

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO SÓCIO-ECONÔMICO  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

**JAQUESON KINGESKI GALIMBERTI**

**PREVISIBILIDADE DOS RETORNOS AÇIONÁRIOS:  
AVALIANDO O DESEMPENHO DE UM SISTEMA  
CLASSIFICADOR COM APRENDIZAGEM BASEADA EM  
ALGORITMOS GENÉTICOS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**FLORIANÓPOLIS  
MAIO – 2010**



**JAQUESON KINGESKI GALIMBERTI**

**PREVISIBILIDADE DOS RETORNOS ACIONÁRIOS:  
AVALIANDO O DESEMPENHO DE UM SISTEMA  
CLASSIFICADOR COM APRENDIZAGEM BASEADA EM  
ALGORITMOS GENÉTICOS**

**Dissertação apresentada ao  
Programa de Pós-Graduação em  
Economia da Universidade Federal  
de Santa Catarina como requisito  
parcial para obtenção do grau de  
Mestre em Ciências Econômicas**

**Orientador: Prof. Eraldo Sergio  
da Silva, Dr.**

**FLORIANÓPOLIS  
MAIO – 2010**

Catálogo na fonte pela Biblioteca Universitária da  
Universidade Federal de Santa Catarina.

G158p

Galimberti, Jaqueson Kingeski

Previsibilidade dos retornos acionários [dissertação]:  
avaliando o desempenho de um sistema classificador com  
aprendizagem baseada em algoritmos genéticos / Jaqueson  
Kingeski Galimberti ; orientador, Eraldo Sergio Barbosa da  
Silva. - Florianópolis, SC, 2010.

108 p.: il., grafs., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro Sócio-Econômico. Programa de Pós-  
Graduação em Economia.

Inclui referências

1. Economia. 2. Algoritmos genéticos. I. Silva, Eraldo  
Sergio Barbosa da. II. Universidade Federal de Santa Catarina.  
Programa de Pós-Graduação em Economia. III. Título.

CDU 33

**JAQUESON KINGESKI GALIMBERTI**

**PREVISIBILIDADE DOS RETORNOS ACIONÁRIOS:  
AVALIANDO O DESEMPENHO DE UM SISTEMA  
CLASSIFICADOR COM APRENDIZAGEM BASEADA EM  
ALGORITMOS GENÉTICOS**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Economia e aprovada, em sua forma final, pelo Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal de Santa Catarina.

---

Prof. Dr. Hoyêdo Nunes Lins  
Coordenador

Apresentada à Comissão Examinadora integrada pelos professores:

---

Prof. Dr. Eraldo Sergio da Silva  
Orientador

---

Prof. Dr. Jaylson Jair da Silveira  
Examinador interno

---

Prof. Dr. Leandro dos Santos Coelho  
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PPGEPS/PUCPR



## DEDICATÓRIA

---

Dedico este trabalho à minhas queridas Joyce e Sofia,  
esposa e filha, que não somente presenciaram o  
desenvolvimento do mesmo, como me forneceram o apoio e  
motivação necessários ao intento.

*“Entia non sunt multiplicanda praeter necessitatem.”*  
William of Ockham

*“Everything should be made as simple as possible,  
but no simpler.”*  
Albert Einstein



## AGRADECIMENTOS

---

Agradeço sobretudo ao meu orientador, Prof. Sergio, pela motivação e apoio na exploração dos caminhos do conhecimento das mais diversas naturezas. Ainda neste âmbito, agradeço aos professores componentes do corpo docente do programa de Pós-graduação em Economia da UFSC, salientando-se dentre estes aqueles com os quais tive maior oportunidade de contato no decorrer dos trabalhos que desenvolvi neste programa, quais sejam, Prof. Newton da Costa Jr., Prof. Fernando Seabra, Prof. Celso Weydmann e Prof. Roberto Meurer.

Agradeço também aos comentários e sugestões oferecidos pelos professores componentes da banca examinadora: Prof. Leandro Coelho, Prof. Jaylson da Silveira e Prof. Maurício Nunes.

Agradeço a secretaria e coordenação do curso, especialmente à Evelise, pelos diversos auxílios e aconselhamentos prestados, e que certamente extravasaram suas atribuições.

Agradeço a todos os colegas sobreviventes e não-sobreviventes da turma de 2008/09 do mestrado em Economia ao qual apresento este trabalho, assim como aos diversos outros colegas de turmas anteriores e seguintes do mesmo curso, bem como dos programas de mestrado e doutorado em administração, com os quais tive a felicidade de interagir.

Por fim, agradeço aos meus familiares e entes mais queridos que sempre estiveram presentes em apoio as decisões que me trouxeram até aqui.

Reconheço ainda o apoio financeiro concedido pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) através de bolsa de estudos no âmbito do programa de Reestruturação e Expansão das Universidades Federais (REUNI).



## RESUMO

---

Sistema classificador é um sistema adaptativo que modela seu ambiente baseando-se em um conjunto de regras competidoras entre si. A adaptação destas regras requer a utilização de técnicas da computação evolucionária, tarefa usualmente atribuída a algoritmos genéticos. Estes últimos constituem uma classe de técnicas de busca, adaptação, e otimização, baseadas nos princípios Darwinianos da evolução natural. Tais algoritmos têm recebido ênfase como representativos do modelo de formação de expectativas na recente literatura em finanças baseadas em agentes computacionais. Este estudo propõe uma avaliação do desempenho preditivo deste tipo de algoritmo computacional na previsão dos retornos de uma ação do mercado acionário brasileiro, comparando-o com dois algoritmos computacionalmente mais simples, um baseado em regressões recursivas, e o outro no modelo de passeio aleatório. Avanços na formulação de sistemas classificadores são propostos no sentido de endogeneização de alguns de seus parâmetros ligados ao algoritmo de aprendizagem.

Os resultados indicaram que o sistema classificador não foi capaz de superar o desempenho preditivo dos algoritmos mais simples, tendo apresentado médias de erros de previsão ao quadrado aproximadamente 29% maiores àquelas apresentadas pelo algoritmo de regressões recursivas, e 13% maiores àquelas apresentadas pelo algoritmo de passeio aleatório. Os resultados evidenciaram ainda a existência de um *trade-off* entre incerteza e precisão na aplicação do sistema classificador, um aspecto até então negligenciado na literatura. Adicionalmente, as formulações foram analisadas em relação às especificações utilizadas para a construção das previsões, permitindo assim a obtenção de robustez nas conclusões derivadas.

Conclui-se que assim como algoritmos evolucionários são construídos sob um argumento de sobrevivência do mais apto, os resultados demonstraram que a implementação computacional de um destes algoritmos não sobreviveria como a mais apta no contexto preditivo de retornos acionários.

*Palavras-chave:* previsão de retornos acionários, algoritmos genéticos, sistemas classificadores com aprendizagem, modelagem indutiva das expectativas.

*Classificação JEL:* C63, D83, D84, G17.



## ABSTRACT

---

Classifier system is an adaptive system that shapes its environment based on a set of competing rules. The adaptation of these rules requires the use of evolutionary computation techniques, a task usually ascribed to genetic algorithms. This latter represents a class of techniques for search, adaptation, and optimization based on Darwinian principles of natural evolution. Such algorithms have been recently favored in the growing literature on agent-based computational finance as a suitable model of expectations formation. This study assesses the performance of such algorithms in forecasting actual stock return data from Brazilian stock market by comparing them with two simpler benchmark ones, a recursive regressions approach and a random walk. The learning classifier system algorithm is further developed internalizing the determination of some of its learning algorithm's parameters.

It is found that the genetic-based learning classifier system algorithm cannot beat the simpler ones, presenting mean squared prediction errors about 29% greater than those presented by the recursive regressions algorithm, and 13% greater than those presented by the random walk algorithm. The results also showed the existence of a trade-off between uncertainty and accuracy in applying the classifier system, an issue that has been neglected in the recent literature. Moreover, the formulations were analyzed in relation to the forecasting specifications used to construct the forecasts, allowing the drawing of robust conclusions.

It follows that as evolutionary algorithms are built on a basis of survival of the fittest, the results showed that a computational implementation of this kind of algorithm would not survive as the fittest in the stock returns predictive context.

*Keywords:* stock returns forecasting, genetic-based learning classifier system algorithms, genetic algorithms, inductive expectations modeling.

*JEL Classification:* C63, D83, D84, G17.



## SUMÁRIO

---

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	1
<b>2. ALGORITMOS DE PREVISÃO</b>	5
2.1. SISTEMAS CLASSIFICADORES COM APRENDIZAGEM BASEADA EM ALGORITMOS GENÉTICOS	5
2.1.1. Codificação da Informação de Entrada	8
2.1.2. Construção das Previsões e Sistema de Avaliação	8
2.1.3. Adaptação: Formulação do Algoritmo Genético	11
2.2. ALGORITMOS PREVISORES DE REFERÊNCIA	21
2.2.1. Regressões Lineares Recursivas	21
2.2.2. Passeio Aleatório	23
<b>3. DADOS, CALIBRAGEM E AVALIAÇÃO DAS INFORMAÇÕES CONDICIONANTES</b>	25
3.1. DADOS: DEFINIÇÕES, AMOSTRA E FONTES	25
3.2. CALIBRAGEM DO SISTEMA CLASSIFICADOR	33
3.3. AVALIAÇÃO DO CONTEÚDO PREDITIVO DAS INFORMAÇÕES CONDICIONANTES	41
<b>4. AVALIAÇÃO COMPARATIVA DAS PREVISÕES</b>	51
4.1. ANÁLISE DA DINÂMICA DO DESEMPENHO PREDITIVO	51
4.2. TESTES INDIVIDUAIS DO DESEMPENHO PREDITIVO	58
4.2.1 Teste F	58
4.2.2. Taxa de Acertos na Previsão de Sinais	60
4.3. TESTES PAREADOS DO DESEMPENHO PREDITIVO	62
4.3.1. Razão entre Médias dos Erros de Previsão ao Quadrado	62
4.3.2. Teste de Diebold e Mariano	67
4.4. ANÁLISE SUMÁRIA DOS RESULTADOS	70
<b>5. CONCLUSÕES</b>	75
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	81



## LISTA DE FIGURAS

---

- Figura 1 - Ilustração do processo de previsão do SC-AG.
- Figura 2 - Espaço de busca do operador de cruzamento para os parâmetros de previsão.
- Figura 3 - Ilustração dos indicadores de médias móveis a partir de séries temporais simuladas.
- Figura 4 - Evolução temporal das séries de dados utilizadas.
- Figura 5 - Relação entre o parâmetro  $\tau$  e o desempenho em termos de convergência do SC-AG.
- Figura 6 - Relações entre  $N$ ,  $k^*$ , e  $\tau$  com a MEPQ por previsor.
- Figura 7 - Comparativo dos parâmetros de previsão estimados recursivamente pelos modelos de regressões recursivas e SC-AG.
- Figura 8 - Comparativo do valor informativo atribuído pelos algoritmos RR e SC-AG aos *bits* condicionantes.
- Figura 9 - Evolução da frequência média de *bits* definidos pelos valores 0 ou 1 entre as regras ativas em cada período no SC-AG.
- Figura 10 - Evolução do percentual de *bits* estatisticamente significantes ao nível de 10% nas estimativas dos modelos RR.
- Figura 11 - Comparativo das médias recursivas acumuladas dos erros de previsão ao quadrado, por previsor do SC-AG.
- Figura 12 - Comparativo das médias recursivas acumuladas dos erros de previsão ao quadrado, por especificação da equação de previsão.
- Figura 13 - Comparativo das médias recursivas acumuladas dos erros de previsão ao quadrado, por algoritmo preditivo.



## LISTA DE TABELAS

---

- Tabela 1 - Exemplo do processo de correspondência/previsão.
- Tabela 2 - Previsões resultantes a partir do exemplo da Tabela 1.
- Tabela 3 - *Bits* representando estados condicionais.
- Tabela 4 - Resultados do teste de Dickey-Fuller sobre a série de preços.
- Tabela 5 - Resultados das estimativas das relações entre os parâmetros ( $N$ ,  $k^*$ ,  $\tau$ ) e o desempenho preditivo do SC-AG.
- Tabela 6 - Sumário dos valores adotados para os parâmetros do SC-AG.
- Tabela 7 - Estatísticas descritivas das séries dos erros de previsão ao quadrado fora da amostra de estimativa.
- Tabela 8 - Resultados para o teste F de precisão das previsões.
- Tabela 9 - Taxas de acertos na previsão de sinais por predictor.
- Tabela 10 - Sumário de resultados obtidos com o teste da razão de MEPQs comparando o desempenho dos três predictors do SC-AG.
- Tabela 11 - Sumário de resultados obtidos com o teste da razão de MEPQs comparando o desempenho das especificações com e sem intercepto.
- Tabela 12 - Sumário de resultados obtidos com o teste da razão de MEPQs comparando o desempenho dos três diferentes algoritmos.
- Tabela 13 - Sumário de resultados obtidos com o teste de Diebold-Mariano comparando o desempenho dos três predictors do SC-AG.
- Tabela 14 - Sumário de resultados obtidos com o teste de Diebold-Mariano comparando o desempenho das especificações com e sem intercepto.
- Tabela 15 - Sumário de resultados obtidos com o teste de Diebold-Mariano comparando o desempenho dos três diferentes algoritmos.



## LISTA DE SIGLAS

---

AG	-	Algoritmo genético.
BCB	-	Banco Central do Brasil.
CDI	-	Certificado de depósito interbancário.
DE	-	Série temporal diferença-estacionária.
Ibovespa	-	Índice da bolsa de valores de São Paulo.
IID	-	Independente e identicamente distribuídas.
IPCA	-	Índice de preços ao consumidor amplo.
IPEA	-	Instituto de Pesquisas Econômicas e Aplicadas.
MEPQ	-	Média dos erros de previsão ao quadrado.
MQO	-	Mínimos quadrados ordinários.
P-D	-	Razão preço-dividendo.
P-L	-	Razão preço-lucro.
P-VPL	-	Razão preço-valor patrimonial líquido.
PA	-	Passeio aleatório.
PGD	-	Processo gerador de dados.
RR	-	Regressões recursivas.
SC	-	Sistema classificador.
SC-AG	-	Sistema classificador com aprendizagem baseada em um algoritmo genético.
TE	-	Série temporal tendência-estacionária.
WTI	-	West Texas intermediate.



## 1. INTRODUÇÃO

---

A questão da previsibilidade dos retornos no mercado acionário há muito tem sido o foco de muitas pesquisas na literatura de finanças (LIM; BROOKS, 2010). Mais do que sua relevância prática do ponto de vista do investidor, o tópico também recebe grande atenção dos acadêmicos dada sua profunda conexão com a conhecida hipótese de eficiência do mercado (FAMA, 1970, 1991), que é o núcleo de muitos modelos de precificação de ativos (CAMPBELL, 2000). Além disso, o estudo de métodos de previsão para os retornos de ações pode ainda ter um grande impacto na questão sobre como os agentes formam suas expectativas quando inseridos em um ambiente de constantes mudanças tal qual um mercado acionário. Citando Diebold e Lopez (1996), “É óbvio que previsões são de grande importância e amplamente usadas em economia e finanças. Simplesmente, boas previsões levam a boas decisões.”

A crescente literatura em finanças computacionais baseada em agentes oferece uma visão em que os mercados financeiros são compostos a partir da interação entre grupos de agentes de racionalidade limitada e com capacidades de aprendizagem, modelando importantes aspectos destes mercados através de simulações computacionalmente orientadas de mercados artificiais. Uma das principais características desta abordagem é a modelagem explícita do processo indutivo de formação de expectativas no qual os agentes podem adaptar suas expectativas a respeito dos retornos futuros de acordo com a evolução dos estados observados do mercado. A implementação desta tarefa varia de modelo para modelo, mas as mais proeminentes fazem uso de algoritmos genéticos (LETTAU, 1997), sistemas classificadores de previsão (ARTHUR *et al.*, 1997), sistemas de lógica *fuzzy* (TAY; LINN, 2001), programação genética (CHEN; YEH, 2001), e redes neurais artificiais (BELTRATTI; MARGARITA, 1992). Para uma revisão desta literatura veja Wan *et al.* (2002) e LeBaron (2006).

Esta variedade de modelos alternativos de expectativas indutivas ilustra o crescente interesse pela modelagem da aprendizagem a partir de uma perspectiva de baixo para cima, onde as regularidades globais são resultantes de repetidas interações locais entre agentes autônomos (TESFATSION, 2002). No entanto, segundo Brenner (2006) estes modelos são construídos de forma *ad hoc* sem uma clara justificativa empírica quanto a suas diversas especificidades. A maioria dos estudos com mercados acionários artificiais tem sua empiricidade obtida a partir

dos resultados finais das simulações do modelo como um todo, tornando difícil a identificação de até que ponto as conclusões derivadas são diretamente relacionadas ao modelo de formação de expectativas adotado, ou a qualquer outro componente do modelo. Isto leva aos questionamentos: Os resultados obtidos a partir destes estudos são sensíveis à escolha do modelo de expectativas? Há a necessidade de tais algoritmos computacionalmente intensivos? Quão realistas são estes algoritmos? O foco do presente estudo direciona-se a estas duas últimas questões, propondo uma avaliação empírica do uso de um sistema classificador com aprendizagem para a predição dos retornos acionários no contexto de um mercado acionário real.

Sistema classificador com aprendizagem (HOLLAND *et al.*, 1986) é uma técnica de aprendizagem de máquina que combina aprendizagem por reforço, computação evolucionária e outras heurísticas para produzir sistemas adaptativos. Aprendizagem por reforço é a aprendizagem obtida através de tentativa e erro em tarefas com atribuição de recompensas numéricas (SUTTON; BARTO, 1998). Já as técnicas da computação evolucionária consistem em algoritmos de busca baseados nos mecanismos da seleção natural e da genética. Tais técnicas aplicam o princípio de Darwin de sobrevivência do mais apto dentre estruturas computacionais fazendo uso de operações estocásticas de mutação e recombinação genética (EIBEN; SMITH, 2003). Assim, a combinação destes componentes caracteriza o sistema classificador com aprendizagem como uma técnica computacional de busca indutiva por soluções, sendo tal indução realizada de forma adaptativa ao problema proposto.

Alguns trabalhos anteriores podem ser identificados em linhas similares ao proposto aqui. Primeiro observa-se o uso de sistemas classificadores com aprendizagem para a previsão de taxas de câmbio. Estes incluem Beltrametti *et al.* (1997) e mais recentemente de Stone e Bull (2008). Outros fornecem aplicações semelhantes no contexto de mercados acionários, tais como Mahfoud e Mani (1996), Allen e Karjalainen (1999), Liao e Chen (2001), Schulenburg e Ross (2002), Armano *et al.* (2002) e Chen *et al.* (2007). Em geral, estes estudos apresentam resultados comparativos de estratégias de investimento, em termos de lucros médios, obtidas a partir da utilização de sistemas classificadores ou algoritmos genéticos, especificamente construídos para previsão, contra modelos de referência alternativos, tais como vetores auto-regressivos, programação genética, ou redes neurais. A evidência resultante destes estudos é geralmente em favor do uso de sistemas classificadores com aprendizagem.

A partir desta discussão, este estudo objetiva propor a construção de um algoritmo computacional evolucionário para ser colocado em serviço da previsão de retornos acionários, bem como investigar o desempenho de tal algoritmo neste tipo de ambiente complexo e em constante mudança. Para isso, apresenta-se um sistema classificador com aprendizagem baseada em um algoritmo genético (SC-AG) partindo-se das construções propostas na literatura de mercados acionários artificiais, e adicionalmente propondo algumas extensões no sentido da endogeneização de alguns dos parâmetros de maior relevância do algoritmo genético relacionado à aprendizagem do sistema. Propõe-se também uma análise das propriedades de convergência das previsões derivadas do algoritmo proposto buscando com isso a identificação dos possíveis determinantes da incerteza resultante dos componentes estocásticos deste tipo de algoritmo.

Ainda em relação à literatura de mercados acionários artificiais fazendo uso desse tipo de algoritmo, inova-se na metodologia de avaliação de três formas: (1) avalia-se seu desempenho preditivo em relação a dois modelos de referência computacionalmente simplórios: um modelo de regressão linear, e um modelo de passeio aleatório; (2) a análise comparativa é realizada de forma independente de qualquer estratégia de investimento focando-se em medidas de precisão das previsões; (3) as previsões são realizadas no contexto de uma única ação/empresa ao invés de um índice do mercado acionário, evitando assim problemas de agregação das informações consideradas relevantes ao processo de formação de expectativas.

Os resultados indicam que o SC-AG proposto é superado pelo modelo alternativo mais simples com previsões baseadas no método regressivo. Em relação ao comparativo do SC-AG com o modelo de referência de passeio aleatório, os resultados indicaram que os desempenhos destes modelos não se diferenciam de forma estatisticamente significativa. Tais resultados constituem evidência desafiadora ao uso de sistemas classificadores com aprendizagem como representativos dos modelos expectationais adotados por agentes investindo em mercados acionários. Enquanto algoritmos da classe de computação evolucionária são construídos sobre o argumento de sobrevivência por aptidão, os resultados indicam que uma implementação deste tipo de algoritmo não sobreviveria como a mais apta no contexto preditivo de retornos acionários.

A análise de convergência das previsões geradas pelo algoritmo SC-AG evidenciou a existência de um *trade-off* entre a incerteza e a precisão destas previsões sendo este *trade-off* relacionado ao valor do

parâmetro determinante da ênfase dada pelo algoritmo à suas realizações passadas quando avaliando suas regras de previsão. Enquanto a confiança sobre as previsões diminuiu quando a parametrização do algoritmo de aprendizagem foi definida de modo a colocar maior ênfase em suas realizações passadas, a precisão destas previsões aumentou. Conjectura-se a partir deste resultado que, uma vez que um algoritmo de sistema classificador com aprendizagem é tomado como representativo do processo indutivo de formação de expectativas dos agentes, as decisões destes últimos em um ambiente de incertezas podem ser afetadas pelo tamanho das suas memórias, e esta ligação opera através do processo de formação de expectativas dos agentes.

A análise também permitiu a obtenção de duas conclusões adicionais. Primeiro, comparando diferentes possibilidades na construção de previsores a partir do SC-AG os resultados indicaram que previsões baseadas na população de regras disponíveis obtêm um melhor desempenho do que aquelas restritas a apenas a melhor das regras do sistema. Segundo, especificações da equação linear de previsão sem um termo de intercepto apresentaram uma maior precisão preditiva do que alternativas incluindo um intercepto.

O restante deste estudo é organizado da seguinte forma. No capítulo 2 são descritos os algoritmos formulados para previsão dos retornos futuros no mercado acionário. No capítulo 3 é apresentada uma descrição das fontes e dos métodos de construção dos dados relacionados à avaliação empírica dos algoritmos, bem como é desenvolvido o procedimento utilizado para ajuste dos parâmetros relacionados ao algoritmo SC-AG. A avaliação comparativa dos algoritmos é apresentada no capítulo 4, onde os resultados de diversos testes são apresentados e analisados. Por fim, no capítulo 5 é feita uma discussão sobre as conclusões obtidas a partir deste estudo.

## 2. ALGORITMOS DE PREVISÃO

---

Qualquer algoritmo de previsão pode ser genericamente descrito em termos de um procedimento de três estágios: entrada, processamento e saída. As variações em cada um destes estágios definem as principais diferenças entre algoritmos distintos. Pelo lado da entrada, algoritmos de previsão podem variar tanto em relação às informações necessárias e fornecidas, quanto em relação à forma em que estas informações são codificadas para alimentar a etapa de transformação destas em conteúdo de previsão. Também podem variar em relação aos métodos de processamento destas informações, onde tais cálculos são conduzidos de forma estocástica ou determinística, o que vem a ser fortemente determinante do desempenho preditivo do algoritmo em diferentes ambientes. Finalmente, algoritmos de previsão podem variar em relação a sua saída, onde alguns fornecem apenas previsões pontuais e outros apresentam uma distribuição de previsões.

Neste capítulo descrevem-se os algoritmos de previsão de retornos acionários que serão objeto de análises comparativas de precisão nos capítulos subseqüentes. Tais algoritmos compreendem um sistema classificador com aprendizagem, cuja nomenclatura foi anteriormente abreviada na sigla SC-AG e dois algoritmos de referência computacionalmente mais simples, onde o primeiro é representado por um modelo de regressão linear, e o segundo por um modelo de passeio aleatório. Cabe ressaltar que os termos modelo e algoritmo serão alternadamente utilizados no decorrer deste estudo indicando um mesmo entendimento, embora estes possam ser considerados conceitos totalmente distintos em outros contextos.

### 2.1. SISTEMAS CLASSIFICADORES COM APRENDIZAGEM BASEADA EM ALGORITMOS GENÉTICOS

Historicamente, as técnicas de classificação genética desenvolveram-se em torno de duas abordagens distintas nomeadas a partir das universidades das quais estas se originaram: a abordagem de Michigan (HOLLAND, 1986; BOOKER *et al.*, 1989) e a abordagem de Pittsburgh (SMITH, 1983; JANIKOW, 1993; DE JONG *et al.*, 1993). De acordo com Mahfoud e Mani (1996) a principal propriedade distinguindo estas duas abordagens diz respeito à representação de cada elemento da população enquanto uma única regra de classificação ou um conjunto de regras de classificação.

Na abordagem de Michigan, cada elemento da população codifica uma única regra e a população como um todo representa o conceito modelado. Já na abordagem de Pittsburgh, cada elemento da população representa um conceito completo, e o melhor elemento desta população ao final do processo de adaptação é o conceito utilizado para classificação. Assim, sob o ponto de vista da abordagem de Michigan, a abordagem de Pittsburgh processa uma população de conjuntos de regras, o que a torna computacionalmente mais demandante. Disso, opta-se aqui pela abordagem de Michigan.

Um sistema classificador (SC) é um sistema adaptativo que modela seu ambiente baseando-se em um conjunto de regras competidoras entre si. Tais regras assumem um formato bipartido contendo uma condição e uma ação, e, por isso, comumente são referidas como regras condição-ação (HOLLAND *et al.*, 1986; HOLLAND; MILLER, 1991). No contexto preditivo de mercados acionários SCs podem ser usados como algoritmos de raciocínio indutivo que hipoteticamente imitam o processo de formação das expectativas dos agentes econômicos (ARTHUR *et al.*, 1997; LEBARON *et al.*, 1999; PALMER *et al.*, 1999).

Neste enquadramento, os modelos expectacionais subjetivos dos agentes são representados por conjuntos de classificadores, cada qual sendo uma regra no formato condição-previsão. Enquanto a parte condicional determina quando cada classificador particular é ativado, de acordo com o estado corrente do mercado, a parte previsora contém uma fórmula de previsão para o retorno no período seguinte. Adicionalmente, um valor de força é atribuído a cada classificador medindo sua precisão passada, e, assim, permitindo que os classificadores ativados sejam ordenados. Por fim, de modo a ter capacidades de aprendizagem para reagir em um ambiente em constantes mudanças, um algoritmo de descoberta de regras deve ser acoplado ao SC, uma tarefa geralmente atribuída a um algoritmo genético (AG).

Muitas variantes podem ser construídas a partir desta descrição genérica de um SC para o propósito preditivo dependendo de como é especificado cada um de seus componentes, tais como: a representação lógica das condições e a codificação da informação de mercado disponível; a forma funcional da fórmula de previsão; o sistema contabilizador na avaliação das forças de cada classificador; e a formulação do algoritmo de descoberta de regras. No que tange ao SC-AG proposto neste estudo, o processo geral de previsão é ilustrado no diagrama da Figura 1, onde a seguinte rotina é conduzida a cada período:

- (1) O algoritmo genético é aplicado ao conjunto de classificadores, ou regras de previsão, iniciais do período. Conforme será detalhado, este algoritmo é construído de forma a aplicar operações genéticas endogenamente guiadas até que a população de classificadores satisfaça um conjunto de critérios de parada relacionados à convergência das previsões, o número de classificadores ativos, e um número máximo de replicações desta rotina de aprendizagem.
- (2) A partir do conjunto de regras de previsão resultante do passo anterior, um subconjunto de regras ativas é selecionado através de uma correspondência entre o estado corrente do mercado e a parte condicional de cada regra.
- (3) O retorno acionário do próximo período é previsto utilizando os parâmetros de previsão de cada regra ativa, e, havendo mais de uma regra ativa, utiliza-se de algum procedimento para agregação ou seleção daquela que representará a previsão final do SC-AG para o período em voga.
- (4) As forças das regras ativas são ajustadas de acordo com sua precisão previsora.
- (5) As regras ativas, com suas forças já ajustadas, são incorporadas aquelas que se encontravam inativas para as condições de mercado do período corrente para formar a população de regras iniciais para o próximo período de previsão, reiniciando o processo aqui descrito.

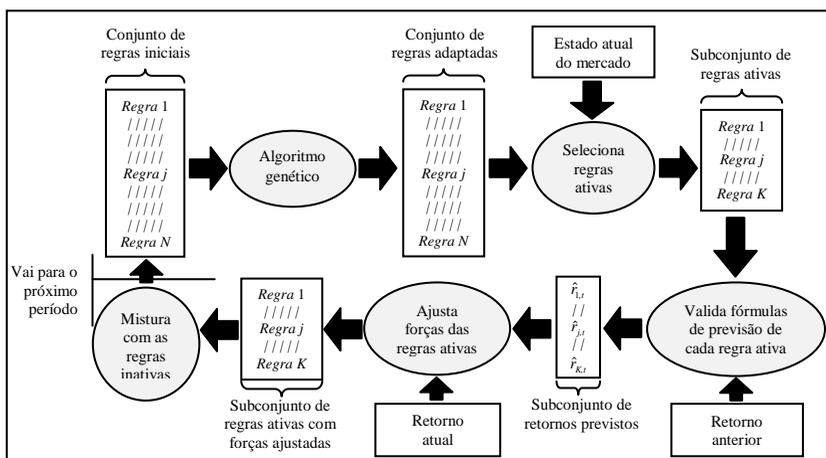


Figura 1 – Ilustração do processo de previsão do SC-AG.

### 2.1.1. Codificação da Informação de Entrada

A cada período o SC-AG pode ser representado por uma tabela consistindo de  $N$  regras condição-previsão mapeando estados do mercado em parâmetros de previsão, cada uma com seu valor de força. Os estados são codificados em cadeias binárias (*bits*) contendo  $l$  posições, cada qual assumindo valor igual a 1 ou 0 para representar uma dada condição do estado do mercado. A definição destas condições pode variar de acordo com a aplicação do algoritmo, e no caso do presente estudo será detalhada no capítulo seguinte.

Adicionalmente, os estados binários podem assumir um valor “coringa” denotado pelo caractere #. Este, por sua vez, pode estar associado a duas indicações: primeiro, na parte condicional de uma regra indica que a condição associada foi considerada irrelevante a partir da evolução das regras; segundo, na cadeia representando os estados do mercado indica que os dados necessários para a definição do referido estado do mercado estão indisponíveis.

Conforme discutido por LeBaron *et al.* (1999), embora a predefinição de um conjunto de estados binários como a informação de entrada para o algoritmo de previsão cria um tipo de ponto focal que força o algoritmo a utilizar somente aquelas informações que o pesquisador fixou previamente, a utilização do caractere coringa permite que o algoritmo selecione dinamicamente quais partes destas informações são relevantes.

Inicialmente, cada *bit* da parte condicional das  $N$  regras é definido aleatoriamente com as seguintes probabilidades: 50% para #, 25% para 1, 25% para 0. Enquanto esta inicialização tem efeitos menores sobre os resultados finais, a adoção de uma probabilidade maior para o *bit* coringa intenciona evitar um conjunto inicial de regras muito restritivo de modo a ter a maior parte delas inicialmente inativas.

### 2.1.2. Construção das Previsões e Sistema de Avaliação

A parte previsora de cada regra é representada por parâmetros de uma equação linear. Aqui, foca-se em duas possíveis especificações que terão suas contrapartidas também nos algoritmos previsores de referência: uma com intercepto (equação 1) e outra sem intercepto (equação 2). Os parâmetros destas especificações são inicialmente definidos por valores aleatoriamente gerados a partir de uma distribuição uniforme entre limites pré-definidos ( $a_{inf}$ ,  $a_{sup}$ ,  $b_{inf}$ ,  $b_{sup}$ ), e

evoluirão através do algoritmo genético a ser descrito em seguida. Os limites são definidos de forma a incluir os valores mínimos e máximos dos parâmetros estimados a partir da abordagem de regressões recursivas utilizada como referência, e, ainda, de forma a ter valor médio igual a zero.

$$\hat{r}_{j,t}^{CI} = \hat{a}_j + \hat{b}_j r_{t-1} \quad (1)$$

$$\hat{r}_{j,t}^{SI} = \hat{b}_j r_{t-1} \quad (2)$$

A avaliação das regras de previsão é realizada através do cálculo de uma medida de força. A força ( $s_j$ ) de cada regra é definida como o inverso do erro de previsão ao quadrado médio ( $v_j^2$ ). Esta última medida é ajustada a cada período para as regras ativas de acordo com uma média exponencialmente ponderada dos erros de previsão ao quadrado, conforme a equação (3). Note que o parâmetro  $\tau$  determina o tamanho do horizonte de períodos passados considerado na avaliação do desempenho preditivo de cada regra. Dado que a medida de força será ainda utilizada como um critério de seleção no AG, o parâmetro  $\tau$  pode ser considerado como uma medida da velocidade de adaptação das regras de previsão. Ademais, também figura como uma medida de tamanho da memória do algoritmo visto que este parâmetro será usado para determinar o tamanho da janela de períodos passados utilizados nas reavaliações das regras adaptadas pelo AG.

$$v_{j,t}^2 = \tau v_{j,t-1}^2 + (1 - \tau) (r_t - \hat{r}_{j,t})^2 \quad (3)$$

Até aqui, nada foi estabelecido sobre qual será a previsão final que será produzida pelo SC-AG a cada período. Conforme ilustrado na Figura 1, uma vez que um subconjunto de previsões de retornos é obtido ainda é necessário definir como obter uma previsão pontual a partir da agregação destas previsões individuais. Enquanto pode haver diversas formas de abordar esta questão, aqui se propõe três métodos para obtenção das previsões de fim de período, às quais são nomeadas de previsores. O primeiro, previsor 1, refere-se a previsão obtida a partir da regra individual com maior força dentre aquelas obtidas a partir das regras correntemente ativas. Note que este é o previsor usualmente encontrado na literatura previamente citada de mercados acionários artificiais. O segundo, previsor 2, é obtido como uma média aritmética

simples das previsões das regras ativas. O predictor 3 é construído como uma média ponderada das previsões das regras ativas, onde as ponderações são as forças das regras. Especificamente, as previsões obtidas a partir de cada regra ativa são multiplicadas por suas respectivas forças normalizadas pela soma total de forças destas mesmas regras ativas. O predictor 3 é obtido então a partir da soma destes produtos.

Tal abordagem é inovadora na literatura de sistemas classificadores aplicados à previsão em mercados acionários, onde as previsões são majoritariamente baseadas somente na melhor das regras daquelas ativadas, isto é, o predictor 1. Portanto, o presente procedimento de construção de previsões representa um salto de uma perspectiva restrita e individual para uma perspectiva ampla e populacional. Esta abordagem aparenta possuir um apelo interessante dado que não há razões claras na literatura para o procedimento de utilizar somente um dos classificadores e descartar os outros. Todos os resultados avaliando a precisão preditiva do SC-AG, que serão apresentados nos capítulos subseqüentes, serão baseados nestes três predictors de modo a permitir uma avaliação também sobre qual destes é o mais adequado.

Para concluir esta seção apresenta-se nas Tabelas 1 e 2 uma ilustração do processo de correspondência/previsão descrito até aqui.

Tabela 1 – Exemplo do processo de correspondência/previsão.

Conjunto inicial de regras	Subconjunto de regras ativas	Previsões Individuais	Pesos
{[110#]; [0,05; 0,8]; 10}	Não ativada.	---	---
{[#10#]; [0,10; 0,6]; 12}	{[#10#]; [0,10; 0,6]; 12}	+10,3%	40%
{[0#11]; [0,07; 0,7]; 9}	{[0#11]; [0,07; 0,7]; 9}	+10,5%	30%
{[1###]; [-0,02; 0,5]; 6}	Não ativada.	---	---
{[0111]; [0,06; -0,4]; 9}	{[0111]; [0,06; -0,4]; 9}	+4,0%	30%

Obs.: - Estado do mercado: [01#1].

- Retorno passado:  $r_{t-1} = 5\%$ .

- Notação das regras: {cadeia de bits condicionais}; [parâmetros de previsão]; valor de força}.

Neste curto exemplo apresenta-se um caso hipotético de um SC com 5 regras/4 bits ( $N/I$ ) em que o retorno do período anterior foi de 5% e o estado corrente do mercado é representado pela seguinte cadeia de bits: [01#1].

Tabela 2 – Previsões resultantes a partir do exemplo da Tabela 1.

Previsores	Cálculos	Previsões
1 – maior força	Direto da segunda regra.	+10,3%
2 – média aritmética	$(10,3\% + 10,5\% + 4,0\%) / 3$	+8,27%
3 – média ponderada	$[(12 / 30) \times 10,3\%] + [(9 / 30) \times 10,5\%]$ $+ [(9 / 30) \times 4,0\%]$	+8,47%

Obs.: veja a descrição deste procedimento no texto.

### 2.1.3. Adaptação: Formulação do Algoritmo Genético

Considerando que um mercado acionário pode ser caracterizado como um ambiente em constante mudança, o algoritmo de descoberta de regras é provavelmente a parte mais importante de um sistema classificador preditivo. Para esta finalidade utiliza-se aqui de um AG que será aplicado à população de regras no início de cada período de previsão, conforme descrito na Figura 1.

Desenvolvidos por Holland (1962, 1975), AGs constituem uma classe de técnicas de busca, adaptação, e otimização, baseadas nos princípios da evolução natural. A partir de um conjunto inicial de regras competidoras o AG é construído para aplicar operações genéticas, tais como seleção, cruzamento, e mutação, para criar uma nova geração de regras. O processo é então reiterado muitas vezes criando gerações sucessivas até que algum(ns) critério(s) de parada seja(m) satisfeito(s), e a população final de regras ofereça uma coleção de soluções candidatas.

Para que tal algoritmo possa operar, alguns parâmetros devem ser pré-especificados tais como o tamanho da população de regras, a intensidade da pressão de seleção, as probabilidades de ocorrências das operações de cruzamento e mutação, dentre outros. De modo a atenuar o problema de sensibilidade dos resultados à escolha destes parâmetros propõe-se aqui um AG em que as probabilidades de cruzamento e mutação, bem como a intensidade da pressão de seleção, são endogenamente determinadas.

Tal abordagem caracteriza o AG proposto como um procedimento auto-adaptativo no nível de solução individual, visto que a endogeneização é introduzida somente ao nível das operações genéticas que são realizadas sobre as regras individuais (GIBBS *et al.*, 2008). Esta opção de modelagem reflete a dificuldade em se definir relações unívocas entre as propriedades dinâmicas dos AGs e seus parâmetros em nível populacional. Embora esta dificuldade seja ainda pertinente na literatura relacionada à formulação de AGs, algumas soluções tentativas

têm se demonstrado como avanços prometedores tal qual a abordagem de competição entre populações múltiplas de Lobo e Goldberg (2004).

Assim, os parâmetros remanescentes, tal como o tamanho da população de regras que no presente caso está representado pelo número de classificadores ( $N$ ), serão determinados baseando-se em um procedimento de calibragem experimental a ser detalhado no próximo capítulo.

A partir do conjunto inicial de regras de previsão do período corrente, o AG é aplicado até que sejam satisfeitos dois critérios de parada conjuntamente: (1) a proporção de regras ativas ( $k$ ) sobre o tamanho do SC ( $N$ ) é maior ou igual a um parâmetro indicando a proporção mínima de regras ativas ( $k^*$ ); (2) as últimas  $g$  gerações de regras de previsão resultaram em previsões de retornos com o mesmo sinal para cada previsor (note este critério não requer que os previsores tenham previsões com o mesmo sinal). Adicionalmente, para garantir que o algoritmo não fique preso em círculos de repetição indefinidamente ou perca muito tempo computacional quando estes critérios de convergência apresentem dificuldade em serem satisfeitos, define-se um critério de parada adicional restringindo o número de replicações do AG a um máximo de  $R$  repetições.

Estes critérios de parada determinam o principal objetivo da busca guiada do AG por soluções, nomeadamente, ter uma proporção mínima de  $k^*$  regras ativas a partir das quais os previsores para o retorno do próximo período poderão ser calculados. Assim como a construção dos previsores 2 e 3, esta abordagem de adaptação guiada por estados é inovadora na literatura. Além disso, o critério de parada 2 garante que as previsões são obtidas sob condições de ao menos “fraca convergência”, onde a intensidade desejada do termo “fraca” pode ser controlada pelo parâmetro  $g$ .

A necessidade de convergência nas previsões é um critério importante dado que muitos passos do algoritmo SC-AG são determinados estocasticamente. Isto significa que duas (ou mais) execuções identicamente parametrizadas do algoritmo poderiam resultar em duas (ou mais) séries de previsões distintas para o mesmo previsor, a menos que a semente aleatória do algoritmo seja fixada. Isto, por sua vez, torna os resultados sensíveis a uma condição inicial adicional, o que obviamente é totalmente indesejável. Para contornar este problema, além do critério de convergência previamente mencionado, propõe-se ainda um procedimento de média com um argumento intuitivamente baseado no teorema do limite central. Para cada dada combinação de parâmetros considera-se como série de previsões dos retornos resultante

aquela obtida a partir da média das previsões a partir de  $V$  execuções paralelas do algoritmo. Juntamente com o critério de parada de convergência, este procedimento imprime uma aproximação entre as  $V$  séries de previsões, permitindo ainda uma inferência quanto à significância estatística das médias dos retornos previstos.

Cabe aqui uma observação a respeito das inferências construídas neste estudo. Conforme deve ficar evidente, a maior parte das inferências realizadas aqui se baseia em testes estatísticos padronizados e seus pressupostos associados, tais como normalidade, observações independente e identicamente distribuídas (IID), etc. Entretanto, as propriedades necessárias para a validade destes testes padronizados podem não ter suporte no contexto de um algoritmo SC-AG. Para mitigar este problema, e reduzir a probabilidade de erros do tipo I, onde quer que a expressão “estatisticamente significativa” seja mencionada neste estudo deve-se entender que o teste relacionado não somente apresentou significância estatística sob os pressupostos padrões, mas ainda que a hipótese nula foi virtualmente rejeitada considerando os valores estatísticos associados.

Não obstante, a convergência das buscas guiadas de um AG aos seus critérios de parada deve ser aprimorada ainda por especificações apropriadas dos parâmetros e procedimentos de duas operações genéticas. A questão da convergência em AGs tem recebido grande atenção na literatura (veja GIBBS *et al.*, 2008). Sobretudo, existem duas forças motrizes identificadas à convergência de um simples AG: a pressão de seleção, e a deriva genética. Enquanto a pressão de seleção direciona a evolução das gerações guiando-se pela adequação destas ao ambiente, a deriva genética relaciona-se aos efeitos da aleatoriedade no processo de amostragem através das gerações sucessivas. Ambas as forças são importantes na implementação de um AG, mas no presente contexto de previsão o interesse volta-se mais para a promoção da força de seleção como guia na evolução das regras de forma a evitar excessiva aleatoriedade nas previsões finais. Dito isto, a rotina de processamento do AG proposto pode ser genericamente delineada nos seguintes passos:

- (1) A partir do subconjunto inicial de regras ativas aplica-se uma operação de elitismo replicando-se diretamente um máximo de  $E$  das regras ativas atuais na próxima geração de regras.
- (2) A partir do conjunto completo de regras calcula-se a pressão de seleção ( $S$ ) e as probabilidades *bit-a-bit* de cruzamento ( $p_{c,i}$ ) e de mutação ( $p_{m,i}$ ).

- (3) Criam-se  $N-E$  regras descendentes repetindo o seguinte procedimento:
- Selecionam-se duas regras paternas, a partir do conjunto de regras iniciais, através de uma seleção por torneio de tamanho  $S$ .
  - Geram-se as cadeias de *bits* condicionais de duas regras descendentes aplicando-se operações de cruzamento ou clonagem *bit-a-bit* sobre as cadeias de *bits* da regras paternas selecionadas.
  - Sobre as cadeias de *bits* resultantes do passo anterior aplicam-se operações de mutação *bit-a-bit*.
  - Obtêm-se os parâmetros de previsão das regras descendentes através do cruzamento ou clonagem dos parâmetros de previsão das regras paternas.
  - Sobre os parâmetros de previsão resultantes do passo anterior aplicam-se operações de mutação.
  - Definem-se as forças das regras descendentes através de uma mixagem das forças das regras paternas, e posterior reavaliação do desempenho passado das novas regras.
- (4) Incorporam-se as  $N-E$  novas regras descendentes ao subconjunto de  $E$  regras ativas obtido no passo (1);
- (5) Retorna-se ao passo (1) e repete-se este procedimento utilizando a população resultante de regras como conjunto de regras iniciais, até que os critérios de parada sejam satisfeitos.

O primeiro passo do AG é responsável pela introdução de elitismo na evolução das regras. Isto é feito por meio de uma seleção de um número máximo de  $E = k \cdot N \cdot e$  regras ativas que serão colocadas diretamente na próxima geração de regras, onde  $e \in [0,1]$  é um parâmetro que determina a intensidade do elitismo. Se o número de regras ativas é maior do que o máximo determinado por este parâmetro, a seleção por elite privilegia aquelas regras com maior força. Note que esta operação está primordialmente relacionada com o critério de parada (1) e é aqui utilizada para aprimorar a convergência da população de regras em direção à satisfação deste critério.

O segundo passo relaciona-se com a proposta de controle endógeno dos parâmetros para as operações de seleção, cruzamento e mutação. O número de regras ( $S$ ) a serem aleatoriamente escolhidas para a seleção por torneio das regras paternas, definindo a pressão de seleção, é determinado a partir da entropia de Shannon calculada sobre o *fitness*

da população de regras, isto é, a média dos erros ao quadrado obtidos conforme a equação (3) (SAN JOSÉ-REVUELTA, 2007). Considerando um mínimo de duas regras a serem escolhidas, a pressão de seleção é determinada de acordo com a equação (4), onde  $S$  é arredondado ao valor inteiro mais próximo e  $\tilde{v}_{j,t}^2$  representa a média dos erros ao quadrado, normalizada de acordo com a equação (5).

$$S = 2 + (N - 2) \left( 1 - \sum_{j=1}^N \tilde{v}_{j,t}^2 \log_N \tilde{v}_{j,t}^2 \right) \quad (4)$$

$$\tilde{v}_{j,t}^2 = v_{j,t}^2 / \sum_j v_{j,t}^2 \quad (5)$$

A principal mensagem no uso desta formulação é a de que a pressão de seleção é crescente com a diversidade de forças das regras. A sensatez de tal proposta reside na idéia de que não haveriam ganhos relevantes em se aumentar a pressão de seleção se as regras possuem desempenhos preditivos similares.

As probabilidades de cruzamento e mutação sobre a cadeia de *bits* condicionais das regras são calculadas em uma base *bit-a-bit*. A probabilidade de cruzamento do *bit*  $i$ ,  $p_{c,i}$ , é determinada a partir da construção de uma estatística de contagem ( $c_i$ ) que mede quantas das  $N$  regras possuem este *bit* específico em correspondência com o estado corrente do mercado. Para cada regra em que o *bit*  $i$  corresponde exatamente ao estado corrente do mercado associado, um valor unitário (1) é somado à  $c_i$ , e um valor de meia unidade (0,5) é somado à  $c_i$  quando uma correspondência é identificada por meio da presença de um caractere coringa no *bit* da regra ou do estado do mercado. Obtida esta estatística, a probabilidade de cruzamento para o *bit*  $i$  é calculada de acordo com a equação (6), e a probabilidade de mutação correspondente é diretamente obtida como o complemento da probabilidade de cruzamento deste *bit* (equação 7).

$$p_{c,i} = \frac{c_i}{k^*} \cdot \frac{k}{k^*} \quad (6)$$

$$p_{m,i} = 1 - p_{c,i} \quad (7)$$

Cabe aqui um exemplo ilustrativo destes cálculos. Se o estado corrente do mercado é [0,0,1,0] e existem as seguintes quatro regras no SC ([1,0,0,0]; [#,0,0,0]; [#,#,1,0]; [1,1,0,1]), onde claramente somente a

terceira encontra-se ativa ( $k = 1$ ), e  $k^* = 2$ , as probabilidades de cruzamento de cada *bit* seriam de 25%, 62,5%, 25%, e 75%, respectivamente. Note que estas probabilidades também dependem do número de regras correntemente ativas ( $k$ ) em relação ao número mínimo desejado de regras ativas ( $k^*$ ).

A fundamentação teórica para a determinação endógena das probabilidades de cruzamento e mutação decorre da concepção destas operações em termos dos direcionamentos das suas explorações por soluções no espaço de busca. Enquanto a operação de cruzamento gera novas soluções através de uma recombinação das componentes das regras já conhecidas, a operação de mutação o faz com plena liberdade para encontrar novas soluções em áreas do espaço de soluções ainda desconhecidas. Assim, o cruzamento promove uma exploração por novas soluções voltando-se para dentro, enquanto que a mutação possui um caráter exploratório voltado para fora.

Portanto, os parâmetros referentes às probabilidades de cruzamento e mutação são aqui endogeneizados de forma a colocá-los em serviço da suavização da tensão existente na escolha entre o aproveitamento das regras de previsão correntemente conhecidas pelo algoritmo e a exploração de regras de previsão raramente experimentadas pelo algoritmo, mas que podem apresentar maior adaptabilidade ao estado corrente do mercado. A utilização desta abordagem adaptativa orientada por estados na determinação das probabilidades das operações genéticas é considerada inovadora para a literatura aplicando sistemas classificadores no contexto preditivo.

Após calcular as probabilidades *bit-a-bit* o algoritmo inicia sua fase principal de manipulação das regras correntes para uma nova geração de regras adaptadas. A primeira operação (3-a) é a seleção de duas regras paternas através de uma seleção por torneio. Isto é feito selecionando-se aleatoriamente  $S$  regras do conjunto de  $N$  regras, para então escolher-se aquela possuidora da maior força como a primeira regra paterna, repetindo-se este procedimento para obter-se a segunda regra paterna. Esta simples operação carrega consigo o relevante papel de promover as desejadas características de otimização do AG, ou seja, adaptar a população de regras em novas gerações com uma maior precisão preditiva.

A operação seguinte refere-se ao cruzamento da parte condicional das regras paternas (3-b). Isto é feito seguindo um formato *bit-a-bit* utilizando-se das probabilidades de cruzamento previamente calculadas. Dada  $p_{c,i}$ , um número aleatório é gerado no intervalo entre 0 e 1. Se este número aleatório situar-se entre os valores 0 e  $p_{c,i}$  os *bits* das regras

paternas são trocados (cruzamento), e, caso contrário, eles são apenas replicados (clonagem). Note que as probabilidades calculadas em (6) não são restritas a situarem-se necessariamente abaixo de cem por cento. Quando quer que alguma destas probabilidades de cruzamento resultar acima de 100%, o *bit* relacionado é simplesmente clonado a partir das regras paternas para as regras descendentes.

Para finalizar a construção da parte condicional das regras descendentes, a operação de mutação (3-c) ocorre de acordo com as probabilidades de mutação calculadas e seguindo a mesma idéia de aplicação bit-a-bit a partir da geração de números aleatórios, tal qual a aplicação da operação de cruzamento. Uma vez que o operador de mutação tenha sido ativado o *bit* associado é alterado de acordo com um procedimento estocástico mais uma vez guiado pelo estado do mercado, onde as probabilidades de cada um dos dois novos valores possíveis para o *bit* são determinadas de acordo com a correspondência destes valores com o estado atual do mercado (neste *bit*).

Aqui, novamente, um exemplo ilustrativo apresenta-se como a melhor opção explicativa desta operação. Assumindo que o *bit* atualmente sob aplicação da operação de mutação possua o valor 0, e que o valor 1 para este *bit* corresponderia ao estado atual do mercado, tal *bit* será alterado para o valor 1 com uma probabilidade de 75%, ou para o valor coringa, #, com uma probabilidade de 25%. Caso o valor 1 para este *bit* não correspondesse ao estado atual do mercado, estas probabilidades seriam invertidas. A mesma idéia estende-se para os outros casos em que o *bit* sob mutação tem o valor 1 ou #.

Os parâmetros de previsão também são sujeitos às operações genéticas (3-d e 3-e). Neste caso as probabilidades de cruzamento e mutação são calculadas baseando-se na diferença absoluta entre os parâmetros paternos relativamente ao intervalo de valores permitidos para estes parâmetros. Especificamente, as probabilidades de cruzamento dos parâmetros  $\hat{a}_j$  e  $\hat{b}_j$ , onde  $j$  indexa a regra paterna, é calculada a partir da equação (8), e as probabilidades de mutação são obtidas como os complementos destas probabilidades de cruzamento. Novamente, a idéia por trás destas fórmulas é a de aumentar o aproveitamento sobre parâmetros com desempenhos já conhecidos quando as regras paternas são diversas, ou aumentar a exploração por parâmetros de desempenho desconhecido quando as regras paternas possuem parâmetros de previsão similares.

$$p_{c,a} = \frac{|\hat{a}_1 - \hat{a}_2|}{a_{sup} - a_{inf}}, \quad p_{c,b} = \frac{|\hat{b}_1 - \hat{b}_2|}{b_{sup} - b_{inf}} \quad (8)$$

onde  $p_{c,a}$  e  $p_{c,b}$  são as probabilidades de cruzamento dos parâmetros de previsão  $a$  e  $b$ , respectivamente, das duas regras paternas selecionadas para geração de duas regras de previsão descendentes.

Enquanto a determinação da ocorrência de cruzamento/clonagem e mutação destes parâmetros é realizada na mesma forma de geração de números aleatórios que foi aplicada para estas operações sobre os *bits*, os procedimentos de cruzamento e mutação sobre parâmetros codificados como números reais necessitam de uma formulação distinta. Uma vez que é determinada a ocorrência de cruzamento, os parâmetros das regras descendentes são gerados através de uma amostragem aleatória a partir de uma distribuição normal com média igual à média entre os parâmetros paternos, e com variância calculada de acordo com a equação (9). Herrera *et al.* (2003) oferece uma revisão das diversas possibilidades de operadores de cruzamento para AG codificados com variáveis reais.

$$\sigma_a^2 = \frac{\hat{a}_1^2 - 2\hat{a}_1\hat{a}_2 + \hat{a}_2^2}{4}, \quad \sigma_b^2 = \frac{\hat{b}_1^2 - 2\hat{b}_1\hat{b}_2 + \hat{b}_2^2}{4} \quad (9)$$

Já a operação de mutação é realizada simplesmente somando-se um choque aleatório aos valores dos parâmetros resultantes da operação anterior. Este choque é dimensionado proporcionalmente à probabilidade de mutação, e respeitando o intervalo de valores permitidos para os parâmetros.

Deve ser enfatizado ainda que o operador de cruzamento proposto para os parâmetros de previsão também trazem consigo algum grau de exploração de novas regras em sua determinação dos parâmetros das regras descendentes. Isto porque estes parâmetros são gerados aleatoriamente a partir de uma distribuição não restrita pelos valores dos parâmetros paternos, conforme mostrado na Figura 2.

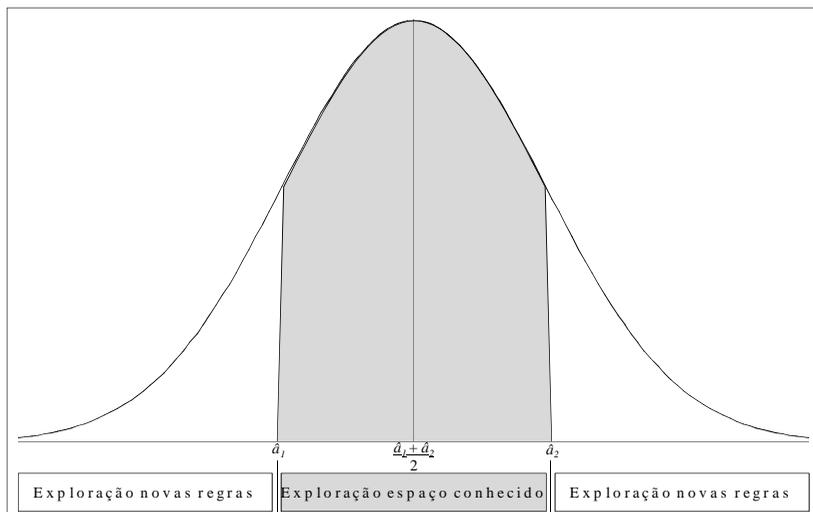


Figura 2 – Espaço de busca do operador de cruzamento para os parâmetros de previsão.

Fontes: adaptado de Herrera *et al.* (2003).

Efetivamente, a partir do que foi descrito a respeito da construção do operador de cruzamento para os parâmetros de previsão pode-se facilmente calcular a probabilidade de que cada um dos parâmetros descendentes situar-se-á dentro dos limites determinados pelos parâmetros paternos, que no presente caso é de aproximadamente 68%. Caso deseje-se restringir a propriedade exploratória de novas regras desta operação de cruzamento, basta diminuir o parâmetro de variância (9) da distribuição normal utilizada para amostragem dos parâmetros descendentes.

Para finalizar o processo de geração de regras descendentes, o algoritmo calcula as medidas de força destas regras. Isto é feito primeiramente através de uma mixagem das variâncias associadas às regras paternas ( $v_1^2$  e  $v_2^2$ ) por meio de uma média ponderada, para em seguida realizar uma reavaliação do desempenho destas regras descendentes utilizando-se de uma janela de dados passados.

No primeiro destes passos, as ponderações para a mixagem das variâncias paternas são determinadas pela diferença absoluta entre o retorno previsto a partir dos parâmetros das regras descendentes e os retornos previstos a partir dos parâmetros das regras paternas. Denotando  $\hat{r}_{o,t}$ ,  $\hat{r}_{1,t}$ , e  $\hat{r}_{2,t}$ , como os retornos previstos pela regra

descendente, pela primeira regra paterna, e pela segunda regra paterna, respectivamente, o medida da variância mixada da regra descendente ( $v_o^2$ ) é obtida de acordo com a equação (10).

$$v_o^2 = \left( \frac{|\hat{r}_{o,t} - \hat{r}_{2,t}|}{|\hat{r}_{o,t} - \hat{r}_{1,t}| + |\hat{r}_{o,t} - \hat{r}_{2,t}|} \right) v_1^2 + \dots \quad (10)$$

$$\dots + \left( \frac{|\hat{r}_{o,t} - \hat{r}_{1,t}|}{|\hat{r}_{o,t} - \hat{r}_{1,t}| + |\hat{r}_{o,t} - \hat{r}_{2,t}|} \right) v_2^2$$

Em seguida a mixagem das variâncias, os desempenhos preditivos das regras descendentes são reavaliados sobre uma janela de dados passados, onde o tamanho desta janela é determinado pelo valor do parâmetro  $\tau$ . Especificamente, o número de períodos que serão utilizados na reavaliação das regras descendentes é igual a  $24 \cdot \tau$ , isto é, impõe-se um tamanho máximo para esta janela de reavaliação igual a 24 períodos passados. Conforme foi mencionado anteriormente, é neste ponto que o parâmetro  $\tau$  é tomado como uma medida de tamanho da memória do algoritmo.

As reavaliações são realizadas na mesma forma que as avaliações período a período das forças das regras, dadas pela equação (3). Adiciona-se apenas um procedimento alternativo para casos em que a regra não encontrar correspondência com nenhum dos estados passados do mercado na janela de reavaliação. Nesta situação a reavaliação é realizada como se a regra fosse ativada para todos os períodos da janela. Ao término das reavaliações das regras descendentes, a medida de variância obtida para cada regra é então agregada com aquela obtida pelo procedimento de mixagem das variâncias paternas (eq. 10) através de uma média simples.

Depois de geradas  $N-E$  novas regras adaptadas a partir do conjunto de regras iniciais, o laço de processamento do AG encerra-se com a incorporação deste subconjunto resultante de regras com aquele composto das regras ativas inicialmente eleitas ( $E$ ). O processamento é então reiniciado até que os critérios de parada sejam satisfeitos.

Neste ponto, a completude do processo dinâmico do SC-AG é fechada e os previsores para o retorno do próximo período podem ser obtidos através da aplicação iterativa deste algoritmo, período a período, sobre toda a amostra de dados sob análise.

## 2.2. ALGORITMOS PREVISORES DE REFERÊNCIA

Como previsores de referência para uma análise comparativa do desempenho preditivo do SC-AG utiliza-se de dois algoritmos alternativos computacionalmente mais simples, e que serão descritos nas subseções seguintes. O primeiro é baseado em uma abordagem de regressões recursivas onde se utiliza de especificações que permitem a utilização de um conjunto informacional idêntico ao utilizado pelo SC-AG. Já o segundo refere-se ao amplamente conhecido modelo de passeio aleatório.

### 2.2.1. Regressões Lineares Recursivas

Uma das abordagens mais adotadas na literatura sobre como os agentes econômicos fazem suas previsões é aquela que assume que estes agentes comportam-se como econométristas (Evans e Honkapohja (2001) oferecem um tratamento sistemático desta extensa literatura). Neste sentido, o primeiro algoritmo de referência é construído a partir de uma abordagem baseada em regressões lineares estimadas recursivamente através do método dos mínimos quadrados ordinários (MQO). Neste método uma equação é estimada repetidamente, utilizando-se subconjuntos cada vez maiores de dados da amostra. Assim, partindo-se de uma janela inicial de dados que contenha dados suficientes para uma primeira estimação dos parâmetros da equação, adiciona-se a observação seguinte ao término da janela ao subconjunto de dados utilizados para a estimativa, refazendo-se então esta estimativa. O processo é repetido até que seja atingido o fim da amostra de dados disponíveis.

Note que o método descrito no parágrafo anterior não deve ser confundido com o método de mínimos quadrados recursivos que, embora resultando em estimativas idênticas, faz um uso computacionalmente mais eficiente das estimativas passadas para atualizar os coeficientes da equação estimada a partir da inclusão de novas observações. Para detalhes neste último método veja Pollock (2003).

Embora regressões recursivas sejam mais comumente utilizadas em análises de estabilidade de parâmetros estimados a partir de séries dados temporais, o método também encontra importante uso para fins de previsão dado que simula o processo de chegada de novas informações a respeito do processo gerador dos dados (PGD) sob estudo. Assim, a partir de uma especificação autoregressiva do PGD da variável que se

deseja prever, utiliza-se dos parâmetros estimados a cada passo do processo de estimação recursiva para uma extrapolação do valor da variável para o próximo período, formando assim a previsão 1-passo à frente.

No contexto aqui proposto de uma avaliação comparativa de algoritmos previsores utiliza-se de especificações lineares para a construção de previsões 1-passo à frente através de regressões recursivas. Nestas especificações utilizam-se como variáveis explicativas o mesmo conjunto de informações utilizado pelo algoritmo evolucionário. Conforme foi descrito na seção anterior este conjunto de informações assume a forma de cadeias de condições do mercado, e que, no contexto regressivo, podem ainda ser representadas na forma de variáveis *dummy*, isto é, variáveis binárias assumindo os valores 1 ou 0.

A cada período, previsões para o retorno 1-passo à frente são obtidas primeiramente estimando as equações (11) e (12), utilizando-se do método dos MQO e baseando-se nas observações passadas disponíveis até o período em questão, para em seguida obter uma projeção da variável dependente ao próximo período baseando-se nos parâmetros estimados e nos estados correntes do mercado.

$$\hat{r}_t^{\text{CI}} = \hat{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^L \hat{\alpha}_i b_{i,t-1} + \hat{\beta}_0 r_{t-1} + \sum_{i=1}^L \hat{\beta}_i b_{i,t-1} r_{t-1} \quad (11)$$

$$\hat{r}_t^{\text{SI}} = \hat{\beta}_0 r_{t-1} + \sum_{i=1}^L \hat{\beta}_i b_{i,t-1} r_{t-1} \quad (12)$$

onde  $\hat{r}_t^{\text{CI}}$  e  $\hat{r}_t^{\text{SI}}$  são os retornos estimados para o período  $t$  com as especificações lineares com e sem um termo de intercepto, respectivamente,  $r_{t-1}$  é o retorno realizado no período passado,  $b_{1,t-1}, \dots, b_{i,t-1}, \dots, b_{L,t-1}$  são variáveis *dummy* representando cada uma das  $L$  condições de estado do mercado, e  $\hat{\alpha}_0, \dots, \hat{\alpha}_i, \dots, \hat{\alpha}_L, \hat{\beta}_0, \dots, \hat{\beta}_i, \dots, \hat{\beta}_L$  são os parâmetros interceptos e angulares associados.

Note que assim como na construção do algoritmo SC-AG propõe-se aqui também a utilização de duas especificações lineares, uma incluindo termos de intercepto e coeficientes autoregressivos e outra incluindo somente estes últimos. No decorrer deste estudo, estas formulações serão referidas por RR-1 e RR-2, respectivamente. Note ainda que mantém-se aqui a representação do PGD dos retornos como um processo autoregressivo de primeira ordem, condicional às informações de mercado disponíveis.

### 2.2.2. Passeio Aleatório

O segundo algoritmo de referência relaciona-se ao conhecido modelo de passeio aleatório. Tal modelo relaciona-se diretamente à hipótese de mercados eficientes na qual os preços de ativos financeiros evoluem na forma de um *martingale*. Ou seja, o modelo de passeio aleatório de precificação de ativos financeiros é derivado da hipótese de que os preços deste ativo são gerados por um processo estocástico no qual o valor esperado condicional de uma observação em um dado período de tempo, isto é, dadas todas as observações passadas, é igual à observação no período anterior (CAMPBELL *et al.*, 1997).

Em suma, no contexto da construção de previsões esta hipótese implica que a “melhor” previsão para o preço de amanhã é simplesmente o preço de hoje. Disso vem a associação do modelo de passeio aleatório com a hipótese de mercados eficientes segundo a qual a precificação de ativos no mercado financeiro incorpora todas as informações disponíveis a respeito destes ativos e suas rentabilidades futuras. Conforme exposto por Malkiel (2003), a lógica por trás da idéia de que os preços seguem um passeio aleatório é a de que se o fluxo de informações é desimpedido e estas informações são imediatamente refletidas nos preços dos ativos, então a variação no preço de amanhã refletirá somente as notícias de amanhã e será independente das variações nos preços de hoje. Mas notícias são, por definição, imprevisíveis, e, portanto, as variações de preços resultantes devem ser imprevisíveis e aleatórias.

Assim, a previsão de retorno para o próximo período obtida a partir do modelo de passeio aleatório sem um termo de intercepto será sempre igual a zero, e a previsão obtida a partir de uma especificação deste modelo com um termo de intercepto será a média dos retornos passados. Neste último caso, a janela de observações utilizadas para a estimativa da média dos retornos passados será a mesma utilizada para as estimativas das equações (11) e (12), ou seja, todas as observações anteriores ao período corrente para o qual se está realizando uma previsão 1-passo à frente.

Note a correspondência entre as especificações das equações (1), (11), e o modelo de passeio aleatório com um termo de intercepto, bem como entre as especificações das equações (2), (12), e o modelo de passeio aleatório sem um termo de intercepto. Conforme já foi mencionado, tais especificações também serão objeto da análise de desempenho preditivo proposta neste estudo, permitindo assim uma

avaliação no que diz respeito à questão sobre qual a especificação mais adequada no contexto de previsões de retornos de acionários.

No decorrer deste estudo, o modelo de passeio aleatório com intercepto será referido por PA-1, enquanto a formulação deste modelo sem um termo de intercepto será referida por PA-2.

### 3. DADOS, CALIBRAGEM E AVALIAÇÃO DAS INFORMAÇÕES CONDICIONANTES

---

Antes de proceder com a avaliação do desempenho preditivo dos algoritmos apresentados no capítulo anterior, torna-se necessária a definição dos dados a serem utilizadas neste exercício empírico, bem como de suas fontes. Além disso, para produzir suas previsões o algoritmo SC-AG carece de uma definição dos valores de seus parâmetros apropriada ao caso em estudo. Para esta finalidade propõe-se aqui a utilização de um procedimento de calibragem que será descrito na segunda seção deste capítulo. Finaliza-se este capítulo apresentando uma análise avaliativa do conteúdo informacional dos dados utilizados como condicionantes das previsões obtidas pelos algoritmos propostos.

#### 3.1. DADOS: DEFINIÇÕES, AMOSTRA E FONTES

Como o foco deste estudo é o de verificar a utilidade de um SC-AG enquanto um algoritmo de previsão de retornos acionários, e em decorrência dos altos custos computacionais relacionados com este tipo de algoritmo, a análise empírica a ser apresentada estará restrita a apenas uma ação do mercado acionário brasileiro. A escolha de qual ação específica a ser estudada foi baseada principalmente nos critérios de disponibilidade de dados para um longo período de tempo, e de participação no volume de transações no referido mercado, tomando como parâmetro da participação média no índice de mercado Ibovespa.

Entre as diversas candidatas, a ação que melhor preencheu estes critérios foi aquela da empresa Petroleo Brasileiro S.A. Petrobras, a qual tem como sua principal atividade a prospecção de petróleo e gás, o refino e a produção de derivados do petróleo. Os dados foram coletados em uma base mensal cobrindo o período de Janeiro de 1987 a Dezembro de 2009, totalizando 276 observações ( $T$ ).

O uso de uma ação individual como base para as inferências propostas pode incitar uma série de argumentos críticos aos resultados obtidos. Especificamente, poder-se-ia considerar mais apropriada para generalizações a análise do desempenho preditivo sobre um índice de mercado ao invés da ação de uma empresa específica. No entanto, dado que objetiva-se estudar a previsibilidade dos retornos condicionalmente a um conjunto de informações que também contenha medidas fundamentalistas, a condução de tal estudo no nível de mercado exigiria um esforço adicional para lidar com a questão da agregação de tais

informações baseadas em indicadores determinados no nível individual de cada empresa que compõe o mercado. Assim, esta questão desafiadora será deixada em aberto para pesquisas futuras.

A partir das descrições dos algoritmos do capítulo anterior ficou evidenciado que as necessidades de dados são diretamente determinadas pelas informações que se deseja permitir que tais algoritmos tenham acesso para construir suas previsões. Além disso, este conjunto de informações deve estar representado na forma de condições lógicas encapsuladas em cadeias de *l bits*. Para este fim definem-se aqui 23 condições de estado que são descritas na Tabela 3, as quais incluem informações de base tanto técnica quanto fundamentalista.

Tabela 3 – *Bits* representando estados condicionais.

<i>Bit</i>	Tipo	Condição	% Ativo (=1)
1	Técnico	$P_t > P_{t-1}$	57%
2	Técnico	$P_t >$ Média móvel de 6 meses de $P$	59%
3	Técnico	$P_t >$ Média móvel de 12 meses de $P$	62%
4	Fundamental	$P_t/E_t * r_t > 1$	44%
5	Téc./Fund.	$P_t/E_t > P_{t-1}/E_{t-1}$	52%
6	Téc./Fund.	$P_t/E_t >$ Média móvel de 6 meses de $P/E$	42%
7	Téc./Fund.	$P_t/E_t >$ Média móvel de 12 meses de $P/E$	39%
8	Fundamental	$P_t/B_t > 1$	59%
9	Téc./Fund.	$P_t/B_t > P_{t-1}/B_{t-1}$	54%
10	Téc./Fund.	$P_t/B_t >$ Média móvel de 6 meses de $P/B$	49%
11	Téc./Fund.	$P_t/B_t >$ Média móvel de 12 meses de $P/B$	48%
12	Fundamental	$P_t/D_t * r_t > 1$	74%
13	Téc./Fund.	$P_t/D_t > P_{t-1}/D_{t-1}$	52%
14	Téc./Fund.	$P_t/D_t >$ Média móvel de 6 meses de $P/D$	46%
15	Téc./Fund.	$P_t/D_t >$ Média móvel de 12 meses de $P/D$	42%
16	Téc./Fund.	$x_t > x_{t-1}$	49%
17	Téc./Fund.	$x_t >$ Média móvel de 6 meses de $x$	44%
18	Téc./Fund.	$x_t >$ Média móvel de 12 meses de $x$	42%
19	Téc./Fund.	$o_t > o_{t-1}$	54%
20	Téc./Fund.	$o_t >$ Média móvel de 6 meses de $o$	54%
21	Téc./Fund.	$o_t >$ Média móvel de 12 meses de $o$	54%
22	Fundamental	$P_t/I_t > 1$	51%
23	Fundamental	$t >$ Julho, 1994	67%

Notações:  $P_t$  = preço da ação;  $r_t$  = taxa de juros;  $E_t$  = lucro por ação da empresa;  $B_t$  = valor patrimonial contábil da empresa por ação;  $D_t$  = dividendos por ação da empresa;  $x_t$  = taxa de câmbio;  $o_t$  = preço do petróleo;  $I_t$  = índice do mercado acionário.

Como indicadores técnicos focam-se na comparação de médias móveis históricas com o nível corrente de cada variável. Assumindo-se

que estas variáveis tendem a serem estacionárias em torno de um nível médio, e possivelmente móvel, estes indicadores são usualmente utilizados na obtenção de medidas da distância do nível corrente da variável do seu nível de equilíbrio ao longo do tempo.

Tal idéia é ilustrada na Figura 3 onde as médias móveis de 6 e 12 períodos passados são calculadas sobre séries temporais geradas a partir das especificações autoregressivas das equações (13)-(16). Note que enquanto as quatro especificações representam um processo autoregressivo com raiz próxima à unitária, as três últimas representam combinações de componentes exógenos adicionais na forma de uma quebra estrutural de nível e uma tendência linear.

$$y_t = 10 + 0.9y_{t-1} + u_t \quad (13)$$

$$y_t = 10 + D_t + 0.9y_{t-1} + u_t \quad (14)$$

$$y_t = 10 + 0.9y_{t-1} + 0.02t + u_t \quad (15)$$

$$y_t = 10 + D_t + 0.9y_{t-1} + 0.02t + u_t \quad (16)$$

onde  $y_t$  é a série simulada,  $u_t$  é um termo de perturbação gerado aleatoriamente a partir de uma distribuição normal com média zero e variância unitária, e  $D_t$  é uma variável *dummy* assumindo o valor zero para  $t < 51$  e o valor unitário para  $t \geq 51$ .

Observa-se que os indicadores de média móvel figuram como uma suavização do processo temporal das séries propostas, e, conforme exposto, trazem aproximações do nível de equilíbrio para o qual a série tende a movimentar-se ao longo do tempo. Além das médias móveis, a Figura 3 apresenta ainda as médias acumuladas para cada um dos casos. Claramente, nota-se que quanto menor o número de períodos considerados para o cálculo das médias, maior a instantaneidade na resposta do indicador a alterações de curto prazo na série temporal. Por fim, nos casos com a presença de quebra estrutural ou tendência os indicadores móveis apresentam-se mais adequados na captura das mudanças dos níveis de equilíbrio da variável.

Os indicadores fundamentalistas incluem algumas das mais conhecidas medidas de valoração de ações baseadas nas informações contidas em demonstrativos contábeis, quais sejam as razões preço-lucro (P-L), preço-dividendo (P-D), e preço-valor patrimonial líquido (P-VPL). Estas medidas estão diretamente ligadas à idéia de que existe um valor fundamental para a ação, sendo este valor relacionado com o valor intrínseco da empresa emissora da ação.

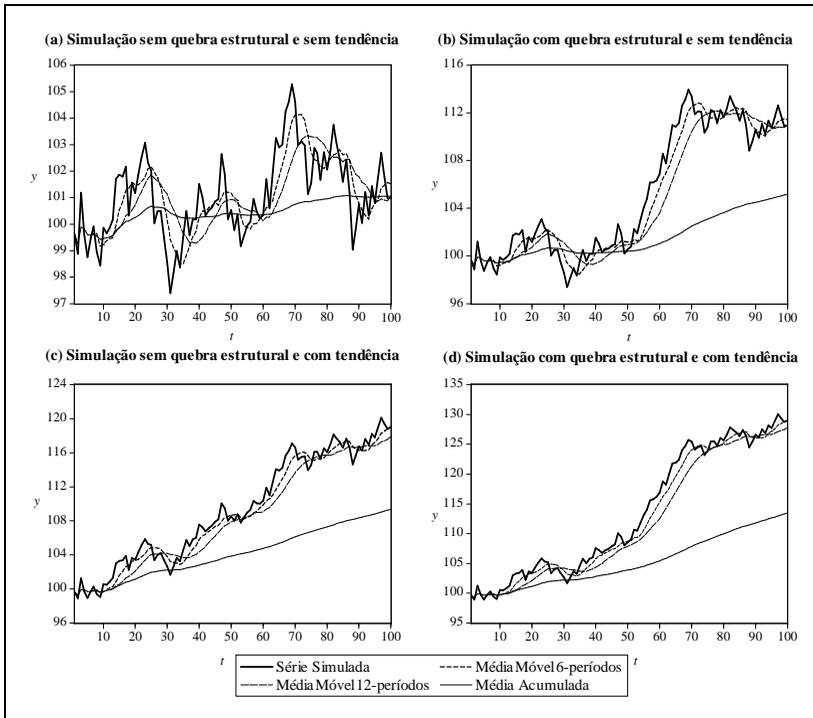


Figura 3 – Ilustração dos indicadores de médias móveis a partir de séries temporais simuladas.

Obs.: gráficos dos painéis (a), (b), (c), e (d), representam as séries geradas a partir das especificações autoregressivas das equações (13), (14), (15), e (16), respectivamente.

Assumindo que o preço de mercado oscila em torno do valor fundamental da ação, a razão P-L indica o preço que o mercado está disposto a pagar pelos lucros da empresa, estando implícito neste preço também as expectativas que o mercado faz a respeito dos lucros futuros da empresa. Embora não exista um consenso a respeito do valor de equilíbrio desta medida, o *bits 4* postula o valor unitário como seu valor fundamental. Isto decorre diretamente de uma análise de valor presente líquido utilizando-se a taxa de juros livre de risco como a taxa do custo do capital. Assim, quando a razão P-L multiplicada pela taxa juros situar-se acima do valor unitário tem-se uma situação em que o preço de mercado está sobrevalorizando os lucros da empresa, ou, ainda, o preço

de mercado pode estar refletindo uma expectativa de que os lucros da empresa crescerão no futuro.

Similarmente, a razão P-VPL traz indícios a respeito do valor que o mercado atribui ao valor patrimonial contábil da empresa. Novamente, apesar de não haver um consenso sobre qual o valor de equilíbrio para este indicador, postula-se através do *bit* 8 que a ação encontra-se precificada de acordo com seu fundamento quando sua razão P-VPL encontra-se próxima ao valor unitário. Logicamente, valores acima da unidade indicam que o mercado está sobre-avaliando o patrimônio líquido da empresa medido contabilmente.

Já para o caso da razão P-D, é possível sustentar o argumento de que o valor fundamental para esta medida é a unidade a partir de um modelo com investidores neutros ao risco e no qual os preços de mercado são determinados em um arcabouço de expectativas racionais (PALMER *et al.*, 1994). Assumindo a hipótese de eficiência do mercado de que os preços refletem todas as informações acessíveis sobre o futuro, tem-se que o preço de equilíbrio pode ser representado por uma equação na forma de (17).

$$P_t = \frac{1}{1+r} E_t [P_{t+1} + D_{t+1}] \quad (17)$$

Nesta equação encontra-se ainda a idéia de que em equilíbrio o preço é tal que inexistem oportunidades de arbitragem. O raciocínio é o de que qualquer preço diferente daquele que satisfaz esta equação representará uma oportunidade de lucro, a qual agentes racionais irão aproveitar. Assim, se o preço encontrar-se abaixo do preço de equilíbrio, muitos investidores perceberão que o ativo encontra-se depreciado e tentarão investir no mesmo, o que fará com que o preço cresça até que a equação de equilíbrio esteja satisfeita.

Aplicando-se a lei das expectativas iterativas para solução da equação (17) obtém-se a equação (18), onde é mostrado que o preço de hoje deve depender somente da série descontada de dividendos futuros esperados. Assumindo-se adicionalmente que esta série de dividendos tem um valor esperado constante chega-se à relação da equação (19), que representa o valor fundamental da ação tal qual postulado no *bit* 12.

$$P_t = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^n} E_t [D_{t+n}] \quad (18)$$

$$P_t = \frac{\bar{D}}{r} \quad (19)$$

Claramente, o conteúdo informacional presente nestas medidas fundamentalistas encontra sua maior relevância quando analisadas relativamente tanto aos valores apresentados por outras ações no mesmo mercado, quanto aos seus próprios valores passados. Enquanto a primeira possibilidade foge ao escopo do presente estudo, a segunda é abordada por meio do uso de indicadores de média móvel sobre a evolução destas razões fundamentalistas. Isto se encontra representado na Tabela 3 nas definições dos *bits* 5-7, 9-11, e 13-15.

Além destes indicadores técnicos e fundamentais, utilizam-se ainda de alguns indicadores de caráter macroeconômico que podem ter um impacto sobre o desempenho de negócio da empresa. Estes incluem a taxa de câmbio, o preço do petróleo, e uma *dummy* indicativa do período de estabilização macroeconômica no Brasil após a implementação do Plano Real. Um indicador de mercado adicional é considerado para construção de uma medida da precificação da ação relativa às outras ações do mercado acionário. Tal medida é construída a partir da razão entre o preço da ação e um índice de mercado, estando ambos numa mesma base de cálculo constante.

A respeito das fontes dos dados, aquelas relacionadas aos demonstrativos contábeis da empresa, tais como os lucros por ação, os dividendos por ação, e o valor patrimonial por ação, foram obtidas a partir da base de dados Economática<sup>1</sup>, e referem-se a valores acumulados anualmente. A série de preços acionários refere-se ao papel preferencial (PETR4) e foi também obtida a partir desta última base de dados. As variáveis remanescentes foram obtidas a partir das bases de dados do Banco Central do Brasil<sup>2</sup> e Ipeadata<sup>3</sup>. Alguns comentários adicionais a respeito da construção das séries de dados:

- (1) A série referente à taxa de juros é construída a partir da taxa de juros do Certificado de Depósito Interbancário (CDI) acumulada no mês, decrescida da inflação, e por fim anualizada compostamente;

---

<sup>1</sup> Economática – Tools for Investment Analysis Database – <http://www.economica.com.br>.

<sup>2</sup> Base de dados *online* do Banco Central do Brasil: <http://www.bcb.gov.br>.

<sup>3</sup> Base de dados *online* do Instituto de Pesquisas Econômicas e Aplicadas: <http://www.ipeadata.gov.br>.

- (2) A variável da taxa de câmbio refere-se à taxa de câmbio real;
- (3) O preço do petróleo refere-se à cotação West Texas Intermediate (WTI) em dólares americanos (US\$);
- (4) O índice do mercado acionário refere-se ao índice Ibovespa, o qual foi recalculado para a mesma base que a série de preços para construir o *bit 22*;
- (5) Todas as variáveis monetárias são medidas em termos reais, utilizando o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) como índice de deflator dos preços.

Para concluir esta seção, apresentam-se na Figura 4 os gráficos da evolução temporal das séries de dados discutidas para o período em análise, de Janeiro de 1987 a Dezembro de 2009.

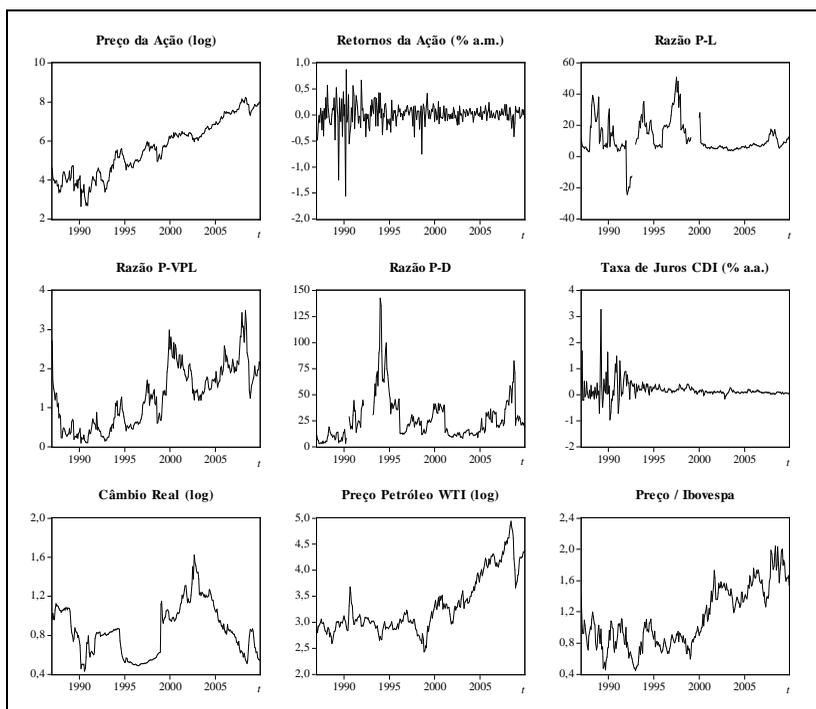


Figura 4 – Evolução temporal das séries de dados utilizadas.

Fontes: Economática, BCB e IpeaData.

Embora não seja objetivo deste estudo identificar os determinantes destas séries, mas apenas tomá-las como informações

dadas e que possivelmente tenham um valor informacional para a previsão dos retornos da ação associada, cabe aqui uma observação relevante a respeito do comportamento temporal observado na série de preços da ação sob estudo. Conforme pode ser observado a partir do gráfico no canto superior esquerdo da Figura 4, claramente a série de preços aparenta possuir uma tendência determinística quando visualizada como um todo. Ademais, como a série é traçada em uma escala logarítmica, pode-se afirmar ainda que esta tendência assume um formato exponencial.

Alternativamente, à luz das considerações trazidas a tona por Nelson e Plosser (1982), pode-se questionar a validade desta inferência visual argumentando-se que tal série poderia ainda ser representada por um PGD autoregressivo não-estacionário. Nesta alternativa, também referida como um processo com uma tendência estocástica, a série torna-se estacionária através da diferenciação. Séries com estas características são chamadas de diferença-estacionárias (DE) em contraposição a séries que se apresentam estacionárias em torno de uma tendência determinística, que, por sua vez, recebem a nomeação de tendência-estacionárias (TE).

Uma forma de determinar qual destas alternativas melhor representa a série em questão é através da condução de um teste de raiz unitária (ENDERS, 2004, Cap. 4). Especificamente, pode-se utilizar da especificação do teste de Dickey e Fuller (1979) contendo um termo de intercepto e uma tendência determinística, conforme apresentado na equação (20). Caso a hipótese nula de presença de uma raiz unitária possa ser rejeitada, ao mesmo tempo em que o coeficiente associado à tendência apresente-se estatisticamente significativo, conclui-se que a série é TE.

$$\Delta p_t = \delta_0 + \delta_1 t + \gamma p_{t-1} + \sum_{i=2}^q \beta_i \Delta p_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (20)$$

onde  $p_t$  é a série de preços transformada em logaritmos,  $t$  indexa para o tempo,  $\Delta$  representa o operador de primeira diferença,  $\varepsilon_t$  é um termo estocástico do tipo ruído branco<sup>4</sup>, e  $q$  representa o número de defasagens

---

<sup>4</sup> Uma sequência é um processo do tipo ruído branco se cada um de seus valores tem uma média igual a zero, uma variância constante, e é não-correlacionado com todas as outras realizações da sequência.

da variável dependente incluídas no teste de forma a garantir que a sequência  $\{\varepsilon_t\}$  comporta-se como um processo do tipo ruído branco.

Os resultados do teste de Dickey-Fuller utilizando a especificação proposta são apresentados na Tabela 4. Observa-se que a hipótese nula de que a série de preços (em logaritmos) possui uma raiz unitária pode ser rejeitada ao nível de significância estatística de 1%. Além disso, observa-se ainda que o coeficiente estimado para o termo de tendência determinística apresenta-se também estatisticamente significativo, o que permite a conclusão de que a série de preços da ação sob estudo pode ser representada como um processo estacionário em torno de uma tendência determinística exponencial.

Tabela 4 – Resultados do teste de Dickey-Fuller sobre a série de preços.

Coeficiente	Estimativa	Erro Padrão	Estatística-t	Valor-p
$\gamma$	-0,1696	0,040657	-4,1716	0,0056 <sup>(1)</sup>
$\delta_0$	0,5554	0,130648	4,2514	0,0000
$\delta_l$	0,0029	0,000721	4,0581	0,0001
$q$	9 <sup>(2)</sup>			

Obs.: (1) Valor obtido em MacKinnon (1996) referente ao teste unicaudal.

(2) A escolha deste número de defasagens é feita automaticamente a partir da minimização do critério de informação Akaike.

Tal resultado, em termos das equações de previsão propostas, implica que as mais adequadas seriam aquelas especificações que incluem um termo de intercepto, ou seja, as equações (1) e (11). No entanto, tal dedução pode não ser válida no contexto da utilização de uma abordagem de previsões recursivas. Afinal, a inferência obtida a partir do teste de raiz unitária resultou da utilização de toda a amostra de preços disponíveis, enquanto que os algoritmos de previsão propostos fazem uso das observações de forma recursivamente iterativa. Assim, mesmo com esta evidência em favor das especificações com intercepto, mantêm-se ambas as especificações para a avaliação do desempenho preditivo das mesmas de forma a deixar que os dados indiquem a conclusão a respeito desta questão.

### 3.2. CALIBRAGEM DO SISTEMA CLASSIFICADOR

Antes de analisar o desempenho preditivo do SC-AG alguns parâmetros deste algoritmo devem ser fixados. Especificamente, a partir da exposição do capítulo anterior devem ser definidos:

- (1) O número de regras compondo o sistema classificador ( $N$ );
- (2) A proporção mínima de regras ativas ( $k^*$ );
- (3) O parâmetro do critério de convergência do algoritmo referente ao número de gerações de regras de previsão resultantes em previsões de retorno com o mesmo sinal para cada previsor ( $g$ );
- (4) O número máximo de replicações do AG ( $R$ );
- (5) O número de execuções do algoritmo para realizar a média das previsões ( $V$ );
- (6) O parâmetro de elitismo ( $e$ );
- (7) A velocidade de ajustamento das regras de previsão ( $\tau$ );
- (8) Os limites para os parâmetros de previsão ( $a_{inf}, a_{sup}, b_{inf}, b_{sup}$ ).

Adicionalmente, no contexto do exercício de previsão torna-se necessário reter uma parcela das observações disponíveis ( $H$ ) para ser utilizada em uma avaliação fora da amostra. Sob a perspectiva do SC-AG, as observações iniciais ( $T-H$ ) podem ser pensadas como um período de pré-treinamento no qual o algoritmo segue seu processamento usual, mas as previsões não são consideradas para a avaliação de precisão. Já sob a perspectiva das regressões recursivas, estas observações iniciais são necessárias para as estimativas iniciais das especificações de previsão, conforme as equações (11) e (12).

Neste sentido, o número de previsões ( $H$ ) é definido de forma a permitir que a abordagem baseada em regressões recursivas tenha em sua estimativa inicial um número de observações de no mínimo duas vezes o número de parâmetros estimados. Ao mesmo tempo procura-se não restringir o tamanho do período de validação fora da amostra ( $T-H$ ) de modo a atenuar distorções de tamanho no estágio de avaliação dos modelos (veja ASHLEY, 2003). Portanto, o parâmetro  $H$  é definido no valor de 168 observações (Jan/1996 – Dez/2009), o que corresponde a aproximadamente 60% do total da amostra de dados disponíveis.

Os parâmetros  $a_{inf}, a_{sup}, b_{inf}, b_{sup}$ , que determinam o tamanho do espaço de busca da equação de previsão, são definidos simetricamente em torno de uma média zero, e suas magnitudes são determinadas de forma a incluir os valores mínimos e máximos da soma dos seus parâmetros associados na abordagem de regressões recursivas. Especificamente, a partir das estimativas recursivas da equação (11) obtém-se que  $\max \left| \hat{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^{23} \hat{\alpha}_i b_{i,t-1} \right| = 0,52$  e  $\max \left| \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^{23} \hat{\beta}_i b_{i,t-1} \right| = 3,14$ , enquanto que para o caso sem um termo intercepto (Equação 12) obtém-

se  $\max \left| \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^{23} \hat{\beta}_i b_{i,t-1} \right| = 1,77$ . A partir destes resultados os limites para os parâmetros de previsão relacionados à equação (1) são definidos como  $a_{inf}=-0,55$ ,  $a_{sup}=0,55$ ,  $b_{inf}=-3,15$ ,  $b_{sup}=3,15$ , e aqueles relacionados à equação (2) são definidos como  $b_{inf}=-1,8$ ,  $b_{sup}=1,8$ .

O número de gerações necessárias com o mesmo sinal de previsão ( $g$ ) é definido para o valor de 3, e o número máximo de replicações do AG ( $R$ ) é definido para o valor de 100. Estes parâmetros estão diretamente relacionados à convergência e ao desempenho computacional do algoritmo, e, portanto, devem ser escolhidos tendo em consideração o *trade-off* entre a qualidade dos resultados e o tempo disponível para computação. Assim, a escolha desta configuração é baseada em inspeções experimentais sobre o número de repetições usualmente necessárias para que o AG atinja seus critérios de parada apresentando um grau de convergência satisfatório entre as séries de previsões obtidas a partir das  $V$  execuções do algoritmo, onde  $V$  é definido para o valor de 5 séries neste estágio intermediário de calibração, e para o valor de 10 séries nas avaliações de desempenho a serem conduzidas no próximo capítulo. O grau de convergência é medido pelo coeficiente de correlação entre estas séries, onde valores positivos nesta estatística são tomados como satisfatórios para a presente finalidade.

Como será mostrado no procedimento de calibragem a seguir, o grau de convergência encontra-se fortemente relacionado com a especificação do parâmetro  $\tau$ . Outro parâmetro que demonstrou afetar a convergência do algoritmo, especialmente no que diz respeito ao custo computacional, foi o parâmetro de elitismo ( $e$ ). Entretanto, a inspeção experimental não trouxe à tona qualquer relacionamento estrito entre este último parâmetro e a precisão das previsões. Assim, este parâmetro será fixado no valor de 50%, o que significa que no máximo metade do número de regras ativas mínimas ( $k^*$ ) será diretamente replicada nas novas gerações de cada repetição do AG. Ademais, esta parametrização apresentou previsões relativamente convergentes.

Para os parâmetros remanescentes ( $N$ ,  $k^*$ ,  $\tau$ ) parece não haver melhor alternativa para calibrá-los do que por experimentação. Note-se, no entanto, que apesar de se estar definindo a calibragem somente destes três parâmetros como experimental, os outros parâmetros, fixados de acordo com as definições anteriores, também foram objeto de um procedimento similar de base experimental durante a construção do algoritmo. Embora estas decisões em estágio de projeto introduzam um viés adicional nos resultados obtidos, inspeções finais permitiram

concluir que os resultados apresentados neste estudo não são sensíveis aos parâmetros fixadas. Isto permite direcionar o foco da apresentação nos relacionamentos entre estes três parâmetros e os resultados finais.

Então, com a finalidade de calibrar os parâmetros ( $N$ ,  $k^*$ ,  $\tau$ ) foram executadas 100 simulações combinando os seguintes valores para cada parâmetro:  $N = \{50, 100, 250, 500, 750\}$ ;  $k^* = \{5\%, 10\%, 25\%, 50\%\}$ ;  $\tau = \{0, 0,25, 0,5, 0,75, 1\}$ . As previsões obtidas a partir destes experimentos foram então avaliadas pelas suas médias dos erros de previsão ao quadrado (MEPQ), onde para cada simulação foram esta medida foi calculada para os três previsores propostos. De modo a avaliar o desempenho de convergência de cada combinação destes parâmetros também foi examinado o coeficiente de correlação entre as séries de previsão individuais obtidas a partir das  $V = 5$  repetições do algoritmo. Dadas as duas especificações da equação de previsão (Eqs. 1 e 2) as 100 combinações de parâmetros resultam em um total de 200 observações para estas avaliações.

A respeito da convergência do SC-AG os resultados indicaram que a correlação entre as realizações das previsões tem uma relação negativa com o parâmetro  $\tau$ , enquanto nenhuma relação significativa foi encontrada com os parâmetros  $N$  e  $k^*$ . A Figura 5 ilustra esta relação entre a velocidade de ajustamento das regras de previsão e a convergência do algoritmo, onde são comparadas as médias do coeficiente de correlação para cada nível de  $\tau$ . Note que os valores de correlação traçados na Figura 5 referem-se aos valores subtraídos de suas médias por especificação da equação de previsão (Eqs. 1 e 2), sendo estas médias apresentadas nas notas da figura. Pretende-se com isto a eliminação de possíveis perturbações sobre a relação ilustrada na figura em decorrência da existência de outros determinantes dos coeficientes de correlação. Utilizando-se de simples testes de equidade de médias foi possível rejeitar a hipótese nula a qualquer nível de significância estatística, dando suporte a este procedimento de remoção de médias.

Pela construção do SC-AG, o parâmetro  $\tau$  é diretamente relacionado com as avaliações das regras durante o exercício de previsão e adaptação destas. Assim, já poderia ser esperado que o valor deste parâmetro impactasse no comportamento de convergência do algoritmo. O resultado de que valores maiores para este parâmetro resultam em previsões divergentes indica que uma maior ênfase nas realizações passadas do algoritmo leva a uma maior incerteza a respeito das previsões obtidas. Embora este resultado possa parecer como uma

evidência de um baixo grau de memória no PGD da série de retornos da ação sob análise, ainda é necessário avaliar como o desempenho preditivo do algoritmo relaciona-se com este parâmetro.

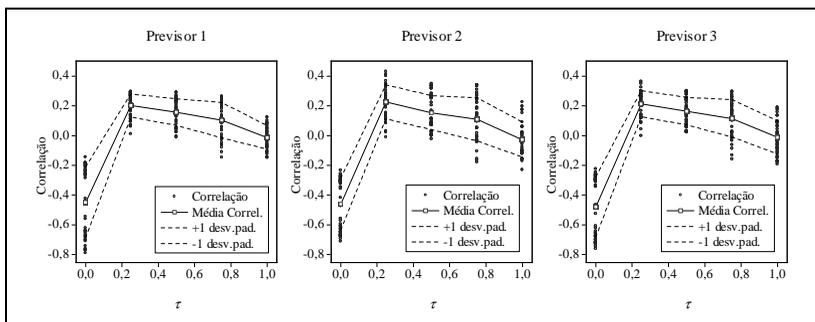


Figura 5 – Relação entre o parâmetro  $\tau$  e o desempenho em termos de convergência do SC-AG.

Obs.: Todos os valores de correlação traçados referem-se aos valores subtraídos de suas médias por especificação da equação de previsão (Eqs. 1 e 2).

Estas médias para a especificação (1) foram de 0,2269, 0,3100, e 0,2987, para os previsores 1, 2, e 3, respectivamente, e para a especificação (2) foram de 0,6950, 0,6464, e 0,6964.

Note ainda que apesar da evidência de uma leve relação negativa entre  $\tau$  e a convergência das previsões do algoritmo, um notável *outlier* a esta relação é encontrado quando este parâmetro é definido ao valor extremo de zero. Este resultado, no entanto, faz muito sentido dado que quando este parâmetro é nulo nenhuma reavaliação é realizada no fim do processo de adaptação das regras (passo 3-f do AG). Ademais, também enfatiza a relevância deste passo de reavaliação para a qualidade das previsões obtidas pelo SC-AG. Colocado em outras palavras, este resultado indica que não reavaliando as regras descendentes geradas durante o processo de adaptação das regras de um SC pode levar a previsões aleatórias. Simulações adicionais com valores de  $\tau$  intermediários entre 0 e 0,25 corroboram esta idéia, onde foi observado que a queda do coeficiente de correlação acontece exatamente a partir de valores para este parâmetros em que  $\tau \times 24$  torna-se menor do que 1, isto é, quando nenhuma reavaliação é feita.

Agora focando-se no desempenho preditivo do SC-AG verifica-se sua relação com os parâmetros do algoritmo ( $N$ ,  $k^*$ ,  $\tau$ ) estimando uma equação irrestrita na forma de (21). Esta estimativa é realizada através do método dos mínimos quadrados ordinários utilizando as MEPQs

simuladas a partir das diversas combinações daqueles parâmetros, excluindo-se as 40 observações relacionadas com o valor nulo do parâmetro  $\tau$  que não apresentou uma boa convergência nas previsões conforme descrito anteriormente.

$$\begin{aligned}
 MSPE_i = & \hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2 k_i^* + \hat{\phi}_3 N_i + \hat{\phi}_4 \tau_i + \hat{\phi}_5 k_i^* N_i + \hat{\phi}_6 k_i^* \tau_i + \dots \\
 & \dots + \hat{\phi}_7 N_i \tau_i + \hat{\phi}_8 d_i + \hat{\phi}_9 d_i k_i^* + \hat{\phi}_{10} d_i N_i + \hat{\phi}_{11} d_i \tau_i + \dots \quad (21) \\
 & \dots + \hat{\phi}_{12} d_i k_i^* N_i + \hat{\phi}_{13} d_i k_i^* \tau_i + \hat{\phi}_{14} d_i N_i \tau_i
 \end{aligned}$$

Note a introdução de uma variável *dummy* ( $d_i$ ) na especificação da equação (21) com a finalidade de distinguir os resultados obtidos a partir das diferentes especificações da equação de previsão (Eqs. 1 e 2). Conforme será enfatizado no próximo capítulo, a equação de previsão adotada tem um forte impacto sobre o desempenho preditivo resultante do SC-AG. Os resultados das estimativas da equação (21) para cada um dos três previsores são sumarizados na Tabela 5.

Tabela 5 – Resultados das estimativas das relações entre os parâmetros ( $N$ ,  $k^*$ ,  $\tau$ ) e o desempenho preditivo do SC-AG.

Variável	Previsor 1		Previsor 2		Previsor 3	
	Coef.	Valor- $p^{(1)}$	Coef.	Valor- $p^{(1)}$	Coef.	Valor- $p^{(1)}$
Interc.	0,0780	0,0000	0,0620	0,0000	0,0689	0,0000
$k^*$	0,0343	0,0038	0,0009	0,8994	0,0198	0,0139
$N^{(2)}$	0,0112	0,1539	-0,0022	0,6388	-0,0015	0,7750
$\tau$	-0,0309	0,0000	-0,0233	0,0000	-0,0274	0,0000
$k^*.N^{(2)}$	-0,0293	0,0721	-0,0061	0,5318	-0,0127	0,2504
$k^*.\tau$	-0,0102	0,5026	0,0017	0,8495	-0,0024	0,8168
$N.\tau^{(2)}$	0,0027	0,7916	0,0042	0,4957	0,0119	0,0869
$D$	-0,0282	0,0000	-0,0292	0,0000	-0,0318	0,0000
$d.k^*$	-0,0220	0,1853	0,0214	0,0326	0,0014	0,9012
$d.N^{(2)}$	-0,0081	0,4631	-0,0037	0,5770	-0,0029	0,6962
$d.\tau$	0,0211	0,0072	0,0167	0,0004	0,0214	0,0001
$d.k^*.N^{(2)}$	0,0357	0,1205	0,0162	0,2410	0,0194	0,2156
$d.k^*.\tau$	-0,0120	0,5759	-0,0215	0,0982	-0,0134	0,3589
$d.N.\tau^{(2)}$	-0,0089	0,5340	-0,0018	0,8337	-0,0084	0,3916

Obs.: (1) Probabilidades obtidas a partir da estatística  $t$  bicaudal.

(2) A variável  $N$  foi dividida por 1000 reduzindo o número de casas decimais nos parâmetros estimados para esta variável.

Cabe ressaltar que a estimativa da equação (21) não objetiva a condução de uma inferência robusta sobre a significância estatística dos parâmetros estimados, mas apenas utilizá-la como um passo auxiliar para descobrir as relações existentes entre os parâmetros do SC-AG e seu desempenho preditivo. Assim, apesar de alguns parâmetros desta equação apresentarem-se estatisticamente insignificantes, mantém-se esta especificação irrestrita e utiliza-se seus valores ajustados (ou previstos) para obter-se uma figura sobre as relações sob estudo. Esta é apresentada na Figura 6 onde são traçados os 160 valores de MEPQ, obtidos diretamente a partir das simulações, juntamente com suas médias estimadas e bandas de desvio padrão, derivados a partir da estimativa da equação (21). Tais resultados são apresentados em relação a cada um dos três parâmetros do SC-AG sob estudo e para cada um dos três previsores propostos.

Os resultados apresentados na Figura 6 mostram que mesmo permitindo a existência de uma interação entre os parâmetros  $N$ ,  $k^*$  e  $\tau$  na determinação do desempenho preditivo do algoritmo, as relações estimadas apresentam-se como aproximações próximas da linearidade. Além disso, para fins práticos os impactos dos parâmetros  $N$  e  $k^*$  sobre a MEPQ das previsões são quase nulos, como pode ser visto nas duas primeiras colunas de gráficos da Figura 6.

Este último resultado pode parecer surpreendente, especialmente a respeito dos efeitos do tamanho do SC que é um parâmetro que usualmente recebeu grande ênfase na literatura de algoritmos evolucionários. No entanto, também é sabido que existe normalmente um *trade-off* entre o número de soluções candidatas e o número de replicações necessárias para que a convergência seja atingida em algoritmos genéticos. Assim, o resultado de que os parâmetros de tamanho  $N$  e  $k^*$  têm impactos menores sobre o desempenho preditivo do SC-AG pode ser uma consequência da grande ênfase colocada durante o desenvolvimento do algoritmo sobre os requisitos de convergência que o processamento adaptativo deve atingir.

Considerando que os parâmetros  $N$  e  $k^*$  são determinantes diretos da intensidade computacional necessária na execução do algoritmo, estes resultados em conjunto com o resultado anterior de que estes parâmetros são irrelevantes na determinação das medidas de convergência do algoritmo, para a avaliação comparativa dos algoritmos de previsão no próximo capítulo estes parâmetros serão mantidos fixos aos valores de  $k^* = 10\%$  e  $N = 100$ .

No que diz respeito à relação entre a velocidade de ajustamento das regras de previsão e o desempenho preditivo do SC-AG, a terceira coluna de gráficos na Figura 6 evidencia que esta relação é negativa.

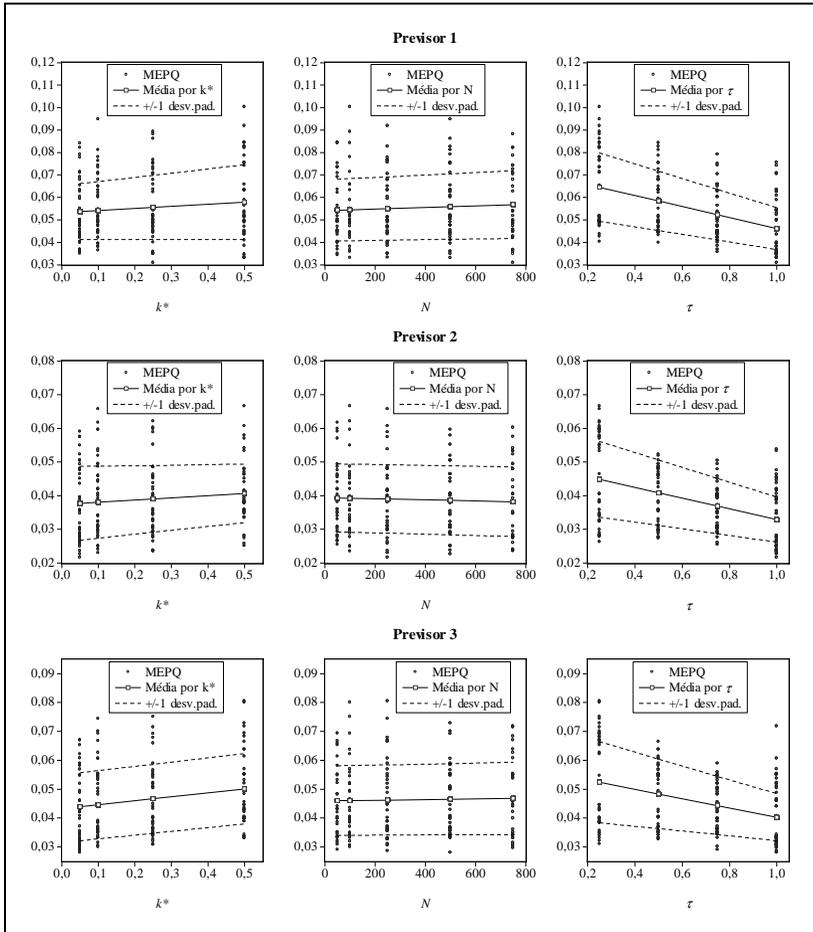


Figura 6 – Relações entre  $N$ ,  $k^*$ , e  $\tau$  com a MEPQ por predictor.

Obs.: Enquanto os valores de MEPQ traçados referem-se aos valores obtidos diretamente a partir das simulações conduzidas seguindo o procedimento de calibragem descrito, as médias e bandas de desvio padrão por cada parâmetro são derivadas a partir dos valores previstos a partir da estimativa da equação (21).

Este resultado indica que uma maior ênfase na performance passada do algoritmo de previsão para a seleção das regras a serem utilizadas na construção das previsões leva a aprimoramentos no seu desempenho preditivo. Contrariamente à evidência observada na análise de convergência, este resultado indica que o algoritmo é bem sucedido na exploração de qualquer memória existente no PGD da série de retornos da ação sob análise.

Agora, a principal questão é qual o valor de  $\tau$  é o mais apropriado considerando-se sua relevância para a convergência e para o desempenho preditivo do SC-AG. Pelos resultados apresentados, foi evidenciada a existência de um *trade-off* entre incerteza e precisão das previsões relacionado com a escolha do valor deste parâmetro. Enquanto a confiança sobre as previsões decresce com o valor de  $\tau$ , a precisão destas previsões aumenta com o valor deste parâmetro.

Por conta disto, adota-se uma abordagem distinta na definição do valor deste parâmetro para a análise do próximo capítulo. Ao invés de fixar um valor para este parâmetro, os resultados obtidos pelo SC-AG serão comparados com os algoritmos de referência utilizando-se um conjunto de combinações de três valores deste parâmetro:  $\tau = \{0,3, 0,6, 0,9\}$ .

Para finalizar esta seção os valores escolhidos para os parâmetros do SC-AG são sumarizados na Tabela 6. Apresentam-se também as abreviações a serem utilizadas como referência a cada um dos previsores obtidos a partir deste algoritmo. Dado que se têm três previsores alternativos, duas especificações da equação de previsão, e três valores possíveis para o parâmetro  $\tau$ , o SC-AG totaliza 18 séries de previsões a serem comparadas com os algoritmos de referência, bem como entre si.

### 3.3. AVALIAÇÃO DO CONTEÚDO PREDITIVO DAS INFORMAÇÕES CONDICIONANTES

Tanto o algoritmo SC-AG quanto o algoritmo de regressões recursivas foram formulados de forma a basear suas previsões em estimativas do PGD da série de retornos como um processo autoregressivo de primeira ordem, tal quais as especificações das equações (1), (2), (11), e (12). Ademais, propõe-se que tais estimativas sejam condicionadas por um conjunto de informações técnicas, fundamentais, e de mercado, conforme as descrições associadas à Tabela 3. Nesta seção, analisam-se primeiramente como as estimativas dos parâmetros das especificações de previsão dos referidos algoritmos

Tabela 6 – Sumário dos valores adotados para os parâmetros do SC-AG.

Abreviações dos Previsores <sup>(a)</sup>	Valores dos Parâmetros													
	Tipo de Previsor	Especificação de Previsão	$\tau$	$N$	$k^*$	$a_{inf}$	$a_{sup}$	$b_{inf}$	$b_{sup}$	$e$	$g$	$R$	$V$	$H$
SC-AG-1-1-1	1 – maior força	Equação (1)	0,3	100	10%	-0,55	0,55	-3,15	3,15	50%	3	100	10	168
SC-AG-1-1-2	1 – maior força	Equação (1)	0,6	100	10%	-0,55	0,55	-3,15	3,15	50%	3	100	10	168
SC-AG-1-1-3	1 – maior força	Equação (1)	0,9	100	10%	-0,55	0,55	-3,15	3,15	50%	3	100	10	168
SC-AG-1-2-1	1 – maior força	Equação (2)	0,3	100	10%	-	-	-1,80	1,80	50%	3	100	10	168
SC-AG-1-2-2	1 – maior força	Equação (2)	0,6	100	10%	-	-	-1,80	1,80	50%	3	100	10	168
SC-AG-1-2-3	1 – maior força	Equação (2)	0,9	100	10%	-	-	-1,80	1,80	50%	3	100	10	168
SC-AG-2-1-1	2 – média simples	Equação (1)	0,3	100	10%	-0,55	0,55	-3,15	3,15	50%	3	100	10	168
SC-AG-2-1-2	2 – média simples	Equação (1)	0,6	100	10%	-0,55	0,55	-3,15	3,15	50%	3	100	10	168
SC-AG-2-1-3	2 – média simples	Equação (1)	0,9	100	10%	-0,55	0,55	-3,15	3,15	50%	3	100	10	168
SC-AG-2-2-1	2 – média simples	Equação (2)	0,3	100	10%	-	-	-1,80	1,80	50%	3	100	10	168
SC-AG-2-2-2	2 – média simples	Equação (2)	0,6	100	10%	-	-	-1,80	1,80	50%	3	100	10	168
SC-AG-2-2-3	2 – média simples	Equação (2)	0,9	100	10%	-	-	-1,80	1,80	50%	3	100	10	168
SC-AG-3-1-1	3 – média ponderada	Equação (1)	0,3	100	10%	-0,55	0,55	-3,15	3,15	50%	3	100	10	168
SC-AG-3-1-2	3 – média ponderada	Equação (1)	0,6	100	10%	-0,55	0,55	-3,15	3,15	50%	3	100	10	168
SC-AG-3-1-3	3 – média ponderada	Equação (1)	0,9	100	10%	-0,55	0,55	-3,15	3,15	50%	3	100	10	168
SC-AG-3-2-1	3 – média ponderada	Equação (2)	0,3	100	10%	-	-	-1,80	1,80	50%	3	100	10	168
SC-AG-3-2-2	3 – média ponderada	Equação (2)	0,6	100	10%	-	-	-1,80	1,80	50%	3	100	10	168
SC-AG-3-2-3	3 – média ponderada	Equação (2)	0,9	100	10%	-	-	-1,80	1,80	50%	3	100	10	168

Obs.: (a) Note o padrão adotado para a nomenclatura dos previsores onde o 1º, 2º, e 3º algoritmos são respectivamente relacionados com o tipo de previsor, a especificação de previsão, e o valor do parâmetro  $\tau$ .

evoluem recursivamente, para em seguida avaliar-se como cada um destes algoritmos fazem uso das informações condicionantes disponibilizadas para suas estimativas.

Cabe ressaltar que embora o uso do algoritmo SC-AG tenha sido proposto com diversas especificações, conforme a Tabela 6, a apresentação dos resultados referentes a este algoritmo nesta seção será restrita a apenas uma especificação tida como representativa das outras possibilidades. Esta será aquela em que se utilizam do terceiro tipo de previsor e de um valor para o parâmetro  $\tau = 0,9$ , ou seja, as especificações SC-AG-3-1-3 e SC-AG-3-2-3. Enquanto tal abordagem justifica-se em nome da economia de espaço, a omissão dos resultados para as outras especificações não representa perda relevante a análise, visto que as mesmas conclusões, em termos qualitativos, são obtidas para os casos omitidos. Além disso, considerando o procedimento de obtenção das previsões finais através das médias de  $V$  execuções do algoritmo, as estimativas apresentadas nesta seção referem-se às médias obtidas a partir das mesmas  $V = 10$  execuções do algoritmo que foram utilizadas para geração das previsões a serem avaliadas no próximo capítulo.

Feitas estas ressalvas, a Figura 7 apresenta um comparativo entre as estimativas recursivas dos parâmetros de previsão obtidas a partir dos modelos de regressões recursivas e SC-AG. Observando-se primeiramente os três diagramas esquerdos desta figura, percebe-se que para ambos os modelos as estimativas dos parâmetros utilizados para a obtenção de previsões apresentaram-se instáveis no decorrer de toda a amostra temporal. Particularmente em relação ao coeficiente angular das equações (1) e (2) do SC-AG, observa-se ainda que na segunda especificação (diagrama (c.1) da Figura 7), aquela em que o termo de intercepto não está presente, a instabilidade das estimativas foram ainda maiores do que para a especificação com um intercepto (diagrama (b.1) da Figura 7).

Uma possível explicação para este último comportamento é a de que a utilização de um único parâmetro torna o ajustamento deste o único meio pelo qual o algoritmo adapta-se às circunstâncias do ambiente. No entanto, a plausibilidade desta explicação é enfraquecida tendo em conta que tal efeito de aumento na instabilidade das estimativas não foi observado ao excluir-se o termo de intercepto da especificação preditiva do modelo de regressões recursivas.

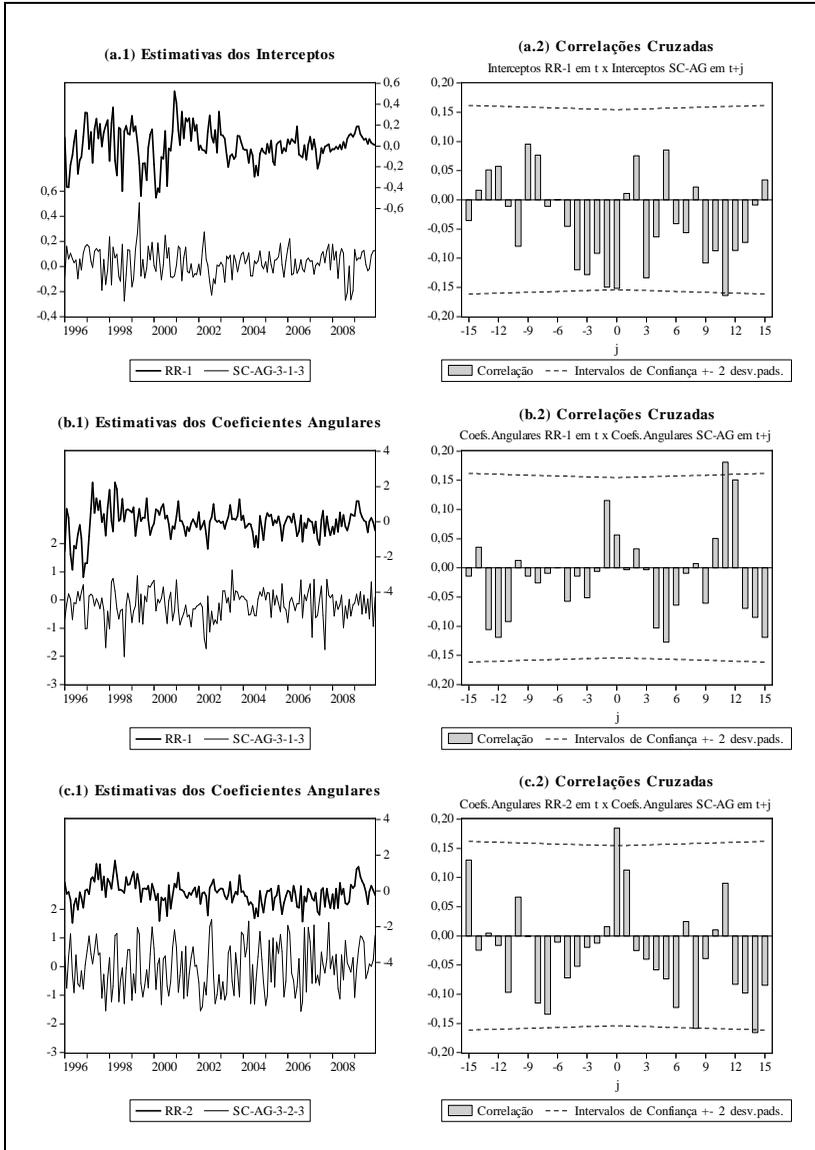


Figura 7 – Comparativo dos parâmetros de previsão estimados recursivamente pelos modelos de regressões recursivas e SC-AG.

Obs.: Os intervalos de confiança para as correlações cruzadas foram calculados conforme exposto em Box e Jenkins (1976, p. 376).

Outra questão que vem à tona a partir da observação dos diagramas esquerdos da Figura 7 diz respeito à possível existência de relações entre as evoluções das estimativas obtidas através dos diferentes algoritmos. Tal possibilidade pode ser considerada plausível, dado que ambos os algoritmos fazem uso da mesma série de retornos históricos e informações condicionantes para obterem suas estimativas, além de utilizarem de especificações de previsão idênticas.

Para responder a esta questão são traçadas nos diagramas à direita na Figura 7 as correlações cruzadas entre as estimativas dos parâmetros de previsão obtidas a partir dos modelos RR e SC-AG. Além de apresentar as correlações contemporâneas entre estas séries de estimativas, os correlogramas trazem ainda as correlações entre algumas defasagens das séries. Num geral, observa-se que as correlações entre os parâmetros estimados pelos modelos RR e SC-AG são relativamente baixas, sendo sua grande maioria inferior aos níveis do intervalo de confiança construído a partir de dois desvios-padrões. Assim, estes resultados indicam que os parâmetros obtidos através destes modelos apresentaram uma dinâmica recursiva distinta.

Conforme já foi mencionado, os parâmetros utilizados na etapa final de previsão dos modelos sob estudo são baseados não somente no histórico da própria série a que se propõem a prever, mas também no conjunto de informações condicionais especificados na Tabela 3. Neste contexto, torna-se relevante uma avaliação comparativa do uso que estes algoritmos de previsão fizeram das informações que lhes foram disponibilizadas para a obtenção das estimativas dos parâmetros.

Considerando-se as distintas construções dos algoritmos, tal análise será baseada em conceitos distintos para cada um dos algoritmos. Para o modelo de regressões recursivas, avalia-se a relevância dos diversos *bits* representativos de estados do mercado por meio da significância estatística dos parâmetros estimados das equações (11) e (12). Assim, quanto menor o nível de significância, ou valor- $p$ , observado na estimativa do parâmetro associado ao *bit*  $i$ , maior o valor informacional contido na variável associada a este *bit*. Estes níveis de significância são obtidos diretamente a partir dos testes  $F$  e  $t$  de significância estatística aplicados sobre as estimativas dos parâmetros das equações (11) e (12), respectivamente, visto que na primeira especificação cada bit está associado a dois parâmetros, demandando um teste de significância conjunta.

Já para o modelo SC-AG, utiliza-se da frequência com que cada *bit* é definido como irrelevante nas regras ativas utilizadas para o cálculo das previsões, ou seja, seu valor é definido pelo caractere coringa “#”.

Assim, quanto menor a frequência do valor coringa em determinado *bit* entre as regras ativas do período, maior a avaliação do conteúdo informacional preditivo deste *bit* para a formação das previsões através do SC-AG.

Cabe ressaltar que embora as medidas propostas para avaliação de cada um destes algoritmos não sejam diretamente comparáveis, suas relações com o valor informacional contido no conjunto de *bits* condicionantes são semelhantes. Ou seja, quanto menores as medidas acima descritas, maiores os valores informativos atribuídos pelos respectivos algoritmos aos bits associados a cada medida. Neste sentido, a Figura 8 apresenta um comparativo destas medidas do valor informativo de cada *bit*, atribuídos pelos algoritmos RR e SC-AG através de suas estimativas.

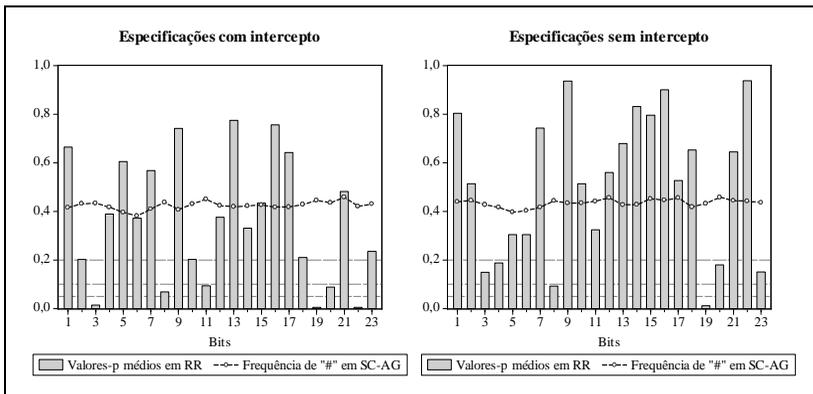


Figura 8 – Comparativo do valor informativo atribuído pelos algoritmos RR e SC-AG aos *bits* condicionantes.

Obs.: As definições específicas de cada *bit* podem ser encontradas na Tabela 3. As linhas cinza e tracejadas na parte inferior de cada diagrama referem-se aos níveis de 5%, 10% e 20%, respectivamente de baixo para cima.

Note que os dados apresentados na Figura 8 referem-se às médias observadas no decorrer da amostra completa de avaliação das previsões. Para uma avaliação da evolução da relevância do conjunto de informações condicionantes disponibilizado aos algoritmos de previsão, são apresentadas as Figuras 9 e 10. Na primeira são traçadas as frequências médias de *bits* definidos em correspondência aos estados correntes do mercado entre as regras ativas em cada período no SC-AG. Na segunda apresenta-se a cada período o percentual de *bits*

estatisticamente significantes ao nível de 10% nas estimativas das duas especificações do modelo de regressões recursivas.

Observa-se primeiramente, a partir da Figura 8, que a frequência média com que cada *bit* é considerado irrelevante pelo SC-AG é relativamente invariável tanto no comparativo entre os 23 *bits*, quanto no comparativo entre as diferentes especificações da equação de previsão. Conforme apresentado, a ocorrência média do caractere coringa varia no estreito intervalo de 38% a 46% para os diversos *bits*. Disso, conclui-se que o uso, por parte do SC-AG, das informações preditivas contidas em cada um destes *bits* condicionais específicos é relativamente similar, não se podendo inferir sobre a maior relevância de qualquer destes *bits*.

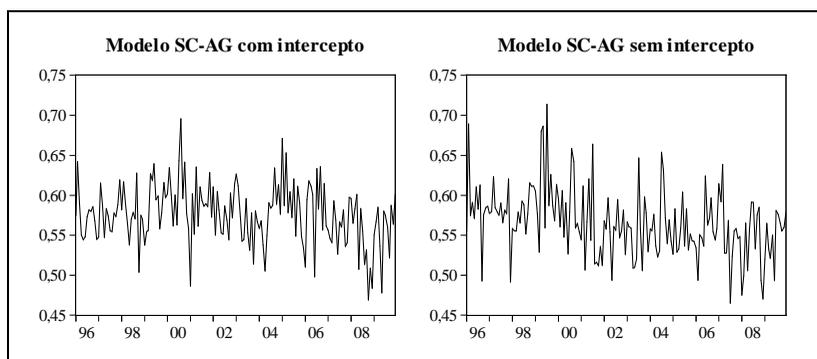


Figura 9 – Evolução da frequência média de *bits* definidos pelos valores 0 ou 1 entre as regras ativas em cada período no SC-AG.

Note, no entanto, que avaliando-se a evolução temporal da relevância conjunta destes bits, conforme apresentado na Figura 9, observa-se que a ocorrência de *bits* definidos com o valor coringa apresenta uma dinâmica relativamente volátil. Assim, pode-se concluir que a relevância dos *bits* condicionantes das previsões obtidas através do SC-AG apresentou-se razoavelmente sensível às variações no ambiente de mercado. Ainda, este comportamento apresentado pelo algoritmo SC-AG na utilização do conjunto de informações de estados de mercado pode ser considerado como determinante da instabilidade nos parâmetros utilizados para formação das previsões através das equações (1) e (2), conforme foi ilustrado na Figura 7.

Já no que diz respeito ao algoritmo de regressões recursivas, observa-se a partir da Figura 8 que é possível a distinção de alguns *bits* para os quais as estimativas indicaram relevância significativa como

condicionantes das previsões dos retornos futuros. Especificamente, considerando o nível de significância média de 20%, observa-se a relevância de algumas informações estritamente técnicas (*bits* 2 e 3), das medidas fundamentalistas da razão preço-lucro (*bit* 4), e da razão preço-valor patrimonial líquido e suas derivadas (*bits* 8, 10 e 11), das medidas associadas a taxa de câmbio (*bit* 18), e ao preço do petróleo (*bits* 19 e 20), e ainda das medidas relacionadas ao índice de mercado (*bit* 22) e a estabilidade do ambiente macroeconômico pós-plano Real (*bit* 23).

Claramente, estes resultados são favoráveis ao condicionamento das previsões ao conjunto de informações discutido, embora a conclusão final a respeito desta questão será obtida somente a partir da avaliação dos desempenhos preditivos obtidos através do modelo de regressões recursivas em comparação aos modelos alternativos. Adicionalmente, note que os níveis de significância obtidos para a especificação sem intercepto do modelo RR são ligeiramente superiores aqueles obtidos pela especificação deste modelo incluindo interceptos associados aos *bits* condicionantes.

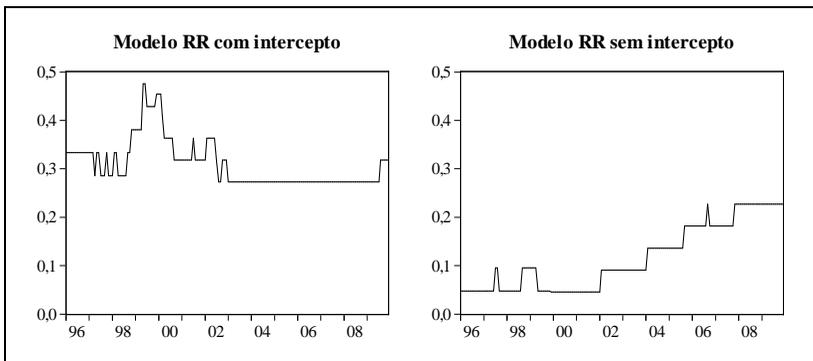


Figura 10 – Evolução do percentual de *bits* estatisticamente significantes ao nível de 10% nas estimativas dos modelos RR.

Este resultado pode ser decorrente da própria construção das estatísticas de teste utilizadas para obtenção dos valores de significância. Conforme já mencionado, para a especificação com termos de intercepto foram utilizados testes *F* para a hipótese nula conjunta de que tanto o coeficiente intercepto quanto o coeficiente angular associados a cada *bit* são iguais a zero. Logo, a hipótese nula será rejeitada não somente para os casos em que ambos os coeficientes estimados são estatisticamente nulos, como também para casos em que somente um destes coeficientes é estatisticamente igual a zero. Assim, os níveis de significância

associados à rejeição da hipótese nula neste teste tendem a serem inferiores aos obtidos através dos testes  $t$  utilizados individualmente nos coeficientes angulares associados a cada *bit* na especificação sem termo de intercepto.

Por fim, resultados a respeito da evolução temporal da parcela de *bits* estimados com significância estatística no modelo RR são apresentados na Figura 10. Comparando-se os resultados apresentados pelas especificações com e sem intercepto do modelo RR obtém-se mais uma visualização das evidências recém discutidas sobre os níveis de significância superiores para a segunda especificação. Note ainda que para o caso da especificação com intercepto a parcela de *bits* estatisticamente significantes mantém-se razoavelmente estável ao longo do tempo, especialmente na segunda metade da amostra. Observando as estimativas dos coeficientes de intercepto apresentadas no painel (a.1) da Figura 7, nota-se que esta estabilidade apresentada a partir da segunda metade da amostra reflete-se diretamente sobre as estimativas dos coeficientes de intercepto da especificação. Para o caso da especificação sem intercepto esta medida é crescente com o tempo, muito possivelmente refletindo efeitos do aumento do tamanho da amostra de dados para as estimativas recursivas.



## **4. AVALIAÇÃO COMPARATIVA DAS PREVISÕES**

---

A literatura na avaliação de previsões já disseminou uma ampla gama de testes para a avaliação do desempenho preditivo de diferentes modelos de previsão. Usualmente, estes testes são aplicados sobre as séries de previsões geradas fora da amostra de estimativa dos respectivos modelos. Além disso, tais testes podem centrar-se tanto em análises individuais quanto comparativas das séries de previsões. No contexto destes últimos as comparações de desempenho dos diferentes modelos são realizadas par a par sobre as séries dos erros de previsão ao quadrado dos mesmos.

Neste capítulo serão descritos e aplicados alguns destes testes de avaliação das previsões dos algoritmos desenvolvidos nos capítulos anteriores. Divide-se a abordagem em duas etapas, a primeira baseada em testes individuais, e a segunda em testes pareados do desempenho preditivo dos diversos algoritmos em questão.

Objetiva-se, principalmente, a obtenção de resultados empíricos concernentes ao desempenho preditivo do sistema classificador proposto de forma a verificar até que ponto a utilização de tal algoritmo de alto custo e complexidade computacional é justificada enquanto modelo de formação de expectativas em mercados acionários. Em consonância às diversas especificidades relacionadas aos métodos discutidos no decorrer do estudo, objetiva-se adicionalmente a obtenção de resultados comparativos do desempenho preditivo a respeito dos seguintes aspectos: os três tipos de previsores propostos no âmbito do modelo SC-AG de previsão, as especificações da equação de previsão com e sem intercepto, e os diferentes algoritmos de previsão.

Procede-se primeiramente com uma análise da dinâmica do desempenho preditivo apresentada pelos algoritmos sob análise. Em seguida procede-se com uma descrição de alguns testes estatísticos sobre a qualidade das previsões bem com a apresentação de seus resultados, posteriormente analisando-os em relação aos objetivos propostos neste estudo. Num geral, os métodos seguidos neste capítulo seguem aqueles apresentados por Enders (2004, Cap. 2).

### **4.1. ANÁLISE DA DINÂMICA DO DESEMPENHO PREDITIVO**

Conforme já foi mencionado, a avaliação de previsões centra-se normalmente na análise das séries dos erros de previsão fora da amostra de estimativa, obtidas a partir da simples diferença entre a série real a

que se está tentando prever e a série de previsões. Assumindo-se que as perdas implícitas em erros de previsão tanto positivos quanto negativos são igualmente prejudiciais, o foco pode ser direcionado para a avaliação da série de erros ao quadrado. Assim, nesta última série os erros de previsão são avaliados unicamente em relação à sua magnitude, independentemente de terem sido gerados por conta de expectativas excessivamente otimistas ou pessimistas sobre o retorno futuro da ação. Na Tabela 7 são apresentadas estatísticas descritivas destas séries obtidas a partir dos diferentes modelos de previsão sob consideração.

Tabela 7 – Estatísticas descritivas das séries dos erros de previsão ao quadrado fora da amostra de estimativa.

Previsores	Média	Mediana	Mínimo	Máximo	Desv.Pad.
PA-1	0,0366	0,0106	≈ 0,0000	0,8810	0,0919
RR-1	0,0486	0,0147	≈ 0,0000	0,4941	0,0828
SC-AG-1-1-1	0,0616	0,0166	≈ 0,0000	1,5825	0,1591
SC-AG-1-1-2	0,0533	0,0148	≈ 0,0000	1,5872	0,1523
SC-AG-1-1-3	0,0490	0,0142	≈ 0,0000	2,0282	0,1715
SC-AG-2-1-1	0,0492	0,0140	≈ 0,0000	1,1346	0,1220
SC-AG-2-1-2	0,0443	0,0117	≈ 0,0000	1,2864	0,1253
SC-AG-2-1-3	0,0379	0,0116	≈ 0,0000	1,2195	0,1127
SC-AG-3-1-1	0,0555	0,0142	≈ 0,0000	1,3571	0,1425
SC-AG-3-1-2	0,0488	0,0140	≈ 0,0000	1,4579	0,1394
SC-AG-3-1-3	0,0427	0,0134	≈ 0,0000	1,4792	0,1322
PA-2	0,0361	0,0113	≈ 0,0000	0,8473	0,0902
RR-2	0,0193	0,0055	≈ 0,0000	0,5639	0,0539
SC-AG-1-2-1	0,0482	0,0125	≈ 0,0000	1,7472	0,1496
SC-AG-1-2-2	0,0450	0,0119	≈ 0,0000	1,5151	0,1322
SC-AG-1-2-3	0,0419	0,0123	≈ 0,0000	1,4235	0,1265
SC-AG-2-2-1	0,0307	0,0116	≈ 0,0000	0,5157	0,0609
SC-AG-2-2-2	0,0301	0,0115	≈ 0,0000	0,6604	0,0686
SC-AG-2-2-3	0,0288	0,0107	≈ 0,0000	0,6704	0,0751
SC-AG-3-2-1	0,0359	0,0122	≈ 0,0000	0,7201	0,0761
SC-AG-3-2-2	0,0350	0,0121	≈ 0,0000	0,8095	0,0807
SC-AG-3-2-3	0,0342	0,0115	≈ 0,0000	0,8967	0,0895

Ademais, sob um ponto de vista da dinâmica do uso de algoritmos de previsão para fins da tomada de decisões de investimentos, torna-se relevante uma avaliação dos erros de previsão acumulados no decorrer do tempo. Assim, uma das medidas mais relevantes na avaliação de

previsões fora da amostra de estimativa é obtida através do cálculo da média dos erros de previsão ao quadrado (MEPQ). Ou seja, tendo em conta os prejuízos ao longo do tempo implicados por erros de previsão na utilização de dois algoritmos alternativos, por exemplo, se o primeiro apresentar um erro de previsão máximo maior do que o segundo, mas ao mesmo tempo possuir uma média de erros de previsão menor que o segundo, o primeiro algoritmo será preferível ao segundo por resultar em menores prejuízos acumulados ao longo do tempo.

Para ilustrar este ponto, note pelos resultados da Tabela 7 que a série de previsões que resultou com o menor erro de previsão ao quadrado máximo foi aquela obtida a partir do modelo de regressões recursivas com intercepto (RR-1), enquanto que a menor MEPQ foi obtida a partir da especificação sem intercepto deste mesmo modelo (RR-2). Claramente, se um investidor optasse pela utilização do primeiro acabaria por acumular maiores perdas ao longo do tempo em decorrência da média de erros de previsão mais elevada deste modelo em relação ao segundo.

Observe ainda que as medidas apresentadas na Tabela 7 referem-se à estatísticas finais, calculadas a partir das séries completas de previsões compreendendo toda a amostra resguardada para esta etapa de avaliação. Alguns questionamentos podem ser levantados em relação a uma análise baseada unicamente nestas medidas finais.

Primeiramente, pode-se perguntar até que ponto o ordenamento dos modelos através destas MEPQs finais são representativas da amostra como um todo. Em outras palavras pode-se questionar se algum dos modelos ou especificações que apresentaram resultados inferiores, a partir da mensuração obtida através desta estatística final, obteve um desempenho superior em períodos específicos da amostra.

Além disso, em linha com as considerações de Ashley (2003), pode-se questionar até que ponto as MEPQs calculadas representam estatísticas convergentes em relação ao tamanho da amostra de validação das previsões. Dado que estas estatísticas compõem a base de alguns dos testes subsequentes neste capítulo, a questão de sua convergência temporal ganha relevo no que diz respeito a possíveis vieses de tamanho amostral.

Para contornar estes questionamentos procede-se com uma análise gráfica da evolução das MEPQs acumuladas recursivamente de acordo com as séries de previsões obtidas pelos modelos e especificações em estudo. Primeiramente, no que diz respeito aos três tipos de previsores propostos no âmbito do algoritmo SC-AG de previsão, apresentam-se seis gráficos comparativos na Figura 11. Note

que ao se apresentar os gráficos em trios possibilita-se uma comparação da evolução dos desempenhos dos três previsores do SC-AG tendo em consideração as diversas especificações do algoritmo no que diz respeito ao parâmetro  $\tau$  e à especificação da equação de previsão.

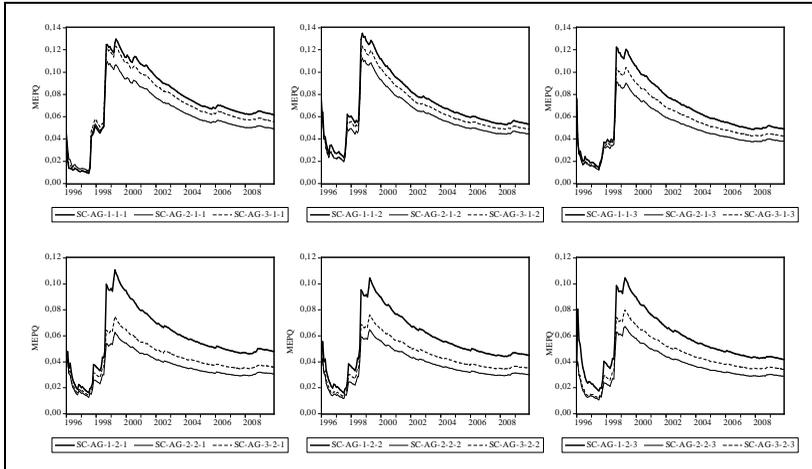


Figura 11 – Comparativo das médias recursivas acumuladas dos erros de previsão ao quadrado, por predictor do SC-AG.

Uma primeira inferência que pode ser obtida a partir destes gráficos é a de que o segundo tipo de predictor, calculado através da média aritmética das regras de previsão ativas, apresenta erros médios acumulados sistematicamente inferiores aos dos outros dois tipos de predictores. Em seguida, tem-se o terceiro tipo de predictor, calculado através da média ponderada das regras de previsão ativas, com um desempenho superior ao apresentado pelo primeiro tipo de predictor, este último referindo-se aquele obtido diretamente através da regra de previsão ativa com maior força. Tal inferência apresenta-se válida quase que na totalidade da amostra de avaliação, única exceção sendo registrada no breve período inicial da amostra para a primeira das especificações, na qual se utiliza o valor de  $\tau = 0.3$  e a especificação de previsão com intercepto.

Neste íterim, note que a evolução das séries apresentadas na Figura 11 apresenta-se de forma similar entre as diversas especificações. Em especial observa-se a existência de dois saltos abruptos nas séries nos meses de Outubro de 1997 e Agosto de 1998. Conforme será observado nos gráficos dos modelos e especificações remanescentes, a

emergência dos erros de previsão nestes dois meses foi generalizada em todos os modelos sob consideração, apenas variando em relação ao grau do seu impacto.

Examinando-se a evolução dos retornos da ação, na Figura 4, observa-se que estes meses corresponderam a duas das baixas mais relevantes no período de avaliação sob análise. De acordo com informações de mercado, as baixas registradas nestes meses correspondem aos períodos em que o mercado sofreu forte impacto advindo de choques internacionais. O primeiro, referente ao mês de Out./1997, é usualmente tido como decorrente da Crise da Ásia, enquanto o segundo, referente ao mês de Ago./1998, está ligado à moratória da Rússia.

Já no que diz respeito à inclusão de um termo de intercepto nas especificações das equações de previsão dos modelos, apresentam-se três gráficos comparativos na Figura 12. Note que o comparativo no âmbito das especificações do algoritmo SC-AG é apresentado somente para aquela utilizando o segundo tipo de previsor e no qual o valor do parâmetro  $\tau = 0.9$ . Em virtude da similaridade na evolução temporal das séries de MEPQs acumuladas obtidas através das diferentes especificações deste algoritmo, conforme foi evidenciado na Figura 11, optou-se aqui por esta apresentação sintetizada. Note ainda que a especificação escolhida para esta figura representa aquela que obteve menor MEPQ dentre as especificações do modelo SC-AG.

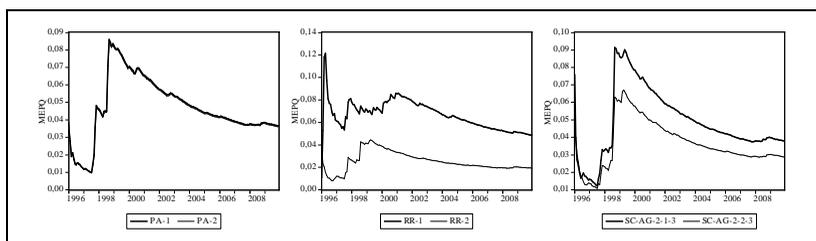


Figura 12 – Comparativo das médias recursivas acumuladas dos erros de previsão ao quadrado, por especificação da equação de previsão.

Uma primeira inferência obtida a partir da Figura 12 diz respeito ao modelo de passeio aleatório (PA), onde não é possível distinguir visualmente qualquer diferença entre as especificações com e sem intercepto na evolução de suas médias de erros de previsão acumuladas. Já para os modelos de regressões recursivas e o SC-AG, claramente

observa-se que as especificações sem termo de intercepto superam, em desempenho preditivo, aquelas que incluem tal termo.

Em segundo lugar, observe que a evolução temporal das séries de erros apresentadas pelos modelos PA assemelha-se àquela apresentada pelas especificações do SC-AG, enquanto para as séries de erros resultantes das previsões do modelo RR a evolução apresenta-se ligeiramente distinta. Conforme ilustrado no gráfico central da Figura 12, esta distinção apresenta-se mais evidente principalmente para a especificação do modelo RR-1, a qual inclui um termo de intercepto. Observa-se que nesta última série a maior distinção em relação ao comportamento temporal das demais diz respeito ao impacto previamente observado da queda acentuada no mês de Ago./1998, embora o choque de Out./1997 esteja também presente nesta série.

Este ponto pode ser interpretado como um possível ajustamento realizado pelo modelo RR após o primeiro choque, sendo que este ajustamento aparentemente foi incorporado no termo de intercepto da especificação de previsão visto que aquela sem este termo (RR-2) não apresentou tal ajustamento após o primeiro choque. Entretanto, esta última especificação resultou em um melhor desempenho preditivo do que a primeira no acumulado total da amostra.

Por fim, pode-se ainda fazer um comparativo gráfico da evolução das MEPQs acumuladas em relação aos três modelos de previsão propostos, conforme apresentado na Figura 13. Note que a especificação com o segundo tipo de previsor e o parâmetro  $\tau = 0,9$  é novamente utilizada como referência representativa do modelo SC-AG. Além disso, as séries são apresentadas em dois gráficos, onde o da esquerda refere-se somente às especificações que incluem um intercepto na equação de previsão, e o da direita refere-se às que não incluem este termo. Claramente, esta separação é cabível visto que as inferências obtidas a partir destes painéis são distintas em diversos aspectos.

Analisando-se primeiramente os resultados referentes às especificações de previsão incluindo um termo de intercepto, observa-se que a dinâmica do desempenho preditivo dos modelos PA-1 e SC-AG-2-1-3 são bastante similares, e em termos de resultados finais, demonstraram superioridade em relação ao modelo RR-1. Este último foi superior aos demais somente num breve período após o choque de Ago./1998, devido ao pequeno impacto que este choque teve sobre os erros de previsão resultantes deste modelo, conforme já foi mencionado na análise anterior.

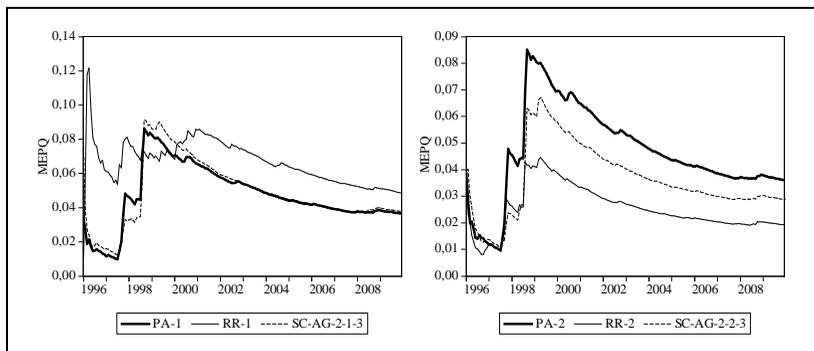


Figura 13 – Comparativo das médias recursivas acumuladas dos erros de previsão ao quadrado, por algoritmo preditivo.

Ainda em relação aos resultados apresentados no painel esquerdo da Figura 13, observe que o impacto dos choques já mencionados nos meses de Out./1997 e Ago./1998 teve intensidade distinta sobre os dois algoritmos vencedores neste caso. Enquanto no primeiro choque o modelo de passeio aleatório apresentou um erro de previsão de maior magnitude, o segundo choque claramente afetou o algoritmo SC-AG com maior intensidade.

Já no que diz respeito ao comparativo dos diferentes algoritmos restringindo a atenção às especificações de previsão sem intercepto, conforme apresentado no painel esquerdo da Figura 13, observa-se que é o modelo de regressões recursivas que apresenta o melhor desempenho preditivo. Neste caso, este último modelo é superado somente no breve período entre os choques de Out./1997 e Ago./1998, onde o modelo SC-AG-2-2-3 manteve médias acumuladas de erros de previsão inferiores ao modelo RR-2.

Tal qual foi observado na análise dos erros de previsão dos modelos incluindo o termo de intercepto, a superioridade do algoritmo SC-AG durante este período entre choques deveu-se a menor intensidade com que o primeiro choque afetou a qualidade das previsões obtidas por meio deste algoritmo. No entanto, o segundo choque novamente impactou com maior intensidade o algoritmo SC-AG do que seus concorrentes, especialmente o modelo de regressões recursivas.

Concluindo esta seção, note que no que diz respeito à questão da convergência das estatísticas MEPQs calculadas, a partir das figuras apresentadas nesta seção pode-se considerar que o número de observações presentes no período de avaliação utilizado para a estimativa destas medidas apresenta resultados suficientemente

convergentes. Assim, prossegue-se com a análise do desempenho preditivo a partir de diferentes testes estatísticos que num geral baseiam-se no poder sintetizador destas medidas.

#### 4.2. TESTES INDIVIDUAIS DO DESEMPENHO PREDITIVO

Nesta seção serão descritas e aplicadas duas estratégias relativamente simples de avaliação do desempenho preditivo, quais sejam um teste  $F$  baseado em análise de regressões, e a taxa de acertos na previsão de sinais. Enquanto a primeira foca-se especialmente no teste da hipótese de inexistência de viés nas previsões, a segunda apresenta-se como uma medida bastante intuitiva sobre a qualidade das previsões em relação a uma simples estratégia de adivinhação aleatória da direção do retorno futuro.

##### 4.2.1. Teste F

O primeiro teste de avaliação de previsões utilizado é um simples teste baseado na estimativa de uma regressão. Apesar de este teste não ter um apelo comparativo como os outros testes, ainda oferece uma avaliação individual do desempenho preditivo de cada modelo. Adicionalmente, embora os modelos sob análise sejam previsores de retorno, excepcionalmente para o presente teste as avaliações serão realizadas sobre os preços implícitos nestas previsões de retornos.

Disto isto, o método regressivo para avaliar as previsões de um modelo individualmente baseia-se no uso da série de previsões para a estimativa de uma equação na forma de (22), onde  $P_t$  representa o preço realizado no mercado e  $\hat{P}_t$  o preço implícito na previsão do retorno para o próximo período. Tal estimativa pode ser realizada pelo método dos MQO.

$$P_t = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 \hat{P}_t \quad (22)$$

Utilizando-se de um teste  $F$ , se as previsões são não-viesadas não será possível rejeitar-se a hipótese nula conjunta de que  $\hat{\gamma}_0 = 0$  e  $\hat{\gamma}_1 = 1$ . Note que este teste pode ser bastante sensível à presença de correlação serial e heteroscedasticidade. Para aliviar estes problemas as estimativas da equação (22) são realizadas utilizando-se dos estimadores de White e Newey-West da matriz de covariâncias. Os resultados para este teste são

apresentados na Tabela 8, onde as onze primeiras linhas, excluindo-se o cabeçalho, referem-se aos previsores com a especificação incluindo um termo de intercepto, e as linhas finais remanescentes referem-se às especificações sem intercepto.

Tabela 8 – Resultados para o teste F de precisão das previsões.

Previsores	Estatísticas F		
	MQO	White	Newey-West
PA-1	14,93	3,43*	13,13
RR-1	3,52*	1,64***	0,93***
SC-AG-1-1-1	15,65	6,07	8,68
SC-AG-1-1-2	19,70	5,45	9,43
SC-AG-1-1-3	30,01	6,13	14,56
SC-AG-2-1-1	17,13	5,18	9,98
SC-AG-2-1-2	17,89	5,36	9,98
SC-AG-2-1-3	20,94	4,10*	9,39
SC-AG-3-1-1	17,70	5,30	11,06
SC-AG-3-1-2	19,47	6,02	10,78
SC-AG-3-1-3	22,93	5,00	13,50
PA-2	8,33	2,98**	7,45
RR-2	1,61***	2,23***	1,65***
SC-AG-1-2-1	11,67	4,71*	7,64
SC-AG-1-2-2	8,51	3,01**	5,46
SC-AG-1-2-3	7,09	2,08***	4,82
SC-AG-2-2-1	6,98	3,29*	4,74
SC-AG-2-2-2	4,81	2,26***	3,10*
SC-AG-2-2-3	3,78*	1,96***	2,76**
SC-AG-3-2-1	8,37	3,41*	5,71
SC-AG-3-2-2	5,81	2,28***	3,70*
SC-AG-3-2-3	5,23	1,88***	3,39*

Obs.: \* Hipótese nula não pode ser rejeitada ao nível de significância de 1%.

\*\* Hipótese nula não pode ser rejeitada ao nível de significância de 5%.

\*\*\* Hipótese nula não pode ser rejeitada ao nível de significância de 10%.

Uma primeira observação que pode ser obtida a partir dos resultados apresentados na Tabela 8 relaciona-se aos efeitos do uso de estimadores consistentes com correlação serial e heteroscedasticidade. Como pode ser visto, o número de não-rejeições usando o estimador por MQO é de apenas 3 previsores, enquanto que usando os estimadores de White e de Newey-West este número aumenta para 14 e 6, respectivamente.

Considerando a literatura em avaliação de previsões, este resultado já era esperado visto que já foi evidenciado que erros de previsão usualmente apresentam um alto grau de persistência em seu comportamento temporal. Ainda, a presença de padrões no comportamento temporal dos erros de previsão pode significar indícios em favor da adoção de uma especificação autoregressiva de maior ordem nas equações de previsão, visto que no presente estudo a análise está restrita à especificações somente de primeira ordem. Detalhes a respeito das fontes e implicações da autocorrelação nos erros de previsão podem ser encontrados em Hansen e Hodrick (1980) e Brown e Maital (1981).

Focando-se nos resultados consistentes, uma segunda observação que pode ser obtida é a de que, num geral, as especificações sem intercepto oferecem um melhor desempenho preditivo. Isto pode ser visto através da simples comparação do número de não-rejeições na primeira metade dos resultados apresentados com este mesmo número na segunda metade. Assim, estes resultados trazem indícios de que a inclusão do termo de intercepto nas equações de previsão é prejudicial para o desempenho preditivo dos algoritmos.

Este resultado é especialmente relevante considerando a discussão prévia a respeito do PGD da série de preços sob análise. No entanto, a análise das implicações deste ponto será retomada após o exame dos resultados obtidos a partir dos testes remanescentes de forma a possibilitar uma inferência robusta para as conclusões derivadas.

#### 4.2.2. Taxa de Acertos na Previsão de Sinais

Outra forma de analisar a qualidade das previsões é através da avaliação do número de vezes que a direção da mudança, ou o sinal das previsões, corresponde com aquela observada nos dados reais. Dividindo-se o número de vezes que o retorno previsto apresentou o mesmo sinal que o retorno realizado pelo número total de previsões resulta na medida de taxa de acertos em valores percentuais.

Valores de significância para esta estatística podem ser construídos considerando-se como alternativa um modelo aleatório de previsão de sinais onde as probabilidades de retornos previstos positivo/negativo são de 50%. Dadas as 168 ( $H$ ) observações de previsões por previsor, o número de acertos de sinais previstos de tem uma distribuição binomial  $B(168, 0,5)$  sob a hipótese nula de que os sinais são gerados aleatoriamente. Note, no entanto, que esta inferência é dependente do pressuposto de que os sinais previstos são IID,

tornando os valores de significância derivados bastante sensíveis à correlação serial presente nas previsões.

Os resultados obtidos a partir do cálculo das taxas de acertos por previsor são apresentados na Tabela 9. Uma primeira observação que pode ser obtida a partir destes resultados refere-se às taxas de acertos similares entre as diferentes especificações do modelo SC-AG. Isto evidencia que os esforços prévios de tentar garantir a convergência nas previsões deste algoritmo foram bem sucedidos.

Tabela 9 – Taxas de acertos na previsão de sinais por previsor.

Previsores	Taxa de Acertos (%)	Valor $p$ Binomial <sup>(a)</sup>
PA-1	53,57%	0,1579
RR-1	58,93%	0,0083
SC-AG-1-1-1	47,02%	0,7562
SC-AG-1-1-2	51,19%	0,3499
SC-AG-1-1-3	51,19%	0,3499
SC-AG-2-1-1	50,60%	0,4085
SC-AG-2-1-2	51,19%	0,3499
SC-AG-2-1-3	51,19%	0,3499
SC-AG-3-1-1	49,40%	0,5307
SC-AG-3-1-2	51,19%	0,3499
SC-AG-3-1-3	48,21%	0,6501
PA-2	47,62%	0,7054
RR-2	56,55%	0,0378
SC-AG-1-2-1	48,81%	0,5915
SC-AG-1-2-2	51,19%	0,3499
SC-AG-1-2-3	50,60%	0,4085
SC-AG-2-2-1	49,40%	0,5307
SC-AG-2-2-2	51,79%	0,2946
SC-AG-2-2-3	48,21%	0,6501
SC-AG-3-2-1	49,40%	0,5307
SC-AG-3-2-2	51,19%	0,3499
SC-AG-3-2-3	50,00%	0,4693

Obs.: (a) Probabilidade de obtenção de uma taxa de acertos maior de acordo com uma distribuição binomial  $B(168, 0,5)$ .

Outra observação interessante relaciona-se ao desempenho comparativo dos algoritmos em questão. Embora o presente teste não seja desenvolvido em um arcabouço comparativo, note que apenas o algoritmo de previsão baseado em regressões recursivas apresentou

taxas de acertos estatisticamente significantes, sendo estas as maiores dentre todos os outros modelos.

Note ainda que, contrariamente à conclusão obtida no teste anterior, em um comparativo pareado das taxas de acertos entre as especificações com e sem intercepto tem-se que a primeira especificação apresentou taxas de acertos maiores em 5 casos, enquanto que aquelas sem intercepto venceram somente em 3 casos, e nos casos restantes as taxas de acertos empataram. No entanto, dado que a grande maioria das taxas de acertos calculadas não apresentou significância estatística, esta inferência não pode ser tomada como robusta.

#### 4.3. TESTES PAREADOS DO DESEMPENHO PREDITIVO

Nesta seção serão descritos e aplicados dois testes de avaliação comparativa da precisão preditiva de pares dos algoritmos de previsão propostos neste estudo. Primeiramente, apresenta-se a abordagem da razão entre médias dos erros de previsão ao quadrado (MEPQ), para em seguida apresentar a extensão desenvolvida por Diebold e Mariano (1995) relaxando os pressupostos restritivos associados ao primeiro. Apesar da similaridade entre estes testes, sua apresentação visa à obtenção de robustez nos resultados comparativos a serem discutidos.

##### 4.3.1. Razão entre Médias dos Erros de Previsão ao Quadrado

Uma das estatísticas mais utilizadas para medir a precisão de previsões fora da amostra de estimativa é a média dos erros de previsão ao quadrado. Na equação (23) uma estatística  $F$  é construída para comparar um par de modelos de previsão através da razão entre suas MEPQs. Sob a hipótese nula de que os dois modelos possuem igual desempenho preditivo, (23) tem uma distribuição  $F$  padronizada com  $(H, H)$  graus de liberdade se três pressupostos são válidos: (1) os erros de previsão possuem uma média igual a zero e são normalmente distribuídos; (2) os erros de previsão são serialmente não correlacionados; e, (3) os erros de previsão são contemporaneamente não correlacionados entre si.

$$F = \frac{\sum_{t=1}^H (r_t - \hat{r}_{1,t})^2}{\sum_{t=1}^H (r_t - \hat{r}_{2,t})^2} \quad (23)$$

A partir da discussão anterior pode parecer que estes pressupostos são um tanto quanto irrealistas. Ainda assim, o uso generalizado desta abordagem da razão entre MEPQs na literatura também justifica seu uso para o presente caso. Como será visto no próximo teste, devido a Diebold e Mariano (1995), estes pressupostos serão relaxados. Note ainda que estes testes são realizados em pares, e dado que estarão sendo comparados 22 algoritmos de previsão (2 de passeio aleatório, 2 de regressões recursivas, e 18 do SC-AG), a rotina completa de testes resulta em um total de 231 combinações de pares. Em vez de apresentar tal coleção massiva de resultados, sumarizam-se os mesmos de três formas nas Tabelas 10, 11 e 12.

Primeiramente, na Tabela 10, são comparados os desempenhos dos três tipos de previsores propostos no âmbito do modelo SC-AG, um contra o outro se utilizando do mesmo conjunto de parâmetros. Isto compreende um total de 18 testes pareados. Em segundo lugar, na Tabela 11, são comparados os desempenhos dos previsores sem intercepto com aqueles que incluem um termo de intercepto na especificação de sua equação de previsão, totalizando 11 testes pareados. Por fim, na Tabela 12, são comparados os desempenhos preditivos dos três algoritmos propostos agrupados de acordo com suas especificações de previsão, resultando em um total de 38 testes pareados. Os resultados para as 164 possíveis combinações pareadas remanescentes são dispensados da apresentação visto que não têm representatividade para a análise proposta, embora estejam disponíveis sob pedido com o autor.

Os resultados apresentados na Tabela 10 indicam que o segundo previsor obtido através do SC-AG oferece um melhor desempenho preditivo do que os outros dois alternativos. Isto é, o previsor construído como uma média aritmética das previsões das regras ativas (Previsor 2) oferece, em média, melhores previsões do que ambos os outros previsores construídos a partir da regra de previsão com maior força (Previsor 1), e aqueles a partir da média ponderada das previsões das regras ativas (Previsor 3).

Este é um resultado interessante considerando que a literatura em SCs geralmente foca no uso da previsão com maior força. Assim, os resultados indicam que previsões baseadas no conceito amplo de populações de regras apresentam desempenho preditivo melhor do que aquelas baseadas no conceito restrito de uma única regra de previsão individual. Note também que a hipótese nula de igualdade no desempenho preditivo é significativamente rejeitada somente quando comparando os previsores baseados na população de regras com aquele

baseado em uma regra individual, o previsor 1. Ou seja, embora o previsor 2 tenha apresentado uma MEPQ menor do que o previsor 3, esta diferença não pode ser considerada estatisticamente significativa para qualquer par de modelo sob teste, e sob as condições descritas como pressupostos do presente teste.

Tabela 10 – Sumário de resultados obtidos com o teste da razão de MEPQs comparando o desempenho dos três previsores do SC-AG.

Pares de Modelos sob Teste	Número Total Testes	Média das razões de MEPQs	Número de vezes que o 1º(2º) ganha do 2º(1º)			
			Total	Significante a		
				10%	5%	1%
Previsor 1 x Previsor 2	6 <sup>(a)</sup>	1,3781	0(6)	0(5)	0(4)	0(3)
Previsor 1 x Previsor 3	6 <sup>(b)</sup>	1,2009	0(6)	0(3)	0(1)	0(0)
Previsor 2 x Previsor 3	6 <sup>(c)</sup>	0,8734	6(0)	0(0)	0(0)	0(0)

Obs.: (a) Pares de modelos sob teste: [(SC-AG-1-1-1 x SC-AG-2-1-1), (SC-AG-1-1-2 x SC-AG-2-1-2), (SC-AG-1-1-3 x SC-AG-2-1-3), (SC-AG-1-2-1 x SC-AG-2-2-1), (SC-AG-1-2-2 x SC-AG-2-2-2), (SC-AG-1-2-3 x SC-AG-2-2-3)].

(b) Pares de modelos sob teste: [(SC-AG-1-1-1 x SC-AG-3-1-1), (SC-AG-1-1-2 x SC-AG-3-1-2), (SC-AG-1-1-3 x SC-AG-3-1-3), (SC-AG-1-2-1 x SC-AG-3-2-1), (SC-AG-1-2-2 x SC-AG-3-2-2), (SC-AG-1-2-3 x SC-AG-3-2-3)].

(c) Pares de modelos sob teste: [(SC-AG-2-1-1 x SC-AG-3-1-1), (SC-AG-2-1-2 x SC-AG-3-1-2), (SC-AG-2-1-3 x SC-AG-3-1-3), (SC-AG-2-2-1 x SC-AG-3-2-1), (SC-AG-2-2-2 x SC-AG-3-2-2), (SC-AG-2-2-3 x SC-AG-3-2-3)].

Os resultados apresentados na Tabela 11 corroboram amplamente os resultados obtidos anteriormente a partir do teste  $F$  baseado em regressões de que as especificações sem intercepto possuem um melhor desempenho preditivo do que aquelas incluindo um termo de intercepto. Isto é evidenciado especialmente para os modelos de regressões recursivas e o SC-AG, onde a hipótese nula de igual desempenho preditivo é em grande parte rejeitada com significância estatística. Para o modelo de previsão por passeio aleatório, apesar de a especificação sem intercepto resultar em uma MEPQ menor do que a com o intercepto, esta diferença não é estatisticamente significativa.

Já na Tabela 12 são apresentados os resultados mais relevantes para o objetivo principal deste estudo, isto é, a avaliação comparativa dos algoritmos de previsão propostos. Primeiramente, comparando os modelos de previsão por passeio aleatório com os de regressões recursivas a evidência parece ser inconclusiva, apesar de este último modelo apresentar um desempenho ligeiramente superior. Enquanto com a especificação sem um termo de intercepto o modelo RR vence

fortemente o modelo PA, incluindo tal termo na especificação de previsão leva a uma inversão neste resultado, embora não tão fortemente.

Tabela 11 – Sumário de resultados obtidos com o teste da razão de MEPQs comparando o desempenho das especificações com e sem intercepto.

Pares de Modelos sob Teste	Número Total Testes	Média das razões de MEPQs	Número de vezes que o 1º(2º) ganha do 2º(1º)			
			Total	Significante a		
				10%	5%	1%
Geral	11	0,7354	11(0)	8(0)	6(0)	4(0)
PA-2 x PA-1	1	0,9853	1(0)	0(0)	0(0)	0(0)
RR-2 x RR-1	1	0,3974	1(0)	1(0)	1(0)	1(0)
SC-AG-?-2-?-? x SC-AG-?-1-?-? <sup>(a)</sup>	9 <sup>(b)</sup>	0,7452	9(0)	7(0)	5(0)	3(0)

Obs.: (a) O caractere “?” é usado como um coringa representando todas as combinações possíveis de acordo com as especificações da Tabela 6.

(b) Pares de modelos sob teste: [(SC-AG-1-2-1 x SC-AG-1-1-1), (SC-AG-1-2-2 x SC-AG-1-1-2), (SC-AG-1-2-3 x SC-AG-1-1-3), (SC-AG-2-2-1 x SC-AG-2-1-1), (SC-AG-2-2-2 x SC-AG-2-1-2), (SC-AG-2-2-3 x SC-AG-2-1-3), (SC-AG-3-2-1 x SC-AG-3-1-1), (SC-AG-3-2-2 x SC-AG-3-1-2), (SC-AG-3-2-3 x SC-AG-3-1-3)].

Em segundo lugar, comparando os modelos de previsão por passeio aleatório com os modelos baseados no algoritmo SC-AG de previsão, novamente o primeiro aparentemente supera o segundo somente na comparação das especificações com um termo de intercepto. Enquanto o SC-AG superou o PA de referência somente com a especificação sem intercepto, esta evidência não apresenta robustez estatística. Isto pode ser visto, primeiro, notando que dos nove pares de testes comparativos somente em seis o SC-AG sem intercepto venceu o PA sem intercepto, e segundo, destas seis vitórias do SC-AG somente uma foi encontrada com significância estatística ao nível de 10%. Observe, ainda, que utilizando as especificações de previsão com intercepto o modelo PA supera o SC-AG em todos os casos, sendo a maioria destes com significância estatística.

Por fim, comparando os desempenhos preditivos dos modelos baseados em regressões recursivas com aqueles baseados no algoritmo SC-AG, os resultados em geral favorecem o primeiro. Isto é fortemente evidenciado quando comparando somente as especificações sem intercepto onde o modelo RR vence o SC-AG em todos os nove pares de

testes comparativos considerados. Além disso, em todas estas comparações a diferença entre as MEPQs destes modelos é estatisticamente significativa ao nível de 1%. A respeito da especificação com um termo de intercepto, o modelo RR também vence o SC-AG em número, mas estes resultados são em grande parte estatisticamente insignificantes indicando que não há diferença relevante entre estes dois modelos de previsão quando utilizando tal especificação.

Tabela 12 – Sumário de resultados obtidos com o teste da razão de MEPQs comparando o desempenho dos três diferentes algoritmos.

Pares de Modelos sob Teste	Número Total Testes	Média das razões de MEPQs	Número de vezes que o 1º(2º) ganha do 2º(1º)			
			Total	Significante a		
				10%	5%	1%
PA x RR	2	1,3124	1(1)	1(1)	1(1)	0(1)
PA-2 x RR-2	1	1,8704	0(1)	0(1)	0(1)	0(1)
PA-1 x RR-1	1	0,7544	1(0)	1(0)	1(0)	0(0)
PA x SC-AG	18	0,8874	12(6)	8(1)	7(0)	3(0)
PA-2 x SC-AG-?-2-?(a)	9 <sup>(b)</sup>	1,0153	3(6)	2(1)	1(0)	0(0)
PA-1 x SC-AG-?-1-?(a)	9 <sup>(c)</sup>	0,7596	9(0)	6(0)	6(0)	3(0)
RR x SC-AG	18	0,7748	15(3)	10(1)	9(0)	9(0)
RR-2 x SC-AG-?-2-?(a)	9 <sup>(d)</sup>	0,5428	9(0)	9(0)	9(0)	9(0)
RR-1 x SC-AG-?-1-?(a)	9 <sup>(e)</sup>	1,0068	6(3)	1(1)	0(0)	0(0)

Obs.: (a) Idem a Tabela 10.

(b) Pares de modelos sob teste: [(PA-2 x SC-AG-1-2-1), (PA-2 x SC-AG-1-2-2), (PA-2 x SC-AG-1-2-3), (PA-2 x SC-AG-2-2-1), (PA-2 x SC-AG-2-2-2), (PA-2 x SC-AG-2-2-3), (PA-2 x SC-AG-3-2-1), (PA-2 x SC-AG-3-2-2), (PA-2 x SC-AG-3-2-3)].

(c) Pares de modelos sob teste: [(PA-1 x SC-AG-1-1-1), (PA-1 x SC-AG-1-1-2), (PA-1 x SC-AG-1-1-3), (PA-1 x SC-AG-2-1-1), (PA-1 x SC-AG-2-1-2), (PA-1 x SC-AG-2-1-3), (PA-1 x SC-AG-3-1-1), (PA-1 x SC-AG-3-1-2), (PA-1 x SC-AG-3-1-3)].

(d) Pares de modelos sob teste: [(RR-2 x SC-AG-1-2-1), (RR-2 x SC-AG-1-2-2), (RR-2 x SC-AG-1-2-3), (RR-2 x SC-AG-2-2-1), (RR-2 x SC-AG-2-2-2), (RR-2 x SC-AG-2-2-3), (RR-2 x SC-AG-3-2-1), (RR-2 x SC-AG-3-2-2), (RR-2 x SC-AG-3-2-3)].

(e) Pares de modelos sob teste: [(RR-1 x SC-AG-1-1-1), (RR-1 x SC-AG-1-1-2), (RR-1 x SC-AG-1-1-3), (RR-1 x SC-AG-2-1-1), (RR-1 x SC-AG-2-1-2), (RR-1 x SC-AG-2-1-3), (RR-1 x SC-AG-3-1-1), (RR-1 x SC-AG-3-1-2), (RR-1 x SC-AG-3-1-3)].

Em suma, a partir desta discussão dos resultados obtidos a partir do teste de razão entre MEPQs pode-se delinear as seguintes conclusões:

- (1) A respeito das três possíveis construções de previsores do SC-AG, as previsões obtidas a partir do conceito amplo baseado na população de regras disponíveis apresentaram desempenho melhor do que aquelas obtidas a partir do conceito restrito baseado em uma regra individual, ainda que esta regra seja selecionada como a melhor dentre as possíveis.
- (2) A respeito da questão de inclusão de um termo de intercepto na equação de previsão, as previsões obtidas a partir das especificações sem este termo apresentaram um desempenho preditivo melhor do que aquelas obtidas com especificações incluindo o termo de intercepto.
- (3) A respeito da comparação dos três diferentes modelos de previsão dos retornos acionários, num geral o modelo de regressões recursivas demonstrou superar ambos os modelos de passeio aleatório e o SC-AG, onde este último foi ainda fracamente vencido pelo modelo de passeio aleatório.

Entretanto, a evidência construída a partir do teste de razão entre MEPQs pode sofrer de sérias distorções decorrentes de violações de seus pressupostos restritivos. Por este motivo, no que se segue avalia-se até que ponto estas conclusões são robustas utilizando-se de um teste distinto.

#### 4.3.2. Teste de Diebold e Mariano

Relaxando os pressupostos do teste de razão entre MEPQs, Diebold e Mariano (1995) propuseram um teste que adicionalmente permite a consideração de uma função de perda que não é quadrática. Apesar desta liberdade na escolha da função de perda, mantém-se aqui a função de perda baseada nos erros ao quadrado de modo a permitir que os resultados derivados a partir da condução do presente teste sejam diretamente comparáveis aos resultados prévios.

O teste Diebold-Mariano (DM) é baseado no cálculo da diferença de perda média a partir da utilização das previsões obtidas a partir do modelo 1 versus as previsões obtidas a partir de um segundo modelo,  $\bar{d}$ , conforme mostrado na equação (24).

$$\bar{d} = \frac{1}{H} \sum_{t=1}^H [(r_t - \hat{r}_{1,t})^2 - (r_t - \hat{r}_{2,t})^2] \quad (24)$$

Sob a hipótese nula de igual precisão preditiva, o valor de  $\bar{d}$  é zero e o teorema do limite central implica que esta média terá uma distribuição normal. Porém, como o verdadeiro valor da variância de  $\bar{d}$  não é conhecido, para construir a estatística do teste DM, conforme a equação (25), é necessária a utilização de seu valor estimado o que leva esta estatística a ter um distribuição  $t$  de Student com  $H-1$  graus de liberdade. Para atenuar problemas decorrentes da autocorrelação na estimativa desta variância utiliza-se do estimador  $\hat{\sigma}_{NW}^2$  de Newey-West.

$$DM = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{NW}^2 / (H-1)}} \quad (25)$$

Utilizando este teste com o mesmo foco proposto na utilização do teste de razão de MEPQs sumarizam-se seus resultados nas Tabelas 13, 14 e 15, que seguem o mesmo design que as Tabelas 10, 11 e 12. A idéia central aqui é observar em que medida os resultados obtidos com o teste DM corroboram aqueles obtidos com o teste de razão de MEPQs. Assim, segue-se a mesma forma de avaliação dos resultados a cada uma das referidas tabelas.

Primeiramente, os resultados apresentados na Tabela 13 corroboram fortemente os resultados anteriores de que o predictor construído como uma média aritmética das previsões das regras ativas oferece melhor desempenho preditivo do que ambas alternativas.

Tabela 13 – Sumário de resultados obtidos com o teste de Diebold-Mariano comparando o desempenho dos três predictores do SC-AG.

Pares de Modelos sob Teste	Número Total Testes	Média de $\bar{d}$	Número de vezes que o 1°(2°) ganha do 2°(1°)			
			Total	Significante a		
				10%	5%	1%
Previsor 1 x Previsor 2	6 <sup>(a)</sup>	0,0130	0(6)	0(6)	0(6)	0(5)
Previsor 1 x Previsor 3	6 <sup>(b)</sup>	0,0078	0(6)	0(6)	0(6)	0(4)
Previsor 2 x Previsor 3	6 <sup>(c)</sup>	-0,0052	6(0)	6(0)	6(0)	6(0)

Obs.: (a)-(c) Idem a Tabela 10.

Em segundo lugar, os resultados apresentados na Tabela 14 também trazem fortes evidências corroborando as conclusões prévias de que as previsões obtidas com especificações sem termo de intercepto superam as previsões obtidas com especificações incluindo este termo.

Tabela 14 – Sumário de resultados obtidos com o teste de Diebold-Mariano comparando o desempenho das especificações com e sem intercepto.

Pares de Modelos sob Teste	Número Total Testes	Média de $\bar{d}$	Número de vezes que o 1°(2°) ganha do 2°(1°)			
			Total	Significante a		
				10%	5%	1%
Geral	11	-0,0130	11(0)	11(0)	9(0)	1(0)
PA-2 x PA-1	1	-0,0005	1(0)	1(0)	1(0)	0(0)
RR-2 x RR-1	1	-0,0293	1(0)	1(0)	1(0)	1(0)
SC-AG-?-2-?-? x SC-AG-?-1-?-(a)	9 <sup>(b)</sup>	-0,0125	9(0)	9(0)	7(0)	0(0)

Obs.: (a)-(b) Idem a Tabela 11.

Por fim, os resultados em relação à avaliação comparativa dos algoritmos de previsão, conforme a Tabela 15, também vem a corroborar aqueles derivados com o teste precedente. No entanto, enquanto a evidência a respeito da comparação entre os modelos PA e RR oferece um suporte ainda mais robusto para a vantagem encontrada para o segundo modelo, a evidência comparando os modelos SC-AG com os outros dois modelos de referência é um tanto quanto fraca em termos de significância estatística.

Tabela 15 – Sumário de resultados obtidos com o teste de Diebold-Mariano comparando o desempenho dos três diferentes algoritmos.

Pares de Modelos sob Teste	Número Total Testes	Média de $\bar{d}$	Número de vezes que o 1°(2°) ganha do 2°(1°)			
			Total	Significante a		
				10%	5%	1%
PA x RR	2	0,0024	1(1)	0(1)	0(1)	0(1)
PA-2 x RR-2	1	0,0168	0(1)	0(1)	0(1)	0(1)
PA-1 x RR-1	1	-0,0119	1(0)	0(0)	0(0)	0(0)
PA x SC-AG	18	-0,0065	12(6)	9(2)	6(1)	3(0)
PA-2 x SC-AG-?-2-?-?-(a)	9 <sup>(b)</sup>	-0,0005	3(6)	2(2)	1(1)	0(0)
PA-1 x SC-AG-?-1-?-(a)	9 <sup>(c)</sup>	-0,0125	9(0)	7(0)	5(0)	3(0)
RR x SC-AG	18	-0,0090	15(3)	9(0)	9(0)	8(0)
RR-2 x SC-AG-?-2-?-?-(a)	9 <sup>(d)</sup>	-0,0173	9(0)	9(0)	9(0)	8(0)
RR-1 x SC-AG-?-1-?-(a)	9 <sup>(e)</sup>	-0,0006	6(3)	0(0)	0(0)	0(0)

Obs.: (a)-(e) Idem a Tabela 12.

Para concluir, num geral os resultados obtidos utilizando o teste DM corroboraram aqueles obtidos a partir da abordagem de razão de

MEPQs, o que leva à conclusão de que as violações aos pressupostos daquele teste, se alguma, não representaram vieses relevantes à conclusões lá derivadas.

#### 4.4. ANÁLISE SUMÁRIA DOS RESULTADOS

Este capítulo propôs-se a uma avaliação comparativa dos desempenhos preditivos dos algoritmos de previsão formulados nos capítulos precedentes. Com um foco em especial sobre a questão principal deste estudo, qual seja a plausibilidade no uso de sistemas classificadores como modelo de formação de expectativas no mercado acionário, avaliou-se ainda como alguns aspectos específicos da modelagem proposta impactaram sobre os desempenhos resultantes dos algoritmos sob estudo. Nomeadamente, buscaram-se respostas às seguintes questões:

- (1) Dentre os algoritmos SC-AG, RR, e PA, qual apresentou o melhor desempenho preditivo acumulado nas condições dispostas?
- (2) Como evoluíram os desempenhos preditivos destes algoritmos frente a possíveis choques na série de retornos da ação sob estudo?
- (3) Dentre as duas possíveis especificações da equação de previsão linear, uma incluindo um termo de intercepto, e outra sem este termo, qual a que apresentou o melhor desempenho preditivo?
- (4) Dentre as três possibilidades de construção de previsores através do SC-AG, qual a que apresentou o melhor desempenho preditivo?

Para responder estas questões robustamente, foram propostas análises de natureza tanto gráfica quanto estatística, estas últimas sendo realizadas por meio de testes individuais e pareados sobre os resultados apresentados pelos modelos e suas diversas especificações.

Em relação à primeira questão, num geral o modelo de regressões recursivas demonstrou-se superior a ambos os modelos de passeio aleatório e SC-AG, sendo que este último foi ainda fracamente vencido pelo modelo de passeio aleatório. Dentre os diversos testes analisados, um resultado notável foi observado a partir da avaliação das taxas de acertos dos sinais preditivos onde somente as previsões obtidas através do modelo de regressões recursivas apresentaram resultados positivos estatisticamente significantes.

Assim, tendo em conta a discussão sobre a utilização de algoritmos evolucionários de alta complexidade computacional como representativos do modelo de formação de expectativas dos investidores

em mercados acionários, os resultados apresentados constituem evidências desafiadoras aos argumentos favoráveis a adoção desta abordagem. Tal qual a perspectiva evolucionária é construída sob um argumento de sobrevivência do mais apto, estes resultados indicam que a implementação computacional de um algoritmo de natureza evolucionária não representa a opção mais apta ao contexto de previsão de retornos acionários.

Para a segunda questão procurou-se obter uma resposta a partir da análise gráfica da evolução das MEPQs acumuladas recursivamente para cada modelo e suas especificações. Desta análise concluiu-se que as MEPQs finais calculadas para cada exercício de previsão representaram estatísticas convergentes em sua trajetória temporal, aumentando o grau de confiabilidade dos resultados obtidos nas análises que fizeram uso destas séries.

Ademais foi possível distinguir graficamente a ocorrência de dois choques negativos ao PGD da série de retornos sob estudo, os quais não foram antecipados pelos algoritmos de previsão. Tais observações corresponderam às baixas registradas nos meses de Outubro de 1997 e Agosto de 1998, meses estes em que o mercado sofreu forte impacto advindo de choques internacionais associados à crise da Ásia e à moratória da Rússia, respectivamente.

Apesar de nenhum dos algoritmos terem obtido sucesso na antecipação destes choques, observou-se que seus efeitos tiveram intensidades distintas sobre as previsões dos diferentes algoritmos. Especificamente, observou-se que enquanto o algoritmo SC-AG sofreu o primeiro choque em menor intensidade do que os outros algoritmos, no segundo choque foi o modelo de regressões recursivas que apresentou melhor desempenho, especialmente aquele no qual se utilizou de uma especificação de previsão com intercepto (RR-1).

Conjecturou-se como explicação para este resultado que o modelo RR ajustou suas estimativas após o primeiro choque, acima de tudo através do termo de intercepto, de modo que o impacto do segundo choque foi suavizado nesta especificação. Conforme foi observado no capítulo anterior, as estimativas dos parâmetros de previsão apresentaram-se relativamente instáveis no decorrer do tempo, e embora não seja possível distinguir a partir da Figura 7 um ajuste diferenciado nas estimativas do modelo RR para os meses referentes aos choques, os coeficientes de intercepto tiveram estimativas nos valores de 0,13 para a previsão realizada no mês do primeiro choque, e de -0,43 para o segundo choque.

Em relação à terceira questão, o resultado geralmente evidenciado pelos diversos testes adotados neste capítulo foi o de que a utilização da especificação da equação de previsão com um termo de intercepto apresentou desempenho inferior à especificação sem este termo. Este resultado foi particularmente robusto para os resultados obtidos através dos modelos SC-AG e de regressões recursivas.

Este resultado ganha relevância tendo em conta a discussão prévia sobre o PGD da série de preços da ação sob estudo. Especificamente, os resultados apresentados na Tabela 4 e discutidos na seção 3.1 indicaram que a série de preços poderia ser caracterizada como um processo estacionário em torno de uma tendência determinística, sendo que este resultado implicaria que a melhor especificação para a equação de previsão autoregressiva dos retornos deveria incluir uma constante. No entanto, conforme previamente mencionado, este resultado foi derivado a partir de uma análise da série de dados disponível como um todo, enquanto que os algoritmos de previsão sob análise trabalham sob uma ótica recursiva e iterativa no acesso à informação disponível.

Assim, o resultado de que as especificações sem intercepto trouxeram desempenho preditivo superior constitui uma evidência contrária àquela que identificou a série de preços da ação como TE. Note, no entanto, que este resultado apresentou-se robusto somente para os algoritmos de previsão que fizeram uso de informações condicionantes, enquanto que os resultados de estacionariedade derivados na Tabela 4 foram obtidos sem considerar a possibilidade de existência destas relações. Em suma, estes resultados aparentemente contraditórios podem estar associados à indicação de existência de não-linearidades associadas aos PGDs sob análise. Esta possibilidade, no entanto, foge do escopo deste estudo. Uma revisão sobre modelagens alternativas nesta classe de modelos pode ser encontrada em Enders (2004, Cap. 7).

Outro aspecto que traz relevância à questão sobre a inclusão ou não de um intercepto na especificação das equações de previsão, especificamente para o algoritmo SC-AG, diz respeito ao espaço de busca por soluções no procedimento de adaptação do AG. Obviamente, a inclusão de parâmetros adicionais nestas especificações leva a um alargamento do espaço de soluções possíveis sobre o qual o algoritmo deverá percorrer em busca de regras melhor adaptadas ao ambiente sendo modelado. Tal alargamento, por sua vez, pode ter efeitos sobre o já mencionado *trade-off* entre a qualidade das previsões e o custo computacional necessário para sua obtenção. Assim, a superioridade

apresentada pela especificação com apenas um parâmetro pode ser decorrente deste encurtamento do espaço de busca por soluções no procedimento de adaptação adotado pelo SC-AG.

Por fim, respondendo a última questão, os resultados apresentados neste capítulo evidenciaram a superioridade do segundo tipo de previsor calculado através de uma média aritmética das previsões individuais obtidas pelas regras de previsão ativas no SC. Retomando a discussão prévia a respeito desta questão, este resultado vem em contraposição às formulações de SCs usualmente encontradas na literatura nas quais as previsões são baseadas somente na regra de previsão que demonstrou melhor adaptabilidade às evoluções passadas do ambiente, ou seja, o previsor definido como do tipo 1 neste estudo. Conforme os resultados apresentados, previsões baseadas na população de regras ativas para as condições correntes do mercado resultam em um desempenho preditivo superior àquelas baseadas em uma única regra, ainda que esta seja considerada a melhor dentre as alternativas disponíveis.

Para finalizar este capítulo, concluí-se que apesar dos esforços na calibragem do modelo SC-AG em busca do equilíbrio no *trade-off* entre a incerteza e a precisão das previsões, a avaliação comparativa deste algoritmo evolucionário complexo com dois algoritmos de referência computacionalmente mais simples não trouxe resultados favoráveis ao uso do algoritmo SC-AG como previsor de retornos no mercado acionário.



## 5. CONCLUSÕES

---

A crescente literatura em finanças baseadas em agentes computacionais com sua perspectiva de modelagem dos mercados de baixo para cima trouxe a tona um renovado interesse na ciência econômica por uma modelagem do processo de formação de expectativas utilizando arcabouços de aprendizagem indutiva. Apesar do seu sucesso na geração de muitos dos fatos estilizados conhecidos sobre os mercados financeiros, estes estudos de simulações de mercados artificiais ainda carecem de uma identificação de quais das diversas especificidades combinadas nestes modelos complexos são determinantes de cada componente do comportamento resultante do mercado. Focando-se na questão de como as expectativas são formadas em mercados acionários, este estudo avaliou empiricamente o desempenho preditivo de um algoritmo evolucionário computacional com suas propriedades centrais tomadas da literatura em mercados acionários artificiais.

A partir de um sistema classificador com aprendizagem desenvolveu-se um algoritmo endogeneizando a maioria dos seus parâmetros associados ao algoritmo genético de adaptação. Uma análise de convergência foi conduzida em busca de uma diminuição da incerteza em relação às previsões obtidas através deste algoritmo, incerteza esta decorrente das propriedades estocásticas do mesmo. Além disso, um procedimento de calibragem computacionalmente intensivo foi utilizado para calibrar os parâmetros do algoritmo que não foram endogeneizados, sendo esta calibragem guiada em direção à meta de previsibilidade dos retornos acionários. O desempenho preditivo do sistema classificador com aprendizagem baseada em um algoritmo genético (SC-AG) foi avaliado utilizando-se de dados empíricos referentes a uma ação individual do mercado acionário brasileiro, e em relação a dois algoritmos de referência computacionalmente simplórios baseados no método de regressões recursivas (RR) e no modelo de passeio aleatório (PA).

A amostra de dados empíricos utilizada consistiu de informações de mercado e contábeis a respeito da ação da empresa Petrobras, um dos ativos mais líquidos do mercado acionário brasileiro, e compreendeu o período de Janeiro de 1987 a Dezembro de 2009, em uma base mensal. Os dados coletados relacionaram-se tanto a indicadores técnicos quanto fundamentalistas, incluindo alguns dos mais conhecidos indicadores contabilmente baseados e alguns indicadores macroeconômicos. Pela

construção dos algoritmos de previsão, estes dados são tomados como possíveis condicionantes dos retornos futuros do ativo.

Antes de examinar o desempenho do SC-AG em relação aos algoritmos de referência alternativos, foi conduzida uma análise computacionalmente intensiva das propriedades de convergência e da precisão do algoritmo com a finalidade de verificar a sensibilidade do SC-AG à escolha dos seus parâmetros. Sobretudo, os resultados desta análise evidenciaram a existência de um *trade-off* entre incerteza e precisão das previsões associado à escolha do parâmetro representando a velocidade de ajustamento das regras de previsão. Enquanto a confiança sobre as previsões diminuiu quando a parametrização do algoritmo de aprendizagem foi definida a colocar uma maior ênfase em suas realizações passadas, a precisão destas previsões aumentou.

Claramente esta relação apresenta-se de forma muito similar ao amplamente conhecido *trade-off* entre risco e retorno que há muito tem sido o foco de estudos sobre escolhas sob risco. Assim, este resultado permite a conjectura de que, uma vez que um algoritmo de sistema classificador com aprendizagem é tomado como representativo do processo indutivo de formação de expectativas dos agentes, as decisões destes últimos em um ambiente de incertezas podem ser afetadas pelo tamanho das suas memórias, e esta ligação opera através do processo de formação de expectativas dos agentes. Especificamente sob o ponto de vista das escolhas sob risco, conjectura-se que a aversão ao risco dos agentes pode ser determinada pelo tamanho das suas memórias. Obviamente, tal conjectura configura-se como uma hipótese para futuras investigações.

Focando-se no desempenho preditivo do SC-AG em relação aos modelos de previsão alternativos RR e PA, os resultados indicaram que o primeiro não se demonstrou capaz de vencer os modelos mais simples em termos computacionais. Cabe observar ainda que o desempenho mais fraco do SC-AG não pode ser considerado como consequência da seleção de informações condicionantes colocadas a disposição do funcionamento deste algoritmo visto que o mesmo conjunto de informações, e em um formato idêntico, foi disponibilizado ao algoritmo baseado em regressões recursivas, o qual apresentou desempenho superior a ambos os modelos de previsão SC-AG e PA.

Este resultado também evidencia a relevância das informações utilizadas para a previsão dos retornos acionários dado que o RR também venceu o PA, que por construção não utiliza de qualquer informação adicional condicionante em seu processo de previsão. A respeito desta questão, uma análise adicional sobre a evolução dos

algoritmos SC-AG e RR permitiu concluir ainda que enquanto o primeiro apresentou-se relativamente instável na determinação das informações relevantes para sua operação de previsão, o segundo mostrou distinções claras sobre a relevância das diversas informações para obtenção de suas previsões. Dentre estas, citaram-se entre as informações mais relevantes tanto indicadores técnicos, quanto indicadores fundamentalistas utilizando-se de construções alternativas.

Adicionalmente, os testes apresentados permitiram a comparação entre duas especificações lineares da equação de previsão adotada por cada um destes algoritmos: uma especificação sem intercepto, e um incluindo um termo de intercepto. A respeito disto, os resultados foram razoavelmente robustos no favorecimento da especificação sem intercepto, indicando que a inclusão de um termo de intercepto nas equações de previsão lineares pode ser considerada prejudicial aos desempenhos preditivos finais dos algoritmos considerados. Cabe notar que as séries de dados referentes aos preços/retornos da ação sob estudo não foram sujeitas a extrações de tendência/média, um procedimento que obviamente induziria a obtenção destes últimos resultados.

Aprimorando a construção dos previsores obtidos através de sistemas classificadores com aprendizagem, também se propôs a avaliação de três métodos diferentes para o cálculo das previsões para o período seguinte. O primeiro utilizando-se somente da regra de previsão com maior força entre aquelas ativas para o período. O segundo utilizando-se de uma média aritmética das regras de previsão ativas. E o terceiro utilizando-se de uma média ponderada das regras de previsão ativas, onde as ponderações são as forças destas regras. A respeito desta avaliação, os resultados evidenciaram que o segundo tipo de predictor proposto no contexto do algoritmo SC-AG apresentou um desempenho preditivo superior ao dos dois tipos alternativos.

Este último resultado indica que previsões obtidas através de um conceito amplo, baseado na população de regras, possuem desempenho preditivo superior às previsões obtidas através do conceito restrito, baseado em uma única regra, ainda que esta represente a regra que melhor adequou-se ao ambiente no passado. Tanto este resultado quanto aquele relativo à utilidade do termo de intercepto nas equações de previsão, representam evidências interessantes para a literatura que faz uso de sistemas classificadores com aprendizagem no contexto de mercados acionários artificiais, dado que esta usualmente adota previsores do primeiro tipo e especificações de previsão lineares incluindo um termo de intercepto. Assim, os resultados aqui apresentados contrariam em grande parte as decisões de construção e

especificação previamente adotadas na literatura relacionada, indicando que estas decisões têm sido feitas usualmente de forma *ad-hoc*.

Apesar de a abordagem adotada tenha tido um forte foco sobre a robustez empírico, alguns pontos fracos ainda podem ser identificados sobre os resultados apresentados. Primeiramente, a generalização dos resultados é bastante limitada dado que, pelos custos computacionais associados ao algoritmo central do estudo, a inferência baseou-se em dados referentes a uma única ação.

Um segundo aspecto da abordagem a afetar diretamente a possibilidade de generalização dos resultados diz respeito às especificidades de design do algoritmo. Embora o estudo tenha proposto alguns avanços neste sentido, a construção de um algoritmo com dinâmica completamente fechada leva à necessidade destas diversas especificidades em sua formulação, e isto, por sua vez, torna os resultados sujeitos a fortes vieses de design. Assim, as conclusões derivadas não são propostas como generalizações a toda a classe de modelos aos quais aqueles aqui tratados podem ser associados. Tendo isto em conta, cabe lembrar que embora uma evidência casual não seja suficiente para uma conclusão generalizada, esta mesma evidência pode ser utilizada em contraposição a tentativa de generalização de conclusões contrárias.

Outra questão merecedora de futuras investigações diz respeito às propriedades estocásticas presentes em algoritmos evolucionários. Conforme ficou claro a partir da exposição no estudo, este tipo de algoritmo é caracterizado por alguns componentes estocásticos em seu processo de determinação, e isto leva a certo grau de incerteza a respeito dos resultados derivados a partir da execução do algoritmo. Ainda que o estudo tenha obtido razoável sucesso ao lidar com esta questão através de uma técnica fazendo uso de médias, pouco se sabe a respeito da validade das avaliações comparativas entre modelos determinados estocasticamente e modelos determinísticos, tais quais os modelos de referência deste estudo o são.

Outras possíveis extensões ao presente estudo podem ser elencadas. Primeiramente, pode-se adotar abordagem semelhante para validação dos resultados com dados de outras ações do mercado acionário, ou ainda de outros mercados, tal como para a previsão de taxas de câmbio no mercado cambial. Em segundo lugar, a robustez dos resultados pode ser verificada em relação a outras especificações das equações de previsão, aumentando a ordem de defasagens por exemplo. Seguindo uma mesma direção, pode-se ainda estender a análise comparativa em relação a outros modelos de previsão. Por fim, na

construção de previsores a partir do SC-AG pode-se ainda avaliar outras formas de agregação das regras ativas, tal como a utilização de médias harmônicas.

Para concluir, pode-se dizer que os resultados apresentados neste estudo constituem evidência desafiadora ao uso de sistemas classificadores com aprendizagem como representativos dos modelos expectacionais adotados por agentes investindo em mercados acionários reais. Se estes mercados podem ser descritos como sistemas complexos adaptativos, tal característica pode não ser de direta extensão para a constituição do pressuposto de que os agentes compondo estes mercados também formam suas expectativas sob um argumento de base adaptativo. Assim como algoritmos evolucionários são construídos baseando-se no argumento de sobrevivência do mais apto, os resultados apresentados demonstraram que a implementação computacional de um destes algoritmos evolucionários não sobreviveria como a mais apta no contexto preditivo de retornos acionários.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ALLEN, F.; KARJALAINEN, R. Using Genetic Algorithms to find technical trading rules. **Journal of Financial Economics**, v. 51, n. 2, p. 245-271, 1999.

ARMANO, G.; MARCHESI, M.; MURRU, A. NXCS: Hybrid approach to stock indexes forecasting. In: CHEN, S. H. **Genetic Algorithms and Genetic Programming in Computational Finance**, Boston, MA, USA: Kluwer, p. 125-158, 2002.

ARTHUR, W. B.; HOLLAND, J.; LEBARON, B.; PALMER, R.; TAYLER, P. Asset pricing under endogenous expectations in an artificial stock market. In: ARTHUR, W. B.; DURLAUF, S.; LANE, D. **The Economy as an Evolving Complex System II**, Reading, MA, USA: Addison-Wesley, p. 15-44, 1997.

ASHLEY, R. Statistically significant forecasting improvements: how much out-of-sample data is likely necessary? **International Journal of Forecasting**, v. 19, n. 2, p. 229-239, 2003.

BELTRAMETTI, L.; FIORENTINI, R.; MARENCO, L.; TAMBORINI, R. A learning-to-forecast experiment on the foreign exchange market with a Classifier System. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 21, n. 8-9, p. 1543-1575, 1997.

BELTRATTI, A.; MARGARITA, S. Evolution of trading strategies among heterogeneous artificial economic agents. In: MEYER, J. A.; ROIBLAT, H. L.; WILSON, S. W. **From Animals to Animats 2**, Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1992.

BOOKER, L. B.; GOLDBERG, D. E.; HOLLAND, J. H. Classifier systems and genetic algorithms. **Artificial Intelligence**, v. 40, n. 1-3, p. 235-282, 1989.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Time Series Analysis: Forecasting and Control**, San Francisco, USA: Holden-Day, 1976.

BRENNER, T. Agent Learning Representation: Advice on Modelling Economic Learning. In: TESHATSION, L.; JUDD, K. L. **Handbook of**

**Computational Economics 2: Agent-based Computational Economics.** Amsterdam: North Holland, p. 895-947, 2006.

BROWN, B. W.; MAITAL, S. What do Economists Know? An Empirical Study of Experts' Expectations. **Econometrica**, v. 49, n. 2, p. 491-504, 1981.

CAMPBELL, J. Y. Asset Pricing at the Millennium. **The Journal of Finance**, v. 55, n. 4, p. 1515-1567, 2000.

CAMPBELL, J. Y.; LO, A. W.; MACKINLAY, A. C. **The Econometrics of Financial Markets.** Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, 1997.

CHEN, M.; CHEN, K.; CHIANG, H.; HUANG, H.; HUANG, M. Comparing extended classifier system and genetic programming for financial forecasting: an empirical study. **Soft Computing**, v. 11, n. 12, p. 1173-1183, 2007.

CHEN, S. H.; YEH, C. H. Evolving traders and the business school with genetic programming: A new architecture of the agent-based artificial stock market. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 25, n. 3-4, p. 363-394, 2001.

DE JONG, K. A.; SPEARS, W. M.; GORDON, D. F. Using genetic algorithms for concept learning. **Machine Learning**, v. 13, n. 2-3, p. 161-188, 1993.

DICKEY, D.; FULLER, W. A. Distribution of the Estimates for Autoregressive Time Series with a Unit Root. **Journal of the American Statistical Association**, v. 74, p. 427-431, 1979.

DIEBOLD, F. X.; MARIANO, R. Comparing Predictive Accuracy. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 13, p. 253-263, 1995.

DIEBOLD, F. X.; LOPEZ, J. A. Forecast Evaluation and Combination. In: MADDALA, G. S.; RAO, C. R. **Handbook of Statistics 14, Statistical Methods in Finance.** Amsterdam: North Holland, p. 241-268, 1996.

EIBEN, A.; SMITH, J. **Introduction to Evolutionary Computing**. Germany: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003.

ENDERS, W. **Applied Econometric Time Series**, 2<sup>nd</sup> ed., USA: John Wiley & Sons, 2004.

EVANS, G.W; HONKAPOHJA, S. **Learning and Expectations in Macroeconomics**, Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, 2001.

FAMA, E. F. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. **The Journal of Finance**, v. 25, p. 383-417, 1970.

FAMA, E. F. Efficient capital markets: II. **The Journal of Finance**, v. 45, p. 1575-1617, 1991.

GIBBS, M. S.; DANDY, G. C.; MAIER, H. R. A genetic algorithm calibration method based on convergence due to genetic drift. **Information Sciences**, v. 178, n. 14, p. 2857-2869, 2008.

HANSEN, L. P.; HODRICK, R. J. Forward Exchange Rates as Optimal Predictors of Future Spot Rates: An Econometric Analysis. **The Journal of Political Economy**, v. 88, n. 5, p. 829-853, 1980.

HERRERA, F.; LOZANO, M.; SÁNCHEZ, A. M. A Taxonomy for the Crossover Operator for Real-Coded Genetic Algorithms: An Experimental Study. **International Journal of Intelligent Systems**, v. 18, n. 3, p. 309-338, 2003.

HOLLAND, J. H. Outline for a logical theory of adaptive systems. **Journal of the Association for Computing Machinery**, v. 3, p. 297-314, 1962.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**, Ann Arbor, USA: University of Michigan Press, 1975.

HOLLAND, J. H. Escaping brittleness: the possibilities of general purpose learning algorithms applied to parallel rule-based systems. In: MICHALSKI, R.; CARBONEL, J.; MITCHELL, T. **Machine learning: an artificial intelligence approach**, vol. 2. San Mateo, CA, USA: Morgan Kaufmann, 1986.

HOLLAND, J. H.; HOLYOAK, K. J.; NISBETT, R. E.; THAGARD, P. R. **Induction: Processes of Inference, Learning, and Discovery.** Cambridge, MA, USA: The MIT Press, 1986.

HOLLAND, J. H.; MILLER, J. H. Artificial Adaptive Agents in Economic Theory. **The American Economic Review**, v. 81, n. 2, Papers and Proceedings of the Hundred and Third Annual Meeting of the American Economic Association, p. 365-370, 1991.

JANIKOW, C. Z. A knowledge-intensive genetic algorithm for supervised learning. **Machine Learning**, v. 13, n. 2-3, p. 189-228, 1993.

LEBARON, B. Agent-based Computational Finance. In: TEFATSION, L.; JUDD, K. L. **Handbook of Computational Economics 2: Agent-based Computational Economics.** Amsterdam: North Holland, p. 1187-1233, 2006.

LEBARON, B.; ARTHUR, W. B.; PALMER, R. Time series properties of an artificial stock market. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 23, n. 9-10, p. 1487-1516, 1999.

LETTAU, M. Explaining the facts with adaptive agents: The case of mutual fund flows. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 21, n. 7, p. 1117-1148, 1997.

LIAO, P.; CHEN, J. Dynamic trading strategy learning model using learning classifier systems. **Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation**, v. 2, p. 783-789, 2001.

LIM, K.; BROOKS, R. The evolution of stock market efficiency over time: a survey of the empirical literature. **Journal of Economic Surveys**, no prelo, 2010.

LOBO, F. G.; GOLDBERG, D. E. The parameter-less genetic algorithm in practice. **Information Sciences**, v. 167, n. 1-4, p. 217-232, 2004.

MACKINNON, J. G. Numerical Distribution Functions for Unit Root and Cointegration Tests. **Journal of Applied Econometrics**, v. 11, n. 6, p. 601-618, 1996.

MAHFOUD, S.; MANI, G. Financial forecasting using Genetic Algorithms. **Applied Artificial Intelligence**, v. 10, n. 6, p. 543-565, 1996.

MALKIEL, B. G. The Efficient Market Hypothesis and Its Critics. **The Journal of Economic Perspectives**, v. 17, n. 1, p. 59-82, 2003.

NELSON, C.; PLOSSER, C. Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications. **Journal of Monetary Economics**, v. 10, n. 2, p. 139-162, 1982.

PALMER, R. G.; ARTHUR, W. B.; HOLLAND, J. H.; LEBARON, B.; TYLER, P. Artificial economic life: a simple model of a stockmarket. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, v. 75, n. 1-3, p. 264-274, 1994.

PALMER, R. G.; ARTHUR, W. B.; HOLLAND, J. H.; LEBARON, B. An artificial stock market. **Artificial Life and Robotics**, v. 3, n. 1, p. 27-31, 1999.

POLLOCK, D. S. G. Recursive estimation in econometrics. **Computational Statistics and Data Analysis**, v. 44, n. 1-2, p. 37-75, 2003.

SAN JOSÉ-REVUELTA, L. M. A new adaptive genetic algorithm for fixed channel assignment. **Information Sciences**, v. 177, n. 13, p. 2655-2678, 2007.

SCHULENBURG, S.; ROSS, P. Explorations in LCS models of stock trading. In: LANZI, P. L.; STOLZMANN, W.; WILSON, S. W. **Advances in Learning Classifier Systems**, Proceedings of the Fourth International Workshop (IWLCS-2001), Lecture Notes in Artificial Intelligence, v. LNAI-2321, New York, USA: Springer, Berlin Heidelberg, p. 151-180, 2002.

SMITH, S. F. Flexible learning of problem solving heuristics via adaptive search. In: **Proceedings of the eighth international joint conference on artificial intelligence**, p. 422-425, 1983.

STONE, C.; BULL, L. Foreign Exchange Trading using a Learning Classifier System. **Studies in Computational Intelligence**, v. 125, p. 169-189, 2008.

SUTTON, R.; BARTO, R. **Reinforcement Learning**. Cambridge, MA, USA: The MIT Press, 1998.

TAY, N. S. P.; LINN, S. C. Fuzzy inductive reasoning, expectation formation and the behavior of security prices. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 25, n. 3-4, p. 321-362, 2001.

TESFATSION, L. Agent-Based Computational Economics: Growing Economies From the Bottom-Up. **Artificial Life**, v. 8, n. 1, p. 55-82, 2002.

WAN, H. A.; HUNTER, A.; DUNNER, P. Autonomous Agent Models of Stock Markets. **Artificial Intelligence Review**, v. 17, n. 2, p. 87-128, 2002.

WILENSKY, U. **Netlogo**. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Evanston, IL, USA: Northwestern University, 1999. Disponível em: <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>.