UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS

ANÁLISE DAS QUESTÕES DE UM LIVRO PARADIDÁTICO DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA

Trabalho de Conclusão de Curso

Henrique Geraldo Folster Junior

Florianópolis - SC
Julho - 2007

Henrique Geraldo Folster Junior

ANÁLISE DAS QUESTÕES DE UM LIVRO PARADIDÁTICO DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Matemática - Habilitação Licenciatura
Departamento de Matemática
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Universidade Federal de Santa Catarina

Orientadora: Cláudia Regina Flores

Florianópolis - SC
Julho - 2007

ANÁLISE DAS QUESTÕES DE UM LIVRO PARADIDÁTICO DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA

Esta Monografia foi julgada adequada como Trabalho de Conclusão de Curso no Curso de Matemática - Habilitação Licenciatura e aprovada em sua forma final pela banca Examinadora designada pela Portaria n^o 38/CCM/07.

Prof^a. Carmem Suzane Comitre Gimenez

Professora responsável pela disciplina

Banca Examinadora:

Prof^a. Cláudia Regina Flores

Orientadora

Prof^a Neri Terezinha Both Carvalho

Prof. Méricles Thadeu Moretti

Florianópolis, 13 de julho de 2007.

"O segredo é fazer valer a pena!"

Agradeço primeiramente a Deus que me deu saúde e sabedoria.

A dedicação de meus pais que sempre me apoiaram.

Aos meus irmãos que eu amo.

A minha noiva que vem dividindo os meus bons e maus momentos.

A meus amigos que sempre estiveram do meu lado.

Aos todos os meus professores, em especial as professoras Neri Terezinha Both Carvalho e Cláudia Regina Flores.

Sumário

Introdução

Com o objetivo de aprofundar meus conhecimentos na área de educação matemática escolhi o tema do meu Trabalho de Conclusão de Curso, ou seja, o estudo histórico do Movimento da Matemática Moderna, mais precisamente na análise do desenvolvimento de uma organização de dados dos conteúdos trabalhados nesse período.

Esta idéia partiu inicialmente da apresentação do Trabalho de Conclusão de Curso do meu amigo e companheiro de trabalho Rafael Sales, que em seu trabalho analisou algumas questões do vestibular da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) referentes aos anos de 2000 até 2006. Após decidido a estrutura inicial, comecei a procurar informações e assuntos que pudessem tornar meu trabalho um pequeno resumo do que significou o Curso para mim.

Em conversas com minha orientadora Professora Doutora Cláudia Regina Flores, surgiu a idéia de tratar de algum assunto relacionado ao Movimento da Matemática Moderna. Na busca de informações sobre este assunto, participei de alguns encontros da disciplina "Teoria e metodologia da história na pesquisa em educação matemática"no PPGECT, 2007.1, ministrada pela professora Doutora Cláudia Regina Flores, disciplina no qual será fundamental na construção do resumo histórico do Movimento da Matemática Moderna.

Até neste momento tinha a estrutura definida, a base necessária para o resumo histórico, mas ainda faltava algo. Como análisar um livro didático ou como organizar conteúdos para um fácil entendimento? Foi neste momento que encontrei a disciplina "Tópicos em Educação Matemática"ministrada pela professora Doutora Neri Terezinha Both Carvalho, que em um trabalho de análise de livro didático, me deu os últimos fundamentos para ter a estrutura completa do meu trabalho.

Tentarei aqui juntar quatro elementos importantíssimos para minha formação como professor: história, educação, matemática e livro didático. Não estarei aqui críticando o Movimento da Matemática Moderna, muito menos levantar a hipótese de trazer algum assunto excluído dos currículos escolares, mas apenas analisar no livro didático como o conteúdo "Conjunto"foi tratado. Para isso usei a Teoria Antropológica do Saber de Ives Chevallard.

Os assuntos que iremos tratar nos capítulos 2 e 3, foram escolhidos primeiramente pela curiosidade de entender o porque de sua exclusão dos currículos do ensino médio, e em seguida para tentar expor de uma maneira clara e organizada estes mesmos assuntos, afim de facilitar o entedimento.

Capítulo 1

Sobre o Movimento da Matemática Moderna

Antes da década de 60 aprendia-se em níveis fundamental e médio assuntos tais como : progressões, logaritmos, exponenciais, equações relacionadas, geometria plana, determinantes, sistemas lineares (Cramer e Rouché-Capeli), cálculo combinatório, binômio de Newton, trigonometria, polinômios, equações algébricas, etc. (ver[5],[6]). Assuntos que não estavam acompanhando as mudanças políticas e tecnológicas de sua época.

Em vista disso, era necessário uma reação contra o algebrismo e que, simultaneamente, deveria vir de encontro às necessidades atuais da sociedade. Os matemáticos justificavam a necessidade de mudanças no ensino pelo descompasso entre os conteúdos ensinados na escola secundária e o desenvolvimento sócio econômico de uma sociedade então em expansão. A essa reação se deu o nome de "Movimento da Matemática Moderna".

Esse movimento surgiu, no Brasil, por volta do ano de 1962, por via do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática- GEEM em São Paulo. As questões de aprendizagem começaram a ser discutida com mais intensidade, são criados os Congressos Nacionais de Ensino Matemático, os Círculos de Professores de Matemática e uma Associação Brasileira de Professores. Os Congressos Estaduais de Professores, sentindo a necessidade de mudança iniciam às primeiras manifestações defendidas pelo Movimento Internacional da Matemática Moderna, que depois disso só ganhou mais força.

O GEEM foi fundado em 1961, após um curso ministrado principalmente pelo lógico matemático George Spriger, realizado em São Paulo e patrocinado pela Secretária da Educação, USP, Mackenzie e National Foundation (U.S.A.). De acordo com o art. I do estatuto da GEEM tirado do texto Science MESA: "História de Professores - Mudanças e Permanência"de RUY MADSEN BARBOSA (ver [6]), temos: "O GEEM tem por finalidades, a - incentivar, coordenar, divulgar e atualizar a Matemática, bem como o seu ensino, nos cursos primário, secundário e normal, principalmente nos estabelecimentos do Estado de São Paulo, através da cooperação direta com a Secretaria dos Negócios da Educação de São Paulo; b - promover intercâmbio com entidades congêneres e Centros Universitários, nacionais e estrangeiros, a fim de que se introduza no ensino brasileiro, na medida dos recursos pedagógicos, os fundamentos da Matemática contemporânea.".

O número de docentes que possuíam graduação em Matemática era insuficiente para suprir a função de professor quem lecionava a matéria de matemática eram aqueles formados em áreas como engenharia, biologia, física entre outras. Surge uma reflexão sobre a necessidade de renovação e aperfeiçoamento dos professores de matemática, principalmente devido as mudanças que estavam ocorrendo com a inserção da Matemática Moderna, o GEEM ofereceu cursos de aperfeiçoamento e atualização para todos os professores.

Durante o aparecimento e crescimento do movimento a imprensa, principalmente a paulista, divulgou com grande destaque ao movimento, as palestras e cursos, e também a Matemática em si. Deixa-se claro que nenhum outro movimento teve tal importância na história como a Matemática Moderna.

A nova estrutura moderna foi posta em prática nas escolas, e os primeiros aspectos não foram bons. Além da adoção não ter sido feita com planejamento necessário, os professores, não acostumados com o novo sistema de ensino, tornavam-no deficiente e só agravavam o problema. Desta forma, muitos tendem a dizer que o sistema falhou, pois não atingiu as metas iniciais. Mas apesar de tudo, o movimento teve muitos bons aspectos, contribuindo decisivamente para o melhoramento da educação brasileira. Muitas opiniões eram positivas, considerando o movimento como o início

Figura 1.1: Professores secundários voltam às carteiras para revolucionar o ensino da Matemática com sessenta anos de atraso entre nós, título da foto do jornal Folha de São Paulo, de 12 de julho de 1963, referente ao curso do GEEM, realizado em janeiro de 1963. (Documento do arquivo pessoal de Osvaldo Sangrirg)

de uma revolução no ensino de matemática.

Para analisar onde o movimento pode ter falhado, podemos destacar dois fatos. O primeiro por parte do exagero de professores. Por não estarem devidamente preparados muitos professores iniciavam a Matemática, em qualquer série, com a "Teoria de Conjuntos", e no colegial davam ênfase ao cálculo proposicional, mas localizando-o especificamente e só nas conexões lógicas e nas chamadas "tabelas - verdade", sem cuidar efetivamente dos temas da lógica importantes para o ensino da matemática. Em segundo, infelizmente, surgiu a corrida dos autores de livros didáticos, procurando atualizá-los. Assim, certos autores de obras didáticas para a escola primária, inseriram em seus livros, textos sobre conjuntos para todas as séries, bem como propriedades estruturais ("fechamento", associativa, comutativa, etc.); mas infelizmente com vários erros que induziram a vícios de linguagem.

Alguns dos assuntos que fizeram parte do currículo na época do movimento são: conceitos de número e operação, dados históricos, noções de conjuntos e emprego correto de propriedades estruturais, início da metodologia da descoberta, conceito de

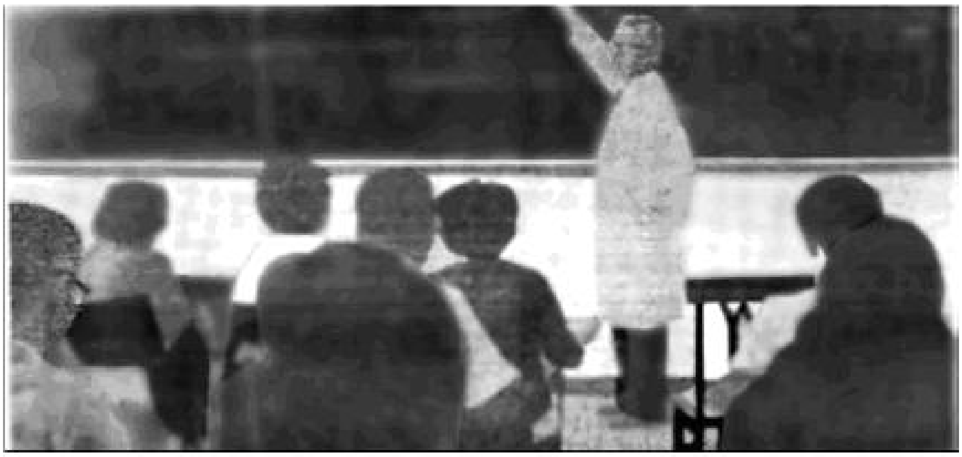

Figura 1.2: Na Universidade Mackenzie, professores ensinam a professores como é a matemática moderna, título da foto do artigo "Matemática Moderna em curso de férias", do jornal Folha de São Paulo, de 15/01/1967.

relação e função, representações cartesianas, novos rumos para a combinatória e seus princípios básicos, introdução das probabilidades com as árvores de possibilidades e de probabilidades, matrizes, menor ênfase no árduo e abstrato estudo dos determinantes, inequações do primeiro grau a duas variáveis e sua representação no plano cartesiano, outras maneiras de conduzir o ensino de geometria plana conjuntamente com a geometria espacial, etc. Alguns desses tópicos permanecem até hoje, outros com pequenas modificações, outros foram suprimidos dos currículos.

Destaco aqui alguns dos livros confeccionados e trabalhados nesse período do Movimento da Matemática Moderna: Elementos da Teoria dos Conjuntos (B.Castrucci), Introdução da Matemática Moderna na Escola Primária (A.Franchi e M.P. Liberman), Iniciação às Estruturas Algébricas (J.Monteiro), Combinatória e Probabilidades (R.M.Barbosa), Biblioteca da Matemática Moderna (A. M. de Oliveira e A. Silva), Iniciação à Matemática Moderna (E. A. Filho).

Com o propósito de realizar um estudo mais aprofundado sobre os livros utilizados no movimento, escolhemos o volume 1 do livro Iniciação à Matemática Moderna de Edgard de Alencar Filho, citado acima.

Iniciamos nossa análise listando os assuntos abordados no livro:

Unidade I - Noções Fundamentais · Conjuntos e Elementos

· Conjuntos de Números

· Deternação de um Conjunto

· Intervalos em $\mathbb{R}$

Unidade II - Subconjuntos · Igualdade de Dois Conjuntos e Relação de Inclusão

· Subconjuntos, Conjuntos das Partes e Conjunto Complementar

Unidade III - Operações com Conjuntos · Interseção de Conjuntos

· Reunião de Conjuntos

· Diferença de Conjuntos

· Diferença Simétrica

· Produto Cartesiano

· Grafos

· Famílias de Conjuntos

· Recobrimento e Partição de um Conjunto

Nos próximos capítulos escolheremos alguns temas a serem análisados, bem como os exercícios referentes aos mesmos apoiados na Teoria Antropológica do Saber de Ives Chevallard.

Capítulo 2

Noções de Análise Matemática

Nesse capítulo, faremos listagem das principais definições e resultados sobre conjuntos (ver [1],[2],[3]). Nosso objetivo não é explorar o tema de forma didática, mas dar subsídios ao leitor para possíveis esclarecimentos na resolução das questões que serão analisadas no terceiro capítulo.

2.1 Grafos

Definição - Dá-se o nome de grafo a todo o conjunto G cujos elementos são pares ordenados. Se G é um grafo e o par ordenado (x, y) pertence a G, diz que "y é o correspondente de x por G".

Projeções de um grafo

Definição 1 - Chama-se primeira projeção de um grafo G, o conjunto dos elementos x tais que o par ordenado (x, y) pertence a G. Representa-se por pr_1G. Portanto, simbolicamente:

$$pr_1G = \{x|(x, y) \in G\}$$

Definição 2 - Chama-se segunda projeção de um grafo G, o conjunto dos elementos y tais que o par ordenado (x, y) pertence a G.

Representa-se por pr_2G. Portanto, simbolicamente:

$$pr_2G = \{y|(x, y) \in G\}$$

De conformidade com as definições 1 e 2, a primeira e a segunda projeções de um grafo G são, respectivamente, os conjuntos formados pelos primeiros elementos e pelos segundos elementos dos pares ordenados que pertencem a G. A primeira e a segunda projeção de um grafo G chamam-se também, respectivamente, "conjunto de definição de G"e "conjunto de valores de G". Obviamente:

$$G \subset (pr_1 G)x(pr_2 G)$$

Exemplo 1:

O conjunto $G = \{(c, 2); (d, 2); (e, 2); (c, 3); (d, 3); (e, 3)\}$ é um grafo, cujas projeções são:

$$pr_1 G = \{c, d, e\}, pr_2 G = \{2, 3\}$$

Exemplo 2:

O conjunto $G = \{(x, y) | x \in \mathbb{Z}$ e $y = 3x\}$ é um grafo cuja primeira projeção é o conjunto $\mathbb{Z}$ dos números inteiros e cuja segunda projeção é conjunto dos múltiplos de 3.

Cortes de um grafo

Sejam A e B dois conjuntos e G uma parte de A x B, isto é, um grafo G contido em A x B $(G \subset AxB)$.

Definição 1 - Chama-se corte do grafo G segundo um elemento x_o de A, o conjunto dos pares ordenados (x_o, y) que pertencem a G:

$$C(x_o) = \{(x_o, y) | x_o \in Ae(x_o, y) \in G\}$$

Definição 2 - Chama-se corte do grafo G segundo um elemento y_o de B, o conjunto dos pares ordenados (x_o, y) que pertencem a G:

$$C(y_o) = \{(x, y_o) | y_o \in Be(x, y_o) \in G\}$$

Exemplo 3: Para o grafo $G = \{(a, 1), (b, 1), (c, 1), (c, 2)\}$, temos que:

$C(a) = \{(a, 1)$, $C(b) = \{(b, 1)\}$, $C(c) = \{(c, 1), (c, 2)\}$;

$C(1) = \{a, 1), (b, 1), (c, 1)\}$, $C(2) = \{(c, 2)\}$

2.2 Famílias de Conjuntos

Sejam $i \in \emptyset$ e A dois conjuntos. A todo elemento $i \in I$ associaremos uma parte Ai de A $(A_i \subset A)$:

$$i \in I \rightarrow A_i \subset A$$

Definição - O conjunto dos A_i chama-se uma família de partes de A, cujo conjunto dos índices é I ou definida em I. Esta família representa-se por uma das notações:

$$\{A_i | i \in I\}, \{A_i\}_{i \in I}$$

cada uma das quais se lê: ”conjunto dos Ai, i percorrendo I”.

Se J é uma parte de I $(J \subset I)$, o conjunto dos Ai, com $i \in J$, diz -se uma sub-família da precedente.

Exemplo 4:

Sejam os conjuntos:

$I = \{1, 2, 3, 4\}$ e $A = \{a, b, c, d\}$ Consideramos as partes de A:

$A_1 = \{a\}$, $A_2 = \{b\}$, $A_3 = \{c\}$, $A_4 = \{d\}$

O conjunto $\{A_1, A_2, A_3, A_4\} = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}\}$ é uma família de Partes de A, cujo conjunto dos índices é I ou definida em I.

Reunião de uma família de partes de um conjunto

Definição - Chama-se reunião de família $\{A_i | i \in I\}$, o conjunto formado pelos elementos x que pertencem a um, pelo menos, dos conjuntos A_i da família. Representa-se esta reunião por uma das notações:

$\bigcup\{A_i | i \in I\}$, $\bigcup_{i \in I} A_i$

cada uma das quais se lê: ”reunião dos Ai, i percorrendo I”.

Simbolicamente:

$$\{A_i | i \in I\} = \{x | \exists i \in I, x \in A_i\}$$

Em particular, se $I = \mathbb{N}$, também se usa a notação:

$\bigcup_{i=1} A_i$

Exemplo 5:

Tomemos a Família do exemplo 4.

Temos:

$$\bigcup\{A_i|i \in I\} = \{a, b, c, d\}$$

Interseção de uma família de partes de um conjunto

Definição - Chama-se interseção da família $\{A_i|i \in I\}$, o conjunto formando pelos elementos x que pertencem a todos os conjuntos Ai da família.

Representa-se esta interseção por uma das notações:

$\bigcap\{A_i|i \in I\}$, $\bigcap_{i \in I} A_i$

cada uma das quais se lê: "interseção dos A_i, i percorrendo I".

Simbolicamente:

$$\bigcap\{A_i|i \in I\} = \{x|i \in I, x \in A_i$$

Em particular, se I = N, também se usa a notação:

$\bigcup_{i=1} A_i$

Exemplo 6:

Tomemos a Família do exemplo 4.

Temos:

$$\bigcap\{A_i|i \in I\} = \emptyset$$

2.3 Recobrimento de um Conjunto

Definição - Chama-se recobrimento ou cobertura de um conjunto E toda a família de conjuntos cuja reunião contém E.

Portanto, a família de conjuntos $F = \{A_i|i \in I\}$ é um recobrimento de E se:

$$E \subset \{A_i|i \in I\}$$

O fato de ser a família de conjuntos $F = \{A_i | i \in I\}$ um recobrimento de E pode tamém ser expresso simbolicamente do seguinte modo:

$$\forall x \in E, \exists A_i \in F t.q. x \in A_i$$

2.4 Partição de um Conjunto

Definição - Chama-se partição de um conjunto E ($E \neq \emptyset$) toda a família de partes não vazias de E, disjuntas duas a duas, e cuja reunião é E.

Portanto, uma família de conjunto $F = \{A_i | i \in I\}$ é uma partição do conjunto E quando satisfaz as três seguintes condições:

a) $(\forall i \in I)(A_i \neq \emptyset$ e $A_i \subset E)$

b) $i \neq j \rightarrow A_i \bigcap A_j = \emptyset$

c) $\bigcup\limits_{i \in I} A_i = E$

Pela condição (a), todo o conjunto A_i da família não é vazio e está contido em E; pela condição (b), os conjuntos A_i são dois a dois disjuntos; e pela condição (c), a reunião de todos os conjuntos A_i é o conjunto E. Os conjuntos A_i dizem-se as classes de partição.

Exemplo 7: Seja o conjunto E={1,2,3,4,5,6} a família de conjuntos:

$$F = \{A_1, A_2, A_3\}$$

sendo:

$A_1 = \{1\}, A_2 = \{2, 3\}, A_3 = \{4, 5, 6\}$

é uma partição de E.

2.5 Partição Cruzada de um Conjunto

Sejam:

$$A = \{A_1, A_2, ..., A_m\} e B = \{B_1, B_2, ..., B_n\}$$

duas partições de um mesmo conjunto E.

A família de conjuntos:

$$P_c = \{A_i \bigcap B_j \neq \emptyset | A_i \in A, B_j \in B\}$$

também é uma partição cruzada de E relativa ao par A, B de partições de E.

Com efeito, seja x um elemento qualquer do conjunto E ($x \in E$) . Então, x pertence a algum A_{i_o} e a algum B_{j_o} , porque A e B são partições de E, e, portanto, $x \in A_i \bigcap B_j$, isto é, x pertence a um elemento da partição cruzada Pc de E.

Por outra parte, se

$$x \in A_{I_O} \bigcap B_{j_o} ex \in A_{i_1} \bigcap B_{j_o}$$

então, $x/inA_{i_o}ex \in A_{i_1}$, donde $A_{i_o} = A_{i_1}$, por ser A uma partição de E. Analogamente, $B_{j_o} = B_{j_1}$. Logo: $A_{i_o} \bigcap B_{i_o} = A_{i_1} \bigcap B_{j_1}$.

Exemplo 8:

Seja o conjunto $E = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$, achar a partição cruzada de E relativa a cada um dos pares de partições de E seguinte:

$$\{\{a, b, c, d\}, \{e, f, g, h\}\}$$

e

$$\{\{a, b, h\}, \{c, d, e, f, g\}\}$$

Para achar a partição cruzada, cumpre achar a interseção de cada conjunto de uma partição com cada conjunto da outra. Temos:

$\{a, b, c, d\} \bigcap \{a, b, h\} = \{a, b\}$

$\{a, b, c, d\} \bigcap \{c, d, e, f, g\} = \{c, d\}$

$\{e, f, g, h\} \bigcap \{a, b, h\} = \{h\}$

$\{e, f, g, h\} \bigcap \{c, d, e, f, g\} = \{e, f, g\}$

Logo a partição cruzada é:

$$\{\{a, b\}, \{c, d\}, \{h\}, \{e, f, g\}\}$$

Capítulo 3

Análise das Questões

Este capítulo tem como principal objetivo o aprofundamento das definições e propriedades vistas no capítulo 2. Trataremos aqui das questões extraídas do livro **Iniciação à Matemática Moderna** de Edgard de Alencar Filho (ver [2]), mais precisamente dos capítulos 12, 13 e 14.

A análise das questões será apoiada na **Teoria Antropológica do Saber** de Ives Chevallard (ver [1]) que propõe a partir da resolução de problemas, identificar o conhecimento ultilizado, possibilitando ao aluno a resolução dos mais variados tipos de problemas, sejam eles de ordem científica ou cotidiana. Imaginamos que desta forma, os alunos e professores que passaram pelo Movimento da Matemática Moderna, poderiam assimilar de uma forma organizada as definições, teoremas, propriedades, entre outros.

3.1 Quadro Teórico

A palavra "matemática"vem do grego: *mathema*, que significa "aprendizagem". Ensinar Matemática deveria ser, portanto, ensinar a aprender, ou seja o professor deve estimular o aluno no desenvolvimento de sua criatividade e capacidade na resolução de exercícios, a fim de que este adquira o costume da investigação. Assim, a Matemática teria conseguido um grande avanço, que é o de fazer com que o aluno tenha capacidade de buscar o saber e interligá-lo à realidade que o cerca.

Segundo Chevallard(ver [1]), um saber não vive isoladamente, pois cada saber tem ligação com outros saberes de uma determinada instituição e desempenha alguma função.

Em nosso trabalho, o objeto matemático são algumas questões do livro Iniciação à Matemática Moderna de Edgard de Alencar Filho que tratam de “Introdução Análise”, o Movimento da Matemática Moderna. Foram escolhidas todas as questões referentes aos assuntos Grafos, Família de Conjuntos e Partição de um Conjunto, trabalhando com seus símbolos e representações.

Para Chevallard, uma organização matemática de um determinado objeto matemático em uma determinada instituição pode ser compreendida se conhecemos as tarefas, a técnica, a tecnologia e a teoria que têm lugar nesta instituição.

A **tarefa** é a ordem, a ação, a pergunta que o enunciado traz (palavras como determine, encontre, calcule, evidenciam esse termo). Já a **técnica** é a forma utilizada para realizar a tarefa; é a maneira pela qual se chega à solução das questões. **Tecnologia** é o que garante que a técnica funciona (trata-se das definições, teoremas, corolários, propriedades, entre outros, que validam a técnica). Por fim, temos a **teoria** que é o maior suporte em questão, e que sustenta a tecnologia; aqui fazemos referência a Teoria dos Conjuntos.

3.2 Listagem das Questões com Resolução

Com o intuito de analisar minuciosamente as questões selecionadas, será feita, anteriormente, a resolução de cada uma delas.

Para tanto, não teremos aqui a preocupação de desenvolver as questões como os alunos e professores do período análisado. Nosso objetivo é mostrar que o entendimento de alguns assuntos, retirados do nosso currículo atual, seriam viáveis a partir de uma melhor organização de informações.

1. Dados os conjuntos: $A_1 = \{1, 10\}, A_2 = \{2, 4, 6, 10\}, A_3 = \{3, 6, 9\}, A_4 = \{4, 8\}, A_5 = \{5, 6, 10\}$

Calcular:

a) $\bigcap\limits_{i \in I} A_i$, sendo $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Resolução:

Como $A_1 = \{1, 10\}, A_2 = \{2, 4, 6, 10\}, A_3 = \{3, 6, 9\}, A_4 = \{4, 8\}, A_5 = \{5, 6, 10\}$ devemos ter:

$$\bigcap_{i \in I} A_i = A_1 \bigcap A_2 \bigcap A_3 \bigcap A_4 \bigcap A_5 = \emptyset$$

b) $\bigcup_{i \in I} A_i$, sendo $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Resolução:

Como $A_1 = \{1, 10\}, A_2 = \{2, 4, 6, 10\}, A_3 = \{3, 6, 9\}, A_4 = \{4, 8\}, A_5 = \{5, 6, 10\}$ devemos ter:

$$\bigcup_{i \in I} A_i = A_1 \bigcup A_2 \bigcup A_3 \bigcup A_4 \bigcup A_5 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$$

c) $\bigcap_{i \in J} A_i$, sendo $J = \{2, 3, 5\}$

Resolução:

Como $A_2 = \{2, 4, 6, 10\}, A_3 = \{3, 6, 9\}, A_5 = \{5, 6, 10\}$

$$\bigcap_{i \in J} A_i = A_2 \bigcap A_3 \bigcap A_5 = \{6\}$$

d) $\bigcup_{i \in J} A_i$, sendo $J = \{2, 3, 5\}$

Resolução:

Como $A_2 = \{2, 4, 6, 10\}, A_3 = \{3, 6, 9\}, A_5 = \{5, 6, 10\}$

$$\bigcup_{i \in J} A_i = A_2 \bigcup A_3 \bigcup A_5 = \{6\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 9, 10\}$$

2. Dados os conjuntos: $A_n = \{x | x$ é múltiplo de n $\}$, onde $n \in \mathbb{N}$

Calcular: **a)** $A_3 \bigcap A_5$

Resolução:

Sabendo que $A_3 = \{x | x$ é um múltiplo de 3$\}$ e $A_5 = \{x | x$ é um múltiplo de 5$\}$

Temos que $A_3 \bigcap A_5 = \{x | x$ é múltiplo de 3 e x é um múltiplo de 5$\}$

Como o m.m.c.$(3,5) = 15$

Portanto $A_3 \bigcap A_5 = \{x|x$ é múltiplo de $15\}$

b) $A_4 \bigcap A_6$

Resolução:

Sabendo que $A_4 = \{x|x$ é um múltiplo de $4\}$ e $A_6 = \{x|x$é um múltiplo de $6\}$

Temos que $A_4 \bigcap A_6 = \{x|x$ é múltiplo de 4 e x é um múltiplo de $6\}$

Como o m.m.c.$(4,6) = 12$

Portanto $A_4 \bigcap A_6 = \{x|x$ é múltiplo de $12\}$

c) $\bigcup\limits_{i \in P} A_i$, sendo $P = \{2, 3, 5, 7, 11, ...\}$

Resolução:

Sabendo que $A_2 = \{x|x$ é um múltiplo de $2\}$, $A_3 = \{x|x$é um múltiplo de $3\}$, ...

Temos que $\bigcup\limits_{i \in P} A_i = N - \{1\} = \{2, 3, 4, 5, ...\}$, porque todo número natural, exceto 1, é um múltiplo de ao menos um número primo.

3. Sejam os conjuntos: $A_n = [n, n+1]$, onde $n \in Z = \{... - 2, -1, 0, 1, 2, ...\}$

Calcular:

a) $A_1 \bigcup A_2$

Resolução: Sabendo que $A_1 = [1, 2]$ e $A_2 = [2, 3]$

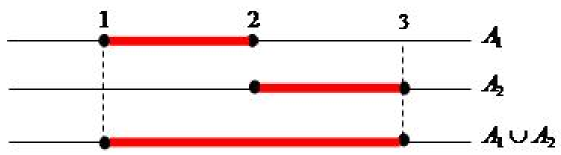

Figura 3.1: $A_1 \bigcup A_2$

Portanto $A_1 \bigcup A_2 = [1, 3]$

b) $A_3 \bigcap A_4$

Resolução: Sabendo que $A_3 = [3, 4]$ e $A_4 = [4, 5]$

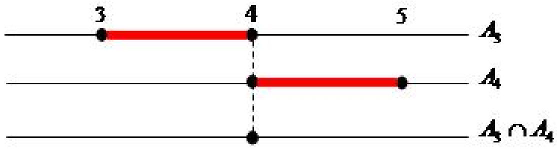

Figura 3.2: $A_3 \bigcap A_4$

Portanto $A_3 \bigcap A_4 = \{4\}$

c) $\displaystyle\bigcup_{i \in \mathbb{Z}} A_i$

Resolução: Sendo $A_0 = [0, 1]$, $A_1 = [1, 2]$, ..., $A_n = [n, n + 1]$, temos:

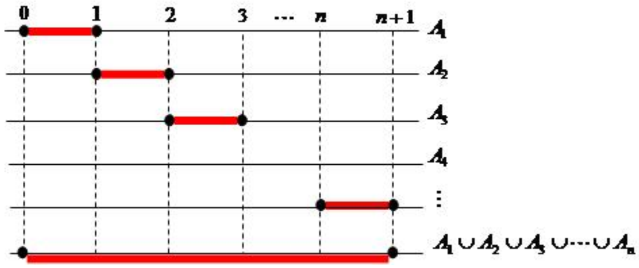

Figura 3.3: $A_0 \bigcup A_1 \bigcup ... \bigcup A_n$

Portanto $A_0 \bigcup A_1 \bigcup ... \bigcup A_n = \mathbb{R}_+$[1]

Para os inteiros não negativos temos analogamente $\mathbb{R}_-$.

Sendo assim $\displaystyle\bigcup_{i \in \mathbb{Z}} A_i = \mathbb{R}$

4. Sejam os conjuntos: $A_n = (0, \frac{1}{n})$, onde $n \in N = \{1, 2, 3, 4, ...\}$

Calcular:

a) $A_3 \bigcup A_7$

[1] $\mathbb{R}_+$ = reais não negativos

Resolução: Sabendo que $A_3 = (0, \frac{1}{3})$ e $A_7 = (0, \frac{1}{7})$

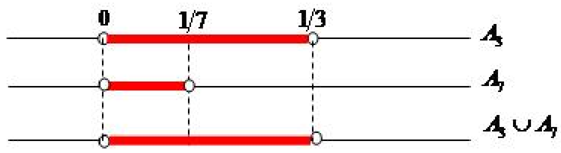

Figura 3.4: $A_3 \bigcup A_7$

Portanto $A_3 \bigcup A_7 = (0, \frac{1}{3})$

b)$A_3 \bigcap A_{20}$

Resolução: Sabendo que $A_3 = (0, \frac{1}{3})$ e $A_{20} = (0, \frac{1}{20})$

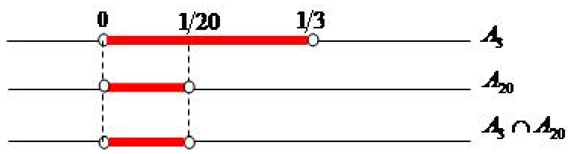

Figura 3.5: $A_3 \bigcap A_{20}$

Portanto $A_3 \bigcap A_{20} = (0, \frac{1}{3})$

5. Sejam os conjuntos: $A_n = \{x|x$ é um múltiplo de $n\}$=$\{n, 2n, 3n, ...\}$

Calcular:

a) $A_2 \bigcap A_7 =$

Resolução: Sejam $A_2 = \{x|x$ é um múltiplo de $2\}$ e $A_7 = \{x|x$ é um múltiplo de$7\}$

Teremos que $A_2 \bigcap A_7 = \{x|x$ é um múltiplo de 2 e x é um múltiplo de $7\}$

Como m.m.c.$(2, 7) = 14$

Definimos $A_2 \bigcap A_7 = \{x|x$ é um múltiplo de $14\}$

b) $A_6 \bigcap A_8 =$

Resolução: Sejam $A_6 = \{x|x$ é um múltiplo de $6\}$ e $A_8 = \{x|x$ é um múltiplo de$8\}$

Teremos que $A_6 \bigcap A_8 = \{x|x$ é um múltiplo de 6 e x é um múltiplo de 8$\}$

Como m.m.c.$(6, 8) = 24$

Definimos $A_6 \bigcap A_8 = \{x|x$ é um múltiplo de 24$\}$

c) $A_3 \bigcup A_{12} =$

Resolução: Sejam $A_3 = \{x|x$ é um múltiplo de 3$\}$ e $A_{12} = \{x|x$ é um múltiplo de12$\}$

Teremos que $A_3 \bigcup A_{12} = \{x|x$ é um múltiplo de 3 ou x é um múltiplo de 12$\}$

Como m.d.c.$(3, 12) = 3$

Definimos $A_3 \bigcup A_{12} = \{x|x$ é um múltiplo de 3$\}$

d) $A_3 \bigcap A_{12} =$

Resolução: Sejam $A_3 = \{x|x$ é um múltiplo de 3$\}$ e $A_{12} = \{x|x$ é um múltiplo de12$\}$

Teremos que $A_3 \bigcap A_{12} = \{x|x$ é um múltiplo de 3 e x é um múltiplo de 12$\}$

Como m.m.c.$(3, 12) = 12$

Definimos $A_3 \bigcap A_{12} = \{x|x$ é um múltiplo de 12$\}$

6. Sejam os conjuntos: $A_i = (i, i + 1]$, onde $i \in Z$. Calcular:

a) $A_4 \bigcup A_5$;

Resolução: Sabendo que $A_4 = (4, 5]$ e $A_5 = (5, 6]$

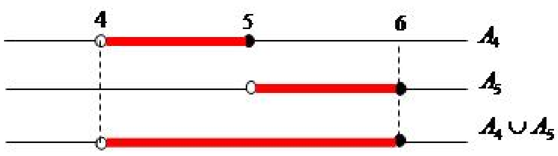

Figura 3.6: $A_4 \bigcup A_5$

Portanto $A_4 \bigcup A_5 = (4, 6]$

b) $A_6 \bigcap A_7$;

Resolução: Sabendo que $A_6 = (6, 7]$ e $A_7 = (7, 8]$

Portanto $A_6 \bigcap A_7 = \emptyset$

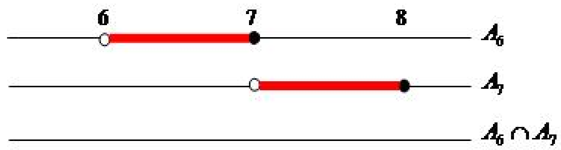

Figura 3.7: $A_7 \bigcap A_7$

7. Seja o conjunto $E = \{a, b, c, d, e, f, g\}$. Indicar quais das seguintes famílias de conjuntos é uma partição de E:

(1) $\{A_1 = \{a, c, e\}, A_2 = \{b\}, A_3 = \{d, g\}\}$

resolução: Temos que $A_1 \bigcup A_2 \bigcup A_3 = \{a, b, c, d, e, g\} \neq E$

Logo a Família $\{A_1, A_2, A_3\}$ não é partição de E.

(2) $\{B_1 = \{a, e, g\}, B_2 = \{c, d\}, B_3 = \{b, e, f\}\}$

Resolução: Temos que $B_1 \bigcup B_2 \bigcup B_3 = \{a, b, c, d, e, g\} = E$

Porém $B_1 \bigcap B_3 = \{e\} \neq \emptyset$

Logo a Família $\{B_1, B_2, B_3\}$ não é partição de E.

(3) $\{C_1 = \{a, b, e, g\}, C_2 = \{c\}, C_3 = \{d, f\}\}$

Resolução: Temos que $C_1 \bigcup C_2 \bigcup C_3 = \{a, b, c, d, e, f, g\} = E$

Como todos os conjuntos da Família são disjuntos dois a dois, temos que a família $\{C_1, C_2, C_3\}$ é uma partição de E.

(4) $\{D_1 = \{a, b, c, d, e, f, g\}\}$

Resolução: Embora a Família $\{D_1\}$ consista de um único conjunto , ela é partição de E. Em outros termos, para todo o conjunto não vazio E, a família $\{E\}$ é uma partição de E.

8. Seja o conjunto $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Indicar quais das seguintes famílias de conjuntos é uma partição de E:

a) $\{\{1, 3, 5\}, \{2, 4\}, \{3, 6\}\}$

Resolução: Temos que $\{1, 3, 5\} \bigcup \{2, 4\} \bigcup \{3, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = E$

Porém $\{1, 3, 5\} \bigcap \{3, 6\} = \{3\} \neq \emptyset$

Portanto a família $\{\{1,3,5\},\{2,4\},\{3,6\}\}$ não é partição de E.

b) $\{\{1,2,3,4,5,6\}\}$

Resolução: Embora a Família $\{\{1,2,3,4,5,6\}\}$ consista de um único conjunto , ela é partição de E. Em outros termos, para todo o conjunto não vazio E, a família $\{E\}$ é uma partição de E.

c) $\{\{2\},\{4\},\{1,5\},\{3,6\}\}$

Resolução: Temos que $\{2\}\bigcup\{4\}\bigcup\{1,5\}\bigcup\{3,6\} = \{1,2,3,4,5,6\} = E$

Observamos que os conjuntos da Família $\{\{2\},\{4\},\{1,5\},\{3,6\}\}$ são disjuntos dois a dois.

Portanto a Família $\{\{2\},\{4\},\{1,5\},\{3,6\}\}$ é partição de E.

d) $\{\{1,5\},\{2\},\{3,6\}\}$

Resolução: Temos que $\{1,5\}\bigcup\{2\}\bigcup\{3,6\} = \{1,2,3,5,6\} \neq E$

Logo a família $\{\{1,5\},\{2\},\{3,6\}\}$ não é partição de E.

9. Achar todas as partições do conjunto: $E = \{1,2,3\}$

Resolução: Cada partição de E poderá conter 1, 2 ou 3 conjuntos diferentes. logo, as partições de E são:

(1) $\{\{1,2,3\}\}$ (2) $\{\{1\},\{2,3\}\}$ $\{\{2\},\{1,3\}\}\{\{3\},\ \{1,\ 2\}\}$ (3) $\{\{1\},\{2\},\{3\}\}$

10. Achar todas as partições do conjunto: $\{a,b,c,d\}$

Resolução: Cada partição de E poderá conter 1, 2, 3 ou 4 conjuntos diferentes. logo, as partições de E são:

(1) $\{\{a,b,c,d\}\}$ (2) $\{\{a\},\{b,c,d\}\}$; $\{\{b\},\{a,c,d\}\}$; $\{\{c\},\{a,b,d\}\}$; $\{\{d\},\{a,b,c\}\}$; $\{\{a,b\},\{c,d\}$
(3) $\{\{a\},\{b\},\{c,d\}\}$; $\{\{a\},\{c\},\{b,d\}\}$; $\{\{a\},\{d\},\{c,b\}\}$; $\{\{b\},\{c\},\{a,d\}\}$; $\{\{b\},\{d\},\{a,c\}\}$; $\{\{$
(4) $\{\{a\},\{b\},\{c\},\{d\}\}$

11. Sendo X={a,e,i,o,u}, dizer, dentre os seguintes subconjuntos de P(x), aqueles que são partição do conjunto X:

a) $\{\{a,e,i\},\{o\},\{u\}\}$

Resolução: Temos que $\{a,e,i\}\bigcup\{o\}\bigcup\{u\} = \{a,e,i,o,u\} = E$

Sabendo que os conjuntos da Família $\{\{a, e, i\}, \{o\}, \{u\}\}$ são disjuntos dois a dois, concluímos que a Família do ítem (a) é uma partição do Conjunto X.

b) $\{\{a, i, u\}, \{e\}, \{o, u\}\}$

Resolução: Temos que $\{a, i, u\} \bigcup \{e\} \bigcup \{o, u\} = \{a, e, i, o, u\} = X$

Porém $\{a, i, o\} \bigcap \{o, u\} = \{u\} \neq X$

Portanto a Família do ítem (b) não é partição do conjnto X.

c) $\{\{a, e\}, \{o\}, \{u\}\}$

Resolução: Temos que $\{a, e\} \bigcup \{o\} \bigcup \{u\} = \{a, e, o, u\} \neq X$

Logo a Família do ítem (c), não é uma partição do conjunto X.

d) $\{\{i\}, \{o\}, \{a, e\}, \{u\}\}$

Resolução: Temos que $\{i\} \bigcup \{o\} \bigcup \{a, e\} \bigcup \{u\} = \{a, e, i, o, u\} = E$

Observando que os Conjuntos da Família $\{\{i\}, \{o\}, \{a, e\}, \{u\}\}$ são disjuntos dois a dois, concluímos que a Famíla do ítem (c) é partição do conjunto X.

e) $\{\{a, e, i\}, \{o, u\}, \emptyset\}$

Resolução: Temos que $\{a, e, i\} \bigcup \{o, u\} \bigcup \emptyset = \{a, e, i, o, u\} = X$

Porém os Conjuntos da Famíla $\{\{a, e, i\}, \{o, u\}, \emptyset\}$ não são disjuntos dois a dois, pois o conjunto vazio está contido em todos os conjuntos.

f) $\{\{a\}, \{e, u\}, \emptyset, \{i, o\}\}$

Resolução: Temos que $\{a\} \bigcup \{e, u\} \bigcup \emptyset \bigcup \{i, o\} = \{a, e, i, o, u\}$

Porém os Conjuntos da Família $\{\{a\}, \{e, u\}, \emptyset, \{i, o\}\}$ não são disjuntos dois a dois, pois o conjunto vazio está contido em todos os conjuntos.

12. Achar a partição cruzada do conjunto $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ relativa a cada um dos seguintes pares de partições de X:

a) $\{\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}\}e\{\{1, 3, 5\}, \{2, 4, 6\}\}$

Resolução: Para obter a partição cruzada, cumpre achar a interseção de cada conjunto de uma partição com cada conjunto da outra. Temos:

$\{1,2,3\}\bigcap\{1,3,5\} = \{1,3\}$ $\{1,2,3\}\bigcap\{2,4,6\} = \{2\}$ $\{4,5,6\}\bigcap\{1,3,5\} = \{5\}$ $\{4,5,6\}\bigcap\{2,4,6\} = \{4,6\}$

Logo a partição cruzada é:

$\{\{1,3\};\{2\};\{5\};\{4,6\}\}$

b) $\{\{1,2,3\},\{4,5,6\}\}e\{\{1,2\},\{3,4,5\},\{6\}\}$

$\{1,2,3\}\bigcap\{1,2\} = \{1,2\}$ $\{1,2,3\}\bigcap\{3,4,5\} = \{3\}$ $\{1,2,3\}\bigcap\{6\} = \emptyset$ $\{4,5,6\}\bigcap\{1,2\} = \emptyset$ $\{4,5,6\}\bigcap\{3,4,5\} = \{4,5\}$ $\{4,5,6\}\bigcap\{6\} = \{6\}$

Logo a partição cruzada é:

$\{\{1,2\};\{3\};\{4,5\};\{6\}\}$

13. Seja D(a) o conjunto dos números naturais divisores de a. Dizer se $\{D(8),\{3,6\},\{12\}\}$ é uma partição de $D(12)$.

Resolução: Sendo $D(8) = \{1,2,4,8\}$ e $D(12) = \{1,2,3,4,6,12\}$, temos:

$D(8)\bigcup\{3,6\}\bigcup\{12\} = \{1,2,3,4,6,12\} = D(12)$

Observando que os conjuntos da Família $\{D(8),\{3,6\},\{12\}\}$ são disjuntos dois a dois, podemos concluir que $\{D(8),\{3,6\},\{12\}\}$ é partição de $D(12)$.

14. Dar duas partições diferentes do conjunto $E = \{x|x \text{ é um divisor de } 24\}$.

Resolução: Dois exemplos são:

$\{\{x|x \text{ é um divisor de } 8\}, \{3,6,12,24\}\}$ e $\{\{1,2,3\};\{4\};\{6,8,12,24\}\}$.

15. Dar duas partições diferentes do conjunto $H = \{x|x \text{ é um habitante de São Paulo}\}$

Resolução: (1) $\{\{x|x$ é homem residente em São Paulo$\}\}$, $\{\{x|x$ é uma mulher residente em São Paulo$\}\}$ e

(2) Classificação por idades.

3.3 Análise das Questões

Após a resolução de todas as questões escolhidas, faremos uma análise das mesmas, utilizando os termos tarefa, técnica, tecnologia e teoria segundo a teoria de Ives Chevallard(ver [1]).

Com essa análise, pretendemos identificar a reincidência de conteúdos, bem como de técnicas usadas para obter as resoluções anteriormente registradas.

Para a organização desses dados, foi construída uma tabela para cada questão, contendo a tarefa, a técnica e a tecnologia utilizada. O termo "teoria" não aparecerá na tabela, visto que todos exercícios em questão são referentes à mesma teoria: **Álgebra**.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
1. Dados os conjuntos: $A_1 = \{1, 10\}, A_2 = \{2, 4, 6, 10\}, A_3 = \{3, 6, 9\}, A_4 = \{4, 8\}, A_5 = \{5, 6, 10\}$ Calcular: **a)** $\bigcap_{i \in I} A_i$ sendo $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$	· Calcular a Interseção da Família de Conjuntos de índice pertencente a I.	· Identificar a Família de Partes do Conjunto. · Fazer a interseção dos conjuntos identificados.	· Definição de Família de Partes de um Conjunto. · Definição de Interseção.
b) $\bigcup_{i \in I} A_i$, sendo $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$	· Calcular a União da Família de Conjuntos de índice pertencente a I.	· Identificar os Conjuntos da Família de índice I. · Fazer a União dos Conjuntos identificados.	· Definição de Família de Partes de um Conjunto. · Definição de União.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
c) $\bigcap_{i \in J} A_i$ sendo $J = \{2, 3, 5\}$	· Calcular a Interseção da Família de Conjuntos de indice pertencente a J.	· Identificar a Família de Partes do Conjunto. · Fazer a interseção dos conjuntos identificados.	· Definição de Família de Partes de um Conjunto. · Definição de Interseção.
d) $\bigcup_{i \in J} A_i$, sendo $J = \{2, 3, 5\}$	· Calcular a União da Família de Conjuntos de indice pertencente a J.	· Identificar os Conjuntos da Família de indice J. · Fazer a União dos Conjuntos identificados.	· Definição de Família de Partes de um Conjunto. · Definição de União.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
2. Dados os conjuntos: $A_n = \{x \vert x$ é múltiplo de n $\}$, onde $n \in N$ Calcular: **a)** $A_3 \bigcap A_5$	· Calcular a interseção de dois Conjuntos da Família A.	· Identificar os Conjuntos a partir de seus indices. · Fazer a interseção entre os Conjuntos identificados.	· Definição de Família de Conjuntos. · Definição de interseção de Conjuntos. · Mínimo Múltiplo Comum.
b) $A_4 \bigcap A_6$	· Calcular a interseção de dois Conjuntos da Família A	· Identificar os Conjuntos apartir de seus indices. · Fazer a interseção entre os Conjuntos identificados.	·Definição de Família de Conjuntos. · Definição de interseção de Conjuntos. · Mínimo Múltiplo Comum.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
3. Sejam os conjuntos: $A_n = [n, n+1]$, onde $n \in Z = \{... -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$ Calcular: **a)** $A_1 \bigcup A_2$	· Fazer a União de intervalos numéricos.	· Identificar os Conjuntos a partir de seus indices. Fazer a União de dois intervalos no eixo real.	· Definição de Família de Conjntos. Definição de União. Definição de intervalos numéricos.
b) $A_3 \bigcap A_4$	· Fazer a Interseção de intervalos numéricos.	· Identificar os Conjuntos a partir de seus indices. Fazer a interseção de dois intervalos no eixo real.	· Definição de Família de Conjntos. Definição de interseção. Definição de intervalos numéricos.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
c) $\bigcup_{i \in \mathbb{Z}} A_i$	· Fazer a união de conjuntos.	· Indentificar os conjuntos a partir de seus indices. Fazer a união dos n conjuntos por indução.	· Definição de Famílias de conjutos. Demonstração por indução. Definição de União de Conjuntos.
4. Sejam os conjuntos: $A_n = (0, \frac{1}{n})$, onde $n \in N = \{1, 2, 3, 4, ...\}$ Calcular: **a)** $A_3 \bigcup A_7$	· Fazer a união de intervalos numéricos.	· Identificar os intervalos numéricos a partir de seus indices. Fazer a união através da representação de intervalos no eixo real.	· Definição de Famílias de Conjuntos. Definição de união.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
b) $A_3 \bigcap A_{20}$	· Fazer a interseção de intervalos numéricos.	· Identificar os intervalos numéricos a partir de seus indices. Fazer a interseção através da representação de intervalos no eixo real.	· Definição de Famílias de Conjuntos. Definição de interseção.
5. Sejam os conjuntos: $A_n = \{x \vert x$ é um múltiplo de $n\}=\{n, 2n, 3n, ...\}$ Calcular: **a)** $A_2 \bigcap A_7, A_6 \bigcap A_8, A_3 \bigcup A_{12}$ e $A_3 \bigcap A_{12}$	· Fazer a Interseção de Conjuntos.	· Identificar os conjuntos a partir de suas propriedades. Fazer a interseção a partir de seus elementos em comum.	· Definição de Famílias de um Conjunto. Mínimo múltiplo comum. Definição de interseção.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
b) $A_6 \bigcap A_8$.	· Fazer a Interseção de Conjuntos.	· Identificar os conjuntos a partir de suas propriedades. Fazer a interseção a partir de seus elementos em comum.	· Definição de Famílias de um Conjunto. Mínimo múltiplo comum. Definição de interseção.
c) $A_3 \bigcup A_{12}$.	· Fazer a união de conjuntos.	· Identificar os conjuntos a partir de suas propriedades. Fazer a união a partir de seus elementos em comum.	· Definição de Famílias de um Conjunto. Mínimo múltiplo comum. Definição de união.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
d) $A_3 \bigcap A_{12}$.	· Fazer a Interseção de Conjuntos.	· Identificar os conjuntos a partir de suas propriedades. Fazer a interseção a partir de seus elementos em comum.	· Definição de Famílias de um Conjunto. Mínimo múltiplo comum. Definição de interseção.
6. Sejam os conjuntos: $A_i = (i, i+1]$, onde $i \in Z$. Calcular: **a)** $A_4 \bigcup A_5$;	· Fazer a união de intervalos.	· Identificar os intervalos a partir de seus indices. Fazer a união utilizando a representação em eixo real.	· Definição de Família de Conjuntos. Definição de intervalos numéricos. Definição de união de conjuntos.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
b) $A_6 \bigcap A_7$;	· Fazer a interseção de intervalos.	· Identificar os intervalos a partir de seus indices. Fazer a interseção utilizando a representação em eixo real.	· Definição de Família de Conjuntos. · Definição de intervalos numéricos. Definição de interseção de conjuntos.
7. Seja o conjunto $E = \{a, b, c, d, e, f, g\}$. Indicar quais das seguintes famílias de conjuntos é uma partição de E: **(1)** $\{A_1 = \{a, c, e\}, A_2 = \{b\}, A_3 = \{d, g\}\}$	· Dizer se a Família A é uma partição de E.	· Fazer a união dos conjuntos. Fazer a interseção dois a dois.	· Definição de partição de conjuntos. Definição de família de conjuntos.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
(2) $\{B_1 = \{a, e, g\}, B_2 = \{c, d\}, B_3 = \{b, e, f\}\}$	· Dizer se a Família B é uma partição de E.	· Fazer a união dos conjuntos. · Fazer a interseção dois a dois.	· Definição de partição de conjuntos. Definição de família de conjuntos.
(3) $\{C_1 = \{a, b, e, g\}, C_2 = \{c\}, C_3 = \{d, f\}\}$	· Dizer se a Família C é uma partição de E.	· Fazer a união dos conjuntos. · Fazer a interseção dois a dois.	· Definição de partição de conjuntos. Definição de família de conjuntos.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
(4) $\{D_1 = \{a, b, c, d, e, f, g\}\}$	· Dizer se a Família D é uma partição de E.	· Fazer a união dos conjuntos. · Fazer a interseção dois a dois.	· Definição de partição de conjuntos. Definição de família de conjuntos.
8. Seja o conjunto $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Indicar quais das seguintes famílias de conjuntos é uma partição de E: **a)** $\{\{1, 3, 5\}, \{2, 4\}, \{3, 6\}\}$	· Indicar se a família de conjuntos é uma partição de E.	· Fazer a união dos conjuntos da família dada. Fazer a interseção dos conjntos dois a dois.	· Definição de família de conjuntos. Definição de partição de conjuntos.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
b) $\{\{1,2,3,4,5,6\}\}$	· Indicar se a família de conjuntos é uma partição de E.	· Fazer a união dos conjuntos da família dada. Fazer a interseção dos conjntos dois a dois.	· Definição de família de conjuntos. Definição de partição de conjuntos.
c) $\{\{1,5\},\{2\},\{4\},\{1,5\},\{3,6\}\}$	· Indicar se a família de conjuntos é uma partição de E.	· Fazer a união dos conjuntos da família dada. Fazer a interseção dos conjntos dois a dois.	· Definição de família de conjuntos. Definição de partição de conjuntos.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
d) $\{\{1,5\},\{2\},\{3,6\}\}$	· Indicar se a família de conjuntos é uma partição de E.	· Fazer a união dos conjuntos da família dada. Fazer a interseção dos conjntos dois a dois.	· Definição de família de conjuntos. Definição de partição de conjuntos.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
9. Achar todas as partições do conjunto: $E = \{1, 2, 3\}$	· Achar todas as partições do conjunto E.	· Encontrar os subconjuntos de E. · Agrupar os subconjuntos de modo que sejam disjuntos dois a dois, e a união seja o conjunto E.	· Definição de Subconjuntos. Definição de partição de um conjunto. Definição de união e interseção de conjuntos.
10. Achar todas as partições do conjunto: $E = \{a, b, c, d\}$	· Achar todas as partições do conjunto E.	· Encontrar os subconjuntos de E. · Agrupar os subconjuntos de modo que sejam disjuntos dois a dois, e a união seja o conjunto E.	· Definição de Subconjuntos. · Definição de partição de um conjunto. Definição de união e interseção de conjuntos.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
11. Sendo X={a,e,i,o,u}, dizer, dentre os seguintes subconjuntos de P(x), aqueles que são partição do conjunto X: **a)** $\{\{a, e, i\}, \{o\}, \{u\}\}$	· Dizer se a família de conjuntos é uma partição de X.	· Fazer a união dos conjuntos da família. Fazer a interseção dos conjuntos da família. Verificar se a união é igual a X. Verificar se a interseção é um conjunto vazio.	· Definição de partição de um conjunto. Definição de união. Definição de interseção.
b) $\{\{a, i, u\}, \{e\}, \{o, u\}\}$	· Dizer se a família de conjuntos é uma partição de X.	· Fazer a união dos conjuntos da família. Fazer a interseção dos conjuntos da família. Verificar se a união é igual a X. Verificar se a interseção é um conjunto vazio.	· Definição de partição de um conjunto. Definição de união. Definição de interseção.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
c) $\{\{a,e\},\{o\},\{u\}\}$	· Dizer se a família de conjuntos é uma partição de X.	· Fazer a união dos conjuntos da família. Fazer a interseção dos conjuntos da família. Verificar se a união é igual a X. Verificar se a interseção é um conjunto vazio.	· Definição de partição de um conjunto. Definição de união. Definição de interseção.
d) $\{\{a,e\},\{i\},\{o\},\{a,e\},\{u\}\}$	· Dizer se a família de conjuntos é uma partição de X.	· Fazer a união dos conjuntos da família. Fazer a interseção dos conjuntos da família. Verificar se a união é igual a X. Verificar se a interseção é um conjunto vazio.	· Definição de partição de um conjunto. Definição de união. Definição de interseção.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
e) $\{\{a, e, i\}, \{o, u\}, \emptyset\}$	· Dizer se a família de conjuntos é uma partição de X.	· Fazer a união dos conjuntos da família. Fazer a interseção dos conjuntos da família. Verificar se a união é igual a X. Verificar se a interseção é um conjunto vazio.	· Definição de partição de um conjunto. Definição de união. Definição de interseção.
f) $\{\{\emptyset, \{a\}, \{e, u\}, \emptyset, \{i, o\}\}$	· Dizer se a família de conjuntos é uma partição de X.	· Fazer a união dos conjuntos da família. Fazer a interseção dos conjuntos da família. Verificar se a união é igual a X. Verificar se a interseção é um conjunto vazio.	· Definição de partição de um conjunto. Definição de união. Definição de interseção.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
12. Achar a partição cruzada do conjunto $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ relativa a cada um dos seguintes pares de partições de X: **a)** $\{\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}\} e \{\{1, 3, 5\}, \{2, 4, 6\}\}$	· Achar a partição cruzada do conjunto X, relativa a $\{\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}\}$ e $\{\{1, 3, 5\}, \{2, 4, 6\}\}$	· Achar a interseção de cada conjunto de uma partição com cada conjunto da outra. Agrupar os conjuntos formados.	· Definição de partição cruzada. Definição de interseção.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
b) $\{\{1,2,3\},\{4,5,6\}\} e \{\{1,2\},\{3,4,5\},\{6\}\}$	· Achar a partição cruzada do conjunto X, relativa a $\{\{1,2,3\},\{4,5,6\}\}$ e $\{\{1,2\},\{3,4,5\},\{6\}\}$	· Achar a interseção de cada conjunto de uma partição com cada conjunto da outra. Agrupar os conjuntos formados.	· Definição de partição cruzada. Definição de interseção.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
13. Seja D(a) o conjunto dos números naturais divisores de a. Dizer se $\{D(8), \{3,6\}, \{12\}\}$ é uma partição de $D(12)$.	· Dizer se $\{D(8), \{3,6\}, \{12\}\}$ é uma partição de $D(12)$.	· Descobrir os divisores de 8 e os divisores de 12. Fazer a união dos conjuntos da família $\{D(8), \{3,6\}, \{12\}\}$. Fazer a interseção dois a dois dos conjntos da família já citada.	· Definição de Partição de um conjunto. Definições de união e interseção de conjuntos.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
14. Dar duas partições diferentes do conjunto $E = \{x \mid x$ é um divisor de $24\}$.	· Dar duas partições diferentes do conjunto E.	· Identificar os elementos do conjunto E. Identificar os subconjuntos de E. Verificar se a união dos conjuntos escolhidos formam E. Verificar se a interseção dois a dois dos conjuntos escolhidos é um conjunto vazio.	· Definição de partição de um conjunto. Definição de divisores de um número.

QUESTÃO	TAREFA	TÉCNICA	TECNOLOGIA
15. Dar duas partições diferentes do conjunto $H = \{x \vert x$ é um habitante de São Paulo$\}$	· Dar duas partições diferentes do conjunto H.	· Identificar um grupo de moradores ligados por uma mesma característica.	· Definição de partição de um conjunto.

Neste trabalho analizamos 15 questões, sendo todas do tipo “ABERTA”Dentre as questões aqui trabalhadas tivemos tarefas e técnicas bem distintas. São elas:

TAREFAS

a. Calcular a Interseção da Família de Conjuntos de indice pertencente a I.

   Questões: 1.a, 1.c, 2.a, 2.b, 3.b, 4.b, 5.a, 5.b, 5.d e 6.b.

b. Calcular a união da Família de conjuntos de indice pertencente a I.

   Questões: 1.b, 1.d, 3.a, 3.c, 4.a, 5.c e 6.a.

c. Dizer se a família A é uma partição de E.

   Questões: 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 8.a, 8.b, 8.c, 8.d, 11.a, 11.b, 11.c, 11.d, 11.e, 11.f, 12.a, 12.b e 13.

d. Achar todas as partições do conjunto E.

   Questões: 9, 10, 14 e 15.

TÉCNICAS

a. Identificar os Conjuntos da Família de indice I.

b. Fazer a União dos Conjuntos identificados.

c. Identificar os intervalos a partir de seus indices.

d. Fazer a união utilizando a representação em eixo real.

e. Fazer a união dos conjuntos da família.

f. Fazer a interseção dos conjuntos da família.

g. Verificar se a união é igual a X.

h. Verificar se a interseção é um conjunto vazio.

Quanto à tecnologia faz-se necessário um conhecimento aprofundado sobre a teoria dos conjuntos, suas propriedades e suas operações. Este conhecimento se faz presente em assuntos anteriores do escolhido em nosso trabalho.

Entre as tarefas, podemos observar que o mais presente nos casos é encontrar a interseção e a união de conjuntos. No tocante às técnicas, observamos uma grande repetição, pois a mesma técnica pode ocorrer em mais de um item.

Conclusão

Chegamos ao final deste trabalho com os objetivos iniciais cumpridos. Conseguimos organizar os assuntos Grafos, Família de Conjuntos e Partição de um Conjunto. Em momento nenhum tivemos a intenção de críticar o Movimento da Matemática Moderna, ou levantar os motivos que levaram o movimento ao fracasso.

Nosso objetivo no capítulo 1 foi situar, cronologicamente o leitor deste trabalho, e mostrar a importância e a grandeza que este movimento teve em sua época. Mostramos que o movimento foi liderado por intelectuais sérios e preocupados com o ensino da matemática, mostramos também a grande dificuldade de instruir os professores e os próprios alunos para os novos rumos que tomou o ensino. O capítulo 1 representa a parte histórica deste trabalho.

O capítulo 2 nos dá as definições e uma variedades de exemplos referentes ao conteúdo grafos, família de conjuntos e partição de conjunto, afim de facilitar a análise do leitor no capítulo 3. Foram mostrados aqui uma série de símbolos e representações de conjuntos muito utulizados na época do movimento. O capítulo 2 representa a parte matemática do nosso trabalho.

O capítulo 3 representa a parte de educação deste trabalho. Imaginamos que se a Teoria Antropológica do Saber de Ives Chevallard já fosse conhecida, na época do Movimento da Matemática Moderna, talvez ficaria mais prático a divulgação do novo currículo já que se poderia detalhar os aspectos teóricos e práticos envolvidos na resolução de exercícios.

Assim sendo, conseguimos relacionar História, Matemática e Educação, fazendo um resumo de três cursos: "Teoria e metodologia da história na pesquisa em educação matemática"; "Introdução à análise"e "Tópicos em educação matemática".

Esperamos que este trabalho sirva como estudo para os estudantes do curso de licenciatura em matemática, que assim possa dispertar a vontade de levantar fatores históricos que poderão nos auxiliar em futuros movimentos, ou troca de currículos. Que os professores possam continuar seus maravilhosos trabalhos e dispertarem a curiosidade de seus alunos, assim como os professores aqui citados dispertaram em mim.

Referências Bibliográficas

[1] BERNAL, Márcia Maria. *Estudo do Objeto Proporção: elementos de sua organização matemática como objeto a ensinar e como objeto ensinado.* Dissertação defendida em maio de 2004.

[2] FILHO, Edgard de Alencar *Iniciação à Matemática Moderna- vol. 1- Conjuntos* São Paulo: Editora Nobel S.A., 1971.

[3] GIOVANNI, José Ruy *Coleção: Matemática 1, conjuntos, funções e trigonometria: 2^o grau/José Ruy Giovanni e José Roberto Bonjorno* São Paulo: FTD, 2000.

[4] KÜHLKAMP, Nilo *Introdução à Topologia Geral, 2^aed.* Florianópolis: Editora da UFSC, 2002.

[5] OLIVEIRA, Antônio Marmo de *Coleção: Biblioteca da Matemática Moderna Vol. 1 e 2* São Paulo 1971.

[6] OLIVEIRA, Rafael Sales Lisbôa de . *Análise das Questões do Vestibular da UFSC 2000-2006.* 2007 (Trabalho de Conclusão de Curso) Curso de Licenciatura em Matemática, Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina.

[7] Diponível em : http://www.fae.ufmg.br:8080/ebrapem/completos/05-08.pdf, acesso de maio de 2007 a junho de 2007

[8] Diponível em : http://www.fae.ufmg.br:8080/ebrapem/resumos/05-03res.pdf, acesso de maio de 2007 a junho de 2007