{it} \leq t_i^{up} \\ 0 & \text{se } -1 \geq x_{it} \geq -t_i^{down} \\ 0 \text{ ou } 1 & \text{em caso contrário às restrições acima} \end{cases} \quad (3.25)$$

Em que:

- t_i^{up} número mínimo de estágios que a unidade i deve permanecer ligada após a mesma ter entrado em operação [h];
- t_i^{down} número mínimo de estágios que a unidade i deve permanecer desligada após a mesma ter sido retirada de operação [h];

¹² Em geral, o custo de partida da unidade é uma função exponencial dependente da temperatura da caldeira, ou seja, dependente do número de estágios que a unidade está desligada, conforme utilizada em Finardi (2003).

A Equação (3.26) representa os limites operativos das unidades termelétricas.

$$pt_i^{\min} u_{it} \leq pt_{it} \leq pt_i^{\max} u_{it} \quad (3.26)$$

Em que:

pt_i^{\min} limite mínimo da potência de saída da unidade termelétrica i [MW];

pt_i^{\max} limite máximo da potência de saída da unidade termelétrica i [MW].

A restrição de rampa representa a capacidade de variação de geração em intervalos de tempo consecutivos. Portanto, trata-se de uma restrição acoplada no tempo, como pode ser observada abaixo:

$$|pt_{it} - pt_{i,t-1}| \leq \Delta_i \quad (3.27)$$

Em que:

Δ_i valor que representa a máxima variação para a i -ésima usina termelétrica entre dois períodos de tempo consecutivos, em MW.

A restrição apresentada em (3.27) é simplificada, pois comumente, em sistemas termelétricos, as restrições de rampa são formuladas matematicamente por três tipos de restrições de rampa: sob condição normal, partida e quando a unidade está sendo desligada.

A estratégia de solução proposta para o problema da PDO, que será apresentada no Capítulo 4, considera a modelagem detalhada das unidades termelétricas. No entanto, algumas simplificações relacionadas ao custo de partida e as variáveis inteiras das unidades termelétricas serão efetuadas na implementação computacional, as quais serão devidamente explicitadas ao longo do texto.

3.4 SISTEMA DE TRANSMISSÃO

O sistema de transmissão permite explorar as complementaridades associadas ao regime hidrológico e às usinas termelétricas. Dessa forma, é possível reduzir os custos operativos, com a diminuição de geração termelétrica sempre que houver energia hidrelétrica excedente em outras regiões do sistema. Da mesma

forma, em períodos com baixos valores de aflúências, a contribuição das usinas termelétricas em outras regiões é de especial importância no atendimento da demanda.

Matematicamente, o sistema de transmissão promove acoplamento entre as unidades termelétricas e hidrelétricas. Considerando uma modelagem DC da rede elétrica, as equações de balanço de energia¹³ em cada barra do sistema (restrições de atendimento à demanda) são formuladas como se segue:

$$\sum_{i \in I_b} p t_{it} + \sum_{r \in R_b} \sum_{j=1}^{J_r} p h_{jrt} (v_{rt}^{12}, q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}) - \sum_{m \in \Omega_b} x_{bm}^{-1} \theta_{bmt} = D_{bt} \quad (3.28)$$

Em que:

- b índice associado à barra b ;
- I_b conjunto de índices das usinas termelétricas que pertencem à barra b ;
- R_b conjunto de índices dos reservatórios que pertencem à barra b ;
- Ω_b conjunto de barras conectadas à barra b ;
- x_{bm} reatância da linha entre a barra b e m [pu];
- θ_{bmt} diferença angular da tensão da barra b e m no estágio t [rad];
- D_{bt} demanda associada a barra b , no estágio t [MW].

Os limites dos fluxos são explicitados por:

$$-\overline{f}_{bm} \leq \frac{\theta_{bt} - \theta_{mt}}{x_{bm}} \leq \overline{f}_{bm} \quad (3.29)$$

Em que:

- \overline{f}_{bm} capacidade da linha de transmissão entre a barra b e m [MW];
- θ_{bt} ângulo da tensão da barra b no estágio t [rad];
- θ_{mt} ângulo da tensão da barra m no estágio t [rad].

¹³ No caso de existir uma usina ligada a mais que uma barra, será necessária uma restrição adicional considerando que o somatório da geração em cada barra seja a geração da usina.

3.5 MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA

A modelagem matemática do problema da PDO é dada por:

$$\begin{aligned} \min f = & \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{nt} \left[ct_{1i} p t_{it}^2 + ct_{2i} p t_{it} + ct_{3i} u_{it} \right] + \\ & \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{nt} \left[s t_{it} (x_{i,t-1}) u_{it} (1 - u_{i,t-1}) \right] + \alpha \end{aligned} \quad (3.30)$$

sujeito a:

$$v_{r,t+1} - v_{rt} + c_1 \left[d_{rt} - \sum_{m \in \mathfrak{R}_+^{(r)}} (d_{r,t-\tau_{mr}}) - y_{rt} \right] = 0 \quad (3.31)$$

$$Q_{rt} + s_{rt} = d_{rt} \quad (3.32)$$

$$Q_{rt} - \sum_{j=1}^{J_{rt}} q_{jrt} = 0 \quad (3.33)$$

$$v_r^{\min} \leq v_{r,t+1} \leq v_r^{\max} \quad (3.34)$$

$$0 \leq Q_{rt} \leq Q_r^{\max} \quad (3.35)$$

$$0 \leq s_{rt} \leq s_r^{\max} \quad (3.36)$$

$$d_{rt}^{\min} \leq d_{rt} \leq d_{rt}^{\max} \quad (3.37)$$

$$\alpha + \sum_{r=1}^R \pi_r v_{r,T+1} \geq \alpha_{0p} \quad (3.38)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} p h_{jkr}^{\min} z_{jkrt} \leq p h_{jrt} (q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} p h_{jkr}^{\max} z_{jkrt} \quad (3.39)$$

$$0 \leq q_{jrt} \leq q_{jr}^{\max} \quad (3.40)$$

$$z_{jkrt} \in 0,1 ; z_{jr0} = \tilde{z}_{jr0}; w_{jr0} = \tilde{w}_{jr0} \quad (3.41)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1 \quad (3.42)$$

$$\overline{z}_{jrt} = \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \quad (3.43)$$

$$\underline{z}_{jrt} = \begin{cases} 1 & \text{se } 1 \leq w_{jrt} \leq t_{jr}^{up} \\ 0 & \text{se } -1 \geq w_{jrt} \geq -t_{jr}^{down} \\ 0 \text{ ou } 1 & \text{em caso contrário às restrições acima} \end{cases} \quad (3.44)$$

$$w_{jrt} = \begin{cases} \max(w_{jr,t-1}, 0) + 1 & \text{se } w_{jrt} = 1 \\ \min(w_{jr,t-1}, 0) - 1 & \text{se } w_{jrt} = 0 \end{cases} \quad (3.45)$$

$$pt_{i0} = \tilde{p}t_0; \quad u_{i0} = \tilde{u}_0; \quad x_{i0} = \tilde{x}_0 \quad (3.46)$$

$$|pt_{it} - pt_{i,t-1}| \leq \Delta_i \quad (3.47)$$

$$pt_i^{\min} u_{it} \leq pt_{it} \leq pt_i^{\max} u_{it} \quad (3.48)$$

$$u_{it} = \begin{cases} 1 & \text{se } 1 \leq x_{it} \leq t_i^{up} \\ 0 & \text{se } 1 \geq x_{it} \geq -t_i^{down} \\ 0 \text{ ou } 1 & \text{em caso contrário às restrições acima} \end{cases} \quad (3.49)$$

$$x_{it} = \begin{cases} \max(x_{i,t-1}, 0) + 1 & \text{se } u_{it} = 1 \\ \min(x_{i,t-1}, 0) - 1 & \text{se } u_{it} = 0 \end{cases} \quad (3.50)$$

$$\sum_{i \in I_b} pt_{it} + \sum_{r \in R_b} \sum_{j=1}^{J_r} ph_{jrt}(v_{rt}^{12}, q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}) - \sum_{m \in \Omega_b} x_{bm}^{-1} \theta_{bmt} = D_{bt} \quad (3.51)$$

$$-\overline{f}_{bm} \leq \frac{\theta_{bt} - \theta_{mt}}{x_{bm}} \leq \overline{f}_{bm} \quad (3.52)$$

$$\sum_{r=1}^R PH_{rt}^{\max} - \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_r} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \geq RH_t \quad (3.53)$$

3.6 NOTAÇÃO COMPACTA

De modo similar a Finardi (2004) e a Takigawa (2006), a estratégia de solução será mostrada por meio de uma notação compacta. Neste sentido, as restrições da PDO (3.31)-(3.53) são agrupadas de acordo com as suas características de acoplamento. Desse modo, obtém-se três subconjuntos diferentes, C_H , C_T e C_{HT} , correspondentes às variáveis hidrelétricas, termelétricas e de ambas naturezas. Esses subconjuntos são descritos na sequência.

3.6.1 Restrições com variáveis hidráulicas (C_H)

O Subconjunto C_H , com variáveis exclusivamente hidráulicas, possui variáveis dos reservatórios, bem como das unidades hidrelétricas. Deste modo, C_H é dividido em outros três conjuntos (C_{HH} , C_{CCP} e C_{HUC}), em que $C_H = C_{HH}(q, Q, S, d, v) \cap C_{CCP}(v_{T+1}, \alpha) \cap$

$C_{HUC}(w, z, \bar{z}, q, d, v)$, onde q representa o vetor das vazões turbinadas das unidades; Q, s, d e v representam os respectivos vetores de vazão turbinada, vertida, defluente e volume armazenado de todos os reservatórios; v_{T+1} representa o vetor de volume armazenado de todos os reservatórios no final do estágio T ; α representa o custo futuro associado ao uso da água; w o vetor inteiro; z representa o vetor binário associado com a operação nas faixas permitidas das unidades; e \bar{z} , também, representa o vetor binário, mas o mesmo independe da faixa permitida, para todos os T estágios.

O Subconjunto C_{HH} engloba as restrições de modelagem dos reservatórios dadas por (3.31)-(3.37), C_{CCP} as restrições de função de custo futuro (3.38), enquanto que C_{HUC} representa as restrições das unidades hidrelétricas (3.39)-(3.45).

3.6.2 Restrições com variáveis termelétricas (C_T)

O Subconjunto C_T é dado pelas restrições (3.46) à (3.50), e possui apenas as variáveis associadas à geração termelétrica pt, x e u , isto é, $C_T(x, u, pt)$, onde x representa o vetor inteiro; u representa o vetor binário e pt representa o vetor de geração termelétrica, para todas as n_i usinas, em todo o horizonte de estudo, T .

3.6.3 Restrições com variáveis hidrotérmicas (C_{HT})

O Subconjunto C_{HT} é formado pelas restrições (3.51), (3.52) e (3.53). A razão para as restrições de reserva hidrelétrica serem tratadas em C_{HT} , será descrito mais adiante. Desta forma, o Subconjunto C_{HT} contém as variáveis pt, q, d, v e θ , cujas restrições na forma abstrata ficam $C_{HT}(pt, q, d, v, \theta)$. Aqui, θ representa o vetor com todas as variáveis de ângulos das barras.

3.6.4 Função Objetivo

A função objetivo f (3.30), também pode ser representada da seguinte maneira: $f = f_{CT}(x, u, pt) + f_H(\alpha)$.

3.6.5 Forma Compacta do Problema

O problema de otimização (3.30)-(3.53), em notação abstrata, tem a seguinte estrutura:

$$\min f = f_{CT}(x, u, pt) + f_H(\alpha) \quad (3.54)$$

sujeito a:

$$C_{HH}(q, Q, s, d, v) \cap C_{CCP}(v_{T+1}, \alpha) \cap C_{HUC}(w, z, \bar{z}, q, d, v) \cap \\ C_T(x, u, pt) \cap C_{HT}(pt, q, d, v, \theta)$$

Pode-se observar a interdependência entre as variáveis pertencentes aos diferentes subconjuntos, o que representa o forte acoplamento do problema da PDO.

3.7 CONCLUSÕES

Este capítulo teve como objetivo apresentar a modelagem matemática referente ao problema da PDO que será tratada neste trabalho. Como pode ser observado, existe um alto grau de detalhamento da modelagem das fontes geradoras e da rede de transmissão.

No Brasil, onde existe uma predominância de recursos hidrelétricos, é necessário que a função de produção das unidades hidrelétricas seja detalhada de modo que a mesma represente de maneira realista seu comportamento físico. Este detalhamento leva em conta o rendimento da unidade como função do volume do reservatório, da vazão e da queda associada à mesma; o efeito da perda hidráulica nas unidades e a existência de múltiplos estados operativos devido às zonas proibidas de operação.

A modelagem representada neste capítulo resulta em um problema de programação matemática (3.30)-(3.53) com características que tornam o processo de solução uma tarefa complexa. As características matemáticas deste problema são: natureza combinatória, devido à necessidade de se definir quais unidades devem estar operando em cada estágio de tempo; não-linear, devido às funções de produção tanto hidrelétrica como termelétrica e grande porte, devido a natureza combinatória e aos estágios da programação.

Devido à complexidade matemática deste problema é necessária uma metodologia de solução que consiga tratá-la adequadamente. Essa metodologia, conforme será vista no próximo capítulo, é a RL, a qual tem sido largamente utilizada na literatura para problemas com características similares. No entanto, a solução via RL usualmente resulta em soluções inviáveis, as quais não podem ser utilizadas pelo operador do sistema. Dessa forma, é necessária uma outra fase chamada de RP, que é usualmente solucionada por heurísticas baseadas na metodologia do LA.

O próximo capítulo aborda as metodologias que serão empregadas na solução do problema da PDO e utilizando a formulação compacta da PDO (3.54) a estratégia de solução proposta é demonstrada, a qual utiliza a metodologia da RL, com apoio da técnica de introdução de variáveis artificiais, e são abordadas, ainda, duas diferentes maneiras de obter uma solução viável, PPA e GS, baseadas na metodologia do LA.

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo o objetivo consiste em detalhar a estratégia de solução proposta para o problema da PDO. Inicialmente são abordadas as metodologias de solução a serem empregadas: a RL e o LA. Na sequência com o apoio da notação compacta da PDO (3.54) apresentada no Capítulo 3, a estratégia de solução é demonstrada matematicamente.

4.2 METODOLOGIAS DE SOLUÇÃO

Conforme abordado na seção de revisão bibliográfica, a estratégia de solução a ser apresentada baseia-se na utilização da metodologia da RL e do LA. A metodologia da RL permite explorar as características matemáticas do problema da PDO de maneira eficiente. No entanto, como o resultado de sua utilização em problemas não convexos, geralmente, proporciona uma solução inviável, heurísticas devem ser empregadas de forma a encontrar uma solução viável. Essas heurísticas podem ser efetuadas de muitas maneiras (ZHUANG *et al.*, 1988; RUZIC *et al.*, 1996a; BELTRAN *et al.*, 2002; DUBOST *et al.*, 2003). Neste trabalho, inicialmente, serão abordados dois métodos, PPA e GS, baseados na metodologia do LA de maneira semelhante à Beltran *et al.* (2002).

Dessa forma, primeiramente será abordada a metodologia da RL, com seus dois níveis hierárquicos de solução. Na sequência, a metodologia do LA, com os dois métodos propostos, PPA e GS, é apresentada.

4.2.1 Relaxação Lagrangeana

Conforme mostrado no capítulo anterior, o problema da PDO é de complexidade evidente, necessitando, portanto, de um método de solução que possibilite manusear eficientemente suas

características. Neste sentido, a RL aparece na literatura como uma boa escolha para a resolução de problemas semelhantes à programação da operação, como pode ser visto na sinopse feita por Sheble *et al.* (1994).

A estratégia de “dividir para conquistar” da RL, também conhecida como decomposição por preços, é bem conhecida. Essencialmente, as restrições que acoplam o problema no tempo e/ou no espaço são relaxadas via multiplicadores de Lagrange, o que resulta em um problema de otimização com dois níveis hierárquicos de solução.

O primeiro nível é constituído pelo problema mestre, responsável pela coordenação dos subproblemas locais, que atualiza os multiplicadores de Lagrange visando maximizar o problema dual. O segundo nível consiste na resolução de um conjunto de subproblemas menores e mais simples de serem resolvidos que o problema original (subproblemas locais). Na Figura 4.1 é ilustrada uma visão da estrutura empregada pela RL na solução de um problema de otimização com restrições.

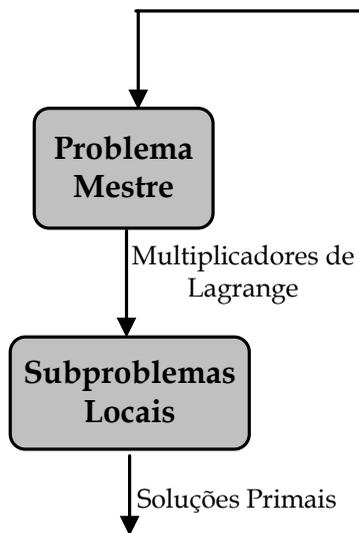


Figura 4.1: Níveis hierárquicos da RL.

De uma forma geral, os subproblemas locais são solucionados para uma condição inicial (multiplicadores iniciais) e retornam ao problema mestre suas respostas (soluções primais). A atualização dos multiplicadores visa à maximização deste último problema.

Para que esse esquema de solução seja eficiente, o *gap*¹ de dualidade, no final do processo iterativo, deve ser o menor possível. De um modo geral, somente quando o problema original for convexo pode-se assegurar que o valor ótimo da solução do problema dual corresponderá ao valor ótimo da solução do problema primal, ou seja, o *gap* será nulo. Conforme visto, no problema da PDO existe a presença de variáveis binárias, garantindo assim que o problema seja de natureza não-convexa.

Dois aspectos são fundamentais para que seja encontrado um pequeno valor do *gap* de dualidade. Em primeiro lugar, os subproblemas locais devem ser resolvidos de maneira eficiente. Deste modo, é de fundamental importância que esses subproblemas sejam de fácil solução ou, que possam ser adequadamente resolvidos por algoritmos de otimização robustos. Na RL, os subproblemas com essas características podem ser obtidos escolhendo-se adequadamente quais grupos de restrições serão relaxadas.

O segundo aspecto diz respeito ao procedimento de atualização dos multiplicadores de Lagrange, isto é, a maximização do problema dual. Tipicamente, o problema dual é não-diferenciável e, portanto, realizar sua otimização não é uma tarefa trivial, dado que, por exemplo, os critérios de parada usualmente utilizados para funções diferenciáveis não podem ser aplicados.

Existem algumas possibilidades de otimizar o problema dual. A técnica mais utilizada é a do Subgradiente (ZHUANG *et al.*, 1988; FERREIRA *et al.*, 1989; RUZIC *et al.*, 1996b; GUAN *et al.*, 1999; NI *et al.*, 1999; FU *et al.*, 2005), o qual é computacionalmente ineficiente devido às oscilações no processo iterativo e inexistência de um critério de parada. Por sua vez, os métodos dos Planos Cortantes (WOLSEY, 1998) e dos Feixes (LEMARÉCHAL *et al.*, 1996; REDONDO *et al.*, 1999; FELTENMARK *et al.*, 2000;

¹ Diferença entre os valores ótimos dos problemas primal e dual.

LEMARÉCHAL, 2001; BORGUETTI *et al.*, 2003; BELLONI *et al.*, 2003; MONTIBELLER, 2003) sobrepujam essas desvantagens; porém, o preço a ser pago está na complexidade de atualização dos multiplicadores. Nos Planos Cortantes deve-se resolver um problema de Programação Linear (tamanho crescente em cada iteração), enquanto nos Feixes é necessário resolver um problema de Programação Quadrática.

Algumas limitações presentes no método dos Planos Cortantes são a acumulação indefinida de cortes e, principalmente, a estabilidade do mesmo. Algumas estratégias são propostas em conjunto com o método dos Planos Cortantes no sentido de estabilizar e acelerar sua convergência, como o algoritmo dos pontos interiores no cálculo do centro analítico (MADRIGAL *et al.*, 2000) e uma variante proximal (BABONNEAU *et al.*, 2006). Nos trabalhos citados, testes de casos foram efetuados e a robustez do método foi ilustrada.

Neste trabalho, o método dos Feixes, que representa o estado da arte em otimização não-diferenciável, será utilizado como o atualizador dos multiplicadores de Lagrange, por meio do software N1CV2 (LEMARÉCHAL *et al.*, 1987; KIWIEL, 1990; LEMARÉCHAL *et al.*, 1997). Os dados de entrada, em cada iteração, para o método são apenas o valor de função dual e o vetor de subgradientes, o qual representa os desvios das restrições dualizadas.

4.2.2 Lagrangeano Aumentado

Diferentemente da metodologia da RL, a metodologia do LA maximiza uma função dual côncava e diferenciável (BERTSEKAS, 1999; FREUND, 2004), podendo obter uma solução viável mesmo nos casos em que a RL apresenta *gap* de dualidade e pode utilizar métodos diferenciáveis para solucionar o problema dual resultante. Todas essas diferenças são devido ao fato do LA acrescentar termos quadráticos penalizados por um parâmetro positivo na função objetivo. Estudos relacionados à penalização exata do parâmetro de penalidade do LA são feitos em Huang *et al.* (2003) e Zhou *et al.* (2006).

Neste trabalho, a metodologia do LA (fase RP) é utilizada na sequência da metodologia da RL (fase RL), com apoio da técnica de introdução de variáveis artificiais², de forma a obter uma solução viável, como em Belloni *et al.* (2003), Diniz (2007) e Rodrigues (2009).

Essencialmente no LA, as mesmas restrições que foram relaxadas via multiplicadores de Lagrange na fase RL, são inseridas na nova função dual, elevadas ao quadrado e multiplicadas por um parâmetro positivo³, c , dividido por dois.

4.3 FASES DE SOLUÇÃO DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO

Conforme abordado nos tópicos anteriores, a metodologia de solução implementada neste trabalho faz uso de duas fases distintas de solução. Deste modo, primeiramente, será mostrada a fase RL com a decomposição proposta⁴ para a PDO. E, em seguida, a fase RP com a aplicação dos dois métodos, PPA e GS, para obter uma solução viável para o problema da PDO.

4.3.1 Solução via Relaxação Lagrangeana

Existem muitas maneiras de relaxar as restrições de acoplamento de um problema. Um importante critério para tomar essa decisão tem como base analisar o tamanho do *gap* de dualidade, que deve ser o menor possível. Nesse sentido, a introdução de variáveis artificiais aparece como uma boa escolha; veja Lemaréchal *et al.* (2001) e também Guignard *et al.* (1987), Batut *et al.* (1992), Lemaréchal *et al.* (1996), Belloni *et al.* (2003), Finardi (2003), Finardi *et al.* (2004), Finardi *et al.* (2005), Takigawa (2006), Finardi *et*

² O objetivo consiste em duplicar algumas variáveis do problema, introduzindo as chamadas variáveis artificiais. Essas variáveis artificiais são introduzidas em algumas restrições de acoplamento, no lugar das variáveis originais. Desta maneira, é possível obter o desacoplamento relaxando as equações de igualdade entre as variáveis originais e artificiais. Um exemplo da aplicação desta técnica para um problema simplificado é mostrado no APÊNDICE I.

³ É parâmetro de penalização para a violação das restrições, o qual é incrementado a cada iteração.

⁴ Uma estratégia de decomposição semelhante a que será mostrada foi inicialmente proposta em Takigawa (2006).

al (2006), Rodrigues *et al.* (2006), Diniz (2007), Diniz *et al.*(2007a), Rodrigues *et al.* (2008) e Rodrigues (2009) para aplicações dessa técnica.

No Problema da Programação Diária (4.1), observa-se que o Subconjunto C_{HT} está acoplado com C_T , C_{HUC} e C_{HH} ⁵, devido à restrição de atendimento à demanda. Essa restrição acopla espacialmente todas as usinas/unidades e reservatórios do problema. Deste modo, o primeiro objetivo é desacoplar as variáveis hidrelétricas das termelétricas.

$$\begin{aligned} \min f &= f_{CT}(x, u, pt) + f_H(\alpha) \\ \text{sujeito a:} & \\ & C_{HH}(q, Q, s, d, v) \cap C_{CCP}(v_{T+1}, \alpha) \cap C_{HUC}(w, z, \bar{z}, q, d, v) \cap \\ & C_T(x, u, pt) \cap C_{HT}(pt, q, d, v, \theta) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Neste sentido, são incluídas variáveis artificiais pta e PHa , da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \min f &= f_{CT}(x, u, pt) + f_H(\alpha) \\ \text{sujeito a:} & \\ & C_{HH}(q, Q, s, d, v) \cap C_{CCP}(v_{T+1}, \alpha) \cap C_{HUC}(w, z, \bar{z}, q, d, v) \cap \\ & C_T(x, u, pt) \cap C_{HT}(pta, PHa, \theta) \\ & pta_{it} = pt_{it}; \quad PHa_{rt} = \sum_{j=1}^{J_n} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Observe que as variáveis pta e PHa são utilizadas nas restrições de atendimento à demanda e de reserva, substituindo pt e $\sum ph(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12})$ em C_{HT} , respectivamente.

Agora, pode-se observar que as variáveis de C_{HT} não estão mais acopladas com os outros subconjuntos. Como consequência ainda, o Subconjunto C_T também se apresenta desacoplado dos demais subconjuntos. O resultado é que por meio da duplicação

⁵ Observa-se também no problema (3.54), que os vetores q , d e v acoplam C_{HH} e C_{HUC} . E o vetor v , no último estágio, também acopla C_{CCP} com C_{HH} e C_{HUC} .

de variáveis de geração termelétrica e hidrelétrica, podem-se ter três subproblemas distintos, com as seguintes características: um subproblema puramente termelétrico, outro puramente hidrelétrico e o último com ambas as características, isto é, hidrotérmico.

No entanto, o subproblema puramente hidrelétrico ainda é bastante complexo, principalmente pelo acoplamento das variáveis no tempo e no espaço e a presença de variáveis inteiras. Essa complexidade encontra-se nas restrições de conservação da massa da água, das zonas proibidas das unidades e da função de custo futuro, representadas nos subconjuntos C_{HH} , C_{HUC} e C_{CCP} .

No sentido de separar a função de custo futuro, que acopla todas as variáveis de reservatórios, no último estágio, das outras restrições, variáveis artificiais va_{T+1} são introduzidas e substituem as variáveis v_{T+1} , no subconjunto C_{CCP} . Desta forma, o problema (4.2) é reescrito:

$$\min f = f_{CT}(x, u, pt) + f_H(\alpha) \quad (4.3)$$

sujeito a:

$$C_{HH}(q, Q, s, d, v) \cap C_{CCP}(va_{T+1}, \alpha) \cap C_{HUC}(w, z, \bar{z}, q, d, v) \cap$$

$$C_T(x, u, pt) \cap C_{HT}(pta, PHa, \theta)$$

$$pta_{it} = pt_{it}; \quad PHa_{rt} = \sum_{j=1}^{I_r} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}); \quad va_{r,T+1} = v_{r,T+1}$$

No Problema (4.3) destaca-se ainda a presença das restrições de conservação da massa da água, no subconjunto C_{HH} , que acoplam as variáveis de operação do reservatório no tempo e no espaço⁶. No sentido de desacoplar as variáveis de operação do reservatório, variáveis artificiais da e va são substituídas nas restrições de balanço hídrico⁷ em C_{HH} . Com essas variáveis adicionais, o Problema (4.3) é reescrito da seguinte maneira:

⁶ A restrição acopla variáveis de operação de diferentes reservatórios, quando os mesmos estão ligados em uma mesma cascata.

⁷ $v_{r,t+1} - va_{rt} + c_1 \left[d_{rt} - \sum_{m \in R_{rt}^d} da_{m,t-\tau_w} - y_{rt} \right] = 0$. Observe que va_{rt} existe para $t \leq T$.

$$\min f = f_{CT}(x, u, pt) + f_H(\alpha)$$

sujeito a: (4.4)

$$C_{HH}(q, Q, s, d, v, da, va) \cap C_{CCP}(va_{T+1}, \alpha) \cap C_{HUC}(w, z, \bar{z}, q, d, v) \cap C_T(x, u, pt) \cap C_{HT}(pta, PHa, \theta)$$

$$pta_{it} = pt_{it}; \quad PHa_{rt} = \sum_{j=1}^{J_{rt}} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}); \quad da_{m,t-\gamma_{mr}} = d_{m,t-\gamma_{mr}};$$

$$va_{r,t+1} = v_{r,t+1}$$

Para terminar a apresentação da decomposição proposta para a PDO, faltaria abordar a natureza inteira das variáveis hidrelétricas. Baseado nos trabalhos anteriores (FINARDI, 2003 e TAKIGAWA, 2006), essa natureza pode ser tratada eficientemente enumerando-se diversos subproblemas não-lineares ou tratando a mesma em um subproblema separadamente. Neste trabalho, a mesma será tratada separadamente em um subproblema específico, que evita o alto esforço computacional relacionado ao processo enumerativo e possibilita a inclusão das restrições de *minimum up* e *downtime* propostas para as unidades hidrelétricas.

Neste sentido, observe que no Problema (4.4) as variáveis q , d e v ainda acoplam os subconjuntos C_{HH} e C_{HUC} . No sentido de desacoplar os respectivos subconjuntos, variáveis artificiais pha são substituídas nas restrições de zonas proibidas em C_{HUC} . Assim, tem-se:

$$\min f = f_{CT}(x, u, pt) + f_H(\alpha)$$

sujeito a: (4.5)

$$C_{HH}(q, Q, s, d, v, da, va) \cap C_{CCP}(va_{T+1}, \alpha) \cap C_{HUC}(w, z, \bar{z}, pha) \cap C_T(x, u, pt) \cap C_{HT}(pta, PHa, \theta)$$

$$pta_{it} = pt_{it}; \quad PHa_{rt} = \sum_{j=1}^{J_{rt}} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}); \quad da_{m,t-\gamma_{mr}} = d_{m,t-\gamma_{mr}};$$

$$va_{r,t+1} = v_{r,t+1}; \quad pha_{jrt} = ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12})$$

Deste modo, o Problema (4.5) tem seus subconjuntos originais de restrições desacoplados entre si, isto é, C_{HH} , C_{CCP} , C_{HUC} , C_T

e C_{HT} . No entanto, o acoplamento agora é dado pelas restrições artificiais de igualdade. Para quebrar esse acoplamento, basta relaxar essas restrições com o uso dos multiplicadores de Lagrange λ_{pt} , λ_{PH} , λ_d , λ_v e λ_{ph} :

$$\begin{aligned}
 \max \theta_{RL} = & \min f_{CT}(x, u, pt) + f_H(\alpha) + \langle \lambda_{pt_{it}}, pta_{it} - pt_{it} \rangle + \\
 & \langle \lambda_{PH_{rt}}, PHa_{rt} - \sum_{j=1}^{J_{rt}} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \rangle + \\
 & \langle \sum_{m \in \mathfrak{R}^{(r)}} \lambda_{d_{m,t-\gamma_{mr}}}, da_{m,t-\gamma_{mr}} - d_{m,t-\gamma_{mr}} \rangle + \langle \lambda_{v_{rt}}, va_{r,t+1} - v_{r,t+1} \rangle + \\
 & \langle \lambda_{ph_{jrt}}, pha_{jrt} - ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \rangle
 \end{aligned}$$

sujeito a: (4.6)

$$\begin{aligned}
 & C_{HH}(q, Q, s, d, v, da, va) \cap C_{CCP}(va_{T+1}, \alpha) \cap C_{HUC}(w, z, \bar{z}, pha) \cap \\
 & C_T(x, u, pt) \cap C_{HT}(pta, PHa, \theta)
 \end{aligned}$$

O Problema (4.6) pode ser decomposto em subproblemas menores, com características distintas, conforme será detalhado a seguir.

4.3.1.1 Subproblema Termelétrico

O primeiro subproblema gerado pela decomposição proposta é denominado de Termelétrico (θ_T), o qual contém apenas restrições referentes às termelétricas, conforme visto anteriormente pelo subconjunto C_T . O subproblema é representado abaixo.

$$\begin{aligned}
 \theta_T = & \min f_{CT}(x, u, pt) - \langle \lambda_{pt_{it}}, pt_{it} \rangle \\
 \text{sujeito a: } & C_T(x, u, pt)
 \end{aligned}
 \tag{4.7}$$

Trata-se de um problema quadrático inteiro-misto devido ao custo de produção das unidades termelétricas e é acoplado no tempo devido à restrição de rampa e *minimum uptime and downtime*.

Note que existem n_t problemas quadráticos com $4 \times T$ restrições (duas restrições de rampa⁸ e duas restrições de *minimum up* e *downtime*, para cada estágio de tempo t) e $3 \times T$ variáveis (relacionadas às variáveis u , x e pt , para cada estágio de tempo t). No tamanho do problema não estão sendo consideradas as restrições de canalização (limites de geração termelétrica). O modelo de programação utilizado para a solução do Subproblema Termelétrico é a Programação Dinâmica clássica - PD.

4.3.1.2 Subproblema Hidrotérmico

O segundo subproblema é denominado de Hidrotérmico (θ_{HT}), e contém restrições de natureza tanto termelétrica como hidrelétrica, presentes no Subconjunto C_{HT} . O respectivo subproblema é representado da seguinte forma:

$$\theta_{HT}(\lambda_{pt}, \lambda_{pH}) = \min \langle \lambda_{pt}, pta_{it} \rangle + \langle \lambda_{pH_{it}}, PHa_{rt} \rangle$$

sujeito a: $C_{HT}(pta, PHa, \theta)$ (4.8)

Este problema é linear e acoplado no espaço, devido à restrição de atendimento à demanda. Entretanto, o mesmo é desacoplado no tempo. Dessa forma é composto por T problemas de PL com n_{barras} restrições de atendimento à demanda, $2 \times n_{linhas}$ restrições de desigualdade relacionadas às capacidades das linhas, uma restrição de reserva hidrelétrica e $R + n_t + n_{barras}$ variáveis. O pacote utilizado para a solução do θ_{HT} é o Ilog CPLEX 7.1 (ILOG, 2001).

⁸ Como a restrição de rampa é em módulo, a geração pode tanto diminuir como aumentar em um dado intervalo de tempo. Essa restrição pode ser decomposta em duas, conforme se segue:

$$|pt_{it} - pt_{i,t-1}| \leq \Delta_i \Rightarrow \begin{cases} pt_{it} - pt_{i,t-1} \leq \Delta_i \\ -pt_{it} + pt_{i,t-1} \geq -\Delta_i \end{cases}$$

4.3.1.3 Subproblema de Coordenação com o Planejamento de Curto Prazo

O Subproblema de Coordenação com o Planejamento de Curto-Prazo (θ_{CCP}) contém as restrições pertencentes ao subconjunto C_{CCP} :

$$\begin{aligned} \theta_{CCP} = \min f_H(\alpha) + \langle \lambda_{v_{rt}}, va_{r,T+1} \rangle \\ \text{sujeito a: } C_{CCP}(va_{T+1}, \alpha) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Esse problema possui natureza linear e é acoplado no espaço, devido às restrições de função custo futuro. Desta forma, existe um único PL com P restrições, as quais representam as aproximações lineares utilizadas na modelagem da FCF e $R+1$ variáveis. Existem ainda mais R restrições de limites operacionais. O pacote utilizado para a solução de θ_{CCP} é o Ilog CPLEX 7.1.

4.3.1.4 Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas

O Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas (θ_{HUC}) possui somente restrições referentes à alocação das unidades, como pode ser visto no subconjunto C_{HUC} .

$$\begin{aligned} \theta_{HUC} = \min \langle \lambda_{ph_{jrt}}, pha_{jrt} \rangle \\ \text{sujeito a: } C_{HUC}(w, z, \bar{z}, pha) \end{aligned} \quad (4.10)$$

O Subproblema (4.10) é responsável pela enumeração das unidades hidrelétricas. Existem $R \times J_{rt}$ problemas inteiro-misto com $3 \times T$ variáveis (relacionadas às variáveis, w , z e pha , para cada estágio de tempo t), os quais podem ser resolvidos de forma independente. No entanto, as restrições de *minimum up* e *downtime* inseridas no problema da programação diária acoplam a decisão operativa da unidade hidrelétrica j do reservatório r em cada estágio de tempo t . Esse problema é solucionado pela PD.

4.3.1.5 Subproblema Hidrelétrico

O último subproblema resultante da decomposição é o Subproblema Hidrelétrico (θ_H), o qual possui restrições referentes à operação dos reservatórios, como pode ser visto no subconjunto C_{HH} .

$$\theta_H = \min - \langle \lambda_{p_{H_t}}, ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \rangle - \langle \lambda_{ph_{jrt}}, ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \rangle -$$

$$\langle \lambda_{v_{rt}}, v_{r,t+1} \rangle + \left[\langle \lambda_{v_{r,t-1}}, va_{rt} \rangle \right]^{\dagger_0} + \left[\langle \lambda_{d_{rt}}, d_{rt} \rangle \right]^{\dagger_1} +$$

$$\left[\langle \lambda_{d_{m,t-\gamma_{mr}}}, da_{m,t-\gamma_{mr}} \rangle \right]^{\dagger_2}$$

sujeito a: $C_{HH}(q, Q, s, d, v, da, va)$ (4.11)

O subproblema acima apresenta característica não-linear devido à função de produção das unidades hidrelétricas. O problema não-linear apresentado em (4.11)⁹ é semelhante ao tratado nos trabalhos anteriores (FINARDI, 2003; TAKIGAWA, 2006 e RODRIGUES, 2009). A diferença fundamental entre (4.11) e o problema tratado em Finardi (2003) é que as restrições existentes no conjunto C_{HH} são lineares e de igualdade.

Neste problema, não existe acoplamento espacial e temporal entre as diferentes usinas. Cada subproblema é um Problema de Programação Não Linear – PNL, com quantidade de variáveis que variam com o número de unidades, estágio de tempo e a posição da usina na cascata. Cada PNL possui três restrições lineares de igualdade e $J_{rt}+4+n_j+i_{t_0}$ variáveis, em que 4 representa o número de variáveis de operação do reservatório (Q, s, d e v), n_j a quantidade de usinas à montante do mesmo (da) e i_{t_0} é igual a 1 para $t > 1$ (va). Detalhes adicionais da modelagem do Subproblema Hidrelétrico podem ser observados no exemplo didático apresentado no APÊNDICE II.

⁹ $[\cdot]^{\dagger_0}$ não existe no primeiro estágio; $[\cdot]^{\dagger_1}$ depende se existe um reservatório à jusante e se a vazão defluente do reservatório pode chegar ao reservatório à jusante, antes do fim do horizonte de estudo; $[\cdot]^{\dagger_2}$ depende se existe um reservatório a montante e se a vazão defluente desse reservatório pode chegar no reservatório à jusante, em função do tempo de viagem da água entre os dois reservatórios.

O modelo desenvolvido para solução do PNL, semelhante ao desenvolvido por Finardi (2003), utiliza os conceitos da metodologia da Programação Quadrática Sequencial - PQS (DIAZ *et al.*, 1989; BOGGS *et al.*, 1996; NOCEDAL, 1999) e seu algoritmo é apresentado no APÊNDICE III.

4.3.1.6 Representação Esquemática do Problema Dual

A Figura 4.2 ilustra os subproblemas associados ao problema dual. Na figura ainda é possível observar os nomes dos subproblemas e as respectivas metodologias de solução empregadas em cada subproblema.

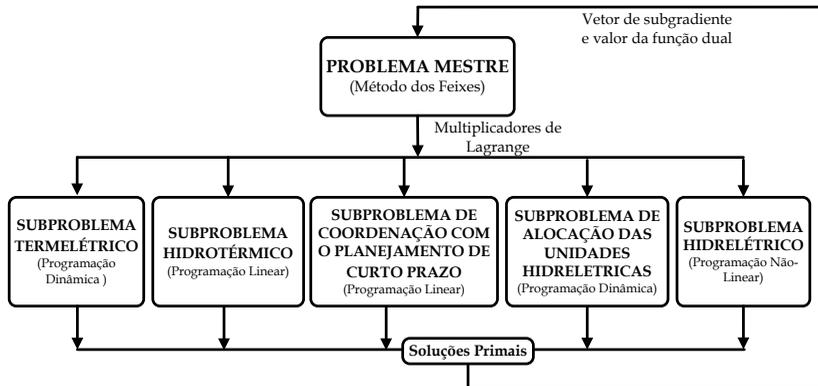


Figura 4.2: Diagrama Esquemático do Problema Dual - fase RL.

4.3.2 Recuperação Primal via Lagrangeano Aumentado

A fase da RP tem como objetivo viabilizar a solução encontrada na fase RL, utilizando as informações dessa solução obtida como ponto de partida para a fase RP. Aplicando a metodologia do LA no problema (4.6), obtém-se:

$$\begin{aligned}
 \max \Phi_{LA} = \min & f_{CT}(x, u, pt) + f_H(\alpha) + \langle \lambda_{pt_{it}}, pta_{it} - pt_{it} \rangle + \\
 & \langle \lambda_{PH_{rt}}, PHa_{rt} - \sum_{j=1}^{J_{rt}} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \rangle + \\
 & \langle \sum_{m \in \mathfrak{R}_v^{(r)}} \lambda_{d_{m,t-\gamma_{mr}}}, da_{m,t-\gamma_{mr}} - d_{m,t-\gamma_{mr}} \rangle + \langle \lambda_{v_{rt}}, va_{r,t+1} - v_{r,t+1} \rangle + \\
 & \langle \lambda_{ph_{jrt}}, pha_{jrt} - ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \rangle + \frac{c}{2} \| pta_{it} - pt_{it} \|^2 + \\
 & \frac{c}{2} \left\| PHa_{rt} - \sum_{j=1}^{J_{rt}} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \right\|^2 + \frac{c}{2} \sum_{m \in \mathfrak{R}_v^{(r)}} \| da_{m,t-\gamma_{mr}} - d_{m,t-\gamma_{mr}} \|^2 + \\
 & \frac{c}{2} \| va_{r,t+1} - v_{r,t+1} \|^2 + \frac{c}{2} \| pha_{jrt} - ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \|^2
 \end{aligned}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
 & C_{HH}(q, Q, s, d, v, da, va) \cap C_{CCP}(va_{T+1}, \alpha) \cap C_{HUC}(w, z, \bar{z}, pha) \cap \\
 & C_T(x, u, pt) \cap C_{HT}(pta, PHa, \theta)
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Pode-se observar no problema (4.12) que a mesma estrutura de decomposição apresentada anteriormente na fase RL não é possível, devido aos termos quadráticos introduzidos. No sentido de torná-lo separável, duas heurísticas baseadas na metodologia do LA serão abordadas, as quais estão presentes na literatura para problemas semelhantes ao da PDO; o método do PPA (COHEN, 1980; BATUT et al., 1992; YAN et al., 1994; BELTRAN et al., 2002; BELLONI *et al.*, 20003; DUBOST et al., 2003) e o método do GS (BERTSEKAS, 1999; BELTRAN et al., 1999, BELTRAN et al., 2002).

Os dois métodos que serão utilizados, PPA e GS, utilizam à mesma idéia para separar as variáveis do termo quadrático. No entanto, a diferença fundamental entre os dois métodos consiste na atualização da constante do termo quadrático, como será detalhado a seguir.

O método do PPA utilizado é idêntico à Belloni *et al.* (2003), Diniz (2007) e Rodrigues (2009). A idéia geral consiste em fazer a seguinte aproximação:

$$\frac{c}{2}\|xa - x\|^2 \approx \frac{c}{2}\|xa - k^*\|^2 + \frac{c}{2}\|k^* - x\|^2 \quad (4.13)$$

Em que:

$$k^* = \frac{xa^* + x^*}{2} \quad (4.14)$$

A constante k^* adotada depende de xa^* e x^* que são os valores obtidos da iteração anterior.

Observe que quando a solução for viável ($xa = x$), o termo quadrático é igual à zero. No entanto, para pontos diferentes ($xa \neq x$), o termo resultante à esquerda da Equação (4.13) pode ser bem diferente do somatório à direita. Desta forma, a aproximação é apropriada, para pontos próximos de uma solução viável.

O método não-linear de Gauss Seidel, também conhecido como *Block Coordinate Descent*, baseia-se em atualizar a constante do termo quadrático pelo novo valor encontrado da variável. Desta forma, é utilizada a mesma aproximação apresentada em (4.13) e a atualização de k^* ocorre da seguinte forma¹⁰:

$$k^* = \begin{cases} x^*, & \text{após o cálculo de } x \\ xa^*, & \text{após o cálculo de } xa \end{cases} \quad (4.15)$$

Neste trabalho o conceito da atualização via GS foi efetuado somente durante a iteração da RP, mantendo a atualização por iteração (início da mesma) como a média dos valores encontrados para x e xa (idêntico ao PPA).

No APÊNDICE I ilustra-se em um exemplo bastante simplificado a aplicação da RL, utilizando a técnica de introdução das variáveis artificiais, e dos dois métodos, PPA e GS. Desta forma, possibilita-se ilustrar de maneira didática a diferença na atualização das constantes entre os dois métodos apresentados.

Desta maneira, utilizando a aproximação apresentada em (4.13) no problema (4.12), obtém-se:

¹⁰ Note que para atualizar k^* pelo novo valor calculado, antes do cálculo do outro subproblema, deve haver uma ordem sequencial. Isso será melhor abordado após a exposição da estratégia de solução proposta.

$$\begin{aligned}
 \max \Phi_{LA} = \min f_{CT}(x, u, pt) + f_H(\alpha) + < \lambda_{pt_{it}}, pta_{it} - pt_{it} > + \\
 < \lambda_{pH_{rt}}, PHa_{rt} - \sum_{j=1}^{J_{rt}} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) > + \\
 < \sum_{m \in \mathfrak{R}_+^{(r)}} \lambda_{d_{m,t-\gamma_{mr}}} da_{m,t-\gamma_{mr}} - d_{m,t-\gamma_{mr}} > + < \lambda_{v_{rt}}, va_{r,t+1} - v_{r,t+1} > + \\
 < \lambda_{ph_{jrt}}, pha_{jrt} - ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) > + \frac{c}{2} \| pta_{it} - k_{pt_{it}} \|^2 + \\
 \frac{c}{2} \| k_{pt_{it}} - pt_{it} \|^2 + \frac{c}{2} \| PHa_{rt} - k_{pH_{rt}} \|^2 + \\
 \frac{c}{2} \left\| k_{pH_{rt}} - \sum_{j=1}^{J_{rt}} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \right\|^2 + \frac{c}{2} \sum_{m \in \mathfrak{R}_+^{(r)}} \| da_{m,t-\gamma_{mr}} - k_{d_{m,t-\gamma_{mr}}} \|^2 + \\
 \frac{c}{2} \sum_{m \in \mathfrak{R}_+^{(r)}} \| k_{d_{m,t-\gamma_{mr}}} - d_{m,t-\gamma_{mr}} \|^2 + \frac{c}{2} \| va_{r,t+1} - k_{v_{rt}} \|^2 + \frac{c}{2} \| k_{v_{rt}} - v_{r,t+1} \|^2 + \\
 \frac{c}{2} \| pha_{jrt} - k_{ph_{jrt}} \|^2 + \frac{c}{2} \| k_{ph_{jrt}} - ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \|^2
 \end{aligned}$$

sujeito a: (4.16)

$$\begin{aligned}
 C_{HH}(q, Q, s, d, v, da, va) \cap C_{CCP}(va_{T+1}, \alpha) \cap C_{HUC}(w, z, \bar{z}, pha) \cap \\
 C_T(u, pt) \cap C_{HT}(pta, PHa, \theta)
 \end{aligned}$$

Agora o problema (4.16) pode ser decomposto, nos mesmos subproblemas apresentados na fase RL, acrescidos dos respectivos termos quadráticos.

4.3.2.1 Subproblema Termelétrico

O Subproblema Termelétrico (Φ_T) na fase RP é semelhante ao mostrado em (4.7) e contém o mesmo conjunto de restrições referentes às termelétricas, C_T . O subproblema é representado abaixo.

$$\Phi_T = \min f_{CT}(x, u, pt) - < \lambda_{pt_{it}}, pt_{it} > + \frac{c}{2} \| k_{pt_{it}} - pt_{it} \|^2$$

sujeito a: $C_T(x, u, pt)$ (4.17)

O modelo de programação utilizado para a solução do Subproblema Termelétrico é a PD.

4.3.2.2 Subproblema Hidrotérmico

De forma semelhante ao subproblema (4.8), o Subproblema Hidrotérmico (Φ_{HT}) contém restrições de natureza tanto termelétrica como hidrelétrica, em C_{HT} , sendo representado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Phi_{HT} = \min & \langle \lambda_{pta_{it}}, pta_{it} \rangle + \langle \lambda_{PHa_{rt}}, PHa_{rt} \rangle + \frac{c}{2} \|pta_{it} - k_{pta_{it}}\|^2 + \\ & \frac{c}{2} \|PHa_{rt} - k_{PHa_{rt}}\|^2 \\ \text{sujeito a: } & C_{HT}(pta, PHa, \theta) \end{aligned} \quad (4.18)$$

A única diferença em relação ao Subproblema (4.8) é que a natureza dos problemas passa a ser quadrática, devido aos termos quadráticos introduzidos. Dessa forma, (4.18) é composto por T problemas quadráticos solucionados pelo CPLEX.

4.3.2.3 Subproblema de Coordenação com o Planejamento de Curto Prazo

O Subproblema de Coordenação com o Planejamento de Curto-Prazo (Φ_{CCP}) contém as restrições pertencentes ao subconjunto C_{CCP} :

$$\begin{aligned} \Phi_{CCP} = \min & f_H(\alpha) + \langle \lambda_{va_{r,T}}, va_{r,T+1} \rangle + \frac{c}{2} \|va_{r,T+1} - k_{va_{r,T}}\|^2 \\ \text{sujeito a: } & C_{CCP}(va_{T+1}, \alpha) \end{aligned} \quad (4.19)$$

O subproblema (4.19) difere do subproblema (4.9) da fase RL, pelos termos quadráticos introduzidos. Desta forma, o problema quadrático resultante é solucionado pela PLCBAS (CASAS *et al.*, 2002).

4.3.2.4 Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas

O Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas (Φ_{HUC}) possui somente restrições referentes à alocação das unidades, como pode ser visto no subconjunto C_{HUC} .

$$\Phi_{HUC} = \min \langle \lambda_{ph_{jrt}}, pha_{jrt} \rangle + \frac{c}{2} \| pha_{jrt} - k_{ph_{jrt}} \|^2$$

sujeito a: $C_{HUC}(w, z, \bar{z}, pha)$ (4.20)

Existem $R \times J_{rt}$ problemas quadráticos acoplados no tempo, os quais podem ser resolvidos de forma independente pela PD.

4.3.2.5 Subproblema Hidrelétrico

O último subproblema é o Subproblema Hidrelétrico (Φ_H), o qual possui restrições referentes à operação dos reservatórios, como pode ser visto no subconjunto C_{HH} .

$$\Phi_H = \min - \langle \lambda_{PH_{rt}}, ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \rangle - \langle \lambda_{ph_{jrt}}, ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \rangle -$$

$$\langle \lambda_{v_{rt}}, v_{r,t+1} \rangle + \left[\langle \lambda_{v_{r,t-1}}, va_{rt} \rangle \right]^{\dagger_0} + \left[\langle \lambda_{d_{rt}}, d_{rt} \rangle \right]^{\dagger_1} +$$

$$\left[\langle \lambda_{d_{m,t-\gamma_{mr}}}, da_{m,t-\gamma_{mr}} \rangle \right]^{\dagger_2} + \frac{c}{2} \| k_{ph_{jrt}} - ph_{jrt}(q_{jrt}^7, d_{rt}^{12}, v_{rt}^{12}) \|^2 +$$

$$\frac{c}{2} \| k_{v_{rt}} - v_{r,t+1} \|^2 + \frac{c}{2} \left[\| va_{r,t-1} - k_{v_{rt}} \|^2 \right]^{\dagger_0} + \frac{c}{2} \left[\| k_{d_{rt}} - d_{rt} \|^2 \right]^{\dagger_1} +$$

$$\frac{c}{2} \left[\| da_{m,t-\gamma_{mr}} - k_{d_{m,t-\gamma_{mr}}} \|^2 \right]^{\dagger_2}$$

sujeito a: $C_{HH}(q, Q, s, d, v, da, va)$ (4.21)

O subproblema (4.21)¹¹ possui características não-lineares e é similar ao subproblema (4.11) da fase RL. Cada PNL é solucio-

¹¹ $[.]^{\dagger_0}$ não existe no primeiro estágio; $[.]^{\dagger_1}$ depende se existe um reservatório a jusante e se a vazão defluente do reservatório pode chegar ao reservatório a jusante, antes do fim do horizonte de estudo; $[.]^{\dagger_2}$ depende se existe um reservatório a montante e se a vazão defluente desse reservatório pode chegar no reservatório a jusante, considerando o tempo de viagem da água entre os dois reservatórios.

nado pelo modelo de PQS desenvolvido, como pode ser visto no APÊNDICE III.

4.3.2.6 Representação Esquemática do Problema Dual

A Figura 4.3 ilustra os subproblemas associados ao problema dual na fase RP. Na figura ainda é possível observar os nomes dos subproblemas e as respectivas metodologias de solução empregadas em cada subproblema.

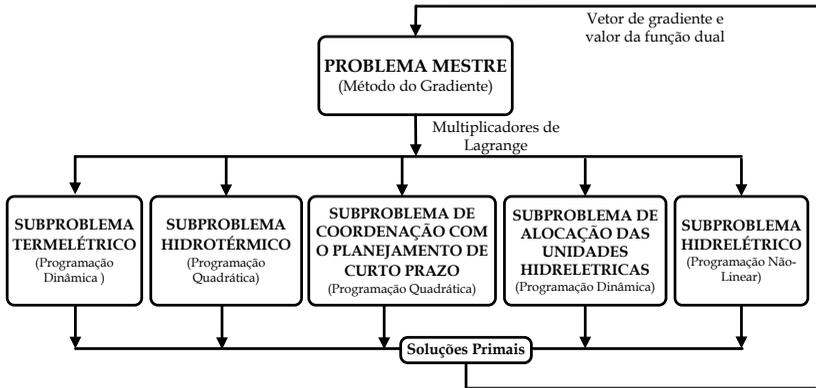


Figura 4.3: Diagrama Esquemático do Problema Dual - fase RP.

O ponto de partida utilizado para a fase RP pode ser a solução primal e os multiplicadores de Lagrange da última iteração da fase RL ou a solução convexificada, também conhecida como o ponto pseudo-primal ou ponto convexificado (DUBOST *et al.*, 2003; DINIZ, 2007), com os multiplicadores de Lagrange da última iteração. O ponto pseudo-primal é obtido pela combinação convexa dos cortes ativos do método dos Feixes, da seguinte forma:

$$x = \sum_k \delta_k x_k \quad (4.22)$$

Em que:

- k número de cortes ativos do método dos Feixes;
- x vetor com todas as variáveis;
- δ valor, entre 0 e 1, da combinação convexa (a soma de todos os valores do vetor é igual a 1);

x_k vetor com a solução primal de todas as variáveis para cada k .

Uma análise comparativa entre os dois pontos de partida supracitados para a fase RP será apresentada no Capítulo 6.

Como a função dual é diferenciável, o problema mestre pode ser maximizado pelo método do gradiente inexato (BERTSEKAS, 1999), da seguinte forma:

$$\lambda^{k+1} = \lambda^k + v \frac{g^{(k-1)}}{\|g^{(k-1)}\|} \quad (4.23)$$

E a atualização do parâmetro de penalidade c é feita da seguinte maneira:

$$c^{(k)} = \begin{cases} \beta c^{(k-1)}, & \text{se } c^{(k-1)} < 100c^{(0)} \\ c^{(k-1)} + \beta, & \text{se } c^{(k-1)} > 100c^{(0)} \text{ e } \|g^{(k-1)}\| > \gamma \|g^{(k-2)}\| \\ c^{(k-1)}, & \text{se } c^{(k-1)} > 100c^{(0)} \text{ e } \|g^{(k-1)}\| \leq \gamma \|g^{(k-2)}\| \end{cases} \quad (4.24)$$

Os valores utilizados para β , γ e v foram, respectivamente, 1,5, 0,25 e 0,9; idênticos aos adotados em Diniz (2007).

É importante salientar que, na fase RP, o método GS necessita que uma ordem seja arbitrada para atualização das constantes do termo quadrático, a qual será descrita no Capítulo 5.

4.4 CONCLUSÕES

Este capítulo teve como objetivo apresentar a estratégia de solução para o problema da PDO, baseada nas metodologias da RL, com a introdução de variáveis artificiais, e do LA.

A RL é uma metodologia de solução que possibilita, por meio da relaxação das restrições de acoplamento, decompor o problema em subproblemas menores e mais fáceis de solucionar. Na estratégia proposta, o problema dual resultante é composto por cinco subproblemas menores (Termelétrico, Hidrelétrico, Hidrotérmico, Coordenação com o Curto-Prazo e Alocação das

Unidades Hidrelétricas) de características matemáticas distintas, sendo solucionados por diferentes técnicas de otimização conforme foi abordado. A coordenação dos subproblemas é feito pelo Método dos Feixes, que representa o estado da arte em otimização não-diferenciável.

Como a solução primal obtida na fase RL geralmente é inviável, uma outra fase é necessária. Desta forma, utilizando as informações da solução da fase RL como ponto de partida, dois métodos, PPA e GS, baseados na metodologia do LA são propostos no sentido de se obter uma solução viável. Utilizando esses dois métodos, é possível manter a estrutura de decomposição proposta na fase RL. Vale ressaltar que na fase RP não existe a presença de subproblemas de natureza linear.

No próximo capítulo, os objetivos principais são: analisar o comportamento do algoritmo de PQS desenvolvido e efetuar uma análise comparativa do resultado da estratégia de solução proposta, por meio da utilização dos dois métodos propostos de se obter uma solução viável. Nesta primeira etapa do trabalho, simplificações relacionadas à modelagem das variáveis inteiras da PDO e à modelagem da rede de transmissão são efetuadas. Na segunda etapa (Capítulo 6), o modelo computacional proposto é analisado em um sistema hidrotérmico sem as simplificações supracitadas.

5.1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo consiste em analisar os resultados da estratégia de solução abordada no capítulo anterior. Nesta etapa do trabalho, algumas simplificações relacionadas à modelagem das variáveis inteiras da PDO e à modelagem da rede de transmissão são efetuadas. O capítulo inicia descrevendo o cenário base utilizado e, em sequência, apresenta a solução referente à fase RL, ilustrando o comportamento das soluções viáveis obtidas, por meio dos dois métodos, PPA e GS, da fase RP. O capítulo é finalizado com algumas análises de sensibilidade das soluções para os dois métodos. A análise do comportamento do algoritmo de PQS será comentada no decorrer do capítulo.

5.2 DADOS UTILIZADOS

A seguir serão ilustrados os dados do cenário base utilizados na implementação computacional. O sistema hidrotérmico utilizado é apresentado na Figura 5.1. De acordo com essa figura, pode-se notar que o sistema de geração possui sete usinas hidrelétricas e quatro usinas termelétricas. Ainda é possível observar que o sistema de transmissão é composto por duas barras e uma linha de transmissão. Cada barra deste sistema possui, além da geração, uma determinada demanda de energia.

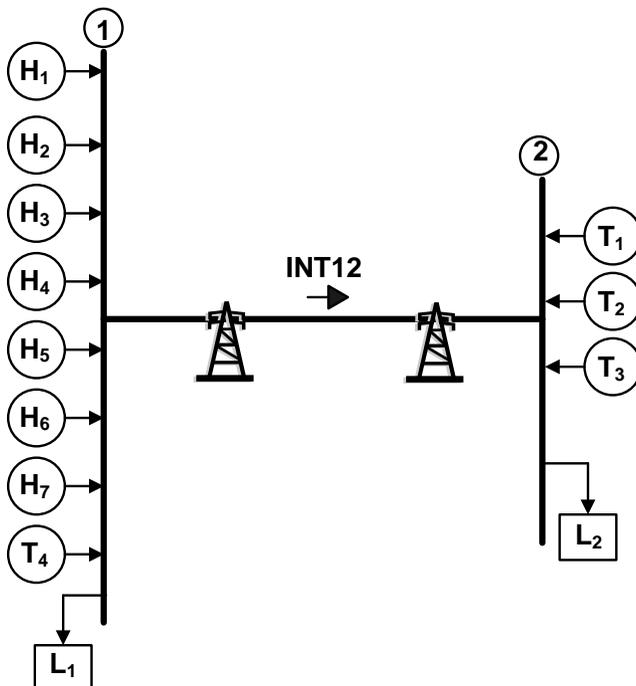


Figura 5.1: Diagrama esquemático do sistema hidrotérmico.

A curva de demanda é representada em termos percentuais na Figura 5.2.

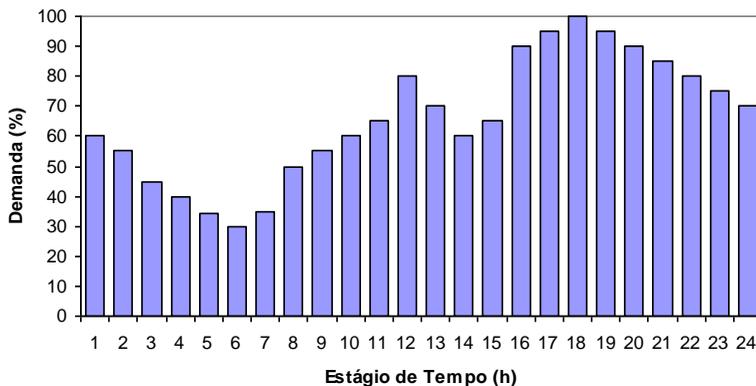


Figura 5.2: Demanda de energia.

A referência de 100% representa 85% da capacidade instalada do sistema hidrotérmico (11.281,6 MW.). A demanda do sistema é dividida entre as duas barras L_1 e L_2 , respectivamente, com 20% e 80%. A capacidade de transmissão adotada foi de 10.000MW no sentido de INT12 e 2.000MW no sentido inverso.

Os dados referentes às quatro usinas termelétricas estão dispostos na Tabela 5.1. Na mesma, pode ser observado o tipo de combustível utilizado pela usina, a condição inicial, os limites de geração, a rampa e os coeficientes do custo de produção, respectivamente.

Tabela 5.1: Dados das Usinas Termelétricas.

Usina	Combustível	pt_0 [MW]	pt^{min} [MW]	pt^{max} [MW]	Δ_i [MW/h]	ct_{1i} [R\$/MW ²]	ct_{2i} [R\$/MW]	ct_{3i} [R\$]
T ₁	Carvão	0	0	857	50	0.000946	143	0
T ₂	Gás	0	0	160	100	0.000498	110.4	0
T ₃	Óleo	0	0	500	30	0.0034	248.3	0
T ₄	Óleo	0	0	500	30	0.001	609.5	0

Na implementação computacional, para as usinas termelétricas, não foram consideradas as restrições de *minimum uptime* e *downtime* e os custos de partida¹. Na Figura 5.3 é mostrada a configuração hidráulica do sistema.

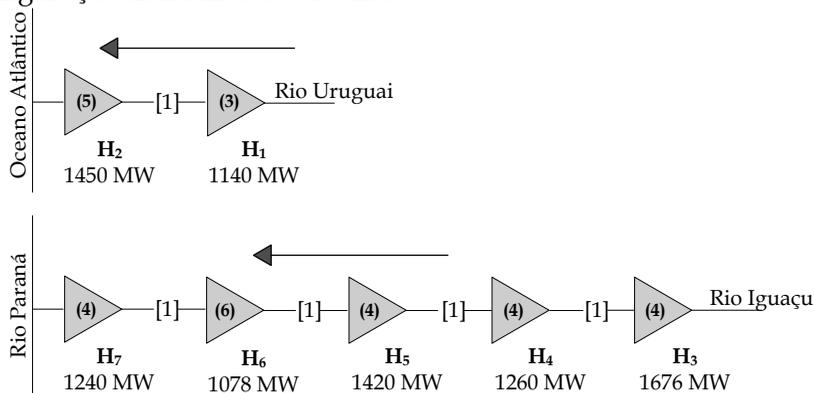


Figura 5.3: Configuração Hidráulica.

¹ A solução do Subproblema Termelétrico já está bastante consolidada e as restrições citadas podem ser incluídas ao problema da mesma maneira que em Martinez *et al.* (2008) e Rodrigues (2009).

Como pode ser visto, as usinas hidrelétricas estão dispostas em dois rios distintos, localizados ao sul do Brasil (ONS, 2010). Na figura ainda estão expostos os dados de máxima capacidade instalada de cada usina, o tempo de viagem da água, em horas, entre cada reservatório (em colchetes) e a quantidade de unidades pertencentes a cada usina (em parênteses).

Conforme comentado anteriormente, as afluências incrementais são consideradas conhecidas no problema da PDO. Na Figura 5.4 está ilustrado o comportamento² considerado para todos os reservatórios, em termos percentuais, da discretização horária da vazão afluente incremental no horizonte de um dia.

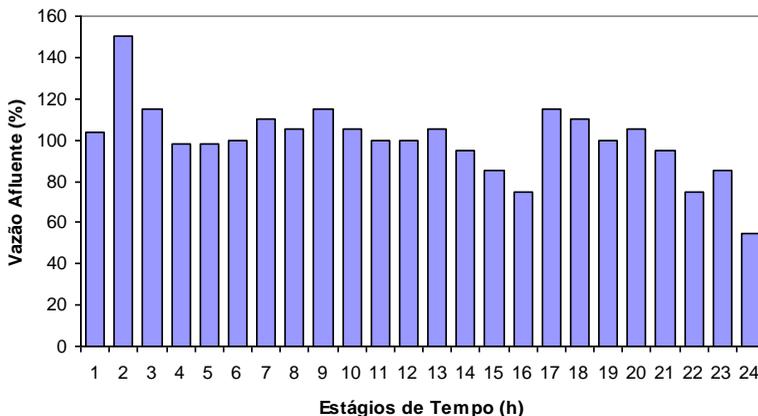


Figura 5.4: Perfil da vazão afluente nos reservatórios.

Na Tabela 5.2 estão mostrados os dados de operação dos reservatórios, tais como afluência incremental, volume inicial, limites de volume e os máximos valores de vazão turbinada, vertida e defluente³, respectivamente.

² O comportamento brusco adotado para as vazões afluentes incrementais tem o intuito de ilustrar a robustez do modelo proposto.

³ Os limites máximos de vertimento e de defluência foram arbitrados para impossibilitar que essas variáveis sejam ilimitadas no programa computacional.

Tabela 5.2: Dados dos reservatórios.

Usinas	y_r [m ³ /s]	v_0 [hm ³]	$v^{min/max}$ [hm ³]	Q_r^{max} [m ³ /s]	s_r^{max} [m ³ /s]	d_r^{max} [m ³ /s]
H ₁	17,53	3.181,45	2.283/3.340	1.140	2.280	3.420
H ₂	25,29	5.100,00	5.050/5.100	1.450	2.900	4.350
H ₃	21,36	5.208,25	1.974/5.779	1.376	2.752	4.128
H ₄	26,53	2.891,80	2.562/2.950	1.268	2.536	3.804
H ₅	30,21	6.158,05	2.662/6.775	1.576	3.152	4.728
H ₆	31,53	1.124,00	1.014/1.124	1.784	3.568	5.352
H ₇	39,95	3.573,00	3.473/3.573	2.100	4.200	6.300

Os mínimos valores considerados de vazão turbinada, vertida e defluente são iguais a zero. Os volumes iniciais dos reservatórios foram arbitrados da seguinte forma: as usinas com reservatórios (H₁, H₃, H₄ e H₅) iniciam com 80% do volume útil e as usinas à fio d'água (H₂, H₆ e H₇)⁴ com o volume máximo. Entre as usinas hidrelétricas, somente H₆ possui dois grupos de unidades distintas.

Os coeficientes dos polinômios de cota de montante e de jusante estão ilustrados, respectivamente, na Tabela 5.3 e na Tabela 5.4.

Tabela 5.3: Coeficientes do polinômio de cota de montante.

Usinas	a_0 ($\times 10^3$) [m]	a_1 ($\times 10^{-1}$) [m/hm ³]	a_2 ($\times 10^{-5}$) [m/hm ⁶]	a_3 ($\times 10^{-9}$) [m/hm ⁹]	a_4 ($\times 10^{-13}$) [m/hm ¹²]
H ₁	0,4012	0,5010	-1,5730	3,2966	-2,2883
H ₂	0,3700	0	0	0	0
H ₃	0,6509	0,3499	-0,6500	0,7778	-0,3953
H ₄	0,5525	0,2469	-0,2103	0	0
H ₅	0,4477	0,1823	-0,2871	0,3003	-0,1273
H ₆	0,3970	0	0	0	0
H ₇	0,3250	0	0	0	0

⁴ Como pode ser observado na Tabela 5.2, foi considerado um pequeno reservatório para as usinas à fio d'água, já que no curto prazo todas as usinas são capazes de armazenar água para permitir controle de sua produção.

Tabela 5.4: Coeficientes do polinômio de cota de jusante.

Usinas	$b_0 (\times 10^3)$ [m]	$b_1 (\times 10^{-4})$ [s/m ²]	$b_2 (\times 10^{-7})$ [s ² /m ⁵]	$b_3 (\times 10^{-12})$ [s ³ /m ⁸]	$b_4 (\times 10^{-18})$ [s ⁴ /m ¹¹]
H ₁	0,3719	19,3242	-0,8530	2,3757	-26,1625
H ₂	0,2614	30,1186	-5,6361	67,9144	-3028,480
H ₃	0,6019	11,0583	4,2089	-83,1147	4761,118
H ₄	0,4900	0,6084	2,9248	-23,2012	456,450
H ₅	0,3944	21,110	-0,7923	2,3516	-27,1386
H ₆	0,3218	22,8099	-1,4027	3,8419	-53,6304
H ₇	0,2579	6,2084	-0,1718	0,2283	0,0122

Os coeficientes do rendimento das unidades e o coeficiente de perdas hidráulicas estão ilustrados na Tabela 5.5. Os dois grupos de unidades da usina H₆ estão ilustrados por H_{6(I)} e H_{6(II)}.

Tabela 5.5: Coeficientes de rendimento das unidades e coeficiente de perdas hidráulicas.

Usinas	$\rho_{0j} (\times 10^{-1})$	$\rho_{1j} (\times 10^{-3})$ [s/m ³]	$\rho_{2j} (\times 10^{-3})$ [1/m]	$\rho_{3j} (\times 10^{-6})$ [s/m ⁴]	$\rho_{4j} (\times 10^{-6})$ [s ² /m ⁶]	$\rho_{5j} (\times 10^{-5})$ [1/m ²]	$k_j (\times 10^{-6})$ [s ² /m ⁵]
H ₁	3,5873	2,3513	3,6111	8,1284	-4,9075	-3,1207	5,452
H ₂	-7,3739	4,4640	22,6385	13,8422	-11,3849	-13,0273	20,173
H ₃	-5,0142	4,7803	11,5051	-2,4030	-7,6154	-4,2333	22,290
H ₄	3,5873	3,2068	3,1942	9,8056	-9,1278	-2,4417	18,300
H ₅	3,9235	2,9719	1,9804	4,0996	-5,7325	-1,3964	10,776
H _{6(I)}	2,7070	1,2147	14,3106	41,1210	-8,3343	-17,2818	36,156
H _{6(II)}	0,7769	3,3052	11,8035	5,7557	-6,9621	-9,3947	71,270
H ₇	3,5873	1,9373	5,3725	9,9638	-3,3314	-6,9074	3,628

As zonas proibidas das unidades hidrelétricas não foram modeladas nesta etapa do trabalho, mas as mesmas serão consideradas e abordadas no Capítulo 6.

A coordenação com o planejamento de curto-prazo é realizada por meio das funções de custo futuro; nesta etapa, as mesmas foram obtidas de Gonçalves (2007) e de Santos *et al.* (2008). As funções de custo futuro foram modificadas para o sistema hidrotérmico apresentado neste trabalho. Desta forma, os dados das 21 restrições lineares utilizadas para representar a FCF estão dispostas na Tabela 5.6.

Tabela 5.6: Dados da função de custo futuro.

Π_{1p}	Π_{2p}	Π_{3p}	Π_{4p}	Π_{5p}	Π_{6p}	Π_{7p}	$\alpha_p (10^{11})$
1884,899	0	3947,696	3063,042	2053,351	0	0	42,0872
6,438	0	6,188	3049,435	2311,881	0	0	1,15609
41,571	0	80,106	61,763	41,037	0	0	1,88169
369,991	0	783,851	607,018	407,217	0	0	10,3126
233,423	0	528,608	409,270	274,554	0	0	7,4806
147,847	0	306,827	237,608	159,399	0	0	5,73241
97,156	0	198,398	153,826	103,194	0	0	4,55063
97,156	0	198,638	153,826	103,194	0	0	4,54328
96,208	0	197,177	152,695	102,435	0	0	4,5221
95,361	0	194,695	150,773	101,146	0	0	4,48295
89,037	0	186,607	144,508	96,943	0	0	4,31544
53,355	0	113,710	86,498	57,472	0	0	3,15688
58,665	0	125,411	97,222	65,197	0	0	3,4334
210,901	0	438,513	339,586	227,811	0	0	6,26446
244,521	0	528,488	409,262	274,554	0	0	6,84673
254,373	0	528,199	408,974	274,266	0	0	6,94554
181,812	0	383,223	296,769	199,088	0	0	5,71579
50,267	0	105,321	81,561	54,715	0	0	2,88574
49,017	0	103,749	80,330	53,869	0	0	3,02779
68,187	0	144,459	111,870	75,048	0	0	3,48063
49,049	0	104,190	80,685	54,128	0	0	0,30391

Pode-se observar na Tabela 5.6 o elevado valor de α_p , que corresponde ao custo de operação futuro observado no horizonte do planejamento da operação energética, pelo modelo de planejamento de curto prazo.

5.3 ANÁLISE DA SOLUÇÃO

A estratégia de solução proposta e a solução obtida, para o problema da PDO, foram avaliadas em uma configuração reduzida do sistema hidrotérmico brasileiro, cujos principais dados foram apresentados na seção anterior. O número de estágios considerado foi 24, que representa a discretização horária de um horizonte de um dia. Os testes foram efetuados em um computador Pentium IV 2.8 GHz, 1 Gb de memória RAM, com sistema operacional Windows 2000. A linguagem de programação utilizada é o FORTRAN e o compilador é o Compaq Visual FORTRAN Professional Edition 6.1.0.

A solução para o sistema hidrotérmico é apresentada em duas etapas. A primeira refere-se à solução primal encontrada pela RL e, a segunda etapa, à solução primal obtida pelos dois métodos na fase da RP. Na sequência, são apresentadas algumas análises de sensibilidade referente aos métodos, PPA e GS, da fase RP.

5.3.1 Análise da etapa RL

Na Tabela 5.7 são ilustrados os principais resultados computacionais obtidos do problema dual na fase RL⁵. Os multiplicadores de Lagrange iniciais foram arbitrados em 0,1 e o critério de parada utilizado para o método dos Feixes foi de iteração máxima (1.000 iterações). O problema possui 547 variáveis duais e os valores da função objetivo obtidos no início e no término da fase RL estão apresentados em f_0 e f_{RL} , respectivamente. Pode-se observar que o crescimento de f_{RL} em relação a f_0 é pequeno, aproximadamente, $4,25 \times 10^{-5}\%$, isto se deve ao elevado valor de α_p da Tabela 5.6.

Tabela 5.7: Resultados duais para a fase RL.

Cenário Base	Fase RL
f_0 [R\$]	4.208.668.124.975,892
f_{RL} [R\$]	4.208.669.912.759,500
$iter$	1.000
t [min]	8,91
$ sg $	30.171,140

A norma do subgradiente, $|sg|$, é calculada pela norma Euclidiana e ilustra a inviabilidade da solução primal nesta fase.

Ainda relacionado à inviabilidade da solução primal, a Figura 5.5 ilustra o somatório de geração hidrelétrica e termelétrica no atendimento à demanda. As variáveis utilizadas no somatório

⁵ Durante o processo iterativo foram observadas algumas peculiaridades adicionais relacionadas à convergência do algoritmo de Wolfe descrito no APÊNDICE III, da PQS implementada, as quais são ilustradas no APÊNDICE IV.

de geração foram as resultantes do Subproblema Hidrelétrico (PH) e do Termelétrico (pt), respectivamente.

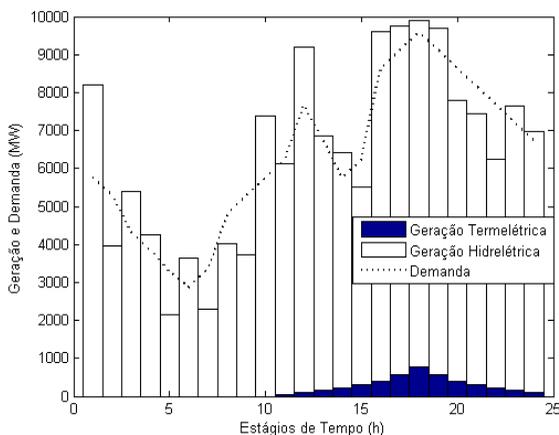


Figura 5.5: Geração hidrelétrica e termelétrica no atendimento à demanda - fase RL.

Como as restrições de atendimento à demanda estão no Subproblema Hidrotérmico pode-se atentar que somente as variáveis de geração, PHa e pta , contidas nesse subproblema atendem à demanda. A Figura 5.6 ilustra a diferença entre o montante total relacionado à geração hidrelétrica de PH e PHa e à geração termelétrica de pt e pta .

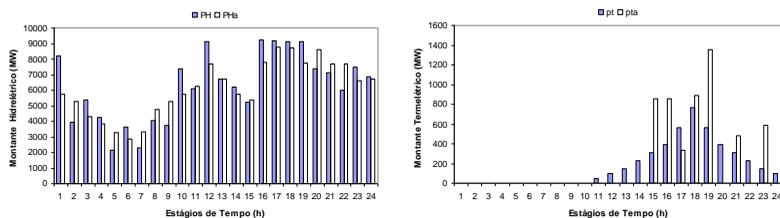


Figura 5.6: Montante de geração hidrelétrica e termelétrica.

A Figura 5.7 ilustra a diferença entre o comportamento das variáveis do Subproblema Hidrotérmico e das variáveis associadas aos subproblemas não lineares, PH e pt , para as usinas H_1 e T_1 .

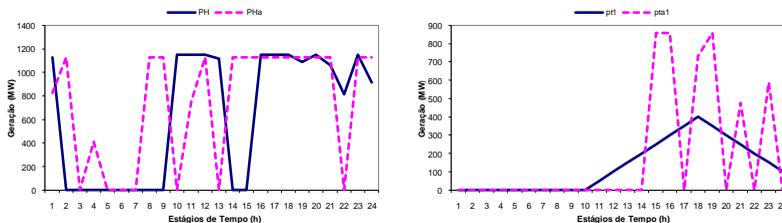


Figura 5.7: Geração hidrelétrica de H_1 e geração termelétrica de T_1 .

Em pontilhado estão representadas as gerações resultantes do Subproblema Hidrotérmico e em linha contínua a geração do Subproblema Hidrelétrico (esquerda) e do Subproblema Termelétrico (direita). Pode-se observar nas figuras ainda que na maior parte do tempo as gerações resultantes dos diferentes subproblemas são diferentes.

Outros resultados característicos da RL podem ser observados na Figura 5.8.

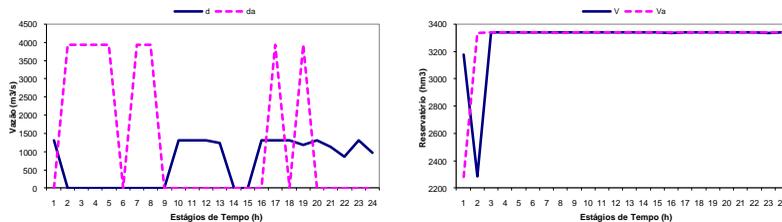


Figura 5.8: Vazão defluente e volume do reservatório de H_1 .

Os dois resultados observados na Figura 5.8, à esquerda a vazão defluente e à direita o volume do reservatório, decorrem do mesmo Subproblema Hidrelétrico. No caso da vazão defluente, as variáveis d e da fazem parte de problemas não-lineares distintos, visto que atuam em reservatórios diferentes. Por outro lado, para o caso do volume do reservatório, as variáveis v e va , também estão em problemas distintos, mas separados apenas pelo estágio de tempo.

O comportamento da vazão defluente e do volume do reservatório nas demais usinas é semelhante ao ilustrado na Figura 5.8. Vale destacar que o desvio relacionado entre as variáveis v e

va é relativamente pequeno e na maioria dos reservatórios ocorrem poucas oscilações.

A seguir nas figuras abaixo estão ilustradas os desvios relativos de todas as variáveis duplicadas em relação ao limite máximo das mesmas. A Figura 5.9 ilustra os desvios relativos relacionados às variáveis de geração termelétrica. Como pode ser observado, os desvios ocorrem nos períodos de demanda mais elevada.

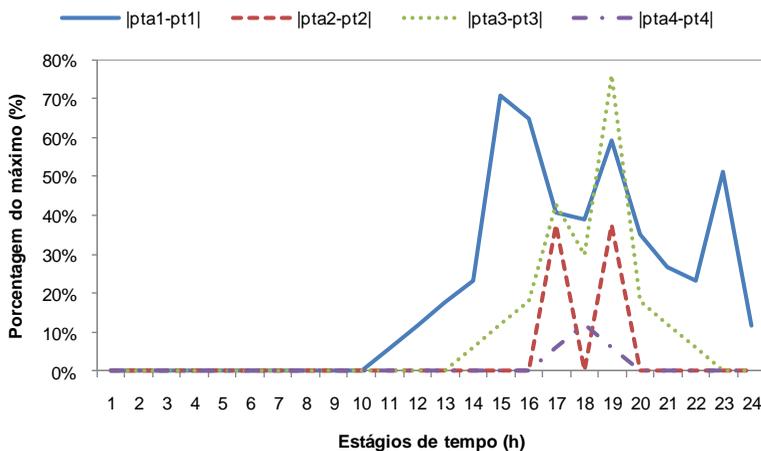


Figura 5.9: Desvio relativo das variáveis de geração termelétrica.

Na Figura 5.10 os desvios relativos das variáveis de geração hidrelétrica são apresentados. Como pode ser observada a invariabilidade, entre as variáveis originais e artificiais, alcançam diversas vezes o máximo possível.

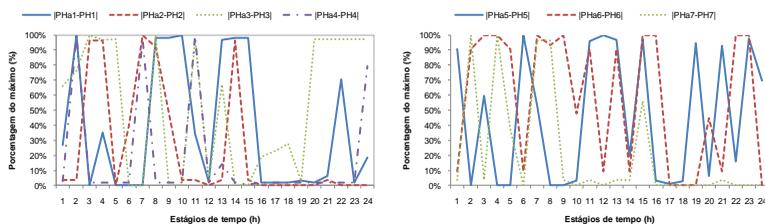


Figura 5.10: Desvio relativo das variáveis de geração hidrelétrica.

Os desvios relativos das variáveis de volume armazenado são ilustrados na Figura 5.11. Pode-se observar que os desvios são relativamente pequenos, com exceção da variável do reservatório H₃ em dois estágios (12h e 13h), que ultrapassa 60% da capacidade máxima do reservatório.

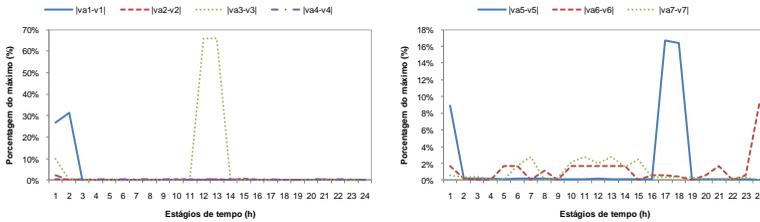


Figura 5.11: Desvio relativo das variáveis de volume armazenado.

Na Figura 5.12 estão ilustrados os desvios relativos das variáveis de vazão defluente.

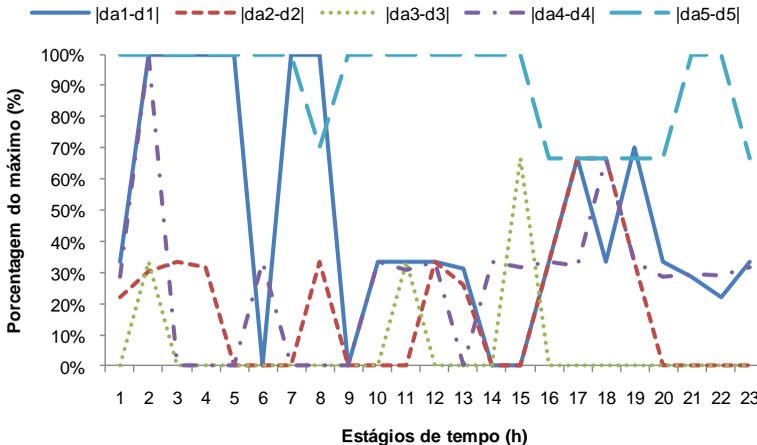


Figura 5.12: Desvio relativo das variáveis de vazão defluente.

5.3.2 Análise da etapa RP

Como esperado, as soluções primais na fase RL são inviáveis, o que torna necessária uma outra fase para viabilizar essa solução. Essa fase, conhecida como RP, será efetuada de duas maneiras distintas conforme detalhado anteriormente. A sequência arbitrada⁶ para a atualização das constantes dos termos quadráticos no método GS está apresentada na Figura 5.13.

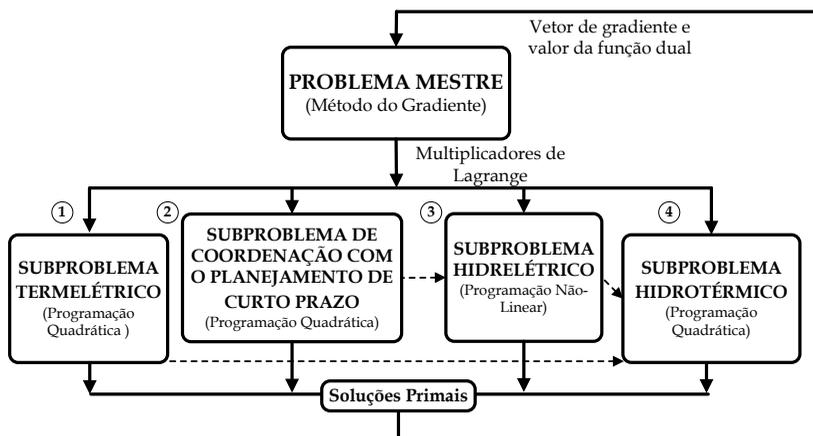


Figura 5.13: Sequência arbitrada para o método GS.

Como pode ser observado na Figura 5.13, a ordem para a solução dos subproblemas está enumerada de 1 a 4, e as linhas pontilhadas ilustram a comunicação entre dois subproblemas, indicando a atualização da constante k pela solução encontrada, a qual servirá de dado de entrada para o outro subproblema. Por exemplo, de 1 para 4, o vetor que contém k_{pt} é alterado para os valores encontrados de pt . Existem ainda as atualizações das constantes k_v e k_d dentro do Subproblema Hidrelétrico.

⁶ A sequência de solução dos subproblemas foi arbitrada da seguinte maneira: os subproblemas não-lineares (Termelétrico e Hidrelétrico) seriam solucionados antes do subproblema linear (Hidrotérmico), com exceção do Subproblema de Coordenação com o Planejamento de Curto Prazo que seria solucionado antes do Hidrelétrico, fornecendo dessa maneira uma “meta” de volume armazenado para o mesmo.

No sentido de apresentar uma análise comparativa entre os dois métodos, PPA e GS, os dois resultados serão apresentados conjuntamente. Desta forma, nas figuras desta seção, o resultado obtido pelo método PPA e pelo método GS estarão, respectivamente, no lado esquerdo e direito.

A Tabela 5.8 ilustra os principais resultados computacionais obtidos no problema dual na fase RP⁷. O ponto de partida utilizado nessa fase foi o resultado obtido na fase RL e o critério de convergência utilizado foi a norma euclidiana do vetor de restrições relaxadas ser menor que 50.

Tabela 5.8: Resultados duais para a fase RP.

Cenário Base	PPA	GS
f_{RP} [R\$]	4.208.674.418.626,208	4.208.673.743.631,857
<i>iter</i>	1.948	186
<i>t</i> [min]	5,98	0,66
$ g $	49,979	49,845

Pode-se observar que a quantidade de iterações e o tempo computacional necessário para obtenção de uma solução viável, considerando a qualidade estipulada para a mesma ($|g| < 50$), são muito mais elevados para o método PPA do que para o GS, neste caso, aproximadamente, nove vezes maior. Ainda, em relação ao esforço computacional na solução dos problemas das duas etapas (iteraões por segundos), comparam-se as Tabela 5.7 e Tabela 5.8, e observa-se que na fase RP os cálculos dos subproblemas locais e do dual, para os dois métodos, são muito mais rápidos do que na fase RL, aproximadamente, três vezes mais veloz⁸. O aumento percentual do valor da função objetivo, f_{RP} , comparando-se com o valor de f_{RL} da fase RL é de, aproximadamente, $1,07 \times 10^{-4}\%$ para o PPA e $0,91 \times 10^{-4}\%$ para o GS.

A Figura 5.14 ilustra o comportamento da função dual e da norma do gradiente, ao longo do processo iterativo.

⁷ Da mesma maneira que na fase RL, foram observadas peculiaridades relacionadas à convergência forçada no algoritmo de busca linear, apresentadas no APÊNDICE IV.

⁸ A razão é que os subproblemas na fase RP são quadráticos.

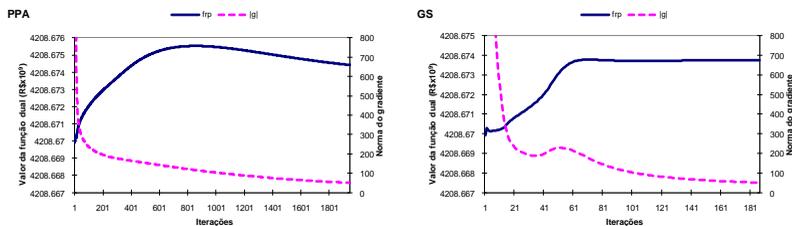


Figura 5.14: Comportamento de f_{RP} e da $|g|$, ao longo do processo iterativo.

Pode-se perceber que a norma do gradiente diminui rapidamente em poucas iterações nos dois métodos e que o valor da função dual tende a aumentar nas primeiras iterações e a estabilizar-se ao final.

Em relação aos valores da função objetivo, f_{RP} , nota-se na Tabela 5.8 que no PPA o valor encontrado é maior que no GS. No entanto, é necessário avaliar o verdadeiro custo de operação, f_{OP} , o qual desconsidera os efeitos dos termos relaxados de primeira, f_{rl} , e de segunda ordem, f_{la} , na função objetivo. Desta forma, f_{OP} é a soma do custo futuro, α , e do custo associado às termelétricas, f_{CT} .

A Tabela 5.9 mostra o valor de f_{OP} e os demais termos da função objetivo.

Tabela 5.9: Valores dos termos da função objetivo na fase RP.

Cenário Base	PPA	GS
f_{OP} [R\$]	4.208.672.320.902,193	4.208.673.109.771,208
α [R\$]	4.208.671.232.681,633	4.208.671.986.374,782
f_{rl} [R\$]	282.210,320	225.709,284
f_{la} [R\$]	1.815.513,696	408.151,365
f_{CT} [R\$]	1.088.220,560	1.123.396,426

Na Tabela 5.9, pode-se notar que o custo de operação, f_{OP} , obtido no método PPA é menor do que o obtido no método GS, o que pode indicar que a prudência do método PPA alcança uma

solução com menor custo de operação de curto prazo que o GS⁹. A diferença entre os custos operacionais¹⁰ é de R\$788.869,015, sendo 95,54% relacionado ao custo futuro da água e 4,46% relacionado ao custo operativo das termelétricas.

Na Figura 5.15 e na Figura 5.16 são ilustradas, respectivamente, o comportamento do custo futuro e do custo associado ao uso das termelétricas, ao longo do processo iterativo.

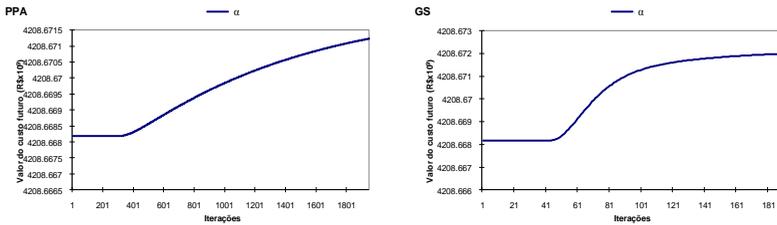


Figura 5.15: Comportamento do custo futuro ao longo do processo iterativo.

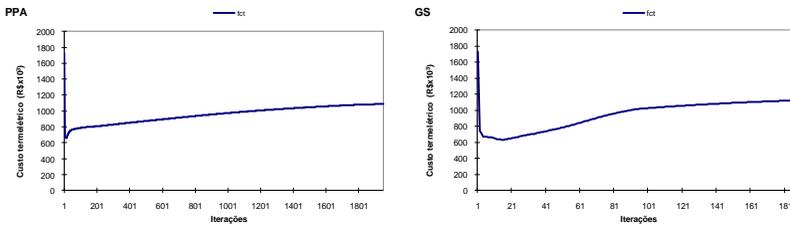


Figura 5.16: Comportamento de f_{CT} ao longo do processo iterativo.

A Figura 5.17 ilustra a viabilidade da solução primal obtida na fase RP, para os dois métodos abordados, considerando a tolerância estipulada.

⁹ Uma outra alternativa seria testar novas maneiras de atualizar o parâmetro de penalidade c para o método GS, de modo a evitar uma penalidade demasiada.

¹⁰ Note que devido ao alto valor do custo futuro, α , os valores relacionados aos custos operacionais são muito próximos. O custo de operação de GS é, aproximadamente, $1,87 \times 10^{-5}\%$ maior que o obtido pelo PPA.

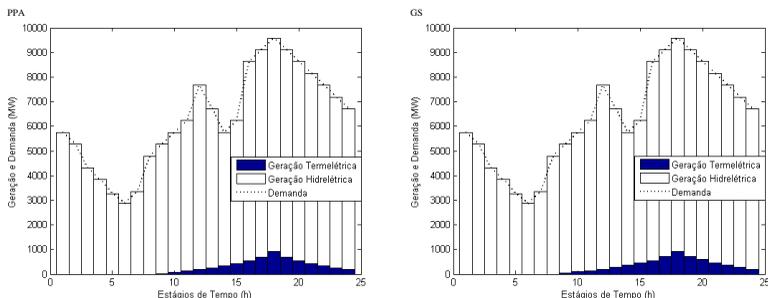


Figura 5.17: Geração hidrelétrica e termelétrica no atendimento à demanda – fase RP.

Observado o comportamento da geração no atendimento da demanda na Figura 5.17, pode-se perceber que os níveis de geração termelétrica e hidrelétrica são semelhantes para os dois métodos.

A Figura 5.18 ilustra o nível de geração termelétrica de cada usina do sistema.

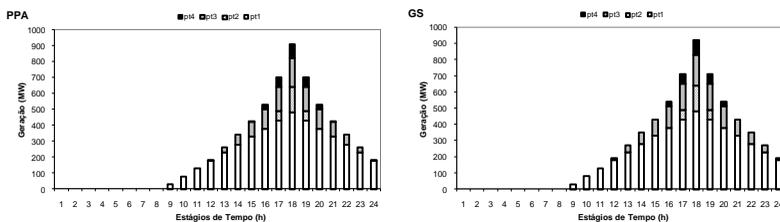


Figura 5.18: Geração termelétrica de cada usina.

A geração¹¹ termelétrica total no PPA foi de 5.973,02MW e no GS de 6.114,57MW, tendo-se, portanto, uma diferença de 141,55MW no horizonte de um dia. A Figura 5.19 ilustra da mesma maneira a geração hidrelétrica de cada usina do sistema.

¹¹ Neste trabalho, a geração corresponde à potência gerada ao longo do horizonte de estudo.

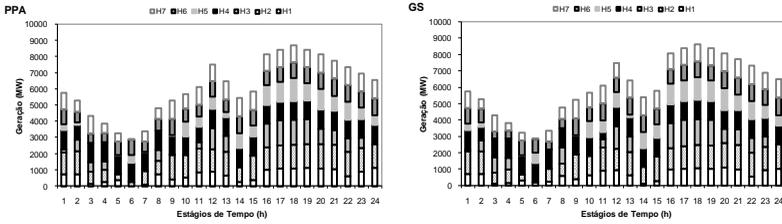


Figura 5.19: Geração hidrelétrica de cada usina.

A geração hidrelétrica total do PPA é de 145.920,54MW e a do GS de 145.770,52MW, com 150,02MW de diferença entre os dois métodos¹². A Figura 5.20 ilustra o somatório da geração hidrelétrica para os dois métodos.

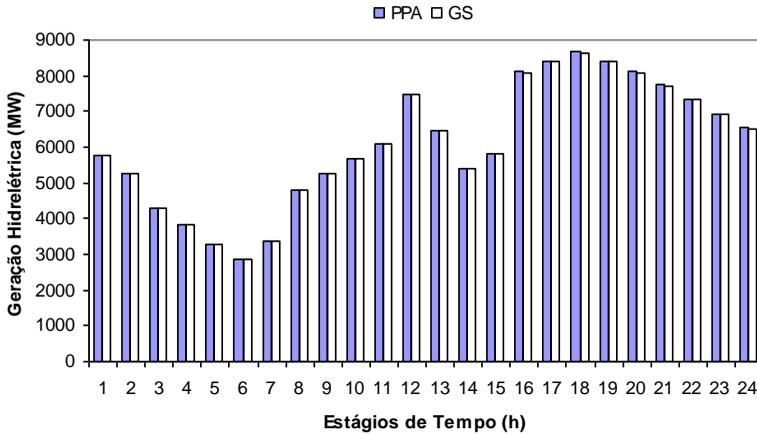


Figura 5.20: Montante de geração hidrelétrica obtida pelo PPA e GS.

Como pode ser visto o montante de geração hidrelétrica despachado é muito semelhante nos dois métodos. No entanto, o

¹² Observe que a diferença entre o somatório de geração hidrelétrica (150,02MW) não é igual à diferença entre o somatório de geração termelétrica (141,55MW) dos dois métodos, isso se deve a utilização das variáveis pt e PH (que não estão contidas no Suproblema Hidrotérmico) e ao critério de parada utilizado, que pode permitir um pequeno desvio entre as variáveis originais e artificiais.

comportamento do volume armazenado nos reservatórios é bastante diferente, como mostra a Figura 5.21.

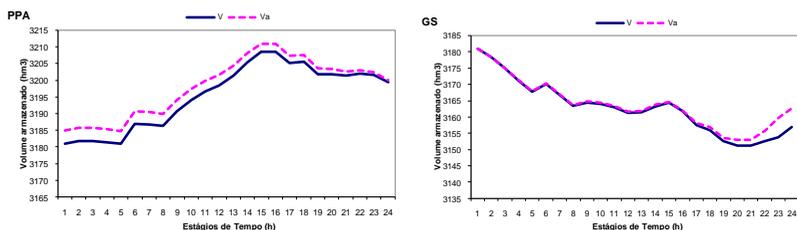


Figura 5.21: Volume armazenado de H₁.

A Tabela 5.10 ilustra os volumes finais armazenados nos reservatórios para os dois métodos propostos, ressaltando que os reservatórios H₂, H₆ e H₇ não entram nas funções lineares de custo futuro, pois são modelados como reservatórios a fio d'água no planejamento de curto prazo. Pode-se observar que a diferença relacionada ao custo futuro entre os dois métodos, R\$ 753.693,149, está relacionada com a diferença entre os volumes armazenados dos reservatórios, no final do horizonte de estudo, apresentados na Tabela 5.10.

Tabela 5.10: Volume final armazenado nos reservatórios.

Volume Final [hm ³]	PPA	GS	GS/PPA (%)
H ₁	3.199,93	3.162,55	98,83
H ₂	5.088,62	5.050,01	99,24
H ₃	5.362,16	5.265,76	98,20
H ₄	2.760,32	2.710,93	98,21
H ₅	6.501,91	6.428,18	98,86
H ₆	1.014,00	1.014,00	100,00
H ₇	3.573,00	3.558,54	99,60

A diferença entre os volumes armazenados nos reservatórios resulta em uma diferença na máxima geração da usina hidrelétrica para os dois métodos, visto que a geração varia com o volume armazenado em cada estágio de tempo e possui uma limita-

ção da própria capacidade da turbina¹³. A Figura 5.22 ilustra a diferença relacionada ao montante máximo de geração hidrelétrica possível em cada estágio de tempo, para os dois métodos considerados.

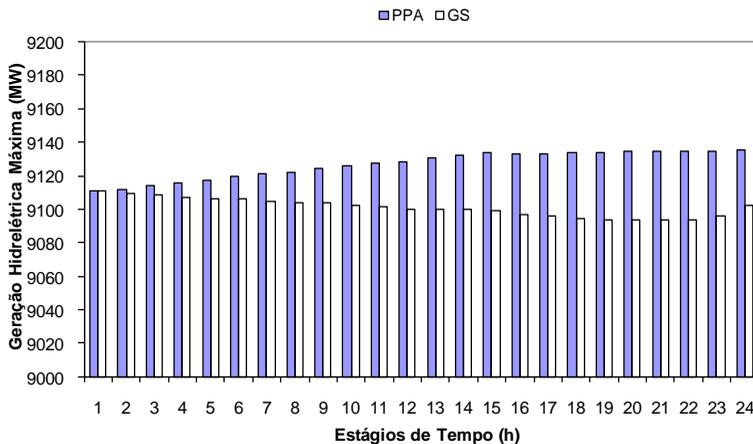


Figura 5.22: Máxima geração hidrelétrica possível.

Na Figura 5.22 pode-se observar que a diferença máxima entre os possíveis montantes de geração hidrelétrica é, aproximadamente, 40MW.

Como as zonas proibidas das unidades hidrelétricas não foram consideradas, tem-se como resultado do despacho horário das unidades à violação das zonas, como pode ser observado na Figura 5.23.

¹³ Para o cálculo da geração máxima da usina, considera-se que todas as unidades estão com vazão turbinada máxima, o vertimento é igual a zero e a cota de montante e de jusante variam em cada estágio t .

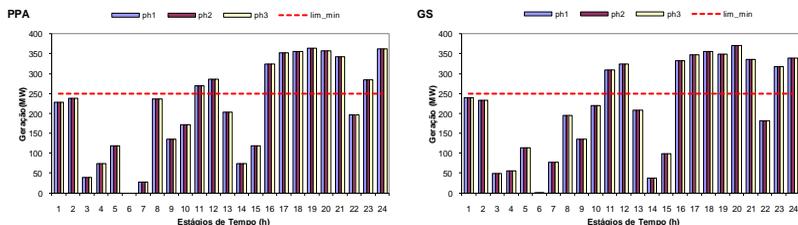


Figura 5.23: Despacho horário das unidades hidrelétricas de H_1 .

Pode-se perceber que o perfil de despacho de geração das unidades é semelhante nos dois métodos. Nota-se também que em diversos horários o nível de geração das unidades é muito baixo, representando que as unidades operam em regiões de baixa eficiência (violam as zonas proibidas).

Na Figura 5.23, independentemente do método empregado para solução, observa-se que a usina despacha todas as suas unidades com o mesmo nível de geração. Adicionalmente, o comportamento da geração é oscilatório, o que pode ser atenuado com a modelagem das restrições de *minimum up* e *downtime* e das zonas proibidas de geração, as quais serão incorporadas no Capítulo 6.

Nos dois métodos da fase RP, PPA e GS, as variáveis de volume armazenado dos reservatórios apresentaram a maior dificuldade para alcançar a convergência, principalmente para os reservatórios que possuem usinas a jusante. A Figura 5.24 ilustra o comportamento do desvio entre as variáveis artificiais e as originais de volume¹⁴ para o reservatório H_4 .

¹⁴ Esses desvios das variáveis não ultrapassam 1% do volume máximo do reservatório.

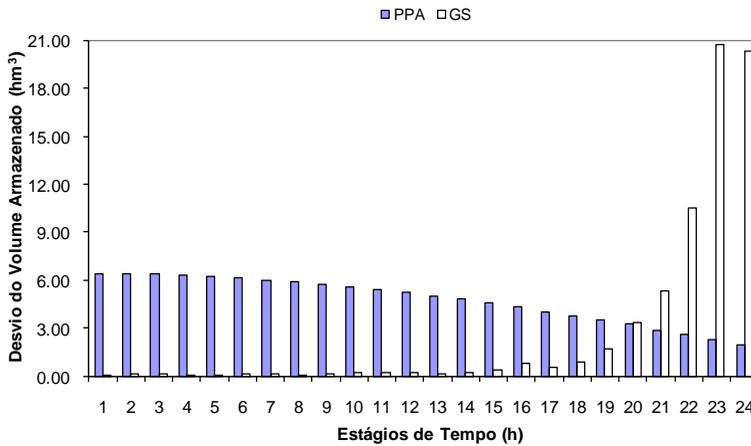


Figura 5.24: Desvio do volume armazenado do reservatório H₄.

Os valores de desvios das outras variáveis foram praticamente nulos para o método do PPA¹⁵, enquanto que para o GS os maiores valores ocorreram nas variáveis de volume armazenado para os últimos estágios (conforme pode ser visto na Figura 5.24) e na geração termelétrica¹⁶ no estágio 18.

5.4 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Como pôde ser observado pelos resultados obtidos pelos dois métodos, PPA e GS, uma solução viável para o despacho horário do sistema hidrotérmico em questão foi obtida. O método PPA fornece a melhor qualidade da solução e o menor custo de operação, em contrapartida, o método GS encontra uma solução de pior qualidade, mas com um tempo computacional menor.

Três alterações são propostas, no sentido de realizar uma análise de sensibilidade dos métodos¹⁷ e da solução. Na primeira

¹⁵ Ocorreram valores próximos de 1,5 MW para os desvios relacionados à geração termelétrica de T₁, T₃ e T₄, no estágio 18.

¹⁶ O valor do desvio é de, aproximadamente, 10,1 MW.

¹⁷ Outras análises relacionadas à inclusão de um critério de parada na busca linear de Wolfe e à utilização da hessiana anterior na PQS, são ilustradas no APÊNDICE V.

alteração, é analisado o comportamento dos métodos frente a uma solução de baixa qualidade da fase RL, ou seja, é fornecido um ponto inicial ruim para a fase RP. A segunda alteração está relacionada ao cenário de demanda, em que o máximo valor de demanda é modificado de 85% para 65% da capacidade instalada do sistema hidrotérmico. Na terceira alteração, uma nova sequência para a solução dos subproblemas, para o método GS, é adotada e são ilustrados os resultados para os cenários base e de baixa demanda.

5.4.1 Alteração do ponto inicial para a fase RP

O objetivo desta análise é observar o comportamento dos métodos propostos para a fase RP utilizando um ponto de partida de baixa qualidade, o qual é obtido encerrando-se a fase RL com apenas 20 iterações. Os principais resultados duais das duas etapas de solução estão dispostos na Tabela 5.11.

Tabela 5.11: Principais resultados duais da fase RL e RP – ponto de partida com 20 iterações na fase RL.

Cenário Base	Fase RL	
f_{RL} [R\$]	4.207.740.347.674,266	
$iter$	20	
t [min]	0,12	
$ sg $	50.352,991	
	PPA	GS
f_{OP} [R\$]	4.208.673.864.601,431	4.208.678.250.922,040
$iter$	3.279	877
t [min]	14,84	2,30
$ g $	49,990	49,958

Como era de se esperar, as soluções dos dois métodos são piores do que as apresentadas na Seção 5.3.2, tanto em termos de valores do custo de operação, f_{OP} , como em termos de esforço computacional para a fase RP. No entanto, o método mais ousado, GS, gera uma solução com qualidade inferior do que o PPA, comparando os valores obtidos de custo de operação com os da Tabela 5.9 (aumento de $0,37 \times 10^{-5}\%$ e $1,22 \times 10^{-4}\%$, respectivamente).

te). Pode-se perceber também que o tempo computacional destinado à fase RP, utilizando um ponto inicial de baixa qualidade, se torna muito mais elevado do que o apresentado na Tabela 5.8.

Em termos do montante gerado no atendimento à demanda, o PPA resulta em 140.582,37MW de origem hidrelétrica e 11.375,5MW de termelétrica, enquanto o GS resulta em 126.848,06MW de origem hidrelétrica e 25.096,05MW de termelétrica. O custo futuro, α , é semelhante para os dois métodos. Desta forma, pode-se perceber que a maior diferença entre os custos de operação dos dois métodos, PPA e GS, é o custo de geração termelétrica, f_{CT} .

A Figura 5.25 ilustra a visível diferença no despacho das termelétricas.

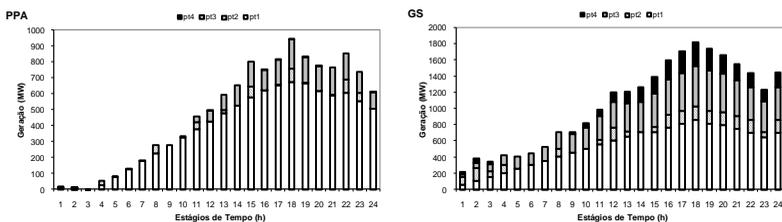


Figura 5.25: Geração termelétrica – ponto de partida com 20 iterações na fase RL.

5.4.2 Cenário de baixa demanda

As possibilidades de despacho para se atender um cenário de baixa demanda são superiores se comparado a um cenário de alta demanda (caso base), em que as unidades e usinas são despachadas próximas do máximo possível. Desta forma, o intuito desta alteração é analisar o comportamento dos métodos PPA e GS na obtenção de uma solução factível para um cenário de baixa demanda. Neste cenário, o máximo valor de demanda é modificado de 85% para 65% da capacidade instalada do sistema hidro-térmico.

Os principais resultados duais das duas fases de solução estão dispostos na Tabela 5.12.

Tabela 5.12: Principais resultados duais da fase RL e RP – baixa demanda.

Cenário baixa demanda	Fase RL	
f_{RL} [R\$]	4.208.667.102.297,854	
$iter$	1.000	
t [min]	11,47	
$ sg $	42.556,911	
	PPA	GS
f_{OP} [R\$]	4.208.671.300.631,143	4.208.671.979.165,156
$iter$	1.906	200
t [min]	6,58	0,69
$ g $	49,990	49,863

Na Tabela 5.12 pode-se observar a novamente que o método PPA fornece uma solução com menor custo de operação envolvendo um tempo computacional bem mais elevado do que o método GS. A diferença entre os valores de f_{OP} , entre os dois métodos, é de R\$ 678.534,013, sendo que praticamente a totalidade é devido ao custo futuro, visto que a geração termelétrica é praticamente nula¹⁸.

Na Tabela 5.13 é ilustrada a diferença do volume armazenado dos reservatórios no final do horizonte, para os dois métodos. Pode-se observar que o método GS encerra com o volume armazenado nos reservatórios inferior ao método PPA.

Tabela 5.13: Volume final armazenado nos reservatórios.

Volume Final [hm ³]	PPA	GS
H ₁	3.173,10	3.146,78
H ₂	5.072,32	5.062,67
H ₃	5.339,78	5.226,69
H ₄	2.877,33	2.856,53
H ₅	6.361,94	6.304,11
H ₆	1.014,00	1.014,00
H ₇	3.548,39	3.504,32

¹⁸ Da diferença de custo operativo entre os dois métodos, aproximadamente, 0,004% é devido ao custo de operação das termelétricas, pois existiu uma geração termelétrica de 0,02MW no método PPA e 0,21MW no método GS.

No atendimento à demanda do cenário, o montante gerado é praticamente de natureza hidrelétrica. Apesar disso a geração das usinas são bem diferentes no horizonte de um dia para os dois métodos, e, conseqüentemente, o despacho horário das unidades é bem diferente, como pode ser observado na Figura 5.26.

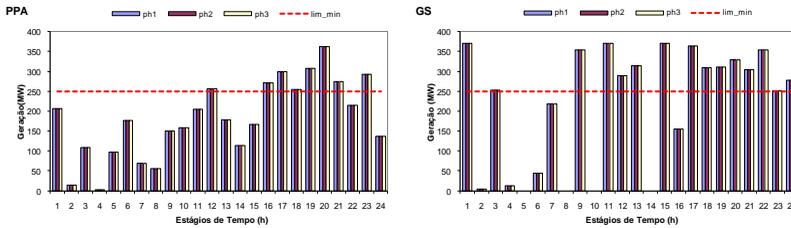


Figura 5.26: Geração das unidades de H_1 - cenário de baixa demanda.

5.4.3 Alteração na seqüência de solução dos subproblemas - GS

O objetivo dessa análise é observar o comportamento do método GS alterando a seqüência de solução dos subproblemas. A nova seqüência arbitrada é ilustrada na Figura 5.27.

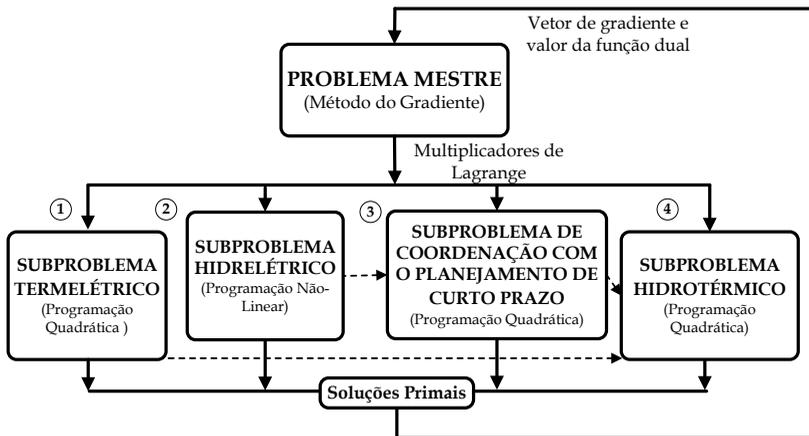


Figura 5.27: Nova seqüência arbitrada para o método GS.

A única alteração é a solução do Subproblema Hidrelétrico antes da solução do Subproblema de Coordenação com o Planejamento de Curto Prazo. Essa alteração afeta somente o método GS, assim, nessa seção somente será analisado o comportamento de GS.

Na Tabela 5.14 estão ilustrados os resultados obtidos para os cenários base e de baixa demanda, para a sequência inicial e para a nova sequência arbitrada.

Tabela 5.14: Resultados para a nova sequência de solução dos subproblemas - GS.

Cenário Base	Sequência Inicial - GS	Nova Sequência - GS
f_{OP} [R\$]	4.208.673.743.631,857	4.208.673.100.151,728
<i>Iter</i>	186	109
t [min]	0,66	0,41
$ g $	49,845	49,628
Cenário de Baixa Demanda	Sequência Inicial - GS	Nova Sequência - GS
f_{OP} [R\$]	4.208.671.979.165,156	4.208.671.838.150,050
<i>Iter</i>	200	87
t [min]	0,69	0,34
$ g $	49,863	49,914

Na Tabela 5.14 pode-se observar que a nova sequência arbitrada resulta consegue obter uma solução com menor valor de f_{OP} em um menor tempo computacional. Para o cenário base o valor de f_{OP} diminuiu R\$ 9.619,480 e para o cenário de baixa demanda, diminuiu R\$ 141.015,106. No entanto, ainda possuem valores superiores aos encontrados pelo método PPA.

Esses resultados indicam que a solução do método GS é sensível às alterações na sequência de solução dos subproblemas.

5.5 CONCLUSÕES

Este capítulo teve como objetivo analisar a performance da estratégia de solução proposta, analisando comparativamente duas formas de se obter uma solução viável para o problema da PDO. Ainda foram incluídas três análises de sensibilidade, no sentido de observar o comportamento dos dois métodos, PPA e GS.

Nesta etapa inicial do trabalho, algumas simplificações foram efetuadas na modelagem da rede de transmissão e das unidades geradoras. No entanto, como resultado observado tem-se que os dois métodos, PPA e GS, conseguem obter uma solução viável para o problema da PDO. E, ainda de forma preliminar, tem-se que o método GS encontra uma solução de pior qualidade, mas relativamente próxima do PPA, mas com tempo computacional menor.

O método GS possibilita uma aceleração no processo de convergência da fase RP. No entanto, o método é sensível à sequência de solução dos subproblemas, visto que isso representa a sequência com que as constantes dos termos quadráticos são atualizadas.

No próximo capítulo, a estratégia de solução proposta será analisada em um sistema hidrotérmico sem as simplificações adotadas nessa parte do trabalho. Desta forma, será analisado o comportamento da rede de transmissão no problema da programação diária, as zonas operativas e as restrições de *minimum up* e *downtime* das unidades hidrelétricas. Outras análises, considerando o ponto convexificado como ponto de partida na fase RP e uma maneira híbrida dos dois métodos apresentados, GS e PPA, de atualizar as constantes do termo quadrático na fase RP serão efetuadas.

CAPÍTULO 6 RESULTADOS PARTE II: ANÁLISE COM A MODELAGEM DA REDE E DAS ZONAS OPERATIVAS DAS UNIDADES HIDRELÉTRICAS

6.1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo consiste em analisar a estratégia de solução abordada no Capítulo 4, utilizando o PPA¹ para obter uma solução viável, considerando a modelagem da rede de transmissão, das zonas operativas e das restrições de *minimum up* e *downtime* das unidades hidrelétricas. O capítulo inicia descrevendo o cenário base utilizado e, em sequência, apresenta a solução referente à fase RL e à fase RP. O capítulo é finalizado com algumas análises de sensibilidade considerando o ponto convexificado como ponto de partida na fase RP, alterações na capacidade das linhas de transmissão e uma maneira híbrida, entre GS e PPA, de atualizar as constantes do termo quadrático na fase RP.

6.2 DADOS UTILIZADOS

O sistema de geração utilizado foi o mesmo do apresentado em 5.2. O horizonte de estudo é de dois dias, discretizado em horas. As alterações do cenário base serão apresentadas a seguir. Na Figura 6.1 está ilustrada a disposição do sistema de geração, transmissão e as respectivas demandas. Pode-se notar que o sistema de geração é composto por sete usinas hidrelétricas e quatro usinas termelétricas, o sistema de transmissão possui 33 barras e 51 linhas e existem consumidores em nove barras.

¹ Com a inserção das variáveis inteiras no problema da programação diária, foi observado que o método GS, na maioria dos testes, conseguia obter uma solução viável de pior qualidade. No entanto, o conceito do método GS será utilizado no método híbrido (combinado com o PPA), que será explicado no decorrer do capítulo.

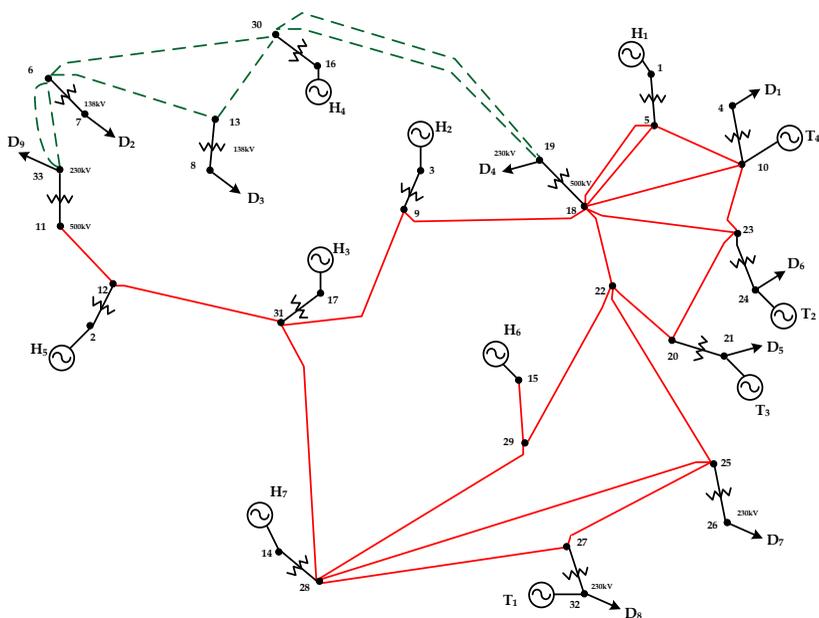


Figura 6.1: Rede de transmissão do sistema hidrotérmico.

O sistema de transmissão foi retirado de Alves (2007). As linhas de 230kV e de 500kV são representadas, respectivamente, pelas linhas tracejadas e cheias.

Nas Tabela 6.1 e Tabela 6.2, os dados das linhas e das barras da rede de transmissão são apresentados.

Tabela 6.1: Dados das linhas do sistema de transmissão.

Linhas	Barras	x_l [pu]	Capacidade [MW]	Linhas	Barras	x_l [pu]	Capacidade [MW]
1	4-10	1,1460	660,0	27	20-23	1,6030	1.392,6
2	4-10	1,1651	660,0	28	21-20	1,1500	739,2
3	5-1	1,1200	1.843,6	29	21-20	1,1630	739,2
4	5-18	0,1240	2.400,2	30	21-20	1,2770	739,2
5	5-18	0,1260	2.400,2	31	22-25	2,3467	1.856,8
6	6-7	6,6400	165,0	32	23-10	0,4400	2.321,0
7	6-7	6,2900	165,0	33	24-23	1,1630	739,2
8	6-7	6,7000	165,0	34	24-23	1,1660	739,2
9	6-13	6,9900	207,9	35	25-27	0,9164	1.856,8
10	6-30	7,6900	323,0	36	26-25	1,2110	739,2
11	6-33	1,0900	350,9	37	26-25	1,2330	739,2
12	6-33	1,0300	391,6	38	27-28	3,8520	1.856,8
13	9-3	1,0500	1.386,0	39	28-14	1,5383	1.787,5
14	9-18	0,6540	2.500,3	40	28-25	3,0339	2.400,2
15	9-31	0,6970	2.400,2	41	28-29	0,9200	2.400,2
16	11-12	0,7300	1.800,7	42	28-31	2,1700	2.321,0
17	12-2	1,0200	1.478,4	43	29-15	4,1310	1.379,4
18	13-8	6,3600	165,0	44	29-22	0,5900	2.400,2
19	13-30	0,8900	356,4	45	30-16	1,7022	1.180,0
20	18-10	2,5500	2.321,0	46	31-12	1,1710	2.607,0
21	18-22	2,0480	2.321,0	47	31-17	1,5150	1.542,2
22	18-23	2,6900	2.400,2	48	32-27	1,2190	739,2
23	19-18	1,2070	739,2	49	32-27	1,1380	739,2
24	19-30	15,7380	350,9	50	32-27	1,2170	739,2
25	19-30	15,7180	350,9	51	33-11	1,2700	739,2
26	20-22	2,9224	2.240,7				

Tabela 6.2: Dados das barras do sistema de transmissão.

Barras	Geração [usina]	Demanda [%]	Barras	Geração [usina]	Demanda [%]
1	H ₃	—	18	—	4,20
2	H ₇	—	19	—	—
3	H ₄	13,10	20	—	20,50
4	T ₃	—	21	T ₁	—
5	—	—	22	—	—
6	—	2,80	23	—	15,10
7	—	1,70	24	T ₄	—
8	—	—	25	—	13,50
9	—	—	26	—	—
10	—	—	27	—	—
11	—	—	28	—	—
12	—	—	29	—	—
13	—	—	30	—	—
14	H ₂	—	31	—	21,90
15	H ₁	—	32	T ₂	7,20
16	H ₆	—	33	—	—
17	H ₅	—			

O perfil da demanda nas barras é o mesmo apresentado na Figura 5.2, considerando que a demanda do segundo dia é idêntica ao do primeiro dia. A referência de 100% representa 85% da capacidade instalada do sistema hidrotérmico e ocorrem em dois estágios, às 18h e 42h.

A configuração hidráulica das usinas hidrelétricas foi apresentada na Figura 5.3 e os dados dos reservatórios na Tabela 5.2, a diferença é que os reservatórios (H₁, H₃, H₄ e H₅) iniciam com 85% do volume armazenado útil. O perfil da vazão afluyente é o mesmo apresentado na Figura 5.4, considerando que a vazão afluyente do segundo dia é a mesma do primeiro dia.

Na Tabela 6.3 são ilustradas as zonas proibidas das unidades hidrelétricas e os respectivos grupos de unidades para cada usina. Pode-se observar que somente a usina H₆ possui dois grupos distintos de unidades.

Tabela 6.3: Zonas proibidas das unidades hidrelétricas.

Usinas	Grupo 1 [unidades]	Faixa permitida [MW]	Grupo 2 [unidades]	Faixa permitida [MW]
H ₁	3	250-380	—	—
H ₂	5	200-290	—	—
H ₃	4	290-419	—	—
H ₄	4	180-315	—	—
H ₅	4	210-355	—	—
H ₆	4	120-182	2	120-175
H ₇	4	205-310	—	—

No sentido de evitar o desgaste mecânico relacionado aos sucessivos ligamentos e desligamentos das unidades hidrelétricas, restrições de *minimum up* e *downtime* foram inseridas no problema da PDO. Os t^{up} e t^{down} utilizados foram, respectivamente, 23 e 1. Desta forma, será possível apenas um religamento ao dia para as unidades hidrelétricas.

A coordenação com o planejamento de curto-prazo é realizado por meio da função de custo futuro. Essa função foi obtida pela otimização do problema hidrotérmico de curto-prazo, utilizando cinco anos do histórico de baixas afluências². Na Tabela 6.4 são ilustrados os dados das 18 restrições lineares utilizadas para representar a função de custo futuro.

² O problema foi solucionado pela Programação Dinâmica Dual – PDD para obter os cortes da função de custo futuro e comparados com a solução de um único problema linear. A razão para a escolha dos cenários de baixas afluências é para considerar um custo associado maior para o uso da água.

Tabela 6.4: Dados da função de custo futuro.

Π_{1p}	Π_{2p}	Π_{3p}	Π_{4p}	Π_{5p}	Π_{6p}	Π_{7p}	U_p
434,35273	218,13142	932,51221	449,49575	206,9213	0	0	47471822,69
178,62698	89,70626	105,26939	0	0	0	0	63127196,74
178,62698	89,70626	111,40665	0	0	0	0	63249339,03
178,62698	89,70626	111,40665	0	0	0	0	63249339,03
178,62698	89,70626	111,40665	0	0	0	0	63249339,03
178,62698	89,70626	195,79882	84,39217	0	0	0	64610189,26
178,62698	89,70626	106,26827	0	0	0	0	64568872,65
178,62698	89,70626	111,40665	0	0	0	0	64600546,52
178,62698	89,70626	111,40665	0	0	0	0	64600546,52
178,62698	89,70626	111,40665	0	0	0	0	64600780,10
178,62698	89,70626	111,40665	0	0	0	0	64620692,18
178,62698	89,70626	111,40665	0	0	0	0	64620692,18
178,62698	89,70626	111,40665	0	0	0	0	64621288,76
178,62698	89,70626	111,60347	0,19682	0,19682	0	0	64655382,10
178,62698	89,70626	111,40665	0	0	0	0	64654713,80
178,62698	89,70626	111,40665	0	0	0	0	64672291,79
178,62698	89,70626	111,40665	0	0	0	0	64672293,71
178,62698	89,70626	111,40665	0	0	0	0	64672391,63

As condições iniciais das unidades hidrelétricas não foram arbitradas. Desta forma, no primeiro estágio as unidades têm liberdade de iniciar ligada ou desligada, ou seja, todos os caminhos do espaço de estados da PD podem ser considerados.

6.3 ANÁLISE DA SOLUÇÃO

Os testes foram efetuados em um computador Intel Core 2 Duo 2.33 GHz, 2 Gb de memória RAM, com sistema operacional Windows XP Professional 2002. A linguagem de programação utilizada é o FORTRAN e o compilador é o Compaq Visual FORTRAN Professional Edition 6.1.0.

A solução para o sistema hidrotérmico é apresentada em duas etapas. A primeira refere-se à solução primal encontrada pela RL e, a segunda etapa, à solução primal obtida pelo método PPA na fase da RP. Na sequência, outras análises de sensibilidade do modelo proposto são analisadas, considerando o ponto convexificado como ponto de partida na fase RP, alterações na modelagem e na capacidade das linhas de transmissão, e uma maneira híbrida dos dois métodos apresentados, GS e PPA, de atualizar as constantes do termo quadrático na fase RP.

6.3.1 Análise da etapa RL

A Tabela 6.5 ilustra os principais resultados computacionais obtidos do problema dual na fase RL. Os multiplicadores de Lagrange iniciais foram arbitrados em 0,1 e o critério de parada utilizado para o método de Feixes foi de iteração máxima (1.000 iterações). A quantidade de variáveis duais do problema é de 2.539. Os valores da função objetivo obtidos no início e no término da fase RL estão apresentados em f_0 e f_{RL} , respectivamente.

Tabela 6.5: Resultados duais para a fase RL.

Cenário Base	Fase RL
f_0 [R\$]	62.816.162,64
f_{RL} [R\$]	62.980.007,63
$iter$	206
t [min]	2,89
$ sg $	30.857,05

A norma do subgradiente, $|sg|$, é calculada pela norma Euclidiana e ilustra a inviabilidade da solução primal nesta fase. A Figura 6.2 ilustra o comportamento da função dual e da norma do subgradiente no decorrer do processo iterativo da fase RL.

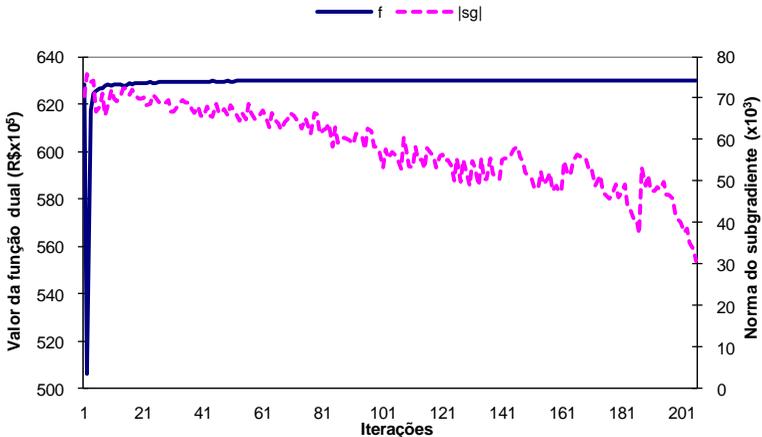


Figura 6.2: Comportamento da função dual e da norma do subgradiente.

Ainda relacionado à inviabilidade da solução primal, a Figura 6.3 ilustra o somatório de geração hidrelétrica e termelétrica no atendimento à demanda. As variáveis utilizadas no somatório de geração foram às resultantes do Subproblema Hidrelétrico (PH) e do Termelétrico (pt), respectivamente.

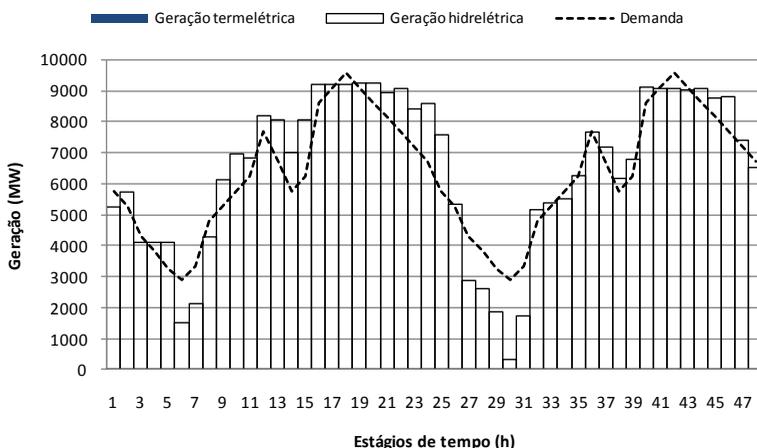


Figura 6.3: Geração hidrelétrica e termelétrica no atendimento à demanda - fase RL.

Como as restrições de atendimento à demanda estão no Subproblema Hidrotérmico pode-se atentar que somente as variáveis de geração, PHa e pta , contidas nesse subproblema atendem à demanda.

A Figura 6.4 ilustra a diferença entre o comportamento das variáveis do Subproblema Hidrotérmico, PHa e pta , e das variáveis associadas aos subproblemas não lineares, PH e pt , para as usinas H_1 e T_1 . Pode-se observar nas figuras, que na maior parte do tempo, as gerações resultantes dos diferentes subproblemas são distintas.

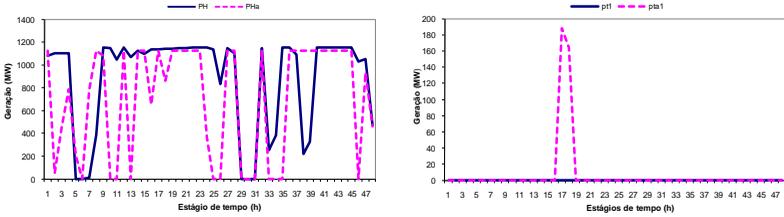


Figura 6.4: Geração hidrelétrica de H_1 e geração termelétrica de T_1 .

Outros resultados característicos da RL podem ser observados nas Figura 6.5 e Figura 6.6.

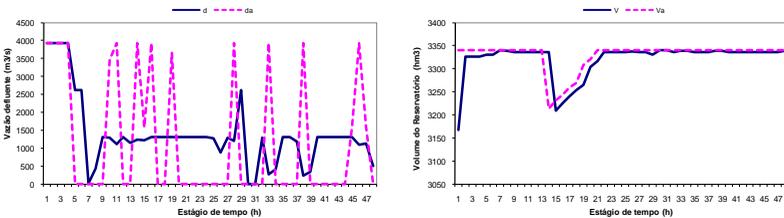


Figura 6.5: Vazão defluente e volume do reservatório de H_1 .

O comportamento da vazão defluente e do volume do reservatório nas demais usinas é semelhante ao ilustrado na Figura 6.5. Vale destacar que o desvio relacionado entre as variáveis v e va é relativamente pequeno e na maioria dos reservatórios ocorrem poucas oscilações.

O comportamento característico das variáveis de geração das unidades do Subproblema Hidrelétrico, ph , e das variáveis associadas ao Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas, pha , está ilustrado na Figura 6.6.

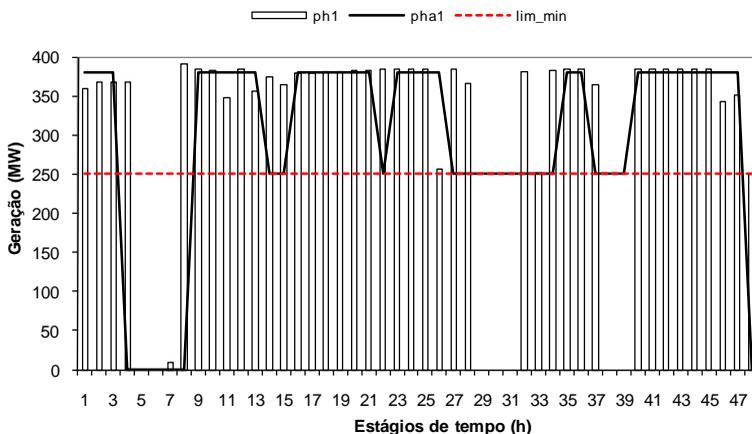


Figura 6.6: Comportamento da geração da unidade 1 de H₁.

Pode-se observar que as gerações são diferentes, ou seja, ph (barras) é diferente de pha (linha contínua). O comportamento típico da variável ph é o sucessivo ligamento e desligamento das unidades, visto que as restrições de *minimum up* e *downtime* estão presentes somente no Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas. Desta forma, pode-se observar que a variável pha respeita tanto a faixa da zona permitida (linha pontilhada) como os religamentos permitidos no horizonte de tempo. Na Figura 6.6 pode-se notar que existe o religamento da unidade 1, de H₁, apenas no estágio 9.

6.3.2 Análise da etapa RP

A recuperação da solução inviável obtida pela fase RL é efetuada pelo método PPA. Os critérios de parada utilizados nessa fase foram a norma euclidiana do vetor de restrições relaxadas e a norma infinita. A norma euclidiana, $|g|$, quantifica o total de inviabilidade para todas as variáveis e a norma infinita quantifica o máximo de inviabilidade por grupo de variáveis. Foram separados quatro grupos de variáveis: geração das usinas, $|g_1|$, (pt e PH); volume dos reservatórios, $|g_2|$, (v); vazão defluente, $|g_3|$,

(d); e geração das unidades, $|g_4|$, (ph). A Tabela 6.6 ilustra os valores e as respectivas percentagens relacionadas.

Tabela 6.6: Critérios de parada utilizados³.

Norma	Critério	Valor (\leq)
$ g $	0,2% para todas as variáveis ⁴	326,71
$ g_1 $	3% de 1.676MW	50,28
$ g_2 $	0,8% de 6.775hm ³	54,20
$ g_3 $	1% de 6.300m ³ /s	63,00
$ g_4 $	10% de 419MW	41,90

A Figura 6.7 ilustra o comportamento da norma infinita para os grupos de variáveis mencionados, no processo de convergência do caso base. Pode-se observar que os valores relacionados aos diversos grupos de variáveis diminuem os seus valores absolutos drasticamente nas iterações iniciais da RP. Ainda na figura, o grupo relacionado às variáveis de vazão defluente, $|g_3|$, converge rapidamente, enquanto que o grupo relacionado aos volumes dos reservatórios, $|g_2|$, converge mais lentamente.

³ Após diversos testes foi observado que existia uma grande dificuldade de convergir todas as variáveis com a mesma precisão, desta forma os valores percentuais específicos foram escolhidos para cada grupo de variáveis para facilitar a convergência do algoritmo.

⁴ Foi considerado 0,2% de inviabilidade do máximo valor da variável. Por exemplo, para todas as variáveis de volume foi considerado 0,2% de 6775 hm³.

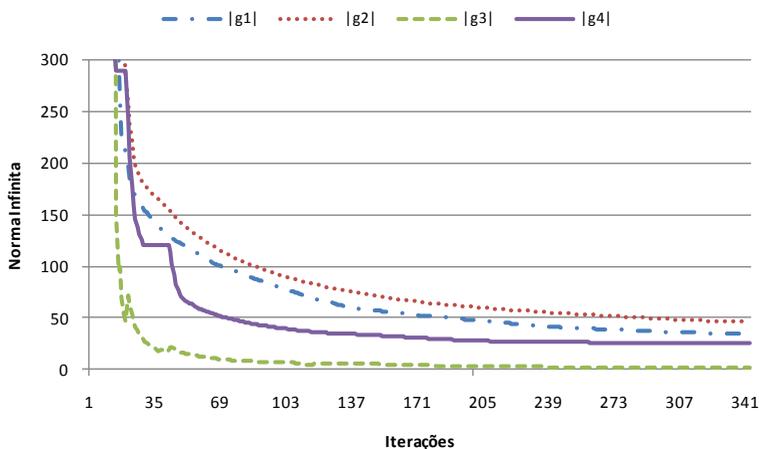


Figura 6.7: Comportamento da norma infinita para os grupos de variáveis.

Na Tabela 6.7 estão ilustrados os principais resultados computacionais obtidos no problema dual na fase RP. A função objetivo, f_{RP} , é a soma de quatro termos: os termos relaxados de primeira, f_{rl} , e de segunda ordem, f_{la} , o custo futuro, α , e o custo associado às termelétricas, f_{CT} . Desta forma, o custo de operação, f_{OP} , é a soma de α e de f_{CT} .

Tabela 6.7: Resultados duais para a fase RP.

Cenário Base	PPA
f_{RP} [R\$]	78.077.052,39
α [R\$]	62.989.158,66
f_{rl} [R\$]	-87.278,08
f_{la} [R\$]	13.263.480,88
f_{CT} [R\$]	1.911.690,93
f_{OP} [R\$]	64.900.849,59
$iter$	343
t [min]	3,37
$ g $	326,69

A Figura 6.8 ilustra o comportamento da função dual e da norma do gradiente, ao longo do processo iterativo.

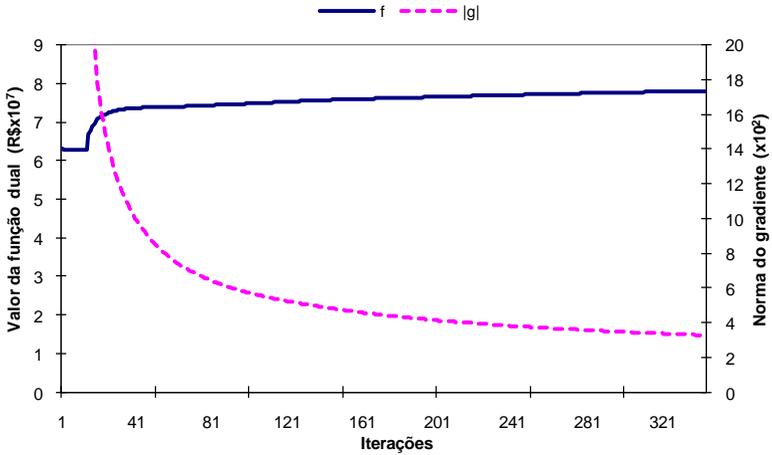


Figura 6.8: Comportamento de f_{RP} e da $|g|$, ao longo do processo iterativo.

Pode-se perceber que a norma do gradiente diminui rapidamente em poucas iterações (como pode ser observado também na Figura 6.7) e que o valor da função dual tende a aumentar nas primeiras iterações e a estabilizar-se ao final.

Na Figura 6.9 é ilustrado, respectivamente, o comportamento do custo futuro (esquerda) e do custo associado ao uso das termelétricas (direita), ao longo do processo iterativo.

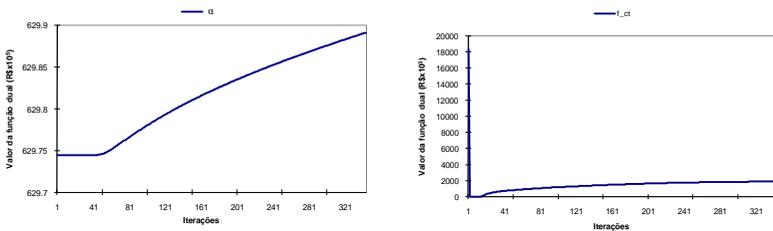


Figura 6.9: Comportamento do custo futuro e de f_{CT} ao longo do processo iterativo.

A Figura 6.10 ilustra a viabilidade da solução primal obtida na fase RP, considerando a tolerância estipulada. A geração ter-

melétrica e hidrelétrica total, no horizonte estudado, foi de, respectivamente, 8.595,65MW e 295.555,47MW.

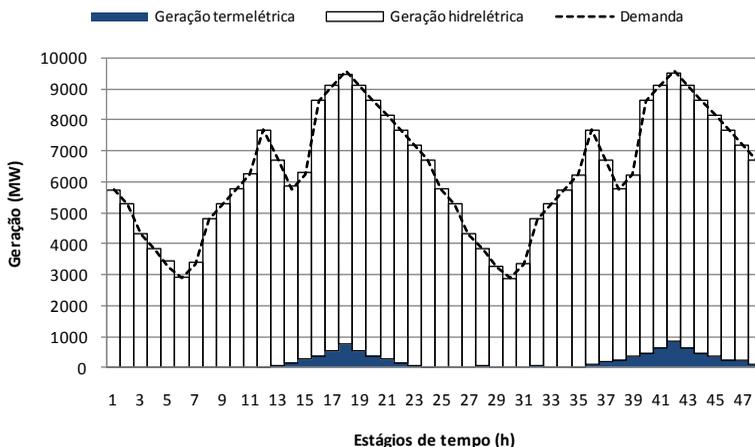


Figura 6.10: Geração hidrelétrica e termelétrica no atendimento à demanda – fase RP.

Na Figura 6.10, pode-se notar o comportamento da geração hidrelétrica e termelétrica no atendimento da demanda. A geração hidrelétrica é a responsável pela maior parte do atendimento e a geração termelétrica se concentra apenas nos estágios de alta demanda. A Figura 6.11 ilustra o nível de geração termelétrica de cada usina do sistema.

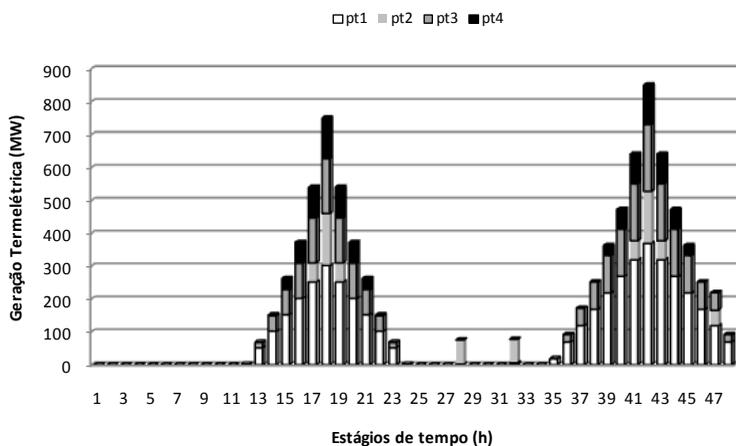


Figura 6.11: Geração termelétrica de cada usina.

Pode-se observar na Figura 6.11 que existe geração termelétrica nos estágios 28h e 32h, que representam estágios de baixa demanda. O comportamento das usinas ao longo do processo iterativo da RP, para o estágio 28h, é ilustrado no APÊNDICE VI.

O comportamento da geração hidrelétrica de cada usina, ao longo do horizonte de estudo, é ilustrado na Figura 6.12.

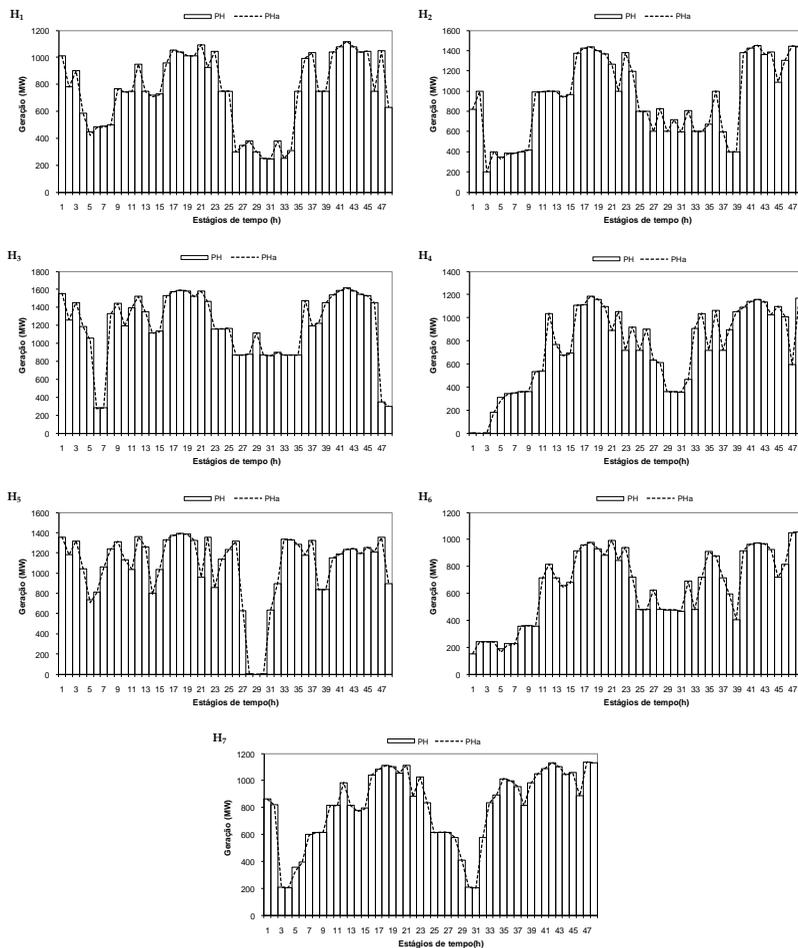


Figura 6.12: Geração hidrelétrica de cada usina.

A Figura 6.13 ilustra o comportamento do volume armazenado de todos os reservatórios. Pode-se observar na figura que os reservatórios H₁, H₂ e H₃ aumentam o volume armazenado no final do horizonte⁵, enquanto que os demais reservatórios diminuem o volume armazenado.

⁵ Observe na Tabela 6.4, que os reservatórios mencionados possuem valores de π_{pp} , na função de custo futuro, diferentes de zero.

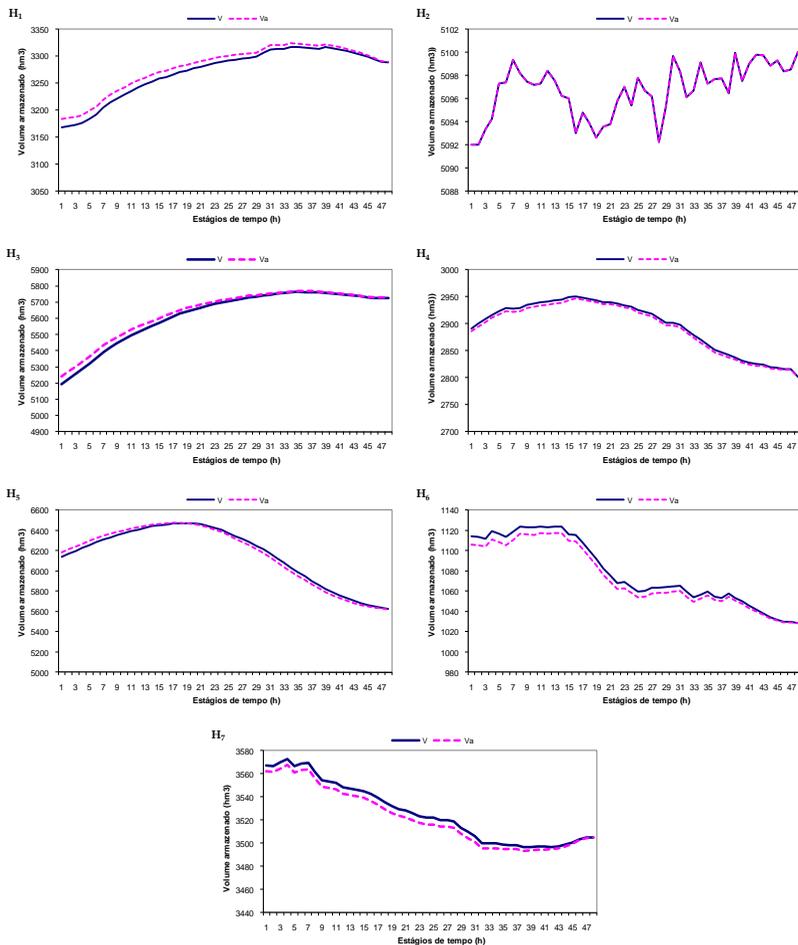


Figura 6.13: Volume armazenado dos reservatórios ao longo do tempo.

A Tabela 6.8 ilustra os volumes finais armazenados nos reservatórios e o percentual do volume útil. Pode-se perceber que somente os reservatórios H₁ e H₃, que estão à montante de suas cascatas, aumentam o percentual do volume útil inicial (85%).

Tabela 6.8: Volume final armazenado nos reservatórios.

Usinas	Volume Final [hm ³]	Volume (%)
H ₁	3.289,84	95,25
H ₂	5.100,00	100,00
H ₃	5.727,46	98,64
H ₄	2.801,84	61,81
H ₅	5.620,85	71,94
H ₆	1.028,57	13,25
H ₇	3.504,77	31,77

Como resultado do despacho horário das unidades tem-se o respeito das zonas proibidas de operação e os sucessivos liga-mentos e desligamentos são evitados, como pode ser observado na Figura 6.14.

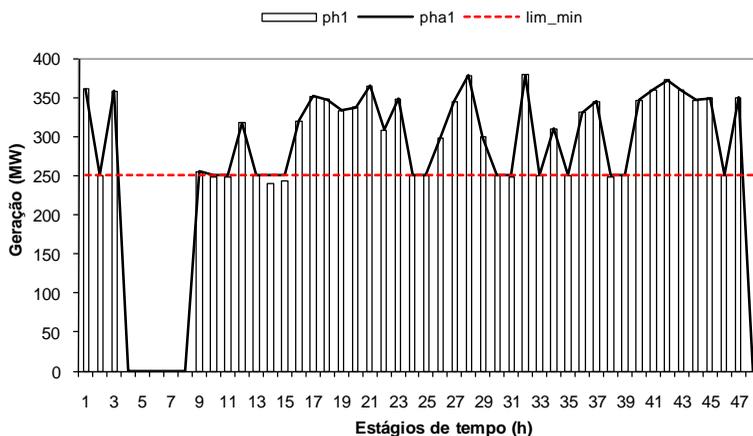


Figura 6.14: Despacho horário da unidade hidrelétrica 1 de H₁.

Na Figura 6.14 pode-se observar que as gerações relaciona-das aos subproblemas, Hidrelétrico (*ph*) e de Alocação das Uni-dades Hidrelétricas (*pha*), são praticamente as mesmas e estão acima do limite mínimo da faixa permitida (*lim_min*). Existem pequenas imprecisões do modelo, por exemplo, nos estágios 14 e 15, em que a geração de *ph* é um pouco menor que o valor da faixa permitida. No entanto, pode-se observar o comportamento

realístico de operação da unidade, ocorrendo apenas um religamento, às 9h, no horizonte de dois dias.

Na Figura 6.15 está ilustrado o comportamento de H_1 e das suas três unidades hidrelétricas. Pode-se observar que as unidades 2 e 3 têm um comportamento idêntico⁶ no decorrer do horizonte e que a geração da usina, ao longo do horizonte, oscila com a combinação da geração de uma, duas e três unidades em operação.

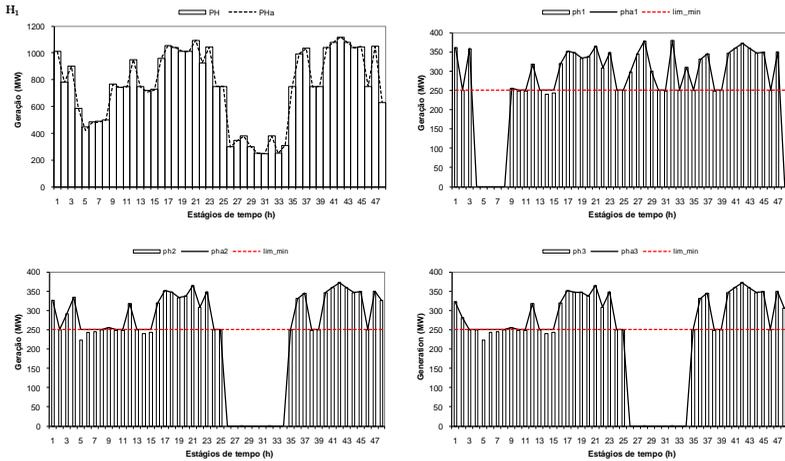


Figura 6.15: Despacho horário de H_1 e suas três unidades hidrelétricas.

6.4 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

As análises de sensibilidade efetuadas, nesta parte do trabalho, serão a consideração do ponto convexificado como ponto de partida na fase RP, as alterações na capacidade das linhas de transmissão e a utilização de uma maneira híbrida, entre GS e PPA, de atualizar as constantes do termo quadrático na fase RP.

⁶ Observe que caso não existisse as restrições de zonas proibidas e de *minimum up* e *downtime*, a geração das unidades seriam idênticas.

6.4.1 Utilização do Ponto Convexificado

O cenário é o mesmo que o caso base, sendo que a única diferença é a utilização do ponto pseudo-primal como ponto de partida na fase RP. Desta forma, a apresentação da seção será efetuada, ilustrando as características do ponto pseudo-primal e, depois, a análise comparativa entre a solução viável encontrada e a solução obtida no Caso base.

6.4.1.1 Análise da etapa RL

Os principais resultados computacionais obtidos do problema dual da fase RL são aqueles apresentados na Tabela 6.5, com exceção do valor da função dual e do subgradiente que são recalculados para a nova solução obtida, como pode ser observado na Tabela 6.9. Pode-se atentar que o valor da função dual é maior e a norma do subgradiente é bem menor, do que o Caso base.

Tabela 6.9: Resultados duais para a fase RL - ponto pseudo-primal.

Cenário Base	Fase RL
f_0 [R\$]	62.816.162,64
f_{RL} [R\$]	62.980.017,53
$iter$	206
t [min]	2,89
$ sg $	7.107,89

A solução obtida ainda é inviável, como pode ser observado na Figura 6.16. No entanto, a qualidade da solução é melhor, ou seja, as inviabilidades são menores do que as apresentadas na Figura 6.3.

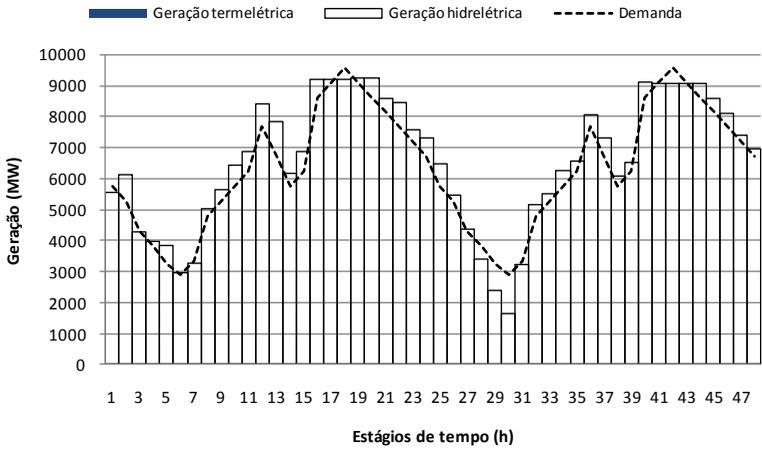


Figura 6.16: Geração hidrelétrica e termelétrica no atendimento à demanda – fase RL (ponto pseudo-primal).

Ainda relacionado à menor inviabilidade da solução obtida pelo ponto pseudo-primal, a Figura 6.17 ilustra, à esquerda, a diferença entre o comportamento da variável PHa e da variável $PH e$, e, à direita, a diferença entre o comportamento da variável d e da , para a usina H_1 .

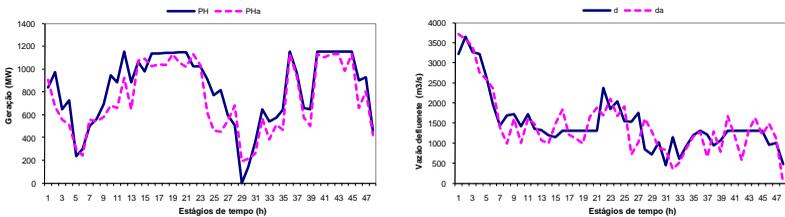


Figura 6.17: Geração hidrelétrica e vazão defluente de H_1 – ponto pseudo-primal.

Pode-se observar que as variáveis originais e artificiais possuem uma diferença menor do que a apresentada no item 6.3.1.

6.4.1.2 Análise da etapa RP

Na Tabela 6.10 são ilustrados os principais resultados computacionais obtidos no problema dual utilizando o ponto pseudo-primal na fase RP⁷ e os resultados obtidos no Caso base.

Tabela 6.10: Resultados da fase RP – ponto pseudo -primal.

Cenário Base	Pseudo-primal	Última solução da RL
α [R\$]	62.982.231,27	62.989.158,66
f_{CT} [R\$]	1.758.116,24	1.911.690,93
f_{OP} [R\$]	64.740.347,51	64.900.849,59
$iter$	269	343
t [min]	2,87	3,37
$ g $	326,62	326,69

Pode-se observar na Tabela 6.10 que o custo de operação e o tempo computacional são reduzidos, respectivamente, em 0,25% e 14,84%, utilizando o ponto pseudo-primal. A diferença no custo de operação é praticamente relacionada à diferença no custo associado às termelétricas, visto que a diferença no valor do custo futuro da água é pequena. Na Tabela 6.11 é ilustrado o volume final armazenado nos reservatórios.

Tabela 6.11: Volume final armazenado nos reservatórios – ponto pseudo-primal x Caso Base.

Volume Final [hm ³]	Pseudo-primal	Caso Base
H ₁	3.313,53	3.289,84
H ₂	5.100,00	5.100,00
H ₃	5.751,66	5.727,46
H ₄	2.780,73	2.801,84
H ₅	5.886,81	5.620,85
H ₆	1.018,05	1.028,57
H ₇	3.492,78	3.504,77

⁷ Não foi modificado o processo de atualização do parâmetro de penalidade e nem o cálculo do parâmetro de penalidade inicial.

Pode-se observar que somente H_4 , H_6 e H_7 encerram o horizonte com um volume armazenado menor do que o Caso Base, ilustrando a razão para o ponto convexificado possuir um custo futuro da água menor do que o Caso Base.

A Figura 6.18 ilustra a viabilidade da solução primal obtida na fase RP, considerando a tolerância estipulada.

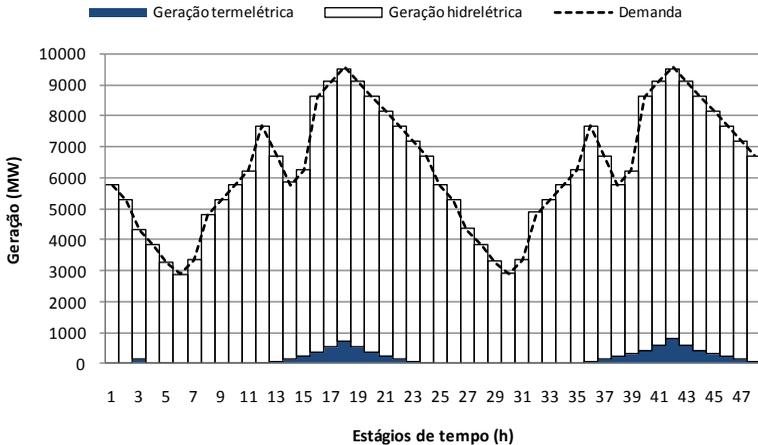


Figura 6.18: Geração hidrelétrica e termelétrica no atendimento à demanda - fase RP (ponto pseudo-primal).

A geração termelétrica e hidrelétrica total, no horizonte estudado, foi de, respectivamente, 7.970,15MW e 296.220,67MW. Em relação ao Caso Base, a solução do ponto pseudo-primal utiliza 7,28% menos de geração termelétrica no atendimento à demanda.

6.4.2 Alterações no Sistema de Transmissão

Três análises foram efetuadas, duas alterando as capacidades das linhas de transmissão e uma alterando a modelagem da rede de transmissão para um modelo de fluxo de rede, ou seja, não modelando as impedâncias. As análises são comparadas com o Caso Base.

6.4.2.1 Caso 1: Redução da Capacidade da Linha 42 em 60%

A alteração do cenário base é a redução da capacidade da linha 42 (entre as barras 31 e 28) em 60%. A Tabela 6.12 ilustra os resultados da fase RP e do Caso Base.

Tabela 6.12: Resultados duais para a fase RP - Caso 1.

Última solução da RL - APP	Caso 1	Caso Base
α [R\$]	63.010.592,42	62.989.158,66
f_{CT} [R\$]	4.034.185,38	1.911.690,93
f_{OP} [R\$]	67.044.777,80	64.900.849,59
$iter$	1.038	343
t [min]	10,24	3,37
$ g $	326,31	326,69

Pode-se observar na Tabela 6.12 que o custo relacionado à utilização das termelétricas aumentou consideravelmente (aproximadamente, 205,56%) e, conseqüentemente, o custo de operação também aumentou. Essa alteração significativa da participação da geração termelétrica pode ser percebida no atendimento à demanda ilustrado na Figura 6.19.

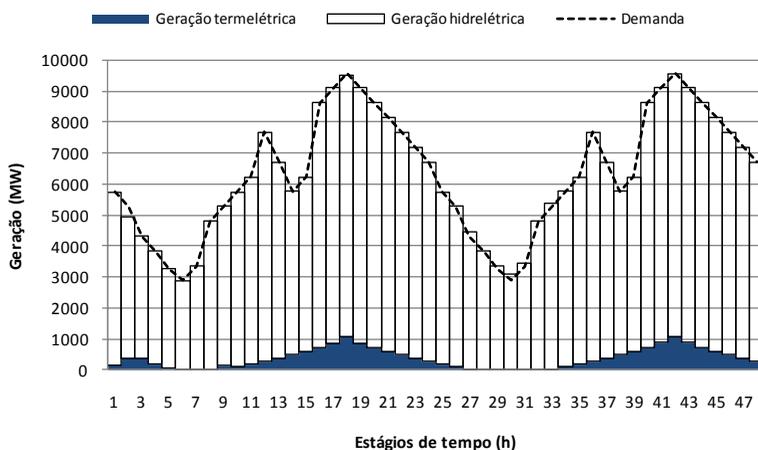


Figura 6.19: Geração hidrelétrica e termelétrica no atendimento à demanda - fase RP (Caso 1).

6.4.2.2 Caso 2: Redução da Capacidade da Linha 14 em 40%

A alteração do cenário é a redução da capacidade da linha 14 (entre as barras 9 e 17) em 40%. A Tabela 6.13 ilustra os resultados da fase RP e do Caso base.

Tabela 6.13: Resultados duais para a fase RP – Caso 2.

Última solução da RL - APP	Caso 2	Caso Base
α [R\$]	62.986.878,55	62.989.158,66
f_{CT} [R\$]	5.549.018,95	1.911.690,93
f_{OP} [R\$]	68.535.897,50	64.900.849,59
$iter$	369	343
t [min]	3,61	3,37
$ g $	255,65	326,69

Da mesma maneira que no Caso 1, com a redução da capacidade da linha 14, o custo relacionado à geração termelétrica aumentou, aumentando o custo de operação. A geração termelétrica foi 311,10% maior do que o Caso Base.

6.4.2.3 Caso 3: Modelagem da Rede por Fluxo em Redes

O Caso 3 tem a modelagem da rede efetuada pelo fluxo em redes, ou seja, somente pelos limites de intercâmbios entre as barras. A Tabela 6.14 ilustra os resultados da fase RP e do Caso base.

Tabela 6.14: Resultados duais para a fase RP – Caso 3.

Última solução da RL - APP	Caso 3	Caso Base
α [R\$]	62.985.415,17	62.989.158,66
f_{CT} [R\$]	1.736.673,60	1.911.690,93
f_{OP} [R\$]	64.722.088,77	64.900.849,59
$iter$	210	343
t [min]	1,90	3,37
$ g $	298,01	326,69

Pode-se observar na Tabela 6.14 que o custo de operação para o caso em que não tem a modelagem DC da rede de trans-

missão é menor que o Caso base, esboçando um despacho de geração que pode não existir visto que não há a consideração das impedâncias das linhas.

6.4.3 Atualização das Constantes Quadráticas pelo Método Híbrido

A alteração em relação ao Caso base é efetuada somente na atualização das constantes quadráticas. O objetivo dessa análise é observar o comportamento do método híbrido, entre GS e PPA, na solução do problema da PDO. A Figura 6.20 ilustra a sequência arbitrada.

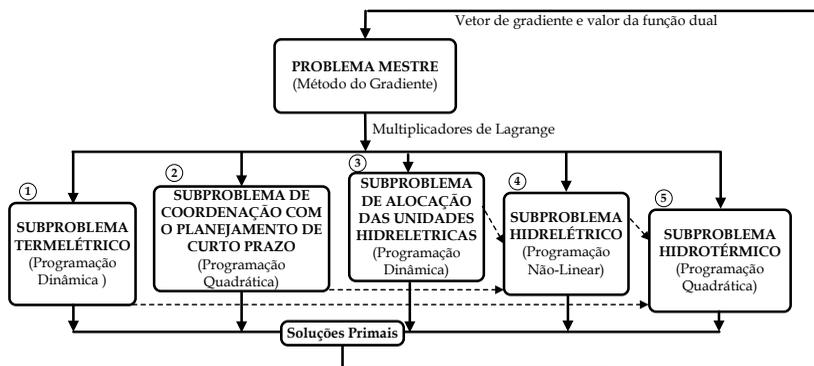


Figura 6.20: Sequência arbitrada para o método híbrido, entre GS e PPA.

Como pode ser observado na Figura 6.20, a sequência para a solução dos subproblemas está enumerada pelos números 1 a 5 e as linhas pontilhadas ilustram a comunicação entre dois subproblemas, indicando a atualização da constante k pela média entre a solução encontrada e a solução da iteração anterior, a qual servirá de dado de entrada para o outro subproblema. Por exemplo, de 1 para 4, o vetor que contém k_{pt} é alterado para a média entre pt (obtido na solução do Subproblema Termelétrico) e pta

(da solução da iteração anterior)⁸. Existem ainda as atualizações das constantes k_v e k_d dentro do Subproblema Hidrelétrico.

A Tabela 6.15 ilustra os resultados da fase RP utilizando o método híbrido e o Caso base.

Tabela 6.15: Resultados duais para a fase RP – Método híbrido.

Última solução da RL	Método Híbrido	Caso Base - PPA
α [R\$]	62.984.624,08	62.989.158,66
f_{CT} [R\$]	1.782.667,48	1.911.690,93
f_{OP} [R\$]	64.767.291,56	64.900.849,59
$iter$	238	343
t [min]	2,37	3,37
$ g $	325,99	326,69

Pode-se perceber na Tabela 6.15 que o método híbrido possibilitou encontrar uma solução viável de menor custo de operação em um tempo computacional inferior do que o Caso base. Uma outra análise do método híbrido, alterando a sequência de atualização das constantes k é ilustrada no APÊNDICE VII.

A Tabela 6.16 ilustra os resultados da fase RP utilizando o método híbrido e o ponto pseudo-primal.

Tabela 6.16: Resultados duais para a fase RP – Método híbrido e ponto pseudo-primal.

	Método Híbrido Ponto pseudo-primal	Método Híbrido Última solução da RL
α [R\$]	62.981.806,50	62.984.624,08
f_{CT} [R\$]	1.608.628,52	1.782.667,48
f_{OP} [R\$]	64.590.435,02	64.767.291,56
$iter$	211	238
t [min]	2,30	2,37
$ g $	326,56	325,99

A utilização do método híbrido e do ponto pseudo-primal alcançou os melhores resultados relacionados ao custo de opera-

⁸ Observe que as variáveis pta não foram atualizadas ainda, ou seja, os valores são os obtidos da iteração anterior.

ção e tempo computacional, ilustrando a importância de uma solução menos inviável como ponto de partida para a fase RP e da atualização das constantes dos termos quadráticos.

6.5 CONCLUSÕES

Este capítulo teve como objetivo analisar a performance da estratégia de solução proposta para um problema com uma modelagem detalhada da geração e da rede de transmissão. Como resultado observado tem-se que a estratégia possibilita obter uma solução viável para o problema da PDO. Algumas análises de sensibilidade foram incorporadas a esse trabalho, no sentido de observar o comportamento do programa computacional e da solução obtida pelo mesmo.

As restrições de *minimum up* e *downtime* das unidades hidrelétricas foram inseridas ao problema da PDO evitando os desgastes mecânicos causados por sucessivos ligamentos e desligamentos. Pode-se observar ainda que o despacho resultante da estratégia proposta possibilitaria a sua utilização pelo operador sem a necessidade de grandes ajustes.

Como resultado das análises de sensibilidade, pode-se observar que a utilização do ponto pseudo-primal ou ponto convexificado como ponto de partida na fase RP possibilita encontrar uma solução de melhor qualidade em um tempo computacional menor.

Uma outra questão abordada foi a importância da atualização das constantes do termo quadrático na fase RP. Como visto no Capítulo 5 o método GS possibilita uma aceleração no processo de convergência da fase RP. No entanto, foi observado que quando inserido as variáveis binárias ao problema da PDO, em diversos testes o método foi muito instável e por muitas vezes a qualidade da solução era ruim. Desta maneira, foi proposta e analisada uma maneira híbrida entre o PPA e o GS, chamado neste trabalho de método híbrido. Com sua utilização é possível melhorar o processo de convergência da fase RP. Vale ressaltar que de maneira semelhante ao GS, o método híbrido também é sensível à seqüência arbitrada para a solução dos subproblemas.

No próximo capítulo serão apresentadas as conclusões finais e algumas recomendações para trabalhos futuros.

Este trabalho teve como tema central o problema da PDO de sistemas hidrotérmicos, com predominância de recursos hidrelétricos. O objetivo inicial deste trabalho consistiu em modelar de maneira detalhada os elementos de geração e transmissão do sistema e apresentar uma estratégia de solução para o problema da PDO.

A estratégia de solução proposta utiliza a metodologia da RL, com o auxílio da técnica de inclusão de variáveis artificiais, para decompor o problema da PDO em subproblemas menores e emprega a metodologia do LA para alcançar uma solução viável. Além da estratégia de solução proposta, um modelo de PQS foi desenvolvido e duas formas de recuperar a solução, baseadas na metodologia do LA, foram inicialmente propostas e analisadas comparativamente em um sistema hidrotérmico, extraído do sistema brasileiro.

O uso da metodologia da RL possibilita a decomposição de um problema de elevada complexidade em subproblemas menores de soluções mais simples. Utilizando a RL, o problema da PDO foi decomposto em cinco subproblemas menores de características distintas: Termelétrico, Hidrelétrico, Hidrotérmico, Coordenação com o Planejamento de Curto Prazo e Alocação das Unidades Hidrelétricas. Essa decomposição do problema da PDO em subproblemas menores possibilita que em cada um deles a modelagem dos agentes e dos equipamentos possa ser a mais detalhada possível. Nesta fase, a coordenação dos subproblemas é efetuada pelo método dos Feixes, que representa o estado da arte em otimização não-diferenciável.

Devido à inviabilidade operativa da solução primal, da fase RL, dois métodos, PPA e GS, foram inicialmente propostos para recuperar essa solução. Os dois métodos são baseados em heurísticas da metodologia do LA, em que a diferença fundamental

entre eles é que o método GS atualiza as constantes dos termos quadráticos durante a iteração, enquanto que a atualização do método PPA ocorre somente entre as iterações duais. Utilizando essas heurísticas é possível manter a estratégia de decomposição proposta na fase RL e a coordenação entre os subproblemas pode ser feita por métodos diferenciáveis, como por exemplo, o gradiente inexato.

A natureza dos problemas contidos no Subproblema Hidrelétrico, nas duas etapas de solução, é não linear, desacoplado no tempo e no espaço. Nesse problema existe uma certa dificuldade na estruturação do mesmo, visto que são necessárias informações das variáveis que acoplavam espacialmente os reservatórios. De outra maneira, na estruturação do problema, as variáveis de volume e de defluência na função objetivo e nas restrições dependem da posição do reservatório na cascata. Como resultado deste trabalho, um modelo de PQS foi desenvolvido para solucionar os problemas não lineares do Subproblema Hidrelétrico, nas fases RL e RP.

A estratégia de solução proposta para o problema da PDO foi inicialmente averiguada em um cenário base, extraído de uma configuração do sistema brasileiro, com algumas simplificações na modelagem do sistema de geração e de transmissão. Como resultado principal tem-se que para os dois métodos propostos na fase RP, PPA e GS, uma solução viável é obtida. A qualidade da solução é analisada relacionando o custo de operação obtido pelos métodos e o tempo computacional envolvido no processo. Como resultado, o método PPA alcança a melhor solução utilizando um maior número de iterações e de esforço computacional, em relação ao método GS.

No sentido de observar o comportamento da estratégia de solução e dos dois métodos propostos na fase RP, três análises de sensibilidade foram efetuadas. A primeira considera-se um ponto de partida ruim para a fase RP; a segunda, um cenário com baixa demanda; e, a última, modifica-se a sequência de solução dos subproblemas no método GS. Como decorrência, em todas as análises, o método GS obteve uma solução viável com um menor esforço computacional; no entanto, na primeira análise de sensibilidade o custo de operação da solução encontrada é mais oneroso

do que a obtida no método PPA. Observa-se ainda que o método GS é dependente da sequência adotada para a solução dos sub-problemas.

Por fim, a estratégia de solução proposta, utilizando o método PPA, foi averiguada para o sistema hidrotérmico, com uma modelagem detalhada de todos os componentes do sistema. Como resultado, pode-se observar um comportamento realístico para o despacho das unidades hidrelétricas e termelétricas, visando o menor custo de operação. Algumas análises relacionadas ao desempenho do programa computacional desenvolvido foram efetuadas, alterando configurações da rede de transmissão e de sua modelagem.

Outras análises foram efetuadas, relacionadas ao comportamento da fase RP, como a utilização de um ponto convexificado ou ponto pseudo-primal como ponto de partida e o método híbrido, entre os métodos PPA e GS, para atualizar as constantes dos termos quadráticos. O ponto convexificado é obtido por meio dos cortes ativos do método dos Feixes e das soluções primais obtidas nessas iterações. A característica principal desse ponto é uma solução primal de menor inviabilidade que, na maioria dos testes efetuados, possibilita a obtenção de uma solução viável de melhor qualidade em um tempo computacional menor. O método híbrido possibilita mesclar a característica conservadora do método PPA e arrojada do método GS. O resultado obtido pelo método híbrido é uma solução viável de melhor qualidade e com um tempo computacional menor.

A estratégia de solução proposta nesta tese de doutorado possibilita obter uma solução viável para o problema da PDO, com uma modelagem detalhada de todos os componentes do sistema hidrotérmico. No entanto, alguns estudos adicionais ainda são necessários para que o programa computacional possa se tornar mais robusto e eficiente.

Como recomendações para trabalhos futuros, é importante analisar o processo da fase RP no sentido de obter uma maneira mais robusta para a convergência do programa computacional. Diversos problemas de convergência podem ser minimizados por meio da escolha de um bom parâmetro de penalidade inicial, de uma boa atualização do mesmo e da possibilidade de utilizar

uma penalização distinta para cada grupo de restrições relaxadas. Análises relacionadas às ordens de solução dos subproblemas (quando existir atualizações de parâmetros durante a iteração) e outras heurísticas para viabilizar a solução também devem ser estudadas, pois possibilitam melhorar a qualidade da solução viável.

Os resultados obtidos nesta tese são bastante promissores e podem auxiliar na validação de um modelo para a operação do SIN. A implementação computacional do SIN deve ser acompanhada pela programação paralela, visto que o uso da RL permite tornar o problema paralelizável.

Um outro importante estudo refere-se à qualidade das estratégias de solucionar o problema da PDO. Neste sentido, uma análise comparativa entre as diversas estratégias propostas na literatura pode ser efetuada, relacionado o desempenho computacional e a qualidade da solução obtida.

Em relação à modelagem das unidades hidrelétricas, no intuito de evitar o desgaste das mesmas pelos sucessivos ligamentos e desligamentos, pode ser analisada a inclusão de outras restrições ao invés das restrições de *minimum up* e *downtime*.

APÊNDICE I - EXEMPLO COM APLICAÇÃO DA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO PROPOSTA

O objetivo deste apêndice é mostrar de maneira didática o modo em que às metodologias são empregadas na estratégia de solução proposta para a PDO, diferenciando a maneira como os métodos PPA e GS são utilizados. Neste sentido, será utilizado o seguinte exemplo didático (A.I.1):

$$\min f(x_1)$$

sujeito a:

$$x_1 + f(x_2, x_3) = D \quad (\text{A.I.1})$$

$$x_2 + x_3 = E$$

$$ux_1^{\min} \leq x_1 \leq ux_1^{\max}, u \in (0,1)$$

No problema apresentado em A.I.1, pode-se observar que o mesmo possui natureza inteira e existem quatro variáveis, x_1 , x_2 , x_3 e u (binária), acopladas pelas duas restrições de igualdade.

Conforme abordado no Capítulo 2, neste trabalho a metodologia da RL é utilizada com auxílio da técnica de introdução de variáveis artificiais. Desta maneira, diferentemente do modo clássico da RL, que consiste em relaxar todas as restrições de acoplamento utilizando multiplicadores de Lagrange associados à mesma, a introdução de variáveis artificiais possibilita manter a característica original do problema relaxando somente as restrições de igualdade artificialmente incluídas.

Existem diversas formas de decompor o problema utilizando a metodologia da RL, aqui será apresentada uma maneira que foi eleita, com base na forma utilizada neste trabalho. Assim, serão introduzidas duas variáveis artificiais, xa_1 e fa , que são iguais a x_1 e $f(x_2, x_3)$ e as mesmas são substituídas na primeira restrição do problema. Desta forma, o problema A.I.1 é reescrito da seguinte forma:

$$\min f(x_1)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} xa_1 + fa &= D \\ x_2 + x_3 &= E \\ ux_1^{\min} \leq x_1 \leq ux_1^{\max}, u &\in (0,1) \\ xa_1 - x_1 &= 0 \quad fa - f(x_2, x_3) = 0 \end{aligned} \tag{A.I.2}$$

Relaxando as restrições artificialmente impostas ao problema, com o uso dos multiplicadores de Lagrange λ_1 e λ_2 , obtém-se:

$$\min f(x_1) + \lambda_1(xa_1 - x_1) + \lambda_2 \quad fa - f(x_2, x_3)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} xa_1 + fa &= D \\ x_2 + x_3 &= E \\ ux_1^{\min} \leq x_1 \leq ux_1^{\max}, u &\in (0,1) \end{aligned} \tag{A.I.3}$$

Como resultado, o problema pode ser separado em três subproblemas menores:

$$\min f(x_1) - \lambda_1 x_1$$

sujeito a:

$$ux_1^{\min} \leq x_1 \leq ux_1^{\max}, u \in (0,1)$$

$$\min \lambda_1 xa_1 + \lambda_2 fa$$

sujeito a:

$$xa_1 + fa = D \tag{A.I.4}$$

$$\min -\lambda_2 f(x_2, x_3)$$

sujeito a:

$$x_2 + x_3 = E$$

A solução dos três subproblemas A.I.4 refere-se à fase RL. Como usualmente essa fase resulta em soluções primais inviáveis, torna-se necessária uma segunda fase de solução, a fase RP. A seguir, portanto, são ilustradas a aplicação da heurística do LA

apresentada em (4.13) no exemplo proposto. Desta forma, na fase RP, o problema pode ser decomposto em três subproblemas, apresentados em A.I.5, semelhantes à A.I.4.

$$\min f(x_1) - \lambda_1 x_1 + \frac{c}{2} k_x^* - x_1^2$$

sujeito a:

$$ux_1^{\min} \leq x_1 \leq ux_1^{\max}, u \in (0,1)$$

$$\min \lambda_1 x a_1 + \lambda_2 f a + \frac{c}{2} x a_1 - k_x^*^2 + \frac{c}{2} f a - k_f^*^2$$

(A.I.5)

sujeito a:

$$x a_1 + f a = D$$

$$\min -\lambda_2 f(x_2, x_3) + \frac{c}{2} [k_f^* - f(x_2, x_3)]^2$$

sujeito a:

$$x_2 + x_3 = E$$

A diferença entre os dois métodos, PPA e GS, ocorre na atualização das constantes do termo quadrático. No método PPA, as constantes do termo quadrático (k_x^* e k_f^*) sempre são a média dos valores encontrados na iteração anterior. Por exemplo $k_x^* = (x_1^* + x a_1^*)/2$, em que x_1^* e $x a_1^*$ são os valores encontrados na iteração anterior.

Utilizando o método GS na fase RP, a mesma configuração dos subproblemas de (A.I.5) é obtida. No entanto, a atualização das constantes (k_x^* e k_f^*) é feita de forma diferenciada¹ ao método PPA, em que a atualização também é efetuada durante o processo iterativo. Assim, é necessário que exista uma sequência na solução dos subproblemas, em que a mesma deve ser arbitrada. Note que podem existir $n!$ combinações distintas, em que n é a quantidade de subproblemas.

Por exemplo, adotando-se a ordem de cima para baixo para os subproblemas de A.I.5, tem-se que:

¹ A exceção é que sempre ao início da iteração as constantes são atualizadas pela média dos valores obtidos na iteração anterior (idêntico ao PPA).

- após a solução do primeiro subproblema, k_x^* é atualizado pelo novo valor de x_1 ;
- após a solução do segundo subproblema, k_f^* é atualizado pelo novo valor de f_a ;
- após a solução do terceiro subproblema, inicia uma nova iteração da RP e os valores das constantes são calculados pela média dos valores obtidos na iteração anterior (idêntico ao PPA).

APÊNDICE II - SUBPROBLEMA HIDRELÉTRICO

No sentido de auxiliar o entendimento do Subproblema Hidrelétrico (4.11), a seguir é apresentado um exemplo didático de três usinas acopladas hidráulicamente em uma cascata, como apresentado na Figura A.1.

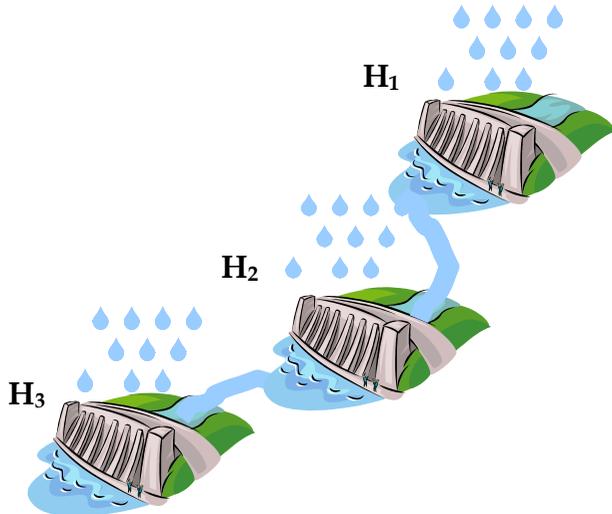


Figura A.1: Três Usinas Hidrelétricas em Cascata.

Considere que cada usina contém apenas uma unidade, que o tempo de viagem da água entre os reservatórios é de 1 hora e que o horizonte de estudo é de 3 horas, com discretização horária. Desta forma, têm-se os seguintes problemas não-lineares:

- Para $r=1$:

$$\theta_{H_{11}} = \min -\lambda_{ph_{111}} - \lambda_{pH_{11}} \quad ph_{111}(q_{111}^7, d_{11}^{12}, v_{11}^{12}) - \lambda_{v_{11}} v_{12} - \lambda_{d_{11}} d_{11}$$

sujeito a:

$$v_{12} - v_0 + c_1 d_{11} - y_{11} = 0 \quad (\text{A.II.1})$$

$$Q_{11} + s_{11} = d_{11}$$

$$Q_{11} - q_{111} = 0$$

$$\theta_{H_{12}} = \min -\lambda_{ph_{12}} - \lambda_{pH_{12}} ph_{112}(q_{112}^7, d_{12}^{12}, v_{12}^{12}) - \lambda_{v_{12}} v_{13} + \lambda_{v_{11}} va_{12} - \lambda_{d_{12}} d_{12}$$

sujeito a: (A.II.2)

$$v_{13} - va_{12} + c_1 d_{12} - y_{12} = 0$$

$$Q_{12} + s_{12} = d_{12}$$

$$Q_{12} - q_{112} = 0$$

$$\theta_{H_{13}} = \min -\lambda_{ph_{13}} - \lambda_{pH_{13}} ph_{113}(q_{113}^7, d_{13}^{12}, v_{13}^{12}) - \lambda_{v_{13}} v_{14} + \lambda_{v_{12}} va_{13}$$

sujeito a: (A.II.3)

$$v_{14} - va_{13} + c_1 d_{13} - y_{13} = 0$$

$$Q_{13} + s_{13} = d_{13}$$

$$Q_{13} - q_{113} = 0$$

- Para $r=2$

$$\theta_{H_{21}} = \min -\lambda_{ph_{21}} - \lambda_{pH_{21}} ph_{121}(q_{121}^7, d_{21}^{12}, v_{21}^{12}) - \lambda_{v_{21}} v_{22} - \lambda_{d_{21}} d_{21}$$

sujeito a: (A.II.4)

$$v_{22} - v_{21} + c_1 d_{21} - y_{21} = 0$$

$$Q_{21} + s_{21} = d_{21}$$

$$Q_{21} - q_{121} = 0$$

$$\theta_{H_{12}} = \min -\lambda_{ph_{122}} - \lambda_{pH_{22}} ph_{122}(q_{122}^7, d_{22}^{12}, v_{22}^{12}) - \lambda_{v_{22}} v_{23} +$$

$$\lambda_{v_{21}} va_{22} - \lambda_{d_{22}} d_{22} + \lambda_{d_{11}} da_{11}$$

sujeito a: (A.II.5)

$$v_{23} - va_{22} + c_1 d_{22} + da_{11} - y_{22} = 0$$

$$Q_{22} + s_{22} = d_{22}$$

$$Q_{22} - q_{122} = 0$$

$$\theta_{H_{23}} = \min -\lambda_{ph_{123}} - \lambda_{pH_{23}} ph_{123}(q_{123}^7, d_{23}^{12}, v_{23}^{12}) - \lambda_{v_{23}} v_{24} +$$

$$\lambda_{v_{22}} va_{23} + \lambda_{d_{12}} da_{12}$$

sujeito a: (A.II.6)

$$v_{24} - va_{23} + c_1 d_{23} + da_{12} - y_{23} = 0$$

$$Q_{23} + s_{23} = d_{23}$$

$$Q_{23} - q_{123} = 0$$

- Para $r=3$:

$$\theta_{H_{31}} = \min -\lambda_{ph_{31}} - \lambda_{pH_{31}} ph_{131}(q_{131}^7, d_{31}^{12}, v_{31}^{12}) - \lambda_{v_{31}} v_{32}$$

sujeito a:

$$v_{32} - v_{31} + c_1 d_{31} - y_{31} = 0 \quad (\text{A.II.7})$$

$$Q_{31} + s_{31} = d_{31}$$

$$Q_{31} - q_{131} = 0$$

$$\theta_{H_{32}} = \min -\lambda_{ph_{132}} - \lambda_{pH_{32}} ph_{132}(q_{132}^7, d_{32}^{12}, v_{32}^{12}) - \lambda_{v_{32}} v_{33} +$$

$$\lambda_{v_{31}} va_{32} + \lambda_{d_{21}} da_{21}$$

sujeito a:

$$v_{33} - va_{32} + c_1 d_{32} + da_{21} - y_{32} = 0 \quad (\text{A.II.8})$$

$$Q_{32} + s_{32} = d_{32}$$

$$Q_{32} - q_{132} = 0$$

$$\theta_{H_{33}} = \min -\lambda_{ph_{133}} - \lambda_{pH_{33}} ph_{133}(q_{133}^7, d_{33}^{12}, v_{33}^{12}) - \lambda_{v_{33}} v_{34} +$$

$$\lambda_{v_{32}} va_{33} + \lambda_{d_{22}} da_{22}$$

sujeito a:

$$v_{34} - va_{33} + c_1 d_{33} + da_{22} - y_{33} = 0 \quad (\text{A.II.9})$$

$$Q_{33} + s_{33} = d_{33}$$

$$Q_{33} - q_{133} = 0$$

Como pode ser observado nos nove problemas não-lineares (A.II.1 - A.II.9), em certos casos, uma variável pode existir nas restrições de conservação da massa da água, mas não pode estar presente na função objetivo dos subproblemas, pois sua decisão operativa não afeta outra usina no horizonte de estudo.

Nesse sentido, a quantidade de termos na função objetivo depende de algumas condições, as quais podem ser resumidas da seguinte forma:

- somente em $t=1$ o termo referente à variável va não existe¹;

¹ Vale ressaltar que a variável va no último estágio de tempo, encontra-se no Subproblema de Coordenação com o Curto-Prazo.

- se o reservatório está à montante, o termo referente à variável d existe desde que essa vazão defluente no estágio t chegue ao reservatório à jusante antes do final do horizonte de estudo;

- se o reservatório está à jusante, o termo referente à variável da existe a partir do estágio $t+\gamma_{mr}$, onde γ_{mr} é o tempo de viagem da água entre os dois reservatórios considerados (m e r).

Desta forma, é intuitivo imaginar que a estruturação desses problemas não-lineares pode tornar-se um tanto complexa, visto que os termos da função objetivo dependem da quantidade de unidades hidrelétricas, do tempo de viagem da água entre dos reservatórios e da posição do reservatório na cascata (quantidade de reservatórios associados à montante e à jusante).

APÊNDICE III - ALGORITMO DE PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA SEQUENCIAL IMPLEMENTADO

Para a resolução de problemas de programação não linear com restrições, há uma grande variedade de métodos eficientes. De maneira geral, os algoritmos de otimização são processos iterativos, inicializados com uma primeira estimativa, e que a cada iteração, uma nova estimativa é obtida, melhorando o valor da função objetivo do problema e obedecendo ao conjunto de restrições. A diferença entre os métodos é a maneira como cada algoritmo obtém a nova estimativa.

A metodologia escolhida para a solução do Subproblema Hidrelétrico (4.11) e (4.21), resultante da estratégia de decomposição utilizada, é a PQS (DIAZ *et al.*, 1989; BOGGS *et al.*, 1996; NOCEDAL *et al.*, 1999). Na literatura, a metodologia é amplamente reconhecida na solução de problemas não lineares de pequeno ou médio porte.

De forma geral, a PQS é uma metodologia que soluciona um problema não linear por meio de uma seqüência de problemas quadráticos. Desta maneira, em cada iteração *iter*, resolve-se um problema de Programação Quadrática - PQ gerado a partir de informações de primeira e de segunda ordem. A informação de primeira ordem é a derivada primeira e a de segunda ordem normalmente é obtida por meio do método de Quase-Newton, em que a hessiana do Lagrangeano é estimada.

Assim, a metodologia necessita de três etapas distintas. A primeira é o cálculo da direção de busca (problema de PQ); a segunda é o cálculo do tamanho de passo a ser utilizado caminhando-se na direção encontrada na etapa anterior (busca linear pelo algoritmo de Wolfe); e, por fim, a atualização dos parâmetros (método de Quase-Newton) do problema de PQ.

A Figura A.2 a seguir ilustra a metodologia da PQS.

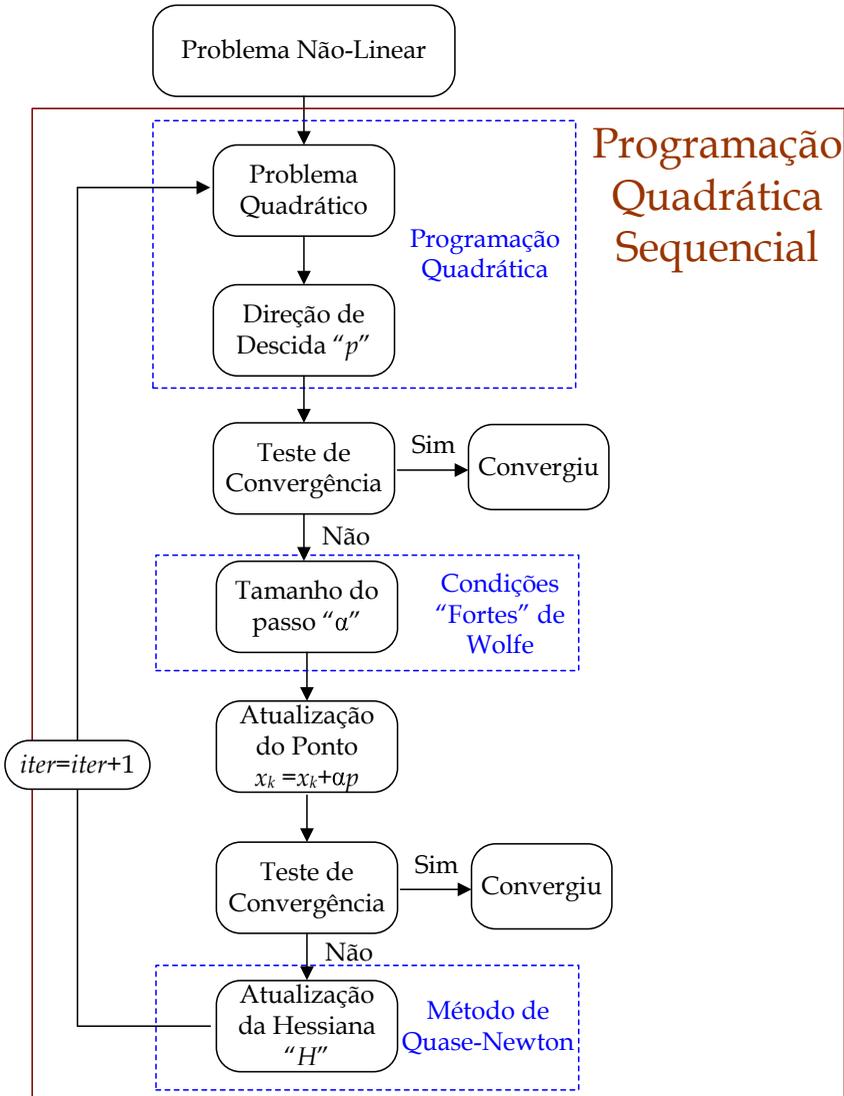


Figura A.2: Programação Quadrática Sequencial.

Os testes de convergência da PQS são relacionados ao tamanho da direção de busca (resultante da PQ) e do atendimento à condição de Karush-Kuhn-Tucker - KKT (BERTSEKAS, 1999) para o novo ponto x_k , em que, a tolerância estipulada é de 10^{-6} . A

seguir são apresentados os algoritmos utilizados de PQ, de busca unidimensional e do método de Quase-Newton.

AIII.1 PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA

Os problemas não-lineares ilustrados em (4.11) e (4.21) podem ser aproximados por um problema quadrático padrão, como segue:

$$\begin{aligned} \max \quad & \frac{1}{2} p^t H p + (f')^t p \\ \text{sujeito a:} \quad & \\ & Ap = b \\ & p^{\min} \leq p \leq p^{\max} \end{aligned} \tag{A.III.1}$$

A função objetivo de (A.III.1) possui natureza quadrática em que f representa o vetor de coeficientes lineares e H a matriz hessiana. As restrições de igualdade ilustradas do problema de maximização acima são as mesmas do Subproblema Hidrelétrico da fase RL (4.11) e da fase RP (4.21). E, finalmente, p é o vetor com a direção de descida resultante do problema quadrático apresentado.

O modelo de PQ utilizado para a solução de (AIII.1) é a PLCBAS.

AIII.2 CONDIÇÕES “FORTES” DE WOLFE

Considerando a direção de busca p , resultante do problema de PQ, torna-se necessário então encontrar um valor de passo ótimo α que minimize a função objetivo de (4.11) e (4.21). Existem diversos métodos na literatura de busca linear, mas em muitos deles existem dúvidas sobre a estabilidade e a convergência global do algoritmo (NOCEDAL *et al.*, 1999). Em contrapartida, Nocedal *et al.* (1999) afirma que as condições “fortes” de Wolfe garantem o decréscimo da função em um número finito de iterações, desde que p seja efetivamente uma direção de descida. Em Moré *et al.* (1994), além de uma aplicação prática, são apresentados de-

talhadamente os teoremas que comprovam matematicamente a funcionalidade do método.

As condições “fortes” de *Wolfe* são apresentadas em (A.III.2).

$$\begin{aligned} \Phi(\alpha_i) &\leq \Phi(0) + \mu_1 \alpha_i \Phi'(0) \\ |\Phi'(\alpha_i)| &\leq -\mu_2 \Phi'(0) \end{aligned} \tag{A.III.2}$$

Em (AIII.2) são apresentadas as duas condições. A primeira condição é conhecida como condição de Armijo, em que se garante o suficiente decréscimo da função objetivo. No entanto, a mesma possibilita valores pequenos para α , o que não é desejável. A segunda é conhecida como condição de curvatura, que além de evitar os pequenos valores de α , garante que α esteja perto de um ponto de mínimo local de Φ . A condição de curvatura, também, é particularmente importante para o método de Quase Newton, porque garante que a matriz hessiana atualizada seja definida positiva (MORÉ *et al.*, 1994; NOCEDAL *et al.*, 1999). Os parâmetros μ_1 e μ_2 são constantes e, respectivamente, iguais à 0,001 e 0,9 (NOCEDAL *et al.*, 1999).

No algoritmo da busca linear de Wolfe existem duas etapas distintas. A primeira consiste em encontrar um intervalo $[\alpha^{lo}, \alpha^{hi}]$ que contenha um valor ótimo de α . A segunda etapa (conhecida como ZOOM) consiste em encontrar o valor ótimo de α dentro do intervalo obtido na etapa anterior. A Figura A.3 ilustra o algoritmo de Wolfe.

Na primeira etapa, inicialmente, é analisado o atendimento à condição de Armijo para o novo valor de α^1 . Caso a mesma não seja atendida, existe um intervalo $[\alpha^{lo}, \alpha^{hi}]$ que contém o valor ótimo de α . Por outro lado, caso a mesma seja atendida, é necessário analisar a segunda condição, a de curvatura. Se ela for confirmada, o algoritmo é finalizado com o valor de α ótimo, caso contrário deve-se avaliar a derivada direcional² para o novo valor de

¹ O valor inicial de α , recomendado em Nocedal *et al.* (1999), é igual a 1.

² A derivada direcional é o produto escalar da derivada no ponto xk com a direção de descida p .

passo. No caso da derivada direcional no novo ponto ser positiva, encontra-se um intervalo $[\alpha^lo, \alpha^hi]$, caso contrário atualiza-se o valor de α e reinicia as análises para um novo valor de α .

Tendo-se o intervalo $[\alpha^lo, \alpha^hi]$, inicia-se a segunda etapa. A atualização do passo, nessa etapa da busca linear, é efetuada por interpolação quadrática (NOCEDAL *et al.*, 1999). De forma semelhante à primeira etapa, inicialmente, analisa o atendimento à condição de Armijo para o novo valor de α . Caso a mesma não seja atendida, o valor de α^hi é substituído pelo de α , caso contrário, é necessário analisar a condição de curvatura. Se ela for confirmada, o algoritmo é finalizado com o valor de α ótimo, caso contrário deve-se avaliar o produto entre a derivada direcional em α com o termo $(\alpha^hi - \alpha^lo)$. No caso do produto ser negativo, o limite inferior é alterado ($\alpha^lo = \alpha$), caso contrário altera-se primeiramente o limite superior ($\alpha^hi = \alpha^lo$) e depois o limite inferior ($\alpha^lo = \alpha$). Atualiza-se o valor de α e reinicia as análises para um novo valor de α .

Condições “Fortes” de Wolfe

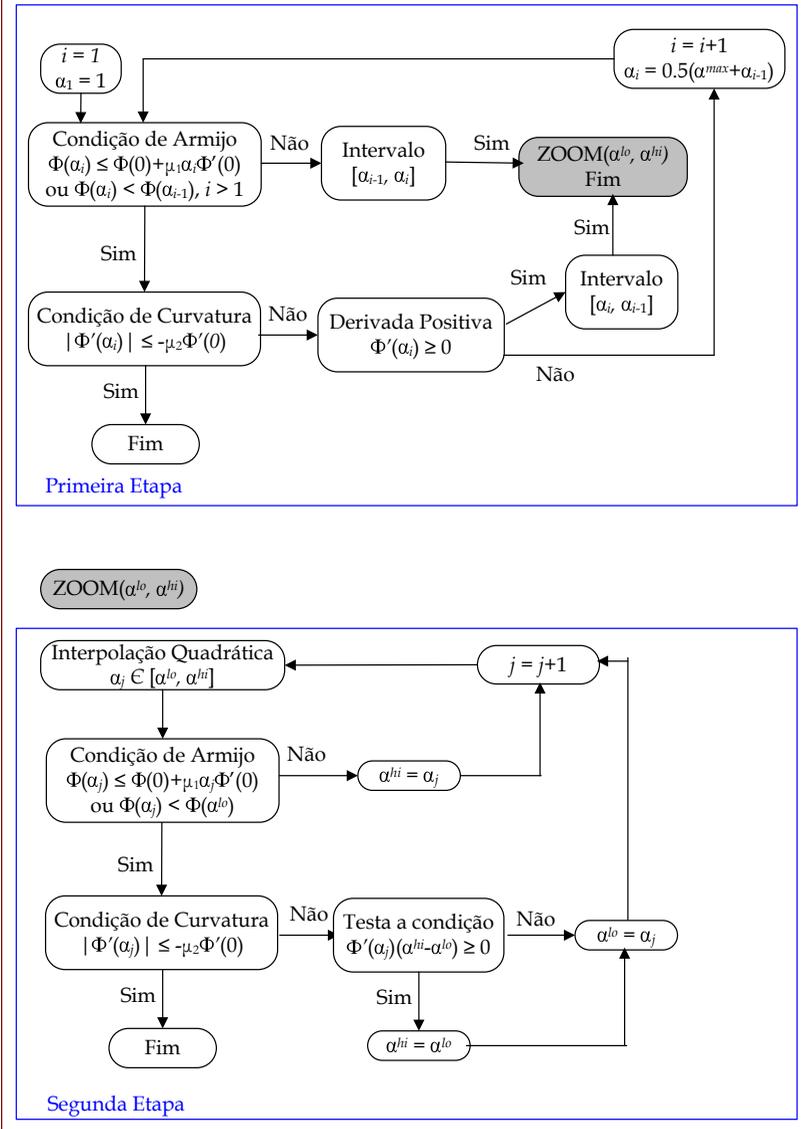


Figura A.3: Algoritmo das Condições Fortes de Wolfe.

Na Figura A.3, pode-se observar que o algoritmo de Wolfe trabalha somente com os valores de função objetivo do problema

não linear (4.11) e (4.21) e de derivada direcional no ponto x_k , para o cálculo do valor ótimo de α .

No sentido de evitar um alto desgaste em tempo computacional na etapa da busca linear, o número de iterações nas duas etapas é limitado (10 iterações) e o algoritmo nem sempre converge atendendo às duas condições. No entanto, caso o algoritmo convirja pelo número de iterações, obrigatoriamente o valor de passo encontrado atende à condição de Armijo ou de suficiente decréscimo³.

Uma outra situação em que o algoritmo pode convergir atendendo somente à condição de Armijo, ocorre quando o valor de α^{max} é igual a 1. Esse valor é calculado considerando o vetor de direção de busca, p , e os limites superiores do vetor de variáveis, cs . O problema desse valor de α^{max} é que o algoritmo de Wolfe também inicia com α igual a 1. Desta forma, existe somente uma iteração a ser efetuada na primeira etapa da busca linear da PQS. Como resultado, pode-se convergir atendendo as duas condições, atender somente Armijo ou formar o intervalo $[0,1]$ para a segunda etapa.

AIII.2.1 Interpolação Quadrática

A interpolação quadrática do intervalo $[\alpha^{lo}, \alpha^{hi}]$ é obtida por meio de três parâmetros: os valores de função nas extremidades do intervalo e a derivada direcional em α^{lo} ou α^{hi} . Desta forma, considere o polinômio quadrático abaixo:

$$p_2(\alpha) = a_0 + a_1\alpha + a_2\alpha^2 \quad (\text{A.III.3})$$

Atendendo aos três parâmetros considerados, temos o seguinte sistema de três equações e três incógnitas:

$$\begin{cases} \Phi(\alpha^{lo}) = a_0 + a_1\alpha^{lo} + a_2(\alpha^{lo})^2 \\ \Phi(\alpha^{hi}) = a_0 + a_1\alpha^{hi} + a_2(\alpha^{hi})^2 \\ \Phi'(\alpha_i) = a_1 + 2a_2\alpha_i \end{cases} \quad (\text{A.III.4})$$

³ Observe que o valor de α^{lo} sempre atende a condição de Armijo.

Resolvendo o sistema (A.III.4):

$$\begin{cases} a_2 = \frac{\Phi(\alpha^{lo}) - \Phi(\alpha^{hi}) - (\alpha^{lo} - \alpha^{hi})\Phi'(\alpha_i)}{[(\alpha^{lo})^2 - (\alpha^{hi})^2] - (\alpha^{lo} - \alpha^{hi})2\alpha_i} \\ a_1 = \Phi'(\alpha_i) - 2\alpha_i a_2 \\ a_0 = \Phi(\alpha^{lo}) - \alpha^{lo} \Phi'(\alpha_i) - 2\alpha_i a_2 - (\alpha^{lo})^2 a_2 \end{cases} \quad (\text{A.III.5})$$

O valor de passo ótimo encontra-se no ponto de mínimo do polinômio (A.III.3). Portanto, a formulação utilizada no programa computacional é apresentada a seguir, considerando os coeficientes do polinômio (A.III.5).

$$\frac{\partial p_2(\alpha)}{\partial \alpha} = a_1 + 2a_2\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{a_1}{2a_2} \quad (\text{A.III.6})$$

Considerando-se o intervalo $[0, \alpha_0]$ a fórmula apresentada em Nocedal *et al.*(1999) é obtida.

AIII.2 MÉTODO DE QUASE - NEWTON

O objetivo principal desta etapa é atualizar a matriz H do problema quadrático evitando cálculos de derivadas de segunda ordem. O programa de PQS desenvolvido usa a variação de Quase-Newton mais utilizada, denominada de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno - BFGS (BAZARAA *et al.*, 1979; BERTSEKAS, 1999, LASDON, 2002), como pode ser visto a seguir.

$$H(x^{k+1}, \lambda^{k+1}) = H(x^k, \lambda^{k+1}) - \frac{H(x^k, \lambda^{k+1})s^k (s^k)^t H(x^k, \lambda^{k+1})}{(s^k)^t H(x^k, \lambda^{k+1})s^k} + \frac{z^k (z^k)^t}{(z^k)^t s^k} \quad (\text{A.III.7})$$

$$s^k = x^{k+1} - x^k$$

$$z^k = \nabla_x L(x^{k+1}, \lambda^{k+1}) - \nabla_x L(x^k, \lambda^{k+1})$$

Uma característica importante de H que deve ser preservada, no decorrer do processo iterativo, é que a matriz deve ser definida positiva. Em outras palavras, significa que s^k e z^k devem satisfazer a condição de curvatura $(s^k)^t z^k > 0$. Note que caso a busca linear convirja atendendo às duas condições de Wolfe, a condição de curvatura sempre será positiva (NOCEDAL *et al.*, 1999).

No entanto, nem sempre o valor de passo resultante do algoritmo de Wolfe atende à condição de curvatura.

Desta forma, uma maneira de sobrepujar essa condição é denominada de correção de Powell (POWELL, 1978). Considere o vetor r :

$$r^k = \theta^k z^k + (1 - \theta^k) H(x^k, \lambda^{k+1}) s^k \quad (\text{A.III.8})$$

onde o escalar θ^k é definido como:

$$\theta^k = \begin{cases} 1, & \text{se } (s^k)^t z^k < 0.20 (s^k)^t H(x^k, \lambda^{k+1}) s^k \\ \frac{0.8 (s^k)^t H(x^k, \lambda^{k+1}) s^k}{(s^k)^t H(x^k, \lambda^{k+1}) s^k - (s^k)^t z^k}, & \\ \text{se } (s^k)^t z^k < 0.20 (s^k)^t H(x^k, \lambda^{k+1}) s^k \end{cases} \quad (\text{A.III.9})$$

Assim, a equação de atualização da Hessiana torna-se:

$$H(x^{k+1}, \lambda^{k+1}) = H(x^k, \lambda^{k+1}) - \frac{H(x^k, \lambda^{k+1}) s^k (s^k)^t H(x^k, \lambda^{k+1})}{(s^k)^t H(x^k, \lambda^{k+1}) s^k} + \frac{r^k (z^k)^t}{(s^k)^t r^k} \quad (\text{A.III.10})$$

A matriz hessiana inicial adotada no método de Quase-Newton é a identidade.

APÊNDICE IV - PECULIARIDADES DO ALGORITMO DE PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA SEQUENCIAL

A metodologia da PQS necessita por definição que a direção de busca seja de descida, caso contrário à busca linear de Wolfe não garante convergência. Associado a essa necessidade, a função objetivo do Subproblema Hidrelétrico, (4.11) e (4.21), pode apresentar regiões mal comportadas em que mesmo algoritmos sofisticados como o de Wolfe não encontram o valor de passo ótimo. Normalmente as causas são devidas à quantidade estipulada de iterações e à possibilidade de ocorrência de problemas numéricos.

Neste sentido, este apêndice tem como objetivo ilustrar os casos em que não ocorre o atendimento das condições da busca linear de Wolfe, na PQS implementada. Existem dois casos em que as condições não são atendidas: quando a derivada direcional, $\Phi'(0)$, é positiva e quando o valor do limite inferior do intervalo, α^{lo} , é igual à zero e o algoritmo é forçado a encerrar.

O primeiro caso ocorre quando o solver de programação quadrática (PLCBAS) resulta em uma direção que não é de descida ($\Phi'(0) > 0$). Esse caso ocorre com pouca intensidade, mas existe a necessidade da busca linear de Wolfe ser encerrada visto que o algoritmo não garante a convergência. Desta forma, o algoritmo é encerrado nessa fase da busca linear com α igual à zero.

O segundo caso ocorre devido à convergência forçada no algoritmo de Wolfe, que consiste na quantidade de iterações máxima ou quando os valores da função em α^{lo} e α^{hi} são aproximadamente iguais¹ (segunda etapa da busca linear). Relembrando que nas duas situações, o algoritmo converge com o valor de passo igual a α^{lo} , o qual por definição atende à condição de suficiente

¹ A tolerância utilizada é de 10^{-6} . Foram analisados outros valores de tolerância, mas o resultado não se alterava, somente aumentava-se a quantidade de iterações na segunda etapa da busca linear.

decréscimo. No entanto, o problema ocorre quando α^0 é igual à zero. Pode-se perceber que isso somente ocorrerá quando o intervalo inicial formado para a segunda etapa for $[0, 1]$, ou seja, quando para α igual a 1, a condição de Armijo não é atendida.

Nos dois casos abordados, o valor resultante da busca linear de Wolfe, α igual à zero, atesta que não é possível encontrar um valor menor para a função objetivo do Subproblema Hidrelétrico, (4.11) e (4.21). Neste sentido, a PQS implementada deve ser encerrada.

A seguir, são ilustrados dois exemplos com as peculiaridades da PQS quando não se atende nenhuma das condições da busca linear de Wolfe. Os exemplos foram extraídos do processo de convergência da PQS implementada, para o sistema hidrotérmico apresentado no Capítulo 5, utilizando o método PPA na fase RP.

AIV.1 DERIVADA DIRECIONAL POSITIVA

O exemplo a ser descrito foi à única ocorrência encontrada durante a solução do sistema hidrotérmico apresentado no Capítulo 5. No entanto, como existe a possibilidade deste caso ocorrer, o exemplo será utilizado para ilustrar o funcionamento da PQS implementada frente a esse evento.

O exemplo de problema não linear é apresentado em A.IV.1, que representa a usina H_1 no estágio $t=6$, na fase RL.

$$\theta_{H_{16}} = \min 3,31616 \sum_{j=1}^3 p h_{1j6} (q_{1j6}^7, d_{16}^{12}, v_{17}^{12}) - 175,73312 v_{17} + 159,65063 v a_{16} - 0,63266 d_{16}$$

sujeito a:

$$v_{17} - v a_{16} + 0,0036 d_{16} - 629,5 = 0$$

$$Q_{16} + s_{16} = d_{16} \tag{A.IV.1}$$

$$Q_{16} - \sum_{j=1}^3 q_{1j6} = 0$$

$$0 \leq q_{1j6} \leq 437, 0 \leq Q_{16} \leq 1311, 0 \leq s_{16} \leq 2622, 0 \leq d_{16} \leq 3'$$

$$2283 \leq v_{17} \leq 3340, 2283 \leq v a_{16} \leq 3340$$

O ponto inicial²:

$$xk = [q_{116} \ q_{216} \ q_{316} \ Q_{16} \ s_{16} \ v_{17} \ va_{16} \ d_{16}]^t = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 3340 \ 3337,7338 \ 0]^t$$

com valor de função objetivo igual a:

$$\Phi(xk) = -54077,336439$$

A matriz hessiana inicial é a identidade. A seguir o processo iterativo da PQS para o problema apresentado em A.IV.1 é ilustrado, em que p é a direção resultante do problema de PQ; α é o valor de passo encontrado na busca linear de Wolfe; xk é o novo ponto; e opt_test é a norma infinita do lagrangeano para o novo ponto xk .

Iteração 1:

$$p^{(1)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0,02896 \ 0 \ 0,00010 \ 0,02896 \ ^t$$

$$\alpha = 1 \text{ (Armijo)} \rightarrow \Phi(\alpha) = -54077,338116$$

$$xk^{(1)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0,02896 \ 3340 \ 3337,7339 \ 0,02896 \ ^t$$

$$opt_test = 0,02896$$

Iteração 2:

$$p^{(2)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0,14478 \ 0 \ 0,00052 \ 0,14478 \ ^t$$

$$\alpha = 1 \text{ (Armijo)} \rightarrow \Phi(\alpha) = -54077,346501$$

$$xk^{(2)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0,17374 \ 3340 \ 3337,73443 \ 0,17374 \ ^t$$

$$opt_test = 0,02896$$

Iteração 3:

$$p^{(3)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0,72392 \ 0 \ 0,00261 \ 0,72392 \ ^t$$

$$\alpha = 1 \text{ (Armijo)} \rightarrow \Phi(\alpha) = -54077,38843$$

² O ponto inicial xk , na fase RL, é estipulado da seguinte maneira. Para $t=1$ (não existe a variável va e como o tempo de viagem da água considerado é de 1h, também, não existe a variável da), as vazões turbinadas nas unidades, q_{rt} , e na usina, Q_{rt} , estão no máximo; o vertimento, s_{rt} , no mínimo; e o volume, v_{rt} , e a vazão defluente, d_{rt} , são calculados considerando as estipulações efetuadas. Para $t>1$, utilizam-se as informações do ponto xk do estágio anterior ($t-1$), alterando o volume inicial para o valor de v_{rt} .

$$xk^{(3)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0,89766 \ 3340 \ 3337,73703 \ 0,89766 \ ' \\ opt_test = 0,02896$$

Iteração 4:

$$p^{(4)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 3,61960 \ 0 \ 0,01303 \ 3,61960 \ ' \\ \alpha = 1 \ (\text{Armijo}) \rightarrow \Phi(\alpha) = -54.077,59805 \\ xk^{(4)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 4,51726 \ 3340 \ 3337,75006 \ 4,51726 \ ' \\ opt_test = 0,02896$$

Iteração 5:

$$p^{(5)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 18,09799 \ 0 \ 0,065153 \ 18,09799 \ ' \\ \alpha = 1 \ (\text{Armijo}) \rightarrow \Phi(\alpha) = -54078,64618 \\ xk^{(5)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 22,61525 \ 3340 \ 3337,81521 \ 22,61525 \ ' \\ opt_test = 0,02896$$

Iteração 6:

$$p^{(6)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 90,48995 \ 0 \ 0,32576 \ 90,48995 \ ' \\ \alpha = 1 \ (\text{Armijo}) \rightarrow \Phi(\alpha) = -54083,88681 \\ xk^{(6)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 113,10520 \ 3340 \ 3338,14098 \ 113,10520 \ ' \\ opt_test = 0,02896$$

Iteração 7:

$$p^{(7)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 452,44980 \ 0 \ 1,62882 \ 452,44980 \ ' \\ \alpha = 1 \ (\text{Armijo}) \rightarrow \Phi(\alpha) = -54110,08995 \\ xk^{(7)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 565,55500 \ 3340 \ 3339,76980 \ 565,55500 \ ' \\ opt_test = 0,02896$$

Iteração 8:

$$p^{(8)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 63,94500 \ 0 \ 0,23020 \ 63,94500 \ ' \\ \alpha = 1 \ (\text{Armijo}) \rightarrow \Phi(\alpha) = -54113,79326 \\ xk^{(8)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 629,50000 \ 3340 \ 3340 \ 629,50000 \ ' \\ opt_test = 0,00082$$

Iteração 9:

$$p^{(9)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0,54586 \ -0,00197 \ 0 \ 0,54586 \ 't$$

$$\alpha = 1 \text{ (Armijo)} \rightarrow \Phi(\alpha) = -54113,79327$$

$$xk^{(9)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 630,04586 \ 3339,99803 \ 3340 \ 630,04586 \ 't$$

$$opt_test = 0,001965$$

Iteração 10:

$$p^{(10)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2,72929 \ -0,00983 \ 0 \ 2,72929 \ 't$$

$$\alpha = 1 \text{ (Armijo)} \rightarrow \Phi(\alpha) = -54113,79331$$

$$xk^{(10)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 632,77514 \ 3339,98821 \ 3340 \ 632,77514 \ 't$$

$$opt_test = 0,001965$$

Iteração 11:

$$p^{(11)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 13,64643 \ -0,04913 \ 0 \ 13,64643 \ 't$$

$$\alpha = 1 \text{ (Armijo)}^3 \rightarrow \Phi(\alpha) = -54113,79354$$

$$xk^{(11)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 646,42158 \ 3339,93908 \ 3340 \ 646,42158 \ 't$$

$$opt_test = 0,001965$$

Iteração 12:

$$p^{(12)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 68,23217 \ -0,24534 \ 0 \ 68,23217 \ 't$$

$$\alpha = 1 \text{ (Armijo)} \rightarrow \Phi(\alpha) = -54113,79470$$

$$xk^{(12)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 714,65374 \ 3339,69345 \ 3340 \ 714,65374 \ 't$$

$$opt_test = 0,001965$$

Iteração 13:

$$p^{(13)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 341,16086 \ -1,22818 \ 0 \ 341,16086 \ 't$$

$$\alpha = 1 \text{ (Armijo)} \rightarrow \Phi(\alpha) = -54113,80048$$

$$xk^{(13)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1055,81460 \ 3338,46527 \ 3340 \ 1055,81460 \ 't$$

$$opt_test = 0,001965$$

³ Neste caso foram necessárias cinco iterações na primeira etapa da busca linear, porque o valor de α^{max} não é exatamente igual à 1.

Iteração 14:

$$p^{(14)} = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -426,31460 \ 1,53473 \ 0 \ 426,31460 \quad t$$

$\alpha = 0$ (não atende nenhuma condição) $\rightarrow \Phi(\alpha) = -54113,80048$

A derivada direcional é o produto escalar entre a derivada da função objetivo no ponto xk com a direção de descida p encontrada pelo problema de PQ. O valor da mesma na iteração 14 é positivo e igual à 0,00722.

Conforme comentado no início do Apêndice, a busca linear é encerrada para uma solução igual à $xk^{(13)}$. Uma outra ressalva pode ser feita observando que o algoritmo de Wolfe, para este caso específico, converge atendendo somente à condição de Armijo em todas as iterações.

AIV.2 CONVERGÊNCIA FORÇADA NA BUSCA LINEAR

Conforme abordado anteriormente, a convergência forçada do algoritmo de Wolfe ocorre quando o número de iterações ou os valores da função nos limites do intervalo $[\alpha^{lo}, \alpha^{hi}]$ são praticamente iguais. O exemplo a seguir (A.IV.2), baseado no processo iterativo da PQS, ilustra um caso em que a convergência do algoritmo de Wolfe é forçada e o valor de α^{lo} é igual à zero.

O problema não linear representa a usina H7 no estágio $t=13$, na fase RP.

$$\begin{aligned} \Phi_{H_{7,13}} = \min & -0,06011 \sum_{j=1}^4 ph_{7j13}(q_{7j13}^7, d_{7,13}^{12}, v_{7,14}^{12}) + 5,54859v_{7,14} - \\ & 5,53001va_{7,13} + 0,99009da_{6,12} + \frac{3,30987}{2} \times \\ & \left[\left\| 1139,31728 - \sum_{j=1}^4 ph_{7j13}(q_{7j13}^7, d_{7,13}^{12}, v_{7,14}^{12}) \right\|^2 + \right. \\ & \left. \left\| 3540,76370 - v_{7,14} \right\|^2 + \left\| va_{7,13} - 3541,67657 \right\|^2 + \right. \\ & \left. \left\| da_{6,12} - 2674,94501 \right\|^2 \right] \end{aligned} \quad (A.IV.2)$$

sujeito a:

$$v_{7,14} - va_{7,13} + 0,0036 d_{7,13} - da_{6,12} - 300,825 = 0$$

$$Q_{7,13} + s_{7,13} = d_{7,13}$$

$$Q_{7,13} - \sum_{j=1}^4 q_{7j13} = 0$$

$$q_{7j13} \leq 525, Q_{7,13} \leq 2100, s_{7,13} \leq 4200, d_{7,13} \leq 6300$$

$$3473 \leq v_{7,14} \leq 3573, 3473 \leq va_{7,13} \leq 3573$$

O ponto inicial⁴:

$$xk = [q_{71,13} \ q_{72,13} \ q_{73,13} \ q_{74,13} \ Q_{7,13} \ s_{7,13} \ v_{7,14} \ va_{7,13} \ d_{7,13} \ da_{6,12}]^t =$$

$$[525 \ 525 \ 525 \ 525 \ 2100 \ 480,81777 \ 3541,6020 \ 3540,28531 \ 2580,81777 \ 2674,39289]^t$$

com valor de função objetivo igual a:

$$\Phi(xk) = 2668,67228$$

A matriz hessiana inicial é a identidade. A seguir é ilustrado o processo iterativo da PQS para o problema apresentado em A.IV.2.

Iteração 1:

$$p^{(1)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0,02939 \ 0,90733 \ 0,90433 \ -0,02939 \ 0,80412]^t$$

$$\alpha = 0,30235 \text{ (Wolfe)} \rightarrow \Phi(\alpha) = 2668,32617$$

$$xk^{(1)} = [525 \ 525 \ 525 \ 525 \ 2100 \ 480,80889 \ 3541,87634 \ 3540,55873 \ 2580,80889 \ 2674,63602]^t$$

$$opt_test = 0,02939$$

Iteração 2:

$$p^{(2)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0,02939 \ 0,90733 \ 0,90433 \ -0,02939 \ 0,80412]^t$$

$$\alpha = 67,17934 \text{ (Armijo)} \rightarrow \Phi(\alpha) = 2668,21081$$

$$xk^{(2)} = [525 \ 525 \ 525 \ 525 \ 2100 \ 478,83313 \ 3541,87989 \ 3540,55517 \ 2578,83313 \ 2674,63601]^t$$

$$opt_test = 0,02939$$

Iteração 3:

$$p^{(3)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0,14512 \ 0,00026 \ -0,00026 \ -0,14512 \ -0,00000]^t$$

$$\alpha = 1,00001 \text{ (Armijo)} \rightarrow \Phi(\alpha) = 2668,2024$$

⁴ O ponto inicial xk , na fase RP, utiliza o mesmo resultado xk da iteração dual anterior.

$$xk^{(3)} = [525 \ 525 \ 525 \ 525 \ 2100 \ 478,68801 \ 3541,88015 \ 3540,55491 \\ 2578,68801 \ 2674,63601]^t$$

$$opt_test = 0,02898$$

Iteração 4:

$$p^{(4)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0,72486 \ -0,0013 \ -0,0013 \ -0,72486 \ -0,00001]^t$$

$$\alpha = 19,52558 \text{ (Armijo)} \rightarrow \Phi(\alpha) = 2667,42154$$

$$xk^{(4)} = [525 \ 525 \ 525 \ 525 \ 2100 \ 464,53463 \ 3541,90561 \ 3540,52941 \\ 2564,53463 \ 2674,63590]^t$$

$$opt_test = 0,10264$$

Iteração 5:

$$p^{(5)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -3,27718 \ 0,00589 \ -0,00590 \ -3,27718 \ -0,00003]^t$$

$$\alpha = 1 \text{ (Armijo)} \rightarrow \Phi(\alpha) = 2667,25194$$

$$xk^{(5)} = [525 \ 525 \ 525 \ 525 \ 2100 \ 461,25746 \ 3541,91150 \ 3540,52351 \\ 2561,25746 \ 2674,63587]^t$$

$$opt_test = 0,02556$$

Iteração 6:

$$p^{(6)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -15,98344 \ 0,02875 \ -0,02879 \ -15,98344 \ -0,000122]^t$$

$$\alpha = 1 \text{ (Wolfe)} \rightarrow \Phi(\alpha) = 2666,48526$$

$$xk^{(6)} = [525 \ 525 \ 525 \ 525 \ 2100 \ 445,27402 \ 3541,94025 \ 3540,49472 \\ 2545,27402 \ 2674,63575]^t$$

$$opt_test = 0,02242$$

Iteração 7:

$$p^{(7)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -70,08845 \ 0,12606 \ -0,12626 \ -70,08845 \ -0,00054]^t$$

$$\alpha = 1 \text{ (Wolfe)} \rightarrow \Phi(\alpha) = 2664,31434$$

$$xk^{(7)} = [525 \ 525 \ 525 \ 525 \ 2100 \ 375,18557 \ 3542,06631 \ 3540,36846 \\ 2475,18557 \ 2674,63521]^t$$

$$opt_test = 0,00863$$

Iteração 8:

$$p^{(8)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -43,12928 \ 0,07758 \ -0,07768 \ -43,12928 \ -0,00035]^t$$

$$\alpha = 1 \text{ (Wolfe)} \rightarrow \Phi(\alpha) = 2663,94895$$

$$xk^{(8)} = [525 \ 525 \ 525 \ 525 \ 2100 \ 332,05629 \ 3542,14389 \ 3540,29078 \\ 2432,05629 \ 2674,63486]^t$$

$$opt_test = 0,00178$$

Iteração 9:

$$p^{(9)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0,37649 \ -0,00070 \ 0,00066 \ 0,37649 \ 0,00005]^t$$

$$\alpha = 1 \text{ (Wolfe)} \rightarrow \Phi(\alpha) = 2663,94892$$

$$xk^{(9)} = [525 \ 525 \ 525 \ 525 \ 2100 \ 332,43277 \ 3542,14319 \ 3540,29143 \ 2432,43277 \ 2674,63492]^t$$

$$opt_test = 0,00012$$

Iteração 10:

$$p^{(9)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0,00111 \ 0,00005 \ 0,00005 \ -0,00111 \ -0,00012]^t$$

$$\alpha = 0$$

O valor encontrado $\alpha=0$ é devido ao fato de que na segunda etapa da busca linear de Wolfe, os valores da função em α^{lo} e α^{hi} são, aproximadamente, iguais. Conforme comentado no início do Apêndice, a busca linear é encerrada com solução igual à $xk^{(9)}$.

APÊNDICE V - ALTERAÇÕES NOS PARÂMETROS DA PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA SEQUENCIAL

No desenvolvimento da PQS, diversos testes relacionados aos valores de tolerâncias para evitar possíveis problemas numéricos, aos parâmetros de busca linear e às formas de atualizar a hessiana foram efetuados. Este apêndice tem como objetivo ilustrar duas simples alterações na PQS e observar as conseqüentes alterações na solução encontrada para o problema da PDO. Vale ressaltar que essas modificações não foram incorporadas, pois os resultados não foram considerados satisfatórios.

As duas alterações se resumem da seguinte forma: na primeira adiciona-se uma condição de parada na primeira etapa da busca linear de Wolfe e na segunda aproveitam-se, para o mesmo reservatório, as informações da matriz hessiana utilizada no estágio anterior.

AV.1 CONDIÇÃO DE PARADA NA PRIMEIRA ETAPA DA BUSCA LINEAR DE WOLFE

Durante o processo iterativo da PQS, por inúmeras vezes, o valor de passo α encontrado na busca linear de Wolfe é aproximadamente ou igual a 1. O motivo, na maioria das vezes, é que o valor calculado de α^{max} é muito próximo de 1. Quando isso ocorre, em muitas vezes, a convergência do algoritmo de Wolfe é encerrado pela quantidade de iterações máxima estipulada.

No sentido de encerrar o algoritmo de Wolfe antes de ocorrerem todas as iterações, uma condição de parada foi analisada considerando uma tolerância de 10^{-5} relacionada ao valor de α^{max} ser igual a 1. Os principais resultados da inclusão dessas restrições podem ser observados na Tabela A.1.

Tabela A.1: Principais resultados duais da fase RL e RP - tolerância de 10^{-5} .

Cenário Base	Fase RL	
f_{RL} [R\$]	4.208.671.305.092,805	
$iter$	1.000	
t [s]	571,719	
$ sg $	37,566,683	
	PPA	GS
f_{OP} [R\$]	4.208.674.132.762,326	4.208.673.430.623,523
$iter$	2.399	183
t [s]	573,297	41,312
$ g $	49,990	49,963

Comparando os resultados obtidos para o cenário base, apresentados nas Tabela 5.7, Tabela 5.8 e Tabela 5.9 com a Tabela A.1, observa-se que tanto o valor encontrado de função dual como o valor de inviabilidade $|sg|$, na fase RL, é maior do que o obtido na Tabela 5.7. Em relação à fase RP, a qualidade da solução encontrada com o critério de parada adicionado é inferior, visto que os custos de operação, para os dois métodos, são superiores aos indicados nas Tabela 5.8 e Tabela 5.9. Outras observações referem-se a um aumento do montante gerado pelas termelétricas durante o horizonte de estudo e a conseqüente diminuição da geração hidrelétrica. No entanto, o custo futuro associado à água é maior, pois mesmo utilizando-se de uma menor geração hidrelétrica, o volume armazenado nos reservatórios ao final do horizonte, também, permanecem menores.

AV.2 UTILIZAÇÃO DA HESSIANA DO ESTÁGIO ANTERIOR

O intuito de se utilizar a hessiana do problema do estágio anterior é acelerar o processo de convergência da PQS. O critério adotado foi o seguinte, a utilização da hessiana anterior somente aconteceria na fase RP¹, para problemas envolvendo o mesmo reservatório e com a mesma dimensão de variáveis.

¹ Foi testado utilizar a hessiana anterior na fase RL, mas a solução tornava-se pior com diversas ocorrências de derivada direcional positiva.

A Tabela A.2 ilustra os principais resultados obtidos da fase RP, utilizando a hessiana do estágio anterior, lembrando que a fase RL permaneceu inalterada.

Tabela A.2: Principais resultados duais da fase RP - Hessiana anterior.

Cenário Base	PPA	GS
f_{OP} [R\$]	4.208.672.318.938,879	4.208.673.108.002,868
<i>Iter</i>	1.948	186
t [s]	459,625	49,125
$ g $	49,960	49,783

Os resultados observados na Tabela A.2 são muito semelhantes aos obtidos nas Tabela 5.8 e Tabela 5.9, com uma pequena melhora relacionado aos valores de f_{OP} . No entanto, ocorreram diversos casos de derivada direcional positiva, como ilustrado no APÊNDICE IV, para os dois métodos.

Em relação à solução primal, a principal diferença está relacionada ao despacho das unidades, em que para um grupo de unidades idênticas as mesmas são despachadas diferentemente, como pode ser observado na Figura A.4.

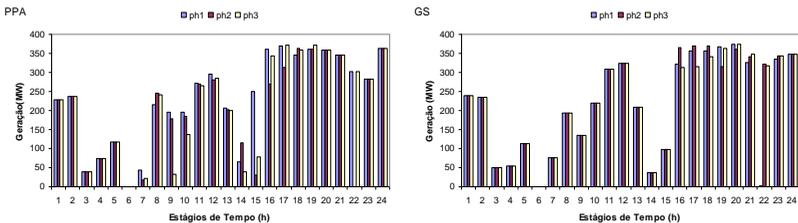


Figura A.4:Geração das unidades de H_1 - Hessiana anterior.

A diferença de geração entre as unidades ocorre devido às informações de uma matriz hessiana utilizada em um problema com características diferentes. Desta forma, o problema de PQ da PQS pode fornecer uma direção de descida com informações diferentes para as unidades, acarretando em uma solução com níveis distintos de geração.

A princípio o não aproveitamento da hessiana no processo iterativo da PQS é mais aceitável. Com a inclusão da modelagem

das variáveis inteiras e das zonas proibidas das unidades no problema da PDO; e, conseqüentemente, cada unidade possuindo um multiplicador de Lagrange associado à mesma, o aproveitamento das informações da hessiana utilizada em um estágio anterior pode ser analisado novamente.

APÊNDICE VI – COMPORTAMENTO DAS GERAÇÕES TERMELÉTRICAS E HIDRELÉTRICAS AO LONGO DO PROCESSO ITERATIVO DA FASE RP

A convergência da fase RP está associada a algumas heurísticas, que foram ilustradas na seção 4.3.2. O objetivo deste apêndice é ilustrar o comportamento da geração termelétrica e hidrelétrica no processo de convergência.

Os resultados ilustrados referem-se ao estágio 28h do Caso base apresentado na seção 6.3.2. As figuras A.5 e A.6 ilustram o comportamento das gerações termelétricas e hidrelétricas, respectivamente. Em todas as figuras estão apresentadas as variáveis originais (pt ou PH), as variáveis artificiais (pta ou PHa) e a média entre as mesmas (c_pt ou c_PH).

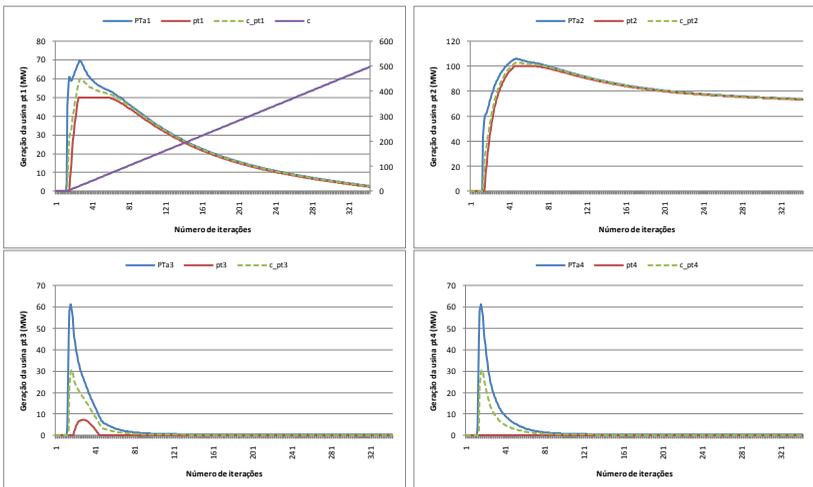


Figura A.5: Comportamento das gerações termelétricas, para $t=28$, do Caso base.

Na primeira figura (à esquerda, no canto superior) da Figura A.5, além do comportamento da geração da usina T₁ (pt e PTa)

existe o comportamento do parâmetro de penalidade c . Pode-se observar que o perfil das gerações de todas as usinas é alterado quando o valor de c aumenta ($c=c+\beta$)¹. A diferença é significativa, pois o β adotado é 1,5 e o parâmetro de penalidade c estava sendo atualizado por $c=cx\beta$, como foi apresentado em (4.24). A partir, dessa alteração, c é maior que 1 e tem seu valor aumentado de forma linear, forçando a viabilidade da solução para a média k (centro de massa).

Pode-se observar que ao final da fase RP, somente a termelétrica T_2 está sendo despachada, enquanto todas as outras usinas estão com suas gerações zeradas.

Na Figura A.6 estão ilustradas a evolução do comportamento de todas as usinas hidrelétricas, no estágio 28h, do Caso base. É importante lembrar que o valor de c é único para todas as variáveis relaxadas, como pode ser observado no problema apresentado em (4.16).

Neste sentido, pode-se observar que o comportamento das gerações hidrelétricas também sofre uma alteração mais brusca, quando o parâmetro de penalidade tem seu valor aumentado significativamente. Nesse processo de convergência das variáveis originais e artificiais, vale ressaltar que esses valores convergidos atendem além da demanda do sistema, todas as restrições do problema da PDO.

¹ Essa alteração ocorre, aproximadamente, na 14^o iteração.

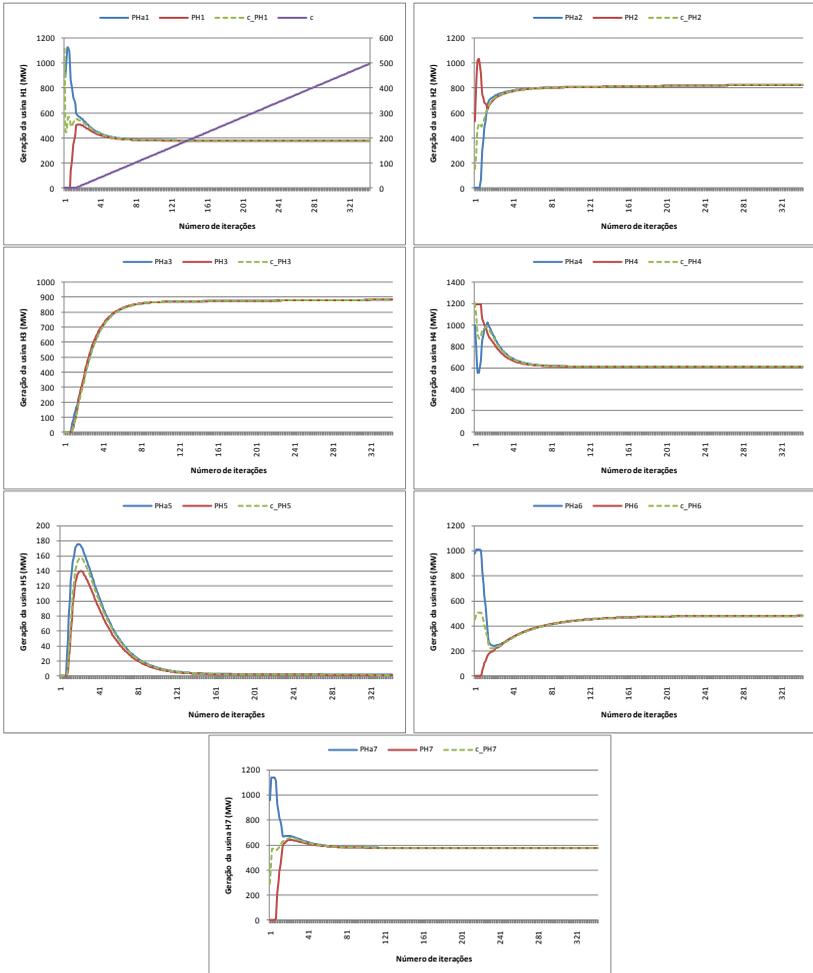


Figura A.6: Comportamento das gerações Hidrelétricas, para $t=28$, do Caso base.

Na Figura A.6 (à esquerda, no canto superior), pode-se perceber que as gerações, PHa e PH , de H_1 no primeiro estágio, são, aproximadamente, iguais a 900MW e 0MW. Ao final da fase RL, o valor convergido para as gerações de H_1 é igual a, aproximadamente, 400MW. A Figura A.7 ilustra o comportamento da geração das três unidades hidrelétricas de H_1 .

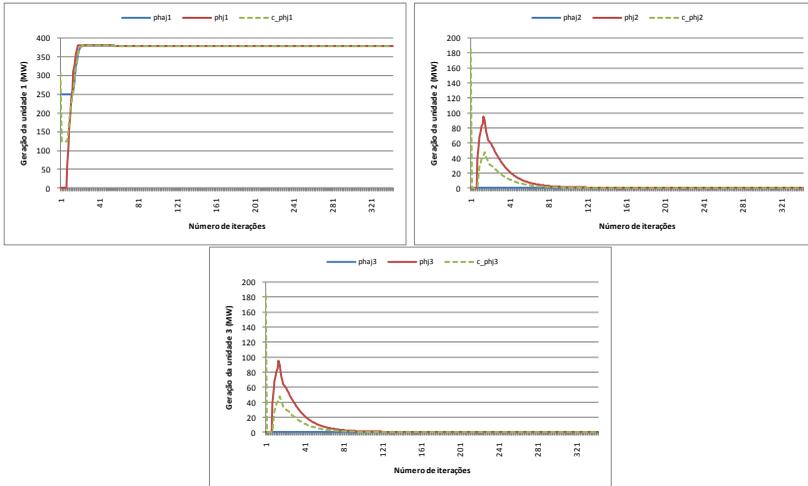


Figura A.7: Comportamento das gerações das unidades hidrelétricas de H_1 , para $t=28$, do Caso base.

Pode-se observar na Figura A.7, que o comportamento das unidades hidrelétricas é diferente ao final do processo iterativo e que somente a unidade 1 está ligada.

APÊNDICE VII - ALTERAÇÃO NA SEQUÊNCIA DE SOLUÇÃO DOS SUBPROBLEMAS - MÉTODO HÍBRIDO

O objetivo dessa análise é observar o comportamento do método híbrido alterando a sequência de solução dos subproblemas. A nova sequência arbitrada é ilustrada na Figura A.8.

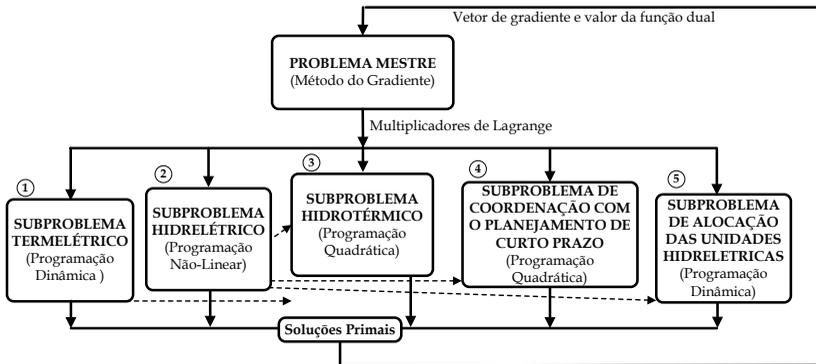


Figura A.8: Nova sequência arbitrada para atualização das constantes k .

A alteração efetuada consiste em solucionar o Subproblema de Coordenação com o Planejamento de Curto Prazo e o subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas após a solução do Subproblema Hidrelétrico.

A Tabela A.3 ilustra os resultados obtidos para o cenário base, para a nova sequência arbitrada.

Tabela A.3: Resultados duais para a fase RP - Nova sequência de solução dos subproblemas.

Última solução da RL	Método Híbrido Nova sequência	Método Híbrido
α [R\$]	62.984.124,61	62.984.624,08
f_{CT} [R\$]	1.737.648,10	1.782.667,48
f_{OP} [R\$]	64.721.772,71	64.767.291,56
<i>iter</i>	226	238
<i>t</i> [min]	2,25	2,37
$ g $	326,56	325,99

Como observado na Tabela A.3 é possível encontrar uma solução com menor custo de operação em um tempo computacional menor, com alterações na atualização das constantes dos termos quadráticos. Esses resultados indicam que a solução do método híbrido é sensível às alterações na sequência de solução dos subproblemas, de maneira semelhante ao comentado sobre o método GS em 5.4.3.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVES, W. F. *Proposição de Sistemas-Teste para Análise Computacional de Sistemas de Potência*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro, Brasil, Agosto, 2007.
- AMINIFAR, F.; FOTUHI-FIRUZABAD, M.; SHAHIDEHPOUR, M. Unit Commitment With Probabilistic Spinning Reserve and Interruptible Load Considerations, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 24, n. 1, February, 2009.
- ARCE, A.; OHISHI, T.; SOARES, S. Optimal Dispatch of Generating Units of the Itaipú Hydroelectric Plant, *IEEE Transactions on Power Systems*, v.17, n. 1, February, 2002.
- ARROYO, J. M.; CONEJO, A. J. Modeling of Start-Up and Shut-Down Power Trajectories of Thermal Units, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 3, p. 1562-1568, August, 2004.
- AZEVEDO FILHO, J. M. *Imperativos da Descentralização e Coordenação da Operação Energética no Âmbito da Reforma Institucional do Setor Elétrico Brasileiro*, Dissertação (Mestrado em Energia Elétrica) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - Brasil, 2000.
- BABONNEAU, F.; BELTRAN, C.; HAURIE, A. *et al.*, Proximal-ACCPM: a versatile oracle based optimization method, *In Optimisation, Econometric and Financial Analysis, vol. 9 of Advances in Computational Management Science*, 2006.
- BATUT, J.; RENAUD, A. Daily Generation Scheduling Optimization with Transmission Constraints: A New Class of Algorithms, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n. 3, p. 982-989, August, 1992.
- BAZARAA, M. S.; SHETTY, C. M. *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*, v. 1, John Wiley & Sons, New York, 1979.
- BELLMAN, R. *Dynamic Programming*, Princeton, N. J., Princeton University Press, 1957.

- BELLONI, A.; LIMA, A. L. D. S.; MACEIRA, M. E. P. *et al.* Bundle Relaxation and Primal Recovery in Unit Commitment Problems. The Brazilian Case. *Annals of Operations Research*, v. 120, p. 21-44, Volume on OR models for Energy Policy, Planning and Management, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 2003.
- BELTRAN, C.; HEREDIA, F. J. Short-Term Hydrothermal Coordination by Augmented Lagrange Relaxation: a New Multiplier Updating, *Investigación Operativa*, v. 8, p. 63-76, 1999.
- BELTRAN, C.; HEREDIA, F. J. Unit Commitment by Augmented Lagrangian Relaxation: Testing Two Decomposition Approaches, *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 112, n. 2, p. 295-314, February, 2002.
- BENDERS, J. F. Partitioning Procedures for Solving Mixed Variables Programming Problems, *Numerische Mathematik*, n. 4, p. 238-525, 1962.
- BERTSEKAS, D. P. Nonlinear Programming, *Athena Scientific*, 2nd Edition, Belmont, MA, 1999.
- BOGGS, P. T.; TOLLE, J. W. *Sequential Quadratic Programming*, Acta Numerica, p. 1-51, 1996.
- BORGHETTI, A.; FRANGIONI, A.; LACALANDRA, F. *et al.* Lagrangian Heuristics Based on Disaggregated Bundle Methods for Hydrothermal Unit Commitment, *IEEE Transactions on Power Systems*, v.18, n. 1, February, 2003.
- BORGUETTI, A.; AMBROSIO, C.; LODI, A. *et al.* An MILP Approach for Short-Term Hydro Scheduling and Unit Commitment With Head-Dependent Reservoir, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 3, August, 2008.
- CARRIÓN, M.; ARROYO, J. M. A Computationally Efficient Mixed-Integer Linear Formulation for the Thermal Unit Commitment Problem, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 3, p. 1371-1378, August, 2006.
- CASAS, E.; POLA, C. *PLCBAS User's Guide Version 2.1.*, Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación, Universidad de Cantabria, 2002.
- CATALÃO, J. P. S.; MARIANO, S. J. P. S.; MENDES, V. M. F. *et al.* Scheduling of Head-Sensitive cascaded Hydro Systems: A

- Nonlinear Approach, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 24, n. 1, February, 2009.
- CATALÃO, J. P. S.; POUSINHO, H. M. I.; MENDES, V. M. F. Scheduling of head-dependent cascaded reservoirs considering discharge ramping constraints and start/stop of units, *Electrical Power and Energy Systems*, p. 904-910, 2010.
- CEPEL. Manual de Referência - Modelo NEWAVE, Rio de Janeiro, RJ, 2001.
- _____. Manual de Referência, Modelo DECOMP, Rio de Janeiro, RJ, 2003.
- COHEN, G. Auxiliary Problem Principle and Decomposition of Optimization Problems, *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 32, n. 3, November, 1980.
- DIAZ, G. E.; FONTANE, D. F. Hydropower Optimization Via Sequential Quadratic Programming, *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 115, n. 6, November, 1989.
- DINIZ, A. L.; SANTOS, T. N.; MACEIRA, M. E. P. Short Term Security Constrained Hydrothermal Scheduling Considering Transmission Losses, *IEEE PES Transmission and Distribution Conference and Exposition Latin America*, Venezuela, 2006.
- DINIZ, A. L. *Uma estratégia de decomposição por relaxação lagrangeana para a otimização da programação diária da operação de sistemas hidrotérmicos com modelagem detalhada da rede elétrica - aplicação ao sistema brasileiro*. Tese de Doutorado, COPPE - Programa de Engenharia de Sistemas, Rio de Janeiro - Brasil, 2007.
- DINIZ, A. L.; SAGASTIZÁBAL, C.; MACEIRA, M. E. P. Assessment of Lagrangian Relaxation with Variable Splitting for Hydrothermal Scheduling, *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, 2007a.
- DINIZ, A. L.; ESTEVES, P. P. I.; SAGASTIZÁBAL, C. A Mathematical Model for the Efficiency Curves of Hydroelectric units, *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, 2007b.
- DINIZ, A. L.; MACEIRA, M. E. P. A Four-Dimensional Model of Hydro Generation for the Short-Term Hydrothermal Dis-

- patch Problem Considering Head and Spillage Effects, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 3, August, 2008.
- DUBOST, L.; GONZALEZ, R.; LEMARÉCHAL, C. A Primal-Proximal Heuristic Applied to the Unit-Commitment Problem, *Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique*. Octobre, 2003.
- ENCINA, A. S. A.; SOARES, S.; OHISHI, T. *et al.* Unit Commitment of Hydro Dominated Systems, *International Journal of Emerging Electric Power Systems*, v. 9, iss. 4, article 4, 2008.
- FELTENMARK, S.; KIWIEL, K. C. Dual Applications of proximal bundle methods, including Lagrangian relaxation of non-convex problems, *Siam Journal of Control and Optimization*, v. 10, n. 3, p. 697-721, 2000.
- FENG, X.; LIAO, Y. Unit Commitment by Structure Based Solution and Efficient Lagrangian Relaxation, *International Journal of Emerging Electric Power Systems*, v. 11, iss. 1, article 9, 2010.
- FERREIRA, L. A. F. M.; ANDERSON, T. IMPARATO, C. F. *et al.* Short-term resource scheduling in multi-area hydrothermal power systems, *Electrical Power Energy Systems*, v. 11, n. 3, 1989.
- FINARDI, E. C. *Alocação de Unidades Geradoras Hidrelétricas em Sistemas Hidrotérmicos Utilizando Relaxação Lagrangeana e Programação Quadrática Seqüencial*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - Brasil, 2003.
- FINARDI, E. C. Relatório N° 1: Procedimentos Atuais Utilizados no Despacho Hidrotérmico, *Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL*, 2004.
- FINARDI, E. C.; SILVA, E. L.; SAGASTIZABAL, C. A. Solving the Unit Problem of Hydropower Plants Via Lagrangian Relaxation and Sequential Quadratic Programming. *Computational and Applied Mathematics*, 2004.
- FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. Unit commitment of single hydroelectric plant, *Electric Power Systems Research*, v.75, p. 116-123, 2005.

- FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. Solving the Hydro Unit Commitment Problem via Dual Decomposition and Sequential Quadratic Programming, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 2, p. 835-844, May, 2006.
- FORTUNATO, L. A. M.; ARARIPE NETO, T.A. A.; ALBURQUEQUE, J. C. R.; PEREIRA, M. V. F. *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*, Universidade Federal Fluminense, 1990.
- FREUND, R. M. Applied Lagrange Duality for Constrained Optimization, *Massachusetts Institute of Technology*, February, 2004.
- FU, Y.; SHAHIDEHPOUR, Z.; LI, Z. Long-term security-constrained unit commitment: hybrid Dantzig-Wolfe decomposition and subgradient approach, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 4, p 2093-2106, November, 2005.
- FU, Y.; SHAHIDEHPOUR, S. M.; LI, Z., AC contingency dispatch based on security-constrained unit commitment, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 2, p 897-908, May, 2006.
- GEORGE, J. A.; READ, E. G.; KERR, A. L. *et al.*, Optimal scheduling of hydro stations: an integer Programming model, *Working Paper: EMRG - WP-95-07*, Energy Model Research Group, July, 1996.
- GILL, P. E.; MURRAY, W.; WRIGHT, M. H. *Practical Optimization*, Academic Press Limited, 1981.
- GONÇALVES, R. E. C. *Análise Comparativa entre Diferentes Métodos de Otimização Estocástica na Solução do Planejamento da Operação de Curto Prazo*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - Brasil, 2007.
- GONZÁLEZ, J. G.; CASTRO, G. A. Short-term Hydro Scheduling with Cascaded and Head-Dependent reservoirs based on Mixed-Integer Linear Programming, *IEEE Porto Power Tech Conference*, September, 2001.
- GUAN, X.; LUH, P. B.; YAN, H. *et al.* An optimization-based method for unit commitment, *Electrical power and Energy Systems*, v. 14, n. 1, p. 9-17, 1992.

- GUAN, X.; NI, E.; LI, R. *et al.* An Optimization-Based for Scheduling Hydrothermal Power Systems with Cascaded and Discrete Hydro Constrains. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 4, p. 1775-1780, November 1997.
- GUAN, X.; SVOBODA, A.; LI, C. Scheduling Hydro Power with Restricted Operating Zones and Discharge Ramping Constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 1, p. 126-131, February, 1999.
- GUIGNARD, M., KIM, S., Lagrangean decomposition: a model yielding stronger lagrangean bounds, *Mathematical Programming*, v. 39, n. 2, p. 0215-0228, 1987.
- HEREDIA, F. J.; NABONA, N. Optimum short-term hydrothermal scheduling with spinning reserve through network flows, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 3, p. 1642-1651, August, 1995.
- HOSSEINI, S. H.; KHODAEI, A.; AMINIFAR, F. A Novel Straightforward Unit Commitment Method for Large-Scale Power Systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 22, n. 4, p. 2134-2143, November, 2007.
- HUANG, X. X.; YANG, X. Q. A Unified Augmented Lagrangian Approach to Duality and Exact Penalization, *Mathematics of Operations Research*, v. 28, n. 3, p. 533-553, August, 2003.
- ILOG. Ilog CPLEX 7.1 User's Manual, March 2001.
- JOHANNESSEN, A.; GJELSVIK, A.; FOSSO, O. B.; *et al.* Optimal short-term hydro scheduling including security constraints, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 2, p. 576-583, May, 1991.
- KAZARLIS, S. A.; BAKIRTZIS, A. G.; PETRIDIS, V. A Genetic Algorithm Solution to the Unit Commitment Problem, *IEEE Transaction on power Systems*, v. 11, n. 1, p. 83-92, February, 1996.
- KENNINGTON, J. L.; HELGASON, R. V. *Algorithms for Network Programming*, John Wiley & Sons, New York, 1980.
- KIWIEL, K. C. Proximity control in bundle methods for convex nondifferentiable minimization, in *Nonsmooth Optimization*, p. 151-165, Pergamon Press, 1978.
- LASDON, L. S. *Optimization Theory for Large Scale Systems*, Vol. 01. Dover, New York, 2002.

- LAU, T. W.; CHUNG, C. Y.; WONG, K. P. *et al.* Quantum-Inspired Evolutionary Algorithm Approach for Unit Commitment, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 24, n. 3, August, 2009.
- LEMARÉCHAL, C; SAGASTIZÁBAL, C. *Use of the Code N1CV2*, Tech. Rep., Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, Domaine Voluceau, Rocquencourt, B. P. 103, Le Chesnary Cedex, France, 1987
- LEMARÉCHAL, C.; PELLEGRINO, F.; RENAUD, A. *et al.*; Bundle Methods Applied to the Unit Commitment Problem, *System Modeling and Optimization*, p. 395-402, Chapman and Hall, 1996.
- LEMARÉCHAL, C.; SAGASTIZÁBAL, C. Variable metric bundle methods: from conceptual to implementable forms, *Mathematical Programming*, v. 76, p. 393-410, 1997.
- LEMARÉCHAL, C. Computational Combinatorial Optimization: Optimal or Provably Near-Optimal Solutions, *Lectures Notes in Computer Science*, v. 2241, p. 112-156, 2001.
- LEMARÉCHAL, C.; RENAUD, A. A Geometric Study of Duality Gaps, With Applications, *Mathematical Programming*, v. 90, n. 3, p. 399-427, 2001.
- LI, C.; HSU, E.; SVOBODA, A. J. *et al.* Hydro Unit Commitment in Hydro-Thermal Optimization. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 2, p. 764-769, May, 1997.
- LI, T.; SHAHIDEHPOUR, M. Price-Based Unit Commitment: A Case of Lagrangian Relaxation Versus Mixed Integer Programming, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 4, November, 2005.
- LI, T.; SHAHIDEHPOUR, M. Risk-Constrained Bidding Strategy With Stochastic Unit Commitment, *IEEE Transaction on Power Systems*, v. 22, n. 1, February, 2007a.
- LI, T.; SHAHIDEHPOUR, M. Dynamic Ramping in Unit Commitment, *IEEE Transaction on Power Systems*, v. 22, n. 3, August, 2007b.
- LOTFJOU, A.; SHAHIDEHPOUR, M.; FU, Y. *et al.* Security-Constrained Unit Commitment With AC/DC Transmission Systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 25, n. 1, February, 2010.

- MACEIRA, M. E. P.; TERRY, L. A.; COSTA, F. S. *et al.* Chain of optimization models for settings the energy dispatch and spot price in the Brazillian system, *Proceedings of the Power System Computational Conference – PSCC’02*, Sevilla, 2002.
- MACEIRA, M. E. P.; PENNA, D. J.; MELO, A. C. *et al.* Ten years of application of stochastic dual dynamic programming in official and agent studies in Brazil – description of the new-wave program, *Proceedings of the 16th Power System Computational Conference – PSCC’08*, Glasgow, 2008.
- MADRIGAL, M.; QUINTANA, V. H., An interior point/cutting plane method to solve unit commitment problems, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 3, p. 1022-1027, August, 2000.
- MARIANO, S. J. P. S.; CATALÃO, J. P. S.; MENDES, V. M. F. *et al.* Optimising power generation efficiency for head-sensitive cascaded reservoir in a competitive electricity market, *Electrical Power and Energy Systems*, v. 30, p. 125-133, 2008.
- MARTÍNEZ, M. G.; DINIZ, A. L.; SAGASTIZÁBAL, C. A Comparative Study of Two Forward Dynamic Programming Techniques for solving Local Thermal Unit Commitment Problems, *Proceedings of the 16th Power Systems Computation Conference – PSCC’08*, Glasgow, July, 2008.
- MARTÍNEZ-CRESPO, J.; USAOLA, J.; FERNÁNDEZ, J. L., Security-constrained optimal generation in large-scale Power systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 1, p. 321-332, February, 2006.
- MERLIN, A.; SANDRIN, P. A new method for unit commitment at Eletricité de France, *IEEE Transactions on Power Apparatus Systems*, v. 102, n. 5, p. 1218-1225, May, 1983.
- MEZGER, A. J.; ALMEIDA, K. C. Short term hydrothermal scheduling with bilateral transactions via bundle method, *Electrical Power and Energy Systems*, v. 29, p. 387-396, 2007.
- MÖLLER, A.; RÖMISCH, W. A Dual Method for the Unit Commitment Problem, *Humboldt-Universität Berlin, Institut für Mathematik*, Preprint Nr. 95-1, 1995.
- MONTIBELLER, F. *Aplicação do Método de Feixes ao Problema de Planejamento da Operação de Curto Prazo para Sistemas Hidro-térmicos*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) –

- Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - Brasil, 2003.
- MORÉ, J. J.; THUENTE, D. J. Line Search Algorithms with Guaranteed Suficiente Decrease, *ACM Transactions on Mathematical Software*, v. 20, n. 3, p. 286-307, September, 1994.
- NI, E.; GUAN, X. Sheduling Hydrothermal Power Systems with Cascaded and Head-Dependent Reservoirs. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 3, p.1127-1132, August, 1999.
- NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. Numerical Optimization, *Springer Series in Operations Research*, 1999.
- NOWAK, M. P.; SCHULTZ, R.; WESTPHALEN, M. A Stochastic Integer Programming Model for Incorporating Day-Ahead Trading of Electricity into Hydro-Thermal Unit Commitment, *Optimization and Engineering*, v. 6, p. 163-176, 2005.
- ONS. www.ons.org.br. Acessado em 09 de setembro de 2010.
- ORTEGA-VAZQUEZ, M. A.; KIRSCHEN, D. S. Estimating the Spinning Reserve Requirements in Systems With Significant Wind Power Generation Penetration, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 24, n. 1, February, 2009.
- PADHY, N. P. Unit Commitment - A Bibliographical Survey, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 2, p. 1196-1205, May, 2004.
- PAPAGEORGIOU, L. G.; FRAGA, E. S. A mixed integer quadratic programming formulation for the economic dispatch of generators with prohibited operating zones, *Electric Power Systems Research*, v. 77, n. 10, p. 1292-1296, August, 2007.
- PAPPALA, V. S.; ERLICH, I.; ROHRIG, K. *et al.* A Stochastic Model for the Optimal Operation of a Wind-Thermal Power System, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 24, n. 2, May, 2009.
- PHILPOTT, A. B.; CRADDOCK, M.; WATERER, H. Hydroelectric unit commitment subject to uncertain demand, *European Journal of Operational Research*, v. 125, p. 410-424, 2000.
- POWELL, M. J. D. A fast algorithm for nonlinearly constrained optimization calculations, *Numerical Analysis*, Berlin, Germany: Springer-Verlag, p. 144-157, 1978.

- REDONDO, N. J.; CONEJO, A. J. Short-Term Hydro-Thermal Coordination by Lagrangian Relaxation: Solution of The Dual Problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 1, p. 89-95, February, 1999.
- RIBAS, F. A. C. Otimização da Geração de Energia em Centrais Hidrelétricas, *Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica – SNPTEE*, 2003.
- RODRIGUES, R. N.; FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. Alocação de Unidades Hidrelétricas no Problema da Programação da Operação Energética Utilizando Relaxação Lagrangeana e Lagrangeano Aumentado, *SBA: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automática*, v. 17, n. 2, p. 155-167, 2006.
- RODRIGUES, R. N.; SILVA, E. L.; FINARDI, E. C. Solving The Hydrothermal Unit Commitment Problem via Lagrangian Relaxation and Augmented Lagrangian, *16th Power Systems Computational Conference*, Glasgow, 2008.
- RODRIGUES, R. N. Um Modelo para a Programação da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Baseado em Relaxação Lagrangeana, Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - Brasil, 2009.
- RUZIC, S.; RAJAKOVIC, N.; VUCKOVIC, A. A Flexible Approach To Short-Term Hydro-Thermal Coordination. Part I: Problem Formulation And General Solution Procedure, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 3, August, 1996a.
- _____. A Flexible Approach To Short-Term Hydro-Thermal Coordination. Part II: Dual Problem Solution Procedure, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 3, August, 1996b.
- SABER, A. Y.; SENJYU, T. MIYAGI, T; *et al.* Fuzzy Unit Commitment Scheduling Using Absolutely Stochastic Simulated Annealing, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 2, p. 955-964, May, 2006.
- SALAM, Md. S.; NOR, K. M.; HAMDAM, A. R. Hydrothermal Scheduling Based Lagrangian Relaxation Approach To Hydrothermal Coordination, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 1, February, 1998.

- SANTOS, M. L. L.; SILVA, E. L.; FINARDI, E. C., GONÇALVES, R. E. C. Solving the Short Term Operating Planning Problem of HydroThermal Systems by Using the Progressive Hedging Method, *14th PSCC*, Glasgow, Scotland, July, 2008.
- SEKI, T.; YAMASHITA, N.; KAWAMOTO, K. New Local Search Methods for Improving the Lagrangian-Relaxation-Based Unit Commitment Solution, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 25, n. 1, February, 2010.
- SHAW, J. J.; BERTSEKAS, D. P. Optimal Scheduling of Large Hydrothermal Power Systems, *IEEE Transactions on Power Apparatus Systems*, v. 104, n. 2, p. 286-293, February, 1985.
- SHEBLE, G. B.; FAHD, G. N. Unit Commitment Literature Synopsis, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 1, p. 128-135, February, 1994.
- SIAHKALI, H.; VAKILIAN, M. Stochastic Unit Commitment of Wind Farms Integrated in Power System, *Electric Power Systems Research*, p, 1006-1017, 2010.
- SIFUENTES, W.; VARGAS, A. Short-Term hydrothermal coordination considering an AC network modeling, *Electrical Power and Energy Systems*, v. 29, p. 488-496, 2007.
- SILVA, E. L. *Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica*. Editora Sagra Luzzatto, Porto Alegre, RS, 2001.
- SIMOPOULOS, D. N.; KAVATZA, S. D.; VOURNAS, C. D. Reliability Constrained Unit Commitment Using Simulated Annealing, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 4, p. 1699-1706, November, 2006.
- SOARES, S.; SALMAZO, C. T. Minimum loss predispatch model for hydroelectric Power system, *IEEE Transaction Power Systems*, v. 12, n. 3, p. 1220-1228, August, 1997.
- SOUZA, Z. *Centrais Hidro e Termelétricas*, Editora Blucher, São Paulo, 1983.
- TAKIGAWA, F. Y. K. *Análise Comparativa de Diferentes Estratégias de Decomposição do Problema da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Base na Relaxação Lagrangeana*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - Brasil, 2006.

- VENKATESH, B.; YU, P.; GOOI, H. B. *et al.* Fuzzy MILP Unit Commitment Incorporating Wind Generators, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 4, November, 2008.
- WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F. Power Generation Operation and Control, *John Wiley & Sons, Inc.* EUA, 1984.
- WOLSEY, L. A. *Integer Programming*, John Wiley & Sons, Inc., 1998.
- YAN, H.; LUH, P. B.; ZHANG, L. Scheduling of Hydrothermal Power Systems Using the Augmented Lagrangian Decomposition and Coordination Technique, *Proceedings of the American Control Conference*, Baltimore, MA, June, 1994.
- ZHAI, Q.; GUAN, X.; CUI, J. Unit Commitment With Identical Units: Successive Subproblem Solving Method Based on Lagrangian Relaxation, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 4, November, 2002.
- ZHOU, Y. Y.; YANG, X. Q. Augmented Lagrangian Function, Non-quadratic Growth Condition and Exact Penalization, *Operations Research Letters*, v. 34, n. 2, p. 127-134, March, 2006.
- ZHUANG, F.; GALIANA, F. D. Towards a More Rigorous and Practical Unit Commitment by Lagrangian Relaxation, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 2, p. 763-773, May, 1988.