Vol. V OUTUBRO-NOVEMBRO-DEZEMBRO 1931 N.os 3, 4 e 5

EDUCAÇÃO

ORGÃO DA DIRECTORIA GERAL DO ENSINO DE SÃO PAULO

SUMMARIO:

S. PAULO — BRASIL

QUANTIDADES POSITIVAS E NEGATIVAS

Francisco E. de Aquino Leite

A leitura do artigo publicado em o numero de Outubro de 1930, da *"Educação"*, pelo ilustrado professor sr. A. Firmino de Proença, despertou-nos a idéa de publicar o pequeno estudo junto, ampliado do primitivo original, afim de concorrer para facilitar a compreensão da noção de quantidades *positivas e negativas*, tanto quanto a das operações com elas efetuadas.

Este pequeno trabalho foi esboçado em 1911, aproximadamente, e dele apresentámos cópia ao nosso prezado amigo e ilustrado companheiro de trabalho no Gínasio local, dr. Fabio de Sá Barreto, que o aplicou com resultado satisfatorio nas suas classes de algebra, conforme nos declarou.

A julgarmos pelo que conosco acontecia, quando estudámos essa materia — empregam-se essas noções empiricamente e opera-se com quantidades positivas e negativas, *mecanicamente*, sem que se trate, primeiro, de demonstrar e esclarecer a natureza dessas noções, para fazê-las compreendidas pelos alunos, como é justo fosse feito, por meio do emprego de qualquer processo apropriado, sendo que o diagrama é o que melhor se presta a esse fim.

Dada a natureza *abstrata* dessas noções — mórmente a de quantidade *negativa*, de dificil compreensão para a inteligencia infantil, e mesmo para a do adolescente — é que achamos inteiramente descabida e até absurda, a intromissão do ensino desenvolvido de algebra associado ao de aritmetica, a ponto de se querer extendê-lo ao "curso primario", como se vem tentando praticar nestes ultimos tempos, grave erro tanto de didática quanto de metodologia, conforme o nosso juizo desvalioso.

Que se introduza a idéa da "generalização" dos valores das quantidades aritmeticas, para simplificar a resolução e compreensão dos problemas, é admissivel, mas daí a admitir-se o ensino hibrido das duas materias aplicado ao "curso primario", vai grande distancia. Assim procedendo não só se sobrecarrega o ensino de ambas, feito simultaneo, como se retarda, ao mesmo tempo, com prejuizo dele, o conhecimento da mais pratica e util delas, a aritmetica.

Os proprios autores, nos compendios de algebra, não se esforçam, como deviam, por esclarecer essas noções que são transmitidas apenas empiricamente, e aplicadas mecanicamente.

Wentworth, na sua "Complete Algebra", estabelece claramente a distinção entre o emprego dos sinais, + (mais) e, — (menos), como sinais de "operação", tanto em aritmetica, quanto em algebra, porêm de uso exclusivo nesta ultima disciplina, como sinais distintivos de "quantidade", *positiva* e *negativa*, respetivamente. Não desenvolve, porém, de modo completo, a demonstração da adição e subtração de quantidades *positivas* e *negativas*, empregadas em algebra, de acordo com essa distinção.

Por esses motivos e por nos parecer de utilidade, resolvemos ampliar, para ser divulgado, este pequeno e modesto estudo a respeito da noção de quantidades *positivas* e *negativas* e da demonstração das operações com elas efetuadas, expressas por valores numericos, os quais podem ser generalizados e aplicados, com igual vantagem, ás operações de quantidades algebricas.

***

Convencionou-se dar o nome de "negativa" a qualquer quantidade tomada em *sentido oposto* ao de outra que lhe corresponde, considerada *real* e "positiva", a qual tem sempre *preferencia* ou *precedencia*, e apresenta sempre maior proveito ou *conveniencia*, em relação á "negativa", que se lhe opõe.

Assim, as noções de "extensão" e "direção", tomadas no sentido de — para a *frente*, para a *direita*, para *cima*, para *dentro*, etc. são consideradas "positivas", correspondendo-lhes, respetivamente, as "negativas", tomadas no sentido oposto, de — para *trás*, para a *esquerda*, para *baixo*, para *fóra*, etc.

Semelhantemente se consideram "positivas", as noções de *lucro*, *credito*, *augmento*, *adiantamento*, etc., em relação ás "negativas" que lhes correspondem respetivamente, e a elas se opõem, de — *perda*, *debito*, *diminuição*, *atrazo*, etc.

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Por meio de diagrama aplicado á *extensão* e *direção*, póde ser explicado e demonstrado o emprego dos numeros *positivos* e *negativos*, por si mesmos, quando operados entre si, e repetidos.

Para esse fim, numa recta indefinida, traçada da esquerda para a direita, tome-se um ponto o (zero) que a divida em duas partes (semi-rectas); convencione-se que, a partir de *zero*:

a) a parte, á *direita*, tem a direção positiva, de modo que os numeros nela tomados nessa direção, representando distancia, são *"positivos'*; em oposição;

b) a parte, á *esquerda*, tem a direcção *negativa*, e os numeros nela tomados, nessa direção, são, portanto, "negativos";

c) qualquer numero *negativo* póde ser tomado sobre a linha de direção *positiva*, porém, — para a *esquerda*, na direção *negativa*, oposta á dessa linha — e vice-versa, qualquer numero *positivo* póde ser tomado sobre a linha de direção *negativa*, — para a *direita*, na direção *positiva*, oposta á dessa linha;

d) o sinal + (mais) indica a direção *positiva*, em que o numero é tomado, e o sinal — (menos), a direção *negativa;*

e) os numeros afetados dos sinaes, + e —, são chamados *numeros algebricos*, *constituem* objeto particular da algebra, e não são usados nem teem significação em aritmetica;

f) os numeros independentes do seu sinal, chamam-se *absolutos*, e indicam o lugar que um numero, *positivo* ou *negativo*, ocupa na serie respetiva.

Torna-se evidente que, para a "adição".

1.º — a contagem ou a soma de dois ou mais numeros *positivos* é representada pela linha, á direita, na direção *positiva*, indicada pelo sinal + (mais), a partir de *zero*, ponto *inicial* da primeira parcela, ao ponto *terminal*, extremo da ultima, contando o valor *absoluto* de cada uma delas, sucessivamente;

2.º — a contagem ou a soma de dois ou mais numeros *negativos* é representada semelhantemente, com a diferença que se opera para a *esquerda*, na direção oposta, *negativa*, indicada pelo sinal — (menos);

3.º — a soma de numeros *positivos* e *negativos*, é dada pela linha que vae de *zero* ao extremo da ultima parcela, para a *direita-positiva* ou *esquerda-negativa*, contando o valor absoluto de cada uma, sucessivamente, como nos dois casos anteriores, cada qual na direção indicada pelo sinal respetivo.

Na adição algebrica, distinguem-se, portanto, dois casos o primeiro dos quaes se desdobra em outros dois, a saber:

1.º — Os numeros teem todos o *mesmo* sinal, isto é, são (a) todos *positivos*, ou (b) todos *negativos*, e operam-se de accordo com a

Regra: — Escrevem-se os numeros com os respetivos sinaes e dá-se á soma o *sinal comum*.

2.º — Os numeros teem sinaes *diferentes*, e operam-se de acordo com a

Regra: — Escrevem-se os numeros com os sinaes respetivos; (a) subtrae-se o menor do maior e dá-se o sinal do *maior*, se são *dois*; (b) se *mais* de *dois*, operam-se sucessivamente, de acordo com o sinal de cada um, e dá-se ao resultado o sinal da *ultima* operação, ou melhor: *somam-se* todos os numeros *positivos* e todos os numeros *negativos*, separadamente, *subtrae-se* a menor soma da maior e dá-se o sinal da *maior*.

Para a "subtração", — o resto é representado pelo que *falta* ao subtraendo para completar o minuendo, isto é: toma-se o *valor absoluto* do minuendo e do subtraendo, a partir do *zero*, de accordo com a direcção indicada pelo sinal respetivo; parte-se do extremo do subtraendo para o extremo do minuendo: o resto é *positivo* ou *negativo*, conforme a direção seguida — para a *direita-positiva* ou para a *esquerda-negativa* — o que equivale a — trocar o sinal do subtraendo *e somar* o resultado com o minuendo — de modo que, nesse caso, o resto é dado pela — linha que vae do *zero* ao extremo do subtraendo, *direita-positiva* ou *esquerda-negativa*.

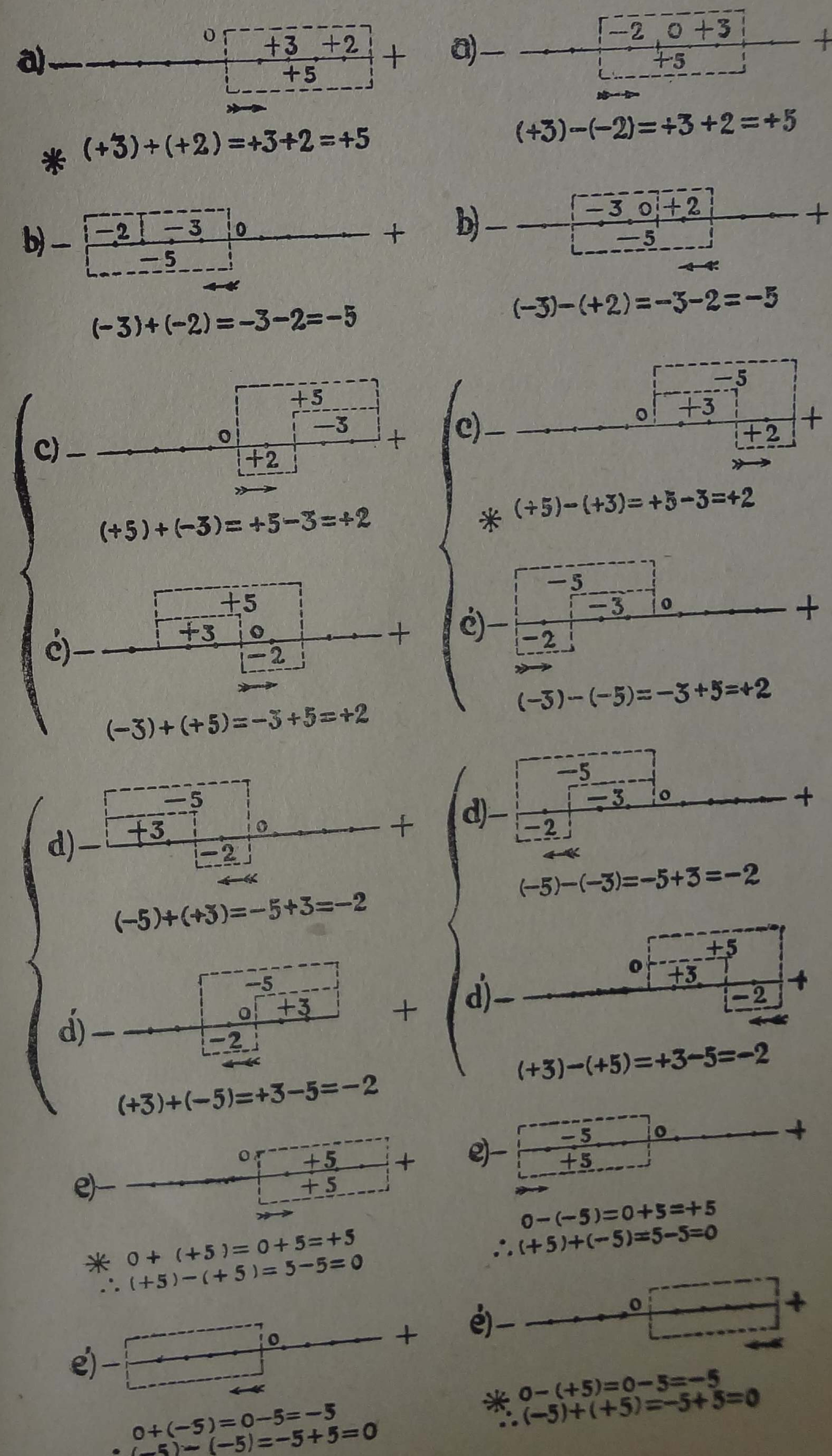
Essa ultima operação explica e demonstra a "troca de sinaes" de *um* ou *mais* numeros, *positivos* ou *negativos*, encerrados num parentese precedido do sinal *menos* e fornece a seguinte:

Regra: — Subtrae-se directamente o subtraendo do minuendo, o que equivale a — trocar o sinal do subtraendo e somar o resultado com o minuendo.

Procede-se semelhantemente, no caso de um subtraendo composto de dois ou mais termos.

Com o auxilio dos diagramas infra, demonstram-se as "regras" e esclarecem-se perfeitamente as operações anteriores, que são comparadas, *duas a duas*, — uma de *somar* e outra equivalente, que lhe corresponde, de subtraír.

ADIÇÃO SUBTRAÇÃO



As operações ilustradas e efetuadas por meio dos diagramas (a) (c) e (e), de *somar* e *subtraír*, respetivamente, são as unicas que se consideram em aritmetica, pertencendo as demais ao calculo algebrico.

De tudo quanto ficou exposto e das operações efectuadas por meio dos diagramas supra, resultam as seguintes "equivalencias":

a) somar um numero *positivo*, em absoluto, equivale a *subtraír* o mesmo numero tomado como *negativo*, e vice-versa.

b) somar um numero *negativo*, em absoluto, equivale a *subtraír* o mesmo numero tomado como *positivo*, e vice-versa;

Daí se derivam igualmente as "regras geraes" para o emprego dos sinais mais e menos:

Adição: $+(+) = +$ e $+(-) = -$

Subtração: $-(-) = +$ e $-(+) = -$

Donde as "equivalencias":

a) $+(+) = -(-) = +$

b) $+(-) = -(+) = -$

Nas subtrações efetuadas com dois numeros *positivos*, distinguem-se os casos seguintes, quanto ao "sentido" do resto, *positivo* ou *negativo*, como se vê nos diagramas, (c) e (d'), isto é:

c) quando um numero positivo é subtraído de outro, de *maior* valor, o resto é positivo;

d) quando um numero positivo é subtraído de outro, de *menor* valor, o resto é *negativo*.

No calculo aritmetico considera-se apenas o primeiro caso; no calculo algebrico consideram-se ambos, sendo que o segundo é propriamente do dominio da algebra.

Depois de demonstradas as operações de numeros *positivos* e *negativos*, facilita-se e torna-se mais clara a compreensão delas, quando se opera e se argumenta com quaesquer noções praticas, quaes as de *credito* e *debito*, isto é:

a) *juntar* um *credito* equivale a *tirar* um *debito* e vice-versa;

b) *juntar* um *debito* equivale a tirar um *credito* e vice-versa.

A noção de quantidade negativa é por demais *abstrata* e não encontra nenhuma aplicação em aritmetica, "*ciencia* dos numeros e *arte* de calcular", a qual é eminentemente *pratica* e só opera com numeros *abstratos*, por si, mesmos ou repre-

sentando quantidades *concretas*. E', portanto, evidente que a intromissão de tal noção no ensino dessa materia desvirtua-lhe inteiramente a verdadeira finalidade, que é o "calculo numerico", no qual os sinais, + e —, são apenas de "operação".

EMPREGO DOS SINAIS

O emprego dos sinais, + e —, constitue não pequena dificuldade, no estudo de algebra, por indicarem eles tanto "quantidade", quanto "operação", como já foi exposto anteriormente.

Por isso, e para a boa compreensão do calculo algebrico, torna-se necessario estabelecer perfeita distinção entre o emprego desses sinais, isto é: (a) são sinais de "quantidade", quando usados para indicar que um numero é *positivo* ou *negativo*, conforme o "sentido" ou "direção" em que ele é tomado, e (b) de "operação", quando usados para indicar a *adição* ou a *subtração* desses numeros, *positivos* ou *negativos.*

Assim, considerando que a "adição" é a operação fundamental, da qual se derivam as demais, por "inversão", "repetição" e "decomposição", teem-se os casos seguintes:

1.º — Um numero qualquer, *desligado*, sem *nenhum sinal*, é considerado *positivo*, com o sinal *mais*, subentendido.

2.º — Um numero *negativo*, quando *desligado*, vem sempre precedido do sinal *menos*, que o distingue.

3.º — Qualquer numero, *positivo* ou *negativo*, pode ser expresso com o sinal respetivo, de "quantidade", dentro de um parentese precedido do sinal *mais*, de "operação".

4.º — Numa sucessão de numeros ligados todos pelo *mesmo* sinal, ou por sinais contrarios, os sinais são todos de "quantidade" e pertencem aos numeros, os quais se consideram operados por "adição" com o sinal *mais*, que indica a "operação", subentendido.

O primeiro deles, quando *positivo*, dispensa o sinal.

5.º — Qualquer numero, *positivo* ou *negativo*, póde ser expresso com o sinal respetivo, *trocado*, indicando a "quantidade", *negativa* ou *positiva* dentro de um parentese precedido do sinal *menos*, de "operação".

6.º — Numeros *positivos* ou *negativos* podem ser escritos em sucessão, cada qual com o seu sinal *trocado*, dentro de um parentese precedido de sinal *menos*, de "operação", o qual afeta a todos.

7.º — Em aritmetica, os numeros, *desligados* ou *operados*, não são, nem positivos nem negativos, e, quando escritos em sucessão, o sinal que os precede indica sómente a "operação" *a ser efetuada.*

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Tem toda a razão o professor Proença quando diz: "Parece-nos que têm significação bem distinta os termos, *positivo* e *aditivo*, *negativo* e *subtrativo*, e por isso, deviam andar bem empregados na linguagem algebrica. Não é, entretanto, o que se vê. A confusão vem dos compendios e os mestres a transmitem intacta aos seus discipulos".

Falando sobre a multiplicação de quantidades algebricas, diz ainda: "A's vezes o multiplicador é um numero precedido do sinal *menos*. Neste caso, costuma-se dizer que o multiplicador é *negativo*.

Não é nem póde ser verdade. Multiplicar uma quantidade por um numero *negativo* é coisa que *não tem sentido.* O multiplicador, por sua função, quer em algebra, quer em aritmetica, é simplesmente um numero abstrato, — nem *positivo*, nem *negativo*.

Quando se nos deparar, pois, um multiplicador precedido do sinal *menos*, devemos considerá-lo como termo de uma subtração *incompletamente indicada*. Assim, — 3, por exemplo, será o segundo termo de uma subtração, cujo primeiro termo está oculto. Num caso desses, o sinal menos não *pertence ao numero*, mas é apenas — *indicativo* de uma *subtração a efetuar*".

Se a idéa de um multiplicador *negativo* "não é nem póde ser verdade", e multiplicar uma quantidade por um numero *negativo* é "coisa que não tem sentido", tampouco nos parece razoavel a hípotese de uma "subtração *incompletamente indicada* cujo primeiro termo *está oculto*", para explicar a existencia de um multiplicador precedido do sinal *menos*, ou do multiplicador *negativo*, que se lhe afigura, com razão, "sem sentido", e deve, com mais justeza, ser considerado *subtrativo* e, "por *analogia*, *aditivo*, o multiplicador precedido do sinal *mais*, ou que não estiver precedido de nenhum sinal".

Cabe observar, porém, que Wentworth não se esquece de distinguir com clareza as funções de multiplicando, de multiplicador, nesse particular, quando diz: "O multiplicador

significa tantas *vezes*. O multiplicando póde ser um numero *positivo* ou *negativo;* porém, o multiplicador, quando inteiro, significa que o multiplicando é tomado *tantas vezes* para *ser somado* ou para *ser subtraído*".

A natureza *abstrata* do multiplicador provêm de funcionar ele, *com o seu sinal*, como — mero "indice" — que representa ao mesmo tempo, respetivamente, o numero de "vezes" que o multiplicando é *repetido* e o "sentido" em que ele é *tomado*, tanto "aditivo", indicado pelo sinal *mais* quanto "subtrativo", indicado pelo sinal *menos*, para formar o produto.

A função dos sinais + e —, conforme — indicam uma "operação" — ou — pertencem a um numero que exprime o valor de uma "quantidade" — é *identica*: antepostos ao multiplicador indicam — o "sentido" em que a "multiplicação" é *efetuada* — do mesmo modo que, antepostos ao multiplicando, indicam — o "sentido" em que este é *tomado*.

A adição de um ou mais numeros, todos *iguais* e *positivos*, indicada por um multiplicador *aditivo*, explica suficientemente a formação de um produto *positivo*, tanto quanto a *subtração* de um ou mais numeros, todos *iguais* e *negativos*, indicada por um multiplicador *subtrativo*, explica a formação de um produto equivalente, igualmente *positivo*, consistindo a diferença, apenas em ser este ultimo produto formado *de modo diferente*, por meio da "operação" *oposta*, com numeros *negativos* que assim operados se tornam *positivos* e vão formar o produto *positivo*.

Semelhantemente se explica que a adição de um ou mais numeros, todos *iguais* e *negativos* dá um produto *negativo*, ao qual corresponde outro equivalente, igualmente *negativo*, porém, formado pela *subtração* de um ou mais numeros, todos *iguais* e *positivos* que, assim "operados", se substituem por outros negativos que vão formar o produto negativo.

Essas operações, por "adição" e "subtração", se baseiam respetivamente na adição e na subtração de um numero, *positivo* ou *negativo*, já demonstradas por meio dos diagramas precedentes, deduzidas igualmente e claramente as regras dos sinais.

Baseada nesses diagramas e nos principios demonstrados por meio deles, estabelecidos, para a adição e subtração, póde-se com igual clareza demonstrar a "formação" do produto de um numero qualquer, *positivo* ou *negativo*, por um multiplicador *aditivo* ou *subtrativo*.

Seja o produto 2×3.

Operando todos os casos admissiveis, com o emprego dos sinais *mais* e *menos*, aplicados a ambos os fatores, e derivando os produtos por meio da soma e subtração *sucessivas*, tem-se:

a) $(+2) \times (+3) = (+2) + (+2) + (+2) = +2 +2 +2 = +6 = 6$

a') $(-2) \times (-3) = -(-2) - (-2) - (-2) = +2 +2 +2 = +6 = 6$

b) $(-2) \times (+3) = (-2) + (-2) + (-2) = -2 -2 -2 = -6$

b') $(+2) \times (-3) = -(+2) - (+2) - (+2) = -2 -2 -2 = -6$

Em qualquer dos casos, fica bem evidenciada a função dos sinais — (1) de "quantidade" do multiplicando, *positivo* ou *negativo*, e (2) de "operação", do multiplicador, *aditivo* ou *subtrativo* — e a "equivalencia" (1) dos produtos *positivos*, de fatores que teem o *mesmo* sinal, e (2) dos produtos *negativos*, de fatores que teem sinais *contrarios*. Donde a

Regra: — O produto de dois numeros afetados do *mesmo* sinal, é *positivo*, e o de numeros afetados de sinais *contrarios*, é *negativo*.

Teem-se, assim as quatro "regras" dos sinais, duas para cada produto, *positivo* ou *negativo*:

a) $(+) \times (+) = (-) \times (-) = +$

b) $(+) \times (-) = (-) \times (+) = -$

Não concordamos, porém, com o ilustrado professor, quando diz que —"parece haver desacordo quanto á "especie" do produto nos *dois* casos em que o multiplicando — tem "sinal" *diferente* do daquele — pois que o produto é — sempre da *mesma especie* do multiplicando".

Segundo pensamos, o fato de ser uma quantidade *positiva* ou *negativa*, não implica a "especie" dessa quantidade, por ser dela, *mera* "modalidade", a qual indica, apenas, *como é tomada* ou *considerada*, — sem nenhuma relação com a "especie" ou "qualidades intrinsecas" da quantidade.

A quantidade é — sempre *a mesma* — quanto á sua "especie", podendo ser, porêm, conforme o caso, *positiva* ou *negativa*. Assim *o dinheiro*, que tanto póde representar *cre-*

dito ou *lucro* (positivo), quanto *debito* ou *perda* (negativo), mas, — a quantidade, é sempre, *dinheiro*.

Esse desacordo é apenas *aparente*, e só ocorre nos dois casos do multiplicador *subtrativo*, nos quaes se opera a subtração de um numero ou de dois mais numeros iguais, todos *positivos* ou todos *negativos*, cujos sinais são *trocados* por influencia do sinal de "operação" do multiplicador *subtrativo*, o qual indica quantas *vezes* os numeros *positivos* ou *negativos* são tomados, por "*subtração*", isto é, multiplicados negativamente, como se vê claramente, comparando as regras de sinaes das duas operações:

$-(+) = -$ e $-(-) = +$

$(+) \times (-) = -$ e $(-) \times (-) = +$

Parece-nos confusa a explicação que procura dar do fáto quando diz que — "o desacordo não existe desde que consideremos os produtos *na sua fórma primitiva* e não *depois de transformados*". Ora, o resultado de uma multiplicação só é realmente um "produto" — depois que ele é transformado e *efetuado* — de modo que tal distinção só concorre para confundir, em vez de esclarecer.

Não compreendemos, tampouco, a distinção estabelecida entre um multiplicando representado por quantidade *real, concreta*, e o multiplicando algebrico, geralmente *abstrato*, para concluir que — "neste caso será indiferente chamá-lo numero *positivo* ou *aditivo*, quando precedido do sinal *mais*, e *negativo* ou *subtrativo*, quando precedido do sinal *menos*" — e que — "De um ou de outro modo que se considere o multiplicando, quer-nos parecer, porém, *nenhuma alteração sofre* o sinal do produto" — para admitir que — "Tratando-se, porêm, de um multiplicando claramente *concreto*, isto é, de uma quantidade no seu sentido proprio, já não se lhe póde aplicar senão a denominação *positivo* ou *negativo*".

Reconhecemos, como diz, que "têm significação bem distinta os termos: "positivo" e "aditivo", "negativo" e "subtrativo", e, por isso mesmo, deveriam andar bem empregados na linguagem algebrica", quer-nos parecer, porém, que os termos, "aditivo" e "subtrativo" são aplicaveis, na multiplicação, mais propriamente ao *multiplicador*, por ser este o numero "operador" ou aquelle que — *indica* a "operação" — ao passo que os termos, "positivo" e "negativo" aplicam-se mais propriamente ao *multiplicando*, por ser este o numero que representa — a quantidade *operada* — que vae formar o "produto", o qual depende do multiplicando, quanto á "especie" e quanto ao "sinal", *mais*, ou *menos*, que o afeta, e do multiplicador, conforme este é *aditivo* ou *subtrativo*, isto é, conforme indica, — de acordo com o "sinal" — que o multiplicando é *repetido* por "adição" ou "subtração".

Parece-nos que o caso mais interessante a ser considerado e demonstrado é o que foi emitido, isto é, o do produto do segundo termo de um binomio multiplicando, pelo segundo de um binomio multiplicador, mas que não traz maior dificuldade por se basear, como os demais, nos principios expostos para a adição e subtração.

A proposito, estranhamos que esteja sendo tratado como "*multiplicador*", o primeiro termo de um produto indicado, como temos visto ultimamente. Póde ser orientação nova, que desconhecemos, com a qual não concordamos, aliás, pois preferimos a adotada por Comberousse, F. I. C., Coqueiro, Robinson, Wentworth e outros autores.

E' verdade que Wentworth, na dedução da "regra dos sinais" para achar o produto, repete o *segundo* fator, e toma-o, portanto, como *multiplicando*, mas, cremos ter assim procedido, por mero descuido, porquanto, em todos os demais casos, considera o primeiro fator, que é o *repetido*, como *multiplicando*, e o segundo, que indica o numero de *vezes* que aquele é repetido, como *multiplicador*.

Embora seja certo que "a *ordem* dos fatores não altera o produto", tratado o primeiro fator como *multiplicando*, facilita-se tanto a compreensão quanto a demonstração da operação, e só assim tambem torna-se possivel demonstrar a *formação* e a *especie* de um produto, numa multiplicação *sucessiva*, como fizemos na nossa "Aritmetica Preparatoria".

O mesmo acontece com os problemas resolvidos por meio dessa multiplicação, nos quais o fator *concreto* (multiplicando) é sempre mencionado em *primeiro lugar*, seguindo-se-lhe sucessivamente, os outros fatores, a partir do *segundo*, tomados como numeros *abstratos* (multiplicadores), os quais indicam simplesmente o numero de *vezes*, ou a "repetição" respetiva do *primeiro* fator, que é o multiplicando *inicial*, e a cada um dos *produtos*, formados sucessivamente, até o ultimo, que constituem os demais multiplicandos, da *mesma especie* que o primeiro.

E' tambem evidente que a palavra *vezes* corresponde exatamente á expressão "multiplicado por", na qual a palavra *multiplicado* se refere ao primeiro numero mencionado, isto é, ao multiplicando *concreto*, que é o numero *operado* (repetido), e a preposição *por* rege o nome do segundo numero, isto é, do multiplicador *abstrato*, ou como tal considerado, que é o numero *operador*, o qual indica a "repetição" ou o numero de *vezes* que o *primeiro* (multiplicando) é *tomado* ou *repetido*.

A linguagem empregada para indicar a multiplicação é que traz confusão e faz tomar o primeiro fator como multiplicador, por vir esse nome seguido da palavra *vezes*, com a qual concorda, quando varia o nome do numero, devido á *ordem inversa* empregada, talvez para evitar a colisão e confusão resultante do emprego dos *nomes* dos numeros, *pospondo-se* a palavra *vezes*.

v. g.: *dois* (duas) vezes *tres*, em vez de *dois*, *tres* vezes.

Na propria operação, o primeiro fator, que se considera, é o *multiplicando*, e não o multiplicador.

Quanto á divisão, torna-se relativamente facil a compreensão e a dedução das regras para se obterem os sinais do quociente, para o que basta considerar cada caso como o *inverso* do seu correspondente na multiplicação. Donde a

Regra: — O quociente da divisão de duas quantidades afetadas do *mesmo* sinal é *positivo*, e o de quantidades afetadas de sinais *contrarios*, é *negativo*.

Teem-se, assim, as quatro regras dos sinais duas para cada quociente, *positivo* ou *negativo*;

a) $(+) \div (+) = (-) \div (-) = +$

b) $(+) \div (-) = (-) \div (+) = -$

Essa lacuna e dificuldade constatadas pelo douto professor, no ensino de algebra, além de outras, provam e reforçam as objeções que temos feito ao ensino dessa disciplina com o de aritmetica, mórmente quando se tenta extender essa pratica ao "curso primario" desta ultima, o que não passa de verdadeiro contrasenso didatico.