

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

**MARIANA THOMÉ DA SILVA**

**TANGRAM E GEOPLANO:  
UMA ABORDAGEM DIDÁTICA**

**Florianópolis - SC  
Fevereiro - 2007**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA


**Tangram e Geoplano:  
Uma abordagem didática**

Mariana Thomé da Silva

Trabalho de conclusão de curso apresentado como  
parte dos requisitos para obtenção do grau de  
Licenciatura em Matemática

**Florianópolis - SC  
Fevereiro - 2007**


Esta Monografia foi julgada adequada como TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO no curso de Matemática – Habilitação Licenciatura, e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora designada pela Portaria nº 09/CCM/07.

  
Profª Carmen Suzane Comire Gimenez

Banca Examinadora:



Rosimary Pereira  
Orientadora



Méricles Thadeu Moretti

  
Ademir Donizeti Caldeira

## **AGRADECIMENTOS**

Para o desenvolvimento desse trabalho foi necessária a ajuda de algumas pessoas, como também de equipamentos de pesquisa e desenvolvimento. Portanto, gostaria de deixar aqui meus agradecimentos para aquelas pessoas que colaboraram direta ou indiretamente em qualquer etapa do trabalho.

Aos meus colegas Karla, Fabiana e Cleber pela participação em algumas atividades elaboradas.

Ao Laboratório de Estudos de Matemática – LEMAT-UFSC, coordenado pelos professores Nereu Burin, Rosimary Pereira e Sônia Bean, por disponibilizarem estrutura e materiais para as pesquisas do meu trabalho.

À professora Rosimary, orientadora do meu trabalho, que me deu estrutura para desenvolver minhas pesquisas.

Ao meu pai, Aldo Machado e minha mãe, Leila Thomé, pelo incentivo moral e orientações. Assim também, ao Fabiano e demais colegas que de alguma forma me auxiliaram, me guiaram e me tranquilizaram em diversos momentos.

## SUMÁRIO

Lista das Figuras .....	I
Lista dos Quadros .....	II
Lista de Reduções .....	III
CAPÍTULO 1 – APRESENTAÇÃO DO TRABALHO .....	1
1.1 Introdução.....	1
1.2 Objetivos do Trabalho .....	2
1.2.1 Objetivo Geral .....	2
1.2.2 Objetivos Específicos .....	2
1.3 Estrutura do Trabalho .....	3
CAPÍTULO 2 – O TANGRAM .....	4
2.1 – Descrição da construção do Tangram Chinês.....	5
2.1.1 Construção das peças do Tangram usando a geometria .....	5
2.1.2 Construção das peças do Tangram com o kirigami.....	6
2.2 – Frações com o Tangram .....	8
2.2.1 Atividades – Significado Parte-Todo .....	10
2.2.2 Atividade – Significado Razão .....	12
2.2.3 Atividade - Significado quociente .....	13
2.2.4 Atividade – Conceito de equivalência .....	13
2.3 – O Uso do Tangram na Geometria Euclidiana.....	16
2.3.1 O Tangram no terceiro ciclo.....	16
2.3.2 O Tangram no quarto ciclo.....	20
2.3.3 O uso do Tangram como jogo .....	26
CAPÍTULO 3 – O GEOPLANO .....	28
3.1 Semelhança versus “Parecido” .....	29
3.2 Área e Perímetro.....	32
CAPÍTULO 4 – CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	36

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	38
ANEXO 1 – RESPOSTAS DAS ATIVIDADES COM O TANGRAM .....	41
ANEXO 2 - RESPOSTAS DAS ATIVIDADES COM O GEOPLANO .....	46

## LISTA DAS FIGURAS

Figura 2.1 : Tangram chinês .....	4
Figura 2.2: Tangram triangular.....	4
Figura 2.3 : Tangram oval .....	4
Figura 2.4 : Cardiotangram.....	4
Figura 2.5 : Tangram circular .....	5
Figura 2.6 : Tangram russo de doze peças.....	5
Figura 2.7 : Tangram retangular .....	5
Figura 2.8 : Tangram Pitagórico.....	5
Figura 2.9: Passo da construção do Tangram usando a geometria.....	6
Figura 2.10: Passo da construção do Tangram usando a geometria.....	6
Figura 2.11: Passo da construção do Tangram usando a geometria.....	6
Figura 2.12: Passo da construção do Tangram com o kirigami .....	6
Figura 2.13: Passo da construção do Tangram com o kirigami .....	7
Figura 2.14: Passo da construção do Tangram com o kirigami .....	7
Figura 2.15: Passo da construção do Tangram com o kirigami .....	7
Figura 2.16: Passo da construção do Tangram com o kirigami .....	7
Figura 2.17: Passo da construção do Tangram com o kirigami .....	7
Figura 2.18: retângulo .....	8
Figura 2.19: construção figurativa com o Tangram Chinês .....	16
Figura 2.20: construção figurativa com o Tangram Chinês .....	16
Figura 2.21: construção figurativa com o Tangram Chinês .....	17
Figura 2.22: construção figurativa com o Tangram Chinês .....	17
Figura 2.23: figura geométrica .....	27
Figura 2.24: letra do alfabeto.....	27
Figura 2.25: objeto.....	27
Figura 2.26: construção civil .....	27
Figura 2.27: animal.....	27
Figura 2.28: meio de transporte.....	27
Figura 2.29: algarismo.....	27
Figura 2.30: homem.....	27
Figura 3.1: geoplano quadrado .....	28
Figura 3.2: geoplano trelissado.....	28
Figura 3.3: geoplano circular.....	28
Figura 3.4: geoplano oval .....	28
Figura 3.5: construção figurativa no Geoplano .....	30
Figura 3.6: construção figurativa no Geoplano .....	30
Figura 3.7: construção figurativa no Geoplano .....	30
Figura 3.8: construção figurativa no Geoplano .....	31
Figura 3.9: construção figurativa no Geoplano .....	31
Figura 3.10: construção figurativa no Geoplano .....	32
Figura 3.11: construção figurativa no Geoplano .....	32
Figura 3.12: construção figurativa no Geoplano .....	33
Figura 3.13: construção figurativa no Geoplano .....	33
Figura 3.14: construção figurativa no Geoplano .....	33
Figura 3.15: construção figurativa no Geoplano .....	33
Figura 3.16: construção figurativa no Geoplano .....	33
Figura 3.17: construção figurativa no Geoplano .....	33
Figura 3.18: construção figurativa no Geoplano .....	35

**LISTA DOS QUADROS**

Quadro I: Primeira Atividade com o Tangram.....	11
Quadro II: Segunda Atividade com o Tangram.....	12
Quadro III: Terceira Atividade com o Tangram.....	12
Quadro IV: Décima Terceira Atividade com o Tangram.....	21
Quadro V: Décima Terceira Atividade com o Tangram. ....	22
Quadro VI: Décima Quarta Atividade com o Tangram. ....	22
Quadro VII: Décima Quarta Atividade com o Tangram. ....	22
Quadro VIII: Décima Quinta Atividade com o Tangram.....	23
Quadro IX: Décima Sexta Atividade com o Tangram. ....	24
Quadro X: Quinta Atividade com o Geoplano. ....	34



**LISTA DE REDUÇÕES****Abreviaturas**

TP = triângulo pequeno

P = paralelogramo

TG = triângulo grande

**Siglas**

PCN's = Parâmetros Curriculares Nacionais

LEMAT = Laboratório de Estudos de Matemática

# Capítulo 1 – Apresentação do Trabalho

## 1.1 Introdução

O uso de recursos didático-pedagógicos é uma alternativa que contribui para o aprendizado e merece certo destaque, pois acaba sendo uma proposta interessante para a tradicional forma de ensino, facilitando a assimilação de certos conceitos matemáticos.

O motivo deste estudo partiu da experiência em feiras de ciências em escolas, onde o LEMAT (Laboratório de Estudos de Matemática) participou mostrando jogos matemáticos, entre eles o Tangram. A experiência de ver os alunos envolvidos nos desafios do Tangram me inspirou na análise de quais conteúdos o Tangram é aplicável no ensino da matemática, além dele desenvolver raciocínio lógico e percepção visual.

Com o Geoplano, a idéia desse trabalho nasceu a partir de uma oficina realizada com professores da rede estadual. A carência de atividades com o Geoplano, me fez ir à busca de novas atividades abordando outros conceitos matemáticos, além daqueles já trabalhados pelo laboratório.

Aborda-se o uso do Tangram e Geoplano através de atividades. Esse estudo é uma tentativa de contribuição para relacionar o uso destes materiais didático-pedagógicos com conceitos de fração e geometria neles envolvidos.

O Tangram será apresentado como uma ferramenta para a construção do conceito de fração, que através de reflexões o aluno irá construindo este gradativamente. Com as relações estabelecidas, o material torna-se desnecessário.

Na exploração geométrica, situa-se o Tangram e o Geoplano como ferramenta para fortalecer a exploração de conceitos e propriedades geométricas.

As experimentações em sala de aula, das atividades propostas neste trabalho certamente irão produzir críticas e reflexões sobre o mesmo possibilitando sua avaliação e seu enriquecimento. É nesse sentido que este trabalho tem sua dimensão provisória.

O texto assim como está apresentado, foi escrito para o professor, cabe ao mesmo fazer sua escolha quanto às atividades, podendo ser trabalhadas em pequenos grupos ou individualmente.

## 1.2 Objetivos do Trabalho

Nesta seção serão apresentados os objetivos gerais e específicos do trabalho.

### 1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo principal deste trabalho é apresentar atividades com o Tangram e o Geoplano explorando conteúdos estudados nos terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental.

Especificamente dentro desse estudo, tem-se como objetivo abordar os números fracionários utilizando o Tangram como recurso didático. E também propor atividades com o Tangram e o Geoplano envolvendo os conceitos dentro da geometria euclidiana.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos têm-se:

Com o Tangram:

- Trabalhar o conceito de fração em seus três diferentes significados, e também equivalência de frações;
- Explorar conceitos geométricos indicados nos terceiro e quarto ciclos;
- Apresentar o Tangram como jogo, através de figuras que podem ser construídas com as sete peças.

Com o Geoplano:

- Trabalhar o conceito de semelhança de polígonos;
- Enfocar simultaneamente, através de atividades, conceitos de área e perímetro.

### 1.3 Estrutura do Trabalho

O trabalho está estruturado em quatro capítulos, para o alcance dos objetivos anteriormente citados. Na introdução, apresenta-se a motivação e a justificativa do trabalho, bem como os objetivos a serem alcançados.

O capítulo 2 apresenta a história do Tangram e também os procedentes Tangrams inspirados pelo Tangram Chinês. A descrição de duas distintas construções é apresentada, pois se julga importante para a construção de conceitos que neste mesmo capítulo será abordado.

No capítulo 2.2, são apresentadas atividades com os diferentes significados de fração: parte/todo, razão, quociente, e também o conceito de equivalência de frações. Estas atividades se caracterizam como situações-problema, onde o aluno terá de interpretar o enunciado e estruturar a situação apresentada.

O capítulo 2.3 estrutura-se em três segmentos: o Tangram no terceiro ciclo, o Tangram no quarto ciclo e o uso do Tangram como jogo. O primeiro trabalha com a identificação, comparação, descrição e classificação de formas geométricas, e através da construção do Tangram usando a geometria, aborda conceitos de área, comprimento e perímetro. O segundo prossegue o ensino da geometria utilizando-se da classificação de quadriláteros, assim como o desenvolvimento de conceitos matemáticos a partir da construção do Tangram com o kirigami. E por último, o uso do Tangram como jogo mostra através de figuras, desafios que exigem atitudes positivas por parte do aluno.

O terceiro capítulo destaca os diferentes Geoplanos que foram elaborados justamente para o ensino da matemática. O conceito de semelhança é abordado junto com o termo “parecido”, termo usual entre os alunos. E os conceitos de área e perímetro são apresentados como uma alternativa distinta de outras com o Geoplano, que são comumente propostas. Mostrando assim, uma outra alternativa ao professor no uso deste material concreto.

No último capítulo, o quarto, são apresentadas as considerações finais e as perspectivas de trabalhos futuros. Em seguida são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas e citadas, e os anexos com as respostas das atividades.

## Capítulo 2 – O Tangram

Já conhecido na China por volta de VII a.C. como a “Tábua das Sete Sabedorias” ou “Tábua das Sete Sutilezas”, do qual não se conhece quem é seu autor, nem precisamente há quanto tempo existe. Disto resultaram diversas lendas sobre sua origem nos últimos anos (LEE, 2003).

A história mais contada é que no século XII, um monge taoísta deu ao seu discípulo um quadrado de porcelana, um rolo de papel de arroz, pincel e tintas, para registrar todas as belezas que iria encontrar no mundo. Nisso o discípulo deixou cair o quadrado de porcelana, ao tentar juntar os pedaços identificou uma figura conhecida e a partir daí trocou as posições das peças e percebeu que a cada variação das mesmas gerava uma nova figura.

O Tangram é praticado desde há muito séculos na China, com a regra de sempre: montar as figuras usando as sete peças sem que haja sobreposição das mesmas.

Ele expandiu-se rapidamente para além do seu país de origem, tornando-se popular na Europa e nos Estados Unidos, e tem vindo a inspirar a criação de muitos outros jogos com as mesmas peculiaridades. Destacam-se a seguir alguns exemplos de novos Tangrams (Figura 2.1 à 2.8) como: o próprio chinês, o triangular, o oval, o cardiotangram, o circular, o russo de doze peças, o retangular, o de nove peças e o Pitagórico.

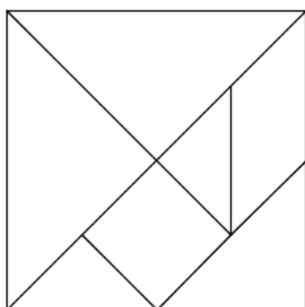


Figura 2.1 : Tangram chinês

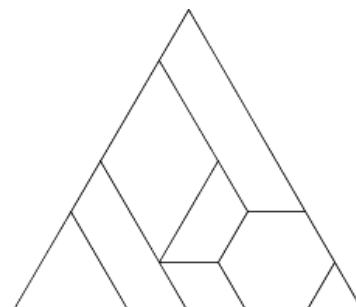


Figura 2.2: Tangram triangular

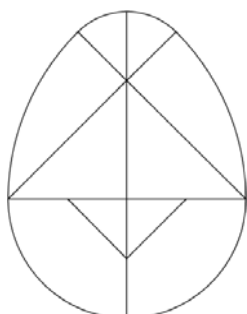


Figura 2.3 : Tangram oval

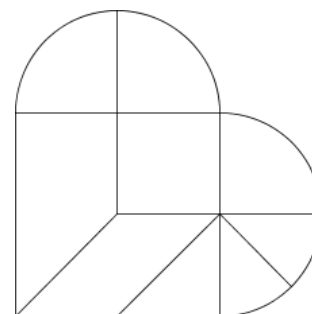


Figura 2.4 : Cardiotangram

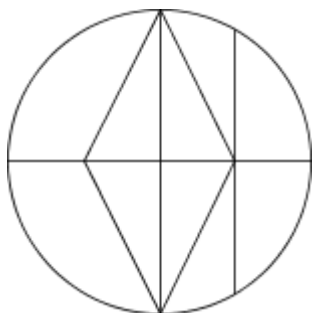


Figura 2.5 : Tangram circular

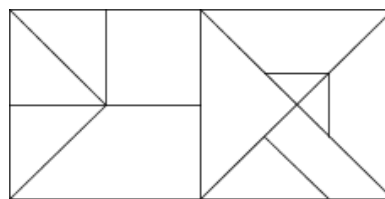


Figura 2.6 : Tangram russo de doze peças

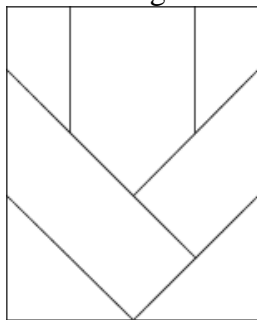


Figura 2.7 : Tangram retangular

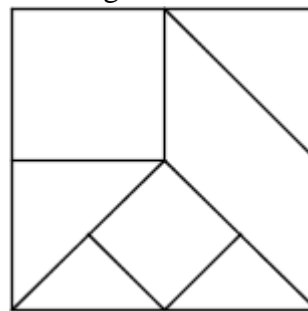


Figura 2.8 : Tangram Pitagórico

O intuito neste capítulo é o Tangram chinês ou quadrado mágico. É dada ênfase na sua utilização como recurso didático para o ensino dos números racionais na sua representação fracionária, assim como seus diferentes significados: parte/todo, razão, quociente e também equivalência de frações. Em geometria plana, exploram-se as classificações de figuras geométricas, conceitos de comprimentos, áreas, perímetros, ângulos e congruências. O Tangram apresentado como jogo (montagem de figuras utilizando as sete peças), contribui em aspectos para a formação do educando, tais como: desenvolvimento da capacidade de concentração, coordenação e orientação espacial.

## 2.1 – Descrição da construção do Tangram Chinês

### 2.1.1 Construção das peças do Tangram usando a geometria

Primeiro, recorte um quadrado de cartolina com lados de dezesseis centímetros, supondo ser esta medida desejada.

No quadrado  $ABCD$ , trace as diagonais  $\overline{AC}$  e  $\overline{BD}$  que se interceptam no ponto médio  $M$ . Depois, marque utilizando o compasso os pontos médios de  $\overline{AM}$ ,  $\overline{MC}$ ,  $\overline{AB}$  e  $\overline{CB}$ . Sendo  $E$ ,  $F$ ,  $G$  e  $H$  os respectivos pontos. Ver figura 2.9.

Trace o segmento  $\overline{GH}$  e  $\overline{FH}$ . A intersecção dos segmentos  $\overline{DB}$  e  $\overline{GH}$  gera o ponto  $I$ . Ver figura 2.10.

Desconsidere o segmento  $\overline{IB}$ , e para finalizar trace o segmento  $\overline{EI}$ . Ver figura 2.11.

Basta agora, recortar os sete polígonos gerados por esta construção.

Tendo essas peças, podem-se iniciar todas as atividades que irão ser propostas por este trabalho.

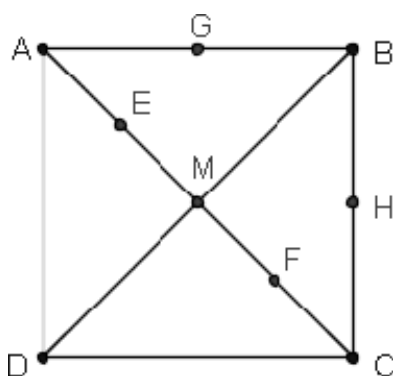


Figura 2.9

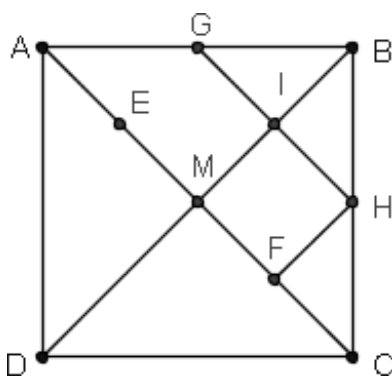


Figura 2.10

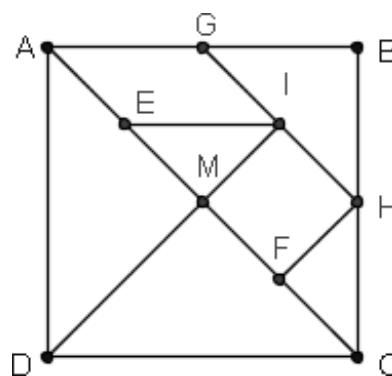


Figura 2.11

Figuras 2.9; 2.10; 2.11: passos da construção do Tangram usando a geometria.

### 2.1.2 Construção das peças do Tangram com o kirigami

De acordo com RÊGO et al. (2003), a arte do kirigami consiste em fazer dobras e recortes no papel.

Segue a descrição de como obter um Tangram através do kirigami.

Passo 1 – Vincar o quadrado  $ABCD$  ao longo de uma de suas diagonais e cortar, obtendo dois triângulos. Ver figura 2.12.

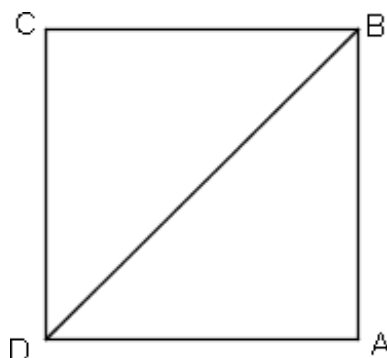


Figura 2.12

Passo 2 – Reservar o triângulo  $DBC$  e vincar o triângulo  $DBA$ , dividindo-o em dois triângulos congruentes e cortar. Os dois triângulos resultantes serão as duas primeiras peças do Tangram. Ver figura 2.13.

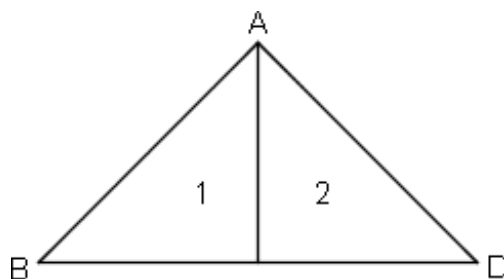


Figura 2.13

Passo 3 – Vincar o triângulo  $DBC$  (mediana do ângulo reto) e depois dobrar como indicado (unindo as extremidades do vinco). Cortar ao longo do vinco formado nesta última dobra. Ver figura 2.14.

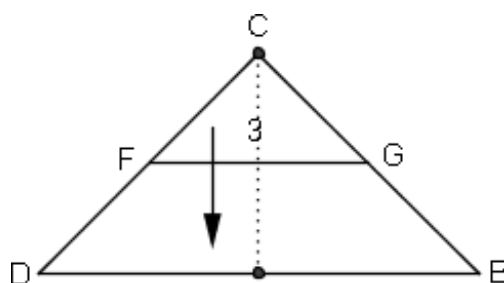


Figura 2.14

Passo 4 – Vincar ao meio o trapézio  $DBGF$ , formando dois trapézios retângulos, cortando para separá-los. Ver figura 2.15.

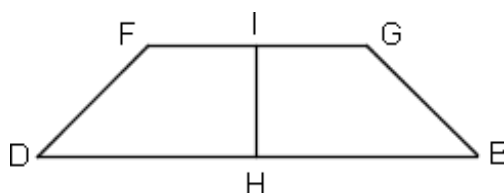


Figura 2.15

Passo 5 – Vincar os trapézios  $HIFD$  e  $BGIH$  como indicado abaixo e cortar nos vincos, obtendo as quatro outras peças do Tangram – dois triângulos retângulos congruentes, um quadrado e um paralelogramo. Ver figura 2.16 e 2.17.

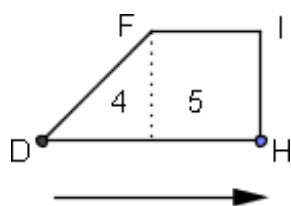


Figura 2.16

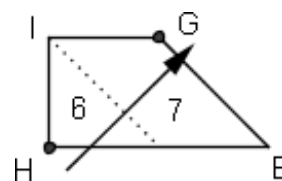


Figura 2.17



Figuras 2.12; 2.13; 2.14; 2.15; 2.16; 2.17: passos da construção do Tangram com o kirigami

## 2.2 – Frações com o Tangram

De acordo com LIMA & BRITO (2005), fração significa

significa um “fragmento”, um “pedacinho”, “uma parte distinta de um todo”. Popularmente a fração é usada para designar alguma parte especificada de um todo. A idéia de “parte de alguma coisa” sugere ser o início do estudo de frações.

Em linguagem matemática, fração é essa forma de representar as partes consideradas de um inteiro. Sendo o inteiro de qualquer tamanho ou forma.

Para o estudo de frações no terceiro e quarto ciclos, de acordo com os PCN's (1998), **explorar-se-á** os números fracionários através de situações-problema em que indicam relação parte/todo, quociente e razão para que os alunos tenham condições de perceber as múltiplas representações de um mesmo número e assim compreender as frações equivalentes.

É costume usar a representação geométrica no estudo de frações. Assim, para representar,  $\frac{1}{4}$  por exemplo, dividimos um retângulo em quatro partes e pintamos apenas uma dessas partes, como na figura 2.18.

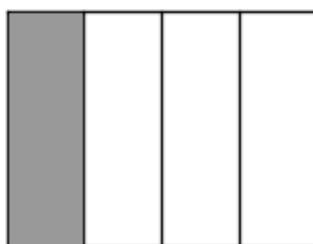


Figura 2.18: retângulo

É aconselhável explorar as diferentes formas de representação possíveis de uma determinada quantidade. Do exemplo acima, também há outros tipos de registro de representação, que são: representação geométrica, concreta e simbólica. Todas essas podendo ser representadas tanto quanto em quantidades discretas ou contínuas.

A representação feita com o Tangram é da forma geométrica, podendo explorar o conceito de fração a quantidades contínuas, que está associado às possibilidades de se efetuarem cortes num todo considerado, de forma que as partes obtidas tenham a mesma área. O conceito de fração aplicado às quantidades discretas, está associado à divisão dos elementos de um conjunto em subgrupos, com iguais quantidades de elementos, sem que haja quebra de elementos do grupo.

Neste capítulo serão abordados os três significados de frações:

- Parte-todo

Exemplo: Um triângulo equilátero foi dividido em quatro partes iguais. Apenas duas dessas partes eu considere para uma nova forma geométrica. Neste exemplo significa dizer que das quatro partes iguais em que o triângulo foi dividido, apenas duas delas as considere, ou seja,  $\frac{2}{4}$ .

- Razão

Exemplo: Num conjunto finito de paralelogramos e quadrados, a cada cinco paralelogramos têm-se quatro quadrados. Neste exemplo, a razão entre a quantidade de paralelogramos e de quadrados é de cinco paralelogramos para quatro quadrados, ou seja,  $\frac{5}{4}$ . Cabe ressaltar a ordem considerada, como a quantidade de quadrados e de paralelogramos que é igual a  $\frac{4}{5}$ . Assim, a fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades da mesma grandeza.

- Quociente

Exemplo: Têm-se três triângulos para serem distribuídos igualmente entre duas pessoas, cada pessoa receberá  $\frac{3}{2}$  dos triângulos. Nesse exemplo, a fração representa um quociente entre dois números inteiros não nulos. Cada pessoa receberá um triângulo inteiro mais metade de outro triângulo ( $1 + \frac{1}{2}$ ). Esse tipo de situação auxilia a relação entre números e frações.

Com a exploração do material concreto, inclui-se também o conceito de frações equivalentes. Para que faça sentido, usa-se a comparação de frações, podendo mais tarde conhecer a propriedade que se ao multiplicar ou dividir o numerador e o denominador por um mesmo número diferente de zero, obtém-se uma fração equivalente à fração dada.

Antes do início do estudo de frações com o Tangram é importante o aluno manusear as peças do mesmo. Como exemplo, recobrir sombras que podem ser figuras de diversas formas como: pessoas, animais, objetos, números, o alfabeto, meios de transporte, construções civis, entre outros.

Feita a exploração do Tangram como jogo, cabe continuar a explorá-lo como ferramenta no ensino de frações.

Com a utilização do Tangram, o aluno deverá ser capaz de solucionar as situações propostas, levando-o a interpretar o enunciado e a estruturar a situação apresentada. Com o uso deste material didático o aluno desenvolve suas ações, fazendo experiências, construindo gradativamente, através de reflexões, o conceito de fração. Ao surgir problemas que envolvam maiores quantidades, o material torna-se desnecessário e a partir daí o aluno mobilizará esquemas de raciocínio análogos aos desenvolvidos anteriormente.

Assim, pode-se ressaltar que o Tangram é uma das ferramentas para a construção do conceito de fração. Para isso, seguem algumas atividades abordando significados diferentes de fração.

### 2.2.1 Atividades – Significado Parte-Todo

Atividade 1: O Tangram corresponde a um inteiro (todo) formado com sete peças, sendo dois triângulos grandes, dois triângulos pequenos, um triângulo médio, um quadrado e um paralelogramo. Agora responda:

- a) Quantos triângulos pequenos são necessários para recobrir o triângulo médio?  
E para recobrir o paralelogramo? E para recobrir o quadrado? E para recobrir cada triângulo grande? E para recobrir todo o inteiro?
- b) Complete escrevendo na coluna da direita a fração correspondente a cada uma das peças do Tangram:

Quadro I: Primeira Atividade com o Tangram.

<b>Peça</b>	<b>Fração correspondente à parte do todo</b>
Triângulo pequeno	
Triângulo médio	
Triângulo grande	

## Comentários sobre a atividade 1:

Na primeira parte da atividade 1, o aluno poderá recobrir cada peça com o triângulo pequeno, assim como também apenas visualizar e imaginar como fica a posição de cada triângulo pequeno em cima das peças. Na segunda parte, para a atividade ser feita com sucesso, o aluno deve estar com o conceito de fração bem estruturado para que faça a correspondência da fração à parte-todo. Como exemplo, ele pode recobrir o todo com triângulos pequenos e totalizar dezesseis triângulos, significando que um triângulo pequeno corresponde ao todo  $\frac{1}{16}$  (um sobre dezesseis avos). É possível recobrir todo o Tangram somente com triângulos pequenos, médios e grandes. Assim que o aluno for recobrir o todo com paralelogramos e quadrados, ele não irá conseguir. Cabe aí, ele lembrar o que fez na primeira parte da situação proposta e assimilar que a junção da forma adequada de dois triângulos pequenos é igual a um paralelogramo, e fazer uso dos triângulos pequenos para completar o inteiro.

Todas as respostas das atividades com o Tangram estão no Anexo 1.

## Atividade 2:

- a) Considere dois triângulos grandes como um inteiro. Quantos triângulos médios são necessários para recobrir o inteiro considerado?
- b) Complete, escrevendo na coluna da direita a fração correspondente a uma peça do Tangram:

Quadro II: Segunda Atividade com o Tangram.

<b>Peça</b>	<b>Fração correspondente à parte do todo</b>
Triângulo médio	

Comentários sobre a atividade 2:

Nesta segunda situação o aluno recobrirá os triângulos grandes com quatro triângulos médios e verá que a peça corresponde à  $\frac{1}{4}$  do todo.

### 2.2.2 Atividade – Significado Razão

Atividade 3: Considere o Tangram um inteiro (todo) formado com sete peças: dois triângulos grandes, dois triângulos pequenos, um triângulo médio, um quadrado e um paralelogramo. Saiba que:

O triângulo grande é o quádruplo do triângulo pequeno.

O quadrado, o paralelogramo e o triângulo médio são o dobro do triângulo pequeno.

Analise e escreva na coluna da direita a fração que corresponde à situação apresentada:

Quadro III: Terceira Atividade com o Tangram.

<b>Situação</b>	<b>Fração que representa a situação</b>
Um triângulo pequeno está para um paralelogramo	
Dois triângulos médios estão para um triângulo pequeno	
Um quadrado está para um triângulo pequeno	
Um triângulo pequeno está para dois quadrados	
Um quadrado e um triângulo pequeno estão para um triângulo grande	

Comentários sobre a atividade 3:

Na atividade proposta, o aluno manipula os triângulos pequenos de forma a constatar os dados do enunciado. Nesta atividade remonta-se o significado parte-todo, mas com a abordagem da razão, ou seja, usa-se da representação simbólica para fazer a comparação entre as quantidades. No exemplo, um triângulo pequeno está para um paralelogramo, o aluno manipulará dois triângulos pequenos e recobrirá um paralelogramo, representando na forma de fração uma comparação entre quantidades de grandeza discreta.

### 2.2.3 Atividade - Significado quociente

Atividade 4: Considere o Tangram formado com sete peças: dois triângulos grandes, dois triângulos pequenos, um triângulo médio, um quadrado e um paralelogramo. Represente na forma fracionária à situação dada.

- a) Um triângulo grande é dividido em triângulos pequenos.
- b) Um triângulo médio é dividido em triângulos pequenos.
- c) Um quadrado é dividido em triângulos pequenos.
- d) Um paralelogramo é dividido em triângulos pequenos.
- e) Dois triângulos grandes são divididos em triângulos médios.
- f) Um Tangram é dividido em triângulos pequenos.

Comentários sobre a atividade 4:

De acordo com os PCN's (1998), para o aluno este significado se diferencia da interpretação parte-todo, por exemplo, dividir uma unidade (Tangram) em 16 partes iguais e tomar uma dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir uma unidade em dezesseis partes iguais. No entanto, nos dois casos, o resultado é dado pelo mesmo número  $\frac{1}{16}$ .

### 2.2.4 Atividade – Conceito de equivalência

Atividade 5: Para cada unidade considerada (todo), junte as peças referentes sem as sobrepor e analise a quantidade da peça pedida correspondente a cada fração.

- a) Junte dois triângulos grandes formando um quadrado, considere este quadrado como uma unidade (todo). Com o outro quadrado, uma das peças do Tangram, responda: quantos desses quadrados são necessários para representar as frações abaixo?

$$\frac{1}{2} \text{ (metade) e } \frac{2}{4}.$$

- b) Junte dois triângulos grandes, o triângulo médio e dois triângulos pequenos formando um retângulo, considere este retângulo como uma unidade (todo). Com o triângulo pequeno, uma das peças do Tangram, responda: quantos triângulos pequenos são necessários para representar as frações abaixo?

$$\frac{2}{12} \text{ e } \frac{1}{6};$$

$$\frac{4}{12} \text{ e } \frac{1}{3};$$

$$\frac{3}{12} \text{ e } \frac{1}{4}.$$

- c) Junte todas as peças do Tangram formando um quadrado, considere este quadrado como uma unidade (todo). Com o triângulo pequeno responda: quantos triângulos pequenos são necessários para representar as seguintes frações?

$$\frac{1}{2} \text{ e } \frac{2}{4};$$

$$\frac{4}{8} \text{ e } \frac{8}{16}.$$

Comentários sobre a atividade 5:

No primeiro item, a unidade considerada (todo) é composta por dois triângulos grandes, com isto o aluno irá sobrepor o quadrado, uma das peças do Tangram, na figura formada. A fração  $\frac{1}{2}$  (um meio) pode ser também interpretada como metade da figura, que são dois quadrados. Para a resolução desta situação, o aluno deverá saber estruturar a situação apresentada, para  $\frac{2}{4}$  ele terá de dividir em quatro partes iguais, ou seja, quatro quadrados e considerar dessas partes apenas duas. Concluindo assim que  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{2}{4}$  são iguais a dois quadrados, ou seja, são equivalentes.

A construção de procedimentos para a resolução será necessária nos seguintes itens, pois apenas recobrir o todo com as peças pedidas não será o suficiente para se chegar à resposta. Cabe também ressaltar que há mais de uma forma para resolvê-los e isso dependerá da capacidade de visualização do aluno.

No item b, o aluno terá de fazer uso do conceito de fração no seu significado parte-todo, manipulando o triângulo pequeno e também lembrando que o triângulo grande é o quádruplo do pequeno, e o triângulo médio é o dobro do pequeno, totalizando em doze triângulos pequenos. Para  $\frac{2}{12}$ , basta considerar dois triângulos pequenos e terá a representação concreta da fração. Ao tentar resolver  $\frac{1}{6}$ , o aluno poderá se reportar ao significado parte-todo ou também visualizar seis partes idênticas, com estes procedimentos o aluno chegará à conclusão da equivalência entre as frações  $\frac{2}{12}$  e  $\frac{1}{6}$ .

Após a estas simulações e conforme os questionamentos que vão sendo propostos, o algoritmo de transformar as frações dadas em outras equivalentes pode ser introduzido. Assim, os algoritmos passam a ser compreendidos pelos alunos, pois exploraram com o uso do material concreto, situações que favoreceram a construção de conhecimentos.



## 2.3 – O Uso do Tangram na Geometria Euclidiana

### 2.3.1 O Tangram no terceiro ciclo

Segundo os PCN's (1998), cada ciclo corresponde a duas séries do Ensino Fundamental, visto a evitar excessiva fragmentação de objetivos e conteúdos didáticos. Dentro de cada ciclo há eixos temáticos que são organizados a receber um tratamento didático contínuo, pois a aprendizagem ocorre quando há conteúdos trabalhados de diferentes maneiras e em diferentes momentos da escolaridade.

#### *Figuras geométricas*

As primeiras atividades propostas com o uso do Tangram estão inseridas no eixo temático, ou bloco Espaço e Forma, com estas atividades o aluno irá classificar as figuras geométricas utilizando as peças do mesmo.

Atividade 6: Com as sete peças do Tangram responda as questões abaixo:

- a) Existe alguma peça tridimensional? Caso a resposta seja afirmativa, qual é a explicação?
- b) Quantas peças são bidimensionais? Por quê?
- c) Existe alguma peça que não seja polígono? Caso a resposta seja afirmativa, qual é a explicação?
- d) Quantos polígonos de três lados têm? Qual é o nome desse polígono?
- e) Quantos polígonos de quatro lados têm? Qual é o nome desse polígono?

Atividade 7: Monte as seguintes figuras utilizando as sete peças do Tangram e responda as questões indicadas:

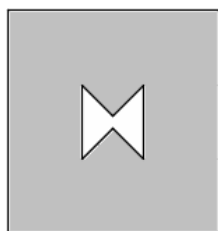


Figura 2.19

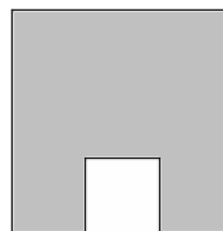


Figura 2.20

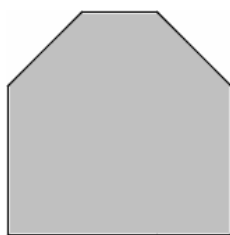


Figura 2.21

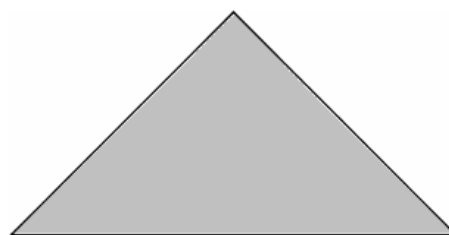


Figura 2.22

Figuras 2.19; 2.20; 2.21; 2.22: construções figurativas com o Tangram.

- a) Quais das figuras são polígonos não-convexos? Por quê?
- b) Quais das figuras são polígonos convexos? Por quê?

Comentários sobre as atividades 6 e 7:

De acordo com os PCN's, a geometria plana pode-se iniciar a partir da exploração de sólidos geométricos, associando a eles três dimensões: comprimento, largura e espessura, ou seja, um objeto tridimensional. Para identificar a figura bidimensional, ou figura plana, basta apoiar uma das faces do sólido geométrico numa superfície plana, se todos os seus pontos ficarem em contato com a superfície, então a figura é plana. Assim as peças do Tangram são exemplos de grandezas bidimensionais, ou seja, duas dimensões: comprimento e largura. A própria espessura da peça é desprezível.

Nestas atividades exploram-se também conceitos de polígonos (não-convexos e convexos) e suas classificações quanto aos lados, fazendo com que o aluno argumente suas resoluções podendo fazer uso da linguagem oral perante o grupo.

Atividade 8: Construa o que se pede abaixo explorando todas as formas possíveis:

- a) Construa utilizando duas peças: triângulos e quadriláteros.
- b) Construa utilizando três peças: triângulos e quadriláteros.
- c) Construa utilizando todas as peças: hexágono convexo.

Comentários sobre a atividade 8:

Dos itens a ser trabalhado com o aluno, pode surgir figuras iguais, apenas contendo diferenças pelas posições das peças, ou até mesmo da figura construída. O que explica este fato são as transformações isométricas (reflexão, rotação e translação) que podem ocorrer durante o desenvolvimento da atividade. No decorrer deste processo, o professor pode introduzir estes conceitos ou até mesmo retomá-los no momento.

Com a exploração de mais de uma forma que pode ser construída uma mesma figura, o professor pode intervir e pedir para que os alunos observem em quais aspectos as figuras se diferenciam, ou seja, se há lados paralelos, ângulos de mesma medida e ângulo reto. Os ângulos internos ao polígono podem ser constatados com o uso correto do transferidor.

No item c, os quatro possíveis hexágonos de ser construídos são não-regulares, podendo aí introduzir o conceito de regularidade de polígonos.

Atividade 9: Classificação dos triângulos construídos na atividade anterior. Use régua e compasso para verificação:

- a) Com duas peças do Tangram, quais triângulos foram construídos de acordo com as medidas de seus lados (isósceles, equilátero e escaleno) e com as medidas de seus ângulos internos (acutângulo, retângulo e obtusângulo)?
- b) Com três peças do Tangram, quais triângulos foram construídos de acordo com as medidas de seus lados (isósceles, equilátero e escaleno) e com as medidas de seus ângulos internos (acutângulo, retângulo e obtusângulo)?

Atividade 10: Classificação dos quadriláteros construídos na atividade 8. Use régua e compasso para verificação:

- a) Com duas peças do Tangram, quais paralelogramos podem-se construir? Existe outro quadrilátero, que não seja paralelogramo, formado por duas peças?
- b) Com três peças do Tangram, quais paralelogramos podem-se construir? Existe outro quadrilátero, que não seja paralelogramo, formado por três peças?

Comentários sobre as atividades 9 e 10:

Estas atividades são seqüências da atividade 8, onde a classificação de quadriláteros e triângulos é constituída. Cabe ao professor interagir com a sala para intervir adequadamente nos procedimentos e dar nomenclaturas às figuras formadas.

Na atividade 9, o aluno percebe a inter-relação da classificação do triângulo, onde ele pode ser classificado quanto aos lados ou com as medidas de seus ângulos internos.

Na atividade 10, o aluno conclui que o trapézio não está na família dos paralelogramos, por não possuir dois pares de lados opostos.

O uso do transferidor e régua possibilita estudar as diferenças entre os polígonos usando as medidas adequadas. Este procedimento é inserido, segundo os PCN's, dentro do bloco Grandezas e Medidas que é facilmente articulado com o bloco Espaço e Forma.

### ***Áreas, comprimentos e perímetros a partir da construção do Tangram usando a geometria.***

Atividade 11: Construa o Tangram dado no capítulo 2.1.1. Após a construção, faça o que se pede abaixo:

- a) A área total das sete peças é de  $256 \text{ cm}^2$ , sabendo que os dois triângulos grandes correspondem à metade desta área, calcule a área restante de cada peça.
- b) No conjunto de lados dos polígonos, correspondentes às sete peças, quantos comprimentos diferentes existem?
- c) Considere apenas dois hexágonos construídos na atividade 8. A área de um polígono é distinta de outro? Por quê? O perímetro de um polígono é distinto de outro?

Comentários sobre a atividade 11:

Durante a construção do Tangram com régua e compasso, o aluno se apropria da noção do todo, o quadrado, e a partir dele são feitas divisões usando conceitos de: ponto médio, segmentos de reta e intersecção de segmentos.

Para o cálculo das áreas do restante dos polígonos, o professor pode instigar o aluno a prosseguir o segundo passo da construção, obtendo os segmentos  $\overline{EI}$ ,  $\overline{EG}$  e  $\overline{MH}$ . Este procedimento faz com que o aluno visualize a composição das peças, onde estas são constituídas pelos triângulos pequenos. Para a outra metade do quadrado, podem-se reflexionar as figuras em torno da diagonal, concluindo assim a composição do todo pelos triângulos pequenos. Basta agora fazer sucessivas divisões de modo a obter a área de cada figura.

Para a resolução do item b, o aluno deverá proceder de forma correta, justapondo os lados e esquematizando seu desenvolvimento. Conclui-se então, a existência de quatro comprimentos distintos quanto ao conjunto de lados das figuras. Ressalta-se que todos os segmentos (lados) das figuras são múltiplos, não simultaneamente, de apenas dois segmentos distintos correspondentes aos lados do triângulo pequeno.

No item c, o aluno se depara diante de uma situação-problema, onde as noções de área e perímetro estão envolvidas, criando uma oportunidade para a compreensão destes conceitos de forma mais consistente.

### 2.3.2 O Tangram no quarto ciclo

Para continuar o ensino da geometria com o Tangram, é preciso formar uma rede de conteúdos significativos. A seleção de conteúdos para este ciclo incorpora novos elementos e amplia temas já trabalhados, sendo um dos objetivos de um trabalho em espiral.

Segundo a PROPOSTA CURRICULAR DE SANTA CATARINA (1998), o ensino de geometria no terceiro ciclo é abordado de uma forma mais experimental e exploratória. No ciclo seguinte passa a ter uma abordagem mais sistemática, momento em que se intensifica o uso do raciocínio dedutivo.

#### ***Quadriláteros***

A próxima atividade se constitui nas regularidades dos quadriláteros, posteriormente podendo trabalhar com suas propriedades e o diagrama de Venn.

Atividade 12: Classificação dos quadriláteros:

- a) Com duas peças do Tangram, quais paralelogramos podem-se construir?
- b) Com três peças do Tangram, quais paralelogramos podem-se construir?
- c) Com duas peças do Tangram, quais trapézios podem-se construir?

d) Com três peças do Tangram, quais trapézios podem-se construir?

Comentários sobre a atividade 12:

Na proposta do ciclo anterior, a atividade com quadriláteros abordou suas classificações quanto aos lados opostos serem paralelos ou não. Aqui se remonta estes conceitos introduzindo novas classificações aos paralelogramos e trapézios. Nestas construções é possível se obter paralelogramos: quadrados, retângulos e paralelogramos, e os trapézios: retângulos e isósceles. Para chegar a tais conclusões, o aluno deve analisar as figuras, e com o manuseio fazer conjecturas.

### ***Desenvolvimento de conceitos matemáticos a partir da construção do Tangram com o kirigami***

As atividades 13, 14 e 15 são sugestões para desenvolver conceitos matemáticos num conjunto de passos pela construção do Tangram.

Atividade 13: Construa as peças do Tangram, seguindo apenas os passos 1 e 2 dados no capítulo 2 item 2.1.2. Verifique as seguintes sentenças fazendo sua análise.

Quadro IV: Décima Terceira Atividade com o Tangram.

<b>Quanto ao quadrilátero <math>ABCD</math>:</b>	<b>Marque um X para a resposta certa</b>	
É um paralelogramo	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D}$	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
Todo quadrado é um paralelogramo	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
As diagonais do quadrado são: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
As diagonais são também eixos de reflexão	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não

Quadro V: Décima Terceira Atividade com o Tangram.

Quanto ao triângulo $BAD$ :	Marque um X para a resposta certa	
$\text{med}(\hat{A}) = 45^\circ$	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
$\overline{AB} = \overline{AD}$	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
É um triângulo retângulo isósceles	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
$\overline{AE}$ é bissetriz do ângulo de vértice A	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
$\triangle BAE \neq \triangle DAE$	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não

Atividade 14: Prossiga na construção do Tangram, apenas para os passos 3 e 4 dados no capítulo 2 item 2.1.2. Verifique as sentenças fazendo sua análise.

Quadro VI: Décima Quarta Atividade com o Tangram.

Quanto ao triângulo $CDB$ :	Marque um X para a resposta certa	
É um triângulo retângulo	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
Possui ângulo reto no vértice B	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
$\text{med}(\hat{D}) = \text{med}(\hat{B}) = 45^\circ$	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
Portanto é um triângulo retângulo isósceles	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
A mediana do ângulo reto também é bissetriz	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não

Quadro VII: Décima Quarta Atividade com o Tangram.

Quanto ao trapézio $DBGF$ :	Marque um X para a resposta certa	
É um paralelogramo	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
É um trapézio isósceles	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não

Atividade 15: Conclua a construção do Tangram, finalizando com o quinto passo dado no capítulo 2 item 2.1.2. Verifique as sentenças fazendo sua análise.

Quadro VIII: Décima Quinta Atividade com o Tangram.

<b>Quanto aos trapézios <math>HIFD</math> e <math>BGIH</math> :</b>	<b>Marque um X para a resposta certa</b>	
A região quatro é a metade da região cinco	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
As áreas dos triângulos, compreendidas pelas regiões quatro e seis, correspondem à área da região cinco.	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não

Comentários sobre as atividades 13, 14 e 15:

Sugestiona-se aplicar tais atividades durante o processo de construção do Tangram, de modo a fazer com que o aluno analise seus procedimentos. Tal experiência segundo RÊGO et al. (2003), é fundamental para a aprendizagem significativa, facilitando a construção de conceitos, por ter uma idéia perceptiva do objeto em estudo, na qual pode se apoiar e que lhe serve como elemento de motivação.

A descrição dos passos e as questões estimulam a aprendizagem, pois os elementos geométricos e suas nomenclaturas estão contextualizados.

Certas definições sobre os quadriláteros foram retomadas a instigar o raciocínio dedutivo. Para os conceitos de bissetriz e mediana foram expostos de modo a correlacioná-las num triângulo isósceles.

Assim, cabe ao professor conduzir adequadamente tais processos dando oportunidade aos alunos de comunicar suas idéias, resultados e experiências.

### ***Congruências***

As atividades 16, 17 e 18 trabalham com a definição de congruência de: segmentos, ângulos e triângulos. Um trabalho que retoma elementos e incorpora novos conceitos.

Atividade 16: Verifique as sentenças usando as peças do Tangram superpondo os lados. Marque um X na resposta certa.



Quadro IX: Décima Sexta Atividade com o Tangram.

Lado menor do triângulo pequeno é congruente ao lado do quadrado.	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
Lado maior do $TP$ é congruente ao lado menor do paralelogramo.	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
Lado maior do $TP$ é congruente ao lado maior do $P$ .	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
Lado maior do triângulo médio é congruente ao lado menor do triângulo grande.	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não
Dois lados maiores dos $TP$ 's são congruentes ao lado menor do $TG$ .	<input type="checkbox"/> sim	<input type="checkbox"/> não

Atividade 17: Responda as questões sobrepondo adequadamente às peças.

- Num conjunto de dois a dois, quais são as peças que contêm apenas um ângulo congruente à outra peça?
- Num conjunto de dois a dois, quais são as peças que contêm nenhum ângulo congruente à outra peça?
- Num conjunto de dois a dois, quais são as peças que contêm pelo menos dois ângulos congruentes à outra peça?

Atividade 18: Analise as sentenças justificando-as. Sobreponha as peças para constatações.

- Os dois triângulos pequenos são congruentes e semelhantes.
- O triângulo pequeno é congruente ao triângulo grande.
- O triângulo médio é semelhante ao triângulo pequeno.
- O triângulo médio é semelhante e congruente ao triângulo pequeno.

Comentários sobre as atividades 16, 17 e 18:

O conceito de mesma medida terá seu sinônimo empregado neste ciclo, a congruência. Com o manuseio das peças o aluno irá rever conceitos de congruência e passará a incorporar o conceito para os triângulos.

Ao superpor dois lados de polígonos e se ajustarem perfeitamente, significam que os dois lados têm a mesma medida, ou seja, são congruentes. Análogo à congruência de ângulos e triângulos.

Na atividade 18, através dos movimentos rígidos (reflexão, translação e rotação), o aluno identifica os elementos invariantes sobrepondo as peças de maneira a se ajustarem perfeitamente, construindo assim a noção de congruência.

Para BIGODE (1997 p. 150), o termo semelhança tem um significado preciso: “duas figuras geométricas dizem-se semelhantes sempre que puder ser transformada na outra através de ampliação, redução ou de um movimento rígido (translação, rotação ou reflexão)”. Assim conclui-se que figuras congruentes também são semelhantes.

### ***Ângulos complementares e suplementares***

E para finalizar o quarto ciclo utilizando o Tangram como recurso didático, segue uma atividade que se utiliza de conceitos de ângulos complementares e suplementares.

Atividade 19: Junte as peças de modo que os ângulos internos de cada polígono se tornem adjacentes:

- a) Com duas peças, é possível obter ângulos complementares? Quais peças foram utilizadas?
- b) Com duas peças, é possível obter ângulos suplementares? Quais peças foram utilizadas?
- c) Qual é a medida do ângulo obtuso do paralelogramo?

Comentários sobre a atividade 19:

Para esta resolução utilizam-se do fato que todos os triângulos do Tangram são retângulos isósceles, ou seja, os ângulos da base medem  $45^\circ$ . Justapondo o ângulo agudo de qualquer triângulo no ângulo obtuso do paralelogramo, conclui-se a medida deste ângulo.

Assim, no conjunto dos polígonos correspondentes às sete peças, existem três medidas de ângulos diferentes,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $135^\circ$ .

### 2.3.3 O uso do Tangram como jogo

O Tangram também pode ser utilizado nas aulas de matemática como jogo, primeiramente relatando sua lenda histórica, por ser o mais antigo jogo de montar inventado pelo homem.

Para montar as figuras que podem representar: figuras geométricas, letras do alfabeto, objetos, construções civis, animais, meios de transporte, algarismos, homem e outros, cabem a lei de sempre utilizar as sete peças sem as sobrepor. Há também o Tangram Duplo, onde as figuras são compostas por 14 peças, ou seja, dois Tangrams.

Dentre muitas atividades que o LEMAT desenvolve, uma delas é a apresentação do Tangram como “puzzles”, vocábulo correspondente ao nosso quebra-cabeça, mas para BARBOSA (1995), este termo vem embutido uma idéia educacionalmente depreciativa. Prefere-se, conseqüentemente, denominá-lo como atividades de desafio.

O aluno submetido a esta atividade, fica envolvido a montar as figuras, uma atitude positiva que o deixa feliz quando o conclui. De início o aluno enfrenta problemas para adequar corretamente as peças do Tangram, não compreendendo o mesmo como um todo. Mas, ao prosseguir nos desafios ele passa a resolver com maior rapidez, desenvolvendo assim sua concentração, orientação espacial e raciocínio. Dependendo do processo cognitivo, o professor pode desafiar o aluno a montar o Tangram a partir de figuras reduzidas, aumentando assim sua dificuldade.

Nesse ínterim, a criatividade leva os alunos a resolver a mesma atividade de maneiras diferentes, levando-os a discutir, justificar e comparar as diferentes soluções a partir dos conceitos de rotação, reflexão e translação. É nesta situação que está em jogo o próprio exercício do pensamento.

Havendo laboratório computacional na unidade escolar, o professor poderá utilizar o recurso da Internet. Há vários “sites” que disponibilizam o jogo Tangram como um “software free”. A maioria destes “softwares” apresenta níveis de dificuldade, possibilitando ao aluno fazer sua escolha.

Para TEIXEIRA & ROCCO (2006), há mais de 1700 figuras distintas formadas com o Tangram. Seguem abaixo algumas delas:

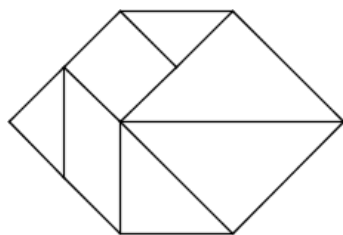


Figura 2.23: figura geométrica

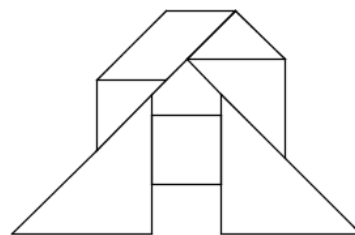


Figura 2.24: letra do alfabeto

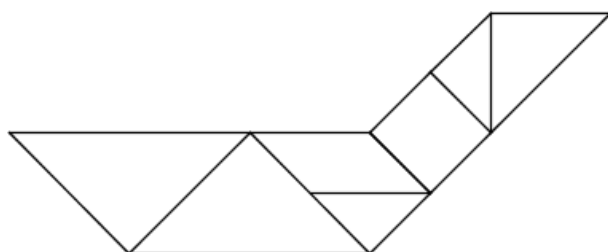


Figura 2.25: objeto

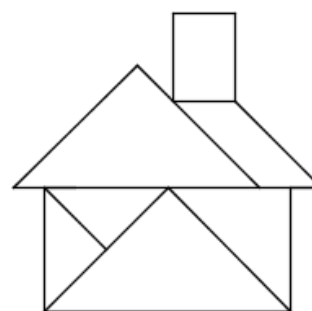


Figura 2.26: construção civil

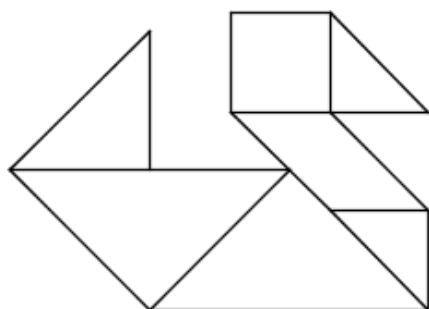


Figura 2.27: animal

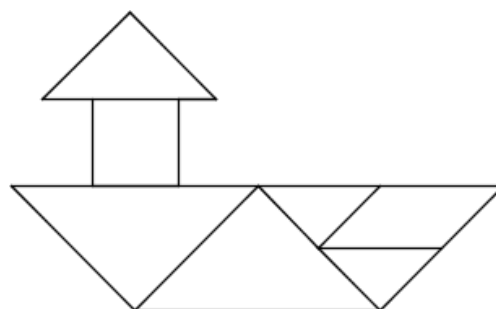


Figura 2.28: meio de transporte

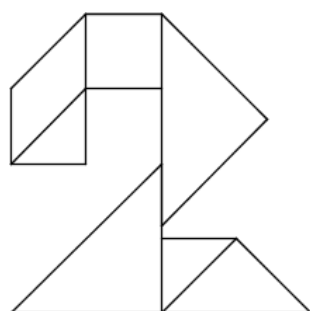


Figura 2.29: algarismo

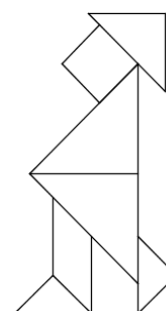


Figura 2.30: homem

## Capítulo 3 – O Geoplano

Ao contrário do Tangram, o Geoplano não surgiu de uma lenda, pois foi justamente elaborado para sanar dificuldades em conceitos matemáticos. O material foi criado pelo professor Caleb Gattegno, do Institute of Education, London University. GATTEGNO (1961) apud KNIJNIK et al. (2004, p. 5-6). Após descrever os diferentes tipos de geoplanos que podem ser construídos, Gattegno afirma:

“Todos os geoplanos têm indubitável atrativo estético e foram adotados por aqueles professores que os viram ser utilizados. Podem proporcionar experiências geométricas a crianças desde cinco anos, propondo problemas de forma, dimensão, de simetria, de semelhança, de teoria dos grupos, de geometria projetiva e métrica que sevem como fecundos instrumentos de trabalho, qualquer que seja o nível de ensino.”

Os diferentes geoplanos que Gattegno se refere são: geoplano quadrado (figura 3.1), treliçado (figura 3.2), circular (figura 3.3) e oval (figura 3.4). Eles possuem pregos em determinada distribuição para prender os elásticos, podendo ser confeccionados em madeira. A palavra geoplano vem da junção geo = geometria e plano = superfície plana (MALLMAN, 2005).

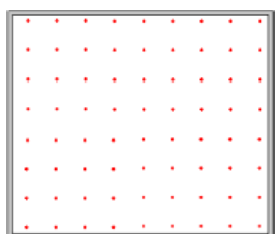


Figura 3.1: geoplano quadrado

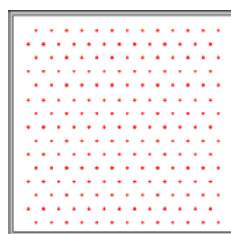


Figura 3.2: geoplano treliçado

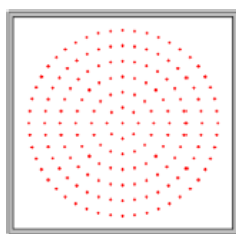


Figura 3.3: geoplano circular

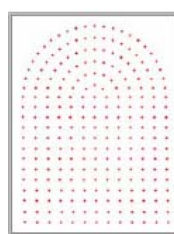


Figura 3.4: geoplano oval

Neste capítulo aborda-se o geoplano quadrado (figura 3.1), que é uma rede de quadriculados traçada por meio de marcas no tabuleiro e nos vértices dos quadrados que o formam são colocados os pregos. Conforme o nível desejado de trabalho, os modelos podem variar pela quantidade de pregos (LEIVAS, 2005). Usa-se neste estudo o geoplano quadrado contendo 25 pregos, ou seja, 5 X 5.

Para a construção do geoplano quadrado precisa-se de: tábua de madeira com 25 centímetros de lado, 25 pregos, martelo, lápis para madeira, régua e esquadro. Durante a construção, o uso correto destes materiais colabora para o aprendizado de ângulo reto e noção de medida, estipulando uma distância de 4 centímetros para cada prego. Vê-se que este material é um recurso barato possibilitando seu uso em qualquer escola.

Para MARINO (2000), a manipulação do Geoplano por parte do aluno, deve ser seguida de registro de experiência no Geoplano de papel, permitindo-lhe o desenvolvimento de destrezas no traçado de figuras e um trabalho escrito.

Além de o Geoplano ser um material possível de se construir, ele também é disponibilizado na Internet como um “software free”. Um dos “sites” que apresentam o Geoplano Computacional foi desenvolvido pelo Departamento de Informática e Estatística na UFSC (Universidade Federal de Santa Catarina) coordenado pela professora Edla Ramos, classificado como “software heurístico”, pois permite o aluno aprender através de suas próprias descobertas.

O intuito neste capítulo é direcionar tal material para discernir semelhança e “parecido” nas figuras poligonais, e focar simultaneamente as noções de perímetro e área através de atividades.

### **3.1 Semelhança versus “Parecido”**

De acordo com LELLIS & IMENES (1994) o currículo consensual localiza o estudo da semelhança no final do quarto ciclo. Geralmente estuda-se apenas a semelhança de triângulos, explorando somente as relações entre comprimentos e ângulos. Perdendo assim, a oportunidade de se relacionar com áreas, perímetros e proporções na Geometria Plana.

As atividades 1 e 2 consistem em fixar (ou introduzir) conceitos de semelhança, desenvolver a percepção visual e destrezas motoras. Discutindo se os polígonos obtidos são simplesmente “parecidos” ou semelhantes, e também os relacionando com seus perímetros e áreas.

Atividade 1: Represente no geoplano as seguintes figuras, considerando a distância de um prego a outro 1 u.c. (uma unidade de comprimento). Analise a existência de figuras semelhantes. Caso não haja semelhança, verifique quais elementos não correspondem à semelhança de polígonos.

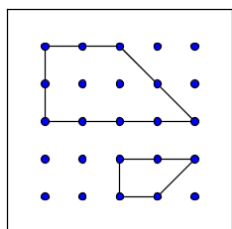


Figura 3.5

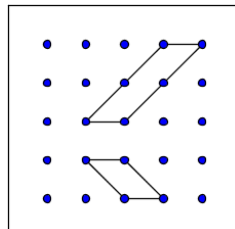


Figura 3.6

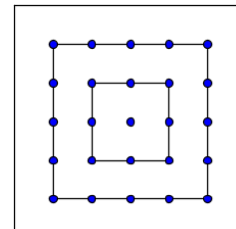


Figura 3.7

Figuras 3.5; 3.6; 3.7: construções figurativas no Geoplano.

Comentários sobre a atividade 1:

Para solucionar tal atividade, é preciso conceituar (ou recapitular) o conceito de semelhança procurando fixar as duas condições: todos os ângulos possuem mesma medida e os lados correspondentes são proporcionais, descobrindo a sua razão  $k$ .

Nas figuras 3.5 e 3.7 há o movimento de ampliação (ou redução) enfatizado pelos PCN's (1998) como um bom ponto de apoio à construção do conceito de semelhança.

Discute-se na figura 3.6, que os paralelogramos são apenas “parecidos”, pois não há proporcionalidade quanto aos lados dos mesmos.

O fato das disposições dos polígonos se apresentarem diferentes faz com que o aluno tenha uma percepção visual adequada à situação, talvez para uma maior verificação, podendo girar a tábua do geoplano e constatar se realmente a figura está ampliada (ou diminuída).

Todas as respostas das atividades com o Geoplano estão no Anexo 2.

Atividade 2: Represente no geoplano as seguintes figuras, considerando a distância de um prego a outro 1 u.c. (uma unidade de comprimento) e o quadrado menor como uma unidade de área (1 u.a.). Analise a existência de figuras semelhantes, relacionando-as com seus perímetros e áreas.

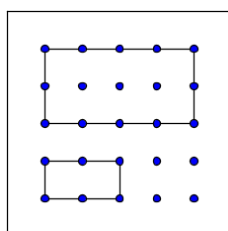


Figura 3.8

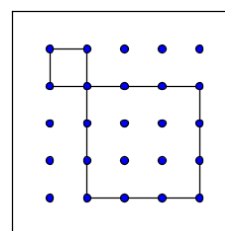


Figura 3.9

Figuras 3.8; 3.9: construções figurativas no Geoplano.

Comentários sobre a atividade 2:

O modo de condução desta atividade é importante, porque com ela pode-se introduzir (ou recapitular) relação entre perímetros e lados dos polígonos semelhantes, e também verificar se há relação entre perímetro e área das figuras ampliadas (ou diminuídas).

Primeiramente, o professor poderá levantar a hipótese que ao dobrar os lados do retângulo (figura 3.8) dobrará o perímetro do retângulo semelhante gerado. A verificação é facilitada com o uso do geoplano. Em seguida, pede-se para que verifiquem se a razão entre seus perímetros é igual à razão entre seus lados, para este processo implica-se usar o conceito de frações equivalentes, a igualdade gerada é uma das propriedades de semelhanças de polígonos.

Assim, a proporcionalidade não acontece entre a razão das áreas com a razão dos lados. Pois, ao triplicar o perímetro (figura 3.5), seus comprimentos estão na razão 1 para 3, mas a razão entre suas áreas é outra: 1 para  $3 \times 3$ , isto é 1 para  $3^2$ .

A próxima atividade parte de um mesmo processo para o pentágono e triângulo, gerando figuras “parecidas” e semelhantes, respectivamente. Abordando simultaneamente duas propriedades específicas de semelhança de triângulos.

Atividade 3: Represente no geoplano as seguintes figuras, considerando a distância de um prego a outro 1 u.c. (uma unidade de comprimento). Analise a existência de figuras semelhantes.



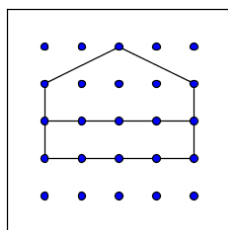


Figura 3.10

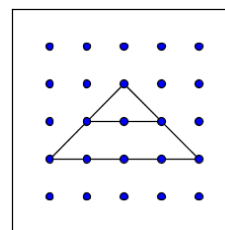


Figura 3.11

Figuras 3.10; 3.11: construções figurativas no Geoplano.

Comentários sobre a atividade 3:

Na figura 3.10 o pentágono maior foi diminuído por um segmento paralelo a um de seus lados, esses pentágonos têm ângulos iguais, mas não são semelhantes porque dois lados diminuiram enquanto outros não mudaram.

Esse mesmo processo foi aplicado na figura 3.11, conservando seus ângulos iguais, pois ao diminuir o triângulo por um segmento paralelo a um de seus lados, conseqüentemente todos os lados modificaram. Por outro lado, vemos também a proporcionalidade entre seus lados. Neste caso aplicam-se duas propriedades de semelhança entre triângulos, ou seja, os ângulos correspondentes são iguais e os lados homólogos são proporcionais. Conclui-se aí, que basta a existência de uma dessas propriedades para que ocorra a semelhança entre triângulos.

### 3.2 Área e Perímetro

Os conceitos de área e perímetro quando trabalhados em consonância com os PCN's são explorados desde as séries iniciais. Explorar esses conceitos significa trabalhar com noção de medida. E medir é comparar grandezas de mesma natureza. Na antiguidade o homem usava partes do corpo como padrões de medida. Atualmente, é usado o Sistema Métrico Decimal em todo o mundo, constituindo o metro como padrão de medida. A exceção ocorre na Inglaterra, que usa padrões como o pé e outros.

Na discussão dos conceitos de área e perímetro, é comum fazer uso da distinção entre uma medida linear (perímetro) e uma medida de superfície (área), estabelecendo a unidade linear como 1 u.c. (uma unidade de comprimento) e para área 1 u.a. (uma unidade de área). Com o geoplano pode-se estabelecer a unidade de comprimento como à distância de um prego a outro, e sua área é o quadrado que tem como lado a unidade de comprimento.

Enfatizando a abordagem simultânea dos conceitos de área e perímetro, segue atividades que permitem o aluno discernir esses conceitos através de suas atitudes de elaboração de estratégias e análise.

Atividade 4: “Para cada um dos polígonos abaixo construir no geoplano um outro que tenha mesma área, porém de formato diferente. Calcular os perímetros de todas as figuras” (KNIJNIK et al. 2004, p.49).

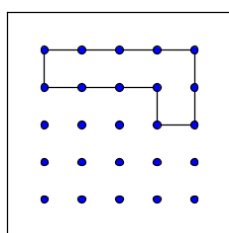


Figura 3.12

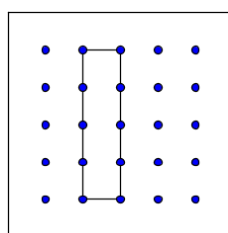


Figura 3.13

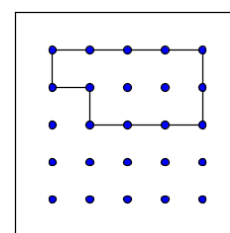


Figura 3.14

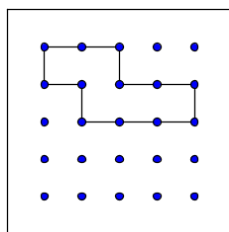


Figura 3.15

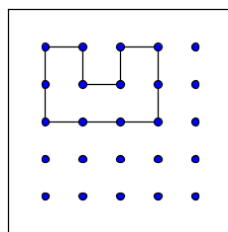


Figura 3.16

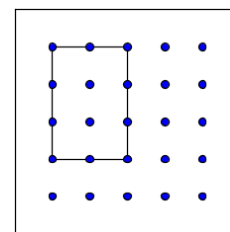


Figura 3.17

Figuras 3.12; 3.13; 3.14; 3.15; 3.16; 3.17: construções figurativas no Geoplano.

Comentários sobre a atividade 4:

Esta atividade abre a discussão das possibilidades de haver polígonos de mesma área e perímetros diferentes, ou também polígonos de mesmo perímetro e áreas diferentes.

Atividade 5: Construa, utilizando o Geoplano, dois retângulos que tenham o mesmo perímetro de doze unidades de comprimento, e preencha o quadro abaixo.

Quadro X: Quinta Atividade com o Geoplano.

<b>Retângulo</b>	<b>A</b>	<b>B</b>
Largura		
Comprimento		
Perímetro	12	12
Área		

Comentários sobre a atividade 5:

Ao solucionar, o aluno poderá construir um quadrado, cabendo ao professor relembrar que todo quadrado é retângulo. Surge aí uma outra atividade possibilitando uma discussão sobre a existência de figuras de mesmo perímetro, mas com áreas distintas. As respostas vindo do aluno estão de acordo com os PCN's, pois surge possibilidade de resolução com mais de uma forma correta, sendo que o aluno deverá reconhecê-la.

Atividade 6: Construa no geoplano, dois polígonos distintos que representem a mesma situação a seguir: “O perímetro de um polígono aumenta duas vezes e sua área fica aumentada em três vezes”. A partir de quais polígonos você reproduziu esta situação?

Comentários sobre a atividade 6:

Esta atividade faz com que o aluno resolva validando seus conhecimentos através da contagem das respectivas áreas e perímetros. Utilizando-se de procedimentos e analisando qual deles é o mais adequado no momento. Concluindo assim, que para esta situação são geradas apenas figuras “parecidas”.

Atividade 7 Represente no geoplano a figura abaixo. Como dobrar esta área, através de movimentos rígidos (rotação, translação e reflexão) e mais 2 u.m.? Qual será seu perímetro final?

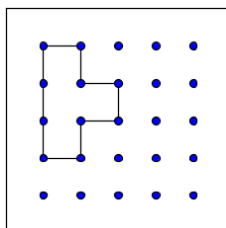


Figura 3.18

Figura 3.18: construção figurativa no Geoplano.

Comentários sobre a atividade 7:

Para a resolução desta atividade, o aluno deverá perceber que ao mudar a posição de cada unidade de medida irá alterar apenas a área, mas ao acrescentar duas unidades de medida o resultado dará numa área que é o dobro da inicial. Recomenda-se o aluno registrar seus procedimentos no papel quadriculado. Esta atividade envolve outros conceitos além de área e perímetro, pois ao resolver usará de movimentos rígidos que possivelmente já foram aprendidos.

## Capítulo 4 – Considerações Finais

O fato de abordar atividades utilizando-se de materiais concretos como o Tangram e o Geoplano destacam-se pela necessidade de envolver o ensino da matemática com a aplicabilidade real destes materiais em sala de aula.

O presente estudo priorizou abordar novas atividades daquelas comumente vistas em artigos sobre o ensino da matemática. A proposta trata de influir na capacidade do docente para realizar inovação introduzindo a quebra de rotina que os materiais Tangram e Geoplano proporcionam, permitindo interações com os entes a serem estudados.

Assumem-se os materiais concretos como meio de exploração e investigação, como ferramenta para a aprendizagem significativa da matemática na construção de conceitos.

No entanto, a utilização de material concreto na sala de aula exige do professor algumas ações, como: dar um tempo ao aluno para a exploração e familiarização do material, abrir espaço para discussão das atividades feitas (possibilitando a reflexão), possibilitar a argumentação, e procurar conhecer bem o material antes de ser explorado (MOTTIN, 1975).

Para LORENZATO (1995) além da utilização destes materiais, é preciso que em sala de aula, o professor assuma a postura de orientador conduzindo o aluno à descoberta. Para isso, algumas questões devem estar presentes, como:

“Por que você pensa assim?  
Como você chegou a essa conclusão?  
Isso vale para outros casos?  
Como isso pode ser dito de outro modo?  
É possível representar essa situação?  
O que isto quer dizer?  
Existem outras possibilidades?” (p.11).

Algumas destas perguntas possibilitam diferentes estratégias ou caminhos para obtenção da solução, induzindo os alunos a estabelecer critérios que podem ser considerados como solução. De modo geral elas favorecem a visualização, exploração, experimentação, análise, imaginação, criatividade e podem ser adaptadas ao nível do aluno.

Pode-se dizer que com a experiência adquirida em feiras de ciências e oficinas, o Tangram desenvolve no aluno o raciocínio rápido, atitude positiva perante as dificuldades e paciência. Quanto ao Geoplano o desenvolvimento da percepção visual e a aquisição de conceitos matemáticos são fortalecidos.

A partir destas experiências e estudos sobre o Tangram e o Geoplano, fazem-se algumas sugestões para trabalhos futuros. Uma delas é trabalhar com o Tangram o conceito de números racionais na sua forma percentual.

E com o Geoplano abre possibilidades para trabalhar no Ensino Médio com teoria dos Números, mais especificamente com noções de probabilidade e com as propriedades do Triângulo de Pascal.

Assim, abre-se um leque de trabalhos futuros abordando novos conceitos matemáticos constituindo uma nova forma de trabalho diferente do ensino tradicional.

## Referências Bibliográficas

- BARBOSA, R. M. **Descobrimdo Padrões em Mosaicos**. São Paulo, Atual, 1998.
- BARBOSA, R. M. Semelhança: Atividades de Replicação. Uma proposta metodológica. **Revista A Educação Matemática**. n. 4, p. 21-30, 1995.
- BIFFI, Darcy de Liz. **Conceito de Frações através do Estudo dos Registros de Representação**. Dissertação de mestrado. Florianópolis, UFSC, 2001.
- BIGODE, A. J. L. **Matemática Atual - 8ª**, São Paulo, Atual, 1997.
- BITTAR, M.; FREITAS, J. L. Magalhães de. **Fundamentos e Metodologia de Matemática para os Ciclos Iniciais do Ensino Fundamental**. Campo Grande, UFMS, 2005.
- KALEFF, A. M. M. R. Et al. **Quebra-Cabeças Geométricos e Formas Planas**, 2 ed. São Paulo, Eduff.
- KNIJNIK, Gelsa. Et al. **Aprendendo e Ensinando Matemática com o Geoplano**. Ijuí, Unijuí, 2004.
- LEE, Roger. **Tangram**. Isis, 2003.
- LEIVAS, J. C. P. **Geoplano**. Rio Grande, FURG, 2005. Disponível em <[mathematikos.psico.ufrgs.br/textos/geoplan.pdf](http://mathematikos.psico.ufrgs.br/textos/geoplan.pdf)> . Acesso em janeiro, 2007.
- LELLIS, M.; IMENES, L. M. O Currículo Tradicional e a Educação Matemática. **Revista A Educação Matemática**, n. 2, p. 5-12, 1994.
- LIMA, V. S.; BRITO, M. R.F. Mapeamento Cognitivo e a Formação do Conceito de Frações. **Psicologia da Educação Matemática**. Teoria e Pesquisa. Florianópolis, Insular, 2005.
- LORENZATO, S. Por que não Ensinar Geometria? **Revista A Educação Matemática**. n. 4/1º Sem, p. 3-13, 1995.
- MACHADO, R. M. **Minicurso: Explorando o Geoplano**. Campinas, UNICAMP. Disponível em <[www.bienasbm.ufba.br/M11.pdf](http://www.bienasbm.ufba.br/M11.pdf)> . Acesso em novembro, 2006.
- MALLMANN, M. E. et al. **Geoplano e Análise Combinatória: construindo o conhecimento matemático no trabalho cooperativo**. Canoas, ULBRA & UPF, 2005.
- MARIÑO, A. El Geoplano un Recurso Manipulable para la Comprensión de la Geometria. **Revista Educación Integral. Reflexiones y Experiencias**. Ano 3, n. 3 e 4, 2000.
- MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **O Ensino de Matemática**. 3º ed. São Paulo, Atual, 1986

MOTTIN, E. Recursos didático-pedagógicos para o ensino da matemática. **Revista Perspectiva**. v.1, n°1, EdiFAPES, Erechim, 1975.

PCN's – **Parâmetros Curriculares Nacionais: 5<sup>a</sup> à 8<sup>a</sup>**. Brasília, Secretaria da Educação, 1998.

**PROPOSTA CURRICULAR DE SANTA CATARINA**. Florianópolis, Secretaria da Educação, 1998.

RAMOS, E. **Geoplano – Software Educacional**. Florianópolis, UFSC. Disponível em <<http://www.inf.ufsc.br/~edla/projeto/geoplano/index.html>>. Acesso em janeiro, 2007

RAMOS, L. F. **Frações sem mistérios**. 8<sup>a</sup> ed. São Paulo, Ática

RÊGO, G. Et al. **A Geometria do Origami**. João Pessoa, UFPB, 2003.

RODRIGUES, R. A. **A Interação no Processo de Ensino-Aprendizagem em Matemática**. Dissertação de mestrado. Florianópolis, UFSC, 2002.

SILVA, M. J. F da. **Sobre a Introdução do conceito de Número Fracionário**. Dissertação de mestrado. São Paulo, PUC, 1997.

TEIXEIRA, A. A. C.; ROCCO, C. M.K. **Tangram e Matemática**. Cascavel, 2006. Disponível em <[www.mat.ufpr.br/foz2006db/resumos/MS02-0630135056.pdf](http://www.mat.ufpr.br/foz2006db/resumos/MS02-0630135056.pdf)>. Acesso em dezembro, 2005.

VIEIRA, J.F.D. **Diferentes tipos de Tangrans**. Disponível em <<http://www.mathematika.pop.com.br/teoria.html>>. Acesso em dezembro, 2006.



**ANEXOS**

**ANEXO 1 – RESPOSTAS DAS ATIVIDADES COM O TANGRAM.**

Atividade 1:

- a) São necessários dois triângulos pequenos para recobrir o triângulo médio, dois triângulos pequenos para recobrir o paralelogramo, dois triângulos pequenos para recobrir o quadrado, quatro triângulos pequenos para recobrir o triângulo grande e dezesseis triângulos pequenos para recobrir o todo.

b)

<b>Peça</b>	<b>Fração correspondente à parte do todo</b>
Triângulo pequeno	$\frac{1}{16}$
Triângulo médio	$\frac{1}{8}$
Triângulo grande	$\frac{1}{4}$

Atividade 2:

- a) São necessários quatro triângulos médios para recobrir o todo.

b)

<b>Peça</b>	<b>Fração correspondente à parte do todo</b>
Triângulo médio	$\frac{1}{4}$

Atividade 3:

<b>Situação</b>	<b>Fração que representa a situação</b>
Um triângulo pequeno está para um paralelogramo	$\frac{1}{2}$

Dois triângulos médios estão para um triângulo pequeno	$\frac{4}{1} = 4$
Um quadrado está para um triângulo pequeno	$\frac{2}{1} = 2$
Um triângulo pequeno está para dois quadrados	$\frac{1}{4}$
Um quadrado e um triângulo pequeno estão para um triângulo grande	$\frac{3}{4}$

Atividade 4:

a)  $\frac{1}{4}$ ; b)  $\frac{1}{2}$ ; c)  $\frac{1}{2}$ ; d)  $\frac{1}{2}$ ; e)  $\frac{2}{4}$ ; f)  $\frac{1}{16}$ .

Atividade 5:

- a) As duas frações representam dois quadrados.
- b) Dois triângulos pequenos; quatro triângulos pequenos; três triângulos pequenos (respectivamente).
- c) Ambas as respostas correspondem a oito triângulos pequenos.

Atividade 6:

- a) Não existe nenhuma peça do Tangram Chinês que seja tridimensional.
- b) As sete peças são bidimensionais.
- c) Não. Todas as peças são polígonos.
- d) Há cinco polígonos de três lados. Esses polígonos são triângulos.
- e) Há dois polígonos de quatro lados. Esses polígonos são quadriláteros.

Atividade 7:

- a) Figuras 2.19 e 2.20, pois ao traçar um segmento na região interna do polígono, encontrará uma parte deste segmento não contido na região interna do mesmo.

- b) Figuras 2.21 e 2.22, pois ao traçar um segmento na região interna do polígono, todo o segmento estará contido na região interna do mesmo.

Atividade 8:

- a) Há dez possibilidades de construção de triângulos e quadriláteros.
- b) Há catorze possibilidades de construção de triângulos e quadriláteros.
- c) Há quatro possibilidades de construção de hexágonos convexos.

Atividade 9:

- a) Triângulos retângulos isósceles.
- b) Triângulos retângulos isósceles.

Atividade 10:

- a) Com duas peças podem-se construir diferentes paralelogramos. Existe o trapézio que pode ser formado por duas peças e não é paralelogramo.
- b) Com três peças podem-se construir diferentes paralelogramos. Existe o trapézio que pode ser formado por três peças e não é paralelogramo.

Atividade 11:

- a) Paralelogramo, quadrado e triângulo médio correspondem à  $32 \text{ cm}^2$  ; o triângulo grande corresponde à  $64 \text{ cm}^2$  e o triângulo pequeno corresponde à  $16 \text{ cm}^2$ .
- b) Há quatro comprimentos diferentes quanto ao conjunto de lados dos polígonos.
- c) Resposta do aluno, depende de quais hexágonos o aluno for considerar para o cálculo de área e perímetro.

Atividade 12:

- a) Os próprios paralelogramos e também quadrados.
- b) Os próprios paralelogramos, retângulos, quadrados e losangos.
- c) Trapézios retângulos, isósceles e retângulos isósceles.
- d) Trapézios retângulos, isósceles e retângulos isósceles.

Atividade 13:

Respostas do quadro IV: sim; sim; sim; sim; não e sim (respectivamente).

Respostas do quadro V: não; sim; sim; sim e não (respectivamente).

Atividade 14:

Respostas do quadro VI: sim; não; sim; sim e sim (respectivamente).

Respostas do quadro VII: não e sim (respectivamente).

Atividade 15:

Respostas do quadro VII: sim e sim (respectivamente).

Atividade 16:

Respostas do quadro VIII: sim; não; sim; sim e não (respectivamente).

Atividade 17:

- a) Triângulo pequeno com quadrado, triângulo médio com quadrado e triângulo grande com quadrado.
- b) Paralelogramo com quadrado.
- c) Triângulo pequeno com triângulo médio, triângulo médio com triângulo grande e triângulo pequeno com triângulo grande, paralelogramo com triângulo pequeno, paralelogramo com triângulo médio e paralelogramo com triângulo grande.

Atividade 18:

- a) Sim;
- b) Não;
- c) Sim;
- d) Apenas semelhante.

Atividade 19:

- a) Sim, é possível. Paralelogramo com triângulo pequeno, paralelogramo com triângulo médio, paralelogramo com triângulo grande, triângulo pequeno com triângulo pequeno, triângulo pequeno com triângulo médio, triângulo médio com triângulo grande, triângulo pequeno com triângulo grande.

- b) Sim, é possível. Quadrado com triângulo pequeno, quadrado com triângulo médio, quadrado com triângulo grande, paralelogramo com triângulo pequeno, paralelogramo com triângulo médio, paralelogramo com triângulo grande, triângulo pequeno com triângulo pequeno, triângulo pequeno com triângulo médio, triângulo médio com triângulo grande, triângulo pequeno com triângulo grande.
- c) A medida é de  $135^\circ$ .

**ANEXO 2 - RESPOSTAS DAS ATIVIDADES COM O GEOPLANO.**

Atividade 1:

As figuras 3.5 e 3.7 são semelhantes. Logo a figura 3.6 não é semelhante, pois não há proporção entre os lados homólogos dos polígonos.

Atividade 2:

A resposta está na página 31.

Atividade 3:

A resposta está na página 32.

Atividade 4:

Resposta do aluno. Basta obter uma figura de mesma área e formato diferente.

Atividade 5:

Retângulo A: Largura: 2; Comprimento: 2; Perímetro: 8; Área: 4.

Retângulo B: Largura: 1; Comprimento: 3; Perímetro: 8; Área: 3.

Atividade 6:

Pode-se representar a situação a partir de um quadrado e um retângulo, de forma que suas áreas tripliquem e seus perímetros dobrem.

Atividade 7:

Será de 12 u.c. (unidades de comprimento), pois foram apenas acrescentadas duas unidades de comprimento para dobrar a área inicial apresentada.