UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Roberta Torres

MATEMÁTICA FINANCEIRA E ENGENHARIA ECONÔMICA: a teoria e a prática

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Curso de Matemática – Habilitação Licenciatura como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Roberto Meurer

Florianópolis, junho de 2004

Esta Monografia foi julgada e adequada como **TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO** no Curso de Matemática – Habilitação Licenciatura, e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora designada pela Portaria n° 28/SCG/04.

Prof.ª Carmem Suzane Comitre Gimenez
Professora da disciplina

Banca Examinadora:

ROBERTO MEURER
Orientador

FERNANDO GUERRA

NEREU ESTANISLAU BURIN

TORRES, Roberta. *Matemática Financeira e Engenharia Econômica: a teoria e a prática*. Florianópolis: UFSC, 2004. 87p. (Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Santa Catarina).

Palavras-Chaves: Matemática Financeira, Engenharia Econômica.

Dedico aos meus pais, Juares e Luci,

e ao meu namorado, Rômulo.

AGRADECIMENTOS

À toda minha família, pelo carinho, apoio e incentivo, em especial aos meus pais, Juares e Luci.

Aos meus colegas de turma, pelos bons momentos que passamos juntos.

Aos professores que contribuíram pela minha formação.

Ao meu namorado, Rômulo, pelo significado que tem na minha vida, pela companhia, ajuda e paciência nas horas difíceis.

SUMÁRIO

RESUMO

Este trabalho procura fazer a “ponte” entre a Matemática Financeira e a Engenharia Econômica. Para isto, parte dos conceitos básicos da Matemática Financeira até os principais métodos de análise de alternativas de investimento.
Na primeira parte do trabalho, basicamente sobre Matemática Financeira, são abordados conceitos tais como juros, equivalência de taxas e análise de situações especiais. Na segunda parte do trabalho, sobre Engenharia Econômica, são apresentados os princípios, conceitos, métodos clássicos da análise de investimentos (CAU, VA, TIR, TRI), influência do imposto de renda (IR) e da inflação, além de um tópico sobre leasing.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho busca aliar os conceitos teóricos desenvolvidos ao longo do tempo pela Matemática Financeira aos aspectos práticos dos investimentos produtivos, preocupação primeira no mundo dos negócios, que se convencionou chamar de Engenharia Econômica.

A Engenharia Econômica desenvolve seus estudos voltados à área produtiva, preocupando-se, primeiramente, com o investimento de longo prazo, abordando diversos aspectos da seleção e substituição de equipamentos, a melhoria de processos, a compra ou construção de imóveis, a implantação ou substituição de plantas industriais, o lançamento ou substituição de produtos, etc.

Pretendo com este trabalho, não só apresentar as ferramentas básicas para a análise de investimentos por meio dos conceitos da Matemática Financeira, mas, também, as diversas formas de utilização destas nas empresas ou órgãos governamentais, mediante os denominados Métodos Clássicos de Análise de Investimentos, que são as técnicas de análise utilizadas por estas instituições.

O trabalho é dividido, basicamente, em duas partes: Matemática Financeira e Engenharia Econômica, respectivamente. A primeira parte trata da abordagem dos conceitos e demonstração de fórmulas da Matemática Financeira, que mais tarde serão aplicados nos problemas de Engenharia Econômica, correspondente à segunda parte do trabalho.

Primeiramente esses conceitos serão abordados em um ambiente “perfeito”, ou seja, sem a presença de aspectos particulares de cada economia, como por exemplo, o Imposto de Renda (IR) e a Inflação, que serão embutidos posteriormente na análise.

2. INTRODUÇÃO À MATEMÁTICA FINANCEIRA

A Matemática Financeira é a principal ferramenta da Engenharia Econômica. Para comparar as diversas opções de investimentos toma-se por base a Matemática Financeira, onde os conhecimentos matemáticos necessários para tanto são muito simples. Os conhecimentos básicos são: Progressão Aritmética (PA), Progressão Geométrica (PG) e a combinação de ambas. Além das fórmulas e conceitos matemáticos há outros conceitos subjacentes às fórmulas dos fatores, os quais são tão ou mais importantes que estes.

Primeiramente, estuda-se estes conceitos para depois se voltar às fórmulas e conceitos matemáticos.

2.1. CONCEITOS FUNDAMENTAIS

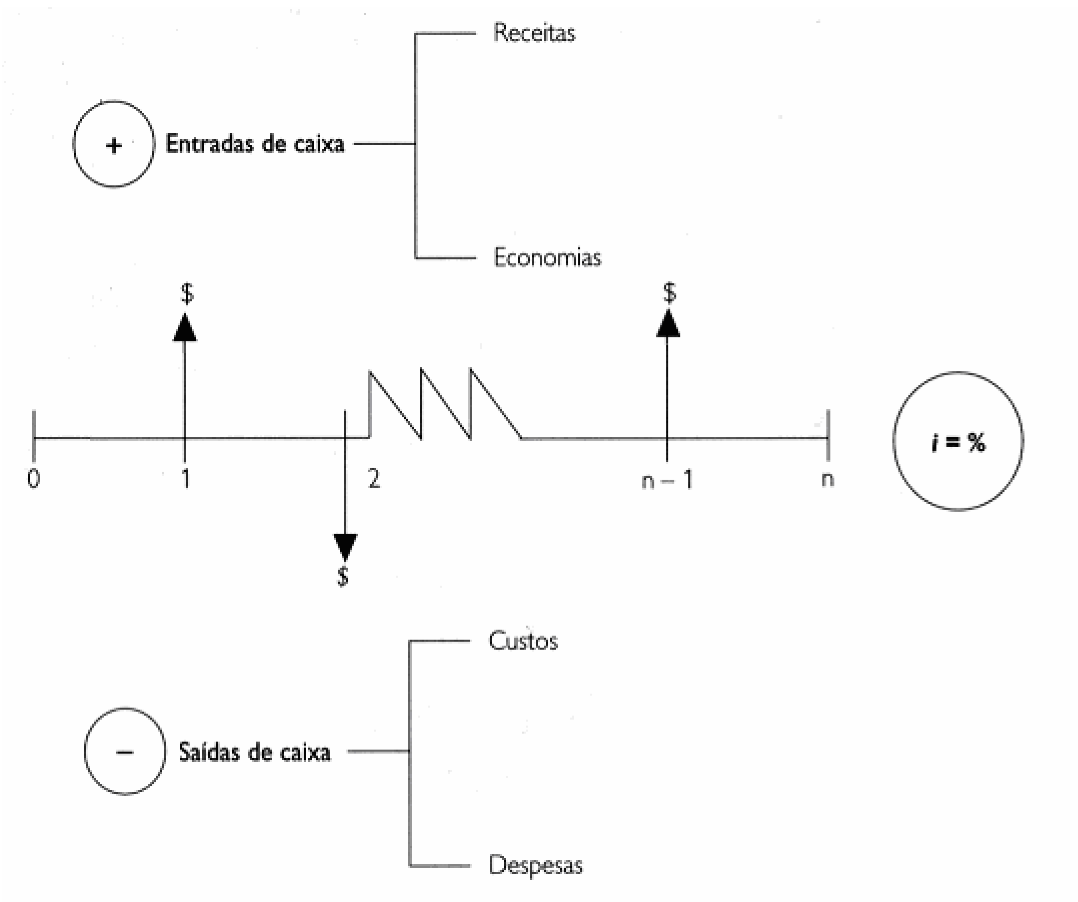
- **Fluxo de Caixa:** É a representação das contribuições monetárias (entradas e saídas de dinheiro) ao longo do tempo. É um conceito imprescindível para a solução dos problemas que serão discutidos ao longo deste trabalho. O fluxo de caixa pode ser representado de forma algébrica ou gráfica.

- **Representação Gráfica do Fluxo de Caixa**: é a maneira pela qual se pode expressar, através de gráficos, a entrada e saída de numerário de um investimento, de um projeto, ou até mesmo todo o fluxo financeiro. Na representação gráfica do fluxo de caixa são adotadas as seguintes convenções:

a) O eixo horizontal representa o tempo (*n*) a partir de um instante considerado inicial até um instante considerado final no prazo em questão. Tem sua origem na extremidade esquerda, se projetando para a direita em direção ao futuro.

b) Os valores referentes a desembolso, ou saídas de dinheiro, são considerados algebricamente negativos e representados por uma seta orientada para baixo. As receitas, ou entradas de dinheiro são valores considerados algebricamente positivos e são representados por uma seta orientada para cima.

c) A taxa de juros a que o fluxo se encontra submetido e que deverá corresponder preferencialmente ao mesmo período *n* ficará ao lado direito do fluxo, como segue a figura abaixo.



Para estudar a representação algébrica do fluxo de caixa são necessários alguns conceitos que serão vistos a seguir.

Simbologia e outros conceitos fundamentais

Esta simbologia que será vista a seguir não é a única existente, mas é a mais universalmente aceita, portanto encontrada com maior facilidade em bibliografias do gênero.

i – representará a taxa de juros por período de capitalização. A representação de juros pela letra *i* se deve ao fato de provir da palavra inglesa *interest.* Se a taxa de juros *i* for, por exemplo, 10% a.a. (ao ano), ela é substituída nas fórmulas por i = 0,10 (10/100) e não por i = 10.

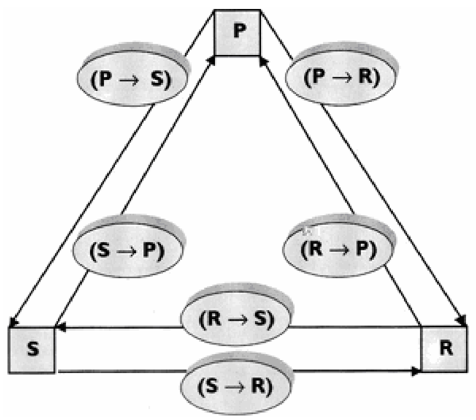
n – número de períodos de capitalização. Um período representa qualquer unidade de tempo (dia, mês, bimestre, ano, etc.) e deverá corresponder à periodicidade da taxa de juros.

P – quantia existente ou equivalente no instante inicial e conhecido por Valor Presente ou Valor Atual. Localizada à esquerda do fluxo de caixa.

S – representará a somatória do principal mais os juros, ou montante, ou valor futuro, correspondentes a uma importância de dinheiro capitalizada após *n* períodos de tempo, sujeita à determinada taxa de juros *i.* Localizada à direita do fluxo de caixa.

R – representará uma série de pagamentos e/ou recebimentos nominalmente iguais, que serão efetivados no final de cada período, desde o período inicial *1* até o período de ordem *n.* É o que normalmente é chamado de prestação.

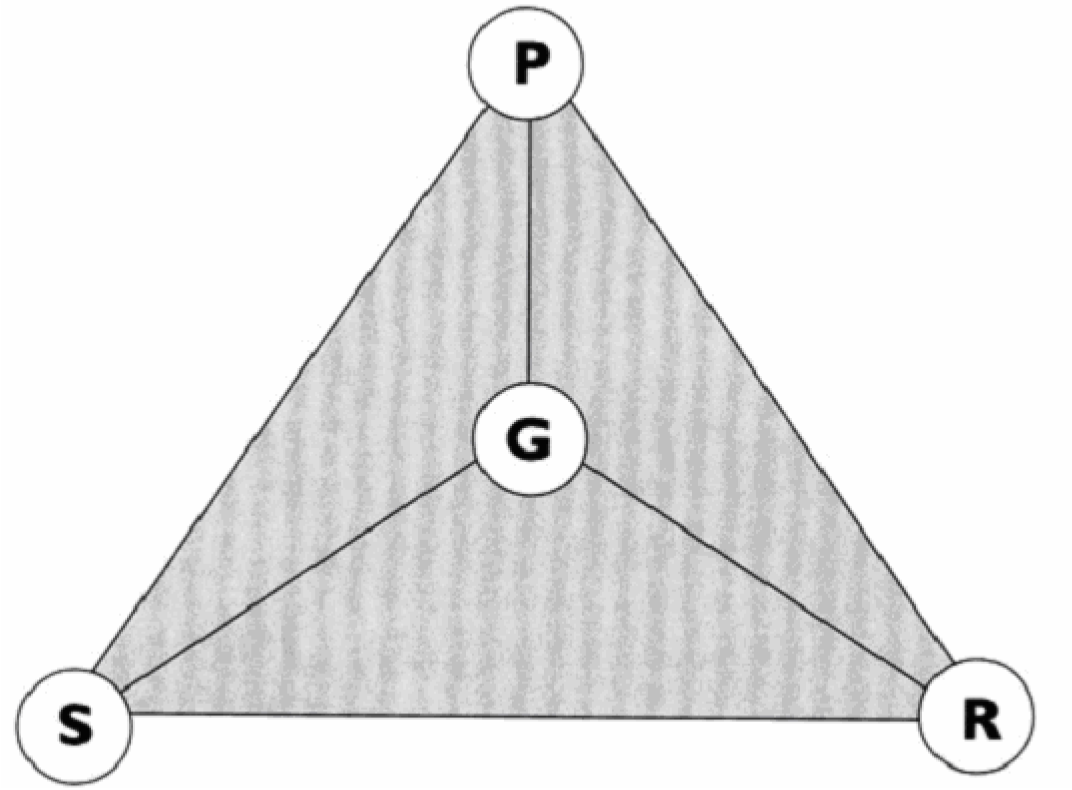
Estes cinco conceitos (*i*, *n*, *P*, *S* e *R*) compõem o que se denomina "Triângulo de Equivalência".



Poderá haver situações em que é possível utilizar pelo menos mais um outro conceito, chamado "Série em Gradiente de Pagamentos e/ou Recebimentos".

G – representará uma série em gradiente de pagamentos e/ou recebimentos, cujos valores nominais crescem uniformemente ao longo do tempo. Trata-se, portanto, de uma P.A. (Progressão Aritmética).

Este novo conceito transforma o "Triângulo de Equivalência" em uma "Pirâmide de Equivalência".



2.2. TAXA DE JUROS

Um dos conceitos básicos da Matemática Financeira e da Engenharia Econômica é: "Não se pode comparar, somar ou subtrair dinheiros ($) que se encontrem em datas diferentes" (PILÃO, 2003, p. 13). Este conceito dará suporte para o estudo do conceito de taxas de juros e de equivalência de capitais. A taxa de juros será a “ponte” entre dinheiros que se encontrem em datas diferentes. No mundo dos negócios pode-se afirmar que a taxa de juros é a remuneração recebida pelo capital investido, ou paga pelo empréstimo contraído.

2.2.1. JUROS ANTECIPADOS

São aqueles cobrados no início de cada período.

2.2.2. JUROS POSTECIPADOS

São aqueles cobrados ao final de cada período.

2.2.3. JUROS NOMINAIS / EFETIVOS / REAIS

Taxa efetiva – É aquela em que a unidade de referência de seu tempo coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização. Assim, são taxas efetivas: 3% ao mês, capitalizados mensalmente; 4% ao semestre, capitalizados semestralmente.

Taxa nominal – É aquela em que a unidade de referência de seu tempo não coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização. A taxa nominal é quase sempre fornecida em termos anuais e os períodos de capitalização podem ser semestrais trimestrais ou mensais. Exemplos de taxas nominais: 12% ao ano, capitalizados mensalmente; 24% ao ano, capitalizados mensalmente.

Taxa Real – É a taxa efetiva corrigida pela taxa inflacionária do período da operação.

2.2.4. JUROS SIMPLES

Os juros simples caracterizam-se pela incidência de índices simples sobre o principal, assim, os juros de qualquer período são sempre iguais.

$$J_1 = J_2 = J_3 = ... = J_k = ... = J_n$$

Pela simbologia utilizada, tem-se:

$$J_k = P \times i$$

Como em juros simples todas as parcelas são sempre iguais sua somatória no futuro, após *n* períodos, será:

$$\text{Somatória dos juros} = P \times i \times n$$

Agora, querendo-se conhecer para determinada aplicação, sujeita a juros simples, qual o valor no futuro (S), este será obtido através da fórmula:

$$S = P + P \times i \times n \Rightarrow S = P \times [1 + (i \times n)]$$

2.2.5. JUROS COMPOSTOS

Os juros compostos caracterizam-se pela incidência de uma taxa de juros simples sobre o principal mais juros vencidos, o que fará com que:

$$J_1 \neq J_2 \neq J_3 \neq ... \neq J_n \quad \text{e} \quad J_1 < J_2 < J_3 < ... < J_k < ... < J_n$$

Fórmula fundamental para juros compostos

A fórmula fundamental para juros compostos poderá ser obtida a partir da somatória das diversas parcelas de juros ao principal, portanto, é a fórmula que proporcionará o valor futuro ou montante de determinada aplicação ou financiamento após *n* períodos de capitalização. Assim, tem-se:

$$\boxed{\textbf{VALOR FUTURO = PRINCIPAL + JUROS}}$$

Pela forma de representação, utilizada na montagem algébrica do fluxo de caixa, ela será identificada como $(P \rightarrow S)_i^n$, e será utilizada quando se tiver um valor no presente e desejar conhecer seu valor no futuro. A fórmula será:

$$S = P \times (1+i)^n$$

Fator de Valor Atual para Pagamento Único

Agora, conhecendo *S*, *i*, *n* e desejando saber qual o valor de *P* que lhe deu origem basta inverter a fórmula fundamental e multiplicar *S* por $\left[\dfrac{1}{(1+i)^n}\right]$ e tem-se o valor correspondente no presente. O fator será $(S \rightarrow P)_i^n$. Assim, tem-se:

$$P = \left[\frac{S}{(1+i)^n}\right]$$

2.3. EQUIVALÊNCIA DE TAXAS

É utilizada em períodos fracionados. Nestes casos, é necessário encontrar a taxa equivalente ao período dado.

Equivalência de Juros em Juros Simples

Como a taxa é linear ao longo do tempo para obter a taxa equivalente basta dividir ou multiplicar, dependendo do caso, o número de períodos que um couber dentro do outro pela taxa do período conhecido em relação ao desejado.

Equivalência de Juros em Juros Compostos

Deve-se seguir a mesma regra de equivalência em juros simples, porém, não pode ser feita pela simples multiplicação ou divisão de períodos, já que os juros compostos obedecem a uma taxa exponencial.

No caso de juros compostos faz-se necessária a composição das taxas, onde tem-se a fórmula:

$$I = [(1+i)^n] - 1$$

Onde:

I = taxa de juros para a unidade de período maior;

i = taxa de juros para a unidade de período menor;

n = número de períodos menores necessários para compor o maior.

Tendo-se a taxa para um período maior e desejando encontrar a taxa para um período menor, basta inverter a operação. Assim tem-se:

$$i = [(1+I)^{1/n}] - 1$$

2.4. ANÁLISE DE SITUAÇÕES ESPECIAIS

O que se fará agora é a interligação do vértice do “Triângulo de Equivalência”.

2.4.1. PRIMEIRA SITUAÇÃO

Conhecendo *R*, *n* e *i* deseja-se conhecer *P*. A esta situação denomina-se de **Fator de Valor Atual para uma Série Uniforme de Pagamentos e/ou Recebimentos**, ou fator $(R \to P)_i^n$.

Para demonstrar a fórmula matemática será utilizado o seguinte exemplo:

"Um bem foi adquirido por um preço à vista de $100.000,00 que deverão ser pagos em 5 parcelas mensais iguais e consecutivas, vencendo cada uma no final de cada mês".

Se os pagamentos fossem feitos sem juros, ter-se-ia $100.000,00 / 5 = $ 20.000,00. Supondo que a taxa de juros seja de 10% ao mês. Então, passado um mês, os juros a pagar seriam de $10.000,00. O valor das prestações mensais a serem pagas, computando-se juros compostos e postecipados de 10% a.m. e $n = 5$, seria de $R =$ $26.379,75.

Se a prestação *R* é de $26.379,25 – $10.000,00 (juros), então, $16.379,25 servirão para amortizar parte da dívida. Isso fará com que a cada novo período tenha sempre uma dívida diferente, portanto, o saldo devedor será sempre menor. No segundo mês, por exemplo, tería-se $100.000,00 – $16.379,75 = $83.620,25, sobre os quais passariam a incidir os juros, conforme quadro abaixo:

Final do	Dívida – $	Juros – $	Amortização	Prestação
1º mês	100.000,00	10.000,00	16.379,75	26.379,75
2º mês	83.620,25	8.362,03	18.017,72	26.379,75
3º mês	65.602,53	6.560,25	19.819,50	26.379,75
4º mês	45.783,03	4.578,30	21.801,45	26.379,75
5º mês	23.981,58	2.398,16	23.981,59	26.379,75

Pode-se afirmar que desejando saber qual o valor no presente que substitui a série uniforme de cinco pagamentos com valor de $26.379,75 cada um, basta tirar dos valores correspondentes a cada uma das datas os juros neles embutidos, para isso, deve-se deslocar cada um deles para a data zero. Assim, tem-se:

$R \cdot \left[1/(1+i)^1 \right] \Rightarrow$ lançamento da 1ª prestação para a data 0.

$R \cdot \left[1/(1+i)^2 \right] \Rightarrow$ lançamento da 2ª prestação para a data 0.

$R \cdot \left[1/(1+i)^3 \right] \Rightarrow$ lançamento da 3ª prestação para a data 0.

$\vdots$

$R \cdot \left[1/(1+i)^n \right] \Rightarrow$ lançamento da enésima prestação para a data 0.

Somatória na data 0 = $\left[R/(1+i)^1 + \ldots + R/(1+i)^n \right]$.

Então, pela simbologia usada e colocando *R* em evidência, tem-se:

$$P = R \times \left[1/(1+i)^1 + \cdots + 1/(1+i)^n \right] \qquad (1)$$

Entre colchetes tem-se a somatória dos n primeiros termos de uma P.G., com primeiro termo $a_1 = 1/(1 + i)$ e razão $q = 1/(1 + i)$. Pela fórmula da somatória dos n termos de uma P.G., tem-se:

$$\sum = \frac{a_1 \times (q^n - 1)}{q - 1}$$

Fazendo a substituição, tem-se:

$$\sum = \left\{ \frac{1}{(1+i)} \right\} \times \left\{ \frac{\left[1/(1+i)^n \right] - 1}{\left[1/(1+i) \right] - 1} \right\} \Rightarrow \sum = \left\{ \frac{\left[1/(1+i)^n \right] - 1}{\left[(1+i)/(1+i) \right] - (1+i)} \right\}$$

$$\sum = \left\{ \frac{\left[1/(1+i)^n \right] - 1}{1 - (1+i)} \right\} \Rightarrow \sum = \left\{ \frac{\left[1/(1+i)^n \right] - 1}{-i} \right\} \Rightarrow \sum = \left\{ \frac{1 - \left[1/(1+i)^n \right]}{i} \right\}$$

Substituindo esse resultado em (1), tem-se:

$$P = R \times \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right]$$

Assim, encontra-se a fórmula matemática para o fator $(R \to P)_i^n$, ou seja, conhecendo *R*, *n* e *i* é encontrado *P*.

Exemplo: Seja *R* = \$26.379,75, *n* = 5 e *i* = 10% a.m., qual seria o valor presente (*P*) que deu origem à série uniforme?

Solução:

$$P = 26.379,75 \times \left[\frac{1-\left(\frac{1}{(1,10)^5}\right)}{0,10} \right] \Rightarrow P = 100.000,00$$

2.4.2. SEGUNDA SITUAÇÃO

Conhecendo *P*, *n* e *i* deseja-se conhecer *R*. Esta situação denomina-se **Fator de Recuperação de Capital,** ou fator $(P \to R)_i^n$.

A fórmula para esta situação, assim como todas as outras que se relacionam com o *R*, será obtida considerando-se os mesmos pré-requisitos da 1ª situação.

Tem-se, pela 1ª situação, que:

$$P = R \times \left\{ \frac{1-\left[\frac{1}{(1+i)^n}\right]}{i} \right\}$$

Logo, precisa-se isolar *R* para obter-se a fórmula do fator $(P \to R)_i^n$. Assim, tem-se:

$$R = P \times \left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \right]$$

Ou seja, conhecendo-se *P*, *n* e *i* encontrou-se *R*.

Exemplo: Seja *P* = \$100.000,00, *n* = 5 e **i** = 10% ao mês, determinar o valor das prestações (*R*) suficientes para pagar todos os juros devidos ao longo do tempo e o principal.

Solução:

$$R = 100.000,00 \times \left(\frac{0,10}{1-\left[\frac{1}{(1,10)^5} \right]} \right) \Rightarrow R = \$26.379,75$$

2.4.3. TERCEIRA SITUAÇÃO

Conhecendo-se *R*, *n* e *i* deseja-se conhecer *S*. Esta situação denomina-se **Fator de Valor Futuro para uma Série Uniforme de Pagamento e/ou Recebimento,** ou fator $(R \to S)_i^n$.

Para demonstrar a fórmula matemática deve-se pegar as prestações de valor *R*, que iniciam no período de ordem *1* até ordem *n*, e utilizar a fórmula fundamental para juros compostos, $(P \to S)_i^n$, para lançar cada uma das parcelas para a data *n* e efetuar a somatória dos resultados obtidos. Assim, tem-se:

$R \times (1+i)^{n-1} \Rightarrow$ lançamento da 1ª parcela para o futuro.

$R \times (1+i)^{n-2} \Rightarrow$ lançamento da 2ª parcela para o futuro.

$\vdots$

$R \times (1+i)^{1} \Rightarrow$ lançamento da penúltima parcela para o futuro.

$R \times (1+i)^{0} \Rightarrow$ lançamento da parcela *n* para o futuro.

Efetuando-se a somatória, tem-se:

$$\sum = \left[R \times (1+i)^0 + R \times (1+i)^1 + \ldots + R \times (1+i)^{n-1} \right]$$

Colocando *R* em evidência, tem-se:

$$\sum = R \times \left[(1+i)^0 + (1+i)^1 + \ldots + (1+i)^{n-1} \right]$$

Então, pela simbologia usada, tem-se:

$$S = R \times \left[(1+i)^0 + (1+i)^1 + \ldots + (1+i)^{n-1} \right] \qquad (2)$$

Entre colchetes tem-se, novamente, a somatória dos *n* primeiros termos de uma P.G., com primeiro termo $a_1 = 1$ e razão $q = (1 + i)$. Pela fórmula da somatória dos *n* primeiros termos de uma P.G., tem-se:

$$\sum = 1 \times \left\{ \frac{\left[(1+i)^n \right] - 1}{(1+i) - 1} \right\} = \frac{\left[(1+i)^n \right] - 1}{i}$$

Substituindo esse resultado em (2), tem-se:

$$S = R \times \left\{ \frac{[(1+i)^n] - 1}{i} \right\}$$

Assim, foi encontrada a fórmula matemática para o **Fator** $(R \to S)_i^n$, ou seja, conhecendo-se *R*, *n*,e *i* encontrou-se *S*.

Exemplo: Seja *R* = \$26.379,75, *n* = 5 meses e *i* = 10% ao mês, determinar o valor de *S* caso não se tivesse pagado nenhuma das prestações e precisasse quitá-las na data de vencimento da “enésima” prestação.

Solução:

$$S = 26.379,75 \times \left\{ \frac{[(1,10)^5] - 1}{0,10} \right\} \Rightarrow S = \$161.051,01$$

2.4.4. QUARTA SITUAÇÃO

Conhecendo *S*, *n* e *i* deseja-se conhecer *R*. Esta situação denomina-se **Fator de Fundo de Amortização,** ou fator $(S \to R)_i^n$.

Tem-se, pela terceira situação, que a fórmula do **Fator** $(R \to S)_i^n$ é :

$$S = R \times \left\{ \frac{[(1+i)^n] - 1}{i} \right\}$$

Então, basta isolar *R* para obter a fórmula do **Fator** $(S \to R)_i^n$. Assim, tem-se:

$$R = S \times \left\{ \frac{i}{[(1+i)^n] - 1} \right\}$$

Ou seja, conhecendo-se *S*, *n* e *i* encontra-se *R*.

Exemplo: Seja *i* = 10% ao mês, *n* = 5 meses e *S* = $161.051,01, determinar o valor das prestações para que a dívida seja quitada no 5° mês.

Solução:

$$R = 161.051,01 \times \left\{ \frac{0,10}{[(1,10)^5] - 1} \right\} \Rightarrow R = \$26.379,75$$

2.4.5. QUINTA SITUAÇÃO

Conhecendo *G*, *n* e *i* deseja-se conhecer *S*. Esta situação denomina-se **Fator de Valor Futuro para Séries em Gradiente**, ou fator $(G \rightarrow S)_i^n$.

Para que o Gradiente (*G*) possa ser utilizado, devem ser satisfeitos três pré-requisitos:

1) Data 0 $\rightarrow$ valor "nulo";

2) Data 1 $\rightarrow$ valor "nulo";

3) Gradiente $\rightarrow$ razão, o crescimento, ou a diferença entre os valores das datas 2 e 1.

Esta situação ocorrerá quando for preciso deslocar ao longo do tempo uma série de pagamentos e/ou recebimentos que crescem linearmente a partir do segundo até o enésimo período e deseja-se encontrar o seu valor futuro. Para isso, deve-se raciocinar como se esta série fosse decomposta em *n* séries uniformes (*R*) com períodos que vão de *n – 1* até *0.* Portanto, deslocando-se todas estas séries uniformes desde *n – 1* até "*0*" para o futuro por meio do fator $\left(R \rightarrow S\right)$ e fazendo-se a somatória dos valores encontrados na data correspondente ao final do "enésimo" período, será possível conhecer *S.*

Assim sendo, substituindo-se na fórmula $\left(R \rightarrow S\right)$ o valor de *R* pelo de *G* e procedendo-se como se em cada uma das séries decompostas o valor da série uniforme fosse o valor de *G*, com seus respectivos períodos, tem-se:

(A) $S_2 = G \times \left\{ \dfrac{\left[\left(1+i\right)^{n-1}\right]-1}{i} \right\}$, onde o S_2 é o montante da data *2* até *n.*

(B) $S_3 = G \times \left\{ \dfrac{\left[\left(1+i\right)^{n-2}\right]-1}{i} \right\}$, onde o S_3 é o montante da data 3 até *n.*

Analogamente, o montante parcial correspondente ao último período, será:

(C) $S_{n-1} = G \times \left\{ \frac{(1+i)-1}{i} \right\} = 1$

Portanto, somando-se os diversos *S* encontrados tem-se o montante, que será dado por:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots S_{n-1},$$

ou

$$S = G \times \left\{ \frac{\left[(1+i)^{n-1}\right] - 1}{i} \right\} + \ldots + G \times \left\{ \frac{(1+i)-1}{i} \right\}$$

Fazendo-se a somatória e colocando *G* em evidência, tem-se:

$$S = G \times \left[\frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i} + \ldots + \frac{(1+i)-1}{i} \right]$$

$$S = G \times \left[(1+i)^{n-1} + \ldots + (1+i) - (n-1) \right] \times \left[\frac{1}{i} \right]$$

$$S = G \times \left\{ \left[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \ldots + (1+i) + 1 \right] \times \left[\frac{1}{i} \right] - \left(\frac{n}{i} \right) \right\}$$

Conforme demonstrado na terceira situação especial, a somatória entre os primeiros colchetes corresponde ao fator $(R \to S)_i^n$, cuja fórmula é:

$$S = R \times \left\{ \frac{[(1+i)^n] - 1}{i} \right\}$$

Substituindo-se *R* pelo *G*, conforme explicado, tem-se o fator $(G \to S)_i^n$:

$$S = G \times \left\{ \left(\frac{\left[(1+i)^n\right] - 1}{i} \right) \times \left(\frac{1}{i} \right) - \left(\frac{n}{i} \right) \right\} \Rightarrow S = G \times \left\{ \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i^2} \right] - \left(\frac{n}{i} \right) \right\}$$

Tem-se, então:

$$S = G \times \left\{ \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i^2} \right) - \left(\frac{n}{i} \right) \right\}$$

Ou seja, conhecendo-se *G*, *n* e *i* encontra-se *S*.

Exemplo: Qual a somatória dos valores na data 12 (31/12/2002) do fluxo de caixa (tabela), considerando-se que para tanto foram gastos $150.000,00 na data zero (01/01/2002) e uma taxa de juros de 5% ao mês.

Mês	Valores líquidos	Mês	Valores líquidos
Jan/2002	8.000,00	Jul/2002	20.000,00
Fev/2002	10.000,00	Ago/2002	22.000,00
Mar/2002	12.000,00	Set/2002	24.000,00
Abr/2002	14.000,00	Out/2002	26.000,00
Mai/2002	16.000,00	Nov/2002	28.000,00
Jun/2002	18.000,00	Dez/2002	30.000,00

Solução:

$S = \Sigma$ em 31/12/2002 =

$$-150.000,00 \times \left(P \to S\right)_{5\%}^{12} + 8.000,00 \times \left(R \to S\right)_{5\%}^{12} + 2.000,00 \times \left(G \to S\right)_{5\%}^{12}$$

$$S = -150.000,00 \times \left(1,05\right)^{12} + 8.000,00 \times \left\{ \frac{\left(1,05\right)^{12} - 1}{0,05} \right\} + 2.000,00 \times \left\{ \left[\frac{\left(1,05\right)^{12} - 1}{\left(0,05\right)^{2}} \right] - \left[\frac{12}{0,05} \right] \right\}$$

$$S = +\$14.643,65$$

2.4.6. SEXTA SITUAÇÃO

Conhecendo-se G, *n* e *i* deseja-se conhecer P. Esta situação denomina-se fator $(G \to P)_i^n$.

Partindo dos mesmos princípios da quinta situação, caso deseja-se saber o valor no presente correspondente a uma série em gradiente, deve-se deslocar o valor obtido pelo fator $(G \to S)$ para a data zero do fluxo. Para isso, basta multiplicar o resultado obtido pelo fator $(G \to S)$ pelo fator $(S \to P)$, ou ainda, dividir a fórmula que se encontra subjacente ao fator $(G \to S)$ pelo fator $(P \to S)$ para obter como resultado o fator $(G \to P)_i^n$.

Assim, tem-se:

$$P = G \cdot \left[\frac{(G \to S)_i^n}{(1+i)^n} \right]$$

Ou seja, conhecendo-se *G*, *n* e *i* encontra-se *P*.

Exemplo: Utilizando a mesma tabela do exemplo da 5° situação, deseja-se saber qual o valor correspondente a tal fluxo na data zero.

Solução:

$$P = \Sigma \text{ em } 01/01/2002 =$$

$$-150.000,00 + 8.000,00 \times (R \to P)_{5\%}^{12} + 2.000,00 \times (G \to P)_{5\%}^{12}$$

$$P = -150.000,00 + 8.000,00 \times \left\{ \frac{1 - \left[\frac{1}{(1,05)^{12}} \right]}{0,05} \right\} + 2.000,00 \times \left\{ \left[\frac{(1,05)^{12} - 1}{(0,05)^2} \right] - \left[\frac{12}{0,05} \right] \right\} \times \left[\frac{1}{(1,05)^{12}} \right]$$

$$P = +\$8.152,00$$

2.4.7. SÉTIMA SITUAÇÃO

Conhecendo-se *G*, *n* e *i* deseja-se conhecer *R*. Esta situação denomina-se fator $(G \to R)_i^n$.

Para encontrar a fórmula matemática do fator $\left(G \to R\right)_i^n$ deve-se partir da mesma idéia dos fatores para gradiente anteriormente encontrados. Tem-se que o fator $(G \to S)_i^n$ é dado pela fórmula:

$$S = G \cdot \left\{ \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i^2} \right) - \left(\frac{n}{i} \right) \right\}$$

Desdobrando-a, tem-se separadas as fórmulas de $(R \to S)_i^n$ e o complemento referente à Gradiente. Substituindo o fator $(R \to S)_i^n$ pelo fator $(S \to R)_i^n$, como segue, é obtido o fator $\left(G \to R\right)_i^n$ **.** Assim sendo:

$$S = G \times \left\{ \underbrace{\left(\frac{\left[1+i\right]^n - 1}{i} \right)}_{(R \to S)} \cdot \left(\frac{1}{i} \right) - \left(\frac{n}{i} \right) \right\}$$

Portanto, substituindo-se $(R \to S)_i^n$ por $(S \to R)_i^n$, tem-se que o fator $\left(G \to R\right)_i^n$ será:

$$R = G \times \left\{ \left(\frac{1}{i} \right) - \left(\frac{i}{[(1+i)^n] - 1} \right) \times \left(\frac{n}{i} \right) \right\}$$

Ou seja, conhecendo-se *G*, *n* e *i* encontra-se *R*.

Exemplo: Uma pessoa deveria receber neste ano valores que começam a vencer no final do mês de janeiro de $5.000,00 por mês, que se estenderão crescendo até o final de dezembro, a partir de fevereiro, à razão de $1.000,00 por mês (gradiente = $1.000,00). Como esta pessoa sabe que seu devedor terá dificuldades para conseguir tais valores, está pensando em propor-lhe o pagamento de parcelas nominalmente iguais ao longo dos 12 meses. Se ela considerar uma taxa de juros de 6% ao mês, de quanto será o valor da prestação que irá receber?

Solução:

$$R = 1.000,00 \times \left\{ \left(\frac{1}{0,06} \right) - \left(\frac{0,06}{[(1,06)^{12}] - 1} \right) \cdot \left(\frac{12}{0,06} \right) \right\} + 5.000,00$$

$$R = \$9.811,26$$

3. ENGENHARIA ECONÔMICA

3.1. CONCEITOS, PRINCÍPIOS E CONSIDERAÇÕES

Até o momento, por intermédio da Matemática Financeira, foi tratado de providenciar as informações necessárias acerca da importância de se considerar o valor do dinheiro no tempo. A partir da absorção dos conceitos da Matemática Financeira é possível fazer uso da Engenharia Econômica.

A Engenharia Econômica, conforme definição apresentada por E. L. Grant e W. Ireson, no livro "Principles of Engineering Economy", compreende "os princípios e técnicas necessárias para se tomar decisões relativas à aquisição e à disposição de bens de capital, na indústria e nos órgãos governamentais".

Pode-se, de maneira geral, definir Engenharia Econômica como o conjunto de conhecimentos necessários à tomada de decisão sobre investimentos.

Ainda que os conceitos básicos tenham se originado na indústria, a partir de problemas de natureza técnica, os métodos de investimentos, que serão apresentados a seguir, são gerais e suas aplicações não se restringem apenas ao campo da engenharia. Problemas de financiamento, questões de aplicação de capital, entre outros, são igualmente passíveis de análise pelos métodos da Engenharia Econômica. Justifica-se o nome, "Engenharia Econômica", porque grande parte dos problemas de investimento dependem de informações e justificativas técnicas e porque na maioria das organizações tais decisões são tomadas ou por engenheiros, ou por administradores agindo com base nas recomendações dos engenheiros.

Em resumo, um estudo de Engenharia Econômica envolve:

a) Definição do problema;

b) Determinação das alternativas tecnicamente viáveis;

c) Determinação e avaliação quantitativa das diferenças futuras – obtenção do diagrama de fluxo de caixa de cada alternativa;

d) Manipulação dos diagramas e aplicação de critérios de decisão para a obtenção da alternativa mais econômica a avaliação qualitativa das alternativas, inclusão dos fatores imponderáveis e modificação da decisão anterior se for o caso.

Enfim, torna-se necessário estabelecer métodos de comparação e critérios de decisão que permitam representar cada alternativa por um número e que indiquem a solução mais econômica.

Segundo Hummel e Taschner, alguns aspectos não devem ser esquecidos jamais ao se montar um modelo para a tomada de decisão em Engenharia Econômica. Esses aspectos são:

1) Não existe decisão a ser tomada, considerando-se alternativa única: para tomar qualquer decisão, devem ser analisadas todas as alternativas viáveis, onde as alternativas devem ser, no mínimo, duas, ao contrário, a decisão já estará tomada.

2) Só podem ser comparadas alternativas homogêneas: por exemplo, não será possível a comparação entre a compra de um apartamento em um bairro nobre ou a compra de um apartamento em um bairro pobre. Para fazer a comparação dessas alternativas deve-se conseguir a homogeneidade dos dados.

3) Apenas as diferenças de alternativas são relevantes: se todas as alternativas que estão sendo analisadas possuírem séries de custos ou receitas iguais, elas não serão importantes para decidir qual das alternativas é melhor, pois suas diferenças irão se anular.

4) Os critérios para decisão de alternativa econômica devem reconhecer o valor do dinheiro no tempo: para fazer a comparação entre alternativas de investimento deve-se igualar o tempo de vida ou de utilização das mesmas.

5) Não devem ser esquecidos os problemas relativos ao racionamento de capital: sempre que uma alternativa de ação for proposta, admite-se, a princípio, que existe capacidade de investimento.

6) Decisões separáveis devem ser tomadas separadamente: todos os problemas e alternativas econômicas de investimento devem ser cuidadosamente avaliados para determinar qual o número, tipo e seqüência das decisões necessárias.

7) Deve-se sempre atribuir um certo peso para os graus relativos de incerteza associada às previsões efetuadas: isso serve para assegurar que a qualidade da solução seja conhecida e reconhecida pelos responsáveis pelo processo de tomada de decisão.

8) As decisões devem levar também em consideração os eventos qualitativos não quantificáveis monetariamente: as diferenças de alternativas devem assumir uma unidade quantificável comum, geralmente unidade monetária, para fornecer uma base para a escolha dos investimentos. Entretanto, os eventos não quantificáveis devem ser especificados, para que os responsáveis pela tomada de decisão tenham todos os dados necessários para tomar a sua decisão.

9) Realimentação de informações: por exemplo, precisa-se saber se a taxa de juros esperada para um determinado investimento em 5 anos está sendo atingida. Para isso, deve-se acompanhá-la mês a mês, ou ano a ano, para ter certeza de que o investimento atingirá o retorno esperado.

10) Dados econômicos / gerenciais: no estudo das alternativas de investimento, os valores e os dados que nos interessam devem ser sempre econômicos e gerenciais. Os dados contábeis só serão importantes na avaliação após o Imposto de Renda.

Limitações de Estudo

- Impossível transpor para o papel todas as considerações e variáveis encontradas na vida;
- Taxas de retorno e taxas de juros, na realidade, não são as mesmas;
- O modelo pressupõe que as taxas de juros não variam durante a vida;
- O modelo pressupõe que o fluxo de caixa real final é sempre viável, de acordo com as condições econômicas e financeiras da empresa em pauta;
- A complexidade do modelo a ser montado deve ser compatível com a confiabilidade dos dados assumidos.

Mais dois pré-requisitos para a análise de investimentos:

– Só serão analisadas alternativas de ação tecnicamente viáveis;

– Só serão analisadas alternativas de ação para as quais tem-se capacidade financeira.

3.2. MÉTODOS CLÁSSICOS DE ANÁLISE DE INVESTIMENTOS

Depois de considerar todos esses aspectos, princípios, pré-requisitos e limitações de estudo para fazer a análise de um investimento, deve-se, ainda, ordenar o processo de raciocínio para buscar uma solução lógica para a questão proposta. Isso pode ser feito através dos **Métodos Clássicos de Análise de Investimentos.**

Basicamente, os métodos são três, que se forem aplicados de maneira correta, levarão sempre à mesma alternativa de ação como sendo a melhor, ou seja, eles são equivalentes entre si. Os três métodos são os seguintes:

- Método do Custo Anual Uniforme – CAU;

- Método do Valor Atual – VA;

- Método da Taxa de Retorno – TIR.

Taxa Mínima de Atratividade

Os métodos da Engenharia Econômica, para avaliar as melhores alternativas de investimento, exigem a adoção de uma taxa de juros básica, que é denominada **Taxa Mínima de Atratividade (TMA).** Essa taxa representa a mínima rentabilidade pretendida em um investimento. A questão de definir qual taxa deverá ser empregada, pode ser respondida por meio do seguinte exemplo:

“Supõe-se que uma pessoa tem uma oportunidade de fazer um investimento, mas para isso será necessário tomar o dinheiro emprestado de algum banco. É evidente que os juros pagos representarão um ônus, que deve ser entendido como o custo da utilização deste capital. Portanto, a pessoa somente irá fazer o investimento se a expectativa de ganhos, já deduzido o valor do investimento, for superior ao custo do capital. Por exemplo, se o montante de juros pagos corresponder a uma taxa de 40% a.a., obrigatoriamente que o custo do capital será expresso por este valor, e o investimento só será interessante se a taxa de rendimentos produzidos for superior a este”.

Tal fato identifica o custo do capital como sendo a rentabilidade mínima aceitável para qualquer aplicação, caracterizando, então, uma base para aceitação ou rejeição de uma proposta de investimento. Esta taxa de juros é a usualmente denominada **TMA.**

3.2.1. MÉTODO DO CUSTO ANUAL UNIFORME – CAU

Consiste em distribuir ao longo da vida útil todos os valores existentes no fluxo de caixa, transformando-os em uma única série uniforme *(R)* de pagamentos e/ou recebimentos.

Para distribuir todos os valores uniformemente ao longo da vida útil, faz-se uso da TMA e como resultado pode-se obter um CAU+ (positivo), um CAU– (negativo) ou um CAU nulo. Em termos de escolha entre as alternativas de ação, serão consideradas interessantes as alternativas cujos CAUs sejam positivos ou nulos, onde o mais interessante seria o maior CAU positivo, ou seja, as receitas serão suficientes ou mais que suficientes, para cobrir as despesas quando sujeitas àquela taxa de juros, quando estes estão sujeitos àquela TMA.

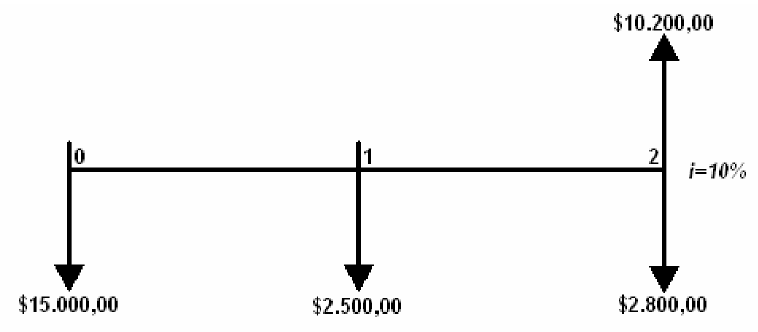
Nos casos em que os investimentos se tornam obrigatórios, por exemplo, na substituição de um equipamento estarão envolvidos na análise apenas custos ou despesas, portanto, o resultado do CAU a ser obtido será sempre negativo e a escolha deverá recair sobre o CAU mais próximo de zero, ou seja, aquele que possuir o menor custo possível.

EXEMPLO 1: Determinada empresa deseja substituir a frota de veículos a serem utilizados para o trabalho de seus vendedores. Para essa situação ficou definido que o veículo mais apropriado seria um carro popular e que para o serviço que se prestaria poderia ser utilizado tanto um veículo zero quilômetro como um com até cinco anos de vida. Estudos preliminares determinaram que os custos das manutenções anuais, de acordo com o tempo de vida do veículo, a serem realizadas ao longo do ano e alocadas ao seu final, seriam os expressos no quadro a seguir, bem como a cotação dos veículos, desde que em perfeito estado de conservação. A TMA da empresa é de 10% a.a.

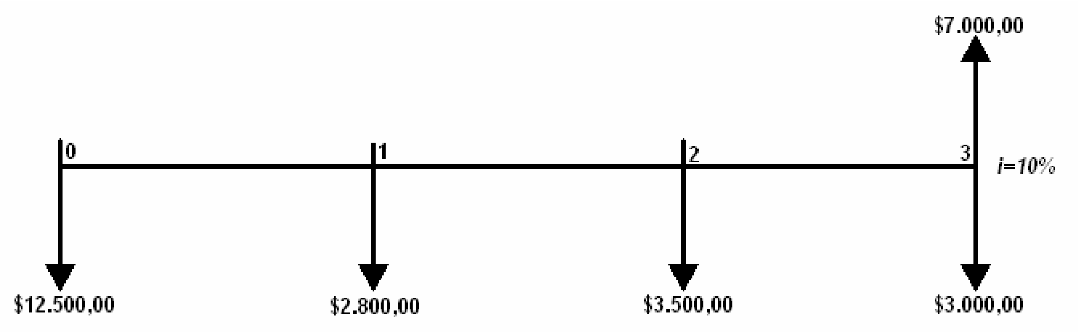
Final do	Cotação	Custo manutenção
0 km	$15.000,00	0
1 ano	$12.500,00	$2.500,00 / ano
2 anos	$10.200,00	$2.800,00 / ano
3 anos	$8.500,00	$3.500,00 / ano
4 anos	$7.000,00	$3.000,00 / ano
5 anos	$6.200,00	$3.700,00 / ano

Solução:

OPÇÃO A – Comprar um carro zero e trocá-lo a cada dois anos.



OPÇÃO B – Comprar um carro com 1 ano de vida e trocá-lo a cada três anos.



Nesse exemplo, o que torna as alternativas de ação heterogêneas é o fato de que com a opção A, os vendedores poderão trabalhar com o carro pelo período de dois anos, enquanto na opção B, poderão trabalhar pelo período de 3 anos. Essa diferença fica solucionada de maneira implícita, pois será encontrado o custo necessário para se utilizar as opções A e B por ano e assumir que eles se repetirão de maneira idêntica nos anos seguintes. Assim, poderão ser comparados.

A estrutura dos cálculos para a obtenção do CAU ficará da seguinte forma:

$$CAU_{(OpçãoA)} = -\$2.500,00 - \$15.000,00 \times (P \to R)_{10\%}^{2} + \$9.900,00 \times (S \to R)_{10\%}^{2}$$

$$CAU_{(OpçãoA)} = -\$2.500,00 - \$8.642,86 + \$4.714,29$$

$$CAU_{(OpçãoA)} = -\$6.428,57$$

Na montagem do fluxo algébrico da opção A considera-se que -\$2.500,00 já se caracterizam como um CAU, pois se repete nominalmente desde o período de ordem 1 até o de ordem *n* (data 2). Depois, distribui-se os -\$15.000,00 referentes a compra do carro “zero” a partir da data zero dentre os dois períodos da vida útil e, por fim, distribui-se os +\$9.900,00 (obtidos pela diferença entre os +\$10.200,00, referentes a venda do automóvel com dois anos de uso e os -\$300,00 referentes a diferença entre os -\$2.800,00 dos custos anuais e os -\$2.500,00 que foram assumidos que já configuram como um CAU).

Por analogia, mostrar-se-á a opção B, assumindo que os -\$2.800,00 já se configuram como um CAU. Assim, tem-se:

$$CAU_{(OpçãoB)} = -2.800,00 - \left[700,00 \times \left(S \to P\right)_{10\%}^{2} + 12.500,00\right] \times \left(P \to R\right)_{10\%}^{3} + 6.800,00 \times \left(S \to R\right)_{10\%}^{3}$$

$$CAU_{(OpçãoB)} = -2.800,00 - \left[578,51 + 12.500,00\right] \times \left(P \to R\right)_{10\%}^{3} + 2.054,38$$

$$CAU_{(OpçãoB)} = -2.800,00 - 5.259,06 + 2.054,38$$

$$CAU_{(OpçãoB)} = -\$6.004,68$$

No caso A, os resultados demonstram que se tiver o equivalente a -6.428,57 por ano (o sinal negativo identifica um custo), tem-se dinheiro suficiente para manter a estrutura de comprar um carro “zero”, pagar seus custos de manutenção no final do primeiro ano de uso, pagar seus custos de manutenção no final do segundo de uso e vendê-lo ao preço de mercado naquela oportunidade, para então comprar novamente um carro “zero”, pagar seus custos de manutenção por dois anos, vendê-lo pelos mesmos valores do fluxo inicial... E assim, sucessivamente, por quanto tempo for necessário.

No caso B, com equivalente a -\$6.004,68 tem-se dinheiro suficiente para manter a estrutura de comprar um carro com um ano de uso, pagar seus custos de manutenção no final do primeiro, segundo e terceiro ano de uso e vendê-lo ao preço de mercado naquela oportunidade, para então comprar novamente um carro com 1 ano de uso e pagar seus custos de manutenção no final do primeiro, segundo e terceiro ano de uso, vendê-lo pelos mesmos valores do fluxo inicial... E assim, sucessivamente, por quanto tempo for necessário.

Como em ambas as alternativas existem possibilidade de atender as necessidades de transporte do corpo de vendas e se, com a opção A, tem-se um custo de -$6.428,57 por ano, contra um custo de -$6.004,68 por ano com a opção B, é evidente que a solução deverá recair sobre a opção B.

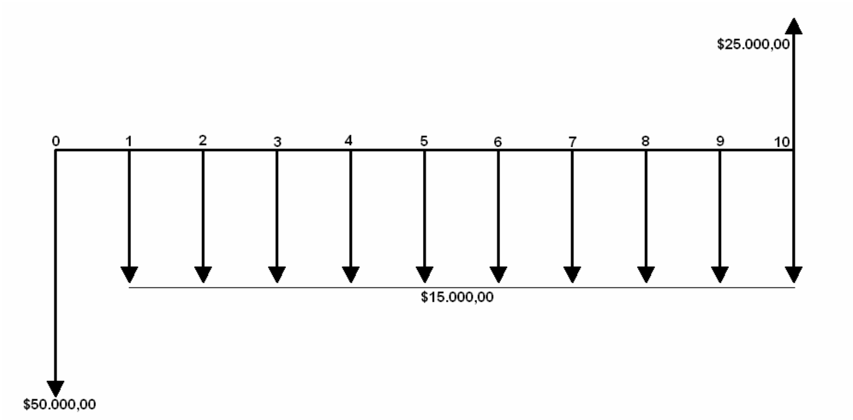
EXEMPLO 2: Uma empresa de transformação mineral tem enfrentado sérios problemas de produtividade e estudos desenvolvidos pelos engenheiros da empresa evidenciaram duas alternativas tecnicamente viáveis para solucionar o problema.

Discriminação	Opção A	Opção B
Investimento Necessário	$50.000,00	$30.000,00
Custo Operacional Anual	$13.000,00	$18.800,00
Custo Anual Manutenção	$2.000,00	$1.200,00
Valor Residual do Projeto	$25.000,00	$15.000,00
Vida Estimada	10 anos	10 anos

Sendo a TMA para a empresa igual a 20% ao ano, deseja-se saber qual a alternativa mais conveniente.

Solução:

O diagrama de fluxo de caixa para a alternativa A e seu respectivo CAU são:

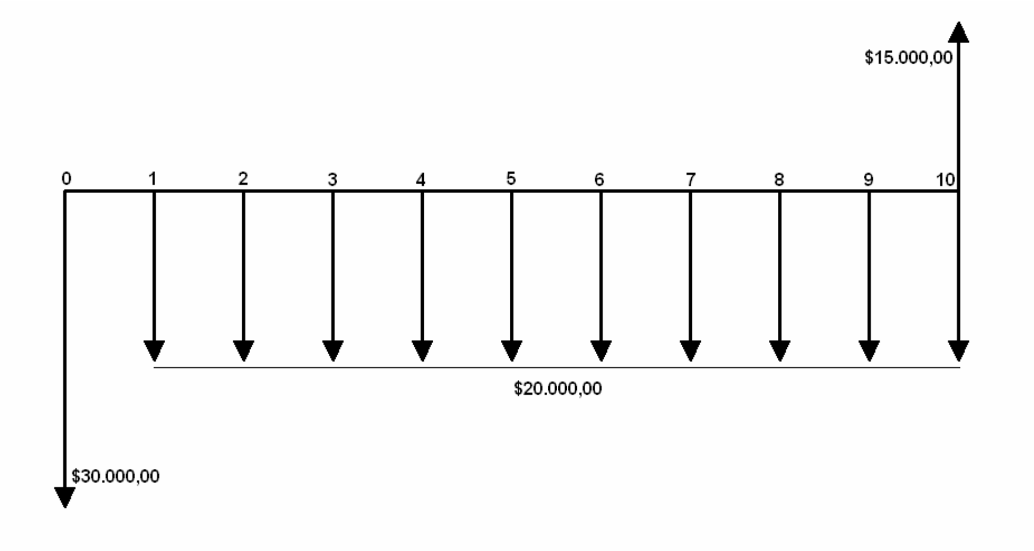


$$CAU_{OpçãoA} = -15.000,00 - 50.000,00 \times (P \rightarrow R)_{20\%}^{10} + 25.000,00 \times (S \rightarrow R)_{20\%}^{10}$$

$$CAU_{OpçãoA} = -15.000,00 - 50.000,00 \times (0,2385) + 25.000,00 \times (0,0385)$$

$$CAU_{OpçãoA} = -25.962,00$$

Para a alternativa B, tem-se:



$$CAU_{OpçãoB} = -20.000,00 - 30.000,00 \times (P \rightarrow R)_{20\%}^{10} + 15.000,00 \times (S \rightarrow R)_{20\%}^{10}$$

$$CAU_{OpçãoB} = -20.000,00 - 30.000,00 \times (0,2385) + 15.000,00 \times (0,0385)$$

$$CAU_{OpçãoB} = -26.577,00$$

A alternativa A representa menor CAU, portanto, resulta na opção mais conveniente para a empresa.

Se no processo de decisão existissem receitas incluídas nas opções a serem estudadas, deve-se optar por aquela que levasse ao maior CAU positivo(se houvesse), caso contrário, se todas as alternativas levassem a CAUs negativos, deve-se descartá-las e sair em busca de outras alternativas.

3.2.2 MÉTODO DO VALOR ATUAL (VA) OU VALOR PRESENTE LÍQUIDO (VPL)

O método do VA, ou método do VPL, caracteriza-se, essencialmente, pela transferência de todas as variações de caixa esperadas para o instante presente, descontadas à TMA, isto é, seria o transporte para a data zero de um diagrama de fluxo de caixa de todos os recebimentos e desembolsos esperados, descontados à taxa de juros considerada. Assim, como já foi demonstrado no método CAU, também pelo método do VA, pode-se obter como resultado da somatória desses fluxos um VA+ (positivo), um VA- (negativo) ou um VA nulo, evidentemente que, desde que se têm envolvidas no negócio receitas e despesas, entradas e saídas de caixa.

Em termos de análise, serão consideradas interessantes as alternativas de ação cujos VAs sejam positivos ou nulos, sendo mais interessantes os de maior VA+. Isso porque esse valor positivo representará a quantidade de dinheiro que foi ganho, em dinheiro de hoje, além da expectativa. Um VA- para um fluxo de caixa que tenha receitas e despesas envolvidas, significará que aquele negócio possui uma remuneração aquém da expectativa, ou ainda, que aquele negócio paga aquela quantidade de dinheiro, em dinheiro de hoje, a menos do que se gostaria. Um VA nulo demonstrará que aquele investimento paga exatamente a TMA, portanto, também poderá ser considerado interessante.

Se utilizarmos esse método para analisar projetos que envolvam apenas custos, as alternativas de ação que nos interessarão serão aquelas que nos levarão mais próximo de um custo zero.

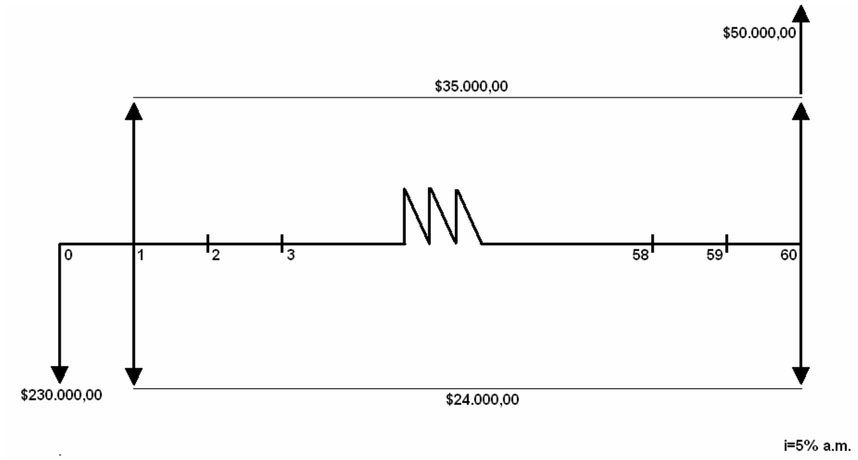
EXEMPLO 3: Uma empresa está pensando em abrir uma loja para venda direta de seus produtos aos consumidores, e para esse fim existem duas oportunidades: abrir uma loja na rua ou uma loja no shopping. Para isso, levantou as variáveis envolvidas com cada uma das opções que podem ser expressas conforme o quadro abaixo. Sendo a TMA da empresa de 5% ao mês qual a melhor alternativa.

Discriminação	Loja de Rua	Loja de Shopping
Investimentos iniciais	$230.000,000	$270.000,00
Tempo de utilização	5 anos	5 anos
Valor residual e de mercado	$50.000,00	$130.000,00
Receitas mensais	$35.000,00	$50.000,00
Custos mensais	$24.000,00	$36.000,00

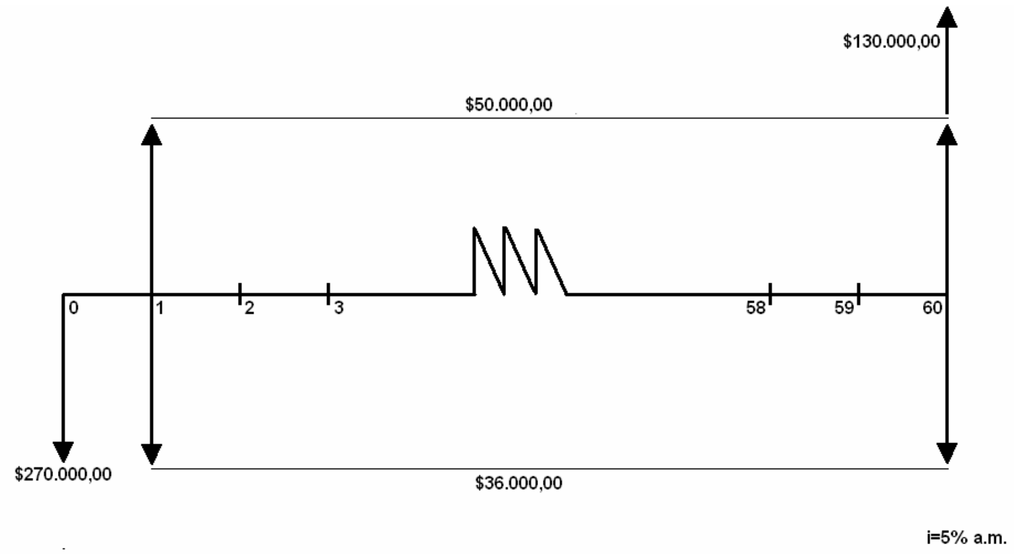
Solução:

Os diagramas de fluxo de caixa para as duas alternativas são:

Opção A – Abrir Loja de Rua



Opção B – Abrir Loja de Shopping



Agora serão deslocados todos os valores envolvidos no fluxo de caixa para a data zero, fazendo uso da TMA, isso significa, na prática, extrair dos valores que não se encontram na data zero os juros neles embutidos. Assim sendo, o VA das duas opções será:

$$VA_A = -230.000,00 + 11.000,00 \times \left(R \to P\right)_{5\%}^{60} + 50.000,00 \times \left(S \to P\right)_{5\%}^{60}$$

$$VA_A = -230.000,00 + 208.222,18 + 2.676,78$$

$$VA_A = -\$19.101,04$$

$$VA_B = -270.000,00 + 14.000,00 \times \left(R \to P\right)_{5\%}^{60} + 130.000,00 \times \left(S \to P\right)_{5\%}^{60}$$

$$VA_B = -270.000,00 + 265.010,05 + 6.959,61$$

$$VA_B = +\$1.969,67$$

Os resultados dos VAs obtidos de -$19.101,04 para a Loja de Rua e +$1.969,67 para a Loja de Shopping representam, na prática, que, embora se tenha lucro com a loja de Rua, ela não oferece aos investidores a remuneração mínima aceitável. Ela oferece um ganho de (-)$19.101,04 em dinheiro de hoje, aquém da expectativa (o sinal negativo significa que os custos suplantaram as receitas em $19.101,04), não sendo um investimento interessante. Já a loja de Shopping, oferece uma remuneração em dinheiro de hoje, de (+)$1.969,67 além da expectativa (o sinal positivo significa que as receitas suplantaram os custos em $1.969,67), sendo um investimento interessante.

Para o método do VA, a questão da homogeneidade das vidas úteis das diversas alternativas de ação deve ser tratada antes de iniciar a análise, ou seja, deve-se fazer presente de maneira explícita. Para isso, será utilizada a Técnica do MMC (Mínimo Múltiplo Comum) e da Capitalização Infinita.

A Técnica do Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

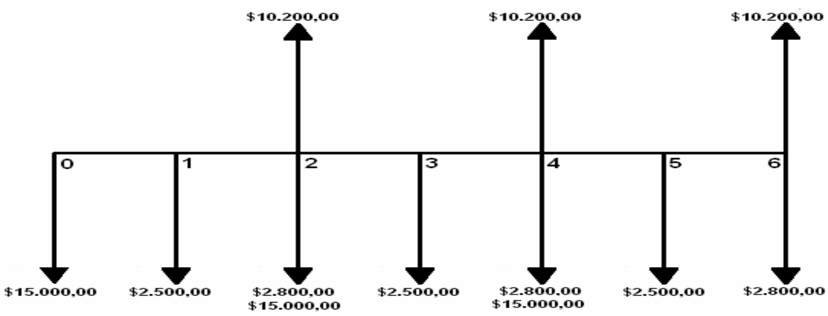
Para executar essa técnica, deve-se encontrar o MMC entre os tempos de vida das alternativas em questão e considerar a repetição do investimento de maneira idêntica.

EXEMPLO 4: Observando a situação do **Exemplo 1** do Método CAU. Se fosse utilizado o método do VA, qual seria a melhor opção dentre as duas alternativas?

Solução:

Uma das opções era a de se trabalhar com um carro por dois anos, enquanto a outra era a de comprar um carro com um ano de vida e trabalhar com ele por mais três anos antes de vendê-lo. Isso torna ambas as alternativas heterogêneas e, portanto, não comparáveis.

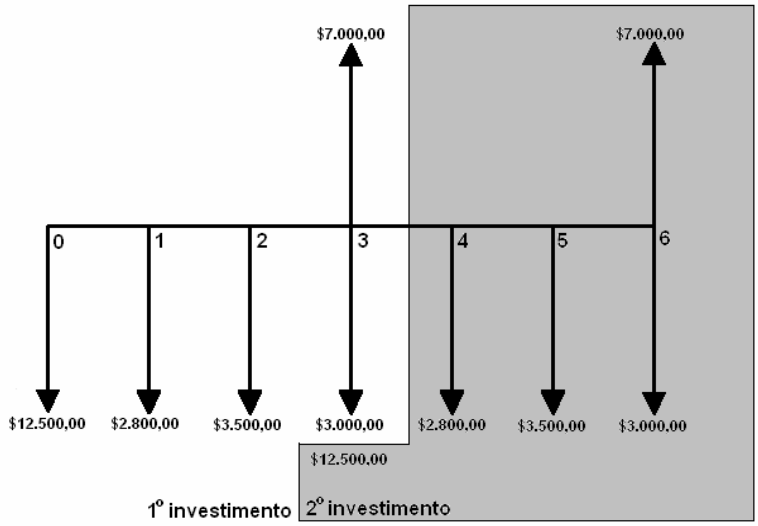
A maneira de resolver o problema é através da técnica do MMC. Portanto, as opções deverão cobrir um tempo de vida comum de seis (06) anos (MMC de 2 e 3, ou seja, a opção A deverá se repetir de maneira idêntica por três vezes consecutivas, enquanto a opção B deverá se repetir de maneira idêntica por duas vezes consecutivas. Assim, tem-se:



$$VA_A = -15.000,00 - 2.500,00 \times \left(S \to P\right)_{10\%}^{1} - 7.600,00 \times \left(S \to P\right)_{10\%}^{2} - 2.500,00 \times \left(S \to P\right)_{10\%}^{3} + \\ -7.600,00 \times \left(S \to P\right)_{10\%}^{4} - 2.500,00 \times \left(S \to P\right)_{10\%}^{5} + 7.400,00 \times \left(S \to P\right)_{10\%}^{6}$$

$$VA_A = -15.000,00 - 2.272,73 - 6.280,99 - 1.878,28 - 5.190,90 - 1.552,30 + 4.177,10$$

$$VA_A = -\$27.998,09$$



$$VA_B = -12.000,00 - 2.800,00 \times (S \to P)_{10\%}^{1} + 3.500,00 \times (S \to P)_{10\%}^{2} - 8.500,00 \times (S \to P)_{10\%}^{3} + \\ -2.800,00 \times (S \to P)_{10\%}^{4} - 3.500,00 \times (S \to P)_{10\%}^{5} + 4.000,00 \times (S \to P)_{10\%}^{6}$$

$$VA_B = -\$26.151,95$$

Assim, deve-se optar pela alternativa B que proporciona um menor VA de custo.

A Técnica da Capitalização Infinita

A técnica da Capitalização Infinita parte dos mesmos princípios da técnica do MMC. Porém, em vez de limitar o tempo de repetição das vidas úteis ao MMC, admite-se que ela se repetirá infinitas vezes. Para sua execução, deve-se:

- Encontrar o CAU de cada alternativa ao longo da vida útil;
- Considerar que o CAU encontrado será um R que se repetirá infinitamente de maneira idêntica;
- Trazer o R encontrado para o presente a partir do **fator** $(R \to P)_i^{\infty}$**.**

Quando o **fator** $\left(P \to R\right)$ tende ao infinito, tende a ser igual a própria taxa *i*. Portanto, quando o **fator** $\left(R \to P\right)$ tende ao infinito, tende a ser igual a 1 sobre a taxa *i*, ou seja, *1/i*.

$$\left(P \to R\right)_i^{\infty} = i \Leftrightarrow \left(R \to P\right)_i^{\infty} = \frac{1}{i}$$

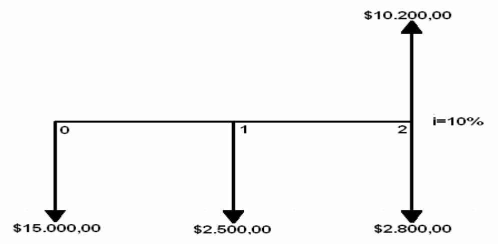
EXEMPLO 5: Será utilizado o **EXEMPLO 1,** para resolver através da técnica da Capitalização Infinita.

Determinada empresa deseja substituir a frota de veículos a serem utilizados para o trabalho de seus vendedores. Para essa situação ficou definido que o veículo mais apropriado seria um carro popular e que para o serviço que se prestaria poderia ser utilizado tanto um veículo zero quilômetro como um com até cinco anos de vida. Estudos preliminares determinaram que os custos das manutenções anuais, de acordo com o tempo de vida do veículo, a serem realizadas ao longo do ano e alocadas ao seu final, seriam os expressos no quadro a seguir, bem como a cotação dos veículos, desde que em perfeito estado de conservação. A TMA da empresa é de 10% a.a.

Final do	Cotação	Custo manutenção
0 km	$15.000,00	0
1 ano	$12.500,00	$2.500,00 / ano
2 anos	$10.200,00	$2.800,00 / ano
3 anos	$8.500,00	$3.500,00 / ano
4 anos	$7.000,00	$3.000,00 / ano
5 anos	$6.200,00	$3.700,00 / ano

Solução:

Opção A – Comprar um carro zero e trocá-lo a cada 2 anos



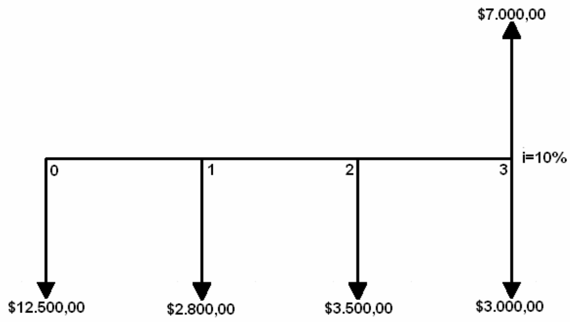
$$VA_A = \left[\underbrace{-15.000,00 \times (P \to R)_{10\%}^{2} - 2.500,00 + 9.900,00 \times (S \to R)_{10\%}^{2}}_{CAU} \right] \cdot (R \to P)_{10\%}^{\infty}$$

$$VA_A = (-8.642,86 - 2.500,00 + 4.714,29) \times \left(\frac{1}{0,10} \right)$$

$$VA_A = \frac{-6.428,57}{0,10}$$

$$VA_A = -\$64.285,70$$

Opção B – Comprar um carro com 1 ano e trocá-lo a cada 3 anos



$$VA_B = \{[-12.500,00 - 2.800,00 \times (S \to P)_{10\%}^{1} - 3.500,00 \times (S \to P)_{10\%}^{2} +$$

$$4.000,00 \times (S \to P)_{10\%}^{3}] \times (P \to R)_{10\%}^{3}\} \times (R \to P)_{10\%}^{\infty}$$

$$VA_B = \{[-12.500,00 - 2.545,45 - 2.892,56 + 3.005,26] \times (P \to R)_{10\%}^{3}\} \times \left(\frac{1}{0,1} \right)$$

$$VA_B = [-14.932,76 \times (P \to R)_{10\%}^{3}] \times \left(\frac{1}{0,1} \right)$$

$$VA_B = \frac{-6.004,68}{0,1}$$

$$VA_B = -\$60.046,80$$

Foi encontrado um VA de -$64.285,70 para a opção A, contra um VA de -$60.046,80 para a opção B. Considerando-se que resultados negativos para o método do

VA identificam os custos associados a cada alternativa, deve-se escolher a opção B, que proporciona um menor VA.

3.2.3 MÉTODO DA TAXA DE RETORNO (TIR)

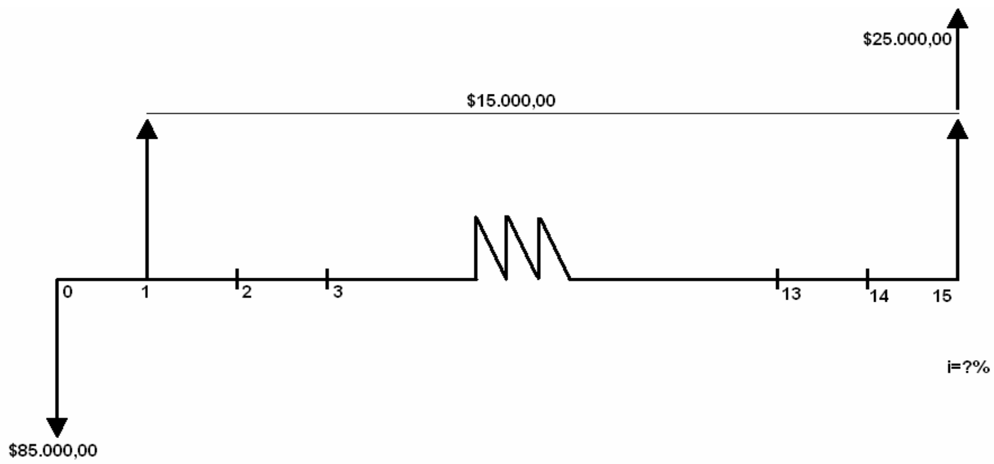
O método da Taxa Interna de Retorno (TIR) é aquele que nos permite encontrar a remuneração do investimento em termos percentuais. Encontrar a TIR de um investimento é o mesmo que encontrar o percentual exato de remuneração que o investimento oferece. Em termos práticos, é encontrar a taxa de juros que permite igualar receitas e despesas na data zero, transformando o valor atual do investimento em zero. Portanto, quando for calculada a TIR de determinado investimento e/ou financiamento, está sendo extraído dele o percentual ganho que ele oferece ao investidor.

Para efeito de análise, deve-se comparar a TIR encontrada com a TMA. Se a TIR for maior ou igual a TMA, o investimento deve ser aceito, se for menor, deve ser recusado.

No método TIR trata-se, implicitamente, da questão da homogeneidade das alternativas, no que diz respeito às suas vidas úteis, visto que a TIR encontrada no 1° período de vida será sempre a mesma para os demais.

EXEMPLO 6: Uma empresa está estudando a possibilidade de substituir parte de seu processo produtivo atual por um mais moderno, que permitirá sua operação por um único empregado, proporcionando uma economia anual de mão-de-obra da ordem de $15.000,00. Para colocar o novo processo em funcionamento deverá ser feita a aquisição de uma nova máquina no valor de $60.000,00, bem como de equipamentos complementares no valor de $25.000,00. Ambos os desembolsos serão feitos à vista, na data 0. Sendo a TMA da empresa de 15% ao ano, considerando-se que o processo poderá operar por 15 anos e que após esse período a máquina poderá ser vendida por $25.000,00, o investimento deverá ser feito? Decidir pelo método da TIR.

Solução:



$$VA = -85.000,00 + 15.000,00 \times \left(R \to P\right)_{i\%}^{15} + 25.000,00 \times \left(S \to P\right)_{i\%}^{15}$$

Se submeter o fluxo a TMA pretendida pela empresa, de 15%, já será conhecido que o investimento vale a pena, pois o VA obtido será positivo, ou seja:

$$VA = -85.000,00 + 15.000,00 \times \left(R \to P\right)_{15\%}^{15} + 25.000,00 \times \left(S \to P\right)_{15\%}^{15}$$

Para *i* = 15%

$$\Rightarrow VA = -85.000,00 + 87.710,55 + 3.072,36 \Rightarrow VA = +\$5.782,91$$

Para saber a TIR, deve-se encontrar uma taxa de juros que, deslocando os valores do fluxo para a data 0, resulte em um VA = 0.

Por exemplo, sabe-se que o investimento paga mais de 15% ao ano será que sua remuneração é maior que 20%? Para confirmar, deve-se deslocar os valores para essa taxa:

$$VA = -85.000,00 + 15.000,00 \times \left(R \to P\right)_{20\%}^{15} + 25.000,00 \times \left(S \to P\right)_{20\%}^{15}$$

Para *i* = 20%

$$\Rightarrow VA = -85.000,00 + 70.132,09 + 1.622,63 \Rightarrow VA = -\$13.245,28$$

Assim, sabe-se que o investimento paga mais de 15% ao ano e menos de 20% ao ano, portanto, paga uma taxa entre 15% a 20% ao ano. Para encontrar a TIR deve-se continuar testando taxas até encontrar uma que iguale as receitas e despesas, ou utilizar a técnica de interpolação linear para encontrar uma taxa de juros aproximada. O processo de interpolação linear nada mais é que uma regra de três composta, onde:

$$
\begin{aligned}
&(0,15-0,20) \leftrightarrow 5.782,91-(-13.245,28) \\
&(0,15-TIR) \leftrightarrow 5.782,91-(0) \\
&(-0,05)\times(5.782,91) = (0,15-TIR)\times(19.028,19) \Rightarrow TIR = \left(\frac{289,14+2.854,23}{19.028,19}\right) \\
&TIR = 0,1652 \Rightarrow TIR = 16,52\%
\end{aligned}
$$

Como a TIR ≥ TMA o investimento deve ser aceito.

3.2.3.1. MÉTODO DA TAXA DE RETORNO INCREMENTAL (TRI)

O método da Taxa de Retorno Incremental (TRI) é uma variante da TIR e deve ser usado sempre que forem comparadas alternativas de ação que possuam investimentos iniciais diferentes, onde estas alternativas serão consideradas heterogêneas. A TRI é a TIR referente ao acréscimo da receita de um investimento em relação ao outro, considerando-se para isso o investimento incremental para obtê-la.

Para trabalhar com a TRI deve-se:

1°) Ordenar de maneira crescente, em função dos investimentos iniciais, todas as alternativas de ação existentes;

2°) Se a TIR encontrada for maior ou igual a TMA, aceitar o investimento e analisar a possibilidade de se fazer a mudança desse investimento para o seguinte na ordem crescente, analisando-se a mudança em função do incremento de investimento necessário à sua implantação e do incremento de receita que possibilitará a mudança, ou seja, calcular a TRI.

3°) Calcular a TRI e comparar com a TMA. Se a TRI < TMA, rejeitar a mudança e analisar a possibilidade da mudança desta opção para a alternativa seguinte.

Se a TRI ≥ TMA, aceitar a mudança e analisar a possibilidade de ação seguinte. E assim sucessivamente, até que se esgotem as alternativas de ação.

EXEMPLO 7: Certa empresa está estudando a possibilidade de adquirir um dentre os três processos a seguir, que lhe foram oferecidos. Por meio do Método da Taxa de Retorno, considerando-se: uma TMA de 6% ao ano e um horizonte de tempo para análise perpétuo encontre a melhor alternativa.

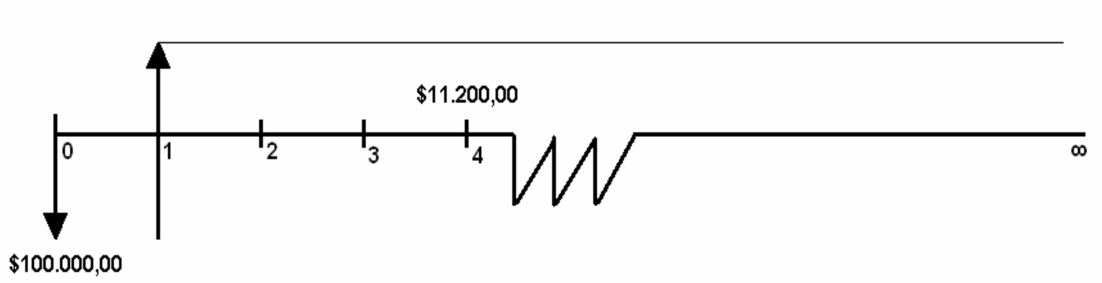
Itens	Processo "A"	Processo "B"	Processo "C"
Investimento inicial	\$130.000,00	\$200.000,00	\$100.000,00
Receitas líquidas	\$13.800,00	\$18.000,00	\$11.200,00
Vida útil	Infinita	Infinita	Infinita

Solução:

Como os investimentos iniciais são diferentes, para compará-los deve-se, obrigatoriamente, utilizar a TRI.

Por ordem crescente de investimento inicial: "C", "A" e "B", tem-se:

Processo "C"



$$VA = -100.000,00 + 11.200,00 \times \left(R \to P\right)_i^{\infty}$$

$$TIR_C = \frac{11.200,00}{100.000,00}$$

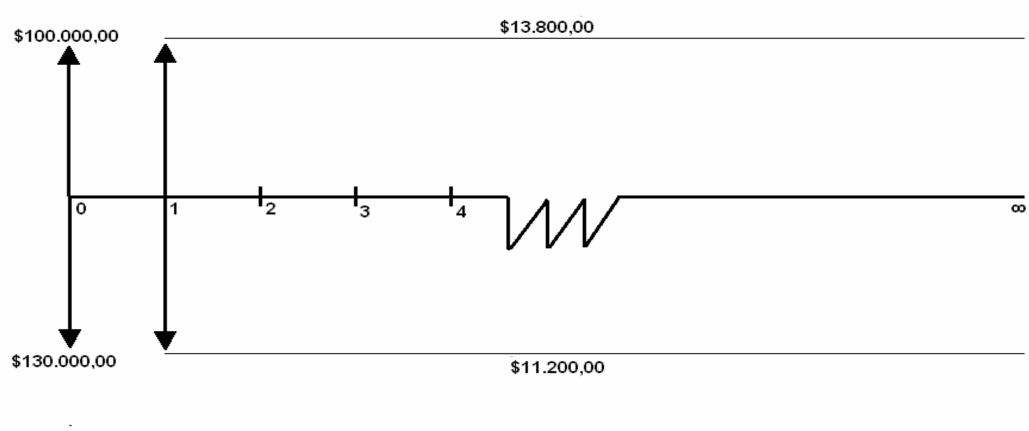
$$TIR_C = 0,112$$

$$TIR_C = 11,2\%$$

Considerando-se que foi definida pela empresa uma TMA de 6% ao ano e que o investimento "C" paga 11,2% ao ano, o investimento deve ser aceito, passando-se a analisar as demais alternativas pela TRI.

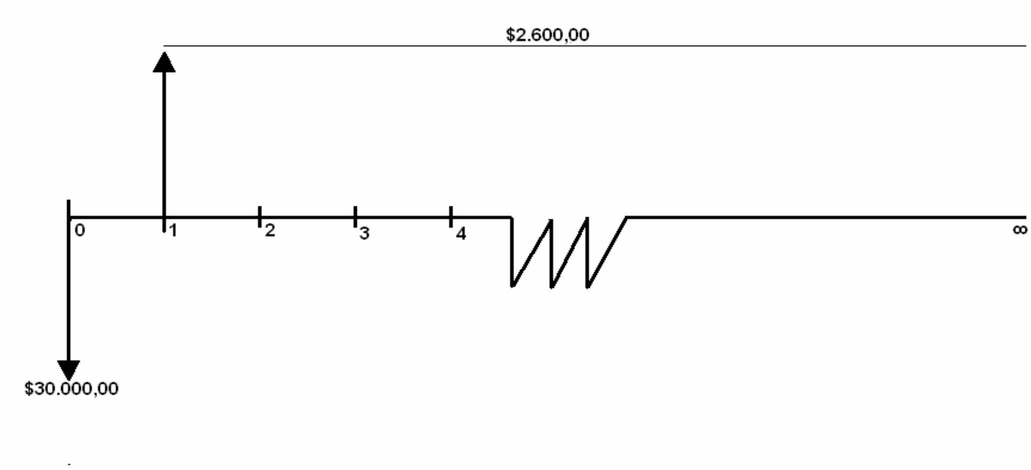
Assim, tem-se:

"C" → "A"



A mudança do investimento C para o investimento A pressupõe que se deve investir um incremento de $30.000,00 ($130.000,00 – $100.000,00) para que seja possível receber $2.600,00 a mais por ano durante infinitos períodos. Portanto, a TRI de C → A será a TIR dos incrementos:

"C" → "A"



$$VA = -30.000,00 + 2.600,00 \times \left(R \rightarrow P\right)_i^{\infty}$$

$$TIR_{C \rightarrow A} = \frac{2.600,00}{30.000,00}$$

$$TRI_{C \rightarrow A} = 0,08667$$

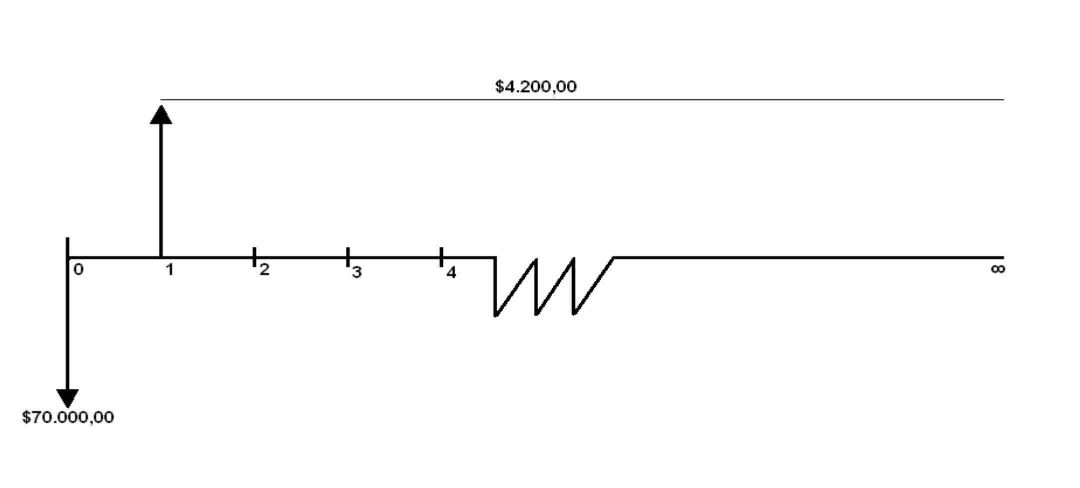
$$TRI_{C \rightarrow A} = 8,667\%$$

Como foi obtido uma TRI de C → A de 8,667% a.a., contra uma TMA de 6% a.a., o investimento interessa.

Agora, a análise da possibilidade de mudança de A → B.

A mudança de investimento de A → B pressupõe que deve-se investir um incremento de $70.000,00 ($200.000,00 - $130.000,00) para que se possa receber a mais $4.200,00 por ano durante infinitos períodos. Portanto, a TRI de A → B será a TIR dos incrementos:

"A" → "B"



$$VA = -70.000,00 + 4.200,00 \times \left(R \rightarrow P\right)_i^{\infty}$$

$$TIR_{A \rightarrow B} = \frac{4.200,00}{70.000,00}$$

$$TRI_{A \rightarrow B} = 0,06$$

$$TRI_{A \rightarrow B} = 6\%$$

Como a TRI encontrada é de 6% a.a., exatamente igual a TMA, a mudança deve ser feita, pois, pelos cálculos, ficou demonstrada que a melhor alternativa é a B.

Depois de apresentados os conceitos teóricos, de acordo com o ambiente “perfeito” que foi proposto, será trabalhado, agora, em um ambiente de análise mais elaborado e mais condizente com o “cenário administrativo” encontrado nas empresas. Será iniciado com a influência do Imposto de Renda (IR) na análise de investimentos e logo adiante estudar o efeito da inflação.

3.3. O EFEITO DO IMPOSTO DE RENDA (IR)

Se uma empresa estiver sujeita a determinada alíquota de IR, será admitido que os impostos devidos ao Estado deverão estar incluídos no próprio negócio analisado, ou seja, seria como se fosse assumido que a TMA se refere a uma expectativa de ganho mínimo após o IR, já que foi definida que numa TMA devem estar todas as pequenas diferenças que cercam um determinado “cenário administrativo” que deu origem a ela.

É importante ressaltar que se na análise investimentos não for levado em consideração o efeito do IR, é possível que ocorra a aprovação de investimentos ruins, ou até, rejeição dos que seriam bons.

Para a análise de investimentos que sofram a influência do IR será utilizada uma metodologia. Ela consiste na montagem de um fluxo de caixa, separado do original, e que será identificada como “fluxo contábil”. Nesse fluxo será registrada a influência do IR sobre o investimento analisado.

Na metodologia que será utilizada ao fluxo contábil, que estarão registrados os “encaixes” (entradas) e “desencaixes” (saídas) de impostos, será adicionado o fluxo original, que será denominado de “fluxo econômico”. Este fluxo apresenta os valores de entrada e saídas de caixa provenientes do projeto a ser analisado. A soma de ambos os fluxos irá gerar um novo fluxo que será denominado de “fluxo completo”. Neste fluxo é que será feita a análise. Assim, para fazer-se a análise após o IR, deve-se:

1) Montar o fluxo econômico;
2) Montar o fluxo contábil;

3) Montar o fluxo completo.

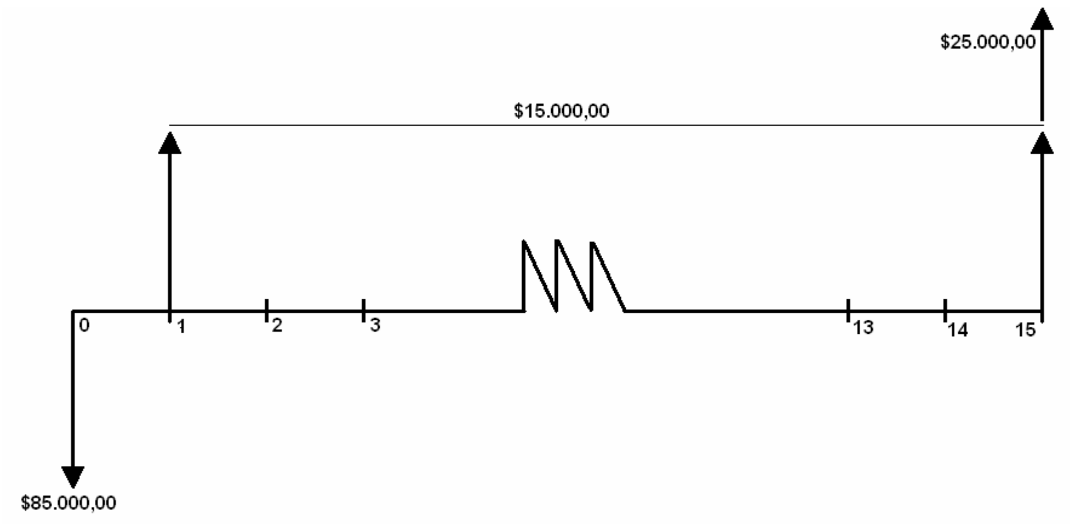
Será utilizado o **EXEMPLO 6,** para demonstrar a influência do IR na análise de investimentos.

EXEMPLO 8: Uma empresa está estudando a possibilidade de substituir parte de seu processo produtivo atual por um mais moderno, que permitirá sua operação por um único empregado, proporcionando uma economia anual de mão-de-obra da ordem de $15.000,00. Pra colocar o novo processo em funcionamento deverá ser feita a aquisição de uma nova máquina no valor de $60.000,00, bem como de equipamentos complementares no valor de $25.000,00. Ambos os desembolsos serão feitos à vista, na data 0. Sendo a TMA da empresa de 15% ao ano, considerando-se que o processo poderá operar por 15 anos e que após esse período a máquina poderá ser vendida por $25.000,00, o investimento deverá ser feito? Decidir pelo método da TIR.

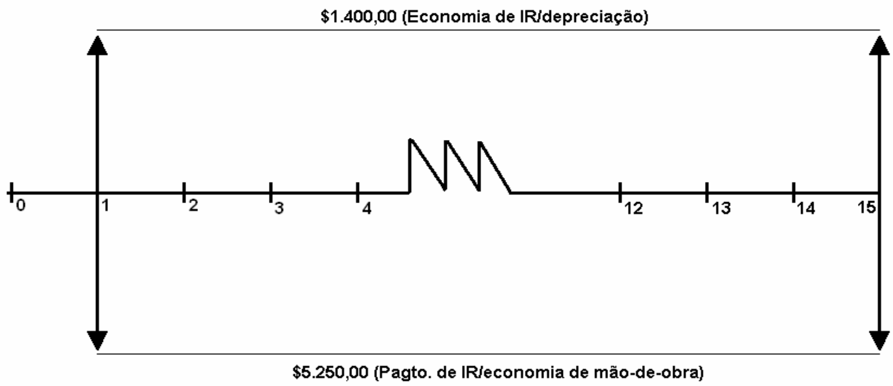
Solução:

Inicialmente, montar-se-á o fluxo econômico, que será exatamente o mesmo montado para a solução de exemplo 6. Assim, tem-se:

FLUXO ECONÔMICO



FLUXO CONTÁBIL



O processo para obter o fluxo contábil foi o seguinte:

1) Pagamento de IR proveniente da economia de mão-de-obra: se assumir que o novo processo irá gerar economia de mão-de-obra e considerar-se que as receitas não irão se alterar em função do novo processo, a diferença entre os custos anteriores e os novos custos reduzidos em $15.000,00 gerará um aumento no lucro na mesma proporção, portanto, deve-se recolher o IR correspondente ao novo lucro, ou seja, $15.000,00 x (0,35) = $5.250,00/ano.

2) Economia de IR proveniente da depreciação do novo processo: se assumir que o novo processo é formado por equipamentos que montam a $85.000,00 e serão depreciados ao longo da vida útil de 15 anos, e considerando-se que após esse prazo eles poderão ser vendidos por $25.000,00, poder-se-ia assumir pelo menos duas opções:

- 1ª Opção: a que se utilizou na montagem do exemplo, considerou que se resguardaria uma parte da depreciação do bem ($25.000,00) a título de valor residual para o momento da venda e, conseqüentemente, se depreciaria a diferença entre o valor do bem e o valor residual ao longo da vida útil gerando, no caso, uma depreciação de $4.000,00 por ano, ou seja, $85.000,00 - $25.000,00 = $60.000,00/15 = $4.000,00 por ano.

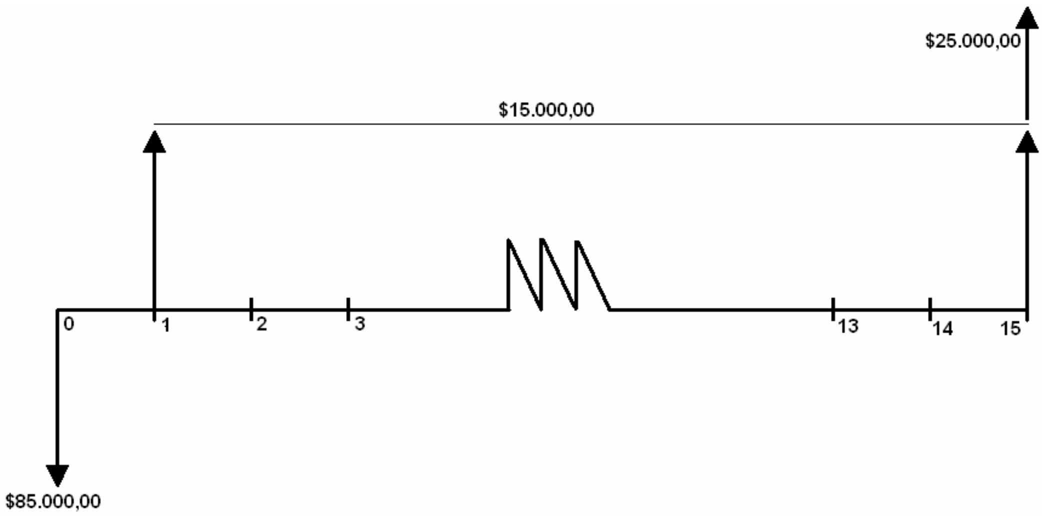
- 2ª Opção: em vez de optar-se por depreciar apenas o valor de $60.000,00, conforme feito na 1ª opção, ter-se depreciado integralmente o valor do bem no total de $85.000,00. Isso proporcionaria uma depreciação linear de $5.666,67 por ano ($85.000,00/15) e um encaixe de IR de $5.666,67 x (0,35) = $1.983,33 para um valor residual nulo. Neste caso, ao vender-se o equipamento por $25.000,00 e assumir-se um valor residual nulo, ter-se-ia um desencaixe de IR referente ao lucro na venda de ativo, calculando em função da alíquota a que a empresa estiver sujeita, ou seja:

(Valor Residual = 0) – (Valor de Mercado de $25.000,00) = $25.000,00 de lucro na Venda de Ativo ⇒ Desencaixe de IR = $25.000,00 x (035) = $8.750,00.

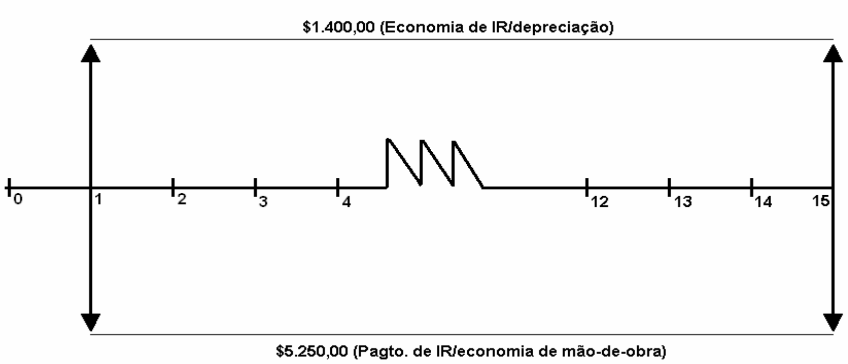
Portando, no fluxo contábil tem-se anualmente em "encaixe" de IR de $5.666,67, referente à depreciação, e um desencaixe de IR de $8.750,00 ao final da vida útil.

Somando-se os dois fluxos tem-se o fluxo completo:

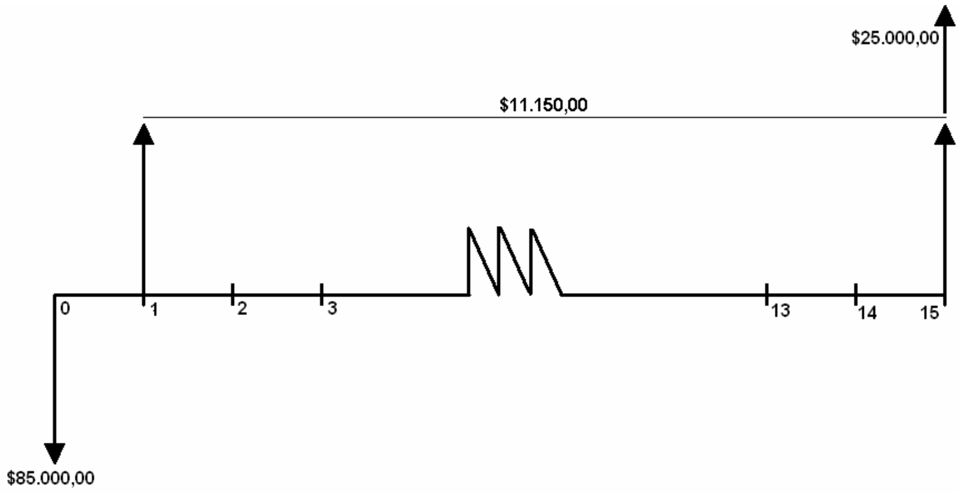
FLUXO ECONÔMICO



FLUXO CONTÁBIL



FLUXO COMPLETO



Cálculo dos $11.150,00 = 15.000,00 (fluxo econômico) + 1.400,00 (fluxo contábil) – 5.250,00 (fluxo contábil).

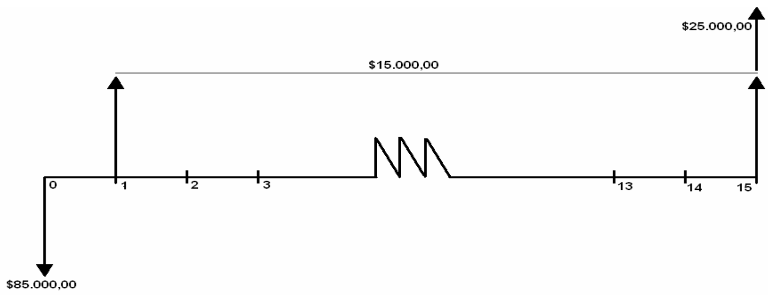
Calculando-se a TIR para a 1ª opção, tem-se:

$$VA = -85.000,00 + 11.150,00 \times \left(R \rightarrow P\right)_i^{15} + 25.000,00 \times \left(S \rightarrow P\right)_i^{15}$$
$$TIR = 11,0789\%$$

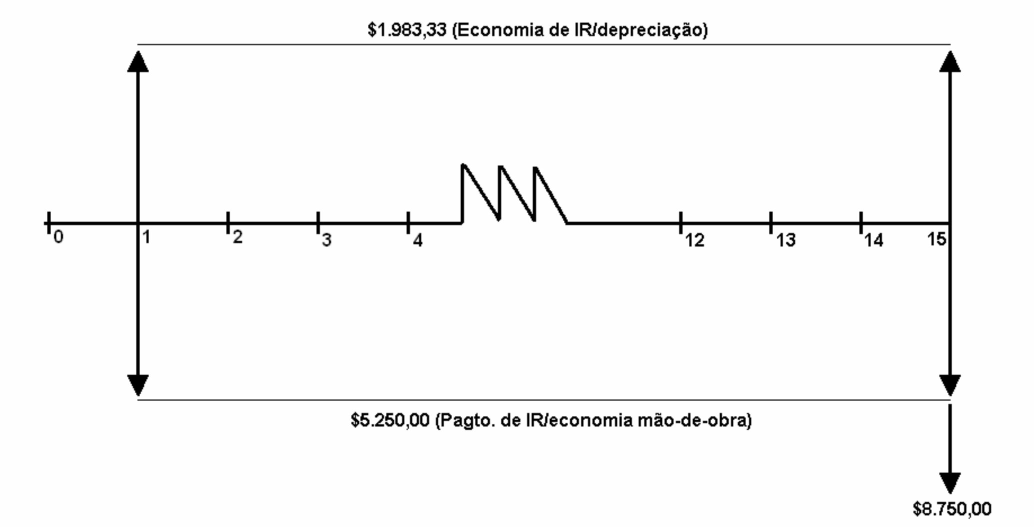
Portanto, para a 1ª opção, a TIR é de 11,0789% a.a.

Para a análise da 2ª opção o que modificará é o relacionamento da empresa com o Fisco, gerando com isso diferentes encaixes e desencaixes de IR e, conseqüentemente, uma nova expectativa de ganho, uma nova TIR para o projeto. Ou seja:

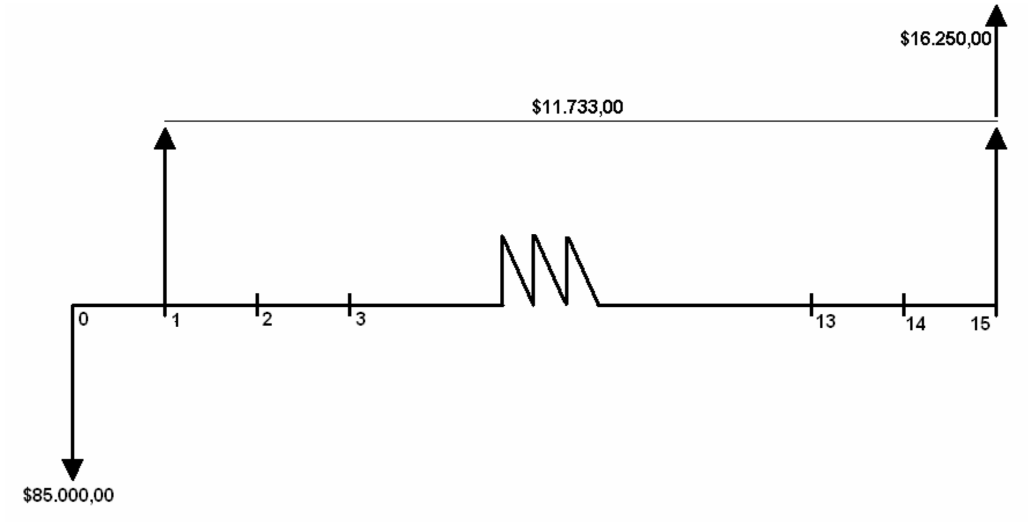
FLUXO ECONÔMICO



FLUXO CONTÁBIL



FLUXO COMPLETO



Calculando-se a TIR para a 2ª opção, tem-se:

$$VA = -85.000,00 + 11.733,33 \times \left(R \to P\right)_i^{15} + 16.250,00 \times \left(S \to P\right)_i^{15}$$
$$TIR = 11,5553\%$$

A TIR do investimento passou de 11,0789% a.a. (TIR da 1ª opção) para 11,5553% a.a. (TIR da 2ª opção). Assumindo-se uma ou outra posição, o que se deve fazer para aceitar ou não o investimento é comparar a TIR com a TMA da empresa. Pode-se concluir que, como a TIR é menor que a TMA, o investimento proposto não atinge o ganho mínimo necessário, portanto, não interessa para a empresa e deverá ser descartado.

Existem várias situações específicas em que deve ser utilizada a análise após o IR. As mais comuns são classificadas como decisões de:

- Investimentos de substituição;
- Investimentos de expansão;
- Investimentos de modernização ou inovação;

3.3.1. INVESTIMENTOS DE SUBSTITUIÇÃO

Os investimentos de substituição são os mais freqüentes, levam em consideração a substituição de um equipamento novo por um envelhecido.

Um caso típico de substituição foi o analisado no Exemplo 8, em que foi proposta a substituição do equipamento atual em busca de um novo que trouxesse uma diminuição dos custos de mão-de-obra.

EXEMPLO 9: Uma empresa adquiriu dois anos atrás um equipamento por $1.000.000,00. O objetivo era utilizá-lo por um período de 10 anos. Mas o resultado não estava sendo o esperado. Sendo assim, deverá ser feita a substituição desse por um mais moderno que poderá se adaptar melhor ao processo ou manter o equipamento atual em uso, apesar de não estar sendo alcançado o resultado esperado. A TMA da empresa é de 10% a.a. e está sujeita à uma alíquota de 35% do IR sobre o lucro.

Para manter o equipamento atual deverá ser feita uma revisão geral no seu 5° ano de vida. Isso acarretará, além dos custos anuais normais do processo, um custo extra de $60.000,00. Esta prevista uma depreciação linear em 10 anos com valor residual 0. A empresa poderá, ao final desse período, obter no mercado um valor de revenda de $150.000,00 para a máquina atual. O custo de peças trocadas no equipamento é de $30.000,00 por ano, além dos custos operacionais e de manutenção (cerca de $2.500,00 por mês). Outros custos perfazem hoje cerca de $2.500,00 mensais.

Se a empresa adquirir o novo equipamento, no total de $1.100.000,00, poderá colocar no negócio o equipamento atual como parte do pagamento, recebendo por ele, na troca, $400.000,00, permanecendo como saldo uma diferença a ser paga no ato. Este novo processo também deverá ser depreciado linearmente ao longo de 10 anos, possuindo um valor residual e de mercado ao final da vida útil de $100.000,00.

Os custos anuais de manutenção e operação deverão cair com a nova máquina para $2.000,00 por mês. Quanto aos outros custos indiretos, também terão uma redução de $500,00 mensais, perfazendo um total de $2.000,00 por mês.

Para o novo equipamento, poderá ser feito um seguro de garantia integral estendida que custará $20.000,00 por ano. Entretanto, se ao longo dos 10 anos for necessária qualquer revisão geral, esta correrá por conta do fornecedor.

Depois da análise dos dados a empresa deverá continuar com a permanência do equipamento atual, comprado há dois anos por $1.000.000,00 e em funcionamento, ou ele deve ser substituído pelo novo equipamento proposto?

Solução:

Deve-se solucionar primeiro a questão da periodicidade:

Taxa anual de 10% $\Rightarrow$ $i_{mensal} = (1,10)^{\frac{1}{12}} - 1 \Rightarrow i_{mensal} = 0,7974\%$ ao mês.

Equipamento Atual

Custos Mensais = $5.000,00 $\Rightarrow$ Anuais =

$5.000,00 \times (R \rightarrow S)_{0,7974}^{12} = \$62.702,63$

Observações: para efeito de IR, tem-se: $5.000,00 x (12) = $60.000,00/ano.

Equipamento Novo

Custos Mensais = $4.000,00 $\Rightarrow$ Anuais =

$4.000,00 \times (R \rightarrow S)_{0,7974}^{12} = \$50.162,11$

Observações: para efeito de IR, tem-se: $4.000,00 x (12) = $48.000,00/ano.

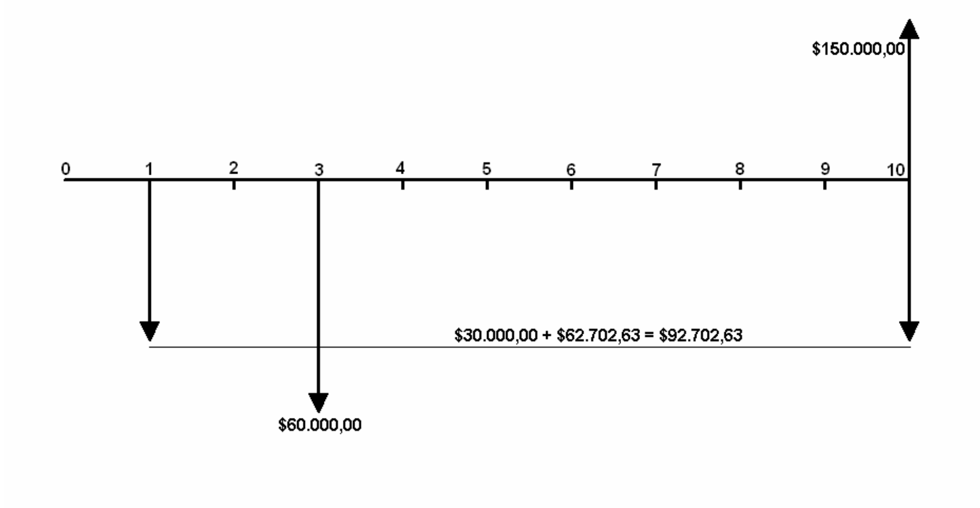
Tem-se:

- os demais custos são anuais;

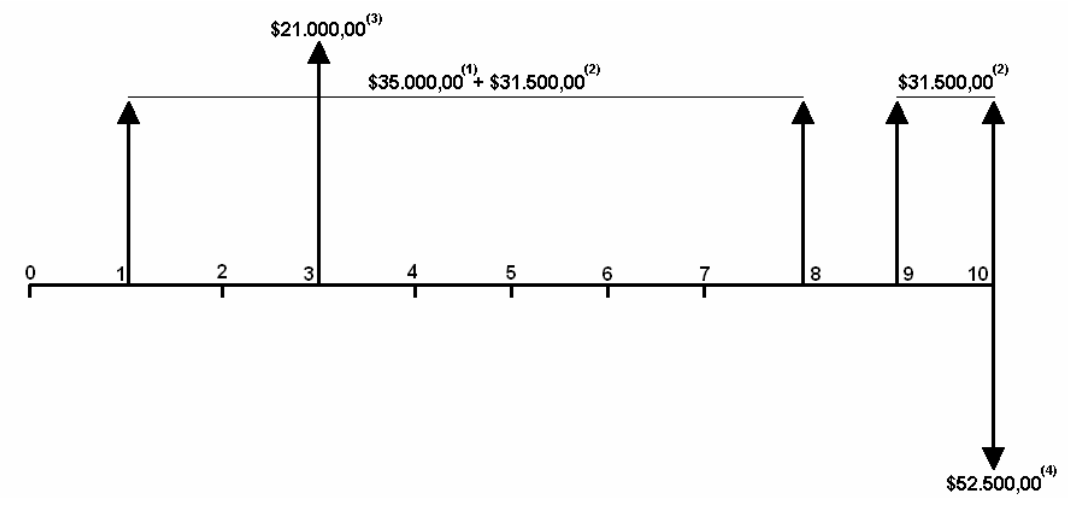
- o horizonte de planejamento a ser considerado será de 10 anos;
- a primeira opção a ser analisada será manter o equipamento atual;
- a segunda opção será substituir o equipamento atual por um novo.

Manter o equipamento atual

Fluxo Econômico



Fluxo Contábil



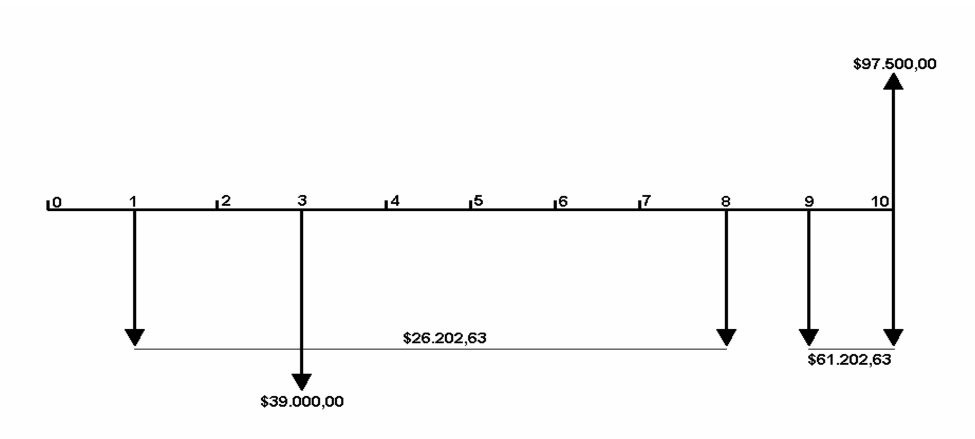
(1) Economia de IR proveniente da depreciação do equipamento pelos próximos oito anos: 1.000.000,00/10 = 100.000,00/ano x (0,35) = $35.000,00.

(2) Economia de IR proveniente de custos diversos: 90.000,00 x (0,35) = $31.000,00.

(3) Economia de IR proveniente da revisão geral do processo no 5° ano de vida. O processo atual está com dois anos de uso ⇒ 60.000,00 x (0,35) = $21.000,00.

(4) Pagamento de IR proveniente da venda de ativo com lucro, visto que no 10° ano de uso ele já estará totalmente depreciado, portanto, ao final do 10° ano, a partir de hoje, já estará com 12 anos de uso, logo, com Valor Residual = 0. Valor de mercado: 150.000,00 ⇒ Lucro = 150.000,00 x (0,35) = $52.500,00.

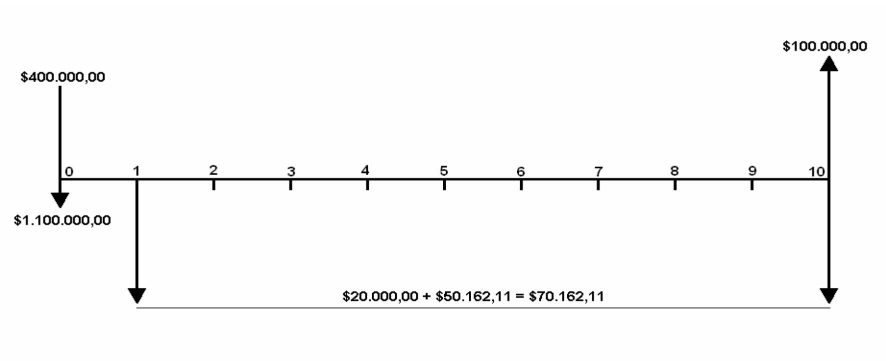
Fluxo Completo



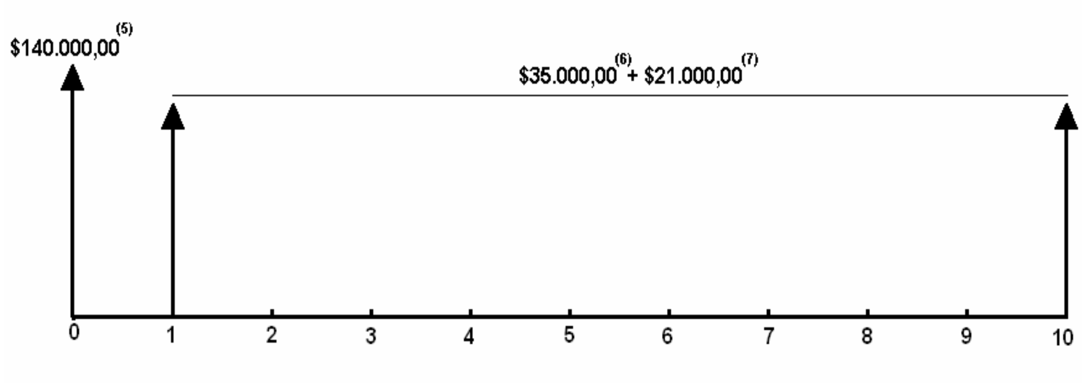
$$VA_{Usado} = -26.202,63 \times (R \to P)_{10\%}^{8} - 39.000,00 \times (S \to P)_{10\%}^{3} - 61.202,63 \times (S \to P)_{10\%}^{9} +$$
$$+36.297,37 \times (S \to P)_{10\%}^{10}$$
$$VA_{Usado} = -139,789,10 - 29.301,28 - 25.955,89 + 13.994,21$$
$$VA_{Usado} = -\$181.052,06$$

Substituir o equipamento atual pelo novo

Fluxo Econômico



Fluxo Contábil

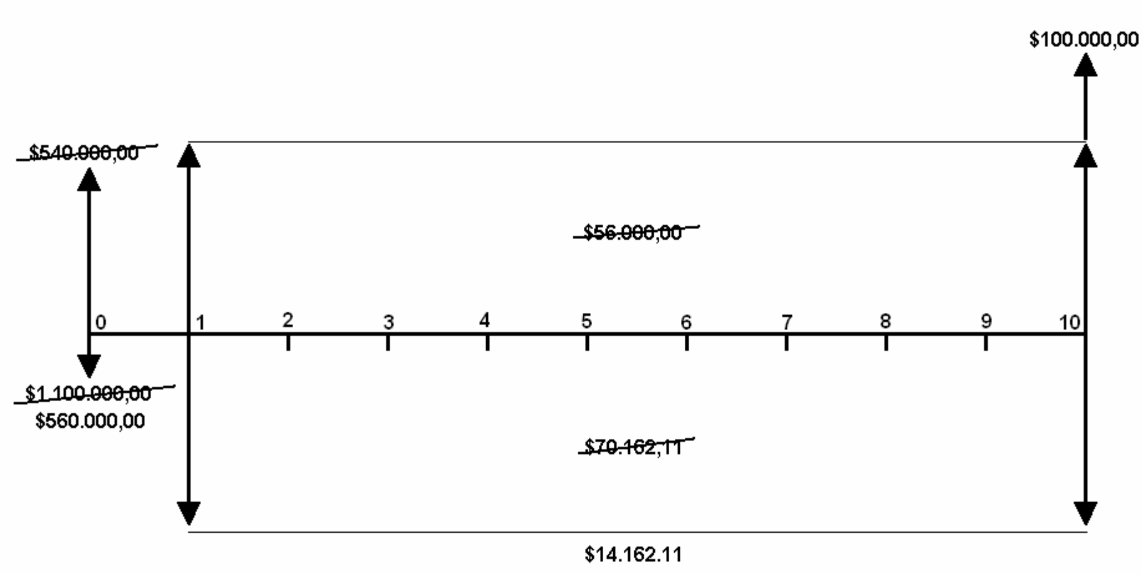


(1) Economia de IR proveniente da Venda de Ativo com prejuízo, visto que hoje, em seu 2° ano de uso, o equipamento atual foi depreciado e $100.000,00/ano, possuindo um Valor Residual de 1.000.000,00 - 200.000,00 = $800.000,00 e um Valor de mercado de $400.000,00 ⇒ Prejuízo = 400.000,00 x (0,35) = $140.000,00.

(2) Economia de IR proveniente da depreciação do equipamento ao longo da vida útil para um valor residual de $100.000,00 ao final da vida útil, onde: (1.100.000,00 – 100.000,00) / 10 = 100.000,00/ano x (0,35) = $35.000,00.

(3) Economia de IR proveniente de custos diversos, onde 60.000,00 x (0,35) = $21.000,00.

Fluxo Completo



$$VA_{Novo} = -560.000,00 - 14.162,11 \times \left(R \to P\right)_{10\%}^{10} + 100.000,00 \times \left(S \to P\right)_{10\%}^{10}$$
$$VA_{Novo} = -560.000,00 - 87.020,04 + 38.554,33$$
$$VA_{Novo} = -\$608.465,71$$

Considerando-se os cálculos acima, com um VA_{Usado} de -$181.052,06 contra um VA_{Novo} de -$608.465,71, pode-se concluir que manter o equipamento atual em uso é para a empresa, neste momento, mais vantajoso e deve ser a alternativa escolhida.

3.3.2. INVESTIMENTOS DE EXPANSÃO

Aqui estarão os investimentos que permitirão aos administradores fazer frente ao desenvolvimento do segmento de mercado em que atuam, seja em função de um consumo crescente de seus produtos, seja em função da necessidade da adição de novos produtos ou serviços já existentes. Nestes casos, é a atividade em si que está em discussão. Trata-se de saber se é rentável desenvolvê-la ou não.

Estarão presentes situações associadas com a expansão das instalações atuais, a criação de novas instalações, a terceirização de atividades, a criação de novos turnos de trabalho, ou até mesmo, a decisão entre manter ou tirar um determinado produto ou serviço de linha.

Os problemas em que não ocorrerá substituição de equipamentos são exemplos típicos associados a investimentos de expansão. O que está em discussão é saber quando é mais econômico tirar um produto ou serviço de linha.

EXEMPLO 10: Certa empresa possui um produto já tradicional no mercado com 16 anos de vida e, para sua elaboração, adquiriu há 6 anos um novo equipamento por $2.000.000,00 que tem dado o retorno esperado em termos de desempenho técnico. Entretanto, a empresa percebeu que nos últimos anos o mercado não tem respondido como antigamente em termos de demanda pelo produto. A empresa deve decidir se mantém ou não o produto no mercado e até quando. Para dar embasamento à decisão, foi feito um levantamento dos dados históricos, chegando-se a uma estimativa de retorno, custos operacionais e valor de mercado para o equipamento em atividade que possui 6 anos de uso e cuja vida restante prevista é de mais 4 anos. Sendo a TMA da empresa de 10% ao ano, a alíquota do IR de 35% e a depreciação linear para 10 anos com valor residual 0 ao final do período, deve-se manter a linha em funcionamento até o final da vida útil? Ou, ainda, até quando se deve mantê-la?

Ano	Retorno esperado	Custos operacionais esperados	Valor de mercado do equipamento no fim do ano
6	0	0	750.000,00
7	2.500.000,00	1.200.000,00	600.000,00
8	2.000.000,00	1.250.000,00	500.000,00
9	1.500.000,00	1.300.000,00	300.000,00
10	1.000.000,00	1.350.000,00	100.000,00

Solução:

Será usado o método do VA para verificar qual das alternativas é a melhor, sendo que, pode-se utilizar qualquer dos métodos clássicos que sempre conduzirão à mesma opção economicamente mais interessante.

A) Vender agora (com 6 anos de uso):

Valor de mercado = 750.000,00

Valor residual = 1.000.000,00 → (2.000.000,00 – 1.000.000,00)

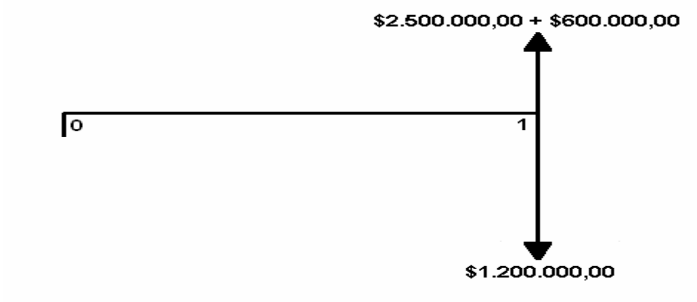
Prejuízo na venda de ativo = 250.000,00

Encaixe de IR = 250.000,00 x (0,35) = 87.500,00

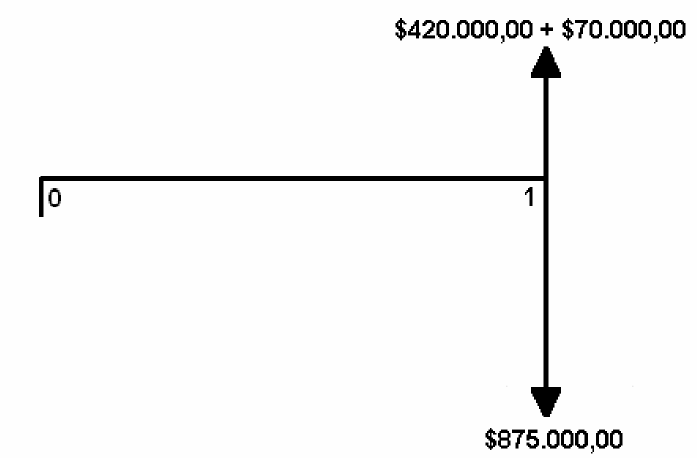
$$VA_A = 750.000,00 + 87.500,00$$
$$VA_A = +\$837.500,00$$

B) Vender com 7 anos de uso:

Fluxo Econômico



Fluxo Contábil



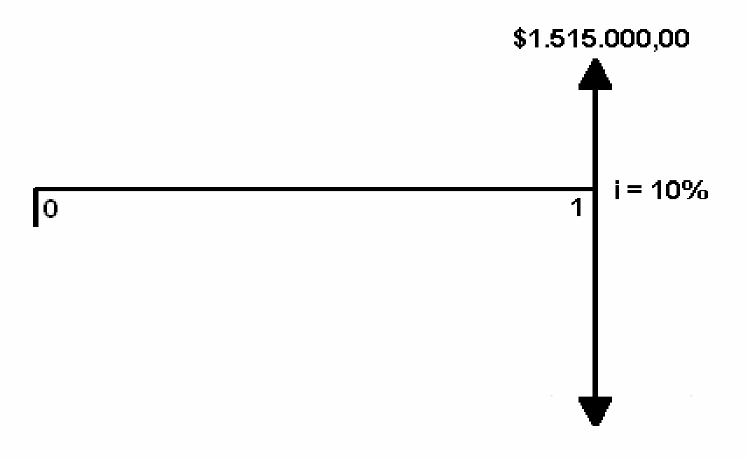
Os valores obtidos no fluxo contábil refletem os encaixes e desencaixes provenientes desta nova decisão:

2.500.000,00 x (0,35) = 875.000,00

1.200.000,00 x (0,35) = 420.000,00

Valor Residual 1.200.000,00 – Valor de mercado 600.000,00 = Prejuízo na venda de ativo 200.000,00 x (0,35) = 70.000,00.

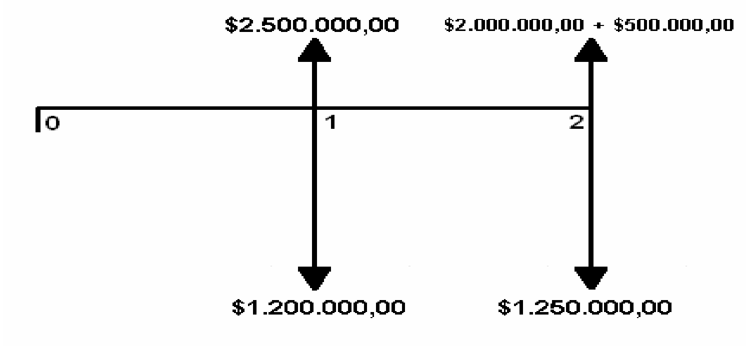
Fluxo Completo



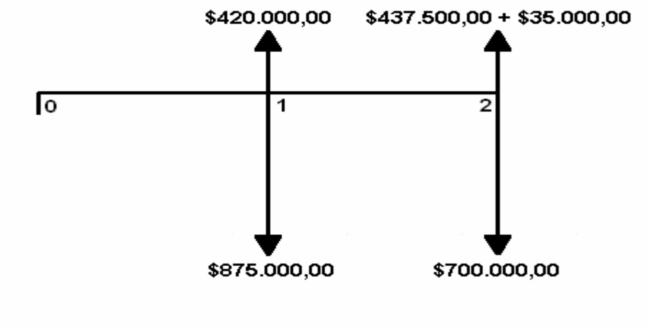
$$VA_B = 1.515.000,00 \times (S \to P)_{10\%}^{1}$$
$$VA_B = +\$1.377.272,70$$

C) Vender com 8 anos de uso:

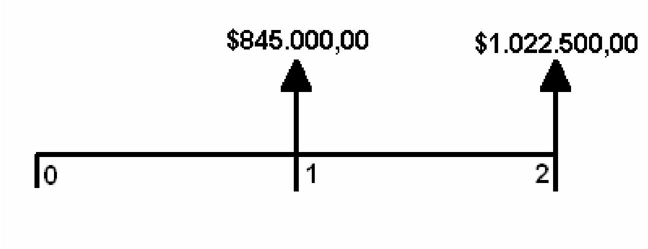
Fluxo Econômico



Fluxo Contábil



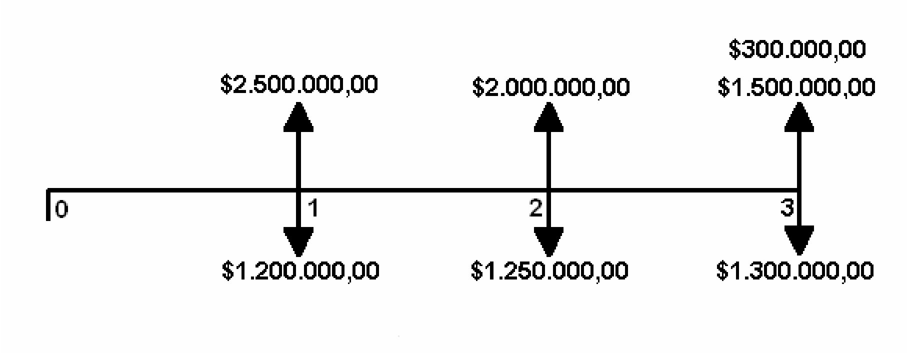
Fluxo Completo



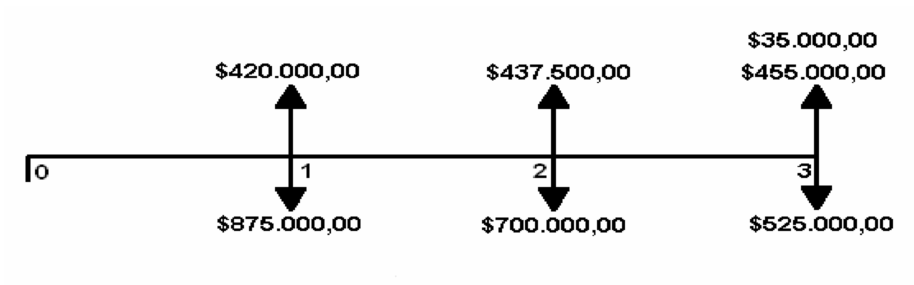
$$VA_C = 845.000,00 \times (S \to P)_{10\%}^{1} + 1.022.500,00 \times (S \to P)_{10\%}^{2}$$
$$VA_C = +\$1.613.223,14$$

D) Vender com 9 anos de uso:

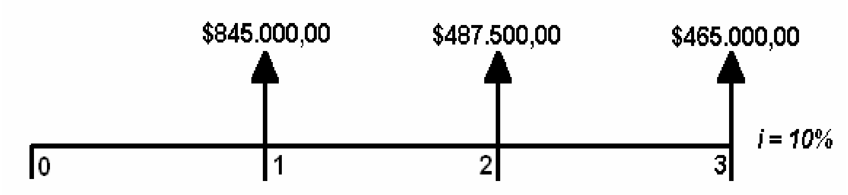
Fluxo Econômico



Fluxo Contábil



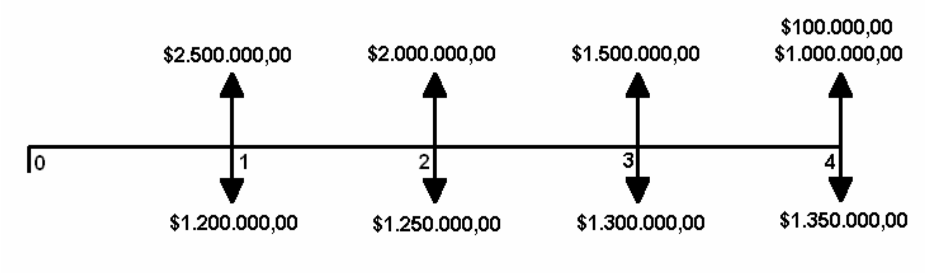
Fluxo Completo



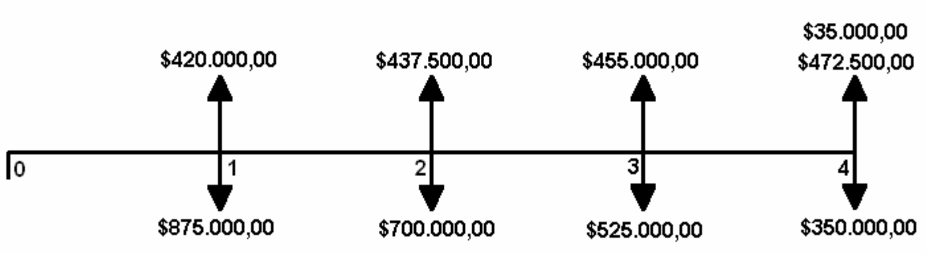
$$VA_D = 845.000,00 \times (S \rightarrow P)^1_{10\%} + 487.500,00 \times (S \rightarrow P)^2_{10\%} + 465.000,00 \times (S \rightarrow P)^3_{10\%}$$
$$VA_D = +\$1.520.435,76$$

E) Vender com 10 anos de uso:

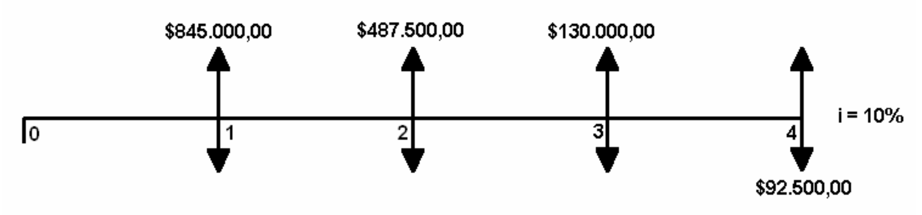
Fluxo Econômico



Fluxo Contábil



Fluxo Completo



$$VA_E = 845.000,00 \times (S \to P)^1_{10\%}\ 487.500,00 \times (S \to P)^2_{10\%} + 130.000,00 \times (S \to P)^3_{10\%} +$$
$$-92.500,00 \times (S \to P)^4_{10\%}$$
$$VA_E = +\$1.205.566,56$$

Considerando-se os cálculos acima, tem-se que a melhor alternativa é a C, vender com 8 anos de uso, pois possui o maior VA, $VA_C = +\$1.613.223,14$.

3.3.3. INVESTIMENTOS DE MODERNIZAÇÃO

Esses investimentos assemelham-se muito aos investimentos de substituição, porque enquanto os de substituição se preocupam com a troca de um equipamento velho por um novo, os de modernização ou inovação estão associados a tentativas de baixar custos, de melhorar o desempenho dos produtos existentes nos seus mais diversos aspectos, ou de investimentos associados a elaboração e lançamento de novos produtos.

EXEMPLO 11: Um equipamento adquirido há sete anos tem o seguinte histórico de custos:

Ano	Operação	Perdas devidas a interrupções
1	\$20.000,00	\$3.000,00
2	\$20.000,00	\$3.000,00
3	\$20.000,00	\$3.000,00
4	\$30.000,00	\$5.000,00
5	\$40.000,00	\$7.000,00
6	\$50.000,00	\$9.000,00
7	\$60.000,00	\$11.000,00

Se o equipamento continuar em funcionamento, estima-se, que durante o seu 8° ano de uso os custos operacionais serão de \$70.000,00 e as perdas por interrupções no processo atingirão \$13.000,00. As estimativas apontam que para o 9° ano de atividade podem-se esperar custos operacionais de \$80.000,00 contra perdas de \$15.000,00 e, permanecendo o equipamento em uso por mais 3 anos, os custos atingirão \$90.000,00 e \$17.000,00, respectivamente, para operações e perdas.

O valor de mercado atual do equipamento é de $100.000,00 que se reduzirá para $70.000,00 dentro de 1 ano, para $20.000,00 em 2 anos e deverá ser "sucateado" ao final do 10° ano, pagando-se $2.000,00 para sua remoção.

Existe a possibilidade de substituir essa máquina por uma nova, automática e com controles eletrônicos, cujo custo é de $600.000,00. A nova máquina deverá eliminar completamente as interrupções e seus respectivos custos e, ainda, reduzirá os custos de operações pra $40.000,00 por ano, não devendo alterar-se nos próximos 5 anos, que será seu tempo de vida útil. Nesse período, ela será depreciada linearmente para um valor residual de $100.000,00 quando então, poderá ser vendida a esse preço.

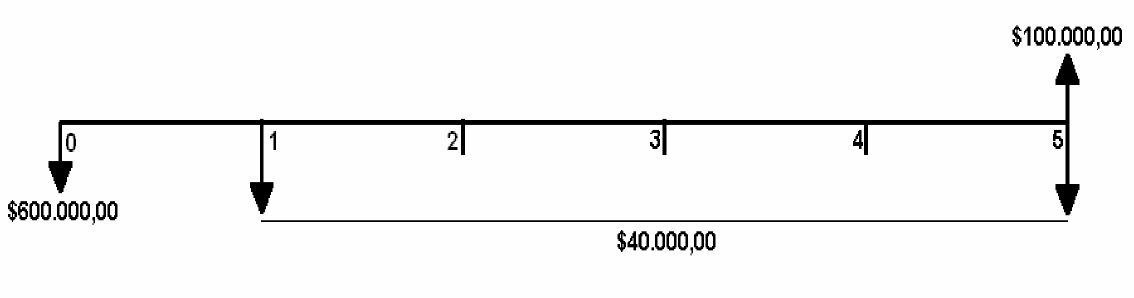
Supondo que o novo equipamento (opção B) será renovado indefinidamente com o mesmo fluxo de caixa ao final de cada ciclo de vida útil (capitalização infinita) e que equipamento atual (opção A), adquirido por $200.000,00, tem como expectativa a depreciação linear em 10 anos sem valor residual, qual a melhor alternativa: trocar o equipamento atual já, ou mantê-lo em uso por um, dois ou três anos? A TMA da empresa é de 15% ao ano e está sujeita à uma alíquota de IR de 30%.

Solução:

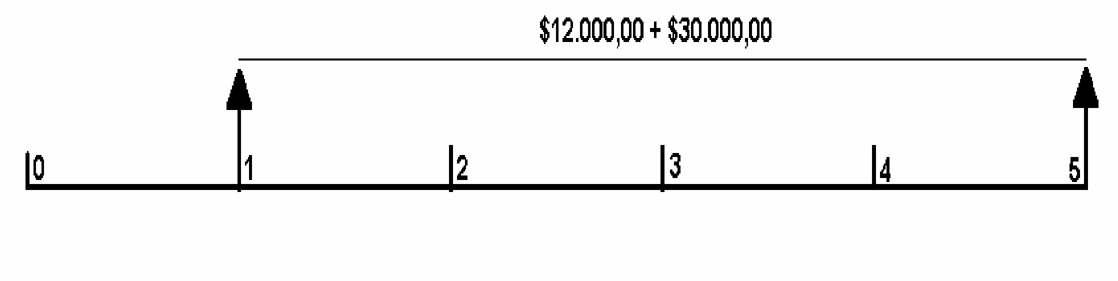
Como o fluxo de caixa da opção B se repetirá de maneira idêntica infinitas vezes, basta calcular o seu CAU ao longo da primeira vida útil (5 anos).

CAU – Opção B

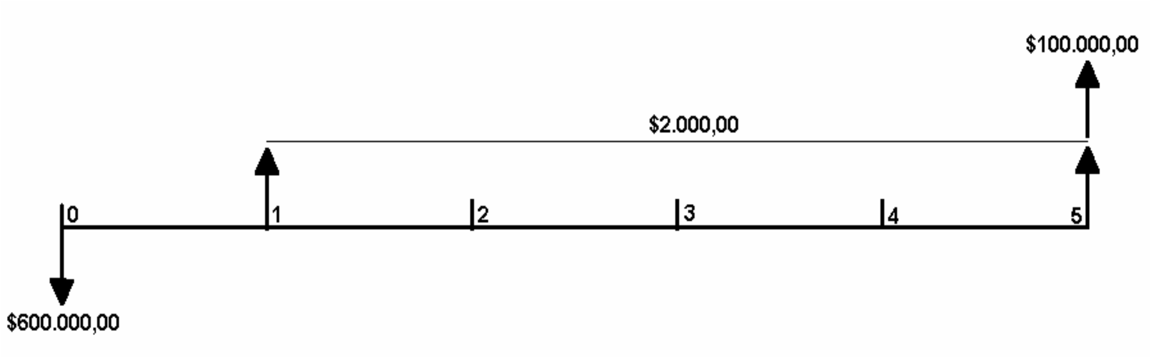
Fluxo Econômico



Fluxo Contábil



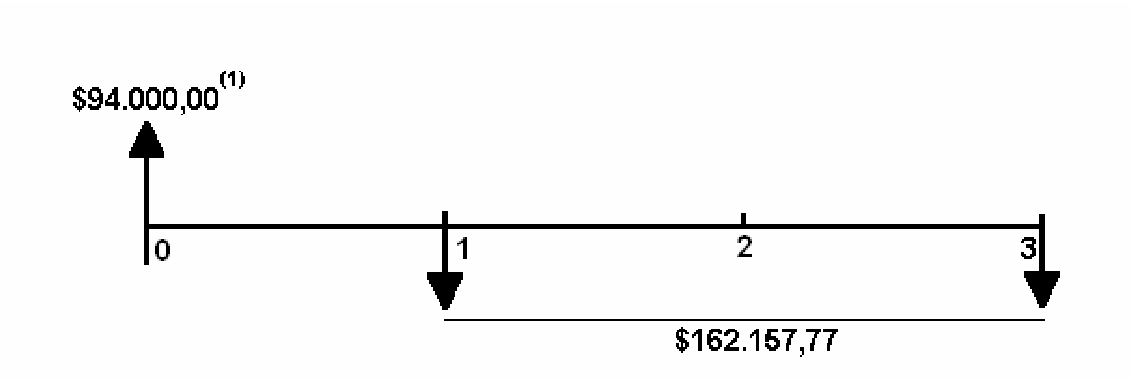
Fluxo Completo



$$CAU = -600.000,00 \times (P \rightarrow R)_{15\%}^{5} + 2.000,00 + 100.000,00 \times (S \rightarrow R)_{15\%}^{5}$$
$$CAU = -\$162.157,77$$

Agora, será analisada a substituição de equipamento atual. O problema será resolvido considerando apenas o que ocorre no período de 3 anos (3 anos de vida restantes do equipamento velho). Será utilizado o valor do CAU da opção B para equiparar as vidas úteis.

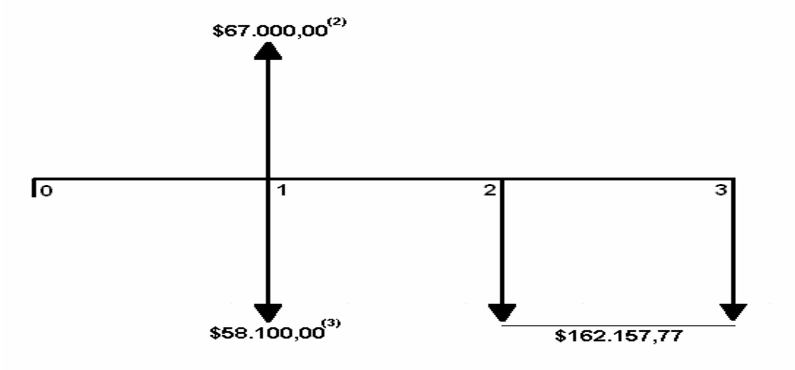
Trocar o atual pelo novo já:



(1) Valor residual ou contábil $200.000,00 / 10 = $20.000,00 de depreciação por ano – restam ser depreciados 4 anos (7° ao 10°), portanto: 100.000,00 – 20.000,00 x (4) = 20.000,00 de lucro na venda de ativo, com IR a pagar de 20.000,00 x (0,30) = $6.000,00.

$$VA = 94.000,00 + 162.157,77 \times (R \to P)_{15\%}^{3}$$
$$VA = -\$276.242,69$$

Trocar o atual dentro de 1 ano pelo novo:

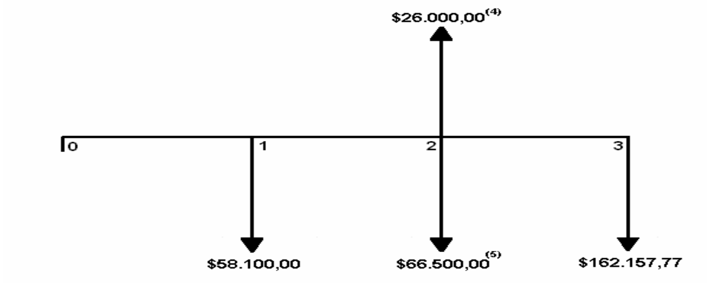


(2) Valor residual ou contábil 200.000,00 / 10 = 20.000,00 de depreciação por ano – restam ser depreciados 3 anos (8° ao 10°), portanto: 70.000,00 – 20.000,00 x (3) = $10.000,00 de lucro na venda de ativo, com IR a pagar de 10.000,00 x (0,30) = $3.000,00.

(3) 70.000,00 (custos) + 13.000,00 (interrupções) = 83.000,00 x (0,70) = $58.100,00.

$$VA = 8.900,00 \times (S \to P)_{15\%}^{1} + 162.157,77 \times (R \to P)_{15\%}^{2}$$
$$VA = -\$271.360,45$$

Trocar o atual dentro de 2 anos pelo novo:

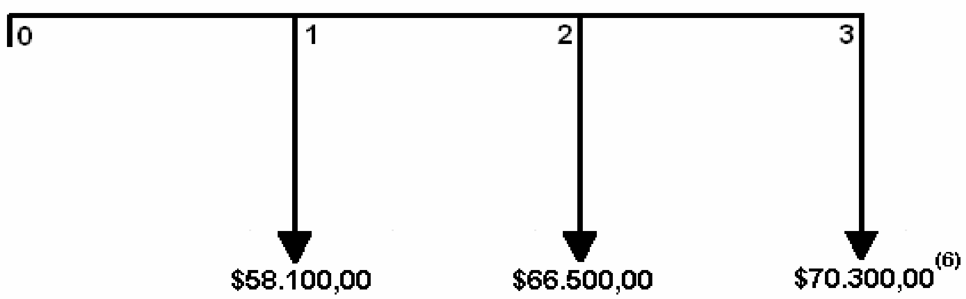


(4) Valor residual ou contábil 20.000,00 x (2) = $40.000,00 - $20.000,00 (Valor de Mercado) = $20.000,00 de prejuízo na venda de ativo, com economia de IR de 20.000,00 x (0,30) = 6.000,00 (economia de IR) + 20.000,00 (Valor venda) = $26.000,00.

(5) 80.000,00 (custos) + 15.000,00 (interrupções) = 95.000,00 x (0,70) = $66.500,00.

$$VA = -58.100,00 \times (S \to P)_{15\%}^{1} - 40.500,00 \times (S \to P)_{15\%}^{2} - 162.157,77 \times (S \to P)_{15\%}^{2}$$
$$VA = -\$187.766,92$$

Trocar o atual dentro de 3 anos pelo novo:



(6) Valor residual ou contábil 20.000,00 (depreciação do 10° ano) – 0,00 (valor de mercado) = $20.000,00 de prejuízo na venda de ativo, com economia de IR de 20.000,00 x (0,30) = $6.000,00. Portanto: 90.000,00 (custos operacionais) + 17.000,00 (interrupções) + 2.000,00 (remoção) = 109.000,00 x (0,70) = 76.300,00 – 6.000,00 (economia de IR por prejuízo na venda de ativo) = $70.300,00.

$$VA = -58.100,00 \times (S \to P)_{15\%}^{1} - 52.500,00 \times (S \to P)_{15\%}^{2} - 162.157,77 \times (S \to P)_{15\%}^{2}$$
$$VA = -\$147,028,68$$

Dos cálculos acima, tem-se:

- CAU do equipamento novo = -$162.157,77;
- trocar o atual pelo novo já = -$276.242,69;
- trocar o atual dentro de 1 ano = -$271.360,45;

- trocar o atual dentro de 2 anos = -$187.766,92;
- trocar o atual dentro de 3 anos = -$147.028,68.

Assim sendo, a melhor opção é a de trocar o equipamento atual dentro de 3 anos, pois possui o menor VA negativo.

3.4. LEASING

A prática do leasing, como é conhecida nos dias de hoje, teve sua origem na antiguidade. Segundo Motta e Calôba (2002, pg 224), “leasing é uma operação realizada mediante contrato, na qual o dono do bem (arrendador) concede a outro (arrendatário) sua utilização por prazo determinado”.

No leasing o arrendador entrega o bem ao arrendatário e passa a receber uma série de pagamentos periódicos, conforme estipulado no contrato de leasing. Ao término do contrato, o arrendatário poderá exercer uma opção de compra, adquirindo o bem por um valor residual fixado em contrato ou devolvê-lo ao arrendador.

Existem hoje no mercado dois tipos principais de contrato de leasing:

- Leasing operacional;
- Leasing financeiro.

Tanto a operação de leasing operacional quanto a de leasing financeiro são regulamentadas pelo Banco Central do Brasil.

Leasing operacional

É a operação realizada diretamente entre o fabricante de um bem e seus usuários (arrendatários). O leasing operacional, na maioria das situações, é feito para arrendar equipamentos de alta tecnologia.

Os contratos são de dois a cinco anos, podendo ser rescindíveis a qualquer momento, tendo o arrendatário a opção de compra ao final do contrato.

A responsabilidade pela manutenção do equipamento ou bem é do arrendatário.

Leasing financeiro

Três elementos compõem uma operação de leasing financeiro:

- Fornecedor: que tem como objetivo vender seu produto;
- Arrendador: que lucra com taxas de juros das parcelas;
- Arrendatário: que evita desembolsar grandes quantias para comprar o bem.

Financeiramente, essa operação aproxima-se de um empréstimo que possui como garantia o ativo contratado, o qual é amortizado por meio de parcelas ao longo de um período que corresponde a vida útil do ativo. Durante o contrato, o bem pertence ao financiador ou ao arrendador e não ao arrendatário.

Como no leasing operacional, as despesas ficam por conta do arrendatário, porém não é possível rescindir o contrato.

Ao término do contrato, o arrendatário pode comprar o bem pelo valor residual previamente contratado, renovar o contrato ou devolver o bem ao arrendador.

Vantagens e desvantagens do leasing

Vantagens do leasing:

1) Para o arrendador (a):

- segurança: no caso de inadimplência do arrendatário, o arrendador pode recuperar o bem legalmente com muito mais facilidade;

- até o fim do prazo contratual, o arrendatário fica contratualmente obrigado a continuar pagando pelos bens arrendados, mesmo que não necessite mais deles.

2) Benefícios fiscais para o arrendatário (a):

- total dedutibilidade fiscal das contraprestações: podem ser deduzidas do valor tributável. Essa vantagem só ocorre se as empresas forem lucrativas; em caso de prejuízo, não há IR, e assim, não se obtém vantagem alguma;

- depreciação acelerada: mediante contrato, o beneficio relativo a depreciação do bem pode ser transferido ao arrendatário, que lhe confere vantagens fiscais;

- índices de endividamento/liquidez: não são afetados pelo leasing, em caso de este não ser incluído no balanço patrimonial.

3) benefícios operacionais para o arrendatário:

- inclusão de despesas no contrato de leasing, tais como instalações, impostos, custos com fretes, etc;

- há a possibilidade de que, no decorrer do contrato, os equipamentos sejam substituídos por outros mais modernos;

- o leasing é mais transparente que o aluguel;

- a ausência de mobilização: as despesas de administração do bem como ativo imobilizado não existem.

4) vantagens de ordem financeira/econômica para o arrendatário:

- financiamento total do bem;

- liberação do capital de giro: o arrendatário geralmente executa pagamentos mensais, ocorrendo desembolsos correspondentes a apenas uma fração do preço do equipamento, o que é interessante para manter o nível do caixa da empresa, ou seja, há maior capital de giro;

- prazos mais longos;

- taxa juros mais atraentes.

Desvantagens do leasing:

Em alguns casos, o leasing não alcança os objetivos da empresa arrendatária. Por exemplo:

- perda de garantias: o bem não pode ser utilizado pelo arrendatário como garantia de obtenção de outros empréstimos ou financiamentos, pois o bem não o pertence;

- impossibilidade de melhorias: a empresa arrendatária fica impedida de realizar melhorias no bem sem ter a aprovação do arrendador;

- dedutibilidade fiscal das contraprestações;

- risco de ociosidade: mesmo que haja ociosidade do equipamento arrendado e o arrendatário não possua mais interesse nele, o bem não poderá ser devolvido ao arrendador.

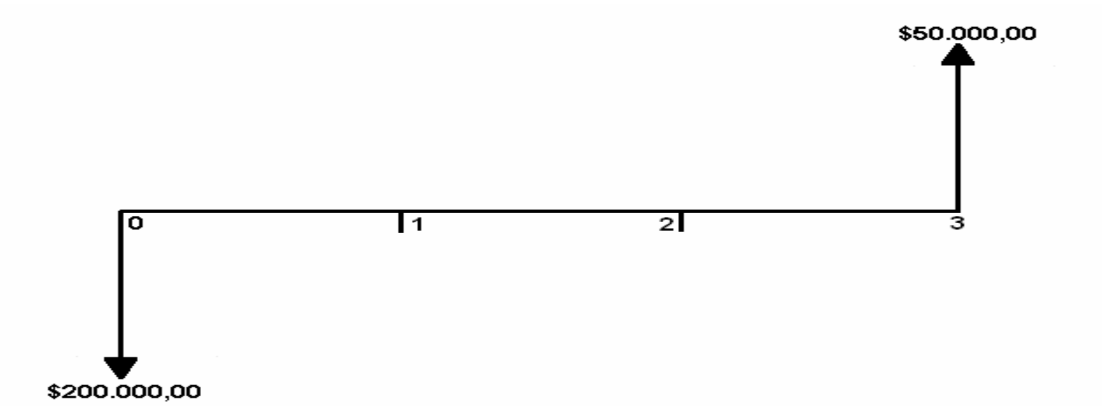
EXEMPLO 12: Determinada empresa está estudando as alternativas entre a compra e o leasing de uma frota de 10 carros. O valor de cada carro é de $20.000,00 à vista, num total de $200.000,00. O banco se propõe a fazer um leasing desse equipamento em 36 meses, com valor residual simbólico, a um coeficiente de 4,35. O valor de mercado para venda desse tipo de carro após 36 meses será de $5.000,00 cada um, perfazendo $50.000,00. Sendo a TMA da empresa de 10% ao ano e que esta está sujeita a uma alíquota de IR de 35%, qual será a melhor alternativa: a compra ou e leasing dos automóveis?

Solução:

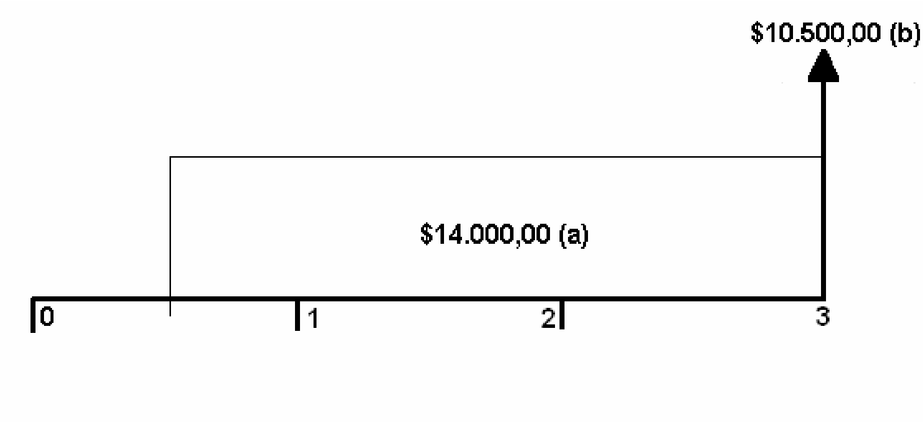
Para a solução será usado um horizonte de 3 anos (36 meses) e as despesas operacionais serão idênticas em ambas as alternativas, portanto, não serão relevantes.

Alternativa de Compra

Fluxo Econômico



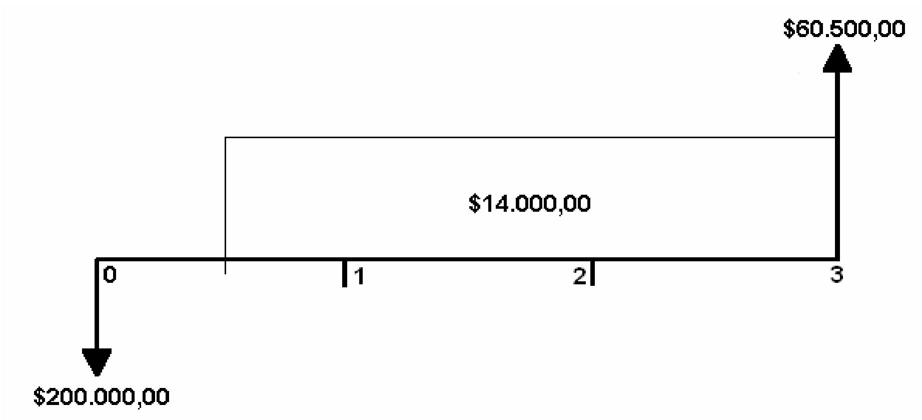
Fluxo Contábil



(a) Economia de IR por depreciação em 5 anos: (200.000,00 / 5) x (0,35) = $14.000,00.

(b) Economia de IR por venda de ativo com prejuízo: Valor residual = 80.000,00; Valor de Mercado = 50.000,00 ⇒ 30.000,00 x (0,35) = $10.500,00.

Fluxo Completo

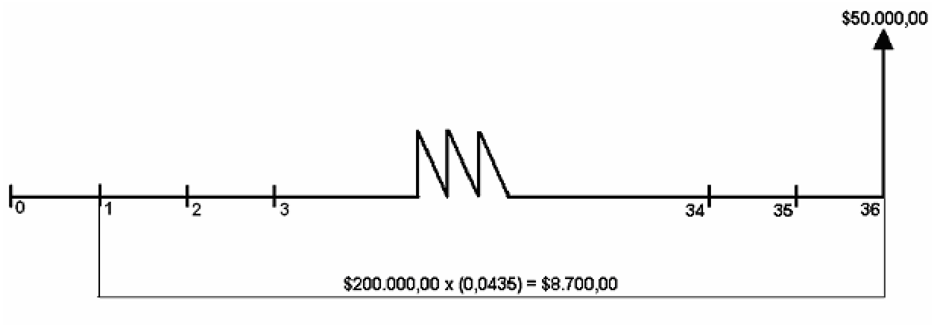


Será utilizado o cálculo do CAU mensal para se comparar com a parcela de leasing. Para isso, a taxa de juros mensal será: $(1{,}10)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0{,}7974\%$.

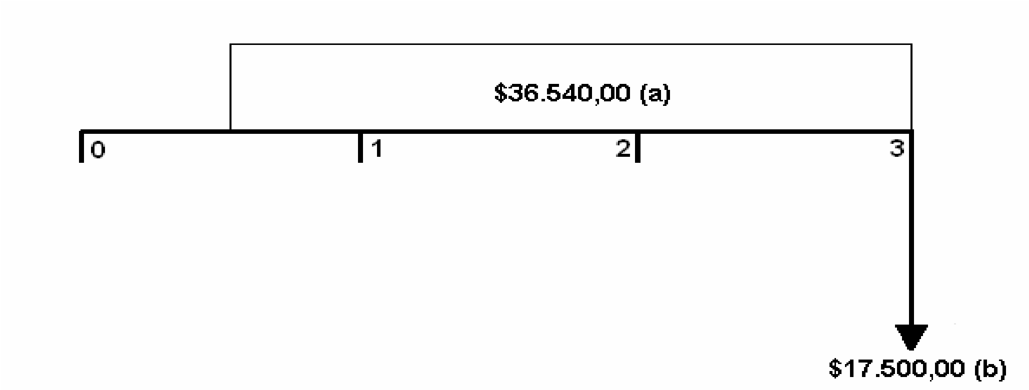
$$CAU_{Compra} = -200.000{,}00 \times (P \to R)^{36}_{0{,}7974\%} + 14.000{,}00 \times (S \to R)^{12}_{0{,}7974\%} +$$
$$+60.500{,}00 \times (S \to R)^{36}_{0{,}7974\%}$$
$$CAU_{Compra} = -6.413{,}02 + 1.116{,}38 + 1.457{,}52$$
$$CAU_{Compra} = -\$3.839{,}13$$

Alternativa de leasing

Fluxo Econômico



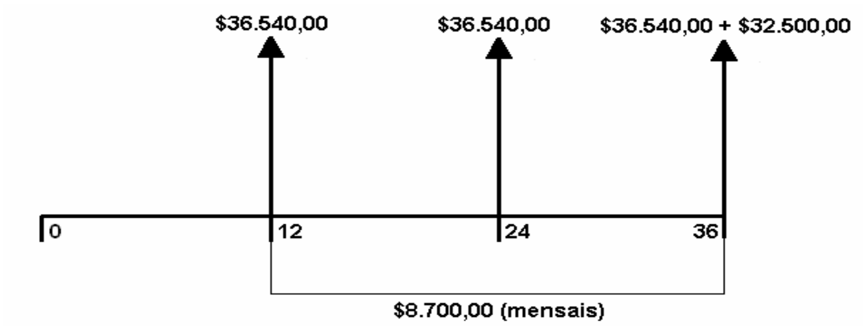
Fluxo Contábil



(a)Economia de IR por pagamento de parcelas de leasing: 8.700,00 x (12) x (0,35) = $36.540,00.

(b)Pagamento de IR por venda de ativo com lucro: Valor residual simbólico – Valor de Mercado (50.000,00) = 50.000,00 x (0,35) = $17.500,00.

Fluxo Completo



$$CAU_{Leasing} = -8.700,00 + 36.540,00 \times (S \to R)_{0,7974\%}^{12} + 32.500,00 \times (S \to R)_{0,7974\%}^{36}$$
$$CAU_{Leasing} = -8.700,00 + 2.913,75 + 782,96$$
$$CAU_{Leasing} = -\$4.999,29$$

Portanto, pelos cálculos acima, a melhor alternativa é comprar à vista, pois possui o menor CAU negativo (-$3.839,13).

3.5 A INFLUÊNCIA DA INFLAÇÃO

Existem economias, como a do Brasil, em que o efeito da inflação pode descaracterizar totalmente a análise de investimentos.

Alguns conceitos importantes

- Inflação: ocorre quando se observa um aumento contínuo dos preços;

- Deflação: ocorre se constata uma queda contínua dos preços;

- Desinflação: ocorre quando se observa que os preços estão subindo, mas num ritmo cada vez mais lento;

Uma empresa diante da inflação pode ter, pelo menos, três situações de comportamento:

- a empresa consegue acompanhar, com o aumento dos preços de venda, a desvalorização do dinheiro;

- a empresa não consegue aumentar seus preços na mesma proporção em que são aumentados seus custos;

- a empresa consegue aumentar seus preços mais que proporcionalmente à inflação de seus custos.

É importante que se conheça a inflação interna da empresa, o que se pode ser feito mediante a mensuração de sua “cesta de insumos”, de um período em relação ao período anterior, utilizando-se da seguinte fórmula:

$$d = \frac{(I_2 - I_1)}{I_1}$$

Onde:

d = índice de inflação interna da empresa do período 2 em relação ao período 1;

I_2 = índice de preços da empresa no momento 2;

I_1 = índice de preços da empresa no momento 1.

Para se encontrar o índice de desvalorização do poder aquisitivo da empresa utiliza-se seguinte cálculo:

$$D = \frac{(I_2 - I_1)}{I_2}$$

Onde:

D = índice de desvalorização interna da empresa do período 2 em relação ao período 1;

I_2 = índice de preços da empresa no momento 2;

I_1 = índice de preços da empresa no momento 1.

EXEMPLO 13: Sendo *d* o índice de inflação do período, deseja-se saber qual a medida da inflação interna e da desvalorização interna de uma cesta de insumos que custava \$1.500,00 no período 2, contra \$1.100,00 no período 1?

Solução:

$$d = \frac{(1.500,00 - 1.100,00)}{1.100,00}$$

$$d = 0,36$$

$$d = 36\%$$

$$D = \frac{(1.500,00 - 1.100,00)}{1.500,00}$$
$$D = 0,26$$
$$D = 26\%$$

Portanto, a inflação interna da empresa (*d*) no período foi de 36% enquanto o índice de desvalorização do poder aquisitivo da empresa foi de 26%.

Uma das tarefas fundamentais para se comparar investimentos em ambientes inflacionários é a definição de modelos de inflação coerentes com as necessidades daquela situação específica. Para isto, basta que:

- identifique-se ou crie-se um índice de inflação condizente com as necessidades da empresa analisada;

- faça-se a devida "limpeza" do efeito da inflação sobre o fluxo a ser analisado pelo índice criado no item acima, transformando os valores ali expressos em moeda corrente de uma única base monetária.

- uma vez que o fluxo se encontre livre do efeito da inflação, procede-se à análise normalmente, por meio de qualquer um dos métodos clássicos vistos até aqui.

Quando se afirma que, para um índice de inflação média de 10% ao ano, precisa-se de pouco mais de sete anos para que 100% do capital inicialmente investido fosse consumido pela inflação, utiliza-se para demonstrar o seguinte cálculo:

Inflação de 7 anos $= (1,10)^7 - 1 = 0,9487 \Rightarrow 94,87\%$.

Para esse cálculo, foi utilizada, essencialmente, a fórmula fundamental para transformação da taxa de juros compostos, ou seja:

$$I = \left[(1+i)^n\right] - 1$$

Onde:

i = taxa de juros do período menor;

I = taxa de juros do período maior;

n = número de vezes que o período menor cabe dentro do período maior.

Assim, substituindo-se a taxa de juros pela taxa de inflação, obtém-se a inflação acumulada:

$$d_{acumulada} = \left[\left(1+d\right)^{n}\right] - 1$$

Leva-se a concluir, então, que a taxa de inflação média se comporta essencialmente como a fórmula de juros compostos.

EXEMPLO 14: Se um produto custar hoje $150,00 e se a empresa que o comercializa estiver sujeita a uma taxa de inflação de 20% ao ano, por quanto tempo ele deverá ser vendido, após 1 ano, para que a empresa acompanhe a perda total pela inflação? E após 2 anos? E após 3 anos?

Solução:

Considerando-se *"C"* como sendo o valor de *"P"* corrigido monetariamente, tem-se que: $C = P \times \left(1+d\right)^{n}$, logo:

- após 1 ano o preço equivalerá a $= 150,00 \times \left(1,2\right)^{1} = 180,00$;

- após 2 anos o preço equivalerá a $= 150,00 \times \left(1,2\right)^{2} = 216,00$;

- após 3 anos o preço equivalerá a $= 150,00 \times \left(1,2\right)^{3} = 259,20$.

Ao se introduzir o conceito de inflação na análise de investimentos, é fundamental que se saiba responder a duas perguntas básicas:

1) Em que momento cada entrada ou saída de dinheiro foi efetivada?

2) Qual é o índice monetário que essa entrada/saída de dinheiro tem como referência?

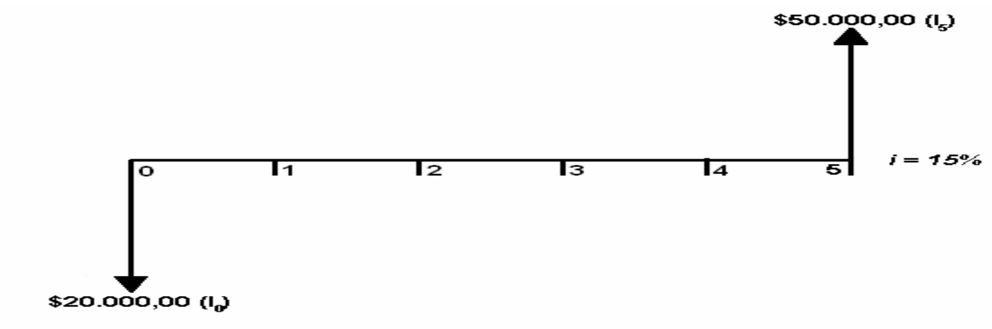
Como a taxa de inflação acumulada pode ser calculada através dos mesmos conceitos de juros compostos, por uma questão didática, denomina-se *M* o montante inflacionado (que correspondia a *S*), de *C* o principal (que correspondia a *P*) e de *d* a taxa de inflação (que correspondia a *i*). Assim sendo, partindo da fórmula dos juros compostos, tem-se:

$$M = C \times (1+d)^n$$

EXEMPLO 15: Um veículo zero quilômetro foi adquirido, em dinheiro de hoje, por $20.000,00 e depois foi utilizado por 5 anos e vendido por $50.000,00 em dinheiro da época. Admitindo-se uma taxa de juros

Solução:

O fluxo econômico original é:



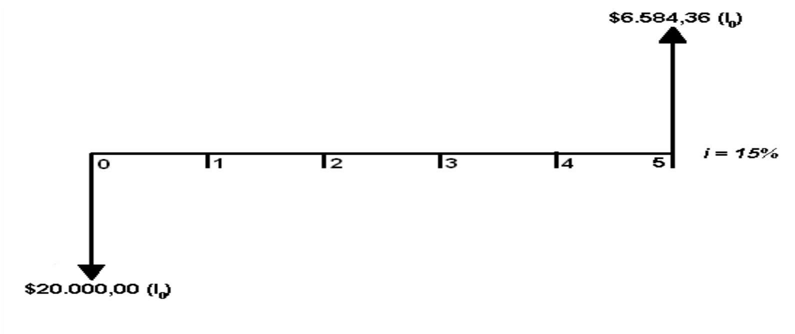
Como os dois valores existentes no fluxo se referem a bases monetárias diferentes, para se resolver o problema, deve-se mudar ambos os valores para uma mesma base monetária. Como se procura saber o valor atual, o valor da data 0 do fluxo, será utilizada esta base monetária, assim, tem-se:

Mudança da base monetária para a base 0

$$M = C \times (1+d)^n \Rightarrow C = \frac{M}{(1+d)^n} \Rightarrow 50.000,00(I_5) = \left[\frac{50.000,00}{(1,5)^5}\right](I_0)$$

$$\$50.000,00(I_5) = \$6.584,36(I_0)$$

O novo fluxo será:



Os valores não foram deslocados no tempo, o que houve foi apenas uma mudança da base monetária. O deslocamento do dinheiro no tempo dar-se-á pela TMA de 15% e o resultado será um valor atual dos custos, livre de inflação:

$$VA = -20.000,00 + 6.584,36 \times \left(S \to P\right)_{15\%}^{5}$$
$$VA = -\$16.726,41$$

Se tiver que se elaborar cálculos em que os valores entrem e saiam dos fluxos de caixa nas mesmas datas de suas bases monetárias, pode-se concomitantemente deslocar o dinheiro no tempo e “limpar” o fluxo de efeito inflacionário, bastando para isso, utilizar na fórmula fundamental de juros compostos a **taxa de juros aparente** e, que corresponde a taxa que o senso comum denomina, nas economias inflacionárias, de taxa de juros nominais. Essa taxa aparente é uma composição entre a taxa de juros e a taxa de inflação e pode ser obtida através da fórmula:

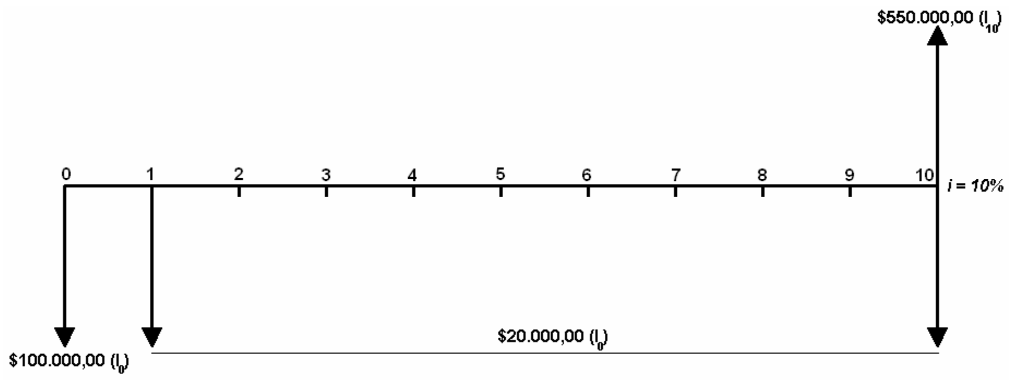
$$e = i + d + \left(i \times d\right)$$

Onde:
e = taxa de juros aparente;
i = taxa de juros;
d = taxa de inflação.

EXEMPLO 16: Determinado equipamento foi adquirido por $100.000,00 em dinheiro de hoje, podendo ser vendido dentro de 10 anos por $550.000,00 em dinheiro da época. Os custos de manutenção anual são de $20.000,00 em dinheiro de hoje. Considerando-se uma taxa de inflação de 30% ao ano e uma taxa de juros de 10% ao ano, qual o VA do fluxo?

Solução:

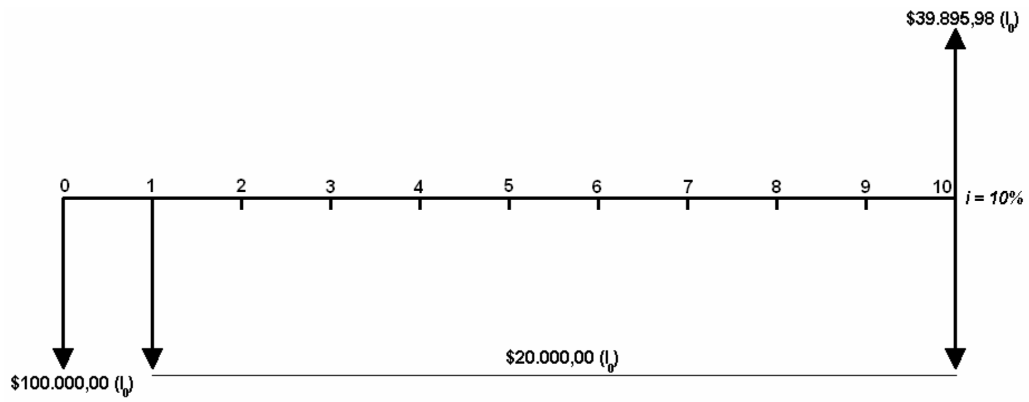
O fluxo original é:



Mudança da base monetária para a base 0:

$$550.000,00(I_0) = \left[\frac{550.000,00}{(1,3)^{10}}\right](I_0)$$
$$\$550.000,00(I_0) = \$39.895,98(I_0)$$

O novo fluxo será:



$$VA = -100.000,00 - 20.000,00 \times \left(R \to P\right)_{10\%}^{10} + 39.895,98 \times \left(S \to P\right)_{10\%}^{10}$$
$$VA = -\$207.509,71$$

Entretanto, se os 20.000,00 dos seus custos de manutenção estivessem nas mesmas datas em que se encontram, nas datas de 1 a 10, e se as bases monetárias de cada um deles fossem respectivamente iguais às de suas saídas de caixa, poderia-se fazer tanto a limpeza de fluxo e depois deslocar o dinheiro no tempo, quanto fazer a limpeza de fluxo e deslocar o dinheiro de uma só vez, bastando para isso, utilizar-se da taxa de juros aparente. Assim, ter-se-ia:

Efetuando a mudança de base e depois deslocando o dinheiro no tempo:

$$550.000,00\left(I_{10}\right) = \left[\frac{550.000,00}{\left(1,3\right)^{10}}\right]\left(I_0\right) \Rightarrow 550.000,00\left(I_{10}\right) = 39.895,98\left(I_0\right)$$

$$39.895,98 \times \left(S \to P\right)_{10\%}^{10} = \$15.381,63$$

Efetuando a mudança de base e deslocando o dinheiro de uma só vez:

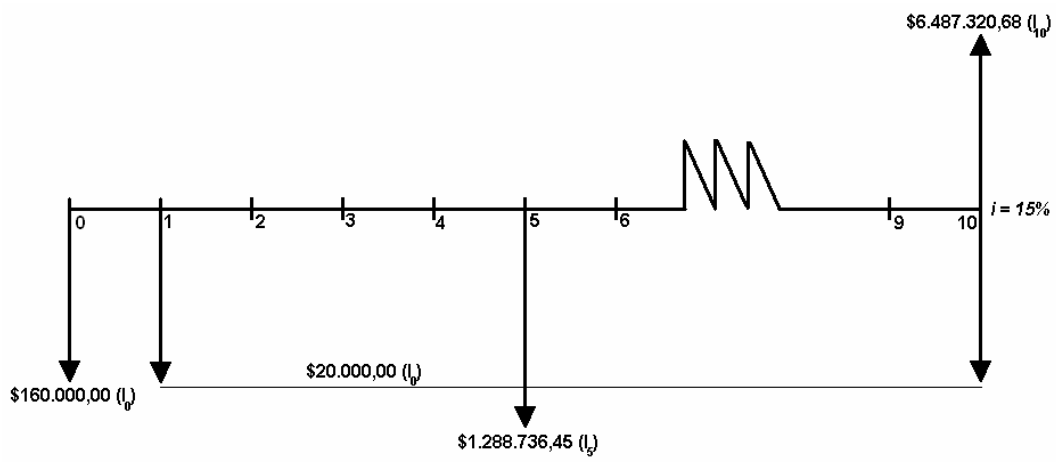
$$e = i + d + \left(i \times d\right) \Rightarrow e = 0,10 + 0,30 + \left(0,10 \times 0,30\right) \Rightarrow e = 0,43 \Rightarrow e = 43\%$$
$$550.000,00 \times \left(S \to P\right)_{43\%}^{10} = \$15.381,63$$

EXEMPLO 17: Determinada empresa comprou, em 1992, um equipamento por \$900.000,00 (em moeda atual). O equipamento deveria durar 20 anos e sofrer uma reforma de \$100.000,00 (em moeda de hoje) a cada cinco anos. A empresa vai pagar hoje, 10 anos depois da compra do equipamento, \$160.000,00 para reformá-lo e previu gastar \$1.288.702,49 daqui a cinco anos (moeda da época). Se a empresa preferir substituir o equipamento hoje, seu valor de mercado será de \$300.000,00 e sua depreciação foi feita em linearmente em 10 anos com valor residual zero. O preço de aquisição do equipamento em 1992 foi de \$13.873,20. As despesas anuais de manutenção do equipamento são de $20.000,00 por ano (em moeda de hoje) e, se a empresa mantiver o equipamento usado em atividade, ele possuirá um valor de mercado daqui a 10 anos de $6.487.662,63 (em moeda da época). Existe a possibilidade de substituir o equipamento atual por um equipamento novo cujo investimento inicial é $850.000,00 (em moeda atual) e para um valor residual e de mercado esperado para daqui a 10 anos de $9.731.493,95 (em moeda da época). O custo de manutenção esperado para o novo equipamento será de $15.000,00 por ano (em moeda de hoje). O novo equipamento também será depreciado em 10 anos e uma cláusula contratual garante que por uma taxa anual no valor de $10.000,00 (em moeda de hoje), toda e qualquer revisão que o novo equipamento necessitar durante esse período correrá por conta do fabricante. O IR é de 35%. Considerando-se uma TMA de 15% ao ano, pelo método do VA, qual a melhor alternativa: manter o equipamento usado funcionando ou substituí-laopor um equipamento novo?

Solução:

Manter o equipamento usado em funcionamento:

O fluxo econômico original é:



O primeiro passo é determinar a taxa de inflação do problema. Isso pode ser determinado por meio de dois preços de um mesmo produto ou mesmo serviços que seja, nominalmente diferentes quando em bases monetárias diferentes. Será utilizado o valor do equipamento comparando-o em dinheiro de hoje e em dinheiro da data de sua aquisição efetiva:

$$d_{10} = \frac{900.000,00 - 13.873,20}{13.873,20} \Rightarrow d_{10} = 63,8733$$

$$d_{ataul} = \left[(1 + 63,8733)^{\frac{1}{10}} \right] - 1 \Rightarrow d_{atual} = 51,778\% a.a.$$

Mudança da base monetária para a base 0:

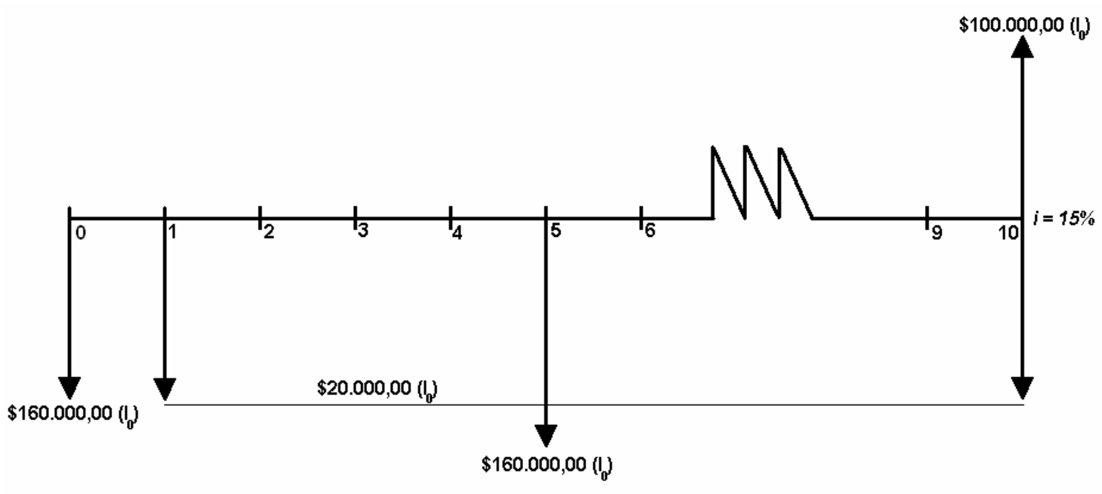
$$6.487.662,63(I_{10}) = \left[\frac{6.487.662,63}{(1,51778)^{10}} \right] (I_0) \Rightarrow 6.487.662,63(I_{10}) = 100.000,00(I_0)$$

$$1.288.736,45(I_5) = \left[\frac{1.288.736,45}{(1.51778)^{5}} \right] (I_0) \Rightarrow 1.288.736,45(I_5) = 160.000,00(I_0)$$

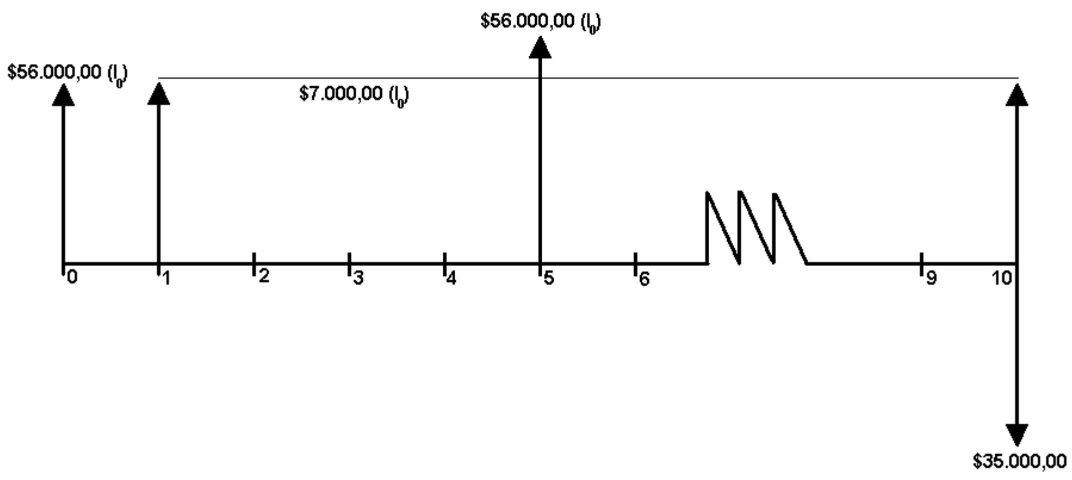
Os demais valores já se encontram nesta mesma base monetária.

O novo fluxo será:

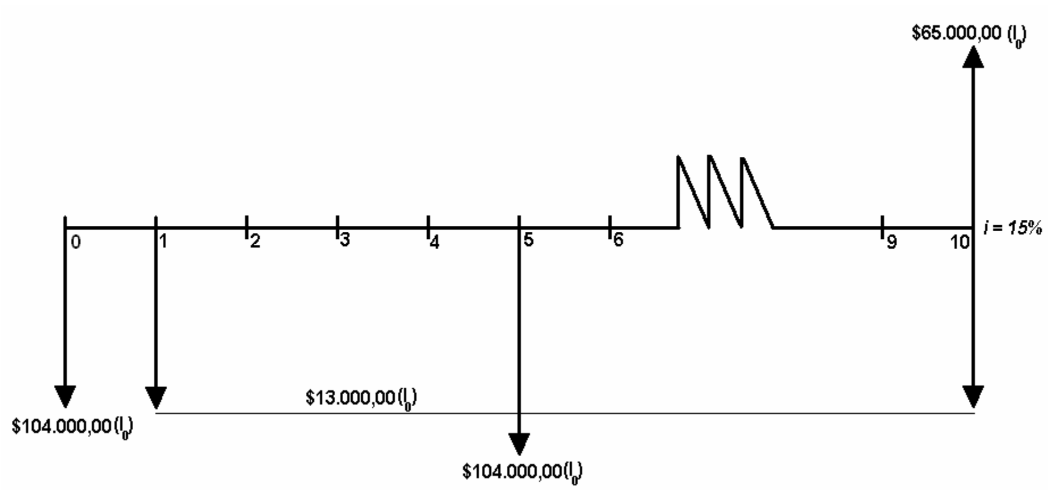
Fluxo econômico



Fluxo contábil



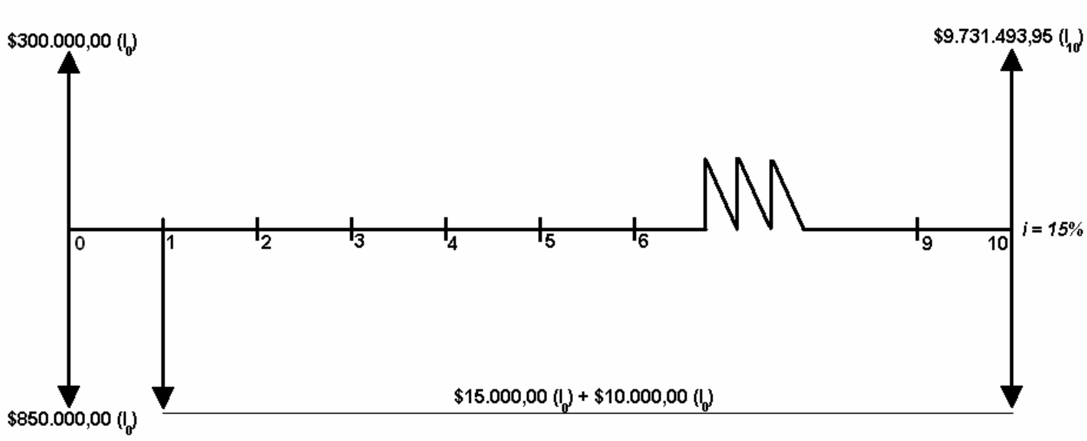
Fluxo completo



$$VA = -104.000,00 - 13.000,00 \times \left(R \to P\right)_{15\%}^{10} - 104.000,00 \times \left(S \to P\right)_{15\%}^{5} +$$
$$+65.000,00 \times \left(S \to P\right)_{15\%}^{10}$$
$$VA = -104.000,00 - 65.243,99 - 51.706,38 + 16.067,01$$
$$VA = -\$204.883,36$$

Substituir o equipamento usado pelo novo

O fluxo econômico original é:



Como já foi determinada a taxa de inflação interna da empresa do problema de 51,778% ao ano, o próximo passo é fazer a mudança da base monetária.

Mudança da base monetária para a base 0:

$$9.731.493,95(I_{10}) = \left[\frac{9.731.493,95}{(1,51778)^{10}}\right](I_0) \Rightarrow 9.731.493,95(I_{10}) = 150.000,00(I_0)$$

Os demais valores já se encontram nesta mesma base monetária, com exceção da depreciação que se refere à base I_n.

A depreciação, por força da lei, não pode ser mais corrigida monetariamente, assim sendo, cada um dos valores de depreciação linear de $85.000,00 (850.000,00 / 10) anuais terá como base o período I_n, ou seja, corresponderá nominalmente à época de seu lançamento contábil. Em termos de decisão gerencial, que é o caso do problema, faz-se necessário transformar esse valor de base I_n para a base I_0. Para isso, deve-se:

1) Cálculo da taxa de juros aparente:

$$e = i + d + (i \times d) \Rightarrow e = 0{,}15 + 0{,}5178 + (0{,}15 \times 0{,}5178) \Rightarrow e = 74{,}55\%$$

2) Com a taxa de juros aparente deve-se achar o valor presente desinflacionado da depreciação de 850.000,00 / 10 = \$85.000,00 por ano:

$$VA = 85.000{,}00 \times (R \to P)_{74{,}55\%}^{10} \Rightarrow VA = \$113.583{,}16$$

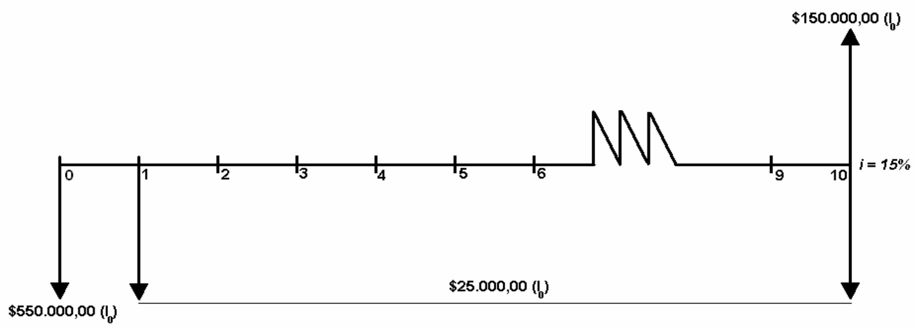
3) Deve-se agora achar o CAU em 10 pagamentos referentes ao valor presente da depreciação e que será equivalente ao índice monetário zero - I_0:

$$CAU_{Depreciação} = 113.583{,}16 \times (P \to R)_{15\%}^{10} \Rightarrow CAU_{Depreciação} = \$22.631{,}68$$

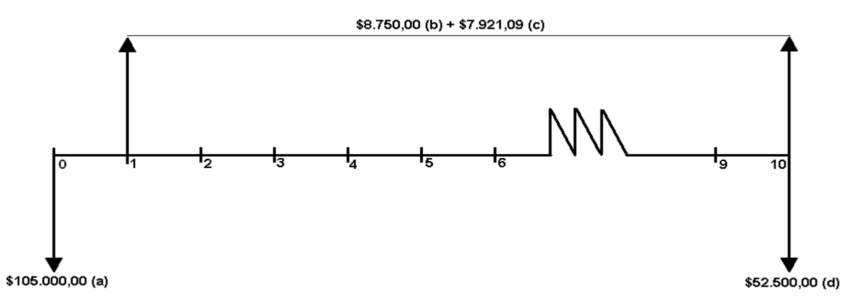
A diferença do valor entre os (85.000,00) I_n iniciais e os (22.631,68) I_0 aqui obtidos foi corroída pela inflação não corrigida, produzindo, dessa forma, um "lucro inflacionário" não dedutível do IR.

O novo fluxo, livre do efeito inflacionário, com base monetária no tempo 0 - I_0, será:

Fluxo econômico



Fluxo Contábil



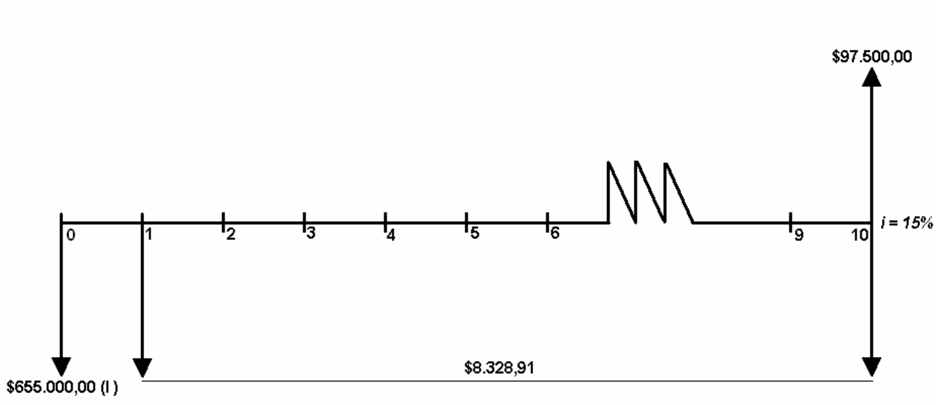
(a) Pagamento de IR por venda de ativo com lucro (equipamento velho = 300.000,00 x (0,35) = 105.000,00);

(b) Economia de IR por custos diversos (25.000,00 x (0,35) = 8.750,00);

(c) Economia de IR por depreciação (equipamento novo na base 0 = 22.631,68 x (0,35) = 7.921,09);

(d) Pagamento de IR por venda de ativo com lucro (equipamento novo = 150.000,00 x (0,35) = 52.500,00).

Fluxo completo



$$VA = -655.000,00 - 8.328,91 \times \left(R \rightarrow P\right)_{15\%}^{10} + 97.500,00 \times \left(S \rightarrow P\right)_{15\%}^{10}$$
$$VA = -655.000,00 - 41.800,87 + 24.100,51$$
$$VA = -\$672.700,36$$

Pelos cálculos acima, manter o equipamento usado em atividade por mais 10 anos representa um custo atual de VA = -$204.883,36 contra um custo atual de VA = -$672.700,36 para substituir o equipamento atual por um novo. Portanto, em função dos VAs encontrados, manter o equipamento usado em funcionamento é mais interessante para a empresa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do exposto, conclui-se que a Matemática Financeira é uma grande aliada da Engenharia Econômica, pois sem ela não seria possível a resolução de problemas de análise de investimentos.

A avaliação quantitativa das vantagens e desvantagens de cada alternativa de investimento deve ser feita minuciosamente. Não há dúvidas de que para se comparar o valor das alternativas, deve-se adotar uma unidade de medida comum. No caso da Engenharia Econômica, o dinheiro. Somente o conhecimento de fórmulas e equações não resolvem o problema. Ter conhecimento técnico do processo em questão é, também, fundamental, além da capacidade de analisar corretamente os dados coletados.

Com base na Matemática Financeira puderam-se comparar diversas opções de investimentos, avaliar cada alternativa e escolher a melhor dentre elas.

Trabalhar nesse assunto foi-me de grande valia, pois pude aplicar meus conhecimentos teóricos sobre Matemática Financeira aos aspectos práticos da Engenharia Econômica. Adquiri um bom conhecimento sobre esse assunto e pretendo continuar a trabalhar nessa área.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DE FARO, Clóvis. ***Matemática Financeira.*** São Paulo, Atlas, 1982.

HESS, Geraldo et alli. ***Engenharia Econômica.*** Rio de Janeiro, Bertrand Brasil, 1992.

HIRSCHFELD, Henrique. ***Engenharia Econômica e Análise de Custos.*** São Paulo, Atlas, 1984.

HUMMEL, P. R. V., PILÃO, N. E. ***Matemática Financeira e Engenharia Econômica.*** São Paulo, Thomson, 2003.

MANNARINO, Remo. ***Introdução à Engenharia Econômica.*** Rio de Janeiro, Campus, 1991.

MONTELLA, Maura. ***Decifrando o Economês.*** Rio de Janeiro, Qualitymark, 2003.

MOTTA, R. da R., CALÔBA, G. M. ***Análise de Investimentos: tomada de decisão em projetos industriais.*** São Paulo, Atlas, 2002.

OLIVEIRA, J.A. Nascimento. ***Engenharia Econômica: Uma Abordagem às Decisões de Investimentos.*** São Paulo, McGraw-Hill, 1982.

PAMPLONA, E. O., CAVALCANTI FILHO, A. ***Engenharia Econômica I.*** Apostila, 1987.